

## ESTUDO ANALÍTICO E NUMÉRICO DOS ESPALHAMENTO ACÚSTICO

Márcio Eustáquio Maria - [professormarcinho@yahoo.com.br](mailto:professormarcinho@yahoo.com.br)<sup>1</sup>

Ester Naves Machado Borges - [ester@des.cefetmg.br](mailto:ester@des.cefetmg.br)<sup>1</sup>

Márcio Matias Afonso - [marciomatias@des.cefetmg.br](mailto:marciomatias@des.cefetmg.br)<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Av. Amazonas, 7675, 30.510-000 Belo Horizonte, MG, Brasil

<sup>2</sup>Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Av. Amazonas, 7675, 30.510-000 Belo Horizonte, MG, Brasil

**Resumo:** A preocupação com o ruído nas comunidades urbanas cresceu nas últimas décadas com o aumento do número de veículos e a atividade industrial. Sabe-se que a exposição humana a níveis sonoros elevados causa diversos problemas de saúde, tais como estresse e problemas de audição. Por isso, o estudo de fenômenos como radiação, propagação, transmissão e espalhamento sonoro é de grande interesse social e econômico. O espalhamento acústico ocorre sempre que os comprimentos de onda acústica envolvidos são comparáveis com as dimensões dos objetos presentes ao nosso redor. Esse trabalho estuda o espalhamento de uma onda plana por uma superfície cilíndrica bidimensional situada em um espaço aberto. As soluções analítica e numérica da equação de Helmholtz são obtidas e implementadas. O método numérico utilizado é o método de elementos de contorno que apresenta algumas vantagens na solução de problemas de domínio exterior quando comparado com outros, como o método de elementos de finitos, uma vez que, ele exige a discretização somente da superfície do domínio. Os resultados obtidos utilizando a solução analítica e solução numérica foram comparados e mostram-se bem próximos.

**Palavras-chave:** Espalhamento, Redução de ruídos, Método de elementos de contorno.

### 1. INTRODUÇÃO

A poluição sonora é um dos problemas da sociedade atual. Devido ao crescimento urbano desordenado, a população vive constantemente exposta a ruídos provocados pelo tráfego intenso de veículos e de aviões, realização de obras públicas e privadas, dentre outros. Estudos realizados mostram que a exposição constante do homem ao ruído pode ocasionar diversos problemas para o organismo humano. O estudo de fenômenos tais como geração, transmissão e espalhamento torna-se necessário para controlar o ruído de forma preventiva. A análise do espalhamento acústico utilizando a formulação analítica é limitada pela geometria do objeto. Por isso, torna-se necessário desenvolver técnicas numéricas que superem essa dificuldade. Neste trabalho, a solução analítica do espalhamento de uma onda sonora plana incidente em um cilindro infinito rígido é feita e comparada com a solução obtida por uma técnica numérica, o método de elementos de contorno.

### 2. O ESPALHAMENTO ACÚSTICO

Considere uma região cilíndrica bidimensional atingida por uma onda plana que se propaga no sentido negativo do eixo  $x$ , como mostrado na Fig 1. A região interior do cilindro é chamada  $\Omega$ , a exterior,  $\Omega_0$  e o contorno,  $S$ . O eixo do cilindro rígido passa pela origem  $o$  do sistema de coordenadas polares. A variável  $r$  é a distância entre o eixo do cilindro e o ponto de observação  $p(r, \theta)$  e variável  $\theta$ , denominada ângulo polar, é o ângulo entre o eixo horizontal  $X$  e o segmento de reta que une a origem ao ponto  $p(r, \theta)$ , como definido anteriormente. Tal ângulo é medido no sentido anti-horário a partir do eixo  $X$ . As regiões do plano entre os ângulos  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  e  $\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi$  a serão, denominadas, respectivamente, região anterior e região posterior do cilindro.

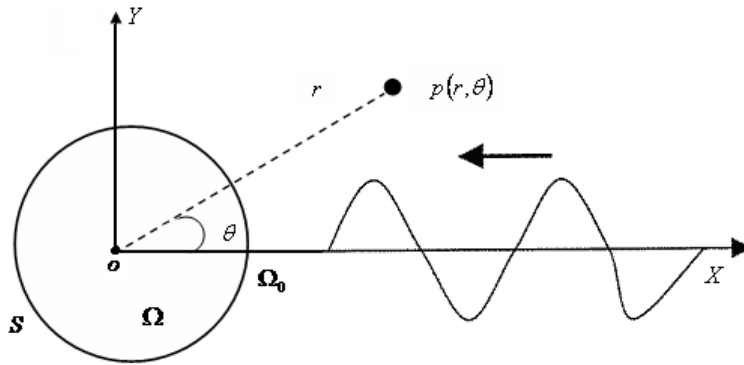


Figura 1. Onda incidente atinge um cilindro bidimensional.

