

## MODELAGEM ANALÍTICA DE UMA SUSPENSÃO DUPLO A: DETERMINAÇÃO DO CURSO DA MANGA DE EIXO.

**Guilherme Oliveira Andrade, Maria Alzira de Araujo Nunes e Rita de Cássia Silva**

UNB, Universidade de Brasília, Curso de Engenharia Automotiva

Campus Gama- Área Especial de Indústria Projeção A – UnB, Setor Leste - CEP 72.444-240 – Gama– Distrito Federal

E-mail para correspondência: eng.guilherme.andrade@gmail.com

### 1 Introdução

Há tempos o desenvolvimento de suspensões é auxiliado por softwares de CAD, matemáticos e CAE para simulações. Este desenvolvimento em ambiente virtual vem poupando tempo e dinheiro na fase de projeto de suspensões, devido à eficiência e confiabilidade dos softwares (Rezende e Borges, 2003).

O processo de desenvolvimento de uma suspensão pode ser dividido em etapas, iniciando-se pelo modelamento matemático estático seguido de sua representação em ambiente CAD para análises e verificação do modelo analítico, e finalizado por uma representação em ambiente CAE para validação da variação dos parâmetros de suspensão (Costa, 2006).

O objetivo do presente artigo é o desenvolvimento de um modelo analítico para a determinação do curso da manga de eixo de uma suspensão “Duplo A”, visando a obter o comportamento da variação da inclinação da manga e da cambagem desta, utilizando-se para isso de equações analíticas desenvolvidas a partir de conceitos geométricos do subsistema em questão com auxílio de modelo CAD. A modelagem foi implementada no software Matlab<sup>®</sup> e validações do modelo foram realizadas em software comercial em ambiente multicorpos. Ressalta-se que este trabalho visa a apresentar resultados parciais de uma modelagem completa da cinemática e dinâmica de uma suspensão Duplo A, a qual se encontra atualmente em andamento (Andrade, 2012).

#### 1.1 Geometria da Suspensão Duplo A

Esta suspensão também é comumente conhecida como “*Double-wishbone*” ou “*Double A*”. Ela é constituída de dois braços triangulares (Fig. 1), os quais são os elos de ligação entre o chassi do veículo e suas rodas. É um subsistema caracterizado por sua robustez e apresenta mais elementos mecânicos em sua constituição, quando comparado aos outros sistemas de suspensão.

Este modelo apresenta uma fácil e precisa regulagem de seus parâmetros como, por exemplo, a variação da cambagem e a máxima variação de bitola. Devido a estes fatores esse tipo de geometria é mais comumente utilizado na dianteira de veículos de alto desempenho, por necessitarem de um ajuste mais fino dos parâmetros de suspensão (Reimpell, 2001).

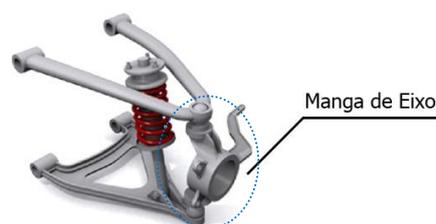


Figura 1 – Suspensão com geometria “Duplo A”, em destaque a manga de eixo (Valdeck, 2007).

#### 1.2 Manga de Eixo da Suspensão

A manga de eixo é o componente responsável, no caso de uma geometria Duplo A, pela ligação entre os braços, ligação da direção e o acoplamento da suspensão às rodas e sistema de freio. Devido ao fato do posicionamento e fixação da roda no veículo estarem diretamente relacionados com esta peça, sua geometria define uma série de parâmetros da suspensão, importantes para o conforto e segurança do veículo, como exemplo, têm-se os ângulos de câmbio, cãster e centro de rolagem que são definidos a partir do

**XIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica - 13 a 17/08/2012 – São Carlos-SP**  
Artigo CREEM2012

posicionamento da manga, que em alguns softwares, esta variação da manga é equivalente à variação do posicionamento do *KingPin* (Pino Mestre).

A variação do posicionamento da manga tem influência direta no momento auto-alinhante da direção, influenciando na dirigibilidade do veículo. Desta forma, a compreensão da influência da geometria da manga de eixo na determinação dos parâmetros da suspensão e como a movimentação desta influi no desempenho do sistema é de fundamental importância para o desenvolvimento do projeto de uma suspensão, justificando, portanto, o trabalho aqui apresentado.

