



ESTUDO DINÂMICO DE HIDROGERADORES USANDO O MÉTODO DE MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA

Eduardo Juntolli Vilhena

Universidade de Brasília, eduardo.vilhena@dprf.gov.br

Alberto C. G. C. Diniz

Universidade de Brasília – UnB
Laboratório de Vibrações e Dinâmica de Estruturas
Campus Universitário Darcy Ribeiro
Gleba A – Faculdade de Tecnologia – Bloco F
70910-900 – Brasília – DF – Brasil
adiniz@unb.br

Resumo: *Esse trabalho apresenta o estudo do comportamento dinâmico de um conjunto rotor-gerador de usina hidrelétrica utilizando o Método de Matriz de Transferência. Para isso foram desenvolvidos algoritmos na linguagem MATLAB® capazes de calcular as frequências e os modos de vibração. Os programas desenvolvidos foram aplicados ao estudo dinâmico do hidrogerador da Usina Hidroelétrica de Coaracy Nunes no Amapá. Os resultados obtidos foram comparados aos conhecidos utilizando o Método de Elementos Finitos. Apresentam-se também o tempo de cálculo e a precisão dos resultados, demonstrando a eficiência e rapidez do Método de Matriz de Transferência no estudo dinâmico de estruturas unidimensionais como os hidrogeradores.*

Palavras-chave: *Dinâmica de rotores, matriz de transferência, modelagem, turbinas hidráulicas*

1. INTRODUÇÃO

O comportamento do conjunto rotor-gerador (hidrogerador) de turbinas hidráulicas é de extrema importância para a geração de energia. Sabendo da importância desse conjunto, torna-se necessária uma preocupação especial com a dinâmica do conjunto e devem ser utilizadas técnicas de projeto que possam prever falhas na estrutura durante seu funcionamento com um bom grau de precisão.

Métodos analíticos clássicos permitem soluções exatas, no entanto, estes métodos são utilizados apenas em formulações simples, não sendo adequados à maioria dos problemas práticos. Neste contexto inserem-se o Método de Elementos Finitos e o Método de Matriz de Transferência, como ferramentas alternativas na área de cálculo estrutural, com as quais é possível definir soluções aproximadas para estruturas complexas. O método para estudo da dinâmica de rotores mais amplamente utilizado atualmente é o Método de Elementos Finitos, no entanto, o Método das Matrizes de Transferência gera resultados satisfatórios para modelos unidimensionais com bastante simplicidade e com um número bastante reduzido de equações, sendo também bastante aplicável.

Uma das maiores vantagens da utilização de Matrizes de Transferências é que, uma vez determinadas, elas podem ser usadas quantas vezes forem necessárias. Uma vez estabelecido um modelo de certa ordem e os parâmetros intrínsecos para uma determinada seção da estrutura, define-se uma matriz de transferência que será repetida para todas as outras seções, de forma sucessiva. Desta forma, o MMT não requer o armazenamento e a manipulação de grandes matrizes.

Nesse trabalho o Método de Matriz de Transferência é usado para identificar as frequências naturais e os modos de vibração de um hidrogerador, comum às usinas hidrelétricas.

A seguir é introduzida a teoria de base do método de matrizes de transferência e apresentados os três modelos desenvolvidos usando o *Matlab*, bem como os resultados obtidos e a comparação com o método de elementos finitos.

2. O MÉTODO DE MATRIZES DE TRANSFERÊNCIA

O Método de Matrizes de Transferência (MMT) utiliza um procedimento de sucessivas transferências de propriedades, começando com as condições limites em um lado do sistema, e transportando-as sucessivamente ao longo da estrutura ao outro lado do sistema. A satisfação das condições de contorno em todos os pontos fornece a base para a solução. O estado de um ponto específico do rotor é transferido entre pontos sucessivos através das matrizes de transferência.

O Método de Matriz de Transferência foi proposto primeiramente por Prohl (1945) como forma alternativa de calcular as velocidades críticas de rotores flexíveis. Nos anos 60 os efeitos da película de fluido e da rigidez do gerador foram incluídos no modelo (Koenig, 1961, Guenther e Lovejoy, 1961). Avanços significativos nesse método foram conseguidos por Lund (1980) ao considerar os efeitos do momento torçor, das forças cortantes e das forças aerodinâmica, simultaneamente, e estimar a sensibilidade das velocidades críticas de um sistema às alterações de projeto. Bansal e Kirk (1975) utilizaram o MMT na análise modal para o cálculo das frequências naturais e o estudo da estabilidade de rotores flexíveis montados em apoios flexíveis.

Em todos esses trabalhos, o eixo é aproximado por um modelo discreto com massas concentradas. Lund e Orcutt (1967) formularam, analiticamente, uma matriz de transferência para um eixo modelado por um sistema contínuo. Inagaki et al. (1980) planejaram um MMT para determinar a situação estacionária em vários momentos de funcionamento de um sistema rotor-gerador, considerando somente o efeito da inércia transversal. Lee et al. (1991) melhoraram esse último trabalho, considerando os efeitos da inércia, os momentos torçores e as forças cortantes.

