



XIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica - 13 a 17/08/2012 – São Carlos-SP
Artigo CREEM2012

ESTUDO PRELIMINAR DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL EM EIXOS SUSCEPTIVOS À TORÇÃO

Hanne L. S. dos Reis e Rita de Cássia Silva

UnB, Universidade Brasília, Curso de Engenharia Automotiva.

Campus Gama - Área Especial de Indústria Projeção A - UnB, Setor Leste - CEP 72.444-240 - Gama - Distrito Federal
E-mail para correspondência: hanne.reis@gmail.com e ritasilva@unb.br

Introdução

Um número significativo de elementos e de sistemas mecânicos em engenharia está susceptível à torção. Dentre as situações mais comuns, está a de eixos de transmissão de seção transversal maciça ou vazada, que têm como função principal transferir potência de um ponto a outro como, por exemplo, na transmissão de potência de um motor veicular ao eixo traseiro ou ainda, em turbinas a vapor acopladas a um gerador de eletricidade ou na rigidez de uma mola submetida à rotação, etc (Beer, 2010).

Classicamente se verifica que, no estudo da torção pura, manifestam-se tensões e deformações em eixos no seu sentido longitudinal, quando estes estão submetidos, em suas extremidades livres, a momentos que tendem a girar uma peça em torno do seu próprio eixo; esses momentos são denominados conforme (Beer, 2010), como momentos de torção, momentos torcionais ou torque.

No caso de seções circulares ao serem submetidas a este tipo de esforço, estas conservam sua seção transversal circular, ou seja, os raios se mantêm retos, conservando também o comprimento do eixo (Timoshenko, 1983). Na verdade, a peça apresenta o mesmo formato, quando observada de qualquer ponto fixo e ao ser girada por certo ângulo. O mesmo efeito só é observado em seções quadradas quando giradas a 90° e 180° (Beer, 2010). Portanto, quando o torque é aplicado na extremidade livre de um eixo, este gira e a seção transversal apresenta uma rotação denominada ângulo de torção medida a partir de uma linha fixa.

As variáveis envolvidas no fenômeno da torção em eixos são basicamente: o momento de torção (T), o ângulo de torção (ϕ), módulo de elasticidade transversal (G) e características geométricas (L – comprimento do eixo e J_0 – momento de inércia polar).

Normalmente, na fase de projeto, estas variáveis são consideradas deterministas, ou seja, seus valores são considerados nominais e as medidas de variância não são levadas em consideração. Entretanto, uma vez em serviço, verificações acerca da resistência ou da grandeza referente ao esforço aplicado envolvem incertezas no que diz respeito a distribuição e magnitude do carregamento, as propriedades mecânicas dos materiais, variações nas dimensões que caracterizam a geometria do elemento ou sistema, nos modelos e na análise estrutural. Neste sentido, o presente trabalho considera a aplicação da Teoria da Confiabilidade como uma ferramenta capaz de auxiliar na verificação da capacidade (reserva de resistência da estrutura) do elemento estrutural, tratando as variáveis não como deterministas, mas como aleatórias e utilizando método de simulação (Monte Carlo) ou minimização (FORM, SORM) para este estudo.

Desta forma, considerando um elemento que possui certa resistência (R) e uma dada solicitação (S); tem-se na equação, $M = R - S$, a representação de uma margem de segurança, em que uma falha pode ocorrer, quando $M < 0$; ou seja, no caso da torção pura, o torque solicitante for maior que o torque resistente. Uma vez aplicada, a Teoria da Confiabilidade considerando as variáveis como aleatórias e utilizando o método de simulação de Monte Carlo, torna-se possível verificar a probabilidade de falha de uma família de eixos de diferentes geometrias submetidos a carregamentos diversos. Neste contexto, estabelece-se o objetivo do presente trabalho.

Durante o processo de simulação, amostras aleatórias das variáveis envolvidas no problema são geradas e a razão entre o número de falhas ($M < 0$) com relação à amostragem total (número total de amostras aleatórias geradas) permite a avaliação do problema.

