# APLICAÇÃO DA TTIG EM PROBLEMA DE PROTEÇAO TÉRMICA ABLATIVA

**R.C.Cunha e A.J.Diniz**

Departamento de Engenharia Mecânica, UNESP, Universidade Estadual Paulista ‘Júlio de Mesquita Filho’ , Av. Brasil Centro, 56, Bloco M3, Ilha Solteira SP, cep:15385-000.

**Palavra Chave: Transformada Integral, Ablação, Escoamento Alta Velocidade.**

## RESUMO

A transferencia de calor em sólidos envolvendo ablação tem grande importância numerosa quando aplicada na engenharia. Podemos incluir como exemplos: alta velocidade no lançamento de veículos espaciais; operações de reatores nuclear; na fundição de materiais e etc. Problemas deste tipo são normalmente não linear e envolvem uma mudança na fronteira ablativa, a qual não é conhecida a priore. A solução analítica exata para problemas de transferencia de calor transiente em sólidos acompanhado por proteção térmica ablativa é praticamente inexistente. Um procedimento que vem sendo aplicado em busca da solução exata é a Técnica de Transformada Integral Generalizada (TTIG), Cotta et al (1987), a qual tem sido aplicada em problemas complexos que não possam ser resolvidos pelas técnicas convencionais.

A TTIG consiste, basicamente, em adotar um problema auxiliar de autovalor apropriado, transformando a equação diferencial parcial original acoplada a equação de restrição em um sistema desacoplado de equações diferenciais ordinárias. Então este método constitui em um procedimento direto e sistemático para a obtenção de soluções exatas de problemas lineares e não lineares, com uma apropriada solução de problemas homogêneos, e não homogêneos.

Para encontrar a solução do problema em estudo deve-se seguir os seguintes passos, Diniz et al (1990):

- Procurar homogeneizar as equações representativas das fronteiras utilizando mudanças de direção dos eixos de coordenada em questão quando necessário;
- Adotar um problema auxiliar de autovalor compatível ao problema original, resolvendo-o pelo método de separações de variáveis;
- Dentro das propriedades de ortogonalidade, obter o par de transformada integral e inversa apropriada;
- Fazer a transformação integral da equação diferencial parcial original e suas condições de contorno;
- Resolver o sistema resultante da equação diferencial ordinária desacoplada;
- Utilizar a fórmula de inversão estabelecida para construir o potencial completo desejado.

Este trabalho consiste em obter o sistema de equações ordinárias acopladas de ordem infinitas, que explicitamente apresenta as variáveis de interesse, velocidade, profundidade ablativa e o campo de temperatura.

Considere-se a condução de calor em uma placa de espessura finita com propriedades físicas constantes e inicialmente a uma temperatura $T_0$, com uma face isolada e a outra sujeita a um fluxo de calor transiente. Após o período de aquecimento pré-ablativo, inicia-se a fase ablativa, onde o material fundido é desprendido da superfície do corpo. As equações que governam o problema são as seguintes:

- Período Pré-ablativo

$$\frac{\partial \theta(X,T)}{\partial T} = \frac{\partial^2 \theta(X,T)}{\partial X^2} \qquad 0<T<T_m \quad 0<X<1$$

condição inicial

$$\theta(X,T)=0 \qquad 0<X<1$$

condições de contorno

$$\frac{\partial \theta(X,T)}{\partial X}=0 \qquad X=1$$

$$\frac{\partial \theta(X,T)}{\partial X}=Q(T) \qquad X=0$$

- Período Ablativo

$$\frac{\partial \theta(X,T)}{\partial T} = \frac{\partial^2 \theta(X,T)}{\partial X^2} \qquad Tm<T<\infty \quad S(T)<X<1$$

com condição inicial

$$\theta(X,T)=\theta_m(X,T) \qquad 0<X<1$$

condições de contorno

$$\frac{\partial \theta(X,T)}{\partial X}=0 \qquad X=1$$

$$\theta(X,T)=1 \qquad X=S(T)$$

condição de acoplamento

$$\frac{\partial \theta}{\partial X}(X,T)+\nu \frac{dS}{dT}(T)=Q(T) \qquad X=(T)$$

onde $\theta_m(X)$ é a distribuição de temperatura na placa quando inicia a ablação, com $T= T_m$, obtido no período pré-ablativo. O parâmetro $\nu$ do balanço de energia da face ablativa, é o inverso do numero de Stefan e S(T) é a posição dependente do tempo dentro da fronteira móvel ablativa.

A solução do sistema de equações diferenciais ordinárias encontrado, é constituído pelas equações:

$$\frac{d\tilde{\theta}^*_i}{dT} + \lambda^2_i(T)\tilde{\theta}^*_i + \sum_{j=1}^{N} A_{ij}(T)\tilde{\theta}^*_j(T) = 0$$

$$-\nu\frac{d\eta_b[T]}{dT} + \frac{\sqrt{2}}{2\eta_b^{3/2}(T)}\sum_{j=1}^{N}(2j-1)\tilde{\theta}^*_i(T)(-1)^j = Q(T)$$

com as condições iniciais dados pelas seguintes equações, fornece os valores da espessura e da velocidade ablativa.

$$\tilde{\theta}^*_i(T_f) = \frac{2\sqrt{2}}{(2i-1)\pi}(-1)^{i+1}\left[\theta_{av}(T_f)-1\right] + \frac{4\sqrt{2}}{\pi}(2i-1)(-1)^{i+1}\sum_{K=1}^{\infty}\frac{\tilde{\theta}_K(T_f)}{\left[(2i-1)^2-4K^2\right]}$$

$\eta_b(T)=1$ quando $T = T_f$.

A distribuição de temperatura é obtida a partir da equação abaixo. O sistema de equações ordinárias é resolvida numericamente utilizando IMSL, a função sub-rotina DGEAR e DECADRE.

$$\overset{*}{\theta}(\eta,T) = \sum_{i=1}^{\infty} K_i(\eta,T)\tilde{\theta}^*_i(T)$$

**Agradecimentos:** À faculdade de Engenharia de Ilha Solteira e ao Departamento de Engenharia Mecânica.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

**(1) Cotta, R.M. and Özisik, M.N., Diffusion Probelns With General Time-Dependent Coefficients , Brasilian J. Mech Sciences RBCM, v.9, n.4,pp 269-292,1987.**

**(2) Diniz, A.J., Aparecido, J.B. and Cotta, R.M., Heat Conduction With Ablation In a Finite Slab, Heat and Technology, v8, n 3-4 Bologna-Italy, 1990.**

**(3) Diniz, A.J., Solução Analítica do Problema de Ablação com Fluxo de Calor Transiente, 3 ENCIT – Itapema, SC (Dezembro 1990).**

**(4) Kreith, F., Princípios da Transmissão de Calor, Ed. Edgard Blucher Ltda, 1973.**

**(5) Mikhailov, M.D. and Ozisik, M.N,. Unifeld Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion, John Willey & Sons, New York 1984.**