

OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE TRELIÇAS UTILIZANDO ALGORITMOS EVOLUTIVOS HÍBRIDOS

Juvêncio Geraldo de Moura, juvencio@lsi.cefetmg.br¹
Gray Farias Moita, gray@dppg.cefetmg.br¹
Sérgio Ricardo de Souza, sergio@dppg.cefetmg.br¹
Elias Carlos Correa Temponi, elias@dppg.cefetmg.br¹

¹CEFET-MG, Av. Amazonas, 7675, 30.530-000, Belo Horizonte, MG, Brasil

Resumo. A otimização estrutural é uma necessidade frequentemente encontrada pelos projetistas e engenheiros que visam minimizar custos de projetos nas construções. Procura-se reduzir a quantidade de material empregado nas estruturas, com o intuito de diminuir o peso, obedecendo às restrições impostas pelo projeto. O problema de otimização abordado neste artigo objetiva encontrar o menor peso para estruturas bidimensionais de treliça. Nesse contexto, foi proposto o desenvolvimento de um Algoritmo Evolutivo Híbrido baseado nos mecanismos de Algoritmos Genéticos (AG) com a utilização de métodos de refinamento como Descida Randômica e VNS (Variable Neighborhood Search) para solução do problema de otimização estrutural de treliças planas. Foram implementados dois tipos de algoritmos. O primeiro é aplicado a um problema de treliça com nós fixos e refina a solução inicial. No segundo, o refinamento ocorre após a evolução da população e é aplicado em estruturas com coordenadas nodais móveis, assim é também realizada a otimização da forma. Os resultados obtidos são analisados e comparados com os encontrados na literatura, atingindo-se soluções muito boas.

Palavras-chave: Otimização de estruturas, Treliças, Algoritmos evolutivo híbrido.

1. INTRODUÇÃO

Os engenheiros e projetistas utilizam treliças para construções de viadutos, pontes, estádios de futebol, ginásios cobertos, dentre outros. Essas estruturas são compostas por barras articuladas nas extremidades e interligadas por rótulas. Tal configuração deixa a estrutura leve e resistente. A utilização de treliças nas construções podem reduzir os custos de projetos devido a quantidade de material empregado. O peso da estrutura é minimizado em conformidade com as restrições impostas pelo projeto.

Um estudo realizado por Pereira e Moita (2007), sobre heurísticas computacionais aplicadas ao processo de otimização estrutural, descreve como os métodos de otimização são utilizados na busca pela redução do peso estrutural. As técnicas implementadas, tais como Algoritmos Genéticos (AG), Pesquisa em Vizinhança Variável (Variable Neighborhood Search - VNS), GRASP, Simulated Annealing, Busca Tabu e Colônia de Formigas atingiram boas soluções com baixo custo computacional.

O presente artigo consiste em uma proposta de um Algoritmo Evolutivo Híbrido (AEH) aplicado aos problemas de otimização estrutural de treliças planas com nós fixos e móveis. Esse algoritmo foi desenvolvido com base nos Algoritmos Genéticos com as técnicas de refinamento VNS e Descida Randômica a fim de melhorar a busca por boas soluções para os problemas.

Algoritmo Genético é uma técnica de busca que localiza uma solução ótima. Isso é realizado por meio de processamento de uma população de soluções inicializadas aleatoriamente. Utiliza-se técnicas inspiradas na biologia evolutiva, como hereditariedade, Mutação e Crossover e seleção natural (Goldberg, 1989).

Os AG's empregam um processo adaptativo e paralelo de busca de soluções em problemas complexos, como o de otimização estrutural de treliças planas. Existem pesquisas na literatura que apresentam bons resultados para esses problemas por meio de heurísticas computacionais, conforme Pereira e Moita (2007).

O método VNS, proposto por Mladenović e Hansen (1997), explora o espaço de soluções até encontrar uma solução melhor que a corrente. Essa técnica é de fácil entendimento e implementação. Além disso, em problemas diversificados foi constatado o bom desempenho desse método robusto e eficiente.

O método de Descida Randômica analisa um vizinho qualquer e aceita somente se ele for melhor que a solução

corrente. Se não for aceito, outro vizinho é gerado. A técnica termina após um número de iterações sem melhora. Já o VNS explora o espaço de busca por meio de trocas sistemáticas de estruturas de vizinhanças. Assim, pode-se usar diferentes tipos de movimentos que permitem explorar vizinhanças mais distantes da solução corrente e focar a busca em torno de uma solução, caso um movimento de melhora seja realizado (Souza, 2005).

Devido aos bons resultados obtidos com as utilizações de métodos de otimização aplicados em problemas estruturais, que foram encontrados na literatura e principalmente em Pereira e Moita (2007), motivou-se implementar o Algoritmo Evolutivo Híbrido em Java para tentar encontrar boas soluções para o problema de treliça com nós fixos e móveis. O AEH desenvolvido utiliza um *software* de análise estrutural criado por pesquisadores da UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais), o INSANE (DEES/UFMG) (Pitangueira *et al.*, 2008). Esse programa foi implementado na mesma linguagem de programação e é utilizado para auxiliar a validação das soluções encontradas. Ao iniciar o AEH, o sistema de elementos finitos que analisa as estruturas é carregado em segundo plano e aguarda dados da treliça que será validada. O *software* retorna informações necessárias, como ação da extremidade e deslocamento, para que as restrições de projetos sejam verificadas.

