

ESTIMATIVA DE PROPRIEDADES RADIATIVAS DE MEIOS SEMITRANSSPARENTES USANDO A REFLECTIVIDADE HEMISFÉRICA E A TRANSMISSIVIDADE

Rosana da Paz F. Pinheiro – rpaz@iprj.uerj.br

Antônio J. Silva Neto* – ajsneto@iprj.uerj.br

Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, CP 97.282, CEP 28601-970, Nova Friburgo, RJ, Brasil.

***Resumo.** Neste trabalho é resolvido um problema inverso de transferência radiativa para a estimativa simultânea do coeficiente de absorção e do coeficiente de espalhamento em meios participantes semitransparentes unidimensionais homogêneos, espalhadores isotrópicos, cinzas (sem dependência espectral) e com superfícies de contorno transparentes, usando o método de Levenberg-Marquardt e medidas experimentais da reflectividade hemisférica e da transmissividade. São apresentados resultados de algumas simulações utilizando dados experimentais sintéticos.*

***Palavras-chave:** Problemas inversos, Transferência radiativa, Coeficiente de absorção, Coeficiente de espalhamento, Levenberg-Marquardt.*

1. INTRODUÇÃO

A análise da transferência radiativa em meios participantes, ou seja, meios absorvedores, emissores e espalhadores, é uma ferramenta fundamental para o projeto e avaliação de desempenho de diversos equipamentos térmicos e componentes, tais como, leitos fluidizados, combustores, e isolamentos térmicos entre outros (Viskanta e Mengüç, 1989).

A modelagem matemática destes fenômenos é feita com a equação linearizada de Boltzmann, ou equação de transporte. Silva Neto e Roberty (1998), Moura Neto e Silva Neto (1999) e Pinheiro *et al.* (2000) apresentaram resultados para a intensidade da radiação que sai de um meio unidimensional quando este está submetido à incidência de radiação isotrópica em uma de suas superfícies de contorno e/ou para a reflectividade hemisférica e para a transmissividade usando os seguintes métodos: (i) expansão em harmônicos esféricos (P_N); (ii) Galerkin base global; (iii) ordenadas discretas (S_N); (iv) separação do operador (SO) e (v) fator integrante (FI).

A modelagem da transferência radiativa com a equação linearizada de Boltzmann possui aplicações relevantes não só em transferência de calor por radiação térmica, como também em transporte de nêutrons em reatores nucleares e em tomografia computadorizada, tanto para ensaios não destrutivos na indústria quanto para diagnóstico e terapia em medicina (Silva

* Autor para correspondência

Neto e Roberty, 1999). Neste contexto busca-se tanto a solução de problemas diretos quanto a solução de problemas inversos, sendo estes últimos alvo atual de intensa atividade de pesquisa.

Carita Montero *et al.* (1999, 2000) estimaram o coeficiente de absorção em um meio heterogêneo bidimensional, absorvedor puro, visando aplicações em tomografia computadorizada, empregando uma partição de domínio consistente com feixes divergentes de radiação. Kauati *et al.* (1999) estimaram o coeficiente de extinção total (absorção + espalhamento) em um meio unidimensional homogêneo e espalhador isotrópico usando a técnica fonte-detector (Silva Neto e Roberty, 1998a,b) com medidas experimentais da intensidade da radiação que sai do meio. Kauati *et al.* (2000) estenderam a aplicação da técnica fonte-detector para meios espalhadores anisotrópicos.

Li e Özisik (1993) estimaram o termo fonte e a reflectividade em uma superfície de contorno a partir da medida experimental da intensidade da radiação que sai do meio para diferentes ângulos polares. Silva Neto e Özisik (1995) estimaram o albedo de espalhamento simples, a espessura óptica e os coeficientes de expansão da função de fase de espalhamento anisotrópico em polinômios de Legendre também usando medidas da intensidade da radiação sainte com dependência no ângulo polar. Li e Yang (1997) resolveram este mesmo problema, com o mesmo tipo de dado experimental, empregando um algoritmo genético, enquanto Silva Neto e Özisik usaram o método de Levenberg-Marquardt. Silva Neto e Özisik (1993) obtiveram estimativas para a condutividade térmica e propriedades radiativas em um problema de transferência de calor por condução e radiação térmica (modo combinado) usando medidas experimentais sintéticas da temperatura no interior do meio e das intensidades da radiação em função do ângulo polar nas superfícies externas do mesmo.

