ESTIMATIVA DO TERMO FONTE EM PROBLEMAS DE CONDUÇÃO DE CALOR NÃO–LINEARES COM O MÉTODO DE REGULARIZAÇÃO ITERADA DE ALIFANOV

Jiazheng Wang[1]**–** jiazheng@iprj.uerj.br
Jian Su– sujian@lmn.con.ufrj.br
Antônio J. Silva Neto [1,2,*] **–** ajsneto@iprj.uerj.br, ajsneto@lmn.con.ufrj.br
[1]Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, CP 97282, CEP 28601-970, Nova Friburgo, RJ, Brasil.
[2]Programa de Engenharia Nuclear – COPPE – Universidade Federal do Rio de Janeiro, CP 68509, CEP 21945-970, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Resumo. *Neste trabalho é considerado o problema inverso de estimativa de intensidades de fontes térmicas, com dependência espacial e temporal, em problemas de condução de calor não–lineares. É aqui apresentada a formulação e a solução do problema inverso usando o método da regularização iterada de Alifanov. É também apresentada uma comparação dos resultados obtidos com a formulação não–linear e uma aproximação obtida com uma formulação linear.*

***Palavras – chave** : Problemas inversos, Condução de calor não-linear, Gradiente conjugado, Problema adjunto.*

1. INTRODUÇÃO

O problema inverso clássico em condução de calor é aquele envolvendo condições de contorno onde busca-se determinar o fluxo de calor nas superfícies de contorno (Beck e Wolf, 1965, Alifanov,1974) ou temperatura (Alifanov e Artyukhin, 1976, Al-Najem e Özisik, 1985).

Outros problemas inversos em condução de calor que têm atraído a atenção de um grande número de pesquisadores devido à relevância tecnológica dos mesmos, envolvem a estimativa de propriedades térmicas, de condições iniciais e de fontes térmicas, sendo aqui citados apenas como exemplos os trabalhos de Soeiro *et al.* (2000), Silva Neto e Özisik (1994, 1994a) e Su e Silva Neto (1999), onde são listadas várias referências neste assunto. Outro exemplo interessante é aquele onde é estimado o campo de temperaturas em tratamentos de tumores por hipertermia a partir do conhecimento da temperatura em alguns pontos do mesmo (Liauh *et al.*, 1991). Visando aplicações em engenharia Alifanov *et al.* (1976) resolveram um problema semelhante onde foram estimados o fluxo de calor em uma superfície de contorno e o campo de temperaturas no interior de um meio.

A grande maioria dos trabalhos publicados sobre problemas inversos em condução de calor trata de problemas lineares. Porém, em algumas aplicações, onde ocorrem variações de

[*] Autor para correspondência.

temperatura significativas, o modelo linear pode não ser adequado, como por exemplo quando as propriedades térmicas apresentam uma forte dependência com a temperatura (Beck e Wolf, 1965, Beck, 1970, Alifanov e Artyukhin, 1976, Alifanov *et al.*, 1976, Mansour *et al.*, 1993).

Beck (1988) agrupou os problemas inversos em duas grandes classes: estimativa de parâmetros e estimativa de funções. Estas classes referem-se respectivamente à estimativa de objetos matemáticos de dimensão finita e de dimensão infinita. Silva Neto e Moura Neto (1999) propuseram uma classificação que leva em consideração não só a dimensão dos objetos matemáticos a serem estimados como também a dimensão do modelo matemático usado na formulação do problema direto. Os problemas inversos de estimativa de parâmetros são então divididos em problemas inversos dos tipos I e II onde no primeiro o modelo matemático é de dimensão finita, correspondendo, por exemplo, a um sistema de equações algébricas, e no segundo o modelo matemático é de dimensão infinita, dado, por exemplo, por uma equação diferencial ou uma equação integro-diferencial. Nestes dois tipos de problemas inversos as grandezas a serem estimadas são de dimensão finita, como por exemplo propriedades térmicas constantes ou coeficientes de expansão das incógnitas em funções prescritas. O problema inverso do tipo III corresponde aos casos em que o modelo matemático e os objetos matemáticos a serem estimados são de dimensão infinita, como por exemplo propriedades térmicas com dependência na temperatura, ou fontes térmicas ou condições de contorno com dependência no tempo.

