

DETERMINAÇÃO DO ARRASTO DE CILINDROS CIRCULARES UTILIZANDO O BALANÇO DE MOMENTUM

Luiz Henrique Milan da Silva

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” Campus de Ilha Solteira – Avenida Brasil
Centro, 56 – 15385-000 – Ilha Solteira – SP
luizsil@aluno.feis.unesp.br

Edson Del Rio Vieira

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” Campus de Ilha Solteira – Avenida Brasil
Centro, 56 – 15385-000 – Ilha Solteira – SP
delrio@dem.feis.unesp.br

Resumo: *Encontra-se na literatura um grande número de publicações referentes ao coeficiente de arrasto em um cilindro circular num escoamento. Porém, ao analisarmos os dados apresentados em tais estudos e confrontá-los com os encontrados em experimentos realizados em túneis de vento de pequeno porte, uma discrepância aparecia. Os ensaios foram realizados em um túnel aerodinâmico (200x200x500 mm de seção de testes) construído em acrílico que possibilitava a visualização do escoamento. O coeficiente de arrasto pôde ser obtido fazendo-se o balanço da quantidade de movimento para um volume de controle inercial, através do campo de velocidade na esteira do cilindro. Diferentes coeficientes de arrasto foram obtidos quando analisados os campos de velocidade a diferentes distâncias da geometria. Foram então estudadas as condições do ensaio e verificada a causa desta discrepância.*

Palavras-chave: *Cilindro, túnel aerodinâmico, quantidade de movimento, arrasto.*

1. INTRODUÇÃO

Em 1744 Jean L^h Rond d’Alembert enunciou um paradoxo que desafiava os pesquisadores da época. Teoricamente acreditava-se que os campos de pressão nas regiões frontal e posterior de um modelo inserido em um escoamento eram iguais, concluindo-se então, que não havia arrasto durante o escoamento. Quando comparados os resultados esperados pela teoria com os encontrados em ensaios experimentais, era claro que aparecia um arrasto no modelo. Este paradoxo ficou conhecido na mecânica dos fluidos como o *paradoxo de d’Alembert*, este paradoxo é mostrado em Anderson (1991).

Analisando um modelo inserido em um escoamento a primeira idéia que se tem para o arrasto causado é que este se deve ao atrito aerodinâmico. Refletindo um pouco melhor sobre o assunto, concluímos que esta é uma idéia equivocada, já que o ar possui uma baixa viscosidade e, assim, o arrasto seria devido principalmente ao aumento da pressão do ar na região frontal do modelo e uma diminuição da mesma na região posterior, Fox, McDonald & Pritchard (2006). Esta diferença de pressão acaba gerando uma esteira, situada na região onde a camada limite se descola do corpo colocado no escoamento, como mostrado na Figura 1.a e 1.b.

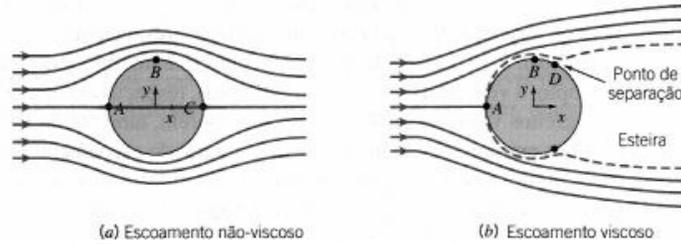


Figura 1: Esteira em um cilindro inserido em um escoamento.

Sabemos que quanto maior for o número de Reynolds, maior será a esteira produzida pelo modelo no escoamento, como mostrado por Fox, McDonald & Pritchard, 2006. A dimensão da esteira produzida está diretamente ligada ao arrasto presente no escoamento. A Figura 2 ilustra o escoamento ao redor de um cilindro circular para diferentes Reynolds, aumentando da Figura 2.a para a 2.d.

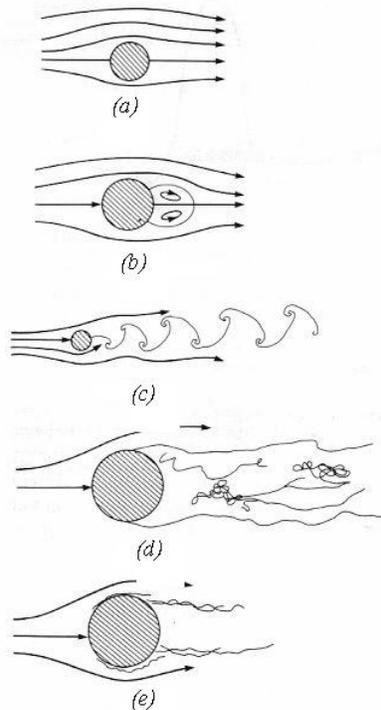


Figura 2: Escoamento ao redor de um cilindro para diferentes Reynolds.

