

MÉTODO DE FRONTEIRA IMERSA APLICADO À MODELAGEM DE ESCOAMENTOS EM TRANSIÇÃO SOBRE CORPOS DE DIFERENTES GEOMETRIAS

Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva

Universidade Federal de Uberlândia. Faculdade de Engenharia Mecânica. Av. João Naves de Ávila, Campus Santa Mônica. Uberlândia, MG.

alfernandes@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira Neto

Universidade Federal de Uberlândia. Faculdade de Engenharia Mecânica. Av. João Naves de Ávila, Campus Santa Mônica. Uberlândia, MG.

aristeus@mecanica.ufu.br

Resumo. Neste trabalho, o método da fronteira imersa é aplicado para a simulação numérica de escoamentos sobre diferentes geometrias imersas no escoamento. Neste método um termo fonte de força é adicionado às equações de Navier-Stokes para modelar a condição de não deslizamento sobre a interface sólido-fluido. Estas equações são discretizadas através do método de diferenças finitas. A interface, imersa no fluido, é representada por um conjunto finito de pontos, que formam a malha lagrangiana. Uma malha cartesiana é usada para representar todo o domínio de cálculo. Neste trabalho, propõe-se um método para calcular o campo de força lagrangiana sobre a interface imersa. No modelo utilizado para o cálculo desta força não se utiliza constantes que, naturalmente, necessitariam ser ajustadas de acordo com o escoamento e com o método numérico utilizado. Por esta razão (ausência de constantes) este modelo é aqui denominado *Modelo Físico Virtual (MFV)*. No método proposto, no presente trabalho, calcula-se a força utilizando as equações de Navier-Stokes, aplicadas aos pontos lagrangianos, que estão sobre a interface fluido-sólido. Esta força lagrangiana é então distribuída sobre a malha cartesiana, que também é chamada de malha euleriana. A principal vantagem está no fato de calcular esta força mesmo se a interface estiver se movendo ou deformando. Não há necessidade de localizar quais são as malhas eulerianas próximas à interface. Foram obtidos alguns parâmetros do escoamento, como coeficientes de arrasto e sustentação, número de Strouhal, coeficiente de pressão e comprimento da recirculação formada atrás da interface imersa. Estes resultados foram comparados com outros autores e mostraram boa concordância, para diferentes números de Reynolds.

Palavras chave: Método da Fronteira Imersa; formulação euleriana-lagrangiana; coeficiente de arrasto, diferenças finitas

1. Introdução

Escoamentos que envolvem a presença de interfaces sólidas imersas são chamados problemas de interação fluido-estrutura. Pode-se citar como exemplo os escoamentos hidrodinâmicos e aerodinâmicos.

Recentemente, têm sido propostos alguns métodos baseados no método da fronteira imersa, Peskin (1977). A base desta classe de métodos é a utilização de uma malha euleriana fixa em todo o domínio, acoplada a uma malha lagrangiana, que representa a interface imersa. Esta interface exerce uma força singular no fluido em suas vizinhanças. A malha lagrangiana pode se mover independentemente da malha euleriana. Recentemente, diferentes modelos para calcular este campo de força têm sido propostos.

Um outro modelo foi proposto por Goldstein *et al.* (1995) e denominado método da fronteira virtual. Este método é similar ao método da fronteira imersa, mas é aplicado apenas para interfaces rígidas. A idéia principal é aplicar uma força ao escoamento, para que a velocidade do fluido nos pontos da interface, seja igual à velocidade da interface. Isto garante a condição clássica de não deslizamento sobre a interface. Neste modelo empregam-se duas constantes que devem ser ajustadas para obter o comportamento físico desejado.

Fadlum *et al.* (2000) usaram um modelo proposto por Mohd-Yusof (1997) para simular escoamentos sobre geometrias diversas. Neste modelo, a velocidade da primeira malha, externa à interface, é obtida através de uma interpolação linear com a velocidade da segunda malha externa e com a velocidade do corpo submerso. A força, nas malhas vizinhas à interface, é calculada usando as equações de Navier-Stokes. Para isto foi utilizado um algoritmo especial para identificação dos pontos da malha, nos quais a força deve ser calculada.

Kim *et al.* (2001) simularam escoamentos sobre geometrias complexas utilizando um método baseado em volumes finitos com uma malha estacionária. Introduziram um termo fonte de massa e um termo fonte de força para garantir a condição de não deslizamento sobre a interface e ao mesmo tempo satisfazer a equação da continuidade nas malhas que contêm a interface.

No presente trabalho, foi proposto um modelo para calcular o campo de força, baseado nas equações de Navier-Stokes. Este campo de força é calculado sobre os pontos lagrangianos da interface e depois distribuído para as malhas eulerianas vizinhas à esta interface. Neste modelo, não existem constantes e não é necessário nenhum algoritmo para localizar as malhas vizinhas. Pelo fato que este modelo é baseado apenas no princípio de conservação da quantidade de movimento e de não necessitar de constantes a serem ajustadas, ele é aqui denominado *Modelo Físico Virtual (MFV)*.

Foram feitas simulações de escoamentos sobre cilindros circulares e cilindros quadrados, isolados, cilindros compostos e aerofólios. Os resultados foram comparados com os resultados de outros trabalhos numéricos e experimentais, visando a validação da metodologia e do procedimento numérico. Informações detalhadas, como os

coeficientes de arrasto e de sustentação, número de Strouhal, coeficiente de pressão e comprimento da recirculação atrás do cilindro, foram obtidas para diferentes números de Reynolds.

2. Formulação Matemática

2.1. Aspectos Gerais da Formulação

Um escoamento viscoso, incompressível, na presença de uma interface imersa, foi representado por um domínio bidimensional quadrado, através de uma malha cartesiana. A interface imersa, por sua vez, foi representada por um conjunto de pontos discretos, posicionados sobre a superfície da mesma como pode ser visto na Fig. (1).

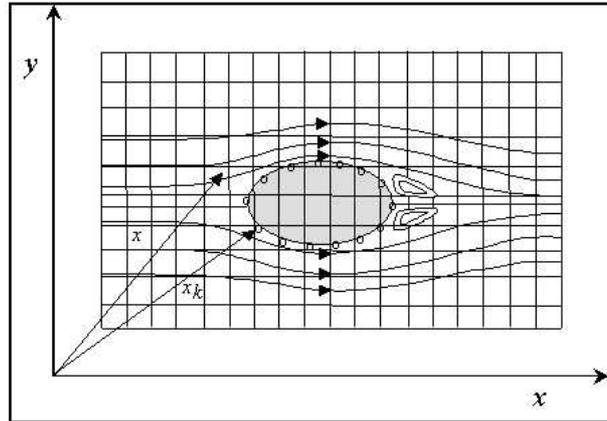


Figura 1. Ilustração da interface imersa; malha euleriana (\bar{x}) e malha lagrangiana (\bar{x}_k).

