



## PROCEDIMENTO PARA ESTIMAR O VALOR DA POROSIDADE EM UM CANAL PARCIALMENTE PREENCHIDO COM HASTES SÓLIDAS

**Fellipe Biazi de Novaes<sup>1</sup>**

**Renato A. Silva<sup>2</sup>**

Universidade Federal do Espírito Santo – UFES  
29060-970, Fernando Ferrari, s/n., Vitória - ES

<sup>1</sup>fellipebiazi@yahoo.com.br

<sup>2</sup>drenatoas@gmail.com

**Resumo:** *O valor da porosidade é definido como sendo o volume de fluido pelo volume total contido numa estrutura porosa. No entanto, para determinar um valor de porosidade que seja representativo é necessário selecionar um pequeno volume total, de tal forma que o valor da porosidade seja representativo e reproduzível, e ainda pequeno suficiente para compensar variações espaciais de porosidade. Logo, este trabalho tem por finalidade obter o menor volume total, para uma estrutura porosa formada por hastes sólidas de diversas formas, onde se tenha um valor de porosidade representativo.*

**Palavras-chave:** *hastes sólidas, meio poroso, porosidade representativa, volume total mínimo.*

### 1. INTRODUÇÃO

A porosidade é um dos parâmetros utilizados para se definir uma estrutura porosa. Vários autores estimam o valor da porosidade utilizando para o cálculo da mesma, ou um volume contendo uma haste ou diversas. Shimizu, Tsujimoto e Nakagawa (1990) utilizaram um modelo experimental com diversos tipos de camadas porosas, compostas por hastes de vidro que são preparadas em um canal com inclinação ajustável. Os dados obtidos desse experimento representam as condições estruturais das camadas porosas, assim relacionam um valor de porosidade a esse meio. Sahraoui e Kaviani (1992) analisam através de simulação direta do campo bidimensional do fluxo, perto de um meio poroso composto por cilindros, condições limites hidrodinâmicas. A dependência do coeficiente de deslizamento no sentido do fluxo que existe na condição limite, da porosidade, do número de Reynolds da seleção da posição interfacial, e do arranjo dos cilindros é examinada detalhadamente. Ochoa-Tapia e Whitaker (1995) calculam a porosidade através da divisão entre o volume da fase do coeficiente ajustável na representação para a tensão adicional pelo volume total. Kuwahara, Kameyama, Yamashita, e Nakayama (1998) calcularam a porosidade utilizando condições de limite periódicas, onde somente uma unidade estrutural passa por este exame como um domínio e simularam um meio poroso espacialmente periódico. Seguin, et al. (1998) utilizam o valor do diâmetro dos poros para o cálculo da porosidade. Pedras e De-Lemos (2001) calcularam a porosidade como sendo a razão do volume do fluido pelo volume total contido numa célula unitária. Prinos, Sofialidis e Keremaris (2003) estudaram o comportamento do escoamento turbulento em canal contendo hastes sólidas, onde a porosidade foi estimada na região contendo as hastes. Silva e De-Lemos (2006) definiram uma célula de cálculo para estimar o valor da porosidade em um canal com hastes sólidas. Este trabalho tem por objetivo, utilizando as geometrias estudadas em Silva e De-Lemos (2006), determinar o menor volume total onde se tenha um valor de porosidade representativo.

## 2. GEOMETRIA

A razão entre o volume de fluido e volume total será analisada em um canal contendo hastes sólidas, como apresentado na Figura 1. A Figura 1 apresenta ainda o comprimento total do canal,  $W_c$ , a altura do canal  $D_c$ , a distância entre o limite do canal e a haste  $l$  e as distâncias longitudinais,  $d$  e transversais,  $L$ , entre as hastes. A Figura 2 apresenta as hastes e as dimensões que serão analisadas (todas as hastes têm a mesma área).

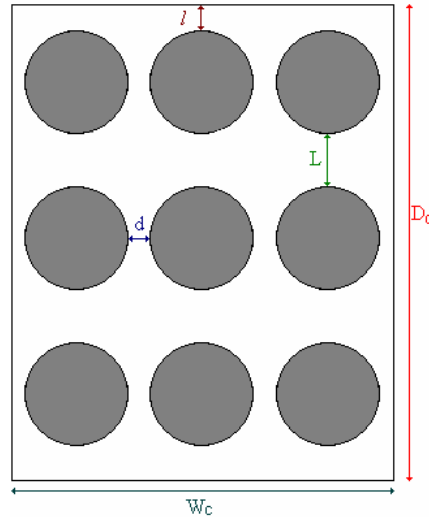


Figura 1: Região com hastes cilíndricas.

