



XIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica - 13 a 17/08/2012 - São Carlos-SP
Artigo CREEM2012

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA DE SUSPENSÃO DE UM VEÍCULO NO DOMÍNIO DO TEMPO

Rafael Quelho de Macedo e Flávio Yukio Watanabe

UFSCar, Universidade Federal de São Carlos, Curso de Engenharia Mecânica
Campus São Carlos - Bairro Monjolinho - CEP 13565-905 - São Carlos - São Paulo
E-mail para correspondência: rafael.quelho@gmail.com

Introdução

Veículos automotores terrestres são máquinas complexas compostas por vários sistemas integrados dinamicamente entre si e também com a pista sobre a qual o veículo trafega. As bases de uma análise teórica da dinâmica de veículos que proporcione resultados confiáveis e de qualidade são modelos físicos e matemáticos que representem adequadamente o problema estudado. Dentre as técnicas de modelagem utilizadas na área de dinâmica de veículos destacam-se as que representam os sistemas reais por meio de modelos físicos compostos por sistemas multicorpos com parâmetros concentrados, sistemas de elementos finitos e sistemas de elementos contínuos. Cada uma destas técnicas tem suas vantagens e limitações e a opção por uma delas depende basicamente da complexidade geométrica e as características de rigidez dos componentes modelados, além do consequente número de graus de liberdade - gdl do modelo, que está diretamente relacionado com sua complexidade matemática (Popp e Schiehlen, 2010).

A técnica de modelagem e simulação utilizando sistemas multicorpos de parâmetros concentrados tem sido amplamente empregada nos processos de projeto, análise e otimização de suspensões veiculares, devido à sua versatilidade de aplicação, exatidão na representação do sistema modelado e relativa simplicidade. A dinâmica do movimento geral de um veículo em uma pista é usualmente analisada diferenciando-se os movimentos longitudinal, lateral e vertical (Gillespie, 1992; Wong, 2001; Jazar, 2008), e nestas análises as características elásticas dos pneus devem ser consideradas para que os modelos representem adequadamente os sistemas reais.

O estudo da dinâmica vertical de veículos constitui num importante recurso de projeto e desenvolvimento de sistemas de suspensão veicular que devem desempenhar, com eficiência, três funções principais: isolamento, aderência e estabilidade (Gillespie, 1992). Os modelos multicorpos para o estudo da dinâmica vertical de um veículo podem representar apenas $\frac{1}{4}$ do veículo, com 1 ou 2 gdl(s), $\frac{1}{2}$ veículo na direção longitudinal ou frontal, com 2 ou 4 gdl, ou até um veículo completo com 7 gdl (Jazar, 2008). O número de gdl(s) dos modelos depende basicamente dos tipos de movimentos considerados (translações e rotações), da separação das massas suspensa (chassi) e não suspensa (roda e pneu) e de outros elementos adicionais analisados, como o assento do piloto. Usualmente, assume-se nestes modelos que o chassi do veículo é um elemento rígido, ou seja, com deformações que podem ser desprezadas quando comparadas com as de outros elementos como pneus e molas.

O modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo é muito utilizado devido à sua simplicidade e, apesar de suas limitações inerentes, possibilita o desenvolvimento de diversos estudos relacionados ao movimento vertical (*bounce*) de um veículo, tais como, a estimativa do ângulo de arfagem (*pitch*) de um veículo passando sobre um obstáculo (Gillespie, 1992). Modelos de $\frac{1}{2}$ veículo incorporam um movimento angular de rolagem (*roll*) em modelos longitudinais, similares a uma bicicleta, ou de arfagem (*pitch*) em modelos frontais, além do movimento vertical (Jazar, 2008). Com esse tipo de modelo foram desenvolvidos estudos, por exemplo, sobre a comparação entre suspensões passiva, semi-ativa com fluido magneto-reológico ou ativa (Moura, 2003).

Os modelos de um veículo completo são mais complexos, pois conjugam o movimento vertical (*bounce*) e os movimentos angulares de rolagem (*roll*) e arfagem (*pitch*) do chassi, além dos verticais das rodas. Com este tipo de modelo, Shirahatt *et al.* (2008) apresentaram um processo de otimização dos parâmetros de uma suspensão passiva ou ativa na etapa de projeto para garantir níveis adequados de conforto aos passageiros.

