

SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS BIFÁSICOS EM REGIMES COMPRESSÍVEL E QUASE-INCOMPRESSÍVEL

Maria de Lourdes Moreira – malu@cnen.gov.br

Paulo Augusto Berquó de Sampaio – sampaio@cnen.gov.br

Instituto de Engenharia Nuclear – CNEN

Cx.P. 68550 - 21945-970, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

***Resumo.** Uma nova formulação de elementos finitos para escoamentos viscosos compressíveis e/ou quase-incompressíveis é utilizada para a análise de escoamentos bifásicos. O método permite analisar problemas quase-incompressíveis, sem que seja preciso recorrer à aproximação de fluido incompressível. Assim, a equação de estado do fluido não precisa ser descartada. Esta característica é imprescindível para viabilizar a metodologia bifásica adotada neste trabalho, onde a termodinâmica da mistura é modelada a partir do comportamento termodinâmico das fases. Exemplos para misturas bifásicas água-vapor são apresentados. Os modelos empregados para turbulência e definição da mistura são bastante simplificados. No entanto, os exemplos apresentam bom comportamento qualitativo e servem para indicar novos desenvolvimentos na simulação computacional de escoamentos bifásicos.*

***Palavras-chave:** Mecânica de fluidos computacional, Escoamento bifásico, Elementos finitos*

1. INTRODUÇÃO

Em várias situações de interesse na área nuclear, o escoamento de misturas bifásicas apresenta os comportamentos compressível e quase-incompressível em partes diferentes do mesmo domínio de análise. Este é o caso, por exemplo, do vazamento de vapor à partir de um vaso de pressão contendo água pressurizada. Na prática, escoamentos quase-incompressíveis são usualmente tratados como incompressíveis. Nestes casos, porém, a pressão deixa de ser uma propriedade termodinâmica relacionada com a densidade através da equação de estado. Assim, a descrição termodinâmica do fluido é perdida, inviabilizando o estudo termohidráulico de escoamentos bifásicos.

No presente trabalho é usada uma nova formulação de elementos finitos para escoamentos viscosos compressíveis e/ou quase-incompressíveis. A formulação combina as seguintes variáveis conservativas e não-conservativas a saber: a velocidade mássica (densidade*velocidade), a energia interna e a pressão. A característica principal do método é a derivação de uma equação discretizada para pressão, onde as contribuições de pressão provenientes dos balanços de massa, quantidade de movimento e energia são tomadas de forma implícita na discretização temporal.

Na seção 2 são apresentadas as equações de conservação para a mistura bifásica e o processo de adimensionalização das equações governantes. Os esquemas para discretização e solução são descritos na seção 3. A seção 4 apresenta exemplos numéricos da aplicação da metodologia proposta neste trabalho. Nossos comentários finais são apresentados na seção 5.

2. EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO PARA UMA MISTURA BIFÁSICA

As equações médias volumétricas locais de conservação de massa, quantidade de movimento e energia são deduzidas a partir das equações de conservação para cada fase (Delhaye, Giot & Riethmuller, 1981), desprezando-se os fenômenos superficiais na interface (Moreira, 1998). O problema é definido no volume de controle fixo Ω , com fronteira Γ , contido no espaço Euclidiano com *nde* dimensões espaciais.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2) + \nabla \cdot (\alpha_1 \rho_1 \mathbf{u}_1 + \alpha_2 \rho_2 \mathbf{u}_2) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_1 \rho_1 \mathbf{u}_1 + \alpha_2 \rho_2 \mathbf{u}_2) + \nabla \cdot (\alpha_1 \rho_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1 + \alpha_2 \rho_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2) + \\ & - \nabla \cdot [-(\alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2) \mathbf{I} + (\alpha_1 \mathbf{S}_1 + \alpha_2 \mathbf{S}_2)] - (\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2) \mathbf{g} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_1 \rho_1 E_1 + \alpha_2 \rho_2 E_2) + \nabla \cdot (\alpha_1 \rho_1 \mathbf{u}_1 H_1 + \alpha_2 \rho_2 \mathbf{u}_2 H_2) + \\ & - \nabla \cdot (\alpha_1 \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{u}_1 + \alpha_2 \mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{u}_2) + \nabla \cdot (\alpha_1 \mathbf{q}_1 + \alpha_2 \mathbf{q}_2) - (\alpha_1 \rho_1 \mathbf{u}_1 + \alpha_2 \rho_2 \mathbf{u}_2) \cdot \mathbf{g} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Os subscritos "1" e "2" representam as fases 1 e 2 respectivamente, α é a fração em volume, ρ é a densidade, P é a pressão termodinâmica, \mathbf{u} é o vetor velocidade, \mathbf{I} é o tensor identidade, \mathbf{S} é o tensor viscoso, \mathbf{g} é a aceleração gravitacional, E é a energia total específica, H é a entalpia total específica, \mathbf{q} é o fluxo de calor e t é o tempo. A equação de energia é válida assumindo-se que não existe nenhuma fonte de energia em Ω .

