

LOCALIZAÇÃO ÓTIMA DE ATUADORES E SENSORES EM ESTRUTURAS INTELIGENTES

Simone Nishimoto de Souza

snsouza@aluno.feis.unesp.br

Douglas Domingues Bueno

ddbueno@dem.feis.unesp.br

Vicente Lopes Junior

vicente@dem.feis.unesp.br

GMSINT – Grupo de Materiais e Sistemas Inteligentes, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, UNESP, Av. Brasil n.º 56, CEP 15385000, Ilha Solteira, SP, <http://www.dem.feis.unesp.br/gmsint>.

Resumo: O presente trabalho apresenta o uso da norma H_2 no posicionamento de atuadores e sensores piezelétricos em estruturas do tipo treliça. A estrutura é representada por um modelo dinâmico de segunda ordem escrito através da realização de espaço de estados modal para possibilitar o truncamento e a conseqüentemente a redução de ordem. A metodologia proposta é ilustrada por uma aplicação numérica em uma treliça 2D discretizada pelo método dos elementos finitos. As estratégias de posicionamento são apresentadas buscando a generalização para outras estruturas, como vigas e placas.

Palavras-chave: posicionamento ótimo, atuadores/sensores, materiais piezelétricos.

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, diversas pesquisas de engenharia são voltadas para o desenvolvimento de técnicas de controle ativo de vibrações (AVC – do inglês *Active Vibration Control*) juntamente com a aplicação de uma nova classe de materiais com propriedades eletromecânicas específicas. Estas pesquisas são impulsionadas pela necessidade de estruturas leves e sistemas com altos desempenhos, gerando menores custos operacionais e aumentando os lucros. Algumas destas pesquisas têm causado profundo impacto nas aplicações aeroespaciais e em robótica, Liu e Zhang (2000). As técnicas de controle ativo de vibração utilizam forças secundárias aplicadas na estrutura por um controlador que adquire as informações obtidas por um sensor. Estas forças procuram reduzir a vibração estrutural causada por uma fonte de vibração primária (Figura 1).

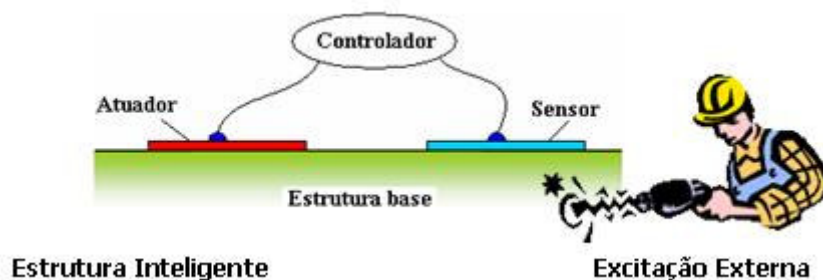


Figura 1: Desenho esquemático de um sistema de controle ativo.

Para o controle de vibrações mecânicas, principalmente quando há um grande número de posições candidatas, o problema do posicionamento de sensores e atuadores talvez mereça a maior atenção. Este posicionamento pode definir a eficiência do controle, pois, em função da posição onde são colocados, atuadores e sensores podem comprometer a controlabilidade e a observabilidade do sistema, ou exigir altos níveis de energia para se obter o resultado esperado. De outro lado, se posicionados em localizações ótimas, o número necessário destes dispositivos pode ser reduzido, diminuindo assim o custo de instrumentação, do processamento de sinais e da energia necessária para o controle da estrutura. Em geral, a localização ótima dos atuadores/sensores surge das seguintes considerações (Papatheodorou et al., 1999): uso de um pequeno número de sensores e atuadores para minimizar o custo de instrumentação e processamento de sinais; obtenção de boas estimativas dos parâmetros modais; melhoria do controle estrutural; determinar eficientemente as propriedades estruturais e mudá-las para monitorar a condição da estrutura; e assegurar a visibilidade de erros no modelo.

Em particular, neste trabalho é apresentada a metodologia de posicionamento ótimo de atuadores e sensores piezelétricos em uma treliça plana. A treliça é representada por um modelo dinâmico de segunda ordem escrito através da realização de espaço de estados modal para possibilitar o truncamento e conseqüentemente a redução de ordem. Os desempenhos do atuador e do sensor são avaliados utilizando a norma H_2 como índice de posicionamento.