A incorporação das não linearidades dos elementos elásticos e de amortecimento nos modelos dinâmicos de uma suspensão veicular faz com que estes modelos representem mais fielmente o comportamento dos sistemas reais. Essas não linearidades podem ser representadas por modelos matemáticos (Rill, 2009), identificadas experimentalmente (Dixon, 2007; Titurus, 2010), ou levantadas a partir de informações técnicas disponibilizadas por fabricantes.

O presente trabalho tem como objetivo apresentar o processo de modelagem matemática e de análise numérica do comportamento dinâmico vertical de um veículo *off road* modelado a partir de sistemas multicorpos e que pode ser submetido a diferentes tipos de irregularidades na pista, considerando-se elementos passivos de suspensão. Os modelos e as análises apresentadas são de ¼ de veículo e de ½ veículo e os resultados obtidos são os deslocamentos verticais ou angulares de cada “corpo”.

Modelagem Matemática dos Sistemas de Suspensão Veicular

Tradicionalmente, sistemas multicorpos com n gdl são modelados matematicamente aplicando-se o método de Newton-Euler ou o método de Lagrange para se obter o conjunto de n equações diferenciais de movimento do sistema. No método de Newton-Euler, cada um dos elementos de inércia em movimento de translação e/ou de rotação é representado isoladamente em um diagrama de corpo livre, juntamente com todos aos esforços externos e internos de inércia, rigidez e amortecimento que atuam no elemento. No método de Lagrange não é necessário isolar cada elemento de inércia do modelo em um diagrama de corpo livre, mas é preciso escrever as expressões de energias potenciais, cinéticas e dissipadas do sistema e aplicar-se a equação de Lagrange.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = f_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

onde

- K - energia cinética do sistema
- V - energia potencial do sistema
- D - energia dissipada no sistema
- f_i - forças externas
- q_i - coordenadas generalizadas

No presente trabalho, foi utilizado o método de Lagrange, uma vez que o equacionamento se torna relativamente mais simples quando se têm vários elementos de inércia envolvidos no processo de modelagem. O conjunto de n equações diferenciais de movimento de um sistema com n gdl pode ser representado de forma simplificada, utilizando-se a notação matricial dada pela Eq. (2).

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = f \quad (2)$$

onde

- $[M]$ - matriz de inércia
- $[C]$ - matriz de amortecimento
- $[K]$ - matriz de rigidez
- x, \dot{x}, \ddot{x} - vetores de posição, velocidade e aceleração, respectivamente
- f - vetor de esforços externos

Inicialmente, foi modelado o sistema de suspensão de ¼ de veículo com 3 gdl, representado na Fig. 1a pelo conjunto de três elementos de inércia, sendo uma não suspensa do conjunto de componentes associados à roda (m_1), uma massa suspensa de parte do chassi (m_2) e uma massa do conjunto assento-piloto (m_3). Aplicando a equação de Lagrange obtém-se o conjunto de 3 equações diferenciais de movimento do sistema que podem ser representadas matricialmente como na Eq. (2) e as matrizes e vetores correspondentes a este modelo são apresentados no Apêndice.

A Fig. 1b ilustra um modelo do sistema de suspensão de ½ veículo com 4 gdl, representado na direção longitudinal. Neste modelo não foram considerados os elementos que representam o conjunto assento-piloto, mas o chassi foi representado por um elemento de inércia (m, I_z) com movimentos de translação e rotação, apoiado em uma roda dianteira (m_1) e uma roda traseira (m_2) por meio dos elementos da suspensão. A coordenada angular θ do chassi permite descrever o movimento denominado por arfagem ou *pitch*. Mais uma vez, aplicando a equação de Lagrange obtém-se o conjunto de 4 equações diferenciais de movimento do

sistema que podem ser representadas matricialmente como na Eq. (2) e as matrizes e vetores associados também são apresentados no Apêndice.

