



DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DE UM MODELO DIDÁTICO UNIDIMENSIONAL PARA A TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM AMPOLAS DE GARRAFAS TÉRMICAS

Rodrigo P. A. Rocha
Luiz F. M. de Santana
Manuel E. Cruz

Departamento de Engenharia Mecânica, EE/COPPE/UFRJ, Centro de Tecnologia, Cidade
Universitária, Ilha do Fundão, CP 68503, Rio de Janeiro, RJ, 21945-970, Brasil
rodrigo@ltdc.coppe.ufrj.br, santana@ltdc.coppe.ufrj.br, manuel@serv.com.ufrj.br

Resumo. Neste trabalho, de cunho predominantemente didático, é desenvolvido e validado um modelo unidimensional para a transferência de calor multimodo em ampolas de garrafas térmicas. Quatro tipos de ampola especialmente fabricados são considerados, diferindo no tipo de isolamento térmico entre o fluido aquecido, presente no interior da ampola, e o ar ambiente. A diferença entre as resistências térmicas das ampolas é consequência da presença ou ausência de espelhamento nas superfícies internas das paredes da ampola e da presença ou não de ar entre essas superfícies. O modelo considera que o fluxo de calor possui apenas a direção radial e que o calor é perdido por condução, convecção natural e radiação. Utilizando o programa implementado a partir do modelo, os resultados computacionais para as resistências térmicas das ampolas são comparados com os valores obtidos experimentalmente. Através dessa comparação, é possível estimar a emissividade das superfícies espelhadas e validar o modelo. O programa pode ser utilizado para fins didáticos por alunos de graduação, que, efetuando simulações com valores diferentes dos diversos parâmetros e comparando os resultados computacionais e experimentais, podem aprimorar seu poder de análise e sua compreensão da transferência de calor multimodo.

Palavras-chave: transferência de calor multimodo, isolamento térmico, modelo didático, análise experimental, garrafa térmica

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho é desenvolvido um modelo didático unidimensional para a transferência de calor multimodo em ampolas de garrafas térmicas, bem como é apresentada a análise experimental do fenômeno. O modelo é implementado computacionalmente na linguagem Fortran 90 e é validado contra os resultados experimentais. Assim, o programa pode ser utilizado para fins didáticos em disciplinas de Laboratório em Engenharia Mecânica por alunos de graduação, que, efetuando simulações com valores diferentes dos diversos parâmetros do modelo e comparando os resultados computacionais e experimentais, podem aprimorar seu poder de análise e sua compreensão da transferência de calor multimodo.

A ampola, ou vaso de Dewar, é o componente fundamental de uma garrafa térmica comercial, e consiste basicamente de duas paredes de vidro de formatos aproximadamente cilíndricos, coaxiais, de diâmetros diferentes, fechadas na parte inferior e unidas pela parte superior, onde há uma abertura (ou boca). Devido à diferença de diâmetros, existe um espaço entre estas paredes, o qual é evacuado para evitar perdas por condução e convecção natural e cujas superfícies são espelhadas para evitar perdas por radiação.

O experimento consiste em avaliar a transferência de calor que ocorre em regime transiente entre uma certa quantidade de água aquecida a aproximadamente 80 °C, colocada em cada tipo especial de ampola, e o ambiente. A magnitude da perda de calor da água para o ambiente é função dos diferentes isolamentos térmicos das ampolas. Através da análise dos dados experimentais, é possível estimar a resistência térmica de cada tipo de ampola. Em laboratório, um aluno pode portanto verificar como as condições construtivas de cada ampola afetam as perdas para o ambiente.

O programa computacional implementado a partir do modelo é devidamente aferido e validado através da análise comparativa dos resultados numéricos e experimentais para as resistências térmicas das ampolas. O programa pode então ser utilizado para fins didáticos em simulações envolvendo variações de propriedades, materiais e fluidos, de modo que alunos de graduação possam adquirir um melhor entendimento físico sobre os três diferentes modos de transmissão de calor e avaliar criticamente como o tipo de isolamento térmico afeta a manifestação de cada modo.

2. DESENVOLVIMENTO DO MODELO

2.1. Método da Capacitância Global

Seja um corpo material, ou sistema, de volume V , massa específica ρ , calor específico c_p e superfície de área A , inicialmente em uma temperatura espacialmente uniforme T_0 e circundado por um ambiente na temperatura $T_{amb} \neq T_0$. Ocorre então um processo de troca térmica entre o sistema e o ambiente, processo este que depende do isolamento térmico entre o sistema e o ambiente.