Modela-se a mistura bifásica de acordo com $\rho = \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2$; $\rho \mathbf{u} = \alpha_1 \rho_1 \mathbf{u}_1 + \alpha_2 \rho_2 \mathbf{u}_2$; $\rho E = \alpha_1 \rho_1 E_1 + \alpha_2 \rho_2 E_2$; $P = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2$; $\mathbf{S} = \alpha_1 \mathbf{S}_1 + \alpha_2 \mathbf{S}_2$ e $\mathbf{q} = \alpha_1 \mathbf{q}_1 + \alpha_2 \mathbf{q}_2$. Assim, as equações de conservação podem ser escritas como segue (Lapa, 1998):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot \left(\rho \mathbf{u} \mathbf{u} + \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{\rho_1 \rho_2}{\rho} \right) \mathbf{u}_r \mathbf{u}_r \right) - \nabla \cdot (-P \mathbf{I} + \mathbf{S}) - \rho \mathbf{g} = \mathbf{0} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot \left(\rho \mathbf{u} H + \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{\rho_1 \rho_2}{\rho} \right) \mathbf{u}_r (\Delta H) \right) + \\ & - \nabla \cdot \left(\mathbf{S} \cdot \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} [\alpha_1 \alpha_2 \rho_1 \mathbf{S}_2 - \alpha_1 \alpha_2 \rho_2 \mathbf{S}_1] \cdot \mathbf{u}_r \right) + \nabla \cdot \mathbf{q} - \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{g} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

onde $\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1$ e $H_k = E_K + \frac{P_K}{\rho_K} = \left(e_k + \frac{1}{2} \mathbf{u}_k \cdot \mathbf{u}_k \right) + \frac{P_K}{\rho_K} = h_k + \frac{1}{2} \mathbf{u}_k \cdot \mathbf{u}_k$.

Note que as equações de conservação de quantidade de movimento e de energia requerem a especificação da velocidade de deslizamento entre as fases \mathbf{u}_r . Para problemas em uma dimensão há correlações experimentais estabelecidas que permitem determinar \mathbf{u}_r em termos das variáveis médias. Por outro lado, na ausência de correlações apropriadas para o caso multidimensional, adota-se aqui o modelo de não-deslizamento (no slip). Uma aproximação consistente com o modelo de não-deslizamento é considerar: $\Delta H = H_2 - H_1 \approx h_2 - h_1 = L$, onde L é o calor latente de vaporização. Desta forma, para $\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1 = \mathbf{0}$, as equações de conservação são escritas, usando a convenção de soma para $a = 1, \dots, nde$ e $b = 1, \dots, nde$, como apresentado a seguir (Moreira, 1998):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial G_a}{\partial x_a} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial G_a}{\partial t} + u_b \frac{\partial G_a}{\partial x_b} + \frac{\partial u_b}{\partial x_b} G_a - \frac{\partial S_{ab}}{\partial x_b} + \frac{\partial P}{\partial x_a} - \rho g_a = 0 \quad (8)$$

$$\rho \left(\frac{\partial e}{\partial t} + u_b \frac{\partial e}{\partial x_b} \right) + P \frac{\partial u_b}{\partial x_b} + \frac{\partial q_b}{\partial x_b} - S_{ab} \frac{\partial u_a}{\partial x_b} = 0 \quad (9)$$

As equações constitutivas para tensor viscoso e fluxo de calor são dadas por $S_{ab} = -\frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u_c}{\partial x_c} \right) \delta_{ab} + \mu \left(\frac{\partial u_a}{\partial x_b} + \frac{\partial u_b}{\partial x_a} \right)$ e $q_b = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x_b}$. Note que as propriedades de transporte μ e κ são computadas através da ponderação em volume das propriedades correspondentes das fases e pela adição de viscosidade e condutividade térmica turbulentas estimadas através do modelo de Smagorinsky (Lesieur, 1990).

