HOME

FORMATO DA JORNADA

INFORMAÇÕES GERAIS

COMISSÃO ORGANIZADORA

PROGRAMA

PALESTRANTES

ARTIGOS

SAIR

JEM JORNADA DE ESCOAMENTOS 2010 MULTIFÁSICOS ^{3 A 7 DE MAIO DE 2010} USP - SÃO CARLOS

2º EBECEM Encontro Brasileiro sobre Ebulição, Condensação e Escoamento Multifásico



3 e 4 de maio de 2010



2º EBECEM Encontro Brasileiro sobre Ebulição, Condensação e Escoamento Multifásico



HOME

FORMATO DA JORNADA

INFORMAÇÕES GERAIS

COMISSÃO ORGANIZADORA

PROGRAMA

PALESTRANTES

ARTIGOS

SAIR

Formato da Jornada

A 1ª Jornada de Escoamentos Multifásicos oferecerá palestras ministradas por pesquisadores brasileiros e estrangeiros. Mais especificamente, estima-se que a 1ª Escola Brasileira de Escoamentos Multifásicos contará com 12 palestras ou aulas teóricas básicas ministradas por especialistas brasileiros (capítulos do livro a ser editado), enquanto que o 2º Encontro Brasileiro sobre Ebulição, Condensação e Escoamentos Multifásicos com a apresentação de 40 trabalhos técnicos (artigos). A Jornada contará ainda com 5 palestrantes estrangeiros convidados.

O viés privilegiado pela jornada foi o de contemplar tópicos básicos e aplicados com expressivo interesse e utilidade para a comunidade. Em especial, definições e conceitos básicos, equações fundamentais, formulação e ferramentas matemáticas, o modelo de dois fluidos, modelos cinemáticos, modelagem e transferência de calor em escoamentos fluido-sólidos e fluido-fluido, mudança de fase, instrumentação e análise de sinais aplicadas ao escoamento bifásico, introdução à simulação numérica computacional de escoamentos multifásicos, formulação Euleriana-Euleriana de escoamentos bifásicos, geração de malhas adaptativas para escoamento a bolhas, ondas e instabilidades, tópicos industriais e aplicações.

Nas palestras nacionais, a intenção é apresentar os tópicos de forma acessível para alunos de graduação e pós-graduação. O objetivo é despertar neles o interesse pela área. A apresentação dos tópicos mais avançados ficará a cargo dos convidados estrangeiros e artigos técnicos, representando o estado da arte. Por fim, as seções técnicas representam também oportunidade para grupos de pesquisa brasileiros apresentarem seus trabalhos desenvolvidos no Brasil.





JEM JORNADA DE ESCOAMENTOS MULTIFÁSICOS ^{3 A 7 DE MAIO DE 2010} USP - SÃO CARLOS

Encontro Brasileiro sobre Ebulição, Condensação e Escoamento

2º EBECEM 3 e 4 de maio Multifásico de 2010

HOME

FORMATO		Segunda-feira
DA JORNADA	8:00-8:20	Abertura
DA COMIADA	8:20-8:40	Fração de filme em um lavador venturi circular, A.P. Guerra, V.G. Guerra, J.R. Coury, J.A.S. Gonçalves
	8:40-9:00	
		Caracterização de escoamentos bifásicos horizontais em golfadas utilizando ultrassom, C.Y. Ofuchi, L.V.R. Arruda, F. Neves J., R.E.M. Morales
INFORMACÕES	9:00-9:20	Atenuação em freqüência de sinais de ultrassom aplicada à medição de frações de vazio, J.P.D. Massignan, L.V.R. Arruda, F. Neves Jr.
050410	9:20-9:40	Estudo experimental das características de sinais ultra-sônicos em escoamentos de água-ar-areia e determinação da concentração das fases dispersas,
GERAIS		T.A. Paiva, E.I. Tanahashi, R.D.M. Carvalho, O.J. Venturini, F. Neves Jr.
	9:40-10:00	Utilização da técnica de ultrassom e de filmagens rápidas para caracterização de escoamentos intermitentes horizontais água-ar, F.A. Grangeiro, E.I.
		Tanahashi, R.D.M. Carvalho, A.C. Bannwart, V.C. Bizotto
	10:00-10:20	coffee-break
COMISSÃO	10:20-10:40	Verification of a cfd code based on the lattice boltzmann method for simulation of multiphase flows, C.S. Bresolin, A.A.M. Oliveira,
ORGANIZADORA	10:40-11:00	A three-field model for transient annular two-phase flow in a vertical tube, T.R. Gessner, J.R. Barbosa Jr.
	11:00-12:00	Keynote: Best Practice Guidelines for CFD of dispersed multiphase flows (ERCOFTAC), René Oliemans, Delft University, Holanda
	12:00-13:30	ALMOCO
	13:30-13:50	Experimental and numerical studies of two-phase gas-liquid flow in horizontal and slightly inclined circular pipes, J.S. Cunha Filho, J.L.H. Faccini, P.A.B. de
		Sampaio, C.A. Lamy, J. Su
PROGRAMA	13:50-14:10	Uma nova correlação para a fração de vazio em escoamentos de fluidos refrigerantes em tubos horizontais lisos, P.E.L Barbieri, J.M.S. Jabardo, E.P.
		Bandarra Filho
	14:10-14:30	Thermal hydraulic phenomenology in a natural circulation circuit, W.M. Torres, L.A. Macedo, R.N. Mesquita, P.H.F. Masotti, G. Sabundjian, D.A. Andrade,
		P.E. Umbehaun
	14:30-14:50	Padrões de escoamentos em tubos horizontais lisos e comparação entre frações de vazio, E. P. Bandarra Filho, A. H. P. Antunes, J. E. R. Chaupis, J. P.
PALESTRANTES		Alegrias
TALEOTRANTEO	14:50-15:10	Modelagem térmica da coluna de destilação de um ciclo de refrigeração por absorção de amônia/água, E.W.Z. Aguilar, J.R.S. Moreira
	15:10-15:30	Validação de modelos unidimensionais utilizados na análise de escoamentoem ebuliçãosub-restriada, F. A. BrazFilho, A. D. Caldeira, E. M. Borges, G.
	15 00 15 50	Sabundjian
	15:30-15:50	
	15:50-16:10	Bolling of R134a in horizontal mini tube, J.B. Copetti, M.H. Macagnan, N. Kunsier, A. de Oliveira
ARTIGOS	10:10-10:30	Analise teorico/experimental do lenomeno de circulação natural, G. Sabundjian, T.N. Conti, W.W. Torres, L.A. Macedo, D.A. Andrade, P.E. Ombenaun,
	16.20 16.50	R.N. Mesquila, M.F. Silva Fillio, F.A. Braz Fillio, E.M. Borges
	10:30-10:50	Avaliação do coenciente de transferencia de calor de nanonuldos em escoamento monorásico e birásico utilizando correlações de propriedades
	16.50-17.10	Study of evanorated water retrieving in a mechanical draft cooling tower M.R.H. Mantelli, T.R.E. Borges, C.A.S. Costa
	17:10-19:10	Kaynote: Mechaninsms of Boiling in Microchannels: Critical Assessment, John Thome (Polytechnique Eederale de Lausane, Suica)
SAIR	18:30-19:00	Visita ao Laboratório de Engenharia Térmica e Eluidos da EESC/LISP
	20.00-23.00	lantar Confraternização 20 EBECEM
	20.00 25.00	

		JEM JORNADA DE ESCOAMENTOS 2010 MULTIFÁSICOS ^{3 A 7} DE MAIO DE 2010 USP - SÃO CARLOS				
НОМЕ		Escoamento Multifásico 3 e 4 de maio de 2010				
FORMATO						
DA JORNADA		Terca-feira				
	8:00-8:20	The prediction of near wall bubbly flow through a modified kappa-epsilon model, D.V. Soares, J.B.R. Loureiro, A.P.S. Freire				
	8:20-8:40	An arbitrary Lagrangian-Eulerian method for surface-tension dominated flows with dynamic contact lines, F.S. Souza, A.A.N. Silva				
INFORMAÇÕES	8:40-9:00	Modelagem matemática e simulação de escoamentos bifásicos com presença de surfactante insolúvel, F.C. Miranda, M.M. Villar, A. Silveira Neto, A.M. Roma				
	9:00-9:20	Numerical simulation of oil trapping in heterogeneous porous media, A. Ern, I. Mozolevski, L. Schuh				
GERAIS	9:20-9:40	An adaptive finite element based level set approach for the simulation of bubble interaction, N.M. Solalinde, N. Mangiavacchi				
	9:40-10:00	Numerical simulation of suspended sediment transport using finite elements: a comparison between euler-euler and eulerlagrange approaches, H. H. Shin, N. Mangiavacchi, L. M. Portela, C. E. Schaerer				
	10:00-10:20	coffee-break				
COMISSAO	10:20-10:40	Interface modelling for annular gas-liquid flow, G.H. Oliveira, L.M. Portela				
ORGANIZADORA	10:40-11:00	CFD Analisys of the two-phase free-surface flow in a screw pump spply system of reciprocating compressors, M.V.C. Alves, A. J. Lückmann, J.R. Barbosa Jr.				
	11:00-12:00	Keynote: Problemas de Escoamento Bifásico em Reatores Nucleares, Eduardo Lobo Lustosa Cabral, IPEN				
	12:00-13:30	ALMOCO				
PROGRAMA	13:30-13:50	Caracterização estatística do escoamento bifásico horizontal em padrão de golfadas, R.C. Chucuya, R. Fonseca, A.O. Nieckele, L.F.A. Azevedo				
	13:50-14:10	Mecanismo de instabilidade em escoamentos gás-líquido estratificado, E.F. Gaspari, A.C. Bannwart				
	14:10-14:30	Desenvolvimento Espacial de Instabilidades em Escoamento Estratificado Líquido-Líquido, M.S. Castro, O.M.H. Rodriguez				
	14:30-14:50	Energy dissipation and bubbles generation in a gravitational gas separator, L.E.O. Vidal, O.M.H. Rodriguez, V. Estevam, D. Lopes				
	14:50-15:10	Effects of flow transpiration on pressure losses in horizontal slug flow, M.G.D. Cruz, J.B.R. Loureiro, A.P.S. Freire				
PALESTRANTES	15:10-15:30	0 Investigação experimental de escoamentos bifásicos gás-líquido em tubulações através da técnica <i>wire-mesh</i> , M.J. da Silva, L.V.R. Arruda, C.E.F. Amaral, R.E.M. Morales				
	15:30-15:50	coffee-break				
	15:50-16:10	Desempenho de um medidor multifásico para apropriação da produção de gás natural e óleo, A.F. Orlando, J.A. Pinheiro, T.B.V. Oliveira				
	16:10-16:30	Estudo experimental e teórico dos padrões de escoamento gás-líquido em duto anular inclinado e de grande dimensão, F. A. A. Mendes, O.M.H. Rodriguez, V. Estevam, D. Lopes				
ARTIGOS	16:30-16:50	Estudo teórico da perda de pressão para escoamentos bifásicos no interior de tubos com fitas retorcidas, F.T. Kanizawa, R.S. Hernandes, G. Ribatski				
	16:50-17:50	Keynote: Hybrid CMFD (Computational Multi-Fluid Dynamics) and its Application to Poly-Dispersed Bubbly Flow, Akio Tomyiama, Kobe University, Japão				
SAIR						

JEM JORNADA DE ESCOAMENTOS 2010 MULTIFÁSICOS ^{3 A 7} DE MAIO DE 2010 USP - SÃO CARLOS

2º EBECEM Encontro Brasileiro sobre Ebulição, Condensação e Escoamento Multifásico

3 e 4 de maio

de 2010

HOME

FORMATO DA JORNADA

INFORMAÇÕES GERAIS

COMISSÃO ORGANIZADORA

PROGRAMA

PALESTRANTES

ARTIGOS

SAIR

PALESTRANTES NACIONAIS

Angela Ourívio Nieckele - PUC / Rio Antônio Carlos Bannwart - UNICAMP Arlindo de Matos - PETROBRAS Christian C. Milioli - EESC / USP Eugênio Spanó Rosa - UNICAMP Fabrício Simeoni de Souza - ICMC / USP Fernando Eduardo Milioli - EESC / USP Jader Riso Barbosa Jr. - UFSC Josmar D. Pagliuso – EESC / USP Júlio César Passos - UFSC Oscar Mauricio H. Rodriguez - EESC / USP Paulo Seleghim Jr. - EESC / USP Rigoberto Eleazar M. Morales - UTFPR Norberto Mangiavacchi - UERJ

PALESTRANTES INTERNACIONAIS

Akio Tomiyama Kobe University / Japão

John R. Thome Polytechnique Fédérale de Lausanne / Suiça

René V.A. Oliemans Delft University of Technology / Holanda

Gretar Tryggvason Worcester Polytechnic Institute / EUA

Luis M. Portela Delft University of Technology / Holanda

НОМЕ	JEM JORNADA DE ESCOAMENTOS 2010 MULTIFÁSICOS ³ A 7 DE MAIO DE 2010 USP - SÃO CARLOS 2010 AUDITIFÁSICOS ³ A 7 DE MAIO DE 2010 USP - SÃO CARLOS						
FORMATO		03/05/2010 - SEGUNDA FEIRA					
DA JORNADA	8:20 - 8:40	FRAÇÃO DE FILME EM UM LAVADOR VENTURI CIRCULAR - A. P. Guerra, V. G. Guerra, J. R. Coury, J. A. S. Gonçalves					
INFORMAÇÕES	8:40 - 9:00	CARACTERIZAÇÃO DE ESCOAMENTOS BIFÁSICOS HORIZONTAIS EM GOLFADAS UTILIZANDO ULTRASSOM - C.Y. Ofuchi, L.V.R. Arruda, F. Neves J., R.E.M. Morales					
GERAIS	GERAIS 9:00 - 9:20 ATENUAÇÃO EM FREQUÊNCIA DE SINAIS DE ULTRASSOM APLICADA À MEDIÇÃO DE FRAGUENCIA DE SINAIS DE ULTRASSOM APLICADA A MEDIÇÃO DE FRAGUENCIA DE SINAIS DE ULTRASSOM APLICADA A MEDIÇÃO DE FRAGUENCIA DE SINAIS DE ULTRASSOM APLICADA A MEDIÇÃO DE FRAGUENCIA DE SINAIS DE ULTRASSOM APLICADA A MEDIÇÃO DE FRAGUENCIA DE SINAIS DE ULTRASSOM APLICADA A MEDIÇÃO DE FRAGUENCIA DE SINAIS DE ULTRASSOM APLICADA A MEDIÇÃO DE SINAIS DE SINAIS DE ULTRASSOM APLICADA A MEDIÇÃO DE SINAIS DE SINAI						
COMISSÃO	10:20 - 10:40	VERIFICATION OF A CFD CODE BASED ON THE LATTICE-BOLTZMANN METHOD FOR SIMULATION OF MULTIPHASE FLOWS - C. S. Bresolin, A. A. M. Oliveira					
ORGANIZADORA	10:40 - 11:00	A THREE-FIELD MODEL FOR TRANSIENT ANNULAR TWO-PHASE FLOW IN A VERTICAL TUBE - T. R. Gessner, J. R. Barbosa Jr.					
PROGRAMA	13:30 - 13:50	EXPERIMENTAL AND NUMERICAL STUDIES OF TWO-PHASE GAS-LIQUID FLOW IN HORIZONTAL AND SLIGHTLY INCLINED CIRCULAR PIPES - J. S. Cunha Filho, J. L. H. Faccinio, P. A. B. de Sampaio, C. A. Lamyo, J. Su					
	13:50 - 14:10	UMA NOVA CORRELAÇÃO PARA A FRAÇÃO DE VAZIO EM EBULIÇÃO CONVECTIVA DE FLUIDOS REFRIGERANTES EM TUBOS HORIZONTAIS LISOS - P. E. L. Barbieri, J. M. S. Jabardo, E. P. Bandarra Filho					
PALESTRANTES	14:10 - 14:30	THERMAL HYDRAULIC PHENOMENOLOGY IN A NATURAL CIRCULATION CIRCUIT - W. M. Torres, L. A. Macedo, R. N. Mesquita, P. H. F. Masotti, G. Sabundjian, D. A. Andrade, P. E. Umbehaun					
	PADRÕES DE ESCOAMENTOS EM TUBOS HORIZONTAIS LISOS E COMPARAÇÃO ENTRE FRAÇÕES DE VAZIO - E. P. Bandarra Filho, A. H. P. Antunes, J. E. R. Chaupis, J. P. Alegrias						
ARTIGOS	14:50 - 15:10	MODELAGEM TÉRMICA DA COLUNA DE DESTILAÇÃO DE UM CICLO DE REFRIGERAÇÃO POR ABSORÇÃO DE AMÔNIA/ÁGUA - E. W. Z. Aguilar, J. R. S .Moreira,					
15:10 - 15:30 VALIDAÇÃO DE MODELOS UNIDIMENSIONAIS UTILIZADOS NA ANÁLISE DE ESCOAMENTO EM RESFRIADA - F. A. Braz Filho, A. D. Caldeira, E. M. Borges, G. Sabundijan							
SAIR	15:50 - 16:10	BOILING OF R134a IN HORIZONTAL MINI TUBE - J. B. Copetti, M. H. Macagnan, N. Kunsler, A. de Oliveira					



НОМЕ	J	EM JORNADA DE ESCOAMENTOS 2010 MULTIFÁSICOS ³ A 7 DE MAIO DE 2010 USP - SÃO CARLOS ^{2º} EBECEM Encontro Brasileiro sobre Ebulição, Condensação e Escoamento Multifásico					
FORMATO		04/05/2010 - TERÇA FEIRA					
DA JORNADA	10:20 - 10:40	INTERFACE MODELLING FOR ANNULAR GAS-LIQUID FLOW - G. H. Oliveira, L. M. Portela					
INFORMAÇÕES GERAIS	10:40 - 11:00	CFD ANALISYS OF THE TWO-PHASE FREE-SURFACE FLOW IN A SCREW PUMP OIL SUPPLY SYSTEM OF RECIPROCATING COMPRESSORS - M. V. C. Alves, A. J. Lückmann, J. R. Barbosa Jr.					
	13:30 - 13:50	CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DO ESCOAMENTO BIFÁSICO HORIZONTAL EM PADRÃO DE GOLFADAS R. C. Chucuya, R. Fonseca Jr, A. O. Nieckele, L. F. A. Azevedo					
COMISSÃO ORGANIZADORA	MECANISMOS DE INSTABILIDADE EM ESCOAMENTO GÁS-LÍQUIDO ESTRATIFICADO - E. F. Gaspari, A. C. Bannwart						
	14:10 - 14:30	DESENVOLVIMENTO ESPACIAL DE INSTABILIDADES EM ESCOAMENTO ESTRATIFICADO LÍQUIDO-LÍQUIDO - M. S. de Castro, O. M. H. Rodriguez					
PROGRAMA	14:30 - 14:50	ENERGY DISSIPATION AND BUBBLES GENERATION IN A GRAVITATIONAL GAS SEPARATOR L. E. O. Vidal, O. M. H. Rodriguez, V. Estevam, D. Lopes					
PALESTRANTES	14:50 - 15:10	EFFECTS OF FLOW TRANSPIRATION ON PRESSURE LOSSES IN HORIZONTAL SLUG FLOW - M. G. D. Cruzy, J. B. R. Loureiroz and A. P. S. Freirey					
	15:10 - 15:30	INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL DE ESCOAMENTOS BIFÁSICOS GÁS-LÍQUIDO EM TUBULAÇÕES ATRAVÉS DA TÉCNICA WIRE-MESH - M. J. da Silva, L.V. R. Arruda, C. E. F. Amaral, R. E. M. Morales					
ARTIGOS	RTIGOSDESEMPENHO DE UM MEDIDOR MULTIFÁSICO PARA APROPRIAÇÃO DA PRODUÇÃO DE GÁS NATURAL E A. F. Orlando, J. A. Pinheiro, T. B.V. Oliveira						
	16:30 - 16:50	ESTUDO TEÓRICO DA PERDA DE PRESSÃO PARA ESCOAMENTOS BIFÁSICOS NO INTERIOR DE TUBOS COM FITAS RETORCIDAS - F. T. Kanizawa, R. S. Hernandes, G. Ribatski					
SAIR							

FRAÇÃO DE FILME EM UM LAVADOR VENTURI CIRCULAR

Andressa Pinheiro Guerra, Vádila Giovana Guerra, José Renato Coury, José Antônio Silveira Gonçalves

Departamento de Engenharia Química – Universidade Federal de São Carlos, Rodovia Washington Luiz km 235, Email: andressa_guerra@hotmail.com

RESUMO

A fração de líquido que como filme adere às paredes do equipamento, afeta significativamente a eficiência do lavador Venturi. O escoamento gás-líquido tem sido estudado experimentalmente em um lavador Venturi de escala laboratorial. O objetivo deste estudo é determinar a fração de filme na parede do lavador Venturi, montado verticalmente com líquido injetado como jatos. O líquido era introduzido por 3 e 6 orifícios, de 1 mm de diâmetro cada, na garganta. O Venturi era operado com velocidades de gás na garganta de 50-90 m/s e penetração de jato entre 0,05-0,85. Uma seção de teste especial continha uma fenda que era usada para extrair o filme. A fração de filme era determinada pela remoção do filme por 1 mm da fenda, através da aplicação de uma diferença de pressão. A peça com a fenda podia ser localizada em diferentes posições permitindo o estudo da variação da fração de filme ao longo da garganta do lavador Venturi. Os resultados revelaram que a fração de filme varia em função da velocidade do gás e ao longo do equipamento.

INTRODUÇÃO

A poluição do ar tem mostrado ser um fator causador de doenças do aparelho respiratório, em vários graus de gravidade que vão desde pequenas alergias até severas lesões pulmonares. Existe uma faixa de tamanho de partícula danosa ao sistema respiratório por seu alto poder de penetração em vias aéreas intrapulmonares, conhecida como poeira respirável, compreendendo de 0,5 µm a 5 µm.

Assim, o lavador Venturi, mostrado na Fig. 1, surge como alternativa de equipamento com alta eficiência de separação numa ampla faixa granulométrica apresentando poucas restrições e habilidade tanto no controle de pó quanto de aerossóis.



Figura 1: Lavador Venturi circular.

Lavadores Venturi são equipamentos utilizados para controle da poluição do ar, equipamentos absorvedores, no qual os gases passam em alta velocidade através de um tubo Venturi, cujo em sua garganta se adiciona água em menor velocidade. Durante o funcionamento, o gás em alta velocidade atomiza o líquido, formando gotas. Estas gotas são responsáveis pela coleta do material particulado, mas parte delas atinge as paredes do equipamento, depositam-se e formam um filme. Este filme não contribui para remoção de contaminantes, pois sua área superficial é menor em relação a gota, assim, comprometendo a eficiência do equipamento.

Variáveis que Influenciam na Fração de Filme

Azzopardi (1993) apresentou o comportamento da fração de filme no final do lavador Venturi em função da velocidade do gás para três diâmetros de garganta diferentes. No menor diâmetro, a fração de filme permaneceu quase que constante; No diâmetro intermediário, a fração de filme decresceu com o aumento da velocidade do gás; No diâmetro maior, a fração de filme decresce com o aumento da velocidade do gás até um ponto onde permanece constante.

Viswanathan *et al.* (1983) desevolveram seu estudo em um lavador Venturi de seção retangular posicionado na vertical e utilizou a faixa de velocidade do gás entre 36 e 125 m/s e faixa de velocidade do líquido entre 1,2 e 18 m/s.

Viswanathan *et al.* (1983) definiram a penetração máxima do jato $(l_{máx})$ em um lavador Venturi como a distância transversal que um jato viaja antes de chegar paralelo ao fluxo de gás. Esta distância pode ser feita adimensional se for dividida pela distância entre a parede de injeção e a parede oposta (2R₀). Como mostra a Equação 1:

$$\frac{l_{max}}{(2R_0)} = 1,458 \times 10^{-4} \frac{\rho_l}{\rho_g} \frac{L}{G} \frac{A_{th}}{D_0 N_0 (2R_0)}$$
(1)

Gonçalves *et al.* (2000a, 2000b, 2004) mostraram que o aumento da velocidade de gás diminui a fração de filme. O efeito do aumento da velocidade do gás na turbulência do meio deveria aumentar a deposição por difusão.

Costa (2002) estudou a variação fração de filme nas paredes de um lavador Venturi retagular. Costa (2002) notou para uma menor vazão de líquido, como mostra a Fig. 2 (a), e na posição mais distante do ponto de injeção, o aumento da velocidade resulta em uma menor fração de filme.

Já para uma maior vazão de líquido, como Fig. 2 (b), Costa (2002) mostrou que se obteve maiores frações de filme, sendo que esta diminuiu com o aumento da velocidade do gás. Na maior velocidade a fração de filme diminuiu acentuadamente devido ao achatamento do jato.



(a) (b) Figura 2 - Imagem do jato tranversal (a)Vg = 64 m/s e Vj = 5,3 m/s (b) V_g = 64 m/s e V_j = 14,8 m/s.

Viswanathan *et al.* (1985) utilizou um lavador retangular na vertical com injeção na forma de jato para medir a fração de filme ao longo da distância do ponto de injeção. Para todas as diferentes vazões de líquido aplicadas, a fração de filme permaneceu constante, mostrando que não houve variação ao longo da distância axial.

Azzopardi (1993) fez predições utilizando o modelo de Azzopardi *et al.* (1991) em um lavador Venturi circular. Predições da fração de filme no final do difusor são comparadas com dados de Azzopardi e Govan (1984), Teixeira *et al* (1988) e Azzopardi *et al* (1989). Os resultados ficaram dentro dos ± 25 %.

Azzopardi (1993) mostrou a previsão da variação axial da fração de filme para um conjunto de venturis com injeção de líquido do tipo "parede molhada". O estudo mostrou que para a menor unidade (escala de laboratório) apenas 20% do líquido foi atomizado, principalmente no começo da garganta. Em contraste, o de maior escala (0,2 m de diâmetro de garganta), o arraste foi indicado antes do começo da garganta e apenas uma pequena porção de filme líquido para todo difusor. tamanhos intermediários Os mostraram comportamento entre esses dois extremos. O exame da previsão indicou uma relação entre a queda de pressão e fração arrastada para o conjunto de lavadores utilizados. A queda de pressão diminui monotonicamente com a fração de filme, que não é de estranhar que uma parte significativa das perdas é devido à aceleração/desaceleração gotas.

Gonçalves *et al.* (2000a, 2000b, 2004) mostraram a evolução da fração de filme em função da distância axial adimensional a partir do ponto de injeção de líquido, para lavadores Venturi de seção circular e retangular, respectivamente. Perto do ponto de injeção a fração de filme é menor, aumentando à medida que se afasta deste. Apesar dos dados terem mostrado claramente que a fração de filme variou com a distância axial, parece existir uma região, longe do ponto de injeção, aonde a fração de filme permaneceu aproximadamente constante.

Daher (2008) mostrou dados experimentais da fração de filme em função da distância axial a partir do plano de injeção do líquido em um lavador retangular posicionado na horizontal. Observou-se que com o aumento do comprimento da garganta, a fração de filme líquido depositado obteve uma pequena queda e depois um aumento, à medida que se afasta do ponto de injeção, não foi observado nenhuma tendência em relação a esse comportamento.

METODOLOGIA

As medidas de fração de filme foram realizadas num lavador Venturi de seção circular posicionado na vertical, cujas dimensões do equipamento podem ser vistas na Tab. 1. Através de orifícios com 1 mm de diâmetro, localizados no início da garganta, a água foi injetada no lavador. Os experimentos foram realizados com penetrações de jato entre 0,05 e 0,45 e velocidades do gás de 50, 70 e 90 m/s. As medidas de fração de filme foram realizadas na posição axial de 20, 65 e 140 mm na garganta do Venturi após o ponto de injeção de líquido. O número de orifícios para injeção de líquido foi 6.

Tabela 1	- Dimensões	do	lavador	V	enturi	circula	ır.

Grandeza	Valor
Diâmetro de entrada e saída	76 mm
Diâmetro da garganta	40 mm
Comprimento da seção convergente	26 mm
Comprimento da seção divergente	206 mm
Meio ângulo convergente	34,0°
Meio ângulo divergente	5,0°

A fração do líquido escoando na forma de filme foi medida experimentalmente no lavador Venturi de seção retangular utilizando o método da fenda. A metodologia utilizada por Gonçalves (2000a, 200b) para a extração do filme líquido foi denominada de método da fenda e foi inspirada no trabalho de Hay *et al.* (1996).

No método da fenda foi utilizada uma peça, como a mostrada esquematicamente na Fig. 3, para remoção do filme líquido. O filme líquido foi desviado pela lâmina em direção à fenda, acumulou-se em um pequeno reservatório, e escorreu para fora do lavador Venturi, passando por um canal até o recipiente de coleta. Nos ensaios realizados, a pressão interna era positiva o suficiente para empurrar o filme para fora.



Figura 3 - Extração do filme pelo método da fenda.

No método da fenda, certa quantidade de ar carrega consigo algumas gotas que eventualmente podem escapar pelas fendas. Nos orifícios presentes na seção de teste foram conectadas mangueiras e acoplados estranguladores em cada uma delas. Os estranguladores, esquematizados na Fig. 4, tinham como objetivo minimizar a saída de ar e, conseqüentemente, as gotas nele contidas. Garantindo assim, a remoção apenas do líquido que escoava aderido as paredes do equipamento como um filme.



Figura 4 -Estrangulador.

RESULTADOS

De acordo com os resultados, a velocidade do gás inflencia no comportamento da fração de filme, como mostra a Fig. 5, a qual apresenta a variação da fração de filme com a velocidade do gás na garanta do lavador Venturi para diferentes frações de penetração do jato ($l_{max}/2Ro =$ penetração do jato/diâmetro da garganta do lavador Venturi).



Figura 5: Variação da fração de filme em função da velocidade do gás para as 3 frações de penetrações do jato (Z/2Ro = 140 mm).

Para a fração de penetração igual a 0,05 (ou seja, menor penetração), a fração de filme aumentou a medida que a velocidade do gás aumentou, pois, como a penetração é baixa, a maior velocidade empurra o líquido para parede, fazendo com que haja uma maior quantidade de filme nas paredes, quando comparado a menor velocidade de gás.

Para a fração de penetração do jato intermediária, igual a 0,25; a fração de fime diminuiu levemente com o incremento da velocidade do gás, tal comportamento pode ser atribuído ao fato de que nessa penetração, os jatos estão localizados nas proximidades do centro da garganta do lavador, neste caso, o aumento da velocidade do gás contriuiria de forma menos acentuada na deposição de líquido nas paredes do equipamento.

Já para a maior fração de penetração (0,45), a fração de filme diminuiu bruscamente com o aumento da velocidade do gás, observando-se que nesta penetração o aumento da velocidade do gás influi significativamente na fração de filme, pois a medida que a velocidade do gás aumenta ocorre um maior desprendimento de pequenas gotas do jato, durante o processo de atomização, ocasionado pelo aumento das forças cisalhantes. Gotas de menor tamanho possuem menor inércia, desta forma, essas gotas possuem maior tendência à seguir o escoamento do gás, que se depositar nas paredes do lavador [14].

As Figuras 6, 7 e 8 mostram o comportamento da fração de filme com a distância do ponto de injeção do líquido.

Como pode ser visto na Figura 6, para a menor penetração do jato de 0,05; a fração de filme aumentou a medida que se afastou do ponto de injeção até aproximadamente Z/2Ro igual a 1,5; isso pode ter ocorrido devido a pouca disposição de gotas no escoamento, favorecendo a deposição dessas gotas na parede do lavador. Depois do ponto Z/2Ro igual a 1,5; a fração de filme começou a diminuir, mostrando que pode ter acontecido a reatomização do líquido, que seria o desprendimento de gotas provindas do filme já depositado. Tal comportamento sugere a existência de um equilíbrio entre a deposição e desprendimento de gotas. Pode-se verificar que a diminuição da fração de filme após o ponto Z/Ro igual a 1,5 foi mais acentuada para as menores velocidades do gás, sugerindo que em condições de baixas penetrações de jato a reatomização seria favoreicda em menores velocidades do gás.



Figura 6: Variação da fração de filme em função da distância do ponto de injeção dividido pelo diâmetro da garganta para as três velocidades e fração de penetração de jato de 0,05.

Para a fração de penetração de 0,25, como mostra a Fig. 7, a fração de filme é praticamente constante próximo ao ponto de injeção, até o ponto Z/2Ro igual a 1,5; após este ponto pode ter ocorrido novamente a reatomização do líquido. Este comportamento ocorre independentemente das velocidades do gás aplicadas, pois a penetração do jato de 0,25 está localizada no centro do escoamento e seu comportamento possui menor influência da variação da velocidade do gás.



Figura 7: Variação da fração de filme em função da distância do ponto de injeção dividido pelo diâmetro da garganta para as três velocidades e fração de penetração de jato de 0,25.

Para penetração de 0,45; a fração de filme apresentou comportamento crescente desde o ponto de injeção, sendo mais acentuado para a menor velocidade de gás, como pode ser visto na Fig. 8. Altas velocidade do gás favorecem a geração de pequenas gotas, as quais possuem menor inércia. Já as menores velocidades do gás favorecem a geração de gotas maiores, com maior inércia, e maior tendencia a se depositar nas paredes do equipamento. Tal deposição seria mais acentuada para os casos de penetrações maiores, devido a maior proximidade de gotas com as paredes opostas à injeção.



Figura 8: Variação da fração de filme em função da distância do ponto de injeção dividido pelo diâmetro da garganta para as três velocidades e fração de penetração de jato de 0,45.

CONCLUSÃO

A velocidade do gás tem mais influência na variação fração de filme para a menor e a maior penetração de jato, tendo uma influência maior ainda nesta última.

Observou-se um aumento mais acentuado da fração de filme para velocidade de 50 m/s nas penetrações de 0,05 e 0,45, pois para uma penetração de 0,05, o jato se aproximou mais da parede e para uma penetração de 0,45, os jatos se cruzam, depositando-se no lado oposto, havendo um crescimento na deposição de líquido na parede, o que não ocorreu na penetração de 0,25, pois os jatos estão no centro do escoamento.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq pelo auxílio financeiro.

NOMENCLATURA

Símbolo	Quantidade	Unidade SI
A_{th}	área da garganta	m^2
D_0	diâmetro dos	m
	orificios de injeção	
l _{max}	penetração máxima	m
	da linha central do	
	jato	
L/G	razão entre a vazão	l/m ³
	volumétrica do	
	líquido e do gás	
N ₀	número de orifícios	
	de injeção do	
	líquido.	
Vg	Velocidade do gás	m/s

$2R_0$	distância entre a	mm
	parede de injeção e	
	a parede oposta	
Ζ	Comprimento da	mm
$\begin{array}{c} \rho_{\rm g} \\ \rho_{\rm l} \end{array}$	garganta densidade do gás densidade do líquido	kg/m ² kg/m ²
	-	

REFERÊNCIAS

- [1] B.J. Azzopardi. Liquid distribution in Venturi scrubbers: the importance of liquid films on the channel walls. *Chemical Engineering Science*, vol. 48, p. 2807-2813, Fevereiro 1993.
- [2] S. Viswanathan, A.W. Gnyp, C.C. Pierre. Jet penetration measurements in a Venturi scrubbers. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, v.61, p.504-508, 1983.
- [3] J.A.S. Gonçalves. Aspectos da modelagem matemática de lavadores Venturi, Tese (Doutorado), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, Brasil, 2000a.
- [4] J.A.S. Gonçalves, M.A.M. Costa, D.F. Alonso, J.R. Coury. Estimativa da fração de filme em lavadores Venturi. In: Congresso Brasileiro de Engenharia Química, XIII, 2000, Águas de São Pedro. Anais do XIII Congresso Brasileiro de Engenharia Química (CD-ROM), 2000b.
- [5] J.A.S. Gonçalves. Aspectos da modelagem matemática de lavadores Venturi, Tese (Doutorado), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, Brasil, 2000b. J.A.S. Gonçalves, M.A.M. Costa, M.C.R. Falaguasta, J. R. Coury. Film Fraction in Pease-Anthony Venturi Scrubbers. In: International Congress of Chemical and Process Engineering, XVI, 2004, Praga. Proceedings of the CHISA 2004 (CD-ROM), 2004. v. CD-ROM.
- [6] M.A.M. Costa. Eficiência de coleta de partículas em lavadores Venturi. Tese (Doutorado), Universidade Federal de São Carlos, Brasil, 2002.
- [7] S. Viswanathan, A.W. Gnyp e C.C. Pierre. Annular flow pressure drop model for Pease-Anthony-Type Venturi scrubbers. *AIChE Journal.*, vol. 31, p. 1947-1959, 1985.
- [8] J.F.C.F. Teixeira, B.J. Azzopardi, A.H. Govan, T.R. Bott. An improved model for pressure drop in venturi scrubbers. *Trans. Inst. Chem. Engrs*, v.69, p.69, 237-245, 1991.
- [9] B.J. Azzopardi, A.H. Govan. The modeling of venturi scrubbers. *Filtration and Separation*, v.21, p.196-200, 1984.
- [10] J.F.C.F. Teixeira, B.J. Azzopardi, T.R. Bott. The effect of inserts on drop sizes in annular two phase flow. In Proceedings of the 2nd U.K. Naational Heat Transfer Conference. Inst. Chem Engrs, Glasgow, 1988.
- [11] B.J. Azzopardi, S.B. Memory, P.A. Smith. Experimental study of annular flow in a venture. 4th International Conference on Multi-phase Flow, Paper E2, p. 19-21, 1989.
- [12] M.A.F. Daher. Fração de filme líquido nas paredes de um lavador Venturi. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de São Carlos, Brasil, 2008.
- [13] K.J. HAY, Zi-Chao Liu. T.J. Hanratty. Relation of deposition to drop size when the rate is nonlinear. *Int. J. Multiphas Flow*, vol.22, n.5, p.829-848, 1996.
- [14] V.G. Guerra, J.A.S. Gonçalves, J.R. Coury. Experimental investigation on the effect of liquid injection by multiple orifces in the formation of droplets in a Venturi

scrubber. Journal of Hazardous Materials, vol. 161, 351-359, 2009.

FILM FRACTION IN A CIRCULAR VENTURI SCRUBBER

Andressa Pinheiro Guerra, Vádila Giovana Guerra, José Renato Coury, José Antônio Silveira Gonçalves

Chemical Engineering Department – Federal University of São Carlos, Rodovia Washington Luiz km 235, Email: andressa_guerra@hotmail.com

ABSTRACT

The liquid fraction, which flows on the equipment walls, affects significantly the Venturi scrubber efficiency. Gasliquid flows were experimentally assessed in a laboratory scale Venturi scrubber. Study aim was to determine the liquid fraction on the walls of a vertically oriented, jet injection Venturi scrubber. The liquid was injected at the throat section, by 1 mm, 3 - 6 holes. The scrubber was operated on a 50-90 m/s gas velocity at the throat, and a jet penetration between 0,05-0,85. A special test section had a fissure outlet to extract the liquid film. Film fraction was achieved by the film extraction pressure difference through the 1 mm fissure. A variation of film fraction, along the Venturi scrubber throat section, could be obtained by placing the outlet part in different positions. Results showed that film fraction varies as a function of the gas velocity along the equipment.

CARACTERIZAÇÃO DE ESCOAMENTOS BIFÁSICOS HORIZONTAIS EM GOLFADAS UTILIZANDO ULTRASSOM

C.Y. Ofuchi*, L.V.R. Arruda*, F. Neves J.*, R.E.M. Morales°

* Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial: ofuchi@cpgei.ct.utfpr.edu.br

° Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de

Materiais

RESUMO

A caracterização de escoamentos bifásicos é de grande valia para o monitoramento e controle de processos industriais em que ele ocorre. Neste cenário o presente trabalho tem como objetivo utilizar técnicas baseadas em ultrassom para obter parâmetros de interesse visando à caracterização do fenômeno. Os dados experimentais foram obtidos em uma planta de testes, onde foi simulado um escoamento bifásico horizontal água-ar em uma linha de 9 m de comprimento e 26 mm de diâmetro. Os sinais de ultrassom foram adquiridos através de um protótipo desenvolvido na UTFPR, e posteriormente tratados a fim de obter parâmetros interessantes a caracterização do escoamento, tais como: comprimento da lâmina de água entre a parede e a bolha; velocidade da bolha alongada; comprimento da bolha e do pistão de líquido; frequência de passagem da célula unitária.

INTRODUÇÃO

As técnicas de ultrassom são aplicadas em controle de processos há mais de 50 anos, principalmente para o monitoramento, controle e caracterização on-line de composição, estados de reações, mistura e escoamento multifase. O ultrassom tem a capacidade de interagir com os fluidos, ou suspensões densas e opacas, através de contato direto com a substância, ou sobre a parede do duto ou do tanque que contiver a mistura, tanto em temperaturas ambientes quanto em elevadas temperaturas como 300°C ou superiores [1]. O estudo da interação do campo acústico das ondas de ultrassom e o escoamento bifásico são de grande importância para determinar quais padrões de escoamento líquido-gás estão trafegando por uma tubulação. As vantagens da instrumentação ultrassônica são a sua robustez devido à simplicidade dos transdutores e o fato de ser uma tecnologia não-invasiva, possibilitando sua utilização em diversos tipos de equipamentos e medições. De modo mais específico, na indústria de petróleo e gás, o ultrassom é utilizado nas seguintes aplicações: quantificar a fase e a distribuição de água, óleo ou gás em misturas; monitorar a efetividade de separações; detectar e monitorar o aumento de depósito de hidrato em paredes de dutos, entre outras.

