

INFLUÊNCIA DA MODELAGEM DO GRADIENTE DE PRESSÃO EM MODELOS DE TURBULÊNCIA DE BAIXO REYNOLDS

José D. M. Abrunhosa – diniz@mec.puc-rio.br

Angela O. Nieckele – nieckele@mec.puc-rio.br

Departamento de Engenharia Mecânica, PUC/RJ, CEP 22453-900, RJ, RJ, Brasil

***Resumo.** No presente trabalho, faz-se uma análise assintótica e numérica do comportamento de quatro modelos κ - ϵ de baixo Reynolds, na região da parede. Os resultados numéricos são comparados aos dados da simulação direta do escoamento através de degrau ('backstep'). Verifica-se a necessidade de modelar corretamente o termo do gradiente de pressão da equação de κ em escoamentos com recirculação e conclui-se que, no atual estágio de desenvolvimento dos modelos de baixo Reynolds, esta não é uma deficiência decisiva.*

***Palavra-chave:** Modelos κ - ϵ de Baixo Reynolds, Gradiente de Pressão.*

1. INTRODUÇÃO

O relativo sucesso alcançado na reprodução computacional de dados experimentais, dos escoamentos turbulentos, utilizando-se simplesmente um conjunto de equações e coeficientes empíricos, para o fechamento da turbulência, fez com que os modelos de turbulência ganhassem grande popularidade. Estes modelos, associados a métodos numéricos avançados e a crescente capacidade computacional, tornaram-se a ferramenta mais empregada na predição de escoamentos turbulentos. Enormes progressos vem sendo alcançados no desenvolvimento da modelagem de turbulência. Contudo os modelos de viscosidade turbulenta de duas equações continuam sendo os mais utilizados na predição dos escoamentos turbulentos de interesse prático. Inúmeros engenheiros, em todo o mundo, motivados pela relativa capacidade de predição, simplicidade e robustez computacional, têm empregado o modelo κ - ϵ , para prever escoamentos turbulentos de interesse, tornando-o o mais popular modelo de turbulência, apesar de suas bem conhecidas limitações. No passado, em escoamentos internos, o modelo κ - ϵ foi extensivamente empregado no núcleo do escoamento e funções de parede eram adotadas nas regiões próximas as superfícies sólidas. Em 1972, Jones e Launder, apresentaram extensão do modelo κ - ϵ para escoamentos com baixo Reynolds, resolvendo-o até a região da parede. Mais recentemente, devido aos grandes avanços computacionais, uma variedade de versões destes modelos tem sido proposta na literatura. Normalmente estas versões são testadas e ajustadas em escoamentos turbulentos simples, tais como camada limite e escoamentos em canal. Vários parâmetros médios dos escoamentos são confrontados aos correspondentes dados experimentais. Verifica-se que, nestes escoamentos, os modelos propostos apresentam razoáveis resultados para as estatísticas de turbulência. Entretanto a avaliação do desempenho do modelo na parede, não tem sido realizada satisfatoriamente, face as dificuldades de se obter, nesta região, medidas precisas das estatísticas de turbulência.

As simulações numéricas diretas ('DNS') de escoamentos turbulentos internos, realizadas na

última década, ofereceram novas possibilidades de se obter informações e verificar algumas hipóteses sobre as propriedades de turbulência, as quais não eram ainda acessíveis pelas técnicas experimentais disponíveis. Foram obtidos detalhes da estrutura de turbulência próximo a parede sólida, nos quais incluem-se o campo de flutuação de pressão e o campo da energia cinética turbulenta (κ) e de sua taxa de dissipação (ϵ). Os dados são ainda referentes a escoamentos com baixo número de Reynolds, mas eles possibilitam agora o exame minucioso do comportamento dos modelos junto à parede. Os resultados da simulação direta do escoamento turbulento em canal, realizado por Kim et al., em 1987, por exemplo, confirmam de fato que a difusão de pressão é negligenciável, como frequentemente assumido (Hanjalic, 1994). Contudo, verificou-se que, na região da parede, existe uma acentuada diferença, entre os dados da simulação direta e os resultados dos modelos (Mansour et al., 1988). Já Le et al. (1997) realizaram a simulação direta do escoamento turbulento em degrau ('backstep'). Os resultados, para a região do canal antes do degrau, também mostram um gradiente de pressão desprezível, enquanto na região de recirculação, o gradiente de pressão é muito significativo, para $y^+ < 10$, balanceando a dissipação e a difusão viscosa.

Muita atenção hoje também é dada ao comportamento limite na parede das tensões de turbulência e dos termos das equações de transporte de energia cinética e da taxa de dissipação. A satisfação das formas limites é hoje vista como um importante critério de avaliação dos modelos que se propõem a resolver a região da parede. A consistência assintótica dos modelos é verificada pelo comportamento limite, na parede, de cada termo da equação modelada em relação ao respectivo termo da equação exata. O estudo do comportamento assintótico dos vários termos da equação exata de κ mostra que o termo de difusão de pressão é o responsável por balancear, na região da parede, a dissipação e a difusão viscosa, que são predominantes nesta região. Contudo, o termo de difusão de pressão é normalmente adicionado ao termo de transporte turbulento e modelado como um termo típico de difusão turbulenta. Consequentemente, a equação modelada de κ não se encontra corretamente balanceada na região da parede.

