

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA CLASSIFICAÇÃO DE PARTÍCULAS SÓLIDAS EM HIDROCICLONES

Juan Romero - jromero@lncc.br

Laboratório Nacional de Computação Científica LNCC,
Petropolis - Rio de Janeiro - RJ, BRASIL

Rubens Sampaio - rsampaio@mec.puc-rio.br

Departamento de Engenharia Mecânica-PUC-Rio
Rua Marquês de São Vicente 225 - Gávea, 22453-900
Rio de Janeiro - RJ, BRASIL

***Resumo.** Apresenta-se um modelo numérico para quantificar a eficiência de classificação de um hidrociclone. Este modelo é aplicado a soluções diluídas, onde é possível desacoplar as equações que governam o escoamento das fases líquida e sólida. Pelas características do escoamento forma-se um núcleo de ar que é modelada como uma superfície livre. Esta interface é caracterizada como sendo do tipo Young-Laplace e sua localização é calculada, além de calcular-se os campos de velocidade e pressão. A dinâmica de cada partícula sólida é calculada e sua trajetória no hidrociclone é traçada. Quantificando a fração de partículas alimentadas que saem pela descarga para diferentes tamanhos de partícula, é construída a curva de seletividade, que caracteriza a eficiência de classificação de um hidrociclone. Simulações numéricas e comparações com os dados experimentais foram realizadas que validam o modelo apresentado.*

***Palavras chaves:** Hidrociclones, Classificação, Seletividade*

1. INTRODUÇÃO

O uso do hidrociclone como um equipamento de classificação de partículas é comum na indústria. Uma mistura de fluido e partículas sólidas é injetada tangencialmente criando um forte movimento rotacional no interior do equipamento, gerando um campo centrífugo. Devido a este campo, as partículas suspensas no fluido tendem a deslocar-se em direção às paredes do equipamento. Este mecanismo é utilizado para classificar as partículas suspensas pelo seu tamanho, as finas sairão pela parte superior, enquanto as mais grossas sairão pela parte inferior.

Com a alta velocidade tangencial do fluido a pressão diminui, chegando a valores menores que a pressão atmosférica na parte central do equipamento, gerando uma região de baixas pressões e ocasionando assim a formação de um núcleo de ar ao longo da linha central. Devido a falta de conhecimento sobre a natureza desta interface que limita o núcleo de ar, nos modelos usuais aplicados a um hidrociclone, esta interface é modelada como uma superfície

cilíndrica fixa, o que simplifica o problema. Elimina-se a dificuldade do cálculo de uma fronteira desconhecida que faz variar o domínio. Porém, utilizar esta simplificação pode levar a resultados não realistas (Barrientos et al,1996).

Na maioria dos casos, o produto de classificação está constituído por duas frações, uma integrada pelas partículas grossas e a outra pelas partículas finas. A fração grossa recebe o nome de descarga enquanto que a fração fina denomina-se rebalse. Em uma operação perfeita os produtos de descarga e rebalse ficarão separados de tal forma que a descarga contém todo o produto maior de um certo tamanho, denominado tamanho de separação (d_{50}) e no rebalse todo material menor que este tamanho. Os equipamentos de classificação ou classificadores em geral não produzem uma operação perfeita. Partículas do mesmo tamanho e de mesmas propriedades físicas tais como, forma e densidade, receberão diferentes ações de classificação no mesmo equipamento devido a condições de entrada e a turbulência.

Com a introdução de partículas sólidas no líquido, a suspensão resultante tem propriedades distintas do líquido inicial, que variam com a concentração de sólidos, surgindo restrições para a validade da simulação do escoamento. Considera-se a suspensão como um fluido newtoniano, esta hipótese parece adequada para suspensões diluídas ($< 10\%$ em peso da fase sólida). Neste caso é possível desacoplar o problema do escoamento da dinâmica da fase sólida, ou seja, primeiro simula-se os campos de velocidade e pressão, seguidamente com este resultados é possível traçar as trajetórias das partículas segundo seu tamanho. Quantificando a fração de partículas introduzidas na alimentação que saem pela descarga ou rebalse, é possível construir a curva de classificação.

No presente trabalho, é apresentado uma metodologia para estimar a eficiência de classificação em um hidrociclone, baseado na análises das trajetórias das partículas sólidas.