Neste trabalho são apresentados os resultados de ensaios de um escoamento bifásico horizontal circular, no padrão intermitente em golfadas(*slug flow*), utilizando técnicas de ultrassom pulsado em modo pulso-eco. O objetivo é caracterizar o fenômeno a partir dos parâmetros obtidos como: o comprimento da lâmina de água entre a parede e a bolha; a velocidade da bolha alongada; o comprimento da bolha e do pistão de líquido; a frequência de passagem da bolha alongada.

Primeiramente, este artigo revisa o princípio de funcionamento da técnica de ultrassom e em seguida detalha a

metodologia para extração de parâmetros de interesse do escoamento em golfadas bifásico gás-líquido.

METODOLOGIA

Instrumentação

A Figura 1 mostra o esquemático utilizado para a instrumentação da seção de testes. Foram utilizados dois transdutores de ultrassom do tipo duplo elemento da Olympus, alinhados a uma distância de 20,2 cm, operando na freqüência de 2,25 Mhz (faixa recomendada para sinais transmitidos em água) e acoplados a um tubo de plexigass através de adaptadores curvos do mesmo material. Foi usada uma fina camada de gel nas interfaces transdutor-adaptador e adaptador-tubo para melhorar o acoplamento acústico. A Figura 3 mostra uma fotografia dos transdutores de ultrassom instalados na seção de testes.



Figura 1 - Montagem da instrumentação ultrassônica

Para a excitação dos transdutores e aquisição dos sinais de ultrassom foi usado um sistema desenvolvido na Universidade Tecnológica Federal do Paraná [2] mostrado na Figura 2. O sistema pode trabalhar com até 3 canais em modo pulso-eco ou transmissão recepção. Neste trabalho foram utilizados 2 canais operando em modo pulso-eco, excitados a uma taxa de 500 Hz. Foram adquiridos 5120 sinais por canal (totalizando 10,24 segundos), digitalizados pelo sistema em intervalos de 25 ns (40 Mhz).



Figura 2 - Foto do módulo de excitação e aquisição



Figura 3 - Foto dos transdutores de ultrassom instalados na seção de testes

Seção de testes

Os experimentos realizados neste trabalho foram realizados no Laboratório de Ciências Térmicas (LACIT) da UTFPR. A seção de testes é constituída de um sistema de circulação de ar e água, de um tubo na horizontal e dos equipamentos para instrumentação e controle. A tubulação é de acrílico, com 26 mm de diâmetro interno e 9 m de comprimento. O líquido utilizado foi à água (do poço artesiano da Universidade, condutividade elétrica de 380 µs/cm) e o gás utilizado foi o ar. A água armazenada em um reservatório de 0,3 m³ é bombeada para a seção de testes de forma controlada. Os fluidos são misturados na entrada da tubulação. As vazões dos fluidos são medidas de forma separada e independente com medidores do tipo Coriolis para líquido e rotâmetro para o gás. A pressão do gás é medida logo após o rotâmetro e a pressão da mistura é medida no final da tubulação. Na saída da planta, encontra-se o separador/reservatório, onde o ar é expelido a atmosfera e água fica armazenada. A Figura 4 mostra um esquema da seção de testes.



Figura 4 - Diagrama esquemático da planta

Escoamento Bifásico Água-Ar Horizontal em Golfadas

O escoamento bifásico em golfadas possui duas características principais: uma bolha alongada que ocupa grande parte da seção transversal do duto separada da parede por um filme de líquido; um pistão de líquido, que caracteriza uma barreira líquida entre duas bolhas subseqüentes, podendo ou não conter pequenas bolhas dispersas. O conjunto formado pela bolha alongada e o pistão de líquido é chamado de célula unitária. A Figura 5 mostra uma ilustração do escoamento.



Figura 5 - Escoamento Bifásico em Golfadas

Características do sinal de ultrassom num escoamento bifásico horizontal em golfadas

O método ultrassônico mais indicado para caracterizar o escoamento horizontal em golfadas é o pulso-eco. A técnica utiliza-se do mesmo princípio físico do sonar: um pulso de ultrassom percorrendo um corpo de prova ao encontrar-se com uma interface com diferentes propriedades físico-químicas pode ser refletido no sentido oposto. Medindo-se o tempo de trânsito do sinal e conhecendo-se a velocidade do som no material, a posição da interface pode ser determinada. No caso do escoamento bifásico água-ar, é possível determinar as interfaces plexigass/água e água/ar, e assim determinar o comprimento da lâmina d'água e de ar que compõem o fenômeno. A Figura 6 mostra o sinal de ultrassom e o tempo de trânsito entre as reflexões das interfaces.



Figura 6 - Sinal de ultrassom para cálculo do tempo de trânsito

Medição da Lâmina d'água

A medição da lâmina d'água entre a bolha e o tubo de plexigass foi obtida pela Eq. (1):

$$H_l = V_s \frac{\Delta T_{pa}}{2} \tag{1}$$

Onde:

H_l: Altura da lâmina d'água

 V_s : Velocidade do som na água. A velocidade foi estimada em 1494 m/s seguindo as equações de Lubbers and Graaf (1998) dada à temperatura do líquido em torno de 25°C.

 ΔT_{pa} : Tempo de trânsito entre o tubo de plexigass e a bolha de ar.

Calculando a lâmina d'água de uma aquisição continua de ondas ultrassônicas é possível visualizar a bolha alongada, representada pelas localidades onde o tempo de trânsito é menor, e o pistão de água, onde o tempo de trânsito é maior. A Figura 7 mostra o conjunto de medidas de H_L ao longo do tempo.



Figura 7 - Conjunto de medidas de H_L

Medição da freqüência de passagem da célula unitária

A freqüência de passagem é obtida por meio da Figura 7, que possibilita a contagem das células unitárias adquiridas durante o tempo de aquisição do sistema (10,24 segundos).

Medição da Velocidade

A velocidade do escoamento foi calculada com a Eq. (2):

$$J = J_G + J_L \tag{2}$$

Onde:

J : Velocidade do escoamento.

 J_G : Velocidade do superficial do gás.

 J_L : Velocidade do superficial do líquido.

A velocidade instantânea do bolha foi obtida a partir da diferença temporal entre as bordas de início e fim de uma bolha alongada adquirida pelos dois transdutores. A Figura 8 mostra o perfil da bolha adquirida pelos transdutores de ultrassom e os tempos necessários para o cálculo da velocidade e do comprimento da bolha.



Figura 8 - Cálculo da velocidade da bolha a partir do sinal de ultrassom

As linhas vermelhas representam o canal 1 e as linhas em azul representam o canal 2. As velocidades foram calculadas com a Eq. (3) e Eq. (4):

$$V_n = \frac{\Delta S}{\Delta T_n} \tag{3}$$

$$V_c = \frac{\Delta S}{\Delta T_c} \tag{4}$$

Onde:

 V_n : Velocidade do "nariz" da bolha alongada.

 V_c : Velocidade da "cauda" da bolha alongada.

 ΔS : Distância entre os dois trandutores. Neste trabalho a distância é de 0,202 metros.

 ΔT_n : Diferença de tempo entre as bordas de inicio das bolhas.

 ΔT_c : Diferença de tempo entre as bordas de fim das bolhas.

Medição do comprimento da bolha alongada e do pistão de água

O comprimento das bolhas alongadas foi calculado pela Eq. (5) e Eq. (6):

$$\Delta S_1 = V_n \cdot \Delta T_1 \tag{5}$$

$$\Delta S_2 = V_n \cdot \Delta T_2 \tag{6}$$

Onde:

 ΔS_1 : Comprimento da bolha adquirida no canal 1.

 ΔS_2 : Comprimento da bolha adquirida no canal 2.

 ΔT_1 : Intervalo de tempo entre a borda de inicio e a borda de fim da bolha adquirida no canal 1.

 ΔT_2 : Intervalo de tempo entre a borda de inicio e a borda de fim da bolha adquirida no canal 2.

 V_n : Velocidade do "nariz" da bolha alongada.

O cálculo do comprimento do pistão de água é representado pela Eq. (7) e Eq. (8):

$$\Delta S_{P1} = J \cdot \Delta T_{P1} \tag{7}$$

$$\Delta S_{P2} = J \cdot \Delta T_{P2} \tag{8}$$

Onde:

 ΔS_{P1} : Comprimento do pistão de líquido adquirido no canal 1.

 ΔS_{P2} : Comprimento do pistão de líquido adquirido no canal 2.

 ΔT_{P1} : Intervalo de tempo entre a borda de inicio e a borda de fim da bolha adquirida no canal 1.

 ΔT_{P2} : Intervalo de tempo entre a borda de inicio e a borda de fim da bolha adquirida no canal 2.

J : Velocidade teórica do escoamento.

RESULTADOS

Foram realizados três experimentos utilizando diferentes velocidades superficiais do líquido (J_L) e do gás (J_G) . Em cada experimento foram selecionadas quatro bolhas alongadas, de onde foram extraídas as medidas de velocidade e comprimento. Os resultados estão apresentados nas tabelas a seguir:

Tabela 1 - Tabela de resultados do Experimento 1

Experimento 1						
J _L (m/s)	J _G (m/s)	J(m/s)		freqüência (bolhas/s)		
0,3453	0,6511	0,9964		1,1719		
Bolha	V _n (m/s)	V _c (m/s)	∆S₁(m)	$\Delta S_2(m)$	ΔS _{P1} (m)	$\Delta S_{P2}(m)$
1	0,9712	0,9439	0,2991	0,3205	0,1774	0,1515
2	1,0745	1,0202	0,8875	1,0444	0,3119	0,2511
3	0,9806	1,0202	0,7786	0,7708	0,3541	0,3408
4	1,0632	1,0745	0,8740	0,8718	0,3590	0,3614
Média	1,0224	1,0147	0,7098	0,7519	0,3006	0,2762

Tabela 2 – Tabela de resultados do Experimento 2

			Experime	nto 2		
J₋(m/s)	J _G (m/s)	J(m/s)		freqüência (bolhas/s)		
0,4918	1,0096	1,0096		1,5625		
Bolha	V _n (m/s)	V _c (m/s)	∆S₁(m)	$\Delta S_2(m)$	ΔS _{P1} (m)	$\Delta S_{P2}(m)$
1	1,1099	0,9099	0,3396	0,3840	0,3071	0,2893
2	1,0521	0,8938	0,4124	0,4482	0,2322	0,2097
3	0,9712	1,1609	0,5905	0,5575	0,4342	0,4464
4	1,0860	1,2469	0,4952	0,4692	0,2479	0,2650
Média	1,0548	1,0529	0,4594	0,4647	0,3054	0,3026

Tabela 3 - Tabela de resultados do Experimento 3

Experimento 3						
J∟(m/s)	J _G (m/s)	J(m/s)		freqüência (bolhas/s)		
0,6645	0,6283	1,2928		2,6400		
Bolha	V _n (m/s)	V _c (m/s)	∆S₁(m)	∆S₂(m)	$\Delta S_{P1}(m)$	$\Delta S_{P2}(m)$
1	1,3289	1,5303	0,4465	0,4199	0,1942	0,1993
2	1,4028	1,2625	0,2609	0,2834	0,1126	0,1126
3	1,4028	1,2785	0,4152	0,4349	0,2342	0,2181
4	1,3289	1,0978	0,3455	0,3880	0,2481	0,2272
Média	1,3782	1,2923	0,3670	0,3816	0,1973	0,1893

CONCLUSÕES

No presente trabalho foram utilizadas técnicas de ultrassom para caracterizar o escoamento bifásico horizontal água-ar em golfadas. Utilizando o método pulso-eco foi possível medir a lâmina d'água com relativa precisão e assim obter a forma da bolha alongada. A velocidade da bolha alongada medida experimentalmente mostrou-se muito precisa e compatível com as previsões teóricas realizadas a partir dos instrumentos da planta. Por fim, o ultrassom mostrou ser uma ferramenta de grande valia para o estudo e entendimento do escoamento. Trabalhos futuros requerem uma variedade maior de padrões de escoamentos a fim de avaliar e refinar as técnicas de ultrassom.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro do Instituto de Petróleo, Gás e Biocombutíveis – IBP – da Financiadora de Estudos e Projetos – FINEP – e do Ministério da Ciência e Tecnologia – MCT.

REFERÊNCIAS

- Lynnworth, L.C., Jossinet, G. e Chérifi, E. 300° clampon ultrasonic transducers for measuring water flow and level, IEEE Ultrasonica Symposium, 1, pp 407 - 412, 1996.
- [2] Neves, F., Massignan, J.P., Nishida, M.Y., Daciuk, R.J. Sistema ultra-sônico para análise de líquidos em linha. Congresso Internacional de Automação, Isa Show South America, 2006.
- [3] J. Lubbers and R. Graaff (1998), A simple and accurate formula for the sound velocity in water, Ultrasound Med. Biol. Vol 24, No 7, pp 1065-1068.

ABSTRACT

Characterization of two-phase flows is important for monitoring and control of many industrial processes. In this regard, the proposed paper uses ultrasonic techniques to extract parameters of interest in horizontal gas-liquid two-phase flows. The experimental data were obtained from a plant, where two-phase flow was simulated in a horizontal line of 9 meters in length and 26mm in diameter. The ultrasound signals were acquired through a prototype and further processed to obtain parameters for characterizing the two-phase flow, such as the length of the water depth between the wall and the bubble, the velocity of elongated bubble, the length of the bubble and piston liquid and the frequency of passage of the unit cell.

ATENUAÇÃO EM FREQUÊNCIA DE SINAIS DE ULTRASSOM APLICADA À MEDIÇÃO DE FRAÇÕES DE VAZIO

J.P.D. Massignan*, L.V.R. Arruda°, F. Neves-Jr.°

*PETROBRAS, Rua da Alfândega, 41, Rio de Janeiro-RJ, massignan@ieee.org ° Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Av. Sete de Setembro, 3165, Curitiba-Pr, lvrarruda@utfpr.edu.br, neves@utfpr.edu.br

RESUMO

Medições multifásicas são uma necessidade habitual na indústria de óleo e gás, pois através destas é possível determinar a quantidade de óleo, gás e água que escoam por uma tubulação. O uso do ultrassom tem diversas vantagens para realizar esse tipo de medição, entre elas a robustez eletromecânica e o fato de ser não invasivo ao processo, não alterando o padrão de escoamento, além de não ser um elemento de perda de carga. O presente trabalho apresenta um estudo experimental e teórico sobre a atenuação em frequência de sinais de ultrassom aplicados a medição de fração de vazios. O método é baseado na deformação do espectro em frequência da onda do ultrassom ao atravessar o meio sendo assim independente da temperatura. Para validação da técnica proposta foram realizados experimentos num circuito bifásico instalada no LABPETRO/UNICAMP. Foi utilizado um par de transdutores, no modo transmissão-recepção em um duto de acrílico com 54 mm de diãmetro interno. O hardware e software do sistema de aquisição de dados foi desenvolvido no LASCA/UTFPR. São apresentados resultados que permitem identificar corretamente os diversos sub-regimes de escoamento e estimar frações de vazio num intervalo de 0 a 16% em escoamentos água-ar.

INTRODUÇÃO

O escoamento vertical bifásico é de suma importância na produção de petróleo, uma vez que os reservatórios petrolíferos produzem óleo e gás simultaneamente, os quais devem fluir até a superfície marinha através de poços, e destes até a plataforma de produção através de dutos verticais (risers) no mar. Medições multifásicas são uma necessidade habitual na indústria de óleo e gás, pois através destas é possível determinar a quantidade de óleo, gás e água que escoam por uma tubulação. Além disso, escoamentos gás-líquido são frequentemente encontrados em caldeiras, reatores químicos e geradores de vapor de plantas nucleares. Ao longo de seu escoamento, a mistura pode desenvolver vários padrões de fluxo, sendo necessário identificá-los durante a operação da planta. O uso do ultra-som tem diversas vantagens para realizar esse tipo de medição, entre elas a robustez eletromecânica e o fato de ser não invasivo ao processo, não alterando o padrão de escoamento, além de não ser um elemento de perda de carga. Nos últimos anos, têm surgido na literatura vários estudos baseados em técnicas de ultrassom para caracterização de escoamentos [1]-[6]. Uma revisão da aplicação de técnicas de processamento de sinais em geral e de ultrassom em particular na caracterização de escoamentos pode ser encontrada em [7]. Em geral esses trabalhos utilizam valores de velocidade, amplitude, energia e tempo de trânsito do sinal de ultrassom entre outros para inferir o comportamento do escoamento, classificando-o em diversos sub-regimes. Um dos problemas com estes métodos é que a acurácia da medição depende do uso de um sinal em meio padrão, que serve como referência para as medições. Em cada experimento, devido a interação como escoamento este sinal de referência pode variar sendo necessário constantes calibrações do equipamento. Outro problema, especialmente relacionado com as medidas de velocidade é que estas são muito dependentes da temperatura, sendo difícil afirmar que

uma variação de velocidade deve-se a presença de gás no escoamento ou a uma variação de temperatura. Um terceiro problema é que tanto a velocidade, quanto a energia e a amplitude do sinal tem um decaimento exponencial acentuado com o aumento da fração de vazios, permitindo uma caracterização desta fração apenas para escoamentos com até 9% de fração de vazios. [7]

Neste contexto, o presente trabalho apresenta um estudo experimental sobre a atenuação em frequência de sinais de ultrassom aplicados a medição de fração de vazios. O método é baseado na deformação de onda do ultrassom ao atravessar o meio sendo assim independente da temperatura. Por fim, são apresentados resultados que permitem identificar corretamente os diversos sub-regimes de escoamento estimando frações de vazio num intervalo de 0 a 16% em escoamentos água-ar.

MÉTODO DE ATENUAÇÃO DE FREQÜÊNCIA EM BANDA LARGA

A análise de atenuação do sinal de ultra-som utilizando apenas o pico do sinal no domínio do tempo é uma análise em apenas uma das diversas frequências que compõem o sinal de ultra-som. Geralmente os transdutores são excitados com um pulso estreito, gerando um sinal com múltiplas frequências, ou seja, um sinal com uma banda larga de frequências. Quando um sinal em banda larga de ultrasom atravessa um meio, a forma de onda do pulso se modifica com resultado da atenuação e da dispersão do meio. Com isto, as altas frequencias são mais atenuadas que as baixas frequencias. Depois de atravessar o meio, o sinal não somente sofre uma redução de escala em relação ao sinal original mas também modifica a sua forma [8]. Para caracterizar esta interação entre o meio e o sinal de ultrasom é conveniente utilizar um método que calcule a atenuação em função da frequência e não apenas em uma única frequência, como acontece no trabalhos que utilizam a análise do sinal no domínio do tempo [3]-[5]-[6].

Um dos parâmetros de propagação mais utilizados na literatura para a análise em frequência de sinais de ultrassom, principalmente na área médica, é a taxa de atenuação numa faixa de frequência, conhecida como BUA (*Broadband Attenuation Ultrasound*).[9]

A atenuação em banda larga do ultrassom (BUA) é amplamente utilizada no diagnóstico médico de osteoporoses. Esta técnica, proposta em 1984, também pode ser utilizada como método para a determinação da fração de vazios em escoamentos, utilizando o mesmo princípio da densiometria mineral óssea, onde a redução da densidade do osso gera alteração no formato da onda [9]. No caso do escoamento bifásico, a densidade também é alterada pelo aparecimento de vazios no meio contínuo, que é o líquido. Para o cálculo do BUA, é considerado que o coeficiente de atenuação pode ser interpolado por uma função linear da frequência dentro de uma determinada faixa $(BW=f_{high} - f_{low})$, denominada largura de banda. O coeficiente angular desta reta é conhecido como BUA normalizado (nBUA) e possui unidade em dB/(Hz m). Para determinar a BUA de um material, ou meio, é necessário comparar o espectro do sinal ultrasônico de um material de referência na faixa de frequência desejada. Por exemplo para a água degaseificada esta faixa de frequências varia de 0,2 MHz a 0,7Mhz, com o espectro do sinal obtido após a propagação através do meio. A subtração de um espectro do outro resulta em uma curva de atenuação em função da frequência que aproximada por uma técnica de regressão linear gerando uma reta cujo coeficiente angular é o índice nBUA do meio.

Considerando um escoamento monofásico, em que a água é usada como material de referência e, um escoamento bifásico água-ar a 5% de fração de vazios, as figura 1 a 3 trazem respectivamente os sinais de ultrassom no domíno do tempo, os mesmos sinais no domínio da frequência obtidos com a aplicação da transformada de Fourier [10] aos sinais temporais, e as correspondentes atenuações em banda larga.

Analisando o espectro de frequências (figura 2) e o BUA (figura 3) percebe-se, que as altas frequências sofrem uma maior atenuação pelo escoamento bifásico. O escoamento água-ar se comporta com um filtro passa-baixas [10]. Este fato se verifica para todas as frações de vazios ensaiadas neste artigo.



Figura 1: Sinais de ultrassom no domínio do tempo



Figura 2: Sinais de ultrassom no domínio da frequência



Figura 3: Atenuação em banda larga normalizada (nBUA) dos espectros da figura 6

Normalização do sinal de ultrassom

A necessidade de uma referência para a aquisição de sinais cria a necessidade de uma constante calibração do sistema de medição, o que não é possivel na maioria das aplicações industriais de processos contínuos. Conforme discutido por Hoppe e seus colaboradores [11], o tempo de chegada de um sinal de ultrasom não se altera com o escoamento bifásico, assim a velocidade do som é constante. Para medir essa velocidade sem a interferência do escoamento bifásico, podese utilizar parâmetros da própria onda de ultrassom para a normalização do sinal medido, evitando assim as constantes calibrações. Diferente de Hoppe e seus colaboradores [11], que utilizam dois parâmetros para esta normalização (valor máximo do primeiro vale e máxima derivada do sinal), propoem-se neste trabalho o uso do valor mínimo do primeiro vale do sinal por ter sido observado que este vale sofre menos influência do escoamento bifásico nas medições realizadas.

Pré-processamento de sinais para filtragem de ruídos

Em aplicações médicas onde os sinais são repetitivos, como no caso dos exames de Eletroencefalograma e Eletrocardiograma, um pré-processamento de sinais é necessário a fim de melhorar a relação sinal ruído, já que os sinais médicos se caracterizam por sua baixa energia [9].

O mesmo acontece com os sinais de ultrassom aplicados em escoamentos bifásicos, pois segundo Carvalho e colaboradores os sinais medidos sofrem forte atenuação de amplitude e energia com o aumento da fração de vazios [6].

Neste trabalho foi utilizado a média coerente como préprocessamento do sinal. Esta técnica permite filtrar o ruído que está no sinal e gerar um sinal representativo médio daquele que interagiu com o escoamento bifásico, reduzindo a quantidade de dados a serem processados pelas técnicas mais complexas, nesta caso o cálculo da BUA.

A média coerente de um conjunto de sinais é calculada de acordo com a equação:

$$y[n] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i[n]$$
(1)

onde y[n] é a média coerente da n-ésima amostra, $x_i[n]$ é o valor da n-ésima amostra do i-ésimo sinal e N é o numero total de pontos.

MONTAGEM EXPERIMENTAL

Os experimentos foram realizados no LabPetro/UNICAMP que foi construído especificamente para o estudo de medições de frações de vazio em escoamentos bifásicos água-ar verticais para cima. A Figura 4 representa uma visão esquemática do conjunto experimental e a montagem da instrumentação ultrasônica na seção de teste é detalhada na figura 5. Uma descrição detalhada do seu funcionamento encontra-se em [6]. Para a aquisição do sinal, foi desenvolvido no LASCA/UTFPR um equipamento composto por hardware e firmware compatíveis com as condições dinâmicas do experimento [12]. O processamento do sinal em tempo real é realizado de maneira *off line* através do módulo de software desenvolvidos em MATLAB.



Figura 4: Montagem experimental



Figura 5: Instrumentação ultrassônica

RESULTADOS

O seguinte procedimento experimental foi utilizado para a aquisição dos dados:

- A taxa de repetição de pulsos (PRF Pulse Rate Frequency) foi escolhida como 8,45kHz (1 onda a cada 118,34 us), que é a máxima taxa para que duas ondas e seus ecos não se sobreponham.
- A taxa de amostragem foi de 20 Msps a 12 bits [7]. Foram adquiridos 131068 ondas por experimentos, o que equivale ao tempo de 15,61 segundos de aquisição contínua (figura 6).
- Cada experimento individual, com 131068 sinais, foi divido em 5 partes iguais, equivalendo a uma janela de 3,5 s por parte. Assim um experimento gera 5 conjunto de dados.
- Cada sinal possui 256 pontos e é armazenado em 2 bytes, totalizando aproximadamente 64 MB por experimento. O conjunto total de dados analisados possui 10,63 GB.
- A vazão de água foi mantida o mais constante possível, enquanto a vazão de ar era ajustada até atingir a fração de vazios desejada. A fração de vazios foi calculada de acordo com [13].
- A água no circuito de teste foi forçada a passar por um trocador de calor, resfriado com água a temperatura ambiente. Assim a variação da temperatura da água no circuito se mantém sempre na temperatura ambiente.
- O sinal de referência foi adquirido com escoamento monofásico de água na temperatura próxima ao que foi realizado o experimento, com isso reduzindo as discrepâncias devido aos efeitos da temperatura.
- O ganho do amplicador foi mantido constante mantendo uma relação de compromisso entre não saturar o amplicador quando o sinal atravessa a referência assim como amplicar o sinal com 16 % de fração de vazios. A tensão de saída do amplicador diferencial foi mantida entre -1 V e +1 V.
- Foram adquiridos dados para escoamentos de 1% a 16% de fração de vazios em passos de 1%, totalizando 170 conjunto de dados.
- Para cada fração de vazio foram realizados 10 experimentos de 15,61 segundos, onde a cada 5 experimentos era feito uma verificação da fração de vazios. Como cada experimento possui 5 conjunto de dados foram gerados 50 sinais (figura 7a).
- Para cada conjunto com 26213 sinais (3,5 s) foi aplicado o cálculo de média coerente, conforme Equação (1), gerando um sinal médio no qual será aplicado o método BUA (figura 7b).
- A faixa de frequência utilizada para o cálculo da atenuação em banda larga teve como frequência inferior $f_{lo} = 625$ kHz e frequência superior $f_{hi} = 2.265$ MHz, totalizando uma banda de passagem de BW = 1; 65 MHz. Esta faixa foi escolhida, por permitir um melhor ajuste linear das curvas medidas, conforme mostrado a seguir, para as diversas frações de vazios. Nesta faixa de frequências também foi verificado uma tendência linear de atenuação da resposta em frequência no gráfico de BUA.



Figura 6: 20 sinais de ultra-som (2,36 ms de escoamento) e detalhes de um sinal adquirido com 12 bits Msps.



Figura 7: Escoamento com fração de vazios de 1% (a) 50 sinais de ultra-som (b) Média Coerente dos sinais de a.

A técnica de atenuação em frequência foi aplicada aos sinais pró-mediados para a faixa de fração de vazios de 1% a 16% e os resultados processados são apresentados na tabela 1 onde foi calculado o parâmetro de nBUA (*Normalized Broadband Ultrasonic Attenuation*) assim como seus respectivos valores médios, variância e intervalo de confiança (95 %).

Tabela 1: Resultado da Atenuação em Banda Larga



A figura 8 apresenta os resultados da tabela 1. O ajuste linear da curva gera um coeficiente de determinação de R^2 = 0,8819 para relação entre o nBUA, dado em dB/(MHz cm) e a fração de vazios em %. Este gráfico apresenta a tendência de elevação da nBUA com o aumento da fração de vazios, de acordo com a a seguinte equação:

$$nBUA = 0, \ 2808 \alpha + 0, \ 5668 \tag{2}$$



Figura 8: Atenuação em Banda Larga Normalizada em função da fração de vazio

Ajustando o gráfico da figura 8 em 4 partes (figura13), pode-se obter um melhor resultado para o cálculo da nBUA em função da fração de vazios. Este comportamento por partes pode ser devido a mudanças do padrão de escoamento, e iteração da onda de ultrassom com os diversos tipos de bolhas que se formam em cada regime de escoamento.



Figura 13: Atenuação em Banda Larga Normalizada em função do regime de escoamento

Durante o escoamento borbulhante, a elevação da fração de vazios pode ser analisada como uma redução da densidade do fluído escoando, assim como na densiometria mineral óssea. Para frações de vazios maiores, como não há uniformidade desta redução ocorre um espalhamento maior nos valores médios dados na tabela 1, observado pela variância do valor médio dada na tabela. O nBUA indica que a atenuação varia com a frequência sendo mais um indício de que o escoamento bifásico altera significantemente o sinal de ultrassom e que esta alteração pode ser utilizada como parâmetro de análise do escoamento bifásico, tanto para a determinação do padrão de vazios.

CONCLUSÕES

Um estudo experimental foi realizado comprovando a eficiência da técnica de atenuação em banda larga do sinal de ultrassom na determinação da fração de vazios de um escoamento bifásico. Apesar de não ter havido um comportamento linear para toda a faixa testada (0 a 16% de fração de vazios), verificou-se uma tendência do aumento do nBUA com o aumento da fração de vazio. Este comportamento pode-se ser explicado devido aos diversos

padrões que podem ocorrer no escoamento. Verificou-se ainda que a curva pode ser linearizada por partes, e utilizada como uma estimação inicial do valor da fração de vazios. Com isso pode se gerar equações mais precisas em que a fração de vazio é expressa como uma função linear da nBua, podendose utilizar estas equações na estimação da fração de vazios e até mesmo do padrão de escoamento.

Os resultados deste trabalho podem ser úteis na ampliação do entendimento dos fenômenos acústicos em situações mais complexas, que ocorrem em escoamentos de líquido com sólido particulado, de água com óleo disperso e mesmo de escoamentos multifásico com água, óleo e sólido particulado disperso, e ainda escoamentos líquido-sólido-gás.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo (ANP) através do CTPETRO/FINEP Financiadora de Estudos e Projetos: Programa de Recursos Humanos para o Setor de Petróleo e Gás Natural (PRH-ANP/MCT 10 UTFPR).

NOMENCLATURA

Símbolo	Quantidade	Unidade SI
α	Fração de vazios	%
BUA	Atenuação em frequência do	dB/ Hz m
	ultrassom	
BW	Banda passante	Hz
f _{high}	Frenquência superior da banda	Hz
_	passante	
f_{low}	Frequência inferior da banda	Hz
	passante	
nBUA	Atenuação em em frequencia	dB/(MHz cm)
	do ultrassom normalizado	
PRF	Taxa de repetição de pulso	Hz
\mathbb{R}^2	Coeficiente de inclinação de	-
	uma reta interpolada	

REFERÊNCIAS

- J.A. Bamberger and M.S. Greenwood, Measuring fluid and slurry density and solids concentration noninvasively, *Ultrasonics*, vol 42, pp. 563–567, 2004.
- [2] M. Vatanakul, Y. Zheng, M. Couturier, Application of Ultrasonic Technique in Multiphase Flow. *Industrial and*

Engineering Chemistry Research, vol. 43, p. 5681-5691, 2004.

- [3] S. Wada, H. Kikura, M. Aritomi, Pattern Recognition and Signal Processing of Ultrasonic Echo Signal on Two-Phase Flow. Flow Measurement and Instrumentation, vol. 17, p. 207-224, 2006.
- [4] Xu, L., Han, Y., Xu, L., and Yang, J. Application of Ultrasonic Tomography to Monitoring Gas/Liquid Flow. Chemical Engineering Science. 1997, Vol. 52, 13, p. 2171-2183.
- [5] Y. Zheng, and Q. Zhang, Simultaneous Measurement of Gas and Solid Holdups in Multiphase Systems Using Ultrasonic Technique. *Chemical Engineering Science*, vol. 59, p. 3505-3514, 2004.
- [6] R.D.M. Carvalho, O.J. Venturini, E.I. Tanahashi, F. Neves Jr., F.A. França, Application of the ultrasonic technique and high-speed filming for the study of the structure of air water bubbly flows. *Experimental Thermal and Fluid Science*, v. 33, p. 1065-1086, 2009.
- [7] J.P.D. Massignan. Métodos de análise de sinais de ultrasom para caracterização de escoamentos bifásicos. Dissertação (Mestrado), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2009.
- [8] P. He, Simulation of ultrasound pulse propagation in lossy media obeying a frequency power law. *IEEE Transaction on Ultrasonics, Ferroeletrics, and Frequency Control*, vol. 45, pp. 114-125, 1998.
- [9] J. M. Maia, Sistema ultra-sônico para auxílio ao diagnóstico da osteoporose, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação– Departamento de Engenharia Biomédica - UNICAMP, Campinas-PR-Brazil, 2001.
- [10] S. Haykin, B. Van Veen, Signals and Systems, John Wiley & Sons Inc., 1999.
- [11] N. Hoppe, Schonfelder, G. Puttmer, A. P. Hauptmann, Ultrasonic density sensor - higher accuracy by minimizing error in frequencies, IEEE Ultrasonics Symposium1 pp 361-364, 2001.
- [12] F. Neves Jr., J.P.D. Massignan, M.Y., Nishida, R. Daciuk, Sistema ultra-sônico para análise de líquidos em linha, ISA SHOW SOUTH AMERICA, 2006.
- [13] S. Dias, F.A. França, E.S. Rosa, Statistical Method to Calculate Local Interfacial Variables in Two-Phase Bubbly Flows Using Intrusive Crossing Probes. *Journal* of Multiphase Flow, vol. 26, 11, pp. 1797-1830, 2000.

BROADBAND ATTENUATION ULTRASOUND APPLIED TO VOID FACTION MEASUREMENTS

J.P.D. Massignan*, L.V.R. Arruda°, F. Neves-Jr.°

*PETROBRAS, Rua da Alfândega, 41, Rio de Janeiro-RJ, massignan@ieee.org ° Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Av. Sete de Setembro, 3165, Curitiba-Pr, lvrarruda@utfpr.edu.br, neves@utfpr.edu.br

ABSTRACT

Multiphase measurements are usual in oil and gas industry to infer the behaviour of oil, gas and water seeping through a pipe. The use of ultrasound based techniques has several advantages to perform this type of measurement, including the electromechanical robustness. The ultrasound technique are also a noninvasive procedure, that does not interfer in the flow pattern, and can cause a load loss. This paper presents an experimental and theoretical study about Broadband Attenuation Ultrasound applied to voids fraction masurements. The method is based on frequency spectrum deformation of a ultrasound wave travels through a medium. Thus it is not dependend on temparture variations. To validate the proposed technique, several experiments were done in a two-phase circuit installed in LABPETRO / UNICAMP. We used a pair of transducers in transmission-reception mode, settled up an acrylic pipe with 54 mm internal diameter. The hardware and software data acquisition system was developed at LASCA / UTFPR. The obtained results show that it is possible to correctly identify the various sub-flow regimes and estimate void fractions in the range of 0 to 16% in the air-water flows by using the Broadband Attenuation Ultrasound technique.

VERIFICATION OF A CFD CODE BASED ON THE LATTICE-BOLTZMANN METHOD FOR SIMULATION OF MULTIPHASE FLOWS

Cirilo Seppi Bresolin*, Amir Antônio Martins de Oliveira°

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC Laboratório de Combustão e Sistemas Térmicos – LabCET *E-mail: cirilo@labcet.ufsc.br ° E-mail: amir.oliveira@gmail.com

ABSTRACT

This work presents a verification of the capability of a CFD code based on the Lattice-Boltzmann method and the Shan-Chen model in predicting phase behaviour typical of multiphase flows, such as the interfacial tension and shear stress between adjacent phases and the equilibrium contact angle in the three-line interface among liquid, gas and solid phases. The L-B model and the numerical implementation are fully discussed. The test problems selected were the equilibrium for a suspended droplet, a droplet in contact with a flat solid surface and the parallel gas-liquid flow along the channel formed between two parallel flat surfaces. The predictions were compared to closed form analytical solutions reaching a good agreement.

INTRODUCTION

The analysis of multiphase flow is based commonly in two different approaches: Either (1) point-wise detailed solutions for the phase distribution using the macroscopic continuum equations or (2) volume and time (or ensemble) averaged equations are used. The former approaches are particularly powerful when addressing problems that are geometrically simple and that develop in sufficiently slow transients. The latter, however, are basically the only choices when one attempts to solve problems closer to the applications. In the averaged formulations, detailed information is lost in the averaging procedure, giving rise to interfacial transport terms that are usually modeled. It comes to no surprise that the use of detailed point-wise solutions form the basis for most of the modeling used as closure for the averaged treatments.

In recent years, the development of Lattice-Boltzmann methods (LBM) have become an alternative for treatments based on the continuum transport equations. The LBM has been preferable to simulate flow in porous media because it is able to deal with the complicated geometry of the channels available for flow and because, a priori, it independents of empirical models for the effective transport proprieties. The numerical implementation is also, in general, simpler than that for the traditional numerical methods for the solution of macroscopic transport equations. The use of LBM for multiphase flows has also grown due to the range of available models that are able to deal with complicated phase interactions. Among the most used models nowadays are the color gradient [1], Shan-Chen (SC) [2], free-energy [3] and field mediators [4].

The most well established model is the Shan-Chen model. Here this model is used in the development of a computer code able to solve transport problems in two-phase flow across porous media, in fact, a three phase problem with a stationary solid phase. The aim is to be able to study complex transport and chemical reaction in locally hygroscopichydrophilic porous media, typical of the electrochemical, e.g., fuel cells, applications.

In this work, the basics of the method are presented with a view to the numerical implementation. Then, the model is applied to the solution of simpler well-known problems that are amenable to analytical treatment. The predictions of the macroscopic average properties, such as equilibrium interface shape, contact angle and phase permeability are predicted and compared to the analytical solutions. The problems selected are the equilibrium liquid droplet in a vapor environment, recovering the behavior predicted by Laplace's Equation, the equilibrium shape of a liquid droplet resting on a flat solid surface, recovering the contact angle predicted by Young's Equation, and the viscous coupling between liquid and gas phases flowing along a channel formed by two parallel flat plates, recovering the relative permeability typical of a parallel (stratified) flow.

In the following, the method is presented and the numerical implementation is discussed. Then the problems are presented and solved using the LBM. Finally, the predictions are compared to the analytical solutions and are followed by conclusions.

THE LATTICE-BOLTZMANN METHOD

Historically, the LBM evolved from the Lattice-gas Automata [5].. Recently, consistent and direct derivation of the LBM equations from the Boltzmann Transport Equation (BTE) has become available [6]. The fundamental idea of LBM is to construct simplified kinetic models that incorporate the essential physics of microscopic or mesoscopic processes so that macroscopic averaged properties obey the desired macroscopic equations [7]. The derivation uses a finite difference scheme applied over a uniform grid, or lattice, to solve the space and time parts of the continuous Boltzmann equation. The statistical moments of the (non-equilibrium) Boltzmann distribution function are the macroscopic fluiddynamic variables density, velocity and energy. To integrate the moments, a Hermite-Gauss quadrature scheme is used. The collision operator is approximated using the BGK model [8]. The discretization of the Boltzmann equation generates a set of particle populations that follow a Maxwellian velocity distribution function.

Figure 1 depicts a lattice point identified by the subscript 0 from which 8 directions, e_1 to e_8 , are available, known as a D2Q9 lattice, i.e., a two-dimensional lattice with 9 states. A

particle leaving the lattice point may follow randomly any of the 8 available directions.

The Boltzmann distribution function for the set of populations interacting in the lattice point follow the evolution equation,

$$f_{\alpha}(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{e}_{\alpha},t+1)-f_{\alpha}(\boldsymbol{r},t)=-\omega\cdot\left[f_{\alpha}(\boldsymbol{r},t)-f_{\alpha}^{eq}(\boldsymbol{r},t)\right]$$
(1)

where r is the position vector, t is the time, e_{α} is the set of velocity vectors over which the f_{α} populations are distributed,

The relaxation frequency ω is related to the kinetic viscosity by,

$$v = \left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{2}\right)\frac{1}{3} \tag{2}$$

The Boltzmann equilibrium distribution function f_{α}^{eq} defined for the lattice is given by

$$f_{\alpha}^{eq} = w_{\alpha} \rho \left\{ 1 + 3 \left(\boldsymbol{e}_{\alpha} \cdot \boldsymbol{u} \right) + \frac{9 \left(\boldsymbol{e}_{\alpha} \cdot \boldsymbol{u} \right)^2}{3} - \frac{3 \, \boldsymbol{u}^2}{2} \right\}$$
(3)

where w_{α} are weight factors that result from the Gauss-Hermite integration quadrature. The weighting factors for the D2Q9 lattice are $w_0 = 4/9$, $w_{1,2,3,4} = 1/9$ $w_{5,6,7,8} = 1/36$.

The macroscopic variables density and velocity are the zeroth-order and the first-order statistical moments of the distribution function, that after the numerical integration over the lattice, result in

$$\rho \, \boldsymbol{u} = \sum_{\alpha} \, \boldsymbol{e}_{\alpha} \, \boldsymbol{f}_{\alpha} \tag{4}$$

$$\rho = \sum_{\alpha} f_{\alpha} \tag{5}$$



Figure 1: The 9 velocity vectors of the lattice grid D2Q9.

