

XIX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica -13 a 17/08/2012 – São Carlos-SP
Artigo CREEM2012

ANÁLISE TEÓRICA E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÃO

Luís Henrique Bragança Falcão Moraes da Silva e Flávio Yukio Watanabe

UFSCar, Universidade Federal de São Carlos, Curso de Engenharia Mecânica
Campus São Carlos - Bairro Monjolinho - CEP 13565-905 - São Carlos - São Paulo
E-mail para correspondência: luisbfmsilva@gmail.com

Introdução

As vibrações mecânicas estão sempre presentes em máquinas e estruturas, e são inevitáveis, pois são originadas em fontes excitadoras internas tais como choques mecânicos gerados em prensas e britadeiras, desbalanço de eixos em máquinas rotativas ou alternativas; ou ainda, são ocasionadas por elementos externos, como veículos em movimento e ventos em pontes. Estas vibrações podem trazer diversos problemas para as máquinas e equipamentos, como ruído acústico, desgaste mecânico acelerado e consequente manutenção com maior periodicidade que a prevista, aumentando o custo de operação. Apesar disso, as vibrações também podem ser utilizadas benéficamente, como na alimentação de peças em máquinas e na separação ou compactação de materiais.

Um sistema dinâmico real possui infinitas frequências naturais de vibração, mas um sistema discretizado possui uma frequência para cada grau-de-liberdade que possui, ou seja, cada coordenada necessária para descrever seu movimento. Quando a frequência de excitação iguala uma frequência natural do sistema, ocorre o fenômeno de ressonância, caracterizado por grandes amplitudes de resposta com pequenas amplitudes de excitação ou entrada, podendo levar a falhas mecânicas.

Buscando-se a minimização dos efeitos negativos da vibração mecânica, foram desenvolvidas diferentes técnicas de controle de vibrações em máquinas e estrutura (Thomson e Dahleh, 1997; Den Hartog, 1972). Esses métodos normalmente envolvem mudanças no projeto, seja pela adição ou redimensionamento de componentes, ou pela troca desses, o que implica no aumento do custo do projeto. Os métodos de controle de vibrações são classificados em três grandes grupos: redução da vibração na fonte; isolamento contra a vibração; redução da resposta.

O método de redução da resposta é aplicado principalmente quando não é possível reduzir o nível de vibração de entrada e nem isolar a fonte de excitação. Isto é possível devido ao fato da resposta de um sistema mecânico depender das características básicas do sistema: massa, rigidez e amortecimento, além das condições de operação do sistema, rotação, impactos e a base na qual é montado (Rao, 2008). Algumas dessas características podem ser alteradas utilizando-se os seguintes métodos: alteração da frequência natural, dissipação de energia, adição de massa-mola auxiliar. O presente trabalho tem como objetivo principal apresentar um estudo analítico e numérico de redução da resposta por meio da adoção de dispositivos auxiliares conhecidos como absorvedores dinâmicos de vibração - ADV.

Absorvedores Dinâmicos de Vibração - ADVs

Conforme mencionado anteriormente, um sistema mecânico ou uma estrutura pode sofrer vibrações de grande amplitude quando ocorre o fenômeno de ressonância. Nesse caso, pode-se adicionar ao sistema original um sistema dinâmico auxiliar que fará com que a frequência natural de ressonância original mude, evitando a sua ocorrência nesta faixa de trabalho. Esse sistema auxiliar é chamado de absorvedor dinâmico de vibração - ADV e é um dispositivo que pode ser dimensionado com o propósito de reduzir ou controlar as vibrações em um sistema mecânico.

O modelo dinâmico clássico de um ADV, proposto por Den Hartog (1972) é um sistema puramente passivo, com um único grau de liberdade, dotado de massa, rigidez e amortecimento e cuja frequência natural é sintonizada com a frequência natural do sistema principal. O sistema ao qual o ADV é acoplado é modelado também como sendo um sistema com um único grau de liberdade, e o conjunto possui, portanto dois graus de liberdade.