Para a aplicação do Método de Matrizes de Transferência em vigas e eixos, estes serão considerados como uma série de elementos, normalmente molas alternadas com massas como mostrado na Figura 1.

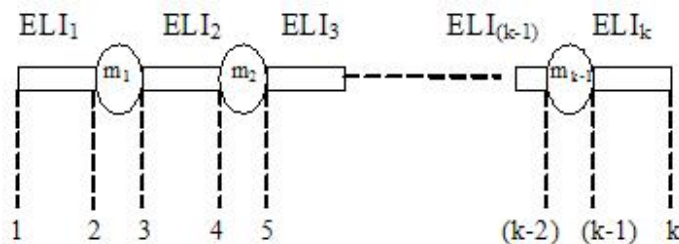


Figura 1: Modelo de viga ou eixo.

Levando-se em conta os esforços cortantes e os momentos fletores, o vetor estado em cada ponto “*i*” da viga será:

$$[Z]_i = [y \quad \theta \quad M \quad Q]^T \quad (1)$$

Onde $[Z]_i$ indica o vetor estado no ponto *i* e *y*, θ , *M* e *Q* são respectivamente o deslocamento na direção vertical, o ângulo de rotação, o momento fletor e o esforço cortante.

2.1. Matriz de Transferência para um elemento mola

A elasticidade da viga ou eixo é representada por molas cuja rigidez depende das propriedades mecânicas e geométricas da estrutura. Tomando dois pontos consecutivos “*i*” e “*i+1*” ao longo da viga, separados por um elemento mola de comprimento “*L*”, o equilíbrio é dado por:

$$Q_{i+1} = Q_i \quad \text{e} \quad M_{i+1} = M_i + Q_i \cdot L \quad (2)$$

Integrando a equação da linha elástica, entre os pontos “*i*” e “*i+1*”, com $E \cdot I$ constante ao longo da viga (onde *E* é o módulo de elasticidade e *I* o momento de inércia), temos:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{E \cdot I} \quad \text{ou} \quad M = E \cdot I \frac{d^2 y}{dx^2} = E \cdot I \frac{d\theta}{dx} \quad (3)$$

$$\int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} d\theta = \frac{1}{EI} \int_0^L M dx = \frac{1}{EI} \int_0^L (M_i + Q_i x) dx \quad \Rightarrow \quad \theta_{i+1} = \theta_i + \frac{M_i L}{EI} + \frac{Q_i L^2}{2EI} \quad (4)$$

$$\int_{y_i}^{y_{i+1}} dy = \int_0^L \theta dx = \int_0^L \left(\theta_i + \frac{M_i x}{EI} + \frac{Q_i x^2}{2EI} \right) dx \quad \Rightarrow \quad y_{i+1} = y_i + \theta_i L + \frac{M_i L^2}{2EI} + \frac{Q_i L^3}{6EI} \quad (5)$$

Escrevendo as equações (1, 2, 4 e 5) na forma matricial temos:

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & L & \frac{L^2}{2EI} & \frac{L^3}{6EI} \\ 0 & 1 & \frac{L}{EI} & \frac{L^2}{2EI} \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i \quad (6)$$

2.2. Matriz de Transferência para um elemento massa

Tomemos agora dois pontos consecutivos “ i ” e “ $i+1$ ” ao longo de uma viga, separados por uma massa pontual, as equações de equilíbrio são:

$$y_{i+1} = y_i ; \quad \theta_{i+1} = \theta_i \quad \text{e} \quad M_{i+1} = M_i. \quad (7)$$

Usando a segunda Lei de Newton, temos:

$$Q_{i+1} - Q_i = m\ddot{y}_i = m\omega^2 y_i \quad \Rightarrow \quad Q_{i+1} = m\omega^2 y_i + Q_i \quad (8)$$

Escrevendo as equações acima na forma matricial, temos:

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ m\omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i \quad (9)$$

2.3. Matriz de Transferência para um apoio flexível.

As vigas e eixos nem sempre possuem apenas dois apoios, muitas vezes há mancais de sustentação intermediários entre os apoios, nestes pontos o vetor estado sofre uma alteração em seus valores.

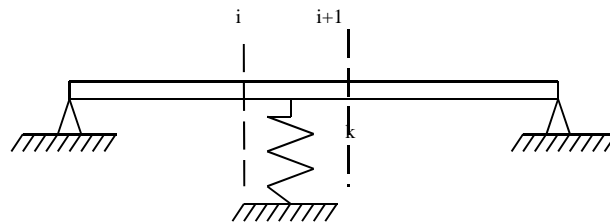


Figura 2 Viga com apoio flexível.

