



## SOLIDIFICAÇÃO DE ÁGUA NO INTERIOR DE UMA CAPSULA ESFÉRICA

### **Kamal A.R. Ismail**

Departamento de Engenharia Térmica e de Fluidos - FEM - UNICAMP  
Caixa Postal 6122, CEP 13.083-970 - Campinas (SP) - Brasil  
FAX: (019) 2893722, email: kamal@fem.unicamp.br

### **Jorge R. Henríquez**

Departamento de Engenharia Mecânica – DEMEC – UFPE  
Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N - Recife, PE, Brasil - 50740-530  
email: rjorgeh@demec.ufpe.br

**Resumo.** No presente trabalho foi estudado numericamente o problema de formação de gelo no interior de uma capsula esférica. As equações que governam o problema foram resolvidas usando o método de diferenças finitas e adotando condições de contornos convectivas na superfície externa da capsula. Os resultados obtidos com o presente modelo apresentam uma boa concordância com resultados experimentais. O modelo foi usado para investigar o efeito de alguns parâmetros tais como espessura e material da capsula, temperatura inicial do material de mudança de fase dentro da capsula esférica e temperatura externa sobre a fração de massa solidificada e tempo de solidificação completa. Estas informações podem ser de grande utilidade para o projeto de sistemas de armazenamento de energia baseados no encapsulamento de material de mudança de fase.

**Palavras-chave:** Solidificação, Armazenamento de calor, Material de mudança de fase, Bancos de gelo.

### **1.- INTRODUÇÃO**

O fenômeno de fusão e solidificação é amplamente encontrado na natureza e em diversos processos industriais. Entre outros exemplos, pode-se citar o crescimento de cristais, o congelamento do solo, a fundição e solidificação de metais e ligas, o congelamento e descongelamento de alimentos e o armazenamento de energia térmica.

O armazenamento de energia térmica representa uma forma eficiente de aumentar a flexibilidade de operação em processos industriais onde a disponibilidade de energia térmica não coincide exatamente com o perfil de demanda no tempo. Diversos sistemas de armazenamento térmico foram desenvolvidos e estudados nos últimos anos o que tem resultado numa grande variedade de soluções tecnológicas envolvendo tanto o conceito de calor latente quanto o conceito de calor sensível. Os sistemas de armazenamento de energia baseados no conceito de calor latente apresentam como vantagem uma maior capacidade de armazenamento de energia por unidade de volume, quando comparados aos sistemas de armazenamento por calor sensível, e uma temperatura constante durante o processo de mudança de fase.

Uma aplicação particular do conceito de armazenamento de energia são os bancos de gelo, usados em sistemas integrados de refrigeração e ar condicionado. Neste tipo de equipamentos a energia térmica é armazenada através da solidificação de água durante o processo de carregamento do armazenador e liberada durante o processo de fusão do gelo. A geometria onde ocorre o

fenômeno de mudança de fase é um parâmetro importante no projeto de armazenadores térmicos e uma área de pesquisa ainda em aberto. Uma das configurações possíveis é o encapsulamento do material de mudança de fase em envoltórios cilíndricos, planos ou esféricos. Entre estas geometrias, a solidificação do material de mudança de fase dentro de capsulas esféricas apresenta o melhor desempenho devido a uma maior relação área de transferência de calor e volume, enquanto que o tipo de empacotamento dentro do tanque de armazenamento representa uma outra vantagem, permitindo obter uma configuração mais eficiente em armazenadores tipo leito fixo.

A compreensão do processo de transferência de calor no fenômeno de mudança de fase é essencial para avaliar exatamente o desempenho térmico dos bancos de gelo, e pode-se constatar na literatura variados estudos abordando o problema de solidificação no interior de capsulas de geometria esférica e cilíndrica.

Hill and Kucera (1983) desenvolveram um procedimento semi-analítico para estudar a solidificação dentro de uma capsula esférica incluindo o efeito da radiação na superfície da capsula. São apresentados resultados para a posição da interface em função do tempo. Milanez (1984) e Milanez e Ismail(1984) apresentaram uma solução numérica com malha móvel do problema de solidificação em geometria esférica para o caso em que o material de mudança de fase encontra-se na temperatura de saturação. Seus resultados comparam bem com modelos aproximados e resultados experimentais.