## 2 Metodologia

A metodologia utilizada para determinação das equações analíticas que descrevem o curso da manga de eixo durante o trabalho da suspensão (denominado de *bound* e *rebound*) pode ser considerada em duas etapas. Primeiro a modelagem CAD do subsistema suspensão e em segundo a modelagem analítica, baseada na geometria descrita pela mesma durante a solicitação do subsistema.

A primeira etapa se justifica pelo fato de ajudar a compreender melhor o funcionamento da mesma, através da análise visual, e ainda no auxílio ao projetista no desenvolvimento das relações trigonométricas necessárias para a formulação analítica. A definição dos parâmetros *bound* e *rebound* deve ser feita em função das limitações dos arcos de circunferências produzidos pelos braços da suspensão.

### 2.1 Modelagem CAD

A primeira etapa do desenvolvimento de uma suspensão se dá na determinação dos principais pontos (posição geométrica), em vista frontal, mostrados na Tab.1, dos elementos da suspensão. Tais pontos são necessários de modo a determinar o comprimento dos componentes de suspensão, tamanho dos braços e comprimento da manga, e os pontos de ancoragem do sistema no chassi. A definição destes influenciará diretamente no comportamento e desempenho do subsistema em estudo.

Nesta etapa utilizou-se o software *Solid Works*® para modelagem da suspensão em ambiente virtual. O procedimento para construção do modelo é simples e utilizam-se ferramentas básicas disponíveis no software, tais como criação de pontos, retas, etc.

Como pode ser visto na Fig. 2, o sistema da suspensão está representado por pontos no plano (vista frontal do veículo) e segmentos de reta unindo-os, resultando, portanto, em um modelo simplificado, apenas para compreensão da geometria da mesma durante o trabalho deste subsistema quando solicitado na direção vertical.

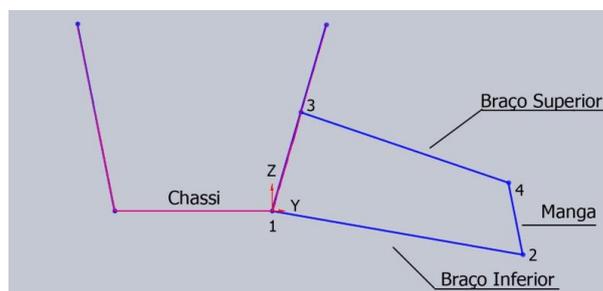


Figura 2 – Pontos importantes no modelamento matemático.

Os pontos necessários para o modelamento matemático foram enumerados na Fig. 2, e descritos na Tab.1.

Tabela 1 – Tabela das coordenadas necessárias.

Coordenadas necessárias para a determinação do curso da manga de eixo	
<b>1</b>	Ponto de Fixação do Braço Inferior no Chassi (B.I.C.)
<b>2</b>	Ponto de Fixação do Braço Inferior na Manga (B.I.M.)
<b>3</b>	Ponto de Fixação do Braço Superior no Chassi (B.S.C.)
<b>4</b>	Ponto de Fixação do Braço Superior na Manga (B.S.M.)

**XIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica - 13 a 17/08/2012 – São Carlos-SP**  
Artigo CREEM2012

Para que o modelo analítico, desenvolvido a seguir, possa ser validado utilizando o modelo CAD e, posteriormente, modelo CAE, há a necessidade de que a origem dos eixos seja a mesma para todos os modelos considerados. Para isto considerou-se que o ponto denominado B.I.C., ponto 1 da Tab. 1, seja a origem das coordenadas, considerando o eixo Z na vertical e o eixo Y na horizontal, conforme mostrado na Fig. 2. Desta maneira as coordenadas do ponto B.S.C. ficam: B.S.C. (y, z) = (0,0).

A partir do modelo CAD construído, as coordenadas dos pontos 1 a 4 descritos na Tab. 1 foram exportados para utilização dos mesmos no modelo analítico desenvolvido no próximo item.

## 2.2 Modelagem Analítica

A modelagem analítica apresenta algumas restrições, dentre elas o fato do equacionamento ter sido desenvolvido especificamente para uma geometria de suspensão do tipo Duplo A, o posicionamento do eixo das origens no programa de CAD, limitações da variação do curso da suspensão e ainda a simplificação por ser um modelo bidimensional (Milliken, 1995).

A partir das coordenadas dos pontos definidos no modelo CAD (Tab.1) inicia-se, portanto, o desenvolvimento das equações analíticas para determinação do curso da manga de eixo. Para determinação do posicionamento da manga de eixo em função do trabalho da suspensão (ou seja, do curso desta) é necessário compreender, a priori, a dependência entre o posicionamento desta peça com a posição dos demais pontos da suspensão durante a movimentação dos braços da suspensão. De maneira simplificada, quando se produz um deslocamento no ponto B.S.M., conseqüentemente um deslocamento será produzido no ponto B.I.M. e isto se deve ao fato de ambos os pontos estarem fixados na manga de eixo.