O artigo foi organizado como descrito a seguir. A Seção 2 caracteriza o problema em estudo. A Seção 3 descreve o Algoritmo Evolutivo Híbrido proposto, com suas características e funções. Os resultados e análises realizados são apresentados na Seção 4. E, por fim, na Seção 5 relata a conclusão.

2. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE TRELIÇAS

A otimização estrutural tem apresentado bons resultados na construção civil e em indústrias de diversos segmentos, como as indústrias automobilística e aeroespacial. O objetivo principal é a redução de custos. Dentre os tipos de otimização estrutural, esse artigo aborda a otimização dimensional e de forma (Cordeiro, 2007).

A otimização dimensional tem como variáveis de projeto parâmetros de um elemento estrutural, tais como área de seção transversal e comprimento de barra (Santanna, 2002). Encontrar as melhores áreas de seção transversal das barras a fim de obter a máxima rigidez com mínimo volume de material é um exemplo desse tipo de otimização (Bahia, 2005).

A otimização de forma consiste em otimizar o contorno da estrutura, e a forma ótima do domínio de projeto deve ser encontrada (Santanna, 2002). Outra definição, dada por Annicchiarico e Cerrolaza (2001), relata que essa classe de otimização consiste em encontrar a melhor configuração de uma estrutura a qual melhore o comportamento mecânico e minimize uma ou mais variáveis de projeto, tais como o peso da estrutura ou concentrações de tensão.

A solução para os problemas de otimização estrutural de treliças planas com nós fixos e móveis abordados é encontrar o peso mínimo para ambas configurações de estruturas e alterar a forma da estrutura com nós móveis. Existem restrições impostas pelo projeto que devem ser respeitadas. O peso é obtido por meio das dimensões mínimas suficientes para as áreas de seção transversal e os comprimentos de cada barra.

A Fig. 1 mostra a configuração estrutural da treliça com nós fixos e é a primeira aplicação do presente artigo.

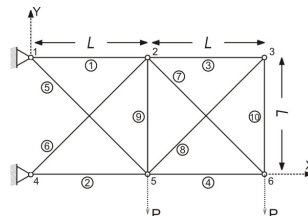


Figura 1. Topologia da estrutura com 10 barras. Fonte: Yokota *et al.* (1998)

As restrições de projeto são descritas na Tab. 1. As variáveis citadas nessa tabela são descritas a seguir:

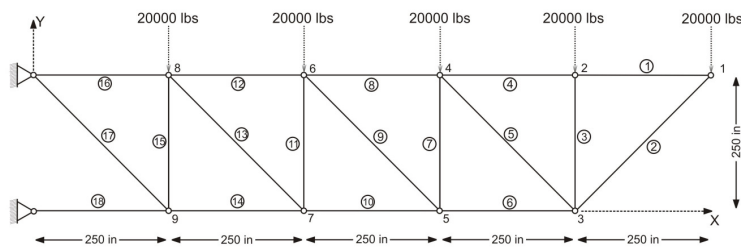
- a_i corresponde ao intervalo permitido de valores para a área da seção transversal de cada barra envolvida no processo. Por exemplo, a área da seção transversal da barra 1 pode variar entre 11,5 e 12,5 *in*;
- Os coeficientes são restrições que deverão ser consideradas durante o processo de pesquisa, de maneira que cada estrutura gerada durante o processo deverá obedecer a todos os requisitos estruturais citados, caso contrário deverá ser descartada pois é infactível para o problema;
- E é o módulo de elasticidade longitudinal do material;
- σ é a tensão máxima admissível;
- l_i corresponde ao comprimento de cada barra i ;
- ρ corresponde à massa específica do material;

- v_6 corresponde ao deslocamento vertical do nó seis, que deverá ser menor ou igual a 5 in . Note que, no caso do deslocamento, o nó seis é citado, mas a verificação é realizada em todos os nós. Esse nó é mencionado em particular na tabela devido a posição na configuração estrutural do problema, já que ele é o nó que mais se deslocará ao aplicar o peso P .

Tabela 1. Restrições de projeto e valores de coeficientes. Fonte: Yokota *et al.* (1998)

$11,5 \text{ in}^2 \leq a_1 \leq 12,5 \text{ in}^2$	$8,0 \text{ in}^2 \leq a_2 \leq 9,0 \text{ in}^2$
$0,1 \text{ in}^2 \leq a_3 \leq 1,0 \text{ in}^2$	$5,5 \text{ in}^2 \leq a_4 \leq 6,5 \text{ in}^2$
$5,5 \text{ in}^2 \leq a_5 \leq 6,0 \text{ in}^2$	$8,0 \text{ in}^2 \leq a_6 \leq 9,0 \text{ in}^2$
$8,0 \text{ in}^2 \leq a_7 \leq 9,0 \text{ in}^2$	$0,1 \text{ in}^2 \leq a_8 \leq 1,0 \text{ in}^2$
$0,1 \text{ in}^2 \leq a_9 \leq 1,0 \text{ in}^2$	$0,1 \text{ in}^2 \leq a_{10} \leq 1,0 \text{ in}^2$
$E = 10^7 \text{ psi}$	$\rho = 0,1 \text{ lb/in}^3$
$ \sigma \leq 25000 \text{ (25 ksi)}$	$ v_6 \leq 5,0 \text{ in}$
$l_{1-4,9,10} = 360 \text{ in}$	$P = 10^5 \text{ lb}$
$l_{5-8} = 360\sqrt{2} \text{ in}$	

