

GERAÇÃO DE ENTROPIA NA CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE POROSA

Jorge Llagostera – llagost@fem.unicamp.br
Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica
Departamento de Energia
Caixa Postal 6122 – 13083-970 – Campinas, SP, Brasil

***Resumo.** A geração de entropia em convecção natural no interior de cavidade porosa saturada bidimensional, aquecida através de sua parede inferior e resfriada por meio de sua parede superior, foi avaliada em situações para as quais foi verificada multiplicidade de soluções em regime permanente. É apresentada a formulação adimensional do balanço de entropia para o problema estudado, visando o cálculo da geração de entropia associada à transferência de calor e ao escoamento do fluido. São apresentados os resultados obtidos para a geração de entropia nos diversos casos estudados, considerando a dissipação associada à transferência de calor e ao escoamento do fluido. A distribuição da geração de entropia é ilustrada por meio de mapas de linhas de valores constantes. As conclusões do trabalho incluem a verificação de que, nos casos estudados, a geração de entropia associada à transferência de calor é muito mais importante do que a associada ao escoamento.*

***Palavras-chave:** Geração de entropia, Convecção natural, Cavidade porosa*

1. INTRODUÇÃO

A convecção em meios porosos tem sido objeto de um número considerável de trabalhos científicos devido à sua importância para a compreensão da dinâmica dos fluidos em diversos sistemas geofísicos, em estudos e projetos de engenharia de reservatórios geotérmicos e também petrolíferos, e em projetos de isolamentos térmicos de elevada eficiência. A transferência convectiva de calor e massa em meios porosos saturados vem merecendo atenção crescente como tema de pesquisas básicas e aplicadas em áreas tecnológicas bastante diversas, abrangendo um amplo conjunto de problemas de engenharia.

O conjunto de pesquisas desenvolvidas tem contribuído de modo significativo para uma compreensão mais aprofundada de parâmetros térmicos obtidos em campo, e tem servido como base teórica para a análise de dados, visando a determinação das características dos fenômenos de transferência de calor e massa em meios porosos.

A análise da convecção em camadas horizontais porosas aquecidas na parede inferior e o estudo de cavidades de seção retangular com gradientes verticais de temperatura tem sido desenvolvidos por diversos autores, como pode ser visto na ampla revisão elaborada por Nield & Bejan (1998), e também na obra de Bejan (1995).

O fenômeno de transferência de calor por convecção envolve processos de não-equilíbrio, dado que no interior do meio existem gradientes de temperatura e ocorre o escoamento do fluido. No caso da convecção natural, os gradientes de temperatura são os responsáveis pelo estabelecimento dos processos convectivos baseados no empuxo. O estudo termodinâmico de fenômenos de não-equilíbrio e de processos irreversíveis tem proporcionado um conhecimento mais aprofundado sobre diversos aspectos importantes para a caracterização e compreensão desses fenômenos e processos, como pode ser visto nos trabalhos de Lavenda (1989) e de Kondepudi & Prigogine (1998), por exemplo. A aplicação da Segunda Lei da Termodinâmica a processos convectivos, e a correspondente análise de geração de entropia contribui também nessa direção. O principal objetivo deste trabalho é estudar a geração de entropia em processos convectivos no interior de cavidade porosa bidimensional, aquecida em sua parede inferior e resfriada na parede superior, em situações para as quais foi verificada multiplicidade de soluções, em regime permanente. No presente trabalho é apresentada a formulação adimensional do balanço de entropia para o problema referido, visando o cálculo da geração de entropia associada à transferência de calor e ao escoamento do fluido. São apresentados os resultados obtidos para a geração de entropia nos diversos casos estudados e a relação quantitativa entre a geração de entropia associada à transferência de calor e a geração de entropia total no domínio.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DA GERAÇÃO DE ENTROPIA