Admitindo que a temperatura do sistema pouco varia com a posição espacial durante o processo transiente de troca, é aceitável o emprego da técnica da concentração de parâmetros ou da capacitância global (Kreith, 1977; Özisik, 1990; Incropera e DeWitt, 1998). Um balanço de energia efetuado no sistema fornece a seguinte equação diferencial ordinária para a evolução da temperatura (espacialmente uniforme) $T(t)$ em V :

$$\rho V c_p \frac{dT(t)}{dt} = -\frac{A}{r_T} [T(t) - T_{amb}], \quad \text{com a condição inicial } T(0) = T_0. \quad (1)$$

Na Eq. (1), r_T [$^{\circ}\text{Cm}^2/\text{W}$] representa a resistência térmica total presente na interface entre o sistema e o ambiente. A solução da Eq. (1), em conjunto com a condição inicial, fornece

$$\ln \left[\frac{T(t) - T_{amb}}{T_0 - T_{amb}} \right] = -\frac{A}{r_T \rho V c_p} t. \quad (2)$$

Introduzindo a mudança de variáveis

$$T^*(t) = \frac{T(t) - T_{amb}}{T_0 - T_{amb}}, \quad R_T = r_T / A, \quad C = \rho V c_p, \quad \tau = R_T C, \quad (3)$$

chega-se à expressão governante do processo de troca térmica na sua forma adimensional:

$$T^*(t) = \exp(-t/\tau). \quad (4)$$

Nas Eqs. (3), C [$\text{J}/^{\circ}\text{C}$] é a capacidade térmica do sistema, R_T [$^{\circ}\text{C}/\text{W}$] é a resistência térmica total por unidade de área e τ [s] é a constante de tempo térmica do sistema.

Para o experimento considerado neste trabalho, são adotadas as seguintes hipóteses: (i) a água dentro da ampola é um sistema de temperatura espacialmente uniforme e de massa e propriedades constantes; (ii) a temperatura ambiente é constante; (iii) a geometria é cilíndrica e a transferência de

calor ocorre apenas na direção radial, sendo desprezadas as perdas de calor longitudinais pelo topo e pelo fundo da ampola e por evaporação; (iv) a capacidade térmica da ampola é muito menor do que C . Desta forma, as condições para a aplicação do método da capacitância global, como descrito pelas Eqs. (1)-(4), ao comportamento transiente do sistema são satisfeitas.

2.2. Modelo Unidimensional para a Avaliação das Resistências Térmicas

O modelo descrito nesta seção é concebido a partir do estudo da transferência de calor em seus três modos: condução, convecção e radiação. A ampola de garrafa térmica atua como uma interface resistente à troca de calor entre o fluido no seu interior e o meio ambiente. Como a ampola possui várias camadas, é necessário estimar a resistência térmica de cada camada para o cálculo da resistência total, que é uma composição série-paralelo das resistências individuais. A Fig. (1) mostra um esquema da estrutura da ampola em corte longitudinal; a superfície 1 está em contato com a água e as superfícies 2, 3 e 4 estão indicadas por suas temperaturas T_2 , T_3 e T_4 , respectivamente.

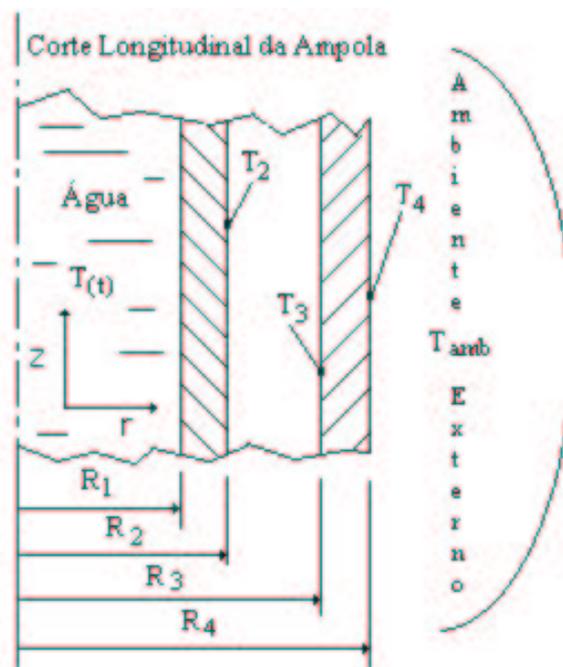


Figura 1. Esquema de um corte longitudinal de uma ampola de garrafa térmica.