Considere também que o comprimento de onda da onda incidente é da ordem da dimensão radial do cilindro. Nesse caso, a incidência da onda plana na superfície cilíndrica produz ondas que são desviadas em todas as direções, afastando-se do contorno  $S$  e propagando-se para o infinito pela região exterior  $\Omega_0$ , como mostra a Fig 2.

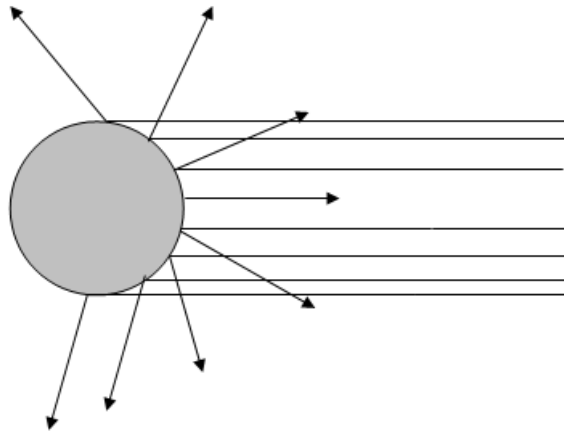


Figura 2. Espalhamento da onda sonora.

Estas ondas são denominadas ondas espalhadas e obedecem o princípio de Huygens. Assim, cada ponto do cilindro rígido bidimensional, ao ser atingido pela onda plana incidente, se torna uma fonte pontual ondas esféricas que se propagam em diferentes direções. Neste trabalho, o meio é considerado homogêneo, não viscoso e sem perdas e a velocidade das partículas do fluido pode ser expressa como o gradiente de uma função escalar  $\varphi$ , denominada potencial de velocidade. A onda plana incidente, cujo potencial de velocidade é  $\varphi^I$  sofre interferência da espalhada, cujo potencial de velocidade  $\varphi^E$ , nos pontos  $p(r, \theta)$  localizados no contorno  $S$  e na região exterior  $\Omega_0$ . Dessa forma, produz-se uma onda total distorcida cujo potencial de velocidade  $\varphi$  é dado pela soma do potencial de velocidade espalhado com o potencial de velocidade incidente. Esse fenômeno é chamado espalhamento acústico.

O potencial de velocidade espalhado  $\varphi^E(p)$  da onda que se afasta do cilindro, propagando-se num meio infinito, homogêneo e não viscoso é descrita pela equação linear que se segue:

$$\frac{\partial^2 \varphi^E}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi^E}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi^E}{\partial \theta^2} + k^2 \varphi^E = f(p) \quad (1)$$

Na equação (1),  $k$ ,  $\lambda$  são, respectivamente, o número de onda, o comprimento de onda no meio de propagação e o ângulo  $\theta$  é o ângulo polar. O potencial de velocidade espalhado  $\varphi^E(p)$  satisfaz a condição de contorno de Neumann, (Pierce 1989), uma vez que a parede do cilindro é considerada rígida:

$$\frac{\partial \varphi^E}{\partial n} + \frac{\partial \varphi^I}{\partial n} = 0 \quad (2)$$

A solução analítica do potencial de velocidade espalhado  $\varphi^E(r, \theta)$ , num ponto de observação  $p(r, \theta)$  localizado no contorno  $S$  ou na região exterior  $\Omega_0$  do cilindro é dada pela expressão a seguir:

$$\varphi^E(r, \theta) = A_0 [J_0(kr) + iN_0(kr)] + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos(m\theta) [J_m(kr) + iN_m(kr)] \quad (3)$$

Na equação (3),  $J_m(kr)$  e  $N_m(kr)$  são, respectivamente, as funções de Bessel e Neumann de ordem  $m$  e tipo 1. O termo  $kr$  é a frequência normalizada, sendo que  $k$  o número de onda no meio de propagação e  $r$  é a distância radial entre o centro do cilindro rígido e um ponto de observação. Os coeficientes  $A_m$  e  $A_0$  são dados, respectivamente, por:

$$A_m = -\varepsilon_m i^{m+1} e^{-i\gamma_m} \text{sen}(\gamma_m) \quad (4)$$

$$A_0 = -\varepsilon_0 i e^{-i\gamma_0} \text{sen}(\gamma_0) \quad (5)$$

Os valores dos coeficientes  $\varepsilon_0$  e  $\varepsilon_m$  são, respectivamente, 1 e 2. Nas equações (6) e (7) são mostradas as expressões que definem  $\gamma_m$  e  $\gamma_0$ :