As duas frequências naturais associadas ao conjunto diferem da frequência natural original, minimizando o problema de ressonância original. Entretanto, as duas novas frequências naturais, uma mais baixa e outra mais alta que a frequência original, podem introduzir novos problemas de ressonância, principalmente nas condições transientes de máquina sendo ligada ou desligada. Os ADVs passivos apresentam como vantagem o fato de não requererem energia externa e não causarem uma instabilidade no sistema. Entretanto, sua aplicabilidade é limitada, na medida em que sua eficiência é reduzida quando a frequência de excitação sofre alterações, mesmo que discretas.

Apesar de ter um princípio de aplicação relativamente simples, utilizar um ADV exige alguns cálculos, pois algumas soluções não são viáveis. A solução trivial de um ADV igual a sistema original é logicamente inviável, pois o problema será simplesmente transferido para os novos picos de ressonância, além de gerar um custo excessivo.

O estudo do comportamento dinâmico dos ADVs foi realizado por meio da modelagem matemática e análise de modelos multicorpos com parâmetros concentrados de massa, rigidez e amortecimento. Posteriormente, foram realizadas simulações numérica no domínio do tempo com o auxílio do programa MATLAB-SIMULINK, e no domínio da frequência utilizando uma versão educacional do programa de elementos finitos ANSYS.

Abordagem Analítica - ADV Amortecido

A Fig.1 representa uma máquina ou estrutura de massa m_1 suportada por molas de rigidez $k_1/2$, ao qual foi acoplado um ADV de massa m_2 , rigidez k_2 e amortecimento c_2 . Assume-se que cada uma das massas possui apenas um grau de liberdade de translação vertical, $x_1(t)$ e $x_2(t)$ e que a máquina sofre a ação de uma força harmonia $F(t)$ de amplitude F_0 e frequência ω . Aplicando-se a 2ª lei de Newton nas duas massas separadamente, obtêm-se suas equações de movimento:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 - c_2 \dot{x}_1 + c_2 \dot{x}_2 = F_0 \text{sen} \omega t \\ m_2 \ddot{x}_2 - k_2(x_2 - x_1) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

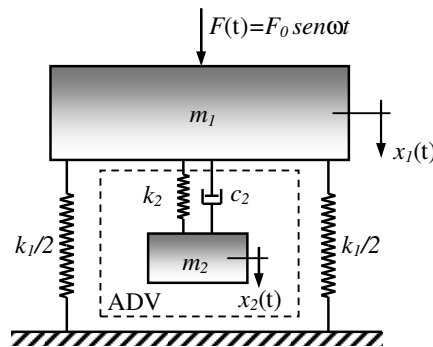


Figura 1 – Modelo de um ADV amortecido acoplado a uma máquina ou estrutura

Definindo:

- $\mu = m_2/m_1$ - razão de massas
- $\omega_n = \sqrt{k_1/m_1}$ - frequência natural da máquina
- $\omega_a = \sqrt{k_2/m_2}$ - frequência natural do ADV
- $f = \omega_a/\omega_n$ - razão de frequências naturais
- $g = \omega/\omega_n$ - razão de frequência excitadora
- $c_{cr} = 2m_2\omega_a$ - coeficiente de amortecimento crítico
- $\zeta = c/c_{cr}$ - fator de amortecimento
- $x_{st} = F_0/k_1$ - deflexão estática da máquina

e manipulando a Eq. (1), pode-se obter as relações entre as amplitudes X_1 e X_2 dos deslocamentos x_1 e x_2 , respectivamente, em relação à deflexão estática x_{st}

$$\begin{cases} \frac{X_1}{x_{st}} = \left\{ \frac{(2\zeta g)^2 + (g^2 - f^2)^2}{(2\zeta g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + [\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2} \right\}^{1/2} \\ \frac{X_2}{x_{st}} = \left\{ \frac{(2\zeta g)^2 + f^4}{(2\zeta g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + [\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2} \right\}^{1/2} \end{cases} \quad (2)$$