2. CLASSIFICAÇÃO E CURVA DE SELETIVIDADE

Para descrever mudanças na separação da massa de partículas em um classificador em função das condições de operação é necessário poder quantificar a classificação. Na maioria dos casos o produto de classificação está constituído por duas frações. Denominaremos F , R , D aos fluxos mássicos de alimentação, rebalse e descarga e por f_i , r_i e d_i as frações em massa de partículas no intervalo de tamanho i , respectivamente.

Um balanço de massa total das partículas de tamanho i , no estado permanente, é

$$\left. \begin{aligned} F &= R + D \\ Ff_i &= Rr_i + Dd_i \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

A ação de um classificador pode ser caracterizada mediante um conjunto de parâmetros para cada tamanho de partícula na descarga e no rebalse. Cada um destes parâmetros S_i recebe o nome de seletividade, e fica definido pela razão entre a massa da partícula de tamanho i que é enviada a descarga e a massa total de partículas de tamanho i alimentadas no classificador.

$$S_i = \frac{Dd_i}{Ff_i} \quad (2)$$

A curva obtida plotando a seletividade S_i pelo tamanho x_i , denomina-se curva de Tromp, curva de partição ou curva de seletividade.

2. MODELO MATEMÁTICO DO ESCOAMENTO

Geralmente o escoamento no interior de um hidrociclone é tridimensional e turbulento. Este escoamento é descrito por velocidades e pressões médias. O fluido é uma suspensão de partículas sólidas em um líquido. Para uma baixa concentração de sólidos (< 10 %) esta mistura pode ser considerada como um fluido newtoniano. Exceto nas regiões de entrada, o fluxo pode ser considerado como axisimétrico, o que reduz a complexidade do problema. Logo as hipóteses iniciais para a simplificação do tratamento dado à simulação do escoamento em um hidrociclone são: fluido newtoniano e incompressível satisfazendo a equação de Navier-Stokes, escoamento em regime permanente, turbulento e axisimétrico, e a superfície do núcleo de ar formada na operação do hidrociclone é uma interface do tipo Young-Laplace. Portanto as equações que governam o movimento do fluido no domínio Ω (Fig. 1.a), são as equações de conservação de massa e conservação de quantidade de movimento:

Conservação de massa:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad \text{em } \Omega \quad (3)$$

Conservação da quantidade de movimento:

$$\rho \nabla \cdot (\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{v}} + \rho \overline{(\mathbf{v}' \otimes \mathbf{v}')} + \mathbf{b} \quad \text{em } \Omega \quad (4)$$

onde \mathbf{v} é o vetor de velocidade média, p é a pressão média, μ a viscosidade do fluido, \mathbf{b} é a força de corpo externa.

Ao aplicar a decomposição de Reynolds e tomar a média temporal, surge um termo adicional $\rho \overline{(\mathbf{v}' \otimes \mathbf{v}')}$, o tensor das tensões aparentes de Reynolds, que necessita ser modelado através de um modelo de turbulência para fechar o problema (Lauder et l. 1975).

2.1 Condições de fronteira

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{v} = \mathbf{v}_{al}, P = p_{al} \quad \text{em } \partial\Omega_1 \\ \mathbf{v} = 0 \quad \text{em } \partial\Omega_2 \\ p = p_0 \quad \text{em } \partial\Omega_{3,4} \end{array} \right\} \quad (5)$$

Na interface líquido-ar localizado em $r = R_a$ (R_a sendo um parâmetro a ser calculado), consideramos a condição cinemática e a do salto das tensões normais (Romero, 1997).

$$\left. \begin{array}{l} v_r = 0 \\ p - p_0 - 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} = -\frac{\sigma}{R_a} \end{array} \right\} \text{em } \partial\Omega_5 \quad (6)$$

onde σ é a tensão superficial e R_a o raio do núcleo de ar.

Esta última condição é utilizada para localizar a posição da interface livre. (Romero, 1997).