$$\tan \gamma_m = \frac{J_{m-1}(kr) - J_{m+1}(kr)}{N_{m+1}(kr) - N_{m-1}(kr)} \quad (6)$$

$$\tan \gamma_0 = -\frac{J_1(kr)}{N_1(kr)} \quad (7)$$

### 3. FORMULAÇÃO INTEGRAL DO ESPALHAMENTO ACÚSTICO

Considere um corpo bidimensional rígido, com uma forma geométrica qualquer, imerso num domínio infinito, atingido por uma onda plana que se propaga no sentido negativo no eixo  $x$ , como mostrado na Fig 3. O contorno do obstáculo é chamado  $S$ , a região interior  $\Omega$  e a exterior,  $\Omega_0$ . O vetor unitário  $\hat{n}$  é dirigido para fora do contorno e a função  $f(p)$  fornece a distribuição das fontes pontuais para pontos  $q(x, y)$  localizados no contorno  $S$

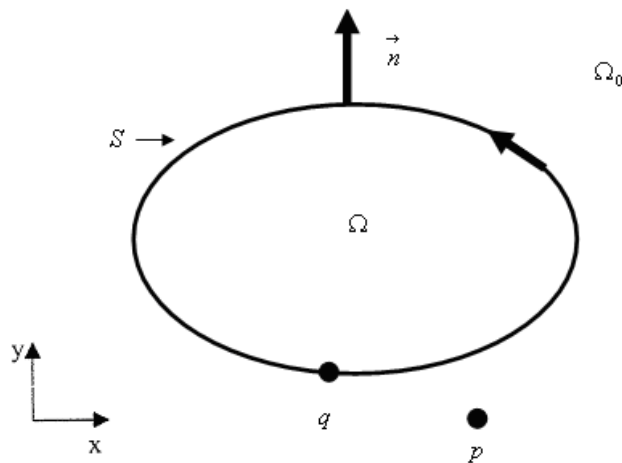


Figura 3. Variação Obstáculo rígido bidimensional.

O potencial de velocidade espalhado  $\varphi^E(p)$  num ponto  $p(x, y)$  qualquer localizado no contorno  $S$  do obstáculo ou na região exterior  $\Omega_0$  satisfaz a equação diferencial de Helmholtz, (Ziomek 1995):

$$\nabla^2 \varphi^E(p) + k^2 \varphi^E(p) = f(p) \quad (8)$$

e a condição de Neumann, (Pierce 1989):

$$\frac{\partial \varphi^E(p)}{\partial n} = 0 \quad (9)$$

O potencial de velocidade satisfaz, para ondas que se propagam para o infinito, a condição de Sommerfeld dada pela expressão a seguir:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r \left( \frac{\partial \varphi^E(p)}{\partial r} - ik \varphi^E(p) \right) = 0 \quad (10)$$

Essa condição garante a unicidade da solução da Eq.(8) para pontos no infinito, (Dettman 1969). O potencial de velocidade espalhado  $\varphi^E(p)$  num ponto  $p(x, y)$  qualquer localizado na região exterior  $\Omega_0$  ou no contorno  $S$  do objeto pode ser descrito pela equação integral que se segue, (Maria et al 2010):

$$c(p)\varphi^E(p) + \int_S \varphi^E(q) \frac{\partial G(p,q)}{\partial n} dS = \int_S G(p,q) \frac{\partial \varphi^E(q)}{\partial n} dS + \varphi^I(p) \quad (11)$$

Na equação (11), a função de Green  $G(p, q)$  representa o campo num ponto de observação  $p(x, y)$  devido à presença de uma fonte de amplitude unitária localizada num ponto  $q(x, y)$ . Tal função é denominada solução fundamental da equação de Helmholtz. A função  $c(p)$  assume os valores 1 ou 1/2, quando o ponto  $p$  se localizar, respectivamente, na região exterior  $\Omega_0$  ou no contorno  $S$  do obstáculo. A Eq (11) será resolvida numericamente pelo Método de Elementos de Contorno.

#### 4. APLICAÇÃO DO MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO AO PROBLEMA DO ESPALHAMENTO ACÚSTICO

O Método de elementos de Contorno discretiza o contorno  $S$  do obstáculo bidimensional  $\Omega$  mostrado na Fig 3 utilizando uma malha contendo  $N$  segmentos de reta  $S_n$  denominados elementos, que são mostrados na Fig 4.

