



SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DE DIFUSÃO TRANSIENTE APLICADA A SÓLIDOS PARALELEPÍPEDOS

José Jefferson da Silva Nascimento

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, Cep 58109970, Campina Grande, PB, Brasil.

Francisco Antônio Belo

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia, Departamento de Tecnologia Mecânica, Cep 5805990, João Pessoa, PB, Brasil, e-mail: belo@les.ufpb.br

Antonio Gilson Barbosa de Lima

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, Cep 58109970, Campina Grande, PB, Brasil. e-mail: gilson@dem.ufpb.br.

Resumo. *Soluções analítica e numérica para o problema de difusão transiente em sólidos têm sido apresentadas e discutidas na literatura. No entanto, nestes trabalhos é dada ênfase a soluções para problemas uni e bidimensionais. O objetivo deste trabalho é apresentar uma modelagem matemática tridimensional transiente para prever o fenômeno difusivo no interior de paralelepípedos. A solução numérica da equação de difusão, utilizando o método dos volumes finitos, considerando propriedades termofísicas constantes e condição de contorno convectiva na superfície do sólido é apresentada. Como aplicação a metodologia foi utilizada para descrever o transporte de calor/massa no interior de um tijolo cerâmico. Resultados da propriedade adimensional Φ (calor ou massa), em vários planos no interior do sólido em três números de Fourier, durante o processo difusivo são apresentados e analisados. Para validar a solução, resultados numéricos do valor médio da propriedade Φ ao longo do processo são comparadas com os resultados analíticos apresentados na literatura.*

Palavras-chave: *paralelepípedo, convecção, difusão, volumes finitos, cerâmica.*

1. INTRODUÇÃO

A secagem é um fenômeno complexo, onde ocorre a remoção de umidade do meio poroso, pela difusão desta e evaporação. O processo de evaporação do líquido requer um aporte de energia de maneira controlada, para que a secagem possa ocorrer de maneira uniforme. Elevados gradientes de umidade e temperatura no interior do sólido podem causar defeitos irreversíveis no mesmo, como a perda da qualidade do produto, ou sua perda total, diminuindo a produtividade do processo e aumentando custos operacionais. Neste contexto, é fundamental conhecer os efeitos da secagem e o seu controle, uma vez que estes alteram as propriedades físicas e químicas do produto, e tais alterações afetam sensivelmente o processo de transferência de calor e massa.

O desenvolvimento de modelos matemáticos para descrever o processo de secagem tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores e institutos de pesquisa por várias décadas. Na tentativa de correlacionar dados experimentais da secagem de cada material particular a um modelo matemático, tem sido apresentado e discutido uma série de modelos na literatura, tais como os descritos em Fortes e Okos (1980) e Keey (1992). Tais modelos relacionam condições internas e/ou externas, que envolvem a cinética de secagem, o fenômeno de migração de umidade, propriedades

variáveis, encolhimento do produto, porosidade do material, temperatura do ar, umidade relativa e velocidade do ar, condições adequadas de contorno de tal maneira a proporcionar resultados coerentes com a realidade física. Estes modelos podem ser divididos em dois grandes grupos: modelos baseados numa análise concentrada e modelos baseados numa análise distribuída. Os modelos difusivos geralmente baseiam-se na difusão de líquido e/ou vapor dentro do produto. Estes modelos descrevem as taxas de transferência de calor e massa como função da posição dentro do sólido e do tempo de secagem e consideram as resistências aos fluxos de calor e massa externa e interna.

Soluções analíticas ou numéricas da equação de difusão, com coeficiente de difusão constante ou variável e condições de contorno constante (equilíbrio) ou do tipo convectivo, para várias geometrias (placas, paralelepípedos, cilindros e esferas), podem ser encontradas em Carslaw e Jaeger (1959); Luikov (1968), entre outros.

Para materiais cerâmicos, a teoria da difusão líquida foi usada por Hasatani e Ytaya (1992), Ketelaars et al (1992a), Ketelaars et al (1992b), Ytaya et al (1997).

Existe uma gama de trabalhos científicos que envolvem a transferência de calor e massa, utilizando modelos unidimensionais e metodologia numérica e/ou analítica de solução, por exemplo, Perre et al (1986), Stanish et al (1986). No entanto, a conhecimento do autor, são escassos os trabalhos científicos relacionados a problemas tridimensionais. Particularmente aqueles relacionados a difusão de calor e/ou massa em materiais cerâmicos, podem ser citados os trabalhos de Itaya et al (1997), Hasatani e Ytaya (1992), Ketersaals et al (1992a e 1992b) e Nascimento (2000a e 2000b).

