

MODELAGEM EM REGIME PERMANENTE DE ESCOAMENTOS EM DUTOS COM ABERTURA E FECHAMENTO DE COLUNA LÍQUIDA

Alexandre Hastenreiter Assumpção, alexhast123@yahoo.com.br
Felipe Bastos de Freitas Rachid, rachid@vm.uff.br

^{1,2}Laboratório de Transporte de Líquidos e Gases, Departamento de Engenharia Mecânica – Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica Francisco Eduardo Mourão Saboya – TEM/PGMEC, Universidade Federal Fluminense, Rua Passos da Pátria 156, São Domingos, Niterói – RJ, 24210-240, Brasil.

Resumo: *Este trabalho apresenta um modelo para descrever o fenômeno de cavitação em escoamentos de líquidos em dutos. Apesar de poder ser aplicado tanto em regime permanente quanto em transiente, as aplicações apresentadas no trabalho são restritas ao escoamento com coluna parcialmente aberta, observado em regimes de escoamento permanente. O escoamento é considerado isotérmico e homogêneo e o fluido é tratado como uma pseudo mistura formada de fases compressíveis (de líquido e de vapor), que coexistem num mesmo ponto material e num mesmo instante de tempo. O modelo é constituído pelas equações de balanço de massa para cada uma das fases e uma equação de balanço de quantidade de movimento linear para a mistura como um todo, as quais são escritas num contexto unidimensional. O processo de transformação de fase é adequadamente retratado como um processo irreversível. Os principais grupos adimensionais que intervêm no processo são identificados, e suas influências no processo de abertura de coluna caracterizadas através de simulações numéricas. Os resultados obtidos mostram que o modelo proposto é capaz de descrever de forma fisicamente coerente, tanto a abertura quanto o fechamento da coluna líquida.*

Palavras-chave: *escoamento em coluna aberta, transformação de fase irreversível e cavitação.*

1. INTRODUÇÃO

Nos escoamentos em regime permanente de líquidos em dutos, a ocorrência do fenômeno de Cavitação dá margem à formação de um padrão de escoamento a duas fases, de natureza estratificada, no qual o líquido escoava pela geratriz inferior do tubo, enquanto que o vapor se move pela parte superior. Esse padrão de escoamento, denominado na literatura de escoamento em coluna aberta, pode atingir extensões significativas e alterar substancialmente o perfil piezométrico da linha (Nicholas, 1995).

Dependendo das características geométricas do perfil planialtimétrico do duto, a pressão pode tornar-se igual ou inferior à pressão de saturação do líquido, fazendo-o cavitarem. Nessa situação, há formação de vapor que se acumula na geratriz superior do tubo, formando uma grande cavidade e provocando a abertura de coluna líquida. Pode-se mostrar que num duto a coluna líquida abre quando o perfil planialtimétrico da linha é um pico, um platô ou um declive e fecha sempre num declive (Nicholas, 1995).

Particularmente em oleodutos, os quais são obrigados a operar com sistemas de detecção de vazamentos por imposição da lei, a ocorrência de escoamento em coluna aberta faz com que o tempo requerido para se identificar um vazamento aumente significativamente, quando comparado com um vazamento de mesma magnitude na mesma linha operando em coluna cheia ou, até mesmo, que seja identificado um vazamento inexistente.

Apesar da relevância do tema abordado, pode-se notar que existem poucos trabalhos disponíveis na literatura técnica propondo modelos em regime permanente de escoamentos com cavitação, à exceção de Nicholas (1995). Por outro lado, é grande a oferta de modelos em regime transiente de escoamento com cavitação como, por exemplo, os modelos de Wiggert & Sandquist (1979), Kessal & Amaouche (2001), Shu (2003), Freitas Rachid (2003), Liu et al (2005) e, finalmente, Xie et al (2006). A justificativa para tal fato está associada à potencialidade dos danos catastróficos causados pela cavitação em regime transiente. O colapso das bolhas de vapor na presença de ondas de sobrepressão pode gerar picos de pressão significativamente elevados capazes de induzir o rompimento da tubulação.

Embora os modelos citados anteriormente retratem de forma satisfatória aplicações em regime transiente, grande parte deles é incapaz de descrever os fenômenos de abertura e fechamento de coluna líquida, típicos de escoamento em regime permanente, como um caso particular do regime transiente.

O presente trabalho tem como proposta apresentar um modelo mecânico de escoamento que seja capaz de descrever o fenômeno de cavitação em regime permanente e transiente, apesar de os exemplos apresentados neste artigo serem

exclusivamente simulações de escoamentos em regime permanente mostrando os fenômenos de abertura e fechamento de coluna líquida. No modelo proposto, a transformação de fase é retratada como um processo irreversível e o fator de atrito usado é o proposto por Nicholas (1995) que contempla as condições de escoamento em coluna cheia e aberta.

2. HIPÓTESES BÁSICAS

A cavitação é um fenômeno localizado e restrito a regiões discretas e pequenas do escoamento. Com base nisso, pode-se supor que as fases líquida e de vapor não deslizam uma sobre outra ou não se movem uma em relação à outra, admitindo-se, por conseguinte, que as velocidades do líquido e do vapor são iguais em todo domínio, ou seja

$$v_l = v_v = v \quad T_l = T_v = T \quad (1)$$

Essa primeira premissa permite enquadrar o modelo proposto na categoria dos modelos homogêneos e admitir que o fluido escoando através da tubulação é uma espécie de pseudo-mistura quase homogênea, constituída pelas fases líquida e de vapor compressíveis que coexistem num mesmo ponto material e num mesmo instante de tempo, em toda a extensão do duto.

Sob ponto de vista termodinâmico, tal condição não é verdadeira nos trechos do duto onde não há transformação de fase, isto é, nas regiões do duto operando em coluna cheia, pois admite a existência de equilíbrio termodinâmico entre as fases. Por outro lado, essa hipótese simplifica consideravelmente a implementação do modelo em termos computacionais sem prejuízo das suas previsões, uma vez que permite que se resolva sempre um mesmo sistema de equações para um mesmo conjunto de variáveis dependentes, qualquer que seja a seção do duto. Com base nessa mesma premissa, a massa específica do fluido pode ser expressa em termos das massas específicas das fases constituintes, ponderadas pela fração volumétrica de vapor, ou seja:

$$\rho = (1 - \alpha)\rho_l + \alpha\rho_v \quad (2)$$

na qual ρ_l é a massa específica da fase líquida e ρ_v é a massa específica da fase de vapor. A variável interna α , denominada fração volumétrica de vapor ou fração de vazio, é definida como sendo a razão local entre o volume de vapor na mistura e o volume total de mistura e é tal que $\alpha \in (0,1)$.

Desprezando os efeitos de tensão interfacial, pode-se assumir que as pressões do líquido e do vapor são iguais ($p_l = p_v = p$). Como líquido e vapor compartilham da mesma temperatura, não há troca de calor entre eles, mas admite-se troca de calor entre a mistura e o meio circundante.

3. EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

As equações constitutivas para o duto e para o fluido são necessárias para completar a formulação do modelo, particularizando os seus comportamentos mecânicos. Nas subseções seguintes, serão apresentadas, além das relações tensão-deformação para o duto e as equações de estado para o fluido, a teoria termodinâmica a cerca do processo de transformação de fase e o fator de atrito proposto por Nicholas (1995).

3.1. Relações entre área e pressão

Num tubo de parede fina ($D_0/e \gg 20$) submetido a pequenas deformações e transformações isotérmicas, constituído por material elástico, linear e isotrópico, a relação entre a área de seção transversal do duto e a pressão do fluido é dada pela expressão:

$$A = A_0 \left(1 + \xi \frac{pD_0}{eE} \right) \quad (3)$$

O fator de ancoragem ξ assume valor 1, se o duto apresentar juntas de expansão e assume valor $1 - \nu^2$, caso o duto esteja ancorado axialmente.

3.2. Equações de estado

O modelo proposto se aplica a simulações de escoamentos em regime permanente de qualquer substância pura. Entretanto, as equações de estado apresentadas caracterizam o comportamento termodinâmico das fases líquida e de vapor da água, visto que esta substância é utilizada como fluido de simulação em todos os estudos de caso apresentados neste trabalho.

Por simplicidade, admite-se que o vapor d'água se comporta como um gás perfeito e que o líquido apresenta uma relação linear entre pressão e massa específica. Embora essas considerações possam a princípio parecer bastante restritivas, permitem simplificar consideravelmente a formulação do problema sem prejuízo ou limitação dos resultados

físicos. Utilizando-se de equações cúbicas de estado tanto para o líquido quanto para o vapor, Assumpção & Freitas Rachid (2008) mostraram que o emprego de equações de estado mais precisas não altera significativamente os resultados referentes às variações de pressão, fração volumétrica de vapor e taxa de dissipação de energia no fenômeno de mudança de fase da água. Com base nesse resultado, postula-se a seguinte equação de estado para o vapor:

$$p_v = \rho_v a_v^2 \quad (4)$$

na qual a_v é a velocidade de propagação sônica isotérmica no vapor d'água e ρ_v é a massa específica do vapor.

O comportamento da fase líquida é descrito por uma equação de estado linearizada, ajustada a partir da equação de estado de Fine & Millero (1973). Essa equação descreve de forma confiável e precisa o comportamento da água líquida para pressões manométricas na faixa de 0 a 100 bar e temperatura variando de 0 a 100° C (Fine & Millero, 1973)).

$$p_l = a_1^2 (\rho_l - \rho_l^0) \quad (5)$$

a qual representa uma reta secante que passa pelos pontos (p_{sat}, ρ_{ls}) e (p_0, ρ_l^0) , em que ρ_{ls} é a massa específica da água à pressão de saturação p_{sat} a uma determinada temperatura especificada, p_0 é a pressão absoluta nula e ρ_l^0 é a massa específica da água à pressão p_0 . Com base nessa caracterização, pode-se mostrar que o coeficiente angular a_1^2 , que representa o quadrado da velocidade de propagação sônica na fase líquida, e o coeficiente linear ρ_l^0 , que representa a massa específica da água líquida à pressão absoluta nula, podem ser calculados com base nas seguintes expressões:

$$a_1^2 = \frac{p_{sat}}{\rho_{ls} - \rho_l^0} \quad \rho_{ls} = \frac{1}{v_0 \left[1 - \left(\frac{p_{sat} - p_{atm}}{B} \right) \right]} \quad \rho_l^0 = \frac{B}{v_0 (B + p_{atm})} \quad (6)$$

3.3. Fator de atrito do escoamento com coluna aberta

Em regime permanente, a tensão cisalhante τ na parede do duto decorrente do atrito viscoso pode ser expressa em termos da velocidade e do fator de atrito f de Darcy-Weisbach de acordo com (Streeter & Wylie, 1993):

$$\tau = f \frac{\rho v^2}{8} \quad (7)$$

Nos escoamentos com coluna cheia, o fator de atrito pode ser calculado mediante correlações empíricas ou por meio de ábacos ou diagramas como, por exemplo, o diagrama de Moody. Em geral, o fator de atrito é uma função do número de Reynolds do escoamento líquido Re_L e da rugosidade relativa da parede do duto ϵ . Quando se trata de escoamentos com coluna aberta, o fator de atrito f_m não é função apenas do número de Reynolds da mistura líquido-vapor e da rugosidade relativa, mas também da fração volumétrica de vapor.

No propósito de buscar uma expressão que permita caracterizar um fator de atrito equivalente f_m capaz de satisfazer as duas condições de escoamento, Nicholas (1995) propôs uma modificação na equação de Manning para cálculo de perda de carga aplicado a escoamentos em canais abertos, baseando-se nas semelhanças existentes entre os escoamentos em coluna aberta e em canais. No contexto deste trabalho, a aproximação proposta por Nicholas (1995) em termos da tensão de cisalhamento na parede do duto conduz a:

$$\tau = f_m \frac{\rho v^2}{8} \quad ; \quad f_m = \frac{f}{\left(1 - \frac{\sin(2\omega)}{2\omega} \right)^{4/3}} \quad (8)$$

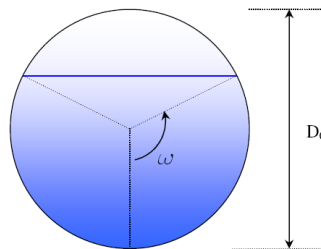


Figura 1. Seção transversal de um duto operando com coluna aberta

3.4. Teoria Termodinâmica

A grande maioria dos modelos de escoamento de líquidos com cavitação propostos na literatura apresenta uma característica comum sob ponto de vista termodinâmico. Os modelos clássicos de cavitação consideram que a transformação de fase líquido-vapor e vice-versa ocorre à pressão constante e igual à pressão de saturação do líquido à temperatura do escoamento (Nicholas, 1995; Kessal & Amaouche, 2000; Shu, 2003). Ao admitir tal fato, a transformação de fase é tratada como um processo reversível, isto é, um processo durante o qual não se verifica dissipação de energia (Freitas Rachid, 2003).

Embora a hipótese de processo reversível seja adequada na modelagem de certos problemas, principalmente aqueles de natureza quase-estática, pode não ser em outros, até mesmo quando a dissipação é de pequena magnitude. O fenômeno da cavitação é um exemplo típico. Se considerada um processo reversível em escoamentos transientes homogêneos, a velocidade de propagação de onda no meio salta localmente de forma abrupta de um valor finito até zero, dando margem à existência de uma singularidade, inviabilizando a obtenção de soluções aproximadas das equações de movimento do fluido mesmo empregando técnicas numéricas robustas. Da mesma forma que, em escoamentos permanentes homogêneos, a hipótese da reversibilidade do fenômeno da cavitação faz com que os modelos fundamentados nessa premissa descrevam apenas a abertura da coluna líquida e não o seu fechamento.