2. MODELO ESTRUTURAL

Modelos estruturais de segunda ordem descritos por equações diferenciais ordinárias lineares (EDOL) são muito utilizados em problemas de dinâmica estrutural. Os modelos escritos em coordenadas físicas, também conhecidos por modelos físicos, são formulados em termos de deslocamento, velocidade e aceleração. Tais modelos são caracterizados pelas matrizes de massa, de rigidez, de amortecimento e pelas matrizes de localização dos sensores e atuadores e são em geral obtidos via FEM além dos vetores de deslocamento e velocidade, tais como:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) &= \mathbf{B}_0\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_{ow}\mathbf{w}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_{oq}\mathbf{q}(t) + \mathbf{C}_{ov}\dot{\mathbf{q}}(t) \end{aligned} \quad (1a,b)$$

Em que $\mathbf{q}(t)$ é o vetor de deslocamento $nd \times 1$, $\mathbf{u}(t)$ é o vetor do sinal de controle $s \times 1$, $\mathbf{w}(t)$ é o vetor de entrada de distúrbios $s \times 1$, $\mathbf{y}(t)$ é o vetor de saídas $r \times 1$, \mathbf{M} é a matriz de massa $nd \times nd$, \mathbf{D} é a matriz de amortecimento $nd \times nd$, \mathbf{K} é a matriz de rigidez $nd \times nd$. A matriz de entrada do sinal de controle \mathbf{B}_0 é $nd \times s$, a matriz de entrada do distúrbio \mathbf{B}_{ow} é $nd \times s$, a matriz de saída de deslocamento \mathbf{C}_{oq} é $r \times nd$ e a matriz de saída de velocidade é $r \times nd$. A matriz de massa é positiva definida e as matrizes de amortecimento e rigidez são positivas semidefinidas. Também, nd é o número de GL do sistema, r é o número de saídas e s o número de entradas.

Em geral as matrizes de massa e rigidez são estimadas em coordenadas físicas, por exemplo, via FEM, sendo a matriz de amortecimento proporcional à elas.

$$\mathbf{q}(t) = \boldsymbol{\phi} e^{j\omega t} \quad (2)$$

assim, substituindo em (1) tem-se:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \boldsymbol{\phi} e^{j\omega t} = \mathbf{0} \quad (3)$$

em que são encontrados n valores de $\omega: \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ tal que esta equação seja satisfeita, sendo n menor ou igual à nd . A frequência ω_i é chamada *i-ésima* frequência natural do sistema. Substituindo ω_i em (3) obtém-se as soluções correspondentes $\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n\}$ para cada frequência natural. ϕ_i é chamado de *i-ésimo* modo natural ou forma dos modos. Estas soluções não são únicas, e podem ser

escalonadas arbitrariamente. Comumente se define a matriz de frequências naturais, (Gawronski, 1998)

$$\mathbf{\Omega} = \text{diag}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) \quad (4)$$

E a matriz modal $\mathbf{\Phi}$ (nd x n), que consiste dos n modos naturais da estrutura:

$$\mathbf{\Phi} = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \dots \quad \phi_n] \quad (5)$$

As matrizes modais de massa podem ser diagonalizadas através das seguintes equações:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m &= \mathbf{\Phi}^T \mathbf{M} \mathbf{\Phi} \\ \mathbf{K}_m &= \mathbf{\Phi}^T \mathbf{K} \mathbf{\Phi} \\ \mathbf{D}_m &= \mathbf{\Phi}^T \mathbf{D}_a \mathbf{\Phi} \end{aligned} \quad (6a,b,c)$$