Hasatani e Ytaya (1992) desenvolveram uma metodologia numérica para descrever a transferência simultânea de calor e massa em materiais cerâmicos argilosos com forma paralelepípedica, considerando condições de contorno convectiva na superfície do sólido. Os autores usaram a teoria da difusão líquida, aplicada a um problema tridimensional transiente. Os resultados demonstram uma boa concordância entre os resultados experimentais e numéricos. O efeito da temperatura no processo de deformação também foi analisado, evidenciando que maiores níveis destas, aumentam sensivelmente a deformação do material durante o processo de desidratação do mesmo. É reportado também, que existem maiores níveis de tensões trativas na superfície do produto, sobretudo nos vértices do paralelepípedo estudado.

Itaya et al (1997) estudaram a secagem de materiais cerâmicos argilosos, usando a teoria da difusão líquida e um modelo numérico tridimensional transiente. Os efeitos dos parâmetros adimensionais como os números de Biot e de Lewis foram analisados com o objetivo de se obter uma ótima condição de secagem. Os autores evidenciaram que os gradientes de umidade e as máximas tensões que geram trincas no material são mais significativos, com os acréscimos destes parâmetros. Evidenciaram também aumentos nas tensões termomecânicas com o aumento do número de Biot e encolhimento.

Diante do exposto e procurando contribuir com a área de secagem, este trabalho tem como objetivos apresentar uma modelagem matemática tridimensional da transferência de massa e/ou calor em sólidos paralelepípedicos e aplicar a metodologia à secagem de materiais cerâmicos.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

2.1 Modelagem do Processo de Difusão

Para descrever a transferência de calor e/ou massa no sólido com forma paralelepípedica, as seguintes considerações são adotadas, no modelo matemático:

- as propriedades termo-físicas são constantes, durante todo o processo de difusão;
- a geração interna da propriedade é desprezível;
- o sólido é homogêneo e isotrópico;

- a distribuição da propriedade (temperatura ou teor de umidade) é uniforme no início do processo;
- devido a forma do sólido, existe simetria no centro do mesmo;
- a condição de contorno na superfície do sólido é do tipo convectiva;
- O coeficiente de transferência da propriedade é constante.

A Figura (1) ilustra um sólido paralelepípedo de dimensões $2R_1 \times 2R_2 \times 2R_3$. Para este caso a equação diferencial geral que descreve o fenômeno de difusão é da forma:

$$\frac{\partial(\xi\Phi)}{\partial t} = \nabla \cdot (\Gamma^\Phi \nabla \Phi) + \Phi''' \quad (1)$$

onde na Equação (1) têm-se: para transferência de calor, $\xi = \rho c_p$; $\Phi = T$ e $\Gamma^\Phi = k$, onde c_p , T e k são o calor específico, temperatura e condutividade térmica do sólido, respectivamente, enquanto que, para transferência de massa, $\xi = \rho$; $\Phi = M$; $\Gamma^\Phi = \rho D$; onde ρ , M e D são a densidade, teor de umidade e coeficiente de difusão do sólido, respectivamente. Φ''' representa a geração interna de Φ e t é o tempo.

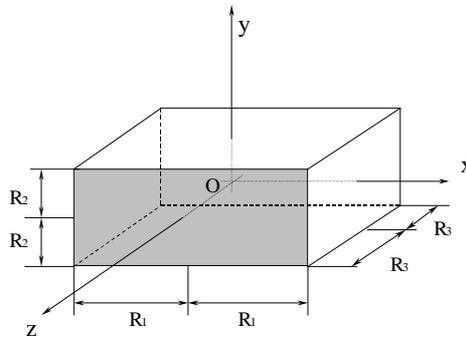


Figura 1. Configuração geométrica do problema físico

Devido a forma do sólido, existe simetria nos planos $(x=0, y, z)$, $(x, y=0, z)$, $(x, y, z=0)$ e considera-se como volume de trabalho, apenas 1/8 do volume do sólido. As condições iniciais, de simetria (fluxo de Φ nulo) e de contorno para o problema são as seguintes:

- Condição inicial:

$$\Phi(x, y, z, t = 0) = \Phi_0 \quad (2)$$

- Condições de simetria:

$$\frac{\partial\Phi(x=0, y, z, t)}{\partial x} = \frac{\partial\Phi(x, y=0, z, t)}{\partial y} = \frac{\partial\Phi(x, y, z=0, t)}{\partial z} = 0, \quad t > 0 \quad (3)$$

- Condições de contorno na superfície:

$$-\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi(x, y, z, t)}{\partial x} = h_x (\Phi(x, y, z, t) - \Phi_e) \quad \text{em } t > 0 \text{ e } x = R_1 \quad (4)$$

$$-\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi(x, y, z, t)}{\partial y} = h_y (\Phi(x, y, z, t) - \Phi_e) \quad \text{em } t > 0 \text{ e } y = R_2 \quad (5)$$

$$-\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi(x, y, z, t)}{\partial z} = h_z (\Phi(x, y, z, t) - \Phi_e) \quad \text{em } t > 0 \text{ e } z = R_3 \quad (6)$$

Nestas equações, os subscritos \underline{o} e \underline{e} significam início e equilíbrio, respectivamente, e as variáveis \underline{x} , \underline{y} e \underline{z} representam as faces do paralelepípedo; $h_x=h_y=h_z=h$ corresponde ao coeficiente de transferência convectiva de calor ou massa.