Prud'homme et al. (1989) estudaram numericamente o processo de solidificação no interior de placas, cilindros e esferas, e usaram uma transformação de coordenadas para imobilizar a frente de mudança de fase. Adotaram uma aproximação unificada que permite o tratamento simultâneo do problema em geometrias plana, cilíndrica e esférica, para três diferentes tipos de condições de contorno. Gammon e Howarth (1996) também investigaram o processo de solidificação em geometrias esféricas submetidas a condições de temperatura e fluxo de calor constante na fronteira. O método da perturbação é empregado para a resolução das equações e eles adotaram que o líquido inicialmente encontra-se à temperatura de mudança de fase. Um esquema numérico baseado no método da entalpia foi aplicado por Caldwell e Chan (2000) para o estudo da solidificação dentro de um domínio esférico. Resultados são comparados com uma solução pelo método integral, verificando-se uma boa concordância entre resultados para uma ampla faixa de números de Stefan.

Cho and Choi (2000) apresentaram um estudo experimental sobre as características térmicas da parafina numa capsula esférica durante os processo de fusão e solidificação, e realizaram comparações com a água como material de mudança de fase. O experimento foi realizado utilizando uma unidade de armazenamento tipo leito com sete camadas de capsulas esféricas no seu interior e verificaram a presença do fenômeno de super resfriamento. Embora tenha sido adicionado agentes nucleantes à água, observaram que esta apresenta maior grau de super resfriamento que a parafina. Num trabalho sobre a probabilidade de super resfriamento durante o processo de solidificação de água em capsulas cilíndricas, Chen et al. (1999) mostraram que para menores temperaturas do fluido refrigerante, maior a probabilidade de nucleação, diminuindo portanto o tempo de super resfriamento. O efeito do tamanho das capsulas também é um parâmetro importante para evitar este fenômeno. Os resultados indicam que, sob a mesmas condições de temperatura do fluido refrigerante, capsulas maiores (maior volume de água) apresentam uma maior probabilidade de nucleação. Também estudaram o efeito da adição de agentes nucleantes, indicando que este procedimento evita ou reduz a presença do fenômeno de super resfriamento.

Este trabalho apresenta uma solução numérica, baseado no método de diferenças finitas, para o problema de solidificação de água no interior de capsulas esféricas, sob condições de contorno convectivas na superfície externa da capsula e uma temperatura inicial do material líquido encapsulado maior que a temperatura de mudança de fase. Importantes parâmetros tais como o material e tamanho da capsula, temperatura externa e temperatura inicial da água dentro da capsula são investigados tomando como base os seus efeitos sobre a fração de massa solidificada e tempo para solidificação completa do PCM (material de mudança de fase).

## 2.- FORMULAÇÃO

A Fig. (1) representa o sistema em estudo, e é formado por uma capsula esférica de raio externo igual a  $R_e$  inicialmente preenchida com PCM líquido a uma temperatura inicial maior que a temperatura de mudança de fase  $T_{PC}$ . A capsula esférica é submetida a um resfriamento convectivo num banho térmico a uma temperatura constante  $T_o$ , menor que a temperatura de mudança de fase. Num primeiro instante de tempo ocorrerá unicamente o resfriamento da massa líquida contida na capsula esférica, fenômeno que se prolongará até que o líquido em contato com a parede da capsula alcance a temperatura de mudança de fase, provocando a primeira lamina de solidificação. A partir desse momento ocorrerá um processo de resfriamento com mudança de fase, prolongando-se até que a última fração de líquido seja solidificada. Durante todo o processo de mudança de fase temos uma frente de solidificação deslocando-se da parede da capsula esférica em direção ao centro da esfera, separando as fases sólida e líquida do PCM. Uma vez que todo o PCM líquido tenha solidificado, voltaremos a ter somente um processo de resfriamento do PCM sólido, estendendo-se até que o sistema entre em equilíbrio térmico com o banho. No modelo matemático são considerados estes três estágios.

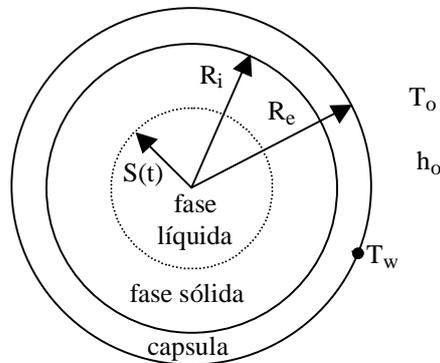


Figura 1. Esquema do sistema em estudo.