Em algumas aplicações pode ser mais interessante usar medidas experimentais dos momentos da intensidade da radiação, sendo até mesmo possível em alguns casos medidas no interior do meio, *e.g.* aplicações em oceanografia, e não somente no contorno do mesmo. Barichello *et al.* (1997) estimaram a intensidade da radiação incidente em um meio unidimensional, com dependência polar, a partir da medida da densidade da radiação (momento zero) em algumas posições no interior do meio. Fukshansky-Kazarinova *et al.* (1998) estimaram o coeficiente de extinção total e a função de fase de espalhamento anisotrópico usando medidas experimentais do fluxo radiativo no interior do meio.

Neste trabalho são estimados o coeficiente de absorção e o coeficiente de espalhamento em um meio unidimensional homogêneo e espalhador isotrópico com o método de Levenberg-Marquardt usando medidas experimentais da reflectividade hemisférica e da transmissividade do meio.

De acordo com a classificação de Beck (1988) este é um problema de estimativa de parâmetros. Silva Neto e Moura Neto (1999) classificam este problema como do tipo II onde o modelo matemático que descreve os fenômenos envolvidos é de dimensão infinita (equação integro-diferencial) e os objetos matemáticos a serem estimados são de dimensão finita. Nesta segunda classificação são levadas em consideração, portanto, as dimensões do modelo matemático e das grandezas que se deseja estimar.

2. FORMULAÇÃO E SOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO

Considere a situação representada na Fig. 1 onde um meio participante unidimensional homogêneo, sem fontes internas, com superfícies de contorno transparentes, espalhador isotrópico e cinza, ou seja, as propriedades radiativas não dependem do comprimento de onda da radiação, está sujeito à incidência de radiação isotrópica em uma de suas superfícies de contorno. A formulação matemática da transferência radiativa no interior deste meio é dada

pela equação linearizada de Boltzmann, que de forma adimensional é escrita como (Özisik, 1973)

$$\mu \frac{\partial I(\tau, \mu)}{\partial \tau} + I(\tau, \mu) = \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 I(\tau, \mu') d\mu' \quad \text{em } 0 < \tau < \tau_0, \quad -1 \leq \mu \leq 1 \quad (1a)$$

$$I(0, \mu) = 1, \quad \mu > 0 \quad (1b)$$

$$I(\tau_0, \mu) = 0, \quad \mu < 0 \quad (1c)$$

onde I é a intensidade da radiação, τ é a variável óptica e μ é o cosseno do ângulo polar. A espessura óptica, τ_0 , e o albedo de espalhamento, ω , são dados por

$$\tau_0 = \beta L \quad (2)$$

$$\omega = \frac{\sigma_s}{\beta} \quad (3)$$

com

$$\beta = k_a + \sigma_s \quad (4)$$

onde β é o coeficiente de extinção total, L é a espessura física do meio, σ_s é o coeficiente de espalhamento e k_a é o coeficiente de absorção.