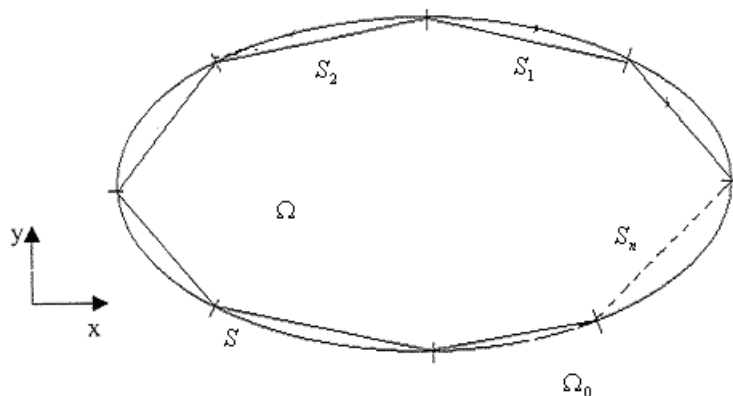


Figura 4. Discretização do contorno do obstáculo.

Neste trabalho, considera-se que os valores desconhecidos do potencial espalhado  $\varphi_j^E(q)$  e de sua derivada normal  $\frac{\partial \varphi_j^E(q)}{\partial n}$  são constantes ao longo de cada elemento da malha. Dessa forma, o potencial de velocidade  $\varphi_i^E(p)$  num ponto de observação  $p$  no centro de um dado elemento  $S_i$  é dado pela expressão:

$$\frac{1}{2}\varphi_i^E(p) + \sum_{j=1}^N H_{ij}\varphi_j^E = \sum_{j=1}^N G_{ij} \frac{\partial \varphi_j^E}{\partial n} + \varphi_i^I(p) \quad (12)$$

O ponto de observação  $p$  é colocado sucessivamente nos elementos  $S_1, S_2 \dots S_n$ , sendo aplicada em cada um deles a Eq(12). Assim obtém-se o sistema de equações:

$$Hu = q \quad (13)$$

Na equação (13),  $H$  é uma matriz de ordem  $N \times N$ , não esparsa e não simétrica e  $u$  e  $q$  são vetores de ordem  $N \times 1$ . O vetor  $u$  contém os valores desconhecidos de  $\varphi_j(q)$ , o vetor  $q$  contém os valores conhecidos dos potenciais de velocidade incidentes nos pontos centrais dos elementos e a matriz  $H$  é composta pelas expressões integrais das derivadas normais da função de Green no ponto central de cada elemento. Pré-multiplicando a Eq (13) pela matriz  $H^{-1}$ , obtém-se os valores de  $\varphi_j(p)$  para todos os pontos do contorno do cilindro:

$$u = H^{-1}q \quad (14)$$

Uma vez determinados os elementos do vetor  $q$  que são os potenciais  $\varphi_i$ , estes são utilizados para se obter o potencial  $\varphi^E(p)$  em qualquer ponto  $p$  exterior ao contorno, como mostrado na Fig 4. Para isso, é utilizada a Eq (11), que pode ser escrita na forma discretizada dada pela seguinte expressão:

$$\varphi_i^E(p) = \sum_{j=1}^N H_{ij}\varphi_j^E + \varphi_i^I(p) \quad (15)$$

## 5. RESULTADOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS

### 5.1. Validação do Método de Elementos de Contorno

O método de elementos de Contorno foi validado como técnica de análise do espalhamento da onda sonora devido à proximidade dos resultados obtidos na comparação da solução analítica com a solução numérica. A solução analítica definida pela Eq (12) foi representada por 150 termos para garantir a convergência da série em todas as frequências normalizadas. O contorno do cilindro foi discretizado por uma malha contendo 512 elementos constantes para assegurar um erro satisfatório. Devido à simetria do cilindro, o potencial de velocidade espalhado  $\varphi_E$  pode ser expresso em função do ângulo polar  $\theta$  já definido. O eixo das abcissas e o eixo das ordenadas serão respectivamente denominados, X e Y, sendo estes definidos, pelas expressões que se seguem:

$$X = \left| \frac{\varphi^E}{P_0} \right| \cos(\theta) \quad (16)$$

$$Y = \left| \frac{\varphi^E}{P_0} \right| \text{sen}(\theta) \quad (17)$$

Nas equações (16) e (17),  $P_0$  é a amplitude da onda incidente.