Com o propósito de retratar o problema físico de maneira mais realística e contornar as dificuldades apresentadas anteriormente, Freitas Rachid (2003) propõe um modelo termodinamicamente consistente de cavitação em escoamentos isotérmicos de líquidos compressíveis no qual o fenômeno é tratado como um processo de transformação irreversível. Pode-se demonstrar analiticamente que, sob a hipótese de escoamento homogêneo de substâncias puras, a força termodinâmica associada à taxa de transferência de massa Γ no fenômeno de cavitação é diretamente proporcional à diferença de energia livre de Gibbs entre o líquido e o vapor através de uma constante material positiva β (Freitas Rachid, 2003).

À luz da Termodinâmica dos Processos Irreversíveis, pode-se mostrar que a cavitação irreversível é um caso intermediário entre duas situações físicas reversíveis. Variando parametricamente o valor de β , verifica-se que para $\beta \geq 10^{-6} \text{ kg}^2/\text{m}^3 \text{ J s}$ a mudança de fase ocorre reversivelmente com a pressão permanecendo constante e igual à pressão de saturação. Por outro lado, para $\beta \leq 10^{-12} \text{ kg}^2/\text{m}^3 \text{ J s}$, a mudança ocorre reversivelmente com a pressão oscilando em torno da pressão de saturação, de modo a acomodar a expansão e a contração do vapor na mistura. Por fim, os valores de β em torno de $10^{-8} \text{ kg}^2/\text{m}^3 \text{ J s}$ conferem à transformação de fase um caráter irreversível, com a pressão oscilando em torno da pressão de saturação (Freitas Rachid, 2003).

As energias livres de Gibbs das fases podem ser calculadas a partir das seguintes relações termodinâmicas:

$$g_l = \frac{1}{1-\alpha} \frac{\partial \Psi}{\partial \rho_l} \qquad g_v = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \Psi}{\partial \rho_v} \qquad (9)$$

nas quais Ψ é a energia livre de Helmholtz da mistura a qual pode ser postulada (Freitas Rachid, 2003; Assumpção & Freitas Rachid, 2008)

$$\Psi = \hat{\Psi}(\rho_l, \rho_v, \alpha, T) = (1-\alpha) \rho_l \Psi_l(\rho_l, T) + \alpha \rho_v \Psi_v(\rho_v, T) \qquad (10)$$

Ψ_l e Ψ_v são respectivamente as energias livres de Helmholtz das fases líquida e vapor e podem ser obtidas a partir da integração das equações de estado, isto é (Freitas Rachid, 2003)

$$p_l = \rho_l^2 \frac{\partial \Psi_l}{\partial \rho_l} \qquad p_v = \rho_v^2 \frac{\partial \Psi_v}{\partial \rho_v} \qquad (11)$$

Com base nas considerações anteriores e considerando a transformação de fase isotérmica, chega-se a seguinte expressão para a diferença de energia livre de Gibbs

$$g_l - g_v = a_1^2 \ln \left(\frac{p + a_1^2 \rho_l^0}{p_{\text{sat}} + a_1^2 \rho_l^0} \right) + a_v^2 \ln \left(\frac{p_{\text{sat}}}{p} \right) + a_1^2 a_v^2 \rho_l^0 \left(\frac{1}{p_{\text{sat}} + a_1^2 \rho_l^0} - \frac{1}{p + a_1^2 \rho_l^0} \right) \qquad (12)$$

Com base nos resultados anteriormente descritos e levando-se em consideração a hipótese adotada para composição do pseudo fluido ($\alpha \in (0,1)$), uma equação constitutiva para a taxa mássica de transformação de fase é postulada com base na condição:

$$\Gamma = \begin{cases} 0, & \text{se } p > p_{\text{sat}} \text{ e } \alpha < \alpha^* \\ \beta(g_l - g_v), & \text{caso contrário} \end{cases} \qquad (13)$$

na qual p_{sat} é a pressão de saturação do líquido à temperatura correspondente T , β é uma constante material positiva e α^* é um valor limite de fração volumétrica de vapor abaixo do qual, a pressões maiores do que a pressão de saturação, admite-se a existência conjunta de líquido e vapor sem transferência de massa entre as fases. A condição apresentada na Eq. (13) estabelece implicitamente as condições necessárias para a abertura da coluna líquida como também para o seu fechamento. A taxa de dissipação de energia associada ao mecanismo de transformação de fase é dada pela expressão

$$d = \begin{cases} 0, & \text{se } p > p_{\text{sat}} \text{ e } \alpha < \alpha^* \\ \beta(g_l - g_v)^2, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (14)$$

Ao contrário dos modelos de Freitas Rachid (2003) e Assumpção & Freitas Rachid (2008) que admitem a existência de líquido puro ($\alpha = 0$) ou vapor puro ($\alpha = 1$), no modelo proposto líquido e vapor coexistem em todo e qualquer ponto do domínio tal que $\alpha \in (0,1)$. Essa hipótese não é verdadeira, pois, sob ponto de vista termodinâmico, as fases não coexistem em equilíbrio com $p \neq p_{\text{sat}}$. Entretanto, ela permite que se resolva um mesmo sistema de equações para um mesmo conjunto de variáveis dependentes (p , v , α), qualquer que seja o valor de α , simplificando consideravelmente a implementação computacional do modelo sem prejuízo das suas previsões. Apesar da grande vantagem em termos práticos na concepção do modelo, há a necessidade de se estabelecer coerentemente o valor de α^* na Eq. (13). Pode-se inferir que em regiões do escoamento onde não há transferência de massa entre a fase líquida e de vapor, a fração mássica de vapor, C , na mistura é constante, ou seja:

$$\frac{\alpha \rho_v}{\rho} = C = \text{constante} \quad (15)$$

Ao admitir que a fração mássica de vapor é a mesma para toda e qualquer região do duto onde não há transferência de massa entre as massas, a constante C fica univocamente determinada com base em $\alpha_0 = \alpha$ ($s = 0$) e $p_0 = p$ ($s = 0$) da condição inicial através da relação

$$C = \frac{\alpha_0 (P_0/a_v^2)}{\alpha_0 (P_0/a_v^2) + (1 - \alpha_0) [(P_0/a_l^2) + \rho_l^0]} \quad (16)$$

Assim, pode-se obter a seguinte expressão para caracterizar α em função de p nas regiões onde não há abertura de coluna:

$$\alpha = \hat{\alpha}(P) = \frac{a_1 P + b}{a_2 P + b} \quad (17)$$

na qual a_1 , a_2 e b são constantes positivas (com $a_2 > a_1$) dadas por

$$a_1 = C a_v^2 ; \quad a_2 = C a_v^2 + (1 - C) a_l^2 ; \quad b = C \rho_l^0 a_v^2 a_l^2 \quad (18)$$

Pode-se mostrar que $\alpha = \hat{\alpha}(P)$ é uma função estritamente decrescente da pressão p . Logo, se a condição inicial $\alpha_0 = \alpha$ ($s = 0$) for tal que $\alpha_0 = \alpha(s = 0) > \alpha_{\text{min}}$, a constante α^* fica unívoca e consistentemente determinada através da equação:

$$\alpha^* = \hat{\alpha}(P_{\text{sat}}) = \frac{a_1 P_{\text{sat}} + b}{a_2 P_{\text{sat}} + b} \quad (19)$$

Uma vez que a pressão na entrada do duto é sempre maior que a pressão de saturação, a condição $\alpha_0 > \alpha_{\text{min}}$ é suficiente para garantir que $\alpha^* > \alpha_0$. Pode-se notar também que nas regiões onde não há transferência de massa entre as fases o vapor se expande e se contrai na mistura de acordo com a variação da pressão: se a pressão do fluido diminui, o vapor se expande; se a pressão do fluido aumenta, o vapor se contrai.