A Fig. 2 mostra a configuração estrutural do segundo problema, a treliça com nós móveis, retirada de Fawaz *et al.* (2005). O problema de otimização abordado tem como variáveis a área de seção transversal e o comprimento de cada barra da estrutura. Desse modo, é possível que a dimensão dos elementos estruturais e a forma da treliça possam ser modificados durante o processo de otimização.

Figura 2. Topologia da estrutura com 18 barras. Fonte: Fawaz *et al.* (2005)

A forma é modificada por meio das coordenadas nodais móveis. Os nós 1, 2, 4, 6 e 8 são fixos, ou seja, não podem ter as coordenadas modificadas. A cada um desses nós é aplicada uma força externa correspondente a 20000 lbs . Dessa maneira, as seguintes restrições devem ser consideradas:

- Tensão máxima menor ou igual a $20,089 \text{ ksi}$ ($|\sigma| \leq 20089$);
- As 18 barras são divididas em quatro grupos: o 1º grupo é composto das barras 1, 4, 8, 12 e 16. O 2º grupo é composto pelas barras 2, 6, 10, 14 e 18. O 3º grupo é composto pelas barras 3, 7, 11 e 15. E o 4º grupo é composto pelas barras 5, 9, 13 e 17. As barras que pertencem a um mesmo grupo devem possuir as áreas de seção transversal iguais;
- Apenas os nós 3, 5, 7 e 9 podem ter as coordenadas modificadas;
- As propriedades do material utilizado são: módulo de elasticidade (E) igual a 10^7 psi e a massa específica é igual a $0,1 \text{ lb/in}^3$;
- Os valores das áreas de seção transversal podem variar de $0,2 \text{ in}^2$ a 30 in^2 .
- O deslocamento máximo é de $20,92 \text{ in}$.

Em Pereira e Moita (2007), o objetivo principal do processo é minimizar o peso estrutural, obedecendo a um conjunto de restrições impostas pelo projeto, com exceção da restrição da letra *c*), que determina as coordenadas que podem ser modificadas. No presente artigo todas as restrições são respeitadas para o problema.

3. ALGORITMO EVOLUTIVO HÍBRIDO PROPOSTO

O Algoritmo Evolutivo Híbrido (AEH) proposto para a solução dos problemas de otimização estrutural de treliças planas foi implementado com base nos Algoritmos Genéticos. Métodos de refinamento foram utilizados no algoritmo evolutivo após a geração dos indivíduos ou depois da evolução da população, o que caracteriza um algoritmo híbrido. As técnicas abordadas foram: o método de busca local Descida Randômica e a Pesquisa em Vizinhança Variável.

O Método Descida Randômica é um método de busca local que consiste em encontrar um vizinho qualquer que seja melhor que a solução corrente e aceitá-lo. Caso não seja encontrado, a solução corrente permanece e outro vizinho é gerado. Após um determinado número de iterações sem melhora no valor da melhor solução obtida, o procedimento é interrompido (Souza, 2005).

O Método de Pesquisa em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Search - VNS*) é um método de busca local que explora o espaço de soluções por meio de trocas criteriosas de estruturas de vizinhança. Essa metaheurística não segue uma trajetória. As vizinhanças são exploradas gradativamente mais distantes da solução corrente e focaliza a busca em torno de uma nova solução se um movimento de melhora é concluído. Essa técnica possui um método de busca local que é aplicada a solução corrente. A busca local pode utilizar diferentes estruturas de vizinhanças (Souza, 2005). No presente artigo utilizou-se o Método de Descida Randômica como busca local.

A representação utilizada no AG foi real, ou seja, o cromossomo é representado por um vetor de valores reais, contendo as áreas de seção transversal e, em outro caso, também as coordenadas nodais. Os valores do cromossomo representam os parâmetros modificáveis da treliça que deve ser minimizada.

Foram implementados dois tipos de estruturas do AEH para os problemas. O primeiro algoritmo, Algoritmo Evolutivo Híbrido 01 (AEH01), é aplicado aos problemas com nós fixos. A segunda proposta, o Algoritmo Evolutivo Híbrido 02 (AEH02), aplica-se aos problemas que permitem alterar a forma da estrutura treliçada, ou seja, com alguns nós móveis.

