ESCOAMENTOS COM MOVIMENTOS SECUNDÁRIOS EM DUTOS

A.A.F. Donaggio, D.V.A. Junior

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Engenharia de Itajubá, Av. BPS, 1303, Pinheirinho, Itajubá MG, cep: 37.500-000

Palavras Chaves: Escoamentos Secundários, Diferenças Finitas, Dutos.

RESUMO

Atualmente as ferramentas de análise numérica tem-se expandido e desenvolvido com intuito de resolver problemas da área da engenharia em geral. Esta análise numérica pode se desenvolver de várias formas e todas estas estão presentes em grande número na literatura internacional. O presente trabalho apresenta a análise numérica através do método de diferenças finitas aplicado a problemas de escoamento de fluídos e à transferência de calor.

O trabalho parte dos princípios da conservação da massa, quantidade de movimento e energia para estudar os problemas de escoamento de fluídos e transferência de calor onde é aplicado o método de diferenças finitas. Desenvolvem-se a teoria e os programas, de modo a obter as distribuições de temperatura, velocidade, vorticidade e função de corrente.

Este método numérico consiste na aproximação de uma dada equação diferencial por diferenças baseado na definição de derivadas. Desta forma, busca-se soluções numéricas aproximadas para as equações do problema, na forma:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\phi(x+\Delta x) - \phi(x)}{\Delta x} \quad , \tag{1}$$

Em principio, o método de diferenças finitas pode ser aplicado para qualquer problema desde que, aproximações diferencias das equações básicas possam ser realizadas. Contudo, este método se torna inviável ou incômodo quando o problema trata de geometrias mais complexas.

Considere um escoamento que se desenvolve num duto. Forças externas podem induzir movimentos transversais ao escoamento do fluido. Um exemplo típico de escoamento secundário é encontrado num duto curvo; componentes de escoamento secundário são gerados por diferenças de intensidade de forças centrífugas que atuam em seções transversais do duto.

A magnitude da força centrífuga é proporcional a w^2/r, onde w é a componente de velocidade de direção axial. Recorrendo à figura 1, as equações básicas em coordenadas (r, θ, z) que descrevem o escoamento desenvolvido são:

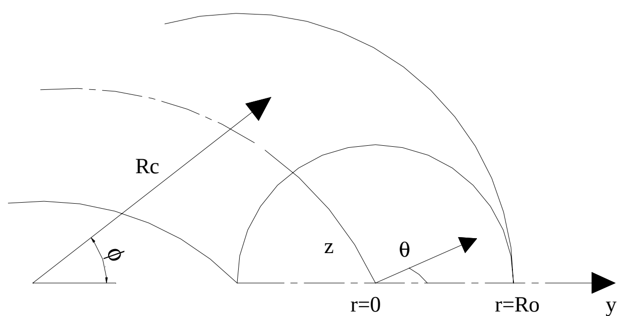

Figura 1:Relação entre a curvatura do duto e seu respectivo diâmetro

Equação de Continuidade:

$$\frac{\partial}{\partial r}(rV_r) + \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad , \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad . \tag{2}$$

Equações Navier-Stokes:

$$V_r \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left\{ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right\} \quad , \tag{3}$$

$$V_r \frac{\partial Vr}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V^2{}_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{v}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rV_\theta) - \frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \theta}\right\} + F_r \quad , \tag{4}$$

$$V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_r V_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + v\frac{\partial}{\partial r}\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rV_\theta) - \frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \theta}\right\} + F_\theta \quad . \tag{5}$$

Equação da Energia:

$$V_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta} + w\frac{\partial T}{\partial z} = a\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}\right\} \quad , \tag{6}$$

onde V_r, V_θ e w representam as componentes de velocidade nas direções r, θ e z , respectivamente.

As condições de contorno são:

$$v_\theta = 0 \ , \ \frac{\partial Vr}{\partial \theta} = 0 \ , \ \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \rightarrow com \ \ \theta = 0, \pi \quad , \tag{7}$$

$$v_\theta = 0 \ , \ Vr = 0 \ , \ T = 0 \rightarrow com \ \ r = Ro \quad . \tag{8}$$

Quando a curvatura, R_c, do duto é suficientemente maior que o raio do mesmo, R_0, tem-se a relação:

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{Rc}\frac{\partial}{\partial \phi} \quad . \tag{9}$$

A força centrífuga que surge devido à curvatura, é determinada por:

$$F_r = \frac{w^2}{Rc}\cos\theta \quad e \quad F_\theta = -\frac{w^2}{Rc}\operatorname{sen}\theta \quad . \tag{10}$$

As equações de (2) a (6) podem ser transformadas, usando as seguintes definições da vorticidade (ω) e da função corrente (ψ) dadas, respectivamente por:

$$\omega = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r V_\theta) - \frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \theta} \quad , \tag{11}$$

$$V_r = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta}\right) \quad \text{e} \quad V_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad . \tag{12}$$

As figuras abaixo mostram a distribuição de velocidade, vorticidade, função corrente e temperatura na seção transversal de um duto aquecido (figura 2) e de um duto curvo (figura 3). Para o exemplo mostrado, foram considerados os seguintes parâmetros: número de Reynolds Re = 1000, número de Rayleight Ra = 200 e número de Prandtl Pr = 0,7. Devido a simetria do problema, apenas metade da seção transversal do duto é mostrada.