O processo de transferência de calor será modelado como puramente condutivo, quando as fases sólida e líquidas são únicas, e condutivo com mudança de fase quando as duas fases coexistem. O efeito convectivo presente na região líquida do PCM será tratado através de um coeficiente de condutividade térmica efetivo que substitui o valor da condutividade do líquido na equação da energia, como em Bedecarrats et al. (1996).

Para o primeiro e terceiro estágio, que corresponde ao processo de resfriamento puro de uma massa líquida e sólida respectivamente, podemos escrever a equação governante e suas respectivas condições de contorno, como segue;

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c} \left[ \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right] \quad 0 < r < R_i \quad (1)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{(T - T_o)}{\frac{(R_e - R_i)}{k_c} \left( \frac{R_i}{R_e} \right) + \left( \frac{R_i}{R_e} \right)^2 \frac{1}{h_o}} \quad , \quad r = R_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad , \quad r = 0 \quad (3)$$

$k$ ,  $\rho$  e  $c$  na Eq. (1) correspondem à condutividade térmica, densidade e calor específico respectivamente, sendo que os valores adotados para estas variáveis devem corresponder com a condição do material de mudança de fase, completamente líquido no primeiro estágio do processo e completamente sólido no terceiro estágio.  $T$  representa a temperatura,  $t$  é o tempo e  $r$  é a coordenada radial no sistema de coordenadas fixado no centro da esfera. Na Eq. (2),  $k_c$  e  $h_o$  representam a condutividade térmica do material da capsula e o coeficiente de transferência de calor na superfície externa, respectivamente.

A transferência de calor com mudança de fase, que corresponde ao segundo estágio do problema, se caracteriza pela coexistência das fases sólida e líquida e será resolvido separadamente em dois domínios, acoplando as soluções através da condição de contorno na interface. As equações governantes com a suas respectivas condições de contorno podem ser escritas como segue;

Região sólida (s)

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \left( \frac{k}{\rho c} \right)_s \left[ \frac{2}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} \right] \quad S(t) < r < R_i \quad (4)$$

Região líquida (l)

$$\frac{\partial T_l}{\partial t} = \left( \frac{k}{\rho c} \right)_l \left[ \frac{2}{r} \frac{\partial T_l}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_l}{\partial r^2} \right] \quad 0 < r < S(t) \quad (5)$$

$$-k_s \frac{\partial T_s}{\partial r} = \frac{(T_s - T_o)}{\frac{(R_e - R_i)}{k_c} \left( \frac{R_i}{R_e} \right) + \left( \frac{R_i}{R_e} \right)^2 \frac{1}{h_o}}, \quad r = R_i \quad (6)$$

$$\frac{\partial T_l}{\partial r} = 0, \quad r = 0 \quad (7)$$

$$T_s = T_l = T_{PC}, \quad r = S(t) \quad (8)$$

Os subscritos s e l nas Eqs. (4) a (8) denotam as fases sólida e líquidas respectivamente.

Fazendo um balanço de energia na interface sólido-líquido se obtém uma equação adicional que permite calcular a posição da interface,  $S(t)$ , para cada instante de tempo. A variável  $L$  representa o calor latente do material de mudança de fase.

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial r} - k_l \frac{\partial T_l}{\partial r} = \rho L \frac{dS(t)}{dt}, \quad r = S(t) \quad (9)$$

O coeficiente convectivo na superfície externa da capsula esférica é obtido de correlações para o número de Nusselt médio ( $\overline{Nu}_D$ ). Para uma capsula esférica imersa num banho térmico, cuja temperatura for diferente de aquela da superfície da capsula, apareceram correntes convectivas naturais produto da diferença de temperatura. O coeficiente de transferência de calor médio para esta situação física pode ser obtido de uma correlação em Bejan (1993).

$$\overline{Nu}_D = \frac{h_o D}{k_f} = 2 + \frac{0.589 Ra_D^{1/4}}{\left[ 1 + (0.469/Pr)^{9/16} \right]^{1/4}} \quad (10)$$

onde;  $k_f$  é a condutividade térmica do fluido externo,  $D$  é o diâmetro externo da capsula esférica,  $Pr$  é o número de Prandtl,  $Ra_D$  é o número de Rayleigh dado pela seguinte expressão

$$Ra_D = \frac{g\beta(T_w - T_o)D^3}{\alpha\nu},$$

$T_w$  é a temperatura da superfície externa da capsula esférica,  $\alpha$  é a

difusividade térmica e  $\nu$  é a viscosidade cinemática.