O AEH01 inicia com a geração de duas populações. A primeira com N indivíduos, sendo todos factíveis; outra, com o mesmo número de indivíduos, mas sem verificar a factibilidade. Depois, calcula-se a função de avaliação dessa população inicial e aplica-se a busca local Descida Randômica ou VNS. Após o refinamento da solução inicial, é gerada uma nova população com a utilização dos operadores genéticos. Para isso, primeiramente aplica-se Mutação no filho 1. Realiza-se Mutação Forçada no segundo filho, caso o filho 1 tenha sofrido Mutação. A Mutação Forçada é utilizada para gerar somente indivíduos factíveis. Não é verificada a probabilidade de Mutação nesse caso. Não ocorrendo Mutação, realiza-se *Crossover* Clássico ou Adicional. Caso não ocorra *Crossover*, os dois filhos recebem uma cópia dos pais e realiza-se Mutação nos descendentes de acordo com a probabilidade. Após gerar todos os novos indivíduos é realizada a avaliação da população para descobrir o melhor peso.

O AEH02 gera uma solução inicial aleatória com uma população de $\frac{N}{2}$ indivíduos e realiza *Crossover* até completar a população com N indivíduos. Depois ocorre Mutação, o indivíduo é avaliado e aplica-se a metaheurística VNS ou Descida Randômica. A metade dos indivíduos são selecionados para pertencer a nova população por meio das técnicas de Elitismo e Roleta Russa. Esse processo é realizado até o número máximo de gerações ser atingido.

Em ambas implementações as soluções são verificadas a fim de garantir a factibilidade. Os indivíduos que contêm barras ou nós que violam as restrições de tensão ou deslocamento não são factíveis. Para validar a treliça é utilizado o *software* INSANE (DEES/UFMG) (Pitangueira *et al.*, 2008), de análise estrutural, que calcula o deslocamento e retorna os valores das ações nas extremidades de cada barra, além de outros itens importantes para validação da solução. A ação na extremidade de cada barra é necessária para calcular a tensão. Se a tensão for maior que a máxima permitida significa que a barra viola essa restrição.

No AEH01, o deslocamento e a tensão são verificados e se violados não são quantificados. Se algumas dessas restrições são violadas, a solução é descartada. Já no AEH02 o deslocamento e a tensão são verificados e quantificados. A quantificação do deslocamento e da tensão é importante para aplicar penalidades nas soluções infactíveis encontradas durante a Avaliação dos indivíduos. A solução infactível não é descartada, pois poderá ser melhorada com uma das técnicas de refinamento.

As estruturas do AEH01 e AEH02 são descritas com detalhes nas seções seguintes.

3.1 Estrutura do Algoritmo Evolutivo Híbrido 01

O Algoritmo Evolutivo Híbrido 01 (AEH01) baseia-se na utilização de um Algoritmo Genético com heurísticas de refinamento aplicadas após geração inicial dos indivíduos com a finalidade de encontrar melhores resultados para problemas com coordenadas nodais fixas.

A estrutura do AEH01 para este tipo de treliça é descrita nas próximas seções.

3.1.1 Representação do cromossomo

O cromossomo de uma estrutura treliçada com N barras é representado por um vetor com N posições, conforme mostrado na Fig. 3. Cada posição contém o valor da área de seção transversal (a) de cada barra. No caso deste problema

N é igual à 10.

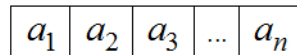


Figura 3. Representação do cromossomo.

3.1.2 Critérios de parada

O critério de parada é definido quando o número máximo de gerações é atingido.

3.1.3 Geração inicial da população

A população inicial é gerada aleatoriamente com N indivíduos factíveis. Os valores são gerados respeitando as restrições impostas pelo projeto.

3.1.4 Crossover

Para realizar o *Crossover*, selecionam-se dois indivíduos pais da geração inicial, aplicam-se o cruzamento para gerar dois filhos, com a probabilidade de 60%. O *Crossover* pode ser realizado de duas maneiras: Clássico ou Adicional.

No primeiro caso, seleciona-se um ponto de corte. O conteúdo da primeira parte do pai 1 vai para o filho 1 e a segunda parte para o filho 2. Depois a primeira parte do pai 2 vai para o filho 2 e a outra parte para o filho 1. Para o *Crossover* Adicional são selecionados dois pontos de corte. Dois indivíduos filhos são criados com valores aleatórios. O filho 1 recebe a primeira parte do pai 1 e a segunda do pai 2. A terceira parte é do próprio filho 1. O segundo filho recebe a segunda parte do pai 1 e a primeira do pai 2. A terceira parte é do próprio filho 2.

3.1.5 Mutação

A Mutação, mostrada na Fig. 4, é efetuada alterando-se o valor de um gene de um indivíduo sorteado aleatoriamente com probabilidade igual a 30%. Caso ocorra Mutação, seleciona-se aleatoriamente uma posição do vetor que contém o valor da área de seção transversal de uma barra, que será alterado de modo aleatório.

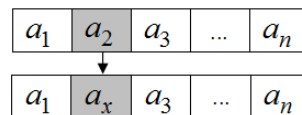


Figura 4. Mutação.