A matriz \mathbf{D}_a é a matriz de amortecimento proporcional dada por:

$$\mathbf{D}_a = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (7)$$

Pode-se introduzir uma transformação de coordenadas no problema, $\mathbf{q}_m(t)$, tal que:

$$\mathbf{q}_m(t) = \mathbf{\Phi} \mathbf{q}(t) \quad (8)$$

Assim, multiplicando a equação (1) por $\mathbf{\Phi}^T$ e utilizando a transformação da equação (7), obtém-se:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}}_m(t) + 2\mathbf{Z}\mathbf{\Omega} \dot{\mathbf{q}}_m(t) + \mathbf{\Omega}^2 \mathbf{q}_m(t) &= \mathbf{B}_m \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_{mw} \mathbf{w}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_{mq} \mathbf{q}_m(t) + \mathbf{C}_{mv} \dot{\mathbf{q}}_m(t) \end{aligned} \quad (9a,b)$$

sendo:

$$\mathbf{\Omega}^2 = \mathbf{M}_m^{-1} \mathbf{K}_m \quad (10)$$

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{2} \mathbf{M}_m^{-1} \mathbf{D}_m \mathbf{\Omega}^{-1} = \frac{1}{2} \mathbf{M}_m^{-1/2} \mathbf{K}_m^{-1/2} \mathbf{D}_m \quad (11)$$

As matrizes de entrada modal de controle \mathbf{B}_m e de distúrbio \mathbf{B}_{mw} são dadas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_m &= \mathbf{M}_m^{-1} \mathbf{\Phi}^T \mathbf{B}_o \\ \mathbf{B}_{mw} &= \mathbf{M}_m^{-1} \mathbf{\Phi}^T \mathbf{B}_{mo} \end{aligned} \quad (12a,b)$$

e \mathbf{C}_{mq} e \mathbf{C}_{mv} são as matrizes de saída de deslocamento e velocidade modal, respectivamente:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{mq} &= \mathbf{C}_{oq} \mathbf{\Phi} \\ \mathbf{C}_{mv} &= \mathbf{C}_{ov} \mathbf{\Phi} \end{aligned} \quad (13a,b)$$

3. NORMAS DE SISTEMAS – A NORMA H_2

Considerando $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ a representação em espaço de estados de um sistema onde a função de transferência G é dada por:

$$G(\omega) = \mathbf{C}(j\omega\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} \quad (14)$$

A norma H_2 do sistema é definida por:

$$\|G\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tr}(G^*(\omega)G(\omega))d\omega \quad (15)$$

onde tr é o traço da matriz.

Uma maneira conveniente de determinar o valor numérico é através das equações:

$$\|G\|_2 = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{C}^T \mathbf{C} \mathbf{W}_C)} \quad (16)$$

$$\|G\|_2 = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{W}_O)} \quad (17)$$

onde \mathbf{W}_C e \mathbf{W}_O são as matrizes gramianas de contrabilidade e observabilidade (Gawronski, 1998).

Considerando $(\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i)$ a representação em espaço de estados do i -ésimo modo de um sistema, é possível aproximar a norma H_2 por (Gawronski, 1998)*

$$\|G_i\|_2 \cong \frac{\|\mathbf{B}_i\|_2 \|\mathbf{C}_i\|_2}{2\sqrt{\zeta_i \omega_i}} \cong \frac{\|\mathbf{B}_i\|_2 \|\mathbf{C}_i\|_2}{\sqrt{2\Delta\omega_i}} \cong \gamma_i \sqrt{2\Delta\omega_i} \quad (18)$$

onde γ_i é valor singular, assim, reescrevendo as equações, a norma H_2 associada ao i -ésimo modo pode ser calculada por, (Gawronski, 1998):

$$\|G_i\|_2 \cong \sqrt{\text{tr}(\mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i \mathbf{W}_{ci})} \cong (\|\mathbf{B}_i\|_2 \|\mathbf{C}_i\|_2) / (2\sqrt{\zeta_i \omega_i}) \quad (19)$$

*Define-se $\Delta\omega_i$ como meia potência da i -ésima frequência de ressonância (Clough e Penzien, 1975; Ewins, 1984), sendo, $\Delta\omega_i = 2\zeta_i \omega_i$ e ζ_i o i -ésimo fator de amortecimento e ω_i a i -ésima frequência natural.

Uma vez calculada a norma para cada modo, a norma H_2 do sistema pode ser obtida pela soma RMS de todos os modos onde n é o número total de modos.

$$\|G\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n \|G_i\|_2^2} \quad (20)$$

Também, a norma H_2 para um sistema com mais de um atuador, ou sensor, é a soma RMS das normas para o sistema com cada um deles separadamente.