O conjunto de equações definidas acima, Eqs. (1) à (10), foram resolvidas numericamente através do método de diferenças finitas, adotando um esquema implícito. Devido que durante o processo de solidificação uma interface desloca-se desde a fronteira interna para o centro da capsula esférica, separando duas regiões perfeitamente definidas (região sólida e líquida), optou-se pelo uso do método de malha móvel, como aquele proposto por Murray e Landis (1959) para geometria plana, para discretizar as equações em diferenças finitas. Com este método, a posição da interface em cada passo de tempo pode ser facilmente determinada, já que esta sempre coincide com um dos nós da malha. A medida que a interface se desloca no processo de solidificação, a malha correspondente à fase sólida se distende, ficando os pontos da malha cada vez mais distantes, enquanto que na malha correspondente à fase líquida a distância entre os pontos diminui. No processo de resfriamento puro, onde só uma das fases está presente, é utilizada uma malha fixa.

Quando a mudança de fase se inicia podemos assumir que para uma pequena fração de tempo todo o calor sensível disponível na interface PCM-superfície interna da capsula esférica será igual que o calor latente transferido ao material de mudança de fase. Esta hipótese simplificadora nos permite encontrar uma expressão para calcular a posição inicial da frente de mudança de fase assim que se inicia a solidificação. Este procedimento é válido já que, segundo Heitz and Westwater (1970), geralmente é necessário obter uma posição da frente de mudança de fase realística e não necessariamente um valor preciso desta devido a que a fração de tempo em que isto ocorre se torna desprezível se comparado ao tempo total do processo.

Diversos ensaios numéricos foram realizados para estabelecer a melhor malha para as variáveis espaciais e temporais. Dos ensaios realizados estabeleceu-se que um passo de tempo ( $\Delta t$ ) igual a 0,1 segundos e uma malha espacial de 40 pontos na direção radial apresentam a melhor relação entre precisão e tempo computacional.

Comparações entre ensaios experimentais e numéricos, sob as mesmas condições operacionais e geométricas, foram conduzidos com o intuito de validar o código computacional. Os ensaios experimentais foram realizados numa bancada especialmente desenhada para o estudo de solidificação em geometrias esféricas. O teste foi realizado submergindo um balão de vidro com material de mudança de fase num banho térmico cuja temperatura permanece constante e controlada durante o ensaio. Um termopar fixo, colocado no centro do balão e acoplado a um sistema de aquisição de dados, registra a temperatura durante o processo de resfriamento/solidificação.

### 3.- RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nas Figs. (2) e (3) mostram-se curvas dos ensaios numéricos e experimentais para a variação da temperatura no centro da capsula esférica para dois casos diferentes. Observa-se uma boa concordância de resultados, mostrando a capacidade do código computacional na simulação do processo de solidificação do material contido numa capsula esférica. Nas curvas experimentais pode-se apreciar um grau de super resfriamento durante o processo, fenômeno que no código numérico não é simulado. O super resfriamento é um estado que caracteriza-se pelo fenômeno em que o PCM (neste caso água) encontra-se ainda no estado líquido embora a sua temperatura esteja abaixo da temperatura de mudança de fase. Sendo assim, de um ponto de vista do armazenamento de energia na forma de calor latente, o super resfriamento degrada o processo de armazenamento na medida que retarda o processo de solidificação. Conforme Chen et al. (1999), num estudo sobre o super resfriamento em capsulas cilíndricas, a temperatura do fluido externo e o tamanho da capsula são dois parâmetros importantes para controlar o super resfriamento. A adição de agentes nucleadores ao PCM também ajuda a reduzir este fenômeno.

