

MERCOFRIO 2000 - CONGRESSO DE AR CONDICIONADO, REFRIGERAÇÃO, AQUECIMENTO E VENTILAÇÃO DO MERCOSUL

DINÂMICA DE SECAGEM DE GRÃOS DE SOJA EM CÂMARA DE LEITO FIXO: MODELO MATEMÁTICO E ANÁLISE COMPARATIVA DOS MÉTODOS NUMÉRICOS DE RESOLUÇÃO

Oleg A. Khatchatourian – olegkha@unijui.tche.br

UNIJUI - Universidade Regional do Noroeste do Estado RS - DeFEM

Rua São Francisco, 501, Cx. P. 560-98700-000-Ijuí-RS-Brasil

Pedro A.P. Borges – pborges@unijui.tche.br

Vitor Petry – defem@unijui.tche.br

***Resumo.** O trabalho proposto é uma etapa para realização de um software visando a otimização dos processos de secagem de grãos de soja para secadores contínuos de fluxo misto. Foi proposto um modelo matemático baseado nas equações de continuidade e nas leis de Fick e Fourier aplicadas para diferentes camadas de fluxo. As principais suposições são as seguintes: unidimensionalidade dos fluxos de grãos e de ar e a uniformidade radial das propriedades termofísicas dos grãos de soja. O modelo matemático contém um sistema de quatro equações diferenciais parciais, que descrevem o aquecimento e o desprendimento de umidade dos grãos, a queda da temperatura e o aumento da umidade do ar nas condições consideradas. Para determinação da intensidade dos fluxos de massa e de calor foram utilizados dados experimentais para camada fina, obtidos da literatura. Foi desenvolvido um equipamento para obtenção das curvas de secagem de grãos em secador de leito fixo, a fim de identificar o modelo. Para resolução do sistema das equações diferenciais foram utilizados vários métodos a diferenças finitas e apresentados neste trabalho os esquemas de MacCormack e Crank-Nicolson. A comparação dos resultados permitiu recomendar o método mais adequado para cada tipo do problema.*

***Palavras-chave:** Secagem, Métodos Numéricos, Transferência de Calor e Massa.*

1. INTRODUÇÃO

A cultura de soja tem forte participação na economia do noroeste do RS. Em cada uma das etapas da produção, desde o plantio até o armazenamento, ocorrem perdas significativas de grãos em estado de comercialização. As perdas variam de acordo com a região, rotinas de trabalho adotadas, técnicas de colheita, máquinas, tipo de secagem e armazenamento. Para Brooker *et al* (1982), as perdas no armazenamento são da ordem de 4,5 % e ocorrem devido a danos mecânicos durante o manuseio de secagem e depósito, além do ataque de insetos, este responsável por 1 a 3% do percentual de perdas.

Devido à umidade característica do clima do RS na época da colheita de soja, a secagem torna-se indispensável para que o produto possa ser armazenado, minimizando as perdas por ataque de fungos e insetos. Assim, conhecer os fenômenos físicos do processo de secagem e desenvolver procedimentos eficientes, com baixo custo e perdas mínimas, é uma necessidade na atividade de projeto de secadores. Na região noroeste do RS, existem indústrias que fabricam secadores do tipo “torre” com fluxo misto e silos metálicos cilíndricos com aeração

da massa de grãos. Essas indústrias tem melhorado seus produtos utilizando protótipos, além da enorme experiência de mais de 40 anos no ramo. A modelagem matemática é uma técnica auxiliar à atividade de projeto, que pode dar respostas rápidas, precisas e de baixo custo.

A pesquisa em modelagem matemática do processo de secagem de grãos já tem mais de 50 anos. Modelos teóricos (Luikov,1966), empíricos (Thompson, 1968) e semi-empíricos (Lewis, 1921; Nellist e O'Callaghan, 1971; Hendersen, 1974) foram propostos para descrever a secagem em camada fina. Para descrever o comportamento da umidade e temperatura do ar e dos grãos em camada espessa, vários modelos foram propostos para diferentes tipos de fluxos: leito fixo, fluxo cruzado, fluxo concorrente e fluxo contra-corrente (Law e Parry, 1985; Bakker-Arkema *et al.*1967; Brooker, 1974). Fazendo modificações nos modelos de Thompson e Brooker outros pesquisadores (Moreira e Bakker-Arkema,1990; França *et al.*, 1994; Souza e Ferreira, 1996) criaram modelos com menos simplificações e mais complexos do ponto de vista matemático, com o objetivo de obter resultados mais precisos no modelamento de secadores reais. Courtois *et al.*, 1991, para secagem de grão de milho, propuseram um modelo unidimensional, considerando o grão composto por três compartimentos e acrescentaram uma equação sobre a qualidade dos grãos.