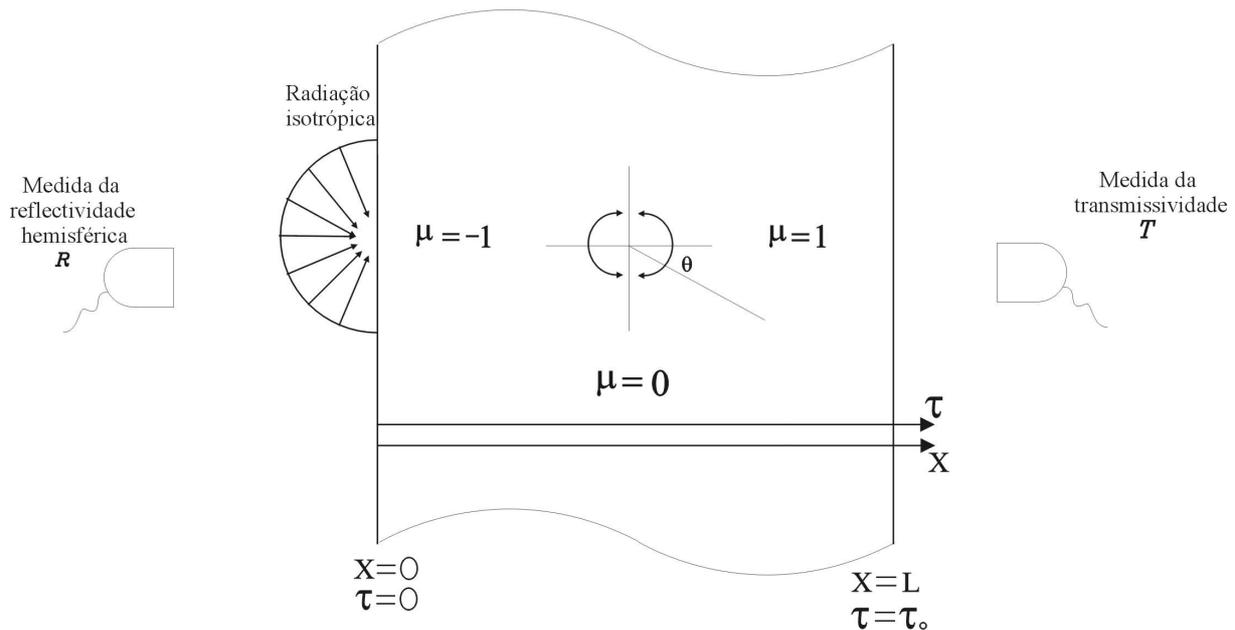


Figura 1 – Meio participante unidimensional sujeito à incidência de radiação isotrópica.

Quando as condições de contorno e as propriedades materiais são conhecidas, o problema (1) pode ser resolvido, fornecendo, portanto, o conhecimento dos valores da intensidade da radiação em qualquer posição do meio e em qualquer direção angular. Este problema é denominado problema direto.

Quando uma ou mais destas grandezas são desconhecidas, mas medidas experimentais da intensidade da radiação (ou de seus momentos, onde o momento zero é a densidade da radiação e o primeiro momento é o fluxo radiativo) estão disponíveis, pode-se, então, tentar estimá-las. Este é o problema inverso.

Nos métodos implícitos (ou iterativos) desenvolvidos para a solução de problemas inversos, o problema direto é resolvido várias vezes ao longo do procedimento iterativo. É

necessário, portanto, que seja usado um método de solução para o problema direto que ao mesmo tempo tenha um bom desempenho computacional e forneça resultados com boa acurácia. Neste trabalho foi usado o método de ordenadas discretas (Silva Neto e Roberty, 1998, Moura Neto e Silva Neto, 1999, Pinheiro *et al.*, 2000) com quadratura Gauss-Legendre de ordem $N = 20$, i.e. S_{20} .

3. FORMULAÇÃO E SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO

O problema inverso considerado neste trabalho é relativo à determinação do coeficiente de absorção, k_a , e do coeficiente de espalhamento, σ_s , do meio participante representado na Fig. 1, a partir de medidas experimentais da reflectividade hemisférica e da transmissividade dadas por (Lii e Özisik, 1973, Özisik e Yener, 1982)

$$R = \frac{2\pi \int_0^1 I(0, -\mu) \mu d\mu}{2\pi \int_0^1 \mu d\mu} \quad e \quad T = \frac{2\pi \int_0^1 I(\tau_0, \mu) \mu d\mu}{2\pi \int_0^1 \mu d\mu} \quad (5)$$

Com este objetivo é executado o experimento descrito a seguir. Várias placas do mesmo material para o qual se deseja determinar as propriedades radiativas, mas com diferentes espessuras, L_i , $i = 1, 2, \dots, N$, são submetidas à radiação isotrópica incidente em $x = 0$ conforme representado na Fig. 1. Para cada placa é medida então a reflectividade hemisférica em $x = 0$ e a transmissividade em $x = L$, obtendo-se um conjunto de dados experimentais (R_i, T_i) , $i = 1, 2, \dots, N$.

3.1 Formulação do problema inverso

Como potencialmente o número de dados experimentais disponíveis será superior ao número de incógnitas, o problema inverso é resolvido como um problema de otimização de dimensão finita (Silva Neto e Moura Neto, 1999) onde busca-se minimizar o funcional de resíduos quadrados

$$S = \sum_{i=1}^N [R_i - R_{calc_i}(k_a, \sigma_s)]^2 + [T_i - T_{calc_i}(k_a, \sigma_s)]^2 \quad (6)$$

onde R_i e T_i são as reflectividades hemisféricas e as transmissividades medidas experimentalmente, e R_{calc_i} e T_{calc_i} são aquelas calculadas empregando estimativas para as incógnitas k_a e σ_s .