Considerando um mancal de rigidez “ k ” as equações de equilíbrio são:

$$y_{i+1} = y_i \quad , \quad Q_{i+1} = Q_i - ky_i \quad , \quad \theta_{i+1} = \theta_i \quad , \quad M_{i+1} = M_i \quad (10)$$

Colocando o conjunto de equações na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -k & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i \quad (11)$$

2.4. Matriz de Transferência para massa uniformemente distribuída

Tomando para análise dois pontos consecutivos de um eixo em deflexão com massa uniformemente distribuída teremos as seguintes relações:

$$\text{Inclinação: } \theta = \frac{dy}{dx}. \quad \text{Momento fletor: } M = EI \frac{d^2 y}{dx^2}. \quad (12)$$

$$\text{Esforço cortante: } Q = \frac{dm}{dx} = EI \frac{d^3 y}{dx^3} \quad \text{Variação do esforço cortante: } \frac{dQ}{dx} = EI \frac{d^4 y}{dx^4} \quad (13)$$

Considerando a vibração do eixo, o fator que produz variação no esforço cortante ao longo do eixo é a força de inércia devido à aceleração da massa do eixo que é expressa como:

$$-m_d \cdot \frac{d^2 y}{dx^2}. \quad (14)$$

Onde m_d é a massa por unidade de comprimento do trecho. Combinando com as equações (12) e (13), temos:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -m_d \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \text{ sendo } y = y(x, t). \quad (15)$$

Assumindo o movimento senoidal, a solução da Eq. (15) é:

$$y = A \cos(\phi \cdot x) + B \sin(\phi \cdot x) + C \cosh(\phi \cdot x) + D \sinh(\phi \cdot x), \quad (16)$$

$$\text{onde: } \phi = \left(\frac{m_d \cdot \omega^2}{EI} \right)^{0,25} \quad \text{e} \quad \omega \text{ é a frequência de vibração;}$$

e A, B, C e D são constantes que dependem das condições de contorno.

Substituindo a Eq. (16) no conjunto das Eqs. (12) e (13), aplicando as condições de contorno e fazendo as simplificações necessárias tem-se:

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} a & b/\phi & c/\phi^2 EI & d/\phi^3 EI \\ \phi \cdot d & a & b/\phi EI & c/\phi^2 EI \\ \phi^2 \cdot EI \cdot c & \phi \cdot EI \cdot d & a & b/\phi \\ \phi^3 \cdot EI \cdot b & \phi^2 \cdot EI \cdot c & \phi \cdot d & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i, \quad (19)$$

$$\text{sendo: } a = \frac{1}{2} [\cosh(\phi \cdot L) + \cos(\phi \cdot L)], \quad b = \frac{1}{2} [\sinh(\phi \cdot L) + \sin(\phi \cdot L)], \quad c = \frac{1}{2} [\cosh(\phi \cdot L) - \cos(\phi \cdot L)],$$

$$d = \frac{1}{2} [\sinh(\phi \cdot L) - \sin(\phi \cdot L)] \text{ e } L \text{ o comprimento do trecho com massa distribuída.}$$

Da mesma forma como ocorre com os apoios flexíveis, esta matriz pode ser incluída nas sucessivas multiplicações de matrizes para a obtenção da matriz de transferência total de um sistema. Deve ser observado ainda que sua utilização pode gerar ganho de tempo de cálculo, vez que uma extensão de eixo será substituída por apenas uma matriz, ao invés da multiplicação de diversas matrizes de eixo e de massa.

3. MODELOS DESENVOLVIDOS

Nesse item são apresentados três modelos desenvolvidos no Matlab usando a técnica de matrizes de transferência. O primeiro considera as massas do gerador e da turbina como sendo concentradas em um só ponto do eixo, desprezando os efeitos de inércia e elasticidade. O segundo modelo utiliza a teoria de massas distribuídas apresentadas no item 2.4. Por último foi considerado o modelo onde o gerador e a turbina se comportam como segmentos de eixo, assim, ambos são divididos em várias seções para determinação das Matrizes de Transferência.

De maneira a verificar a consistência dos resultados, esses foram comparados aos obtidos usando o método de elementos finitos para a mesma unidade geradora de Coaracy Nunes. O modelo de elementos finitos é mostrado na figura 3.

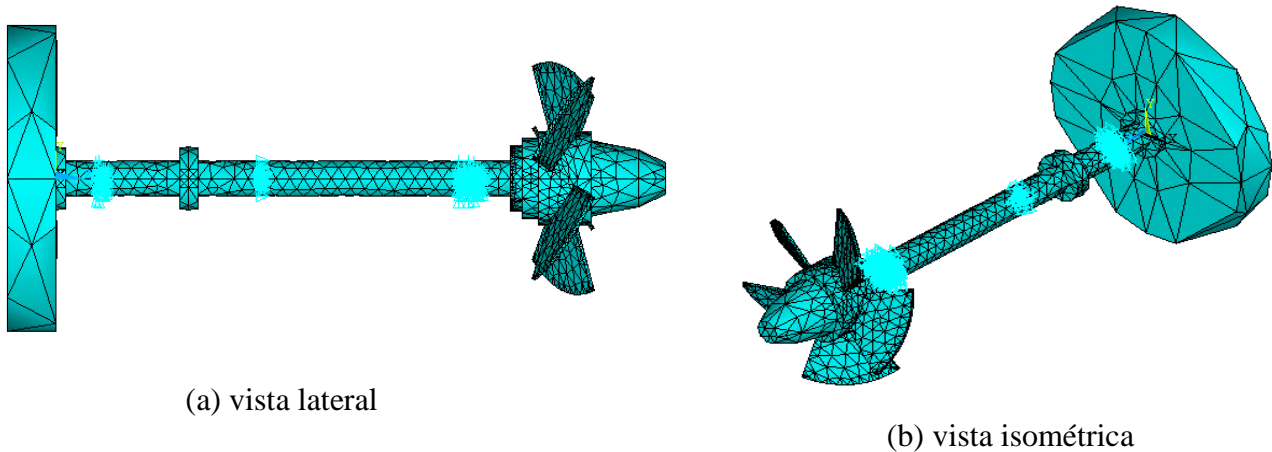


Figura 3: Modelo de Elementos Finitos do Hidrogerador.