A Fig. 2a apresenta vários gráficos de relação de amplitudes X_1/x_{st} em função da relação de frequências ω/ω_n , para diferentes fatores de amortecimento e considerando $\omega_a=\omega_n$ e $\mu=1/20$. Observa-se nesta figura que todas as curvas se interceptam nos pontos A e B, independentemente do valor de ζ . Esses pontos podem ser localizados substituindo-se os casos extremos em que $\zeta = 0$ e $\zeta = \infty$ na expressão de X_1/x_{st} da Eq. (2) e igualando os dois, resultando em:

$$g^4 - 2g^2 \left(\frac{1+f^2+\mu f^2}{2+\mu} \right) + \frac{2f^2}{2+\mu} \quad (3)$$

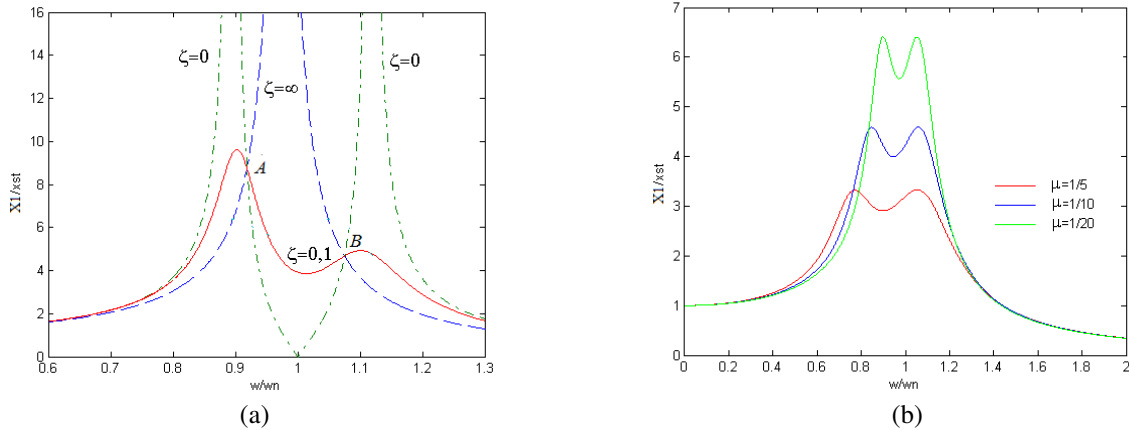


Figura 2 – (a) Relação de amplitudes do sistema com e sem o ADV, para diferentes valores de ζ ($\omega_a=\omega_n$ e $\mu=1/20$) e (b) Relação de amplitudes do sistema com o ADV otimizado, em função de μ

As duas raízes da Eq. (3) indicam os valores da razão de frequências $g_a = \omega_A/\omega_n$ e $g_b = \omega_B/\omega_n$, correspondentes aos pontos A e B. Os valores de X_1/x_{st} correspondentes podem ser determinado substituindo-se g_a e g_b na Eq. (3). Consta-se que o ADV mais eficiente é aquele cujos valores de X_1/x_{st} são iguais e isto exige que $f=1/(1+\mu)$. Um absorvedor que satisfaça esta condição é considerado um ADV otimizado ou sintonizado, e o valor ótimo de ζ é aquele que faz a curva de X_1/x_{st} ser o mais plano possível nos picos A e B. A Fig. 2b apresenta diferentes curvas de relação de amplitudes X_1/x_{st} de um ADV otimizada, para diferentes condições de $\mu=m_1/m_2$.

Simulação Numérica de um ADV com o Programa MatLab-Simulink

A partir das equações de movimento do conjunto máquina-ADV, foi possível construir no programa MATLAB-SIMULINK os modelos para a simulação no domínio do tempo deste sistema, sujeito a uma perturbação inicial ou de uma força excitadora periódica. Nas Fig. 3^a e 3^b são mostrados, respectivamente, os modelos utilizados para a simulação do sistema sem e com o ADV.