3.1 Índice e Matrizes de Posicionamento H_2

O índice de posicionamento σ_{2ki} que avalia o k -ésimo atuador no i -ésimo modo em termos da norma H_2 é definido para todos os modos e todas as localizações candidatas possíveis:

$$\sigma_{2ki} = w_{ki} \frac{\|G_{ki}\|_2}{\|G\|_2}, \quad k=1, \dots, S \quad i=1, \dots, n \quad (21)$$

sendo $w_{ki} \geq 0$ o peso para o k -ésimo atuador e para o i -ésimo modo. Usando estes índices, pode-se definir a matriz de posicionamento do atuador:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{211} & \sigma_{212} & \cdots & \sigma_{21k} & \cdots & \sigma_{21S} \\ \sigma_{221} & \sigma_{222} & \cdots & \sigma_{22k} & \cdots & \sigma_{22S} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{2i1} & \sigma_{2i2} & \cdots & \sigma_{2ik} & \cdots & \sigma_{2iS} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{2n1} & \sigma_{2n2} & \cdots & \sigma_{2nk} & \cdots & \sigma_{2nS} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{l} \text{iésimo modo} \\ \uparrow \\ \text{késimo atuador} \end{array} \quad (22)$$

A i -ésima linha desta matriz corresponde ao i -ésimo modo e k -ésima coluna ao k -ésimo atuador (ou posição candidata para o atuador). O procedimento para o índice de posicionamento do sensor σ_{2ki} é similar e avalia o k -ésimo sensor no i -ésimo modo em termos de norma H_2 :

$$\sigma_{2ki} = w_{ki} \frac{\|G_{ki}\|_2}{\|G\|_2}, \quad k=1, \dots, R \quad i=1, \dots, n \quad (23)$$

sendo $w_{ki} \geq 0$ o peso para o k -ésimo sensor e para o i -ésimo modo. Usando estes índices, pode-se definir a matriz de posicionamento do sensor:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{211} & \sigma_{212} & \cdots & \sigma_{21k} & \cdots & \sigma_{21R} \\ \sigma_{221} & \sigma_{222} & \cdots & \sigma_{22k} & \cdots & \sigma_{22R} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{2i1} & \sigma_{2i2} & \cdots & \sigma_{2ik} & \cdots & \sigma_{2iR} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{2n1} & \sigma_{2n2} & \cdots & \sigma_{2nk} & \cdots & \sigma_{2nR} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{l} \text{iésimo modo} \\ \uparrow \\ \text{késimo sensor} \end{array} \quad (24)$$

A i -ésima linha desta matriz corresponde ao i -ésimo modo e a k -ésima coluna ao k -ésimo sensor (ou posição candidata para o sensor).

4. ESTRATÉGIAS DE POSICIONAMENTO DE SENSORES/ATUADORES

O problema de localização ótima de sensores e atuadores consiste em determinar o posicionamento de um pequeno conjunto de atuadores e sensores tal que a norma H_2 do sistema seja o mais próximo da norma do sistema completo. Utiliza-se R e S para representarem as localizações candidatas para o sensor e o atuador, respectivamente. O número de posições candidatas é superior ao número de atuadores e sensores disponíveis.

4.1 Estratégia de Posicionamento dos Atuadores

Os seguintes passos são seguidos:

1. Localizar o sensor em uma posição qualquer acessível.
2. Baseado em experiências de engenharia, exigências técnicas e restrições físicas selecione as localizações possíveis de atuadores. Com isto S candidatos de posicionamento de atuadores são selecionados.
3. Para cada modo (k), e cada localização (i), determinar o índice do posicionamento do atuador $\sigma_{ak}(i)$.
4. Para controlar um determinado modo, selecionar a localização (i) mais importante (ou seja, com o maior índice $\sigma_{ak}(i)$).
5. Para controlar um determinado número n_m de modos, geralmente definidos pelo modelo truncado, encontrar o índice σ_{ak} para todos os n_m modos e cada posição k candidata ($k = 1, \dots, S$). Definir o número de atuadores necessários (a_n) tal que os n_m sejam controláveis ($a_n \leq S$).