The Shan-Chen Model for Multiphase Flows

The Shan-Chen model is based on an interaction potential among nearest lattice neighbors [2]. This model handles flow of imiscible fluids with any number of components and flows with thermodynamic phase transitions. The advantages of the model are computational efficiency, the fact that each component have its own relaxation frequency parameter and that the equation of state can be tuned to match any given functional form.

From the interaction potential, a force between the phases in the interface is determined as,

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = -g \,\psi(\rho, \boldsymbol{r}) \sum_{\alpha=0}^{b} w_{\alpha} \psi(\rho, \boldsymbol{r} + \boldsymbol{e}_{\alpha}) \boldsymbol{e}_{\alpha}$$
(6)

The force is added to the momentum,

$$\rho \, \boldsymbol{u}^{eq} = \rho \, \boldsymbol{u} + \frac{\boldsymbol{F}}{\omega} \tag{7}$$

and the resulting momentum is used to calculate the equilibrium distribution function, Eq. (3).

The function ψ acts as the effective density number, and determines the form of the equation of estate,

$$p = \frac{1}{3} \left[\rho + \frac{1}{2} g \psi^{2}(\rho) \right]$$
 (8)

In this work the function ψ is set as,

$$\psi = 1 - e^{(-\rho)} \tag{9}$$

This function set the EOS for Van der Waals fluids The magnitude of g controls the strength of the interaction potential between lighter (vapor) and heavier (liquid) components, as well as, the density ratio. Fig. 2 shows the EOS for different values of g. It is possible to observe that only with g > -4.0 the EOS shows a negative compressibility $\partial p/\partial \rho < 0$. This point is important because only with values lower of -4.0, the model allows for decomposition in two phases. This critical value, as well as the critical density, can be found solving the system,

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial \rho} = 0\\ \frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} = 0 \end{cases}$$
(10)

to determine the vapor and liquid equilibrium densities a more cumbersome calculation can be done can be done, using the Maxwell equal area rule.

Fluid-wall Interaction Force

To simulate the attachment force of the fluid to the wall, the same model described above is used. The difference is that the wall has a fixed ρ_w . This is not the real density of the wall material but a parameter that defines the contact angle. When the wall density is set equal to the liquid density, it renders the surface hydrophilic, i.e., allowing for contact angle equal to 180°. Conversely, when the wall density is equal to the vapor density, the surface becomes hydrophobic, i.e., allows for contact angle equal to 0°. Values between these two limits allow for reproducing any intermediate wall wetting behavior.



Figure 2: Pressure determined from the EOS for diferent values of g. The fluid can separate in two phases in equilibrium only when g is smaller than -4.0.

NUMERICAL IMPLEMENTATION

The LBM algorithm was programed in FORTRAN90. It was divided in parts: initialization, relaxation, boundary condition, propagation, output. Each part was wrote in separated subroutines. A module with the main variables and constants are used, to make the scope of them global throught the entire code.

The interaction kernel of the code has the following steps:

- 1. Set an initial distribution f_{α} . Normaly it is made equal to the f_{α}^{eq} with u=0, and the ρ set equal to each phase density.
- 2. Calculate the macroscopic variables \boldsymbol{u} and ρ .
- 3. Calculate ψ and F.
- Sum the aditional momentum. 4 $\rho u^{eq} = \rho u + F/\omega$
- 5. Calculate the f_{α}^{eq} .
- 6. Relax to f_{α}^{new} .
 - $f_{\alpha}^{new} = f_{\alpha} + \omega (f_{\alpha}^{eq} f_{\alpha})$
- Apply the boundary conditions, except that on the 7. walls.
- Propagate f_{α}^{new} . 8.

$$f_{\alpha}(\mathbf{r}+\mathbf{e}_{\alpha})=f_{\alpha}^{new}(\mathbf{r})$$

Apply the non-slip boundary condition using the 9 bounce-back rule for f_{α} located in the wall. $f_{\bar{\alpha}}^{wall}(\mathbf{r}) = f_{\alpha}^{wall}(\mathbf{r})$

where $\bar{\alpha}$ is the oposite index in the base vectors (fig.1), e.g. if $\alpha = 1$ then $\overline{\alpha} = 3$.

- 10. Back to step 2 util reach the maximum number of interactions or other convergence criterion.
- 11. Write the output file.

With exception to step 7, all the steps describe above are local. This means that, for a given point in the lattice all the data to be computed are located in the same point. It is not necessary to access the data in a neighbhood site. This local characteristic makes the LBM suitable to be paralelized and exploit the multicore features of new CPU. To paralelize the code was use the OpenMP library. It was observed a linear

speed-up of the algorithm. All the simulation where run in a Intel Core2 Duo machine with 2GB RAM.

RESULTS

To verify the robustness of the model in recovering basic interfacial phenomena, three simple multi-phase problems were selected. The first is the recovery of the behavior predicted by Laplace equation for a single droplet in static equilibrium with its vapor. The units are all lattice units.

Laplace Equation and Contact Angle

The most basic feature that a point-wise multiphase model should be able to recover is the normal force balance in an interface in static equilibrium, as represented by Laplace's Equation. There is no simple equation relating the model parameters (g and ρ_w) of the LBM-SC with the interfacial tension and contact angle. Therefore, first we set the LBM-SC problem using determined parameters and starting with a initial droplet radius and density distribution. Note that the pressure on each phase is determined from the equation of state (Eq. 8). Then, using the equilibrium droplet radius and pressure difference obtained from the LBM, we curve fit what the interfacial tension in Laplace's equation should be to recover the results of the simulations.

The simulation was set in a 256 x 256 uniform D2Q9 lattice grid. The g values used were -4.5, -5.0, -5.5 and -6.0. The initial droplet radius was set at different increasing values from 16 to 52, in steps of 4. The relaxation frequency ω was set equal to 1.0.

The simulation of a single droplet shows how the interaction parameter g changes the interfacial tension. Figure 3 presents the pressure difference across the interface as a function of the droplet radius calculated from LBM and the correspondent values obtained from Laplace's equation. As expected, for constant interfacial tension, the pressure difference increases linearly with the average curvature 1/R. Also, the increase in the strength of the interaction parameter g increases the superficial tension σ . The relation between g and σ is linear as depicted in fig. 4. A linear curve fitting provides $\sigma = -0.08g + 0.36$.



Figure 3: Results for different strengths values of the interaction parameter g and the result superficial tension σ . The symbols are the simulation points and the lines are the best fit linear curve.



Figure 4: The result of superficial tension for diferent values of g.

As explained above, the wall density ρ_w is a parameter that allows the simulation of liquid-vapor-solid equilibrium with different liquid-solid contact angles. In order to test the model in recovering Young-Laplace's equation, a lattice with height with 256 points and width with 512 points was used. The wall was set in the botton. The initial size of the drop was 40. The same set of values of g from the previous study was used. The ρ_w was varied from the gas density to the liquid density for the respective g. For example, for a g = -5.0, the resulting densities are 0.155 and 1.931, for gas and liquid phases respectively. Thus, ρ_w was varied from 0.155 to 1.931 in 40 steps. It is expect that with $\rho_w = 0.155$ the contact angle would be 180°, a hidrophilic surface, while with $\rho_w = 1.931$, the contact angle would be 0°, a hydrophobic surface. A better way to represent this parameter is using the normalization,

$$D = \frac{\rho_{wall} - \rho_{gas}}{\rho_{liq} - \rho_{gas}} \tag{11}$$

A hydrophobic surface would have D = 0, while a hydrophilic surface would have D = 1. The contact angle is measured from,

$$\theta = 2 \tan^{-1} \left(\frac{H}{\sqrt{(H(2R-H))}} \right)$$
(12)

where H is the height of the drop and R the radius of the circle that best fit the drop curvature at the tripple-line.

The Fig. 5 presents the contact angle as a function of parameter *D* for two values of *g*. The relation between *D* and θ is almost linear, as expected. There is a small effect of the choice of *g*. For *D* aproaching 1, it is difficult to measure precisely the contact angle because the droplet height to diameter ratio becomes excedingly small. Figure 6 presents snapshots of equilibrium droplets obtained for different values of *D* for g = -5.0. The droplet has the same volume for all snapshots.



Figure 5: Relation between D (normalized wall density) and and the Contact Angle.



Figure 6: Drops for different normalized wall densities, with g = -5.0.

Viscous Coupling

The viscous coupling problem was previously studied using the LBM method [9][10]. The problem consists in a parallel annular flow of incompressible fluids with the wetting fluid flowing along the walls, see fig. 7.



Figure 7: Imiscible annular liquid-gas flow between parallel plates.

The analytical solution for the velocity distribution in the fully developed regime is,

$$\begin{cases} U_w(y) = G_w(y^2 - H^2) + G_w(ay - aH)(2M - 1) \\ U_{mv}(y) = G_{mv}(y^2 - a^2) + U_w(a) \end{cases}$$
(13)

where $G_i = F_b / \mu_i$ (F_b is the body force), $M = \mu_{nw} / \mu_w$ is the viscosity ratio, *a* is the half-width of the non-wetting fluid layer and *b* is the thickness of the wetting fluid film.

The relative permeability is defined as the ratio of the permeability in the presence of a second phase k_w to the Darcy permeability for single phase flow k_{sat} . Since the pressure drop is the same for both fluids, the relative permeabilities of the wetting and non-wetting fluids can be obtained from

$$k_{r,w}(S_w) = \frac{k_w}{k_{sat}} = \frac{\int_{-\frac{a}{H}}^{H} u_w dy}{\int_{0}^{H} u_w dy} \quad k_{r,mw}(S_w) = \frac{\int_{0}^{a} u_{mw} dy}{\int_{0}^{H} u_{mw} dy}$$
(14)

where k_r is the relative permeability, S is the saturation, and the subscrits w and nw denote the wetting and non-wetting phases, respectively.

Using Eqs. (13) and (14), the relative permeabilities can be expressed as a function of the saturation S as,

$$k_{r,w} = \frac{1}{2} S_w^2 (3 - S_w)$$

$$k_{r,w} = S_{mv} \left[\frac{3}{2} M + S_{mv}^2 \left(1 - \frac{3}{2} M \right) \right]$$
(15)

When $M \ll 1$, the relative permeability for the non-wetting phase reduces to $k_{r,mv} = S_{mv}^3$. When M > 1, the value of the relative permeability can be greater than 1.0. This occur because the wall fluid has a lower viscosity, resulting in a lubricating effect.

The simulation was set on a 256 height and 64 width lattice. The relaxation frequency ω was set equal to 1.0,

which results in kinematic viscosity v=0.1666. The parameter g was set equal to -5.0, so the liquid and gas densities were, respectively, 1.931 and 0.155. From the resulting dynamic viscosities, M = 0.08. The $\rho_w = 1.931$, results in a contact angle of 180°, with the liquid perfectly wetting the wall.

Figure 8 compares the analytical (lines) and simulated (dots) results for the relative permeability. Since the difference is very small a relative deviation is defined as

$$R. D. = \frac{|k_{LBM} - k_{analitc}|}{k_{analitic}}$$
(16)

Figure 9 presents the relative deviation from the numerical to the analytical results as a function of the saturation. The maximum relative deviations are 7.4% and 2.8% for the non-wetting and wetting phase, respectively, The results in the LBM are affected by compressible effects. An indication of the presence of this effect is that the gas phase (non-wetting) presents a greater deviation than the liquid (wetting phase). Nevertheless, it can be affirmed that the LBM-SC model is able to provide a quantitative measure of permeability at different saturations. This good agreement also probably occurs for the prediction of permeability of porous media, since no modification in the code is necessary to work with complex geometries.



Figure 8: Comparison between simulated (symbols) and analytical (lines) results for relative permeability in a parallel flow with the liquid wetting the surface.



Figure 9: Relative deviation between analytical and numerical results for relative permeability in a parallel flow.

CONCLUSION

The LBM-SC is a theoretical tool able to simulate multiphase flows in complex geometries, and the numerical implementation is relatively simple. The model and its numerical implementation is able to recover the behavior predicted by Laplace's equation for a single droplet in equilibrium with its vapor, the contact angle predicted by Young's equation for the equilibrium shape of a liquid droplet resting on a flat solid surface and the viscous coupling between liquid and gas phases flowing along a channel formed by two parallel flat plates, recovering the relative permeability typical of a parallel annular flow.

The prediction of the macroscopic thermodynamic, such as densities and interfacial tension, and transport, such as the dynamic viscosities, properties depends on the proper choices of the model parameters. Also, the *g* parameter controls both the density ratio as well the interfacial tension among the gas and liquid phases. This results in certain compromises between the fluid phases that can be effectively simulated.

From the results obtained, this study reveals that the LBM-SC has the potential to be used for two-phase flow in porous media, which is the major application sought. In the future, we expect to report on the application of the method for two phase flow in hydrophilic-hydrophobic porous medium.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge the financial support of the National Agency of Petroleun (ANP) and the Program for Human Resources (PRH09 – MECPETRO). The many

REFERENCES

- 1: Gunstensen, A. K., Rothman, D. H., Zaleski, S. and Zanetti, G., *Lattice Boltzmann model of immiscible fluids*, Physical Review A, v. 43, n. 8, 1991
- 2: Shan, X. and Chen, H., *Lattice Boltzmann model for* simulating flows with multiple phases and components, Physical Review E, v. 47, n. 3, 1993
- 3: Swift, M.R, Osborn, W.R and Yeomans, *Lattice Boltzmann* simulation of nonideal fluids, Physical Review Letters, v. 75, n. 5, 1995
- 4: Santos, L.O.E, Facin, P.C. and Philippi, P.C., *Lattice-Boltzmann model based on field mediators for immiscible fluids*, Physical Review E, v. 68, n. 5, 2003
- 5: McNamara, G. R. and Zanetti, G., *Use of the Boltzmann Equation to Simulate Lattice-Gas Automata*, Physical Review Letters, v. 61, n. 20, 1988
- 6: Philippi, P.C., Hegele, L.A., dos Santos, L.O.E and Sumas, R., *From the continuous to the lattice Boltzmann equation:*

suggestions of Prof. Paulo Cesar Phillipi and Prof. Luis Orlando Emerich Silva are greatly appreciated.

SYMBOLS

Meaning	Unit			
lu = lattice unit for, d = distance, t = time, m = mass, f = force				
Relative wall density	adim			
Lattice vector	lud			
Force	luf			
Particle density	Particles/lud ³			
Body force viscosity				
ratio				
Interaction strength	luf			
Height	lud			
Permeability	lu			
Viscosity Ratio	adim			
pressure	luf/lud ²			
Lattice distance Vector	lud			
Time	lut			
Velocity vector	lud/lut			
	Meaning unit for, d = distance, t = tir Relative wall density Lattice vector Force Particle density Body force viscosity ratio Interaction strength Height Permeability Viscosity Ratio pressure Lattice distance Vector Time Velocity vector			

Greek Simbols

α	Index for lattice vector	
θ	Contact Angle	Degrees,
μ	Kinetic Viscosity	luf*lut/lud ²
ν	Cinematic Viscosity	lud/lut
ρ	Density	lum/lud ³
Ψ	Density number	adim
ω	Weights	adim

The discretization problem and thermal models, Physical Review E, n. 73, 2006

- 7: Chen, S. and Doolen, G.D., *Lattice Boltzmann Method For Fluid Flows*, Annual Review fo Fluid Mechanics, v. 30, 1998
- 8: P. L. Bhatnagar, E. P. Gross and M. Krook, A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems, Physical Review, v. 94, n. 3, 1954
- 9: Huang, H. and Lu, X., *Relative Permeabilities and coupling* effects in steady-state gas-liquid flow in porous media: A lattice Boltzmann study, Physics of Fluids, v. 21, 2009
- 10: Yiotis, A. G., Psihogios, J., Kainourgiakis, M. E., Papaoannou, A.and Stubos, A. K., *A lattice Boltzmann study of viscous coupling effects in immiscible two-phase flow in porous media*, Colloids and Surfaces A, v. 300, 2007

A THREE-FIELD MODEL FOR TRANSIENT ANNULAR TWO-PHASE FLOW IN A VERTICAL TUBE

Tobias R. Gessner*, Jader R. Barbosa Jr.

Department of Mechanical Engineering, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brazil Email: jrb@polo.ufsc.br *Currently at Petrobras, Vitória, ES, Brazil Email: tobiasrg@petrobras.com.br

ABSTRACT

The present paper advances a three-field mechanistic model for calculating transient gas-liquid annular flows in vertical pipes. Mass balance equations are proposed for the liquid film, entrained liquid and gas core fields for which droplet interchange (entrained and deposition) is computed based on rate correlations available in the literature. Momentum conservation assumes that the flow is homogeneous in the core region (entrained droplets plus gas). A finite difference based solution algorithm derived from the Split Coefficient Matrix Method (SCMM) has been developed in order to deal with discontinuities in the solution domain, such as shocks and void waves. Numerical results generated for pressure and mass flow transients have been presented and discussed in the light of the behavior of the local phase volume fractions, velocities and the mass fraction of liquid entrained as droplets in the core. The annular flow model results have also been compared with an existing steady-state numerical model, showing a satisfactory agreement.

INTRODUCTION

Annular flow is one of the most widely encountered flow patterns in engineering applications of two-phase flow. It is typical of relatively large gas volume fractions, and the distribution of the phases is such that the liquid is split between a thin climbing film on the tube wall and into droplets that are entrained in the gas core (see Fig. 1). The high velocity gas disturbs the film surface and forms waves which are the source of entrained droplets. After being accelerated by the turbulent gas core, the droplets eventually redeposit back on the film at a distance downstream of the point where they were created [1]. In vertical channels, the average thickness of the liquid film is uniform with respect to the tube perimeter, whereas in horizontal pipes the film is thicker at the bottom due to gravity.



Figure 1. Schematic representation of annular flow.

A number of mechanistic models have been proposed in the last 20 years for the co-current upward annular flow of a gasliquid mixture [2-7]. However, the vast majority of the available methods up to this date are limited to steady-state conditions. A few exceptions are the codes developed in Harwell in the 1970's and 80's which were applied to the calculation of dryout in pressure and flow transients [8-10] and to transient rewetting [10], and the commercial code OLGA [11], which is a unified model but contains conservation equations for the droplet field in annular flow.

The objective of this paper is to present a new transient, one-dimensional, three-field model for upward co-current annular flow, the Hyperbolic Transient Annular Flow code (HyTAF). Droplet interchange is computed based on rate correlations for entrainment and deposition of Hewitt and Govan [10]. Momentum conservation assumes that there is no slip between the droplets and the gas, and the non-viscous forces (virtual mass, interfacial pressure difference and compressibility) are modeled so as to maintain the hyperbolicity of the system of equations in a way which is similar to that proposed by Städtke [12]. A finite-difference based solution algorithm derived from the Split Coefficient Matrix Method (SCMM) of Chakravarthy et al. [13] has been developed in order to deal with discontinuities such as shocks and void waves. The SCMM has been employed successfully in the numerical simulation of a number of two-phase flows [14-18], but to the knowledge of the present authors, this is the first time it is employed in the modeling of nonequilibrium annular flows, i.e., that in which the rates of droplet entrainment and deposition are allowed to be different from one another.

The paper is structured as follows. In the next section, the balance equations are presented together with the closure relationships for annular flow and the description of the problem geometry and conditions. Next, details about the numerical implementation are given and the solution procedure is described. The results are presented and discussed in the light of a comparison with a steady-state annular flow model [19].

MODELING

Balance Equations

The mass balance equations in conservative form for the three fields are given by:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\alpha_g \rho_g \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_g \rho_g U_c \right) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_e \rho_e) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_e \rho_e U_c) = M_e - M_f$$
(2)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_f \rho_f) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_f \rho_f U_f) = M_f - M_e$$
(3)

The momentum conservation equations for the liquid film and for the homogeneous core (it is assumed that there is no slip between the phases in the core) are given by:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_f \rho_f U_f) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_f \rho_f U_f^{\ 2}) + \alpha_f \frac{\partial P}{\partial x} =$$

$$M_f U_c - M_e U_f + F_f^{nv} + F_f^{int} - F_f^w - \alpha_f \rho_f g_x$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_f \rho_f U_f^{\ 2}) + \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_f \rho_f U_f^{\ 2}) + \alpha_f \frac{\partial P}{\partial t} =$$
(4)

$$\frac{\partial t}{\partial t} (\alpha_c \rho_c U_c) + \frac{\partial \alpha_c \rho_c U_c}{\partial x} + \alpha_c \frac{\partial \alpha_c}{\partial x} =$$

$$M_e U_f - M_f U_c + F_c^{nv} + F_c^{int} - \alpha_c \rho_c g_x$$
(5)

where $\alpha_c = \alpha_g + \alpha_e$ is the homogeneous core volume fraction and ρ_c is the homogeneous core density which can be calculated from $\alpha_c \rho_c = \alpha_g \rho_g + \alpha_e \rho_e$. The non-viscous forces (virtual mass, interfacial pressure difference and compressibility) are given by [12, 20]:

$$F_c^{nv} = F_c^{vm} + F_c^{\Delta P} + F_c^{comp} \tag{6}$$

$$F_{c}^{vm} = \alpha_{c} \alpha_{f} \Delta \rho \Delta U \left(\frac{\partial U_{c}}{\partial x} - \frac{\partial U_{f}}{\partial x} \right)$$
(7)

$$F_{c}^{\Delta P} = \alpha_{c} \alpha_{f} \Sigma \rho (\Delta U)^{2} \frac{\partial \alpha_{f}}{\partial x}$$
(8)

$$F_{c}^{comp} = -\alpha_{c}\alpha_{f}\Sigma\rho\Delta U \left[\frac{\alpha_{g}}{\rho_{c}} \left(\frac{\partial\rho_{g}}{\partial t} + U_{c} \frac{\partial\rho_{g}}{\partial x} \right) + \frac{\alpha_{e}}{\rho_{c}} \left(\frac{\partial\rho_{e}}{\partial t} + U_{c} \frac{\partial\rho_{e}}{\partial x} \right) + \frac{\alpha_{f}}{\rho_{f}} \left(\frac{\partial\rho_{f}}{\partial t} + U_{f} \frac{\partial\rho_{f}}{\partial x} \right) \right]$$
(9)

and $F_{f}^{nv} = -F_{c}^{nv}$. The energy conservation equations for the three fields are given by:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\alpha_{g} \rho_{g} \left(e_{g} + \frac{U_{c}^{2}}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\alpha_{g} \rho_{g} U_{c} \left(h_{g} + \frac{U_{c}^{2}}{2} \right) \right] + P \frac{\partial \alpha_{g}}{\partial t} = (10)$$
$$-Q_{e}^{\text{int}} - Q_{f}^{\text{int}} + F_{c}^{\text{int}} U_{f} - \alpha_{g} \rho_{g} U_{c} g_{x}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\alpha_e \rho_e \left(e_e + \frac{U_c^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\alpha_e \rho_e U_c \left(h_e + \frac{U_c^2}{2} \right) \right] + P \frac{\partial \alpha_e}{\partial t} = (11)$$

$$Q_e^{\text{int}} - \alpha_e \rho_e U_c g_x + M_e \left(h_f + \frac{U_f^2}{2} \right) - M_f \left(h_e + \frac{U_c^2}{2} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\alpha_{f} \rho_{f} \left(e_{f} + \frac{U_{f}^{2}}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\alpha_{f} \rho_{f} U_{f} \left(h_{f} + \frac{U_{f}^{2}}{2} \right) \right] +$$

$$P \frac{\partial \alpha_{f}}{\partial t} = Q_{f}^{\text{int}} + Q_{f}^{\text{w}} + F_{f}^{\text{int}} U_{f} - \alpha_{f} \rho_{f} U_{f} g_{x} +$$

$$M_{f} \left(h_{e} + \frac{U_{e}^{2}}{2} \right) - M_{e} \left(h_{f} + \frac{U_{f}^{2}}{2} \right)$$
(12)

After some algebraic manipulation and use of basic thermodynamic relationships to write the energy equations in terms of the entropy of each field, the system of equations can be cast into non-conservative, vector form, as follows:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \mathbf{G} \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} = \vec{C}$$
(13)

where the unknown vector is given by:

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} P & \alpha_g & \alpha_f & U_c & U_f & s_g & s_e & s_f \end{bmatrix}^T$$
(14)

and the coefficient matrix **G** and the source term vector \vec{C} are given by Gessner [20]. The coefficient matrix is susequently split into a matrix **G**⁺ responsible for the propagation of a given quantity in the positive *x* direction. Similarly, a matrix **G**⁻ is constructed to account for the propagation of a given quantity in the negative *x* direction [20]. Thus,

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \mathbf{G}^{+} \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} + \mathbf{G}^{-} \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} = \vec{C}$$
(15)

Closure relationships

The rates of droplet entrainment and deposition per unit volume are given by:

$$M_{e,f} = \frac{4\sqrt{\alpha_c}}{D} \dot{m}_{e,f}^{\text{int}}$$
(16)

where \dot{m}_{e}^{int} and \dot{m}_{f}^{int} are the rates of droplet entrainment and deposition per unit area of tube wall [10]. The wall shear force per unit volume is calculated as follows:

$$F_f^w = \frac{2}{D} f_w \rho_f | U_f | U_f$$
(17)

where f_w is the Fanning wall friction factor calculated with the Kosky and Staub correlation [21]. The interfacial shear force per unit volume is given by:

$$F_{c}^{\text{int}} = -\frac{2\sqrt{\alpha_{c}}}{D} f_{\text{int}} \rho_{c} |\alpha_{c} U_{c}| \alpha_{c} U_{c}$$
(18)

where f_{int} is the Fanning interfacial friction factor [22]. For the film, the interfacial friction is calculated by $F_f^{\text{int}} = -F_c^{\text{int}}$. It has been assumed that the flow is adiabatic and that there is no interfacial heat transfer. Thus, $Q_f^{\text{int}} = Q_e^{\text{int}} = Q_f^w = 0$.

Description of the Problem

As seen in Fig. 2, the flow takes place in a vertical round tube of 20 m in length and internal diameter of 0.0508 m. The parameters which are controlled in the transient numerical experiment are also shown. For example, a transient operation

can be triggered by either changing the outlet pressure or the inlet film velocity.



Figure 2. Problem geometry.

The boundary conditions at the tube inlet and outlet are presented in Tab. 1. The disturbances imposed on the flow parameters are presented in Tab. 2 in terms of the values of the parameters before and after the perturbation.

NUMERICAL IMPLEMENTATION

Discretization of the Equations

The finite differences method has been used. Equation (15) has been discretized using a second-order scheme in space and a first-order implicit formulation in time. A *Backward Differentiation Scheme* (BDS) and a *Forward Differentiation Scheme* (FDS) were employed in the evaluation of the spatial derivative associated with G^+ and G^- , respectively [20]. The resulting system algebraic equations can be conveniently written in the form:

$$\mathbf{A}\vec{X} = \vec{B} \tag{18}$$

where **A** is a block matrix whose non-zero elements are submatrices which are written in terms of the elements of \mathbf{G}^+ and \mathbf{G}^- . The second-order interpolation scheme resulted in 47 diagonals with non-zero elements in the block matrix **A**. The linear system of algebraic equations was solved using the GBAND algorithm of Aziz and Settari [23].

Computational Grid and Solution Procedure

The computational grid was composed of 2001 equally spaced (10 mm) nodes. The time step was set at 20 μ s and the total simulation time was 10 s. The solution procedure, at each time step, consisted of the following stages:

- 1. All fields are set equal to the converged values obtained at the previous time step.
- 2. The source vector \vec{B} is calculated.
- 3. The coefficients of the matrix A are calculated.
- The system of equations given by Eq. (18) is solved using the GBAND algorithm [23], and new values of P, α_g, α_f, U_c, U_f, s_g, s_e and s_f are obtained.

- 5. Based on the latest fields of *P*, s_g , s_e and s_f , the thermodynamic properties of each field are calculated at each node using the equations of state and physical properties subroutines available in the Fortran source code of the REFPROP 7.0 package [24].
- 6. If the convergence criterion is not met, return to stage 2. The convergence criterion has been established based on the absolute difference between the values of each variable at two successive iterations (see Tab. 3 for the tolerances applied to each variable).

Table 1.	. Summary	of b	oundary	conditions
----------	-----------	------	---------	------------

Variable	Inlet boundary condition	Outlet boundary condition
Р	$\frac{\partial P}{\partial t} + \vec{G}_1^- \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} = C_1$	$P = P_{out}$
α_g	$\alpha_{g} = \alpha_{g,in}$	$\frac{\partial \alpha_{g}}{\partial t} + \vec{G}_{2}^{+} \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} = C_{2}$
$lpha_f$	$\alpha_f = \alpha_{f,in}$	$\frac{\partial \alpha_f}{\partial t} + \vec{G}_3^+ \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} = C_3$
U_c	$U_c = U_{c,in}$	$\frac{\partial U_c}{\partial t} + \vec{G}_4^+ \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} = C_4$
U_{f}	$U_f = U_{f,in}$	$\frac{\partial U_f}{\partial t} + \vec{G}_5^+ \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} = C_5$
S_g	$s_g = s_g(T_{g,in}, P)$	$\frac{\partial s_g}{\partial t} + \vec{G}_6^+ \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} = C_6$
S _e	$s_e = s_e(T_{e,in}, P)$	$\frac{\partial s_e}{\partial t} + \vec{G}_7^+ \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} = C_7$
S_f	$s_f = s_f(T_{f,in}, P)$	$\frac{\partial s_f}{\partial t} + \vec{G}_8^+ \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} = C_8$

Table 2. Initial and perturbed values for generating the transients.

Case No.	Case No. Variable		Perturbed Value	
1	Pout [kPa]	500	480	
2	$\alpha_{g,in}$ [-]	0.975	0.950	
3	$\alpha_{f,in}$ [-]	0.024	0.048	
4	$U_{c,in}$ [m/s]	12	15	
5	$U_{f,in}$ [m/s]	12	15	
6	$T_{g,in}$ [K]	300	350	
7	$T_{e,in}$ [K]	300	350	
8	$T_{f,in}$ [K]	300	350	

RESULTS

Figure 3 shows the behavior of pressure along the tube during a transient triggered by a sudden pressure decrease at the tube outlet. The solid lines represent the pressure predictions of HyTAF, while the dashed lines are the predictions of the steady-state annular flow code GRAMP2 [19] which makes use of the 'triangular relationship' between the film thickness, the film flow rate and the wall shear stress [10]. In GRAMP2, the universal log-law velocity profile is assumed to hold in the liquid film and the Wallis [22] correlation is used to calculate the interfacial friction.

In the transient results, the pressure reduction gives rise to a rarefaction wave that travels upstream from the outlet section at a high speed (of the order of $U - a \sim -220$ m/s). After steady-state is reestablished, the pressure gradient becomes approximately constant, indicating that acceleration effects are

negligible at such conditions. At steady-state, HyTAF underestimates the GRAMP2 pressure gradient by approximately 20%. Since the gravitational pressure gradient contributes to approximately 5% of the total overall pressure gradient, the discrepancy can be mainly attributed to the frictional component. Indeed, as will be seen later, the liquid film velocity is somewhat higher for GRAMP2, which will then result in higher values of wall friction.

Table 3. Tolerances used in the numerical convergence.

			Variable	Tolerance	
			P [kPa]	1×10^{-8}	
			α_g [-]	1×10^{-11}	
			$\alpha_f[-]$	1×10^{-11}	
			$U_c [\mathrm{m/s}]$	1×10^{-8}	
			$U_f [m/s]$	1×10^{-8}	
			s_g [J/kg.K]	1×10^{-4}	
			s_e [J/kg.K]	1×10^{-4}	
			s_f [J/kg.K]	1×10^{-4}	
					_
	560				
		-			
	540	_			
]		·	
kPa]	520	-			
] aru		-			
ressi	500				
-	500				1
		16			Ľ
	480			<pre>``</pre>	
			HyTAF (60ms) HyTAF (10s)		``\
][-	GRAMP2 (initial va	iue) d value)	
	460	+	<u> </u>		<u> </u>
		0	4 8 Dist	12 1 ance [m]	6

Figure 3. Transient pressure behavior induced by outlet pressure decrease. Case 1.

Figure 4 shows the behavior of the liquid entrained fraction as result of the pressure transient. The liquid entrained fraction is defined as the ratio of the entrained liquid flow rate and the total liquid flow rate as follows:

$$f = \frac{G_e}{G_e + G_f} = \frac{\alpha_e \rho_e U_c}{\alpha_e \rho_e U_c + \alpha_f \rho_f U_f}$$
(19)

The entrained fraction increases during the transient as a result of a local increase in the gas velocity and hence the droplet entrainment rate following the depressurization at the outlet. Good agreement at steady-state is observed.

The behavior of the velocity of the homogeneous core and of the liquid film is presented in Figs. 5 and 6, respectively. The transients are provoked by a simultaneous increase of the phase velocities at the tube inlet, which triggers the occurrence of a shock wave that travels from the tube inlet downstream at a speed of $U + a \sim 250$ m/s. It is clear from Fig. 5 that the amplitude of the discontinuity that characterizes the shock wave decreases with distance as a result of the viscous and interphase effects on the gas and liquid velocities.



Figure 4. Entrained fraction transient behavior induced by outlet pressure decrease. Case 1.



Figure 5. Transient homogeneous core velocity behavior induced by the simultaneous increase of the core and film velocities. Cases 4 and 5.

With respect to the homogeneous core velocity, the agreement between HyTAF and GRAMP2 can be considered satisfactory. Much less agreement is observed in the predictions of film velocity. In both cases, the main discrepancies occur in the first three meters or so, and are believed to be associated with the different ways in which the boundary conditions are specified in both codes. In GRAMP2, the input parameters are the inlet pressure and mass flow rates of each field, and the phase fractions and *in-situ* velocities are calculated based on local mass and force balances. In HyTAF, on the other hand, the inlet conditions are provided in terms of the phase fractions and *in-situ* velocities (third column of Tab. 2), which do not, in principle, satisfy any local mass or momentum balance. As a result, a kind of entrance length is developed in the steady-state profiles, which is not seen in the GRAMP2 results. This is certainly an area of improvement for future versions of the HyTAF code.

The film mass flux transient induced by the simultaneous increase of the phase velocities at the tube inlet is shown in Fig. 7. There is a good agreement between the steady-state distributions, with a slight overprediction of HyTAF with respect to GRAMP2. For the transient fields, near the tube inlet, a severe oscillation of the film mass flux is observed. This is caused by the sudden mass flow increase at the inlet
which results in an also abrupt variation of the rates of droplet entrainment and deposition. The instabilities are transported downstream and do not persist in the steady-state solution.



Figure 6. Transient film velocity behavior induced by the simultaneous increase of the core and film velocities. Cases 4 and 5.



Figure 7. Transient film mass flux behavior induced by the simultaneous increase of the core and film velocities. Cases 4 and 5.

The behavior of the liquid entrained fraction as result of the phase velocities transient is shown in Fig. 8. Again, a good agreement is seen for the steady-state distributions. The entrained fraction at the tube inlet has been kept constant at 5% for all simulations. As a result of higher rates of droplet entrainment than of droplet deposition, the liquid entrained fraction is seen to increase with distance for the steady-state conditions. Consequently, the *equilibrium annular flow* condition (i.e., that in which the rates of droplet entrainment and deposition become equal, and the entrained fraction becomes constant) has not been reached. Similar conclusions can be drawn from Fig. 4.

Figure 9 shows the numerical predictions of the gas volume fraction as a function of time and distance along the channel for a transient flow induced by a change in the gas and liquid film volume fractions (Cases 2 ad 3). Except for the initial (stabilization) region, the trends in the steady-state distributions calculated with GRAMP2 are well picked-up by HyTAF, but this somewhat underpredicts the steady-state simulator results. It is worthy of note that the speed with

which the void fraction wave travels downstream ($U \sim 13$ m/s) is much lower than the pressure and flow rate waves.



Figure 8. Transient entrained liquid fraction behavior induced by the simultaneous increase of the core and film velocities. Cases 4 and 5.



Figure 9. Transient gas volume fraction behavior induced by the simultaneous variation of the gas and film volume fractions. Cases 2 and 3.

CONCLUSIONS

A three-field annular gas-liquid flow model has been proposed in this paper. The model is capable of dealing with fast transients induced by pressure and flow rate variations at the boundaries. The system of mass, momentum and energy conservation equations is hyperbolic in nature and a finite difference-based SCMM has been successfully developed to solve the flow field and deal with the occurrence of shocks and waves in the domain. The results were compared with an existing code for steady-state annular flows [19].

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors thank the CNPq for financial support and the sponsors of the JIP on *Liquid loading in the operation of gas fields: Mechanisms, prediction and reservoir response,* coordinated by Texas A&M University, of which UFSC is a participating university.

NOMENCLATURE

Symbol	Description	SI Unit
а	Sound velocity	m/s
α	Volumetric fraction	-
D	Tube internal diameter	m
Δho	$\Delta \rho = \alpha_f \rho_c - \alpha_c \rho_f$	kg/m ³
ΔU	$\Delta U = U_c - U_f$	m/s
е	Specific internal energy	J/kg
Σho	$\Sigma \rho = \rho_c + \rho_f$	kg/m ³
f	Friction factor	-
F	Force per unit volume	N/m ³
8	Gravity	m/s^2
h	Specific enthalpy	J/kg
ṁ	Interfacial mass flux	kg/m ² .s
М	Interfacial mass flow rate per unit volume	kg/m ³ .s
Q	Heat flux per unit volume	W/m^3
ρ	Density	kg/m ³
S	Specific entropy	J/kg.K
t	Time	s
Т	Temperature	Κ
U	Velocity	m/s
x	Distance	m

Subscript Description

С	Core
е	Entrained liquid
f	Liquid film
8	Gas
in	Inlet
int	Interface
out	Outlet
W	Tube wall

REFERENCES

- [1] G.F. Hewitt and N.S. Hall-Taylor, Annular Two-Phase Flow, Pergamon Press, 1970.
- [2] S.A. Schadel, G.W. Leman, J.L. Binder and T.J. Hanratty, Rates of atomization and deposition in vertical annular flow, *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 16, pp. 363-374, 1990.
- [3] A.H. Govan, Modelling of vertical annular and dispersed two-phase flows, PhD thesis, University of London, Imperial College, 1990.
- [4] R.I. Nigmatulin, B.I. Nigmatulin, Y.A. Khodzaev and V.E. Kroshilin, Entrainment and deposition rates in a dispersedfilm flow, *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 22, pp. 19-30, 1996.
- [5] F. Fu and J.F. Klausner, A separated flow model for predicting two-phase pressure drop and evaporative heat transfer for vertical annular flow, *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 18, pp. 541-549, 1997.
- [6] J.R. Barbosa Jr. and G.F. Hewitt, Forced convective boiling of binary mixtures in annular flow, Parts I and II, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 44, pp. 1465-1484, 2001.

- [7] V.M. Alipchenkov, R.I. Nigmatulin, S.L. Soloviev, O.G. Stonik, L.I. Zaichik and Y.A. Zeigarnik, A three-fluid model for two-phase dispersed annular flow, *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 47, pp. 5323-5338, 2004.
- [8] P.B. Whalley, P. Hutchinson and P.W. James, The calculation of critical heat flux in complex situations using an annular flow model, In: *Proc.* 6th *International Heat Transfer Conference*, Toronto, 1978.
- [9] P.B. Whalley, A.J. Lyons and D. Swinnerton, Transient critical heat flux in flow boiling, In: *Proc. 1st UK National Heat Transfer Conference*, Leeds, 1984.
- [10] G.F. Hewitt and A.H. Govan, Phenomenological modelling of non-equilibrium flows with phase change, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 33, pp.229-242, 1990.
- [11] K.H. Bendiksen, D. Malnes, R. Moe and S. Nuland, The dynamic two-fluid model OLGA: theory and application. SPE Production Engineering, vol. 6, pp. 171-180, 1991.
- [12] H. Städtke, Gasdynamic aspects of two-phase flow: hyperbolicity, wave propagation phenomena and related numerical methods. Wiley-VCH, 2006.
- [13] S.R. Chakravarthy, D.A. Anderson and M.D. Salas, The split coefficient matrix method for hyperbolic systems of gasdynamic equations, In: *Proc. AIAA* 18th Science *Meeting*, Paper 80-0268, 1980.
- [14] K. Dutta-Roy, Transient phenomena in two-phase horizontal flowlines for the homogeneous, stratified and annular flow patterns. PhD thesis, University of Tulsa, 1984.
- [15] P. Romstedt, A split-matrix method for the numerical solution of two-phase flow equations. *Nucl. Sci. Eng.*, vol. 104, pp. 1-9, 1990.
- [16] D.M. Lu, H.C. Simpson and A. Gilchrist, The application of split coefficient matrix method to transient two-phase flows. *Int. J. Num. Meth. Heat Fluid Flow*, vol. 6, pp. 63-76, 1996.
- [17] L.-B. Ouyang and K. Aziz, Transient gas-liquid two-phase flow in pipes with radial influx or efflux, *J. Pet. Sci. Tech.*, vol. 30, pp.167-179, 2001.
- [18] H. Städtke, G. Franchello, B. Worth, U. Graf, P. Romstedt, A. Kumbaro, J. García-Cascales, H. Paillère, H. Deconinck, M. Ricchiuto, B. Smith, F. De Cachard, E.F. Toro, E. Romenski and S. Mimouni, Advanced three-dimensional two-phase flow simulation tools for application to reactor safety (ASTAR), *Nucl. Eng. Des.*, vol. 235, pp. 379-400, 2005.
- [19] J.R. Barbosa, Jr. and G.F. Hewitt, Gas-liquid two-phase flow in vertical pipes: A description of models used in the GRAMP2 programme, Internal document, Imperial College, London, 2006.
- [20] T.R. Gessner, Numerical modelling of transient gas-liquid annular flow via the split coefficient matrix method, M.Eng. dissertation (in Portuguese), Federal University of Santa Catarina, 2010.
- [21] P.G. Kosky and F.W. Staub, Local condensing heat transfer coefficients in annular flow regimes, *AIChE J.*, vol. 17, pp.1037-1043, 1971.
- [22] G.B. Wallis, One-dimensional two-phase flow, McGraw-Hill, New York, 1969.
- [23] K. Aziz and A. Settari, Petroleum reservoir engineering, Elsevier Applied Science, New York, 1979.
- [24] E.W. Lemmon, M.O. McLinden and M.L. Huber, REFPROP V. 7.0, NIST, 2002.