Neste trabalho é considerada a estimativa da intensidade de uma fonte térmica, com dependência espacial e temporal usando medidas transientes de temperatura no interior e no contorno de um meio onde as propriedades térmicas variam com a temperatura, caracterizando, portanto, um problema de transferência de calor não–linear (Silva Neto *et al.*, 1999). Este é um problema inverso de estimativa de função, ou seja, do tipo III. Para este tipo de problema inverso o método de regularização iterada de Alifanov (1975) tem sido usado com sucesso. Jarny *et al.* (1991) fizeram uma apresentação extremamente elegante deste método para problemas lineares. Prud'homme e Nguyen (1998) analisaram a convergência e as propriedades de regularização deste método. Orlande e Özisik (1993) abordaram um problema semelhante àquele considerado neste trabalho sendo que a intensidade da fonte térmica estava relacionada à temperatura segundo a equação de Arrhenius.

São apresentados a seguir os passos necessários para a implementação do método de regularização iterada de Alifanov com base no método de minimização com o gradiente conjugado, onde o gradiente é obtido com a solução do problema adjunto ao problema de sensibilidade (Moura Neto e Silva Neto, 2000). São apresentados também os resultados obtidos para um caso-teste.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA E SOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO

Considere um meio unidimensional sujeito a uma condição de contorno de Neumann com fluxo prescrito nulo (isolamento térmico) em $x = 0$, e uma condição de contorno de Robin na superfície $x = a$, onde a é a espessura do meio, correspondendo a uma troca de calor por convecção com um fluido na temperatura T_f. Este meio encontra-se no instante $t = 0$ a uma temperatura constante T_0, e a partir deste instante uma fonte volumétrica interna de intensidade $g(x,t)$ começa a liberar calor.

A formulação matemática do problema de condução de calor em que as propriedades térmicas do meio variam com a temperatura, é dada por

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k(T)\frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right) + g(x,t) = C(T)\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \qquad \text{em } 0 < x < a, \text{ para } t > 0 \qquad (1a)$$

$$\left.\frac{\partial T(x,t)}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \qquad \text{em } x = 0, \text{ para } t > 0 \tag{1b}$$

$$-k(T)\left.\frac{\partial T(x,t)}{\partial x}\right|_{x=a} = h[T(x,t)|_{x=a} - T_f] \qquad \text{em } x = a, \text{ para } t > 0 \tag{1c}$$

$$T(x,t) = T_0 \qquad \text{em } 0 \le x \le a, \text{ para } t = 0 \tag{1d}$$

onde k é a condutividade térmica, h é o coeficiente de troca térmica por convecção e $C(T) = \rho c_P(T)$, com ρ representando a massa específica e c_P o calor específico.

No problema direto as propriedades materiais, o termo de geração térmica, as condições de contorno, a condição inicial e a geometria do meio são conhecidos, podendo ser calculada então a distribuição de temperaturas em qualquer ponto do meio para qualquer instante t.

Quando uma ou mais destas grandezas são desconhecidas, mas medidas experimentais da variação da temperatura com o tempo para algumas posições do meio estão disponíveis, tem-se um problema inverso através do qual tenta-se estimar as grandezas desconhecidas. O problema inverso considerado neste trabalho é resolvido com um procedimento iterativo que utiliza a solução do problema direto (1) empregando as estimativas para a intensidade da fonte térmica que são obtidas ao longo do mesmo. Para a solução do problema direto (1) foi utilizada uma aproximação por diferenças finitas. Para testar a rotina computacional desenvolvida foram usadas uma formulação explícita e uma formulação implícita.

3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA E SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO

Conforme mencionado nas seções anteriores é resolvido neste trabalho o problema inverso da estimativa da intensidade de fonte térmica no problema de transferência de calor não – linear usando o método de regularização iterada de Alifanov (1975) com base no método de minimização com o gradiente conjugado.