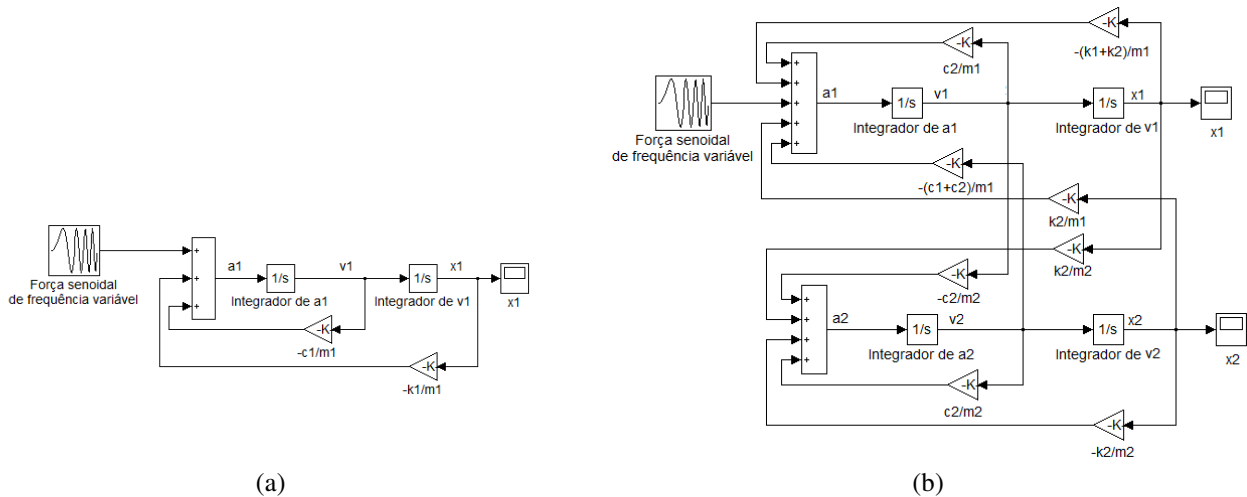


Figura 3 - Modelo MATLAB-SIMULINK da máquina (a) sem o ADV e (b) com o ADV

Os parâmetros dos modelos MATLAB-SIMULINK correspondem aos coeficientes de inércia, rigidez e amortecimento e são apresentados na Tab. 1 (Rao, 2008) e de acordo com estes parâmetros, o sistema com ADV acoplado apresenta as seguintes frequências naturais: 33,34Hz e 74,99 Hz (Rao, 2008).

Tabela 1 – Parâmetros dos elementos do modelo

Parâmetros	Máquina	ADV
Massa m_i [kg]	14,87	10,32
Coefficiente de rigidez k_i [kN/m]	146,76	1.019
Coefficiente de amortecimento c_i [Ns/m]	10	100
Frequência natural [Hz]	50	50
Fator de amortecimento ζ	0,0016	0,0103

Simulação Numérica de um ADV com o Programa ANSYS

O estudo do comportamento dinâmico do ADV no domínio da frequência foi realizado utilizando o ANSYS, um programa baseado no método dos elementos finitos – MEF, e considerando como sistema principal uma viga bi-engastada à qual é acoplado um ADV constituído por uma viga menor fixada ao centro da viga principal por meio de uma haste (Fig. 4).



Figura 4. Representação de uma viga bi-engastado com o ADV acoplado

As simulações foram realizadas por meio de rotinas de arquivo texto e parametrizadas, o que facilitou a realização de diversos testes pois, dessa forma, mudando qualquer parâmetro como o comprimento do ADV, toda a fase de pré-processo é refeita automaticamente, facilitando a otimização. O tipo de elemento finito utilizado foi o BEAM3 que é um elemento plano uniaxial de viga, capaz de sofrer tração e compressão e flexão. O elemento possui dois nós, um em cada extremidade, e cada nó possui 3 graus de liberdade: translação nas direções x e y , e rotação em torno do eixo z .