3.1.6 Avaliação

Para a avaliação dos indivíduos é utilizada a Função Objetivo, que é dada pelo somatório da área de seção transversal de cada barra multiplicada pelo comprimento da mesma e pela massa específica do material, como mostrado na Eq. (1):

$$fo = \sum_{i=1}^n (a_i l_i \rho_i) \quad (1)$$

onde i é um barra da treliça, n é a quantidade de barras, a_i é a área de seção transversal, l_i é o comprimento da barra, e ρ_i é a massa específica do material.

Para avaliar os indivíduos, compara-se o resultado encontrado pela Eq. (1) com o peso do melhor indivíduo atual. Também é verificada a factibilidade da solução, ou seja, se as restrições foram respeitadas. Caso não seja válida, é realizada Mutação Forçada até garantir que a solução seja viável. Após realizar a avaliação, a pior solução da população é substituída pela melhor encontrada.

3.1.7 Método de Descida Randômica

Esse método de busca local é aplicado após a geração inicial. Pode ser utilizado de modo isolado ou dentro do VNS. Para refinar os indivíduos, primeiro é gerada uma nova população de vizinhança com N indivíduos factíveis. Depois é calculada a função de avaliação e verificado se há indivíduos melhores que a população inicial. Caso não exista, $\frac{N}{2}$

indivíduos da população de vizinhança são removidos aleatoriamente e novos cromossomos factíveis são gerados até completar a população. Essa técnica é executada até que tenha encontrado uma população melhor que a inicial e que o número máximo de execuções tenha atingido o limite que é de 100 iterações.

3.1.8 VNS

Essa técnica é utilizada quando o método descrito anteriormente não for utilizado. Aplica-se a metaheurística VNS para refinar a solução inicial. Seleciona-se um indivíduo aleatoriamente da população e aplica-se o método Descida Randômica até melhorar ou atingir o número máximo de iterações. Caso encontre uma solução melhor, a pior solução da população é substituída pela melhor.

3.1.9 Seleção

A nova população é composta pela seleção dos $\frac{N}{2}$ melhores indivíduos da população atual por meio da técnica de Elitismo. Esse método pode aumentar o desempenho do AG, pois previne a perda da melhor solução já encontrada.

3.2 Estrutura do Algoritmo Evolutivo Híbrido 02

O AEH02 proposto baseia-se na utilização de um Algoritmo Genético com a metaheurística VNS aplicada após a evolução dos indivíduos com a finalidade de refinar as soluções e tentar encontrar melhores resultados.

A estrutura do algoritmo é descrita abaixo.

3.2.1 Representação do cromossomo

O cromossomo de uma estrutura treliçada com 18 barras é representado por um vetor com N posições. Neste caso, N é igual à 12. O cromossomo é dividido em duas partes, grupos de barras (Parte A) e coordenadas nodais (Parte B), como mostra a Fig. 5. Os quatro primeiros itens do cromossomo é representado pelos grupos de barras e os oito últimos pelas coordenadas nodais móveis, representadas pelos nós 3, 5, 7 e 9.

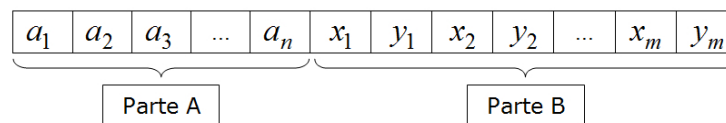


Figura 5. Representação do cromossomo.

3.2.2 Critérios de parada

O critério de parada é definido quando o número máximo de gerações é atingido.

3.2.3 Geração inicial da população

A população inicial é gerada com $\frac{N}{2}$ indivíduos, sendo valores aleatórios para os grupos de barras e para as posições nodais. Esses valores são gerados respeitando os limites impostos. Os outros $\frac{N}{2}$ indivíduos serão gerados após o *Crossover*.

3.2.4 Crossover

Para realizar o *Crossover*, selecionam-se dois indivíduos pais da geração inicial, aplicam-se o cruzamento para gerar dois filhos, com a probabilidade de 60%. Esse operador genético funciona da seguinte forma: seleciona-se um ponto de corte para Parte A e outro para Parte B. O conteúdo da primeira parte do grupo de barras e das coordenadas nodais do pai 1 vai para o filho 1 e a segunda parte para o filho 2. Depois a primeira parte do pai 2 vai para o filho 2 e a outra parte para o filho 1.

3.2.5 Mutação

Selecionam-se aleatoriamente um dos grupos de barras e uma coordenada nodal do cromossomo para serem alterados, como mostrado na Fig. 6. O valor da área de seção transversal do grupo escolhido pode ser modificado com o acréscimo ou redução de 10% desse valor. A probabilidade de aumentar ou diminuir é de 50%. Já a coordenada é substituída por um valor aleatório dentro dos limites. A probabilidade de ocorrer Mutação foi definida em 10%.

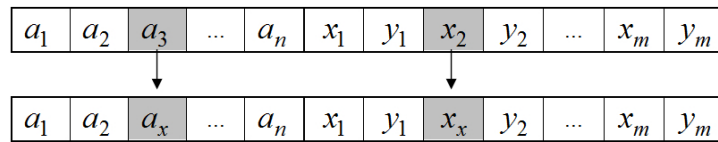


Figura 6. Mutação.