3.1 Modelo de massas concentradas

No primeiro modelo as massas do gerador e da turbina são concentradas, como mostra a Fig 4.



Figura 4: Modelo da estrutura para massas concentradas.

Para o sistema mostrado têm-se os seguintes dados:

- Eixo do gerador “**A**”:
Momento inércia seção transv: $0,0123 \text{ m}^4$;
Massa por unidade de compr: 4.448 kg/m ;
Comprimento total: $2,58 \text{ m}$;
 Segmento 1-2 = $0,90 \text{ m}$;
 Segmento 2-3 = $1,68 \text{ m}$;
- Elementos de massa (1 e 5):
Massa do gerador: 100.000 Kg ;
Massa da turbina: 34.000 Kg .
- Eixo da turbina “**B**”:
Momento inércia seção transv: $0,0123 \text{ m}^4$;
Massa por unidade de compr: 3.051 kg/m ;
Comprimento total: $6,53 \text{ m}$;
 Segmento 3-4 = $5,51 \text{ m}$;
 Segmento 4-5 = $1,02 \text{ m}$;
- Apoios flexíveis (2 e 4):
Rigidez do mancal guia sup.: $1,37e^9 \text{ N/m}$;
Rigidez do mancal guia inf.: $1,64e^9 \text{ N/m}$;

O módulo de Young para todos os componentes do sistema é $2,1e^{11} \text{ N/m}^2$.

3.1.1 Resultados com o modelo de massas concentradas

Foram realizadas simulações variando o número de seções no eixo e o incremento da frequência, os resultados obtidos são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1: Resultados obtidos para massas concentradas.

| Nº de seções em cada segmento de eixo | Passos na frequência | 1ª Freq. Nat. [Hz] | 2ª Freq. Nat. [Hz] | 3ª Freq. Nat. [Hz] | 4ª Freq. Nat. [Hz] | Tempo de cálculo [s] |
|---------------------------------------|----------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|
| 1 | 1 | 11,54 | 19,02 | 29,84 | > 80,00 | 0,36 |
| | 0,1 | 11,53 | 18,96 | 29,80 | > 80,00 | 1,94 |
| | 0,01 | 11,53 | 18,97 | 29,79 | > 80,00 | 27,08 |
| 10 | 1 | 11,54 | 18,54 | 28,73 | 77,11 | 0,34 |
| | 0,1 | 11,59 | 18,55 | 28,67 | 77,12 | 2,09 |
| | 0,01 | 11,59 | 18,55 | 28,68 | 77,11 | 28,36 |
| 100 | 1 | 11,54 | 18,54 | 28,73 | 77,59 | 0,37 |
| | 0,1 | 11,59 | 18,53 | 28,78 | 77,53 | 2,05 |
| | 0,01 | 11,60 | 18,54 | 28,79 | 77,54 | 28,89 |
| 1.000 | 1 | 11,54 | 18,54 | 28,73 | 77,59 | 0,36 |
| | 0,1 | 11,59 | 18,53 | 28,80 | 77,60 | 2,09 |
| | 0,01 | 11,60 | 18,54 | 28,80 | 77,59 | 27,62 |
| Método de Elementos Finitos | | 7,65 | 16,94 | 20,68 | 35,78 | ----- |

Pode-se ver na Tab. 1 que não existe grande variação dos resultados encontrados para diferentes quantidades de seções nos eixos e diferentes passos. Nota-se contudo que, com a diminuição do passo, o tempo de cálculo aumenta consideravelmente sem implicar grandes modificações nos resultados. Verifica-se que o aumento do passo não melhora os resultados, mas aumenta muito o tempo de cálculo. A comparação com o método de elementos finitos mostra que a diferença mínima encontra-se na 2ª Frequência Natural com cerca de 9% e chega ao extremo na 4ª Frequência Natural com cerca de 117% de diferença. A Fig. 5 mostra a evolução das três primeiras Frequências de Vibração obtidas usando MMT relativamente às frequências encontradas através do MEF.