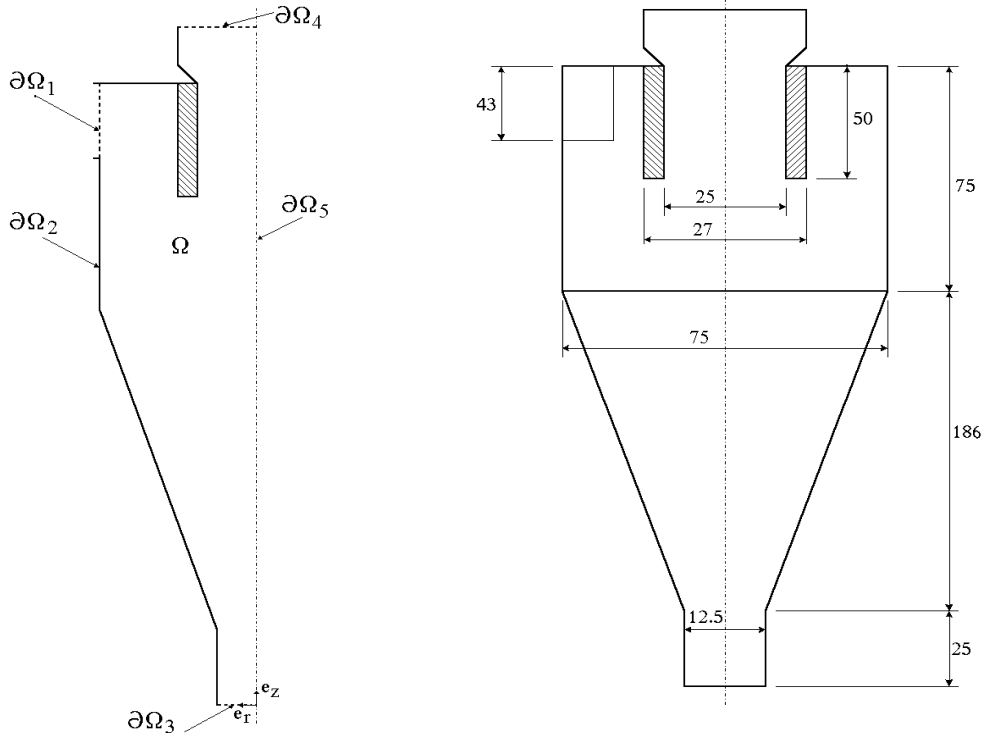


Figura 1 a) - Geometria do domínio Ω b) - Geometria do hidrociclone de 75 mm.

3. DINÂMICA DA PARTÍCULA SÓLIDA

Em baixas concentrações de partículas sólidas na suspensão, pode-se considerar que o movimento de uma partícula não é afetado pelas outras partículas. Podemos portanto analisá-lo como o movimento de corpo sólido submerso num fluido.

A dinâmica da partícula é obtida através da caracterização das forças que nela atuam. Uma destas forças é a força exercida pelo fluido que se opõe ao movimento da partícula, a força de arraste (F_D) de difícil caracterização. A forma convencional de expressar a força de arraste em uma partícula esférica é:

$$F_D = \frac{1}{2} C_D A \rho_m |\bar{v}|^2 \frac{\bar{v}}{|\bar{v}|} \quad (7)$$

onde \bar{v} é a velocidade relativa entre partícula e fluido, ρ_m é a densidade da suspensão, A a área projetada da partícula (na direção do movimento da partícula), e C_D o coeficiente de arraste.

Para partículas grandes movendo-se rapidamente, a força de arraste é principalmente devida a inércia do fluido e o coeficiente de arraste praticamente se mantém constante. Para partículas pequenas movendo-se vagorosamente, a força de arraste é principalmente devida às forças viscosas. O coeficiente de arraste é então dependente do número de Reynolds da partícula (Re_p), que caracteriza o escoamento ao redor da partícula e é dado por:

$$Re_p = \frac{\rho_l d_p |\bar{v}|}{\mu_m} \quad (8)$$

onde μ_m é a viscosidade da suspensão e d_p é o diâmetro equivalente da partícula.

O escoamento pode ser dividido em três regiões ou tipos de regimes em função do número de Reynolds (Re_p).