O valor do arrasto causado por um corpo imerso em um escoamento pode ser obtido através do balanço da quantidade de movimento para um dado volume de controle do escoamento. A dedução desta equação é encontrada em vários títulos de diferentes autores da literatura, sendo todas elas equivalentes, a mostrada neste texto foi retirada de Anderson (1991). As forças atuantes sobre uma superfície de controle será dada pela Equação 1,

$$\text{Forças de Superfície} = - \int_{SC} p dS - R' \quad (1)$$

onde SC indica a superfície de controle onde será feita a integração, p é a pressão exercida pelo escoamento, dS o elemento diferencial de área e R' é a reação do corpo-de-prova à força aerodinâmica causada pelo escoamento.

Utilizando a primeira lei de Newton para o balanço da quantidade de movimento no volume de controle temos,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho V dV + \int_{SC} (\rho V \cdot dS) V = - \int_{SC} p dS - R' \quad (2)$$

onde ρ é a densidade do escoamento, V é a velocidade do escoamento e dV é o elemento diferencial do volume de controle.

No caso estudado, o escoamento não muda suas propriedades com o tempo, então podemos eliminar o primeiro elemento do lado esquerdo da Equação 2. Rearranjando os termos, teremos agora o seguinte resultado,

$$R' = - \int_{SC} (\rho V \cdot dS) V - \int_{SC} p dS \quad (3)$$

A Equação 3 é uma equação vetorial. Para que possamos desenvolver esta relação, consideremos o volume de controle indicado na Figura 3.

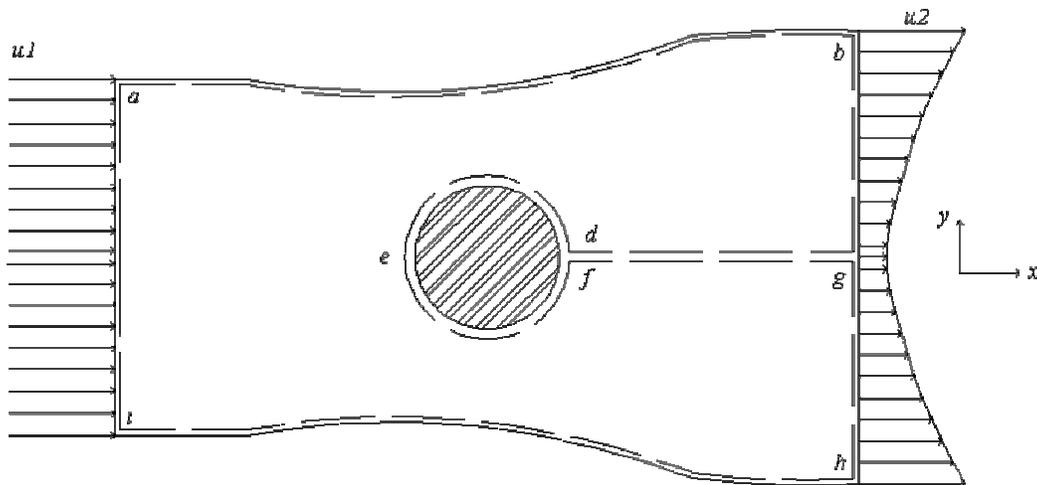


Figura 3: Volume de controle adotado nos cálculos.

Analisando a componente x da Equação 3, notamos que as velocidades de entrada e saída u_1 e u_2 estão nesta direção, e a componente x de R' é o arrasto aerodinâmico por extensão de unidade D' . Chegamos então à seguinte relação.

$$D' = - \int_{SC} (\rho V \cdot dS) u - \int_{abhi} (p dS)_x \quad (4)$$

onde u é a componente da velocidade na direção x . Para um volume de controle com pressão constante em toda a sua extensão.

$$- \int_{abhi} (p dS)_x = 0 \quad (5)$$

Temos então, que o arrasto será dado por.

$$D' = - \int_{SC} (\rho V . dS) u \quad (6)$$

As únicas contribuições no cálculo da Equação 6 serão as provenientes das seções *ai* e *bh* do volume de controle indicado. Estas seções são orientadas na direção *y* do escoamento, teremos então que $dS=dy(1)$, o que nos leva a esta nova relação.

