

## MEDIÇÕES DE VAZÃO UTILIZANDO O MÉTODO DE PRESSÃO-TEMPO

**Idalberto Ferreira de Ataídes** – ifa@facintr.com.br

Centro Universitário do Triângulo (UNIT)

38411-186 – Av. Rafael Marino Neto, 600

Jardim Karaíba – Uberlândia – MG

**Carlos Roberto Ribeiro** – cribeiro@mecanica.ufu.br

**Aristeu da Silveira Neto** – aristeus@mecanica.ufu.br

Universidade Federal de Uberlândia (UFU)

Faculdade de Engenharia Mecânica (FEMEC)

38400-902 – Santa Mônica – Uberlândia - MG

***Resumo.** Quando da inauguração de uma usina hidrelétrica, faz-se necessário a obtenção das curvas de rendimento das turbinas, nas suas várias faixas de operação, com o propósito de se confirmar os parâmetros de projeto ou mesmo para servir como suporte em eventuais exigências de garantias junto aos fabricantes. Para isto, é preciso obter-se as vazões de água na entrada das turbinas. O método de Pressão-Tempo (ou de Gibson) para a determinação da vazão é uma opção que apresenta algumas vantagens em relação aos métodos apresentados nas normas técnicas, podendo oferecer alta precisão a custo relativamente baixo. Neste artigo, apresenta-se os fundamentos teóricos do método de Gibson, sua implementação em laboratório, destacando-se os principais problemas enfrentados tais como contaminação por ruídos, filtragem numérica do sinal e calibração dos sensores de pressão, dentre outros. Realiza-se ainda uma comparação dos seus resultados com outros obtidos através de um método direto tradicional.*

***Palavras-chave:** Vazão, Gibson, Pressão - tempo, Calibração, Volume - tempo.*

### 1. INTRODUÇÃO

O método de Gibson para medição de vazão é aplicável a escoamentos de água em condutos forçados de seção transversal uniforme ou convergente. É baseado nas relações entre as variações de pressão e de velocidade de um escoamento, submetido a uma onda de pressão que se propaga durante um transiente hidráulico (ASME,1978).

Neste método, também chamado de pressão – tempo, registra-se a pressão diferencial existente entre dois anéis piezométricos instalados ao longo de um conduto retilíneo forçado. O escoamento é levado ao repouso, a partir de uma condição de regime permanente inicial, fechando-se uma válvula posicionada na extremidade à jusante da tubulação. Antes do fechamento, há uma pequena diferença de pressão entre os dois anéis (Fig. 1), com o anel de jusante indicando uma pressão menor. Durante o fechamento, a diferença de pressão aumenta

significativamente, com o anel de jusante indicando agora uma pressão mais alta. Se houver um completo fechamento da válvula, as alturas piezométricas, agindo nos dois anéis, tornam-se iguais. A integral da curva de diferença de pressão com respeito ao tempo está relacionada à variação total do fluxo de quantidade de movimento durante o fechamento da válvula, que por sua vez, depende da vazão no regime permanente que havia antes do início do fechamento da válvula, da geometria interna do conduto entre os anéis piezométricos e do coeficiente de atrito (Almquist & Kirkpatrick, 1986; Ataídes, 1999).

## 2. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO DO MÉTODO DE PRESSÃO-TEMPO

Considere as Eqs. (1) e (2) que são, respectivamente, as equações da quantidade de movimento e da continuidade para um escoamento isotérmico de água em um conduto forçado (Ataídes, 1999):

$$V_t + VV_x + gH_x + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (1)$$

$$H_t + VH_x + \frac{a^2}{g}V_x = 0, \quad (2)$$

onde  $H_x = \frac{\partial H}{\partial x}$ ,  $H_t = \frac{\partial H}{\partial t}$ ,  $V_x = \frac{\partial V}{\partial x}$  e  $V_t = \frac{\partial V}{\partial t}$ .

Estas expressões são válidas quando: a) As pressões e velocidades são consideradas constantes ao longo da seção transversal do tubo, caracterizando-se um escoamento unidimensional; b) As deformações do conduto e do líquido ocorrem dentro do regime elástico; c) Não há ocorrência de vaporização do líquido (cavitação); d) A variação da energia cinética específica é desprezível em relação à variação das demais formas de energia.