Com base nas considerações anteriores, é possível verificar que as condições $p > p_{\text{sat}}$ e $\alpha < \alpha^*$ apresentada na Eq. (13) estabelece coerentemente as condições necessárias para a abertura da coluna líquida como também para o seu fechamento e sua permanência no status de coluna fechada. O parâmetro α^* representa, portanto, a fração volumétrica máxima experimentada pelo pseudo-fluido na iminência de ter início o processo de abertura de coluna.

4. MODELO MECÂNICO

O modelo proposto neste trabalho tem como objetivo descrever globalmente o escoamento de líquidos em dutos em regime permanente na presença do fenômeno da abertura de coluna líquida. Tratando-se de escoamento em regime permanente, os termos de taxa de variação temporal podem ser eliminados das equações de conservação da massa e da quantidade de movimento linear. Considerando as hipóteses básicas do modelo estabelecidas e as equações constitutivas, Eqs. (3), (4) e (5), é possível mostrar que as equações de conservação de quantidade de movimento linear e de massa para o líquido e o vapor podem ser escritas na seguinte forma adimensionalizada (Hastenreiter, 2009):

$$\frac{dp^+}{ds^+} = \frac{-\frac{\rho(\rho_l - \rho_v)}{\rho_l \rho_v} \Gamma^+ H_R v^+ - f (v^+)^2 - \frac{\rho \operatorname{sen}(\theta)}{\rho_{ls} \tilde{F}_r^2}}{1 - M^2 \left[1 + \frac{\xi D_0 \rho a^2}{eE} \right]} \quad (20)$$

$$\frac{dv^+}{ds^+} = -\frac{f v^+}{2} - \frac{\operatorname{sen}(\theta)}{2v^+ \tilde{F}_r^2} - \frac{1}{2v^+} \frac{dP^+}{ds^+} \quad (21)$$

$$\frac{d\alpha}{ds^+} = \frac{\rho_{ls} \Gamma^+ H_R}{\rho_v 2v^+} + \frac{f \alpha}{2} + \frac{\alpha}{2v^{+2}} \left[\frac{\operatorname{sen}(\theta)}{\tilde{F}_r^2} + \left(1 - M^2 \left(\frac{\rho a^2}{\rho_v a_v^2} + \frac{\xi D_0 \rho a^2}{eE} \right) \right) \frac{dP^+}{ds^+} \right] \quad (22)$$

nas quais p^+ , v^+ e α são as variáveis adimensionalizadas dadas pelas relações

$$p^+ = \frac{p - p_{\text{sat}}}{\frac{1}{2} \rho_{ls} v_0^2} \quad s^+ = \frac{s}{D_0} \quad v^+ = \frac{v}{v_0} \quad (23)$$

e os termo Γ^+ , a e M representam respectivamente a taxa de transferência de massa adimensional entre as fases, a velocidade de propagação sônica na mistura líquido-vapor e o Número de Mach

$$\Gamma^+ = \begin{cases} 0, & \text{se } p^+ > 0 \text{ e } \alpha < \alpha^* \\ \frac{(g_l - g_v)}{(g_l - g_v)_{\text{ref}}}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad a = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{\rho_l a_l^2 \rho_v a_v^2}{(1 - \alpha) \rho_v a_v^2 + \alpha \rho_l a_l^2}} \quad M = \frac{v}{a} \quad (24)$$

nas quais a_l e a_v são respectivamente as velocidades de propagação sônica isotérmica nas fases líquida e de vapor.

O sistema constituído pelas Eqs. (20), (21) e (22) tem como variáveis pressão p , velocidade v e fração volumétrica de vapor α , todas funções do comprimento desenvolvido do duto, ou seja: $p = \hat{p}(s)$, $v = \hat{v}(s)$ e $\alpha = \hat{\alpha}(s)$. Uma vez especificados o fluido, o material do duto e sua topografia, os parâmetros D_0 , e , g , ξ , E , a_l , a_v e $\theta = \hat{\theta}(s)$ são automaticamente pré-definidos. As demais variáveis como ρ_l , ρ_v , ρ , a , Γ e τ têm seus valores relacionados às variáveis p , v e α por meio de equações constitutivas.

Quatro grupos adimensionais conhecidos da Mecânica dos Fluidos estão presentes nas equações adimensionais. Além do número de Reynolds Re , presente no cálculo do fator de atrito f e do número de cavitação representado pela variável adimensional p^+ , figura no sistema de equações definido pelas Eqs. (20), (21) e (22) o número de Mach M (que caracteriza a razão entre as forças de inércia e compressibilidade) e o número de Froude (que caracteriza a razão entre forças de inércia e gravitacional. Para caracterizar a ação das forças de caráter termodinâmico associadas à mudança de fase, define-se o seguinte grupo adimensional:

$$H_R = \frac{2D_0 \beta (g_l - g_v)_{\text{ref}}}{\rho_{ls} v_0} \quad (25)$$

na qual o termo $(g_l - g_v)_{\text{ref}}$ representa o valor absoluto da diferença de energia livre de Gibbs, calculada com base numa pressão igual a duas vezes o valor da pressão de saturação do líquido à temperatura de escoamento. O número H_R pode ser interpretado como sendo a razão entre as referidas forças de caráter termodinâmico e as de inércia que atuam sobre o fluido.

5. RESULTADOS

O modelo proposto é constituído por três equações diferenciais ordinárias de primeira ordem não-lineares, em termos das variáveis $p = \hat{p}(s)$, $v = \hat{v}(s)$ e $\alpha = \hat{\alpha}(s)$. Em função da complexidade do sistema, sua solução só pode ser obtida via técnicas numéricas. Existe uma gama de métodos numéricos para resolver problemas de valor inicial, tal como o apresentado pelo sistema formado pelas Eqs.(20), (21) e (22). A escolha do método numérico mais adequado depende das características do sistema de EDOs a ser resolvido. Neste caso, pelo fato de as Eqs. (20), (21) e (22) serem rígidas, foi utilizado na obtenção da solução numérica do modelo o método de Gear, um método implícito, multipasso, de ordem variável (1ª a 5ª ordem), adaptativo, próprio para resolver problemas de valor inicial envolvendo sistemas de EDOs, inclusive rígidos.