Neste trabalho, duas questões são investigadas com ajuda dos dados da simulação direta do escoamento turbulento em degrau (Le et al., 1997). Investiga-se teórica e numericamente, neste tipo de escoamento complexo, o comportamento, junto a parede, da equação de κ de quatro modelos κ - ϵ para baixo Reynolds. A seguir, analisa-se o comportamento de duas correlações propostas na literatura, para a difusão de pressão da equação de κ . Estas correlações são adicionadas na equação de κ e a influência nos resultados é dimensionada. Verifica-se simultaneamente se as correlações representam o comportamento do termo do gradiente de pressão exato. Os modelos aqui utilizados não fazem uso da coordenada adimensional y^+ nas funções de amortecimento. Elimina-se assim as incertezas dos resultados ao redor do ponto de recolamento. A capacidade de predição dos modelos, no que se refere as estatísticas de turbulência, foi avaliada por Abrunhosa e Nieckele (2000).

2. SITUAÇÃO FÍSICA

O problema aqui considerado é o escoamento turbulento de um fluido viscoso e incompressível, através canal de placas infinitas, com dupla expansão de área. O movimento médio é bidimensional e está em regime permanente. A Fig. 1 mostra esquematicamente o domínio computacional utilizado na simulação. A entrada foi especificada a uma distância de dez vezes a altura do salto ($10H$), a montante do mesmo. Adotou-se um comprimento de canal, após o salto, de trinta vezes a altura do salto ($30H$). É importante especificar uma distância suficiente a jusante do ponto de recolamento, ao impor a condição de saída de difusão nula, evitando-se deste modo severos efeitos destas sobre as regiões de recirculação e recuperação

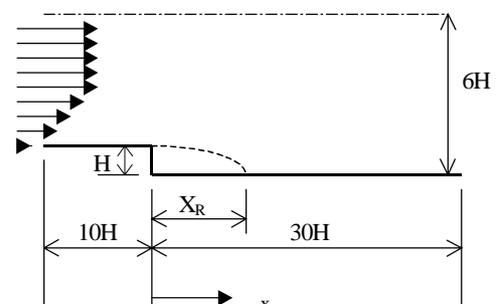


Figura 1 - Canal com salto de área

do escoamento. O canal tem uma altura de cinco vezes a altura do salto ($5H$) na entrada e uma altura correspondente a seis vezes a altura do salto ($6H$) na saída. A razão de expansão (altura do canal na saída: altura do canal na entrada) é 1,20 e o número de Reynolds é $Re=(\rho U_c H)/\mu = 5100$, onde U_c é a velocidade máxima na entrada e H altura do salto. O perfil de velocidade média axial na entrada, $\bar{u}(y)$, é obtido do perfil de camada limite, para $Re_\theta=670$, onde θ é a espessura da camada limite da quantidade de movimento. A espessura da camada limite é $\delta_{99}=1,2H$. Os perfis de κ e ε na entrada foram impostos como $\kappa=0,005(\bar{u}(y))^2$ e $\varepsilon=4,0 \times 10^2 \kappa^2$. Como comparou-se as predições dos modelos com os resultados da ‘DNS’ de Le et al. (1997), a situação física utilizada reproduz a configuração adotada pelos citados autores.

3. MODELOS MATEMÁTICOS

As equações de governo, para tratar o escoamento turbulento médio, com decomposição de Reynolds, de um fluido viscoso e incompressível, são dadas como:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = 0 \quad \text{e} \quad \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \right] \quad (1)$$

onde \bar{u}_i são os componentes da velocidade média; τ_{ij} é o tensor das tensões de Reynolds ($\tau_{ij} = -\overline{u'_i u'_j}$); P é a pressão e ν é a viscosidade cinemática. Nos modelos, baseados sobre a clássica hipótese de Boussinesq, o tensor de tensões de Reynolds toma a forma:

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} + 2 C_\mu f_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon} S_{ij}; \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2)$$

onde S_{ij} é a taxa média do tensor de deformação, f_μ é uma função de amortecimento e C_μ é uma constante dos modelos. As equações de governo das quantidades turbulentas, equações modeladas para a energia cinética e sua taxa de dissipação, podem ser expressas genericamente como:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_j \kappa)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_\tau}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + P_\kappa - \varepsilon + \chi; \quad P_\kappa = \tau_{ij} S_{ij} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_j \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_1 \frac{1}{T_t} P_\kappa - C_2 f_2 \frac{E}{T_t} + \xi \quad (4)$$

onde T_t é a escala de tempo da turbulência, E é uma dissipação modificada, χ e ξ são funções de correção, para a região da parede, e f_2 é uma função de amortecimento. C_1 , C_2 , σ_κ , σ_ε são coeficientes dos modelos. A fim de satisfazer a restrição de não empregar funções de amortecimento com y^+ , foram selecionados os modelos κ - ε de baixo Reynolds de Launder e Sharma (1974), referenciado por LS, de Sakar (Sakar & So, 1997), referenciado por SA, de Myong e Kasagi modificado (Chen et al., 1998), referenciado por MKM, e o de Yang e Shih (1993), referenciado por YS. Para adotar um valor nulo de ε na parede, Launder e Sharma essencialmente não resolvem a Eq. (4), para a dissipação ε . A variável resolvida é a pseudo dissipação $\bar{\varepsilon} = \varepsilon - 2\nu(\partial\sqrt{\kappa}/\partial x_j)^2$. Deste modo, sua condição de contorno é $\varepsilon_w = 0$. Já $\varepsilon_w = 2\nu(\partial\sqrt{\kappa}/\partial n)_w^2$ é adotada por YS e SA, enquanto o MKM utiliza $\varepsilon_w = (4\nu\kappa_1/y_1^2) - \varepsilon_l$, onde ‘w’ e ‘l’ denotam, respectivamente, parede e primeiro ponto interno da malha e n a coordenada normal a parede. É a especificação de todos os parâmetros e funções que estabelecerá os diferentes modelos. Estes parâmetros e funções estão resumidos nas Tabelas 1 e 2. Os números de Reynolds são definidos como $Ret = \kappa^2/\nu\varepsilon$, $Rey = y\sqrt{\kappa}/\nu$ e $Red = (\varepsilon\nu)^{1/4}y/\nu$. Na Tabela 1, ε^* , utilizado pelo modelo SA, é dado por $\varepsilon^* = \varepsilon - 2\nu\kappa/y^2$.