$$\int_{SC} (\rho V . dS) u = - \int_i^a \rho_1 u_1^2 dy + \int_h^b \rho_2 u_2^2 dy \quad (7)$$

Considerando a fórmula integral para a continuidade de um escoamento constante, e, aplicando-a para o volume de controle aqui estudado temos.

$$- \int_i^a \rho_1 u_1 dy + \int_h^b \rho_2 u_2 dy = 0$$

ou

$$\int_i^a \rho_1 u_1 dy = \int_h^b \rho_2 u_2 dy \quad (8)$$

Multiplicando a equação 8 por u_1 , que é uma constante temos.

$$\int_i^a \rho_1 u_1^2 dy = \int_h^b \rho_2 u_2^2 dy \quad (9)$$

Substituindo a Equação 9 na Equação 7

$$\int_{SC} (\rho V . dS) u = - \int_h^b \rho_2 u_2 u_1 dy + \int_h^b \rho_2 u_2^2 dy$$

ou

$$\int_{SC} (\rho V . dS) u = - \int_h^b \rho_2 u_2 (u_1 - u_2) dy \quad (10)$$

Substituindo a Equação 10 na Equação 6, finalmente chegamos à expressão para o arrasto no escoamento.

$$D' = \int_h^b \rho_2 u_2 (u_1 - u_2) dy \quad (11)$$

A Equação 11 é bastante recomendada e utilizada em escoamentos de grande porte, como por exemplo, grandes túneis de vento, sem que haja comprometimento dos resultados. O problema é quando se trata de um escoamento em uma seção não muito grande, como o pequeno túnel de vento onde foram feitos os ensaios deste trabalho.

Quando um corpo de prova é ensaiado em um dispositivo como o utilizado, já era de conhecimento que o valor do arrasto encontrado para diferentes distâncias do corpo de prova não seriam iguais, se utilizada a Equação 11 neste cálculo. Sabendo

disso, foi levantado o campo de velocidades no escoamento e, então, estudada a causa desta discrepância entre o apresentado na literatura e o encontrado na prática.

2.MATERIAIS E MÉTODOS

O campo de velocidades na esteira de um cilindro de 10 mm de diâmetro fabricado em alumínio foi determinado para diferentes números de Reynolds, baseado no diâmetro do cilindro. Os ensaios foram realizados em um pequeno túnel aerodinâmico do tipo soprador com uma seção de testes de 200x200x500 mm, construído pela equipe do Laboratório de Visualização de Escoamentos da Unesp de Ilha Solteira.

Um manômetro de tubo inclinado contendo água destilada em seu reservatório, construído de forma a se obter resultados bastante precisos foi utilizado para se obter a pressão diferencial nas diferentes partes do escoamento.

As medições das velocidades da esteira do cilindro foram obtidas utilizando-se um tubo de Pitot, construído segundo as recomendações de Prandtl, em aço inox com 3 mm de diâmetro externo. E, utilizando-se a equação de Bernoulli para uma linha de corrente reescrita, de forma adequada à resolução do problema, como indicado abaixo.

$$v = \sqrt{\frac{2p_d}{\rho_l}} \quad (12)$$

Onde p_d é a pressão dinâmica e ρ_l é a densidade do fluido.

O cilindro foi posicionado na seção de testes utilizando-se um parafuso preso internamente a ele por meio de uma rosca, e conectado a um suporte de acrílico na parte superior da seção. O tubo de Pitot foi posicionado na esteira produzida pelo cilindro. Um mecanismo posicionador de sondas permite o deslocamento do tubo no interior da seção de testes. Este mecanismo consiste em um parafuso micrométrico acoplado em um paquímetro de 300 mm que permite o deslocamento do Pitot no interior da seção de testes. A sonda de velocidade foi posicionada a jusante do corpo de testes, em diferentes posições na esteira, relativo ao diâmetro do cilindro.

Medidas da pressão estática na seção de testes também foram feitas para diferentes posições do escoamento, utilizando a mesma metodologia acima descrita. Com os resultados dos perfis de velocidades obtidos foi possível analisar o coeficiente de arrasto que o cilindro era submetido para diferentes Reynolds.

O método matemático utilizado nos cálculos baseia-se no balanço da quantidade de movimento para um volume de controle inercial fixo no espaço. Este método foi amplamente utilizada pela antiga NACA, *National Advisory Committee for Aeronautics*, atual NASA, nas décadas de 30 e 40. A figura 3 ilustra o volume de controle adotado, no escoamento ao redor do cilindro, na aplicação do balanço da quantidade de movimento.