Este problema inverso de tipo III é formulado matematicamente como um problema de otimização de dimensão infinita (Silva Neto e Moura Neto, 1999) onde busca-se uma solução em um espaço de funções, visando minimizar o funcional de resíduos quadrados

$$J[g(x,t)] \equiv J[g] = \frac{1}{2}\int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{M} [T(x_m,t) - Z_m(t)]^2\, dt \tag{2}$$

onde $T(x_m,t)$ é a temperatura calculada nas posições x_m, m=1,2,...,M, onde estão localizados os sensores de temperatura, $Z_m(t)$ é a temperatura medida por estes sensores, M é o número total de sensores, e [0, t_f] é o intervalo no qual são realizadas as medidas experimentais.

3.1 Minimização com o método do gradiente conjugado

Visando minimizar o funcional (2) é usado o método do gradiente conjugado. Neste método são obtidas estimativas para a intensidade da fonte térmica com o seguinte procedimento iterativo:

$$g^{n+1}(x,t) = g^n(x,t) - \beta^n P^n(x,t) \qquad \text{n = 0, 1, 2, ...} \tag{3}$$

onde n é o contador de iterações, e β^n especifica o tamanho do passo a ser dado na direção de busca $P^n(x,t)$, sendo

$$P^n(x,t) = J'_{g^n}(x,t) + \gamma^n P^{n-1}(x,t) \qquad \text{com } \gamma^0 = 0 \tag{4}$$

onde γ^n é o coeficiente conjugado e $J'_{g^n}(x,t)$ é o gradiente do funcional. O cálculo de β^n e γ^n será detalhado na seção 3.4.

Para a determinação do passo β^n e do gradiente $J'_{g^n}(x,t)$ são usados o problema de sensibilidade e o problema adjunto. Conforme mostrado por Silva Neto *et al.* (1999) o problema adjunto é adjunto ao problema de sensibilidade.

3.2 Problema de sensibilidade

Considere a situação representada na Fig.1 onde é construída uma família a um parâmetro, $g^\varepsilon(x,t)$, onde

$$g^\varepsilon\Big|_{\varepsilon=0}(x,t) = g(x,t) \quad \text{e} \quad \left.\frac{dg^\varepsilon}{d\varepsilon}\right|_{\varepsilon=0}(x,t) = \tilde{g}(x,t) \tag{5 a, b }$$

de forma que uma pequena perturbação em $g(x,t)$ pode ser dada por

$$g^\varepsilon(x,t) = g(x,t) + \varepsilon\, \tilde{g}(x,t) \tag{6}$$

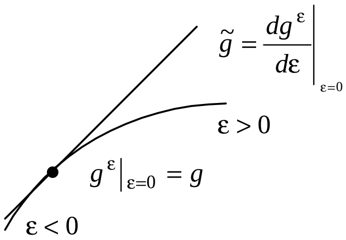


Figura 1 – Construção de uma pequena perturbação em $g(x,t)$.

Substituindo $g(x,t)$ nas Eqs.(1a-d) por $g^\varepsilon(x,t)$ e $T(x,t)$ por $T^\varepsilon(x,t)$, e derivando a equação resultante com relação a ε para $\varepsilon = 0$, obtém-se o problema de sensibilidade

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k(T)\frac{\partial \tilde{T}(x,t)}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(A\tilde{T}(x,t)\right) + B\tilde{T}(x,t) + \tilde{g}(x,t) = C(T)\frac{\partial \tilde{T}(x,t)}{\partial t}$$

em $0 < x < a$, para $t > 0$ (7a)

$$\frac{\partial \tilde{T}(x,t)}{\partial x} = 0 \qquad \text{em } x = 0, \quad \text{para } t > 0 \tag{7b}$$

$$-k(T)\frac{\partial \tilde{T}(x,t)}{\partial x} = H\tilde{T}(x,t) \qquad \text{em } x = a, \quad \text{para } t > 0 \tag{7c}$$

$$\tilde{T}(x,t) = 0 \qquad \text{em } 0 \le x \le a, \quad \text{para } t = 0 \tag{7d}$$

onde

$$\tilde{T}(x,t) = \left.\frac{d}{d\varepsilon}\right|_{\varepsilon=0} T^\varepsilon(x,t) \tag{8}$$

$$A = A(x,t) = \frac{dk(T(x,t))}{dT}\frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \tag{9a}$$

$$B = B(x,t) = -\frac{dC(T(x,t))}{dT}\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \tag{9b}$$

$$H = H(t) = h + \frac{dk(T(a,t))}{dT}\frac{\partial T(a,t)}{\partial x} \tag{9c}$$

3.3 Problema adjunto e equação do gradiente

Neste trabalho é empregada a mesma regra operacional utilizada por Silva Neto e Özisik (1994a), no caso do problema de condução de calor linear, para a obtenção do problema adjunto, cuja solução fornece o gradiente a ser usado no procedimento iterativo para minimização do funcional J com o método do gradiente conjugado descrito na seção 3.1. Moura Neto e Silva Neto (2000) apresentaram uma forma equivalente para a obtenção do problema adjunto e da equação do gradiente usando conceitos básicos de análise funcional.