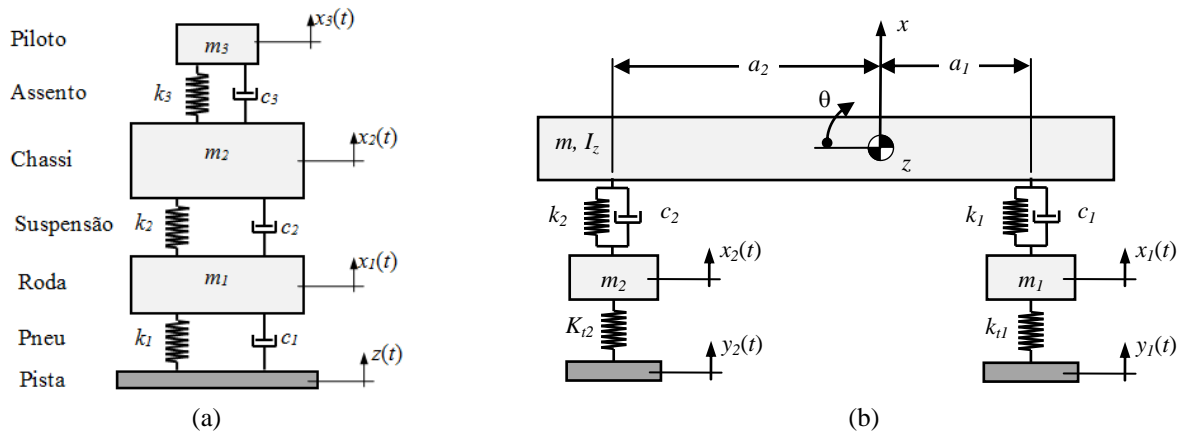


Figura 1 – (a) Modelo do sistema de suspensão de ¼ de veículo com 3 gdl e
(b) Modelo do sistema de suspensão de ½ veículo com 4 gdl

Simulação Computacional no MATLAB/SIMULINK

Neste trabalho, o programa MATLAB juntamente com o *toolbox* SIMULINK foram empregados para realizar a simulação dos modelos no domínio do tempo, considerando que o veículo desloca-se ao longo de uma pista horizontal com um obstáculo no formato de uma lombada de perfil senoidal de comprimento L e altura H , ilustrada na Fig. 2, e cuja função $z(t)$ é parametrizado no tempo e obtido em função da velocidade transversal v do carro.

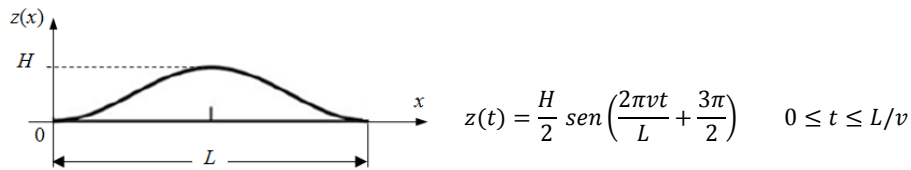


Figura 2 – Modelo de lombada senoidal

A Fig. 3 apresenta o modelo MATLAB/SIMULINK do sistema de suspensão de ¼ de veículo.