Assim, no primeiro momento, este trabalho apresenta a margem de segurança compatível com o problema de torção pura em eixos circulares (maciço ou vazado) e com seções retangulares de paredes finas. Para esse efeito, as variáveis são consideradas todas aleatórias com função densidade de probabilidade e seus parâmetros definidos a partir da literatura relevante. O trabalho apresenta as probabilidades de falha variando

XIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica - 13 a 17/08/2012 – São Carlos-SP
Artigo CREEM2012

de acordo com o ângulo de torção. Vale ressaltar que não são considerados os mecanismos de degradação (fadiga, corrosão) e todas as variáveis são consideradas independentes.

Problema de torção em eixos usando a Teoria da Confiabilidade

A Teoria da Confiabilidade é definida conforme apresentado por (Cremona, 2002; Melchers, 1999) como um conjunto de técnicas numéricas e matemáticas que têm por finalidade estimar a probabilidade de falha de uma determinada estrutura ou elemento estrutural em funcionamento. No caso do presente trabalho, em eixos circulares de seções maciças, além de eixos de paredes finas (circulares ou retangulares). Neste caso, as variáveis envolvidas no problema serão tratadas como aleatórias, ou seja, modeladas a partir de funções densidade de probabilidade (fdp) adequadas. Cabe ressaltar, entretanto, que nem todas as variáveis envolvidas em um problema de confiabilidade serão aleatórias, visto que um estudo de sensibilidade será importante na confirmação da modelagem adotada.

O estudo de confiabilidade estrutural se mostra extremamente sensível à definição da fdp e parâmetros estatísticos pertinentes. Em um problema básico de confiabilidade no qual envolve apenas duas variáveis: R (resistência) e S (solicitante), a equação do estado limite ou a margem de segurança é dado por:

$$G = M = R - S \quad (1)$$

Como R e S são variáveis independentes, a probabilidade de falha pode ser calculada:

$$Pf = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^S f_R(r) f_S(s) dr ds \quad (2)$$

onde $f_R(r)$ e $f_S(s)$ são funções densidade de probabilidade representativas da resistência e solicitação, respectivamente. No presente trabalho, considerando o estudo da confiabilidade na torção, a Eq. (1) deve ser reescrita considerando duas variáveis: o Torque resistente (T_R) e o Torque aplicado (T_A), portanto:

$$G = M = T_R - T_A \quad (3)$$

A parcela de T_R envolve algumas variáveis que são descritas na tabela abaixo para os diferentes tipos de seções estudadas. Deve-se ressaltar que o estudo é preliminar e foi verificado considerando situações apresentadas nas literaturas (Beer, 2010) e (Schneider, 1997). A modelagem apresentada para as variáveis envolvidas, em parte segue o proposto em (Highways, 2001), isto porque não se dispõe de resultados experimentais suficientes para proposição de modelagem mais adequada para as variáveis. Nas Tabelas 1, 2 e 3, o quociente entre a média, μ , e o valor nominal da variável dá uma medida de tendência (Bias em inglês). O coeficiente de variação (CoV) exprime a razão entre o desvio padrão, σ , e a média, μ .

Na torção pura, sabe-se que o módulo de elasticidade transversal, G, é a propriedade do material considerada. Entretanto, seu valor pode ser estimado a partir dos valores do módulo de elasticidade longitudinal, E, determinado a partir de um ensaio de tração e pelo coeficiente de Poisson que tem valores para a maioria dos materiais entre 0,2 a 0,33. Assim:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (4)$$

Fluxograma de funcionamento do programa computacional MATLAB

A Figura 1 apresenta o fluxograma de funcionamento para o método Monte Carlo desenvolvido no programa computacional MATLAB, para o estudo da confiabilidade em eixos sob o efeito de torção pura. A função dados.m é onde todas as variáveis são declaradas em forma de estrutura com 4 informações: nome da variável, tipo de fdp que a modela, parâmetro 1 que pode ser a média e parâmetro 2 que pode ser o desvio padrão. Ressalta-se que dependendo da modelagem da variável os parâmetros 1 e 2 podem ser outros que

XIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica - 13 a 17/08/2012 – São Carlos-SP
Artigo CREEM2012

não a média ou desvio padrão. As demais funções envolvidas no cálculo são descritas resumidamente na Fig. 1.

Tabela 1 – Variáveis envolvidas no T_R para seção circular maciça.

