



XIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica - 13 a 17/08/2012 – São Carlos-SP  
Artigo CREEM2012

## **DIMENSIONAMENTO DE UMA BIELA DE COMPRESSOR HERMÉTICO QUANTO À FADIGA ATRAVÉS DE ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS**

**Fábio Fernandes Valente, Bruno Luchini, Mariano Eduardo Moreno**

UFSCar, Universidade Federal de São Carlos, Curso de Engenharia Mecânica  
Campus São Carlos – Rodovia Washington Luís, Km 235 – SP 310 - CEP 13565-905 – São Carlos – São Paulo  
E-mail para correspondência: valente.f.f@gmail.com

### **Resumo**

O projeto visa o estudo da segurança quanto a falha por fadiga em equipamentos mecânicos. Tal tipo de falha ocorre em níveis de esforços significativamente inferiores aos valores de resistência ao escoamento dos materiais e é um dos pontos críticos no dimensionamento de equipamentos que são solicitados dinamicamente. Dadas as diversas limitações e dificuldades de seu cálculo através de métodos tradicionais, busca-se a investigação de como ferramentas de simulação computacional podem ser utilizadas como instrumento de apoio e desenvolvimento ao cálculo e dimensionamento de elementos de máquinas. O foco é dado à identificação de situações críticas de carregamento em um mecanismo do tipo biela-manivela-pistão de um compressor hermético destinado ao uso em aparelhos domésticos de refrigeração, bem como ao seu dimensionamento dinâmico, utilizando principalmente o método dos elementos finitos.

### **Introdução e Objetivos**

O trabalho visa a otimização da biela estudada em relação à fadiga, utilizando-se um método iterativo baseado em mudanças progressivas de geometria da biela a partir do modelo original. Para tanto, o trabalho desenvolvido foi dividido em etapas, iniciando por um estudo teórico sobre o mecanismo biela-manivela-pistão e sobre os métodos de análise em fadiga. A seguir, foi implementada uma rotina em MATLAB com todas as equações governantes do sistema, estudadas na primeira etapa, a fim de fornecer os parâmetros de entrada para a simulação por elementos finitos. Por fim, a etapa seguinte consistiu em um estudo aprofundado de um software comercial de elementos finitos (ANSYS Workbench) e o desenvolvimento das simulações propriamente ditas do problema de fadiga na biela.

A partir dos resultados da simulação por elementos finitos obtidos para a geometria original foi possível identificar uma margem de segurança exagerada, o que abriu portas para que mudanças na geometria fossem possíveis. Com a geometria modificada inseriram-se os novos parâmetros como massa e posição do centro de gravidade na rotina em MATLAB e então, com os resultados obteve-se os novos carregamentos de entrada para a simulação em elementos finitos, fechando o ciclo iterativo.

### **Equações cinemáticas e dinâmicas**

A formulação analítica do comportamento do mecanismo é apresentada de acordo com o modelo proposto por Norton (2010) e esquematizada de acordo com a Fig.1, onde em (a) apresenta-se um modelo esquemático do mecanismo, indicando a nomenclatura adotada para os componentes e para as variáveis envolvidas no processador e em (b) faz-se a separação do mecanismo em componentes individuais, cada qual com seu diagrama de corpo livre, mostrando as forças que atuam em cada um dos componentes.

Como o foco da primeira parte do trabalho é a implementação das equações de governo no programa MATLAB para a análise de esforços dinâmicos, serão aqui mostradas apenas as equações finais, usadas na implementação numérica. Sua dedução completa pode ser vista em referências como Norton (2010), Uicker *et al* (2011) e Mabie e Reinholtz (1987). Assim, nas Eq. (1) a (3) apresentam-se as equações que descrevem a cinemática de um mecanismo biela-manivela-pistão.

