## CURVAS LIMITES DE RESISTÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DA INTEGRIDADE ESTRUTURAL DE CHAPAS PLANAS COM COMPORTAMENTO ANISOTRÓPICO L. M. P. Junior, P. E. B. Paraizo, J. C. Dias

Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Instituto de Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica

CEP 37500-903 – Itajubá – MG – Brasil – E-mail: leonardompj@yahoo.com

Palavras-chave: Integridade Estrutural, Chapas Anisotrópicas, Curvas Limites, Curvas de Hill.

## **RESUMO**

No presente trabalho, curvas limites de resistência de materiais com comportamento anisotrópico são investigadas usando o critério de resistência proposto por Hill em 1993, 1979 e 1948. Este critério utiliza cinco parâmetros independentes obtidos considerando-se grandes deformações sob escoamento e relacionando as propriedades mecânicas de chapas metálicas. Desta forma, o estudo busca investigar a influência destes parâmetros nas curvas limites de resistência. Finalizando o trabalho, é mostrado uma aplicação desta teoria utilizando dados retirados na literatura para uma liga de titânio IMI 843.

O critério de resistência atribuído à Hill utiliza cinco parâmetros independentes. Estes parâmetros são obtidos através de experimentos em amostras sob cargas uniaxiais (tração e compressão) e cargas biaxiais. Esta recente teoria (Xu e outros, 1997 e Chandra, 1997) permite elaborar gráficos, denominados diagramas mestres, para avaliar o comportamento de materiais anisotrópicos (Lehnnitskii, 1963 e Prager, 1959) que apresentam grandes deformações sob solicitação.

Os 5 parâmetros de Hill são os seguintes:

 $\sigma_0$  = Tensão máxima na direção 0°;

 $\sigma_{90}$  = Tensão máxima na direção 90°;

 $\sigma_b$  = Tensão máxima biaxial;

 $R_0$  = Logaritmo neperiano da razão da deformação transversal entre espessuras sob tensão uniaxial na direção a 0° referente à direção da laminação;

 $R_{90}$  = Logaritmo neperiano da razão da deformação transversal entre espessuras sob tensão uniaxial na direção a 90° referente à direção transversal da laminação.

Para a realização do trabalho foi desenvolvida uma plataforma computacional para elaborar as curvas limites de resistência para avaliação da integridade estrutural de chapas planas. No programa elaborado tem-se a possibilidade de variar todos os cinco parâmetros propostos por Hill e com isso obter os diagramas mestres, como mostrado na Fig. (1), que descrevem o estado de tensões para materiais submetidos à grandes deformações.





Figura 1. Diagramas Mestres: (a) para  $r_0 = r_{90}$  variável, (b) para  $r_{90}$  variável, (c) para  $\alpha_b$  variável e (d) para  $r_0$  variável (Xu e outros, 1997)

Com a análise dos diagramas, pode-se destacar os seguintes resultados:

A Fig (1a) mostra a razão das tensões  $\sigma_2 / \sigma_0$  em função da razão  $\sigma_1 / \sigma_0$ . Fazendo todos os parâmetros constantes e  $r_0 = r_{90} = r$  e variando o valor de r, pode-se observar que todas as curvas cruzam o ponto (1,1). A medida que se aumenta o valor de r, ou seja, uma diminuição da deformação, observa-se um aumento da máxima tensão tanto na direção 0° como na direção 90°. A Fig (1b) mostra a razão das tensões  $\sigma_2 / \sigma_0$  em função da razão  $\sigma_1 / \sigma_0$ . Variando apenas o  $r_{90}$  e mantendo-se os demais parâmetros constantes. As curvas cruzam no ponto (1,1). A medida que seu valor aumenta tem-se um aumento da tensão na direção 90°, porém na direção 0° observa-se uma diminuição da tensão. Na Fig (1c), variando o  $r_0$  tem-se o oposto da Fig (1b), ou seja, a medida que se aumenta o  $r_0$  observa-se um aumento da tensão na direção 0° e uma diminuição na direção 90°. E finalmente, a Fig (1d) mostra a razão das tensões  $\sigma_2 / \sigma_0$  em função da razão  $\sigma_1 / \sigma_0$ . Variando apenas o  $\alpha_B$  e mantendo constantes os demais parâmetros, pode-se observar que com a diminuição da seu valor, ou seja, aumentando o valor de  $\sigma_b$ , tem-se uma maior concentração de tensão tanto a 0° como a 90°. Isso prova que, uma resistência a tensão biaxial maior garante um maior carregamento simultâneo em ambas as direções.