A capacidade de predição do modelo proposto com base no método de Gear é avaliada simulando o seguinte caso. Considere um duto de diâmetro D_0 e comprimento total $L = 150$ m, através do qual escoa água a uma temperatura de 20° C. A esta temperatura, os valores de p_{sat} , ρ_l^0 , a_l e a_v são 2,34 kPa, 998,154 kg/m³, 1477 m/s e 361 m/s, respectivamente. A tubulação é construída em aço ($E = 207$ GPa e $\nu = 0,27$) e apresenta juntas de expansão, o que possibilita deformações na direção longitudinal. Neste caso, portanto, atribui-se o valor 1 ao fator de ancoragem ξ na Eq. (3). As condições iniciais p_0 , v_0 e α_0 são conhecidas e serão apresentadas no momento mais apropriado bem como o diâmetro D_0 e o perfil planialtimétrico do duto.

Pode-se mostrar que a condição necessária para a abertura de coluna líquida está vinculada a existência de um pico ou um platô no perfil planialtimétrico do duto (Nicholas, 1995). Com base nessa consideração e sabendo que o mecanismo de ativação do processo de mudança de fase é essencialmente devido à pressão (mais especificamente quando a pressão torna-se igual ou inferior à pressão de saturação), é possível fazer uma análise preliminar da Eq. (20) e identificar alguns aspectos relevantes.

O numerador do membro direito da Eq. (20) revela a presença de três termos, a saber: o primeiro está associado à força termodinâmica responsável pela transformação de fase, o segundo refere-se à força de atrito no tubo e, finalmente, o terceiro retrata a força do campo gravitacional. O segundo termo é sempre positivo e, portanto, atua sempre no sentido de promover a queda da pressão ao longo do comprimento do duto. Já o primeiro e o terceiro termos podem ser negativos, nulos ou positivos, de acordo com os sinais de Γ^+ e $\sin(\theta)$, respectivamente.

Sabendo que na iminência de abertura da coluna (isto é, quando $p \rightarrow p_{\text{sat}}^-$), $\Gamma^+ = 0$ e $\sin(\theta) > 0$, é fácil perceber que a abertura mais pronunciada (gradiente de pressão mais negativo) ocorrerá quando a inclinação ascendente do duto for a maior possível, isto é, $\theta = \pi/2$. Esse fato permite balizar a escolha do perfil planialtimétrico do duto com base no qual as simulações numéricas serão conduzidas. Com o intuito de reduzir o número de perfis a serem analisados, restringindo a análise às situações mais favoráveis a abertura da coluna, considerar-se-ão perfis em que o duto sempre sobe na vertical, mas desce com três inclinações diferentes, conforme ilustrado na Fig. 2. Conforme será visto mais adiante, os arranjos adotados permitirão analisar as duas situações limites relativas à formação de uma cavidade; a de menor e a de maior extensão, as quais ocorrerão quando trecho descendente for vertical e um platô, respectivamente.

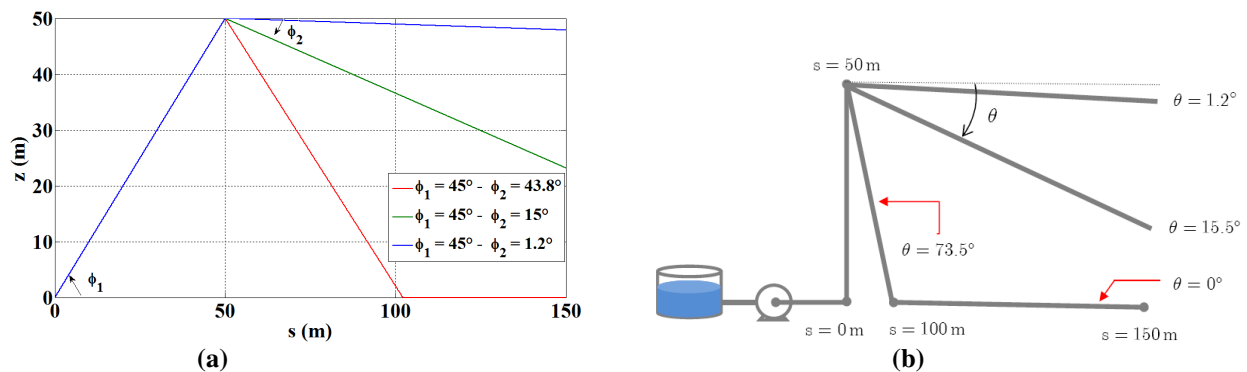


Figura 2. (a) Perfis Planialtimétricos do duto: platô, declive intermediário e máximo. (b) Arranjo físico do duto: descida suave, intermediária e vertical.

Como a análise conduzida a seguir será focada no arranjo de perfis ilustrado na Fig.2, torna-se conveniente redefinir o número de Froude (apresentado na Eq.(26), de forma a incorporar o gradiente de elevação do trecho descendente da linha,

$$F_r = \frac{v_0}{\sqrt{2D_0 g |\sin(\theta)|}} \quad (26)$$

Para analisar sistematicamente a influência de cada grupo adimensional no fenômeno de abertura de coluna líquida, sem, entretanto, incorrer na possibilidade de se atribuir valores irrealistas a esses adimensionais, três valores distintos típicos de diâmetro, de velocidade na entrada do duto, de ângulo de declive do perfil planialtimétrico e da constante β

serão considerados. As tabelas 1 e 2 apresentam os valores que compõem o conjunto de dados de entrada para cada valor de F_r e H_R simulado.

Tabela 1. Valores de D_0 , v_0 , ϕ_2 e β usados no cálculo de $F_{r\min}$, $F_{r\intercaler}$, $F_{r\max}$

	D_0 (mm)	v_0 (m/s)	ϕ_2	β ($\text{kg}^2/\text{m}^3 \text{ J s}$)
$F_{r\min}$	1000	1,0	45°	10^{-8}
$F_{r\intercaler}$	500	1,5	15°	10^{-8}
$F_{r\max}$	200	2,0	1,2°	10^{-8}

Tabela 2. Valores de D_0 , v_0 , ϕ_2 e β usados no cálculo de $H_{R\min}$, $H_{R\intercaler}$, $H_{R\max}$

	D_0 (mm)	v_0 (m/s)	ϕ_2	β ($\text{kg}^2/\text{m}^3 \text{ J s}$)
$H_{R\min}$	200	2,0	1,2°	10^{-15}
$H_{R\intercaler}$	500	1,5	1,2°	10^{-12}
$H_{R\max}$	1000	1,0	1,2°	10^{-8}

Os resultados numéricos finais de cada caso compilado no modelo proposto são apresentados a seguir. Em todos os casos, a fração volumétrica de vapor na entrada do duto é $\alpha_0 = 10^{-8}$ (Wylie & Streeter, 1993). As demais condições iniciais e o valor de α^* são dados conforme a tabela 3.