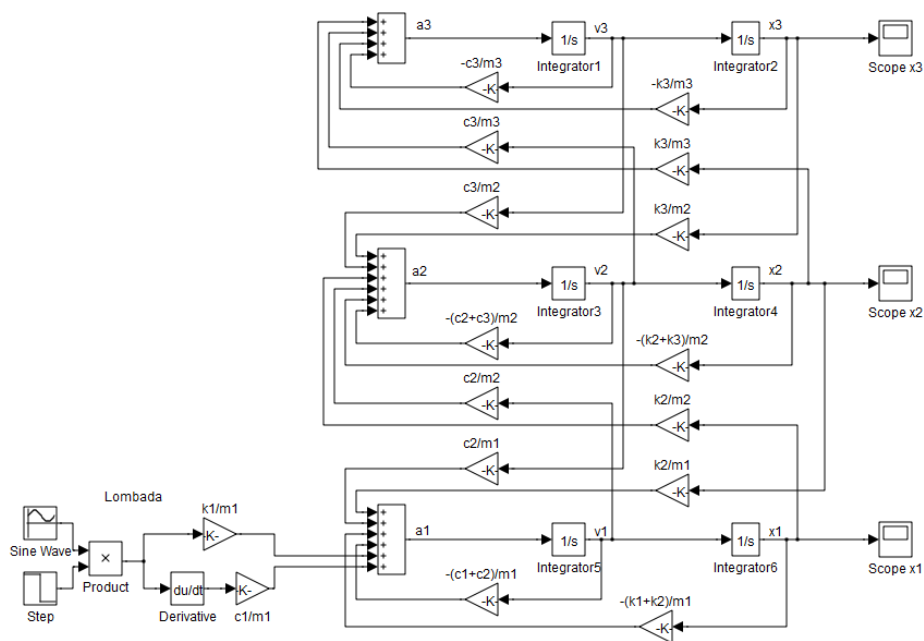


Figura 3 – Modelo MATLAB/SIMULINK do sistema de suspensão de ¼ de veículo

Os parâmetros do modelo de ¼ de veículo e os da lombada adotados neste estudo são apresentados na Tab. 1 e serão utilizados na simulação computacional no domínio do tempo.

Parâmetros do modelo	Valor adotado
Massa do conjunto da roda	$m_1 = 75$ kg
Massa de ¼ do chassi	$m_2 = 400$ kg
Massa do assento-piloto	$m_3 = 72,5$ kg
Rigidez do pneu	$k_1 = 150$ kN/m
Rigidez da suspensão	$k_2 = 35$ kN/m
Rigidez do assento	$k_3 = 90$ kN/m
Amortecimento do pneu	$c_1 = 100$ Ns/m
Amortecimento da suspensão	$c_2 = 1000$ Ns/m
Amortecimento do assento	$c_3 = 100$ Ns/m
Lombada	$H = 15$ cm e $L = 1,5$ m

Um modelo MATLAB/SIMULINK do sistema de suspensão de ½ veículo, similar ao apresentado na Fig. 3, foi elaborado, mas utilizando o recurso de agrupamento de blocos em subsistemas, tendo em vista o número elevado de blocos e a complexidade do modelo. Este modelo é apresentado na Fig. 4 e os parâmetros utilizados neste estudo são apresentados na Tab. 2.