Nesta regra operacional é montado um Lagrangiano (Silva Neto e Moura Neto, 1999) a partir do funcional de resíduos quadrados (2) onde a Eq. (1a) é usada como restrição

$$\begin{aligned} J[g] = \frac{1}{2}\int_0^{t_f}\sum_{m=1}^{M}[T(x_m,t) - Z_m(t)]^2\,dt + \int_0^a\int_0^{t_f}\lambda(x,t)\bigg[\frac{\partial}{\partial x}\left(k(T(x,t))\frac{\partial T(x,t)}{\partial x}\right) \\ + g(x,t) - C(T(x,t))\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}\bigg]dtdx \end{aligned} \tag{10}$$

onde $\lambda(x,t)$ é a função adjunta.

Assim como foi feito para a obtenção do problema de sensibilidade, primeiro substitui-se $g(x,t)$ na Eq. (10) por $g^{\varepsilon}(x,t)$ e $T(x,t)$ por $T^{\varepsilon}(x,t)$, sendo tomada então a derivada da equação resultante com relação a ε, para $\varepsilon = 0$. Após este primeiro passo são realizadas então integrações por partes nos termos com derivadas no espaço e no tempo, sendo introduzidas neste processo as informações fornecidas pelas condições de contorno e condição inicial do problema direto (1) e do problema de sensibilidade (7). Exigindo então que os termos que multiplicam $\tilde{T}(x,t)$ na equação resultante se anulem, obtém-se

$$k(T(x,t))\frac{\partial^2\lambda(x,t)}{\partial x^2} + \sum_{m=1}^{M}[T(x_m,t) - Z_m(t)]\delta(x - x_m) = -C(T(x,t))\frac{\partial\lambda(x,t)}{\partial t}$$

em $0 < x < a$, para $t > 0$ (11a)

$$\frac{\partial\lambda(x,t)}{\partial x} = 0 \qquad \text{em } x = 0, \quad \text{para } t > 0 \tag{11b}$$

$$-k(T)\frac{\partial\lambda(x,t)}{\partial x} = h\lambda(x,t) \qquad \text{em } x = a, \quad \text{para } t > 0 \tag{11c}$$

$$\lambda(x,t) = 0 \qquad \text{em } 0 \le x \le a, \quad \text{para } t = t_f \tag{11d}$$

sendo esta a formulação do problema adjunto que conforme pode ser observado na Eq. (11d) é um problema de valor final. Deste procedimento resta

$$dJ_g[\tilde{g}] = \int_0^{t_f}\int_0^{a}\lambda(x,t)\tilde{g}(x,t)dxdt \tag{12}$$

Usando a definição de gradiente,

$$dJ_g[\tilde{g}] = \int_0^{t_f}\int_0^{a}J'_g(x,t)\tilde{g}(x,t)dxdt \tag{13}$$

conclui-se a partir de uma comparação direta com a Eq.(12) que

$$J'_g(x,t) = \lambda(x,t) \tag{14}$$

3.4 Cálculo do tamanho do passo β^n e do coeficiente conjugado γ^n

Para o uso do método de minimização com o gradiente conjugado é necessário determinar o tamanho do passo β^n a ser dado na direção de busca P^n. Este valor é determinado minimizando o funcional $J[g^{n+1}(x,t)]$ com relação a β^n,

$$\min_{\beta^n} J[g^{n+1}(x,t)] = \min_{\beta^n} \frac{1}{2}\int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{M} [T(g^n - \beta^n P^n) - Z_m]^2\, dt\ . \tag{15}$$

