

NOVA METODOLOGIA PARA CONDUÇÃO TÉRMICA DE SISTEMAS BIDIMENSIONAIS EM CONDIÇÕES DE REGIME ESTACIONÁRIO

SENA, Alexander Patrick Chaves de, Sandro.preto@gmail.com¹
BELO, Francisco Antônio, belo@les.ufpb.br¹

¹ Universidade Federal da Paraíba, Laboratório de energia solar (LES), Campus I, Cidade Universitária - João Pessoa – PB,

Resumo: *O estudo da condução térmica de sistemas bidimensionais em condições de regime estacionário tem sido abordado através de vários métodos de análise, que incluem o uso de procedimentos analíticos, gráficos e numéricos (diferenças finitas, elementos finitos ou elementos de contorno). O procedimento analítico abrange a elaboração de uma solução matemática exata envolvendo uma equação diferencial parcial, onde embora existam muitas técnicas disponíveis para sua resolução, estas envolvem, normalmente series e funções matemáticas complicadas e podem ser obtidas para um conjunto restrito de geometrias e condições de contorno simples. Em contraste com os métodos analíticos, que fornecem resultados exatos em qualquer ponto, os métodos gráficos e numéricos podem fornecer apenas resultados aproximados em pontos discretos, contudo estes métodos podem acomodar geometrias complexas e condições de contorno, oferecendo os únicos meios com os quais problemas de condução multidimensionais podem ser resolvidos. Em função das inconveniências observadas nos demais métodos, buscou-se uma metodologia que busca simplificar estes tipos de problemas, onde a mesma se aplica para qualquer figura geométrica na qual possa ser modelada em forma de rede, sendo a mesma dividida em várias linhas horizontais e verticais, assim formando pequenos retângulos na qual foi denominado de célula. Essas células são representadas por circuitos elétricos conduzidos em um determinado objeto de estudo. Este trabalho propõe uma nova metodologia que viabilize a obtenção das grandezas relacionadas à condução bidimensional de calor em regime estacionário, utilizando-se uma analogia a sistemas elétricos e fazendo uso da ferramenta computacional MultiSIM para simulação e apresentação dos resultados.*

Palavras-chave: *transferência de calor, analogia elétrica, simulador eletrônico.*

1. INTRODUÇÃO

Problemas que envolvem a condução térmica de sistemas bidimensionais em condições de regime estacionário são modelados por equações diferenciais, que podem ser resolvidas na forma analítica e/ou numérica. Os métodos de resolução para este tipo de problema têm sido abordados por vários autores com objetivo didático, buscando-se sempre novas metodologias que facilitem esta resolução.

Ozisik (1980) apresenta uma extensa exposição sobre as técnicas analíticas como o método de separação de variáveis, método da superposição, método da função de Green, método da transformada de Laplace, método da transformada integral, métodos analíticos aproximados e método de diferenças finitas. Mikhailov e Ozisik (1984) apresentam uma nova abordagem do método de transformada integral aplicada a uma série de classes de problemas de transferência de calor e massa. Myers (1971) apresenta de uma forma didática métodos analíticos (separação de variáveis, superposição, transformada de Laplace) e numéricos (diferenças finitas e elementos finitos). Huang e Usmani (1994) apresentam, didaticamente, a sequência dos elementos conceituais relacionados com a aplicação do método de elementos finitos em condução de calor, mudança de fase e convecção.

Alhama, Campo e Zueco (2005) apresentaram um novo procedimento chamado método de simulação de rede para resolver a equação de calor em corpos de forma retangular, baseados em uma analogia chamada inicialmente de capacidade de resistência ou analogia RC, utilizando uma rede de resistências elétricas que é modelada a partir das equações de condução de calor implementada no simulador eletrônico PSPICE.

Visando contribuir com uma nova metodologia para a resolução do problema de condução de calor bidimensional, em regime permanente, sem geração interna, propõe-se uma analogia com circuitos elétricos aplicável a qualquer figura geométrica na qual possa ser modelada em forma de rede, sendo a mesma dividida em várias linhas horizontais e verticais, assim formando pequenos retângulos na qual foi denominado de célula. Essas células são representadas por circuitos elétricos conduzidos em um determinado objeto de estudo. A Figura (1) apresenta um problema típico que envolve condução de calor bidimensional.