Variáveis	Distribuição	μ /valor nominal	μ	σ	CoV
Ângulo de torção	normal	1,22	<i>Bias · angulo</i>	$\mu \cdot CoV$	0,10
Comprimento da barra	normal	–	1,5m	0,075m	0,05
Raio da seção	normal	–	0,03m	$1,5 \cdot 10^{-3}$ m	0,05
Módulo de elasticidade longitudinal (E)	lognormal	–	$2,24 \cdot 10^{11}$ Pa	$1,12 \cdot 10^{10}$ Pa	0,05
Coefficiente de Poisson	determinista	–	0.26	0	0
Torque Aplicado (T_A)	normal	–	1500	150	0,10

Tabela 2 – Variáveis envolvidas no T_R para seção circular vazada.

Variáveis	Distribuição	Bias	Média (μ_R)	Desvio-padrão (σ_R)	CoV
Ângulo de torção	normal	1,22	<i>Bias · angulo</i>	$CoV \cdot \mu_R$	0,10
Comprimento da barra	normal	–	1,5m	0,075m	0,05
Raio externo	normal	–	0,03m	$1,5 \cdot 10^{-3}$ m	0,05
Raio interno	normal	–	0,02m	$1,0 \cdot 10^{-3}$ m	0,05
Módulo de elasticidade longitudinal (E)	lognormal	–	$2,24 \cdot 10^{11}$ Pa	$1,12 \cdot 10^{10}$ Pa	0,05
Coefficiente de Poisson	determinista	–	0.26	0	0
Torque Aplicado (T_A)	normal	–	1500	150	0,10

Tabela 3 – Variáveis envolvidas no T_R para seção retangular de paredes finas.

Variáveis	Distribuição	Bias	Média (μ_R)	Desvio-padrão (σ_R)	CoV
Ângulo de torção	normal	1,22	<i>Bias · angulo</i>	$CoV \cdot \mu_R$	0,10
Comprimento da barra	normal	–	1,5m	0,075m	0,05
Base – menor lado	normal	–	0,06m	$3,0 \cdot 10^{-3}$ m	0,05
Altura – maior lado	normal	–	0,1m	$4,0 \cdot 10^{-3}$ m	0,04
Espessura (e)	determinista	–	0,004	0	0
Módulo de elasticidade longitudinal (E)	lognormal	–	$2,24 \cdot 10^{11}$ Pa	$1,12 \cdot 10^{10}$ Pa	0,05
Coefficiente de Poisson	determinista	–	0.26	0	0
Torque Aplicado (T_A)	normal	–	1500	150	0,10

XIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica - 13 a 17/08/2012 – São Carlos-SP
 Artigo CREEM2012

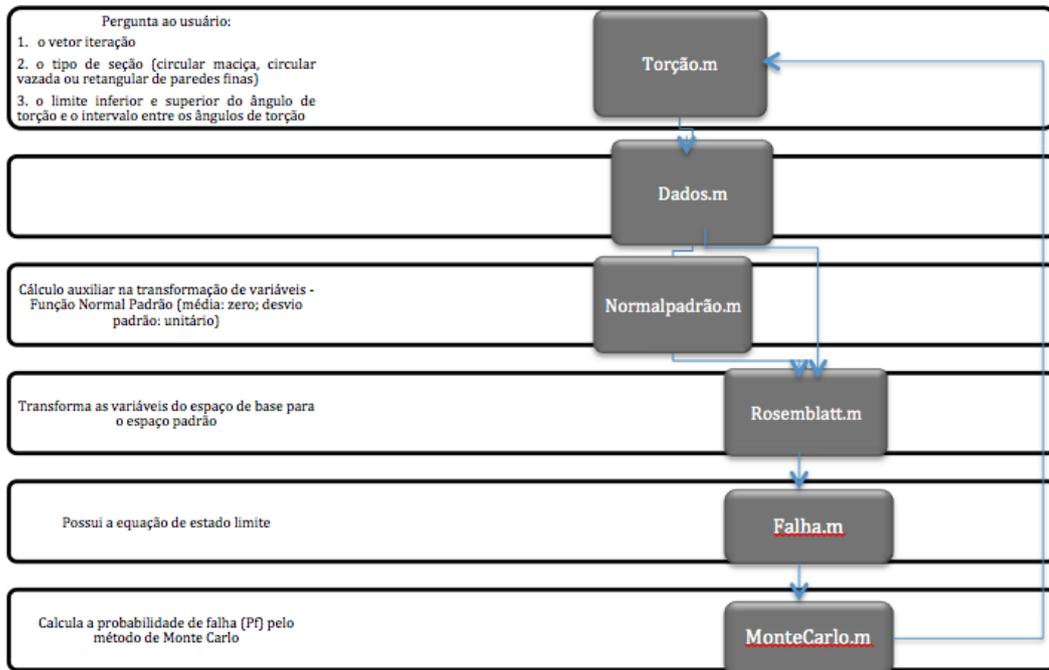


Figura 1 – Fluxograma de funcionamento da rotina MATLAB para o método de Monte Carlo.