As equações de Navier-Stokes, que descrevem os escoamentos incompressíveis de fluidos newtonianos e com propriedades físicas constantes, são:

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \right] = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{V} + \vec{F}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0, \quad (3)$$

onde \vec{F} que é a força adicionada ao fluido para modelar a presença da interface, é dada por:

$$\vec{F}(\bar{x}) = \int_{\Omega} \vec{f}(\bar{x}_k) \delta(\bar{x} - \bar{x}_k) d\bar{x}_k, \quad (4)$$

onde $\delta(\bar{x} - \bar{x}_k)$ é a função delta de Dirac, \bar{x}_k são os pontos lagrangianos sobre a interface e $\vec{f}(\bar{x}_k)$ é a densidade de força lagrangiana. Este campo é calculado com o Modelo Físico Virtual (MFV), o qual é apresentado no item 2.2. $\vec{F}(\bar{x})$ é a força euleriana, que é diferente de zero apenas sobre a interface. A Equação (4) representa a interação entre a interface imersa e o fluido.

A função delta de Dirac é substituída por uma função distribuição, a qual é discretizada, para o cálculo da força euleriana. A Equação (4) é então aproximada por

$$\vec{F}_{ij} = \sum D_{ij} \vec{f}_k \Delta s^2. \quad (5)$$

Juric (1996) sugeriu a seguinte expressão para a função distribuição D_{ij}

$$D_{ij}(\bar{x}_k) = \frac{f[(x_k - x_i)/h] f[(y_k - y_j)/h]}{h^2}, \quad (6)$$

$$f(r) = \begin{cases} f_1(r) & \text{if } \|r\| < 1 \\ \frac{1}{2} f_1(2 - \|r\|) & \text{if } 1 < \|r\| < 2, \\ 0 & \text{if } \|r\| > 2 \end{cases} \quad (7)$$

onde

$$f_1(r) = \frac{3 - 2\|r\| + \sqrt{1 + 4\|r\| - 4\|r\|^2}}{8}, \quad (8)$$

sendo r igual a $(x_k - x_i)/h$ ou a $(y_k - y_j)/h$, h é o tamanho da malha euleriana e Δs a distância entre dois pontos lagrangianos consecutivos. Esta função deve ter integral unitária, o que é uma propriedade importante.

2.2. Modelo Físico Virtual (MFV)

O modelo aqui proposto (MFV), baseia-se nas equações do movimento aplicadas sobre os pontos da interface. Todos os termos das equações Navier-Stokes são calculados sobre os pontos discretos da interface. A força Lagrangiana $\vec{f}(\vec{x}_k)$ é então expressa por:

$$\vec{f}(\vec{x}_k) = \vec{f}_a(\vec{x}_k) + \vec{f}_i(\vec{x}_k) + \vec{f}_v(\vec{x}_k) + \vec{f}_p(\vec{x}_k). \quad (9)$$

Os quatro termos da Eq. (9) são denominados como força de aceleração \vec{f}_a , force inercial \vec{f}_i , força viscosa \vec{f}_v e força de pressão \vec{f}_p . Estas componentes de força são dadas por:

$$\vec{f}_a(\vec{x}_k) = \rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t}(\vec{x}_k), \quad (10)$$

$$\vec{f}_i(\vec{x}_k) = \rho (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V}(\vec{x}_k), \quad (11)$$

$$\vec{f}_v(\vec{x}_k) = -\mu \nabla^2 \vec{V}(\vec{x}_k), \quad (12)$$

$$\vec{f}_p(\vec{x}_k) = -\vec{\nabla} P(\vec{x}_k). \quad (13)$$

Observa-se que esta é uma força por unidade de volume (N/m^3). Os diferentes termos descritos nas Eq. (10)-(13) são avaliados através dos campos de velocidade $\vec{V}(\vec{x})$ e pressão $p(\vec{x})$ calculados em todo o domínio, pelas Eq. (2) e (3). Para isto os campos de $\vec{V}(\vec{x})$ e $p(\vec{x})$ são interpolados em pontos apropriados próximos à interface (1,2, 3 e 4), como ilustrado na Fig. (2). Nestes cálculos, considera-se que sobre a interface imersa, a velocidade do fluido é igual à velocidade da interface para garantir a condição de não deslizamento.

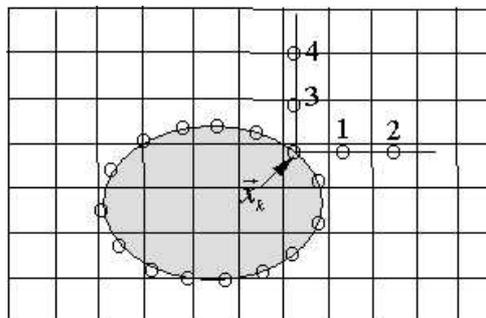


Figura 2. Esquema ilustrativo dos pontos próximos à interface, utilizados para a interpolação da pressão e da velocidade.

2.2.1 Interpolação e Cálculo das Derivadas

As derivadas da pressão e da velocidade das Eq. (11) a (13) são calculadas usando um polinômio de Lagrange de segundo grau. Generalizando, as componentes vertical e horizontal da velocidade e da pressão por ϕ , as derivadas de primeira e segunda ordem, na direção x , são:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{(x_i - x_k) + (x_i - x_2)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_k)} \phi_1 + \frac{(x_i - x_k) + (x_i - x_1)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_k)} \phi_2 + \frac{(x_i - x_1) + (x_i - x_2)}{(x_k - x_1)(x_k - x_2)} \phi_k, \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{2\phi_1}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_k)} + \frac{2\phi_2}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_k)} + \frac{2\phi_k}{(x_k - x_1)(x_k - x_2)}. \quad (15)$$

As derivadas na direção y são dadas por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{(y_i - y_k) + (y_i - y_4)}{(y_3 - y_4)(y_3 - y_k)} \phi_3 + \frac{(y_i - y_k) + (y_i - y_3)}{(y_4 - y_3)(y_4 - y_k)} \phi_4 + \frac{(y_i - y_3) + (y_i - y_4)}{(y_k - y_3)(y_k - y_4)} \phi_k, \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{2\phi_3}{(y_3 - y_4)(y_3 - y_k)} + \frac{2\phi_4}{(y_4 - y_3)(y_4 - y_k)} + \frac{2\phi_k}{(y_k - y_3)(y_k - y_4)}, \quad (17)$$

onde ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 and ϕ_4 são obtidos pela interpolação das velocidades eulerianas mais próximas. As componentes da velocidade na interface, u_k e v_k , são iguais à velocidade da interface. Os pares (x_k, y_k) , (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) e (x_4, y_4) são as coordenadas dos pontos k , 1, 2, 3 e 4, respectivamente, como mostra a Fig. (2). A distância entre os pontos lagrangianos é menor ou igual ao tamanho da malha, Δx . Os pontos 1, 2, 3 e 4 são sempre localizados fora da interface, para que o cálculo da força seja independente das propriedades do escoamento no seu interior. A velocidade do fluido nos pontos da interface (u_{fk}, v_{fk}) é interpolando-se as velocidades internas e externas. Como as derivadas acima serão calculadas nos pontos k , as coordenadas (x_k, y_k) destes pontos deverão ser substituídas nas variáveis (x_i, y_i) .