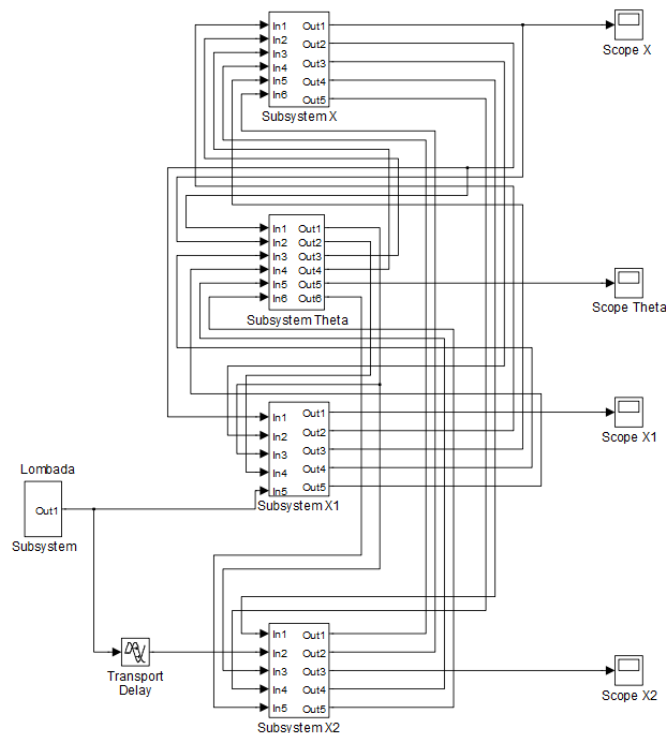


Figura 4 – Modelo MATLAB/SIMULINK do sistema de suspensão de ½ veículo

Parâmetro do modelo	Valor adotado
Massa de ½ chassi	$m = 420$ kg
Massa do conjunto da roda dianteira	$m_1 = 53$ kg
Massa do conjunto da roda traseira	$m_2 = 76$ kg
Rigidez do pneu	$k_{r1} = k_{r2} = 200$ kN/m
Rigidez da suspensão dianteira	$k_1 = 10$ kN/m
Rigidez da suspensão traseira	$k_1 = 13$ kN/m
Amortecimento da suspensão dianteira	$c_1 = 1145$ Ns/m
Amortecimento da suspensão traseira	$c_2 = 1145$ Ns/m
Momento de inércia do chassi em relação a z	$I_z = 1100$ kgm ²
Distância da roda traseira ao centro de massa	$a_1 = 1,4$ m
Distância da roda dianteira ao centro de massa	$a_2 = 1,47$ m
Lombada	$H = 8$ cm e $L = 1,5$ m

Resultados e Discussão

Utilizando os modelos dinâmicos de $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$ veículo elaborados no MATLAB/SIMULINK foi possível simular a passagem do veículo sobre um obstáculo de formato senoidal, em diferentes velocidades. Alguns destes resultados são apresentados com o objetivo de ilustrar os tipos de saídas obtidas.

Os resultados da simulação do modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo da Fig. 3 correspondem aos deslocamentos verticais da roda, chassi e piloto e são apresentados na Fig. 5 para o veículo se deslocando com $v=10$ km/h.

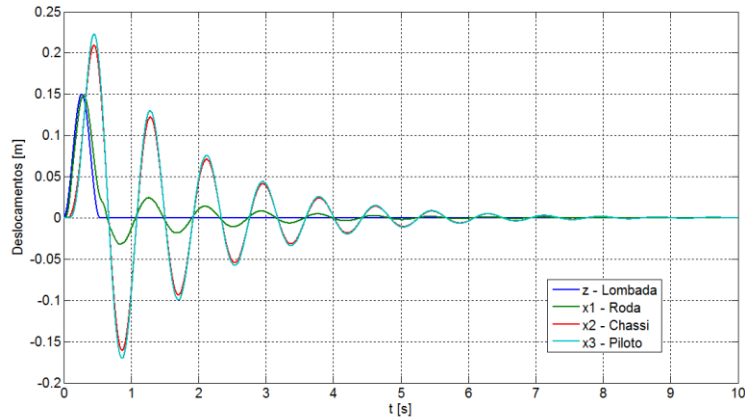


Figura 5 – Resposta do modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo passando por uma lombada com $v=10$ km/h

Na Fig. 6 são apresentados os deslocamentos lineares e angular resultantes da simulação do modelo de $\frac{1}{2}$ veículo (Fig. 4) para uma velocidade $v=55$ km/h.

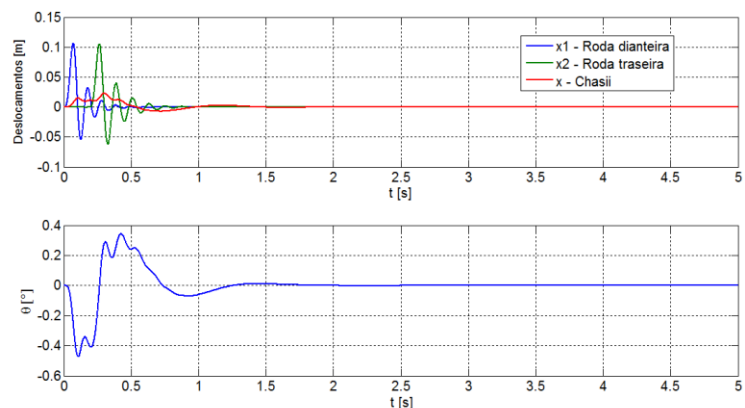


Figura 6 – Resposta do modelo de $\frac{1}{2}$ veículo passando por uma lombada com $v=55$ km/h

Analisando as curvas da Fig. 5 e 6 e outras similares obtidas com parâmetros diferentes da suspensão, ou outras velocidades, é possível compreender a influência destas variáveis no comportamento dinâmico do sistema de suspensão do veículo, bem como as potencialidades e limitações de cada um destes modelos. Adicionalmente, estes modelos dinâmicos e suas simulações possibilitam a realização de estudos que visem a otimização dos parâmetros da suspensão para diferentes tipos de veículos e pistas.