Interfase com o usuário

A rotina MATLAB apresenta em um primeiro momento a interface com o usuário como apresentado abaixo:

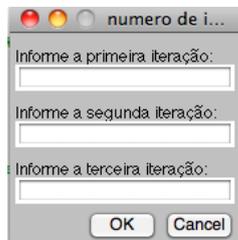


Figura 2 – Janela de interface com o usuário – demanda do número de iterações.

Por opção do estudante/pesquisador, no primeiro contato, o usuário fornece 3 valores de iterações, por exemplo, 1000; 5000 e 10000; esclarece-se, entretanto, que mais valores poderiam ser dados, sendo também valores diferentes do especificado no exemplo. Estes valores serão armazenados em uma variável “N” e darão origem a três matrizes aleatórias distintas, de ordem (N x número de variáveis). Cabe ressaltar que o método de Monte Carlo exige uma grande quantidade de iterações e isso pode acarretar em um tempo de processamento computacional maior.

O segundo contato é apresentado pela Fig. 3 no qual o usuário deve escolher o tipo de seção que irá trabalhar. Para cada tipo de seção um novo Torque resistente (T_R) é calculado.

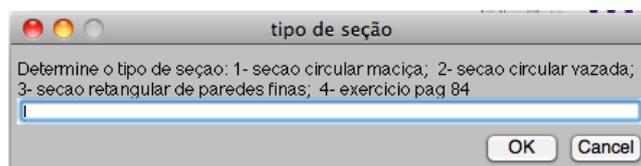


Figura 3 – Interface de escolha do tipo de seção.

XIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica - 13 a 17/08/2012 – São Carlos-SP
Artigo CREEM2012

O cálculo efetuado no presente trabalho visa à verificação da probabilidade de falha de uma dada geometria submetida à torção pura considerando um intervalo de variação do ângulo de torção. Neste contexto, segue o que apresenta a Fig. 4, onde o usuário deve fornecer os limites inferior e superior de variação do ângulo de torção em graus e o incremento adotado para a variação a ser estabelecido pelo usuário. Caso ele deseje fazer o estudo para apenas um ângulo de torção, este deverá indicar o limite inferior igual ao limite superior. Apesar dos dados fornecidos pelo usuário serem em graus, os cálculos são feitos com o ângulo de torção em radianos.

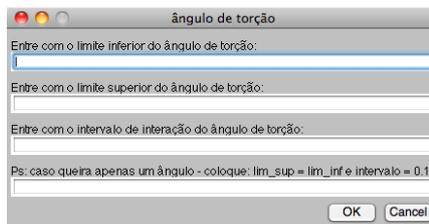


Figura 4 – Interface de entrada do intervalo de variação do ângulo de torção.

Resultados preliminares obtidos com o estudo

Segundo o fluxograma da Fig.1, avaliações de eixos submetidos à torção pura são realizadas. Estas funções foram geradas utilizando as variáveis envolvidas de acordo com as Tab. 1 (seção circular maciça), Tab. 2 (seção circular vazada) ou Tab. 3 (seção retangular de paredes finas). Assim, o usuário pode visualizar a variação da probabilidade de falha em função de parâmetros de entrada, para o caso estudado o ângulo de torção, como mostram as figuras abaixo.

A Figura 5 apresenta o gráfico de seção circular maciça de raio 0,03m, no qual o ângulo de torção varia de 1,7° a 2,3°; estes mesmos valores de ângulo de torção foram usados para gerar a Fig. 6 que apresenta o gráfico de seção circular vazada de raio externo e interno de 0,03m e 0,02m, respectivamente.