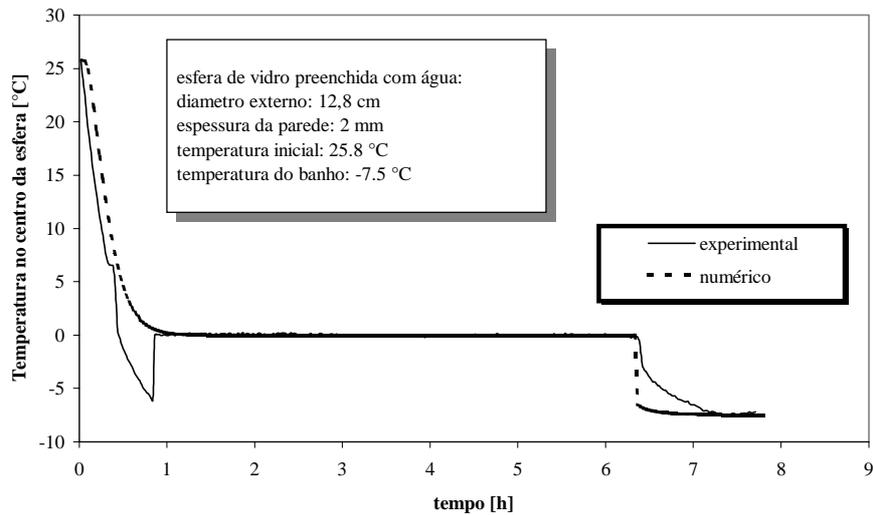


Figura 2. Variação da temperatura no centro da esfera para uma temperatura externa de  $-7,5\text{ °C}$  e um tamanho de esfera de diâmetro igual a 12,8 cm

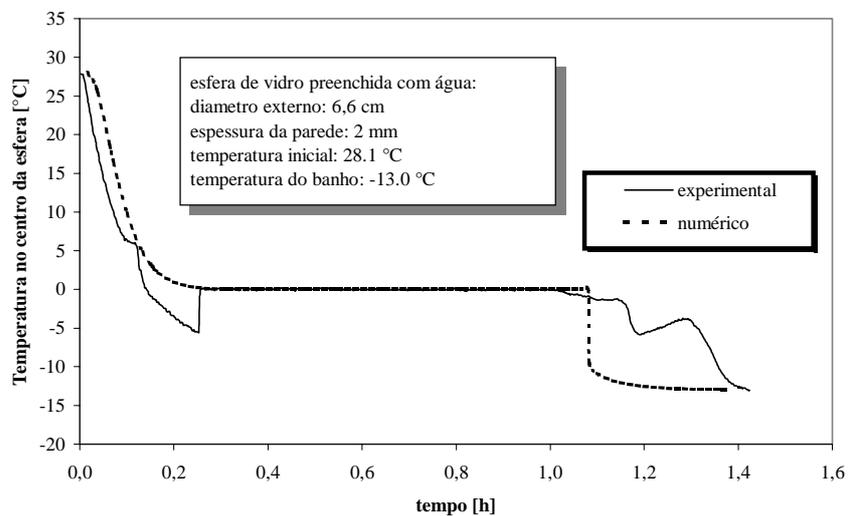


Figura 3. Variação da temperatura no centro da esfera para uma temperatura externa de  $-13\text{ °C}$  e um tamanho de esfera de diâmetro igual a 6,6 cm

tendo validado o modelo, este será empregado para estudar o efeito do tamanho da esfera, material da capsula, temperatura do refrigerante e temperatura inicial da água na capsula sobre o tempo para solidificação completa e sobre a fração de massa solidificada. A fração de massa solidificada é definida como;

$$m^* = \frac{M_{Solid}}{M_{Total}} \quad (11)$$

O efeito do material da capsula sobre a fração de massa solidificada é mostrada na Fig. (4). Os materiais testados são cobre, alumínio, polietileno, acrílico e PVC. No caso dos materiais metálicos, as velocidades de solidificação são praticamente coincidentes. Quando comparados os resultados para o polietileno, acrílico e PVC, o polietileno é o que mostra melhor performance térmica, sendo que, tanto o polietileno quanto o acrílico and PVC são opções de capsulas de baixo custo e fácil fabricação.