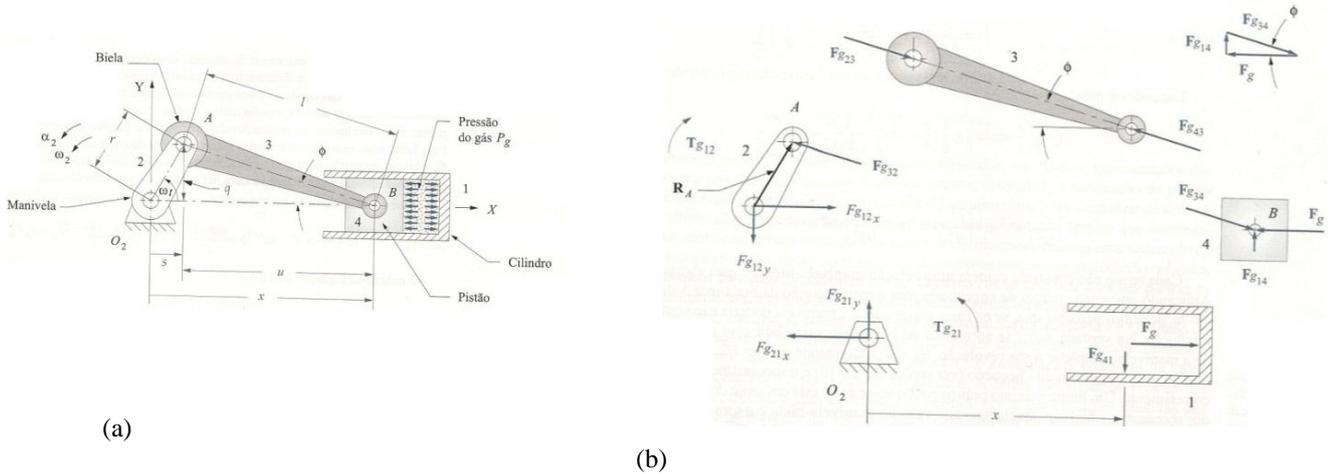


Figura 1 - Mecanismo biela-manivela. (a) Geometria e nomenclatura. (b) Diagramas de corpo livre (Norton, 2010).

$$x = l - \frac{r^2}{4l} + r \left( \cos \omega t + \frac{r}{4l} \cos 2\omega t \right) \quad (1)$$

$$v = r \left( \cos \omega t + \frac{r}{2l} \sin 2\omega t \right) \quad (2)$$

$$a = r\omega^2 \left( \cos \omega t + \frac{r}{l} \cos 2\omega t \right) \quad (3)$$

Onde  $r$  é o raio da manivela,  $l$  é o comprimento da biela. O ângulo da manivela é dado por  $\theta$  e o ângulo que a biela faz com o eixo X é  $\varphi$ . Para qualquer velocidade angular constante da manivela,  $\theta = \omega t$ . Esta nomenclatura é esquematizada na Fig. 1.

A equação (1) indica a posição do pistão, a Eq. (2) a sua velocidade e a Eq. (3) a sua aceleração linear. Através da Eq. (2) e da massa dos componentes pode-se calcular a energia cinética envolvida, e através da Eq. (3) e da massa, as forças atuando no mecanismo.

Para que a análise dinâmica seja possível é preciso saber algumas propriedades geométricas dos componentes, como massa, centro de gravidade, momento de inércia e de massa. De acordo com a formulação apresentada por Norton (2010), montou-se um modelo aproximado dinamicamente, onde a massa da biela foi distribuída em suas extremidades, uma massa  $m_{3a}$  localizada à uma distância  $l_a$  do CG original da biela, e a massa  $m_{3b}$  localizada à uma distância  $l_b$  do CG. Sabendo que  $m_3$  é a massa original da biela, tem-se:

$$m_{3a} = m_3 \left( \frac{l_b}{l_a + l_b} \right) \quad (4)$$

$$m_{3b} = m_3 \left( \frac{l_a}{l_a + l_b} \right) \quad (5)$$

Um procedimento análogo foi feito para a massa a manivela.

Além das forças devido à velocidade angular da manivela, também existe a força no pistão devido à compressão do gás na câmara de compressão. Essa força  $F_g$  é calculada de acordo com a Eq. (6) a seguir:

$$F_g = -P_g A_p \quad (6)$$

Onde:

$$A_p = \frac{\pi D^2}{4} \quad (7)$$

$P_g$  é a pressão do gás na câmara de compressão do compressor e  $A_p$  é a área da superfície de trabalho do pistão. Dados utilizados de pressão no pistão ao longo de um ciclo foram fornecidos pela empresa EMBRACO, e são apresentados na Fig. 2.