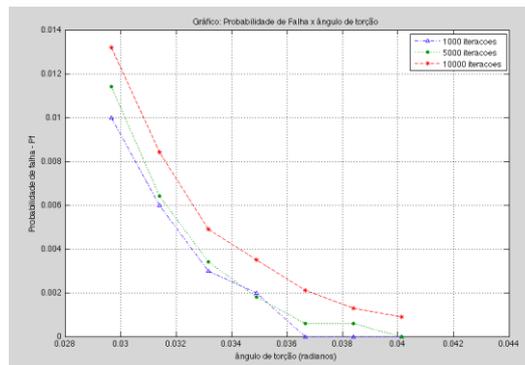


Figura 5 – Probabilidade de falha x Ângulo de torção para seção circular maciça.

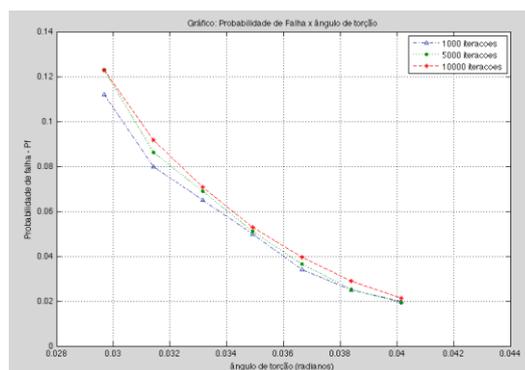


Figura 6 – Probabilidade de falha x Ângulo de torção para seção circular vazada.

XIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica - 13 a 17/08/2012 – São Carlos-SP
Artigo CREEM2012

Nota-se que as Fig. 5 e 6 apresentam gráficos decrescentes: quanto maior o ângulo de torção, menor a probabilidade de falha. Sabe-se que o torque resistente (T_R) é diretamente proporcional ao ângulo de torção, portanto, quanto maior o ângulo, maior o T_R e, conseqüentemente, menor a probabilidade de falha. Essa análise representa o quanto o eixo pode sofrer torção na faixa de ângulo estudada, ou seja, o quanto aquele eixo resiste em termos de torção.

Entretanto, em termos absolutos uma probabilidade de falha como as apresentadas nas Fig. 5 e 6 têm pouco significado. Por isto, conforme ressaltado acima, a necessidade de avaliação de uma família de eixos que variem geometria, carregamento e propriedades do material. Cabe ressaltar, que métodos de simulação como Monte Carlo fornecem probabilidade de falha, entretanto utilizando-se a função inversa de distribuição acumulada da variável normal padrão, $N(0,1)$; ($\beta = -\Phi^{-1}(p_f)$), disponível no MATLAB (*norminv*), para se obter o índice de confiabilidade (β). Este funciona como uma forma de “zoom” na região de falha e, portanto, na probabilidade de falha. Assim, por exemplo, para a Fig. 6, o índice de confiabilidade para a menor e maior probabilidades de falha são: 1,1670 e 2,2571, respectivamente.

Conclusão

O presente trabalho alcançou o objetivo proposto, qual seja, a proposição de uma metodologia de avaliação de eixos submetidos à torção pura utilizando-se o método de simulação de Monte Carlo. Os resultados obtidos, apesar de preliminares, demonstram que a metodologia está bem estruturada e a mesma pode ser ampliada para a avaliação de uma família de eixos sob diferentes geometrias, condições de carregamento e propriedades de material.

Os resultados levam a inferir que as correlações entre o módulo de elasticidade transversal e o ângulo de torção, assim como o comprimento do eixo e o ângulo de torção devem ser consideradas. As margens de segurança devem ser ampliadas para que se considerem os efeitos combinados entre torção e flexão. Além disto métodos numéricos podem ser utilizados de modo a obter os valores dos índices de confiabilidade (β).

Bibliografia

- Beer, F., “Resistência dos Materiais”, Editora Ltda, São Paulo, SP, 2010.
- Cremona, C., “Securité Structurale des Ponts Existants”, Master Génie Civil Europeen, École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris – FR, 2002.
- Highways Agency, “BD 79 – Level 4 and Level 5 Methods of Assessment for Bridges”, 2001.
- Melchers, R. E., “Structural Reliability Analysis and Prediction”, Editora John Wiley & Sons, Canada, 1999.
- Schneider, J., “Introduction to Safety and Reliability of Structures”, Editoras IABSE, AIPC, IVBH, 1997.
- Timoshenko, S., Gere, J. E., “Mecânica dos Sólidos”, Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1983.