EXPERIMENTAL AND NUMERICAL STUDIES OF TWO-PHASE GAS-LIQUID FLOW IN HORIZONTAL AND SLIGHTLY INCLINED CIRCULAR PIPES

Jurandyr S. Cunha Filho^{*}, José Luiz H. Faccini^o, Paulo Augusto B. de Sampaio^o, Carlos A. Lamy^o, Jian Su^{*}

*Nuclear Engineering Program, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro CP 68509, Rio de Janeiro, 21945-970, Brazil, <u>cunhafilho@lasme.coppe.ufrj.br</u>, <u>sujian@lasme.coppe.ufrj.br</u> °Nuclear Engineering Institute (IEN), Brazilian Nuclear Energy Commission (CNEN)

21941-906, Brazil, faccini@ien.gov.br, sampaio@ien.gov.br, lamy@ien.gov.br

ABSTRACT

Experimental and numerical studies of two-phase gas-liquid flow in horizontal and slightly inclined circular pipes are reported. Experiments for stratified and intermittent flow regimes were carried out in two air-water test sections of 1" and 2" inner diameters. The main objective of the experiments in the 1" inclined test section was to determine the velocity, the axial profile and the length of elongated bubbles, by means of a new high-speed ultrasonic system using up to four ultrasonic transducers as well as a visualization system. The experiments in the 2" section involve the use of a hybrid ultrasonic technique suitable for measuring a two-phase gas-liquid stratified flow in horizontal pipes. With the aid of a physical-mathematical model the potential of the hybrid ultrasonic technique can be checked as a useful device for measuring the liquid flow rate. Another set of experiments in the 2" horizontal section consists in applying the high-speed ultrasonic system in order to measure intermittent air-water flow parameters like liquid plug and elongated bubble velocity. In these experiments the ultrasonic system was formed by two ultrasonic transducers, a generator/multiplexer board and a controlling software responsible to acquire the ultrasonic signals in real-time.

INTRODUCTION

The studies concerning the two-phase flow are of great importance to more clearly understand the physical phenomena and to develop methods of simulating the thermal hydraulic behavior in nuclear light water reactors, specifically BWRs and PWRs. Frequently, the existing commercial codes require reliable qualification for the simulation of complex two-phase flow conditions such as transient regimes and threedimensional geometries. To be accomplished, this qualification demands for a knowledge increment in the details of the flow structure under various conditions which sometimes can be attained only towards experimental measurements. The experimental measurement of two-phase flow parameters requires appropriate techniques. The main requirement of a measurement technique to be successful for a two-phase flow is to have a high degree of spatial resolution, because the flow varies considerably over the cross section. The ultrasonic techniques are proved to be one of the most reliable methods for two-phase flow measurements, offering more practical applications [1, 2].

At Nuclear Engineering Institute (IEN/CNEN) and COPPE/UFRJ a series of two-phase gas-liquid flow experimental and numerical studies, in horizontal and inclined circular pipes, are currently conducted. The experiments have been carrying out on a two air-water test sections of 1" and 2" where stratified and intermittent flow regimes can be generated, aiming to determine two-phase flow patterns and interfacial parameters using ultrasonic and visualization techniques. The experiments in the 1" section comprise the study of horizontal and inclined intermittent air-water flow parameters, using a new high-speed ultrasonic system and a visualization technique to measure the velocity, the profile and the length of elongated bubbles occurring in inclination angles of zero, ± 5 and ± 10 degrees. The ultrasonic system was

formed ultrasonic up to four transducers, а generator/multiplexer board and a controlling software responsible to acquire the ultrasonic signals, to record and to calculate their time of flight in real-time. A different set of experiments in the 2" horizontal section consists in applying the high-speed ultrasonic system in order to measure intermittent air-water flow parameters like liquid plug and elongated bubble velocity. In this case the ultrasonic system is the same already described using two ultrasonic transducers as well. Two-phase gas-liquid stratified flow rates are measured in the 2" section using a hybrid ultrasonic technique, combining a single transducer pulse echo technique (PEU) with an industrial contrapropagating clamp-on ultrasonic flowmeter (CPUF) for liquids. Computing a physicalmathematical model [3], based on the Reynolds Averaged Navier-Stokes equations, the potential of the hybrid ultrasonic technique can be checked as a useful device for measuring the liquid flow.

EXPERIMENTAL SET UP AND PROCEDURES

Test Sections

The two-phase flow 1" and 2" test sections used in this work are shown in Figs. 1 and 2 [4, 5],, respectively. Both two-phase air-water test sections of 1" and 2" are built of a mixer, an inclined (1" section) and a horizontal (2" section) tubes, and a separation tank. The air-water mixture (outgoing mixer) travels through the inclined or the horizontal tube along its length until a transparent acrylic tube, where it can be measured and observed visually. The experiments are performed with air at atmospheric pressure and 25° C temperature conditions. The air flow rate is measured by two rotameters (uncertainty \pm 3%). A thermocouple is installed in the region of the air injector to measure the air temperature.

The water flow rate is measured by a turbine flow meter (uncertainty \pm 0.5%) or a rota meter according to the flow rate range.





Figure 2. Horizontal test section of 2" inner diameter.

Ultrasonic Systems

In the 1" test section, the intermittent flow was monitored by up to four longitudinal wave transducers Panametrics, model A555S, 0.25 in. (6 mm) diameter and 10 MHz, connected to a generator/multiplexer board Ultratek, model DSPUT5000, and a PC computer running a data acquisition software. The transducers were mounted along the horizontal axis on the top and at the bottom of the acrylic tube, as can be seen in Fig. 3. The generator/multiplexer board provides signal generation, data acquisition and analysis of the ultrasonic signals. In intermittent flow experiments the board generated an excitation frequency equal to 240 KHz with a pulse time generated on each transducer of 1.09 us. The ultrasonic signals were digitalized in the board, from each transducer, in time intervals of 10 ns. The buffer memory was settled to plot 8000 points on the computer screen at each 10 ns, per transducer.



Figure 3. Schematic assembly of four transducers in the 1" test section.

During the air-water stratified flow experiments in the 2" test section, the water flow rate was monitored by a contrapropagating transmission ultrasonic flowmeter (CPUF) Ultraflux, model 600, placed at 10 diameters after the acrylic tube and connected to the data acquisition system of the single-phase water loop. The CPUF factory calibration gives an expected uncertainties of \pm 3% for a water inlet flow rate of 0.2 m3/h, and \pm 2% for a water inlet flow rate of 0.5 m3/h. A whole uncertainty of 1%, as related by the factory, is retained for a flow rate greater than 1.0 m3/h [6]. The flowmeter signals were recorded in a computer at intervals of 1 s. At the bottom of the acrylic transparent pipe, one single transducer pulse-echo ultrasonic system (PEU) was installed for measurement of the water level inside the pipe [7-9]. The PEU set-up is formed by one single longitudinal wave transducer Panametrics, model V112, 0.25 in. (6 mm) diameter and 10 MHz, a generator/multiplexer board and a PC computer running data acquisition software. A total rate of 53 Hz was estimated for the PEU to digitalize the ultrasonic signals and to calculate the transit times of them. A schematic view of the CPUF and PEU in the 2" test section is shown in Fig. 4.



Figure 4. Schematic of CPUF and PEU in the 2" test section.

In the 2" test section, the intermittent flow was monitored by two ultrasonic transducers connected to the same system used in the 1" test section. The transducers were assembled along the horizontal axis and at the bottom of the acrylic pipe, as can be seen in Fig. 5.



Figure 5. Schematic of two transducers assembly in the 2" test section.

Visualization system

The visualization system is shown in Fig. 6, which is formed by a monochrome digital high-speed camera equipped with a CCD sensor (maximum resolution 480 x 420 pixels), zoom lenses, a PCI controller board of 12 bits, an acquisition and image analysis program, and a computer. The lightning is provided by a light projector placed in front of and above the transparent horizontal pipe. The frequency range from 125 to 250 frames per second was found to be adequate for the measurements and was used in all experiments reported in this work. The sequence of images displayed on the computer monitor were stored in a computer file, and retrieved and replayed afterwards to analyze the flow motion sequence in detail. The set of discrete pictures were saved as a series of 512 greyscale avi images with a spatial resolution of 480×420 pixels.



Figure 6. The visualization system.

STRATIFIED TWO-PHASE FLOW MODEL

Figure 7 depicts the air-water stratified flow inside a horizontal circular pipe of the 2" test section where the CPUF was placed outside pipe wall on the water side. Each transducer, T1 and T2, sends and receives an ultrasonic beam traveling through the water alternatively, which is reflected twice by the air-water interface. The difference in the transit-time between the pair of the transducers can be measured and is used to calculate the mean velocity of water along the ultrasonic path *s* by the following relationship, [5]:



Figure 7. The CPUF in the 2" test section.

$$u_{line} = \frac{1}{h_L} \int_0^{h_L} u dy$$
(1)

In order to measure the water flow rate, it is necessary to know the mean velocity over the area occupied by the water, namely

$$u_{area} = \frac{1}{A_L} \int_{A_L} u dA \tag{2}$$

The conversion of the velocity u_{line} into the velocity u_{area} is obtained by a correction factor called the hydraulic factor, commonly represented by K_h and defined as

$$K_h = \frac{u_{line}}{u_{area}} \tag{3}$$

A solution for the water velocity profile along h_L , as defined by the Eq. (1) and over the area occupied by the water as defined by the Eq. (2) respectively, can be obtained numerically. This solution can be used to determine the hydraulic factor according the Eq. (3). This may be accomplished by modeling the two-phase stratified flow, [3]. A brief description of this model is given.

Consider the domains showed in the Fig. 8. Supposing a fully developed gas-liquid stratified flow with the flat and smooth interface between the phases, the Reynolds averaged Navier-Stokes equations (RANS) with the κ - ω turbulence model are applied to describe the flow in the two-phase flow:



Figure 8. Domains of the gas-liquid stratified flow model.

$$\nabla \cdot \left(A_i \,\nabla u\right) - \frac{d \, p}{d \, z} = 0 \tag{4}$$

$$\nabla \cdot (B_i \nabla \kappa) - \beta_2 \rho_i \kappa \omega + S_i = 0 \tag{5}$$

$$\nabla \cdot (C_i \nabla \omega) - \beta_1 \rho_i \omega^2 + \frac{\alpha_1 \omega}{\kappa} S_i = 0$$
(6)

where

$$A_i = \mu_i + \mu_{ti} \tag{7}$$

$$B_i = \mu_i + \sigma_2 \,\mu_{ti} \tag{8}$$

$$C_i = \mu_i + \sigma_1 \ \mu_{ii} \tag{9}$$

$$S_i = A_i \,\nabla u \cdot \nabla u \tag{10}$$

$$\mu_{ii} = \alpha_2 \rho_i \kappa / \omega \tag{11}$$

The boundary and interfacial conditions are given by

$$\nabla u \cdot n = 0, \quad \nabla \kappa \cdot n = 0, \quad \nabla \omega \cdot n = 0 \quad \text{at} \quad \Gamma_s$$
 (12)

$$u = 0, \quad \kappa = 0, \quad \omega = \overline{\omega}_{ci} \text{ at } \Gamma_c$$
 (13)

$$\sum_{i=L,G} A_i \nabla u \cdot n_i = 0, \quad \kappa = 0, \quad \omega = 10^6 \frac{u_o}{d} \quad \text{at} \quad \Gamma_{int}$$
(14)

with
$$\overline{\omega}_{ci} = \frac{2\mu_i}{\beta_0 \rho_i Y_p^2}$$
, $\beta_0 = 0.072$ and $u_o = \frac{Q_L}{\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)}$.

The solutions for the velocity profile, kinetic energy and energy dissipation are obtained in both phases, by using an iterative process combining two numerical techniques. A solution algorithm performs a numerical integration of the water velocity profile along the ultrasonic path and the pipe cross section. Then the results are used to determine the hydraulic factor according the Eq. (3) [3, 5].

RESULTS AND DISCUSSIONS

Intermittent flow in 1" and 2" test section

The intermittent flow is characterized by two main parts: a) the plug, that contains only the liquid phase in the pipe, and b) the bubble-film, that contains an elongated bubble on the top side (gas phase) and a liquid film under the bubble. The elongated bubble can be detected by the ultrasonic transducers due to the changes in the ultrasonic wave time propagation. Therefore the bubble velocity can be determined by monitoring one of the plug edges.

In the 1" test section three pairs of air-water volumetric flow rates (0.7 m³/h, 1.4 m³/h and 1.8 m³/h) were used to study the translational bubble velocity and the elongated bubble length. Figure 9 shows typical ultrasonic waveforms obtained by the transducers 3 and 4 (see Fig. 3). The ultrasonic travel time Δt_{γ} corresponds to the total time of the ultrasonic wave traveling through the pipe wall, the liquid film, and reflected back from the air-water interface to the ultrasonic transducer along the same path. The black lines represent the ultrasonic waveform for the ultrasonic transducer 3 while the blue lines are for the ultrasonic transducer 4.



Figure 9. Typical ultrasonic waveforms for intermittent flow in the 1" test section.

The velocities of bubble nose, bubble tail and the average of them were obtained by the equations:

$$u_N = \frac{\Delta z}{\Delta t_N} = \frac{\Delta z}{t_1 - t_1} , \ u_T = \frac{\Delta z}{\Delta t_T} = \frac{\Delta z}{t_2 - t_2}$$
(15)

$$u_B = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{u_N + u_T}{2}\right)_i}{n} \tag{16}$$

Tables 1 and 2 show the elongated bubble translational average velocities measured by the ultrasonic system in terms of the liquid superficial velocity for each gas superficial velocity set at 0, +5 and +10 degrees of inclination. The results are compared with the elongated bubble translational average velocities measured by the visualization system.

Table 1. Results for elongated bubble velocities in the 1" test section (0°) .

u_{Ls} (m/s)	u_{Gs} (m/s)	u_B (m/s) (Ultrasonics)	u_B (m/s) (Visualiz.)
0.22	0.79 1.59	0.84 1.17	0.81 1.25
	2.07	1.48	1.58
0.40	0.22	1.16	1.10
0.49	0.49 1.08	1.62 1.80	1.56 1.88

Table 2. Results for elongated bubble velocities in the 1" test section $(+5^{\circ} \text{ and } +10^{\circ})$.

$\begin{array}{c} u_{Ls} (\mathrm{m/s}) \\ (+5^{\mathrm{o}}) \end{array}$	u_{Gs} (m/s)	u_B (m/s) (Ultrasonics)	u_B (m/s) (Visualiz.)
	0.79	1.16	1.21
0.49	1.50	1.62	1.60
	2.02	1.80	1.98
	0.77	1.99	2.18
1.08	1.50	2.49	2.73
	2.03	2.77	3.04
(+10°)			
	0.77	1.04	1.13
0.49	1.57	1.49	1.61
	2.00	1.96	1.93
	0.76	1.99	2.17
1.08	1.52	2.34	2.63
	1.94	2.83	3.10

Considering the average elongated bubble velocity and the time interval between the one bubble edge (nose or tail) to be detected by the transducers, the elongated bubble length is determined by

$$L_B = u_B \Delta t_{3-4}$$

(17)

The water levels under an elongated bubble could be estimated by

$$h_L = c_w \frac{\Delta t}{2} \tag{18}$$

The value of c_w was 1492 m/s for an average water temperature of 25 °C, monitored by resistance thermometers. The data acquisition software determined the transit time of the reflected ultrasonic signals which are inserted into Eq. (18) for liquid level h_L estimation. Figures to show the profiles of the elongated bubble obtained from the ultrasonic signals processing in the 1" test section.

In the 2" test section the intermittent flow patterns were performed by varying Q_{Lin} , with $Q_{Gin} = 8.0 \text{ m}^3/\text{h}$, at a pressure of 1.0 bar as presented in Table 3. The results for bubble nose, bubble tail and bubble translational velocities are presented in Table 4, given by the ultrasonic signals processing and the Eqs. (15) and (16). The elongated bubble lengths calculated using the Eq. (17) are shown in Table 5.

Table	3.	Expe	rimenta	al cor	ditions	in	the	2"	test	sectio	on.
		<u> </u>									

	Exp	erimental condi	tions
	1	2	3
Q_{Gin} (m ³ /h)	8.0	8.0	8.0
Q_{Lin} (m ³ /h)	4.0	6.3	10.8

	Fable 4. Average	velocities	of the	elongated	bubble.
--	------------------	------------	--------	-----------	---------

Experiment	u_N (m/s)	$u_T (m/s)$	$u_B (\mathrm{m/s})$
1	1.44	1.54	1.49
2	1.97	1.57	1.77
3	2.61	2.86	2.74

Га	ble 5. Length of the	elongated bubble.
	Experiment	$L_B (mm)$
	1	1507
	2	1028
	3	671

Stratified flow at 2" test section

The water levels, estimated at dynamic stratified two-phase flow by PEU, are the key to place the CPUF transducers at the appropriate distance between them. This guarantees that all the ultrasonic signals, after a double reflection on the interfaces air-water, will reach both transducers. The water levels inside the 2" test section can be estimated, at each pair air-water inlet flow rate, by Eq. (18). The averaged water levels obtained are shown in Tab. 6 as a function of Q_{Lin} .

<u>Table 6. Res</u>	<u>ults for <i>h_L</i> estimat</u>	ion.
Q_{Gin} (m ³ /h)	Q_{Lin} (m ³ /h)	h_L average (mm)
2.0	0.2	15.3
2.0	0.5	23.2

Focusing the attention now at the Fig. 10, it can be seen that the cross sectional area occupied by the water is the circular segment defined by h_L . However, the area which is used by the CPUF processor to calculate the flow rate is the circle of diameter h_L . Thus, it is proposed a correction on the CPUF water flow rate readings as follows:

$$Q_{L_corr} = \frac{K_{h_fty}}{K_{h_num}} \frac{A_L}{A_{Lus}} Q_{L_us}$$
(19)



Figure 10. Cross sectional view of the stratified air-water flow in the 2" test section.

 $K_{h_{-}fty}$ is automatically calculated by the CPUF processor as a function of the liquid Reynolds number, based on the area A_{Lus} , in the case of a turbulent flow. When the flow is laminar, it forces $K_{h_{-}fty}$ to the value of 1.33, [6]. On the other hand $K_{h_{-}num}$ is determined by the stratified two-phase flow model.

The results obtained for the average Q_{L_corr} applying the correction given by Eq. (19) are presented in Table 7.

<u>Table 7. Results for $Q_{L, corr}$.</u>

		2_0011	
Q_{Gin} (m ³ /h)	Q_{Lin} (m ³ /h)	Q_{L_corr} (m ³ /h)	Error (%)
2.0	0.2	0.218	+9
2.0	0.5	0.506	+1.2

Taking into account the uncertainty of the rotameter in Q_{Lin} measurements, and the uncertainty of the CPUF in the Q_L measurements, the results show that the proposed correction scheme given by Eq.(19), with K_{h_num} computed via the stratified two-phase flow model, have rendered the CPUF also suitable to measure the liquid flow rate in a stratified air-water flow.

CONCLUSIONS

In the 2" test section, experimental work was conducted to measure the water level and flow rate using a hybrid ultrasonic technique formed by a contrapropagating ultrasonic flowmeter (CPUF), a single transducer pulse-echo ultrasonic method (PEU) and a physical-mathematical model, aimed the following conclusions:

• the PEU system was able to determine the water level, a key to achieve the water flow rate inside the two-phase section for two air-water inlet flow rates. The liquid level given by PEU allowed to place the CPUF transducers in a right way such that they were able to detect the air-water interface. By making the correction indicated by Eq. (19), it was possible to measure the water flow rate. Note that the numerical K_h is calculated using a stratified two-phase model.

- a high speed ultrasonic system has been developed, which uses ultrasonic pulse-echo signals from two transducers to detect the instantaneous elongated bubble velocity and its shape. We conclude that the elongated bubble velocity can be determined with good accuracy. By means of measuring the liquid film thickness is possible to obtain the bubble shape with reasonable accuracy.
- considering that the water rotameter has an uncertainty of $\pm 3\%$, a comparison between the rotameter measurements and the average CPUF measurements (in the water portion of the horizontal two-phase flow section), show uncertainties close to expected values according the factory calibration data for a 1 in. diameter tube, since the water level was situated in this range. Finally, the preliminaries results indicate that the proposed methodology is suitable for a stratified air-water flow measurement using a single-phase CPUF.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge gratefully the financial support of CNPq and FAPERJ.

NOMENCLATURE

Symbol	Quantity	Unit
A	cross section area	m^2
A_i	coefficient, Eq. (7)	
B_i	coefficient, Eq. (8)	
C_i	coefficient, Eq. (9)	
С	sound speed	m/s
d	pipe inner diameter	m
h	water level	mm
K_h	hydraulic factor	
L	length	m
n	normal unit vector	
р	pressure	bar
Q	volumetric flow rate	m ³ /h
S_i	coefficient, Eq. (10)	
S	ultrasonic path coordinate	
t	time	S
u	velocity	m/s
u_{area}	mean velocity over area	m/s
<i>u</i> _{line}	mean velocity over line	m/s
<i>u</i> _o	liquid superficial velocity	m/s
x	spatial coordinate	
Y_p	distance of the closest grid	m
r	point to the pipe wall	
v	spatial coordinate	
Ż	distance between	m
	transducers	
Graak symbols		
Greek symbols	model parameters	
α_1, α_2 β β	model parameters	
μ_1, μ_2	houndary	
1	opala	
U K	aligit	m^{2}/c^{2}
κ	urburent kinetic energy	III /S
μ	viscosity	ra s
μ_t	eady viscosity, Eq. (11)	ras
ρ	aensity	кg/т

σ_1, σ_2	model parameters	
ω	specific dissipation rate	s^{-1}
G 1 · · /		
Subscripts		
В	bubble	
С	wall	
corr	corrected	
fty	factory	
G	gas	
in	inlet	
int	interface	
L	liquid	
N	nose	
num	numerical	
S	symmetry boundary	
Т	tail	
us	ultrasonic	

water

REFERENCES

w

- [1] L.C. Lynnworth, Ultrasonic flowmeters, in *Physical acoustics*, 14, Academic Press, 1979.
- [2] L. C. Lynnworth and V. Mágori, Industrial process control sensors and systems, ultrasonic instruments and devices: reference for modern instrumentation, techniques, and technology, in E. P. Papadakis (ed.), *Physical acoustics*, Academic Press, 23(4), pp. 275-470, 1999.
- [3] P. A. B. De Sampaio, J.L.H. Faccini and J. Su, Modelling of stratified gas-liquid two-phase flow in horizontal circular pipes, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 51, pp. 2752–2761, 2008.
- [4] J. S. Cunha Filho, J. L. H. Faccini, C. A. Lamy and J. Su, Measurement of liquid plug and elongated bubble in a horizontal two-phase gas-liquid flow using a high speed ultrasonic system, *Proceedings of 20th International Congress of Mechanical Engineering COBEM2009*, Gramado, RS, Brazil, 2009.
- [5] J.L.H. Faccini, P. A. B. De Sampaio and J. Su, An experimental study on the application of single-phase ultrasonic flowmeter in the stratified horizontal twophase flow, *Proceedings of 20th International Congress* of Mechanical Engineering – COBEM2009, Gramado, RS, Brazil, 2009.
- [6] Ultraflux Ultrasonic Measurements, MiniSonic 600 and 2000 User's Manual, *NT064 ver. B*, Ultraflux S.A., Paris, France, 1998.
- [7] J.S. Chang, Y. Ichikawa and G.A. Irons, Flow regime characterization and liquid film thickness measurement in horizontal gas-liquid two-phase flow by an ultrasonic method, in T. R. Heidrick and B. R. Patel (eds.), *Measurement in Poli-phase Flows*, ASME Press, New York, pp. 9-12, 1982.
- [8] L. Matikainen, G.A. Irons, E. Morala and J.S. Chang, Ultrasonic system for the detection of transient liquid-gas interfaces using the pulse-echo technique, *Review of Scientific Instruments*, 59 (8), pp. 1661-1666, 1986.
- [9] J.S. Chang and E.C. Morala, Determination of two-phase interfacial areas by an ultrasonic technique, *Nuclear Engineering and Design*, 122, pp. 143-156, 1990

UMA NOVA CORRELAÇÃO PARA A FRAÇÃO DE VAZIO EM EBULIÇÃO CONVECTIVA DE FLUIDOS REFRIGERANTES EM TUBOS HORIZONTAIS LISOS P. E. L. BARBIERI¹, J. M. S. JABARDO², E. P. BANDARRA FILHO³

¹Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte – MG, Brasil, e-mail: barbieri@des.cefetmg.br ² Escuela Politécnica Superior, Universidad de la Coruña, Ferrol, Coruña, España,

e-mail: mjabardo@cdf.udc.es

³Faculdade de Engenharia Mecânica–Universidade Federal de Uberlândia – MG – Brasil,

e-mail: bandarra@mecanica.ufu.br

RESUMO

A fração de vazio é um dos principais parâmetros utilizados para caracterizar os escoamentos em mudança de fase, sendo fundamental na determinação da velocidade média relativa entre as fases, da massa específica e da viscosidade do escoamento bifásico entre outros. É, também, utilizada na especificação dos padrões de escoamento e, conseqüentemente, na determinação da queda de pressão e da transferência de calor associada aos escoamentos em mudança de fase. Nas aplicações industriais a fração de vazio exerce papel determinante no dimensionamento dos equipamentos, pois proporciona o cálculo da distribuição das fases no sistema. Entretanto, a grande variedade de correlações para a fração de vazio disponíveis na literatura se torna um obstáculo, pois a escolha da correlação adequada nem sempre é tarefa fácil devido às inúmeras restrições que cada correlação pode apresentar. Dessa forma, o presente trabalho propõe uma nova correlação para a fração de vazio aplicada à ebulição convectiva de fluidos refrigerantes no interior de tubos lisos. A correlação, incluída na categoria de correlações estritamente empíricas, introduz uma relação de parâmetros adimensionais que incorporam os efeitos de inércia, geométricos (diâmetro do tubo), de tensão superficial e de empuxo. A correlação proposta foi avaliada com resultados experimentais da literatura, obtendo desvios da ordem de $\pm 10\%$, que podem ser considerados adequados e encorajadores.

INTRODUÇÃO

A fração de vazio é um dos principais parâmetros utilizados para caracterizar os escoamentos em mudança de fase, sendo fundamental na determinação da velocidade média relativa entre as fases, da massa específica e da viscosidade do escoamento bifásico entre outros. É, também, utilizada na especificação dos padrões de escoamento e, conseqüentemente, na determinação da queda de pressão e da transferência de calor associada aos escoamentos em mudança de fase.

Dessa forma, nas aplicações industriais nas quais o escoamento em mudança de fase existe a fração de vazio exerce papel determinante no dimensionamento dos equipamentos, pois proporciona o cálculo da distribuição das fases no sistema para uma dada condição de operação. Em sistemas frigoríficos, por exemplo, a fração de vazio pode ser utilizada na determinação da carga de fluido refrigerante da instalação. Entretanto, a grande variedade de correlações para a fração de vazio disponíveis na literatura se torna um obstáculo, pois a escolha da correlação adequada nem sempre é tarefa fácil devido às inúmeras restrições que cada correlação pode apresentar.

De forma geral, as correlações para a fração de vazio podem ser classificadas segundo [1] em quatro categorias:

- 1. As expressas em termos da fração de deslizamento entre as fases (*Slip Ratio*). Uma expressão geral para este tipo de correlação e apresentada por [2].
- 2. As expressas em termos de um fator da fração volumétrica, K β . Estas correlações são apresentadas em termos da fração de vazio para escoamento homogêneo diretamente relacionada à fração volumétrica entre as fases.
- 3. Forma generalizada do modelo de Zuber e Findlay (1965). Este modelo é conhecido como o do Fluxo de Deslizamento entre as Fases, MDF (*Drift*

Flux). As correlações tomam por base a expressão proposta por [3], a qual incorpora efeitos de não uniformidade do escoamento bifásico e o deslizamento entre as fases.

4. **Estritamente Empíricas**. As correlações desta categoria são, em sua maioria, de natureza estritamente empírica, obtidas a partir da combinação de diferentes parâmetros físicos.

[4] realizaram uma avaliação de 68 correlações para a fração de vazio através de um banco de dados experimentais de 2845 pontos, sendo 900 pontos para escoamento em tubos horizontais, 1542 para escoamento em tubos inclinados e 403 para escoamentos em tubos verticais. Verificou-se que algumas correlações se destacam devido a sua maior abrangência. Dentre as correlações analisadas, seis apresentaram desvios variando na faixa de $\pm 15\%$, que podem ser considerados satisfatórios. Verificou-se ainda que uma média de 82,6% dos resultados calculados é compatível com os resultados experimentais. É interessante destacar que, dentre estas correlações, apenas uma não era da categoria 3, Modelo do Deslizamento entre as Fases (MDF).

Segundo [4], a correlação de [5] apresentou uma média de 84,2% dos resultados calculados compatíveis com os resultados experimentais considerando escoamentos em tubos horizontais, inclinados e verticais e desvios de $\pm 15\%$. Considerando desvios na faixa de $\pm 15\%$ e escoamentos horizontais, esta correlação apresentou uma média de 89% de resultados compatíveis com os experimentais. Entretanto, apesar do bom desempenho desta correlação, verifica-se que sob determinadas condições seu desempenho não é satisfatório.

O extenso banco de resultados experimentais utilizado no estudo de [4] envolvia o escoamento de misturas ar-água e arquerosene, sem mudança de fase. Estudos com mudança de fase são raros pela dificuldade na medida da fração de vazio nesse tipo de escoamento. Uma das exceções é a pesquisa de [6], na qual foram levantados resultados experimentais para a fração de vazio no escoamento, com mudança de fase (ebulição convectiva), no interior de tubos horizontais lisos dos fluidos refrigerantes R-22 e R-410A. A correlação de [5] foi a que melhor se ajustou à fração de vazio experimental.

O presente trabalho tem como objetivo propor uma nova correlação para a fração de vazio aplicada ao escoamento horizontal com mudança de fase de fluidos refrigerantes no interior de tubos lisos. A correlação proposta pode ser incluída na categoria de correlações estritamente empíricas, pois apenas introduz uma relação de parâmetros adimensionais, obtida a partir de resultados experimentais. O estudo realizado teve por objetivo incorporar os efeitos do diâmetro do tubo e da velocidade mássica no cálculo da fração de vazio. A correlação proposta é avaliada através da comparação com resultados experimentais da literatura e com os proporcionados pela correlação de [5].

ANÁLISE DA FRAÇÃO DE VAZIO

A fração de vazio representa a fração do espaço (físico) ocupado pelo vapor na mistura bifásica. Uma definição mais rigorosa é representada pela seguinte relação:

$$\varepsilon = \frac{1}{A} \int_{A} \varepsilon_{\rm V} dA \tag{1}$$

Onde ϵ_v é a denominada fração local da fase vapor, representando a presença média da fase vapor num ponto da seção transversal ao escoamento, e A é a área da seção. Em outras palavras, a fração local representa a fração da área da seção transversal ocupada pela fase vapor, escrita de uma forma mais direta:

$$\varepsilon = \frac{A_{v}}{A_{L} + A_{v}} \tag{2}$$

onde $A_L e A_V$ são, respectivamente, as áreas de seção transversal ocupadas pelas fases líquido e vapor.

A fração de vazio associada à área de seção transversal pode ser medida utilizando-se procedimentos ópticos como [6], ou capacitância elétrica do meio bifásico, como [7]. Várias correlações desenvolvidas a partir de resultados experimentais podem ser encontradas na literatura, a maioria expressas em termos do título, x. Entretanto, um significativo número de estudos tem levantado um efeito importante da velocidade mássica, G, e do diâmetro do tubo, D, parâmetros não incorporados na maioria das correlações para a fração de vazio.

[2] apresenta uma compilação de algumas das correlações disponíveis na literatura, representadas na Tab. 1 e expressas de forma geral pela Eq. (3).

$$\varepsilon = \left[1 + C\left(\frac{1-x}{x}\right)^{n1} \left(\frac{\rho_{\rm V}}{\rho_{\rm L}}\right)^{n2} \left(\frac{\mu_{\rm L}}{\mu_{\rm V}}\right)^{n3}\right]^{-1}$$
(3)

na qual C, n1, n2, n3 são constantes, x é o título, ρ é a massa específica, μ a viscosidade dinâmica. É interessante observar que algumas das correlações da Tab. 1 apresentam uma inconsistência no estado crítico, uma vez que nesse estado $\rho_L = \rho_V \ e \ \mu_L = \mu_V \ o$ título é igual à fração de vazio, de forma que a constante C e o expoente n1 da Eq. (3) deveriam

assumir valores unitários, o que não se verifica com algumas das correlações da Tab. 1.

Tabela 1 – Constantes para a fração de vazio da Eq. (3).

Modelo ou Correlação	С	n1	n2	n3
Homogêneo	1	1	1	0
Zivi (1964)	1	1	0,67	0
Wallis (1969)	1	0,72	0,40	0,08
Lochart e Martinelli (1949)	0,28	0,64	0,36	0,07
Thom (1964)	1	1	0,89	0,18
Baroczy (1965)	1	0,74	0,65	0,13

O modelo homogêneo é considerado o mais simples para o cálculo da fração de vazio, pois assume que o escoamento líquido-vapor se comporta como uma mistura homogênea escoando na mesma velocidade. [8] obteve a fração de vazio aplicando o princípio de geração mínima de entropia a um escoamento em que, como seria de esperar, se desprezaram os efeitos de dispersão de líquido na fase vapor e de dissipação viscosa. De acordo com [8], a dissipação tende a reduzir a fração de vazio e incrementar o deslizamento entre as fases.

Baroczy (1965) apud [2] e [9] propuseram correlações para a fração de vazio utilizando o parâmetro de Martinelli. No ajuste da correlação, Baroczy (1965) utilizou resultados experimentais do escoamento bifásico isotérmico de mercúrio-nitrogênio e água-ar. [9] propôs um modelo com base no de [10], ajustando-o aos resultados experimentais.

Na Fig. 1 é apresentado o comportamento das diferentes correlações ou modelos apresentados na Tab. 1, utilizando-se o fluido refrigerante R-134a a uma temperatura de saturação de 5°C.



Figura 1 – Comparação entre as correlações para a fração de vazio apresentadas pela Eq. (3) e Tab. 1

Outro aspecto importante das correlações que apresentam a forma generalizada do tipo da Eq. (3) está relacionado ao fato de não incorporarem os efeitos da vazão (ou velocidade mássica). A correlação de [5], baseada no MDF (*drift flux*), corrige essa carência, incorporando a velocidade mássica, a tensão superficial e o empuxo e tendo sido ajustada para escoamento vertical de água nas condições de ebulição local, caracterizada pelo sub-resfriamento do líquido. Essa correlação é expressa na seguinte forma:

$$\varepsilon = \frac{x}{\rho_{\rm V}} \left[C_{\rm o} \left(\frac{x}{\rho_{\rm V}} + \frac{1 - x}{\rho_{\rm L}} \right) + \frac{1.18(1 - x) \left[g\sigma(\rho_{\rm L} - \rho_{\rm V}) \right]^{0.25}}{G\rho_{\rm L}^{0.5}} \right]^{-1}$$
(4)

na qual C_o é o parâmetro de distribuição definido por [3], que depende do perfil de velocidades e da distribuição do vapor na seção transversal do escoamento. Entretanto, [5] ajustaram o valor de $C_o = 1,1$, adequando-o aos seus resultados experimentais.

Mais recentemente Steiner (1993) apud [11] modificou a correlação de [5] para utilização em escoamentos horizontais, definindo um novo C_0 , o qual varia linearmente com o título, dado por,

$$C_{o} = 1 + 0.12(1 - x)$$
(5)

A fração de vazio está intimamente relacionada ao padrão de escoamento bifásico, razão pela qual os parâmetros físicos que afetam o padrão, da mesma forma, devem afetar a fração de vazio. O adequado comportamento da expressão de [5] na correlação da fração de vazio certamente está relacionado ao fato de incorporar parâmetros físicos que afetam o padrão de escoamento bifásico, como a velocidade mássica, o diâmetro do tubo e o título, entre outros. Tais parâmetros, com exceção do diâmetro, foram incorporados à referida correlação, embora, no seu desenvolvimento, não tenha sido considerado nenhuma padrão em particular.

A Fig. 2 apresenta uma comparação da correlação de [5] modificada, Eq.(5), com as correlações do modelo homogêneo e de [8] para o escoamento do refrigerante R-134a a uma temperatura de saturação de 5°C e distintas velocidades mássicas. Pode se observar o significativo efeito da velocidade mássica sobre a fração de vazio, tendência não representada pelas correlações do modelo homogêneo e de [8].



Figura 2 - Comparação entre o modelo homogêneo, o modelo de [8] e a correlação de [5] para a fração de vazio.

Na Fig. 3 os resultados experimentais de [6] aparecem superpostos aos da correlação de [5] modificada, Eq. (5), para dois valores da velocidade mássica. Observa-se que a correlação superestima os valores experimentais em toda a faixa de títulos. Por outro lado, os resultados experimentais correspondentes à velocidade mássica de 70 kg/sm² experimentam uma expressiva anomalia da fração de vazio na faixa de títulos entre 0,1 e 0,5. Tal fato pode estar relacionado à topologia do escoamento nessa faixa de títulos, uma vez que o padrão certamente é o estratificado ondulado, tendendo a elevados. anular para títulos mais Os resultados correspondentes à velocidade mássica de 200 kg/s.m² tendem a satisfazer as características do padrão anular para títulos superiores a 0,2, resultado consistente com observações visuais. Em todo caso, na Fig. 3 se observa um claro efeito da velocidade mássica sobre a fração de vazio.



Figura 3 – Resultados experimentais para a fração de vazio obtidos por [6] apresentando o efeito da velocidade mássica.

O efeito da velocidade mássica tende a desaparecer à medida que o diâmetro do tubo diminui como se constata na Fig. 4, que apresenta os resultados experimentais de [12] para um diâmetro de tubo de 6,10mm. Com efeito, para uma variação da velocidade mássica de aproximadamente oito vezes (de 75 kg/sm² a 500 kg/sm²), observa-se que a fração de vazio não é afetada de forma perceptível, confirmando a tendência sugerida acima sobre o efeito do diâmetro do tubo Aparentemente, tal comportamento está relacionado aos efeitos de inércia que tendem a antecipar a transição para o padrão anular com a redução do diâmetro.



Figura 4 – Resultados experimentais para a fração de vazio obtidos por [12].

Outro fato a ser salientado com relação ao efeito do diâmetro do tubo é que fração de vazio diminui com o aumento do diâmetro, tendência que pode ser observada na Fig. 5, na qual são apresentados os resultados experimentais de [13] e de [6]. Tal tendência está relacionada ao padrão de escoamento, como observado anteriormente.



Figura 5 – Resultados experimentais para a fração de vazio obtidos por [13] e [6].

CORRELAÇÃO PARA FRAÇÃO DE VAZIO

[4] concluíram que a correlação de [5] é a que melhor reproduz os resultados experimentais utilizados em sua análise, que envolveu dados experimentais do escoamento bifásico sem mudança de fase. [6], por outro lado, utilizando seus resultados experimentais observou que a correlação de [5] também apresentava resultados satisfatórios quando aplicada a escoamentos com mudança de fase de fluidos refrigerantes em tubos lisos. É interessante insistir no fato da correlação de [5] ter sido desenvolvida para escoamento com líquido sub-resfriado, em que se verifica a denominada ebulição local, com bolhas aderidas à superfície do tubo, não tendo sido considerado o padrão de escoamento. Entretanto, essa correlação incorpora efeitos de inércia, através da velocidade mássica, de empuxo e de tensão superficial, efeitos que, como observado, devem compor as correlações para a fração de vazio.