Na Fig. 1 é apresentado o esquema da cavidade porosa estudada (foi considerada a configuração quadrada, ou seja, $L=H$). A parede horizontal inferior é aquecida e a superior é resfriada, ambas isotermicamente. As paredes verticais são adiabáticas. Os resultados apresentados em trabalho recente (Figueiredo & Llagostera, 1999) para o escoamento e transferência de calor em convecção natural no interior desse tipo de cavidade foram utilizados como base de cálculo da geração de entropia associada à transferência de calor e ao escoamento no interior da cavidade. No trabalho referido acima são apresentados os detalhes relacionados à formulação matemática e simulação computacional do problema, envolvendo o escoamento e a distribuição de temperaturas. No presente trabalho é apresentada a formulação adimensionalizada dos diversos termos envolvidos no balanço de entropia, bem como na determinação da geração de entropia associada à transferência de calor e ao escoamento do fluido. O cálculo das grandezas termodinâmicas foi efetuado para cada um dos volumes de controle em que foi dividido o domínio de cálculo (malha 80x80).

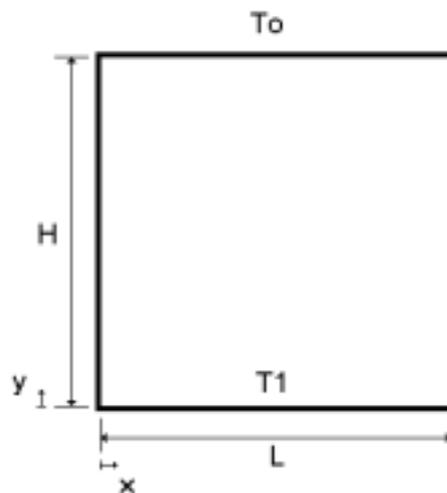


Figura 1 – Esquema da cavidade porosa bidimensional.

2.1 Balanço de entropia

Os processos de convecção são inerentemente irreversíveis, pois estão associados à transferência de calor entre superfícies que se encontram a temperaturas diferentes. No caso de processos convectivos envolvendo um fluido no interior de um meio poroso saturado observa-se também essa característica. Parte da irreversibilidade é devida à existência de gradientes finitos de temperatura, associados à transferência de calor, e outra parcela envolve o escoamento do fluido viscoso através da matriz porosa, com a correspondente dissipação de energia mecânica.

A Segunda Lei da Termodinâmica pode ser aplicada ao domínio de cálculo contendo a matriz porosa saturada, onde ocorre o escoamento por meio de um balanço de entropia, de acordo com a Eq. (1). O primeiro membro da equação corresponde à taxa de variação da entropia no interior do domínio, onde ρ_{mp} corresponde à massa específica do meio poroso saturado, s à entropia específica associada a cada volume de controle e v corresponde ao volume considerado. No segundo membro, o primeiro termo corresponde à entropia associada à transferência de calor nas fronteiras do domínio, sendo que T_{SC} representa a temperatura absoluta em cada ponto da superfície de controle que envolve o domínio, \mathbf{q} é o vetor fluxo de calor na fronteira do domínio, enquanto \mathbf{A} é o vetor área. O segundo termo corresponde ao transporte de entropia associado com a saída ou entrada de massa no domínio, ρ_f é a massa específica do fluido, s_f é a entropia específica do fluido e \mathbf{V} é o vetor velocidade na fronteira do domínio. O terceiro termo do segundo membro corresponde à geração de entropia no interior do domínio e \dot{s}_{ger} é a taxa de geração de entropia por unidade de massa no interior do domínio.

$$\int_{VC} \rho_{mp} \frac{ds}{dt} dv = - \oint_{SC} \frac{1}{T_{SC}} \mathbf{q} \cdot d\mathbf{A} - \oint_{SC} \rho_f s_f \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} + \int_{VC} \rho_{mp} \dot{s}_{ger} dv \quad (1)$$

Para o domínio estudado o fluxo de massa através das fronteiras é sempre nulo, e portanto, o transporte de entropia associado a esse fluxo será também nulo. No presente trabalho são abordados apenas casos em regime permanente, e portanto, o termo que envolve a derivada da entropia em função do tempo é nulo.