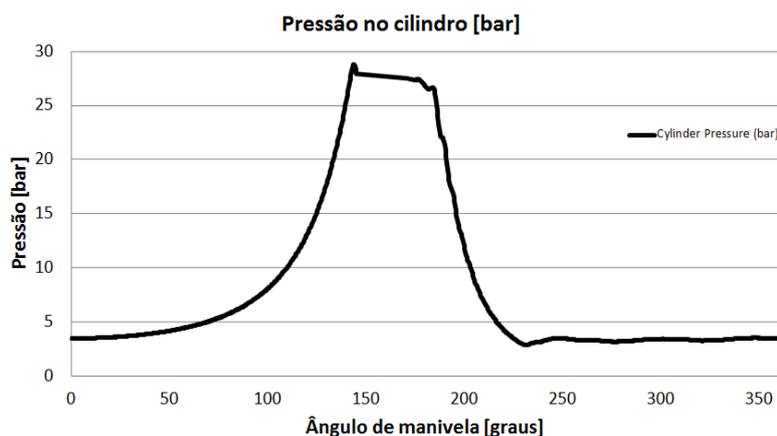


Figura 3 – Curva pressão x ângulo de manivela.

Mas uma vez, serão apresentadas somente as equações finais encontradas para as forças nas juntas da manivela que foram implementadas na rotina em MATLAB. O equacionamento completo pode ser encontrado em Norton (2010). Os pontos A e B se referem à junta da biela com a manivela e com o pistão, respectivamente. As equações das forças são mostradas pelas equações (8) e (9):

$$F_A = [m_{3a}r\omega^2 \cos \omega t - (m_{3b} + m_4)a + F_g]\hat{i} + \{m_{3a}r\omega^2 \sin \omega t + [(m_{3b} + m_4)a + F_g] \tan \varphi\}\hat{j} \quad (8)$$

$$F_B = (-F_g + m_4a)\hat{i} - [(m_{3b} + m_4)a + F_g] \tan \varphi \hat{j} \quad (9)$$

### Cálculo de tensões e propriedades de fadiga

A análise de fadiga é decorrente das análises de tensões obtidas através da aplicação dos carregamentos determinados pelas equações dinâmicas. Foram determinadas as situações críticas de tração e compressão em um ciclo de funcionamento do compressor e, em seguida, feita a análise de tensões em cada caso. Tais análises são empregadas como base para a verificação quanto à fadiga. A vantagem no uso do método dos elementos finitos está na diversidade de geometrias que pode ser explorada, pois a análise de tensões não está limitada a geometrias cuja solução analítica está disponível.

As propriedades de materiais em relação a fadiga foram estimadas, de forma conservadora, de acordo com o procedimento apresentado por Norton (2004) e Shigley *et al* (2005). Assim, escolhido o material para a biela (aço AISI 1020), foi feita a estimativa da curva *S-n* (tensão contra número de ciclos) segundo a teoria clássica de fadiga de alto ciclo. Estes dados foram introduzidos no software de elementos finitos, utilizando o critério de Goodman para estimativa das margens de segurança.

A implementação das análises de fadiga junto ao software ANSYS Workbench segue o procedimento apresentado trabalho de Hancq (2003). A partir desta referência, foi possível fazer a adaptação para o estudo da biela de compressor hermético proposta.

A análise de fadiga tem uma forte sensibilidade quanto a concentrações de tensão. Uma vez que para a análise de tensões a biela foi estudada isolada dos demais componentes, deve-se tomar cuidado com a forma de aplicação de carregamentos e condições de contorno. Caso sejam aplicados de maneira concentrada em um ponto, podem gerar concentrações localizadas que comprometam os resultados da análise de fadiga. Desta maneira, foram identificadas maneiras de aplicar condições de contorno que representassem a restrição dada pelos pinos nas extremidades da biela, e que permitissem a aplicação do carregamento em uma distribuição gradual.

### Metodologia de projeto

O método iterativo utilizado neste trabalho pode ser resumido pelo fluxograma apresentado na Fig. 3. A entrada 1 é dada pela análise cinemática. A localização do CG (entrada 2), necessária para a análise dinâmica, é obtida através do modelo CAD. Ambas são utilizadas para o cálculo dos carregamentos atuantes para cada posição do mecanismo.