É feita uma expansão de Taylor para a $T(g^n - \beta^n P^n)$ retendo até os termos de primeira ordem, e é escrita então a equação do ponto crítico $\partial J / \partial \beta^n = 0$. Usando mais uma expansão de Taylor onde são novamente retidos os termos até primeira ordem

$$T(g^n + P^n) = T(g^n) + \frac{\partial T}{\partial g^n} P^n \tag{16}$$

obtém-se

$$\beta^n = \frac{\sum_{m=1}^{M} \int_0^{t_f} [T(g^n) - Z_m]\tilde{T}(P^n)\, dt}{\sum_{m=1}^{M} \int_0^{t_f} [\tilde{T}(P^n)]^2\, dt} \tag{17}$$

Observe que neste ponto foi usada a seguinte aproximação: $\tilde{T}(P^n) = T(g^n + P^n) - T(g^n)$. Este procedimento é realizado quando o problema direto é linear, de forma que uma pequena perturbação no termo fonte, $\Delta g = P$, leva a uma pequena variação na temperatura. Em suma, estamos usando aqui, como uma aproximação, um procedimento válido para problemas lineares.

Existem várias maneiras para o cálculo do coeficiente conjugado γ^n, sendo a mais usual

$$\gamma^n = \frac{\int_0^{t_f}\int_0^{a} [J'_{g^n}(x,t)]^2\, dx dt}{\int_0^{t_f}\int_0^{a} [J'_{g^{n-1}}(x,t)]^2\, dx dt} \qquad \text{n = 1, 2, ...} \tag{18}$$

3.5 Critério de parada

O problema inverso aqui descrito é mal–condicionado o que faz com que o ruído presente no dado experimental seja amplificado, podendo comprometer a qualidade da estimativa que está sendo realizada. No método de regularização iterada o nível de ruído presente no dado experimental é usado como uma medida para critério de parada do procedimento iterativo de forma a evitar este problema.

Considerando que para qualquer sensor, em qualquer instante de tempo, a diferença entre a temperatura medida e a temperatura calculada seja da ordem do desvio padrão do erro experimental σ, i.e. $|T(x_m, t) - Z_m| \approx \sigma$, da Eq. (2) obtém-se

$$\bar{J} = \frac{1}{2} M \sigma^2 t_f \tag{19}$$

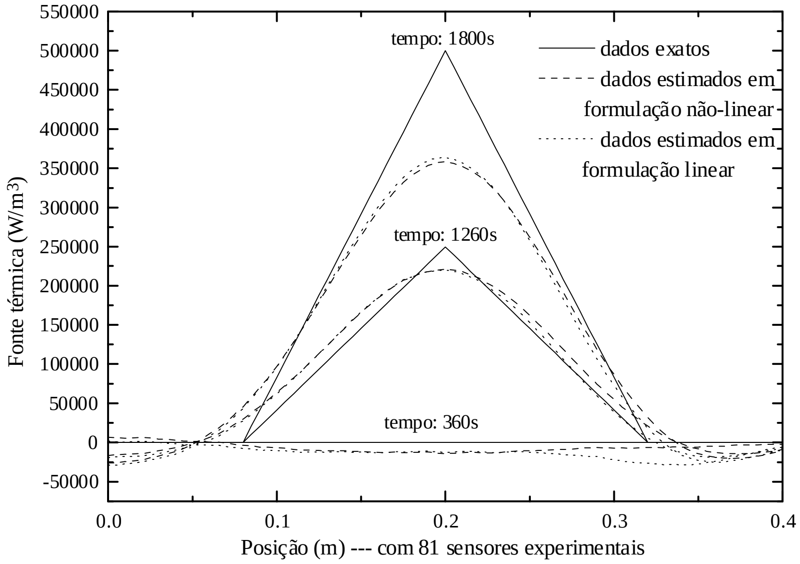
Como a partir deste ponto está-se exigindo que as temperaturas calculadas se aproximem excessivamente das temperaturas medidas que contêm ruídos experimentais de alta freqüência, que ao serem amplificados farão com que as estimativas para $g(x,t)$ também apresentem componentes espúrios de alta freqüência, deve-se interromper, portanto, o procedimento iterativo descrito pela Eq. (3) quando

$$J[g^{n+1}] \approx \bar{J} \tag{20}$$

Este é o conhecido princípio da discrepância de Morozov (Kirsch,1996).

