



XVII Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica - 02 a 06/08/2010 - Viçosa – MG
Paper CREEM2010-MC-05

RECONSTRUÇÃO ANALÍTICA DA SOLUÇÃO NUMÉRICA GERADA POR MÉTODO ESPECTRONODAL PARA PROBLEMAS DE TRANSPORTE DE NÊUTRONS MONOENERGÉTICOS NA FORMULAÇÃO DE ORDENADAS DISCRETAS EM GEOMETRIA UNIDIMENSIONAL

Diego Fernando Félix Dias¹, Dany S. Dominguez² e Ricardo C. Barros¹

¹UERJ, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Curso de Engenharia Mecânica

Instituto Politécnico - CEP 28630-050 – Nova Friburgo – Rio de Janeiro

E-mail para correspondência: diegofernandof@hotmail.com

²UESC, Universidade Estadual de Santa Cruz

Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas - CEP 45662-000 – Ilhéus – Bahia

Introdução

O fenômeno físico do transporte de partículas neutras, e.g., nêutrons ou fótons, em meios materiais multiplicativos ou não, é em geral modelado matematicamente pela equação linearizada de transporte de Boltzmann. Em problemas independentes do tempo e visando à modelagem computacional determinística, uma forma simples de tratamento das duas variáveis angulares, que indicam as direções de movimento das partículas, é a discretização segundo o convencional método de ordenadas discretas S_N (Lewis e Miller, 1993). A variável energética é discretizada segundo as técnicas tradicionais de transporte multigrupo. Para ganho de eficiência e precisão na modelagem computacional de problemas multidimensionais, é desejável que as variáveis espaciais sejam discretizadas usando métodos de malha grossa, e.g., os métodos nodais, que se baseiam em integrações transversais das equações S_N no interior de um nodo arbitrário da grade de discretização espacial estabelecida no domínio. Os métodos nodais convencionais aproximam os termos de fonte de espalhamento e de fissão, assim como os termos de fuga transversal, por polinômios de baixa ordem. Os métodos espectralnodais, e.g., os métodos SGF, cf. spectral Green's function, tratam os termos de fonte analiticamente, aproximando unicamente os termos de fuga transversal: por constantes, como é o caso do método SGF-CN; portanto, os métodos espectralnodais oferecem resultados numéricos superiores aos gerados pelos métodos nodais tradicionais.

Uma grande limitação dos métodos de malha grossa é sua incapacidade de gerar o perfil detalhado do fluxo escalar de nêutrons em pontos específicos localizados no domínio de cálculo. Apenas informações limitadas pela grade espacial são tradicionalmente obtidas, a menos do uso de técnicas de interpolação numérica. Neste trabalho apresentamos um esquema de reconstrução intranodal analítica do fluxo escalar de nêutrons, utilizando a solução geral analítica das equações S_N no interior do nodo. A grande vantagem desta reconstrução analítica intranodal é a recuperação do perfil do fluxo escalar de nêutrons no interior dos nodos, o que pode ser aproximadamente conseguido por métodos numéricos de malha fina, que geram soluções numéricas mais localizadas com um alto custo computacional, em geral.

Metodologia

Visando à modelagem computacional do transporte de partículas neutras, utilizamos o método S_N estacionário, monoenergético, em geometria unidimensional cartesiana e com espalhamento isotrópico, cujo modelo matemático é representado pela equação

$$\mu_m \frac{d}{dx} \psi_m(x) + \sigma_{Tj} \psi_m(x) = \frac{1}{2} \sigma_{s0j} \sum_{n=1}^N \omega_n \psi_n(x) + Q_j \quad \text{Eq. (1)}$$

Aqui $m = 1:N$ (Lewis e Miller, 1993), e a equação (1) é válida para um nodo genérico da grade de discretização espacial, conforme ilustramos na Fig. 1. Para implementação computacional desenvolvida em Delphi, utilizamos o método nodal SGF que gera soluções numéricas completamente livres de erros de truncamento espacial. Em outras palavras, o método SGF gera resultados numéricos para os fluxos angulares de nêutrons $\psi_m^{(x)}$ que coincidem com os valores gerados a partir da solução analítica do problema S_N , a menos de erros de arredondamento da aritmética finita computacional.

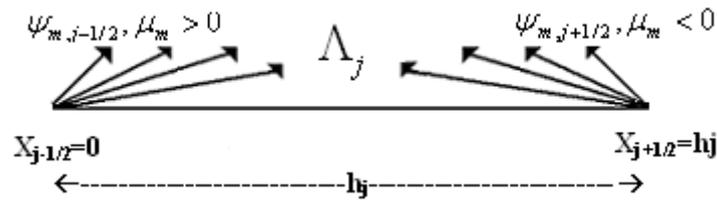


Figura 1 – Nodo de discretização espacial com os fluxos angulares incidentes.

O conjunto-solução geral K da Eq. (1) pode ser escrito como

$$K = \left\{ \psi_m(x) \mid \psi_m(x) = \frac{Q_j}{2\sigma_{Tj}(1-c_{0j})} + \sum_{k=1}^N \alpha_k \psi_{m,k}^h(x), \alpha_k \in \mathfrak{R} \right\}, \quad \text{Eq.(2)}$$

onde definimos a razão de espalhamento $c_{0j} = \sigma_{S0j}/\sigma_{Tj}$ e α_k são constantes arbitrárias que determinamos usando a solução de malha grossa gerada pelo método SGF para os fluxos angulares incidentes nas fronteiras dos nodos conforme ilustramos na Fig. 1.

Resultados

Consideramos um problema-modelo constituído por um domínio homogêneo de 50 cm de comprimento sem fonte interna prescrita de nêutrons. Usamos o modelo S_8 de Gauss-Legendre e condições de contorno dadas por fluxo incidente unitário em $x = 0$ e fluxo incidente igual a 2 nêutrons/cm² seg em $x = 50$ cm.

Usando essas condições de contorno, reconstruímos os fluxos escalares Φ , determinando as constantes α_k , $k = 1 : 8$ na equação (2). Os resultados são: em $x = 12,5$ cm, $\Phi = 0,0199041$; em $x = 25$ cm, $\Phi = 0,00146750$; e em $x = 37,5$ cm, $\Phi = 0,0397721$. Executando o código computacional SGF com uma grade de discretização espacial constituída de quatro nodos de 12,5 cm cada, obtemos os mesmos resultados numéricos que aqueles reportados acima pela reconstrução.

Considerações Finais

Descrevemos neste trabalho um método de reconstrução analítica intranodal que pode gerar o perfil detalhado do fluxo de nêutrons no domínio a partir da solução numérica de malha grossa gerada pelo método SGF para problemas de transporte S_N unidimensionais, monoenergéticos e com espalhamento isotrópico. Estamos estendendo este método para domínios heterogêneos, casos para os quais consideramos que o método fica mais poderoso. Agradecemos à Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo fomento a este trabalho de iniciação científica.

Referências Bibliográficas

Lewis E. E.; Miller W.F.Jr. Computational methods of neutron transport. La Grange Park: American Nuclear Society, 1993.