Para tornar as Equações (1) - (6) mais gerais, considere as seguintes variáveis adimensionais:

$$\Phi^* = \frac{\Phi(x,y,z,t) - \Phi_e}{\Phi_o - \Phi_e}, \quad x^* = \frac{x}{R}, \quad y^* = \frac{y}{R}, \quad z^* = \frac{z}{R}, \quad t^* = \frac{\alpha t}{R^2}, \quad V^* = \frac{V}{R^3} \quad \text{Bi} = \frac{hR}{\Psi} \quad (7)$$

onde $R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2}$, $\alpha = \Gamma \Phi / \xi$ e $\Psi = k$ para calor e $\Psi = D$ para massa. Nestas equações, V é o volume do sólido e Bi é o número de Biot de transferência.

Derivando-se estas equações e substituindo na Equação (1), obtém-se a equação geral tridimensional transiente na forma adimensional, dada por:

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial t^*} = \nabla^2 \Phi^* \quad (8)$$

Adimensionalmente, a condição inicial, de contorno e de simetria são as seguintes:

$$\Phi^*(x^*, y^*, z^*, 0) = 1 \quad (9)$$

$$-\frac{\partial \Phi^*}{\partial x^*} \Big|_e = \text{Bi}_x \Phi^*; \text{ para a face } x. \quad (10)$$

$$-\frac{\partial \Phi^*}{\partial y^*} \Big|_n = \text{Bi}_y \Phi^*; \text{ para a face } y. \quad (11)$$

$$-\frac{\partial \Phi^*}{\partial z^*} \Big|_f = \text{Bi}_z \Phi^*; \text{ para a face } z. \quad (12)$$

$$\frac{\partial \Phi^*(0, y^*, z^*, t^*)}{\partial x^*} = \frac{\partial \Phi^*(x^*, 0, z^*, t^*)}{\partial y^*} = \frac{\partial \Phi^*(x^*, y^*, 0, t^*)}{\partial z^*} = 0 \quad (13)$$

2.2 Solução numérica

Vários métodos numéricos têm sido usados para resolver o problema de difusão transiente, como por exemplos, os métodos de elementos de fronteira, elementos finitos, diferenças finitas e volumes finitos. Em particular neste trabalho, o método usado é o método dos volumes finitos. A Figura 2 representa um volume infinitesimal do domínio físico considerado na Fig. (1), onde os pontos nodais (W, E, N, S, F, T), bem como o tamanho deste volume e as distâncias entre eles são apresentados.

Assumindo uma formulação totalmente implícita, onde os termos são estimados nos tempos $t^* + \Delta t^*$, a equação (8) foi integrada no volume de controle da Figura 2, e no tempo. Desta forma obtém-se a Equação (8) na forma discretizada, que pode ser escrita de forma linear por (Patankar, 1980; Maliska, 1995):

$$A_P \Phi_P^* = A_E \Phi_E^* + A_W \Phi_W^* + A_N \Phi_N^* + A_S \Phi_S^* + A_T \Phi_T^* + A_F \Phi_F^* + B \quad (14)$$

onde:

$$A_W = \frac{\Delta y^* \Delta z^*}{\delta x_w^*} \quad A_S = \frac{\Delta y^* \Delta x^*}{\delta y_s^*} \quad A_T = \frac{\Delta x^* \Delta y^*}{\delta z_t^*} \quad A_P^o = \frac{\Delta x^* \Delta y^* \Delta z^*}{\Delta t^*} \quad B = A_P^o \Phi_P^{*o}$$