Ordenando adequadamente os valores medidos experimentalmente em um vetor \vec{Y} e os valores calculados em um vetor \vec{C} a Eq. (6) é reescrita como

$$S(\vec{P}) = \sum_{j=1}^{2N} [Y_j - C_j(\vec{P})]^2 = \vec{F}^T \vec{F} \quad \text{onde} \quad F_j = Y_j - C_j \quad (7)$$

e \vec{P} é o vetor de incógnitas, $\vec{P} = \{k_a, \sigma_s\}^T$.

3.2 Solução do problema inverso

Para a solução do problema inverso formulado na seção anterior foi usado o método de Levenberg-Marquardt, que é equivalente ao uso do funcional de Tikhonov com o termo de regularização quadrático (Silva Neto e Moura Neto, 1999).

A aplicação deste método na solução de problemas inversos foi descrita com um razoável grau de detalhamento por Silva Neto e Özisik (1995) e Silva Neto e Moura Neto (1999) e não será repetida aqui, sendo fornecidos apenas os passos essenciais para o entendimento do mesmo.

O funcional dado pela Eq. (7) é substituído por

$$S(\vec{P}) = \vec{F}^T \vec{F} + \alpha \|\vec{P}\|^2 \quad (8)$$

onde α é o parâmetro de regularização.

Na busca do ponto de mínimo escreve-se a equação do ponto crítico $\partial S / \partial \vec{P} = 0$, sendo linearizado este sistema de equações com uma expansão de Taylor em \vec{F} onde são retidos apenas os termos até a primeira ordem. Resulta, então, uma expressão semelhante àquela obtida com o método de Levenberg-Marquardt (Silva Neto e Özisik, 1995), que numa forma conveniente para a implementação computacional em um procedimento iterativo é dada por

$$\left(J^{nT} J^n + \alpha^n \tilde{I} \right) \Delta \vec{P}^n = -J^{nT} \vec{F}^n \quad (9)$$

onde n é o contador de iterações, \tilde{I} é a matriz identidade, $\Delta \vec{P}$ é a correção do vetor de incógnitas e J é a matriz Jacobiana com os elementos

$$J_{jk} = \frac{\partial C_j}{\partial P_k}, \quad j = 1, 2, \dots, 2N, \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (10)$$

onde M é número total de incógnitas, i.e. $M = 2$.

O procedimento iterativo consiste em a partir de uma estimativa inicial \vec{P}^0 , obter novas estimativas para o vetor de incógnitas,

$$\vec{P}^{n+1} = \vec{P}^n + \Delta \vec{P}^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

onde o parâmetro de regularização α é reduzido a cada iteração de acordo com o critério proposto por Marquardt (Silva Neto e Moura Neto, 1999), e as correções $\Delta \vec{P}^n$ são obtidas a partir da solução da Eq. (9). O procedimento iterativo é interrompido quando um critério de convergência definido *a priori* é satisfeito, como por exemplo,

$$\left| \Delta P_k^n / P_k^n \right| < \varepsilon, \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (12)$$

onde ε é um número pequeno, e.g. 10^{-5} .

Ao convergir na iteração n^* os intervalos de confiança para as estimativas \vec{P}^{n^*} são calculados usando o procedimento desenvolvido por Gallant (1987). Empregando a notação utilizada por Huang e Özisik (1990), são calculados os desvios padrão para as estimativas

$$\sigma_{\bar{P}} = \sigma \left\{ \text{diag} \left[\frac{\partial \bar{C}^T}{\partial \bar{P}} \frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{P}^T} \right]^{-1} \right\}^{1/2} \quad (13)$$

onde σ é o desvio padrão dos erros experimentais.

Assumindo uma distribuição normal e 99% de confiabilidade, os limites do intervalo de confiança para as estimativas P_k , $k = 1, 2, \dots, M$, são calculados por (Flach e Özisik, 1989),

$$(P_k - 2,576\sigma_{P_k}) < P_k < (P_k + 2,576\sigma_{P_k}), \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (14)$$

4. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Vários casos-teste foram realizados de forma a verificar a eficácia do procedimento descrito neste trabalho para a estimativa do coeficiente de absorção, k_a , e do coeficiente de espalhamento, σ_s , em meios semitransparentes.