Nas Eqs. (1) e (2),  $a$  representa a celeridade da onda de pressão,  $D$  representa o diâmetro interno do conduto,  $f$  é o coeficiente de atrito de Darcy Weisbach,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $H$  é a altura piezométrica e  $V$  é a velocidade da água na direção longitudinal  $x$ .

### 2.1. Manobra lenta

Considere as Eqs. (1) e (2). No caso de  $\dot{H} = H_t + VH_x$  pequeno e de  $g \ll a$ , a equação da continuidade torna-se  $V_x \cong 0$  (Ataídes, 1999).

Esta condição é denominada manobra lenta e indica que o fluido se deslocará na tubulação como um bloco rígido. Substitui-se  $V = V(t)$  na Eq. (1) e realiza-se, posteriormente, uma integração dupla desde um tempo inicial  $t_i$  até um tempo final  $t_f$ , e no espaço, da posição  $u$  até  $d$  (Fig. 1). Admitindo-se que a vazão no volume de controle seja invariante com  $x$  (fluido incompressível, de densidade uniforme e paredes do tubo rígidas), obtém-se:

$$(Q_i - Q_f) \frac{L}{A} = \int_{t_i}^{t_f} \left[ \frac{Q|Q|}{2} \int_{xu}^{xd} \frac{f}{A^2 D} dx + g(H_d - H_u) \right] dt. \quad (3)$$

Em regime permanente, as grandezas:

$$Q = Q_i = Q_f, \quad H_d = H_{di} \quad e \quad H_u = H_{ui},$$

não variam com o tempo. Admitindo-se a hipótese de que o coeficiente de atrito no regime transiente seja constante e igual ao do regime permanente ( $f = f_i$ ) e ainda  $\Delta h = H_d - H_u$  e  $\Delta h_i = H_{di} - H_{ui}$ , obtém-se:

$$Q_i - Q_f = \frac{gA}{L} \int_{t_i}^{t_f} \left( \Delta h - \frac{Q|Q|}{Q_i|Q_i|} \Delta h_i \right) dt. \quad (4)$$

Esta é a expressão usada na aplicação do método de Gibson para determinação da vazão de um fluido incompressível em condutos forçados inelásticos.

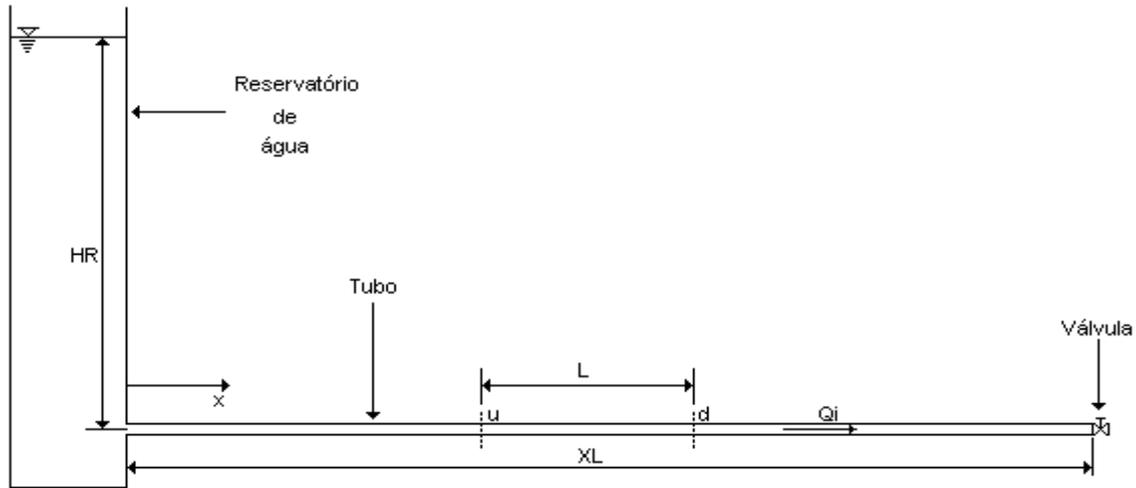


Figura 1 – Representação esquemática de um sistema composto por um reservatório, uma tubulação, uma válvula e as seções *u* e *d* para colocação dos anéis piezométricos.