- Escoamento Lento ($Re_p < 0.2$)

Para um escoamento com número de Reynolds abaixo de 0.2 o escoamento é laminar onde as forças de inércia podem ser desprezadas. A força de arraste pode ser representada pela lei de Stokes:

$$F_D = 3\pi\mu_m d_p \bar{v} \quad (9)$$

manipulando a equação (9) e comparando com a equação (7), obtêm-se uma expressão para o coeficiente de arraste (C_D)

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \quad (10)$$

- Escoamento intermediário ($0.2 \leq Re_p \leq 500$)

Região conhecida como região de transição, onde o coeficiente de arraste é aproximado através de correlações empíricas, como a expressão dada por Hsieh (1988).

$$C_D = \frac{18.5}{(Re_p)^{0.6}} \quad (11)$$

- Reynolds alto ($500 \leq Re_p \leq 2000$)

Para número de Reynolds alto o coeficiente de arraste é quase constante. Esta região é conhecida como região de Newton, onde prevalecem as forças de inércia.

$$C_D = 0.44 \quad (12)$$

As expressões para o coeficiente de arraste mencionadas anteriormente são válidas somente para um fluido newtoniano, isto é, suspensões diluídas. Para suspensões mais densas o comportamento é não-newtoniano. Assim, as Equações (10 - 12) não são mais válidas.

3.1 Dinâmica de uma partícula sólida

A equação de movimento para uma partícula sólida é expressa classicamente através de

$$m \frac{dv_p}{dt} = (\rho_p - \rho_f) V a - F_D \quad (13)$$

onde m , V , ρ_p e v_p são a massa, o volume, a densidade e a velocidade da partícula, ρ_f a densidade do fluido, F_D a força de arraste exercida pelo fluido sobre a partícula e a a intensidade do campo exterior.

O número de Reynolds da partícula sólida (Re_p) nas aplicações comuns do hidrociclone é usualmente menor que 1, e é muito raro que seja maior que 10. Para aplicações de hidrociclones relacionadas à separação de partículas finas, o número de Reynolds (Re_p) é

bastante baixo, menor que 0.2. Devido aos valores baixos de d_p e $|\bar{v}|$, é portanto razoável utilizar a lei de Stokes para caracterizar a força de arraste (F_D), substituindo a Equação (7) em (13), obtém-se:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} &= \frac{\Delta\rho}{\rho_p} \mathbf{a} - \frac{18\mu_m}{\rho_p d_p^2} (\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_f) \\ \mathbf{v}_p &= 0 \quad \text{para } t = 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

onde \mathbf{v}_p é a velocidade da partícula sólida, \mathbf{v}_f a velocidade do fluido e $\Delta\rho = \rho_p - \rho_m$. da equação diferencial anterior, obtemos:

$$\mathbf{v}_p(t) = \left(\frac{\Delta\rho d_p^2}{18\mu_m} \mathbf{a} + \mathbf{v}_f \right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau^*}} \right) + \mathbf{v}_0 e^{-\frac{t}{\tau^*}} \quad (15)$$

onde $\tau^* = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_m}$, chamado de tempo de relaxação da partícula.

A equação (15) é exponencial no tempo. Assim, a velocidade relativa ($\mathbf{v}_p(t) - \mathbf{v}_f$) tende a um valor conhecido como velocidade terminal (\mathbf{v}_t), também chamada velocidade de decantação. Na solução da equação (14), supõe-se que o campo de aceleração \mathbf{a} é constante, assim:

$$\mathbf{v}_t = \frac{\Delta\rho d_p^2}{18\mu_m} \mathbf{a} \quad (16)$$

Como o tempo necessário para a partícula atingir a sua velocidade terminal (digamos 99% desta), ou seja, para um tempo $t = 4.6\tau^*$ é bastante curto, da ordem dos milissegundos, é usual para aplicações práticas na engenharia desprezar o tempo de aceleração e supor que todas as partículas sólidas se movimentam em todo instante com sua respectiva velocidade terminal. Isto é abrangente para campos de aceleração constante como a gravidade, assim como para a aceleração centrífuga, que é variável com a posição da partícula.

3.2 Trajetória de uma partícula

Considerando que os campos de aceleração externa que atuam na partícula são o campo gravitacional e o campo devido à aceleração centrífuga, temos:

$$\mathbf{a} = -g \mathbf{e}_z + \frac{w_f^2}{r} \mathbf{e}_r \quad (17)$$

como não existem forças significativas atuando na partícula na direção tangencial podemos supor que a partícula se movimenta com a mesma velocidade que a do fluido nesta direção ($w_p - w_f = 0$).