4 RESULTADOS E CONCLUSÕES

A metodologia descrita nas seções anteriores foi aplicada a um caso teste onde a intensidade da fonte térmica varia linearmente tanto na posição quanto no tempo.



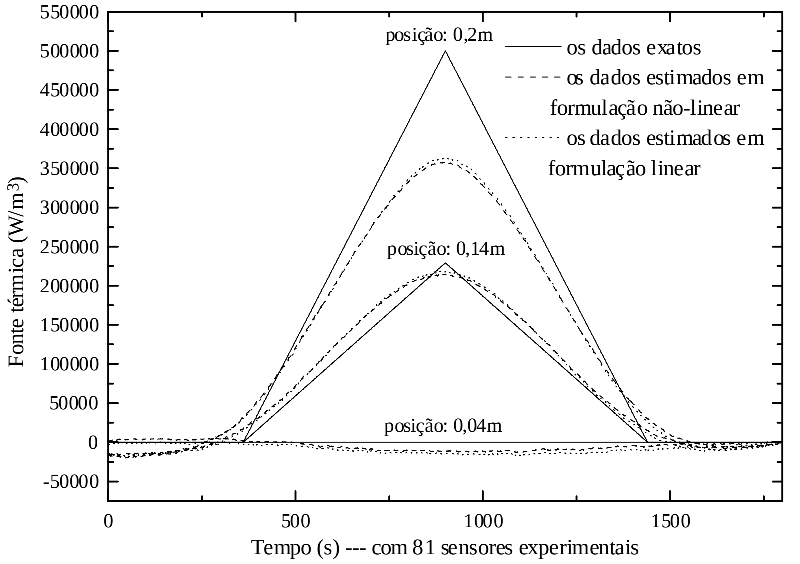


Figura 1 – Estimativas para a fonte térmica com 81 sensores de temperatura.