3.2.6 Avaliação

Para realizar a avaliação dos indivíduos, verifica-se se o valor da função de avaliação (fa) é menor que o peso atual da treliça. Essa função, representada pela Eq. (3), calcula o peso da estrutura por meio da função objetivo (fo), Eq. (2), acrescido das penalidades. Aplicam-se penalidades quando as restrições de tensão e deslocamento do projeto são violadas. Caso o valor encontrado pela Eq. (3) for menor que o peso atual, a melhor solução é atualizada.

$$fo = \left(\sum_{j=1}^n (a_j l_j \rho_j) \right) \quad (2)$$

onde n é a quantidade de barras da treliça, a_j é a área de seção transversal, l_j é o comprimento da barra, e ρ_j é a massa específica do material.

A próxima equação calcula o valor da função de avaliação, que aplica penalidades para barras e nós violados.

$$fa = (fo + \alpha nBV + \beta nNV) \quad (3)$$

onde fo retorna o peso da estrutura analisada, α e β são as penalidades aplicadas as barras que violam a tensão e aos nós que violam o deslocamento, respectivamente. nBV é o número de barras que violam a tensão, nNV é o número de nós que violam o deslocamento.

Após realizar a avaliação, são aplicadas as técnicas de Elitismo e Roleta Russa para selecionar os novos indivíduos que farão parte da população.

3.2.7 Método de Descida Randômica

O Método de Descida Randômica é utilizado para refinar as soluções após a evolução dos indivíduos. A técnica pode ser aplicada após a evolução dos indivíduos ou dentro do VNS. Ao aplicar o método de busca local Descida Randômica podem ser escolhidos, aleatoriamente, três tipos de estruturas.

Na primeira estrutura, seleciona-se um dos 4 grupos de barras para aumentar ou diminuir o valor da área de seção transversal em 2%. A segunda é semelhante a anterior, porém a taxa é de 4%. Na última estrutura, escolhe-se de modo aleatório uma coordenada e aumenta ou diminui em 2% o deslocamento do nó na direção X ou Y , dependendo da coordenada escolhida.

Em todas as estruturas existem a probabilidade de 50% para aumentar ou diminuir o item escolhido.

3.2.8 VNS

Depois de verificar se há algum indivíduo melhor, após a Mutação e o *Crossover* aplica-se a metaheurística VNS para refinar a solução. Essa técnica é aplicada caso o método de Descida Randômica não tiver sido utilizado de modo isolado. A solução inicial é o melhor indivíduo atual. Um vizinho é selecionado na população. Nesse é aplicada uma técnica de busca local, conhecida como Descida Randômica.

O método é composto por três tipos de estruturas de vizinhanças que são escolhidos aleatoriamente. Na primeira estrutura, a área de seção transversal do grupo de barras escolhido é alterada em 4% de unidades para mais ou para menos. Já a segunda, incrementa ou decrementa em 2% de unidades o deslocamento (coordenada) de um nó. A última acrescenta ou reduz em 1% ou 2% de unidades o deslocamento, referente a distância entre os nós das extremidades do selecionado. Nas três estruturas há uma probabilidade de 50% para aumentar ou diminuir a selecionada.

3.2.9 Seleção

A população sobrevivente é composta por $\frac{N}{2}$ indivíduos da população velha. Para selecioná-los são utilizadas as técnicas de Elitismo e Roleta Russa. Os dois melhores indivíduos são escolhidos pelo método de Elitismo e armazenado nas primeiras posições. Os demais indivíduos são selecionados com a utilização da técnica de Roleta Russa. Nesse método os indivíduos são distribuídos em uma roleta de modo que cada cromossomo pode ser selecionado proporcionalmente ao nível de aptidão. Os mais aptos terão maior probabilidade de serem escolhidos.

4. RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Os resultados do AEH são comparados com os encontrados na literatura por Yokota *et al.* (1998), Rozvany e Zhou (1991), Fawaz *et al.* (2005) e Pereira e Moita (2007). O primeiro autor implementou três algoritmos baseados em AG: DOC-FSD, Dual e DCOC, para o problema de 10 barras. O segundo, cujo valor de referência é considerado para essa estrutura, utilizou técnicas baseadas em critérios de otimalidade. O terceiro autor desenvolveu um Algoritmo Evolutivo Híbrido para o problema de 18 barras. O último utilizou heurísticas computacionais para o mesmo problema, porém todas as coordenadas nodais eram fixas sendo otimizada apenas a área de seção transversal para minimizar o peso da estrutura treliçada. Assim, Pereira e Moita (2007) teve como solução inicial a estrutura otimizada pelo outro autor, com exceção da área de seção transversal, ou seja, todas as coordenadas fixas a partir do melhor resultado de Fawaz *et al.* (2005).

Os testes com os algoritmos foram executados em um computador com processador Core 2 Duo E6550, 2.33GHz, 2GB de RAM. O sistema operacional foi Windows Vista e a versão do Kit de Desenvolvimento Java (JDK) foi 1.6.0_15. O AEH01 e AEH 02 propostos foram aplicados aos problemas descritos na Seção 2.