Da Equação 6 sabemos que a força atuante para um volume de controle inercial é dada por

$$D' = -\int_{SC} (\rho V \cdot dS)u$$

Na resolução da Equação 6, seria necessário realizar uma transformada de coordenadas cilíndricas, mas o cálculo ficaria demasiado complexo. Por esta

dificuldade, os cálculos aqui realizados utilizarão apenas coordenadas cartesianas, facilitando então, a obtenção da força de arrasto.

Comparando os gráficos dos perfis de velocidade de entrada e saída do volume de controle verifica-se um “déficit” de velocidade na saída. Portanto, é possível relacionar o volume do sólido de revolução gerado por esse “déficit” com a força de arrasto atuante no cilindro. Isto se deve ao fato de o escoamento se desenvolver em regime permanente, o fluxo de massa na entrada do volume de controle deve ser igual ao fluxo de massa na saída deste.

Neste sentido, uma integração numérica da Equação 11 foi realizada para a situação descrita, e os coeficientes de arrasto foram assim obtidos.

3.RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados obtidos para os perfis de velocidade na esteira do cilindro são apresentados nas figuras de 6 a 8.

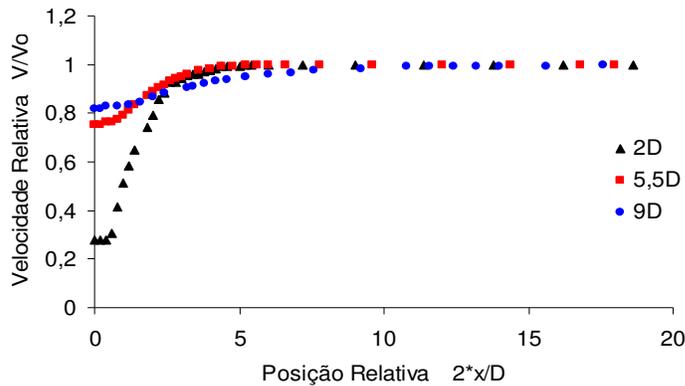


Figura 6: Perfil de velocidade relativa para diferentes posições do tubo de Pitot.
Re=10250

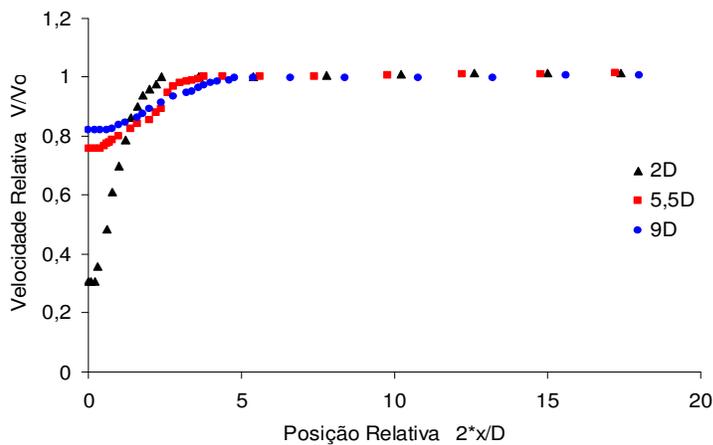


Figura 7: Perfil de velocidade relativa para diferentes posições do tubo de Pitot
Re=12600

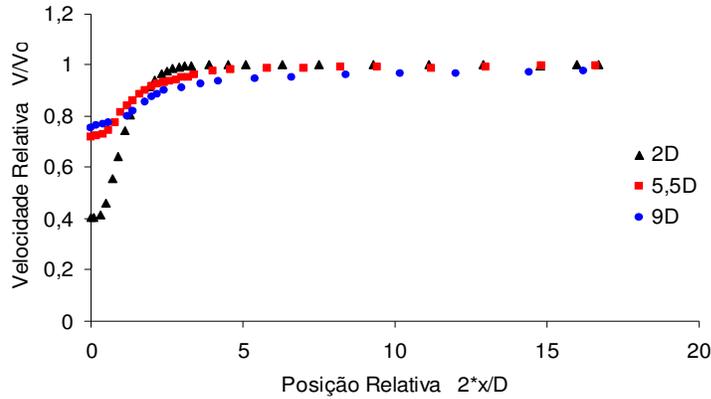


Figura 8: Perfil de velocidade relativa para diferentes posições do tubo de Pitot para $Re=15000$

A Figura 9 mostra a variação da pressão estática na seção de testes onde o cilindro foi posicionado durante os testes.