O erro relativo percentual foi calculado para cada ponto de observação no contorno do cilindro e utilizando-se esses erros, calculou-se o erro relativo percentual médio. Ambos os erros são, respectivamente, definidos por:

$$e_r = \frac{|\varphi_A^N - \varphi_A^N|}{|\varphi_A^N|} \quad (18)$$

$$e_m = \frac{\sum_{k=1}^n e_{rk}}{n} \quad (19)$$

Posteriormente, o erro relativo percentual para cada ponto no contorno do cilindro foi comparado com erro relativo percentual médio. Os valores dos erros relativos foram dados em função dos valores da variável  $X$  definida pela Eq (17). A forma de variação do erro relativo percentual em relação ao erro relativo médio é mostrada na Fig 5.

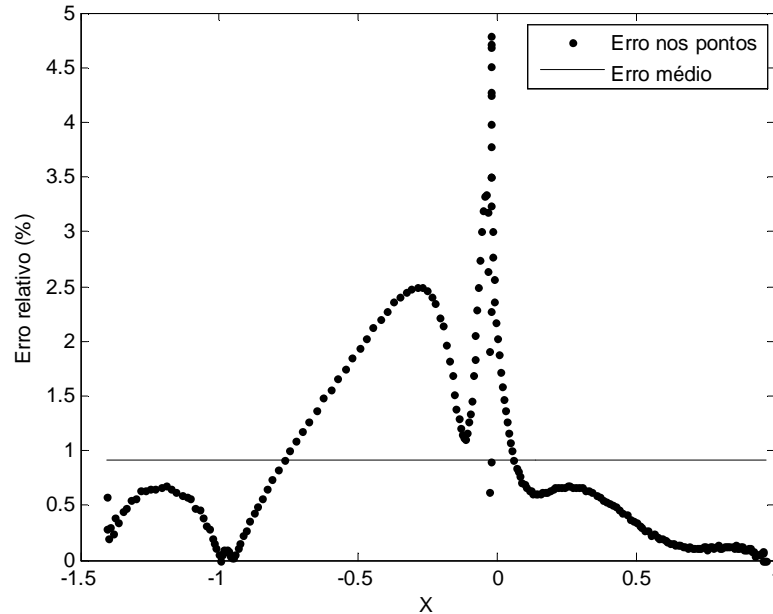


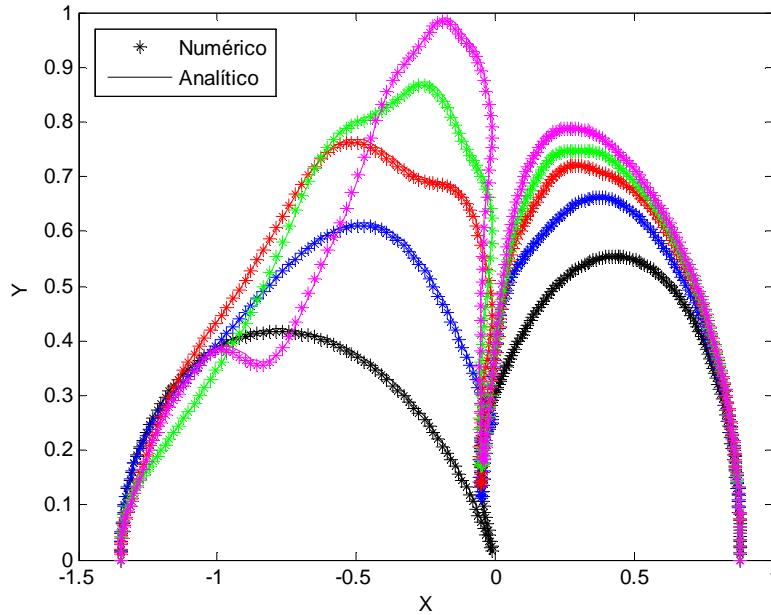
Figura 5. Variação do erro para a malha com 512 elementos.

A utilização desta malha assegurou um erro médio inferior a 1% e um erro máximo inferior a 5%. O erro relativo percentual cresce à medida em que  $X$  se aproxima de zero, pois o potencial de velocidade analítico nessa região é muito pequeno. O erro relativo é inferior ao erro relativo médio para 68% dos pontos que compõem a malha. Uma vez demonstrada a validade do Método de elemento de Contorno, emprega-se essa técnica numérica para analisar o espalhamento acústico.

A simulação do potencial de velocidade foi realizada para pontos de observação no contorno  $S$  do cilindro de raio unitário e para pontos de observação fora dele, dispostos num cilindro externo concêntrico ao cilindro rígido, cujo raio é 5 metros. Em ambos os casos, a onda incidente propaga-se no sentido negativo do eixo  $x$  como mostrado na figura 1. As frequências normalizadas empregadas nas simulações correspondem a comprimentos de onda comparáveis à dimensão radial do cilindro. Tais frequências normalizadas são  $ka = 2, 5, 10, 15, 25$ . Os resultados dessas simulações são comparados e apresentados na mesma figura para estabelecer a influência da variação da frequência normalizada no potencial de velocidade espalhado.