A partir do centro da ampola, na direção radial, podem ser identificadas as seguintes resistências térmicas individuais:

$R_{CO,12}$ – resistência à condução de calor na parede de vidro do invólucro interno da ampola;

$R_{CN,23}$ – resistência à condução de calor ou convecção natural no ar (quando presente) confinado no espaço entre as superfícies 2 e 3;

$R_{RA,23}$ – resistência à troca líquida de energia por radiação entre as superfícies 2 e 3;

$R_{CO,34}$ – resistência à condução de calor na parede de vidro entre as superfícies 3 e 4;

$R_{CN,4}$ – resistência à convecção natural entre a superfície 4 e o ambiente externo;

$R_{RA,4}$ – resistência à troca líquida por radiação entre a superfície 4 e o ambiente externo.

Utilizando-se da analogia elétrica, pode-se estabelecer o circuito térmico para a troca de calor na ampola, conforme mostra a Fig. (2).

Antes de apresentar as estimativas das resistências térmicas identificadas acima, é conveniente definir alguns números adimensionais. O número de Nusselt, Nu_{Lc} , e o número de Rayleigh, Ra_{Lc} , baseados em um comprimento característico L_c [m], e o número de Prandtl do fluido, Pr , são dados, respectivamente, por (Incropera e DeWitt, 1998)

$$Nu_{L_c} = \frac{h L_c}{k}, \quad Ra_{L_c} = \frac{g \beta (\Delta T) L_c^3}{\nu \alpha} \quad \text{e} \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}. \quad (5)$$

Nas Eqs. (5), h [W/m²°C] é o coeficiente de transferência de calor por convecção, g [m²/s] é a aceleração da gravidade, k [W/m°C], β [°C⁻¹], ν [m²/s] e α [m²/s] são, respectivamente, a condutividade térmica, o coeficiente de expansão térmica, a viscosidade cinemática e a difusividade térmica do meio fluido analisado, e ΔT [°C] é a diferença de temperatura responsável pela convecção.

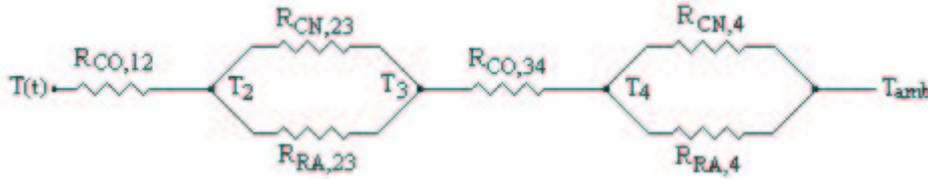


Figura 2. Circuito térmico ilustrando as resistências entre o fluido na ampola e o ambiente.

As resistências térmicas de condução nas paredes interna e externa da ampola, respectivamente $R_{CO,12}$ e $R_{CO,34}$, são calculadas pelas expressões (Özisik, 1990; Incropera e DeWitt, 1998)

$$R_{CO,12} = \frac{\ln(R_2 / R_1)}{2\pi L k_{vidro}} \quad \text{e} \quad R_{CO,34} = \frac{\ln(R_4 / R_3)}{2\pi L k_{vidro}}. \quad (6)$$

Nas Eqs. (6), $L = V / \pi R_1^2$ representa a altura efetiva de líquido dentro da ampola, k_{vidro} é a condutividade térmica do vidro das paredes da ampola e R_1 , R_2 , R_3 e R_4 são os raios indicados na Fig. (1).

O cálculo da resistência térmica $R_{CN,23}$ é um pouco mais complexo, e envolve o cálculo do número de Rayleigh para o espaço confinado entre as superfícies 2 e 3. O número de Rayleigh Ra_δ é calculado utilizando a expressão fornecida pela Eq. (5), fazendo $\Delta T = (T_2 - T_3)$ e $L_c = \delta = R_3 - R_2$. Existe um valor crítico para Ra_δ abaixo do qual não há convecção natural, isto é, as forças de empuxo não são capazes de vencer as forças resistivas viscosas. Neste caso, $R_{CN,23}$ é calculado para um processo puramente condutivo através de uma camada de ar. Para cavidade retangular vertical, o número de Rayleigh crítico é da ordem de 10^3 (Incropera e DeWitt, 1998). Considera-se que uma cavidade cilíndrica anular pode ser aproximada por uma cavidade vertical se $(R_2 + R_3) / \delta \gg 1$ (Özisik, 1990); este critério é de fato satisfeito para os casos estudados (vide Seção 5). Para a situação de haver convecção natural, isto é, $Ra_\delta > 10^3$, tem-se que (Özisik, 1990):

$$R_{CN,23} = \frac{1}{h_{CN,23} A_m}, \quad h_{CN,23} = Nu_\delta \frac{k_{ar}}{\delta}, \quad A_m = \frac{(A_3 - A_2)}{\ln(A_3 / A_2)}, \quad A_2 = 2\pi R_2 L, \quad A_3 = 2\pi R_3 L, \quad (7)$$