## 2.2. Considerações numéricas do método de Gibson

Para se resolver numericamente a Eq. (4), isto é, obter-se a evolução da vazão  $Q$ , ao longo do tempo, a partir do registro temporal de  $\Delta h$ , é necessário adotar-se uma condição inicial  $Q_i$ , que é o objetivo principal do método de Gibson. Isto exige um procedimento iterativo em que valores sucessivos de  $Q_i$  são admitidos, até que se obtenha uma curva de vazão que se anula após o fechamento da válvula, isto é,  $Q_f = 0$ .

Considerando, segundo Wylie (1983), que

$$\int R|Q|Q dt \cong R|Q_n|Q_{n+1}\Delta t, \quad (5)$$

onde, segundo Ataídes et al. (1999),  $R = \frac{\Delta h_i}{Q_i|Q_i|}$ ,  $\Delta t = t_{n+1} - t_n$  e  $\Delta h = \frac{\Delta h_n + \Delta h_{n+1}}{2}$ , a

integração da Eq. (4), entre dois instantes sucessivos, resulta em:

$$Q_n - Q_{n+1} = \frac{gA}{L} \frac{\Delta h_n + \Delta h_{n+1}}{2} \Delta t - \frac{gA}{L} \frac{\Delta h_i}{Q_i|Q_i|} \Delta t |Q_n|Q_{n+1}. \quad (6)$$

A Eq. (6) mostra que a vazão num instante posterior é obtida a partir da vazão no instante atual e do registro temporal da diferença de pressão. O tempo inicial de integração  $t_i$  ( $n=0$ ) deve ser tomado numa posição arbitrária antes do início da manobra da válvula, quando o sistema encontra-se no regime permanente inicial. Nesta situação, a diferença de pressão estática  $\Delta h_n = \Delta h_{n+1}$  é negativa e  $Q_n = Q_{n+1}$ . O tempo final de integração ( $t_f$ ) deverá ser determinado em um instante após o final da manobra da válvula, quando a vazão final  $Q_f$  se anula.

### **3. APLICAÇÃO DO MÉTODO PARA REGISTROS EXPERIMENTAIS DE PRESSÃO-TEMPO**

Os registros de pressão – tempo, a serem utilizados no algoritmo de Gibson, são obtidos via experimentação, aparecendo obstáculos como contaminação do sinal por ruídos, problemas de calibração de sensores de pressão, etc., que são comuns em sistemas reais em funcionamento, como usinas hidrelétricas e redes de distribuição de água.

#### **3.1. Sistema de aquisição de dados**

A aquisição das pressões estáticas ao longo da tubulação é feita utilizando-se um sistema composto, basicamente, pelos seguintes equipamentos:

- Dois transdutores de pressão;
- Uma placa de aquisição de dados instalada em um microcomputador;
- Um programa de aquisição de dados.

Instala-se os sensores de pressão nos anéis piezométricos (Fig. 1). Estes emitem sinais elétricos (volts) proporcionais às pressões estáticas que são desenvolvidas nas posições da tubulação determinadas pela localização dos anéis. O sistema composto pela placa e programa de aquisição de dados registra este sinal elétrico, que é transformado em pressão, utilizando-se as curvas de calibração estática dos transdutores.

#### **3.2. Considerações a respeito do sinal adquirido experimentalmente**

Considere a Fig. 2, onde temos um registro temporal típico de diferença de altura piezométrica entre duas seções ( $u$  e  $d$ ) da tubulação da Fig. 1. Como era de se esperar, este sinal, adquirido experimentalmente, encontra-se contaminado por ruídos, cujas fontes principais são as seguintes:

- Rede elétrica com 60 hz;
- Vibrações estruturais da bancada;
- Instabilidade de várias frequências do escoamento turbulento;
- Oscilação do nível da água do reservatório.

Torna-se necessária, portanto, a filtragem do sinal, que para ser executada exige o prévio estabelecimento de alguns parâmetros, que são:

- Tipo de filtragem: digital ou analógica;
- Conhecimento das frequências características do sistema, usando a transformada rápida de Fourier (*FFT*);
- Tipo e ordem de filtro a ser utilizado;

- A frequência de corte.

A filtragem dos sinais pode ser realizada tanto numericamente como eletronicamente. Nos ensaios realizados em laboratório, verificou-se que bons resultados são obtidos adotando-se filtros digitais. Escolheu-se o filtro digital clássico passa-baixa, tipo Butterworth.