4.2 Estratégia de Posicionamento dos Sensores

Os seguintes passos são seguidos:

1. Localizar o atuador na posição ótima obtida anteriormente.
2. Baseado em experiências de engenharia, exigências técnicas e restrições físicas selecione as localizações possíveis de sensores. Com isto R candidatos de posicionamento de sensores são selecionados.
3. Para cada modo (k), e cada localização (i), determinar o índice do posicionamento do sensor $\sigma_{sk}(i)$.
4. Para observar um determinado modo, selecionar a localização (i) mais importante (ou seja, com o maior índice $\sigma_{sk}(i)$).
5. Para observar um determinado número n_m de modos, encontrar o índice σ_{sk} para todos os n_m modos e cada posição k candidata ($k = 1, \dots, R$). Definir o número de sensores necessários (s_n) tal que os n_m sejam observáveis ($s_n \leq R$).

5. APLICAÇÃO NUMÉRICA

A metodologia proposta neste trabalho para se obter o posicionamento ótimo de sensores e atuadores foi aplicada em uma treliça plana de alumínio tipo *Pratt* (Figura 2). Estas treliças são amplamente conhecidas e aplicadas, principalmente em construções de engenharia civil, como mostra a Figura 3. A treliça utilizada neste trabalho é composta por 29 barras e 16 nós, com 2 graus de liberdade por nó (deslocamento nas direções vertical e horizontal) e foi considerada engastada nos nós 1 e 9. As propriedades físicas e geométricas da estrutura são mostradas na Tabela 1.

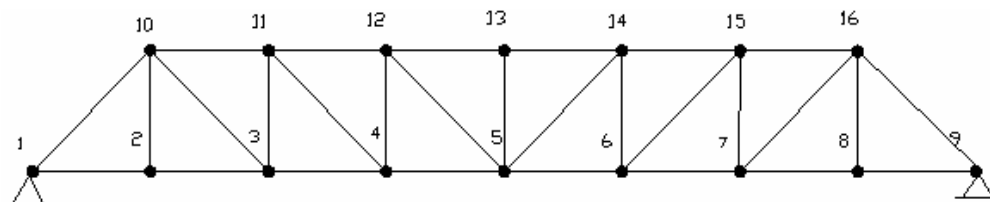


Figura 2: Treliça plana do tipo *Pratt*.

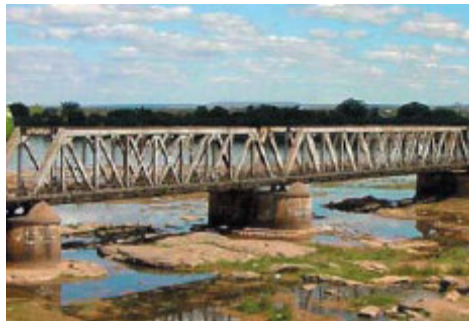


Figura 3: Treliças do tipo *Pratt* em uma ponte.
(Fonte: www.yahoo.com, acesso 30 de junho de 2007)

Tabela 1: Propriedades físicas e geométricas da treliça

Barras horizontais/verticais	0,8 m
Módulo de Elasticidade	70 MPa
Densidade	2710 Kg/m ³
Área da seção transversal	2,95.10 ⁻⁵ m ²

Cada barra da treliça foi considerada uma posição candidata para a localização do atuador e, para o sensor, todos os graus de liberdade livres (direção horizontal e vertical dos nós estruturais, exceto para os nós 1 e 9, que estão engastados). Com isto, é possível se verificar que existem 29 posições candidatas para o atuador e 28 para o sensor. Para clareza de compreensão, a Tabela 2 mostra a relação entre cada posição candidata para o atuador (cada barra estrutural) e os nós da treliça. Nas Figuras 4a até 3f é possível observar a forma de cada um dos seis primeiros modos de vibrar da estrutura, respectivamente.

Tabela 2: Posições candidatas para a localização do atuador – relação entre as barras e os nós da treliça.