Tabela 3. Condições iniciais de pressão e velocidade em cada caso simulado

	p_0 (kPa)	v_0 (m/s)	α^*
$F_{r\min} = 0,226$	492,6	1,0	$2,10 \cdot 10^{-6}$
$F_{r\med} = 0,925$	494,07	1,5	$2,11 \cdot 10^{-6}$
$F_{r\max} = 6,98$	501,68	2,0	$2,14 \cdot 10^{-6}$
$H_{R\min} = 2,0 \cdot 10^{-14}$	503,50	2,0	$2,15 \cdot 10^{-6}$
$H_{R\med} = 7,0 \cdot 10^{-11}$	494,00	1,5	$2,11 \cdot 10^{-6}$
$H_{R\max} = 2,0 \cdot 10^{-6}$	492,45	1,0	$2,10 \cdot 10^{-6}$

Os números adimensionais F_r e H_R têm papel crucial na descrição dos fenômenos de abertura e fechamento de coluna líquida num escoamento em regime permanente com cavitação.

O número adimensional H_R é uma função de vários parâmetros dentre os quais a constante de proporcionalidade entre a taxa mássica de transformação de fase e a diferença de energias livres de Gibbs, β . Esse parâmetro é preponderante no cálculo do valor do número adimensional H_R e apresenta um significado físico importante dentro da descrição do processo de transformação de fase. Valores de β relativamente elevados (por volta de $10^{-8} \text{ kg}^2/\text{m}^3 \text{ J s}$) retratam mudanças de fase irreversíveis, enquanto que valores de β menores ($\beta \leq 10^{-12} \text{ kg}^2/\text{m}^3 \text{ J s}$) caracterizam mudanças de fase reversíveis com pressão oscilando em torno da pressão de saturação (Freitas Rachid, 2003; Assumpção & Freitas Rachid, 2008). Dessa forma, pode-se inferir que valores de H_R elevados caracterizam processos de transformação de fase irreversíveis e que, portanto, dissipam energia. As Figs. 3a e 3b mostram respectivamente os gráficos de dissipação de energia e da pressão versus fração volumétrica de vapor na região de escoamento em coluna aberta para cada H_R simulado. Na Fig. 3b, é possível visualizar o fenômeno de histerese presente em qualquer mecanismo físico irreversível que está associado ao maior valor de H_R .

Na Fig 3c, pode-se observar que os fenômenos de abertura e fechamento de coluna líquida são mais bem retratados quando a mudança de fase se dá irreversivelmente. No caso com maior H_R , as seções de abertura e fechamento da coluna líquida podem ser claramente identificadas, o que não ocorre nos demais casos (em particular, $H_R = 7,0 \cdot 10^{-11}$) nos quais só é possível identificar a seção de abertura da coluna.

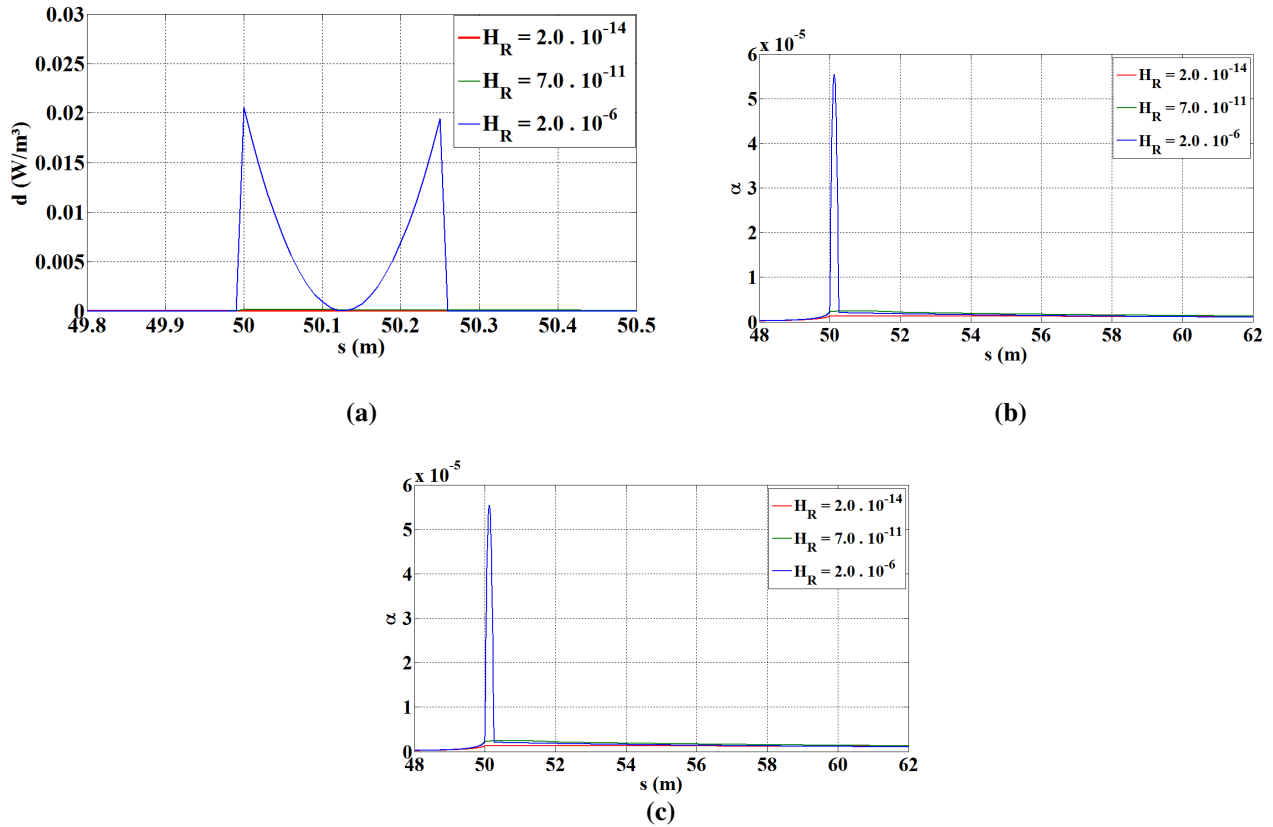
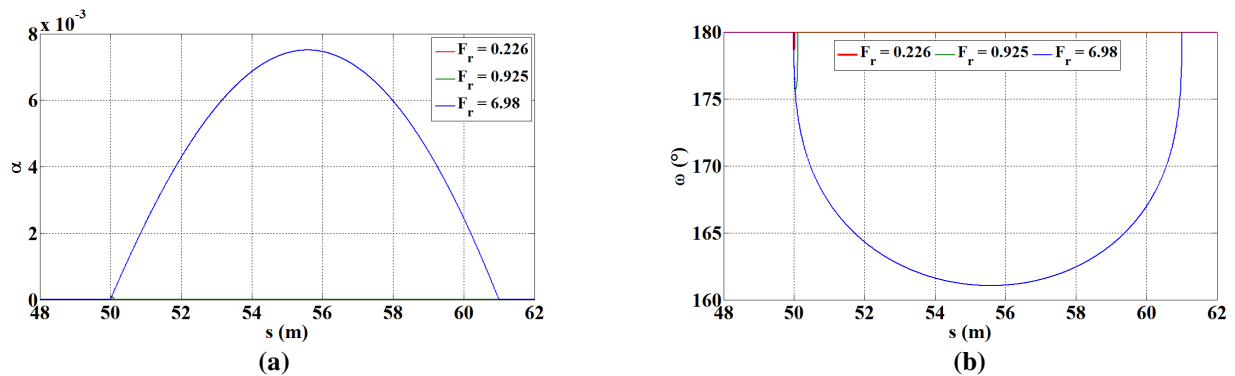


Figura 3. (a) Dissipação de energia na região de escoamento em coluna aberta considerando diferentes valores de H_R (b) Pressão versus Fração volumétrica de vapor e o fenômeno de Histerese (c) Fração volumétrica de vapor em função do comprimento desenvolvido do duto considerando diferentes valores de H_R .