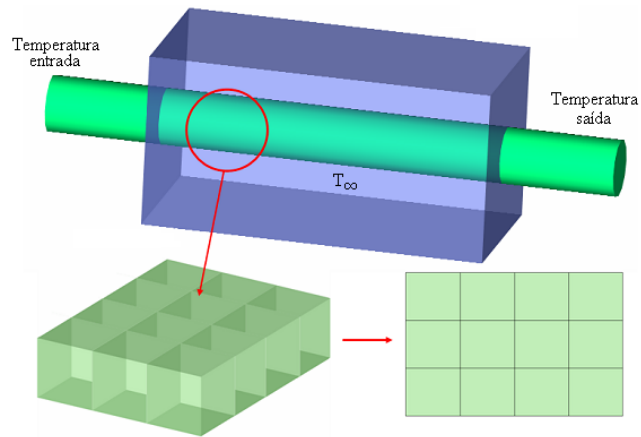


Figura 1. Problema de condução bidimensional

Para cada célula da malha, admite-se uma pequena variação, e para o problema bidimensional (sem fluxo de calor na direção do eixo z), assume-se uma variação linear, (1) e (2) representam as faces inferior e superior, (3) e (4) representam as faces laterais (direita e esquerda) e (5) e (6) as de frente e de trás. Existindo transferência de calor entre as faces (1)(2), (1)(3), (1)(4), (2)(3), (2)(4) e (3)(4). Não havendo entre as faces (5)(6). A Figura (2) apresenta uma célula típica da malha.

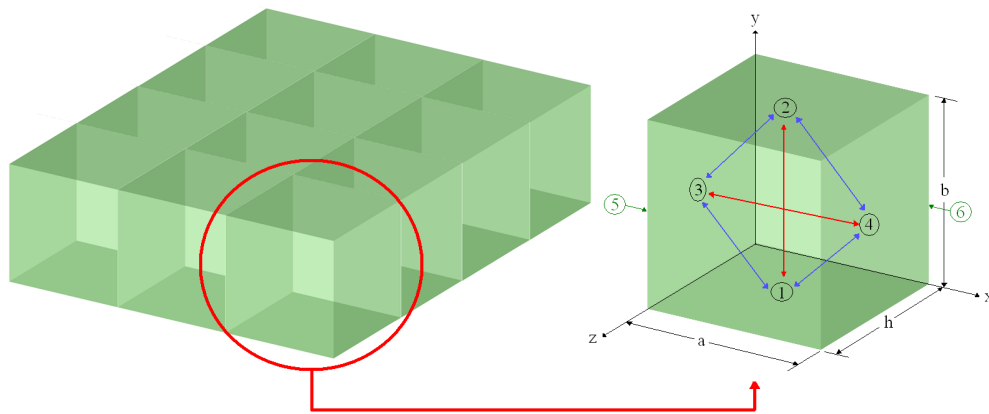


Figura 2. Célula qualquer da malha

As equações das células são as equações da transferência de calor e cada célula é associada a um conjunto de impedâncias que são relacionadas com as impedâncias das demais células adjacentes através da lei da conservação. As impedâncias de cada célula são calculadas individualmente, considerando as interações das faces, e admitindo o princípio da superposição. Individualmente desenvolve-se o problema para resistências térmicas para em seguida generalizar para impedâncias. É de se observar que este método procura a obtenção das variáveis observando o comportamento destas face a face de cada célula, diferentemente dos métodos nodais. A Figura (3) mostra o circuito equivalente à condução entre faces.