O presente trabalho tem por objetivo desenvolver, através de ajuste de resultados experimentais, uma correlação em termos de parâmetros adimensionais representativos dos escoamentos com mudança de fase. Como ponto de partida para o desenvolvimento da correlação, admite-se que a mesma deve apresentar a forma generalizada da Eq. (3). Entretanto, a fim de incorporar os efeitos de inércia, de empuxo e de tensão superficial, o expoente geral "-1" será substituído pelo parâmetro "-b", ou seja,

$$\varepsilon = \left[1 + C\left(\frac{1-x}{x}\right)^{n1} \left(\frac{\rho_{\rm V}}{\rho_{\rm L}}\right)^{n2} \left(\frac{\mu_{\rm L}}{\mu_{\rm V}}\right)^{n3}\right]^{[-b]} \tag{6}$$

sendo C=1,0 e n1=0,9, n2=0,5, n3=0,1. Percebe-se que o segundo termo entre colchetes corresponde ao parâmetro de Martinelli, X_{tt} , de forma que a Eq. (6) assume a seguinte expressão:

$$\varepsilon = \left[1 + X_{tt}\right]^{-b} \tag{7}$$

Expressões em termos do parâmetro de Martinelli apresentam resultados satisfatórios quando o padrão de escoamento dominante é o anular. Entretanto, pela introdução do parâmetro "b", que incorpora os efeitos anteriormente mencionados, pretende-se que a Eq. (7) possa ser estendida a outros padrões de escoamento. Dessa forma, utilizando os resultados experimentais dos estudos relacionados na Tab. 2, foi possível ajustar uma expressão para o expoente "b" em termos de parâmetros adimensionais que incorporem os efeitos referidos anteriormente, não contemplados na forma geral da Eq. (3). A expressão resultante apresenta a seguinte forma:

$$b = 1,074 \times 10^{11} \, \text{EW Re}_{\text{L}}^{-4,06} \tag{8}$$

na qual, EW é um parâmetro adimensional obtido da razão entre o número de Weber e número de Eötvos e Re_L é o número de Reynolds do líquido, os quais são dados por:

$$EW = \frac{\left[G(1-x)D\right]^4(\rho_L - \rho_V)g}{\sigma^3 \rho_L^2}$$
(9)

$$\operatorname{Re}_{L} = \frac{\operatorname{G}(1-x) \operatorname{D}}{\mu_{I}}$$
(10)

Tabela 2 – Resultados experimentais utilizados para a elaboração da correlação proposta.

Autor	Fluido	T _{sat} [°C]	D [mm]	G [kg/s.m ²]
Wojtan (2004)	R22	5	13,84	70, 100, 150, 200
Wojtan (2004)	R410A	5	13,84	70, 150, 200, 300
Yashar et al (1998)	R410A	5	4,26	200, 500
Graham et al (1999)	R410A	5	6,10	75, 200, 500
Caniere (2009)	R410A	15	8,00	200, 300, 500

As Figs. 6 a 9 apresentam comparações entre os resultados experimentais e as correlações de [5] e a desenvolvida no presente estudo. Nas Figs. 6 e 7 foram utilizados resultados de [6] para escoamentos em tubo de diâmetro de 13,84 mm e duas velocidades mássicas distintas, correspondendo a padrões de escoamento diferentes. Observa-se que, embora muito próximas, a Eq. (7) correlaciona melhor os resultados experimentais. Na Fig. 8 a comparação é com os resultados de [7] obtidos em tubo de diâmetro igual a 8,0 mm, velocidade mássica de 500 kg/s.m² e temperatura de saturação de 15°C. Nestas condições, o padrão dominante na faixa de títulos considrados no estudo é o anular. Observa-se que, como nos casos anteriores, ambas as expressões correlacionam os adequadamente. resultados experimentais Resultados semelhantes podem ser observados na Fig. 9, onde se utilizaram resultados experimentais de [13] para escoamento em um tubo de diâmetro reduzido de 4,26 mm e velocidade mássica de 75 kg/s.m². Neste caso observa-se um desvio significativo de ambas as correlações na faixa de títulos entre 0,1 e 0,3.

A Fig 10 apresenta os resultados proporcionados pela correlação proposta em termos dos resultados experimentais dos estudos da Tab. 2. Observa-se que a correlação proposta correlaciona adequadamente os resultados experimentais, com os desvios variando na faixa de $\pm 10\%$, resultado que está dentro da faixa de incerteza de medida dos resultados experimentais. O resultado proporcionado pela correlação proposta no presente estudo é promissor, embora deva ser reconhecido que expressões para a fração de vazio do tipo da Eq. (6) requeiram verificações mais extensivas, que incluam

resultados experimentais em condições outras que aquelas utilizadas no presente artigo.



Figura 6 – Comparação entre os resultados experimentais para a fração de vazio de [6] e aqueles obtidos pelas correlações de [5] e a proposta no presente trabalho.



Figura 7 – Comparação entre os resultados experimentais para a fração de vazio de [6] e aqueles obtidos pelas correlações de [5] e a proposta no presente trabalho.



Figura 8 – Comparação entre os resultados experimentais para a fração de vazio de [7] e aqueles obtidos pelas correlações de [5] e a proposta no presente trabalho.



Figura 9 – Comparação entre os resultados experimentais para a fração de vazio de [13] e aqueles obtidos pelas correlações de [5] e a proposta no presente trabalho.



Figura 10 – Comparação entre os resultados experimentais para a fração de vazio (Tab. 2) e aqueles obtidos pela correlação proposta no presente trabalho.

CONCLUSÕES

Parâmetros físico/geométricos como título, velocidade mássica, diâmetro do tubo, que intervêm na transição entre padrões de escoamento, afetam, em conseqüência, a fração de vazio. Portanto, tais parâmetros devem ser incorporados a expressões para a fração de vazio. Este aspecto é o que se pretende enfatizar no estudo relatado no presente artigo. Nesse sentido, foi realizado um levantamento de expressões propostas na literatura, do qual se concluiu que a de [5] era a que melhor correlacionava os resultados experimentais envolvendo tanto os escoamentos bifásicos adiabáticos como aqueles onde se verifica a mudança de fase líquido-vapor. Considerando que a referida correlação havia sido levantada para condições atípicas da ebulição convectiva em tubos, procedeu-se a ajustar resultados experimentais de outros autores com o objetivo de desenvolver uma correlação, em termos de parâmetros adimensionais, que incorporassem efeitos de inércia, empuxo e de tensão superficial. A correlação resultante, Eq. (7), provou ser adequada para a faixa de condições operacionais dos estudos experimentais considerados, tendo apresentado desvios na faixa de $\pm 10\%$,

resultado que pode ser considerado muito bom, dada a incerteza de medida que envolve a fração de vazio.

NOMENCLATURA

Símbolo	Quantidade	Unidade SI
А	Área	m^2
D	Diâmetro	m
G	Velocidade mássica	kg/(m².s)
g	Aceleração da gravidade	m/s ²
Т	Temperatura	°C
Х	Título	-
3	Fração de vazio	-
ρ	Massa específica	kg/m³
μ	Viscosidade dinâmica	Pa.s
σ	Tensão superficial	N/m
	Sub-índices	
L	Fase líquido	
V	Fase vapor	
exp	Experimental	
calc	Calculado	
Sat	Saturação	

REFERÊNCIAS

- P. K. Vijayan; A. P. Patil; D. S. Pilkhawal; D. Saha;
 V. Venkat Raj. An assessment of pressure drop and void fraction correlations with data from two-phase natural circulation loops. *Heat and Mass Transfer*, v. 36, p. 541-548, 2000.
- [2] D. Butterworth. A comparison of some void-fraction relationships for co-current gas-liquid flow. *International Journal Multiphase Flow*, v. 1, p. 845-850, 1975.
- [3] N. Zuber; J. A. Findlay. Average volumetric concentration in two-phase flow systems. *Journal of Heat Transfer*, New York, v. 87, n. 4, p. 453 468, 1965.
- [4] M. A. Woldesemayat; A. J. Ghajar. Comparison of void fraction correlations for different flow patterns in horizontal and upward inclined pipes.

International Journal of Multiphase Flow, v. 33, p. 347-370, 2007.

- [5] S. Z. Rouhani; E. Axelsson. Calculation of void volume fraction in the subcooled and quality boiling regions. *International Journal Heat Mass Transfer*, Oxford, v. 13, n. 2, p. 383 - 393, 1970.
- [6] L. Wojtan. Experimental and analytical investigation of void fraction and heat transfer during evaporation in horizontal tubes. 2004. 221 f. (DOCTEUR) - Institut des sciences et de l'énergie, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, 2004.
- [7] H. Canière. Flow pattern mapping of horizontal evaporating refrigerant flow based capacitive foid fraction measurements. 2009. 272 f. (Doctor), University of Gent, 2009.
- [8] S. M. Zivi. Estimation of steady-state void fraction by means of the principle of minimum entropy production,. *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, v. 86, p. 247-252, 1964.
- [9] G. B. Wallis. *One-dimensional two-phase flow*. New York: McGraw-Hill, 1969.
- [10] R. W. Lockhart; R. C. Martinelli. Proposed correlation of data for isothermal two-phase, twocomponent flow in pipes. *Chemical Engineering Progress*, New York, v. 45, n. 1, p. 39 - 48, 1949.
- [11] L. Wojtan; T. Ursenbacher; J. R. Thome. Measurement of dynamic void fractions in stratified types of flow. *Experimental Thermal and Fluid Science*, New York, v. 29, n. 3, p. 383-392, 2005.
- [12] D. M. Graham; H. R. Kopke; M. J. Wilson; D. A. Yashar; J. C. Chato; T. A. Newell. An investigation of void fraction in the stratified/annular flow regions in smooth, horizontal tubes. University of Illinois. Urbana, IL, p.21. 1999. (TR-144)
- [13] D. A. Yashar; T. A. Newell; J. C. Chato. Experimental investigation of void fraction during horizontal flow in smaller diameter refrigeration applications. University of Illinois. Urbana, IL, p.116. 1998. (TR-141)

A NEW VOID FRACTION CORRELATION FOR CONVECTIVE BOILING OF REFRIGERANTS IN SMOOTH HORIZONTAL TUBES P. E. L. BARBIERI¹, J. M. S. JABARDO², E. P. BANDARRA FILHO³

 ¹Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte – MG, Brasil, e-mail: barbieri@des.cefetmg.br
 ² Escuela Politécnica Superior, Universidad de la Coruña, Ferrol, Coruña, España, e-mail: mjabardo@cdf.udc.es
 ³Faculdade de Engenharia Mecânica–Universidade Federal de Uberlândia – MG – Brasil, e-mail: bandarra@mecanica.ufu.br

ABSTRACT

Void fraction is one of the main two-phase flow with change of phase parameters, its importance being, for example, in the determination of such parameters as the slip movement between phases, the mixture density and viscosity, among others. It is also important in the flow pattern characterization and, as a result, in the determination of the pressure drop and heat transfer in convective boiling. Void fraction is also important in industrial applications where it is related to design of components and equipments since it is related to the phase distribution in systems. The number of void fraction correlations available in the literature paradoxically is annoying since choosing among them not always is straightforward. The present paper aims at proposing a new generalize void fraction correlation for horizontal convective boiling of refrigerants in smooth tubes. The correlations is of the strictly empirical type being written in terms of dimensionless groups that take into account such effects as inertia, geometric (tube diameter), surface tension, and buoyancy effects. The proposed correlation has been evaluated through experimental results from the literature. Deviations of correlation with respect to experimental results are within the $\pm 10\%$ range, which can be considered adequate and encouraging.

THERMAL HYDRAULIC PHENOMENOLOGY IN A NATURAL CIRCULATION CIRCUIT

Walmir M. Torres (*), Luiz A. Macedo, Roberto N. Mesquita, Paulo Henrique F. Masotti, Gaianê Sabundjian, Delvonei A. Andrade, Pedro Ernesto Umbehaun

> Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares IPEN/CNEN-SP Centro de Engenharia Nuclear Av. Professor Lineu Prestes 2242 05508-000 São Paulo, SP, (*) wmtorres@ipen.br

ABSTRACT

This work describes and presents the thermal hydraulic phenomenology observed during a heating process in the Experimental Natural Circulation Circuit (ENCC). This circuit, basically all glass made, permits the visualization of the processes over all its regions. The instrumentation of the experimental circuit consists of thermocouples and differential pressure transducers for relative pressure and level measurements. A data acquisition system was used to record the temperature and pressure data, and a digital camera was used to capture photos and video images presented in this work. It was observed, during the test, natural convection, natural circulation, pool boiling, nucleated sub-cooled and saturated flow boiling, and some two-phase flow patterns such as, bubbly, slug, and churn flow which are presented in this paper. It was also observed mechanical vibrations of the electrical heaters induced by steam bubbles production and collapsing in the boiling process, and heaters thermal deformations. This experimental circuit is easy to operate and to modify for further instruments, and permits the development of several works in boiling and condensation field.

INTRODUCTION

Heat transfer and fluid flow in single and two-phase have been studied during decades in order to understand the involved phenomenology, and to improve the mathematical models used for systems and equipment design, and also in accident analysis codes validation. RELAP5 is a well-known accident analysis code in the nuclear area and uses some of these models for its calculations. Computational Fluid Dynamic (CFD) codes also use these models. Special highlight have been given to heat transfer and fluid flow under natural convection and natural circulation conditions. Several thermal equipment and systems in the industry, including nuclear applications, use these models in their projects. Residual Heat Removal system and Emergency Core Cooling system are some examples.

EXPERIMENTAL NATURAL CIRCULATION CIRCUIT (ENCC)

The Experimental Natural Circulation Circuit (ENCC), in Nuclear Engineering Center at IPEN [1], was constructed to provide thermal hydraulic data and information about the phenomenology that occurs in single and two-phase natural circulation conditions. Figures 1 and 2 show a schematic draw and a photo of this experimental circuit. It is a rectangular assembly (2600 mm height and 850 mm wide) made of temperature resistant borosilicate glass tubes of 38.1 mm internal diameter and 4.42 mm thickness. It has a heated section, also in glass tube of 76.2 mm internal diameter and 880 mm length, with two stainless steel cladding Ni-Cr alloy electric heaters (H1 and H2) connected to a 220 VAC electrical power supply. H1 operates always at maximum power after turned on and has no adjustment on its power. The electric power in the heater H2 can be adjusted by an auto transformer (Variac) in the range of 0 to 100%. When both heaters operate at full power they provide nearly 8400W. The electrical voltages supplied to the heaters are periodically measured during the tests using a digital multimeter. Heaters have external diameter of 8.5 mm and the U total length of 1200 mm. The cooled section consists of a heat exchanger/condenser, also glass made, with two internal coils where secondary cooling water flows. Tap water is pumped from a 2 m³ tank to the heat exchanger/condenser with the desired secondary cooling flow rate, which is measured by two rotameters. ENCC also has an expansion tank opened to the atmosphere in order to accommodate fluid density changes due to the temperature and void fraction changes. This tank is connected to the circuit by a flexible tube at its lower region in order to avoid steam entrance. Nearly twelve liters of demineralized water are used to fill the circuit. Thirdteen 1.5 mm K type (Chromel-Alumel) ungrounded thermocouples are distributed along the circuit to measure fluid and ambient temperatures. TEFLON sleeves were made to install these thermocouples between the glass tubes. Metallic connections with "O-rings" are also used to install the thermocouples along the circuit. Three K type thermocouples with exposed junction are attached on the wall of glass tube for temperature measurements at the hot part of the circuit. Two Validyne type differential pressure transducers P1 and P2 are used to measure relative pressure at the outlet of heaters and the water level in the expansion tank. All these instruments were calibrated in laboratory and their electrical signals are sent to a Data Acquisition System assembled with SCXI series equipment from National Instruments and LabView 7.0 programming. The photos presented in this work were acquired by a CCD digital camera at $250\mu s$ (1/4000 s) shutter speed. The same digital camera was used to produce a digital video (1/60 s) of the fluid flow and heat transfer phenomenology and other interesting phenomena at the upper part of the heaters.



Figure 1. Experimental Natural Circulation Circut (ENCC).



Figure 2. Experimental Natural Circulation Circut (ENCC).

TEST CONDITIONS AND OPERATION PROCEDURES

Based on previous experience, the heating and cooling test conditions were chosen in order to produce several heat transfer conditions and fluid flow patterns in single and two-phase along the circuit. The phenomenology described in this work refers to an average heat flux of $1.05 \times 10^5 \text{ W/m}^2$ (10.5W/cm²) on the electrical heaters, corresponding to approximately 6700W total electrical power. H1 and H2 were set respectively at 100% (4000W) and 65% (2700W). The secondary cooling flow rate was set 0.0236 kg/s (85 liters/hour).

Initially, the Data Acquisition System was turned on and its parameters were chosen before to start the data recording process. After that, the pump was turned on and the secondary cooling flow rate is set at the heat exchanger/condenser for the desired value and measured by rotameters. This procedure avoids the potential lack of cooling in the heat exchanger/condenser and the occurrence of thermal shock in the circuit. Thermal hydraulic phenomenology observed is described as follow.

Heat transfer in single-phase flow

After the electrical power at the heaters is turned on with 6700W $(1.1 \times 10^5 \text{W/m}^2)$, convection lines were observed near the heaters in the initially stagnant liquid. Hot fluid flows up at the central region of the tube and cold fluid flows down near the tube wall. This is a characteristic behavior of natural convection phenomenon in the **pool boiling processes** [2].

In a few seconds the fluid near the heaters walls became superheated and small bubbles were produced at nucleation sites. These bubbles were condensed almost instantaneously by adjacent cold fluid in a process known as **subcooled pool boiling** [2]. At this point, the fluid bulk temperature was below saturation condition while the fluid temperature near the heaters wall is in saturation condition. Also, at this time, there is no net flow rate around the circuit (see Fig 4a).

Temporary thermal-mechanical deformations were observed on the heaters due to the internal difference of temperatures between inside the heaters and the external cold fluid. (see Fig 4a). The heaters return to their original positions when they are turned off.

Mechanical vibrations of large amplitude were also observed at the heaters [2, 5 and 8]. Sub-cooled boiling process is responsible for these vibrations. The bubbles production and condensation processes on the heaters produce pressure pulses in the fluid which induce vibrations on the heaters when in their natural frequency.

The fluid temperature increases at the heated region of the circuit and an unbalancing of hydrostatic forces between heated and cooled regions is responsible for starting an effective fluid flow around the circuit known as **natural circulation**. The cold fluid that was in the cold leg of the circuit enters at the heaters region and decreases the temperatures in this region, according to Fig. 3. The boiling process goes on and **subcooled flow boiling** [1] in natural circulation is the dominant phenomenon (see Fig. 4b).

During the bubbles collapsing process, some bubbles blowup and produce a large amount of micro bubbles which are carried by fluid flow. These micro bubbles do not collapse immediately in the sub-cooled fluid because they have small heat transfer area. They will condensate while flowing up along the hot leg of the circuit. This two-phase flow can be classified as bubbly flow with very small void fraction.



Figure 3. Temperature, pressure and level behavior. Data Acquisition System front panel.



Figure 4. Subcooled pool boiling and thermal deformation (a) and Subcooled flow boiling (b).

Heat transfer in two-phase flow

The fluid temperature along the circuit increases and also the number of nucleation sites on heaters walls. Therefore, the bubble production and condensation rates also increase. There is a specific condition in these bubbles production and condensation processes where a kind of resonance occurs and the tube seems to emit light. The difference between water and steam light refraction indexes is responsible by this phenomenon.

Steam production increases on heaters and larger bubbles are produced, which flow along the hot leg. Part of these bubbles do not collapse and accumulate at horizontal upper region of the circuit. Consequently, the water level in the expansion tank increases.

Saturation temperature of the fluid is reached in the hot leg and this heat transfer process is known as **saturated flow boiling** [2], (Fig. 5). Several two-phase flow patterns are observed, such as: bubbly flow with large void fraction, slug flow and churn flow. The steam amount in horizontal upper region increases drastically from churn flow condition and the net flow rate along the circuit decreases. This induces an increase in the expansion tank water level. In a next phase an unbalance of forces occurs between hot and cold legs and then the steam in the upper part of the circuit is expelled to the heat exchanger/condenser, where it is partially condensed. Hence, the water level in the expansion tank decreases. The fluid that was in the cold leg flows to the heaters region and decreases drastically the temperature in a short time period. The steam production goes on with the continuous electrical power supply and a new thermal and two-phase flow cycle begins. This cyclic behavior of temperatures, pressure and water level has a well defined frequency of 0.022 Hz (period=46s) for these specific heating and cooling test conditions, as shown in the Fig. 6 and 7. Other heating and cooling conditions will also produce cyclic behavior in a different frequency.



Figure 5. Saturated flow boiling.



Figure 6. Cyclic temperatures behaviors in steady state twophase flow condition



Figure 7. Cyclic pressure and water level behaviors in the steady state two-phase flow conditions.

Two-phase flow patterns

Some two-phase flow patterns were observed along the circuit during the heating process, such as: bubbly flow with low and high void fractions, packed bubbles flow, slug flow and churn flow [2-7]. These two-phase flow patterns were photographed and are shown in Fig. 8.



Figure 8. Two-phase flow patterns

CONCLUSIONS

ENCC allows to perform one and two phase natural circulation controlled tests. It is constructed in glass and enables the visualization of thermal heat transfer and fluid flow phenomenology. The phenomenology observed during a heating process is presented in this work in a resumed form. The test conditions were choosen in order to obtain two phase natural circulation flow. Several two phase patterns were observed and presented in this work. Also, this experimental circuit has been improved to be used as a tool in thermal hydraulic courses.

Other phenomena are also visualized such as: thermalmechanical deformation of the heaters, and induced mechanical vibrations of the heaters by subcooled and saturated boiling processes. These phenomena were recorded in photos and videos by a CCD digital camera.

As future works, sound and pressure signals analysis will be performed to correlate mechanical vibrations with subcooled and saturated boiling processes. Accelerometrs can also be assembled to the experimental circuit in order to study mechanical vibrations. A WebLab will be developed for thermal hydraulic distance learning applications. Void fraction measurements using software of images analysis

ACKNOWLEDGMENTS

The authors gratefully acknowledge the Departamento de Engenharia Química da Escola Politécnica da USP by lending the Experimental Facility and financial support by the Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN.

REFERÊNCIAS

- G. Sabundjian, D. A. Andrade, P. E. Umbehaun, W. M. Torres, A. J. A. Castro, F. A. Braz Filho, E. M. Borges, A. Belchior Jr., R. T. V. Rocha, O. L. A. Damy, E. Torres, Relap5 Simulation for One and Two-Phase Natural Circulation Phenomenon, *Proceedings of International Nuclear Atlantic Conference – INAC 2007*, Santos, São Paulo, Brazil, September 30 to October 5, 2007.
- [2] L. S. Tong, *Boiling Heat Transfer and Two-Phase Flow*, John Wiley & Sons, INC., New York, USA (1965).
- [3] J.G. Collier e J.G. Thome, Convective boiling amd Condensation, Oxford Science Press, New York, 1996.
- [4] G. B. Wallis, One-Dimensional Two-Phase Flow, McGraw Hill Book Company, New York, USA (1969).
- [5] A. E. Bergles, J. G. Collier, J. M. Delhaye, G. F. Hewitt, F. Mayinger, *Two-Phase Flow and Heat Transfer in the Power and Process Industries*, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, USA (1981).
- [6] D. Butterworth, G. F. Hewitt, *Two-Phase Flow and Heat Transfer*, Oxford University Press, Oxford, UK (1977).
- [7] J. J. Ginoux, Two-Phase Flows and Heat Transfer with Application to Nuclear Reactor Design Problems, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, USA (1978).
- [8] A. E. Bergles, S. Ishigai, *Two-Phase Flow Dynamics*, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, USA (1981).

THERMAL HYDRAULIC PHENOMENOLOGY IN A NATURAL CIRCULATION CIRCUIT

Walmir M. Torres (*), Luiz A. Macedo, Roberto N. Mesquita, Paulo Henrique F. Masotti, Gaianê Sabundjian, Delvonei A. Andrade, Pedro Ernesto Umbehaun

> Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares IPEN/CNEN-SP Centro de Engenharia Nuclear Av. Professor Lineu Prestes 2242 05508-000 São Paulo, SP, (*) wmtorres@ipen.br

ABSTRACT

This work describes and presents the thermal hydraulic phenomenology observed during a heating process in the Experimental Natural Circulation Circuit (ENCC). This circuit, basically all glass made, permits the visualization of the processes over all its regions. The instrumentation of the experimental circuit consists of thermocouples and differential pressure transducers for relative pressure and level measurements. A data acquisition system was used to record the temperature and pressure data, and a digital camera was used to capture photos and video images presented in this work. It was observed, during the test, natural convection, natural circulation, pool boiling, nucleated sub-cooled and saturated flow boiling, and some two-phase flow patterns such as, bubbly, slug, and churn flow which are presented in this paper. It was also observed mechanical vibrations of the electrical heaters induced by steam bubbles production and collapsing in the boiling process, and heaters thermal deformations. This experimental circuit is easy to operate and to modify for further instruments, and permits the development of several works in boiling and condensation field.

PADRÕES DE ESCOAMENTOS EM TUBOS HORIZONTAIS LISOS E COMPARAÇÃO ENTRE FRAÇÕES DE VAZIO

Enio Pedone Bandarra Filho*, Arthur Heleno Pontes Antunes, Joseph Edher Ramirez Chaupis, Juan Paz Alegrias

*Universidade Federal de Uberlândia, Av. João Naves de Ávila, 2121 - Campus Santa Mônica, Bloco 1M, Uberlândia - MG, CEP 38400-902, E-mail: bandarra@mecanica.ufu.br

RESUMO

Escoamentos com mudança de fase no interior de tubos podem assumir diversas configurações geométricas entre as fases na transição de líquido para vapor, denominadas padrões de escoamento. A fração de vazio é um dos parâmetros mais importantes na avaliação das transições das fases para a construção dos mapas de padrões de escoamento. Diversos mapas de padrões de escoamento são encontrados na literatura, sendo que um dos mais recentes recente foi avaliado e realizado comparações com resultados experimentais obtidos na literatura, resultando em satisfatória aproximação do modelo relativamente aos resultados experimentais. Um estudo comparativo do desempenho de 6 correlações propostas para a determinação da fração de vazio em relação aos resultados experimentais foi também realizado. Finalmente, dois métodos de medição de fração de vazio foram expostos e os resultados encontrados foram comparados com outra recente correlação de fração de vazio, esclarecendo as vantagens e desvantagens de cada método.

INTRODUÇÃO

O escoamento em evaporadores ocorre predominantemente em tubos horizontais e os padrões geralmente encontrados são: padrão estratificado, ondulado, intermitente, o anular e, finalmente, o escoamento em névoa. Podem, ainda, ser encontrados em tubos horizontais os padrões em bolha e pistonado, para títulos reduzidos, BANDARRA FILHO [1].

Devido às deficiências no entendimento dos vários padrões de escoamento e às transições de um regime para o outro, surgiram maneiras de simplificar essa identificação de regimes. Um dos primeiros pesquisadores a publicar um mapa de padrão de escoamentos foi BAKER [2].

O projeto de um trocador de calor que utiliza um mapa de padrão de escoamentos permite ver claramente em quais regimes de escoamento o processo ocorrerá, identificando possíveis transições para padrões de escoamento indesejáveis, tal como o escoamento em névoa, a fim de evitá-los.

Segundo WOJTAN et al. [3], muitos mapas de padrão de fluxo estão disponíveis para a previsão adiabática de duas fases em regimes de escoamento em tubos horizontais. Fatores muito importantes para o escoamento durante a evaporação, que têm um efeito sobre a transição entre os padrões de escoamento, podendo destacar: ebulição nucleada, evaporação de filmes líquidos e aceleração do escoamento devido à mudança de fase. A partir destes fatores, é necessário, definir um mapa padrão de escoamento confiável, que inclua influências do fluxo de calor e da secagem de parede sobre os padrões de fluxo.

Nas aplicações industriais onde o fluxo de duas fases coexiste, a tarefa de dimensionamento do equipamento para troca de calor requer uma série de considerações. O problema pode ser simplificado de tal forma que poderiam ser abordados e tratados de forma semelhante ao fluxo monofásico. Porém, tal abordagem torna a modelagem da troca de calor totalmente irreal. Isto é explicado pelo fato de que o refrigerante muda de fase durante o processo e, ao longo da área destes trocadores, a variação da temperatura não se comporta de forma isotérmica.

Com o intuito de aproximar essas aplicações à realidade, um estudo do escoamento bifásico acerca do processo é necessário e um dos parâmetros críticos envolvidos neste estudo, que possibilita prever a perda de pressão e transferência de calor é a fração de vazio. Devido à complexidade e a falta de compreensão da física básica subjacente ao problema, a maioria das análises foi baseada em correlações empíricas.

MAPA DE PADRÕES DE ESCOAMENTO

Em recente pesquisa realizada por WOJTAN et al. [3] um novo mapa para identificação de regimes foi publicado. Este novo mapa pode ser considerado uma evolução do mapa de KATTAN et al. [4]. As mudanças que ocorrem entre os modelos são, primeiramente, a subdivisão da região estratificado-ondulado em três: pistonado, pistonadoestratificado-ondulado e estratificado-ondulado. Além disso, surgem duas novas linhas de transição: anular-secagem de parede e secagem de parede-névoa.

Os autores utilizaram a correlação de Rouhani-Axelsson modificada para determinar a fração de vazio, esta correlação tem a vantagem de fornecer a fração de vazio como uma função da velocidade mássica. A Eq. (1) representa esta correlação:

$$\varepsilon = \frac{x}{\rho_{\gamma}} \left[\left(1 + 0.12(1 - x) \right) \left(\frac{x}{\rho_{\gamma}} + \frac{1 - x}{\rho_{L}} \right) + \frac{1.18(1 - x) \left[g \sigma(\rho_{L} - \rho_{\gamma}) \right]^{0.25}}{G \rho_{L}^{0.5}} \right]^{-1}$$
(1)

O primeiro objetivo deste trabalho é analisar cada registro fotográfico de padrões de escoamentos para o fluido refrigerante R-134a no estado de saturação escoando por tubos horizontais lisos, sobre diferentes condições de velocidade mássica, fluxo de calor e título.

A Fig. 1 ilustra um mapa de padrões de escoamento, que foi construído seguindo as mesmas condições de operação dos resultados experimentais. É possível verificar que o ponto experimental introduzido, retrata um padrão de escoamento anular. Conforme pode ser observado na Fig. 2, o registro fotográfico, obtido por BARBIERI [5] foi classificado visualmente como padrão de escoamento anular, confirmando o resultado proporcionado pelo referido mapa.



Figura 1: Mapa de regimes para R-134a (T_{sal} = 5 °C, D= 0,0158 m, G= 200 kg/m² s, Φ = 10 kW/m² e x: 0,81).



Figura 2: Fotografias do escoamento de R-134a (T_{sat} = 5 °C, D = 0,0158 m, G= 200 kg/m² s, Φ = 10 kW/m² e x: 0,81).

O mesmo procedimento foi realizado para este mesmo tubo com diâmetro de 15,8 mm, utilizando R-134a nas mesmas condições de saturação, porém variando a velocidade mássica e o fluxo de calor. As figuras a seguir mostram as comparações com os pontos experimentais. Conforme pode ser observado, praticamente os três primeiros pontos experimentais corroboram o resultado fornecido pelo mapa de padrão de escoamento. Já o último ponto não apresenta concordância com o registro fotográfico, uma vez que pelo mapa refere-se ao escoamento em névoa e pelo registro fotográfico aparece o padrão de escoamento anular.



Figura 3: Mapa de regimes para R-134a (T_{sat} = 5 °C, D= 0,0158 m, G= 150 kg/m² s, Φ = 10 kW/m² e x: 0,17, 0,44, 0,63 e 0,94).



Figura 4: Fotografías do escoamento de R-134a (T_{sat} = 5 °C, D = 0,0158 m, G= 150 kg/m² s, Φ = 10 kW/m² e x: 0,17 (a), 0,44 (b), 0,63 (c) e 0,94 (d)).



Figura 5: Mapa de regimes para R-134a (T_{sat} = 5 °C, D= 0,0158 m, G= 100 kg/m² s, Φ = 5 kW/m² e x: 0,56 e 0,83).

A Fig. 6 representa o registro fotográfico dos pontos experimentais. As comparações comprovaram a aproximação satisfatória do modelo de WOJTAN et al [3], nota-se em ambos regime estratificado ondulado.



Figura 6: Fotografias do escoamento de R-134a (T_{sat} = 5 °C, D = 0,0158 m, G= 100 kg/m² s, Φ = 5 kW/m² e x: 0,56 (a) e 0,83 (b)).



Figura 7: Mapa de regimes para R-134a (T_{sat} = 5 °C, D= 0,0158 m, G= 50 kg/m² s, Φ = 5 kW/m² e x: 0,30).

A Fig. 8 representa a imagem de um padrão de escoamento do tipo estratificado, ou estratificado "liso", enquanto o mesmo ponto no mapa, refere-se a uma região de transição, predominando o regime estratificado. Entretanto, como pode ser observado, o mapa reflete consegue prever o padrão de escoamento com razoável precisão, o que pode auxiliar sobremaneira os projetistas de trocadores de calor no correto dimensionamento desses equipamentos.



Figura 8: Fotografias do escoamento de R-134a (T_{sat} = 5 °C, D = 0,0158 m, G= 50 kg/m² s, Φ = 5 kW/m² e x: 0,30).



Figura 9: Mapa de regimes para R-134a (T_{sal} = 5 °C, D= 0,0158 m, G= 25 kg/m² s, Φ = 5 kW/m² e x: 0,83).

A Fig. 10 mostra um regime estratificado com ondas de pequena escala, ao passo que este no mapa de regimes, o ponto é classificado como estratificado, porém muito próximo da transição para escoamento ondulado, ou seja, a aparição de ondulações na interface líquido-vapor.



Figura 10: Fotografías do escoamento de R-134a (T_{sat} = 5 °C, D = 0,0158 m, G= 25 kg/m² s, Φ= 5 kW/m² e x: 0,83).

FRAÇÃO DE VAZIO

De acordo com WOLDESEMAYAT et al. [6], o engenheiro é confrontado com a dificil tarefa de escolher a correlação "correta" entre a multiplicidade de correlações disponíveis. A abundância de correlações disponíveis não seria um problema na hora da escolha, não fosse o fato da maioria das correlações apresentarem algum tipo de restrição ou limitação.

Segundo WOJTAN et al. [7], os modelos de fração de vazio existentes podem ser classificados como modelos de escoamento homogêneo ou escoamento separado. O modelo homogêneo assume que as fases de líquido e vapor têm a mesma velocidade. Este modelo é razoavelmente preciso para os escoamentos dos tipos bolha e névoa, onde a fase arrastada viaja quase a mesma velocidade que a fase contínua. Modelos separados assumem que as duas fases viajam a duas velocidades médias diferentes. Essa abordagem é usada por ambos os métodos: analíticos e semi-empíricos. Nas teorias analíticas, algumas grandezas, tais como impulso ou energia cinética é minimizado para obter a relação de velocidades médias entre as fases gás e líquido. Dois exemplos são: o modelo de momento de fluxo e o modelo de energia cinética, proposto por Zivi (1964). Para estes modelos, as razões de velocidades de deslizamento "S" são iguais a: $(\rho_{\rm I}/\rho_{\rm V})^{1/2}$ e $(\rho_L/\rho_V)^{1/3}$, respectivamente. O modelo denominado "drift flux" ou de deslizamento entre as fases considera a nãouniformidade nas velocidades através do canal do escoamento.

A partir deste estudo sugiram preocupações quanto à correlação da fração de vazio utilizada no modelo de WOJTAN et al. [3], com isso, uma comparação entre diversas

correlações de fração de vazio encontradas na literatura foi realizada, conforme ilustra a Fig. 11.



Figura 11: Comportamento das diversas correlações de fração de vazio encontradas na literatura em relação à valores experimentais para o R-22 escoando em um tubo horizontal.

As correlações de fração de vazio utilizadas estão dispostas na Tab. 1:

Tabela 1:	Frações	de	vazio.
-----------	---------	----	--------

Autor	Correlação
Homogeneous	$\varepsilon = \left[1 + \left(\frac{1-x}{x}\right) \left(\frac{\rho_{\rm G}}{\rho_{\rm L}}\right) \left(\frac{\mu_{\rm L}}{\mu_{\rm G}}\right)\right]^{-1}$
Zivi (1964)	$\varepsilon = \left[1 + \left(\frac{1-x}{x}\right) \left(\frac{\rho_{G}}{\rho_{L}}\right)^{0.67}\right]^{-1}$
Wallis (1969)	$\varepsilon = [1 + X_{tt}^{0.8}]^{-0.38}$
Lockhart and Martinelli (1949)	$\varepsilon = \left[1 + 0.28 \left(\frac{1-x}{x}\right)^{0.64} \left(\frac{\rho_{\rm G}}{\rho_{\rm L}}\right)^{0.36} \left(\frac{\mu_{\rm L}}{\mu_{\rm G}}\right)^{0.07}\right]^{-1}$
Thom (1964)	$\varepsilon = \left[1 + \left(\frac{1-x}{x}\right) \left(\frac{\rho_{\rm G}}{\rho_{\rm L}}\right)^{0.89} \left(\frac{\mu_{\rm L}}{\mu_{\rm G}}\right)^{0.18}\right]^{-1}$
Baroczy	$\begin{bmatrix} & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & $
(1966)	$\varepsilon = \left[1 + \left(\frac{1-x}{x}\right)^{0.74} \left(\frac{\rho_{\rm G}}{\rho_{\rm L}}\right) - \left(\frac{\mu_{\rm L}}{\mu_{\rm G}}\right)\right]$
Barbieri	$\varepsilon = [1 + X_{ij}]^{-\delta}$
(2010)	() = <u>u</u>]

Além disso, os valores obtidos por meio das correlações foram comparados à valores obtidos experimentalmente, avaliando-se assim, quais correlações aproximam-se mais da realidade para os padrões de escoamento em tubos horizontais.

A Fig. 12 mostra a comparação em medições de frações de vazio realizadas por WOJTAN et al. [7], utilizando e a correlação de fração de vazio desenvolvida por BARBIERI [8]. Em seguida, è possível visualizar os erros para esta comparação nas Figs. 13 e 14.



Figura 12: Fração de vazio em função do título para o R-22 escoando por um tubo horizontal (T_{sat} = 5 °C, D = 0,0158 m e G= 200 kg/m² s).



Figura 13: Erro absoluto em função do título para o R-22 escoando por um tubo horizontal.



Figura 14: Erro relativo em função do título para o R-22 escoando por um tubo horizontal.

Por fim, uma última comparação foi realizada. Desta vez, a Fig. 15 mostra a comparação em medições de frações de vazio realizadas por CANIÈRE [9] e a correlação de fração de vazio desenvolvida por BARBIERI [8]. As Figs. 16 e 17, apresentam os erros absoluto e relativo para esta comparação.



Figura 15: Fração de vazio em função do título para o R-134a escoando por um tubo horizontal (T_{sat} = 5 °C, D = 0,0158 m e G= 200 kg/m² s).



Figura 16: Erro absoluto em função do título para o R-134a escoando por um tubo horizontal.



Figura 17: Erro relativo em função do título para o R-134a escoando por um tubo horizontal.

Métodos de Medição Estudados

<u>Método Ótico</u>. É um método não intrusivo utilizado por URSENBACHER et al. [10]. Aplica-se a uma seção transparente da tubulação, que é iluminada com um laser plano monocromático. A imagem capturada é deformada pela refração do laser sobre a tubulação, o fluido e também pela inclinação da câmera para lograr a captura. Na imagem é detectada a forma da interface liquido-vapor e assim pode-se medir a fração de vazio de forma dinâmica e também determinar valores médios ao longo de um período.



Figura 18: Esquema da instalação ótica.

As medições experimentais por URSENBACHER et al. [10] foram realizadas com o uso de uma câmera CCD. Esta câmera captura imagens da passagem de fluido refrigerante sendo iluminado por um laser. O processamento destas imagens permite obter a medida da fração de vazio a 50 Hz.

A técnica usada (câmera e seção iluminada por laser) só é aplicável a escoamentos bifásicos estratificados, em particular: escoamento totalmente estratificado, estratificado ondulado e anular (com um "ângulo de secagem" maior do que zero). Os autores afirmam, ainda, ter medido o escoamento pistonado. Isto acontece porque a fração de vazio é determinada pelo "lócus" (lugar geométrico) da interface, não podendo ser encontrada na presença de bolhas dentro do escoamento.

<u>Método de Impedância Elétrica</u>. Este método, empregado por CANIÈRE [9] é baseado na diferença das propriedades elétricas entre as fases de vapor e de líquido no escoamento. A condutividade e a permissividade elétrica dependem da temperatura, para medí-los, são acondicionados sobre a tubulação eletrodos de configuração variável. Os parâmetros envolvidos neste tipo de sensores de capacitância são mostrados na Fig. 19.



Figura 19: Esquema da seção transversal do sensor de capacitância.

O objetivo do sensor é medir dinamicamente a capacitância do conjunto tubulação-escoamento através de um circuito de carga/descarga e assim capturar suas variações. Pesquisas anteriores encontraram que a relação entre a capacitância média e a fração de vazio do escoamento tem um comportamento linear e independem do padrão de escoamento.

Vale ressaltar que o método mais utilizado para a medição experimental da fração de vazio è o método de fechamento rápido de uma seção da tubulação onde após o fechamento è verificado o peso dessa seção e calculado o valor da fração de vazio.

CONCLUSÕES

A realização deste estudo foi importante por apresentar resultados que podem contribuir com o aprimoramento dos mapas de regimes, de forma a conseguir uma melhor aproximação dos modelos à realidade dos escoamentos de refrigerantes convencionais no interior de tubos horizontais lisos. Assim, em relação às comparações podem-se extrair as seguintes conclusões:

- As modificações do mapa de KATTAN et al. [4] forneceram uma análise mais precisa dos regimes de escoamento, melhorando significativamente a identificação do início da secagem de parede. Este mapa não requer qualquer cálculo iterativo e pode ser facilmente utilizado para a identificação de regimes em modelos com fluxo de calor.