O termo da força de aceleração $\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t}$, Eq. (10), é calculado de forma a garantir que a velocidade do fluido sobre a interface tenha o mesmo valor que a velocidade da interface. Este termo é aproximado pela expressão $\rho(\vec{V}_k - \vec{V}_{fk})/\Delta t$, sendo $\vec{V}_k = (u_k, v_k)$, a velocidade da interface e $\vec{V}_{fk} = (u_{fk}, v_{fk})$, a velocidade do fluido nos pontos que coincidem com a interface.

Uma vez calculada a força lagrangiana, pela Eq. (9), ela é distribuída sobre os pontos vizinhos da malha euleriana, como mostra a Fig. (3). Observa-se que esta distribuição é feita até uma distância máxima de $2\Delta x$ do ponto lagrangiano. Esta consideração é feita automaticamente, conforme pode ser visto analisando as Eqs. (6) a (8). No entanto, para economia de cálculo, a distribuição é feita no interior de uma caixa de lados $5\Delta x$, centrada no ponto lagrangiano, cuja força esta sendo distribuída.

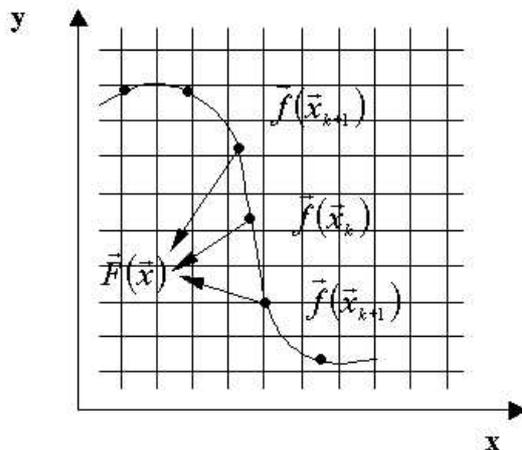


Figure 3. Processo de distribuição da força.

3. Método Numérico

As Equações (2) e (3) foram discretizadas utilizando-se o método de diferenças finitas centradas de segunda ordem no espaço e Euler de primeira ordem no tempo. O acoplamento entre a pressão e a velocidade foi feito através do método de correção da pressão, como apresentado por Armfied e Street (1999), também conhecido como passo fracionado. O método pode ser descrito como:

$$\frac{\bar{u}_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} - N(u_i^n) + L(u_i^n) + F_i^n, \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi^{n+1}}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\rho}{\Delta t} \frac{\partial \bar{u}_i^{n+1}}{\partial x_i}, \quad (19)$$

$$u_i^{n+1} = \bar{u}_i^{n+1} - \Delta t \frac{\partial \varphi^{n+1}}{\partial x_i}, \quad (20)$$

$$p^{n+1} = p^n + \varphi^{n+1}, \quad (21)$$

$$L(u_i) = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (22)$$

$$N(u_i) = \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j}, \quad (23)$$

onde \bar{u}_i é uma estimativa da velocidade, φ é a correção de pressão, Δt e n são o passo de tempo computacional e o índice sobrescrito, respectivamente. A solução destas equações pode ser resumida da seguinte forma:

- A força lagrangiana na interface $\vec{f}(\vec{x}_k)$ é calculada, nos pontos (x_k, y_k) usando a Eq. (9) e as condições iniciais;
- Esta força é distribuída nos pontos eulerianos, utilizando as Eq. (5) a (8);
- É feita uma estimativa da velocidade do fluido, sobre a influência do campo de \vec{F} , pela Eq. (18);
- O sistema linear para a correção de pressão, Eq. (19), é resolvido;
- Calcula-se o campo de pressão atualizado, pela Eq. (21);
- Atualiza-se o campo de velocidade, pela Eq. (20);
- Verifica-se a divergência usando a Eq. (3);

Isto completa um laço do passo de tempo. Normalmente, apenas uma iteração é suficiente para garantir a conservação da massa. O sistema linear para correção da pressão, Eq. (19) é resolvido utilizando o solver iterativo MSI (Modified Strongly Implicit Procedure) de Schneider e Zedan (1981). O cálculo dos campos de força e a solução das equações do movimento são feitos de forma explícita.

4. Resultados

O método da fronteira imersa juntamente com o modelo proposto *MFV*, de cálculo da força de interface, foram aplicados para simular escoamentos sobre diferentes geometrias para baixos números de Reynolds. A seguir são apresentados todos os resultados e algumas comparações com os resultados de outros autores.

4.1. Escoamento sobre um cilindro circular

Um domínio retangular foi usado para simular o escoamento sobre um cilindro circular estacionário, como ilustra a Figura (5). As condições de contorno são impostas de forma que o escoamento se desenvolve de baixo para cima no domínio. Um cilindro de diâmetro d está localizado, no eixo y , a $7,5d$ da entrada do domínio e no centro, em relação ao eixo x . O domínio tem comprimento de $30d$ e uma largura de $15d$. Estas dimensões foram determinadas numericamente para minimizar as influências do domínio no escoamento ao redor do cilindro e ao mesmo tempo, para minimizar o número total de malhas necessárias. Para os contornos laterais do domínio, externo às placas virtuais, foram utilizadas condições de contorno de Newman. Na entrada do domínio foi imposto um perfil uniforme de velocidade U_∞ .

A Figura (5b) mostra a malha de 250×500 , utilizada nas simulações de escoamentos com a presença de um cilindro circular de diâmetro d . Além da malha euleriana, pode-se visualizar a malha lagrangiana, sobre a superfície do cilindro. Os resultados para números de Reynolds de $Re = 10, 20, 40, 50, 60, 80, 100, 150, \text{ e } 300$, são apresentados. O

número de Reynolds é baseado no diâmetro do cilindro como está definido na Eq. (24). A velocidade na entrada do canal é imposta de forma a se obter o número de Reynolds desejado. As propriedades do fluido ρ e μ são as mesmas para todas as simulações.

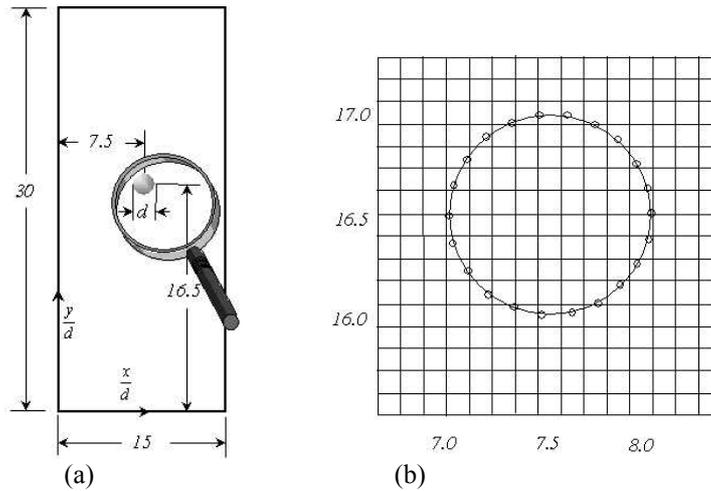


Figura 4. (a) Vista completa do domínio retangular com o cilindro circular; (b) vista ampliada das malhas, cartesiana e lagrangiana.

