Instituto Politécnico, Nova Friburgo
August 30th- September 3rd, 2004
Paper CRE04 – TF40

Proposição de Aproximações para a Função de Fase de Espalhamento Anisotrópico em Transferência Radiativa

Patrícia O. Soares[1] e Antônio J. Silva Neto[2]
Departamento de Engenharia Mecânica e Energia, Instituto Politécnico, IPRJ
Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ
CP 97282, 28601-970, Nova Friburgo, RJ, Brasil
[1]pattyoliva@uol.com.br, [2]ajsneto@iprj.uerj.br

A transferência da energia através de um meio que pode emitir, absorver e/ou espalhar a radiação eletromagnética está associada a projetos de equipamentos térmicos sujeitos a altas temperaturas, análise de corpos d´água em engenharia ambiental, construção de modelos da atmosfera de estrelas, propulsão de foguetes, entre outros.

Considere o meio representado na Fig. 1, unidimensional, homogêneo, com espessura óptica τ_0, com superfícies refletoras difusas (com reflectividades iguais a ρ_1 e ρ_2), sujeito à incidência de radiação externa.

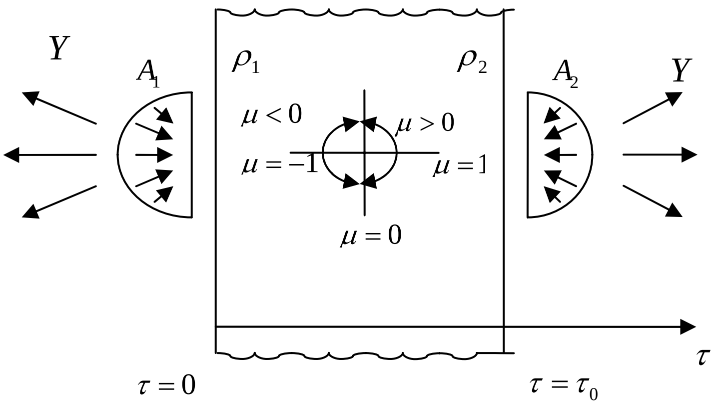

Figura 1 – Radiação isotrópica incidente em um meio participante

A modelagem das interações da radiação com este meio é feita com a versão linear da equação de Boltzmann, que para o caso de simetria azimutal é escrita como

$$
\begin{aligned}
&\mu \frac{\partial I(\tau,\mu)}{\partial \tau} + I(\tau,\mu) = \frac{\omega}{2}\int_{-1}^{1} p(\mu,\mu')I(\tau,\mu')d\mu' \quad \text{em} \quad 0<\tau<\tau_0, \ \ -1 \le \mu \le 1 \\
&I(0,\mu) = F_1(\mu) + 2\rho_1 \int_0^1 \mu' I(0,-\mu)d\mu', \qquad \mu > 0 \qquad\qquad (1)\\
&I(\tau_0,\mu) = F_2(\mu) + 2\rho_2 \int_0^1 \mu' I(\tau_0,\mu)d\mu', \qquad \mu < 0
\end{aligned}
$$

onde p é a função de fase de espalhamento anisotrópico, I a intensidade da radiação eletromagnética, τ a variável óptica, μ o cosseno do ângulo do feixe de radiação com o eixo

τ, ω o albedo de espalhamento simples e F_1 e F_2 as intensidades das fontes externas de radiação incidentes em $\tau = 0$ e $\tau = \tau_0$.

Se a geometria, as condições de contorno, as propriedades radiativas do meio e a função de fase de espalhamento anisotrópico forem conhecidas, o problema (1) pode ser resolvido diretamente, obtendo-se $I(\tau, \mu)$ para todo τ e todo μ. Se as propriedades do meio não forem conhecidas, mas pudermos medir a intensidade da radiação que deixa o meio, podemos resolver o problema inverso, que irá consistir na determinação das propriedades ω, τ_0, ρ_1, ρ_2 e de $p(\mu, \mu')$.

A função de fase de espalhamento anisotrópico, $p(\mu, \mu')$, é usualmente representada em termos de uma série de polinômios de Legendre, com M coeficientes,

$$p(\mu, \mu') = \sum_{m=0}^{M} (2m+1) f_m P_m(\mu) P_m(\mu') \tag{2}$$

Assim, na solução do problema inverso, há $M + 4$ coeficientes a serem determinados, o que traz duas dificuldades: o valor de M não é conhecido *a priori* e, se for muito grande, o problema pode tornar-se complexo demais para ser resolvido.

O objetivo deste trabalho é propor e avaliar funções com poucos coeficientes que possam representar adequadamente a função de fase de espalhamento anisotrópico, visando simplificar a solução do problema inverso enunciado.

Foram avaliadas cinco aproximações, três já existentes na literatura e duas propostas em [1]. São elas: Henyey-Greenstein (HG), Henyey-Greenstein com dois termos (TTHG) [2], Beardsley e Zaneveld (BZ) [2], Henyey-Greenstein Modificada 1 (HGM1) e Henyey-Greenstein Modificada 2 (HGM2). Vide Tabela 1.

Tabela 1 – Aproximações avaliadas

HG: $\Phi_{HG}(\mu, g) = \dfrac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g\mu)^{3/2}}$	BZ: $\Phi_{BZ}(\mu, \varepsilon_F, \varepsilon_B) = (1 - \varepsilon_F \mu)^{-4} (1 + \varepsilon_B \mu)^{-4}$
TTHG: $\Phi_{TTHG}(\mu, g_1, g_2, \alpha) = \alpha \Phi_{HG}(\mu, g_1) + (1 - \alpha) \Phi_{HG}(\mu, g_2)$	HGM1: $\Phi_{HGM1}(\mu, g, \alpha) = (1 + \alpha) \Phi_{HG}(\mu, g)$
	HGM2: $\Phi_{HGM2}(\mu, g, \alpha) = (1 + \mu^2)^{\alpha} \Phi_{HG}(\mu, g)$

O desempenho de cada aproximação foi avaliado em relação a algumas funções de fase de espalhamento anisotrópico conhecidas, utilizando o Método dos Mínimos Quadrados [3]. Os melhores resultados foram obtidos com as funções HGM2 e TTHG. Considerando que a função TTHG tem 3 coeficientes, que a HGM2 tem 2 coeficientes, e que o erro apresentado pelas duas, em todos os exemplos, foi muito próximo, avaliamos que a função HGM2 pode ser usada satisfatoriamente na solução do problema inverso apresentado.

REFERÊNCIAS

[1] Oliva Soares, P. e Silva Neto, A.J., Modelagem de Processos Envolvendo Transferência de Calor por Radiação, *Relatório de Estágio, LEMA, 2004*.

[2] Mobley, C.D., Light and Water – Radiative Transfer in Natural Waters, *Academic Press, 1994*.

[3] Silva Neto, A.J. e Campos Velho, H.F., Métodos Numéricos com Aplicações em Modelagem Computacional, *Notas de Aula do Curso de Métodos Numéricos do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional do Instituto Politécnico, 2003*.