- As comparações entre o registro fotográfico dos pontos experimentais de BARBIERI [5] e a localização destes mesmos pontos no mapa de regimes de WOJTAN et al. [3], comprovaram a aproximação satisfatória do modelo à realidade.

- As comparações para a fração de vazio revelaram uma faixa inicial onde a dispersão do erro é grande, com máximos de 40% e 35% para R-22 e R-134-a, respectivamente. Isto indica que estes métodos ainda apresentam dificuldades de medição da fração de vazio na presença das bolhas iniciais do escoamento.

- Após a faixa inicial, os valores para o erro caem abaixo de 0,025%. No método de CANIÈRE [9] esta diminuição do erro acontece com menores título, o que é apreciável.

- As correções em ambos os métodos têm relevância na precisão das medidas da fração de vazio. Assim, o primeiro método não é recomendado para escoamentos totalmente anulares, mas o segundo sim permite medir a fração de vazio nesses casos.

NOMENCLATURA

Símbolos:

В	Coeficiente	(adimensional)
D	Diâmetro do tubo	(m)
G	Gravidade	(m/s^2)
G	Velocidade mássica	$(kg/m^2 s)$
S	Razão de velocidades	(adimensional)
Т	Temperatura	(°C)
Х	Título	(adimensional)
Х	Parâmetro de Martinelli	(adimensional)
Letras gregas:		
E	Fração de vazio	(adimensional)
Р	Massa específica	(kg/m^3)
Σ	Tensão superficial	(N/m)
Σ M	Tensão superficial Viscosidade dinâmica	(N/m) $(N s/m^2)$
Σ Μ Φ	Tensão superficial Viscosidade dinâmica Fluxo de calor por	(N/m) (N s/m ²) (kW/m ²)
Σ Μ Φ	Tensão superficial Viscosidade dinâmica Fluxo de calor por unidade de área	(N/m) (N s/m ²) (kW/m ²)
Σ M Φ Subscrito:	Tensão superficial Viscosidade dinâmica Fluxo de calor por unidade de área	(N/m) (N s/m ²) (kW/m ²)
Σ M Φ Subscrito: G	Tensão superficial Viscosidade dinâmica Fluxo de calor por unidade de área Vapor	(N/ m) (N s/m ²) (kW/m ²)

Sat	Saturação
Tt	Turbulento, turbulento
V	Vanor

Vapor

REFERÊNCIAS

- [1] E.P. Bandarra Filho, Um estudo experimental da ebulição convectiva de refrigerantes no interior de tubos lisos e internamente ranhurados, Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2002.
- [2] O. Baker, Simultaneous Flow of Oil and Gas, Oil and Gas Journal, vol. 53, pp. 185-195, 1954.
- L. Wojtan, T. Ursenbacher e J.R. Thome, Investigation of flow boiling in horizontal tubes: Part 1 - A new diabatic two-phase flow pattern map, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 48, pp. 2955-2969, 2005.
- [4] N. Kattan, J.R. Thome e D. Fravat, Flow boiling in horizontal tubes: Part 1 - Development of a diabatic two-phase flow pattern map, Journal of Heat Transfer Transaction of the ASME, vol. 120, pp. 140-147, 1998.
- [6] A.M. Woldesemayat e A.J. Ghajar, Comparison of void fraction correlations for different flow patterns in horizontal and upward inclined pipes, International Journal of Multiphase Flow, vol. 33, pp. 347-370, 2007.
- [7] L. Wojtan, T. Ursenbacher e J.R. Thome, Interfacial measurements in stratified types of flow. Part 2: Measurements for R-22 and R-410, International Journal of Multiphase Flow, vol. 30, pp. 125-137, 2004.
- [8] P.E.L. Barbieri, 2º Encontro Brasileiro sobre Ebulição, Condensação e Escoamentos Multifásicos, São Carlos, Brasil, 2010.
- [9] H. Canière, Flow pattern mapping of horizontal evaporating refrigerant flow based on capacitive void fraction measurements, Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de Gent, Bélgica, 2009.
- [10] T. Ursenbacher, L. Wojtan e J. R. Thome, Interfacial measurements in stratified types of flow. Part 1: New optical measurement technique and dry angle measurements, International Journal of Multiphase Flow vol. 30, pp. 125-137, 2004.

FLOW PATTERNS IN HORIZONTAL SMOOTH TUBES AND COMPARISON OF **VOID FRACTIONS**

Enio Pedone Bandarra Filho*, Arthur Heleno Pontes Antunes, Joseph Edher Ramirez Chaupis, Juan Paz Alegrias

* Federal University of Uberlândia, Av. João Naves de Ávila, 2121 - Campus Santa Mônica, Bloco 1M, Uberlândia - MG, CEP 38400-902, E-mail: bandarra@mecanica.ufu.br

ABSTRACT

Flows with phase change in the tubes can take various geometric configurations between the phases in the transition from liquid to vapor, called flow patterns. The void fraction is the most important biphasic parameter in calculations of phase transitions for the construction of maps. Another important application of this parameter is related to forecasts of flows in the boiling heat transfer. A comparative study of performance of 6 correlations for void fraction and experimental data was performed. Moreover, a recent statement of flow patterns was evaluated against comparisons to experimental results, resulting in a satisfactory approximation of the model to reality. A comparative study of the performance of 6 void fraction's correlations against the experimental data was also performed. In response, two methods for measuring void fraction were exposed and the results were compared to another recent correlation of void fraction, explaining the advantages and disadvantages of each method.

MODELAGEM TÉRMICA DA COLUNA DE DESTILAÇÃO DE UM CICLO DE REFRIGERAÇÃO POR ABSORÇÃO DE AMÔNIA/ÁGUA

Zavaleta-Aguilar, E. W.*, e-mail: <u>eli.wz@hotmail.com</u> Simões-Moreira, J. R.*, e-mail: <u>jrsimoes@usp.br</u>

*SISEA – Laboratório de Sistemas Energéticos Alternativos, Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Av. Prof. Mello Moraes, 2231, Cidade Universitária, 05508-900, São Paulo, Brasil.

RESUMO

O pressente artigo apresenta a análise térmica de uma coluna de destilação de pratos perfurados com vertedor segmentado em condições de regime permanente para um ciclo de refrigeração por absorção com capacidade de 5 toneladas de refrigeração que trabalha com amônia/água. A coluna de destilação deve proporcionar vapor com elevado grau de pureza de amônia para garantir que o ciclo de refrigeração trabalhe em condições de projeto. Os balanços de massa e de energia da coluna foram realizados com o método de Ponchon-Savarit, e foram calculados idealmente 4 pratos com a alimentação à coluna acima do segundo prato. A análise de sensibilidade do fator de refluxo indica que é um parâmetro importante na análise econômica do projeto, já que dele depende o alto custo inicial de construção da coluna, ou as maiores despesas de gasto em combustível no funcionamento do ciclo.

1 INTRODUÇÃO

O aumento da população no mundo teve um crescimento muito grande desde a revolução industrial em meados dos anos 1700. Com isso, o consumo de eletricidade e de energia no mundo também está aumentando. O consumo de energia elétrica em aparelhos de ar condicionado e refrigeração é elevado, mais ainda nos dias de verão, intensificando-se em horários de pico. A diminuição das áreas verdes por causa do aumento da população, ligado ao maior consumo de energia, a queima de combustíveis fósseis (que podem ser a causa de fenômenos climáticos recentes), origina preocupação com uso racional e eficiente de energia, isto traz novamente o interesse em utilizar ciclos de refrigeração por absorção. Estes ciclos necessitam de muito pouca energia elétrica para seu funcionamento. A energia térmica necessária para acionar estes ciclos pode ser fornecida por gases aquecidos residuais de processos térmicos, também por energia solar, entre outros. Se for adicionado um ciclo de refrigeração por absorção a uma planta que usa cogeração obtém-se a trigeração, isto é a geração de eletricidade, calor e frio a partir de uma única fonte de energia, este conceito de sistema integrado de energia torna uma planta mais eficiente, econômica e amigável ao ambiente. Os fluidos de trabalho mais comuns nos ciclos de refrigeração por absorção são os pares amônia/água e brometo de lítio/água, sendo os primeiros fluidos naturais. Os ciclos de refrigeração por absorção de amônia/água (CRAAA) conseguem temperaturas de refrigeração abaixo de 0 °C, uma vez que o fluido refrigerante é a amônia, enquanto que o de brometo de lítio/água é limitado a temperaturas acima de 0 °C, por ser a água o fluido refrigerante. Um elemento crítico do CRAAA é a coluna de destilação na qual ocorre transferência simultânea de calor e de massa em escoamentos bifásicos da mistura amônia/água. A coluna deve proporcionar vapor de amônia de elevada pureza. Se o fluido refrigerante que vai ao condensador e continua até o evaporador tem quantidades consideráveis de água, esta pode ser acumulada continuamente no evaporador causando que o *COP* do ciclo diminua [1], este fato pode ser visto na Fig. 1.



Figura 1 – COP em função da concentração de refrigerante.

Em substâncias binárias existe um aumento da temperatura ligada à evaporação. Deste modo, o ambiente a resfriar abaixará sua temperatura e o refrigerante evaporará aumentando sua temperatura, até que eles entrem em equilíbrio térmico, não sendo mais possível resfriar o meio de interesse. Esse comportamento da temperatura faz com que seu uso como refrigerante (neste caso amônia/água) seja inviável para concentrações de água consideráveis [1],[2]. Quanto maior a concentração de água este aumento de temperatura será mais significativo. Remover a água na saída do gerador garante a confiabilidade e a eficiência nos ciclos sistemas de refrigeração por absorção [3]. Foi indicada uma pureza aproximada de 99,9 % em massa de amônia como ótima para um CRAAA [4].

Alguns autores [2],[5] mostraram conceitos para projetos em colunas de purificação para sistemas de refrigeração por absorção, mas não fizeram análise de desempenho dos parâmetros como refluxo, entrada de solução forte e fluxos de calor envolvidos no gerador e no retificador. Foi analisada a coluna de destilação pratos perfurados de um CRAAA de 8 *TR* [6] dando ênfase a parâmetros de projeto como prevenção de inundação, vazamentos pelos furos do prato e geometria da coluna. Estudos experimentais com enchimentos de recheios aleatórios tipo, "*Berl*", "*Raching*", "*Novalox*", "*Pall*" e recheios estruturados tipo "*Mellapak Plus*" e "*Sulzer*" mostraram que os recheios tipo "*Pall*" precisavam de menor altura para uma pureza desejada [7]. Menor altura para o mesmo requerimento de purificação foi encontrado para o recheio "*Novalox*" que para uma coluna de pulverização [8]. Um estudo detalhado da geometria interna, assim como a eficiência da coluna de destilação de pratos perfurados para um CRAAA de 5 TR foi estudado [9].

O presente trabalho estuda o processo de destilação da solução amônia/água até obter vapor de amônia purificado. Nesse trabalho, optou-se por estudar uma coluna de destilação de pratos perfurados, já que seu projeto é simples, além de serem mais baratos, sua limpeza interna é mais efetiva, sua queda de pressão do vapor é a menor se comparada aos outros pratos e satisfazem a maioria das aplicações. Múltiplas entradas e saídas são mais flexíveis nas colunas de pratos, quando comparadas às de recheio.

As aplicações de destilação estão focalizadas às áreas de petróleo, química, à produção de álcool e bebidas alcoólicas. Estudos em sistemas com contato líquido-gás em pratos [10], citam dois métodos para a análise de balanços de massa e de energia: Ponchon-Savarit e McCabe-Thiele e apontam o primeiro método como mais rigoroso, já que o outro considera constantes as vazões de líquido e vapor.

É usado o *EES* (*Engineering Equation Solver*) para solucionar o sistema não linear de equações acopladas às propriedades termodinâmicas da mistura amônia/água.

2 DESCRIÇÃO DA COLUNA DE DESTILAÇÃO

Um esquema simplificado do CRAAA tipo *GAX* (*Generator/Absorber Heat Exchange*) é representado na Fig. 2. Nele pode se observar a coluna de destilação na cor preta formando parte do ciclo.



Figura 2 – CRAAA, em linha cor preta a coluna de destilação.

Dentro da coluna tem-se um reservatório de solução líquida de amônia/água, denominado gerador, como mostrado na Fig. 3. Quando o fluxo de calor é fornecido ao gerador, parte dessa solução se torna vapor, o qual terá maior concentração de amônia, por ser o componente mais volátil.



Figura 3 - Coluna de destilação.

O vapor de amônia úmida sobe pela coluna em contracorrente com o líquido. Estes escoamentos se misturam nos pratos da coluna em fluxo cruzado, ocorrendo transferência simultânea de calor e de massa. À medida que o vapor sobe pela coluna, vai aumentando sua pureza (maior concentração de amônia) e enquanto o líquido desce, sua concentração de amônia diminui. Quando o vapor chega ao prato 1 ainda com vapor de água, passa por um condensador parcial chamado retificador, onde o fluxo de calor é retirado do vapor e a pouca água é condensada (ainda com amônia). O líquido condensado e o vapor vão até o acumulador onde são separados: o líquido volta à parte superior da coluna (refluxo) e o vapor saturado continua até o condensador.

3 MODELAGEM TERMODINÂMICA

Na Fig. 3 aparecem as variáveis envolvidas no balanço de massa e de energia na coluna de destilação. O volume de controle VC - 3 permite a alimentação à coluna "e", a saída do resíduo "s" e a saída do vapor destilado "d". Será assumido neste trabalho, que as seções de enriquecimento e de esgotamento da coluna de destilação são adiabáticas. L e V são escoamentos de solução líquida e de vapor respectivamente, "r" é o refluxo. Na coluna existem N_i pratos (ideais), dos quais n são da seção de enriquecimento e $N_i - m + 1$ são da seção de esgotamento. Do balanço de massa e de energia considerando o volume de controle VC - 1, obtém-se:

$$\dot{m}_{V,n+1} - \dot{m}_{L,n} = \dot{m}_d \tag{1}$$

$$\dot{m}_{V,n+1}x_{V,n+1} - \dot{m}_{L,n}x_{L,n} = \dot{m}_d x_d \tag{2}$$

 $\dot{m}_{V,n+1}h_{V,n+1} = \dot{m}_{L,n}h_{L,n} + \dot{m}_d h_d + \dot{Q}_R \tag{3}$

Das equações anteriores chega-se a:

$$\frac{\dot{m}_{L,n}}{\dot{m}_{V,n+1}} = \frac{x_d - x_{V,n+1}}{x_d - x_{L,n}} = \frac{h'_d - h_{V,n+1}}{h'_d - h_{L,n}}$$
(4)

Com

$$h'_d = h_d + \dot{Q}_R / \dot{m}_d \tag{5}$$

A relação entre fração mássica e entalpia específica da Eq. (4) representa uma linha de operação, no diagrama h - x.

Os balanços de massa e de energia do prato 1 até o prato n fornecem linhas de operação as quais coincidem no ponto (x_d, h'_d) . Os escoamentos de líquido e de vapor que saem de cada prato estão em equilíbrio. A projeção das frações mássicas $(x_{L,n}, x_{V,n+1})$ correspondentes à linha de operação do diagrama h - x, no diagrama $x_L - x_V$ fornece um ponto que pertence à curva de operação. As projeções de todas as frações mássicas das linhas de operação do diagrama h - x no eixo $x_L - x_V$ fornecem a curva de operação correspondente ao lado de enriquecimento.

Define-se razão de refluxo (ou razão de refluxo externo) à razão entre a vazão mássica do líquido saturado que retorna à parte superior da seção enriquecedora e a vazão mássica do vapor saturado que sai da coluna. Do balanço de massa e de energia do primeiro prato, do retificador e do vapor destilado, obtém-se:

$$R = \frac{\dot{m}_r}{\dot{m}_d} = \frac{h'_d - h_{V,1}}{h_{V,1} - h_r} \tag{6}$$

Do balanço de massa e de energia no volume de controle VC - 2 da Fig. 3, chega-se a:

$$\dot{m}_{L,m} - \dot{m}_{V,m+1} = \dot{m}_s \tag{7}$$

$$\dot{m}_{L,m}x_{L,m} - \dot{m}_{V,m+1}x_{V,m+1} = \dot{m}_s x_s \tag{8}$$

 $\dot{m}_{L,m}h_{L,m} + \dot{Q}_G = \dot{m}_{V,m+1}h_{V,m+1} + \dot{m}_S h_S \tag{9}$

Das Eqs. (7) até (9) obtém-se:

$$\frac{\dot{m}_{L,m}}{\dot{m}_{V,m+1}} = \frac{x_{V,m+1} - x_s}{x_{L,m} - x_s} = \frac{h_{V,m+1} - h'_s}{h_{L,m} - h'_s} \tag{10}$$

Onde:

$$h'_s = h_s - \dot{Q}_G / \dot{m}_s \tag{11}$$

A relação entre frações mássicas e entalpia específica da Eq. (10) fornece linhas de operação as quais se intersectam no ponto (x_s, h'_s) . As projeções dos pontos correspondentes às frações mássicas de saturação das linhas de equilíbrio do diagrama h - x no diagrama $x_L - x_V$ fornecem pontos da curva de operação, se esses pontos são conectados obtém-se a curva de operação correspondente ao lado de esgotamento. A alimentação à coluna deve ser feito no prato correspondente à interseção das curvas de operação, já que se for pratos acima ou abaixo deste, seriam necessários mais pratos para se obter a concentração da solução de esgoto x_s ou de vapor destilado x_d . Juntando a seção de esgotamento e gerador com a seção enriquecedora, retificador e acumulador obtêm-se a coluna de destilação completa. Fazendo o balanço geral de massa e de energia da coluna de destilação no volume de controle VC - 3:

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s + \dot{m}_d \tag{12}$$

$$\dot{m}_e x_e = \dot{m}_s x_s + \dot{m}_d x_d \tag{13}$$

$$\dot{m}_e h_e + \dot{Q}_G = \dot{m}_s h_s + \dot{m}_d h_d + \dot{Q}_R \tag{14}$$

Das Eqs. (5), (11) e (12) até (14) obtém-se:

$$\frac{\dot{m}_d}{\dot{m}_s} = \frac{x_e - x_s}{x_d - x_e} = \frac{h_e - h'_s}{h'_d - h_e}$$
(15)

Quando relacionadas a fração mássica e a entalpia específica da Eq. (15) obtém-se a linha de operação principal no diagrama h - x. Se a linha de operação principal coincide com uma linha de equilíbrio obtém-se a chamada razão de refluxo mínimo (R_{min}) , nestas condições o número de pratos necessários para a destilação desejada é muito grande e o fluxo de calor fornecido ao gerador e retirado do retificador são os menores. Quando todo o vapor que sai do prato superior da seção de enriquecimento é condensado e volta à coluna e a alimentação à coluna e a saída da solução fraca são interrompidas, chega-se a condição de "refluxo total", nestas condições o número de pratos na coluna é o mínimo e os fluxos de calor envolvidos no gerador e no retificador são muito grandes. Define-se fator de refluxo (f_R) a razão de refluxo de projeto dividido pela razão de refluxo mínimo. Deveriam ser usados fatores de refluxos (Eq. 16) entre 1,05 a 1,3 [11].

$$f_R = \frac{R}{R_{min}} \tag{16}$$

4 RESULTADOS

Para um CRAAA com capacidade de 5 *TR*, temperatura de evaporação de -2 °C e condensação de 40 °C, a coluna de destilação deve ter as variáveis de contorno mostradas na Tab. 1 [12]. A pressão do sistema é 15,56 bar. O fator de refluxo será assumido como 1,1.

Tabela 1 - Variáveis de entrada da coluna de destilação.

-	<i>ṁ</i> (kg/s)	x (-)	Т (°С)	$\begin{array}{c} x_q \\ (-) \end{array}$
Vapor dest.	0,015	0,999	-	1
Solução forte	-	0,4517	98,14	-
Solução fraca	-	0,152	-	0

Foi obtido como 4 o número de pratos ideais e a alimentação à coluna seria acima do segundo prato. Estes resultados podem ser apreciados na Fig. 4 e na Fig. 5.



Figura 4 – Linhas de operação e equilíbrio e número de pratos teóricos nos eixos $h - x e x_V - x_L$.



Figura 5 - Vazão mássica e principais propriedades termodinâmicas dos escoamentos na coluna.

A Fig. 4 mostra o diagrama h - x onde se podem ver as linhas de equilíbrio, as linhas de operação e a linha de operação principal (pI - pII). Já o diagrama $x_L - x_V$ exibe graficamente o número de pratos necessários e a posição da solução de alimentação à coluna. Na Fig. 5 podem ser vistos os valores de vazão mássica e propriedades termodinâmicas nas entradas e saídas de cada prato. O fluxo de calor necessário para ser fornecido ao gerador é de 27,5 kW, o COP é de 0,64. O fluxo de calor que tem que ser retirado do retificador corresponde a 4,4 kW. Como mostrado na Fig. 5, a vazão mássica do vapor na coluna aumenta em 31 % no sentido ascendente desde que ele sai do gerador até chegar à parte superior do primeiro prato. O aumento desta vazão é intensificado no ponto de alimentação por causa do grande aporte de amônia. A variação da vazão mássica do líquido aumenta muito no segundo prato por causa da alimentação da coluna; já nos outros pratos, sua vazão diminui ligeiramente no sentido descendente.

As mudanças das frações mássicas do vapor e do líquido ao longo do comprimento da coluna de destilação são mostradas na Fig. 6.



Figura 6 – Variação da fração mássica dos escoamentos na coluna.

Na Fig. 7 pode-se notar a variação da temperatura dos escoamentos ao longo da coluna de destilação. A entrada da solução forte na coluna não influencia em grande forma o perfil de temperaturas, uma vez que sua temperatura é próxima a dos escoamentos do líquido e do vapor nesta seção.



Figura 7 – Variação da temperatura dos escoamentos na coluna.

Quando a razão de refluxo é igual à razão de refluxo mínimo, o número de pratos para atender a purificação desejada é o maior possível, como pode ser apreciado na Fig. 8, a qual mostra que nesta condição o número de pratos necessários é 8. O número de pratos é sensível quando o fator de refluxo assume valores entre 1 e 1,06; quando maior o fator de refluxo, o número de pratos se mostra pouco sensível.

A seção de esgotamento sempre terá maior número de pratos que à de enriquecimento. Para valores de razão de refluxo maiores que 1,9 os pratos na seção de enriquecimento não são mais necessários. O fluxo de calor que deve ser fornecido ao gerador será maior para valores do fator de refluxo maiores, já que mais líquido retorna a ele, desta forma o *COP* será menor.



Figura 8 – Variação do número de pratos e fluxos de calor com o fator de refluxo.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, apresentou-se a análise termodinâmica de uma coluna de destilação de um CRAAA de 5 TR. As simulações feitas através dos modelos matemáticos foram implementadas no programa EES (Engineering Equation Solver). O método de Ponchon-Savarit, usado para fazer os balancos de massa e energia na coluna de destilação, resulta apropriado, pois fornece resultados precisos. A seção de esgotamento fornece um aumento considerável na concentração de vapor (51 %), a seção de enriquecimento aumenta a concentração de vapor em 1,5 % e o retificador em 2,2 %. Os dois últimos fazem um trabalho mais refinado no processo de purificação e não devem ser ignorados. O fator de refluxo resulta ser um parâmetro econômico importante no projeto da coluna de destilação, porque o número de pratos na coluna e os fluxos de calor envolvidos no gerador e no retificador estão sensivelmente ligados a ele, muito mais para valores perto de 1.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

NOMENCLATURA

Símbolo	Quantidade	Unidade SI
f _R h ṁ N Òc	Fator de refluxo Entalpia especifica Vazão mássica Número de pratos Fluxo de calor no	(adimensional) kW/kg kg/s (adimensional) kW
	gerador	

\dot{Q}_R	Fluxo de calor no	kW
	retificador	
R	Razão de refluxo	(adimensional)
Т	Temperatura	°C
x	Fração mássica	(adimensional)

REFERENCIAS

- [1] J. Fernández-Seara e J. Sieres, Ammonia–water absorption refrigeration systems with flooded evaporators, *Appl. Therm. Eng.*, vol. 26, pp. 2236-2246, 2006.
- [2] K.E. Herold, R. Radermacher e S.A. Klein, Absorption Chillers and Heat Pumps, CRC Press, New York, 1996.
- [3] M.J.P. Bogart, Pitfalls in ammonia absorption refrigeration, *Int. J. Refrig.*, vol. 5, pp. 203-208, 1982.
- [4] S.D. White e B. K. O'Neill, Analysis of an improved aqua-ammonia absorption refrigeration cycle employing evaporator blowdown to provide rectifier reflux, Appl. Energ. vol. 50, pp. 323-337, 1995.
- [5] T.H. Kuehn, J.W. Ramsey e J. L. Threlkeld, Thermal environmental engineering, 3rd ed. Prentice-Hall, New Jersey, EUA, 1998.
- [6] G. Anand e D.C. Erickson, Compact sieve-tray distillation column for ammonia-water absorption heat

pump: part I-design methodology, ASHRAE Trans., vol. 105, 1999.

- [7] J. Sieres, J. Fernández-Seara e F. Uhía, Experimental characterization of the rectification process in ammonia-water absorption systems with a largespecific area corrugated sheet structured packing. *Int. J. Refrig.*, vol. 32, pp. 1230-1240, 2009.
- [8] G.A. Mendes, Estudo de sistemas de refinação de vapor numa máquina de absorção de pequena potência alimentada por energia solar, Mestrado, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, Portugal, 2008.
- [9] E.W. Zavaleta-Aguilar, Modelagem térmica da coluna de destilação de um ciclo de refrigeração por absorção de amônia/água, Mestrado, USP, Brasil, 2010.
- [10] R.E. Treybal, Mass-transfer operations. 3rd ed., McGraw-Hill, Singapore, 1981.
- [11] H.Z. Kister, Distillation design, McGraw-Hill, USA. 1992.
- [12] A.S.P. Ortigosa, F.C. Preter, R.L. Labozetto, E.W. Zavaleta-Aguilar e J.R. Simões-Moreira, Modeling, and simulation of a commercial ammonia-water absorption refrigeration cycle for production of chilled water, ENCIT-2008, Belo Horizonte-M.G., 8p. 2008.

THERMAL MODELING OF DISTILLATION COLUMN OF A AMMONIA / WATER REFRIGERATION CYCLE

Zavaleta-Aguilar, E. W.*, e-mail: <u>eli.wz@hotmail.com</u> Simões-Moreira, J. R.*, e-mail: <u>jrsimoes@usp.br</u>

* SISEA – *Alternative Energy Systems Laboratory*, Mechanical Engineering Departament, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Av. Prof. Mello Moraes, 2231, Cidade Universitária, 05508-900, São Paulo, Brasil.

ABSTRACT

This paper presents the thermal analysis of a distillation column based on perfurated plates with segmented spillway in steady state conditions for an ammonia/water 5 TR absorption refrigeration cycle. The distillation column is to provide ammonia vapor at a high degree of purity to ensure that the refrigeration cycle works at the design conditions. Mass and energy balances of the column were performed with the method of Ponchon-Savarit, and ideally 4 plates were calculated with the column feeding above the second plate. A sensitivity analysis indicates that reflux is an important parameter in the economic analysis of the project, since it depends on the high initial cost of construction of the column, or the largest expenditure spent on fuel in the operation cycle.

INTERFACE MODELLING FOR ANNULAR GAS-LIQUID FLOW

Galileu H.Oliveira, Luis M.Portela

Department of Multi-Scale Physics, Faculty of Applied Sciences, Delft University of Technology Prins Bernhardlaan 6, 2628 BW Delft, Netherlands Email: <u>G.P.H.A.deOliveira@tudelft.nl</u>, <u>L.Portela@tudelft.nl</u>

ABSTRACT

The feasibility of applying an interface function in a gas-liquid annular flow in a pipe is investigated. The purpose of the interface function is to model the complex wave-like patterns found in the surface of the liquid film, without fully resolving its interface, but accounting for the local momentum exchange between phases. This approach allows to perform DNS/LES simulations in each phase without using more detailed interface tracking techniques. Hence, it can be more suitable for many practical applications. Direct numerical simulation is carried out for each phase involving air and water flow. The interface between fluids allows for the shear-stress and velocity continuity, but prevents the fluids to cross it. It is further improved by an interfacial function based on a surface tension mechanism. In this model, the local interface deformations, which are consequence of the pressure distribution in each phase, are considered as a film roughness.

INTRODUCTION

Annular gas-liquid flows in pipes consist in a thin layer of liquid wetting the wall and a high velocity gas core. Often an amount of liquid also flows in the form of droplets carried by the gas. It is usually found where high volumetric gas flow rates coexist with moderate or low liquid flow rates.

The interface between gas and liquid is usually populated by a number of wave-like structures, which propagates mainly in the streamwise direction, and promote stronger interaction between the phases. Most of the waves are small amplitude ripples on top of the substrate and are responsible for a significant share of the momentum exchange between the phases (see, e.g., Chu and Dukler [1]). Some large amplitude chunks of fluid, called disturbance waves, travelling at high speed are also present. They are directly associated to the process of droplets generation and also contributes to the momentum exchange between the phases.

In practical applications, the forces between the gas and the liquid are usually assessed by one-dimensional models based on the "film roughness" and a corresponding friction factor. In this way, all the interface complexities are summarized in a friction factor which, in turn, is used to obtain the average pressure drop. The film roughness is somehow related to the waves size and distribution, though no straightforward model exist to predict the waves properties, nor its functional relation to the assumed roughness. Wallis [2], for instance, proposed a direct relation between the roughness and the film thickness, in which the equivalent sand roughness is equal four times the film thickness. Also Belt et al [3] successfully correlated the their experimental data for annular flow with an equivalent sandgrain roughness. This kind of empirical model, despite simple and very straightforward, have some limitations. Its main shortcoming is probably the unclear link between the roughness, the film and wave properties, since it is established only on empirical basis.

In the opposite direction is the approach which relies on the full resolution of the interface by an interface tracking technique, as adopted by Fukano and Inatomi [4]. Though detailed, this technique has high computational costs and cannot be afforded in ordinary applications.

The film roughness approach is in fact an interfacial function, in the sense that it does not tackle the many details of the interface shape, nor the flow in its vicinity, but accounts for its global effect. This approach, allied to more physically based mechanisms to relate the interface shape and the momentum exchange between the phases, might be able to produce acceptable results with low computational costs.

Here we explore the possibility of combining a high resolution simulation technique for each phase, and a physically based mechanism for their interaction. Detailed description of the gas and the liquid flows was obtained by direct numerical simulation (DNS). The resulting pressure distribution was used to reconstruct the interface shape based on a surface tension mechanism. The reasoning is that the local interface deformations, specially in the small scales, should be associated to a surface tension restoring force, which is closely related to the pressure distribution in the vicinity. This surface topography is further used for deriving the interfacial shear-stress which, in turn, feeds back the velocity and pressure distribution in each phase.

The DNS technique was used in the present work because it can easily provide a detailed flow description, which could be required for the interface modelling. However, nothing prevents the use of other techniques as the large eddy simulation (LES) and the Reynolds average approach (RANS), which would overcome the DNS limitations. In fact, for practical applications that probably would be the case.

This paper describe a first step in the direction of creating an intermediate approach halfway between the onedimensional correlations and the fully resolved interface. The numerical issues related to coupling the phases through an interfacial function is described below, followed by a few examples of the results produced so far.

NUMERICAL MODEL

The phases are fully resolved by a DNS code for incompressible flow in pipes, which is described in detail by Eggels [5]. This is a code written in cylindrical coordinates with a structured grid based on the geometry shown in Figure 1. The adopted pipe length is five diameters and periodic boundary conditions apply in the streamwise (z) direction. The interface is a cylindrical surface concentric to the pipe axis. It is impermeable to the fluids, but continuity is provided for the velocities and shear-stresses. It means the film is confined to a constant thickness layer, with a non-slip boundary condition at the wall and, at the interface, the streamwise and circumferential velocities are the same as in the gas core. Also the shear-stress must be the same in both sides.



The simulation grid is formed by 64x128x128 cells in the radial, circumferential and axial directions, respectively. They are uniformly distributed, except for the radial direction, where the cell size ranges from ~ 1 wall unit, near the wall and the interface, to ~ 5 wall units in the centreline.

By construction, the interface does not allow for the normal stress continuity. It implies that a pressure difference would most likely occur across the interface as a consequence of its impermeability. Nonetheless, an additional constraint is imposed, so pressure drop (ΔP) across the interface, averaged in both directions (ϕ and z), should be zero, meaning that no net force is present. It can be easily done since, for incompressible flow, the whole pressure field in each fluid can be shifted by a constant value. The pressure field in both fluids, however, are not totally independent, since the the shear-stress at the interface provide a link between velocity and pressure in both sides.

The pressure drop across the interface can be regarded as the effect of having fluids with very high surface tension, so their interface is practically non deformable. For real fluids, however, the surface tension is not as much high and the surface effectively warps. Thus we postulate the existence of a surface deformation to accommodate the pressure difference. Such deformations are given by the Young-Laplace equation, as shown in Equation (1), where η is the surface height, σ is the surface tension and r_l is the interface radius. The reasoning behind it is that, in a real situation, the interface would effectively deform to allow of some fluid displacement and accommodate the pressure in both sides.

$$\Delta P = \sigma \left[\frac{1}{r_I^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right]$$
(1)

Despite being only hypothetical, this surface can be regarded as a real rough wall and a shear-stress model can be imposed. The streamwise interfacial shear-stress is given according to the Equation (2), where *f* is the friction factor, ρ_g is the gas density and *V* is the bulk velocity.

$$\tau_i = \frac{1}{2} f \rho_g V^2 \tag{2}$$

The friction factor is a function of the bulk Reynolds number and the roughness, and can be obtained by a few different but well known correlations. The local surface height was assumed to be equivalent to the sand-grain roughness. This is a simplification of the approach used by van't Westende *et al* [7], since we used the bulk velocity, instead the local velocity.

RESULTS

This model was applied to three cases with the purpose of assessing its response under different fluid properties and the effect of gravity.

For practical reasons, the figures presented below are flat representation of the real interface. They should be understood as if the pipe had been cut longitudinally at the top ($\phi = 0$) and straighten. In this representation, the coordinate *z* corresponds to the streamwise direction, *y* to the spanwise (circumferential), and *x* to the radial direction and is associated to the surface height.

All the variables are nondimensionalized by the pipe diameter, by the friction velocity and by the gas viscosity and density. Thus, the pipe radius is 0.5, the pipe length varies from zero to 5 and the spanwise coordinate varies from zero to $2\pi r_l$, where r_l is the interface radius. For all the cases presented, the film thickness was 0.04, which means r_l is 0.46.

The Reynolds number based on the friction velocity and on the gas kinematic viscosity was 360, which is equivalent to a bulk Reynolds number of about 5 10³. This value is small in comparison to practical applications. However, a DNS simulation cannot be easily extended much beyond this limit. No attempt was made to extend the validity of the results for higher values of the Reynolds number.

In all the cases presented the fluids were air and water at 20 °C. The air in the first two cases is at 10 bar and, in the last case, 1 bar. In the first case, no roughness effect was considered, so the shear-stress at the interface was solely that determined by the viscous effects. For the second case, the roughness model was applied and the expected feedback action was identified. The third case is intended to assess the effects for gravity in a horizontal flow.

Case 1

This is intended to be a reference case. It involves no additional shear-stress due to the surface roughness. The average streamwise velocity profile and Reynolds stresses are presented in Figure 2 and Figure 3, respectively. They show that the liquid film is only marginally affected by the turbulence in the gas core. Except for that, it can be

practically regarded as a laminar Couette flow. Tests ran with very different fluids properties show that the restriction of zero radial velocity at the interface strongly suppresses the turbulence in the film. The axial and circumferential shearstress communication at the interface promotes some velocity fluctuations in the film, but much weaker than in the core.



Figure 2: Case 1. Streamwise velocity profile. Values for one-phase flow are plotted for refference.



Figure 3: Case 1. Root-mean-square velocity fluctuations. Values for one-phase flow are plotted for refference.

A snapshot of the general aspect of the interface is presented in Figure 4, where the surface is coloured by the pressure difference between the liquid and the gas. The height is considered positive when the surface bends inwards (to the centre of the pipe), meaning the liquid is thicker at that point, and the external pressure is greater. The ΔP distribution presents, in all cases, a very "noisy" pattern, as should be expected from a turbulent flow. The surface heigh, on the other hand, features a much smoother appearance. The cause of this smoothing effect is that, in the solution of the Poisson equation (1), the high frequency components present in the pressure are filtered out, and only the low frequencies remain. Thus the low frequency components in the pressure field are relatively intensified. As an consequence of this effect, a one-period behaviour for the surface height in the y direction can be identified in Figure 4.

The surface height (η) is of the order of 8 10⁻³, which in wall units is equivalent to $\eta^+ \sim 3$. This is a small value for a roughness, so it can be considered contained within the

viscous sub-layer of the gas core, thus having little influence in shear-stress at the interface.

In many situations it has been found that the surface deformation is rather small. That is the reason for assuming 10 bar for the gas pressure in this case, since a smaller pressure would imply smaller gas density, which would further reduce the inertial effects and so the pressure fluctuations. This would narrow the surface height even more. As a general rule, for the same Reynolds number the higher the gas density, the more pronounced are the roughness effect, as should be expected from the Equation (2). However, because here we are interested mainly in exploring the feasibility of an interfacial function, the scaling rules were not assessed.



Figure 4: Case 1. Surface height. The surface is coloured by ΔP . The x coordinate was stretched by a factor of 50.

Case 2: interfacial function

Here the interfacial function was introduced. The corresponding shear-stress was added to the viscous shear-stress at the interface, and all the remaining conditions were kept identical to the Case 1. Most of the flow properties remain nearly unchanged, as the velocity profile and turbulent stresses presented before. The effects on the interface, however, are noticeable.

A snapshot of the interface shape is presented in Figure 5. The general aspect of the interface retains similarities with the Case 1, but the amplitude of the surface height is roughly twice as before. Also the one-period behaviour in the spanwise direction was reinforced. In this snapshot, a region of maximum surface height is observed near the bottom of the pipe. However, the maxima and minima have no preferential location. They change with time.

The feedback mechanism envisaged for this case is as follows. In the areas where the surface is higher, the additional shear-stress is also higher, what induces a pattern of liquid displacement in the vicinity. The liquid acceleration in the streamwise direction must be compensated by a lateral displacement, what is necessarily accompanied by pressure changes. In general, the areas of greater shear-stress gradients at the interface correspond to higher pressure zones in the liquid. This higher pressure, in turn, leads to an increase in the surface height, feeding back the process. This behaviour, however, is greatly influenced by the natural turbulent fluctuations, which make the velocity and pressure patterns less clear. For these reasons the precise phenomenology of this interface model is not completely explored.

The effect of this interfacial function is also observed in the average bulk velocity. For this case it is roughly 6% smaller than for the Case 1.



Figure 5: Case 2. Surface height. The surface is coloured by ΔP . The x coordinate was stretched by a factor of 50.

Case 3: interface function and gravity

Gravity was added to the horizontal flow. For this case, the air pressure was taken as 1 bar. Due to the higher liquid density, the pressure in the film at the bottom of the pipe is expected to be higher, in average, than the pressure in the core. According to the adopted approach, the surface height should also be higher at the bottom of the pipe.

For adding the gravity we take into account the magnitude of the Reynolds number being used. In a horizontal flow under the action of gravity, the film is subject to a balance between inertial and gravitational forces. Under the present conditions, due to the low Reynolds number, the gravitational effect is magnified. To compensate this, we take the Froude number as the scaling parameter, since it expresses a relation between inertial and gravitational forces. The Froude number is defined in (3), where *D* is the pipe diameter, *g*, the gravitational acceleration and u_{τ} is the friction velocity. With the present analogy, in order to roughly reproduce the Froude number found in practical applications, *g* was scaled down to 0.01 m/s².

$$Fr = \frac{u_{\tau}^2}{Dg} \tag{3}$$

The surface is shown in the Figure 6. As anticipated, the surface height is larger at the bottom of the pipe, being the dominant effect on shaping the interface. At the bottom, $\eta = 6.6 \ 10^{-2}$, which is equivalent to $\eta^+ \sim 24$.

In this figure, two effects are to be distinguished. First, the gravity gives the surface its cosine-like shape. On top of that, the turbulent fluctuations impose as pattern of additional roughness. For the present conditions, however, the gravity effect is dominant.

The bulk velocity for this case, in comparison to a similar case without gravity (not show here), was 2% smaller. Despite the surface height being relatively large, the lesser density of the gas tends to minimize the effect of the surface roughness.



Figure 6: Case 3. Surface height. The surface is coloured by ΔP . The x coordinate was stretched by a factor of 10.

CONCLUSIONS AND REMARKS

An interface function based on a local roughness model and surface tension was implemented in DNS code. This model was capable of providing a rough-like interface shape and intensify the momentum exchange between the phases.

This enforces the idea of combining a higher resolution technique (DNS in the present case) to a zero-dimensional

interface function with local effects. This approach is intended to be further developed on stronger physical grounds, including inertial effects present also at the interface. Also the use of large eddy simulation with a local roughness function, as used by van't Westende [6], will allow us to explore significantly higher Reynolds numbers.