É necessário ainda especificar uma equação de estado, aqui representada por $P = z(\rho, e) \rho e$. Nas equações acima G_a , u_a , P e e significam velocidade mássica (ρu_a), velocidade, pressão termodinâmica e energia interna. δ_{ab} é o delta de Kronecker. O modelo é completado com a introdução das condições de contorno e condições iniciais para os campos de velocidade mássica, pressão e energia interna. Note que as equações acima estão escritas na forma dimensional e incluem a densidade como variável dependente na equação de balanço de massa. Para que o método seja aplicável para uma larga faixa do número de Mach, a pressão é introduzida como variável dependente. Assim, a equação de estado é usada para eliminar a densidade da equação de massa. Isto permite a derivação de uma equação para a pressão fortemente implícita, fundamental para a estabilidade do método em regiões de baixo número de Mach. Em termos das variáveis adimensionais, as equações de balanço tornam-se:

$$\alpha^* \frac{\partial p^*}{\partial t^*} - \beta^* \frac{\partial e^*}{\partial t^*} + \left(1 + \frac{\alpha^* \varphi^*}{Fr^2} \right) \frac{\partial G_a^*}{\partial x_a^*} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial G_a^*}{\partial t^*} + u_b^* \frac{\partial G_a^*}{\partial x_b^*} + \frac{\partial u_b^*}{\partial x_b^*} G_a^* - \frac{1}{Re} \frac{\partial S_{ab}^*}{\partial x_b^*} + (1 - \Phi_1) \frac{\partial p^*}{\partial x_a^*} - \frac{\Phi_1}{Fr^2} \rho^* g_a^* + \Phi_2 \frac{\partial e^*}{\partial x_a^*} = 0 \quad (11)$$

$$\rho^* \left(\frac{\partial e^*}{\partial t^*} + u_b^* \frac{\partial e^*}{\partial x_b^*} \right) + \left[z_0 + \gamma Ec p^* - \frac{\gamma Ec}{Fr^2} \rho^* \varphi^* \right] \frac{\partial u_b^*}{\partial x_b^*} + \frac{\gamma}{Re Pr} \frac{\partial q_b^*}{\partial x_b^*} - \frac{\gamma Ec}{Re} S_{ab}^* \frac{\partial u_a^*}{\partial x_b^*} = 0 \quad (12)$$

Alternativamente, usando a equação de balanço de massa e equação de estado, a equação de energia pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} & \left[\rho^* + z \beta^* (e^* + 1) \right] \left(\frac{\partial e^*}{\partial t^*} + u_b^* \frac{\partial e^*}{\partial x_b^*} \right) + \frac{\gamma}{Re Pr} \frac{\partial q_b^*}{\partial x_b^*} - \frac{\gamma Ec}{Re} S_{ab}^* \frac{\partial u_a^*}{\partial x_b^*} = \\ & \left[z \alpha^* (e^* + 1) \right] \left[\frac{\partial p^*}{\partial t^*} + (1 - \Phi_1) u_b^* \frac{\partial p^*}{\partial x_b^*} + \left(\frac{1 - \Phi_1}{Fr^2} \right) G_b^* g_b^* + \Phi_2 u_b^* \frac{\partial e^*}{\partial x_b^*} + \frac{\varphi^*}{Fr^2} \frac{\partial G_b^*}{\partial x_b^*} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

As variáveis adimensionais, indicadas pelo sobrescrito '*', relacionam-se com as variáveis originais de acordo com:

$$\begin{aligned} u_a &= u_0 u_a^* & p' &= P_0 + \rho_0 u_0^2 p'^* & T &= T_0 (T^* + 1) & G_b &= \rho_0 u_0 G_b^* \\ e &= e_0 (e^* + 1) & \rho &= \rho_0 \rho^* & \varphi &= |\mathbf{g}| L \varphi^* & g_a &= |\mathbf{g}| g_a^* \\ \mu &= \mu_0 \mu^* & \kappa &= \kappa_0 \kappa^* & x_a &= L x_a^* & t &= L t^* / u_0 \\ \alpha &= \alpha^* / u_0^2 & \beta &= \beta^* \rho_0 / e_0 & & & & \end{aligned} \quad (14)$$

onde o subscrito '0' indica valores de referência; L é o comprimento de referência; e as seguintes definições foram utilizadas: $p' = P + \rho \varphi$; $\varphi = -\mathbf{g} \cdot \mathbf{x} = -g_b x_b$;

$$\begin{aligned} \alpha &= \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_e; & \beta &= - \left(\frac{\partial \rho}{\partial e} \right)_p; & \gamma &= \frac{T_0 c_p}{e_0}; & z_0 &= \frac{P_0}{\rho_0 e_0}; & \Phi_1 &= \frac{\alpha^* \varphi^*}{Fr^2 + \alpha^* \varphi^*}; \\ \Phi_2 &= \frac{\beta^* \varphi^*}{Fr^2 + \alpha^* \varphi^*}; & S_{ab}^* &= -\frac{2}{3} \mu^* \left(\frac{\partial u_c^*}{\partial x_c^*} \right) \delta_{ab} + \mu^* \left(\frac{\partial u_a^*}{\partial x_b^*} + \frac{\partial u_b^*}{\partial x_a^*} \right) & e & & q_b^* &= -\kappa^* \frac{\partial T^*}{\partial x_b^*}. \end{aligned}$$

Os números adimensionais de Reynolds, Froude, Prandtl e Eckert são dados por $Re = \frac{\rho_0 u_0 L}{\mu_0}$; $Fr = \frac{u_0}{\sqrt{|\mathbf{g}| L}}$; $Pr = \frac{\mu_0 c_p}{\kappa_0}$ e $Ec = \frac{u_0^2}{c_p T_0}$.