Foram usados dados experimentais sintéticos gerados a partir da adição de ruído randômico aos valores calculados para a reflectividade hemisférica e a transmissividade com os valores exatos de k_a e σ_s ,

$$Y_i = R_i + \bar{\sigma}e_i \quad \text{ou} \quad T_i + \bar{\sigma}e_i \quad (15)$$

onde $\bar{\sigma}$ é o desvio padrão do erro experimental e e é um número pseudo-randômico, gerado por uma rotina computacional.

Nas Figs. 2 e 3 são apresentadas as estimativas para k_a e σ_s , e os respectivos intervalos de confiança, onde para cada corrida é usado um conjunto diferente de números randômicos, simulando, portanto, experimentos independentes. Na Fig. 2 foi usado $\bar{\sigma} = 0,005$ e na Fig. 3 foi usado $\bar{\sigma} = 0,02$ representando respectivamente, erros na faixa de aproximadamente 1–30% e 1–68% nos dados experimentais. Nestas figuras as linhas sólidas representam os valores exatos das propriedades e os outros símbolos representam as estimativas e os intervalos de confiança.

Os intervalos de confiança representados nestas figuras foram construídos conforme a descrição feita na seção 3.2. Obviamente para o valor de $\bar{\sigma}$ menor, os intervalos de confiança são menores, indicando uma maior confiabilidade na estimativa realizada.

O método de Levenberg-Marquardt mesmo com uso do fator de amortecimento (parâmetro de regularização) pode apresentar dificuldade de convergência. Foi realizada, portanto, uma bateria de testes visando identificar limitações com relação à escolha das estimativas iniciais.

Na Tabela 1 é apresentado um resumo de alguns dos testes realizados. Foi observado que o uso de estimativas iniciais da ordem de $(\sigma_s^0, k_a^0) = (0,1; 0,1) \text{ cm}^{-1}$ permitiu a convergência para todos os casos-teste com os valores exatos na faixa de $0,01 \text{ cm}^{-1} \leq k_a, \sigma_s \leq 0,45 \text{ cm}^{-1}$. Quando foram usadas estimativas iniciais elevadas, como por exemplo $(\sigma_s^0, k_a^0) = (0,45; 0,45)$, dificuldades de convergência ocorreram. Ao invés de se buscar um parâmetro de regularização ótimo, α , optou-se por um procedimento mais simples em que as correções calculadas para as incógnitas eram reduzidas por um fator de ganho γ . Optou-se por este procedimento porque foi observado que as correções estavam com o sinal correto, mas a magnitude era grande demais levando a estimativas negativas para as propriedades σ_s e k_a , que são estritamente positivas. Mesmo considerando erros experimentais significativos foi

observada a convergência em todos os casos-teste realizados, mas em alguns casos a convergência foi lenta devido aos valores relativamente pequenos do fator ganho.