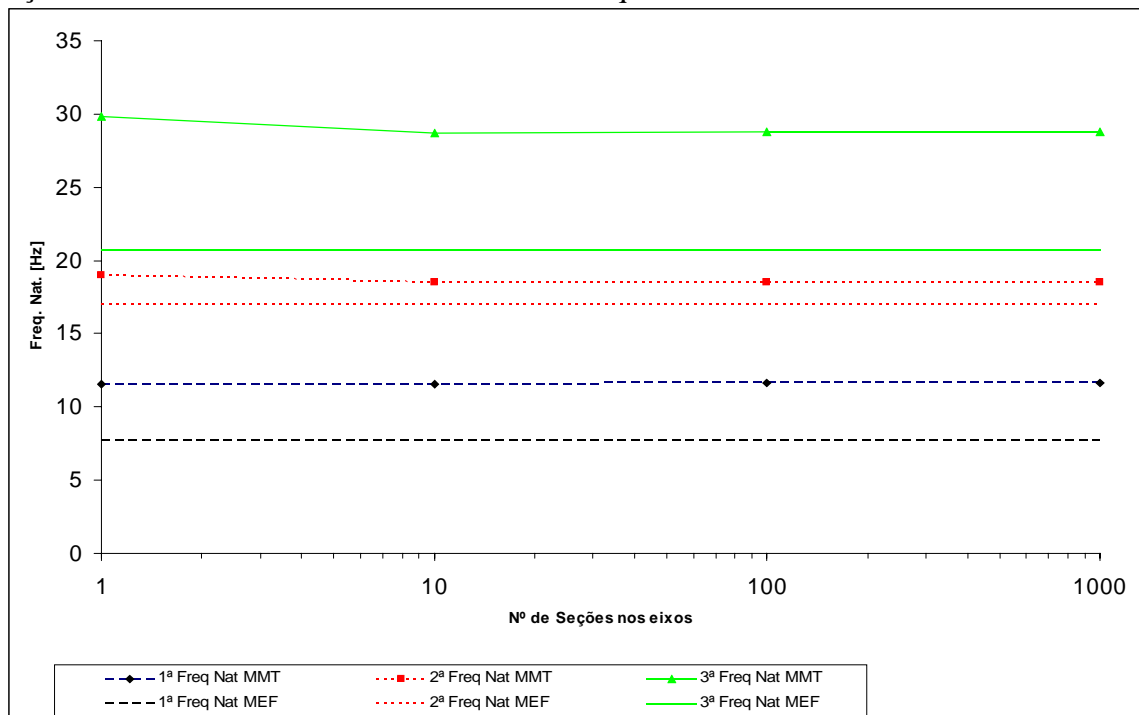


Figura 5: Gráfico comparativo entre o MMT e MEF para massas concentradas.

3.2 Modelo com massas distribuídas

Como o primeiro modelamento não correspondeu aos resultados esperados, foi elaborado um novo modelo de estrutura baseado na estrutura em análise. Nesta segunda hipótese testou-se o modelo onde a massa do gerador e da turbina são distribuídas igualmente pelo seu comprimento (Fig. 6.3), abandonando o modelo de massas concentrada.

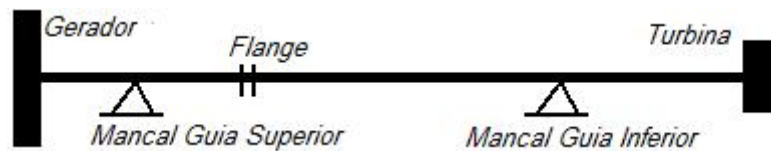


Figura 6: Modelo da estrutura para massas uniformemente distribuídas.

Os dados dos elementos que compõem o sistema são idênticos aos do primeiro modelo, com as seguintes inclusões:

- Gerador:
 - Comprimento: 0,96 m;
 - Momento de Inércia: 225.000 m⁴;
- Turbina:
 - Comprimento: 1,03 m;
 - Momento de Inércia: 11.437,6 m⁴;

3.2.1. Resultados com massas distribuídas

Como no caso anterior foram feitas várias simulações e os resultados obtidos são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2: Resultados obtidos para massas uniformemente distribuídas.

| Nº de Seções em cada segmento de eixo | Passos da frequência | 1ª Freq. Nat. [Hz] | 2ª Freq. Nat. [Hz] | 3ª Freq. Nat. [Hz] | 4ª Freq. Nat. [Hz] | Tempo de cálculo [s] |
|---------------------------------------|----------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|
| 1 | 1 | 8,51 | 14,40 | 29,68 | 80,00 | 0,39 |
| | 0,1 | 8,59 | 14,40 | 29,71 | 80,00 | 2,09 |
| | 0,01 | 8,59 | 14,40 | 29,71 | 80,00 | 28,14 |
| 10 | 1 | 8,67 | 14,24 | 29,68 | 66,13 | 0,36 |
| | 0,1 | 8,60 | 14,22 | 29,61 | 66,06 | 2,14 |
| | 0,01 | 8,60 | 14,21 | 29,61 | 66,06 | 28,72 |
| 100 | 1 | 8,67 | 14,24 | 29,84 | 66,13 | 0,39 |
| | 0,1 | 8,60 | 14,20 | 29,79 | 66,11 | 2,20 |
| | 0,01 | 8,60 | 14,21 | 29,78 | 66,10 | 28,39 |
| 1000 | 1 | 8,67 | 14,24 | 29,84 | 66,13 | 0,38 |
| | 0,1 | 8,60 | 14,20 | 29,80 | 66,11 | 2,27 |
| | 0,01 | 8,60 | 14,21 | 29,80 | 66,11 | 29,56 |
| Método de Elementos Finitos | | 7,11 | 13,42 | 29,26 | 43,00 | ----- |

Vê-se na Tab. 2 uma aproximação dos resultados do MEF para as três primeiras frequências, afastando-se, entretanto, na 4ª frequência. Chega-se, neste modelamento, à variação de cerca de 2% para a 3ª Frequência Natural, sendo que os resultados são obtidos quase que instantaneamente (menos de 1s), com pouca utilização de memória do computador e um modelamento muito simples de ser elaborado.