No restante deste trabalho, serão empregadas as equações adimensionalizadas. Assim o sobrescrito '*' usado para indicar as quantidades adimensionais será abandonado. Além disso, a variável p' será denotada por p .

3. ESQUEMAS DE DISCRETIZAÇÃO E SOLUÇÃO

A metodologia utilizada neste trabalho foi apresentada detalhadamente em (Sampaio & Moreira, 2000). Apenas os aspectos mais relevantes são apresentados a seguir, em razão da limitação do espaço disponível.

Elementos finitos Lagrangianos lineares são empregados para representar os campos de velocidade mássica, pressão e energia interna. O método de Galerkin é usado para a obtenção da equação discretizada para a pressão, enquanto que uma aproximação de Petrov-Galerkin, baseada em mínimos quadrados, é usada para a derivação das equações discretizadas para a velocidade mássica e energia interna. O problema é resolvido usando um esquema segregado de solução. Primeiramente encontra-se o campo de pressão e depois os campos de velocidade mássica e energia interna, respectivamente. O esquema cíclico de atualização da pressão, velocidade mássica e energia interna requer a solução de sistemas simétricos de equações. Estes sistemas são resolvidos utilizando o método de gradientes conjugados com pré-condicionamento, apropriados para cálculo paralelo/vetorial em supercomputadores.

As técnicas usadas para problemas compressíveis e quase-incompressíveis foram amplamente demonstradas em escoamentos de gás perfeito por Sampaio & Moreira (2000).

3.1 Equação para a pressão

Considere a seguinte discretização temporal para a equação de balanço de massa,

$$\alpha^n \left(\frac{p^{n+1} - p^n}{\Delta t} \right) - \frac{\beta^n}{\rho^{n+1/2}} \left[\rho^{n+1/2} \left(\frac{e^{n+1} - e'}{\Delta t} \right) \right] + \frac{\partial G_a^{n+1}}{\partial x_a} = \frac{\beta^n}{\rho^{n+1/2}} \left[\rho^{n+1/2} \left(\frac{e' - e^n}{\Delta t} \right) \right] - \frac{\alpha^n \varphi}{Fr^2} \frac{\partial G_a^n}{\partial x_a} \quad (15)$$

e a seguinte discretização temporal em passos fracionados do balanço de energia,

$$\rho^{n+1/2} \left(\frac{e' - e^n}{\Delta t} + \theta_1 u_b^n \frac{\partial e'}{\partial x_b} + \theta_2 u_b^n \frac{\partial e^n}{\partial x_b} \right) + \frac{\gamma}{Re Pr} \frac{\partial q_b^n}{\partial x_b} - \frac{\gamma Ec}{Re} S_{ab}^n \frac{\partial u_a^n}{\partial x_b} = 0 \quad (16)$$

$$\rho^{n+1/2} \left(\frac{e^{n+1} - e'}{\Delta t} \right) + \left(z_0 + \gamma Ec p^{n+1} - \frac{\gamma Ec}{Fr^2} \rho^{n+1/2} \varphi \right) \frac{\partial u_b^n}{\partial x_b} = 0 \quad (17)$$

Nas equações acima, os subscritos n e $n+1$ denotam o nível de tempo e Δt é o passo de tempo. Aqui os parâmetros θ_1 e $\theta_2 = 1 - \theta_1$ controlam quão implícita é a discretização temporal do termo convectivo (explícito para $\theta_1 = 0$ e implícito para $\theta_1 = 1$). Note que a equação do balanço de energia foi dividida em duas partes. A primeira parte da equação apresenta os termos típicos de aplicações incompressíveis. Por outro lado, o termo que representa a contribuição compressível foi isolado na segunda parte do processo de passos fracionados. Substituindo a segunda parte da equação de energia na equação de balanço de massa e usando o método de Galerkin, obtém-se uma equação fortemente implícita para a pressão, onde o balanço de quantidade de movimento é usado para escrever G_a^{n+1} em termos das várias forças que agem sobre o fluido. Em particular, a contribuição do gradiente de pressão no balanço de quantidade de movimento é tomada no tempo $n+1$. A equação de pressão envolve termos de pressão provenientes das equações de massa, quantidade de movimento e energia (parte compressível). Note que os termos de pressão são aproximados usando uma discretização temporal totalmente implícita. Isto permite manter a estabilidade na solução da pressão, apesar das curtas escalas de tempo associadas às rápidas ondas de pressão terem sido ignoradas. A equação discretizada resultante escrita na forma matricial é