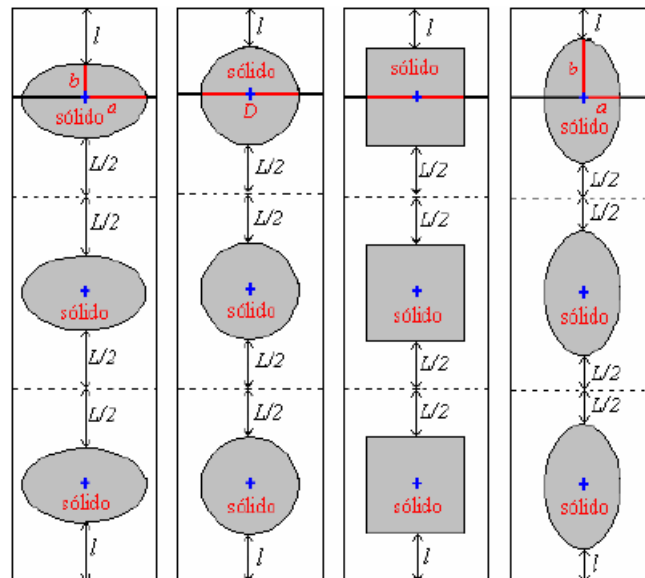


Figura 2: Ilustração das diferentes hastes analisadas.

A Tabela 1 apresenta as características geométricas para os quatro tipos de hastes investigadas, haste quadrada, haste cilíndrica, haste elíptica longitudinal, haste elíptica transversal. É importante ressaltar que a razão entre os semi-eixos para o caso com haste elíptica longitudinal é  $a/b=5/3$  e, para haste elíptica transversal  $a/b=3/5$ .

Tabela 1: Características geométricas

Tipos de Haste	Wc [m]	Dc [m]	Lx10 <sup>-2</sup> [m]	dx10 <sup>-3</sup> [m]	lx10 <sup>-3</sup> [m]
Quadrada	0,045	0,060	1,1377	6,1377	5,5689
Cilíndrica			1,0000	5,0000	5,0000
Elíptica Longitudinal			1,2254	2,0901	6,1270
Elíptica Transversal			0,1090	7,2540	3,5450

### 3. MODELO MATEMÁTICO

O modelo para o cálculo da porosidade adotado neste trabalho tem como base a célula de cálculo utilizada em Silva e De-Lemos (2006) para análise, que tem dimensões iniciais  $W_{inicial}=Wc/3$  e  $D_{inicial}=Dc/3$ , inicialmente localizada ao redor da haste central. Para calcular a porosidade,  $\phi$ , utilizaremos a seguinte expressão:

$$\phi = \frac{V_f}{V_T} \quad (1)$$

$$V_f = V_T - V_s \quad (2)$$

$$\phi = 1 - \frac{V_s}{V_T} \quad (3)$$

onde  $V_f$  e  $V_s$ , são respectivamente, o volume de fluido, é o volume de sólido contido na célula de cálculo e  $V_T$  é o volume total.

Esta célula de cálculo aumenta suas dimensões, ou seja, sua altura D e o seu comprimento W, proporcionalmente, até o volume da célula abranger todo o canal ( $W=Wc$  e  $D=Dc$ ). O valor da porosidade é então calculado em cada passo.

#### 3.1. Haste Quadrada

Para calcular a porosidade é necessário conhecer o volume de sólido,  $V_s$ , a metodologia empregada para calcular esse volume em um canal com hastes quadradas, de acordo com a Figura 3, varia com o aumento da célula de análise, ou seja, os valores de W e D vão aumentando de acordo com os critérios já estabelecidos. Como todo o canal é modelado e temos toda a simetria conhecida, quando os valores de W e D ultrapassam ( $W_{inicial}+d$ ) e ( $D_{inicial}+L$ ) respectivamente, a célula de análise não tem apenas a haste central (haste 5) representando do volume de sólido mas sim outras partes (hastes 1,2,3,4,6,7,8,9) que devem ser calculadas e incluídas nesse volume. Das hastes 2 e 8 conhecemos o valor de D e o limite ( $D_{inicial}+L$ ), fazemos a diferença entre esses dois valores e conhecemos o quando da célula de análise abrange essas hastes, assim como nas hastes 4 e 6 para W. Estes volumes são facilmente calculados já que é conhecido o valor do lado do quadrado. Para as hastes 1,3,7 e 9 o volume de sólido,  $V_s$ , pode ser calculado através do produto:

$$V_s = (W - (W_{inicial} + d)) \cdot (D - (D_{inicial} + L)) \quad (4)$$

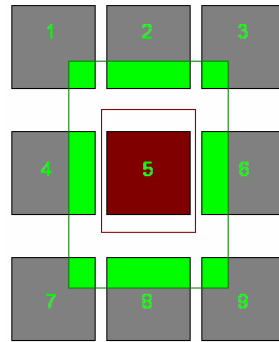


Figura 3: Metodologia para a haste quadrada.

### 3.2. Haste Cilíndrica

A metodologia utilizada para cálculo com hastas cilíndricas é semelhante à de hastas quadradas, exceto nos casos onde  $W$  e  $D$  excedem os valores de  $(W_{inicial}+d+ 2R)$  e  $(D_{inicial}+L+2R)$  respectivamente. Inicialmente temos uma célula de análise que abrange apenas a haste central (haste 5), a partir do momento que  $(W_{inicial}+d)<W<(W_{inicial}+d+2R)$  e  $(D_{inicial}+L)<D<(D_{inicial}+L+2R)$ , Figura 4, além da haste 5 temos outros pedaços de outras hastas que integram o volume de sólido dentro da célula de análise. Para as hastas 2 e 8 aproximamos esses valores a área de uma elipse, assim como para as hastas 4 e 6, e as hastas 1,3,7 e 9 de acordo com suas respectivas individualidades.

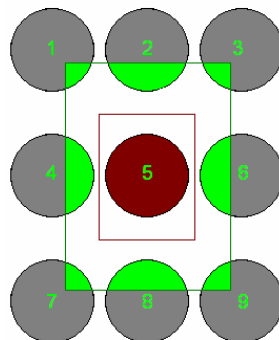


Figura 4: Metodologia para haste cilíndrica.

Quando  $W>(W_{inicial}+d+2R)$  e  $D>(D_{inicial}+L+2R)$ , Figura 5, os volumes de sólido nas hastas 1,2,3,4,6,7,8 e 9, não podem mais serem aproximados a áreas de elipses já que a aproximação não seria adequada. Para as hastas 2 e 8 para determinarmos os valores da área de sólido aproximamos para área de elipse a parcela das hastas que não foram abrangidas pela célula de análise e subtraímos o valor encontrado da área de uma haste. O procedimento é o mesmo para as hastas 4 e 6, já para as hastas 1,3,7 e 9, Figura 6, o cálculo de volume de sólido é um pouco mais complexo e envolve algumas variáveis, uma delas é  $dx$  e  $dy$ , então procedimento para cálculo de volume de sólido,  $V_s$ , nesse caso é feito da seguinte forma:

$$V_s = 4(3/4\pi R^2 - A_1 - A_2 + dx \cdot dy) \quad (5)$$

$$dx = W - (W_{inicial} + d + 2R) \quad (6)$$

$$dy = D - (D_{inicial} + L + 2R) \quad (7)$$

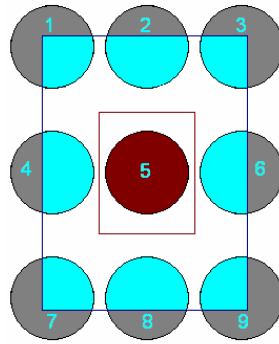


Figura 5: Metodologia para haste cilíndrica.

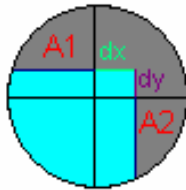


Figura 6: Modelo para hastes 1, 3, 7, 9.

Obs.: Tanto A1 como A2 são aproximadas a  $\frac{1}{4}$  de área de elipse.