Se o escoamento ao redor da partícula ocorre no regime de Stokes, isto é, $Re_p < 0.2$, a velocidade relativa entre a partícula e o fluido pode ser aproximada utilizando-se a equação (16):

$$\left. \begin{aligned} v_p &= v_f + \frac{\Delta\rho d_p^2}{18\mu_m} g \\ v_p &= v_f + \frac{\Delta\rho d_p^2}{18\mu_m} \frac{w_f^2}{r} \\ w_p &= w_f \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

onde u_p , v_p e w_p são as componentes do vetor velocidade da partícula sólida, e u_f , v_f e w_f são as componentes do vetor velocidade do fluido.

Quando o número de Reynolds da partícula (Re_p) é maior que 0.2 se faz necessário utilizar a forma geral para caracterizar a força de arraste Eq. (7). Neste caso ainda supõe-se que as forças atuantes na partícula atingem o equilíbrio em todo instante, então utilizando a Eq. (7) na equação (13), e considerando que $\frac{dv}{dt} = 0$, tem-se que:

$$\frac{1}{2} C_D A \rho_m |\vec{v}| v = -\Delta\rho \frac{\pi d_p^3}{6} g e_z + \Delta\rho \frac{\pi d_p^3}{6} \frac{w_f^2}{r} e_r \quad (19)$$

sendo $|\vec{v}| = \left[(u_p - u_f)^2 + (v_p - v_f)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$

A trajetória da partícula é obtida por integração da Eq. (18) ou (19).

3.3 Densidade da suspensão

Três termos estão envolvidos na caracterização da suspensão: densidade de partícula ρ_p , densidade do fluido ρ_f e densidade da própria suspensão ρ_m . A densidade da suspensão pode ser medida diretamente por métodos convencionais. Porém, pode acontecer que as partículas sólidas tendam a sedimentar-se rapidamente gerando erros nas medições. Na prática é possível que seja melhor expressar a densidade da suspensão em termos das densidades da partícula e do fluido e da concentração dos componentes. Então a densidade da suspensão pode ser expressa da seguinte forma:

$$\rho_m = \frac{1}{\frac{C_w}{\rho_p} + \frac{1.0 - C_w}{\rho_f}} \quad (20)$$

sendo: C_w a concentração das partículas sólidas (fração em peso).

A viscosidade da suspensão é normalmente expressa em função da concentração volumétrica (fração em volume) C_v .

A relação entre concentração em volume de sólidos, densidade do fluido e concentração em peso de sólidos é dada por:

$$C_v = \frac{\frac{C_w}{\rho_p}}{\frac{C_w}{\rho_p} + \frac{1.0 - C_w}{\rho_f}} = \frac{C_w \rho_m}{\rho_p} \quad (21)$$

3.4 Viscosidade da suspensão

Um efeito da adição de partículas a um fluido é a mudança da viscosidade. A presença de partículas sólidas aumenta significativamente a viscosidade da suspensão em relação a viscosidade do fluido puro. Em muitos casos a suspensão apresenta um comportamento não-newtoniano. A viscosidade de suspensões diluídas foi matéria de um estudo realizado por Einstein em 1905. Ele conclui que a razão da viscosidade da suspensão pela viscosidade do fluido principal pode ser expressa como:

$$\frac{\mu_m}{\mu_0} = 1.0 + 2.5 C_v \quad (22)$$

onde μ_m é a viscosidade da suspensão, μ_0 é a viscosidade do meio principal e C_v é a fração em volume de partículas sólidas. Supõe-se que a suspensão é diluída e que não existe interação entre partículas. A equação (32) é válida para $C_v < 0.1$.

No presente trabalho utilizamos uma expressão dada por Hsieh (1988), que expressa a viscosidade aparente representativa da suspensão.

$$\frac{\mu_m}{\mu_0} = 1.0 + 2.5 C_v + 10.05 C_v^2 + 0.00273 e^{16.6 C_v} \quad (23)$$

4. PREDIÇÃO DA EFICIÊNCIA DE CLASSIFICAÇÃO

Os modelos desenvolvidos no presente trabalho foram aplicados ao hidrociclone de 75 mm utilizado por Hsieh (1988). Os parâmetros geométricos são dados na Fig. 1.b, os parâmetros de operação são dados na Tabela 1. Estudou-se o caso de uma suspensão de pedra calcária em água, onde ρ_m e μ_m foram calculadas utilizando-se as equações (20) e (23).