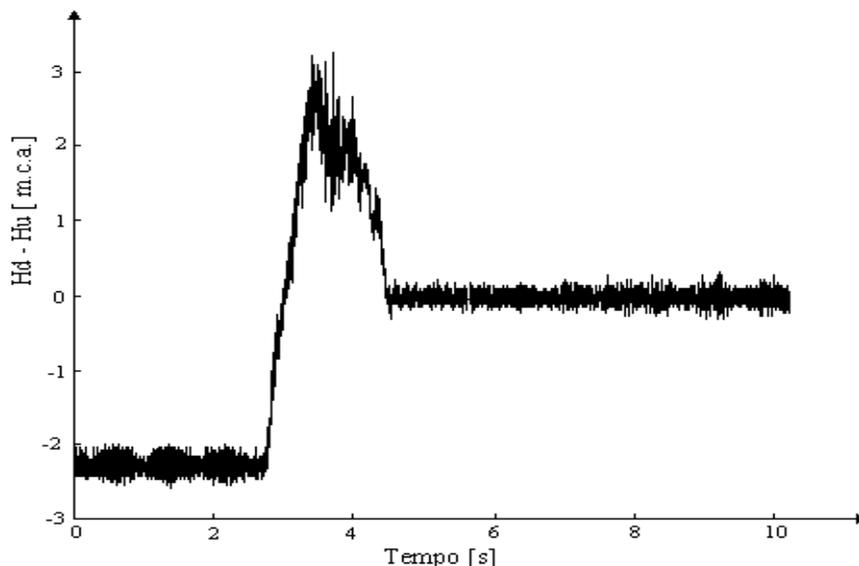


Figura 2 – Sinal contaminado por ruído

Um dos parâmetros fundamentais no projeto do filtro digital é a frequência de corte. Para estimá-la corretamente realizou-se a transformada de Fourier do sinal adquirido em volts, obtendo-se espectros de frequência tais como os da Fig. 3, que foi dividida em duas partes por uma questão de escala. Nota-se que a maior parcela da energia do sinal está concentrada em frequências abaixo de 15 hertz (Fig. 3a). Ocorrem picos em 60 hz e em seus múltiplos, indicando a presença de ruídos oriundos da rede elétrica que alimenta o sistema de aquisição de dados (Fig. 3b).