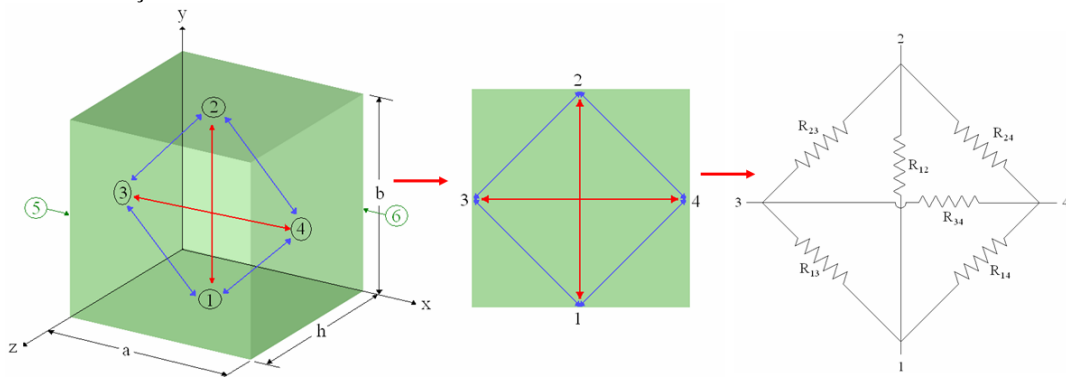


Figura 3. Analogia entre as interações das faces e impedâncias associadas.

O fenômeno da condução de calor em um determinado objeto de estudo é semelhante ao fenômeno da condução elétrica, logo a taxa de transferência de calor se dá de maneira análoga à intensidade da corrente elétrica e a variação de temperatura tem sua relação com a diferença de potencial e finalmente à condutividade térmica tem sua analogia com a condutividade elétrica. A Tab. (1) mostra o princípio básico da analogia entre os sistemas térmicos e elétricos.

Tabela 1. Analogia entre sistema térmico e elétrico.

Variável	Sistema elétrico	Sistema térmico
Variável de fluxo	Corrente elétrica	Fluxo de calor
Variável potencial	Potencial elétrico	Temperatura
Componente dissipativo	Resistência elétrica	Resistência térmica
Componente acumulativo	Capacitância elétrica	Capacidade térmica

Sabe-se que o fluxo de calor é expresso pela razão entre a diferença de potencial térmico e a resistência térmica, sendo esta relação semelhante à lei de Ohm da teoria de circuitos elétricos, onde a corrente elétrica é a razão entre a diferença de potencial elétrico e a resistência elétrica.

1.1. Impedância dos Lados Adjacentes

Admitindo uma célula pequena onde o campo varia linearmente, e os valores de a , b e h são as dimensões dos lados da célula, sendo V_1 e V_2 os potenciais nos finais dos lados, modelou-se à equação de condução de calor, de campo, corrente elétrica, bem como a equação da resistência, a qual é dada pela Eq. (1).

$$R_{adjacentes} = \rho \frac{a^2 + b^2}{vol} \quad (1)$$

1.2. Impedância dos Lados Opostos

De princípio análogo ao caso dos lados adjacentes, a expressão para as impedâncias opostas é apresentada na Eq. (2).

$$R_{opostos} = \rho \frac{ah}{b} \quad (2)$$

1.3. Impedâncias Próximas à Condição de Contorno

Próximo ao contorno constitui-se células especiais, considerando que é imposto um potencial constante na face, onde uma pequena espessura irá garantir que praticamente terá fluxo unidimensional. O cálculo para resistência destas células especiais é apresentado na Eq.(3).

$$R_{contorno} = \rho \frac{ah}{b} \quad (3)$$

2. VALIDAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO

A título de análise comparativa, buscou-se a princípio a resolução de um problema típico através do método analítico e por diferenças finitas. O problema inicial proposto é apresentado na Fig. (4).

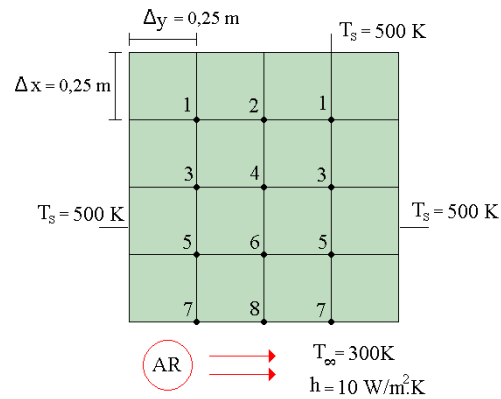


Figura 4. Problema típico de condução bidimensional em regime permanente.