2.2 Geração de entropia

A geração de entropia local, no interior do domínio, pode ser expressa por meio da Eq. (2), como descrito por Bejan (1982).

$$\dot{s}_{ger} = \frac{1}{\rho_{mp}} \frac{k_{eff}}{T^2} (\nabla T)^2 + \frac{\mu}{\rho_{mp} K T} (\mathbf{V})^2 \geq 0 \quad (2)$$

Nessa equação T representa temperatura absoluta, k_{eff} é a condutividade térmica efetiva do meio poroso saturado, K é a permeabilidade do meio poroso e μ é a viscosidade dinâmica do fluido. Deve-se observar que os dois termos apresentados no segundo membro da Eq. (2) são positivos ou, no limite, nulos. O termo da irreversibilidade viscosa pode não ser desprezível, mesmo que tenha sido desconsiderado o termo de dissipação viscosa na equação da energia.

Aplicando as variáveis adimensionais e fatorando, obtém-se para o problema bidimensional a Eq. (3), que define a taxa de geração de entropia específica

adimensionalizada. Nessa equação $\phi = (T - T_0)/(T_1 - T_0)$ é a temperatura adimensionalizada, ν é a viscosidade cinemática do fluido, α_{eff} é a difusividade térmica efetiva do meio poroso saturado, c é o calor específico do fluido e ψ é a função corrente adimensionalizada.

$$\xi_{ger} = \frac{\rho_{mp} L^2 \dot{s}_{ger}}{k_{eff}} = \frac{(\nabla \phi)^2}{\left[\phi + \frac{T_0}{(T_1 - T_0)}\right]^2} + \frac{\nu \alpha_{eff}}{K c (T_1 - T_0)} \frac{(\nabla \psi)^2}{\left[\phi + \frac{T_0}{(T_1 - T_0)}\right]} \quad (3)$$

A integração da Eq. (3) no domínio de cálculo corresponde à taxa de geração de entropia total adimensionalizada, $\dot{\Xi}_{ger}$, em um determinado instante, conforme a Eq. (4).

$$\dot{\Xi}_{ger} = \frac{\dot{S}_{ger}}{k_{eff} L} = \frac{1}{k_{eff} L} \int_{VC} \rho_{mp} \dot{s}_{ger} dv \quad (4)$$

2.3 A contribuição da transferência de calor no balanço de entropia

O termo associado à transferência de calor nas fronteiras do domínio considerado pode ser determinado por meio da Eq. (5), na qual são considerados os fluxos de calor através da fronteira superior e inferior do domínio, com $T_1 > T_0$.

$$\oint_{SC} \frac{1}{T_{SC}} \mathbf{q} \cdot d\mathbf{A} = \int_0^L \frac{1}{T_1} k_{eff} \frac{\partial T}{\partial Y} \Big|_{Y=0} dX - \int_0^L \frac{1}{T_0} k_{eff} \frac{\partial T}{\partial Y} \Big|_{Y=H} dX \quad (5)$$

Os valores do número de Nusselt global nas superfícies inferior e superior do domínio são definidos de acordo com a Eq. (6).

$$Nu_{y=0} = - \int_0^1 \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{y=0} dx \quad e \quad Nu_{y=H/L} = - \int_0^1 \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{y=H/L} dx \quad (6)$$

Considerando essas definições de Nusselt global inferior e superior, o termo do calor no balanço de entropia para o domínio pode ser determinado pela Eq. (7).

$$\oint_{SC} \frac{1}{T_{SC}} \mathbf{q} \cdot d\mathbf{A} = k_{eff} L (T_1 - T_0) \left[\frac{Nu_{y=H/L}}{T_0} - \frac{Nu_{y=0}}{T_1} \right] \quad (7)$$

2.4 O balanço de entropia adimensionalizado

O balanço de entropia para o problema considerado, em forma adimensionalizada, pode ser descrito pela Eq. (8), lembrando que, para o regime permanente, $Nu_{y=H/L} = Nu_{y=0}$.

$$\dot{\Xi}_{ger} = G_t = (T_1 - T_0) \left[\frac{Nu_{y=H/L}}{T_0} - \frac{Nu_{y=0}}{T_1} \right] = Nu_{y=0} \frac{(T_1 - T_0)^2}{T_1 T_0} \quad (8)$$