Os parâmetros de calibração do AEH01 foram definidos da seguinte forma: a população foi de 20 indivíduos, o número máximo de gerações 6000, e as probabilidades de ocorrer Mutação e *Crossover* foram, respectivamente, de 30% e 60%. O número máximo de iterações para o método de busca local foi definido em quando houver melhora executada. Para o VNS ficou determinado para executar três vezes.

Os parâmetros de calibração do AEH02 foi definido da seguinte forma: a população foi de 20 indivíduos, o número máximo de gerações 1500, e as probabilidades de ocorrer Mutação e *Crossover* foram respectivamente de 10% e 60%. O número máximo de iterações para o VNS foi definido em cinco execuções.

Os experimentos foram executados dez vezes com os algoritmos. Os resultados obtidos foram comparados com os da literatura.

4.1 Resultados do AEH01

A Tab. 2 mostra os melhores pesos encontrados para o problema de 10 barras com a utilização do algoritmo implementado.

Tabela 2. Melhores pesos obtidos com AEH01 em dez execuções para o problema de treliça com 10 barras.

Algoritmo Utilizado	Peso (<i>lb</i>)	Erro Relativo (%)
AE01	2139,92927	0,039
AEH01-DR	2141,48089	0,111
AEH01-VNS	2142,32183	0,150
AG ¹	2139,51531	0,019
VNS ¹	2144,91843	0,271
GRASP com VNS ¹	2144,07353	0,232
Recozimento Simulado ¹	2139,85444	0,035
Busca Tabu ¹	2139,18689	0,004
Colônia de Formiga ¹	2139,5949	0,022
DOC-FSD ²	2139,198	0,004
Dual ²	2139,10498	0,000
DCOC ²	2139,10498	0,000
Algoritmo de Referência ³	2139,10498	

O algoritmo desenvolvido obteve um bom desempenho, porém não encontrou resultados melhores que o da literatura. Isso pode ser explicado, porque o algoritmo de referência é baseado em métodos de programação matemática, como métodos de critérios de otimalidade discretizado (Métodos DCOC e Dual), enquanto que o algoritmo implementado nesta pesquisa utiliza heurísticas computacionais.

4.2 Resultados do AEH02

Os melhores pesos encontrados para o problema de 18 barras são apresentados na Tab. 3.

A forma do melhor resultado obtido para o problema abordado pode ser visualizada na Fig. 7. A Fig. 8 mostra a topologia de referência.

¹Pereira e Moita (2007)

²Yokota *et al.* (1998)

³Rozvany e Zhou (1991)

O algoritmo desenvolvido obteve um desempenho melhor que o da literatura. O peso encontrado foi melhor com o mesmo número de gerações. A forma encontrada foi considerada boa, como mostra a Fig. 7. A descrição completa dos algoritmos e das respostas obtidas podem ser encontradas em Moura (2009).

Tabela 3. Melhores pesos obtidos com o AEH02 em dez execuções para o problema de treliça com 18 barras.

Algoritmo Utilizado	Peso (lb)	Erro Relativo (%)
AE02	3688,91	-4,940
AEH02-DR	3360,58	-13,401
AEH02-VNS	3385,06	-12,770
AEH ¹	3899,22	0,479
AG ²	3884,69	-0,373
VNS ²	3943,81	1,144
GRASP com VNS ²	3971,72	1,859
Recozimento Simulado ²	3951,36	1,337
Busca Tabu ²	3880,60	0,0
Colônia de Formiga (Ref.) ²	3880,60	

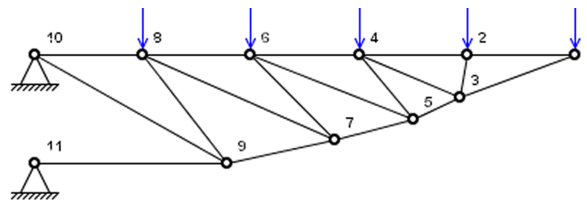


Figura 7. Forma da estrutura com 18 barras da melhor solução obtida.

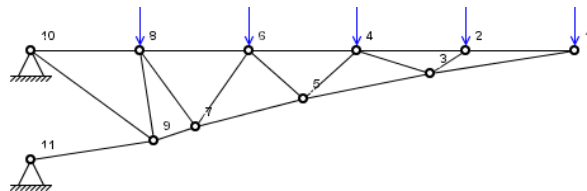


Figura 8. Forma ótima de referência da estrutura com 18 barras. Fonte: Pereira e Moita (2007)

5. CONCLUSÃO

Este artigo mostra o desenvolvimento do Algoritmo Evolutivo Híbrido, que utiliza AG e técnicas de refinamento, como Descida Randômica e VNS, para solução dos problemas de otimização estrutural de treliças com nós fixos e móveis. Foram implementados dois tipos de algoritmos evolutivos híbridos. Os dois foram desenvolvidos com base nos algoritmos genéticos e utilizaram heurísticas de refinamento para tentar obter melhores resultados. No primeiro caso, a busca local foi aplicada após a geração inicial da população nos problemas de treliças com nós fixos. Já no segundo, a técnica de refinamento foi aplicada após a evolução de cada geração nos problemas de treliças com coordenadas nodais móveis.