As simulações realizadas englobam análises modais e harmônicas, considerando a viga isoladamente, o ADV isoladamente e a viga com o ADV. Os parâmetros do modelo englobam características de materiais, dimensões e características geométricas das seções transversais dos elementos do sistema e um exemplo do conjunto destes dados é apresentado na Tab. 2.

Tabela 2 – Parâmetros dos elementos do modelo

Parâmetros	Viga	ADV	Haste
Comprimento [mm]	440	200	20
Espessura [mm]	2,6	1,3	---
Largura [mm]	24,7	15,1	---
Diâmetro [mm]	---	---	4
Área da seção transversal [mm ²]	64,22	19,63	12,56
Momento de inércia I_{zz} [mm ⁴]	36,17	2,76	12,56
Módulo de Young [GPa]	200	200	200
Coefficiente de Poisson	0,33	0,33	0,33
Densidade [kg/m ³]	7860	7860	7860

Resultados e Discussão

Com os modelos MATLAB-SIMULINK, a primeira simulação foi realizada eliminando-se a força excitadora e considerando-se uma perturbação inicial de deslocamento na massa m_i definida no segundo integrador de v_i . Na Fig. 5a são apresentadas a posição $x_1(t)$ ao longo do tempo do sistema sem o ADV, com o ADV e também a posição $x_2(t)$. Observa-se que $x_1(t)$ do sistema sem ADV decai muito pouco ao longo do tempo; entretanto, com o ADV, $x_1(t)$ decai muito rapidamente em função da presença do ADV que absorve energia de vibração da máquina.

Uma segunda simulação foi realizada sem a condição inicial de deslocamento, mas com uma força excitadora com frequência variando de 20Hz a 80Hz em um período de 8s, ou seja passando pelas frequências naturais do sistema sem (50Hz) e com o ADV (33,34Hz e 74,99 Hz).

Na Fig. 5b, o gráfico da posição $x_1(t)$ da máquina ao longo do tempo do sistema sem o ADV mostra o aumento da amplitude de vibração quando a máquina passa pela frequência de ressonância. Na simulação com o ADV, o gráfico de $x_1(t)$ apresenta duas condições de ressonância em frequências diferentes da original, sendo uma abaixo e outra acima desta, conforme esperado; além disso, as amplitudes de vibração sofreram uma redução significativa. O gráfico de $x_2(t)$ mostra que o ADV também passa por duas ressonâncias, absorvendo energia de vibração da máquina.