### 3.3. Haste Elíptica Longitudinal

Para a haste elíptica longitudinal os critérios para o cálculo de volume do sólido dentro da célula de análise não foge da lógica da metodologia das demais hastes apresentadas anteriormente. A partir do momento que minha célula de análise cresce de maneira tal que  $(W_{inicial}+d) < W < (W_{inicial}+d+2a)$  e  $(D_{inicial}+L) < D < (D_{inicial}+L+2b)$ , Figura 7, pedaços de outras hastes além da haste 5 irão compor meu volume de sólidos, esses pedaços de volume (hastes 1,2,3,4,6,7,8,9) podem ser aproximados a áreas de elipses de acordo com suas particularidades.

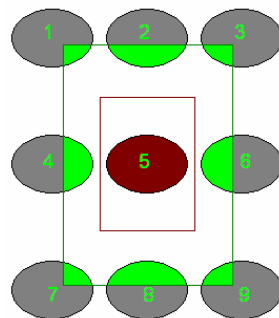


Figura 7: Metodologia para haste elíptica longitudinal.

Quando  $W > (W_{inicial}+d+2a)$  e  $D > (D_{inicial}+L+2b)$ , Figura 8, os volumes de sólido nas hastes 1,2,3,4,6,7,8 e 9 não podem mais serem aproximados a áreas de elipses já que a aproximação não seria adequada, logo teremos que particularizar os cálculos de volume. Para as hastes 2 e 8 para determinarmos os valores da área de sólido, aproximamos para área de elipse a parcela das hastes que não foram abrangidas pela célula de análise e subtraímos o valor encontrado pela área de uma haste. O procedimento é o mesmo para as hastes 4 e 6, já para as hastes 1, 3, 7 e 9, Figura 9, o cálculo de volume de sólido é um pouco mais complexo e envolve algumas variáveis uma delas  $dx$  e  $dy$ , então procedimento para cálculo de volume de sólido nesse caso é feito da seguinte forma:

$$V_s = 4(3 / 4\pi ab - A1 - A2 + dx.dy) \quad (8)$$

$$dx = W - (Winicial + d + 2a) \quad (9)$$

$$dy = D - (Dinicial + L + 2b) \quad (10)$$

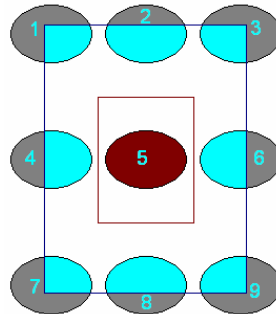


Figura 8: Metodologia para haste elíptica longitudinal.

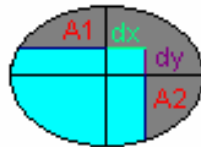


Figura 9: Modelo para hastes 1, 3, 7, 9.

Obs.: Tanto A1 como A2 são aproximadas a  $\frac{1}{4}$  de área de elipse.

### 3.4. Haste Elíptica Transversal

A metodologia empregada para um canal com haste elíptica transversal é idêntica a utilizada para hastes elípticas longitudinais, inclusive as equações que comandam o cálculo do volume de sólido. O procedimento é o mesmo, mas devemos considerar os valores de cada variável e incógnita já que eles diferem de uma haste para a outra em relação à geometria e a simetria.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como resultado da aplicação da metodologia apresentada nos tópicos anteriores, temos como representação gráfica as Figuras, 10 a 13, que mostram respectivamente a variação do valor da porosidade com o aumento do volume total, até o volume total atingir o volume de todo o domínio, para haste quadrada, haste cilíndrica, haste elíptica longitudinal e haste elíptica transversal. Analisando as figuras observe-se que as curvas apresentam um comportamento similar entre elas. Além disso, fazendo uma comparação numérica, como mostrado na Tabela 2, os valores médios (média entre o quarto e o último valor) de porosidade diferem ligeiramente, indicando que, independentemente da forma da haste, o valor do volume mínimo para se ter um valor de porosidade representativo é de  $3E-4m^3$ .

Observa-se ainda, que os valores médios de porosidade encontrados diferem do valor assumido em Silva e De-Lemos (2006) menos de 1,5%.