## 5.2. Influência da variação da frequência normalizada no espalhamento acústico para pontos no contorno

Os pontos de observação foram colocados inicialmente no contorno  $S$  do cilindro de raio unitário e o potencial de velocidade foi simulado para eles. A figura 6 mostra a variação do potencial de velocidade espalhado para as frequências normalizadas  $ka = 2, 5, 10, 15, 25$  que, respectivamente, estão representados pelas cores preto, azul, vermelho, verde e rosa.

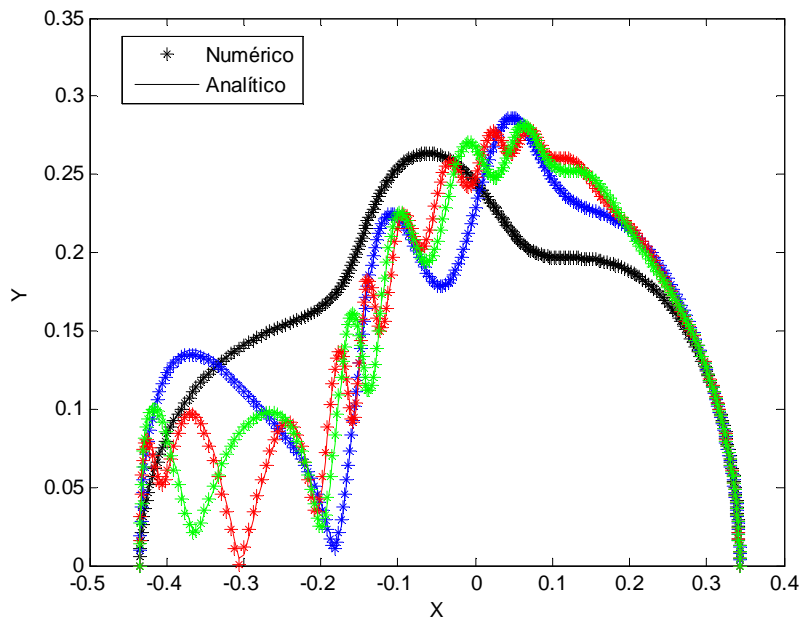


**Figura 6. Potencial de velocidade para toda a faixa de frequências considerada.**

A análise da figura 6 mostra que o crescimento da frequência normalizada  $ka$  produz um aumento no módulo potencial de velocidade espalhado, nas regiões anterior e posterior do cilindro. Nota-se que a diferença entre os valores dos potenciais nas frequências analisadas reduz-se com o aumento da frequência normalizada  $ka$  na região anterior do cilindro mas permanece acentuada na região posterior.

### 5.3. Influência da variação da frequência normalizada no espalhamento acústico para pontos externos

Numa segunda análise, os pontos de observação do potencial de velocidade foram colocados na região exterior do cilindro. Esses pontos foram dispostos em um cilindro de raio  $R = 5$  e os potenciais de velocidade foram calculados para esses pontos. A figura 7 mostra os potenciais de velocidade espalhado para as frequências normalizadas  $ka = 2, 5, 10$  e  $15$ , que são, respectivamente, representados pelas cores preto, azul, vermelho e verde.



**Figura 7. Potencial de velocidade para a faixa de frequências considerada.**

A análise da figura 7 mostra que o crescimento da frequência normalizada  $ka$  produz um aumento na oscilação do valor do potencial de velocidade espalhado nas regiões anterior e posterior do cilindro. O potencial de velocidade sofre atenuação considerável na região posterior da superfície cilíndrica. Na região anterior do cilindro, o potencial de velocidade sofre um aumento moderado.

#### 5.4. Influência da distância no espalhamento acústico

O método de elementos de contorno foi utilizado para analisar o potencial de velocidade para pontos localizados fora do contorno do cilindro. A simulação do potencial de velocidade espalhado foi realizada considerando-se a frequência normalizada  $ka = 5$ . O valor do potencial de velocidade espalhado máximo foi calculado, em cada teste, para analisar como a variação da distância  $R$  entre o ponto de observação  $p(r, \theta)$  e o eixo do cilindro influencia na atenuação do potencial de velocidade da onda espalhada. Tais pontos foram distribuídos em círculos concêntricos ao cilindro rígido cujos raios são 5 m, 10 m, 15 m, 20 m, 25 m e 50 m. As cores dos gráficos para essas respectivas distâncias são preto, azul, vermelho, rosa, verde e amarelo. Esses resultados foram comparados e dispostos na figura 8.