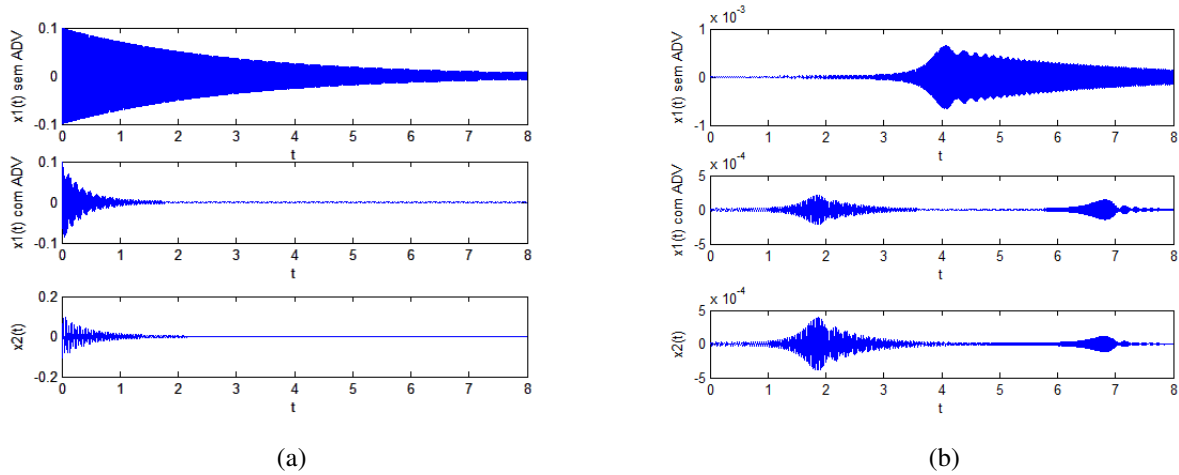


Figura 5 – Análise da vibração (a) transiente e (b) forçada no MATLAB-SIMULINK

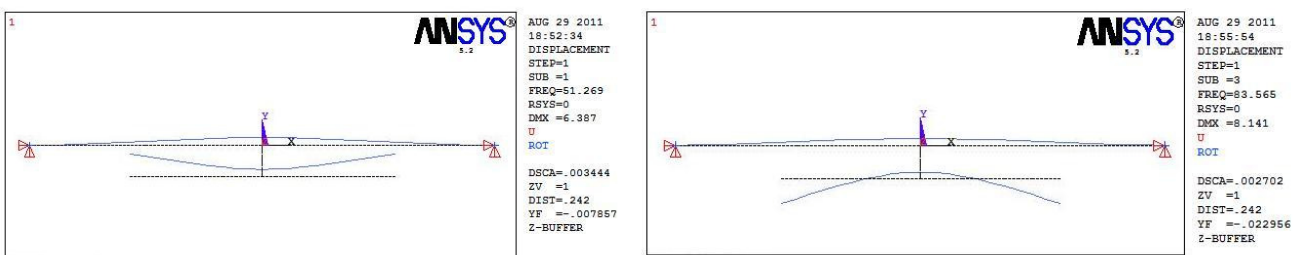
As simulações com o programa ANSYS do modelo de viga bi-engastada com ADV acoplado envolveram diferentes análises modais e harmônicas. Inicialmente foram iniciadas análises modais para a determinação das frequências naturais e modos de vibração da viga bi-engastada sem o ADV acoplado e foram determinadas as cinco primeiras frequências naturais para que se possa sintonizar o ADV (Tab. 3).

Tabela 3 – Resultados das análises modais realizadas no ANSYS

Modo	Frequência natural da viga sem ADV	Frequência natural do ADV	Frequência natural da viga com ADV
1°	69,634 Hz	56,652 Hz	51,269 Hz
2°	191,94 Hz	67,793 Hz	52,857 Hz
3°	376,27 Hz	343,47 Hz	83,565 Hz
4°	622,00 Hz	424,69 Hz	187,44 Hz
5°	929,23 Hz	556,40 Hz	332,16 Hz

Uma segunda análise modal foi realizada considerando o ADV isolado com um engaste na parte superior da haste de acoplamento. Observa-se na Tab. 3 que a segunda frequência natural de 67,793 Hz do ADV está bem próxima da primeira frequência natural da viga (69,634 Hz) e não a primeira frequência natural de 56,652 Hz do ADV. O modo de vibração associado a esta última frequência é de flexão anti-simétrica e será mostrado posteriormente que esta não interfere no resultado final.

A terceira análise modal considera a viga bi-engastada com o ADV acoplado e as cinco primeiras frequências naturais são apresentadas na Tab. 3. As frequências naturais de interesse são a 1ª (51,269 Hz) e a 3ª (83,565 Hz) e seus modos de vibração correspondentes são apresentados na Fig. 6. O modo associado à 2ª frequência (52,857 Hz) envolve a flexão anti-simétrica do ADV.



(a) 1° modo de vibração

(b) 3° modo de vibração

Figura 6 – Análise modal da viga bi-engastada com o ADV no ANSYS

Fazendo-se a análise harmônica da viga bi-engastada sem e com o ADV, a partir de uma força harmônica aplicada no centro da viga, obtém-se os espectros de vibração apresentados na Fig. 7a e 7b, respectivamente. Nestas figuras pode-se observar que a frequência dominante na viga sem ADV é a de 69,634 Hz, como era esperado, e que com o ADV, as frequências dominantes são realmente as de 51,269 Hz e 83,565 Hz. Portanto o modo de vibração associado à frequência de 52,857 Hz não contribui significativamente com a vibração sistema. Além disso, as amplitudes dos picos de frequências naturais da viga com ADV são mais baixas do que a do pico da viga sem ADV.