A Tab. (2) apresenta os seguintes resultados para temperaturas nodais.

Tabela 2. Valores calculados para temperaturas nodais.

PONTO	TEMPERATURA (K)
1	489,30
2	485,15
3	472,07
4	462,01
5	436,95
6	418,74

Aplicando-se a metodologia proposta ao mesmo problema, a partir da simulação em MultiSIM e medindo as tensões das superfícies de cada célula, obtivemos os seguintes resultados apresentados na Tab. (3).

Tabela 3. Análise de temperaturas entre faces simuladas no MultiSIM.

PONTO	VALORES CALCULADOS	TEMPERATURA (K)				MÉDIA	ERRO (%)
		FACES (MULTISIM)					
		SUPERIOR	INFERIOR	ESQUERDA	DIREITA		
1	489,30	494	484	487	479	486	0,67
2	485,15	492	472	479	482	481,25	0,80
3	472,07	484	449	462	458	463,25	1,87
4	462,01	472	431	458	458	454,75	1,57
5	436,95	449	420	422	422	428,25	1,99
6	418,74	431	379	422	420	413	1,37

A Figura (5) está mostrando a simulação do problema em MultiSIM, observado-se a medição das tensões nas faces das células.

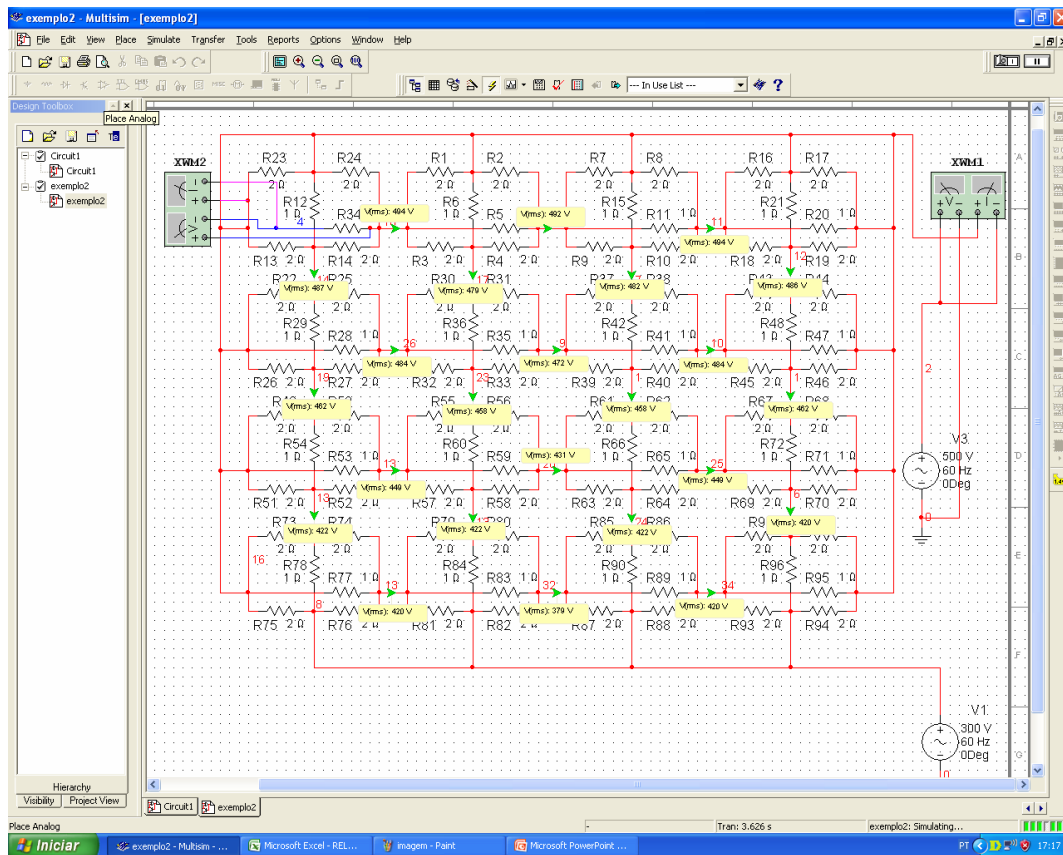


Figura 5. Implementação do problema em MultiSIM com leitura de tensão em faces.