$$\mathbf{A} \hat{p}^{n+1} = \mathbf{B} \hat{p}^n + \mathbf{C}, \quad \forall p_i^{n+1} \text{ livre} \quad (18)$$

onde a matriz \mathbf{A} é simétrica e positiva definida e \mathbf{B} e \mathbf{C} são matrizes com termos fonte (Sampaio & Moreira, 2000). É importante notar que antes da solução da Eq.(18), o campo de energia interna \hat{e}' , correspondente a solução da Eq.(16) deve ser determinado. Esta etapa pode ser vista como um pré-processamento para a atualização da pressão. Uma formulação de resíduos ponderados do tipo Petrov-Galerkin, baseada em mínimos quadrados, é empregada na discretização. A equação resultante na forma matricial é dada por

$$\mathbf{D} \hat{e}' = \mathbf{E} \hat{e}^n = \mathbf{F} , \quad \forall e' \text{ livre} \quad (19)$$

onde a matriz \mathbf{D} é simétrica e positiva definida e \mathbf{E} e \mathbf{F} são matrizes com termos fonte (Sampaio & Moreira, 2000).

3.2 Atualização da velocidade mássica e energia interna

Uma aproximação do tipo Petrov-Galerkin, baseada em mínimos quadrados, é usada para a derivação das equações discretizadas para a atualização da velocidade mássica e da energia interna (Sampaio & Moreira, 2000). A equação discretizada na forma matricial para velocidade mássica \hat{G}_a^{n+1} é dada por

$$\mathbf{J} \hat{G}_a^{n+1} = \mathbf{M} \hat{G}_a^n + \mathbf{N} , \quad \forall G_{ai}^{n+1} \text{ livre} \quad (20)$$

onde a matriz \mathbf{J} é simétrica e positiva definida e \mathbf{M} e \mathbf{N} são matrizes com termos fonte. Por outro lado, a equação para a atualização da energia interna \hat{e}^{n+1} é dada por

$$\mathbf{P} \hat{e}^{n+1} = \mathbf{Q} \hat{e}^n + \mathbf{R} , \quad \forall e_i^{n+1} \text{ livre} \quad (21)$$

onde a matriz \mathbf{P} é simétrica e positiva definida e \mathbf{Q} e \mathbf{R} são matrizes com termos fonte.

4. EXEMPLOS NUMÉRICOS

O primeiro exemplo mostra mudança de fase causada por efeitos de compressibilidade, enquanto que no segundo caso a mudança de fase acontece em razão da adição de calor .

4.1. Escoamento com estrangulamento entre duas placas horizontais

Apresenta-se o escoamento de vapor entre duas placas paralelas com estrangulamento. Inicialmente o vapor está parado e em condições saturadas. No instante $t=0$ vapor nas mesmas condições termodinâmicas é injetado na seção de entrada (à esquerda do domínio). Condições de contorno adiabáticas e de não deslizamento são aplicadas nas paredes sólidas. As condições termodinâmicas iniciais e a velocidade prescrita na entrada são utilizadas para definir os números de Reynolds e Eckert da análise ($Re=182$, $Ec=1,81$).

Note que a injeção de vapor provoca um transiente de pressão. Nas regiões comprimidas ocorre condensação de vapor. As figuras 1 e 2 mostram a evolução deste transiente. O fenômeno é bastante compressível e condições supersônicas são atingidas.