Os resultados para as três primeiras frequências desta comparação encontram-se ilustrados na figura 7, na página seguinte.

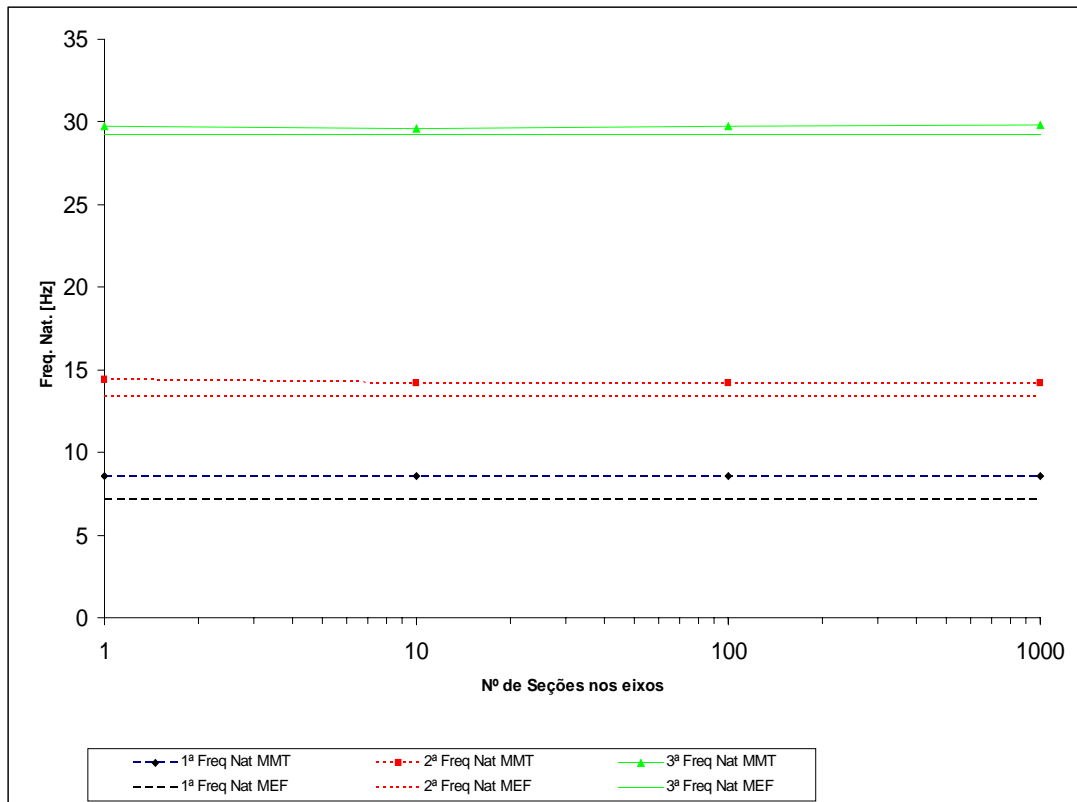


Figura 7: Gráfico comparativo entre o MMT e MEF para massas uniformemente distribuídas.

3.3. Modelo usando segmentos de eixos para representar o gerador e a turbina

Considera-se agora o caso em que a turbina foi dividida em cinco segmentos de eixo com diferentes características e propriedades, visando obter resultados mais precisos através de um modelamento mais próximo da realidade. Os resultados obtidos são mostrados na Tab. 3.

Tabela 3: Resultados obtidos para segmentos de eixo e apoios flexíveis.

| Nº de Seções em cada segmento de eixo | Passo na frequência | 1ª Freq. Nat. [Hz] | 2ª Freq. Nat. [Hz] | 3ª Freq. Nat. [Hz] | 4ª Freq. Nat. [Hz] | Tempo de cálculo [s] |
|---------------------------------------|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|
| 1 | 1 | 6,76 | 11,86 | 30,80 | > 80,00 | 0,48 |
| | 0,1 | 6,84 | 11,90 | 30,80 | > 80,00 | 2,74 |
| | 0,01 | 6,83 | 11,90 | 30,81 | > 80,00 | 33,94 |
| 10 | 1 | 8,04 | 10,74 | 30,00 | 62,95 | 0,50 |
| | 0,1 | 8,06 | 10,70 | 30,07 | 62,89 | 2,89 |
| | 0,01 | 8,06 | 10,70 | 30,08 | 62,89 | 35,16 |
| 100 | 1 | 8,20 | 10,58 | 30,16 | 62,63 | 0,50 |
| | 0,1 | 8,17 | 10,66 | 30,20 | 62,56 | 2,92 |
| | 0,01 | 8,18 | 10,65 | 30,20 | 62,56 | 35,91 |
| 1000 | 1 | 8,20 | 10,58 | 30,16 | 62,47 | 0,50 |
| | 0,1 | 8,19 | 10,66 | 30,22 | 62,52 | 3,08 |
| | 0,01 | 8,19 | 10,65 | 30,22 | 62,53 | 37,59 |
| Método de Elementos Finitos | | 6,79 | 10,43 | 29,36 | ----- | ----- |

Os resultados obtidos com esse modelo aproximam-se muitos daqueles obtidos com o MEF.