BIBLIOGRAPHY

- K.J. Chu and A.E. Dukler, Statistical Characteristics of thin, wavy films, AIChE J., Vol. 31, No. 3, pp. 583-593, 1975.
- [2] G.B. Wallis, One dimensional two-phase flow, McGraw Hill, New York, 1969.

- [3] R.J. Belt, J.J.C. van't Westende and L.M. Portela, Prediction of the interfacial shear-stress in vertical annular flow, Int. J. of Multiphase Flow, 35, pp 689-697, 2009.
- [4] T. Fukano and T. Inatomi, Analysis of liquid film formation in a horizontal annular flow by DNS, Int. J. of Multiphase Flow, 29, pp 1413-1430, 2003.
- [5] J.G.M. Eggels, Direct and Large Eddy Simulation of Turbulent Flow in a Cylindrical Pipe Geometry, PhD. thesis, Delft University of Technology, Delft University Press, 1994.
- [6] J.M.C. van't Westende, R.J. Belt and L.M. Portela, Effect of secondary flow on droplet distribution and deposition in horizontal annular pipe flow, Int. J. of Multiphase Flow, 33, pp. 67-85, 2007.
CFD ANALISYS OF THE TWO-PHASE FREE-SURFACE FLOW IN A SCREW PUMP OIL SUPPLY SYSTEM OF RECIPROCATING COMPRESSORS

Marcus V. C. Alves, Antônio J. Lückmann, Jader R. Barbosa Jr.

Polo – Research Laboratories for Emerging Technologies in Cooling and Thermophysics Department of Mechanical Engineering, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brazil E-mail: jrb@polo.ufsc.br

ABSTRACT

This work presents a computational fluid dynamics (CFD) analysis of an oil pumping system for reciprocating compressors. The system is based on a single screw pump attached to the bottom end of the vertical rotating shaft immersed in the oil sump. The fluid flow in the pump was modeled using the commercial software Fluent© via the Volume of Fluid (VOF) Method. An evaluation of the effect of the pump geometric parameters on the pumped oil flow rate and on the 'climbing time', i.e., the time taken for a fluid particle to travel from the oil sump to the top of the shaft, is carried out. The numerical predictions were compared with experimental data.

INTRODUCTION

Lubrication is a major issue in compressor design because it is directly related to the mechanical losses, wear and reliability. In addition to sufficiently large oil flow rates, one requires that the lubricant oil becomes immediately available to the hydrodynamic bearings and to the piston-cylinder gap immediately after the motor start-up [1]. Since the geometry of oil pumping systems is generally too complex for local measurements of the oil flow parameters, one frequently resorts to numerical modeling of the fluid flow in the pump, shaft and bearings in order to obtain specific parameters of the oil flow in such systems.

A number of computational fluid dynamics (CFD) studies of oil pumping in hermetic compressors have been carried out in the open literature. Bernardi [2], Cho *et al.* [3], Cui [4] and Lückmann *et al.* [5] have investigated different types of pumping systems under transient and steady-state conditions in rotary and reciprocating compressors using commercial CFD software. Over time, these models have become increasingly more detailed and realistic with respect to the pumping system geometry used in the simulations. However, they still rely on a number of simplifying assumptions such as the absence of refrigerant dissolved in oil, isothermal conditions, constant physical properties etc. Although the simplifying assumptions help to keep the computational time at a tolerable level, this can still be considered very large and thus prohibitive for design and optimization purposes.

A typical compressor geometry is shown in Fig. 1, and the oil pumping system investigated in the present work is shown schematically in Fig. 2. As pointed out by Lückmann *et al.* [5], the pump design must be simple and efficient and, in some hermetic compressors, use is made of the actual rotation of the shaft as the driving force to overcome gravity and friction as oil is forced through the channels and passages to feed the shaft bearings. The lower part of the pumping system, which is partially immersed in the oil sump, consists of a single screw extruder with a fixed center pin and an

external rotating barrel. Viscous shear is the driving force for pumping the oil. After leaving the screw pump at the lower part of the system, the oil enters the shaft, where it flows through a helical groove machined on its outer surface and feeds the shaft bearings. From the top of the shaft, the oil is expelled to the internal crankcase environment and falls back to the sump in its lower part.



Figure 1. Compressor geometry.

The purpose of the present paper is to demonstrate the effectiveness of CFD modeling in predicting the main parameters of an oil supply system. The free-surface flow in the screw channels is solved via the VOF method. The calculated pumped mass flow rate is compared with experimental data obtained under standard conditions for temperature and pressure. An important result of the present analysis is the so-called 'climbing-time', i.e., the amount of time needed for a fluid particle to travel from the oil sump to the top of the shaft. This is of particularly significance as a

means of avoiding the contact between the sliding parts which may result in excessive friction and wear.



Figure 2. Geometry of the oil supply system.

FUNDAMENTALS OF THE VOF METHOD

The fundamentals of CFD modeling and of the VOF method are available through several references [6-8], and only the main features will be addressed here.

The phase interface position calculation in the VOF method consists of evolving the material volume associated with each phase through each computational cell as a function of time and of reconstructing the interface at each subsequent time step according to the solution of the equations of motion. In the Fluent© package, a solution algorithm similar to that presented by Scardovelli and Zaleski [9] is employed and the reader is referred to their work for further details regarding the fundamentals of the VOF method.

The movement of the two-phase interface is described by the phase volume fraction equation given by

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \chi = 0 \tag{1}$$

For an incompressible and isothermal flow, the equations of motion are given by

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \tag{2}$$

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\nabla p + 2\nabla \cdot \mu \tilde{D} + 2\sigma \kappa \delta_s \hat{n}$$
(3)

where \tilde{D} is the rate of deformation tensor. The last term on the RHS of Eq. (3) is due to surface tension and, in the literature, there are models specifically devised to deal with this term — for instance, the CSF (*Continuum Surface Force*) model [10]. In the VOF method, the physical properties, namely density and viscosity, are not continuous through the interface and are calculated respectively by the following expressions,

$$\rho = \rho_g \chi + \rho_l (1 - \chi) \tag{4}$$

$$\mu = \mu_g \chi + \mu_l (1 - \chi) \tag{5}$$

CFD MODELING OF THE SYSTEM

The grid mesh generated in the geometry of Fig. 2 is composed of approximately 100,000 tetrahedral volumes, and the domain is decomposed into two parts in the same way as performed by Lückmann et al. [5], with an oil sump (static domain) and an oil pump assembly (pump + shaft) which is a rotating domain (moving mesh). The boundary conditions for the mass and momentum conservation equations were set as follows: (i) no slip between the fluids and the walls; (ii) prescribed pressure on the sump free-surface, at the upper reservoir oil exit and at the shaft degassing orifice; (iii) angular velocity of the walls of the pump and the shaft (except for the centering pin and the shaft journal bearing surface) were set to the angular velocity of the electrical motor (moving mesh domain); (iv) all the remaining surfaces and interfaces between domains were set stationary. The initial condition is such that the oil and the vapor were stationary before the startup of the electrical motor. The shaft has the final steady-state angular speed once it is set in motion, i.e., its initial acceleration is infinite.

INTERPOLATION SCHEMES, COUPLING SCHEMES AND SIMULATION CONDITIONS

A QUICK (Quadratic Interpolation) scheme was used for discretizing the momentum equation and a body force weighted scheme for the pressure interpolation. A geometric reconstruction (PLIC – Piecewise Linear Interface Construction) scheme was used for the reconstruction of the interface between the oil and the vapor in the VOF model [9]. The PISO (pressure-implicit with splitting of operators) algorithm [11] was used for the pressure-velocity coupling, because it presents better convergence rate with the small time steps used. The convergence criteria for all the variables were set as 10^{-4} RMS error.

The following simplifying assumptions have been adopted:

- i. There is no refrigerant dissolved in oil;
- ii. Isothermal flow condition;
- iii. Constant physical properties for each fluid;
- iv. Infinite acceleration of the compressor shaft at startup;
- v. A radial clearance of 250 µm between the shaft and the compressor block in the middle part of the shaft, separating the journal bearings, has been neglected [5];

vi. A radial clearance of 100 µm between the screw pump flights and the center pin was neglected (Fig. 3);





Figure 3. Detail of pump clearance geometry.

The conditions and physical properties for the numerical simulations are as follows:

- i. Submerged fraction of the tip of the pump: 15 mm;
- ii. Refrigerant vapor density: 1.98 Kg/m³;
- iii. Refrigerant vapor viscosity: 8.9477×10^{-6} Pa.s;
- iv. Oil density: 825 kg/m³;
- v. Oil viscosity: 1.7647×10^{-3} Pa.s;
- vi. Surface tension: 0.030 N/m;

In all computations double precision has been used, the time step was set to 100 μ s and the flow has been considered entirely laminar.

RESULTS AND DISCUSSIONS



Figure 4. Volumetric oil fraction as function of time. (Dimensionless time a) 0.0; b) 2.08; c) 4.16; d) 6.67; e) 8.33; f) 10.00; g) 11.67; h) 15.00)

Figure 4 shows the temporal evolution of the oil volume fraction for eight (8) different times. In the last four frames, it is shown that the shaft channel cross-section is not quite fully occupied with oil. Since the shaft channel takes some time to be completely filled by the oil, one can expect that the oil flow rate also takes some time to reach steady-state, as will be shown next.

Figure 5 shows the oil flow rate curve obtained by the CFD simulation as function of time. There is a satisfactory agreement between the experimental result and the numerical prediction. The oil takes approximately 8.3 dimensionless units of time to get to the first shaft bearing (located slightly after the channel inlet) and about 10 units to get to the shaft outlet (the climbing time). It is also noticeable that the oil flow rate takes a considerable amount of time to reach the maximum flow rate (about 25 units of time). As seen above in Fig. 4, this is due to the large value of the screw pitch in the shaft channel, which causes a delay in the delivery of lubricant to the shaft bearings following the electric motor start-up.



Figure 5. CFD dimensionless oil flow rate predictions as function of time for the original geometry.

In order to reduce the time taken for the pumped mass flow rate to reach steady-state, a modification of the geometry of the shaft channel has been proposed and implemented numerically. The modified geometry (shown in Fig. 6) has a smaller screw pitch to allow for a higher flow rate and to provide more immediately the full oil flow rate to all sliding surfaces (such as piston-cylinder gap, and all journal bearings).

Figure 7 shows the pumped oil flow rate predictions of the CFD model as a function of time for the same shaft speed as in the previous case. A time lag between the flow rates calculated at the pump inlet, shaft channel inlet and shaft channel outlet is clearly observed. The experimental datum for the oil flow is also shown in the figure, where the CFD results at steady-state are seen to underpredict it by approximately 15%. A dimensionless climbing time of approximately 13.75 can be inferred from the CFD results, which is significantly less than the climbing time observed for the shaft channel geometry with a larger value of the screw pitch.



Figure 6. Modified geometry of the oil pumping system.



Figure 7. CFD dimensionless oil flow rate predictions as function of time for the modified geometry.

Figure 8 shows the evolution of the volume fraction with time for the modified geometry. As can be seen, the oil fills the cross-section of the shaft channel faster, and only a minor part of the channel is filled with refrigerant vapor toward the end of the simulation. This is in contrast with the original geometry which takes more time to deliver its full flow rate to the channel outlet.

A comparison between the two geometries shows that the original one presented a dimensionless climbing time of 20, while the modified geometry presented a dimensionless climbing time of approximately 14. This 30% reduction is crucial for the long term operation of the compressor. Moreover, the improvement in the climbing time is accompanied by an equally remarkable increase of 30% in the maximum oil flow rate of the system.

CONCLUSIONS

In this paper we presented the CFD analyses of a screw based oil supply system use in hermetic household compressors. The CFD analyses of the original oil supply system geometry have provided insights on how to improve two extremely important oil flow parameters: the climbing time and the oil flow rate. Both parameters have been improved through a slight modification of the geometry in the region called feeding channel.

The geometric modification was a decrease in the screw channel pitch which allowed for a smoother oil flow in such region. The main improvement is the fact that the maximum oil flow rate increases by 30%, and is attained in 30% less time than in the original geometry.



Figure 7. Volumetric oil fraction as function of time. (Dimensionless time a) 0.0; b) 1.25; c) 5.67; d) 8.34; e) 10.41; f) 13.75.)

ACKNOWLEDGEMENTS

The material presented in this paper is a result of a longstanding technical-scientific partnership between the Federal University of Santa Catarina (UFSC) and Embraco. The authors are indebted to CNPq and FINEP for additional financial support. The first author (Marcus Alves) thanks the CNPq for a PhD scholarship.

NOMENCLATURE

Symbol	Description	SI Unit
Р	Pressure	(N/m^2)
Т	Time	(s)
U	Velocity	(m/s)
Χ	Volumetric phase fraction	(-)
μ_{q}	Gas dynamic viscosity	(Pa.s)
μ_l	Liquid dynamic viscosity	(Pa.s)
ρ_{σ}	Gas mass density	(kg/m^3)
Ť	Time	(s)
U	Velocity	(m/s)
ρ_l	Liquid mass density	(kg/m^3)
Σ	Surface tension	(N/m)

REFERENCES

- [1] Prata, A.T., Barbosa, Jr. J.R., 2009, Role of the thermodynamics, heat transfer and fluid mechanics of lubricant oil in hermetic reciprocating compressors, *Heat Transfer Engineering* 30: 533-548.
- [2] Bernardi, J.D., 2000. CFD simulation of a scroll compressor oil pumping system. *Proc. Int. Compressor Engineering Conference at Purdue 2000*: 707-714.
- [3] Cho, H., Yoo, B., Kim, Y., Chung, J.T., 2002. CFD simulation on the oil pump system of a variable speed

scroll compressor. *Proc. Int. Compressor Engineering Conference at Purdue 2002*: Paper C24-1, CD-ROM.

- [4] Cui, M., 2004. Investigation on the oil supply system of a scroll compressor. *Proc. Int. Compressor Engineering Conference at Purdue 2004*: Paper C93, CD-ROM.
- [5] Lückmann A.J., Alves, M.V.C. and Barbosa Jr., J.R., 2009. Analysis of oil pumping in a reciprocating compressor. *Applied Thermal Engineering* 29: 3118-3123.
- [6] Versteeg, H.K., Malalasekera, W., 1995, An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method, Pearson Prentice-Hall.
- [7] Prosperetti, A. and Tryggvason, G., 2009.
 Computational Methods for Multiphase Flow.
 Cambridge University Press.
- [8] Shyy W., Udaykumar, H., Rao, M.M., Smith, R.W., 1996. Computational fluid dynamics with moving boundaries. London: Taylor & Francis.
- [9] Scardovelli, R., Zaleski, S., 1999. Direct numerical simulation of free-surface and interfacial flows. *Annual Review of Fluid Mechanics* 31: 567-603.
- [10] Fluent 6.2, 2005, User Manual, Fluent Inc.
- [11] Issa, R.I., 1986. Solution of the implicitly discretized fluid flow equations by operator splitting. *Journal of Computational Physics* 62: 40-65.

CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DO ESCOAMENTO BIFÁSICO HORIZONTAL EM PADRÃO DE GOLFADAS

Roberto Carlos Chucuya¹, Roberto Fonseca Jr², Angela O. Nieckele¹, Luis Fernando A. Azevedo¹

¹Dept. Eng. Mecânica, PUC-Rio, 22453-900, Rio de Janeiro, RJ, BR roberto_chucuya@aluno.puc-rio.br, nieckele@puc-rio.br, Lfaa@puc-rio.br ²CENPES, Petrobras, Rio de Janeiro, RJ, BR, robertofonseca@petrobras.com.br

RESUMO

O presente trabalho apresenta a análise de um escoamento bifásico água-ar em padrão de golfadas, ao longo de uma tubulação horizontal. O escoamento é determinado utilizando uma formulação unidimensional baseada no Modelo de Dois Fluidos. Os principais parâmetros para a caracterização do escoamento no regime estatisticamente permanente como comprimento e velocidade da golfada do líquido foram comparados com dados experimentais. Boa concordância foi obtida para os comprimentos e velocidade da golfada líquida.

INTRODUÇÃO

Na indústria do petróleo, o escoamento bifásico intermitente em regime de golfada é freqüentemente encontrado, como nas linhas de transporte e produção de óleo e gás. Este padrão de escoamento também é encontrado em aplicações indústrias como geradores de vapor em usinas de potência, sistemas de refrigeração em usinas nucleares, processamento de alimentos e muitos outros.

Devido à sua natureza transiente, escoamentos em golfadas podem produzir danos severos às linhas e equipamentos de processamento, o que tem motivado um esforço continuado de pesquisa com o objetivo de prever o comportamento deste complexo padrão de escoamento.

Golfadas podem se formar devido ao crescimento natural de pequenas flutuações na interface gás-líquido de um escoamento estratificado (mecanismo de Kelvin-Helmholtz) e/ou pelo acúmulo de líquido em vales de terrenos irregulares [1]. A coaslecência de ondas também tem sido observada como um importante mecanismo na formação de golfadas, especialmente a altas vazões de gás em tubulações horizontais [2]. Os parâmetros mais significativos para caracterizar o escoamento em golfada são a distribuição das fases líquida e gasosa, a velocidade do líquido e suas flutuações, a freqüência de passagem de bolhas (ou o comprimento da golfada) e as características turbulentas do transporte de quantidade de movimento, massa e energia na interface. Devido ao caráter intermitente e irregular do escoamento, estes parâmetros apresentam variações temporais, e o conhecimento de valores médios destas grandezas nem sempre é suficiente para o projeto de equipamentos, sendo necessário também o conhecimento de informações estatísticas. Por exemplo, o projeto de recebedores de golfadas (slug catchers) deve ser baseado na golfada mais longa e não na golfada média. De acordo com Fabre e Liné [3], o comprimento médio das golfadas em tubulações horizontais é da ordem de 15 a 40 vezes o diâmetro do duto, independendo das propriedades físicas dos fluidos ou das velocidades de entrada. Barnea e Taitel [4] ressaltam que pode haver uma grande variância na distribuição dos comprimentos das golfadas, em relação ao valor médio.

Diversos estudos numéricos e experimentais podem ser encontrados na literatura visando analisar as grandezas estatísticas associadas com o padrão de golfadas [5-7]. Correlações e observações experimentais para as principais propriedades das golfadas são extremadamente importantes para validar os resultados obtidos numericamente. De um modo geral, os modelos desenvolvidos são restritos a algumas características particulares, como tipo de fluido, dimensões da tubulação, etc.

No presente trabalho, determinou-se numericamente com o Modelo de Dois Fluidos, o escoamento bifásico ar-água no padrão de golfada, em uma tubulação horizontal. Comparouse os principais parâmetros que caracterizam as golfadas como seu comprimento e velocidade de translação, para um regime estatisticamente permanente com medidas experimentais de estatísticas turbulentas, obtendo-se boa concordância.

MODELAGEM MATEMÁTICA

O Modelo de Dois Fluidos consiste em um conjunto de equações de conservação para cada fase [8]. No presente trabalho, considerou-se uma formulação uni-dimensional, sendo as equações do modelo obtidas através de um processo de média na seção transversal do fluxo do escoamento. Considerou-se o escoamento isotérmico ao longo de um duto horizontal, sem transferência de massa entre as fases. Considerou-se ainda, pressão uniforme na seção transversal e igual para as duas fases.

A fase líquida foi modelada como incompressível, enquanto a fase gasosa segue a lei dos gases ideais, $\rho_G = p_G/(R_G T_G)$.

A soma das frações volumétricas de cada fase deve respeitar a equação de restrição

$$\alpha_{\rm G} + \alpha_L = 1. \tag{1}$$

As equações de conservação de cada fase são:

Conservação de Massa:

$$\frac{\partial(\rho_G \,\alpha_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \,\alpha_G \,U_G)}{\partial x} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial(\rho_L \alpha_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \alpha_L U_L)}{\partial x} = 0$$
(3)

Conservação de Quantidade de Movimento Linear:

$$\frac{\partial(\rho_G \,\alpha_G U_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \,\alpha_G U_G^2)}{\partial x} = -\alpha_G \frac{\partial p_{iG}}{\partial x} - \alpha_G \,\rho_G \,g \frac{\partial h_l}{\partial x} \cos\beta - \alpha_G \,\rho_G \,g \sin\beta - \frac{\tau_w G S_G}{A} - \frac{\tau_i S_i}{A} \tag{4}$$

$$\frac{\partial(\rho_L \alpha_L U_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \alpha_L U_L^2)}{\partial x} = -\alpha_L \frac{\partial p_{iL}}{\partial x} - \alpha_L \rho_L g \frac{\partial h_l}{\partial x} \cos\beta - \alpha_L \rho_L g \sin\beta - \frac{\tau_{wL} S_L}{A} + \frac{\tau_i S_i}{A}$$
(5)

O processo de média leva a termos que requerem equações de fechamento para a determinação de τ_{wL} , $\tau_{wG} \in \tau_i$, os quais representam as tensões cisalhantes líquido – parede, gás – parede e líquido – gás, respectivamente.

Equações de fechamento

Para determinação das tensões cisalhantes, considerou-se escoamento hidrodinamicamente desenvolvido, tal que

$$\tau_{wG} = \frac{f_G}{2} \rho_G U_G |U_G| \quad ; \quad \tau_{wL} = \frac{f_L}{2} \rho_L U_L |U_L| \tag{6}$$

$$\tau_i = \frac{f_i}{2} \rho_G \left(U_G - U_L \right) \left| U_G - U_L \right| \tag{7}$$

Existe uma série de correlações disponíveis na literatura para a determinação do fator de atrito *f*. De acordo com recomendação de Issa e Kempf [9], utilizou-se neste trabalho as correlações indicadas na Tabela 1.

	$\mathbf{Re}_{G}, \mathbf{Re}_{L}, \mathbf{Re}_{i} \le 2100$ (Laminar)	$\mathbf{Re}_{G}, \mathbf{Re}_{L}, \mathbf{Re}_{i} > 2100$ (Turbulento)
f_L	24/ Re _{sL}	$0,0262(\alpha_l \operatorname{Re}_{sL})^{0,139}$
f_G	16/ Re _G	$0,046(\mathbf{Re}_G)^{-0,25}$
f_i	16/ Re _G	$0,046(\mathbf{Re}_i)^{-0,25}$

Tabela 1 – Fórmulas para o cálculo do fator de atrito.

Nas equações apresentadas na Tabela 1, os números de Reynolds \mathbf{Re}_{sL} , $\mathbf{Re}_G \in \mathbf{Re}_i$ são definidos, de acordo com Taitel e Dukler [1] como:

$$\mathbf{Re}_{sL} = \frac{\rho_L U_{sL} D}{\mu_L} \quad ; \mathbf{Re}_G = \frac{4A_G U_G \rho_G}{(S_G + S_i)\mu_G} \tag{8}$$

$$\operatorname{Re}_{i} = \frac{4A_{G}|U_{G} - U_{L}|\rho_{G}}{(S_{G} + S_{i})\mu_{G}}$$
(9)

onde os números de Reynolds do gás e da interface são baseados no diâmetro hidráulico do gás, calculado através de sua área de escoamento, A_G , e perímetro molhado, S_G . Além disso, μ é a viscosidade dinâmica da fase, D é o diâmetro da tubulação e U_{sL} é a velocidade superficial do líquido, definida como $U_{sL} = \alpha_L U_L$.

APARATO EXPERIMENTAL

A Figura 1 ilustra esquematicamente a seção de teste construída para realizar os experimentos. Um duto de acrílico com 24mm de diâmetro, e 10 metros de comprimento foi montado em uma estrutura rígida de aço que pode girar em torno de um pivot de forma a produzir inclinações entre 0 e +10° com a horizontal. No entanto, neste trabalho, somente são apresentados os resultados para os casos horizontais. O comprimento da tubulação foi definido de forma a garantir a formação de golfadas estáveis. Água foi bombeada de um reservatório através da seção de teste em circuito fechado, utilizando uma bomba de cavidades progressivas. Ar foi introduzido na seção de teste através de um ventilador centrifugo. Rotâmetros calibrados foram utilizados para medir as vazões de ar e água. O ar e a água foram misturados em uma junção em Y posicionada na entrada do tubo de acrílico. Após passar pela seção de teste, a mistura bifásica retornava ao reservatório, onde as fases eram separadas com a ajuda de uma entrada tangencial. A Figura 1a ilustra a seção de teste, indicando as trajetórias dos escoamentos de ar e água.

A seção de medida era localizada a 350 diâmetros da entrada da tubulação. A Figura 1b ilustra os três componentes utilizados nos experimentos para a implementação das três técnicas óticas empregadas nos testes: PIV (velocimetria por imagem), LIF (fluerescência induzida por laser) e PST (técnica de sombra pulsada). Maiores detalhes podem ser obtidos em [7].



(a) seção de teste



(b) Componentes do sistema de medição Figure 1– Aparato experimental.

MÉTODO NUMÉRICO

As equações de conservação foram discretizadas utilizando o método dos volumes finitos, o qual consiste em integrar as equações de conservação em cada volume de controle. Utilizou-se malha deslocada para as velocidades, enquanto todas as grandezas escalares foram armazenadas no ponto nodal central. Os termos convectivos foram integrados com a aproximação *upwind*, enquanto que a integração temporal foi realizada com um esquema totalmente implícito de Euler. O acoplamento velocidade-pressão foi resolvido utilizando o método PRIME modificado [10]. A solução do sistema algébrico foi realizada com ao algoritmo TDMA.

Um teste de malhas foi realizado, e uma malha com 1000 pontos foi selecionada, por apresentar diferenças inferiores a 5%. O passo de tempo foi definido de forma a manter o número de Courant, $C = u\Delta t/\Delta x$ menor do que 1.

RESULTADOS E CONCLUSÕES

A simulação numérica foi realizada em uma tubulação igual à utilizada nos experimentos,. Considerou-se o ar a T=298 K, sendo a constante de gás R_G igual a 287 N m /(kg K) e viscosidade absoluta μ_G igual a 1,790×10⁻⁵ Pa.s. A massa específica da água ρ_L foi definida como 998,2 kg/m³, e sua viscosidade absoluta μ_L igual a 1,003×10⁻³ Pa.s. A pressão na saída foi mantida constante e igual à pressão atmosférica.

A Figura 2 ilustra uma unidade básica de golfada, a qual consiste de uma região de golfada líquida de comprimento L_s e de uma região de filme líquido de comprimento L_{f} . A golfada unitária possui comprimento $L = L_s + L_f$. A frente da golfada se move com velocidade U_T enquanto a cauda (ou nariz da bolha) possui velocidade U_B . A velocidade média U_M da golfada líquida é igual à soma da velocidade superficial do gás e líquido ($U_M = U_{sG} + U_{sL}$).



Figura 2 - Célula unitária de uma golfada

Três casos foram selecionados para serem apresentados aqui, os quais são caracterizados por diferentes velocidades superficiais de líquido $U_{sL} = 0,295$ m/s (caso1); $U_{sL} = 0,393$ m/s (caso 2) e $U_{sL} = 0,516$ m/s (caso 3), para uma velocidade superficial do gás ($U_{SG} = 0,788$ m/s).

Os campos instantâneos de velocidade da fase líquida foram medidos com a técnica de velocimetria por imagem de partículas (PIV) e fluorescência induzida por laser (PLIF), sendo as grandezas estatísticas determinadas por meio de interruptores ópticos [7]. A incerteza média esperada para as medidas foi da ordem de 5%

Cálculo dos Parâmetros Médios das Golfadas

As propriedades das golfadas (comprimento, velocidade e freqüência) são medidas numericamente em diversas posições fixas na tubulação e comparadas com os valores medidos experimentalmente, e são apresentados em termos das médias destes parâmetros.

A velocidade de cada golfada é obtida medindo-se o intervalo de tempo levado para percorrer uma determinada distância entre dois pontos pré-definidos (x_1 e x_2 , por exemplo). O espaçamento entre os pontos foi tomado como 10*D* (uma análise de sensibilidade foi realizada, variando-se esta distância para 5*D* e 15*D*, porém nenhuma diferença foi observada). Assim, quando a variável fração volumétrica de gás cai a níveis menores do que 0,02, um contador de intervalos de tempo é acionado. A contagem continua até que a fração volumétrica na segunda posição atinja valores abaixo de 0,02, i.e., quando a golfada atinge a posição x_2 . Desta forma:

$$U_{t,n} = \frac{x_2 - x_1}{\sum \Delta t} \tag{10}$$

Para calcular o comprimento de cada golfada passando pela posição x_2 , a fração volumétrica de gás é continuamente monitorada, de forma a identificar os instantes em que a frente e a cauda da golfada atingem esta posição. Quando um valor inferior a 0,02 é atingido, detecta-se a chegada da frente da golfada. Um novo contador de intervalos de tempo é iniciado, até que a fração volumétrica de gás na segunda posição atinja novamente valores maiores do que 0,02, marcando o momento de chegada da cauda da golfada a x_2 . Com a velocidade de translação anteriormente determinada, pode-se calcular o comprimento da golfada passando por x_2 através de:

$$L_{S,n} = U_{t,n} \sum_{f \to c} \Delta t \tag{11}$$

onde $f \in c$ denotam "frente", e "cauda" da golfada, respectivamente.

Para calcular os valores médios de cada um dos parâmetros (velocidade, comprimento e freqüência), uma média aritmética é realizada de acordo com as seguintes expressões:

$$\left\langle U_t \right\rangle = \frac{\sum_{n=1}^{N} U_{t,n}}{N}, \quad \left\langle L_S \right\rangle = \frac{\sum_{n=1}^{N} L_{S,n}}{N}$$
(12)

onde N é o número de medidas realizadas.

Comprimento das Golfadas

A evolução do comprimento médio das golfadas ao longo da tubulação é mostrado na Fig. 3 para o Caso 1, onde podese observar que inicialmente o crescimento é rápido até que a partir de uma distância de 5 m da entrada da tubulação já não são observadas grandes variações do comprimento, i.e., a golfada atinge um comprimento aproximadamente constante $Ls/D\sim25$. Este resultado indica que os processos de crescimento e dissipação das golfadas ocorrem principalmente na região da entrada da tubulação.



Figura 3 – Evolução do Comprimento médio das golfadas. Caso1: $U_{sL} = 0,295$ m/s e $U_{sG} = 0,788$ m/s

A Tabela 2 apresenta o comprimento médio das golfadas, determinado numericamente e medido experimentalmente, para os três casos considerados, onde nota-se que o mesmo encontra-se na faixa de 12 a 26 *D*, concordando com os resultados observados experimentalmente por Dukler e Hubbard [11] Ls = 12 - 24D, Andreussi e Bendiksen [12] Ls = 12 - 30D e He [13], Ls = 10 - 34D.

1 abela 2 - Comprimento medio das gonadas fiquid	omprimento médio das golfadas líquic	golfadas	das	médio	primento	- Com	la 2 –	Tabela
--	--------------------------------------	----------	-----	-------	----------	-------	--------	--------

Casos	Experimental	Numérico
	Ls / D	Ls/D
1	19,4	25,3
2	16,2	22,2
3	15,7	12,4

As Figuras 4 a 6 apresentam os histogramas obtidos experimentalmente e numericamente para os comprimentos das golfadas para os três casos.



Figura 4 – Distribuição do comprimento médio das golfadas experimental e numérico. Caso 1.

Analisando as Figs. 4 a 6, observa-se claramente o caráter aleatório do escoamento, com uma grande gama de comprimentos, concordando com a literatura [3]. A distribuição prevista numericamente apresenta faixa maior de comprimentos, mas ainda assim os resultados podem ser considerados satisfatórios.



Figura 5 – Distribuição do comprimento médio das golfadas experimental e numérico. Caso 2.



Figura 6 – Distribuição do comprimento médio das golfadas experimental e numérico. Caso 3.

Velocidade de Translação da Golfadas

Nicklin et al. [13] propôs a seguinte correlação para avaliar a velocidade de translação da bolha (ou cauda da golfada)

$$U_t = C_o U_M + U_d \tag{14}$$

onde U_d é a velocidade de deslizamento e U_M é a velocidade de mistura ($U_M = U_{sG} + U_{sL}$). Bendiksen, utilizando uma base dados experimentais para diversas vazões, estimou o valor de C_0 e a velocidade de deslizamento U_d em função do número de Froude, $Fr_M = U_M/(g D)^{0.5}$, sendo o número de Froude crítico $Fr_c=3.5$

$$Fr_M > Fr_{crit} \Rightarrow C_o = 1.2, U_d = 0,$$
 (15)

$$Fr_M \leq Fr_{crit} \Rightarrow C_o = 1.05, U_d = 0.54\sqrt{gD}$$
 (16)

Para os casos analisados, o número de Froude baseado na velocidade de mistura encontra-se na faixa de [2,32 - 2,69] logo o coeficiente *Co* é 1,05. A velocidade média de translação da frente das golfadas é comparada na Tabela 3 com a correlação Bendiksen [12]. Esta correlação é válida para a cauda da golfada, porém, é comparada aqui com os valores obtidos numericamente para a velocidade média de translação da frente da golfada, com o intuito de comparar o erro na determinação deste parâmetro no presente estudo.

Analisando a Tabela 4 observa-se que para os três casos, o valor previsto numericamente encontra-se próximo ao valor definido pela correlação de Bendiksen, com um erro máximo de 12,5%.

Tabela 3 - Velocidade média das golfadas líquidas

Casos	U _M (m/s)	Co (Bendiksen 1984)	<i>Co</i> (Numérico)	Erro (%)
1	1.083	1.05	0.987	6,0
2	1.181	1.05	0.919	12,5
3	1.304	1.05	0.964	8,2

A Figura 7 ilustra o comportamento da velocidade média da frente e cauda da golfadas ao longo da tubulação, correspondente aos casos 1 e 2. Quando uma golfada se forma, a velocidade da frente é maior que a velocidade da cauda da golfada, após da aceleração inicial, as velocidades da frente e da cauda das golfadas diminuem ao longo da tubulação, até estabilizarem em valores aproximadamente constantes e muito próximos daquele previsto pela correlação de Bendiksen [12]. Como esperado, isto ocorre para as mesmas distâncias necessárias para que o comprimento atinja um valor aproximadamente estável. Como próximo à entrada a velocidade da frente da golfada é maior do que a cauda da golfada, ocorre uma coalescência das golfadas, induzindo a um crescimento do seu comprimento, como observado na Fig. 3).

A Figura 8 fornece uma comparação entre os valores das velocidades de translação das golfadas obtidos numericamente e com a correlação de Bendiksen [12] para as diversas velocidades de mistura utilizadas. Uma boa concordância foi obtida, uma vez que todos os pontos se situam numa faixa de 15 % em relação à correlação.



Figura 7 – Evolução da velocidade média da frente e cauda da golfadas ao longo da tubulação



Figura 8 – Evolução da velocidade média da frente e cauda da golfadas ao longo da tubulação

A Tabela 4 apresenta a comparação entre a velocidade de translação da golfada líquida obtida experimentalmente U_{TE} e a determinada numericamente U_{TN} . Pode-se notar que para esta grandeza obteve-se uma excelente concordância, com a diferença máxima entre as duas estimativas de somente 0,83%; e esta diferença cai com o aumento da velocidade de mistura.

Tabela 4 - Velocidade média das golfadas líquidas

Casos	U_M	U_{TE}	U_{TN}	Erro
	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(%)
1	1,083	1,32	1,331	0,83
2	1,181	1,35	1,347	0,22
3	1,304	1,52	1,518	0,13

CONCLUSÕES

Investigou-se numericamente e experimentalmente o escoamento no padrão de golfadas em uma tubulação horizontal. Grandezas estatísticas como velocidade e comprimento da golfada foram determinadas. Uma boa concordância foi obtida entre os valores medidos experimentalmente e obtidos com o Modelo de Dois Fluidos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e Petrobras pelo suporte durante o desenvolvimento deste trabalho.

NOMENCLATURA

- A Área da seção transversal da tubulação
- D Diâmetro da tubulação
- *Co* Parâmetro de distribuição
- f Fator de fricção
- Fr Número de Froude
- g Aceleração da gravidade
- *Ls* Comprimento das golfadas
- P_{iG} Pressão interfacial e da fase gasosa
- *R_G* Constate do gás
- Re Número de *Reynolds*
- *S* Perímetro molhado
- T Temperatura
- Ud Velocidade de "drift"
- U_M Velocidade da mistura
- Us KVelocidade superficial da fase K
- *Ut* Velocidade de translação da golfada

Símbolos gregos

- α Fração volumétrica da fase
- β Ângulo de inclinação da tubulação
- μ Viscosidade dinâmica
- ρ Massa específica
- τ Tensão de cisalhamento

Subscritos

- G Gás
- *i* Interface
- L Líquido
- M Média
- s Superficial

REFERÊNCIAS

[1] Y. Taitel and A. E. Dukler, A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal pipes, AIChE Journal, vol. 22, pp. 47-55, 1976.

- [2] B. D. Woods, Z. Fan, T. J. Hanratty, Frequency and development of slugs in a horizontal pipe at large liquid flow, *Int. Journal of Multiphase Flow*, vol. 32, pp. 902-925, 2006.
- [3] J. Fabre, A. Line, Modeling of two-phase slug flow. Ann. Rev. Fluid Mech. 24, pp. 21–46, 1992.
- [4] D.Barnea, Y.Taitel, A model for slug length distribution in gas–liquid slug flow. Int. J. Multiphase Flow 19, pp. 829–838, 1993.
- [5] M. Cook, M. Behnia, Slug length prediction in near horizontal gas-liquid intermittent flow, Chem. Eng. Sci, vol. 55, pp. 2009-2018, 2000
- [6] X. Want, L. Guo, X. Zhang, An experimental study of the statistical parameters of gas-liquid two-phase slug flow in horizontal pipeline, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 50, pp. 2439-2443, 2007
- [7] R. Fonseca Jr, J.M. Barras Jr, L. F. A. Azevedo, Liquid velocity field and bubble shape measurements in Two-phase, horizontal slug flow, Proceedings of COBEM 2009, Gramado, RS Brasil, COB09-245, 2009.
- [8] Ishii, M. Thermo–Fluid Dynamic Theory of Two– Phase Flow. Collection de la Direction des Etudes et Researches d'Electricite de France. Eyrolles, Paris, France (1975).
- [9] R. I. Issa and M.H.W. Kempf, Simulation of slug flow in horizontal and nearly horizontal pipes with the two– fluid model. *Int. J. of Multiphase Flow*, vol. 29, pp. 69–95, 2003.
- [10] A. J. Ortega; A. O. Nieckele, Simulation of horizontal two-phase slug flows using the two-fluid model with a conservative and non-conservative formulation. Anais do Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica. Ouro Preto, MG, 2005.
- [11] A.E. Dukler, M.G. Hubbard, A model for gas-liquid slug flow in horizontal and near horizontal tubes, Ind. Eng. Chem. Fundam., 14, pp. 337-345, 1975.
- [12] P. Andreussi, K. Bendiksen, An investigation of void fraction in liquid slugs for horizontal and inclined gas-liquid pipe flow, Int. J. Multiphase Flow, 15(6), pp.937-46, 1989.
- [13] L.M. He, An investigation of the characteristics of oilgas two-phase slug flow in horizontal pipes, Thesis (Ph. D), Xi'an Jiaotong Univ., 2002.
- [14] D.Nicklin, J.Wilkes, J.Davidson, Two-phase flow in vertical tubes. Trans.Inst.Chem.Engrs. 40, pp.61-68, 1962.

STATISTICAL CHARACTERIZATION OF THE TWO PHASE SLUG FLOW IN A HORIZONTAL PIPELINE

Roberto Carlos Chucuya¹, Roberto Fonseca², Angela O. Nieckele¹, Luis Fernando A. Azevedo¹

¹Dept. Eng. Mecânica, PUC-Rio, 22453-900, Rio de Janeiro, RJ, BR roberto_chucuya@aluno.puc-rio.br, nieckele@puc-rio.br, Lfaa@puc-rio.br ²CENPES, Petrobras, Rio de Janeiro, RJ, BR, robertofonseca@petrobras.com.br

ABSTRACT

This paper presents the analysis of a two-phase flow pattern of the air-water slug flow along a horizontal pipe. The flow is determined based on the one-dimensional Two-Fluid Model. The main parameters for characterizing the statitiscally steady flow regime such as slug length and speed were compared with experimental data and good agreement was obtained.

Mecanismos de Instabilidade em Escoamento Gás-Líquido Estratificado

Eduardo Ferreira Gaspari, Antonio Carlos Bannwart

*UNICAMP – Faculdade de Engenharia Mecânica – Depto. de Engenharia de Petróleo Cidade Universitária – B. Geraldo – 13087-500 – Campinas, SP {gaspari, bannwart}@dep.fem.unicamp.br

RESUMO

Apresenta-se uma revisão acerca do critério de Kelvin-Helmholtz (KH) comumente utilizado para se determinar a região de transição do escoamento estratificado para uma condição de escoamento em golfadas ou *roll-waves*. São discutidas duas maneiras de se trabalhar com este critério. A mais usual é a que trata da análise de uma solução linear das equações que governam o escoamento estratificado visando determinar as condições em que a frequência que define esta solução apresenta termos complexos. O segundo enfoque para o critério KH se baseia na competição entre ondas cinemáticas e dinâmicas. Estas duas maneiras de se abordar a questão da estabilidade do escoamento estratificado levam aos mesmos resultados. Utilizando a abordagem de comparação entre as velocidades de propagação de ondas, discute-se o aparente paradoxo no qual em fluidos muito viscosos, os critérios viscoso e invíscido de KH levam a resultados muito similares na determinação dos limites de estabilidade para o escoamento estratificado.