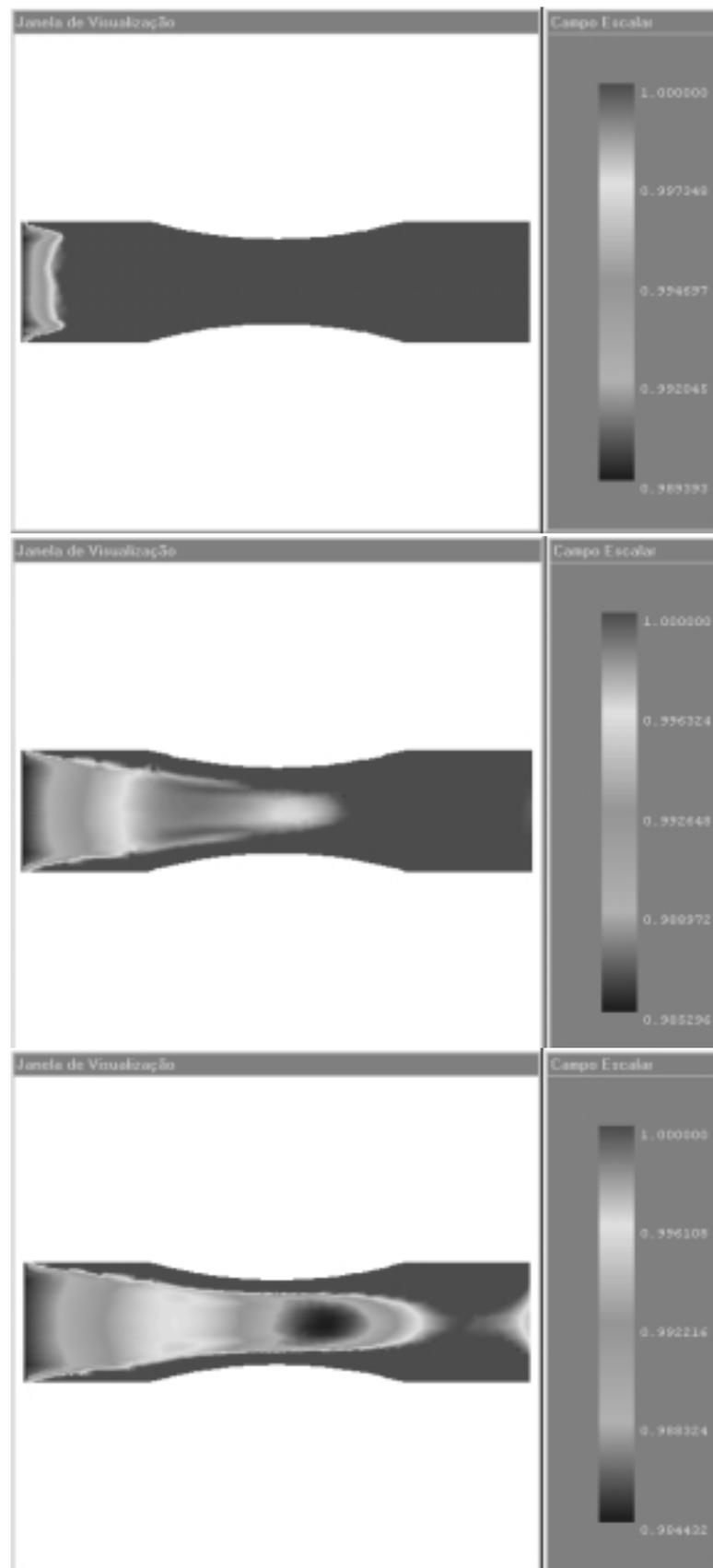


Figura 1 – Evolução do campo da qualidade de vapor (x) durante o transiente.