O MMT possibilita um bom resultado a baixos custos, isto porque, exige pouco da máquina para os cálculos e o modelamento é bastante simples. A figura 8 mostra a evolução das três primeiras frequências de vibração, comparativamente ao método de elementos finitos.

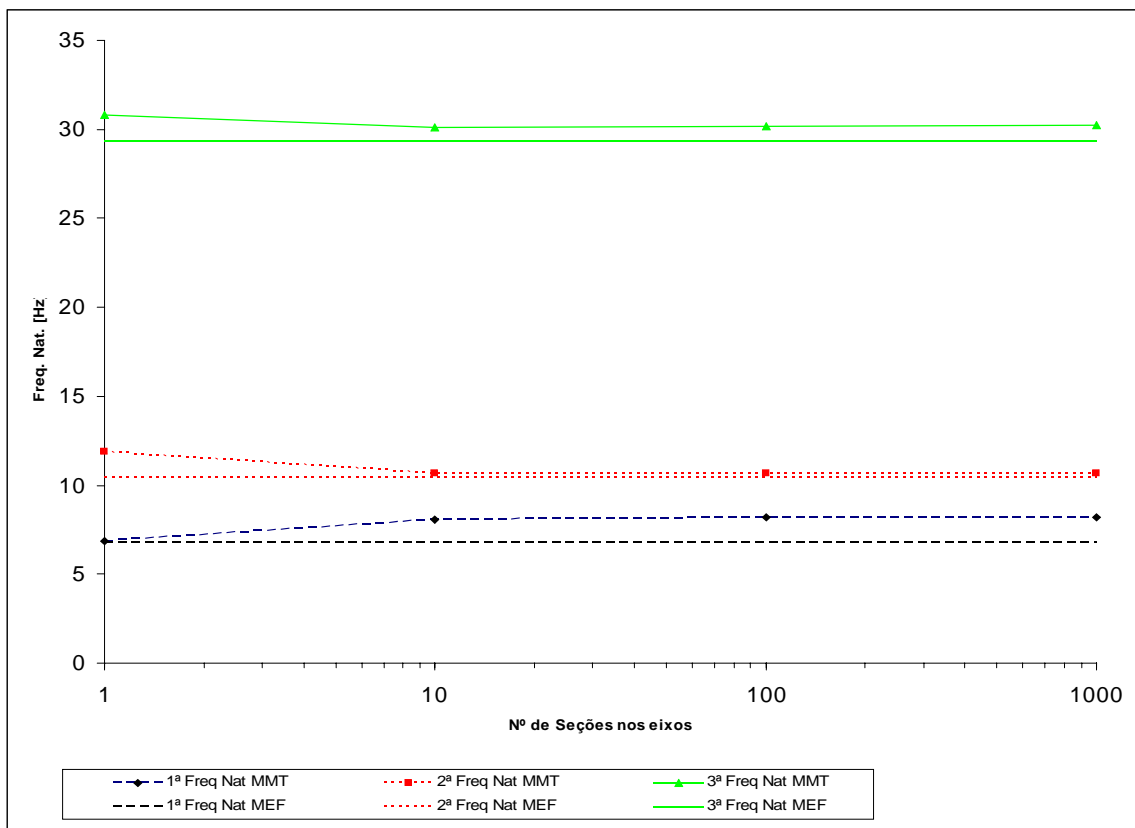


Figura 8: Gráfico comparativo entre MMT e MEF para turbina dividida em segmentos de eixo.

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho o Método de Matriz de Transferência foi aplicado no estudo do conjunto rotor-gerador da máquina #3 da UHE de Coaracy Nunes e os resultados obtidos comparado àqueles obtidos usando o método de elementos finitos.

Em um primeiro modelo a turbina e o gerador foram supostos como massas pontuais e os resultados apresentaram uma diferença média de 23% com os resultados obtidos usando o MEF. Conclui-se que o não levar em conta as propriedades distribuídas do eixo e o momento de inércia afastam o modelo da realidade. No segundo modelo as massas da turbina e do gerador foram consideradas distribuídas uniformemente ao longo do seu comprimento, o que possibilitou a consideração das propriedades anteriormente desprezadas o que resultou numa influência positiva nos resultados, de maneira a aproximá-los dos resultados do MEF. Neste novo modelo a diferença média entre os métodos ficou por volta de 8%. Por último foi desenvolvido um modelo onde a turbina passou a ser dividida em cinco partes com as propriedades proporcionais a cada uma delas de acordo com o desenho real. Buscou-se com isso aproximar o modelo do formato real da turbina e conseqüentemente aprimorar os resultados. Com base neste modelo a diferença média entre os métodos fica em torno de 7%, sendo que em duas das três frequências naturais analisadas a diferença não chega a 3%.