sendo as propriedades físicas avaliadas em $(T_2 + T_3) / 2$ e, para $10^3 < Ra_\delta < 2 \times 10^7$ e $5 \leq L / \delta \leq 110$, Nu_δ é calculado através da correlação

$$Nu_\delta = \max\{Nu_1, Nu_2, Nu_3\}, \quad (8)$$

$$Nu_1 = 0,0605 Ra_\delta^{1/3}, \quad Nu_2 = \left\{ 1 + \left[\frac{0,104 Ra_\delta^{0,293}}{1 + (6310 / Ra_\delta)^{1,36}} \right]^3 \right\}^{1/3}, \quad Nu_3 = 0,242 \left(\frac{Ra_\delta \delta}{L} \right)^{0,272}. \quad (9)$$

Se $Ra_\delta < 10^3$, o processo na camada de ar é puramente condutivo e, portanto, analogamente às Eqs. (6), $R_{CN,23} = \ln(R_3 / R_2) / 2\pi L k_{ar}$.

A resistência à troca por radiação entre as superfícies 2 e 3, $R_{RA,23}$, é estimada pela expressão linearizada para cavidades entre dois cilindros concêntricos infinitos (Incropera e DeWitt, 1998),

$$R_{RA,23} = \frac{1}{h_{RA,23} A_2}, \quad h_{RA,23} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_3} \left(\frac{R_2}{R_3} \right)} (T_2^2 + T_3^2) (T_2 + T_3), \quad (10)$$

em que ε_2 e ε_3 são as emissividades das superfícies 2 e 3 e $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ é a constante de Stefan-Boltzmann. O modelo supõe que todas as superfícies são cinzas e difusas, e supõe que o ar é um meio não participante na troca por radiação. Considerando a superfície 4 (parede externa), de emissividade ε_4 , muito pequena em relação ao ambiente, a resistência $R_{RA,4}$ pode ser calculada por

$$R_{RA,4} = \frac{1}{h_{RA,4} A_4}, \quad h_{RA,4} = \sigma \varepsilon_4 (T_4^2 + T_{amb}^2) (T_4 + T_{amb}). \quad (11)$$

O cálculo da resistência à convecção natural entre a parede externa e o ar ambiente, $R_{CN,4}$, é realizado pela expressão

$$R_{CN,4} = \frac{1}{h_{CN,4} A_4}, \quad h_{CN,4} = \frac{Nu_L k_{ar}}{L}, \quad A_4 = 2\pi R_4 L. \quad (12)$$

Nas Eqs. (12), o número de Nusselt Nu_L é calculado pelas correlações (Incropera e DeWitt, 1998; Kakaç, Shah and Aung, 1987):

$$\text{se } \frac{2R_4}{L} \geq \frac{35}{(Ra_L / Pr)^{1/4}}, \quad \text{então } Nu_L = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + (0,492 / Pr)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2, \quad (13)$$

$$\text{se } \frac{2R_4}{L} < \frac{35}{(Ra_L / Pr)^{1/4}}, \quad \text{então } Nu_L = \frac{4}{3} \left[\frac{7 Ra_L Pr}{5(20 + 21 Pr)} \right]^{1/4} + \frac{4(272 + 315 Pr)L}{35(64 + 63 Pr)(2R_4)}.$$

Nas Eqs. (13), o número de Rayleigh característico, Ra_L , é calculado utilizando a Eq. (5), fazendo $\Delta T = (T_4 - T_{amb})$ e $L_c = L$.

Finalmente, uma vez calculadas todas as resistências especificadas acima, pode-se agora estabelecer uma expressão para a resistência térmica total presente na interface do sistema, R_T , com base no circuito ilustrado na Fig. (2) e na álgebra de circuitos série-paralelo (Özsisik, 1990):

$$R_T = R_{CO,12} + \frac{R_{CN,23} R_{RA,23}}{R_{CN,23} + R_{RA,23}} + R_{CO,34} + \frac{R_{CN,4} R_{RA,4}}{R_{CN,4} + R_{RA,4}}. \quad (14)$$

3. SOLUÇÃO NUMÉRICA

O modelo unidimensional de transferência de calor multimodo descrito na Seção 2 leva a um sistema de quatro equações algébricas não-lineares para cada instante de tempo, em que as incógnitas são a taxa de transferência de calor do fluido aquecido, através da ampola, para o ambiente, Q [W], e as temperaturas T_2 , T_3 e T_4 [°C] das superfícies 2, 3 e 4 da ampola. O sistema é dado pelas equações:

$$\begin{aligned}
Q &= \frac{T(t) - T_2}{R_{CO,12}}, & Q &= \frac{T_2 - T_3}{R_{CN,23}} + \frac{T_2 - T_3}{R_{RA,23}} = (T_2 - T_3) \left(\frac{1}{R_{CN,23}} + \frac{1}{R_{RA,23}} \right), \\
Q &= \frac{T_3 - T_4}{R_{CO,34}}, & Q &= \frac{T_4 - T_{amb}}{R_{CN,4}} + \frac{T_4 - T_{amb}}{R_{RA,4}} = (T_4 - T_{amb}) \left(\frac{1}{R_{CN,4}} + \frac{1}{R_{RA,4}} \right).
\end{aligned} \tag{15}$$