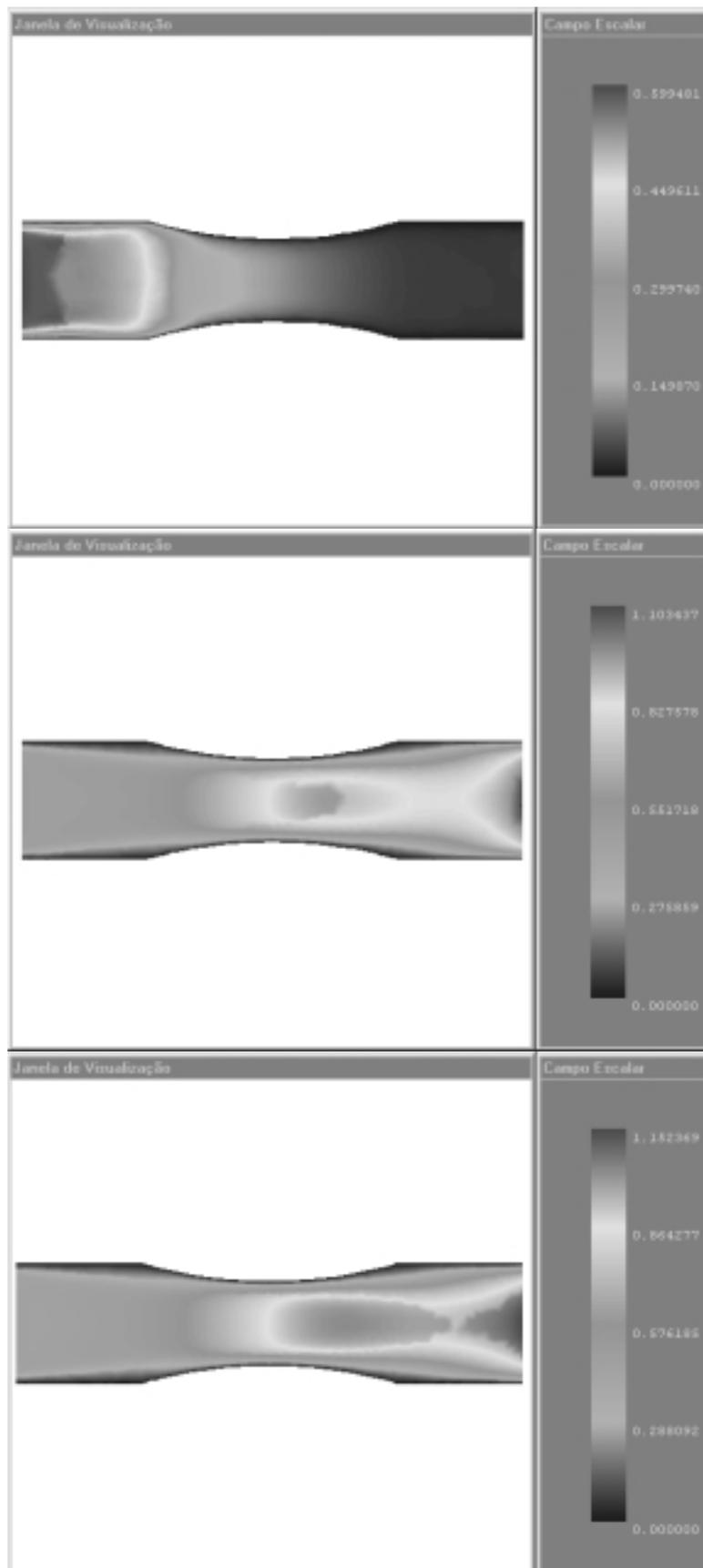


Figura 2 – Evolução do campo do número de Mach local (M) durante o transiente.

4.2. Escoamento com aquecimento entre duas placas verticais

Inicialmente água subresfriada de 1 K ($\Delta T_{\text{sat}}=1 \text{ K}$) encontra-se escoando, de baixo para cima, entre placas verticais paralelas. A velocidade e as condições termodinâmicas iniciais definem os números de Reynolds e Eckert da análise ($Re=801$, $Ec=4,93 \cdot 10^{-9}$). Subitamente é aplicado um fluxo de calor nas paredes iniciando um processo de aquecimento seguido de ebulição.

Na figura 3, observa-se que inicialmente a ebulição é nucleada e localiza-se apenas nas paredes, enquanto que a maior parte do fluido encontra-se subresfriado (subcooled boiling). No final do transiente note que o fluido, em quase sua totalidade, encontra-se em condições saturadas, ocorrendo ebulição generalizada (bulk boiling).