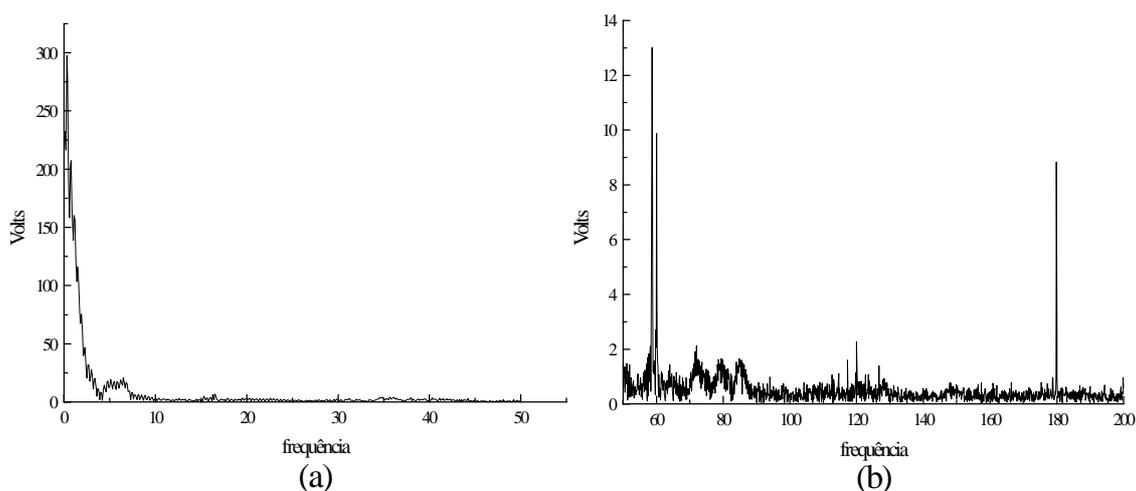


Figura 3 – Transformada de Fourier do sinal adquirido

Utilizando-se, então, um filtro Butterworth, tipo passa-baixa, de segunda ordem, com frequência de corte igual a 15 hertz, obtém-se a Fig. 4. A principal justificativa para a filtragem é o aspecto qualitativo da análise do sinal, pois permite um melhor entendimento do fenômeno, principalmente na identificação do início e do fim da manobra, que são parâmetros fundamentais no cálculo da vazão. Quantitativamente, a filtragem altera muito pouco o cálculo da vazão pelo método de Gibson. Considerando, especificamente, o registro de pressão-tempo da Fig. 4, a vazão calculada a partir do sinal filtrado com frequência de corte igual a 15 hz é 19,35 [m<sup>3</sup>/h] e o valor para o sinal sem filtragem é de 19,36 [m<sup>3</sup>/h]. Uma diferença de 0,052%. Isto foi verificado para todos os arquivos adquiridos e a diferença entre a vazão do sinal filtrado e a do sinal bruto sempre apresenta resultados desta ordem.

Como a presença do filtro tem justificativa somente quanto ao aspecto qualitativo da análise do sinal, sendo usado para que possa haver um melhor entendimento do fenômeno, após intensivos testes experimentais, optou-se por um filtro de segunda ordem.

#### 4. CALIBRAÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS

Considere um transdutor de pressão, calibrado estaticamente, isto é:

$$H_e = \alpha V + \beta, \quad (7)$$

onde:  $V \equiv$  voltagem;  
 $H_e \equiv$  altura piezométrica obtida em condições estáticas;  
 $\alpha, \beta \equiv$  coeficientes de calibração estática.

Quando este transdutor for operado em condições dinâmicas, os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  podem não responder adequadamente, devido a efeitos de histerese. Evidentemente, caso se dispusesse de leituras dinâmicas de  $\bar{H}$ , poder-se-ia calcular novos coeficientes de calibração  $\bar{\alpha}$  e  $\bar{\beta}$  que respondessem às leituras dinâmicas. Então:

$$\bar{H} = \bar{\alpha} V + \bar{\beta}. \quad (8)$$

Como, em geral, é impraticável conhecer, a priori, valores corretos de  $\bar{H}$ , obtidos em condições dinâmicas, utilizou-se de um artifício, chamado de calibração dinâmica, para atender ao método de Gibson. Para isto, optou-se, não pela calibração individual de cada transdutor, mas sim pela calibração da diferença de altura piezométrica fornecida pelos dois transdutores: o de montante ( $u$ ) e o de jusante ( $d$ ). Desta forma:

$$\Delta h = \bar{H}_d - \bar{H}_u. \quad (9)$$

Então:

$$\Delta h = (\bar{\alpha}_d V_d + \bar{\beta}_d) - (\bar{\alpha}_u V_u + \bar{\beta}_u). \quad (10)$$

Procura-se ajustar os  $\bar{\alpha}$  e  $\bar{\beta}$  da Eq. (10) em torno dos valores estáticos correspondentes  $\alpha$  e  $\beta$ , de forma que a média da curva apresentada na Fig. 4, após o fechamento da válvula (neste caso em torno de 5 segundos), se anule, ou seja:

$$(\Delta h)_{m\u00e9dio} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta h_i = 0, \quad (11)$$

onde  $N$  \u00e9 o n\u00famero de pontos adquiridos ap\u00f3s o fechamento e  $\Delta h_i$  os valores procurados da altura piezom\u00e9trica. Substituindo-se a Eq. (10) na Eq. (11), resulta:

$$\sum_{i=1}^N [(\bar{\alpha}_d V_{di} + \bar{\beta}_d) - (\bar{\alpha}_u V_{ui} + \bar{\beta}_u)] = 0. \quad (12)$$

Ent\u00e3o:

$$\bar{\alpha}_d S_d - \bar{\alpha}_u S_u + \bar{\beta}_d - \bar{\beta}_u = 0, \quad (13)$$

onde:

$$S_d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_{di} \text{ e } S_u = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_{ui}.$$