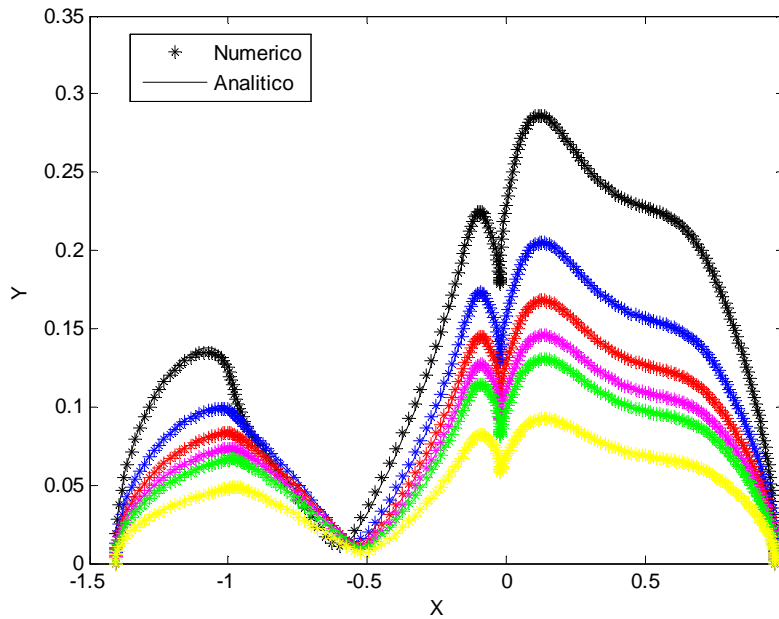


Figura 8. Variação do potencial de velocidade em função da distância entre o ponto de observação e o eixo do cilindro.

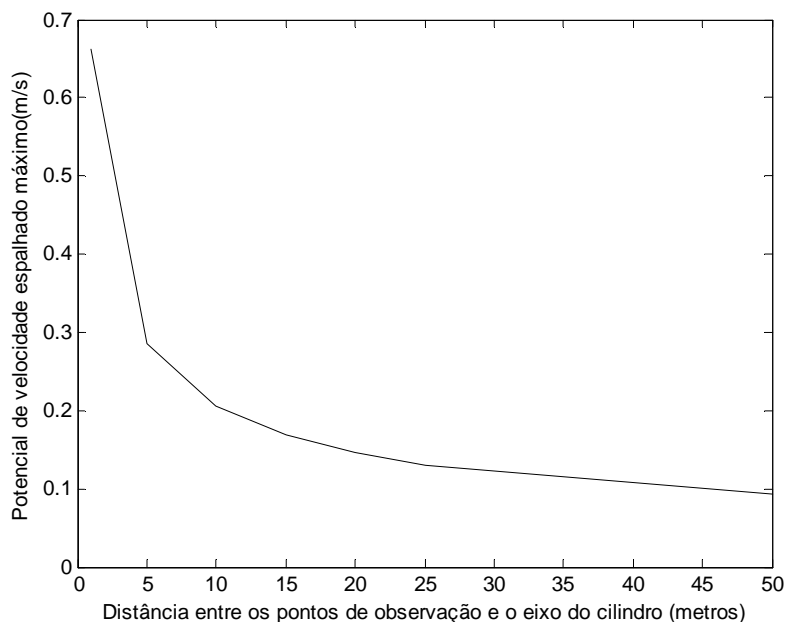
A análise da figura 8 mostra que a variação da distância  $R$  entre o ponto de observação e o eixo do cilindro não influencia na forma de espalhamento da onda em torno do cilindro, isto é, o gráfico do potencial de velocidade espalhado tem a mesma forma para todas as distâncias avaliadas. A figura mostra que o potencial de velocidade sofre atenuação nas regiões anterior e posterior do cilindro rígido. O valor máximo do potencial de velocidade foi calculado, nos pontos de observação no contorno do cilindro rígido e na região exterior, para analisar como a variação da distância influencia na atenuação do potencial de velocidade espalhado. Tais resultados estão dispostos na Tab. (1).

Tabela 1. Variação do potencial de velocidade espalhado com a distância entre o ponto de observação e o eixo do cilindro rígido.