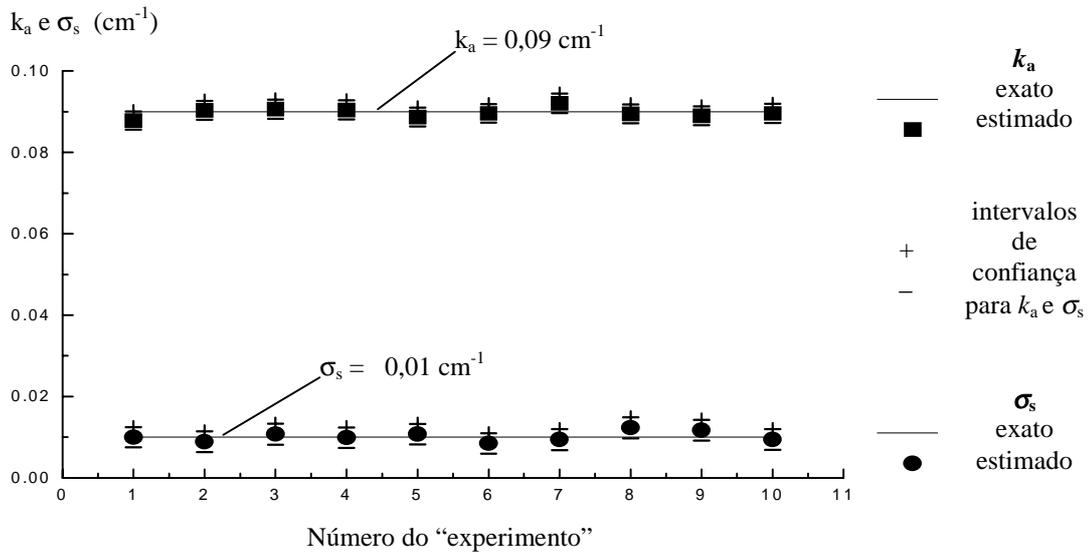


Figura 2 – Estimativas e intervalos de confiança para k_a e σ_s com $\bar{\sigma} = 0,005$.

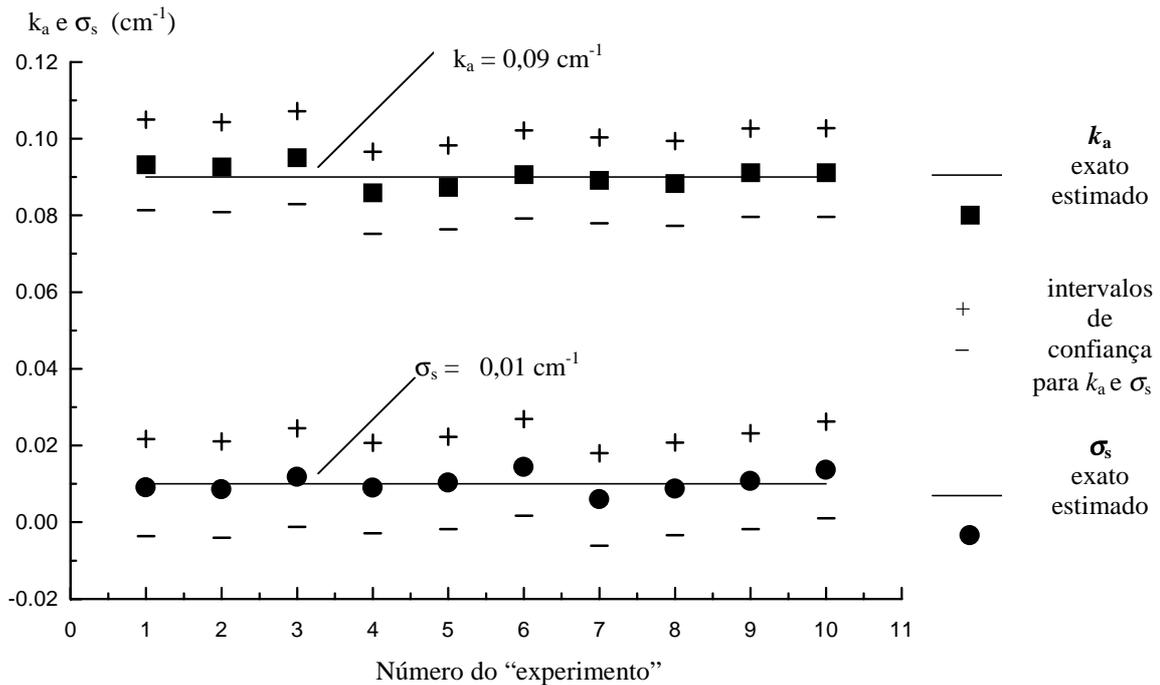


Figura 3 – Estimativas e intervalos de confiança para k_a e σ_s com $\bar{\sigma} = 0,02$

Para todos os casos-teste realizados foram consideradas quatro placas de espessuras: 5, 10, 15 e 20 cm. Levando em consideração estas espessuras físicas e as faixas de valores para (σ_s, k_a) de $0,01$ a $0,45 \text{ cm}^{-1}$, foram simulados, portanto, experimentos com meios altamente absorvedores, $\omega \approx 0,02$, e meios altamente espalhadores, $\omega \approx 0,978$, assim como meios opticamente finos, $\tau_0 \approx 0,5$, e meios opticamente espessos, $\tau_0 \approx 18$.