Elemento	Nós	Elemento	Nós	Elemento	Nós
1	1 e 2	11	7 e 16	21	3 e 10
2	2 e 3	12	7 e 15	22	2 e 10
3	3 e 4	13	6 e 15	23	1 e 10
4	4 e 5	14	6 e 14	24	10 e 11
5	5 e 6	15	5 e 14	25	11 e 12
6	6 e 7	16	5 e 13	26	12 e 13
7	7 e 8	17	5 e 12	27	13 e 14
8	8 e 9	18	4 e 12	28	14 e 15
9	9 e 16	19	4 e 11	29	15 e 16
10	8 e 16	20	3 e 11		

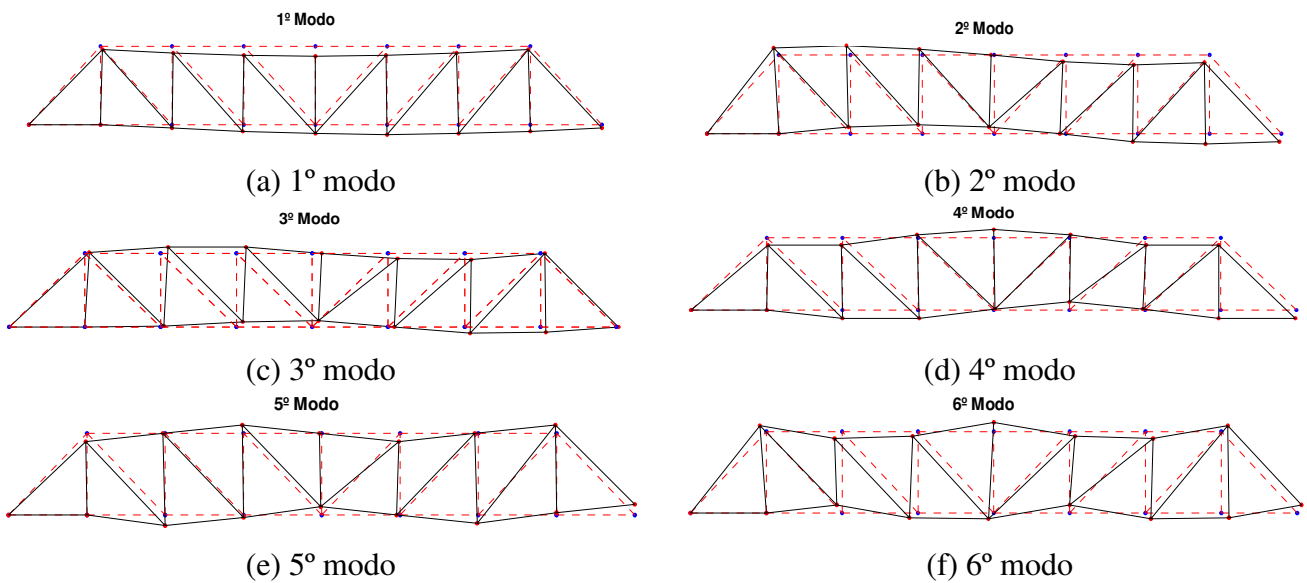


Figura 4: Seis primeiros modos de vibrar da treliça tipo *Pratt*.

Como descrito nas estratégias de posicionamento, foi considerado inicialmente o sensor na posição candidata 15 (nó 10 direção horizontal, escolhida aleatoriamente) e os índices de posicionamento do atuador foram calculados. A Figura 5 mostra que as quatro primeiras melhores posições são nas barras 2, 1, 22 e 3, respectivamente (ver Tabela 2). Com isto, colocando um atuador na barra 2, os índices de posicionamento do sensor foram calculados, como mostra a Figura 6. Note que as duas primeiras melhores posições correspondem aos nós 2_h e 3_h (ver Figura 2), respectivamente. O subíndice h indica a direção horizontal. Note na Figura 7 a amplitude máxima da resposta ao impulso para cada posição candidata do sensor considerando o atuador na posição ótima. Pode-se verificar que a disposição das barras da treliça resulta em uma alta rigidez estrutural, assim, as amplitudes de vibração são pequenas, com exceção para o nó 2 na direção horizontal.