O número adimensional H_R pode ser considerado uma razão entre a força termodinâmica associada à transformação de fase e a força de inércia. Quanto maior H_R , maior é a influência da força termodinâmica no gradiente de pressão. A atuação da força termodinâmica no gradiente de pressão pode ser explicada reportando-se a Eq. (20). A maneira como ela atua sobre o gradiente de pressão depende do sinal de Γ^+ . Quando $\Gamma^+ > 0$, isto é, líquido está se transformando em vapor, a força termodinâmica atua no sentido de abrir a coluna. Por outro lado, quando $\Gamma^+ < 0$, com vapor se transformando em líquido, ela atua de forma a fechar a coluna. Logo após a seção $s = \xi_i$, a coluna líquida começa a abrir por conta da ação das forças termodinâmica e de atrito, isto é, $\Gamma^+ > 0$. Entretanto, a seção do duto em que ocorre abertura da coluna líquida se dá numa posição de descida, ou em um pico ou no final de um platô (Nicholas, 1995). Nesses três casos, a força gravitacional atua no sentido de fechar a coluna líquida tornando o gradiente de pressão positivo. Como a ordem de grandeza da força gravitacional é bem maior que a da força termodinâmica, a pressão pára de diminuir e começa a aumentar numa dada seção do duto $s = \xi_m$, tal $\xi_m \in (\xi_i, \xi_f)$. A partir de então, o vapor gerado com vaporização devido à queda de pressão começa a retornar ao estado líquido, ou seja, $\Gamma^+ > 0$. Nessas condições, a força termodinâmica passa a atuar de forma a fechar a coluna líquida e restabelecer o regime de escoamento em coluna cheia na seção $s = \xi_f$.



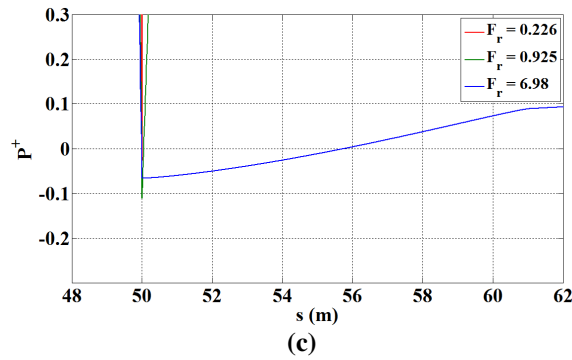


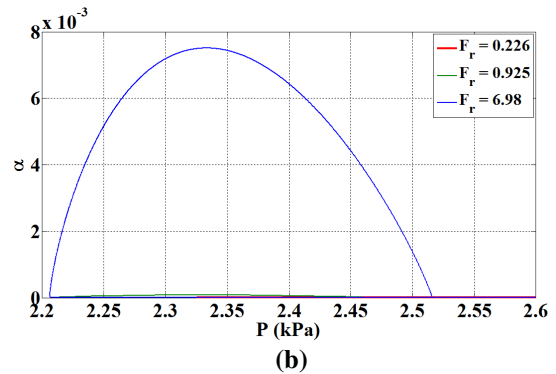
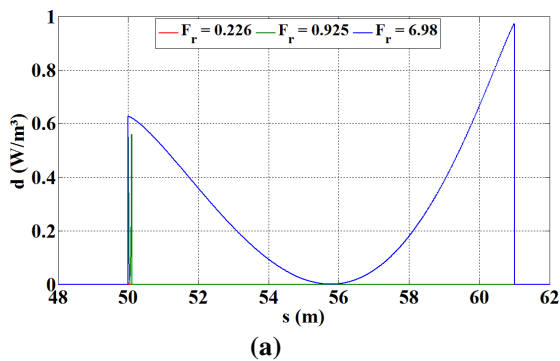
Figura 4. (a) Fração volumétrica de vapor (b) Ângulo molhado (c) Número de cavitação em função do comprimento desenvolvido do duto para diferentes F_r .

As Figuras 5a, 5b e 5c mostram que, para números de Froude pequenos, o comprimento da região de escoamento em coluna aberta é maior. Para explicar tal resultado, é preciso mais uma vez reportar à Eq. (20) e à definição de Número de Froude expressa na Eq.(26). Com base nessa mesma equação, o número de Froude pode ser considerado como uma razão entre as forças de inércia e devido ao campo gravitacional. Assim, considerando em conjunto as Eqs. (20) e (36), quanto maior o número de Froude, menor é a influência da força devido ao campo gravitacional no gradiente de pressão.

A influência da força gravitacional no gradiente de pressão depende do sinal do gradiente de elevação da linha. Como a seção do duto em que ocorre abertura da coluna líquida se dá numa posição de descida, ou em um pico ou no final de um platô, o gradiente de elevação da linha é sempre negativo nesses casos e, pela Eq. (20), a força devido ao campo gravitacional sempre atuará no sentido de tornar o gradiente de pressão positivo e de fechar a coluna.

O comprimento da região de escoamento em coluna aberta depende da magnitude do número de Froude. Grandes extensões de escoamento em coluna aberta estão associadas a números de Froude elevados. Isto porque nesse caso a ordem de grandeza da força gravitacional se equipara à ordem de grandeza da força termodinâmica e da força de atrito. Da seção $s = \xi_i$ até $s = \xi_m$ (seção a partir da qual a pressão começa a aumentar), as forças termodinâmica e de atrito atuam no sentido de abrir a coluna e a força gravitacional, de fechar. A partir da seção $s = \xi_m$ até $s = \xi_f$, a força termodinâmica, em função dos motivos já mencionados anteriormente, passa a atuar no sentido de tornar o gradiente de pressão mais positivo e fechar a coluna líquida. Nos casos em que o número de Froude é pequeno, a ordem de grandeza da força gravitacional é muito maior do que a das demais, de forma que a coluna fecha logo após ter sido aberta.

As Figuras 7a e 7b mostram os gráficos de dissipação de energia e de histerese em cada Fr . Embora em todos os casos a mudança de fase seja retratada como um processo irreversível (ou seja, com $\beta = 10^{-8} \text{ kg}^2/\text{m}^3 \text{ J s}$), as quantidades de energia dissipada durante o processo de transformação de fase são diferentes.