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S + A_T + A_F + A_p^o + \overline{SM}$$

$$A_E = \begin{cases} 0 & \text{p/os pontos de fronteira} \\ \frac{\Delta y^* \Delta z^*}{\delta x_e^*} & \text{p/os demais pontos internos} \end{cases}$$

$$A_N = \begin{cases} 0 & \text{p/os pontos de fronteira} \\ \frac{\Delta x^* \Delta z^*}{\delta y_n^*} & \text{p/os demais pontos internos} \end{cases}$$

$$\overline{SM} = \begin{cases} 0 & \text{p/os pontos internos} \\ \frac{\Delta y^* \Delta z^*}{\left(\frac{1}{Bim_x} + \delta x_e^*\right)} & \text{p/os pontos de fronteira na face x} \end{cases}$$

$$\overline{SM} = \begin{cases} 0 & \text{p/os pontos internos} \\ \frac{\Delta x^* \Delta z^*}{\left(\frac{1}{Bim_y} + \delta y_n^*\right)} & \text{p/os pontos de fronteira na face y} \end{cases}$$

$$\overline{SM} = \begin{cases} 0 & \text{p/os pontos internos} \\ \frac{\Delta x^* \Delta y^*}{\left(\frac{1}{Bim_z} + \delta z_f^*\right)} & \text{p/os pontos de fronteira na face z} \end{cases}$$

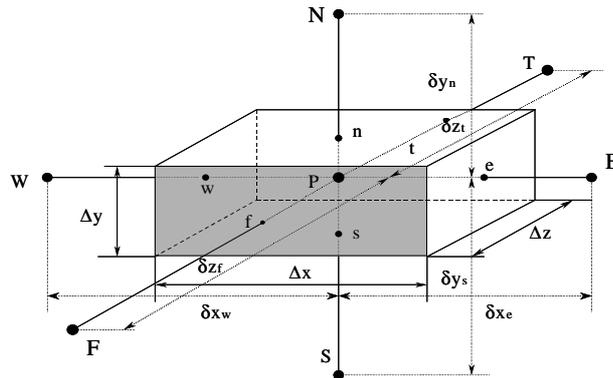


Figura 2. Configuração geométrica do problema físico usado na solução numérica.

A quantidade \overline{SM} é o termo fonte associado aos termos convectivos na superfície do sólido e que é adicionado aos pontos nodais que precedem a fronteira do mesmo. Os coeficientes A_K , $K \neq P$, refletem as contribuições do transporte difusivo de Φ , que vem dos nodos vizinhos em direção ao nodo P. O coeficiente A_p^o refere-se aos efeitos da variável Φ no tempo anterior. Logicamente seus efeitos decrescem no tempo ao longo do processo e será igual a zero no final do processo, se o regime permanente for alcançado. O conjunto de equações provenientes da Equação (14), foi resolvido iterativamente, pelo método Gauss-Seidel. Neste método, os cálculos foram iniciados com as condições iniciais dadas e terminou quando o critério de convergência apresentado na Equação (15) foi satisfeito, em cada ponto do domínio computacional.

$$|\Phi^{*n+1} - \Phi^{*n}| \leq 10^{-8} \quad (15)$$

onde n representa a n-ésima iteração em cada instante de tempo. Este critério do ponto de vista físico e numérico é suficientemente preciso para garantir o realismo físico das respostas obtidas.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O uso de métodos numéricos, em particular, o de volumes finitos, resulta ser fortemente condicionado pelo valor $(\Gamma^{\Phi}/\xi)\Delta t/R^2$ e pelo número de pontos de pontos da malha utilizada na determinação dos valores de interesse. Para verificar o efeito destes parâmetros e obter resultados independentes destes, foram gerados vários resultados com três tipos de malha e intervalo de tempo. Para obtenção dos resultados, foi implementado um programa computacional utilizando o software Mathematica[®]. A Tabela (1) apresenta alguns valores numéricos da propriedade Φ que possibilitam verificar os desvios entre os resultados obtidos em cada situação. A análise final mostra que uma malha regular e ortogonal 20x20x20 pontos em $(\Gamma^{\Phi}/\xi)\Delta t/R^2 = 4 \times 10^{-5}$, apresentam resultados satisfatórios, haja visto que existem pequenas diferenças entre os valores de Φ obtidos usando estes dados e aqueles obtidos para malhas maiores e intervalos de tempo menores. Sendo assim, estes parâmetros foram usados como base de cálculo na obtenção de todos os resultados numéricos.

Tabela 1. Valor médio de Φ obtidos com diferentes malhas, para vários tempos num sólido paralelepípedo com dimensões $(R_1 \times R_2 \times R_3)$ 0,100 x 0,025 x 0,045 m³ e Bi infinito.