Neste trabalho foi feita uma modificação no modelo de Courtois *et al.*, adaptando-o à secagem de soja em leito fixo. O fluxo de massa foi calculado com base em dados experimentais de camada fina e o fluxo de calor a partir da equação proposta por Loncin, 1979, para o coeficiente de transferência de calor. Foi analisada a influência da velocidade do escoamento sobre os fluxos de calor e massa. Com o objetivo de otimizar o desempenho do aplicativo, foram analisados os métodos de Crank-Nicolson e MacCormack.

2. O MODELO MATEMÁTICO

O modelo de secagem de grãos utilizado nesse trabalho tem como base os modelos desenvolvidos em Courtois (1991) e Khatchatourian *et al.* (1999). Inicialmente, o modelo foi elaborado para secagem em leito fixo. As suposições de base são as seguintes:

1. O volume de contração dos grãos é negligenciável.
2. Os gradientes de temperatura dentro dos grãos são negligenciáveis.
3. A condução de calor partícula-partícula é negligenciável.
4. O fluxo de ar é uniforme.
5. A transferência de calor pelas paredes é negligenciável.
6. As capacidades de calor para o ar úmido e grão são constantes durante um pequeno período de tempo.
7. Para elementos infinitesimais da camada espessa considerada as dependências dos fluxos de calor e de massa são iguais às da camada fina.

Em resumo, o problema da secagem de grãos em leito fixo é modelado pelo sistema de equações diferenciais parciais

$$\frac{\partial X}{\partial t} = -\frac{\Phi_m a}{\rho_g} \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_g}{\partial t} = \frac{-a(\Phi_m H_v + \Phi_h)}{\rho_g V_g (C_{pg} + C_{pw} X)} \quad (2)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + W_a \frac{\partial Y}{\partial z} = \frac{a \Phi_m (1 - \varepsilon)}{\varepsilon \rho_a} \quad (3)$$

$$\frac{\partial T_a}{\partial t} + W_a \frac{\partial T_a}{\partial z} = \frac{a(1 - \varepsilon)}{\rho_a \varepsilon} \cdot \frac{\Phi_m C_{pv}(T_g - T_a) + \Phi_h}{C_{pa} + C_{pv} Y} \quad (4)$$

onde	X	teor de umidade do grão
	Y	teor de umidade do ar
	A_g	área da superfície do grão
	V_g	volume do grão
	a	é a razão da área pelo volume do grão
	H_v	é a o calor latente de vaporização da água
	C_{pg}	calor específico do grão
	C_{pv}	calor específico do vapor de água
	C_{pw}	calor específico da água
	ρ_g	massa específica do grão
	ρ_a	massa específica do ar
	ε	porosidade
	W_a	velocidade do ar.

Para o problema do leito fixo, foram consideradas as seguintes condições iniciais e de fronteira:

$$\begin{aligned}
T_a(0, z) &= T_{g0}, \quad \forall z \in (0, L]; \\
T_g(0, z) &= T_{g0}, \quad \forall z \in [0, L]; \\
T_a(t, 0) &= T_{a0}; \quad \forall t \in [0, \infty); \\
Y(0, z) &= Y_0, \quad \forall z \in (0, L]; \\
Y(t, 0) &= Y_0; \quad \forall t \in [0, \infty); \\
X(0, z) &= X_{g0}, \quad \forall z \in [0, L].
\end{aligned} \tag{5}$$

Para realizar as simulações numéricas utilizando o sistema das Eqs. (1-4) é necessário conhecer as dependências dos fluxos de massa Φ_m e de calor Φ_h dos parâmetros principais do processo da secagem (temperatura e teor de umidade do grão, temperatura e umidade do ar, os valores do teor de umidade do grão para as condições de equilíbrio, grau de porosidade, a velocidade do ar, etc.).