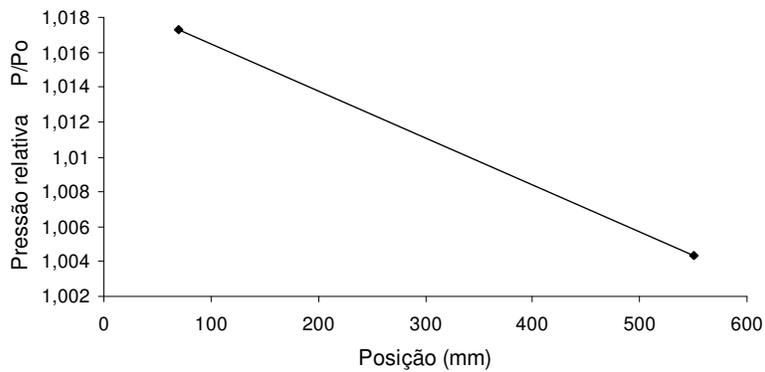


Figura 9: Variação da pressão no túnel aerodinâmico.

As tabelas de 1 a 3 contendo os coeficientes de arrasto para diferentes Reynolds e posições no escoamento são mostradas a seguir.

Tabela 1: Coeficientes de Arrasto para Reynolds 15000

Coeficientes de Arrasto para Reynolds 15000	
Distância	Coeficiente de Arrasto
2D	18,68
5,5D	18,72
9D	17,59

Tabela 2: Coeficientes de Arrasto para Reynolds 12600

Coeficientes de Arrasto para Reynolds 12600	
Distância	Coeficiente de Arrasto
2D	20,78
5,5D	20,25

9D	20,14
----	-------

Tabela 3: Coeficientes de Arrasto para Reynolds 10500

Coeficientes de Arrasto para Reynolds 10250	
Distância	Coeficiente de Arrasto
2D	20,87
5,5D	21,01
9D	19,99

4.CONCLUSÕES

Utilizando as equações apresentadas anteriormente percebemos que o coeficiente de arrasto no cilindro para diferentes distâncias no escoamento deveria ser o mesmo. Isso se deve ao fato de no perfil de velocidades haver uma compensação nas curvas, fazendo com que a integral destes perfis possuam o mesmo valor.

Analisando esta diferença com mais calma e levando em consideração a curva que representa a queda de pressão no túnel aerodinâmico, concluímos que em experimentos deste tipo esta curva deve ser utilizada para ajustar o valor do coeficiente de arrasto para as diferentes distâncias. Este ajuste é feito através da Equação 4, onde o segundo termo do lado direito desta, representa a queda de pressão desconsiderada por Anderson. Finalmente, o concluímos que o coeficiente de arrasto para um corpo, estudado utilizando-se um túnel de vento de pequeno porte deve ser dado pela Equação 4.

5.REFERÊNCIAS

Anderson, J.D., Jr., 1991, “Fundamentals of Aerodynamics”, McGraw-Hill, USA.
 Fox, R.W., McDonald, A.T. e Pritchard, P.J., 2006, “Introdução à Mecânica dos Fluidos”, LTC.

DETERMINATION OF THE DRAG FORCE ON CIRCULAR CYLINDERS USING THE MOMENTUM BALANCE

Luiz Henrique Milan da Silva

São Paulo State University “Júlio de Mesquita Filho” Ilha Solteira – Brasil Centro Avenue, 56 – 15385-000 – Ilha Solteira, SP
luizsil@aluno.feis.unesp.br

Edson Del Rio Vieira

São Paulo State University “Júlio de Mesquita Filho” Ilha Solteira – Brasil Centro Avenue, 56 – 15385-000 – Ilha Solteira, SP
delrio@dem.feis.unesp.br

Abstract: A great number of referring publications to the drag coefficient in a circular cylinder in a flow meets in literature. However, when analyzing the data presented in such studies and collating them with joined in experiments carried through in small aerodynamic tunnels, a discrepancy appeared. The tests have been carried through in a aerodynamic tunnel (200x200x500 mm of section of tests) constructed in Plexiglas that made possible the visualization of the flow. The drag coefficient could be gotten

becoming the balance of momentum for an inertial control volume, across the field of speed in the mat of the cylinder. Different coefficients of drag had been gotten when analyzed the speed fields at different distances of the geometry. Then studied the conditions of the tests and verified the cause of this discrepancy had been studied.

Keywords: *Cylinder, wind tunnel, momentum, drag.*