$\Delta t^* \times 10^{+5}$	$t^* \times 10^{+5}$	Malhas			Erro (%)	
		A: 10x10x10	B: 20x20x20	C: 30x30x30	(A - B)/A	(C - B)/C
80	80	0.733	0.708	0.706	3.4106	0,2825
40	20	-	-	-	-	-
	40	-	0,791	-	-	-
	80	-	0,686	-	-	-
20	20	-	0,855	-	-	-
	40	-	0,776	-	-	-
	80	-	0,674	-	-	-
4	20	-	0,837	-	-	-
	40	-	0,761	-	-	-
	80	-	0,663	-	-	-
2	20	-	0,834	-	-	-
	40	-	0,759	-	-	-
	80	-	0,662	-	-	-

Para validar a metodologia, resultados obtidos numericamente, para um sólido paralelepípedo (tijolo cerâmico refratário) de dimensões $(R_1 \times R_3 \times R_2)$ 0,100x0,045x0,025 m³, são comparados com resultados analíticos reportados por Nascimento et al. (2000a), para Bi=2,0. A Tabela (2) apresenta esta comparação em quatro tempos adimensionais diferentes.

Tabela 2. Comparação entre os valores médios de Φ , para vários tempos adimensionais obtidos neste trabalho e os resultados analíticos reportados por Nascimento et al. (2000a) e Bi=2,0.

t^*	Valor médio adimensional $\bar{\Phi}^*$		Erro (%) (B-A)/B
	Analítico A	Numérico B	
0,002	0,9699	0,9701	0,0206
0,008	0,8898	0,8901	0,0337
0,020	0,7544	0,7549	0,066
0,080	0,3396	0,3408	0,3521

Como aplicação o método foi usado para descrever o processo de difusão no interior de um tijolo refratário com dimensões $(R_1 \times R_3 \times R_2)$ 0,100 x 0,045 x 0,025m³ e Bi= 5,0. A Norma Técnica EB-19 estabelece dois padrões: 2R₁ x 2R₂ x 2R₃ para tijolo cheio ou maciço: (0,240±5) x (0,115±2) x (0,052±2) m³ e (0,200±5) x (0,045± 2) x (0,053± 2) m³, mas nem sempre é obedecida pelas olarias (Bauer, 1992).

As Figuras 3-8, apresentam a distribuição da propriedade adimensional Φ^* no interior do sólido, nos planos $x^*=0,420$ ($\approx R_1/2$), $y^*=0,105$ ($\approx R_2/2$), $z^*=0,189$ ($\approx R_3/2$) e $x^*=0,889$ ($=R_1$), $y^*=0,222$ ($=R_2$), $z^*=0,400$ ($=R_3$), para os instantes $t^*=0,0008$ e $0,0020$, respectivamente. Nelas estão evidenciados a forma de cada uma das faces do paralelepípedo e as linhas de isoconcentração.

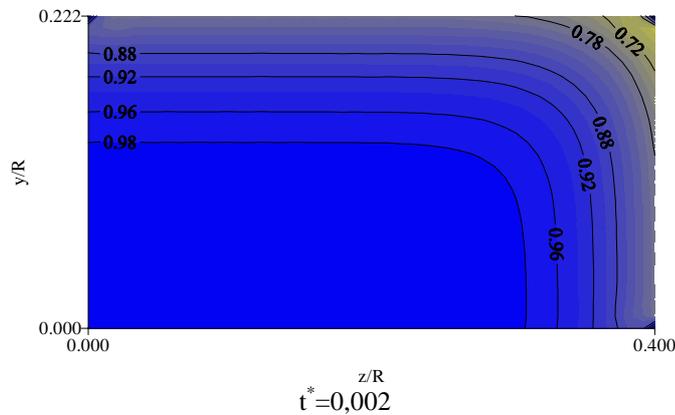


Figura 3. Distribuição da propriedade adimensional no plano $x^*=0,419857$.