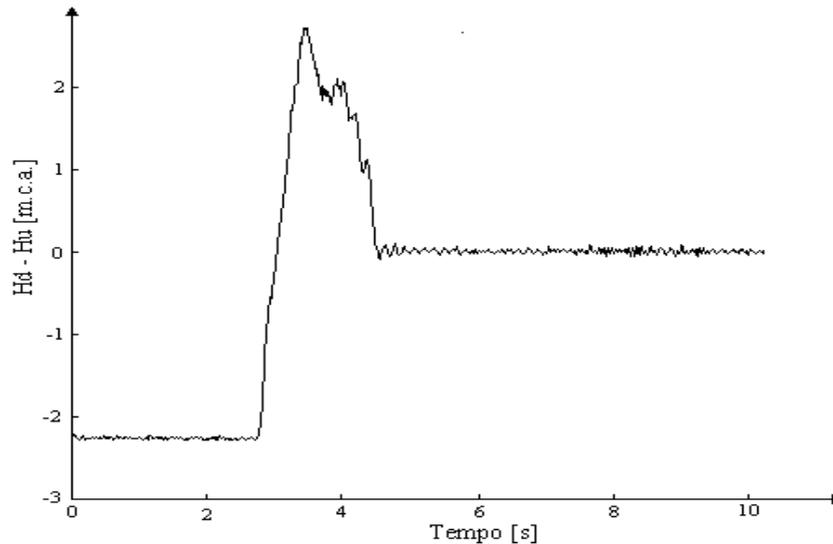


Figura 4 – Curva filtrada da diferen\u00e7a de altura piezom\u00e9trica versus tempo

Buscando-se os valores de  $\bar{\alpha}$  e  $\bar{\beta}$  que satisfa\u00e7am a Eq. (13) e que estejam pr\u00f3ximos dos valores est\u00e1ticos de calibra\u00e7\u00e3o  $\alpha$  e  $\beta$ , minimiza-se a seguinte fun\u00e7\u00e3o:

$$f = (\bar{\alpha}_d - \alpha_d)^2 + (\bar{\beta}_d - \beta_d)^2 + (\bar{\alpha}_u - \alpha_u)^2 + (\bar{\beta}_u - \beta_u)^2, \quad (14)$$

sujeita \u00e0 restri\u00e7\u00e3o apresentada na Eq. (13). Para isto, substitui-se  $\bar{\beta}_u$  da Eq. (13) na Eq. (14), resultando em:

$$f = (\bar{\alpha}_d - \alpha_d)^2 + (\bar{\beta}_d - \beta_d)^2 + (\bar{\alpha}_u - \alpha_u)^2 + (\bar{\alpha}_d S_d - \bar{\alpha}_u S_u + \bar{\beta}_d - \beta_u)^2. \quad (15)$$

Esta função possui como variáveis independentes  $\bar{\alpha}_u, \bar{\beta}_u, \bar{\alpha}_d$  e  $\bar{\beta}_d$ . Para obter seu ponto mínimo, basta anular suas respectivas derivadas parciais, resultando num sistema linear de quatro equações, que, juntamente com a Eq. (13), fornece a solução procurada.

## 5. OBTENÇÃO DA VAZÃO ATRAVÉS DO MÉTODO DIRETO

Para a avaliação do método de Gibson, torna-se necessário conhecer, a priori, a taxa de escoamento do sistema. Optou-se por calibrar o sistema através de um método direto, ou seja, mede-se o tempo gasto para preencher um volume conhecido.

A vazão média, obtida para o sistema experimental representado esquematicamente pela Fig. 1, é de  $19,35 [m^3/h]$ , quando a válvula encontra-se totalmente aberta. Este será o valor básico para comparação dos resultados obtidos utilizando-se o método de pressão-tempo.

## 6. RESULTADOS

### 6.1. Método de volume – tempo

O tradicional método direto de volume-tempo é bastante simples para a medição da vazão e servirá como um método básico de comparação. Porém, como também ele vale-se de experimentação, torna-se necessário realizar um tratamento estatístico dos seus resultados.

Realizando-se cálculos da vazão com a válvula totalmente aberta, obtém-se, através deste método, os seguintes resultados (Ataídes, 1999):

$$\bar{Q} = 19,35 [m^3 / h],$$

$$S = 0,253 [m^3 / h],$$

$$n = 99,$$

onde:  $\bar{Q} \equiv$  média aritmética das vazões;

$S \equiv$  desvio padrão amostral;

$n \equiv$  número total de vazões obtidas (número de elementos da amostra).

Baseado nestes valores, considerando-se que a população tenha um comportamento normal, o intervalo  $[19,30; 19,40]$ , com 95% de confiança, poderá incluir a média aritmética.