3. RESULTADOS PARA A GERAÇÃO DE ENTROPIA

A partir da formulação apresentada foi elaborado um programa computacional específico, com o objetivo de calcular os parâmetros de geração de entropia associados à transferência de calor e ao escoamento do fluido. Dessa forma, foi calculado para cada um dos volumes de controle finitos que compõem o domínio de cálculo o valor dos termos adimensionalizados de geração de entropia. Para obtenção dos valores totais de geração de entropia associada à transferência de calor e ao escoamento, foram somados os valores obtidos no interior do domínio para cada situação analisada. Em todos os casos a temperatura da superfície fria foi considerada igual a 298,15K, e o valor de ΔT foi variado proporcionalmente à variação do número de Rayleigh, definido para meios porosos saturados conforme Bejan (1995). Desse modo, por exemplo, a temperatura da superfície aquecida para Ra=150, foi considerada $T_1 = 313,15K$; para Ra=200, foi considerada $T_1 = 318,15K$; e para Ra=400, foi tomada $T_1 = 338,15K$. Com esse procedimento considerou-se que o conjunto dos outros parâmetros que definem o número de Rayleigh permaneceu constante.

3.1 Resultados gerais

Na Tabela 1 são apresentados os resultados obtidos para a taxa de geração de entropia total adimensionalizada no interior da cavidade em função do número de Rayleigh, para as soluções obtidas com uma, duas e três células convectivas, em regime permanente.

A taxa de geração total de entropia apresenta baixos valores para números de Rayleigh inferiores a 200. A partir desse valor, observa-se um crescimento contínuo da geração de entropia, obtendo-se valores próximos à unidade para números de Rayleigh próximos a 1000. De modo geral observa-se a forte dependência da geração de entropia em função do número de Rayleigh, sendo que o número de células convectivas não afeta tão intensamente a taxa de geração de entropia. Para Ra=150, a ordem crescente de geração de entropia corresponde aos escoamentos de uma, duas e três células, respectivamente, enquanto para Ra=400 a ordem é inversa.

Tabela 1 - Geração total de entropia em função do número de Rayleigh.

Rayleigh	Geração total de entropia (G_t)		
	1 célula	2 células	3 células
50	$4,012 \cdot 10^{-4}$		
100	$2,878 \cdot 10^{-3}$	$2,320 \cdot 10^{-3}$	
150	$8,003 \cdot 10^{-3}$	$7,835 \cdot 10^{-3}$	$4,571 \cdot 10^{-3}$
200	$1,606 \cdot 10^{-2}$	$1,695 \cdot 10^{-2}$	$1,319 \cdot 10^{-2}$
300	$4,153 \cdot 10^{-2}$	$4,610 \cdot 10^{-2}$	$4,574 \cdot 10^{-2}$
400	$7,990 \cdot 10^{-2}$	$9,017 \cdot 10^{-2}$	$9,742 \cdot 10^{-2}$
500	0,1313	0,1494	0,1671
600	0,1958	0,2237	0,2542
700	0,2730	0,3129	0,3581
800	0,3626	0,4170	0,4782
900	0,4643	0,5354	0,6137
1000		0,6676	0,7643
1100		0,8130	0,9298
1200			1,1093
1300			1,3014

Considerando que a geração de entropia está associada à transferência de calor e ao escoamento, é interessante verificar qual é a participação relativa desses dois aspectos na produção total de entropia. Foi calculada a participação da geração de entropia associada à transferência de calor (G_c) na geração total (G_t). Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 2. Observa-se em todos os casos estudados uma grande participação da geração de entropia associada à transferência de calor, superior a 97%. Portanto, nos casos estudados, a geração de entropia associada ao escoamento tem uma participação muito pequena na geração total de entropia. Para os escoamentos com uma célula convectiva o valor da relação G_c/G_t varia entre 99,97% e 99,23%; nos escoamentos com duas células de convecção, essa relação varia entre 99,88% e 98,68%; e finalmente, para os casos com três células de convecção, o valor de G_c/G_t varia entre 99,83% e 97,81%.