Distância $R$ entre o ponto de observação e o eixo do cilindro $R[m]$	Potencial de velocidade espalhado máximo $m/s$
1	0.6623
5	0.2864
10	0.2051
15	0.1681
20	0.1458
25	0.1306
50	0.0925



A tendência da atenuação do potencial de velocidade com o aumento da distância entre o eixo do cilindro e o ponto de observação é descrita pelo gráfico mostrado na figura 8:



**Figura 8. Variação do potencial de velocidade espalhado máximo com a distância.**

Tal forma de atenuação do potencial de velocidade mostrada na figura decorre da solução fundamental da equação diferencial parcial de Helmholtz. Neste trabalho, escolheu-se o termo  $e^{-i\omega t}$  como fator temporal da solução  $\phi$  para a equação de onda. Dessa forma, segundo Ziomek (1995), a função de Hankel  $H_n^1$  de ordem  $n$  e tipo 1, representa uma onda divergente que se afasta do cilindro. Segundo butkov (1988), uma onda divergente que se afasta do cilindro decai à razão  $\frac{1}{r}$ .

## 6. CONCLUSÕES

As simulações computacionais mostram que, dependendo da localização dos pontos de observação, a variação da frequência normalizada produz resultados diferentes no valor do potencial de velocidade espalhado. Para pontos que se localizam no contorno do cilindro, o aumento da frequência normalizada produz a ampliação do potencial de velocidade. A diferença entre os potenciais para a faixa de frequências analisadas reduz-se na região anterior do cilindro permanecendo, no entanto, acentuada na região posterior do cilindro. Para pontos que se localizam na região exterior do cilindro, o aumento da frequência normalizada aumenta a oscilação do potencial de velocidade. Nota-se que o potencial de velocidade espalhado é mais intenso na região anterior da superfície cilíndrica. Após um aumento inicial, o potencial de velocidade se mantém praticamente constante nessa região. Contrariamente, o potencial de velocidade sofre atenuação considerável na região posterior da superfície cilíndrica. As simulações computacionais também mostram que a variação da distância  $R$  entre o ponto de observação  $p(r, \theta)$  e o eixo do cilindro não influencia na forma do espalhamento da onda em torno do cilindro. Pode-se notar, pelos resultados obtidos que a variação da distância produz a atenuação do potencial de velocidade espalhado.

A precisão dos resultados obtidos e o curto tempo de execução do código computacional nessas simulações, que ficou em torno de 45 s, mostram que o método de elementos de contorno é uma técnica numérica eficiente para estudar o espalhamento da onda sonora. Assim, tal técnica numérica pode ser empregada para analisar o espalhamento da onda sonora por objetos com forma geométrica complexa e condições de contorno arbitrárias.

## 7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CEFETMG pela oportunidade de realizar esse trabalho.

## 8. REFERÊNCIAS

- Butkov, E., 1988, "Física matemática". Ed. LTC, Rio de Janeiro, Brasil, 725p.
- Dettman, J.w., "Mathematical methods in physics and engineering". Ed. McGraw-Hill, New York, Estados Unidos da América, 481p.
- Maria, M.E., 2010, "Estudo analítico e numérico do Espalhamento Acústico", Dissertação de mestrado, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Brasil.
- Pierce, A.D., 1989, "Acoustics, An introduction to its physical principles and applications". Ed. Acoustical Society of America Library, New York, Estados Unidos da America.
- Ziomek, L.J., 1995, "Fundamentals of acoustic field theory and space-time signal processing", Ed. Boca Raton CRC, 692p.

## 9. DIREITOS AUTORAIS

Márcio Eustáquio Maria, Ester Naves Machado Borges – orientadora, Márcio Matias Afonso – Co-orientador  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Av. Amazonas, 7675, 30.510-000 BH, MG, Brasil

### Analytical and numerical study of the acoustical scattering

**Abstract:** *Concerns about noise in the community grew up in the last decades due to the increase of vehicles traffic, industrial and all other activities that generate noise. It is well known that the human exposition to high sound levels can cause several diseases, as audition problems and stress. So the study of sound phenomena like radiation, propagation, transmission and scattering are of great social and economic interest. This works studies acoustical scattering that is present in our daily lives, since it occurs when the wavelength of the involved acoustic waves have approximately the same dimensions of the objects placed near us. This work studies the scattering of a plane wave by a surface of rigid cylindrical geometry placed in open space. Both analytical and numerical solutions of the Helmholtz equation are obtained and implemented numerically. The numerical method used is the boundary element method, since it requires the discretization only of the contour of the domain. The results obtained with the analytical method are compared to those obtained using the BEM and they show a good agreement.*

**key-words:** Acoustical scattering, Noise reduction, Boundary element method.

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído nesse trabalho.