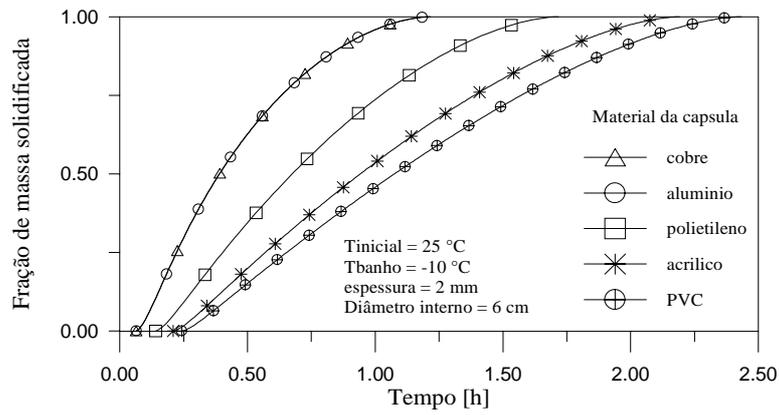


Figura 4. Efeito do material da capsula esférica sobre a fração de massa solidificada.

A Fig. (5) mostra o efeito do tamanho da capsula sobre o tempo para solidificação completa. Foram simuladas capsulas com diâmetro externo igual a 10, 20, 60, 100, 140, e 200 mm. A Fig. (6) mostra a fração de massa solidificada em função do tamanho da esfera. Pode-se observar das Figs. (5) e (6) que a medida que aumenta-se o tamanho da capsula leva-se cada vez mais tempo para solidificar completamente o PCM nela contida, não existindo uma relação linear entre estes parâmetros. Das mesmas figuras pode-se concluir que uma esfera de 10 cm de diâmetro solidifica completamente em torno de 4 horas, enquanto que uma esfera do dobro do diâmetro da primeira (20 cm) demora aproximadamente cerca de 12 horas.

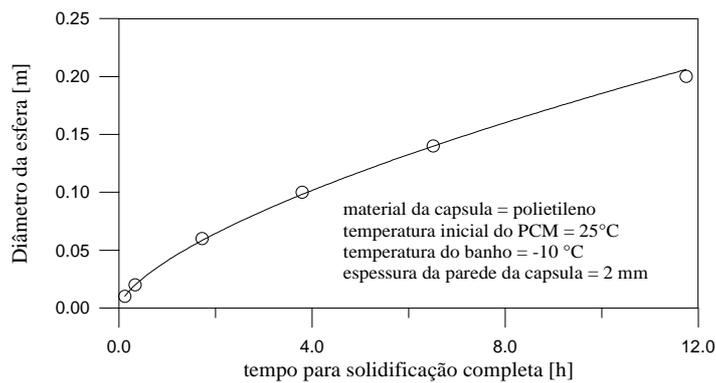


Figura 5. Efeito do tamanho da capsula sobre o tempo para solidificação completa.

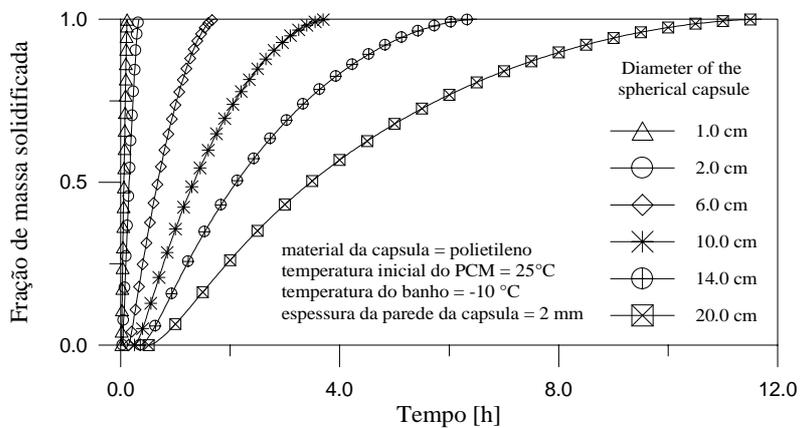


Figura 6. Efeito do tamanho da capsula sobre a fração de massa solidificada.

Figura (7) mostra o efeito da temperatura do fluido refrigerante. Como pode ser verificado o decréscimo da temperatura externa leva a uma redução do tempo para alcançar a solidificação

completa. Também pode-se observar que uma diminuição cada vez maior na temperatura do fluido externo, não traz consigo ganhos proporcionais na redução do tempo de solidificação completa. Na Fig. (8) mostra-se como a temperatura externa afeta a fração de massa solidificada.