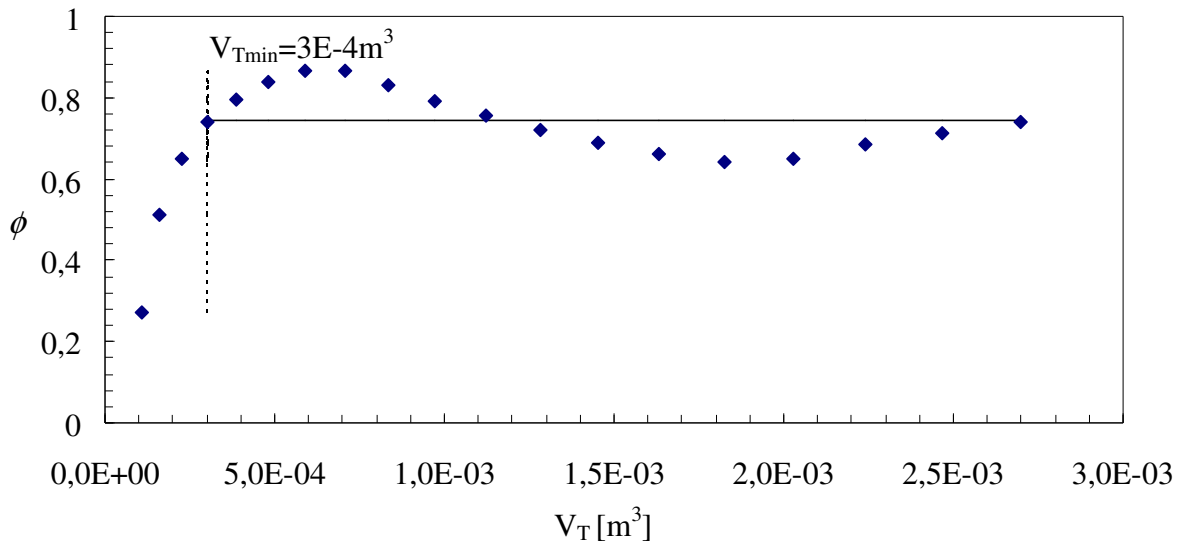


Figura 10: Porosidade x Volume total – Haste Quadrada.

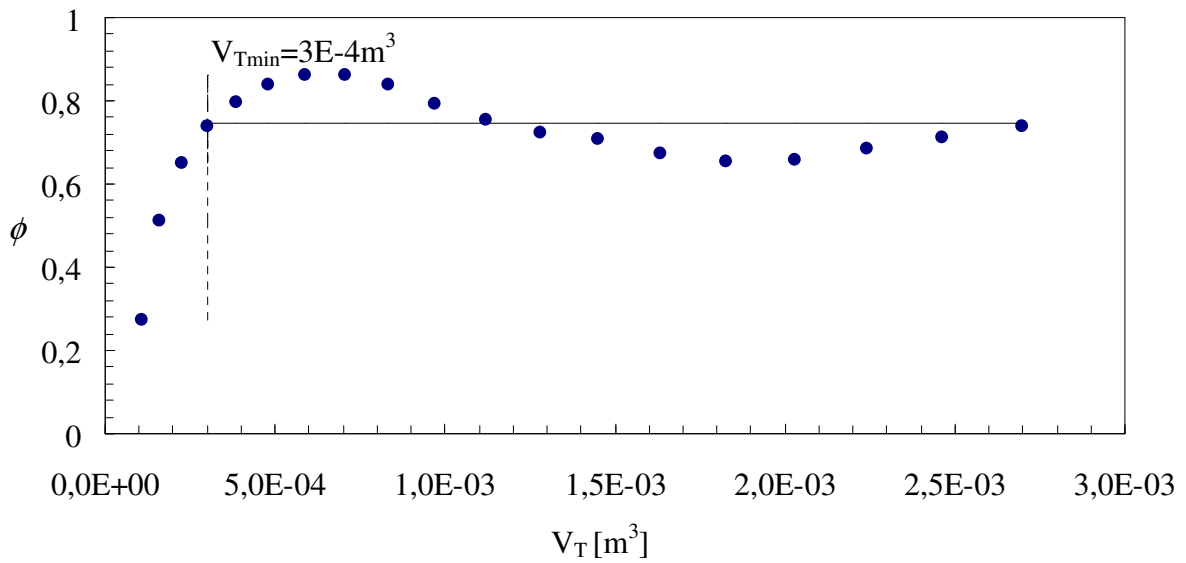


Figura 11: Porosidade x Volume total – Haste Cilíndrica.