Desta forma, tendo o comprimento da manga de eixo e sendo este um valor fixo, utilizam-se relações trigonométricas e conceitos de geometria analítica para calcular a distância entre estes dois pontos (B.I.M. e B.S.M.) no plano ( $D_{manga}$ ), onde, o subscrito Y e Z representam os eixos das coordenadas, obtendo, portanto:

$$D_{manga} = \sqrt{(B.S.M._y - B.I.M._y)^2 + (B.S.M._z - B.I.M._z)^2} \quad (1)$$

Uma vez determinada a Eq. (1), ressalta-se que a movimentação dos braços da suspensão (nos pontos B.I.M. e B.S.M.) é descrita por funções de arcos de circunferência, ou seja, como os pontos de fixação dos braços no chassi (B.S.C. e B.I.C.) são fixos, assim como o comprimento dos braços é invariável, admite-se que estes pontos de fixação da suspensão no chassi representam o centro desta circunferência e, o tamanho dos braços corresponde aos seus respectivos raios, como mostrado na Fig. 3.

Utilizando a equação da distância entre dois pontos em um plano, e a partir dos pontos definidos na Tab.1 é possível determinar o tamanho dos dois braços: inferior ( $D_{inferior}$ ) e superior ( $D_{superior}$ ), e então determinar o raio da respectiva circunferência:

$$D_{inferior} = \sqrt{(B.I.M._y - B.I.C._y)^2 + (B.I.M._z - B.I.C._z)^2} \quad (2)$$

$$D_{superior} = \sqrt{(B.S.M._y - B.S.C._y)^2 + (B.S.M._z - B.S.C._z)^2} \quad (3)$$

De posse das Eq. (2) e (3) e do pólo de rotação dos braços definidos (B.S.C. e B.I.C.) utiliza-se a equação da circunferência para equacionamento do percurso da manga de eixo. Este percurso será obtido reescrevendo as Eq. (2) e (3) em forma de sistema linear e considerando dois parâmetros variáveis ao longo do curso da suspensão ( $Y_{bsm}$  e  $Z_{bsm}$ ).

$$D_{superior} = \sqrt{(B.S.C._y - Y_{bsm})^2 + (B.S.C._z - Z_{bsm})^2} \quad (4)$$

XIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica - 13 a 17/08/2012 – São Carlos-SP  
Artigo CREEM2012

$$D_{manga} = \sqrt{(Y_{bsm} - Y_{bim})^2 + (Z_{bsm} - Z_{bim})^2} \quad (5)$$

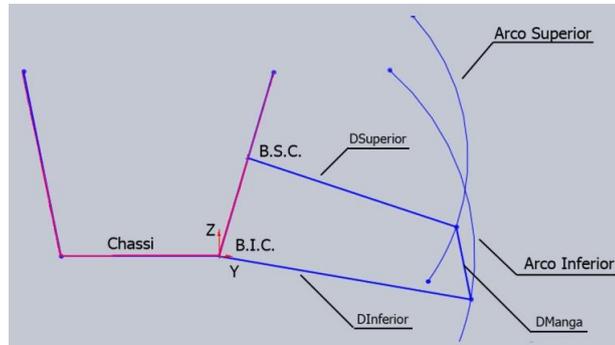


Figura 3 – Representação dos arcos de circunferência (centrados em B.S.C e B.I.C.) e as distâncias calculadas ( $D_{manga}$ ,  $D_{Inferior}$  e  $D_{Superior}$ ).

No sistema linear formado pelas Eq. (4) e (5), têm-se, portanto, quatro incógnitas ( $Y_{bim}$ ,  $Z_{bim}$ ,  $Y_{bsm}$ ,  $Z_{bsm}$ ), e duas equações. Para resolução do sistema, uma análise detalhada do movimento da suspensão, quando aplicado um deslocamento vertical na mesma (simulando um obstáculo na pista de rolagem) foi realizada utilizando o modelo CAD. Verifica-se, entretanto, que variando  $Z_{bim}$  em um intervalo com limites definidos pelo *bound* e *rebound*, conseqüentemente, seu par ordenado em Y neste mesmo ponto ( $Y_{bim}$ ) pode ser determinado, utilizando a Eq. (4). Resultando então, em um sistema com duas equações e duas incógnitas ( $Y_{bsm}$  e  $Z_{bsm}$ ).