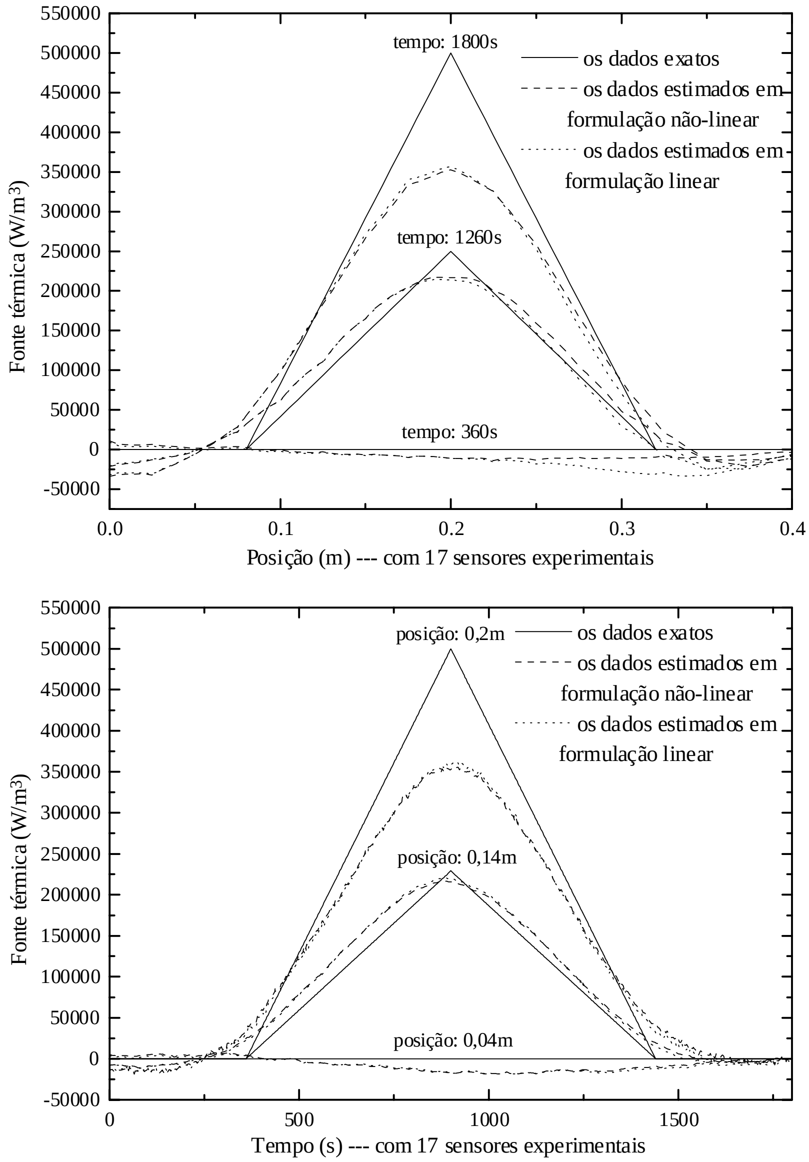


Figura 2 – Estimativa para a fonte térmica com 17 sensores de temperatura .

Para a solução do problema inverso foram usados dados experimentais sintéticos gerados a partir da adição de erros randômicos aos valores calculados para a temperatura usando o valor exato para a intensidade da fonte térmica. Para a solução do problema direto, do problema de sensibilidade e do problema adjunto, foi usada uma aproximação por diferenças finitas com formulação explícita. A malha computacional continha 81 nós espaciais e foi usado o intervalo de tempo $\Delta t = 0{,}5s$. Em todos os casos-teste considerados foi usado o seguinte valor para o coeficiente de troca térmica: $h = 1000$ W/(m^2.°C).

Nas Figs. 1 e 2 são apresentados os valores exatos para a fonte térmica bem como as estimativas obtidas com a formulação não–linear. Para efeito de comparação são também apresentadas as estimativas obtidas considerando a formulação linear do problema de transferência de calor por condução com valores constantes para a condutividade térmica e o calor específico. Na Fig. 1 são considerados 81 sensores de temperatura uniformemente distribuídos no meio enquanto para os resultados apresentados na Fig. 2 foram considerados 17 sensores de temperatura também uniformemente distribuídos. Observa-se que as estimativas com 81 sensores são melhores do que aquelas obtidas com 17 sensores.

Nos casos–teste apresentados observa-se que os resultados obtidos com a formulação não–linear são um pouco melhores que aqueles obtidos com a formulação linear.

Para todos os casos aqui apresentados foi necessário um número de iterações inferior a 7 para dados experimentais sintéticos com erro da ordem de 4%. Isto representou um custo computacional da ordem de 3 minutos de CPU em um computador IBM compatível, com processador Pentium II 400 MHz.

O método de regularização iterada de Alifanov foi aplicado, portanto, com sucesso na solução do problema inverso de transferência de calor por condução tanto para o problema linear quando para o problema não-linear. A *priori* quando se está resolvendo um problema inverso não se sabe a influência da variação das propriedades materiais com a temperatura. Foi demonstrado então que esta variação pode influir nas estimativas da intensidade da fonte térmica.

Para a variação das propriedades térmicas com a temperatura foram usados polinômios de segundo grau que permitiram simular situações em que o valor máximo correspondia ao dobro do valor mínimo.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Prof. Francisco D. Moura Neto do Instituto Politécnico da UERJ pelo auxílio fundamental na formulação do problema inverso. Os autores agradecem também à FAPERJ pelo apoio financeiro durante a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

Alifanov, O. M., 1974, Application of the Regularization Principle to the Formulation of Approximate Solutions of Inverse Heat Conduction Problems, Journal of Engineering Physics, Vol. 26, No. 6, pp. 1566-1571.

Alifanov, O. M., 1975, Solution of an Inverse Problem of Heat Conduction by Iteration Methods, Journal of Engineering Physics, Vol.26, No.4, pp.471-476.

Alifanov, O. M. e Artyukhin, E. A., 1976, Regularized Numerical Solution of Nonlinear Inverse Heat Conduction Problem, Journal of Engineering Physics, Vol.29, No.1, pp.934-938.

Alifanov, O. M., Artyukhin, E. A. e Pankratov, B. M., 1976, Solution of the Nonlinear Inverse Problem for a Generalized Heat – Conduction Equation in a Region with Moving Boundaries, Journal of Engineering Physics, Vol.29, No.1, pp.928-933.

Al-Najem, N. M. e Özisik, M. N., 1985, On the Solution of Three – Dimensional Inverse Heat Conduction in Finite Media, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 28, No.11, pp.2121-2128.