2.1. Cálculo da densidade do fluxo de massa

O fluxo de massa Φ_m é relacionado linearmente com a taxa de variação da massa de água no grão (m_{wg})

$$\Phi_m = - \frac{\partial m_{wg}}{\partial t} \cdot \frac{1}{A_g} \tag{6}$$

e foi obtido generalizando as curvas experimentais de secagem de soja em camada fina de Soares (1986). A análise e o tratamento destes dados mostrou que a dependência entre o fluxo da massa de água e o gradiente da concentração do vapor de água não é linear, como estabelece a Lei de Fick. Para encontrar esta dependência, as curvas da dinâmica de secagem dos grãos de soja em camada fina (os dados de Soares para várias temperaturas) foram apresentadas na forma:

$$RU = f\left(\frac{\partial RU}{\partial t}\right) \tag{7}$$

onde $RU = (X - X_e)/(X_0 - X_e)$ é umidade relativa do grão. Utilizando os polinômios de 2º grau :

$$\ln(RU) = a \cdot \ln^2\left(-\frac{\partial RU}{\partial t}\right) + b \cdot \ln\left(-\frac{\partial RU}{\partial t}\right) + c \tag{8}$$

para generalização dos dados experimentais, foi obtida a função:

$$\frac{\partial RU}{\partial t} = -K_1 \cdot e^{-\sqrt{K_2 + K_3 \cdot \ln(RU)}} \quad (9)$$

onde K_1, K_2 e K_3 são funções da temperatura. Denotando

$$\begin{aligned} M_1 &= K_1(X_0 - X_e); \\ M_2 &= K_2 - K_3 \cdot \ln(X_0 - X_e); \\ M_3 &= K_3, \end{aligned} \quad (10)$$

o fluxo da massa do vapor de água do grão de soja para o ar ambiente pode ser escrito na forma:

$$\Phi_m = M_1(T) \cdot e^{-\sqrt{M_2(T) + M_3(T) \cdot \ln(X - X_e)}} \cdot \frac{\rho_g}{a} \quad (11)$$

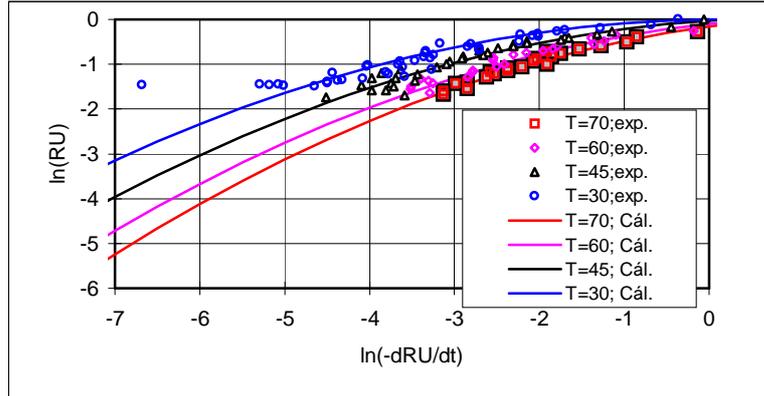


Figura 1. Curvas de razão de umidade em comparação com os dados de Soares para camada fina.

2.2. Cálculo da densidade do fluxo de calor

As trocas de calor no processo de secagem ocorrem, predominantemente, por convecção forçada entre o ar de secagem e a superfície do grão. Pela Lei de Newton do resfriamento, o fluxo de calor é proporcional à diferença de temperatura entre o ar e o grão, e fisicamente, é a quantidade de energia (calor sensível) transferida, nesse caso, do ar para o grão, por unidade de área e unidade de tempo

$$\Phi_h = h(T_g - T_a) \quad (12)$$

onde h é o coeficiente de transferência convectiva de calor, T_g e T_a são a temperatura do grão e do ar, respectivamente.