Conclusões

A análise do comportamento dinâmico de um veículo e dos níveis de conforto e segurança do piloto, utilizando-se o método de modelagem e simulação adotado neste estudo, torna possível a rápida verificação no efeito dinâmico global da troca uma mola ou amortecedor da suspensão, da alteração na pressão de calibragem dos pneus ou até mesmo da mudança do tipo de banco do piloto.

O engenheiro, em uma fase preliminar do projeto, pode identificar os componentes e parâmetros mais adequados, de acordo com o desempenho dinâmico desejado e o tipo de pista enfrentado, e sem ter que testar fisicamente as diferentes e possíveis soluções. Este processo agiliza o desenvolvimento de um projeto, mas é essencial que o modelo represente o mais fielmente possível o comportamento do sistema real, ou seja, a calibração do modelo com resultados de ensaios é tão importante quanto a elaboração de um bom modelo.

Agradecimentos

À FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo e pela bolsa de estudos de Iniciação Científica concedida ao autor Rafael Quelho de Macedo.

Referências Bibliográficas

- Dixon, J.C. "Suspension geometry and computation". United Kingdom: John Wiley & Sons, 2009. 436p.
- Gillespie, T.D. "Fundamentals of vehicle dynamics". USA: SAE Society of Automotive Engineers, 1989. 495p.
- Jazar, R.N. "Vehicle dynamics: theory and applications". New York: Springer, 2008. 1015p.
- Motta, D.S. Modelagem de uma suspensão veicular com elementos não lineares e comparação de seu desempenho com um modelo semi-ativo. 129p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.
- Moura, E.D.A. "Estudo de suspensões passiva, semi-ativa MR e ativa". 170p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2003.
- Popp K.; Schiehlen W. „Ground vehicle dynamics“. Berlin/Heidelberg:Springer-Verlag, 2010. 357p.
- Rill, G. Vehicle dynamics. Regensburg: University of Applied Sciences, 2002. 200p. Lectures Notes.
- Shirahatt, A.; Prasad, P.S.S.; Panzade, P.; Kulkarni, M.M. "Optimal design of passenger car suspension for ride and road holding". Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, v.30, n.1, p.66-76, 2008
- Titurus, B.; duBois, J.; Lieven, N.; Hansford, R.A method for the identification of hydraulic damper characteristics from steady velocity inputs. Mechanical Systems and Signal Processing, v.24, p.2868–2887, 2010.
- Wong, J.Y. "Theory of ground vehicles", 3. ed. New York: John Wiley & Sons. 2001. 528p.

Apêndice

- Matrizes e vetores do modelo do sistema de suspensão de ¼ de veículo:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}; \quad [C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix}; \quad [K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}$$
$$x = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}; \quad f = \begin{Bmatrix} \dot{z}c_1 + zk_1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

- Matrizes e vetores do modelo do sistema de suspensão de ½ de veículo:

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix}; \quad [C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & a_2c_2 - a_1c_1 & -c_1 & -c_2 \\ a_2c_2 - a_1c_1 & c_1a_1^2 + c_2a_2^2 & a_1c_1 & -a_2c_2 \\ -c_1 & a_1c_1 & c_1 & 0 \\ -c_2 & -a_2c_2 & 0 & c_2 \end{bmatrix}$$
$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & a_2k_2 - a_1k_1 & -k_1 & -k_2 \\ a_2k_2 - a_1k_1 & k_1a_1^2 + k_2a_2^2 & a_1k_1 & -a_2k_2 \\ -k_1 & a_1k_1 & k_1 + k_{t1} & 0 \\ -k_2 & -a_2k_2 & 0 & k_2 + k_{t2} \end{bmatrix}; \quad x = \begin{Bmatrix} x \\ \theta \\ x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}; \quad f = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ y_1k_{t1} \\ y_1k_{t1} \end{Bmatrix}$$