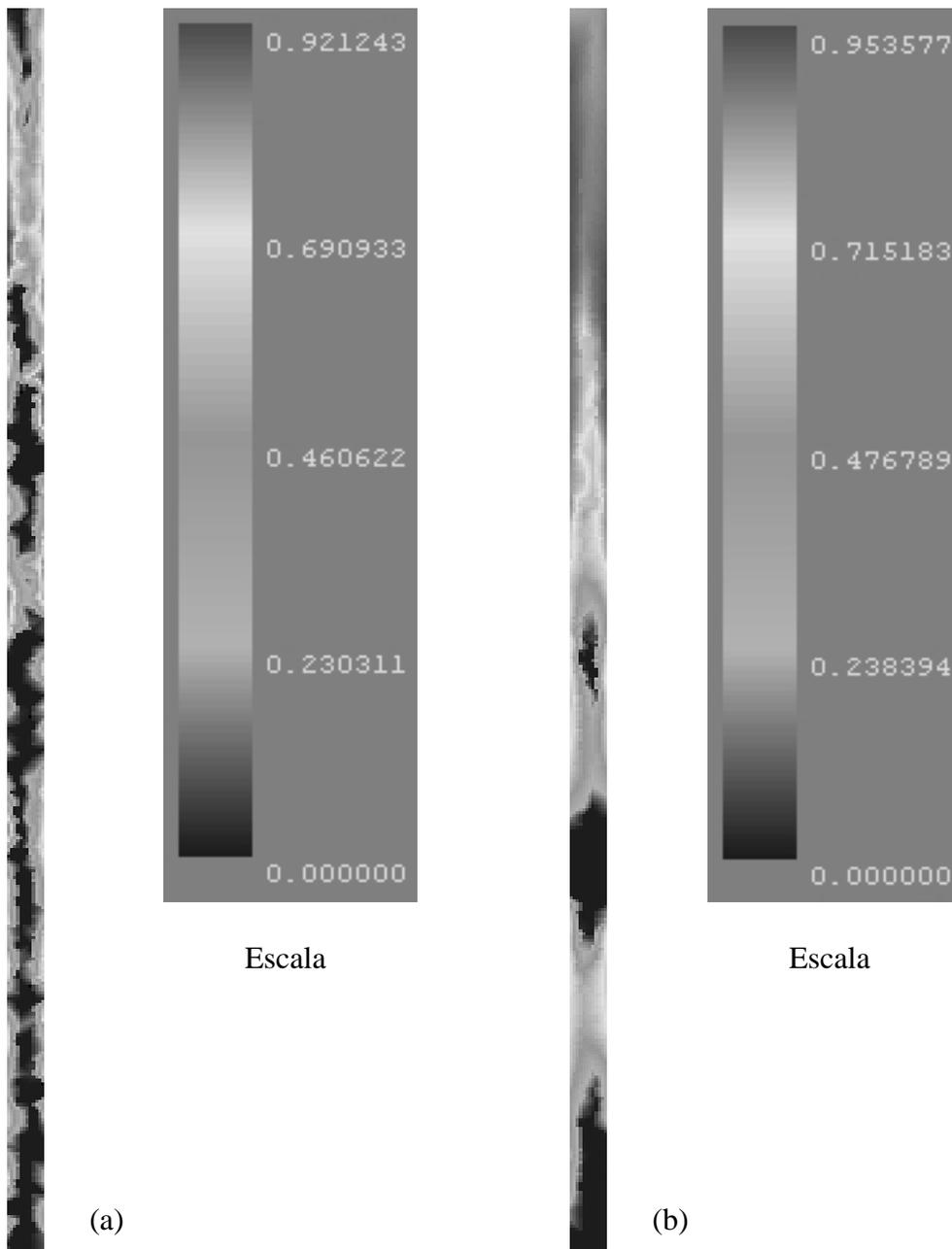


Figura 3 - Evolução do campo da fração de vazio (ϕ): (a) meio do transiente; (b) fim do transiente.

5. COMENTÁRIOS FINAIS

A formulação usada permite analisar problemas quase-incompressíveis, sem que seja preciso recorrer à aproximação incompressível. Assim, a equação de estado do fluido e seu comportamento termodinâmico não precisam ser descartados. Note que esta característica é imprescindível para viabilizar a metodologia bifásica adotada neste trabalho, onde a termodinâmica da mistura é modelada a partir do comportamento termodinâmico das fases.

Para a simulação de escoamentos bifásicos, o método utilizado parte dos balanços fundamentais da mecânica dos fluidos, e incorpora um modelo localmente homogêneo na definição das equações constitutivas que caracterizam a mistura. O método mostrou bom comportamento qualitativo na solução de problemas de escoamentos bifásicos água-vapor, abrangendo desde o regime subsônico até o regime supersônico. Por outro lado, são necessários modelos mais sofisticados para tensões turbulentas e para velocidade de deslizamento entre as fases para que se possa almejar resultados quantitativos confiáveis.

REFERÊNCIAS

- Delhaye, J.M., Giot, M. & Riethmuller, M.L., 1981, Thermohydraulics of Two-Phase Systems for Industrial Design and Nuclear Engineering, Hemisphere Publishing.
- De Sampaio, P.A.B. & Moreira, M.L., 2000, A new finite element formulation for both compressible and nearly incompressible fluid dynamics, International Journal for Numerical Methods in Fluids, vol. 32, pp. 51-78.
- Lapa, N.S., 1998, Um novo algoritmo computacional para análise termohidráulica de plantas industriais, M.Sc. thesis, Programa de Engenharia Nuclear, COPPE/UFRJ.
- Lesieur, M., 1990, Turbulence of Fluids, Academic Publishers, Holland.
- Moreira, M.L., 1998, Simulação computacional de escoamentos viscosos compressíveis / quase incompressíveis, D.Sc. thesis, Programa de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ.

SIMULATION OF TWO-PHASE FLOW FOR COMPRESSIBLE AND NEARLY INCOMPRESSIBLE REGIMES

Abstract. *A new finite element formulation for compressible and nearly incompressible problems is applied to the analysis of two-phase flows. The method allows the analysis of nearly incompressible flows without resorting to the incompressible fluid model. Thus, the fluid equation of state is not discarded from the model. This feature is of foremost importance for the approach adopted in this work, where the thermodynamic behaviour of the mixture is constructed from the thermodynamic behaviour of the individual phases. Numerical examples of two-phase steam-water mixtures are presented. The models employed to characterise turbulence and the two-phase mixture are rather simple. Nevertheless, the examples presented show good qualitative behaviour and serve to indicate further developments towards the computational simulation of two-phase flows.*

Keywords: *Computational Fluid Dynamics, Two-Phase Flow, Finite Elements*