A parede do duto é aquecida enquanto que o fluído que escoa se encontra numa temperatura inferior, desta forma, devido a convecção natural surgem movimentos secundários no fluído que passa a escoar também ao longo da seção do duto. Isto pode ser observado na figura 2(c) que mostra a função corrente do escoamento. Note que a vazão é igual entre as linhas, desse modo, onde as linhas de corrente estão mais próximas, existe maior velocidade de recirculação do fluido. O escoamento principal ocorre perpendicularmente ao plano da figura, e no caso dos dutos curvos, deve-se adotar que a curvatura esteja a esquerda da figura. As distribuições das velocidades do escoamento principal podem ser vistas nas figuras 2(a) e 3(a). As distribuições de temperatura podem ser observadas nas figuras 2(d) e 3(d). Pode-se notar que as menores temperaturas estão mais próximas do centro.

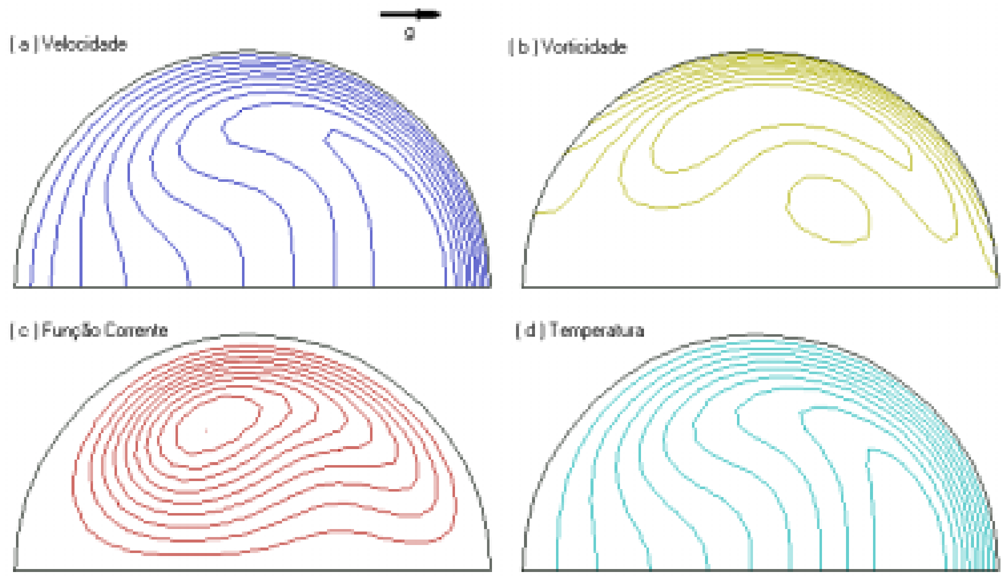

Figura 2: Duto aquecido

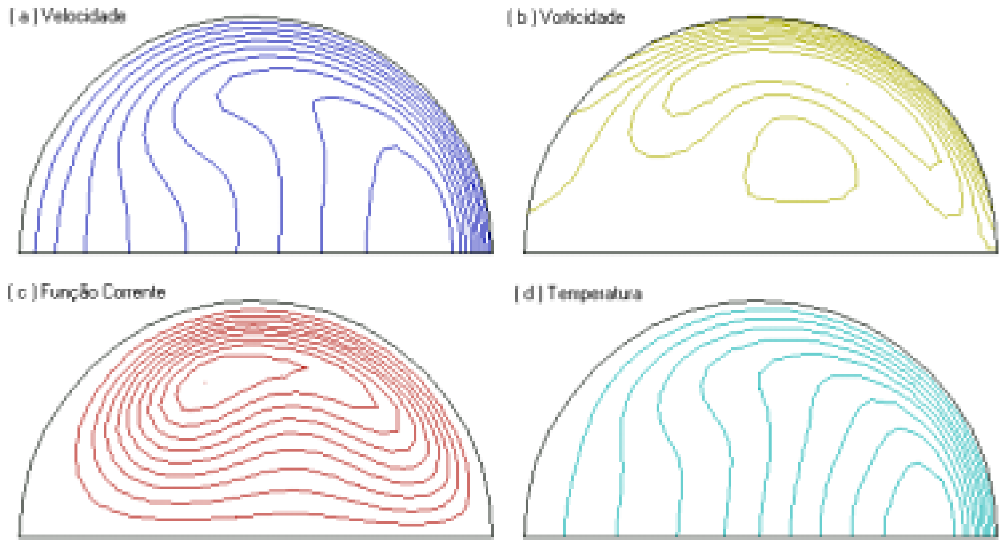

Figura 3: Duto curvo

Agradecimentos: os autores agradecem à CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pela oportunidade e apoio dispensados e ao orientador professor Dr. Genésio José Menon pela paciência e conhecimentos dedicados, sem o qual o trabalho não seria possível

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

Donaggio A. A. F. – Relatório Final do Projeto - Simulação Numérica de Problemas da Mecânica dos Fluídos e da Transferência de Calor Utilizando o Método de Diferenças Finitas, CNPq, julho de 2001.

Maliska, C. R., Transferência de Calor e Mecânica dos Fluídos Computacional, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1995.

Carnaham, B.; Luther, H. A. and Wilkers, J. O., Applied Numerical Methods, John Wiley & Sons, Inc., 1969.