Como exemplo de aplicação, obteve-se uma curva limite de resistência para uma liga de titânio IMI843 à temperatura de 1000°C. Esta liga foi exaustivamente estudada por Katramados e Dunne (1998) em "Large Deformation Compression – Torsion Behaviour of a Titanium Alloy and its Modelling".

| Tabera 1. Dados experimentais (Dunne e Rattamados, 1990) |   |  |  |  |  |
|--|---|--|--|--|--|
| Símbolos   | Valores adimensionais                                   |  |  |  |  |
| $\Lambda e \Delta$                                       | 20,0 / 32,5 ; -20,0 / 32,5 e 25,0 / 32,5 ; -25,0 / 32,5 |  |  |  |  |
| Х  | 35,0 / 32,5 ; 0 ou 0 ; 35,0 / 32,5                      |  |  |  |  |
| 0  | 30,0 / 32,5 ; 0 ou 0 ; 30,0 / 32,5                      |  |  |  |  |

Tabela 1. Dados experimentais (Dunne e Katramados, 1998)

Através dos dados retirados da literatura acima e utilizando as equações de Hill, foi elaborado a Tab. (1) e Fig (2). A curva obtida mostra a curva limite de resistência, sendo localizados os parâmetros de Hill e razão dos dados obtidos experimentalmente por Katramados e Dunne (1998).



Figura 2. Gráfico das Razões das Tensões Principais ( $\sigma_1/\sigma_0 e \sigma_2/\sigma_0$ ) mostrando dados experimentais obtidos (+, **o**, **A**, **Δ**) e ajuste da Curva Limite de Resistência, para  $r_0 = r_{90} = -Ln(0,1)$ ,  $\alpha_0 = 1,18 e \alpha_B = 0,55$ , conforme procedimento de cálculo elaborado – Hill e Gráfico das tensões principais  $\sigma_1$  em função de  $\sigma_2$ , em MPa (Dunne e Katramados 1998).

Escolhendo o ponto + (1,18; 0,0) obtido considerando a curva limite de resistência de Hill, o mesmo é dado por Katramados e Dunne (1998) como sendo (1,17; 0,0). Também, pode-se elaborar a mesma análise para os demais pontos, conforme tabela 2.

| Tuberu 2. Resultudos Experimentais (Rataliados e Dullie, 1990) e Teorieos |                          |                     |                |  |  |  |
|---|--------------------------|---------------------|----------------|--|--|--|
| Símbolos  | Resultados Experimentais | Resultados Teóricos | % Erro         |  |  |  |
| +   | (1,17;0,0)               | (1,18;0,0)          | 0,85%          |  |  |  |
| •   | (0,60 ; -0,55)           | (0,52 ; -0,54)      | (13,3% ; 1,8%) |  |  |  |
| θ   | (1,17;0,60)              | (1,18;0,55)         | (0,9%; 8,4%)   |  |  |  |
| 8   | (0,62;1,17)              | (0,55;1,20)         | (11,3%; 2,6%)  |  |  |  |
|   |                          |                     |                |  |  |  |

| Tabela 2 | Resultados | Experimentais | (Katramados e Dunne | 1998   | ) e Teóricos |
|----------|------------|---------------|---------------------|--------|--------------|
|          | Resultados | Experimentals | (Kan amados e Dunne | , 1770 |              |

Os Diagramas Mestres elaborados mostrando as curvas limites de resistência permitem avaliar a integridade estrutural de chapas planas sob tensão plana ou deformação plana. O Diagrama Mestre também permite avaliar a resistência de materiais com comportamento isotrópico, sendo os parâmetros de Hill  $\alpha_0$  e  $\alpha_B$  ambos iguais à unidade. Através da Plataforma Computacional desenvolvida para obtenção dos Diagramas Mestres foi possível realizar um exemplo de aplicação, onde foi determinado a curva limite de resistência para a liga de titânio à temperatura de 1000°C. A curva obtida mostrou-se adequada para descrever o comportamento do material quando submetido a carregamento com valores elevados de temperatura e grandes deformações. Entretanto, as curvas limites de resistência, em muitos casos, pode apresentar dificuldades de obtenção para valores de  $\sigma_2 / \sigma_0$  negativos e  $\sigma_1 / \sigma_0$  positivos, como ocorreu no exemplo apresentado.

## REFERÊNCIAS

- Xu, Siguang e Welnmann, Klaus J Prediction of forming limit curves of sheet metals using Hill's 1993 user – friendly yield criterion of anisotropic materials, Departament of Mechanical Engineering and Engineering Mechanical, Michigan Technological University, Houghton, MI 49931, USA, 1997.
- Xu, Siguang e Welnmann, Klaus J Analyses of forming limist using the Hill 1993 yield criterion, Departament of Mechanical Engineering and Engineering Mechanical, Michigan Technological University, Houghton, MI 49931, USA, 1997. Vol. 120, PP. 236 240, 1998
- Chandra, Abhisit Analyses of forming limist using the Hill 1993 yield criterion, Departament of Mechanical Engineering and Engineering Mechanical, Michigan Technological University, Houghton, MI 49931, USA, 1997.
- Dunne, F. P. E. e Katramados, I. Large Deformation Compression Torsion Behaviour of a Titanium Alloy and its Modelling, International Mechanics Science, Vol. 40, N° 9, PP. 901 – 912, 1998.
- Lehnnitskii, S. G. Theory of Elasticity of Anisotropic Elastic Body. San Francisco: Holden-Day, 1963.
- Prager, W. Na Anisotropic to plasticity. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1959.