O número de Reynolds para este escoamento é definido como:

$$Re = \frac{\rho U_{\infty} d}{\mu}, \quad (24)$$

onde d é o diâmetro do cilindro. O tempo adimensional pode ser definido como:

$$T = \frac{U_{\infty} t}{d}. \quad (25)$$

Uma vez que os campos de velocidade e pressão foram calculados, pode-se determinar os coeficientes de arrasto e de sustentação, assim como o número de Strouhal.

Como foi de mostrado por Lai e Peskin (2000), a força de arrasto, em um corpo submerso em um escoamento, surge devido à tensão cizalhante e devido à distribuição de pressão ao longo da superfície do corpo. O coeficiente de arrasto pode, então, ser definido como:

$$C_D = \frac{F_D}{(1/2)\rho U_{\infty}^2 d}, \quad (26)$$

onde F_D é a força de arrasto, que pode ser obtida pela força lagrangiana, como segue:

$$F_D = -\int_0^L f_x ds, \quad (27)$$

onde F_x e f_x são a componente x da força euleriana e da força lagrangiana, respectivamente. L é o comprimento da interface e Ω é a região próxima à interface onde a força é diferente de zero.

Da mesma forma que foi obtido o coeficiente de arrasto, pode-se calcular o coeficiente de sustentação, definindo-o como:

$$C_L = \frac{F_L}{(1/2)\rho U_{\infty}^2 d}, \quad (28)$$

onde F_L é a força de sustentação, que pode ser calculada usando a componente y da força lagrangiana (\vec{f}_y), como:

$$F_L = -\int_0^L f_y ds \quad (29)$$

O número de Strouhal (frequência adimensional) é definido como:

$$St = \frac{fd}{U_\infty}, \quad (30)$$

onde f é a frequência de formação dos vórtices. Esta frequência pode ser obtida usando a transformada rápida de Fourier da distribuição temporal do coeficiente de sustentação.

Na Figura (5) mostra-se a seqüência de vorticidade para $Re = 80$. Pode-se observar que para este Reynolds existem instabilidades atrás do cilindro que se ampliam à medida que o escoamento se desenvolve.

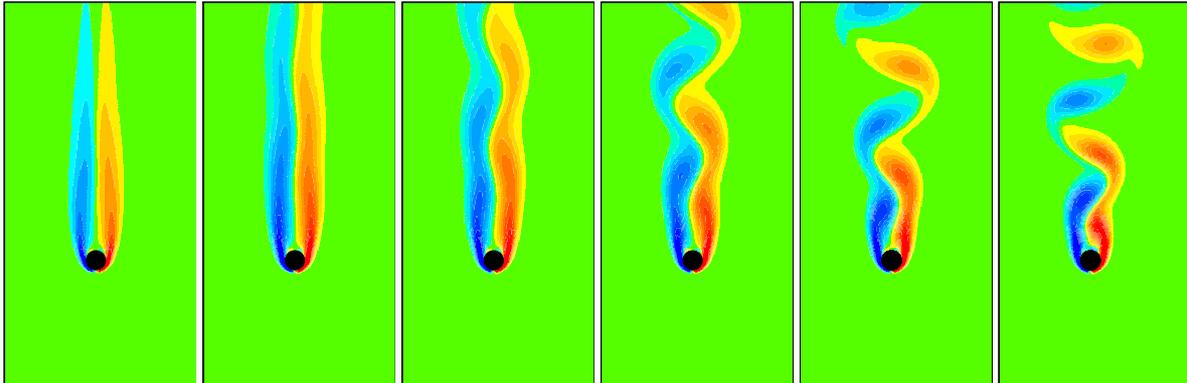


Figura 5. Seqüência temporal do campo de vorticidade para $Re = 80$.

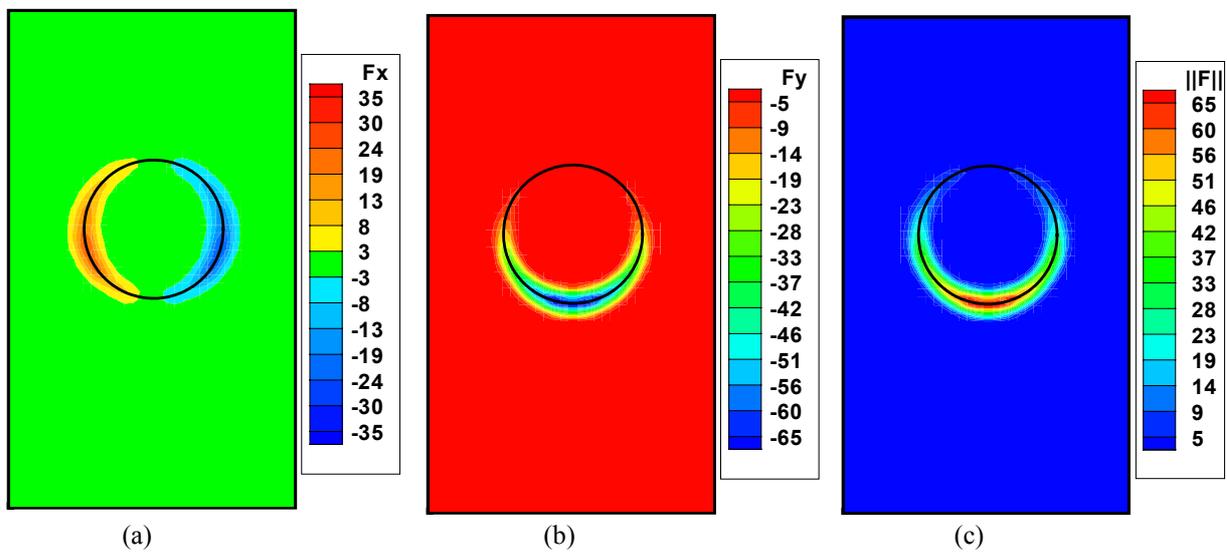


Figura 6. Campos das componentes F_x (a), F_y (b) e módulo da força euleriana (c).

Os resultados obtidos da simulação dos escoamentos sobre um cilindro circular imerso mostraram que para números de Reynolds de 10, 20 e 40, as recirculações atrás do mesmo são simétricas. As instabilidades na esteira começaram a surgir em $Re \sim 45$, o que mostra uma boa concordância com a teoria da estabilidade linear com a qual se prevê um Reynolds de transição de 47.