Assim como na maioria dos softwares de análises elastocinemáticas, neste trabalho as simulações dos parâmetros de suspensão serão fornecidas em função do curso vertical da suspensão, onde o deslocamento vertical para cima é denominado *bound* e o deslocamento no sentido para baixo é o *rebound*. Desta maneira, a implementação no Matlab iniciará com o fornecimento destes dois parâmetros pelo usuário.

De posse dos limites estabelecidos, *bound* e *rebound*, o algoritmo proposto aplica incrementos de 10mm na variável  $Z_{bim}$  (ao longo do curso informado pelo usuário), e conseqüentemente estima seu par ordenado  $Y_{bim}$ . Isolando-se esta variável na Eq. (4). Substituindo estas duas variáveis nas Eq. (4) e Eq. (5) tem-se, portanto, um sistema linear com duas equações e duas incógnitas, o qual deverá ser resolvido para encontrar as variáveis  $Y_{bsm}$  e  $Z_{bsm}$ . Desta maneira o algoritmo será capaz de informar todas as posições do braço superior na posição da manga de eixo ao longo do curso vertical da suspensão.

### 3 Análise dos Resultados

A implementação do programa em Matlab foi estabelecida de modo que se inicie com a inserção dos limites *bound* e *rebound* pelo usuário, como pode ser visto na caixa de diálogo na Fig. 4. Com estes valores, será feito o incremento da coordenada  $Y_{bim}$ .

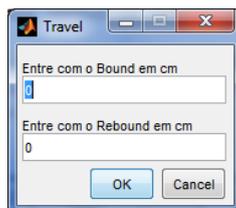


Figura 4 – Inserção dos parâmetros do *bound* e *rebound*.

A implementação de recursos gráficos foi utilizada ao final da rotina para demonstrar o comportamento da suspensão e de seus parâmetros para uma possível análise do desempenho do subsistema.

**XIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica - 13 a 17/08/2012 – São Carlos-SP**  
Artigo CREEM2012

Dentre os resultados gráficos resultantes do programa, a representação dos arcos formados pelos braços de suspensão evidencia a variação angular destes, como visto na Fig. 6.



Figura 6 – Representação dos arcos formados pelos braços de suspensão.

A variação da inclinação da manga é também um importante parâmetro que pode ser analisado para a verificação de desempenho. Está vinculado diretamente com o sistema de direção, que na maioria dos casos se apresenta no conjunto dianteiro de suspensão. A angulação que a manga faz com a vertical está diretamente ligada à instabilidade gerada na roda direcional, sendo essa inclinação responsável pelo momento auto-alinhante quando a roda é esterçada.

Desta forma, grandes variações da inclinação da manga podem gerar comportamentos inesperados e originar uma instabilidade na roda direcional fora dos padrões estabelecidos. Sendo assim, o estabelecimento de um valor de angulação da manga, quando a suspensão está em repouso é tão importante quanto à definição de sua variação. Com isto, o gráfico da variação da inclinação da manga com o trabalho da suspensão tem notável importância na fase de projeto, como pode ser visto na Fig. 7.

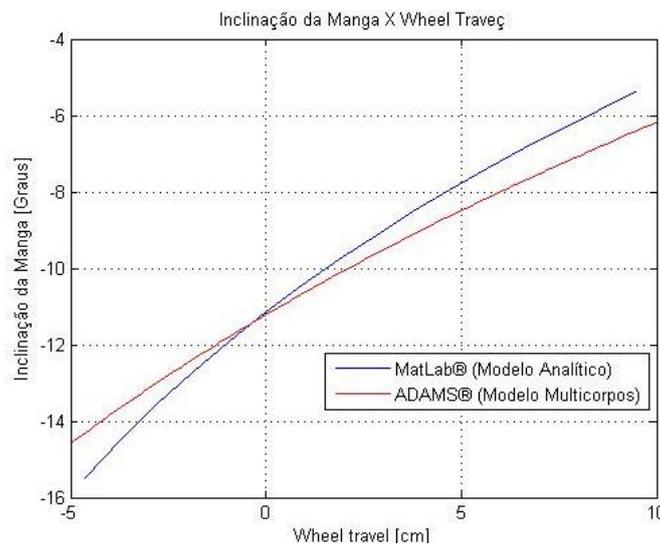


Figura 7 – Variação da manga com o trabalho da suspensão.