Tabela 1. Funções de correção para parede e constantes dos modelos avaliados

Modelo	LS	SA	YS	MKM
T_t	κ/ε	κ/ε	$(\kappa/\varepsilon)+(v/\varepsilon)^{1/2}$	κ/ε
χ	$-2\nu(\partial\sqrt{\kappa}/\partial x_j)^2$	0,0	0,0	0,0
E	$\bar{\varepsilon}$	$\bar{\varepsilon}$	ε	ε
ξ	$2\nu_t\nu\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_k}\right)\right]^2$	$exp[-(Ret/40)^2]*[-0,57(\varepsilon E)/\kappa + 0,5(\varepsilon^*)^2/\kappa - 2,25\varepsilon/\kappa P_\kappa]$	$2\nu_t\nu\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_k}\right)\right]^2$	0,0
σ_κ	1,00	1,00	1,00	1,40
σ_ε	1,30	1,45	1,30	1,30
C_1	1,44	1,50	1,44	1,40
C_2	1,92	1,83	1,92	1,80
C_μ	0,090	0,096	0,090	0,090

Tabela 2. Funções de amortecimento dos modelos avaliados

Modelo	f_μ	f_2
LS	$exp[-3,4/(1,0+Ret/50)^2]$	$1,0-0,3exp(-Ret^2)$
AS	$\left(1+3/Ret^{3/4}\right)\left[1+80exp(-Red)\right]\left[1-exp(-Red/43-Red^2/330)\right]^2$	1,00
YS	$\left[1-exp(-1,5 \times 10^{-3}Rey- 5,0 \times 10^{-7}Rey^3 - 10^{-10}Rey^5)\right]^{1/2}$	1,00
MKM	$\left(1+3,45/\sqrt{Ret}\right)\left[1-exp(-1,85 \times 10^{-3}Rey-1,05 \times 10^{-4}Rey^2)\right]^{1/2}$	1,00

3.1 Comportamento da equação de κ na região da parede

A equação exata da energia cinética turbulenta pode ser escrita como:

$$\frac{D\kappa}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right) + (-\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}) + \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_j u'_i u'_i} \right) + \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_j p'} \right) - \varepsilon \quad (5)$$

ou simbolicamente $C=D_\mu + P_k + T_k + \pi_k - \varepsilon$, onde C é o termo de variação, D_μ a difusão viscosa, P_k a produção, T_k o transporte turbulento e π_k a difusão de pressão ou o gradiente de pressão.

Assumindo-se as expansões de u'_i , na região da parede, como (Lai and So, 1990):

$$u' = a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3 + \dots ; \quad v' = b_2 y^2 + b_3 y^3 + \dots ; \quad w' = c_1 y + c_2 y^2 + c_3 y^3 + \dots \quad (6)$$

onde a coordenada y é suposta ser normal a parede e os coeficientes a_i , b_i e c_i funções de x , z , e do tempo, mas não de y , pode-se obter o comportamento assintótico de κ e ε :

$$\kappa = \frac{1}{2} (\overline{a_1 a_1} + \overline{c_1 c_1}) y^2 + (\overline{a_1 a_2} + \overline{c_1 c_2}) y^3 + O(y^4) \quad (7)$$

$$\varepsilon = \nu (\overline{a_1 a_1} + \overline{c_1 c_1}) + 4\nu (\overline{a_1 a_2} + \overline{c_1 c_2}) y + O(y^2) \quad (8)$$

Os dados acima mostram também que $\bar{u} \sim y$ e $\bar{v} \sim y^2$. Portanto o comportamento limite dos vários termos, a exceção de π_k , pode agora ser avaliado, inferindo-se o comportamento de π_k ($\pi_k = C - D_\mu - P_k - T_k + \varepsilon$). A expansão acima permite mostrar que C , P_k e T_k vão para zero na parede pelo menos como y^3 e D_μ e ε comportam-se como y^0 . Como:

$$D_\mu)_w = \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \kappa}{\partial y} \right) \right]_w = \nu (\overline{a_1 a_1} + \overline{c_1 c_1}) + 6\nu (\overline{a_1 a_2} + \overline{c_1 c_2}) y + O(y^2) \quad (9)$$

A equação só estará balanceada no limite da parede, quando

$$\pi_{\kappa} = 2\nu(\overline{a_1 a_2} + \overline{c_1 c_2})y + O(y^2) \quad (10)$$

Consequentemente, o modelo de baixo Reynolds não pode desprezar o termo de gradiente de pressão na região da parede. Interessante notar que, na forma limite do termo π_{κ} , aparece explicitamente a viscosidade, enquanto esta não se faz presente na equação de Poisson para a flutuação da pressão. Este último fato é invocado por alguns modelos como justificativa para negligenciar o supra citado termo. Contudo, os mecanismos e a intensidade do amortecimento da parede são diferentes na camada viscosa e no núcleo turbulento (Hanjalic, 1994). De um modo geral, a equação modelada de κ , Eq. (3), é semelhante para os modelos selecionados. Nesta equação, o termo de variação e o de produção continuam indo para zero na parede como y^3 . Porém os termos π_{κ} e T_{κ} são modelados como uma difusão turbulenta ($D_{\kappa} = \pi_{\kappa} + T_{\kappa}$), a qual comporta-se como y^3 . Assim, supondo-se que o comportamento de ε seja exato e desde que D_{μ} é exato, verifica-se que a equação de κ não está balanceada na região da parede. Há necessidade de se introduzir um termo de correção, para a referida região, que comporte-se como π_{κ} na Eq. (10).