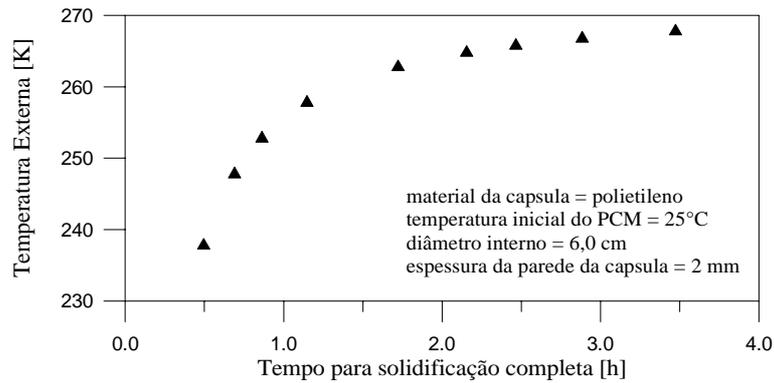


Figure 7. Efeito da temperatura do refrigerante sobre o tempo para solidificação completa.

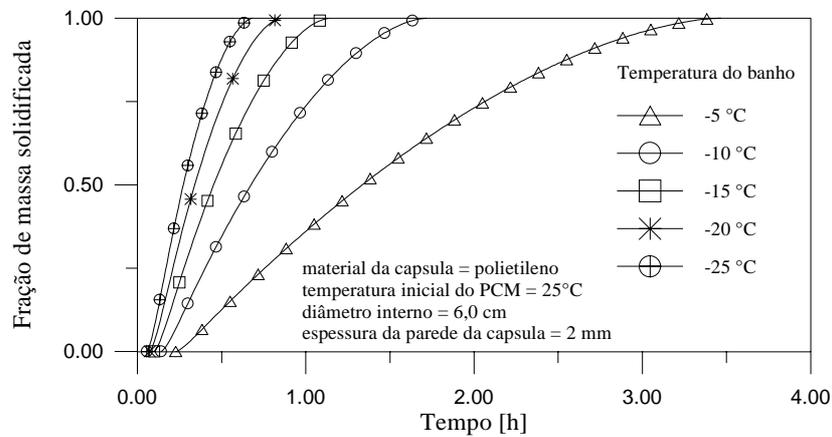


Figure 8. Efeito da temperatura do refrigerante sobre a fração de massa solidificada.

Na Fig. (9) pode-se observar o efeito da temperatura inicial do PCM contido na capsula esférica. Da figura se deduz que a temperatura inicial do sistema tem pouco efeito sobre o tempo gasto em solidificar completamente o PCM.

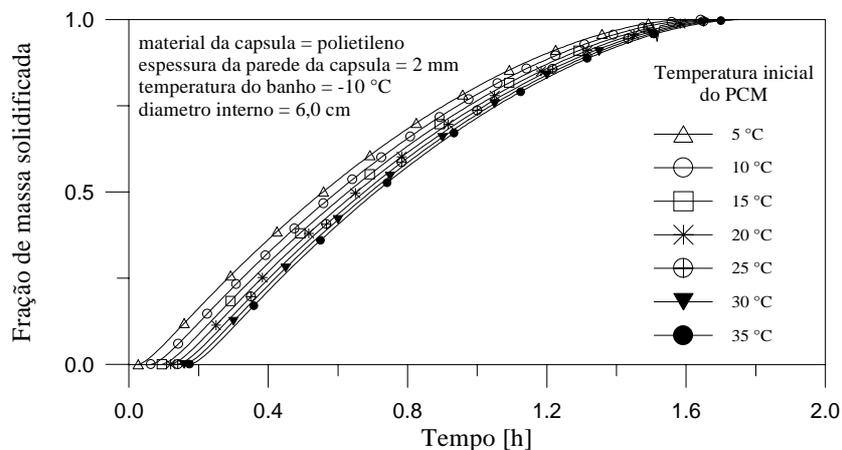


Figure 9. Efeito da temperatura inicial da água na capsula sobre o tempo para solidificação completa.

#### 4.- CONCLUSÕES

O modelo numérico aqui apresentado permite obter resultados que concordam muito bem com resultados experimentais disponíveis, mostrando a capacidade de uso deste código na simulação de processos de solidificação onde a geometria esférica esteja presente.

Foi encontrado que o tempo para solidificação completa cresce com o aumento do tamanho da esfera e que o crescimento no tempo é cada vez mais acentuado a medida que se aumenta o tamanho das capsulas esféricas.