É importante ressaltar que mesmo no modelo mais detalhado a estrutura é tratada como unidimensional, ou seja, é ainda um modelo muito simples e fácil de ser alcançado, diferentemente do que ocorre com o MEF, que necessita de desenho tridimensional da estrutura o que, com certeza, demanda um tempo bem superior Para modelagem e cálculo. O tempo de cálculo através do MMT, nos exemplos estudados forma inferior a 1 minuto com exceção de apenas um caso.

Desta forma, o MMT se apresenta como um método alternativo para análise da dinâmica de estruturas unidimensionais, com vantagens em relação ao MEF, tais como a simplicidade de modelamento, o baixo tempo de cálculo e pouca exigência computacional (tanto de recursos computacionais quanto do conhecimento do usuário a respeito do software).

5. REFERENCIAS

- Almeida, M.T. *Vibrações Mecânicas para Engenheiros*, Edgard Blücher, São Paulo, 1987;
- Bansal, P.N., Kirk, R.G. **Stability and damped critical speeds of rotor-bearing systems**, *Journal of Engineering for Industry* 97 (1975) 1325–1332.
- Genta, G. **Whirling of unsymmetrical rotors: a finite element approach based on complex coordinates**, *Journal of Sound and Vibration* 124 (1988) 27–53.
- Guenther, T.G., Lovejoy, D.C. **Analysis for calculating lateral vibration characteristics of rotating systems with any number of flexible supports Part 2—application of the method of analysis**, *Journal of Applied Mechanics* 28 (1961) 591–600.
- Inagaki, T., Kanki, H., Shiraki, K. **Response analysis of a general asymmetric rotor-bearing system**, *Journal of Mechanical Design* 102 (1980) 147–157.
- Kang, Y., Shih, Y.P., Lee, A.C. **Investigation on the steady-state responses of asymmetric rotors**, *Journal of Vibration and Acoustics* 114 (1992) 194–208.
- Kang, Y., Lee, A.C., Shih, Y.P. **A modified transfer matrix method for asymmetric rotor-bearing systems**, *Journal of Vibration and Acoustics* 116 (1994) 309–317.
- Koenig, E.C. **Analysis for calculating lateral vibration characteristics of rotating systems with any number of flexible supports Part 1—the method of analysis**, *Journal of Applied Mechanics* 28 (1961) 585–590.
- Lee, A.C., Kang, Y., Liu, S.L. **A modified transfer matrix method for linear rotor-bearing systems**, *Journal of Applied Mechanics* 58 (1991) 776–783.
- Lund, J.W. **Sensitivity of the critical speeds of a rotor to changes in the design**, *Journal of Mechanical Design* 102 (1980) 115–121.
- Lund, J.W., Orcutt, F.K. **Calculations and experiments on the unbalance response of a flexible rotor**, *Journal of Engineering for Industry* 89 (1967) 785–796.
- Özgüven, N.H., Özkan, L.Z. **Whirl speeds and unbalance response of multibearing rotors using finite elements**, *Journal of Vibration, Stress, and Reliability in Design* 106 (1984) 72–79.
- Pestel, E.C., Leckie, F.A. *Matrix Methods in Elastomechanics*, McGraw-Hill, New York, 1963.
- Prohl, M.A. **A general method for calculating critical speeds of flexible rotors**, *Journal of Applied Mechanics* 12 (1945) 142–148.
- Ruhl, R.L., Booker, J.F. **A finite element model for distributed parameter turborotor systems**, *Journal of Engineering for Industry* 94 (1972) 126–132.

DYNAMIC STUDY OF HYDROGENERATOR USING TRANSFER MATRIX METHOD

Eduardo Juntolli Vilhena

Universidade de Brasília, eduardo.vilhena@dprf.gov.br

Alberto C. G. C. Diniz

Universidade de Brasília – UnB
 Campus Universitário Darcy Ribeiro
 Gleba A – Faculdade de Tecnologia – Bloco F
 70910-900 – Brasília – DF – Brasil
adiniz@unb.br

Abstract. *This paper presents a study of the dynamic behavior of a hydrogenerator using the transfer matrix method. The hydrogenerator is a turbine-generator set used in hydroelectric plants. With this objective algorithms had been developed in language MATLAB® and they are able to calculate the frequencies and shapes of vibration. The developed programs had been applied to the dynamic study of the hydrogenerator of the hydroelectric plant of Coaracy Nunes. The results had been compared with the known ones using the Finite Elements Method. The time of calculation and the precision of the results are also presented, demonstrating the efficiency and rapidity of the transfer matrix method in the dynamic study of unidimensional structures as the hydrogenerators*

Keywords: *Rotordynamics, hydroelectric turbines, modal analysis, structural dynamics.*