3.2 Modelos de π_{κ}

Na seção passada, verificou-se que o procedimento usual de adicionar os termos do gradiente de pressão e de transporte turbulento, modelando-os como uma difusão turbulenta, não reproduz corretamente o comportamento de π_{κ} , na região da parede. Contudo, sabe-se que este modelo é eficiente no núcleo turbulento. Os resultados das simulações diretas dos escoamentos turbulentos confirmam esta observação, mas também revelam que, nas regiões de recirculação, o gradiente de pressão torna-se importante no balanço da equação de κ . O aumento nas flutuações de pressão, na região da recirculação, é devido ao movimento das estruturas de vórtices da camada de cisalhamento, sendo que, neste caso, o seu máximo ocorre afastado da parede. Há um significativo aumento das flutuações de pressão na região afastada da parede. Em regiões de recirculação, as tensões cisalhantes de Reynolds e seus gradientes são grandes fora da parede e, assim, as maiores flutuações de pressão ocorrem no interior da camada de cisalhamento (Na e Moin, 1998).

A parede sólida deforma a estrutura da turbulência na sua vizinhança, impondo-lhe um amortecimento seletivo das flutuações. As flutuações normais a parede são principalmente amortecidas, fazendo a turbulência aproximar-se do estado bidimensional. É por isso que alguns modelos de π_{κ} contêm uma função relacionada a distância normal a parede y^+ (Hanjalic, 1994). Contudo, o uso de tais funções torna-se a sua principal deficiência, pois eles não podem ser aplicados em escoamentos com separação. Dois modelos para π_{κ} , que não fazem uso de y^+ , são analisados neste trabalho. O primeiro foi proposto por Lai e So, (1990):

$$\pi_{\kappa} = -f_w (\kappa/\varepsilon) \overline{VV} \quad (11)$$

onde a função $f_w = \exp[-(Ret/150)^2]$ garante o desaparecimento do termo fora da parede. A análise do comportamento assintótico desta correlação, Eq. 11, mostra que ela comporta-se como y^2 , enquanto o termo exato aproxima-se da parede como y . Por outro lado, de acordo com este modelo, π_{κ} será sempre negativo. Entretanto, a simulação direta de Le et al., (1997) mostra que, no limite da parede, este termo é sempre positivo. Deste modo, supondo-se um correto comportamento da dissipação no limite da parede, esta correlação tenderia a aumentar a falta de balanço da equação de κ . Outra proposta foi realizada por Chen et al. (1998). Eles sugeriram que o comportamento do gradiente de pressão poderia ser reproduzido pela relação:

$$\pi_{\kappa} = C_{\pi} \kappa (\overline{\partial u_i / \partial x_j} + \partial u_j / \partial x_i), \quad \text{onde } C_{\pi} = 116,2 \quad (12)$$

A análise do comportamento assintótico dessa correlação mostra que ela também se aproxima da parede como y^2 , embora o balanço da equação exigisse um comportamento y , Eq. (10). Outra deficiência é que, na região separada, a correlação é negativa, pois $\partial \bar{u} / \partial y$, termo predominante, torna-se negativo nesta região. O comportamento numérico destas duas últimas correlações será avaliado a luz da simulação direta realizada por Le et al., (1997).

4. MÉTODO NUMÉRICO

As equações de governo, Eq. (1 a 4), foram resolvidas utilizando o método de volumes finitos (Patankar, 1980). A solução em regime permanente foi obtida pela resolução do sistema de equações algébricas, utilizando-se a técnica da sub-relaxação, com aplicação repetida do algoritmo TDMA linha por linha (Patankar, 1980). Para aumentar a velocidade de convergência, utilizou-se o algoritmo de correção por blocos. Uma malha não uniforme, com 222x157 pontos nodais, foi utilizada nos cálculos. Concentrou-se os pontos nas regiões próximas a parede, garantindo-se um mínimo de 15 pontos na região de $y^+ < 11$ e 30 pontos na região de $y^+ < 50$. Para a convergência da solução numérica, controlou-se os resíduos da equação da continuidade e das equações de conservação de todas as outras variáveis. A solução foi considerada convergida, quando o resíduo da equação de conservação de massa foi da ordem de 10^{-11} . No caso das outras equações de conservação, requereu-se que a razão entre o resíduo máximo de cada equação e o valor do resíduo inicial fosse da ordem de 10^{-4} .

5. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O comportamento junto a parede dos vários termos da equação modelada de κ e da simulação direta, na região de recirculação ($x/h=4$), é apresentado na Fig. 2. Já a Fig. 3 mostra as diferenças efetivas de cada efeito previsto pelos modelos. Da análise destas figuras, verifica-se a discrepância entre alguns resultados obtidos pelos modelos. Nos modelos YS, SA e MKM há um desbalanceamento acentuado no limite da parede ($y \rightarrow 0$). O valor na parede de ε é aproximadamente o dobro da difusão viscosa. A difusão turbulenta do modelo MKM tem um comportamento tipo dente de serra, em $y^+ \approx 3$. De um modo geral, os valores previstos, na parede, pelos modelos MKM e YS são muito maiores que os gerados pela 'DNS'. Por esta razão, excluiu-se do gráfico os valores na parede ε e D_μ . A difusão turbulenta (D_k), nos modelos YS e MKM, é muito maior que na simulação direta e sua declividade, no limite da parede ($y \rightarrow 0$), é nula, embora na simulação direta seja diferente de zero. Este resultado confirma a análise do comportamento assintótico deste termo. Os termos modelados são $O(y^3)$, enquanto o termo exato $O(y)$. A grande deficiência do modelo LS é

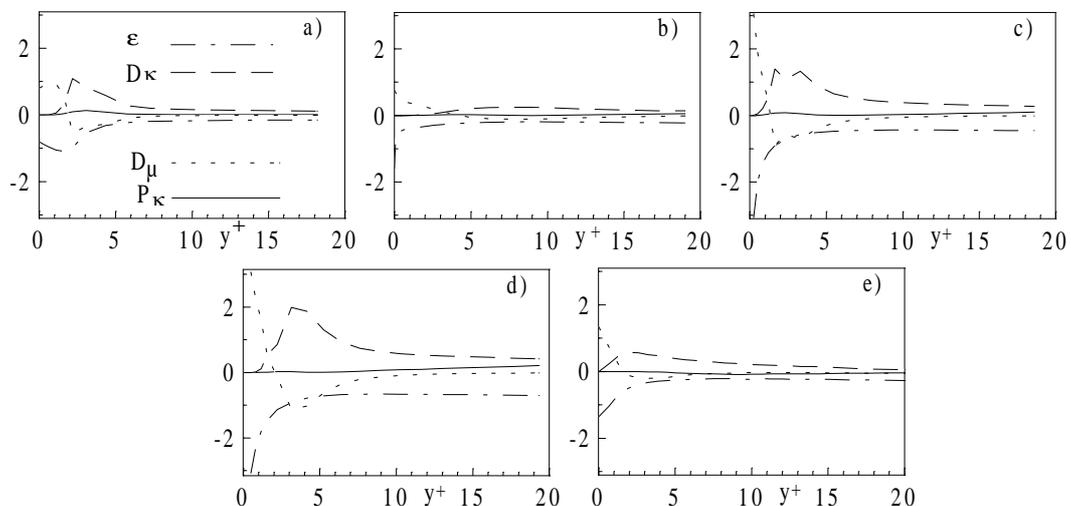


Figura 2 - Comportamento de ε , D_μ , D_κ e P_κ em $x/h=4$: a)LS; b)SA; c)MKM; d)YS e)DNS.

o comportamento dos termos no limite da parede ($y^+ < 5$). A dissipação (ε) e a difusão viscosa (D_μ) máxima ocorrem fora da parede ($y^+ \approx 2$). O comportamento limite destes dois termos não reproduz a simulação direta, embora os valores estejam balanceados ($\varepsilon \approx D_\mu$). A declividade da difusão turbulenta na parede também é nula. O SA, por sua vez, subavalia os termos no limite da parede. O comportamento assintótico dos seus termos não reproduz a simulação direta. A difusão turbulenta é praticamente nula para $y^+ \leq 3$ e não há um pico próximo a parede. Quanto a produção de turbulência (P_k), destaca-se que tanto nos modelos como na DNS, a magnitude deste termo, na região próximo a parede, é pequena. Nos modelos o termo comporta-se como um termo verdadeiramente de produção, enquanto na simulação direta há um intervalo onde ele comporta-se como um termo de destruição ($P_k < 0$). Este fato tem origem no gradiente negativo do escoamento médio reverso. Esta é uma deficiência que atinge todos os modelos e está ligada ao conceito de viscosidade turbulenta.

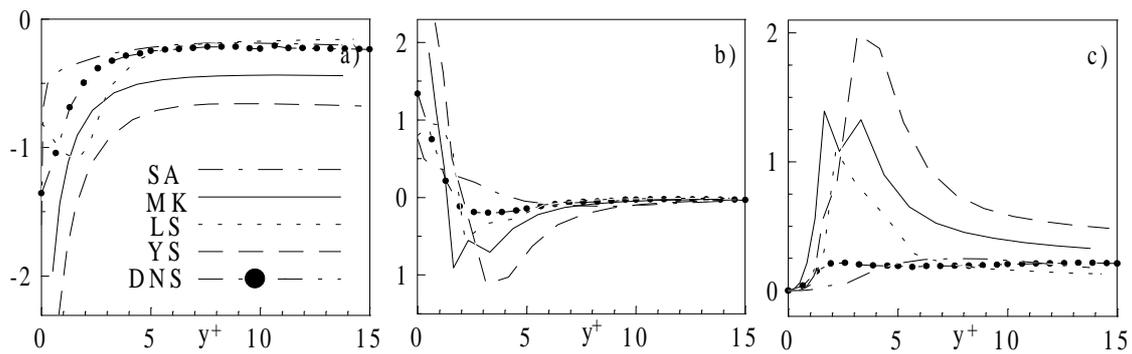


Figura 3 - Comportamento de ε , D_μ e D_κ em $x/h=4$: a) ε ; b) D_μ ; c) D_κ .