### 6.2. Método de pressão–tempo

O método de pressão-tempo forneceu os seguintes resultados do cálculo da vazão do regime permanente inicial anterior ao fechamento da válvula (Ataídes, 1999):

$$\bar{Q} = 19,34 [m^3 / h],$$

$$S = 0,383 [m^3 / h],$$

$$n = 100.$$

Aqui também  $\bar{Q}, S$  e  $n$  representam, respectivamente, a vazão média, o desvio padrão amostral e o número de vazões obtidas via método de Gibson.

Considerando uma distribuição normal, o intervalo  $[19,26; 19,42]$  possui a verdadeira média populacional, com 95% de confiança.

### **6.3. Inferência estatística sobre as duas vazões médias obtidas via método direto e método de pressão-tempo**

Realizou-se um teste de hipótese para as médias das vazões calculadas pelos métodos de Gibson e Direto. O resultado indicou que foram mantidas as mesmas condições nas determinações experimentais da vazão pelos dois métodos. Pode-se concluir que o critério de utilização do método direto para a aferição do método de Gibson é coerente.

De acordo com o teorema do limite central, a diferença entre as médias aritméticas das vazões obtidas pelos dois métodos, tem uma distribuição normal e o intervalo  $[- 0,08; 0,10]$  possui a verdadeira diferença entre as médias, com 95% de confiança.

## **7. CONCLUSÕES**

Neste trabalho, implementou-se um método para medição de vazão, conhecido como método de pressão-tempo (ou de Gibson) que se baseia no histórico temporal da diferença de pressão, entre duas seções de um conduto, quando se fecha uma válvula localizada em uma de suas extremidades.

Na etapa de aquisição e processamento dos dados, foram abordados problemas de calibração estática dos sensores de pressão, contaminação do sinal por ruídos, filtragem do sinal e calibração dinâmica do sistema.

As vazões obtidas, utilizando-se o método de Gibson, foram comparadas com as vazões calculadas pelo método direto, em que, conhecido um determinado volume, mede-se o tempo gasto para o preenchimento deste.

A vazão média obtida via método de Gibson foi de  $19,34 [m^3/h]$  e, próxima à do método direto de  $19,35 [m^3/h]$ . A partir de inferências estatísticas verificou-se que, nas medições de vazão através dos dois métodos, foram mantidos os mesmos parâmetros e condições. O método de Gibson mostrou-se bastante competitivo no cálculo da vazão, pois exibe alta precisão, é simples de ser implementado, além de ser relativamente barato.

## **REFERÊNCIAS**

- Almquist, C. W. e Kirkpatrick, J. F., 1986, Flow measurements using the pressure-time method at the Great Falls Hydro Plant, Report N<sup>o</sup> WR28-1-13-104 Tennessee Valley Authority, Engineering Laboratory, Norris, Tennessee, USA.
- ASME (American Society of Mechanical Engineers), 1978, Pumping mode of pump/turbines, Test Code 18.1, pp. 41-49, New York, USA.
- Ataídes, I. F., 1999, Estudo teórico e experimental de um método de medição de vazão baseado em transientes hidráulicos, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil.
- Ataídes, I. F., Ribeiro, C. R., Silveira-Neto, A., 1999, Medição de Vazão Através do Método de Gibson, XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica – COBEM'99, Águas de Lindóia, SP, Brasil.
- Wylie, E.B., 1983, Advances in the Use of MOC in Unsteady Pipeline Flow, International Conference on Pressure Surges 4, England.

## **ABSTRACT**

### ***FLOW RATE MEASUREMENTS USING THE PRESSURE – TIME METHOD***

*When hydroelectric plants are inaugurated it is necessary to obtain the curve of turbine efficiency and compare it with the design parameters. It is obligatory to get the flow rates in the turbines. The flow rate calculated using the Gibson method can be very accurate and not very expensive. This work presents some theoretical considerations and experimental results which allow observations about the feasibility and limitations of the method. The difficulties due to noise in the data acquisition system , filtering of the data and calibration procedures of transducer are analyzed. The experimental results obtained through the Gibson method were also compared with the flow rate measured with a direct method. In order to verify the validity of the procedures adopted in this work, statistical analysis were applied to the results obtained through direct measurements and also by the Gibson method. It was proved that the Gibson method is very precise, versatile and competitive.*

**Key words:** *Flow rate, Gibson, Pressure – time, Calibration, Volume – time.*