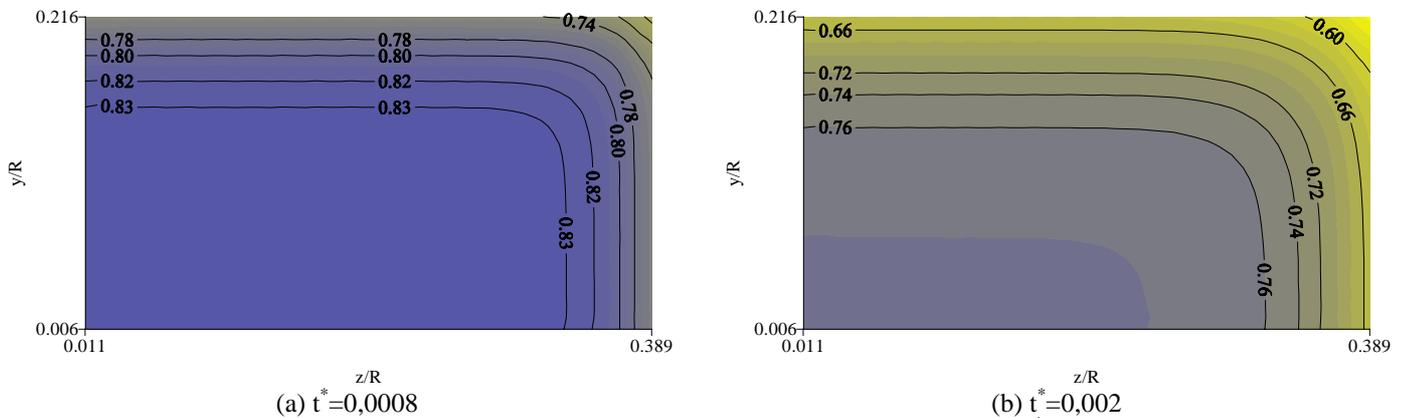


Figura 4. Distribuição da propriedade adimensional no plano $x^*=0,889108$

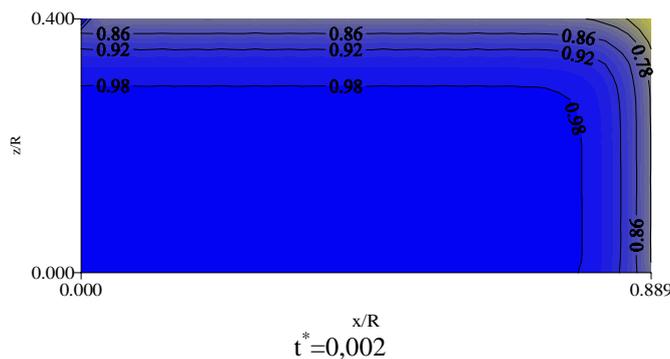


Figura 5. Distribuição da propriedade adimensional no plano $y^*=0,104964$

A análise das figuras mostradas e de outros resultados não apresentados neste trabalho por insuficiência de espaço evidencia frente de variação de Φ e a existência de mais altos gradientes desta propriedade na região próxima ao vértice do sólido em todos os casos estudados. Assim sendo, estas regiões são mais susceptíveis, ao aparecimento de trincas e deformações, conforme constatado por alguns pesquisadores como por exemplos, Keey (1992), Nascimento et all (2000a e 2000b) e Hasatani e Itaya (1992) A propriedade adimensional apresenta os maiores resultados no centro do mesmo em qualquer tempo de secagem. Além disso, percebe-se o decréscimo da propriedade adimensional ao longo do processo de difusão, em qualquer posição, conseqüentemente a propriedade no interior do sólido aproxima-se da propriedade do meio externo. Observa-se que

nas regiões próxima dos vértices, a propriedade Φ , difunde mais rápido. Fisicamente isto é esperado. Uma vez que, estando o sólido mais exposto a uma atmosfera envolvente, tende a variar mais rapidamente o valor de Φ nessas regiões.

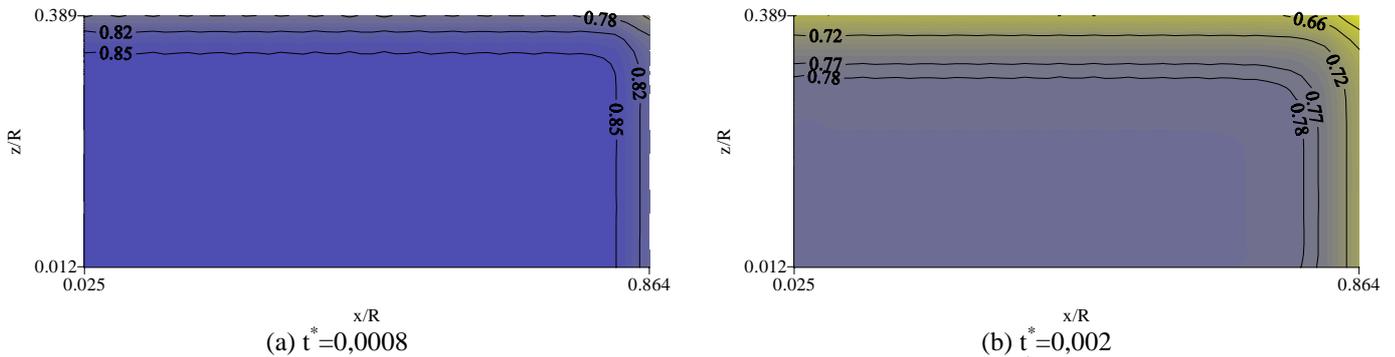


Figura 6. Distribuição da propriedade adimensional no plano $y^*=0,222277$

Ao se analisar o problema sob o ponto de vista da transferência de massa devido a secagem, as regiões de maior aquecimento, representam áreas de maior perda de água, e, portanto mais secas. Pelos resultados expostos, durante o processo de secagem, a camada externa da peça (principalmente os vértices) aquece mais rápido do que o centro, região essa que se contrai primeiro (não levada em consideração neste modelo), produzindo uma redução nas dimensões do corpo, tal redução de volume, corresponde a perda de água evaporada do mesmo, o que dificulta a difusão de água, para fora do corpo, gerando tensões de sentidos contrários entre a camada externa e interna. Quanto maior a taxa de perda de água do produto, maior será a tensão resultante no mesmo (Fricke, 1981).