3. CONCLUSÃO

A análise dos resultados obtidos pelo novo método mostrou-se satisfatório na região onde só havia influência condutiva, observando no ponto nodal (1) um desvio de apenas 0,67%, desvio este que vem aumentando conforme aproximação da região em que sofre também a influência da convecção, estando este desvio em torno de 1,99%. Este fato nos leva a acreditar que seja necessária à busca de um melhor estudo do comportamento das faces submetidas à convecção, sendo este o principal foco daqui em diante.

A continuação da pesquisa ainda traz a premissa do uso reatâncias que possam representar a transferência de calor entre faces melhorando os resultados já atingidos apenas com uso de resistências, os quais já demonstram a validação deste método para algumas aplicações onde exista apenas condução servindo como aproximação de fácil e rápida coleta para seu analista, além do dinamismo, que vem se revelando como o maior benefício de sua utilização.

4. REFERÊNCIAS

- Eid, Mohamad, "Introduction to MultiSim", USA. 2007.
- F. Alhama; A. Campo; J. Zueco, "Numerical solution of the heat conduction equation with the electro-thermal analogy and the code Pspice, Applied Mathematics and Computation", 162 (1), 103-113, 2005.
- Huang, H.C. and Usmani, A.S., "Finite Element Analysis for Heat Transfer". Springer-Verlag, London, 1994.
- Mikhailov, M.D. and Ozisik, M.N., "Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion". JohnWiley & Sons, USA, 1984.
- Myers, G.E., "Analytical Methods in Conduction Heat Transfer". McGraw-Hill, USA. 1971.
- Ozisik, M.N., "Heat Conduction", JohnWiley & Sons, New York, USA., 1980.

5. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.



VI CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA
VI NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING
18 a 21 de agosto de 2010 – Campina Grande – Paraíba - Brasil
August 18 – 21, 2010 – Campina Grande – Paraíba – Brazil

NEW METHODOLOGY FOR THERMAL CONDUCTION SYSTEMS TWO-DIMENSIONAL STEADY STATE OPERATION

SENA, Alexander Patrick Chaves de, Sandro.preto@gmail.com¹
BELO, Francisco Antônio, belo@les.ufpb.br¹

¹ Federal University of Paraíba, Laboratory of Solar Energy (LES), Campus I, University City - John Person - PB,

***Abstract.** The study of thermal conductivity of two-dimensional systems in steady state operation has been approached by various analytical methods, which include the use of analytical procedures, graphs and numerical (finite differences, finite elements or boundary elements). The analytical procedure includes the establishment of an exact mathematical solution involving a partial differential equation, where although there are many techniques available for their resolution, they involve usually complicated series and mathematical functions and can be obtained for a restricted set of geometries and boundary conditions simple. In contrast to analytical methods that provide accurate results at any point, the graphical and numerical methods can provide only approximate results at discrete points, however these methods can accommodate complex geometries and boundary conditions, providing the only means with which problems multidimensional conduction can be solved. In light of the inconveniences found in other methods, we sought a methodology that seeks to simplify these types of problems where it applies to any geometric figure on which it can be modeled as networks, and it divided into several horizontal lines and vertical, thus forming small rectangles in what was called a cell. These cells are represented by electrical circuits carried on a particular object of study. This paper proposes a new methodology that makes possible to obtain the quantities related to the conduct of two-dimensional steady state heat, using an analogy to electrical systems and making use of Multisim software tool for simulation and presentation of results.*

Keywords: heat transfer, analogy electrical, electronic simulator.