Como os termos ε , D_μ e π_κ são dominantes no limite da parede e o gradiente de pressão é modelado juntamente com o termo de transporte turbulento, a verificação do comportamento assintótico dos modelos deve considerar o termo de difusão turbulenta. Deste modo, o balanço de ε , D_μ e D_κ é dado na Fig. 4, para $x/h=4$. Verifica-se que o modelo SA obtém os resultados mais próximos da simulação direta. Os demais modelos predizem um pico negativo, em $y^+ \approx 2$, que não é previsto pelo modelo SA e levemente pelos dados DNS. É nos modelos com altos valores de D_κ que há este pico no balanço. A inclusão de um modelo para π_κ , o qual aumentasse a difusão turbulenta ($\pi_\kappa > 0$), agravaria este comportamento.

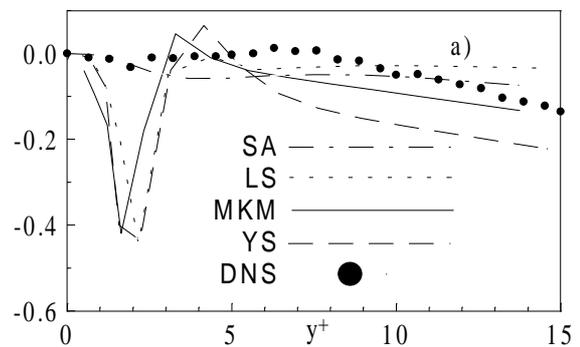


Figura 4 – Balanço na parede, dos termos ε , D_μ e D_κ em $x/H=4,0$

Após a análise dos modelos selecionados, verifica-se, a seguir, a influência da modelagem de π_κ sobre o comportamento destes modelos. Cabe destacar que a constante da relação de Chen et al. (1998) foi tomada como 0,01162 e não 116,2. Como originalmente proposta pelos autores, a correlação gerou valores dominantes altíssimos na região da parede e na camada de cisalhamento, levando a resultados inconsistentes. Mesmo o valor aqui empregado produziu altos valores nas citadas regiões, como mostrado na Fig. 7. As estatísticas de turbulência, coeficiente de atrito, coeficiente de pressão e ponto de recolamento, são inicialmente investigadas.

Os pontos de recolamentos, obtidos com os modelos modificados pela inclusão do termo π_κ , são apresentados na Tabela 3. Os resultados com a correlação de Chen et al. (1998) afastaram-se mais da referência, enquanto com a proposta de Lai e So, (1990) os resultados melhoraram, com exceção do modelo SA. O mesmo comportamento foi observado no que se refere aos coeficientes de atrito e pressão. Na Fig. 5, utilizando-se os resultados de SA e YS, mostra-se os resultados típicos do coeficiente de atrito dos modelos. Já na Fig. 6, utilizando-se agora os resultados de LS e MKM,

mostra-se os resultados típicos do coeficiente de pressão. A correlação de Chen et al. (1998) piorou a predição destes dois coeficientes, enquanto, de um modo geral, a correlação de Lai e So, (1990) não provocou mudanças efetivas.

Tabela 3. Ponto de recolamento

MODELO	DNS	LS	SA	MKM	YS	π_κ - Eq. 11				π_κ - Eq. 12			
						LS	SA	MKM	YS	LS	SA	MKM	YS
X_r	6,28	5,43	6,41	5,17	5,04	5,56	6,46	5,20	5,13	5,40	5,12	4,19	4,18

De um modo geral, pode-se dizer que a correlação, dada pela Eq. 12, fez com que, em todos os modelos, o comportamento dos vários termos da equação de κ se afastasse completamente do formato original. Já o comportamento dos modelos com a correlação de Lai e So (1990), Eq. 11, mostrou-se qualitativamente semelhante ao original dos respectivos modelos. Os modelos LS, MKM, e YS obtiveram níveis menores de ε , D_μ e D_κ em relação as suas predições originais, enquanto os resultados do modelo SA são praticamente idênticos. Cabe destacar que os modelos, de um modo geral, mostraram-se muito sensíveis a introdução destas correlações. O comportamento do termo π_κ , dado pela Eq. 12, é apresentado na Fig. 7, para $x/H=4$. Na Fig. 7a, para $y^+ < 200$, verifica-se que os modelos MKM e YS predizem um pico em $y^+ \approx 50$ ($y/H \approx 0,8$), região da camada de cisalhamento. Os valores aí preditos são significativos face aos valores da produção e da dissipação gerados pelos modelos. O comportamento deficiente da correlação é oriundo da falta de uma função que limite o seu significado à região da parede. Os modelos MKM e YS geram valores elevados também junto a parede ($y^+ < 20$), enquanto os resultados de SA e LS estão próximos de zero (Fig. 7b). No limite da parede ($y^+ \rightarrow 0$), todos os modelos obtêm valores negativos, fruto do perfil de velocidade negativo. Valores significativos afastados da parede e valores negativos no limite da parede são incompatíveis com a modelagem do termo π_κ e com as deficiências da modelagem tradicional do termo de difusão turbulenta. Os resultados alcançados com a proposta de Lai e So (1990) são apresentados na Fig. 8a. Não se incluiu, nesta figura, os dados 'DNS', por que estes são cerca de 10^2 maiores que os resultados da correlação. Como previsto na análise teórica, o termo é