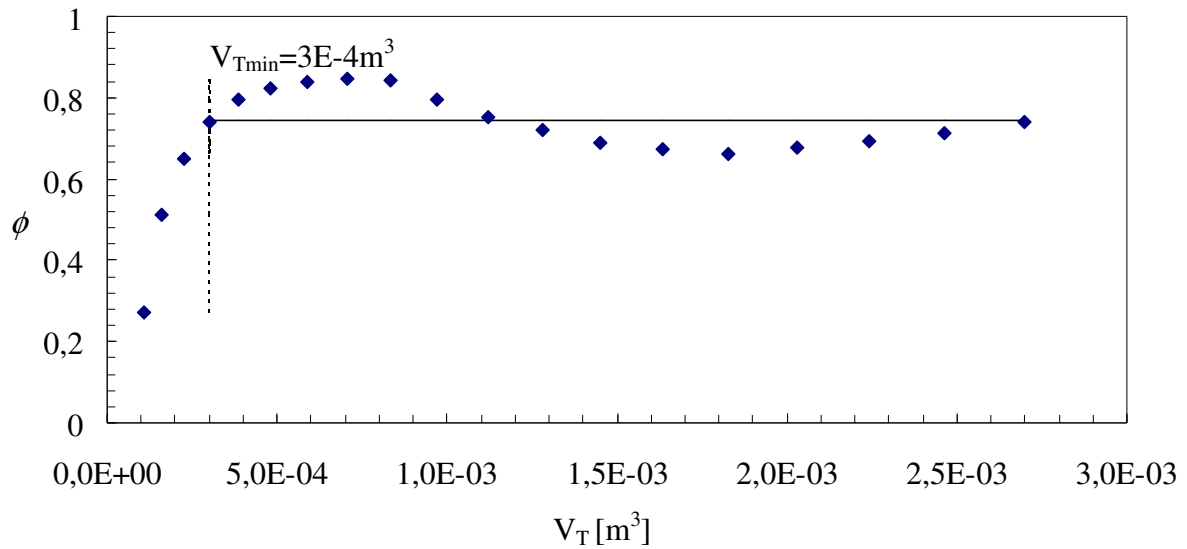


Figura 12: Porosidade x Volume total – Haste Elíptica Longitudinal.

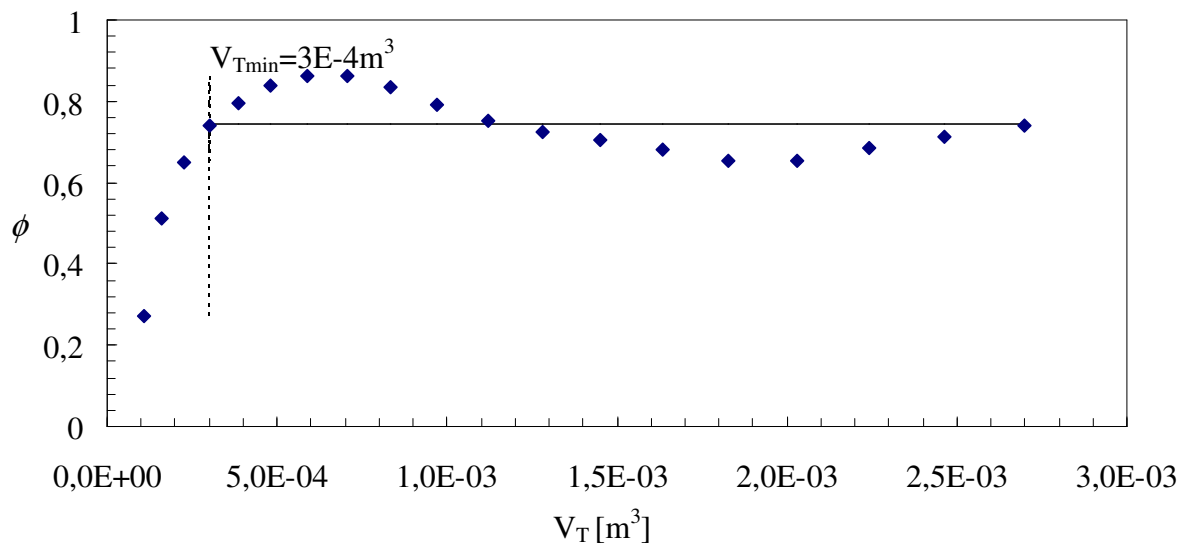


Figura 13: Porosidade x Volume total – Haste Elíptica Transversal.