Para encontrar o fluxo de calor entre os grãos e o ar, o coeficiente de transferência de calor foi calculado pela fórmula (13) (obtida da fórmula de Loncin (1979) para um modelo de secagem de milho) utilizando as relações de Chilton-Colburn (Sissom, 1979) para o escoamento com uma única fase num leito recheado de sólidos granulares, para levar em conta a influência da velocidade do escoamento sobre o fluxo de calor.

$$h = \sqrt{W_a / W_0} \cdot (-19,718 + 0,2576 \cdot T_g + 379,41 \cdot Y) \quad (13)$$

Analogamente, transformando a Eq. (11) foi obtido o fluxo de massa.

$$\Phi_m = \sqrt{W_a / W_0} \cdot M_1(T) \cdot e^{-\sqrt{M_2(T) + M_3(T) \cdot \ln(X - X_e)}} \cdot \frac{\rho_g}{a} \quad (14)$$

3. MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

O sistema (hiperbólico) de equações diferenciais parciais não lineares obtido foi reescrito na forma matricial:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + C \frac{\partial U}{\partial z} = F(z, t, U) \quad (15)$$

onde $U = (X, T_g, Y, T_a)^T$.

Para resolução do sistema foram analisados vários métodos com o objetivo de escolher o de melhor desempenho. Neste trabalho são apresentados os resultados dos cálculos feitos por dois métodos de 2ª ordem: o método de MacCormack (explícito de dois passos) e o método de Crank-Nicolson (implícito). Admitiu-se para o sistema considerado que a satisfação das condições de consistência e estabilidade são suficientes para a convergência do método, isto é, o Teorema de Lax, demonstrado para equações lineares, serve também para o caso considerado neste trabalho.

3.1. O método de MacCormack

O método de MacCormack (1969) geralmente usado para a solução de equações diferenciais parciais não lineares e considerado uma variante do método de Lax-Wendroff com dois passos, foi apresentado na forma:

Preditor:

$$\overline{U}_j^{n+1} = U_j^n - C \frac{\Delta t}{\Delta z} (U_{j+1}^n - U_j^n) + \Delta t \cdot F_j^n \quad (16)$$

Corretor:

$$U_j^{n+1} = \left[U_j^n + \overline{U}_j^{n+1} - C \frac{\Delta t}{\Delta z} (\overline{U}_j^{n+1} - \overline{U}_{j-1}^{n+1}) + \Delta t \cdot \overline{F}_j^{n+1} \right] / 2 \quad (17)$$

A estabilidade deste método, analisada neste trabalho através do método de Neumann (sem análise de condições de fronteira), é condicional e está satisfeita para os valores de número de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) $\delta = \frac{c \cdot \Delta t}{\Delta z}$ no intervalo $0 < \delta \leq 1$. O erro local de truncamento é de segunda ordem $O(\Delta z^2, \Delta t^2)$.

3.2. Método implícito centrado por tempo (Método de Crank-Nicolson)

Para reduzir as limitações na escolha do passo de integração foi aplicado também o esquema implícito centrado por tempo (método de Crank-Nicolson) apresentado neste trabalho na forma:

$$U_j^{n+1} - U_j^n + C \frac{\Delta t}{4\Delta z} (U_{j+1}^{n+1} + U_{j+1}^n - U_{j-1}^{n+1} - U_{j-1}^n) - \Delta t \cdot F_j^{n+1/2} = 0, \quad (18)$$

ou

$$T \cdot U^{n+1} = H \cdot U^n + g. \quad (19)$$

O esquema é de 2ª ordem e absolutamente estável, mas para cada passo de tempo é necessário resolver o sistema de equações algébricas lineares com a matriz tridiagonal T . Para análise da estabilidade com influência das condições de fronteira, o sistema de equações em diferenças finitas foi transformado na forma matricial:

$$U^{n+1} = BU^n + d \quad (20)$$

onde B é um operador do passo temporal (matriz de transição). Para as condições iniciais aplicadas neste trabalho foi mostrado que $|\lambda(B)| < 1$, isto é, todos os módulos dos autovalores da matriz B são menores do que 1 . Essa é a condição necessária e suficiente para que o processo iterativo seja convergente.