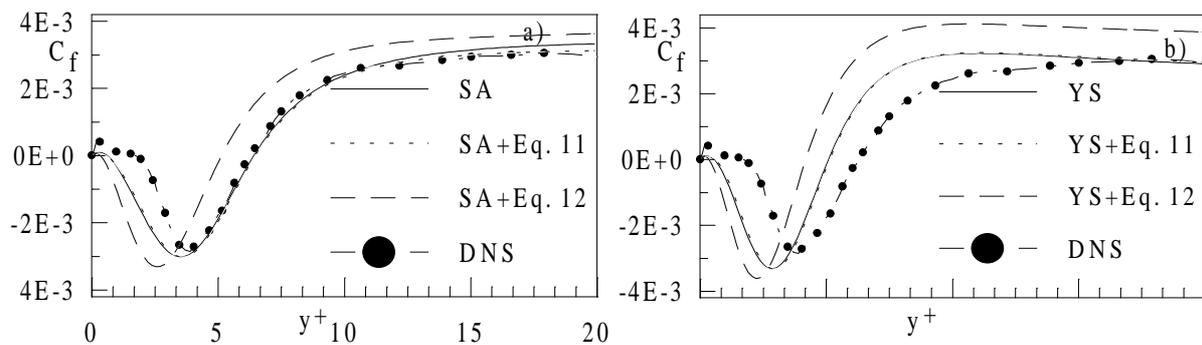


Figura 5 – Coeficiente de atrito: a) SA; b) YS.

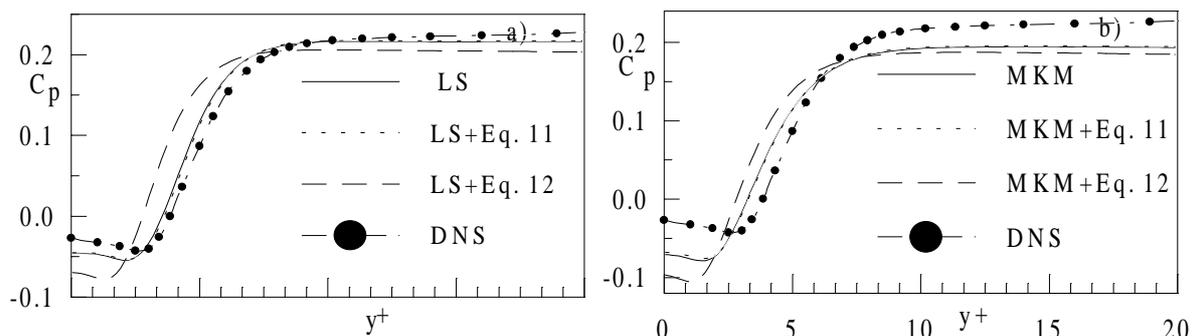


Figura 6 – Coeficiente de pressão: a) LS; b) MKM.

sempre negativo, no limite da parede, enquanto na simulação direta é positivo. Por outro lado, a correlação tem a virtude de restringir seu significado a região da parede. A excessiva difusão turbulenta, presente nos modelos MKM, YS e LS, faz com que esta correlação melhore a modelagem do referido termo e conseqüentemente o balanço dos termos dominantes na região da parede. Deste modo, a correlação de Lai e So pode, no caso destes modelos, ser considerada como uma correção, para a região da parede. Contudo, ela não pode ser considerada como uma correlação representativa do termo π_κ , pois não tem o critério da universalidade. No modelo SA, que subavalia a difusão turbulenta, a correlação afasta mais os resultados do padrão desejado.

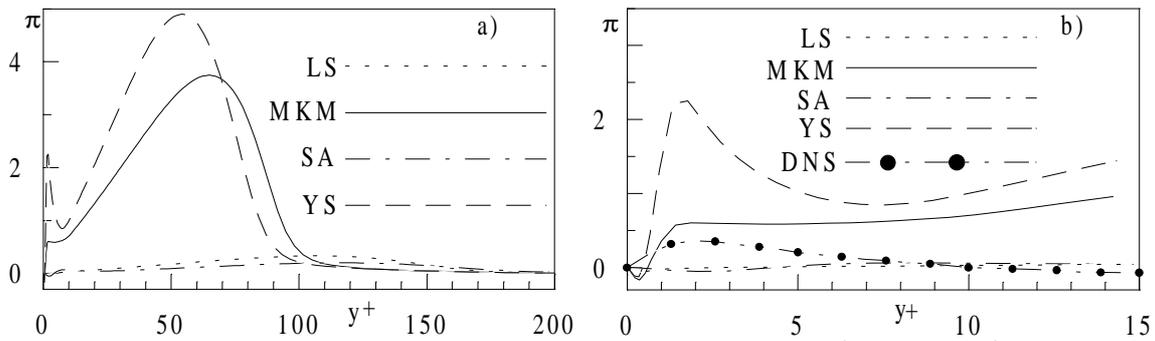


Figura 7 – Termo π_κ Chen et al., Eq. 12, para $x/H=4$: a) $y^+ < 200$; b) $y^+ < 20$.

Sobre o comportamento dos termos, fora da região de recirculação, pode-se registrar que, no canal de entrada ($x/H=-2$), os modelos capturam bem o termo de produção, mas falham na predição da difusão viscosa e difusão turbulenta e não conseguem também reproduzir corretamente o comportamento assintótico da dissipação. Há um desbalanceamento entre ε e D_μ na parede. A difusão turbulenta é praticamente nula para $y^+ < 10$, embora seja um importante termo de ganho de energia ($D_\kappa=1,2$). No início da recuperação do escoamento ($x/H=7$), somente SA não subavalia os termos.

A difusão turbulenta capturada pelo modelo SA nesta seção concorda bem com a simulação direta. Na região final de recuperação do escoamento ($x/H=18$), os termos não crescem tão rapidamente, junto a parede, como nas seções anteriores. A principal deficiência dos modelos está no comportamento assintótico dos termos ($y^+ < 5$). A difusão turbulenta é muito subavaliada.