Para a solução do sistema dado pelas Eqs. (15), é utilizado o método iterativo de Newton (Johnson and Riess, 1982). Nesse caso, as quatro incógnitas do problema são identificadas como as componentes do vetor $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, de tal forma que, para cada iteração k ,

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + J^{-1}(\mathbf{x}^k) \mathbf{F}(\mathbf{x}^k). \tag{16}$$

Na Eq. (16), o vetor $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), f_3(\mathbf{x}), f_4(\mathbf{x})\}$ é diretamente obtido a partir do sistema (15):

$$\begin{aligned}
f_1(\mathbf{x}) &= x_1 - \frac{T(t) - x_2}{R_{CO,12}}, & f_2(\mathbf{x}) &= x_1 - (x_2 - x_3) \left(\frac{1}{R_{CN,23}} + \frac{1}{R_{RA,23}} \right), \\
f_3(\mathbf{x}) &= x_1 - \frac{x_3 - x_4}{R_{CO,34}}, & f_4(\mathbf{x}) &= x_1 - (x_4 - T_{amb}) \left(\frac{1}{R_{CN,4}} + \frac{1}{R_{RA,4}} \right),
\end{aligned} \tag{17}$$

e o Jacobiano de $\mathbf{F}(\mathbf{x})$, $J(\mathbf{x})$, é expresso por $J_{ij} = \partial f_i / \partial x_j$, $i, j = 1, 2, 3, 4$.

Para cada instante de tempo t , deve-se executar o procedimento iterativo. Na iteração $k = 0$, são fornecidos valores iniciais para \mathbf{x} , \mathbf{x}^0 . Para $k \geq 0$ e de posse de \mathbf{x}^0 , $\mathbf{F}(\mathbf{x}^0)$ e $J(\mathbf{x}^0)$, o método de solução consiste em aplicar a Eq. (16) sucessivamente até a convergência; neste trabalho, escolhe-se 10^{-5} como a tolerância para a diferença relativa entre valores sucessivos de cada componente de \mathbf{x} .

4. ANÁLISE EXPERIMENTAL

4.1. Descrição do Experimento

Os experimentos executados em laboratório têm por objetivo a avaliação da resistência térmica de quatro ampolas de características construtivas distintas. A Fig. (3) mostra um desenho esquemático dessas ampolas com suas características principais.

As ampolas utilizadas nos experimentos possuem volume de $5 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ (0,5 L) e são construídas da seguinte forma:

Ampola A – ampola padrão utilizada em garrafas térmicas, possuindo espelhamento e vácuo entre as paredes de vidro;

Ampola B – ampola não-padrão, com espelhamento e sem vácuo;

Ampola C – ampola não-padrão, sem espelhamento e com vácuo;

Ampola D – ampola não-padrão, sem espelhamento e sem vácuo.

Desta forma, esse conjunto pode ser utilizado para demonstrar na prática como os mecanismos de transporte de energia são alterados pela presença ou não de espelhamento e de ar.

Em cada ampola instala-se um termopar tipo K (Cromel-Alumel), com a ponta sensora localizada em seu centro e imersa no fluido (água), cuja (evolução da) temperatura se quer acompanhar com o tempo. Esses termopares, além de serem de uso comercial, possuem boa sensibilidade, gerando uma milivoltagem significativa para pequenas variações de temperatura. Os quatro termopares são conectados a uma caixa seletora de 10 canais ligada diretamente a um milivoltímetro com compensação de temperatura ambiente. Este converte tensão elétrica diretamente em temperatura, com precisão de $\pm 1 \text{ }^\circ\text{C}$.