As componentes e o módulo da força euleriana (F_x , F_y , $\|F\|$) para dado tempo, podem ser visualizadas na Fig. (6). Estas componentes são diferentes de zero apenas próximo à interface. Este campo de força é calculado utilizando apenas o escoamento externo ao cilindro. No entanto, para facilitar a implementação do método, ele é distribuído tanto no exterior quanto no interior do cilindro. Isto gera um campo de escoamento também na região interna à interface.

Na Figura (7) estão mostrados os campos de pressão obtidos para escoamentos sobre o cilindro, relativos a para $Re = 20, 40, 80, 100, 150$ e 300 , respectivamente. O campo de pressão mostra, claramente a simetria do escoamento para $Re = 20$ e 40 . Para Re acima de 45 , as instabilidades formadas são periódicas e assimétricas.

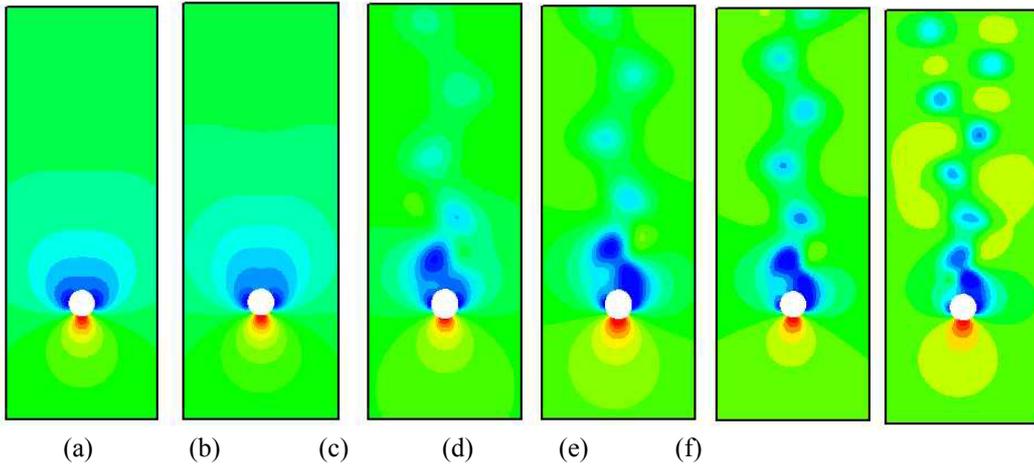


Figura 7. Campos de pressão para $Re = 20, 40, 80, 100, 150$ e 300 , na seqüência da esquerda para a direita.

Na Figura (8), pode-se observar a formação e a evolução dos vórtices para os respectivos números de Reynolds, nos mesmos instantes de tempo da Fig. (7). Observa-se que para Reynolds 20 e 40 os vórtices são totalmente simétricos.

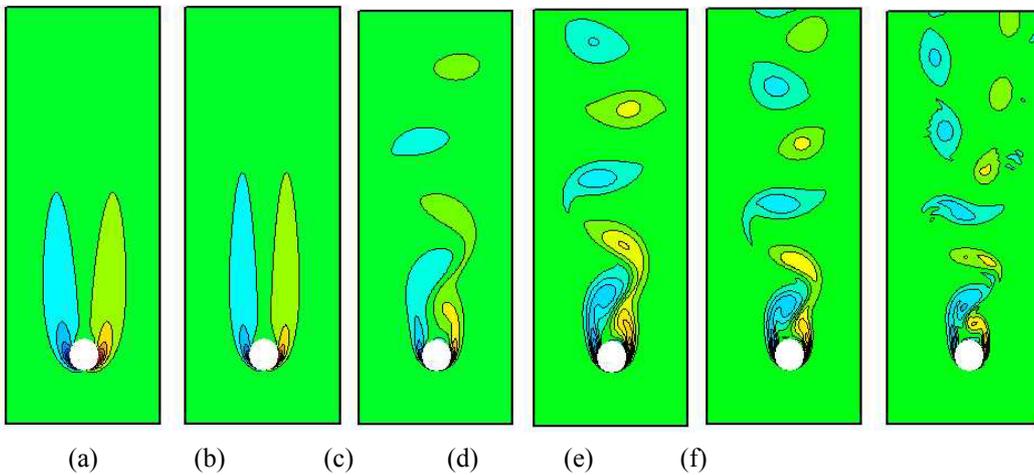


Figura 8. Campos de vorticidade para $Re = 20, 40, 80, 100, 150$ e 300 , na seqüência da esquerda para a direita.

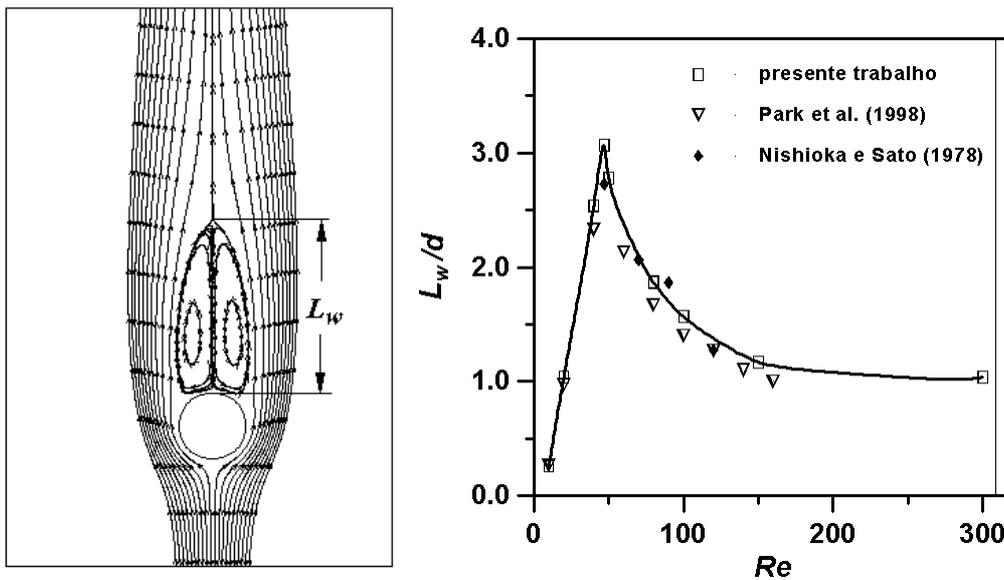


Figura 9. Visualização de L_w , comprimento da bolha de recirculação (a) e variação de L_w com o número de Reynolds.

Pode-se observar na Fig. (9a) que o comprimento de recirculação L_w é definido como sendo a distância entre dois pontos de estagnação, localizados na superfície do cilindro e no final da bolha de recirculação. Este valor é determinado, extraindo-se um perfil da componente da velocidade no sentido do escoamento, a partir da superfície do cilindro, e verificando-se em que posição esta componente muda de sinal. Esta mudança de sinal indica, precisamente, o final da bolha de recirculação. Mais detalhes deste procedimento pode ser encontrado em Lima e Silva *et al.* (2002). Na Figura (9b) mostram-se os valores do comprimento de recirculação em função do número de Reynolds obtidos no presente trabalho juntamente com resultados de outros autores. Observa-se que, como os resultados são fisicamente instáveis, esta é uma grandeza calculada estatisticamente.