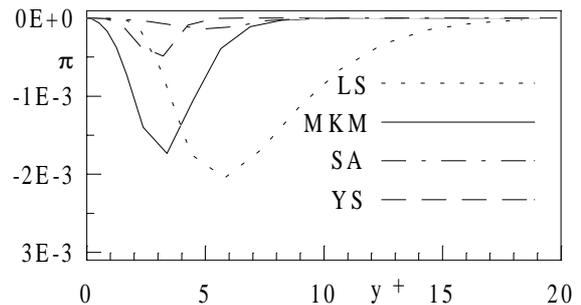


Figura 8 - Termo π_κ Lai e So, Eq. 11, $y^+ < 20$

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho investigou-se com ajuda dos dados da simulação direta de Le et al., (1997), o comportamento, junto a parede, de quatro modelos κ - ε para baixo Reynolds. Avaliou-se também duas correlações, propostas na literatura, para modelagem do termo π_κ , e as conseqüências destas correlações nas predições dos modelos. Da análise das equações modeladas verificou-se que a equação de κ não está perfeitamente representada no limite da parede ($y \rightarrow 0$). Há necessidade do termo de difusão turbulenta ($D_\kappa = T_\kappa + \pi_\kappa$) ter um comportamento y no limite da parede. Este comportamento é próprio do termo π_κ . Todavia, o modelo de difusão turbulenta utilizado nos quatro modelos comporta-se como y^3 . As predições numéricas validaram esta análise. Quanto as propostas de Chen et al. (1998) e So e Lai (1990), para modelagem de π_κ , verificou-se que elas não possuem o comportamento assintótico desejado. A correlação de Chen et al. (1998) torna-se negativa no limite da parede, quando o perfil de velocidade é negativo nesta região, enquanto a correlação de Lai e So (1990) é sempre negativa. Outra deficiência da proposta de Chen et al. é a predição de valores

significativos fora da parede. A correlação de Lai e So (1990), por ser negativa, atua como um termo de destruição. Dos modelos aqui estudados, só o SA, pelos níveis gerados de κ , poderia receber, no limite da parede, uma correção referente ao termo π_κ . Contudo, no início da recuperação ($x/h=7$), a difusão turbulenta é da mesma magnitude da simulação direta e não necessita de correção. Dos resultados obtidos pode-se então concluir que não é a modelagem do termo de difusão turbulenta, $D_\kappa=T_\kappa+\pi_\kappa$, uma fonte de inconsistência decisiva, no atual estágio de desenvolvimento dos modelos κ - ϵ para baixo Reynolds. Mesmo que fosse desenvolvido uma correlação representativa do comportamento do gradiente de pressão, a sua inclusão direta nos modelos não garantiria um melhor comportamento dos modelos.

7. REFERÊNCIAS

- Abrunhosa, J. D. M. e Nieckele, A.O., 2000, Avaliação de modelos de turbulência de baixo Reynolds na predição de escoamento complexos, Anais do Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Natal, BR, a publicar.
- Chen, S., Lai, J., Milthorpe, J., Mudford, N., 1998, A new modified low-Reynolds-number κ - ϵ model, 29th AIAA Fluid Dynamics Conference, AIAA 98-2553;
- Hanjalic, K., 1994, Advanced turbulence closure models: a view of current status and future prospects, Int. J. Heat and Fluid Flow, vol.15, n. 3, pp. 178-203
- Jones, W. P., and Launder, B. E., 1972, The prediction of laminarization with two-equations model of turbulence, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 15, pp. 301-314;
- Lai, Y. G. and So, R. M., 1990, On near-wall turbulent flow modeling, J. Fluid Mech, vol. 221, pp. 641-673;
- Launder, B. E., and Sharma, B. I., 1974, Application of the energy dissipation model of turbulence to the calc. of flow near a spinning disc, Lett.Heat Mass Transfer, 1, pp. 131-138;
- Le, H., Moin, P., and Kim, J., 1997, Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward facing step, J. Fluid Mech., vol. 330, pp.349-374;
- Mansour, N. N., Kim, J., and Moin, P., 1988, Near-wall κ - ϵ turbulent flow modeling, AIAA Journal, vol. 27, n. 8, pp. 1068-1073;
- Na, Y. and Moin, P., 1998, The structure of wall-pressure fluctuations in turbulent boundary layers with adverse pressure gradient and separation, J. Fluid Mech, vol. 377, pp. 347-373
- Patankar, S. V., 1980, Numerical heat transfer e fluid flow, McGraw-Hill;
- Rodi, W., and Mansour, N. N., 1993, Low Reynolds number κ - ϵ modeling with the aid of direct simulation data, J. Fluid Mech, vol. 250, pp. 509-529
- Sakar, A., and So, R. M. C., 1997, A critical evaluation of near-wall two-eq. models against direct numerical simulation data, Int. J. Heat and Fluid Flow 18, pp. 197-208;

THE INFLUENCE OF THE PRESSURE GRADIENT MODELING IN LOW REYNOLDS NUMBER TURBULENCE MODELS

J. D. M. Abrunhosa– diniz@mec.puc-rio.br

Angela O. Nieckele - nieckele@mec.puc-rio.br

Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica – PUC/Rio

Abstract. *In the present work, an asymptotic and numerical analysis is performed to analyze the behavior of four low Reynolds number turbulence models in the wall region. The numerical results are compared with data from direct numerical simulation of a flow through a backstep. The correct modeling of the pressure gradient term in the κ equation in recirculating flows is investigated, and it is concluded that, at the present stage of development of the low Reynolds number models, this is not a crucial deficiency.*

Key-words: *Low Reynolds κ - ϵ Models. Pressure Gradient.*