Beck, J. V. e Wolf, H., 1965, The Nonlinear Inverse Heat Conduction Problem, Proc. ASME-AIChE Heat Transfer Conference, Los Angeles, Estados Unidos, pp. 1-11.

Beck, J. V., 1970, Nonlinear Estimation Applied to the Nonlinear Inverse Heat Conduction Problem, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.13, pp.703-716.

Beck, J. V., 1988, Combined Parameter and Function Estimation in Heat Transfer with Application to Contact Conductance, Journal of Heat Transfer, Vol.110, pp.1046-1058.

Jarny, Y., Özisik, M. N. e Bardon, J. P., 1991, A General Optimization Method Using Adjoint Equation for Solving Multidimensional Inverse Heat Conduction, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.34, No.11, pp.2911-2919.

Kirsch, A., 1996, An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems, Applied Mathematical Sciences, Vol.120, Springer, New York.

Liauh, C. - T., Clegg, S. T. e Roemer, R. B., 1991, Estimating Three–Dimensional Temperature Fields During Hyperthermia: Studies of the Optimal Regularization Parameter and Time Sampling Period, Journal of Biomechanical Engineering, Vol.113, pp. 230-238.

Mansour, A. R., Taqieddin, S. e Jawad, Y. A., 1993, An Analytical Analysis for the Prediction of Nonlinear Inverse Temperature Profiles in Solid Explosives, Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol.20, pp. 811-820.

Moura Neto, F. D. e Silva Neto, A. J., 2000, Two Equivalent Approaches to Obtain the Gradient in Algorithms for Function Estimation in Heat Conduction Problems, 2000 National Heat Transfer Conference, Pittsburgh, Estados Unidos, aceito para apresentação.

Orlande, H. R. B. e Özisik, M. N., 1993, Determination of the Reaction Function in a Reaction – Diffusion Parabolic Problem, Proc. 1st International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice, Flórida, Estados Unidos, pp.117-124.

Prud'homme, M. e Nguyen, T. H., 1998, On the Iterative Regularization of Inverse Heat Conduction Problems by Conjugate Gradient Method, Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol.25, No.7, pp.999-1008.

Silva Neto, A. J. e Özisik, M. N.,1994, An Inverse Heat Conduction Problem of Unknown Initial Condition, Proc. 10th International Heat Transfer Conference, Brighton, Inglaterra.

Silva Neto, A. J. e Özisik, M. N., 1994a, The Estimation of Space and Time-Dependent Strength of a Volumetric Heat Source in a One – Dimensional Plate, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.37, No.6, pp. 909-915.

Silva Neto, A. J., Moura Neto, F. D. e Su, J., 1999, Function Estimation with the Conjugate Gradient Method in Linear and Non – Linear Heat Conduction problems, Anais do XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Águas de Lindóia, São Paulo.

Silva Neto, A. J. e Moura Neto, F. D., 1999, Escolha de Modelos – Problemas Inversos em Engenharia, Notas de Aula do Minicurso Técnico MC05, XXII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, Santos, São Paulo.

Soeiro, F. J. C. P., Carvalho, G. e Silva Neto, A. J., 2000, Estimativa de Propriedades Térmicas de Materiais Poliméricos com o Método do Recozimento Simulado, Anais do VIII Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas, Porto Alegre, Rio Grande do Sul.

Su, J. e Silva Neto, A. J., 1999, Heat Source Estimation with the Conjugate Gradient Method in Inverse Linear Diffusive Problems, Proc. 1st International Conference on Engineering Thermophysics, Beijing, China, pp.377-384.

SOURCE TERM ESTIMATION IN NONLINEAR HEAT CONDUCTION PROBLEMS WITH ALIFANOV'S ITERATIVE REGULARIZATION METHOD

Abstract. In this work we consider the inverse problem of heat sources intensity estimation, with spatial and timewise dependency, in nonlinear heat conduction problems. The formulation and solution of the inverse problem with Alifanov's iterative regularization method is presented. A comparison is done between the results obtained with the non-linear formulation and those resulting from an approximation with a linear formulation.

Key-words: Inverse problems, Nonlinear heat conduction, Conjugate gradient, Adjoint problem.