Na Figura (10) mostra-se a distribuição do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal em função do número de Reynolds. Compara-se esta distribuição com resultados de outros autores. Observa-se que a medida que se aumenta o número de Reynolds, as diferenças entre os resultados numéricos aumentam. Para baixos valores de Reynolds, os resultados mostraram boa concordância com outros autores. Para Reynolds mais elevado obteve-se, no presente trabalho, resultados que melhor concordam com os resultados experimentais de Roshko (1995), em relação aos demais trabalhos numéricos.

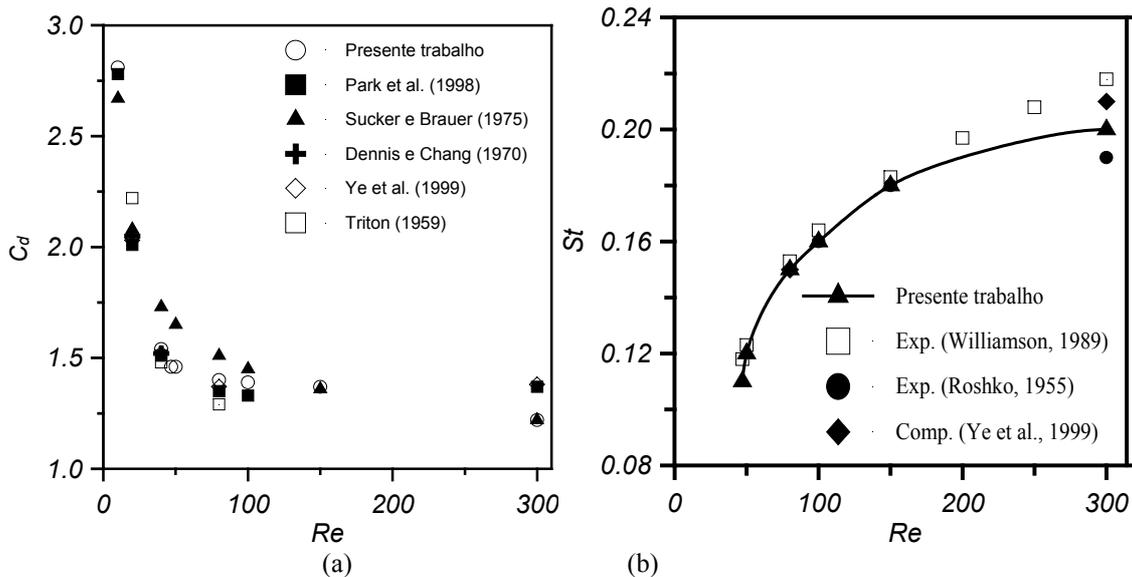


Figura 10. Cilindro circular: variação do coeficiente de arrasto com o número de Reynolds (a); variação do número de Strouhal com o número de Reynolds (b).

4.2. Escoamento sobre um cilindro quadrado

A seguir, apresentam-se os resultados de escoamento sobre um cilindro quadrado. A Figura (11) mostra o campo de vorticidade para um cilindro quadrado imerso em um escoamento, para diferentes números de Reynolds.

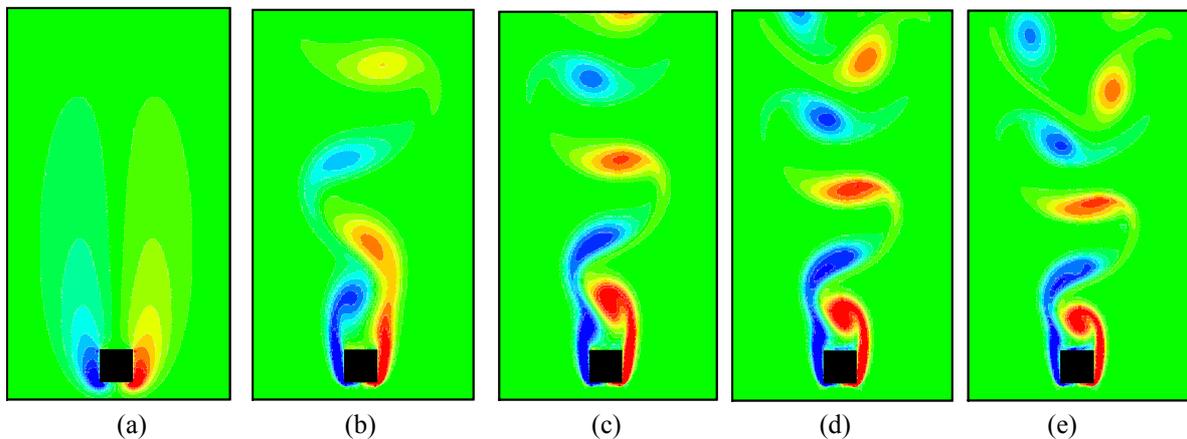


Figura 11. Escoamento com a presença de um cilindro quadrado imerso: (a) $Re = 10$, (b) $Re = 100$, (c) $Re = 150$, (d) $Re = 200$ e (e) $Re = 250$.

Os valores médios (médias temporais) dos coeficientes de arrasto e os números de Strouhal, para os números de Reynolds simulados, podem ser vistos na Fig. (12), onde são mostrados também os resultados obtidos por outros autores. Existe uma boa concordância entre estes resultados.

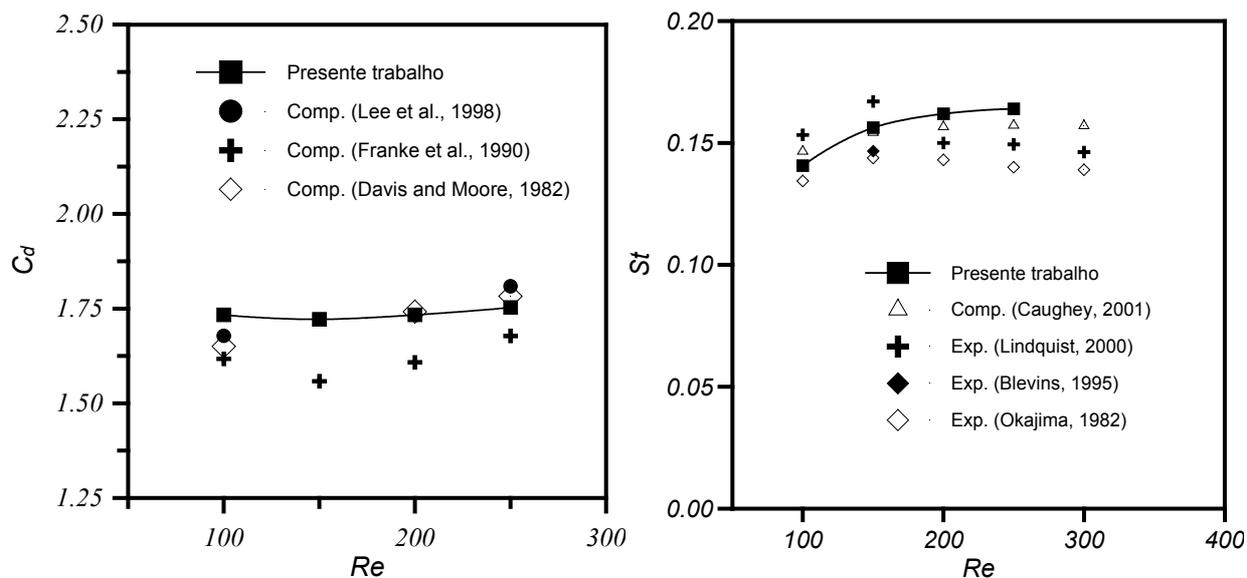


Figura 12. Cilindro quadrado: variação do coeficiente de arrasto com o número de Reynolds (a); variação do número de Strouhal com o número de Reynolds (b).