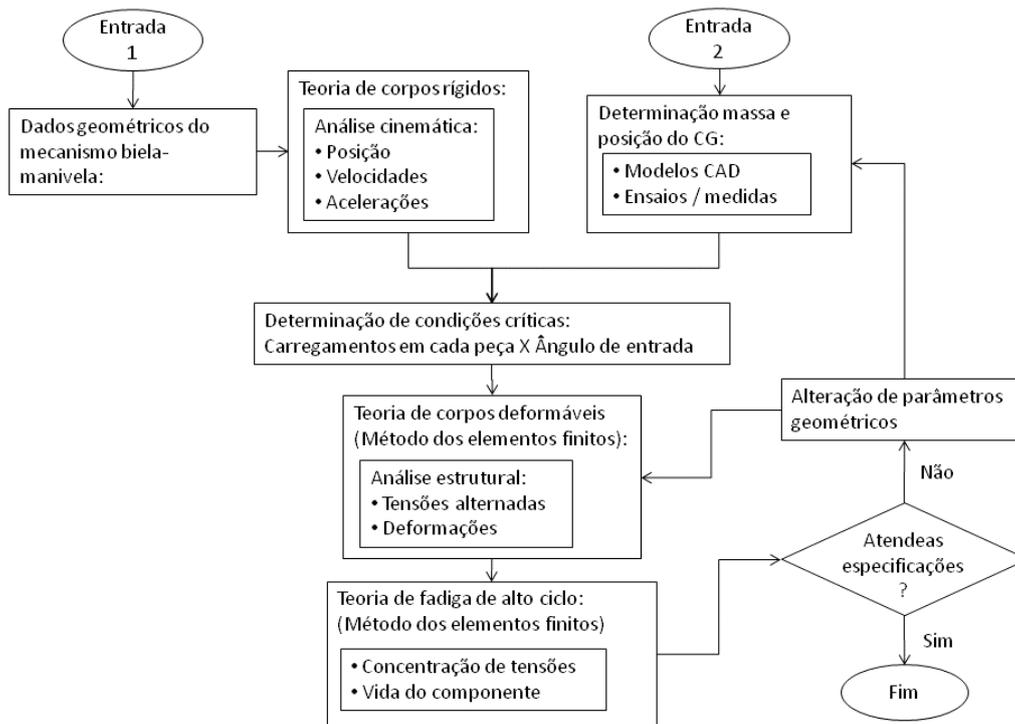


Figura 3 - Metodologia utilizada para análise.

Os parâmetros geométricos modificados a cada ciclo iterativo se ativeram a mudanças nos raios dos arredondamentos nas mudanças de seção da biela estudada, visando facilidade no processo de fabricação e diminuição da massa total do corpo, o que resulta em diminuição das forças dinâmicas aplicadas à biela. A cada passo, verificam-se os fatores de segurança e propõem-se novas alterações.

## Resultados

A partir dos resultados da geometria inicial estudada, ficou clara a grande margem de segurança da biela original, com fator de segurança 15 para todo o corpo da biela com relação à vida infinita em fadiga, então foram propostas 5 geometrias diferentes, obtidas através do processo iterativo proposto. As alterações na geometria foram em relação a arredondamentos nas mudanças de geometria e a diminuição da seção transversal da peça.

Frente à grande margem de segurança observada, a última geometria propôs uma mudança brusca no formato da biela original, inspirada em bielas automotivas, como estudado por Charkha e Jaju (2009) e Shenoy (2004).

A Fig. 4 mostra os resultados referentes ao fator de segurança, obtidos para a última geometria proposta.