O AEH01 foi aplicado ao problema de 10 barras. Esse não obteve bons resultados. Provavelmente isto se deve ao fato das estruturas de vizinhanças não terem sido bem definidas. Além disso, o algoritmo de referência foi baseado em programação matemática.

O AEH02 foi aplicado ao problema de 18 barras. Esse algoritmo sofreu modificações bem diferenciadas em relação ao implementado inicialmente, o AEH01. Essas alterações foram necessárias pelo fato do problema possuir coordenadas nodais móveis, e consequentemente, os comprimentos das barras não serem mais fixos, como no problema anterior. A partir daí têm-se duas variáveis, a área de seção transversal e o comprimento das barras, que é obtido por meio das coordenadas nodais.

¹Fawaz *et al.* (2005)

²Pereira e Moita (2007)

Durante as realizações dos testes com os algoritmos implementados, AEH01 e AEH02, foi observada a importância de criar estruturas de vizinhanças bem definidas nos métodos de refinamento para gerar boas soluções.

O desempenho do Algoritmo Evolutivo Híbrido proposto foi melhor que da literatura para o problema de estrutura com coordenadas nodais móveis. A utilização de um método para refinar as soluções foi importante para melhorar os resultados, mesmo com um pequeno comprometimento do tempo computacional.

6. REFERÊNCIAS

- Annicchiario, W. e Cerrolaza, M., 2001. "An evolutionary approach for the shape optimization of general boundary elements models". *Electronic Journal of Boundary Elements*, Vol. BETEQ 2001, N° 2001, pp. 251–266.
- Bahia, M.T., 2005. *Otimização Topológica Aplicada ao Projeto de Mecanismos Flexíveis*. Dissertação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Cordeiro, M.F., 2007. *Uma Técnica para Otimização Estrutural Mediante a Derivada Topológica*. Dissertação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Fawaz, Z., Xu, Y.G. e Behdinan, K., 2005. "Hybrid evolutionary algorithm and application to structural optimization". *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 30, No. 3, pp. 219–226.
- Goldberg, D.E., 1989. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts.
- Mladenović, N. e Hansen, P., 1997. "Variable neighborhood search". *Computers and Operations Research*, Vol. 24, No. 11.
- Moura, J.G., 2009. *Uso de Algoritmos Evolutivos Híbridos em Problemas de Otimização Estrutural de Treliças*. Dissertação, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- Pereira, J.P.G. e Moita, G.F., 2007. "Heurísticas computacionais aplicadas à otimização estrutural". *CILAMCE*, Vol. 1, pp. 1–12.
- Pitangueira, R.L.S., Fonseca, F.T., Fuina, J.S., Camara, L., Ferreira, R.L., Moreira, R.N., Penna, S.S., Saliba, S.S. e Fonseca, M.T., 2008. "Insane - versão 2.0". *Proceedings of the XXVII Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*, Vol. 1, pp. 1–20.
- Rozvany, G.I.N. e Zhou, M., 1991. "A note on truss design for stress and displacement constraints by optimality criteria methods". *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 3, pp. 45–50.
- Santanna, H.M., 2002. *Otimização Topológica de Estruturas Bidimensionais Contínuas Submetidas a Restrições de Flexibilidade e Tensão*. Dissertação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Souza, M.J.F., 2005. "Inteligência computacional para otimização". URL <http://www.decom.ufop.br/prof/marcone>.
- Yokota, T., Taguchi, T. e Gen, M., 1998. "A solution method for optimal weight design problem of 10 bar truss using genetic algorithms". *Department of Industrial and Systems Engineering. Ashikaga Institute of Technology*.

7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

TRUSS STRUCTURAL OPTIMIZATION USING HYBRID EVOLUTIONARY ALGORITHMS

Juvêncio Geraldo de Moura, juvencio@lsi.cefetmg.br¹

Gray Farias Moita, gray@dppg.cefetmg.br¹

Sérgio Ricardo de Souza, sergio@dppg.cefetmg.br¹

Elias Carlos Correa Temponi, elias@dppg.cefetmg.br¹

¹ CEFET-MG, Av. Amazonas, 7675, 30.530-000, Belo Horizonte, MG, Brazil

Abstract. Frequently, structural optimization is a requirement for designers and engineers in order to minimize the costs of their projects. It is necessary to minimize the amount of material used in the structures, to reduce the weight, taking into consideration the restrictions imposed by the project. The current optimization problem aims to find the minimum weight of 2-D truss structures. In this context, a hybrid evolutionary algorithm was proposed based upon the mechanisms of Genetic Algorithms (GAs), using heuristic search strategies such as Random Descent Method and Variable Neighborhood Search (VNS) for the structural optimization of plane trusses. Two algorithms were implemented. The first is applied to problem with fixed coordinates and refines the initial solution. In the second, the refinement occurs after the population evolution and is applied to problem with moveable nodal coordinates, allowing for shape optimization. The obtained results are analyzed and compared with those found in the literature, with good agreement.

Keywords: Structural optimization, Truss, Hybrid evolutionary algorithm.