A matriz T é tridiagonal e depende só do número de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL). Por isso para resolução do sistema (19) foi aplicada decomposição $L-U$ da matriz T que serviu até o momento em que o passo temporal (ou espacial), durante os cálculos, foi alterado.

4. DESCRIÇÃO DO EQUIPAMENTO

A realização de experimentos, neste trabalho, teve por finalidade a verificação do modelo matemático, relativamente à secagem de grãos em leito fixo. O equipamento é esquematicamente mostrado na Fig. 2. É composto por um motor elétrico (1) de $\frac{3}{4}$ de HP, com 3450 rotações por minuto, que movimenta um ventilador de duas hélices centrífugas em série, criando um fluxo de ar canalizado; um medidor de vazão de ar com placa de orifício (2); uma fonte de calor (3) para aquecer o ar, composta de 8 resistores elétricos, cada um com potência nominal de 400 Watt, controlados manualmente para manter a temperatura do ar constante; uma conexão entre o duto de escoamento do ar de secagem e a caixa de secagem (4); uma caixa de secagem (5) na forma de um prisma de base retangular, com medidas internas de 0,07 m de largura, 0,12m de comprimento e 0,32m de altura, com quatro câmara onde ficam os grãos; um sistema de medida de temperatura do ar (6), composto de cinco sensores de temperatura. Todos esses sensores de temperatura foram ligados a multímetros digitais.

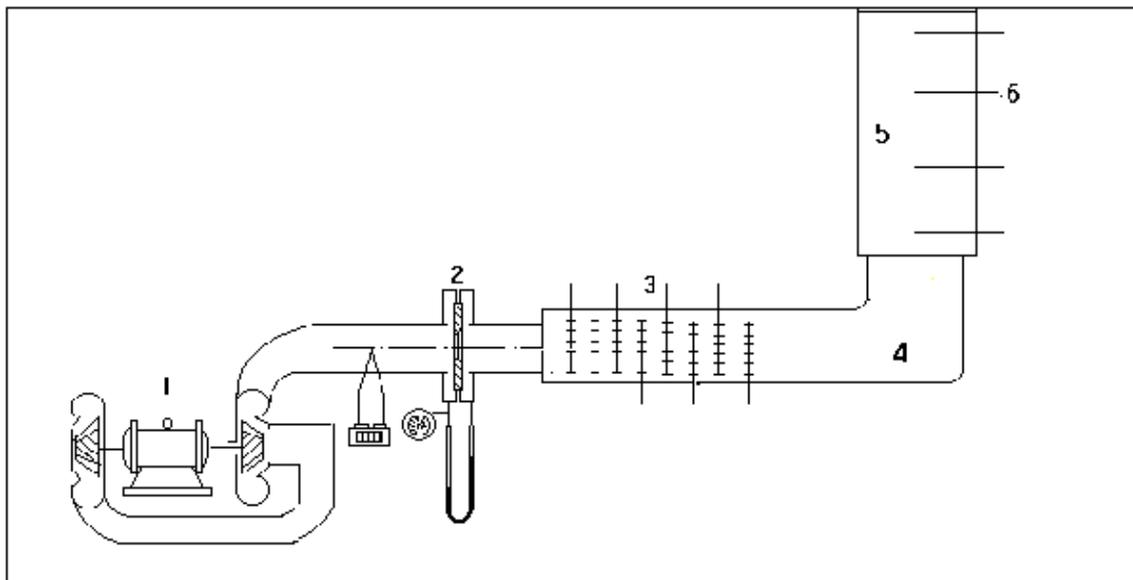


Figura 2. Esquema do equipamento experimental.

A velocidade média do ar de secagem foi calculada conhecendo-se a variação da pressão, cuja medida é dada pela altura de uma coluna de álcool, acoplada a uma placa de orifício, instalada no interior do duto de ar. Durante os experimentos, a velocidade foi mantida constante.

As amostras de grãos são da safra de 1999, umedecidos naturalmente e praticamente sem impurezas (sujeiras). O cálculo do teor de umidade dos grãos foi feito através da medição do teor de umidade inicial com um aparelho DOLE-500 (fabricante DE LEO) e com medidas de massa antes e depois da secagem, para cada intervalo de tempo pré-