

# **OTIMIZAÇÃO DISCRETA E CONTÍNUA APLICADA À MELHORIA DE PROJETOS E SISTEMAS AUTOMOTIVOS UTILIZANDO SUPERFÍCIE DE RESPOSTA**

**G. I. Kotinda, J. A. F. Borges, S. Butkewitsh, M. F. Leal**

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia  
Av. João Naves de Ávila, 2160, Bloco 1M, Uberlândia MG, CEP: 38.400-089.

**Palavras chaves: Otimização discreta, Otimização contínua, Superfícies de resposta**

## **RESUMO**

No desenvolvimento de um veículo do tipo Mini-Baja, a segurança do piloto deve ser considerada como um dos requisitos de projeto mais importantes. Em primeira instância ela é garantida pelo uso de cinto de segurança de quatro pontos, roupa adequada à competição (macacão, colar cervical, luvas e capacete) e pela estrutura do veículo.

No desenvolvimento da estrutura através do CAE foram utilizadas técnicas de meta-modelagem, otimização e robustecimento visando obter um projeto seguro e competitivo. A principal razão que levou à escolha desta metodologia foi a necessidade de obter uma estrutura resistente e segura, porém o mais leve possível, considerando que o peso total do veículo tem uma grande influência no seu desempenho.

De forma geral, a otimização pode ser entendida como sendo um conjunto de algoritmos matemáticos que operam no sentido de encontrar os extremos de uma função objetivo. Esta função pode ser definida como uma expressão matemática estabelecida de forma a representar as características do veículo que se deseja melhorar (Borges, 1999).

A elaboração do projeto inicial teve como ponto de partida o estudo das normas de segurança da competição, ergonomia do piloto e da posição ocupada pelos principais componentes mecânicos do veículo, de forma a facilitar sua montagem e posterior manutenção.

A partir da configuração inicial foram escolhidas cinco variáveis de projeto para a otimização da estrutura visando a redução da massa e a manutenção das tensões atuantes dentro de limites definidos. Ao mesmo tempo, procura-se evitar vibração excessiva da estrutura promovendo o afastamento entre as suas primeiras frequências naturais e as frequências de excitação provenientes do motor, transmissão e pista. As variáveis escolhidas foram o comprimento do veículo (V1), a sua largura na linha de cintura (V2), a largura do teto (V3), o diâmetro interno (V4) e a espessura do tubo (V5).

Para avaliar o desempenho da estrutura foram selecionadas sete respostas de interesse, sendo elas: massa total da estrutura (R1), energia de deformação (R2), 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> frequências naturais (R3, R4, R5), força e torque máximos atuantes (R6, R7). A disponibilidade deste conjunto de informações permite a avaliação do desempenho pois a energia potencial elástica está relacionada à deformação da estrutura, suas frequências naturais indicam a proximidade ou não das frequências de excitação e a redução da massa representa o grande objetivo a ser atingido.

As excitações externas atuando no veículo e usadas como condição de contorno nos modelos de elementos finitos foram calculadas através de simulação de um modelo de veículo Mini Baja utilizando a técnica dos multi corpos (Leal, 2001).

A técnica da meta-modelagem por superfície de resposta consiste em se obter equações matemáticas (meta-modelos) geralmente polinômios lineares ou quadráticas que representem o comportamento físico de um sistema mecânico (massa, forças, tensões, frequências naturais) em um certo espaço de projeto. E estas equações analíticas serão utilizadas como

função objetivo e funções restrição, tornando a otimização rápida economizando assim tempo e custo computacional.

Uma ferramenta para a obtenção dos meta-modelos é o planejamento experimental (Montgomery, 1996). Este consiste na elaboração de uma série de experimentos capazes de amostrar um espaço de projeto de forma racional.

Isto é obtido através da combinação de vários experimentos onde as variáveis de projeto sofrem variação de modo a formar um conjunto de pontos linearmente independentes, reduzindo assim a quantidade de experimentos a serem realizados para obter as superfícies de resposta (meta-modelos).

Inicialmente utiliza-se um planejamento fatorial a 2 níveis ( $2^k$ ) pois este nos permite determinar quais variáveis de projeto são estatisticamente significativas, ou seja, quais delas efetivamente apresentam influência sobre as respostas de interesse. Através da análise da significância pode-se eliminar algumas das variáveis diminuindo o tempo e o custo computacional nas próximas etapas. Este planejamento também é capaz de fornecer superfícies de respostas lineares que podem ser utilizadas na otimização, se estiverem bem ajustadas.

No projeto do veículo mini-baja, foi utilizado um planejamento fatorial fracionário ( $2^{k-p}$ ) que é uma simplificação do planejamento fatorial a 2 níveis, que permite reduzir o número de experimentos a serem realizadas. Porém com este planejamento não é possível observar todas as interações entre as variáveis. A Tabela 1 mostra como cada variável (colunas) variam para montar os experimentos (linhas) e fornece as respostas obtidas em cada simulação.