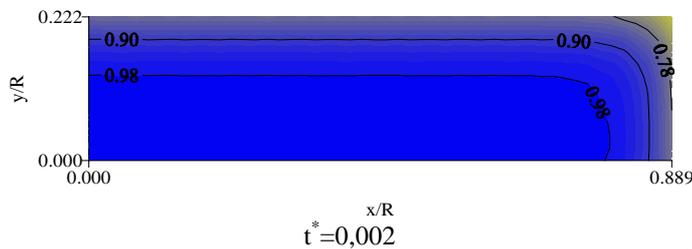


Figura 7. Distribuição da propriedade adimensional no plano $z^*=0,188936$

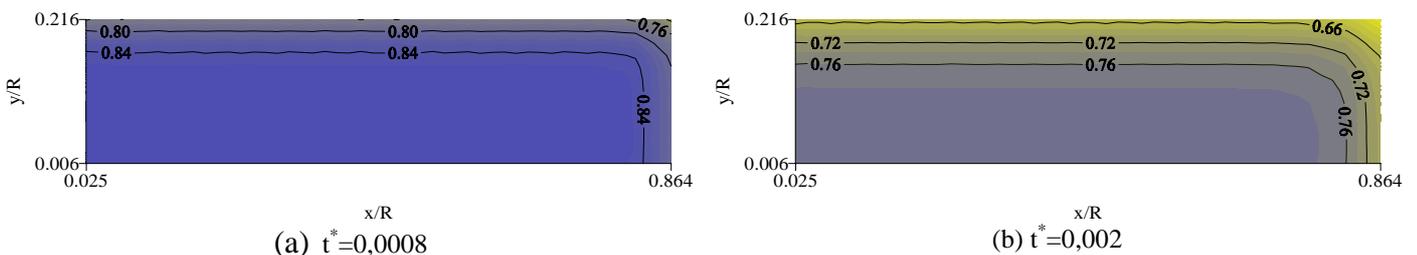


Figura 8. Distribuição da propriedade adimensional no plano $z^*=0,400099$

Do exposto, uma secagem prévia, controlada, é de grande importância. Se a secagem não for uniforme, aparecerão distorções nas peças, mas, se for muito lenta, a produção tornar-se-á antieconômica. Para se ter uma secagem uniforme (gradientes de temperatura e umidade minimizados) é importante moderar adequadamente a intensidade da secagem, pelo controle das velocidades, umidade relativa e temperatura do ar de secagem, forma do corpo, particularmente a relação área/volume e a porosidade do material (Nishikawa et al, 1994).

Como comentário final, dada a quantidade de informações fornecidas, o bom ajuste obtido quando das comparações apresentadas e o realismo físico obtido, pode-se afirmar que o modelo e a metodologia de solução para o problema são satisfatórios. Nenhum resultado experimental foi

usado para comparar os dados numéricos, contudo os resultados obtidos são gerais, independentes do tipo de material e suas propriedades físicas, térmicas, químicas ou mecânicas.

O modelo é muito versátil e a técnica usada tem grande potencial podendo ser usada para descrever processos de difusão tais como secagem, umidificação, aquecimento e resfriamento de sólidos com geometrias que varia de uma haste unidimensional até um paralelepípedo, inclusive placa plana, sem restrições quanto à natureza do material (frutas, cereais, vegetais, minerais, etc.), desde que as hipóteses assumidas sejam admissíveis.

5. CONCLUSÕES

Da análise dos resultados obtidos pode-se concluir que: a) quanto maior o tempo adimensional menor será o valor da propriedade, em qualquer ponto no interior do mesmo; b) os maiores valores da propriedade adimensional num sólido paralelepípedo, se situam no centro do mesmo, em qualquer tempo; c) As regiões nas proximidades dos vértices do paralelepípedo apresentam as maiores taxas de transferência da propriedade (calor e/ou massa), por isso são mais susceptíveis a choques térmicos, trincas, deformações e até mesmo a fratura total do material; d) a formulação utilizada, sendo adimensional pode ser usada em problemas de aquecimento, resfriamento, secagem e umidificação.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES/PICDT/UFPB e ao CNPq (processo nº 476457/2001-7), pelo apoio financeiro concedido e aos pesquisadores referenciados que com suas pesquisas, ajudaram no melhoramento deste trabalho.