4.3. Escoamento sobre dois cilindros alinhados com o escoamento (Cilindros em *Tandem*)

Na Figura (13) mostram-se as imagens relativas aos regimes estatisticamente estabelecidos, dos campos de vorticidade, para as várias configurações estudadas. Observa-se, que para as configurações de $L=1,5d$ até $L=2,5d$, os escoamentos instáveis gerado pelo cilindro 1, contornam o cilindro 2, recirculando sobre o mesmo, gerando desta forma valores negativos do coeficiente de arrasto para o cilindro 2, como apresentado na Fig. 14 (a). A partir de $L=2,8d$ observa-se que as esteiras turbilhonares que se formam sobre o cilindro 1 começam a se chocar frontalmente com o cilindro 2, como pode ser visualizado nas Figs. (13d a 13f). Ressalta-se aqui que o método proposto (*MFV*) possibilita capturar este comportamento altamente dinâmico e transiente, permitindo a obtenção de resultados similares aos que foram obtidos com outros métodos mais clássicos (Meneguini *et al.*, 2000). É notável, por exemplo, como o *MFV* modela o choque de turbilhões contra o cilindro 2, assim como a divisão destes turbilhões em duas partes que contornam o cilindro após o choque.

Na Figura (14) mostram-se os resultados do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal em função do número de Reynolds para os dois cilindros, comparados com os resultados obtidos por Meneguini *et al.* (2000), que utiliza um método de volume-elementos finitos, e com os resultados de Philippi (2002), que utiliza o método de Gás em Rede. Observa-se a semelhança entre os resultados.

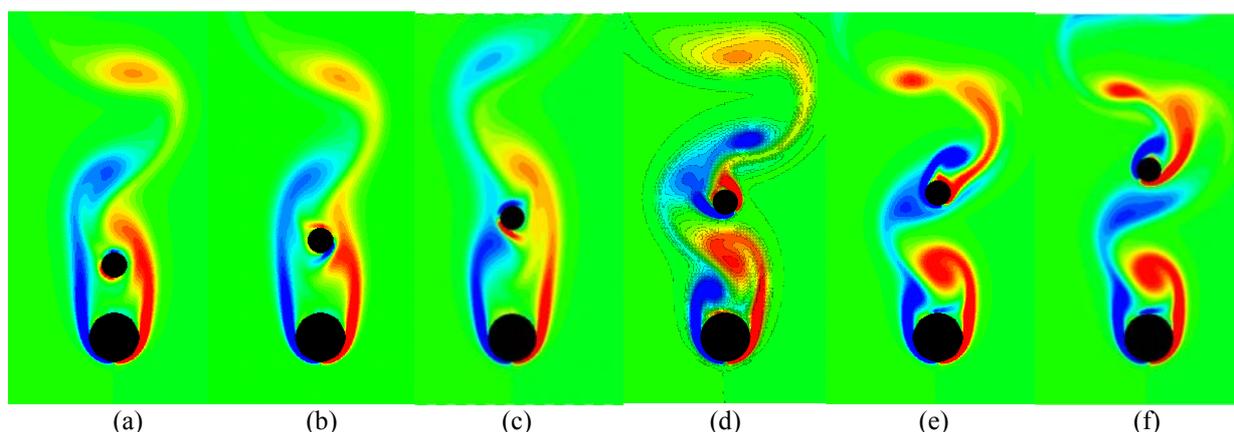


Figura 13 - Cilindros em *tandem*: campos de vorticidade para: (a) $L = 1,5d$, (b) $L = 2d$, (c) $L = 2,5d$, (d) $L = 2,8d$, (e) $L = 3,0d$ e (f) $L = 3,5d$.

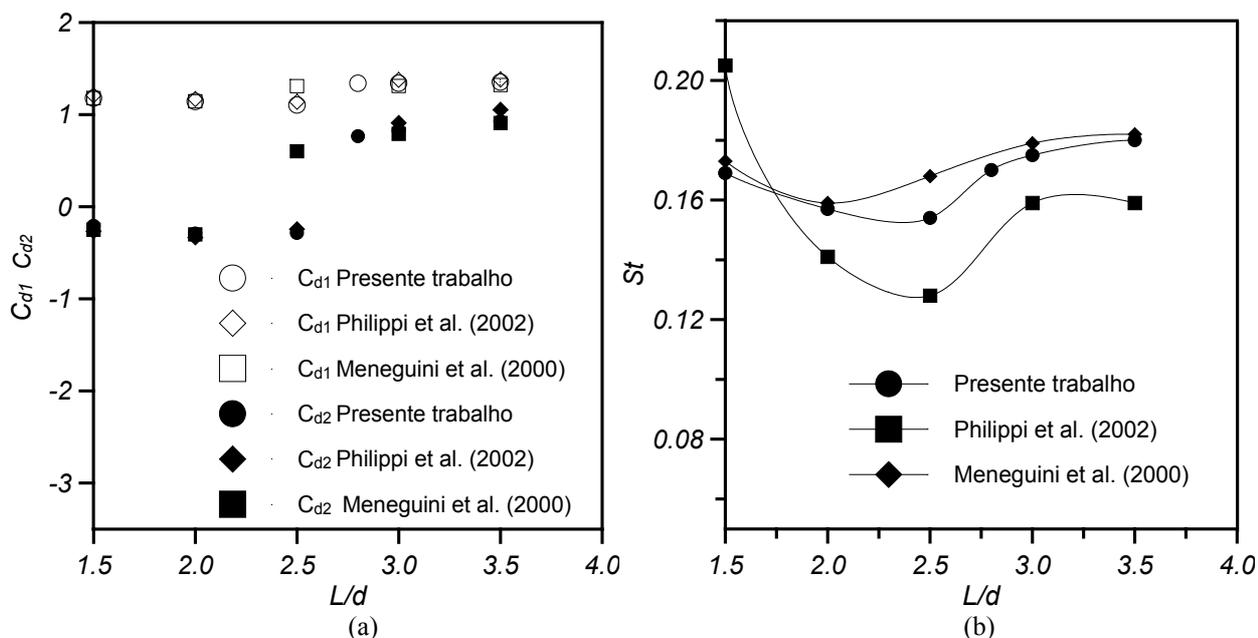


Figura 14. Cilindros em *tandem*: variação do coeficiente de arrasto (a) e variação do número de Strouhal (b) com a distância entre os centros dos cilindros.