O tipo de material das capsulas tem um rol fundamental no processo de solidificação e isto está ligado principalmente a condutividade térmica do material. Materiais com alta condutividade térmica (cobre e alumínio) apresentam um tempo de solidificação coincidente e menores que no caso de materiais com baixa condutividade (polietileno, acrílico e PVC). Quando comparados o uso de polietileno e alumínio, a diferença de tempo para solidificação completa não ultrapassa os 30 minutos, sugerindo que o uso de capsulas de polietileno seja mais adequado levando em conta o baixo custo e facilidade de fabricação.

A temperatura do fluido externo, responsável pelo processo de solidificação, não apresenta muita influência sobre o tempo final de solidificação. Indiretamente isto é uma indicação de que o calor sensível armazenado é pouco relevante face o calor latente.

#### 5.- AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq pela formação do co-autor e pelo financiamento do projeto.

#### 6.- REFERENCIAS

- Bédécarrats, J.P., Strub, F., Falcon, B. e Dumas, J.P., 1996, "Phase-change thermal energy storage using spherical capsules: performance of a test plant", *Int. Journal of refrigeration*, vol. 19(3), pp. 187-196.
- Bejan, A., 1993, "Heat Transfer", John Wiley & Sons, New York, USA, 675 p.
- Caldwell, J. e Chan, C., 2000, "Spherical solidification by the enthalpy method and the heat balance integral method", *Applied Mathematical Modelling*, vol. 24, pp. 45-53.
- Chen, S.L., Wang, P.P. e Lee, T.S., 1999, "An experimental investigation of nucleation probability of supercooled water inside cylindrical capsules", *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 18, pp. 299-306.
- Cho, K. e Choi, S.H., 2000, "Thermal characteristics of paraffin in a spherical capsule during freezing and melting processes", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 43, pp. 3183-3196.
- Gammon, J. e Howarth, J.A., 1996, "The inward solidification of spheres with a slightly perturbed temperature distribution at the boundary", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, vol. 23(3), pp. 397-406.
- Heitz, W.L. e Westwater, J.W., 1970, "Extension of the numerical method for melting and freezing problems", *International Journal Heat Mass Transfer*, vol. 13, pp. 1371-1375.
- Hill J.M. e Kucera A., 1983, "Freezing a saturated liquid inside a sphere", *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, vol. 26(11), pp. 1631-1637.
- Milanez, L.F. e Ismail K.A.R., 1984, "Solidification in spheres, theoretical and experimental investigation", 3th International Conference on Multi-Phase and Heat Transfer, Miami.
- Milanez, L.F., 1984, "Desenvolvimento teórico e verificação experimental de modelos para a solidificação em geometria esférica", Tesis de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, Campinas, SP, Brasil.
- Murray, W. D. e Landis, F., 1959, "Numerical and Machine Solutions of Transient Heat-Conduction Problems Involving Melting or Freezing", *International Journal of Heat Transfer*, pp. 108-112.

Prud'homme, M., Nguyen, T.H. e Nguyen, D.L., 1989, "A heat transfer analysis for solidification of slabs, cylinders, and spheres", Journal of Heat Transfer, vol. 111, pp. 699-705.

## **WATER SOLIDIFICATION INSIDE A SPHERICAL CAPSULE**

### **Kamal A.R. Ismail**

Departamento de Engenharia Térmica e de Fluidos - FEM - UNICAMP  
Caixa Postal 6122, CEP 13.083-970 - Campinas (SP) - Brasil  
FAX: (019) 2893722, email: kamal@fem.unicamp.br

### **Jorge R. Henriques**

Departamento de Engenharia Mecânica – DEMEC – UFPE  
Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N - Recife, PE, Brasil - 50740-530  
email: rjorgeh@demec.ufpe.br

***Abstract.** This paper present a model and the numerical results of the problem of ice formation inside a spherical capsule. The governing equations of the phase change problem and the convection boundary conditions adopted on the external surface are solved numerically by the finite difference approximation. The results are compared with experiments indicating good agreement. The model was used to investigated the effects of the capsule material, wall thickness of the capsule, initial temperature of the phase change material and the external surface temperature of the capsule. The date obtained is valuable for energy storage design and analysis of this type of storage thermal units.*

***Keywords:** Solidification, Heat storage, Phase change material, Ice banks.*