3.2 Resultados sobre a distribuição da geração de entropia

A fim de estudar a distribuição da geração de entropia associada à transferência de calor e ao escoamento, foram analisados diversos casos. Foram elaborados mapas de geração de entropia associada à transferência de calor e ao escoamento. No presente trabalho são apresentados apenas os mapas correspondentes aos casos calculados para $Ra=200$, com uma, duas e três células convectivas.

Na Fig. 2 são apresentados os mapas de linhas de corrente e respectivas linhas de geração de entropia constante (associada ao escoamento), para $Ra=200$, para as soluções com uma célula, duas células e três células. Todos os mapas são traçados para dez intervalos iguais (nove níveis) entre o valor máximo e mínimo da respectiva função. As regiões onde ocorrem as maiores velocidades, indicadas pela grande aproximação das linhas de corrente, são as que apresentam os valores mais elevados de geração de entropia associada ao escoamento. Para outros valores do número de Rayleigh, obtêm-se distribuições qualitativamente semelhantes para os casos que apresentam o mesmo número de células convectivas.

Tabela 2 - Relação entre geração de entropia associada à transferência de calor e a geração total de entropia em função do número de Rayleigh.

Rayleigh	G_c/G_t		
	1 célula	2 células	3 células
50	0,9997		
100	0,9986	0,9988	
150	0,9984	0,9978	0,9983
200	0,9978	0,9970	0,9968
300	0,9970	0,9956	0,9944
400	0,9962	0,9945	0,9925
500	0,9955	0,9934	0,9908
600	0,9947	0,9923	0,9893
700	0,9939	0,9912	0,9877
800	0,9931	0,9900	0,9861
900	0,9923	0,9889	0,9845
1000		0,9878	0,9829
1100		0,9868	0,9813
1200			0,9797
1300			0,9781

No caso em que se verifica uma célula convectiva (com sentido horário de rotação neste caso), as maiores velocidades são verificadas junto às paredes verticais, onde também ocorre a maior geração de entropia associada ao escoamento. Também junto às paredes horizontais são verificadas regiões de velocidades elevadas, correspondentes a altas taxas de geração de entropia.

Para a situação que apresenta duas células convectivas (a da esquerda girando no sentido horário, neste caso), são observadas elevadas velocidades na região central (descendente) da cavidade e junto às paredes, principalmente as verticais. Essas regiões apresentam elevadas taxas de geração de entropia.

Para o padrão de três células convectivas (a da esquerda girando no sentido horário, neste caso), as maiores velocidades são verificadas junto às paredes verticais, onde também ocorre a maior geração de entropia associada ao escoamento. Também nas regiões centrais descendente e ascendente são verificadas altas velocidades, correspondentes a altas taxas de geração de entropia.

Na Fig. 3 são apresentados os mapas de linhas isotérmicas e respectivas linhas de geração de entropia (associada à transferência de calor) constante, com $Ra=200$, para as soluções com uma célula, duas células e três células, respectivamente. Os mapas são traçados para dez intervalos iguais (nove níveis) entre o valor máximo e mínimo da respectiva função. Há uma semelhança qualitativa entre as distribuições obtidas para as soluções que apresentam o mesmo número de células convectivas, para distintos valores do número de Rayleigh.

As regiões onde ocorrem os maiores gradientes de temperatura, e em consequência, os fluxos de calor mais intensos, indicados pela grande aproximação das linhas isotérmicas, são as que apresentam os valores mais elevados de geração de entropia associada à transferência de calor. Os gradientes de temperatura são particularmente elevados nas regiões onde o fluido descendente (resfriado) encontra a parede horizontal inferior (aquecida), e também nas regiões onde o fluido ascendente (aquecido) encontra a parede horizontal superior (resfriada). Apesar de não serem mostrados neste trabalho os mapas para outros valores de Rayleigh, os mesmos indicam que com a elevação do número de Rayleigh, as elevadas taxas de geração de entropia concentram-se de forma mais acentuada junto às paredes horizontais.