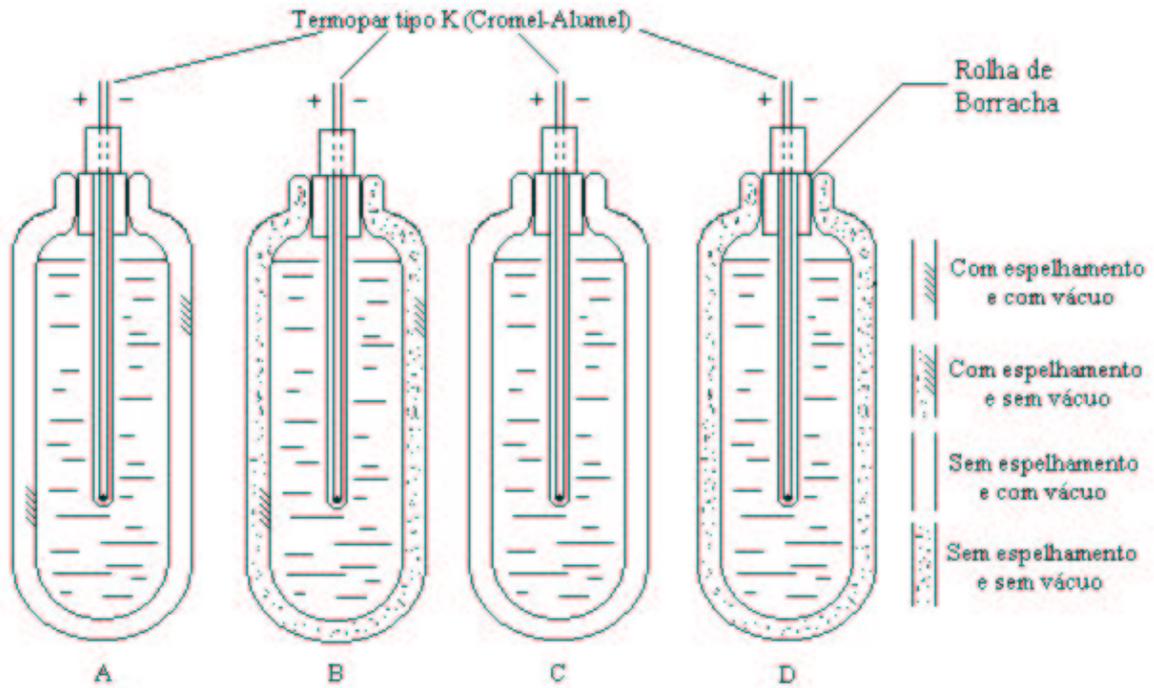


Figura 3. As quatro ampolas do experimento.

A experiência é iniciada aquecendo-se uma determinada quantidade de água ($\approx 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, que permite encher as 4 ampolas) até a ebulição. Procede-se então ao enchimento das ampolas, fechando-as em seguida com uma rolha de borracha através da qual passa a bainha do termopar (Fig. (3)). No instante inicial, medem-se as temperaturas das massas de água em cada ampola e dispara-se o cronômetro. A temperatura ambiente é medida através de um quinto termopar ligado à caixa seletora. O intervalo entre medidas (de fato, leituras) sucessivas é de aproximadamente 300 s, de forma que as variações de temperatura possam ser detectadas. A temperatura do ambiente do laboratório é mantida entre 20 e 25 °C e a leitura de seu valor é efetuada de 600 em 600 s. Geralmente são efetuadas cerca de 13 medições, tendo o experimento a duração de aproximadamente 3600 s. Após serem feitas as medidas de temperatura, as ampolas são esvaziadas, medindo-se o volume de água existente em cada uma delas em uma proveta com precisão de $\pm 2,5 \times 10^{-6} \text{ m}^3$.

Os resultados experimentais obtidos são reproduzidos em um gráfico $T \times t$ (em escala linear para o tempo e logarítmica para a temperatura), ajustando retas aos dados experimentais de cada garrafa. O ajuste da melhor reta é feito utilizando o método dos mínimos quadrados, descrito em detalhes por Holman (1984) e brevemente a seguir.

4.2. Método dos Mínimos Quadrados

Para o tratamento dos dados experimentais, a Eq. (2) motiva um ajuste da relação entre a variável independente t e a variável dependente T^* na forma geral $\ln T^*(t) = at + b$. Para um número N de medições do par (t, T) , o método dos mínimos quadrados (Holman, 1984) estabelece as seguintes relações para os coeficientes angular a e linear b :

$$a = \frac{\left(N \sum_{i=1}^N t_i \ln T_i^* - \sum_{i=1}^N \ln T_i^* \sum_{i=1}^N t_i \right)}{\left(N \sum_{i=1}^N t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N t_i \right)^2 \right)}, \quad b = \frac{\left(\sum_{i=1}^N \ln T_i^* \sum_{i=1}^N t_i^2 - \sum_{i=1}^N t_i \ln T_i^* \sum_{i=1}^N t_i \right)}{\left(N \sum_{i=1}^N t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N t_i \right)^2 \right)}. \quad (18)$$

A variância das medidas, S^2 , é definida como

$$S^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N (b + at_i - \ln T_i^*)^2. \quad (19)$$