7. REFERÊNCIAS

- Bauer, L. A.F., 1994, *Materiais de construção 2*, LTC Editora, Rio de Janeiro.935p.
- Caeslaw, H. S., Jaeger, J. C., 1959 “*Conduction of heat in solids*”. 2º ed. Oxford: University Press, New York, 540p.
- Crank, J., 1992, “*The mathematics of diffusion*”, 2.ed. New York Oxford Science Publications, 414p.
- Fricke, J., 1981, *A cerâmica*, Editora Presença Ltda, Lisboa, 152p.
- Hasatani, N., Itaya, Y., 1992, “*Deformation characteristic of ceramics during drying*, International Drying Symposium”, pp 190-199, Parte A.
- Key, R. B., 1992, “*Drying of loose and particulate materials*”, New York: Hemisphere Publishing Corporation, 502 p.
- Ketelaars, A. A. J., Jomaa, W., Puriggali, J. R., Coumans, W. J., 1992b, “*Drying Shrinkage and Stress*”, International Drying Symposium, pp 293-303, Parte A.
- Keteraals, A.A.J., Lauf, O., Coumans, W.J., Kerkhof, P.J.A.M., 1992a, “*Determination of Diffusion Coefficient from Experimental Moisture Concentration Profiles in Clay*, Drying 92, Part A, pp. 345-352.
- Luikov, A.V., 1968 “*Analytical heat diffusion theory*”, London: Academic Press, Inc. Ltd., 684p.
- Maliska, C. R., 1995, “*Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*”, Rio de Janeiro, LTC, 424p..
- Nascimento, J. J. S.; Belo, F. A; Lima, A, G. B.; Pontes, L. R. A, 2000, “*Fenômenos de difusão transiente em sólidos paralelepípedos*”, Congresso Nacional de Engenharia Mecânica(CONEM), CD ROM, Natal, Brasil.
- Nascimento, J. J. S.; Belo, F. A; Lima, A, G. B.;, 2000, “*Solução Numérica para o Problema de Difusão Transiente em Sólidos Paralelepípedos*”, Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências dos Materiais (CBECIMAT), CD ROM, São Pedro, SP,Brasil.

- Nishikawa, T., Gao T, Hibi M., Takatsu, M., and Ogawa, M., 1994, "Heat Transmission During Thermal Shock Testing of Ceramics", Journal of Materials Science 29, pp 213-219.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow," New York, Hemisphere Publish. Coop, 197p.
- Perre, P., Nasrallah, S.B., Arnaud, G.A., 1986, "Theoretical Study of Drying: Numerical Simulation Applied to Clay-Brick and Softwood", Drying 86, pp 382-390.
- Stanish, M.A., Schajer, G.S., Kayalin, F., 1986, "Mathematical Model of Drying for Higroscopic Porous Media", AIChE Journal, Vol 32, No 8, pp 1301-1311.
- Ytaya, Y., Taniguchi, S and Hasatani, M., 1997, " A Numerical Study of Transient Deformation and Stress Behavior of a Clay Slab During Drying", Drying Technology, Vol. 15, No 1, pp 1-21.

NUMERICAL SOLUTION OF THE TRANSIENT DIFFUSION EQUATION APPLIED TO PARALLELEPIPED SOLIDS

José Jefferson da Silva Nascimento

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, Cep 58109970, Campina Grande, PB, Brasil.

Francisco Antônio Belo

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia, Departamento de Tecnologia Mecânica, Cep 5805990, João Pessoa, PB, Brasil, e-mail: belo@les.ufpb.br

Antonio Gilson Barbosa de Lima

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, Cep 58109970, Campina Grande, PB, Brasil. e-mail: gilson@dem.ufpb.br.

Abstract. *Analytical and numerical solutions for the problem of transient diffusion in solids have been presented and discussed in the literature. However, in these works, emphasis is given emphasis to 1D and 2D problems. The objective of this work is to present a transient three-dimensional mathematical modeling to predict the diffusion phenomena inside parallelepiped solids. The numerical solution of the diffusion equation, using the finite-volume method, considering constant thermo-physical properties and convective boundary conditions at the surface of solid is presented. As an application, the methodology is used to describe the heat or mass transport inside a ceramics brick. Results of the dimensionless property Φ (heat or mass), in several planes inside the solid in three Fourier numbers during the diffusion process are presented and analyzed. To validate the methodology, numerical results of the average value of the property Φ along the process are compared with analytical results given by the literature and good agreement was obtained.*

Keywords: *parallelepiped, convection, diffusion, finite-volume, ceramics.*