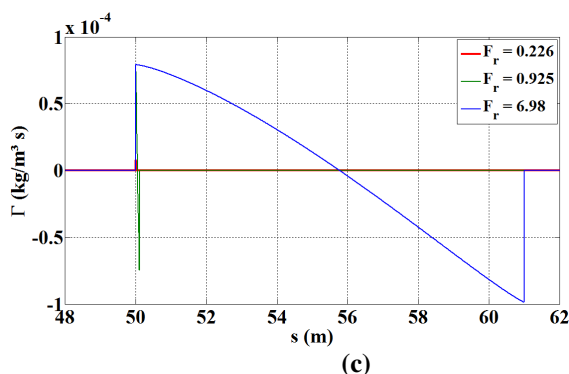


Figura 5. (a) Taxa de dissipação de energia em função do comprimento desenvolvido do duto diferentes F_r (b) Fenômeno de histerese considerando diferentes valores de F_r (c) Taxa mássica de transformação de fase em função do comprimento desenvolvido do duto considerando diferentes valores de F_r .

Na Figura 7c, a taxa mássica de transformação de fase na região de escoamento em coluna aberta é representada graficamente para cada F_r . As magnitudes de Γ nos dois casos com os maiores F_r são bem próximas. A diferença é que, no caso com maior F_r , a taxa com que líquido se transforma em vapor e vapor se transforma em líquido varia mais suavemente comparada aos outros casos. Pode-se observar também que o gráfico de Γ em função de s na região de escoamento em coluna aberta não é simétrico, mostrando que nem toda massa de vapor gerada durante o processo de abertura da coluna líquida retorna ao seu estado original de líquido durante e após o fechamento da coluna.

6. CONCLUSÕES

O presente trabalho apresenta um modelo para descrever o fenômeno de cavitação irreversível em escoamentos de líquidos em dutos. Apesar de poder ser aplicado tanto em regime permanente quanto em transiente, as aplicações apresentadas no trabalho são restritas ao escoamento com coluna parcialmente aberta, observado em regimes de escoamento permanente. O escoamento é considerado isotérmico e homogêneo e o fluido é tratado como uma pseudo mistura formada de fases compressíveis (de líquido e de vapor), que coexistem num mesmo ponto material e num mesmo instante de tempo.

Os principais grupos adimensionais que intervêm no processo são o número de Froude F_r e o número adimensional H_R , que pode ser definido como uma razão entre a força termodinâmica e a força de inércia. Suas influências no processo de abertura de coluna são caracterizadas através de simulações numéricas.

Os resultados obtidos mostram que o modelo proposto é capaz de descrever de forma fisicamente coerente, tanto a abertura quanto o fechamento da coluna líquida. Entretanto, não se esgotaram as possibilidades de aplicação deste modelo. Apesar de apresentar apenas casos de modelagem em regime permanente, o uso do modelo pode ser extrapolado para modelagem de escoamento em regime transiente.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o suporte financeiro fornecido pela CAPES através de uma bolsa de mestrado concedida a Alexandre Hastenreiter Assumpção no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal Fluminense.

8. REFERÊNCIAS

- Assumpção, A. H. & Rachid, F. B. F. Hysteresis Loops in Isothermal Cavitation, 12th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences, November 10 – 14, 2008, Belo Horizonte – MG.
- Bergant, A., Simpson, A.R., Tijsseling, A.S.; Water Hammer with column separation: a historical review, *Journal of fluids and structures* 22 (2006) 135 – 171.
- Fine, R. A. & Millero, F. J. Compressibility of water as function of temperature and pressure. *Journal of Chemical Physics*, vol 59 N°10, 1973.
- Freitas Rachid, F. B. A thermodynamically consistent model for cavitating flows of compressible fluids, *International Journal of Non-Linear Mechanics* 38 (2003) 1007 – 101.
- Freitas Rachid, F. B. Continuum thermo-mechanical model for homogeneous liquid-gas flows with internal surface tension effects, *Mechanics Research Communications* 33 (2006) 337 – 351.
- Hastenreiter, A. Modelagem em Regime Permanente de Escoamentos em Dutos com Abertura de Coluna Líquida. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica Francisco Eduardo Mourão Saboya. Universidade Federal Fluminense. Dezembro de 2009.
- Kessal, M. & Amaouche, M. Numerical Simulation of Transient vaporous and gaseous cavitation in pipelines. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, vol 11 N° 2, 2001, pp.121 – 137.

- Liu, T. G.; Khoo, B. C.; Xie, W. F. Isentropic one fluid modeling of unsteady cavitating flow. J Comp Phys 2004; 201: 80 – 108.
- Masella, J. M.; Tran, Q. H., Ferre, D.& Pauchon, C. Transient Simulation of two- phase flows in pipes. Reveu de L’Institut Français Du Pétrole, vol 53, N°6, 1998.
- Nicholas, R. E., *Simulation of slack flow: a tutorial*, PSIG – October 19 – 25, 1995.
- Shu, J. Modelling vaporous cavitation on fluid transient. International Journal of Pressure Vessels and Piping 80 (2003) 187 -195.
- Wiggert, D. C.; Sandquist, M. J. The effect of gaseous cavitation on fluids transients. Trans ASME, J Fluids Engng 1979; 101 (1); 79 -86
- Wylie, E. B. & Streeter, V. L. Fluid Transients in Systems. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Xie, W. F., Liu, T. G., Khoo, B. C.. Application of a one-fluid model for large scale homogeneous unsteady cavitation: The modified Schmidt model. Computers&Fluids 35 (2006) 1177 – 1192.

9. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

MECHANICAL MODEL FOR CAVITATING FLOW IN HYDRAULIC PIPELINES

Alexandre Hastenreiter Assumpção, alexhast123@yahoo.com.br¹
Felipe Bastos de Feritas Rachid, rachid@vm.uff.br²

^{1,2}Laboratory of Gas and Liquid Transport, Department of Mechanical Engineering Mecânica – Graduate Program in Mechanical Engineering Francisco Eduardo Mourão Saboya – TEM/PGMEC, Universidade Federal Fluminense, Rua Passos da Pátria 156, Niterói, RJ 24210-240, Brazil.

Abstract. *The purpose of this work is to present a mechanical model to describe the cavitating flow in hydraulic pipelines. Although the model is capable to describe the cavitation phenomenon in unsteady as well as steady states, the applications presented in this work are restricted to slack flow, which take place in steady states. The flow is assumed to be homogeneous and isothermal. The fluid is treated as a pseudo-mixture, comprising the liquid and the vapor phases. Both phases are assumed to be compressible and to coexist at every material point and time instant. The balance equations of mass for each of the phases are considered in the model, along with one balance equation of momentum for the mixture as a whole, within an onedimensional context. The phase change transformation is properly accounted for as an irreversible process. The main dimensionless groups are identified and their influence on the slack flow phenomenon quantified by means of numerical simulations. The obtained results show that model is capable to mimic coherently both the opening as well as the closure of the vapor cavity.*

Keywords: *Slack Flow, Cavitation, irreversible phase change transformation.*