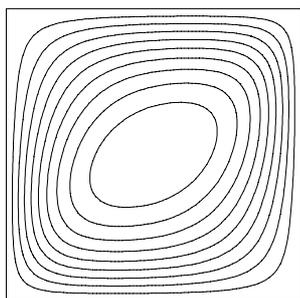
4. CONCLUSÃO

Foram obtidas e analisadas soluções múltiplas, com uma, duas e três células convectivas, para o problema da convecção natural em regime permanente no interior de cavidade porosa de seção quadrada aquecida na região inferior. Utilizando malha refinada (80x80) foram documentadas essas três famílias de soluções numa faixa de números de Rayleigh até 1200.

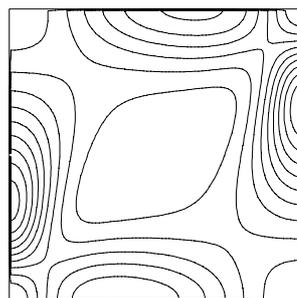
As soluções com uma célula convectiva, verificadas a partir de $Ra=40$, apresentaram maior geração de entropia, e maior transferência de calor, até cerca de $Ra=160$, as de duas células na faixa entre $Ra=160$ e $Ra=310$, e as de três células na faixa entre $Ra=310$ e $Ra=1200$, este último valor representando o limite superior da faixa de valores do número de Rayleigh estudada.

A geração de entropia em todas as soluções em regime permanente é devida basicamente à dissipação associada à transferência de calor, representando mais de 97% da produção total de entropia nos casos estudados. A geração de entropia associada à dissipação devida ao escoamento do fluido é pouco significativa, na faixa estudada.

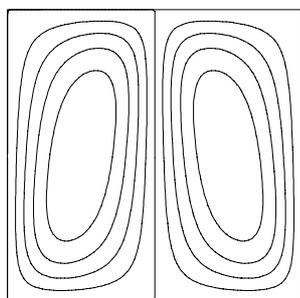
A geração de entropia local, tanto a associada à transferência de calor, como a associada ao escoamento do fluido apresentam uma variação bastante grande no interior do domínio. As soluções com padrão de escoamento assimétrico apresentam, em geral, distribuições menos uniformes de geração de entropia.



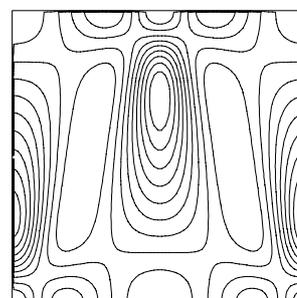
Linhas de corrente
1 célula



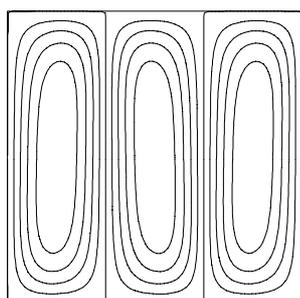
Geração de entropia (escoamento)
1 célula



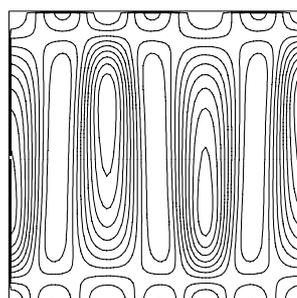
Linhas de corrente
2 células



Geração de entropia (escoamento)
2 células

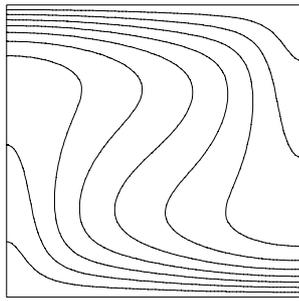


Linhas de corrente
3 células

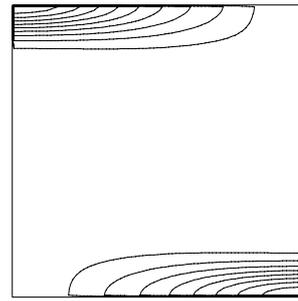


Geração de entropia (escoamento)
3 células

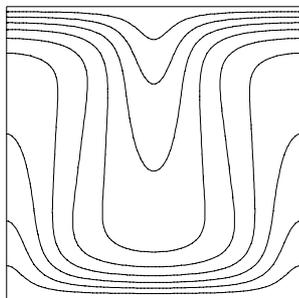
Figura 2 - Mapas de linhas de corrente e de geração de entropia associada ao escoamento para $Ra=200$.