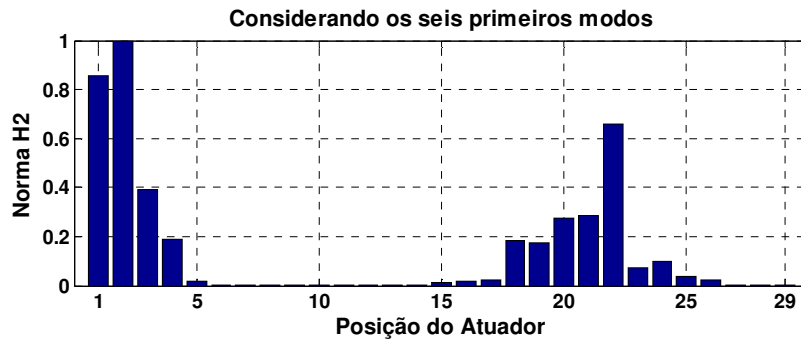


Figura 5: Índices de posicionamento para o atuador.

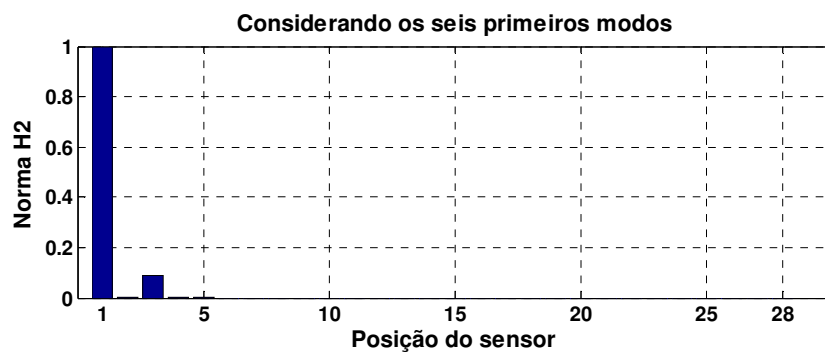


Figura 6: Índices de posicionamento para o sensor.

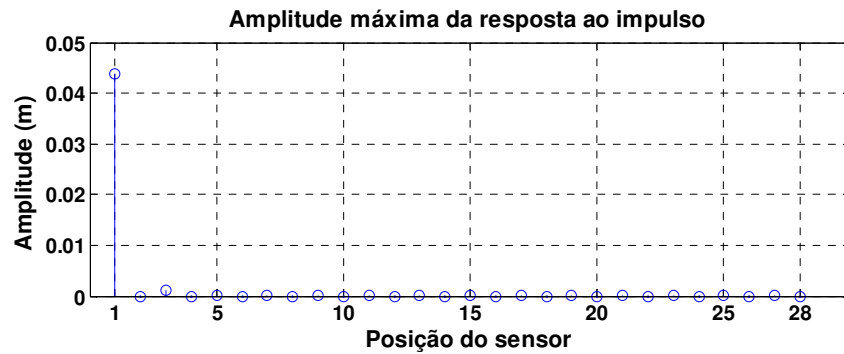


Figura 7: Máxima amplitude de vibração para a resposta ao impulso considerando o sensor em cada posição candidata.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Estruturas com sensores e atuadores integrados vêm sendo cada vez mais pesquisadas, principalmente para o projeto de controle ativo de vibrações. Estas estruturas são chamadas de estruturas inteligentes e uma das mais importantes etapas de projeto é o posicionamento ótimo de sensores e atuadores. Neste artigo foi apresentada uma estratégia de posicionamento em uma treliça plana de alumínio envolvendo a norma H_2 . Os índices de posicionamento dos sensores e atuadores foram calculados considerando os seis primeiros modos de vibrar da treliça.

7. REFERÊNCIAS

- Clough, R. W. e Penzien, J., 1975. “Dynamics of Structures”, McGraw-Hill, New York.
- Ewins, D. J., 1984, “Modal Testing”, Wiley. New York.
- Gawronski, W. K., 1998, “Dynamics and Control of Structures: A Modal Approach”, 1.ed New York: Springer Verlag, 231p.
- Liu, F. and Zhang, L., 2000, “Modal-Space Control of Flexible Intelligent Truss Structures via Modal Filters”, Proceeding of IMAC - International Modal Analysis Conference, pp. 187-193.
- Papathodorou, M., Taylor, C. A e Lieven, N. A. J., 1999, “Optimal Sensor Locations for Dynamic Verification”, Structural Dynamics – Eurodyn 99, pp. 587-592.

8. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPESP (Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo) pelo apoio financeiro concedido às pesquisas.