Tabela 1. Casos-teste realizados. (σ_s, k_a) em cm^{-1}

Caso Teste	Estimativa Inicial	Valores Exatos
1	(0,1; 0,1)	(0,01; 0,09), (0,05; 0,45), (0,09; 0,01), (0,45; 0,05), (0,45; 0,45)
2	(0,01; 0,09)	(0,05; 0,45), (0,09; 0,01), (0,45; 0,05), (0,45; 0,45)
3	(0,05; 0,45)	(0,45; 0,05), (0,45; 0,45)
4	(0,09; 0,01)	(0,01; 0,09), (0,05; 0,45), (0,45; 0,05), (0,45; 0,45)
5	(0,45; 0,05)	(0,01; 0,09), (0,05; 0,45), (0,09; 0,01), (0,45; 0,45)
6	(0,45; 0,45)	(0,05; 0,45)

Na Tabela 2 são apresentadas as faixas de variação para o albedo de espalhamento simples e para a espessura óptica do meio considerando as espessuras físicas de 5 a 20 cm e os valores para os coeficientes de absorção e espalhamento apresentados na Tabela 1.

Fora dos valores aqui considerados é possível que dificuldades mais sérias ocorram na solução do problema inverso porque as medidas experimentais da reflectividade hemisférica e/ou transmissividade podem ficar relativamente pequenas, ou seja, da ordem de grandeza do ruído experimental.

Tabela 2. Faixa de variação para o albedo de espalhamento simples e para a espessura óptica.

		L			
		5 cm		20 cm	
k_a (cm^{-1})	σ_s (cm^{-1})	0,01	0,45	0,01	0,45
0,01		$\omega = 0,5$ $\tau_0 = 0,1$	$\omega = 0,022$ $\tau_0 = 2,3$	$\omega = 0,5$ $\tau_0 = 4,0$	$\omega = 0,022$ $\tau_0 = 9,2$
0,45		$\omega = 0,978$ $\tau_0 = 2,3$	$\omega = 0,5$ $\tau_0 = 4,5$	$\omega = 0,022$ $\tau_0 = 9,2$	$\omega = 0,5$ $\tau_0 = 18$

Uma análise dos coeficientes de sensibilidade (Silva Neto e Moura Neto, 1999), que estão relacionados aos elementos da matriz Jacobiana, Eq. (10), e conseqüentemente com o condicionamento do problema, fornecem uma indicação clara quando a dificuldade na solução do problema inverso está associada à situação física sob investigação. Esta análise não foi realizada neste trabalho porque foi possível obter a solução do problema inverso para uma faixa ampla dos diversos parâmetros envolvidos mesmo quando são considerados dados experimentais simulados com um nível significativo de ruído.

Para a obtenção dos resultados para cada caso-teste foi necessário um número inferior a 20 iterações do método de Levenberg-Marquardt, o que levou a um tempo de CPU da ordem de trinta segundos para um computador IBM compatível com processador Pentium II, 400 MHz.