5. Conclusões

No presente trabalho apresentou-se uma proposta de um novo modelo para simular escoamentos sobre geometrias complexas utilizando-se malha cartesiana. Foram simulados escoamentos sobre diferentes geometrias e os resultados apresentados mostram boa concordância quando comparados com diferentes metodologias. Estes resultados são consistentes qualitativa e quantitativamente, para baixos valores do número de Reynolds. As perspectivas de aplicação deste método para altos Reynolds e também para geometrias móveis são otimistas. Novos investimentos estão sendo realizados no LTCM, no sentido de desenvolver e aplicar este método em problemas de bioengenharia, engenharia de petróleo, aeronáutica, dentre outros campos.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem à Fundação Capes e ao CNPq/CTPETRO pelo apoio financeiro, assim como à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, FEMEC/UFU, pelo suporte oferecido.

7. Referências

- Armfield, S. e Street, R., 1999, "The Fractional-Step Method for the Navier-Stokes Equations on Staggered Grids: The Accuracy of three Variations", *J. Comp. Phys*, Vol. 153, pp. 660.
- Dennis, S. C. R. e Chang, G., 1970, "Numerical Solutions for Steady Flow Past a Circular Cylinder at Reynolds Numbers up to 100", *J. Fluid Mech.*, Vol. 42, pp. 471.
- Fadlun, E. A., Verzicco, R., Orlandi, P. e Mohd-Yusof, J., 2000, "Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flows Simulations", *J. Comp. Phys.*, Vol. 161, pp. 35.
- Goldstein, D., Hadler, R. e Sirovich, L., 1995, "Direct Numerical Simulation of Turbulent Flow over a Modelled Riblet Covered surface", *J. Comp. Phys.*, Vol. 302, pp. 333.
- Juric, D., 1996, "Computation of phase change", Ph. D. Thesis, Mech. Eng. Univ. of Michigan, USA.
- Kim, J., Kim, D. e Choi, H., 2001, "An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for simulations of flow in Complex Geometries", *J. Comp. Phys.*, Vol. 171, pp. 132.
- Lai, M. C., e Peskin, C. S., 2000, "An immersed Boundary Method with Formal Second-Order Accuracy and Reduced Numerical Viscosity", *J. Comp. Phys.*, Vol. 160, pp. 705.
- Lima e Silva, A. L. F., Silveira-Neto, A. e Damasceno, J. J. R., 2002, "Numerical Simulation of Two Dimensional Flows over a Circular Cylinder using the Immersed Boundary Method", artigo submetido ao *Journal of Computational Physics*.
- Lima e Silva, A. L. F., Silveira-Neto, A., Surmas, R., Emerich dos Santos, L. O., Philippi, P. C., 2002, "Comparative Numerical Simulation of Two-Dimensional Flows over a Pair of Circular Cylinders, Disposed In Tandem, using Immersed Boundary and Lattice-Boltzmann Methods", artigo submetido à III Conference on Bluff Body Wakes and Vortex-Induced Vibrations (BBVIV3).

- Mohd-Yusof, J., 1997, Combined Immersed boundaries/B-Splines Methods for Simulations of Flows in Complex geometries, CTR Annual Reserch Briefs, NASA Ames/Stanford university.
- Nishioka, M. e Sato, H., 1978, "Mechanism of Determination of the Shedding Frequency of Vortices behind a Cylinder at Low Reynolds Numbers", J. Fluid Mech., Vol. 89, pp. 49.
- Park, J., Kwon, K. e Choi, H., 1998, "Numerical solutions of Flow Past a Circular Cylinder at Reynolds Number up to 160", KSME International Journal, Vol. 12, pp. 1200.
- Philippi, P. C., 2002, Relatório Técnico em Preparação, LMPT-UFSC.
- Peskin, C. S., 1977, "Numerical Analysis of Blood flow in the Heart", J. Comp. Phys., Vol. 25, pp. 220.
- Roshko, A., 1955, "On the Wake and Drag of Bluff Bodies", J. Aeronaut. Sci., Vol. 22, pp. 124.
- Sucker, D. e Brauer, H., 1975, "Fluiddynamik bei der angestromten Zilindern, Wärme und Stoffübertragung", Vol. 8, pp. 149.
- Schneider, G. E. e Zedan, M., 1981, "A Modified Strongly Implicit Procedure for the Numerical Solution of Field Problems", Numerical Heat Transfer Vol. 4, pp. 1.
- Triton, D. J., 1959, "Experiments on the Flow Past a Circular Cylinder at Low Reynolds Number", J. Fluid Mech., Vol. 6, pp 547 (1959).
- Williamson, C. H., 1996, "Vortex Dynamics in the Cylinder Wake", Ann. Ver. Fluid Mech., Vol. 28, pp. 477.
- Ye, T., Mittal, R., Udaykumar, H. S. e Shyy, W., 1999, "An Accurate Cartesian Grid Method for Viscous Incompressible flows with Complex Boundaries", J. Comp. Phys., Vol. 156, pp. 209.

IMMERSED BOUNDARY METHOD APPLIED TO MODEL TRANSITIONAL FLOWS OVER BODIES OF DIFFERENT GEOMETRIES

Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva

Federal University of Uberlândia. Mechanical Engineering Faculty. João Naves de Ávila avenue. Campus Santa Mônica
alfernandes@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira Neto

Federal University of Uberlândia. Mechanical Engineering Faculty. João Naves de Ávila avenue. Campus Santa Mônica
aristeus@mecanica.ufu.br

Abstract. *In this work, an immersed boundary method is applied to the numerical simulation of an uniform flow over several geometries. The force source term, added to the two-dimensional Navier-Stokes equations, guarantee the imposition of the non-slipping boundary condition over the body-fluid interface. These equations are discretized using finite differences method. The immersed boundary is represented with a finite number of Lagrangean points, distributed over the solid-fluid interface. A Cartesian grid is used to solve the fluid flow. The key idea is to propose a method to calculate the interfacial force without ad-hoc constants that, usually, should be adjusted with the flow and with the numerical method, whenever this kind of model is used. In the present work, this force is calculated using the Navier-Stokes equation applied at the Lagrangean points and then distributed over the Eulerian grid. The main advantage is the possibility to calculate this force field, even if the interface is moving or deforming. It is unnecessary to localize the Eulerian grid points near this immersed boundary. The lift and drag coefficients and the Strouhal number, calculated for an immersed cylinder, are compared with previous experimental and numerical results, with good agreement, for different Reynolds number. Qualitative results are also obtained for flows over a square cylinder and over an airfoil.*

Keywords. *Immersed-Boundary Method; Eulerian-Lagrangean Formulation; Drag Coefficient; Finite-Difference Method.*