Tabela 1 - Parâmetros de operação

Δp (pa)	Q_{al} (lt/s)	ρ_m (kg/m ³)	ρ_m (kg/m ³)	μ_m (cp)	C_{wa}	C_{va}
60000	1.141	1031.0	2650.0	1.0548	0.0488	0.0190

Sendo Δp a pressão de alimentação e Q_{al} a vazão de alimentação.

Em uma primeira fase simulou-se o escoamento no interior do hidrociclone, aproximando-se a localização da interface líquido-ar, utilizando-se o modelo apresentado por Sampaio (1998). Assim este seria uma segunda fase do trabalho anterior. Com o campo de

velocidade correspondente calcula-se as trajetórias das partículas sólidas para diversos tamanhos, quantificando a porcentagem de partículas que saem pela descarga para cada tamanho. Com estes valores construiu-se a curva de seletividade, Fig. 2. No trabalho de Hsieh (1988), as linhas de corrente que ele apresenta não reproduz o esperado: uma a região de recirculação fechada. Na Fig. 3 apresenta-se as linhas de corrente e as projeções das trajetórias das partículas sólidas injetadas na alimentação.

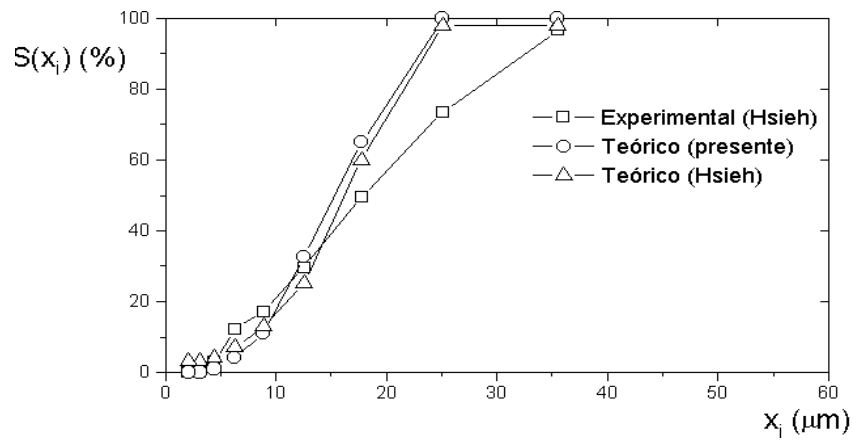


Figura 2 – Curva de seletividade

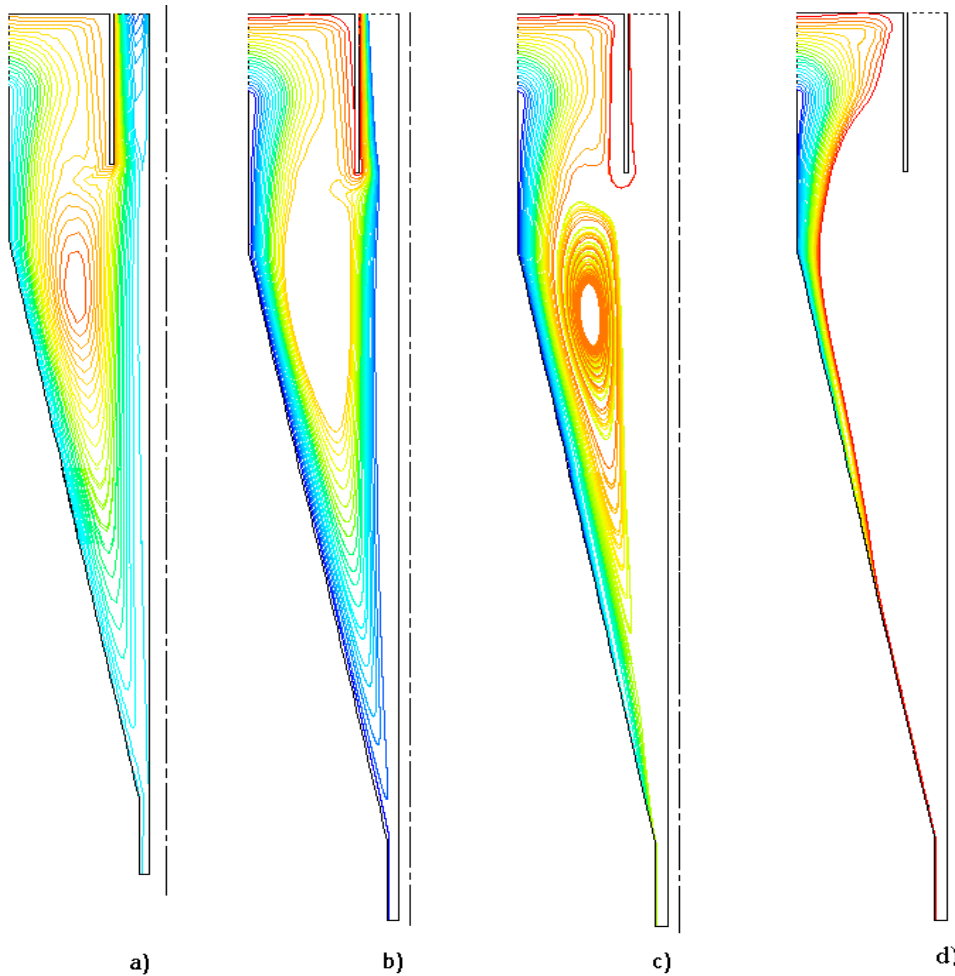


Figura 3 a) - Linhas de corrente , trajetórias da partículas sólidas b) - $d_p=3.13 \mu\text{m}$ c) - $d_p=17.74 \mu\text{m}$ d) - $d_p=35.50 \mu\text{m}$

5. CONCLUSÕES

As considerações teóricas para estimar as propriedades reológicas da suspensão e a dinâmica da partícula sólida, assim como a localização do núcleo de ar para a simulação do escoamento, desenvolvidas no presente trabalho, nos permite ter uma ferramenta bastante confiável para a estimativa da eficiência de classificação em hidrociclones.

A difusão turbulenta deve ter uma grande influencia nas características da interação sólido - fluido, assim o movimento randomico do fluido que rodeia a partícula sólida deve afetar o seu movimento, isto deve ser mais acentuado para as partículas menores, de inércia menor. Como se observa na Figura 3.d) das trajetórias, as partículas maiores são rapidamente classificadas, sendo menos sensível ao efeito da turbulência.

6. REFERÊNCIAS

- Barrientos, A., and Concha, F., 1992, Phenomenological model of classification in conventional Hydrocyclone, In Proceeding of the 21 Annual Conference of AIME, Chapter 21, pp. 287-305.