Comparando a Eq. (2) com a expressão do ajuste, observa-se que o coeficiente angular a da reta ajustada, multiplicado por menos 1, fornece uma estimativa para a resistência térmica total por unidade de área de cada ampola; essa estimativa, R_T , e o seu erro associado, δR_T , são dados por

$$R_T = -\frac{1}{aC}, \quad \delta R_T = \sqrt{\left(\frac{\partial R_T}{\partial a} \delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial R_T}{\partial C} \delta C\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{Ca^2} \delta a\right)^2 + \left(-\frac{1}{aC^2} \delta C\right)^2}, \quad (20)$$

em que

$$\delta a = S \sqrt{\frac{N}{N \sum_{i=1}^N t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N t_i\right)^2}} \quad \text{e} \quad \delta C = \rho c_p \delta V, \quad (21)$$

sendo $\delta V = 2,5 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ a metade da menor divisão (ou precisão) do instrumento medidor de volume.

5. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Nesta seção são apresentados e comparados os resultados obtidos experimentalmente e por meio da aplicação do modelo descrito na Seção 2. Essa comparação torna possível a aferição do modelo, através de um processo simples de tentativa-e-erro para estimar a emissividade das superfícies espelhadas das ampolas A e B. Referência à emissividade dessas superfícies não foi encontrada nem na literatura nem diretamente de fabricantes de garrafas térmicas. Portanto, a estimativa dessa emissividade é também uma das contribuições desse artigo.

Na Tabela 1 encontram-se os valores obtidos experimentalmente para a temperatura da água nas diferentes ampolas e para a temperatura ambiente, para diferentes instantes de tempo. A incerteza para essas temperaturas é de ± 1 °C. Os volumes de água nas ampolas A, B, C e D são, respectivamente, $V_A = 4,65 \times 10^{-4} \text{ m}^3$, $V_B = 4,80 \times 10^{-4} \text{ m}^3$, $V_C = 4,70 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ e $V_D = 4,90 \times 10^{-4} \text{ m}^3$. Os dados mostrados na Tabela 1 são então tratados pelo método dos mínimos quadrados (Holman, 1984) descrito no item 4.2. As retas ajustadas encontram-se na Fig. (4) para as quatro ampolas.

Na Tabela 2 encontram-se os resultados para a resistência térmica total por unidade de área obtidos experimentalmente e através do modelo proposto (com 3 algarismos significativos), para as diversas ampolas. Para a obtenção do resultado da resistência térmica total experimental, a massa específica da água é considerada constante e igual a 980 kg/m^3 e o seu calor específico constante e igual a $4190 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ (Özisik, 1990). Utilizam-se os seguintes valores para a implementação do modelo: aceleração da gravidade igual a $9,81 \text{ m/s}^2$; os raios R_1 , R_2 , R_3 e R_4 (Fig. (1)) iguais a 29,75, 31,30, 35,30 e 36,65 mm, respectivamente, obtidos do desenho do fabricante das ampolas; a condutividade térmica e a emissividade do vidro consideradas iguais a $1,4 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ e 0,94, respectivamente (Özisik, 1990). Por um processo de tentativa-e-erro para aproximar os resultados obtidos experimentalmente daqueles obtidos por meio da aplicação do modelo para a ampola A, estima-se que a emissividade das superfícies espelhadas seja aproximadamente 0,23; esse foi o valor usado na geração dos resultados da Tabela 2 para as ampolas com espelhamento. Vale notar que, para as demais ampolas, os resultados calculados estão próximos aos obtidos experimentalmente, o que sugere a validade do modelo e do programa desenvolvidos. Naturalmente, espera-se que sofisticacões adicionais introduzidas no modelo (por ex., tratamento bidimensional) levem a uma melhor concordância dos resultados experimentais com aqueles calculados pelo modelo para as ampolas B, C e D.

Tabela 1. Dados experimentais para a temperatura da água, em °C, nas ampolas A, B, C e D e para a temperatura ambiente, em °C, tomadas em diferentes instantes de tempo, medido em s.

t (s)	Temperatura da água (°C)				T_{amb} (°C)
	A	B	C	D	
0	83	82	81	81	22
300	83	80	77	78	
600	82	78	75	75	22
900	82	77	73	73	
1200	81	75	71	71	22
1500	81	74	69	69	
1800	81	72	68	68	22
2100	80	71	66	66	
2400	80	70	65	64	22
2700	80	68	63	63	
3000	79	67	62	61	22
3300	79	66	61	60	
3600	79	65	59	59	22