Tabela 2: Porosidade Média

Tipo de Haste	Porosidade Média, $\phi$	Silva e De-Lemos (2006)
Quadrada	0,7431 ( $\pm 0,0766$ )	0,7382
Cilíndrica	0,7460 ( $\pm 0,0736$ )	
Elíptica Longitudinal	0,7443 ( $\pm 0,0674$ )	
Elíptica Transversal	0,7459 ( $\pm 0,0734$ )	



## 5. CONCLUSÃO

Este trabalho mostra que o volume mínimo para se obter um valor de porosidade médio representativo é  $V_{Tmin}=3e-4m^3$ , o que corrobora o valor do volume mínimo assumido em Silva e De-Lemos (2006). Além disso, verificou-se que os valores médios de porosidade encontrados diferem em menos de 1,5% do valor de porosidade estimado por Silva e De-Lemos (2006). Demonstrando o desenvolvimento de uma metodologia adequada para estimar o valor da porosidade em uma estrutura poroso não-regular, ou seja, com diferentes altura e comprimento da célula de cálculo.

## 6. REFERÊNCIAS

- Bear, J., 1988, “Dynamics of Fluids in porous Media”, Israel Institute of Technology, Haifa.
- Kuwahara, F., Kameyama, Y., Yamashita, S. and Nakayama, A., 1998, “Numerical modeling of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array”, Journal of Porous Media, pp. 47-55.
- Ochoa-Tapia, J.A. and Whitaker, S., 1995, “Momentum Transfer at the Boundary Between a Porous Medium and a Homogeneous fluid-I. Theoretical Development”, Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 38, No. 14, pp. 2635-2646.
- Pedras, M.H.J. and de Lemos, M.J.S., 2001, “Macroscopic Turbulence Modeling for Incompressible Flow Through Undeformable Porous Media”, International Journal of Heat and Mass Transfer.
- Prinos, P., Sofialidis, D. and Keramaris, E., 2003, “Turbulent Flow Over and Within a Porous Bed”, Journal of Hydraulic Engineering, pp. 720-733.
- Sahraoui, M. and Kaviany, M., 1992, “Slip and No-slip Velocity Boundary Conditions at Interface of Porous, Plain Media”, Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 35, no. 4, pp 927-943.
- Seguin, D., Montillet, A., Comiti, J. and Huet, F., 1998, “Experimental Characterization of Flow Regimes in various Porous Media-II: Transition to Turbulent Regime”, Chemical Engineering Science, Vol. 53, No. 22, pp. 3897-3909.
- Shimizu, Y., Tsujimoto, T. and Nakagawa, H., 1990, “Experiment and Macroscopic Modelling of Flow in Highly Permeable Porous Medium Under Free-Surface Flow”, Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering, Vol. 8.
- Silva, R.A. e De-Lemos, 2006, “Escoamento Macroscópico sobre um Leito Poroso Formado por Hastes Sólidas”, XXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, Belém-PA.

## PROCEDURE TO ESTIMATE THE VALUE OF THE POROSITY IN A CANAL PARTIALLY FILLED WITH SOLID CONNECTING RODS

**Fellipe Biazi de Novaes**<sup>1</sup>

**Renato A. Silva**<sup>2</sup>

Universidade Federal do Espírito Santo – UFES  
29060-970, Fernando Ferrari, s/n., Vitória - ES

<sup>1</sup>fellipebiazi@yahoo.com.br

<sup>2</sup>drenatoas@gmail.com

**Abstract:** *The value of the porosity is defined as being the volume of fluid for the contained total volume in a porous structure. However, to determine a value of porosity that either representative is necessary to select a small volume total, in such a way that the value of the representative and reproduce porosity either, and still small sufficient to compensate space variations of porosity. Soon, this work has for purpose to get the lesser total volume, for a porous structure formed by solid connecting rods of diverse forms, where if it has a representative value of porosity.*

**Keywords:** *solid connecting rods, environment porous, representative porosity, minimum total volume.*