MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A CONSTRUÇÃO DA CONTRAÇÃO DE UM TÚNEL DE VENTO

A.C. Simões (1), F.J. Santos (1), M.F. Pelegrini (1), R. Carvalhal (1) e E. R. Woiski (2)

(1) Membros do PET-Engenharia Mecânica, UNESP – Campus de Ilha Solteira, Av. Brasil Centro, 56, Ilha Solteira, S.P., cep: 15.385.000.

(2) Tutor PET-EM, Departamento de Engenharia Mecânica, UNESP – Campus de Ilha Solteira, Av. Brasil Centro, 56, Ilha Solteira, S.P., cep: 15.385.000.

Palavras-chave: Túnel de Vento, Contração, Planificação de Superfícies no Espaço.

RESUMO

Entende-se em mecânica dos fluidos como escoamento externo àquele em que os corpos estão imersos num fluido sem fronteiras. Este escoamento, devido à importância e complexidade na determinação de suas características, tem tido uma atenção especial através dos tempos. Motivado talvez pelo sonho de voar, LEONARDO DA VINCI, ainda no século XVI, já realizava as primeiras observações, tentando, ainda de maneira empírica, entender as relações do ar/água com os objetos sólidos. Mais recentemente, com o advento do automóvel e da aviação, entre outros, foram desenvolvidas várias técnicas, a fim de se determinar qual a verdadeira influência do meio fluido num corpo qualquer.

Estas técnicas podem ser experimentais ou computacionais, mas, apesar do desenvolvimento da aerodinâmica computacional, certas configurações ainda exigem o uso de procedimentos experimentais para a medição de parâmetros em condições próximas àquelas em que o corpo será utilizado. Um importante equipamento para estas determinações é o *Túnel de vento*, ou *Túnel Aerodinâmico (TA)*, que consiste na principal instalação, de medidas e de ensaios, em qualquer laboratório de mecânica dos fluidos. O objetivo do TA é o de produzir uma corrente de ar, de forma regular e em condições bem controladas ao redor de um modelo - avião, veículo, ou uma estrutura qualquer - para determinar-se experimentalmente as condições do escoamento.

Para os ensaios em túnel de uma aeronave, por exemplo, constrói-se um modelo geometricamente idêntico, mas em escala reduzida (em geral 1:8 ou 1:10). Há ainda dois parâmetros, denominados admensionais, que são o número de Reynolds e número de Mach, que devem ser iguais para a situação real e do modelo. Com as condições acima respeitadas, garante-se a semelhança dinâmica entre os escoamentos em uma aeronave e no seu correspondente modelo ensaiado em túnel.

Uma das peças mais importantes de um túnel de vento é com certeza a contração, responsável pela uniformização das linhas de corrente, a fim de se conseguir um perfil laminar na seção de testes. Esta configuração de escoamento é de suma importância, pois uma possível turbulência gerada pelo túnel na seção de testes poderia mascarar os resultados obtidos. O trabalho aqui apresentado tem como objetivo definir a forma espacial desta contração, encontrando a geometria que melhor se adapta às necessidades de um túnel de vento, bem como preparar as chapas planas com o corte adequado que irão compor a contração.

Segundo THWAITES, (1946), para uma contração axi-simétrica num túnel de vento, os gradientes de velocidades do fluido em contato com a superfície da parede devem ser negativos, isto é, esses gradientes devem dificultar o descolamento da camada limite na contração. Por outro lado, por razões construtivas definimos que qualquer seção reta da contração será quadrada e nas duas extremidades o ajuste será tal que as derivadas serão nulas em relação ao seu eixo longitudinal.

Vamos supor que a distribuição dos pontos da curva ao longo de uma determinada direção é dada pela seguinte equação cúbica, onde x denota o eixo longitudinal e F(x) representa a projeção da seção longitudinal da contração:

$$F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \tag{1}$$

A solução para *a, b, c e d* depende das condições físicas existentes nas fronteiras do sistema. Com relação às condições de fronteira, ou condições de contorno, existem várias possibilidades usuais que são expressas de maneira simples em termos matemáticos. Uma vez que a equação (1) é de terceira ordem em relação à uma coordenada espacial, quatro condições de contorno devem ser fornecidas.