De maneira a validar os valores encontrados pelo modelamento matemático desenvolvido, a mesma geometria *Duplo A*, com as mesmas coordenadas, foi simulada em ambiente multicorpos (ADAMS/Car®) e o resultado (curva em vermelho) foi plotado juntamente com a curva encontrada pelo software Matlab® (curva em azul), como visto na Fig. 7.

Por fim, a rotina faz uso de uma representação gráfica do sistema de suspensão, ressaltando o posicionamento dos componentes, quando em movimento (Bound e Rebound). A representação gráfica

**XIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica - 13 a 17/08/2012 – São Carlos-SP**  
Artigo CREEM2012

mostrada na Fig. 8 mostra a implementação de demais componentes do sistema de suspensão, que aqui no presente artigo não foram destacadas por ainda estarem em fase de desenvolvimento, como exemplo, o incremento do amortecedor, ponta de eixo e as coordenadas do ponto de contato do pneu com o solo, essenciais no cálculo do centro de rolagem instantâneo (Andrade, 2012). Entretanto, esta figura ilustra como se dá o posicionamento dos pontos aqui destacados (Tab. 1) com o trabalho da suspensão.

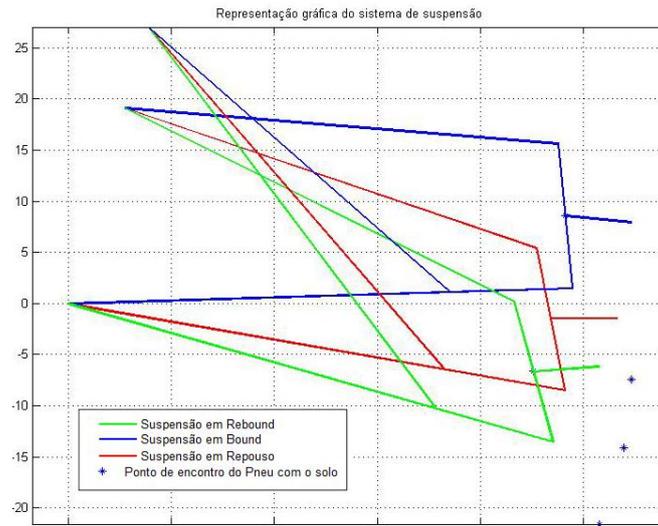


Figura 8 – Representação gráfica do sistema de suspensão em trabalho.

#### 4 Conclusão e Sugestão de Trabalhos Futuros

Este trabalho apresenta uma sugestão de modelamento matemático em duas dimensões para análise de parâmetros importantes no desempenho de suspensões. O modelo se mostrou bastante confiável em comparação com os resultados obtidos pelo software de simulações multicorpos. Cabe ressaltar entretanto, que o software ADAMS/Car utiliza um modelo mais complexo, englobando as três dimensões do modelamento, inserção de amortecimentos, molas e atrito entre componentes, justificando assim a porcentagem máxima de 19 % de discrepância entre os resultados obtidos.

O desenvolvimento de um modelo matemático que considere mais uma dimensão e insira mais componentes da suspensão será fundamental para o desenvolvimento de trabalhos futuros, podendo ser analisado os demais parâmetros de geometria da suspensão, como câster, convergência dentre outros. Há ainda a sugestão da inserção do sistema de direção para que possa ser analisado, por exemplo, o esterçamento involuntário com o trabalho da suspensão e a geometria de Ackermann. Há também a sugestão do desenvolvimento de uma rotina de otimização, objetivando alcançar o melhor desempenho da suspensão de acordo com as necessidades do usuário, resultando na melhor combinação de pontos de ancoragem de uma suspensão *Duplo A*.

#### 5 Referências Bibliográficas

- Andrade, G. O., 2012, “Determinação da posição do centro de rolagem em veículos d competição utilizando ferramentas CAD/CAE.” Faculdade do Gama - Universidade de Brasília. Gama – DF.
- Costa, V. A. C., 2006, “Dimensionamento e calibração de suspensão tipo duplo A para veículos mini baja”, Departamento de engenharia mecânica da escola politécnica da universidade de São Paulo. São Paul – SP.
- Reimpell, J., Stoll, H., and Betzler, J.W., 2001, "The Automotive Chassis: Engineering Principles", Ed. Butterworth Heinemann, Oxford University.
- Rezende, J. C. C., Borges, J. A. F., 2003, “Desenvolvimento, projeto e construção de um protótipo de suspensão automotiva para bancada de laboratório”, 13º POSMEC, FEMEC/UFU, Uberlândia-MG.