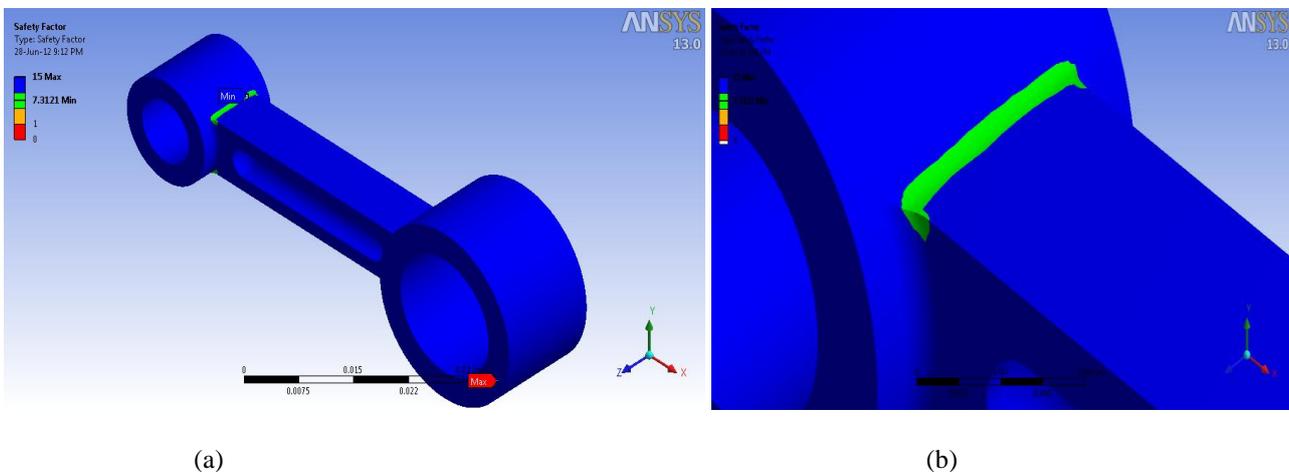


Figura 4 - Coeficiente de segurança quanto à fadiga. (a) Distribuição ao longo de toda a peça. (b) Detalhe na região crítica.

A Fig. 4 mostra a biela final proposta com coeficiente de segurança de valor 15 em toda a peça para vida infinita em fadiga, com exceção do arredondamento do olhal menor, com coeficiente de segurança de aproximadamente 7,0, o que é um valor ainda conservador em projetos de engenharia mecânica.

Devido à grande redução na massa da biela, houve atenuação nas forças a que esta se submete, gerando aumento na vida em fadiga e economia de material.

### **Considerações Finais**

O trabalho permitiu que fosse explorado o módulo de análise de fadiga de um programa comercial de elementos finitos. Para compreender como deve ser a metodologia de tal análise o trabalho foi dividido em várias etapas parciais, onde em cada uma eram propostos testes e feita uma análise de coerência de resultados. Deste processo foi determinada a forma de abordagem para o problema proposto. Uma vez obtido o procedimento de análise, foi possível estudar a influência da alteração de alguns parâmetros no comportamento do sistema analisado. O primeiro grupo de parâmetros alterados foram fatores geométricos, de modo a estudar os coeficientes de segurança para o carregamento considerado em um tipo de material que possui um limite de resistência à fadiga podendo, portanto, ser dimensionado para vida infinita. Percebe-se que a ferramenta computacional estudada oferece grande auxílio nesta etapa de otimização, pois uma vez determinado procedimento de análise, alterações geométricas são facilmente criadas através de um software CAD e novos resultados são obtidos com grande facilidade, bem como a obtenção de valores para análise e avaliação dos resultados. Mesmo geometrias mais complicadas, cuja solução analítica seria muito trabalhosa, podem ser facilmente avaliadas para o problema proposto com a abordagem por elementos finitos. Uma continuação do trabalho seria o estudo com materiais que não apresentam o limite de resistência à fadiga, como por exemplo, o alumínio. Com cerca de um terço da densidade do aço, seu uso poderia trazer benefícios em relação à redução de carregamentos dinâmicos e vibrações no sistema.

### **Agradecimentos**

Para o desenvolvimento deste trabalho foi fundamental o apoio dado pelo CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, através de bolsas de estudos, da empresa EMBRACO, que forneceu dados realistas de pressão em cilindros de compressores herméticos e da empresa ESSS pelo auxílio no treinamento no uso do software ANSYS Workbench.

### **Referências Bibliográficas**

- Charkha, P.G.; Jaju, S.B. “Analysis and optimization of connecting rod”. Proceedings of Second International Conference on Emerging Trends in Engineering and Technology – ICETET-09, 2009.
- Hancq, D.A. “Fatigue analysis in the Ansys workbench environment”. Ansys Inc. technical documentation. 2003.
- Mabie, H.H.; Reinholtz, C.F. “Mechanisms and dynamics of machinery”. 4ed. John Wiley & Sons, 1987.
- Norton, R.L. “Cinemática e dinâmica dos mecanismos”, Bookman, Porto Alegre, RS, 2010.
- Norton, R.L. “Projeto de máquinas: uma abordagem integrada”, 2ed., Bookman, Porto Alegre, 2004.
- Shenoy, P.S. “Dynamic load analysis and optimization of connecting rod”. Master Thesis, University of Toledo. Toledo, 2004.
- Shigley, J.E.; Mischke, C.R.; Budynas, R.G. “Projeto de engenharia mecânica”, 2ed., Bookman, Porto Alegre, RS, 2005.
- Uicker Jr, J.J.; Pennock, G.R.; Shigley, J.E. “Theory of machines and mechanisms”, 4ed., Oxford University Press, New York, 2011.