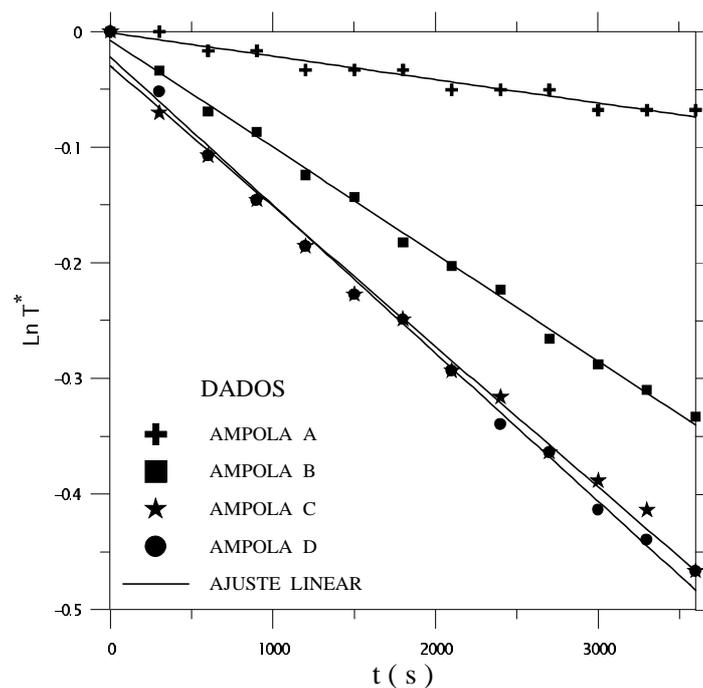


Figura 4. Ajuste linear dos dados experimentais feito pelo método dos mínimos quadrados.

Tabela 2. Resultados obtidos com o modelo apresentado (com 3 algarismos significativos) comparados com os resultados experimentais.

Resistência Térmica Total, R_T (°C/W)		
Ampola	Experimental	Modelo
A	26 ± 2	26,3
B	$5,5 \pm 0,1$	4,68
C	$4,3 \pm 0,1$	5,45
D	$3,88 \pm 0,09$	3,30

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES (Processos 990413-6 e 980245-3), ao CNPq (Processo 521002/97-4) e à FAPERJ (Bolsa Nota 10) pelo auxílio financeiro ao presente trabalho.

7. REFERÊNCIAS

- Holman, J.P., 1984, "Experimental Methods for Engineers," 4th edition, McGraw-Hill, Inc., U.S.A.
- Incropera, F.P. e DeWitt, D.P., 1998, "Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa," tradução da 4^a edição americana, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Johnson, L.W. and Riess, R.D., 1982, "Numerical Analysis," 2nd edition, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, MA, U.S.A.
- Kakaç, S., Shah, R.K. and Aung, W., 1987, "Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer," John Wiley & Sons, Inc., U.S.A.
- Kreith, F., 1977, "Princípios da Transmissão de Calor," tradução da 3^a edição americana, Editora Edgard Blücher Ltda., São Paulo, SP, Brasil.
- Özisik, M.N., 1990, "Transferência de Calor – Um Texto Básico," Editora Guanabara Koogan S.A., Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

DEVELOPMENT AND EXPERIMENTAL VALIDATION OF A DIDACTIC ONE-DIMENSIONAL MODEL FOR HEAT TRANSFER IN DEWAR FLASKS

Rodrigo P. A. Rocha

Luiz F. M. de Santana

Manuel E. Cruz

Departamento de Engenharia Mecânica, EE/COPPE/UFRJ, Centro de Tecnologia, Cidade Universitária, Ilha do Fundão, CP 68503, Rio de Janeiro, RJ, 21945-970, Brasil
rodrigo@lctc.coppe.ufrj.br, santana@lctc.coppe.ufrj.br, manuel@serv.com.ufrj.br

***Abstract.** In this predominantly didactic paper, a one-dimensional model for multimode heat transfer through Dewar flasks is developed and validated. Four kinds of specially fabricated flasks are considered, differing in the type of thermal insulation between the hot fluid, inside the flask, and the ambient air. The difference between the thermal resistances of the flasks is due to the presence or absence of a reflecting coating on the inner surfaces of the flask walls, and the presence or absence of air between those surfaces. The model considers that the heat flux has radial direction only, and that heat is lost by conduction, natural convection and radiation. Using a computer code based on the model, the computational results for the thermal resistances of the Dewar flasks are compared with the experimental results. Through this comparison, it is possible to estimate the emissivity of the coated surfaces, and validate the model. The code can be used for didactic purposes by undergraduate students, who, by effecting simulations with different values of the model parameters and comparing the computational and experimental results, can significantly improve their capability of analysis and understanding of multimode heat transfer.*

***Keywords.** multimode heat transfer, thermal insulation, didactic model, experimental analysis, Dewar flask*