REFERÊNCIAS

- Barichello, L. B., Garcia, R. D. M. e Siewert, C. E., 1997, On inverse boundary – condition problems in radiative transfer, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 57, n. 3, pp. 405-410.
- Beck, J. V., 1988, Combined parameter and function estimation in heat transfer with application to contact conductance, *Journal of Heat Transfer*, vol. 110, pp. 1046-1058.
- Carita Montero, R. F., Roberty, N. C. e Silva Neto, A. J., 1999, Natural base construction for absorption coefficient estimation in heterogeneous participating media with divergent beams, *Proc. 3rd International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice*, Port Ludlow, USA.
- Carita Montero, R. F., Roberty, N. C. e Silva Neto, A. J., 2000, Absorption coefficient estimation in two-dimensional participating media using a base constructed with divergent beams, *34th National Heat transfer Conference*, Pittsburgh, USA.
- Flach, G. P. e Özisik, M. N., 1989, Inverse heat conduction problem of simultaneously estimating spatially varying thermal conductivity and heat capacity per unit volume, *Numerical Heat Transfer*, vol. 16, pp. 249-266.
- Fukshansky – Kazarinova, N., Fukshansky, L., Kühl, M. e Jorgensen, B. B., 1998, Solution of the inverse problem of radiative transfer on the basis of measured internal fluxes, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, vol. 59, n. 1/2, pp. 77-89.
- Gallant, A. R., 1987, *Nonlinear Statistical Models*, Wiley, New York.
- Huang, C. H. e Özisik, M. N., 1990, A direct integration approach for simultaneously estimating spatially varying thermal conductivity and heat capacity, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, vol. 11, pp. 262-268.
- Kauati, A. T., Silva Neto, A. J. e Roberty, N. C., 1999, A source detector methodology for the construction and solution of the one-dimensional inverse transport equation, *Proc. 3rd International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice*, Port Ludlow, USA.
- Kauati, A. T., Silva Neto, A. J. e Roberty, N. C., 2000a, Uso da técnica fonte-detetor em tomografia com espalhamento anisotrópico, *Anas do XVII Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica*, Florianópolis, Santa Catarina.
- Li, H. Y. e Yang, C. Y., 1997, A genetic algorithm for inverse radiation problems, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 40, n. 7, pp. 1545-1549.
- Li, H. Y. e Özisik, M. N., 1993, Inverse radiation problem for simultaneous estimation of temperatura profile and surface reflectivity, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, vol. 7, n. 1, pp. 88-93.
- Lii, C. C., e Özisik, M. N., 1973, Hemispherical reflectivity and transmissivity of na absorbing, isotropically scattering slab with a reflecting boundary, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 16, pp. 685-690.
- Moura Neto, F. D. e Silva Neto, A. J., 1999, Solução da equação de transporte unidimensional com separação do operador e com fator integrante, *XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Águas de Lindóia, São Paulo.
- Özisik, M. N., 1973, *Radiative Transfer and Interactions with Conduction and Convection*, Wiley-Interscience, New York.
- Özisik, M. N. e Yener, Y., 1982, The Galerkin method for solving radiation transfer in plane-parallel participating media, *Journal of Heat Transfer*, vol. 104, pp. 3511-3514.
- Pinheiro, R. P. F., Moura Neto, F. D. e Silva Neto, A. J., 2000, Solução da equação de Boltzmann com separação do operador e fator integrante em um meio unidimensional com fonte interna e superfícies refletoras, *Anais do VIII Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas*, Porto Alegre, Brasil.

- Silva Neto, A. J. e Moura Neto, F. D., 1999, Escolha de modelos – problemas inversos em engenharia, Notas de Aula do Minicurso Técnico MCO5, XXII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, Santos, Brasil.
- Silva Neto, A. J. e Özisik, M. N., 1995, An inverse problem of simultaneous estimation of radiation phase function, albedo and optical thickness, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, vol. 53, n. 4, pp. 397-409.
- Silva Neto, A. J. e Özisik, M. N., 1993, An inverse problem of estimating thermal conductivity, optical thickness, and single scattering albedo of semitransparent medium, 1st International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice, Flórida, Estados Unidos, pp. 267-273.
- Silva Neto, A. J. e Roberty, N. C., 1998, Uma comparação do método de ordenadas discretas com outras técnicas para a solução da equação de transporte unidimensional, VII Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas, vol. II, pp. 878-883, Rio de Janeiro.
- Silva Neto, A. J. e Roberty, N. C., 1998a, A abordagem fonte-detector na solução de problemas inversos em meios participantes, Anais do V Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, vol. III, pp. 340-347, Fortaleza, Brasil.
- Silva Neto, A. J. e Roberty, N. C., 1998b, A modelagem da tomografia com espalhamento como um problema inverso, Anais do IV Fórum Nacional de Ciência e Tecnologia em Saúde, pp. 317-318, Curitiba, Brasil.
- Silva Neto, A. J. e Roberty, N. C., 1999, Uso da solução de problemas inversos no projeto e desenvolvimento de equipamentos para engenharia e medicina, Anais do VII Congresso Geral de Energia Nuclear, Belo Horizonte, Brasil.
- Viskanta, R. e Mengüç, M. P., 1989, Radiative transfer in dispersed media, Appl. Mech. Rev., vol. 42, n. 9.

ESTIMATION OF RADIATIVE PROPERTIES OF SEMITRANSSPARENT MEDIA USING THE HEMISPHERICAL REFLECTIVITY AND TRANSMISSIVITY

Abstract. In this work is solved an inverse radiative transfer problem for the simultaneous estimation of the absorption and scattering coefficients of one-dimensional homogeneous semitransparent participating media, with isotropic scattering, gray (no spectral dependency) and with transparent boundaries, using the Levenberg-Marquardt method and experimental data on the hemispherical reflectivity and transmissivity. Results are presented for some simulations using synthetic experimental data.

Key-words: *Inverse problems, Radiative transfer, Absorption coefficient, Scattering coefficient, Levenberg-Marquardt.*