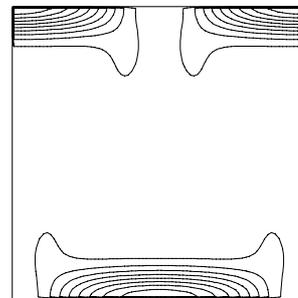
Linhas isotérmicas
1 célula



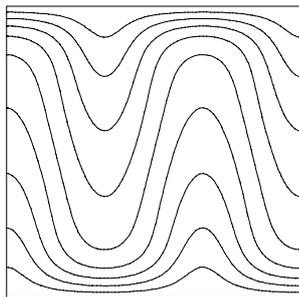
Geração de entropia (calor)
1 célula



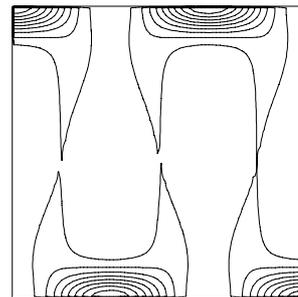
Linhas isotérmicas
2 células



Geração de entropia (calor)
2 células



Linhas isotérmicas
3 células



Geração de entropia (calor)
3 células

Figura 3 - Mapas de linhas isotérmicas e de geração de entropia associada à transferência de calor para $Ra=200$.

De modo geral, o estudo desenvolvido proporcionou um conhecimento mais detalhado da geração de entropia em problema envolvendo multiplicidade de soluções, tanto devido às irreversibilidades associadas à transferência de calor, como ao escoamento do fluido.

Estudos posteriores mais detalhados sobre as condições de estabilidade dos escoamentos em convecção natural no interior de cavidades porosas em regime transitório podem proporcionar maiores informações sobre os efeitos de perturbações, em função do tipo e da intensidade das mesmas, sobre as soluções obtidas nas diversas faixas de valores do número de Rayleigh.

Agradecimentos

Ao Centro Nacional de Processamento de Alto Desempenho em São Paulo (CENAPAD-SP), pela possibilidade de utilização de seus recursos computacionais.

REFERÊNCIAS

- Bejan, A., 1982, Entropy generation through heat and fluid flow, J. Wiley, New York.
Bejan, A., 1995, Convection heat transfer, 2nd ed., J. Wiley, New York.
Figueiredo, J. R. & Llagostera, J., 1999, Comparative study of the unified finite approach exponential-type scheme (UNIFAES) and its application to natural convection in porous cavity, Numerical Heat Transfer - Fundamentals, n. 35, pp. 347-367.
Kondepudi, D. & Prigogine, I., 1998, Modern thermodynamics: from heat engines to dissipative structures, John Wiley, New York.
Lavenda, B. H., 1989, Thermodynamics of irreversible processes, Dover, New York.
Nield, D. A. & Bejan, A., 1998, Convection in porous media, 2nd ed., Springer-Verlag, Berlin.

ENTROPY GENERATION IN NATURAL CONVECTION INSIDE A POROUS CAVITY

Abstract. Entropy generation in natural convection inside a porous two-dimensional cavity is calculated. The square cavity is isothermally heated from below and cooled from the top. Single-cell and multiple-cell steady-state solutions are considered. The non-dimensional formulation of the entropy balance applied for the calculation of entropy production is presented. The entropy generation related to heat transfer and the entropy generation related to fluid flow are calculated and reported for several cases. Contour level maps show entropy generation distributions. The main conclusion is that the entropy generation associated to heat transfer is much more important than the entropy generation associated to fluid flow, for the cases studied.

Keywords: Entropy generation, Natural convection, Porous cavity