Tabela 1 – Planejamento Experimental e Respostas das Simulações

Experi- mento	Planejamento Experimental					Respostas						
	Variáveis					R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7
	V1	V2	V3	V4	V5							
1	1	1	1	1	1	97.704	1.550	47.139	68.540	76.025	878.300	1697.900
2	1	1	1	-1	-1	34.418	12.435	29.764	41.192	45.980	897.000	1781.700
3	1	1	-1	1	-1	54.529	2.617	41.042	68.114	73.083	974.800	1434.200
4	1	1	-1	-1	1	60.856	5.150	28.377	45.664	49.172	1004.400	1485.200
5	1	-1	1	1	-1	54.988	2.627	49.988	67.042	73.998	931.400	1592.400
6	1	-1	1	-1	1	61.369	5.560	34.991	44.780	49.788	962.300	1705.000
7	1	-1	-1	1	1	94.960	1.380	47.744	71.725	76.630	985.200	1395.500
8	1	-1	-1	-1	-1	33.451	9.957	30.172	43.323	46.314	976.500	1419.500
9	-1	1	1	1	-1	48.811	1.213	55.845	85.868	88.659	708.500	842.100
10	-1	1	1	-1	1	54.475	2.399	38.566	57.914	59.499	723.200	818.400
11	-1	1	-1	1	1	84.113	.646	53.840	90.181	95.203	786.100	517.900
12	-1	1	-1	-1	-1	29.630	4.656	32.864	54.672	57.683	815.200	497.200
13	-1	-1	1	1	1	84.926	.646	66.117	88.914	93.131	704.600	980.500
14	-1	-1	1	-1	-1	29.917	4.788	41.732	53.731	56.372	731.900	1016.700
15	-1	-1	-1	1	-1	47.218	1.221	58.034	86.126	92.718	793.600	514.100
16	-1	-1	-1	-1	1	52.697	2.375	40.062	57.934	62.279	820.200	501.700

Através da análise da variância (ANOVA), pode-se verificar o grau de ajuste ( $R_a^2$ ) das superfícies de resposta obtidas pela interpolação das respostas encontradas, equações de 1 a 7. Pode-se notar que os sete meta-modelos explicam adequadamente a variabilidade dos dados amostrados através do planejamento experimental, não sendo necessária a elaboração de superfícies de resposta quadráticas, o que aumentaria o tempo e custo computacional.

$$R1 = 57.7539 + 3.7806 \cdot V1 + 13.1522 \cdot V4 + 16.1336 \cdot V5 \quad R_a^2 = 95,63\% \quad (1)$$

$$R2 = 3.7012 + 1.4582 \cdot V1 - 2.2138 \cdot V4 - 1.2380 \cdot V5 \quad R_a^2 = 71,75\% \quad (2)$$

$$R3 = 43.5172 - 4.8652 \cdot V1 - 2.5878 \cdot V2 + 2.0005 \cdot V3 + 8.9513 \cdot V4 + 1.0873 \cdot V5 \quad R_a^2 = 97,57\% \quad (3)$$

$$R4 = 64.1074 - 7.8099 \cdot V1 + 14.2063 \cdot V4 + 1.5991 \cdot V5 \quad R_a^2 = 98,33\% \quad (4)$$

$$R5 = 68.5334 - 7.1596 \cdot V1 + 15.1475 \cdot V4 + 1.6827 \cdot V5 \quad R_a^2 = 98,40\% \quad (5)$$

$$R6 = 855.8250 + 95.4125 \cdot V1 - 38.6750 \cdot V3 \quad R_a^2 = 96,90\% \quad (6)$$

$$R7 = 1137.5000 + 426.4250 \cdot V1 + 166.8380 \cdot V3 \quad R_a^2 = 96,97\% \quad (7)$$

Para a otimização da estrutura do veículo mini-baja, a equação da energia de deformação foi definida como função objetivo, sendo as demais equações funções de restrição.

O problema de otimização numérica da estrutura foi implementado no software Visual DOC™. Primeiramente foi realizada uma otimização contínua, ou seja, as variáveis de projeto podiam ser variadas de forma contínua do seu limite inferior ao seu limite superior. Como consequência disto, o projeto obtido desta forma implica na fabricação de um tubo não disponível no mercado.

Para sanar este problema foram realizadas uma série de otimizações discretas cujo único valor disponível para o diâmetro interno e espessura fosse de um tubo comercialmente disponível e comparamos os seus resultados, escolhendo o melhor projeto dentre eles. Notamos que o único tubo que passou pela restrição de massa imposta foi o tubo de dimensões mínimas aceitáveis em função das exigências de segurança (diâmetro externo de 1 polegada e espessura de 2.1 mm).

Na tabela 2 são apresentadas as respostas obtidas a partir do projeto inicial, das configurações resultantes dos procedimentos de otimização contínua e otimização discreta.

Tabela 2: Respostas obtidas

Respostas de Interesse	Projeto Inicial	Otimização Contínua	Otimização Discreta
Massa [kg]	57.7539	30.0235	27.3182
Energia de Deformação [J]	3.7012	4.7966	6.4308
Afastamento da 2ª freq. [hz]	0.1839	1.8523	6.7402
Afastamento da 3ª freq. [hz]	4.1074	1.8756	7.7403
Afastamento da 4ª freq. [hz]	8.5334	5.0083	4.5874
Força [N]	855.8250	736.9431	801.6395
Torque [N·m]	1137.5000	812.3185	1004.8662

Analisando os resultados mostrados na Tabela 2, nota-se que o melhor projeto foi obtido pela otimização discreta, uma vez que apresenta uma menor massa e um maior afastamento entre as frequências naturais da estrutura e aquelas excitadas pelo motor.

Por tudo aquilo que foi mostrado, pode-se concluir que o procedimento de projeto da estrutura resultou em uma configuração que atende às restrições impostas em relação à resistência, aliado a uma massa bastante reduzida (27.3 kg) e utilizando tubo com perfil comercial. Após fabricada o peso da estrutura passou para 30 kg devido ao peso da solda, ignorado na análise de elementos finitos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

LEAL, M. F.; 2001; “Otimização do Comportamento Dinâmico de Veículos Usando Superfícies de Resposta”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia.

BORGES, J.A.F.; 1999; “Dinâmica de Veículos Articulados: Simulação Computacional, Otimização e Ensaios Experimentais”; Tese de Doutorado; Universidade Federal de Uberlândia.

MONTGOMERY, D.C.; 1996; “Design and Analysis of Experiments”; John Wiley & Sons; New York; USA; 672p.