- Barrientos, A., Sampaio, R. and Concha F., 1993, Effect of the Air Core on the Performance of a Hydrocyclone, Proc. XVIII Int. Miner. Cong., Sydney, Australia, pp. 267-270.
- Concha F., Barrientos A., Montero J. and Sampaio R., 1993, Air Core and Roping in Hydrocyclones, International Journal of Mineral Processing, Vol. 44-45, pp. 743-749.
- Hsieh K T., 1988, Phenomenological Model of the Hydrocyclones, Ph. D. Thesis, University of Utah, Utah, USA.
- Launder B., Reege G. and Rodi W., 1975, The Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure, J. Fluid Mech., Vol. 68, pp. 537-566.
- Rajamani R. and Devullapali, B., 1993, Hydrodynamic Modelling of Swirling Flow and Particle Classification in Large-Scale Hydrocyclones, Kona, Vol. 12, 95-104.
- Romero, J., 1997, Modelagem Matemática, Simulação e Ajuste do Modelo de um Hidrociclone, Dr. Sc. Thesis, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil.
- Sampaio R. e Romero J., 1998, Modelo Matemático para Escoamentos em Hidrociclones, ENCIT 98, Rio de Janeiro, Brasil. pp. 867-871.

NUMERICAL SIMULATION OF THE SOLID PARTICLES CLASSIFICATION IN HYDROCYCLONES

***Abstract.** We presented a numerical model to quantify the classification efficiency of a hydrocyclone. This model is applied to diluted solutions, where it is possible uncoupled the equations that govern the flow of the liquid and solid phases. For the characteristic flow is formed a air core that is modeled as a free surface. This interface is characterized as being of the Young-Laplace type and its location is calculated, besides calculating the velocity and pressure fields. The dynamics of each solid particle is calculated and its trajectory in the hydrocyclon is traced. Quantifying the fraction of fed particles that leaves for the discharge for different particle sizes the selectivity curve it is built, that characterizes the efficiency of classification of a hydrocyclon. made numerical simulations and compare with the experimental data that validate the presented model.*

Key words: Hydrocyclones, Classification, Selectivity