As duas primeiras condições podem ser obtidas da derivada nula nas extremidades. Estas relações estão representadas por:

$$\frac{dF(x)}{dx}\Big|_0 = 0 \tag{2a}$$

$$\frac{dF(x)}{dx}\Big|_L = 0 \tag{2b}$$

Como conhecemos as metades das arestas das seções de entrada D_1 e de saída D_2, as demais condições de contorno são encontradas como sendo:

$$D_1 = F(0) = d \qquad\qquad D_2 = F(L) \tag{3}$$

Pela primeira condição de contorno fica evidente que $c = 0$. Ainda temos duas variáveis a ser definidas *(a e b)* e possuímos duas equações.

Resolvendo então (2b) e montando um sistema com a equação (3), temos:

$$a = \frac{2(D_1 - D_2)}{L^3} \tag{4a}$$

$$b = -\frac{3(D_1 - D_2)}{L^2} \tag{4b}$$

Logo a função *F(x)* fica definida como:

$$F(x) = \left(\frac{2(D_1 - D_2)}{L^3}\right)x^3 - \left(\frac{3(D_1 - D_2)}{L^2}\right)x^2 + D_1 \tag{5}$$

Deve ser mais uma vez observado que esta curva *F(x)* corresponde à projeção da seção longitudinal vista de qualquer dos seus lados, uma vez que a seção reta da contração é sempre quadrada. Portanto *F(x)* corresponde à metade da aresta do quadrado na posição *x*. Estabelecemos, portanto, de forma completa, a visão espacial da contração.

Entretanto, como a contração terá que ser construída a partir do corte e do dobramento de chapas planas iguais, torna-se necessário um algoritmo que planifique a superfície delimitada acima e que forneça a curva correta de corte da chapa, que depois de dobrada, acarretará F(x). A hipótese principal para resolver este problema é de que a conformação de dobramento preserva os comprimentos, ou seja, não "estica" nem "encolhe" a chapa. Seja o comprimento longitudinal da chapa curva *l(x)*, dada pela seguinte equação, que representa o comprimento de *F(x)* que é uma curva plana parametrizada em *x*:

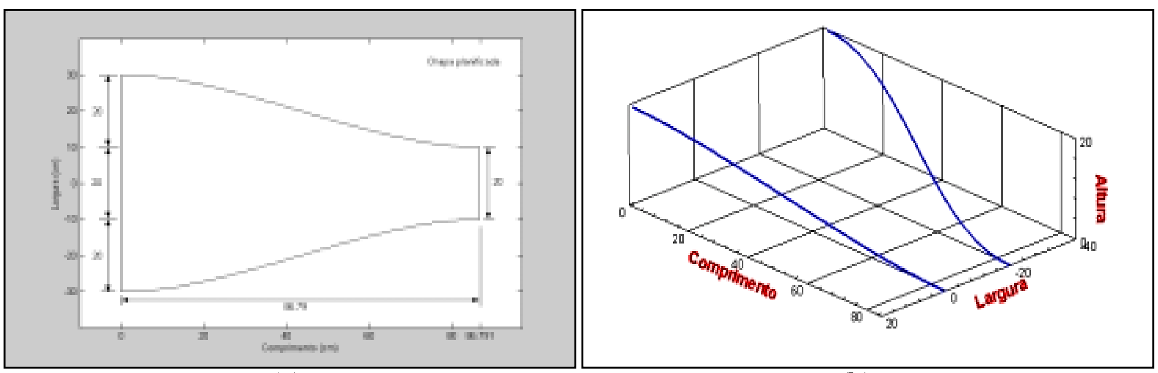
$$l(x) = \int_0^x dl = \int_0^x \{F'(x)^2 + 1\}^{1/2}\, dx \tag{6}$$

e o comprimento da curva retificada l^* será fornecido por

$$l^*(x + z(x)) = x + z(x) = l(x) \tag{7}$$

através da qual *z(x)*, que é o termo de correção do comprimento produzido pela retificação, pode ser finalmente calculado para cada *x*. Devemos notar que, na chapa planificada, a cada valor de *x + z(x)* corresponde exatamente o mesmo valor de *F(x)* que, na superfície curva, correspondia à posição original *x*.

A equação (6) teve que ser resolvida numericamente por quadratura e os valores de *z(x)* foram obtidos para cada posição *x*. A curva resultante serviu de guia para o corte das chapas metálicas que foram usadas como teste de verificação do procedimento, obtendo-se pleno sucesso, como pode ser visto pelas figuras abaixo.



(a) (b)

Figura 1 - (a) Chapa planificada e (b) Chapa conformada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

Fox, R. W. & McDonald, A., T., *Introdução à Mecânica dos Fluidos*, 4ª Edição, LTC Editora, 1998.

Thwaites, B. – On the Design of Contractions for Wind Tunnels, *Aerodynamics Division*, N.P.L., 1446.