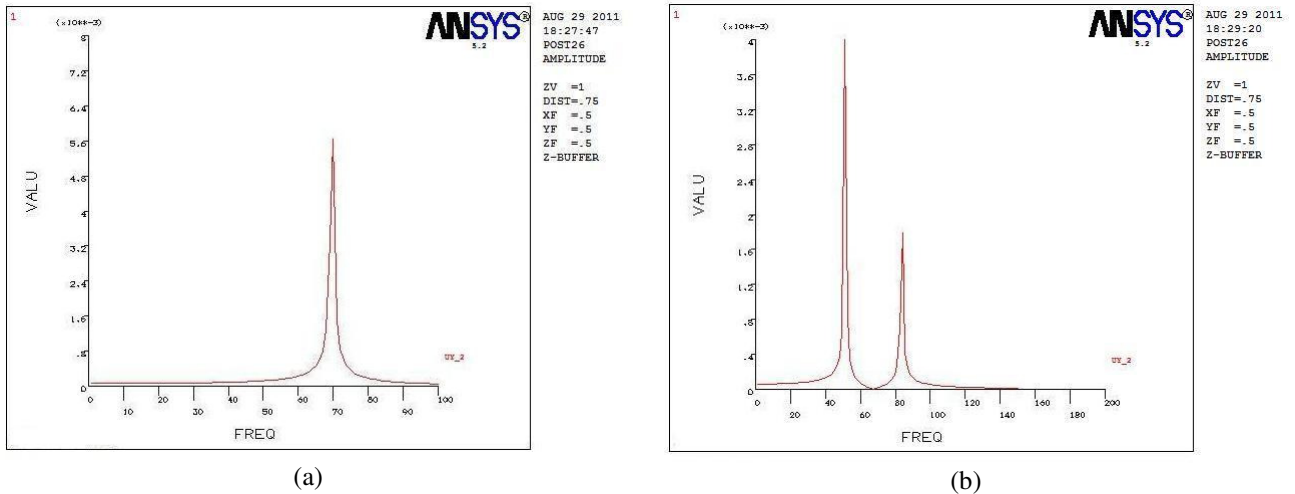


Figura 7 – Espectro de frequências da viga bi-engastada (a) sem ADV e (b) com ADV

Nas duas abordagens de simulação numérica, com sistemas modelados com corpos rígidos e poucos graus de liberdade, ou sistemas com elementos finitos com vários graus de liberdade, os benefícios do uso dos ADVs são comprovados e as simulações numéricas permitem que sejam feitos vários testes antes de se construir e montar um sistema real. Deste modo, entende-se que as metodologias apresentadas podem ser utilizadas como ferramentas auxiliares de projeto de ADVs para máquinas e estruturas.

Conclusões

O presente estudo possibilitou o entendimento do comportamento dos absorvedores dinâmicos de vibração passivos e suas aplicações. Certamente, os ADVs são muito aplicáveis em diversos tipos de máquinas e estruturas, principalmente devido a sua facilidade de sintonização e construção. Entretanto, os ADVs são funcionais apenas quando uma frequência natural coincide com a frequência de trabalho, e é isso que limita sua aplicabilidade, pois sistemas com muitas frequências naturais relativamente próximas ou que tenham uma ampla faixa de frequência excitadora não podem ser facilmente controlados por ADVs passivos simples.

Agradecimentos

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq e à Universidade Federal de São Carlos - UFSCar pela bolsa de estudos do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação em Desenvolvimento Tecnológico e Inovação - PIBITI/CNPq/UFSCar concedida ao autor Luís Henrique Bragança Falcão Moraes da Silva.

Referências bibliográficas

- Den Hartog, J.P. “Vibrações nos sistemas mecânicos”. 1 ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1972.
 Rao, S.S. “Vibrações Mecânicas”. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.
 Thomson, W.T.; Dahleh, M.D. “Theory of Vibration with Applications”. 5. ed. Prentice Hall, 1997.