INTRODUÇÃO

No escoamento multifásico em tubulações, os fluidos, distinguidos por fases, encontram certa liberdade em se dispor espacialmente no interior do duto. Esta disposição das fases no interior de uma tubulação é denominada de arranjo ou padrão. Um arranjo depende de condições e parâmetros de escoamento, tais como pressão, vazão, inclinação e diâmetro do duto, além das propriedades físicas das fases (densidade, viscosidade, tensão superficial).

O escoamento estratificado gás-líquido representa uma disposição espacial das mais simples em escoamento multifásico. Uma questão de fundamental importância é definir em que condições de escoamento esse arranjo deixa de se encontrar em uma condição estável. Os limites de estabilidade definem as condições operacionais em que novas disposições de fases são estabelecidas no duto. No caso do escoamento estratificado, um escoamento em golfadas ou em *roll-waves* pode então surgir.

Estre trabalho apresenta uma revisão do critério de Kelvin-Helmholtz (KH) que é o mais usual para descrever a instabilização do escoamento estratificado. As versões viscosa e invíscida são discutidas, com suas respectivas implicações no critério de transição para os padrões em golfadas ou em *roll-waves*.

CRITÉRIO KH PARA DETERMINAÇÃO DA TRANSIÇÃO DE ESTRATIFICADO PARA GOLFADAS-*ROLL WAVES*

Uma das maneiras de se determinar quando ocorre a transição entre o arranjo estratificado e o arranjo em golfadas é a análise de estabilidade da interface do escoamento estratificado. Isto é feito por meio da avaliação de termos instabilizadores e estabilizadores da interface. De forma

obtém-se determina resumida. um critério que matematicamente estes limites de escoamento estável por meio de uma análise linear das equações que governam o escoamento estratificado. Neste caso, tenta-se avaliar como se comportará o sistema quando pequenas perturbações são impostas à sua condição de fundo, no caso uma condição de escoamento supostamente em equilíbrio. Em geral, em escoamentos estáveis, espera-se que forças de natureza restauradora ajam, impedindo a evolução destas perturbações e retornando as condições de escoamento para a sua situação original. Em uma situação como esta, o sistema se encontra em equilíbrio estável. Em outras situações, estas forças restauradoras não são capazes de impedir a evolução da perturbação, o que indica que a condição original de escoamento se encontrava em equilíbrio instável. Após a imposição da perturbação, o escoamento busca um novo estado. O que para o escoamento estratificado implica em uma mudança na topologia do seu arranjo de fases. No caso, ocorre uma transição para roll-waves, ou para escoamento em golfadas.

Análises matemáticas são feitas, à luz destes termos instabilizadores e estabilizadores, para definir quais condições de escoamento levam à transição do arranjo. Geralmente trabalha-se com modelos unidimensionais de fases separadas. Uma outra hipótese utilizada é a de se considerar o escoamento incompressível para as fases líquida e gasosa. Neste caso, as equações que governam o escoamento estratificado para um escoamento horizontal são:

$$\frac{\partial A_t \alpha}{\partial t} + \frac{\partial A_t \alpha u_g}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial A_t (1-\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial A_t (1-\alpha) u_l}{\partial x} = 0$$
(2)

$$\frac{\partial A_t \alpha u_g}{\partial t} + \frac{\partial (A_t \alpha u_g) u_g}{\partial x} + \frac{A_t \alpha}{\rho_g} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \int_h^{h_{max}} gy S_i(y) dy}{\partial x} = (3)$$

$$\frac{\frac{\partial A_{t}(1-\alpha)u_{l}}{\partial t} + \frac{\partial (A_{t}(1-\alpha)u_{l})u_{l}}{\partial x} + \frac{A_{t}(1-\alpha)}{\rho_{l}}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \int_{0}^{h} g(h-y)S_{i}(y)dy}{\frac{\partial Q_{t}}{\partial x}} = \frac{\tau_{i}S_{i} - \tau_{wl}S_{wl}}{\rho_{l}}$$
(4)

Nestas equações, para determinar a variação de pressão na seção transversal do duto, foi adotada a hipótese de "água rasa": admite-se que a variação de pressão na seção transversal, para cada fase, é apenas devido à hidrostática. Esta hipótese se adéqua bem ao problema físico, caso os fenômenos transientes que se deseja modelar sejam bem representados por propagação de ondas com comprimento bem maior que o diâmetro do duto, $\lambda >> D$. Caso esta hipótese não se adéqüe à realidade, outra modelagem da variação da pressão na seção transversal deverá ser utilizada.

Todas as análises de instabilidade do escoamento estratificado se concentram no fenômeno de propagação de ondas de gravidade do tipo água rasa e leva a um critério de estabilidade interfacial do tipoKelvin-Helmholtz que define em quais condições de escoamento o arranjo é estável.

Uma maneira simples de entender estas instabilizações é imaginar a crista de uma onda na interface do filme como uma restrição de área ao escoamento de gás, por Bernoulli, isto leva a uma queda de pressão na região de gás, como em uma garganta de um Venturi. Em contrapartida, para a fase líquida, a região da crista funcionaria como um aumento de área e o efeito na pressão seria exatamente o contrário, aumentaria. Este deseguilíbrio nas pressões de cada fase implicaria em uma inevitável instabilização, levando a crista da onda a aumentar sua amplitude até atingir o topo da seção transversal da tubulação, obturando a passagem de gás e iniciando um arranjo do tipo golfada. É claro, o escoamento estratificado seria inerentemente instável. Não é este o caso. A gravidade atua como uma forca restauradora, impedindo o filme de líquido de crescer indefinidamente. Existem certas condições em que a gravidade não é suficiente para equilibrar esta tendência de crescimento da altura de filme. É nestas situações que o escoamento estratificado se torna instável. Análises matemáticas são feitas, à luz destes termos instabilizadores e estabilizadores, para definir quais condições de escoamento levam à transição do arranjo.



Figura 1: Onda solitária em um escoamento estratificado

Nestas análises, as equações são linearizadas. Para tanto, a condição de escoamento estratificado em regime permanente, que se deseja verificar se estável ou não, é obtida a partir do equilíbrio das equações de quantidade de movimento, sendo, portanto, os termos dinâmicos desconsiderados neste cálculo:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{-\tau_i S_i - \tau_{wg} S_{wg}}{A_t \alpha};$$

$$\frac{\partial p_{il}}{\partial x} = \frac{\tau_i S_i - \tau_{wl} S_{wl}}{A_t (1 - \alpha)};$$

$$\frac{\tau_i S_i - \tau_{wl} S_{wl}}{A_t (1 - \alpha)} = \frac{-\tau_i S_i - \tau_{wg} S_{wg}}{A_t \alpha}$$
(5)

Esta solução permanente funciona como condição de fundo, sobre a qual pequenas perturbações são aplicadas [1, 2]. As perturbações aplicadas às equações de conservação seguem sempre a seguinte forma:

$$f(x,t) = \delta f e^{i(\omega t - kx)} \tag{6}$$

onde f é uma variável qualquer; δf representa a amplitude da perturbação que é inserida na condição de fundo. Como já foi comentado, δf deve ser pequena para que a linearização seja válida: considerando a condição de fundo representada por F, F>> δf e $\delta f * \delta f << \delta f$. Linearizando as equações de conservação, torna-se possível obter uma equação de dispersão, por meio da qual a frequência é determinada. O objetivo então se resume em definir em que condições a exponencial em (6) crescerá indefinidamente. Considera-se aqui a análise mais comum da evolução temporal das instabilidades em uma dada posição x. Neste caso, quando a parte imaginária da frequência ($\omega = \omega_r + i \omega_i$) é igual a zero tem-se a condição neutra de estabilidade. Entretanto, se $\omega_i < 0$ o crescimento da exponencial em (6) levará à instabilidade do padrão. Isto siginifica que a condição original, a dita condição de fundo, do escoamento estratificado é instável e qualquer perturbação, por menor que seja, levará o escoamento a redispor suas fases na tubulação na busca de um novo arranjo estável.

Dois critérios utilizando esta metodologia são considerados [1-3]:

- o critério invíscido de Kelvin-Helmholtz;

- o critério viscoso de Kelvin-Helmholtz.

No critério invíscido, os termos relacionados com a fricção nas equações de quantidade de movimento (3) e (4) são desconsiderados na obtenção da equação de dispersão. No caso viscoso estes termos são levados em conta e devidamente linearizados. Isto leva a dois critérios distintos [1]. O critério viscoso leva a condições de estabilidade mais rigorosas (vazões de líquido e de gás mais baixas para que a instabilização ocorra). O critério viscoso indica sempre uma transição de arranjo entre estratificado e golfada, ou "rollwaves" antecipada quando comparado com o critério invíscido. Resultados experimentais demonstram que o critério viscoso é mais correto que o invíscido quando nenhum termo empírico ou proveniente de considerações heurísticas é aplicado no critério invíscido a título de correção [4].

PARADOXO DAS ABORDAGENS VISCOSA E INVÍSCIDA DO CRITÉRIO KH

Um resultado curioso e contra-intuitivo surge destas análises de estabilidade [2, 4]. Surpreendentemente, os estudos mostram que à medida que se aumenta a viscosidade do líquido, os resultados do critério viscoso se aproximam do invíscido. Isto é estranho, pois se entende, neste tipo de análise, que a viscosidade seja um elemento, em geral, estabilizador e os seus resultados se espera se distanciem do critério inviscido. Porém, os dois critérios se aproximam, quando era de se esperar que ficassem ainda mais distintos. Alguns autores [2] tentaram avaliar este comportamento curioso à luz da amplificação promovida pelo termo complexo da frequência. Eles observaram que este termo amplificador é sempre próximo de zero na região instável que fica entre o critério viscoso e o invíscido (Fig. 2):



Figura 2: Esboço de mapa de arranjo de fases

Este termo amplificador só atinge valores de ordem de grandeza notável em condições de escoamento que se encontrem além dos limites definidos pelo critério invíscido. Esta é uma informação importante, mas não esclarece o estranho resultado do critério viscoso à medida que se aumenta a viscosidade do líquido. Outros autores [4] ao investigarem o mesmo problema, tentaram explicá-lo por meio de um modelo que considera o escoamento viscoso potencial com perturbações de pequeno comprimento de onda, o que impede o uso da hipótese de "água rasa". Embora os resultados obtidos através deste modelo se aproximaram dos da abordagem desenvolvida em [2], o comportamento contraintuitivo do critério viscoso com o aumento da viscosidade não foi explicado a contento neste trabalho.

CRITÉRIO KH NA PERSPECTIVA DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS CINEMÁTICAS E DINÂMICAS

Em [5] apresenta-se uma metodologia diferente para a obtenção do critério de estabilidade. Um dos atrativos desta metodologia é o maior compromisso com o significado físico dos fenômenos envolvidos, o que de fato permite um melhor entendimento de como se dá a instabilização do escoamento estratificado. Como se verá mais adiante, esta metodologia (talvez mais uma maneira de interpretar o problema que uma metodologia) pode ser um caminho para se obter uma explicação para o porquê do comportamento contra-intuitivo citado anteriormente, muito embora esta explicação ainda não exista.

A metodologia se resume à consideração de que um fenômeno de propagação de onda se instabiliza quando ondas cinemáticas se tornam mais velozes que todas as ondas dinâmicas que propagam no mesmo sentido da onda cinemática [6]. Para o caso de escoamento estratificado, considerando apenas ondas de gravidade, o sistema será estável quando

$$a_{-} < c_{c} < a_{+} \tag{7}$$

onde a_+ e a_- são as duas velocidades de propagação de ondas dinâmicas que se estabelecem no sistema e c_c é a velocidade da onda cinemática [7].

Na obtenção das velocidades de propagação das ondas dinâmicas de gravidade (mantendo a hipótese de "água rasa"), os termos viscosos das equações (3) e (4) são desconsiderados. Como se trata apenas de ondas de gravidade, os fluidos são considerados incompressíveis, eliminando os efeitos de ondas acústicas. Nesta situação, a equação de quantidade de movimento envolve apenas termos não dissipativos e qualquer perturbação implicará em um esquema de transformação de energia entre o trabalho de escoamento (pressão), energia potencial (gravidade) e energia cinética. Observe que isto se aproxima da primeira interpretação que foi apresentada para explicar como a estabilidade do estratificado é garantida. O sistema funciona com um comportamento similar a um sistema massa-mola oscilante, onde a energia total é constante, apesar de variar entre a forma de energia potencial e energia cinética. Conforme afirmado em [7], as ondas dinâmicas envolvem apenas forças restauradoras. A variação da pressão dependerá apenas destas forças restauradoras, o que impedirá um processo instabilizador. No caso de ondas cinemáticas, denominadas ondas de continuidade, estas forças restauradoras são desconsideradas. Na equação de quantidade de movimento, apenas os termos dissipativos são considerados na determinação da variação de pressão ao longo do duto. Com isto, um equilíbrio local para a quantidade de movimento é obtido. Isto é feito igualando as duas equações (3) e (4). Isto é similar ao procedimento no qual se determina a condição permanente em escoamentos estratificados. Com este equilíbrio local, é possível estabelecer uma relação algébrica entre $\left. U_{_{ls}}
ight.$, $\left. U_{_{gs}}
ight.$ e $\left. lpha
ight.$. Esta relação algébrica é aplicada na conservação da massa e com isto pode-se calcular a velocidade de propagação da onda cinemática. As relações que determinam as velocidades dinâmicas e cinemáticas são [5]:

$$c_{c} = \frac{\frac{\partial F}{\partial \alpha}}{\frac{\partial F}{\partial U_{ls}} - \frac{\partial F}{\partial U_{gs}}}$$
(8)

onde F é o resultado da relação de equilíbrio local da quantidade de movimento de cada fase:

$$F = \frac{-\tau_i S_i + \tau_{wl} S_{wl}}{A_t (1 - \alpha)} - \left(\frac{\tau_i S_i + \tau_{wg} S_{wg}}{A_t \alpha}\right)$$
(9)

Já a velocidade de propagação de onda dinâmica é definida por

$$a = \frac{\frac{\rho_{l}U_{ls}}{1-\alpha} + \frac{\rho_{g}U_{gs}}{\alpha}}{\frac{\rho_{l}}{1-\alpha} + \frac{\rho_{g}}{\alpha}} \pm \frac{\left[g\frac{\pi D^{2}}{4}(\rho_{l}-\rho_{g}) - \frac{\left(\frac{U_{gs}}{\alpha} - \frac{U_{ls}}{1-\alpha}\right)^{2}}{\frac{1-\alpha}{\rho_{l}} + \frac{\alpha}{\rho_{g}}}\right]}{\frac{\frac{1-\alpha}{1-\alpha} + \frac{\rho_{g}}{\alpha}}{\frac{\rho_{l}}{1-\alpha} + \frac{\rho_{g}}{\alpha}}$$
(10)

Define-se também [5] uma velocidade de referência:

$$V_0 = \frac{\frac{\rho_l U_{ls}}{1-\alpha} + \frac{\rho_g U_{gs}}{\alpha}}{\frac{\rho_l}{1-\alpha} + \frac{\rho_g}{\alpha}}$$
(11)

Tomando-se essa velocidade como referência o seguinte critério é estabelecido para a região estável do escoamento estratificado:

$$(c_c - V_0)^2 < (a - V_0)^2 \tag{12}$$

Este critério permite uma interpretação bem mais física do problema, como já foi dito: uma perturbação na interface de um escoamento estratificado originalmente em regime permanente (Fig. 1), a princípio, pode se propagar tanto por meio de ondas dinâmicas quanto por meio de ondas cinemáticas. Na condição em que a velocidade de onda cinemática tem um valor intermediário aos valores das ondas dinâmicas, as forças restauradoras (naturais das ondas dinâmicas) podem atuar no sistema antes que um novo equilíbrio local de quantidade de movimento (as ondas cinemáticas buscam este equilíbrio) seja obtido. Quando a onda cinemática é mais rápida que as ondas dinâmicas (no sentido de propagação da onda cinemática), a perturbação leva a um novo equilíbrio local, as forças restauradoras não tem como atuar restabelecendo o equilíbrio original. As condições de transporte de massa são alteradas, o que implica em um aumento da amplitude da perturbação. Na verdade o que se observará será um contínuo "bombeio de massa" no sentido da onda cinemática, aumentando a altura de filme de líquido e instabilizando o sistema.

Pode ser demonstrado, utilizando a metodologia exposta em [6] que o critério utilizado em [7] leva aos mesmos resultados de uma análise linear como as utilizadas em [1, 2]. De fato, a linearização de sistemas de equações como as apresentadas por (1), (2), (3) e (4), tomando como base uma condição de fundo original (um estado permanente), estas equações resultam sempre na seguinte equação de onda:

$$\eta \left(\frac{\partial}{\partial t} + a_{-}\frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + a_{+}\frac{\partial}{\partial x}\right) \varphi + \left(\frac{\partial}{\partial t} + c_{c}\frac{\partial}{\partial x}\right) \varphi = 0$$
(13)

em que η é um parâmetro relacionado com o procedimento de linearização. Este parâmetro está diretamente relacionado com a relevância que as ondas cinemáticas e dinâmicas têm na propagação de uma perturbação no sistema. Quando este parâmetro é pequeno, as ondas dinâmicas são pouco relevantes e a maior parte de perturbação será transportada por ondas cinemáticas.

Quanto maior a viscosidade menor é o parâmetro η e menor é a influência dos termos dinâmicos no problema de propagação de onda em escoamentos estratificados, indicando que para altas viscosidades de líquido os termos convectivos são pouco influentes em problemas transientes de escoamento estratificado. Este parâmetro é de fato esclarecedor, não só para o problema de transição de arranjos. Uma informação de considerável utilidade que talvez possa ser obtida a partir deste parâmetro é a indicação de limites em que não é relevante a aplicação dos termos advectivos em modelos de escoamento multifásico. A vantagem de se ter estes limites seria a de saber com mais segurança quando se pode ou não simplificar modelos transientes de escoamento multifásico para simulação numérica. Isto pode representar um ganho considerável no tempo destas simulações.

A grandeza φ para o caso de ondas de gravidade em escoamento estratificado é a altura de filme de líquido. A equação (13) é na verdade a equação (11) de [2] na situação em que os efeitos da tensão superficial são desconsiderados. Neste caso, tem-se:

$$\eta = \frac{\frac{\rho_l}{1-\alpha} + \frac{\rho_g}{\alpha}}{\frac{\partial F}{\partial U_{ls}} - \frac{\partial F}{\partial U_{gs}}}$$
(14)

Observar como ocorre esta "competição" entre as ondas cinemáticas e dinâmicas e como o comportamento das velocidades destas ondas é modificado com a variação de viscosidade pode explicar porque, em altas viscosidades, os resultados dos critérios viscoso e invíscido se aproximam. Isto é investigado no próximo tópico.

COMPARAÇÕES ENTRE AS VELOCIDADES DE PROPAGAÇÃO CINEMÁTICAS E DINÂMICAS PARA UM LÍQUIDO POUCO VISCOSO E UM LÍQUIDO MUITO VISCOSO

Nas figuras a seguir é apresentado o comportamento das velocidades das ondas cinemáticas e dinâmicas para um líquido com viscosidade de 1 cP (em todos os casos se trabalhou com uma massa específica de gás de 1,29 kg/m³ e massa específica de líquido de 1000 kg/m³, diâmetro da tubulação de 2 polegadas). Todos os resultados são apresentados em termos das velocidades ao quadrado e subtraidas da velocidade de referência.



Figura 3: Velocidades das ondas dinâmicas e cinemáticas (viscosidade de 1 cP)

Observa-se que a velocidade dinâmica se torna maior que a cinemáticaem um U_{ls} de aproximadamente 0.45 m/s, este cruzamento corresponde ao limite de estabilidade do critério viscoso, já a velocidade dinâmica (o quadrado dela) se torna menor que zero a partir de um U_{ls} de aproximadamente 0.55, este é o limite do critério invíscido. O cruzamento do critério viscoso se dá com uma velocidade cinemática (em relação à velocidade de referência) de cerca de 0.7 m/s. O que o deixa distante do eixo de abscissa. O gráfico a seguir, explicita o mesmo caso, porém com uma viscosidade de 1000 cP:



Figura 4: Velocidades das ondas dinâmicas e cinemáticas (viscosidade de 1000 cP)

Neste caso, algo bastante esclarecedor pode ser observado, a velocidade cinemática em relação à velocidade de referência, em uma situação de alta viscosidade, diminui muito a sua magnitude, quando comparada com uma situação de viscosidade menor. Isto é algo que se esperaria com uma onda cinemática, em regime laminar, a sua velocidade de propagação se torna mais lenta em condições de grande dissipação viscosa. Isto explica a tendência do critério invíscido se aproximar dos resultados de transição do critério viscoso. Em situações em que o líquido é muito viscoso, o cruzamento entre as curvas de velocidade dinâmica e cinemática se dá muito próxima do eixo das abscissas, pois a diferença entre velocidade cinemática e a de referência é próxima de zero. Um encontro das duas curvas próximas do eixo da abscissa faz com que o critério viscoso se aproxime do critério invíscido.

Uma outra comparação a ser feita é como, para velocidades superficiais fixadas, se altera as velocidades cinemáticas e dinâmicas com a viscosidade. Os gráficos a seguir explicitam melhor isto (os gráficos foram construidos com U_{ls} =0.35 m/s e U_{gs} =1 m/s).



Figura 5: Velocidades das ondas dinâmicas e cinemáticas em função da viscosidade (Ugs=1 e Uls=0.35 m/s)



Figura 6: Velocidades dinâmicas e cinemáticas em função da viscosidade (Ugs=1 e Uls=0.35 m/s)

O mais interessante nestes dois gráficos é que eles explicitam como a transição do regime turbulento para o laminar altera abruptamente a tendência da curva de velocidade de onda cinemática. Aqui vale lembrar que os fatores de fricção para o líquido com a parede foram calculados utilizando as relações para duto cheio e aplicando o conceito de diâmetro hidráulico, isto pode influenciar na confiabilidade dos resultados. O que se vê nestes resultados é que esta dependência da velocidade cinemática com a viscosidade não é tão simples e que em certas situações, uma alta viscosidade, por conta da transição de regime, pode levar a uma condição de escoamento estratificado estável que não se observaria em viscosidades mais baixas. Estas mudancas de comportamento da onda cinemática com a transição de regime é tão marcante para a estabilidade que se justificaria um estudo mais detalhado de perfis de velocidade no filme de líquido, tanto em regime turbulento como em regime laminar, determinando assim fatores de fricção mais corretos e critérios de transição de regimes melhores, principalmente para fluidos viscosos.

CONCLUSÕES

A observação do comportamento da velocidade de propagação das ondas cinemáticas e dinâmicas revela algumas características das condições em que se dá a instabilização do escoamento estratificado que muitas vezes fica obscurecida na análise padrão do critério de Kelvin-Helmholtz.

Um exemplo em que trabalhar com o critério KH à luz da análise das velocidades de propagação de onda pode ser revelador é o aparente paradoxo no qual em fluidos muito viscosos, o critério viscoso e invíscido de KH levam a resultados muito similares, quando se esperaria uma distinção maior nos limites de transição indicados por estes dois critérios. A análise do comportamento das velocidades de onda revela que a onda cinemática, quando o regime do filme é laminar, tende a diminuir com a viscosidade. Com isto, o ponto em que a velocidade de propagação de onda dinâmica fica igual à velocidade de propagação da onda cinemática (critério viscoso) se aproxima do ponto em que a velocidade de propagação de onda dinâmica fica igual a zero (critério invíscido).

A observação do comportamento destas velocidades de onda revelam também que é possível ocorrer situações em que um líquido muito viscoso pode garantir um arranjo estratificado estável em uma condição de escoamento em que um líquido pouco viscoso não é capaz de garantir.

Os resultados apresentados neste texto foram obtidos de simplificações no tratamento do filme de líquido e do fator de fricção deste com a parede, tanto no regime turbulento, quanto no regime laminar. Um estudo que pode ser adicionado a este seria a avaliação do comportamento destas velocidades de propagação de onda com a utilização de perfis de velocidade de filme que levem a fatores de fricção mais precisos.

Uma outra questão interessante que pode ser levantada dos resultados observados neste texto é como produtos tais como redutores de atrito, que alterem o perfil de velocidade do filme, podem alterar o arranjo do escoamento, levando a escoamentos estratificados mais estáveis. Isto pode ter algum impacto na indústria de petróleo, principalmente para o uso de equipamentos tais como bombas de BCS ou Bombas Multifásicas, onde o convívio com o um arranjo em golfadas pode ser danoso para a sua performance e para o próprio equipamento.

NOMENCLATURA

Símbolo	Quantidade	Unidade SI
t	tempo	S
x	coordenada espacial axial	m
A_t	área da tubulação	m^2
α	fração de vazio	-
$ ho_l$	massa específica da fase líquida	kg/m ³
$ ho_g$	massa específica da fase gasosa	kg/m ³
<i>u</i> _l	velocidade média do líquido	m/s
u _g	velocidade média do gás	m/s
р	pressão na interface	Ра
$ au_i$	tensão cisalhante na interface	Ра
$ au_{wl}$	tensão cisalhante parede-líquido	Ра
$ au_{\scriptscriptstyle wg}$	tensão cisalhante parede-gás	Ра
S_{i}	perímetro da interface	m

S_{wl}	perímetro molhado pelo líquido	m
S_{wg}	perímetro molhado pelo gás	m
h	altura do filme de líquido	m
$h_{_{m \acute{a} x}}$	altura máxima do filme	m

REFERÊNCIAS

- Lin, P.Y., Hanratty, T.J., (1986); Prediction of The Initiation of Slugs With Linear Stability Theory; International Journal of Multiphase Flow, Vol 12, N° 1, pp. 79-98;
- [2] Barnea T., Taitel Y., (1993); Kelvin-Helmhotz Stability Criteria for Stratified Flow: Viscous versus Non-Viscous (Inviscid) Approaches; International Journal of Multiphase Flow, Vol 19, N° 4, pp. 639-649;
- [3] Taitel, Y., Dukler, A.E., (1976); A Model for Prediction Flow Regime Transitions in Horizontal and Near Horizontal Gas-Liquid Flow; International Journal of Multiphase Flow, Vol 22, N° 1, pp. 47-55;
- [4] Mata, C. Pereyra E., Trallero, J.L., Joseph D.D., (2002); Stability of Strtified Gas-Liquid Flows; International Journal of Multiphase Flow, Vol 28, pp. 1249-1268;
- [5] Crowley C.J., Wallis G.B., Barry J.J., (1992); Validation of an One-Dimensional Wave Model for The Stratifiedto-Slug Flow Regime Transition, With Consequences For Wave Growth and Slug Frequency; International Journal of Multiphase Flow, Vol 18, N° 2, pp. 249-271;
- [6] Witham, G.B.; Linear and Non Linear waves; Interscience;
- [7] Wallis, G.B., (1969); One-Dimensional Two-Phase Flow; McGraw-Hill.

DESENVOLVIMENTO ESPACIAL DE INSTABILIDADES EM ESCOAMENTO ESTRATIFICADO LÍQUIDO-LÍQUIDO

Marcelo Souza de Castro *, Oscar Mauricio Hernandez Rodriguez*

* Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo (USP), Av. Trabalhador São Carlense, 400, 13566-970, São Carlos-SP, Brazil, E-mail: marcelo.castro@usp.br e oscarmhr@sc.usp.br

RESUMO

Este artigo apresenta um estudo prospectivo do desenvolvimento espacial de instabilidades no escoamento bifásico óleo pesado-água, no padrão estratificado. O ponto no espaço onde as instabilidades hidrodinâmicas serão grandes o suficiente para causar a transição de padrão de escoamento é o interesse do trabalho. A teoria que considera que as instabilidade podem se desenvolver tanto no tempo quanto no espaço, o que implica em um critério de estabilidade baseado no número de Reynolds, que é uma função da coordenada espacial, em analogia aos trabalhos clássicos em camada limite [1][2] é a base do trabalho. Propõe-se que em poços direcionais a inclinação da tubulação pode levar à transição, o que pode ser devido ao desenvolvimento expacial de instabilidades. Duas bases teóricas diferentes são propostas: um modelo híbrido não-linear simplificado e a teoria de estabilidade linear. A formulção do problema é baseada no modelo de dois fluidos unidimensional para escoamentos líquido-líquido [3][4][5], e o Método das Características como método numérico. Os resultados obtidos, para a propagação espacial das ondas interfaciais, através das duas bases teóricas, serão comparados com resultados experimentais obtidos no oleoduto direcional do NETeF da Escola de Enganharia de Sâo Carlos e dados da literatura.

INTRODUÇÃO

Escoamentos bifásicos são observados em numerosos processos naturais e industriais, sendo compostos de duas fases imiscíveis arranjadas em diversas configurações geométricas ou padrões de escoamento.

Escoamento de fases separadas compreende os padrões anular e estratificado. O primeiro tem sido sugerido como uma alternativa rentável para o transporte e elevação artificial de óleos altamente viscosos, além de ser o padrão com ocorrência mais comum em sistemas de refrigeração e na produção de gás natural. O segundo como uma forma conveniente de evitar a formação de emulsões de água em óleo em oleodutos e também com uma ocorrência comum em poços de petróleo direcionais. Tais padrões de escoamento são comumente modelados como tendo fases paralelas, *i.e.*, um escoamento bifásico paralelo.

Estabilidade hidrodinâmica

A teoria da estabilidade hidrodinâmica integra o escopo da mecânica dos fluidos clássica deste a primeira metade do século passado [1]. Em [7], [8] e [9] verificam-se as bases para o estudo da estabilidade hidrodinânica.

Os escoamentos que ocorrem na natureza têm que obedecer às equações da dinâmica dos fluidos e, além disso, serem estáveis [10].

Em escoamentos, freqüentemente analisa-se a característica ondulatória, por exemplo, da interface do escoamento bifásico líquido-líquido. Assim, pode-se definir o estudo da estabilidade/instabilidade hidrodinâmica como o estudo do movimento oscilatório em fluidos. Tal estudo é relacionado com o crescimento, estabilização ou decrescimento da amplitude de oscilação de um determinado sistema fluídico, após uma perturbação. A análise linear de instabilidades se dá a partir da análise da estabilidade de um determinado sistema básico sujeito a pequenas perturbações. Caso o sistema seja instável a pequenas perturbações, por suposição, o será também a grandes perturbações. Pequenas perturbações causam oscilações de pequena amplitude; assim sendo, os termos de ordem maior das derivadas, nas equações de movimento, podem ser desprezados (aplicando série de Taylor às derivadas). Portanto, as equações são linearizadas e chega-se à definição matemática da análise linear de estabilidade.

Por outro lado, quando os escoamentos estão em regime não permanente, oscilações de grandes amplitudes têm de ser levadas em conta. Entra-se, então, no campo da teoria não linear da estabilidade de escoamentos.

Voltando a análise linear de estabilidade, o ponto seguinte seria determinar o que ocorre a partir da instabilidade. No caso hidrodinâmico, ocorre a mudança para um novo tipo de escoamento, sendo ele, em repouso, regime permanente ou transitório. Dentro dos transitórios, podemos ter oscilações periódicas, escoamentos caóticos e turbulentos.

Através da teoria da estabilidade hidrodinâmica, é possível levar em conta o efeito de um número de parâmetros (instabilidades) sobre a transição do regime laminar ao regime turbulento.

a maior desvantagem da teoria linear é que ela considera apenas perturbações infinitesimais, não levando em conta que a instabilidade pode ser gerada por perturbações de amplitude finita, mesmo quando o padrão básico é estável sob perturbações infinitesimais, o que é conhecido como instabilidade sub-crítica. Como instabilidade sub-crítica ocorre devido à presença de perturbações de amplitude finita ela só pode ser representada por teorias que são de natureza não-linear. Um novo tipo de teoria, a fracamente não linear, que pode ser considerada como uma correção das aproximações feitas na teoria linear foi proposta [8].

MODELAGEM

Modelagem do Escoamento Estratificado

A modelagem baseia-se em um escoamento como o apresentado na Fig. 1 abaixo. Nesse caso, o ângulo de inclinação será um dos dados da modelagem, *i.e.*, ela é válida para escoamentos na horizontal e escoamentos em pequenas inclinações. Em toda a modelagem usar-se-a o índice 1 para a fase óleo e o índice 2 para a fase água.



Fig. 1 – Figura esquemática do padrão de escoamento estratificado líquido-líquido

Inicia-se a modelagem fazendo algumas hipóteses:

- a) Escoamento isotérmico;
- b) Não há mudança de fase;
- c) Não há transferência de massa;
- d) Fluidos incompressíveis.

Utilizando o modelo de dois fluidos, chega-se às seguintes equações para a conservação da massa para as fases óleo e água, respectivamente:

$$\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{A_1}{A_2} \frac{\partial V_1}{\partial z} + V_1 \frac{\partial h}{\partial z} = 0$$
(1)

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{A_2}{A_2} \frac{\partial V_2}{\partial z} + V_2 \frac{\partial h}{\partial z} = 0$$
(2)

A equação da conservação da quantidade de momento acoplada pela Lei de Laplace-Young é dada por:

$$\rho_2 \frac{\partial V_2}{\partial t} - \rho_1 \frac{\partial V_1}{\partial t} + \rho_2 V_2 \frac{\partial V_2}{\partial z} - \rho_1 V_1 \frac{\partial V_1}{\partial z} + L \frac{\partial h(z)}{\partial z} - \sigma \frac{\partial^3 h(z)}{\partial z^3} = fe$$
(3)

Onde:

$$fe = f(V_1, V_2, h(z)) = \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_1}\right) - \frac{\tau_{2w} S_2}{A_2} + \frac{\tau_{1w} S_1}{A_1} - (\rho_2 - \rho_1)g\sin\theta$$
(4)

$$L = (\rho_2 - \rho_1)g\cos\theta \tag{5}$$

Método das Características

O método das características (MOC na sigla em inglês) é um método de resolução de sistemas de equações diferenciais parciais de primeira ordem hiperbólicas ou equações parciais diferencias de segunda ordem hiperbólicas. Que são aquelas que possuem autovalores reais.

O método é uma variação do método de diferenças finitas que consiste em encontrar, no plano espaço-tempo, direções em que as equações diferenciais parciais possam ser reduzidas a equações diferencias ordinárias. Ele consegue reduzir a difusão numérica por permitir uma simulação da propagação de uma onda de perturbação no escoamento de forma acurada e sem afetar o escoamento.

O início da utilização do MOC em escoamentos remonta à análise de transientes em escoamentos monofásicos; como exemplo, pode-se citar os "Golpes de Aríetes" [12]. Em escoamentos bifásicos tem-se a sua utilização na análise da onda interfacial em escoamentos gás-líquido, como em [6], onde ocorreu a análise da transição do padrão de escoamento de fases separadas estratificado gás-líquido para o padrão pistonado. Para escoamentos gás-líquido de fases separadas, foi utilizado o MOC para a análise de estabilidade e propagação de ondas interfaciais do padrão de escoamento estratificado gás-líquido [4].

Apesar de existirem, relativamente, muitos trabalhos sobre escoamentos gás-líquido, as correlações e análises feitas nesses trabalhos, em geral, não podem ser usadas na análise de escoamentos líquido-líquido. Para o caso do método das características, no entanto, a utilização desse é feita em ambos os tipos de escoamento, como apresentado por [13] e [3], com a utilização do método das características em escoamentos líquido-líquido de fases separadas para a análise de estabilidade dos padrões de escoamento.

Inicia-se a utilização do MOC pelas equações de conservação da massa para as duas fases, (1) e (2), respectivamente para a fase 1 e fase 2, e quantidade de movimento, (3).

Levando em consideração o deslizamento entre as fases no escoamento estratificado líquido-líquido, pode-se ter duas situações.

Deslizamento maior que 1:

No caso em que a velocidade do óleo é maior que a velocidade da água, temos deslizamento maior que 1:

$$S = \frac{v_1}{v_2} > 1 \tag{6}$$

Assim, supomos que a condição de estabilidade do MOC (Courant-Friedrich-Lewy) seja de que a velocidade da onda interfacial seja menor que a velocidade *in situ* da fase óleo.

Assim, para a fase 2, óleo, pode-se considerar que esta seja quase-permanente, assim, pode-se integrar a Eq.(1):

$$\int_{V_{1s}}^{V_1} \frac{\partial V_1}{V_1} = -\int_A^{A_1} \frac{\partial A_1}{A_1}$$
(7)

Onde V_{1s} representa a velocidade superficial da fase óleo. Assim:

$$V_1 = \frac{V_{1s}A}{A_1} \tag{8}$$

Substituindo (8) em (3), e dividindo todos os termos pela densidade da água, tem-se:

$$\frac{\partial V_2}{\partial t} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial z} + G_1 \frac{\partial h(z)}{\partial z} - \frac{\sigma}{\rho_2} \frac{\partial^3 h(z)}{\partial z^3} = E_1$$
(9)

onde:

$$G_1 = \frac{L}{\rho_2} - \frac{\rho_1 V_{1s}^2 A^2 A_2}{\rho_2 A_1^3} \tag{10}$$

$$E_1 = -\frac{fe}{\rho_2} \tag{11}$$

Considerando a aproximação de ondas longas, onde os fatores de tensão superficial são desprezíveis. Pode-se reescrever a equação (9) da seguinte forma:

$$\frac{\partial V_2}{\partial t} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial z} + G_1 \frac{\partial h(z)}{\partial z} + E_1 = 0$$
(12)

Assim, o sistema de três equações diferencias parciais, que modela o escoamento estratificado líquido-líquido, pode ser reduzido a:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{A_2}{A_2} \frac{\partial V_2}{\partial z} + V_2 \frac{\partial h}{\partial z} = 0\\ \frac{\partial V_2}{\partial t} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial z} + G_1 \frac{\partial h}{\partial z} + E_1 = 0 \end{cases}$$
(13)

Que na forma matricial é:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial t} \\ \frac{\partial V_2}{\partial t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_2 & \frac{A_2}{A_2} \\ G_1 & V_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial z} \\ \frac{\partial V_2}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -E_1 \end{pmatrix}$$
(14)

Seguindo a teoria de [17], aplicando o Método das Características, o sistema de duas equações diferenciais parciais, (14), se reduz a um sistema de duas equações diferenciais ordinárias, (15), cada uma ao longo de uma direção característica:

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} - \sqrt{\frac{H_1}{G_1}} \frac{dh}{dt} + E_1 \sqrt{\frac{H_1}{G_1}} = 0, \\ ao \ longo \ de \ C_{L1} = V_2 - \sqrt{H_1 G_1} = \frac{dz_1}{dt} \\ \frac{dh}{dt} + \sqrt{\frac{H_1}{G_1}} \frac{dh}{dt} - E_1 \sqrt{\frac{H_1}{G_1}} = 0, \\ ao \ longo \ de \ C_{H1} = V_2 + \sqrt{H_1 G_1} = \frac{dz_2}{dt} \end{cases}$$
(15)

Onde, C_{L1} e C_{H1} representam as direções características, e por simplicidade, escreve-se:

$$H_1 = \frac{A_2}{A_2} \tag{16}$$

O sistema (15) pode ser resolvido numericamente, usando o método das diferenças finitas, como segue:

$$\frac{z_{i,k+1}-z_{i+1,k}}{t_{i,k+1}-t_{i+1,k}} = C_{L1_{i+1,k}}$$
(17)

$$\frac{z_{i,k+1}-z_{i,k}}{t_{i,k+1}-t_{i,k}} = C_{H1_{i,k}}$$
(18)

$$h_{i,k+1} - h_{i+1,k} - \sqrt{\frac{H_1}{G_1}} \left(V_{2_{i,k+1}} - V_{2_{i+1,k}} \right) + E_{1_{i+1,k}} \sqrt{\frac{H_1}{G_1}} \left(t_{i,k+1} - t_{i+1,k} \right) = 0$$
(19)

$$h_{i,k+1} - h_{i,k} - \sqrt{\frac{H_1}{G_1}} \left(V_{2_{i,k+1}} - V_{2_{i,k}} \right) + E_{1_{i,k}} \sqrt{\frac{H_1}{G_1}} \left(t_{i,k+1} - t_{i,k} \right) = 0$$
(20)

Assim, para uma condição inicial dada, ao longo de $k = i = 1, \dots, n$, as variáveis são $z_{i,k}, t_{i,k}, h_{i,k} \in V_{2_{i,k}}$. Nos testes

iniciais, considera-se a condição inicial dada como uma onda solitária, da forma:

$$\omega(z,t) = A + B \operatorname{sech}^2(k(z-ct))$$
(21)

onde:

A - fator de amplificação;

B - amplitude máxima da onda;

 $k - \acute{e}$ o número de onda;

c - é a celeridade (velocidade) da onda.

Pode-se calcular os valores para os pontos k + 1 e $i = 1, \dots, n$, para as variáveis $z_{i,k+1}, t_{i,k+1}, h_{i,k+1} \in V_{2_{i,k+1}}$, a partir das Eqs. (17), (18), (19) e (20).

A simulação inicia-se com a condição inicial de equilíbrio, à qual é imposta a condição inicial, a onda solitária de amplitude finita, assim, calcula-se a propagação desta onda ao longo do espaço e tempo. Podem ocorrer dois tipos de propagação, dependendo dos valores de C_{L1} . Quando $C_{L1} > 0$, tem-se um escoamento supercrítico, e a perturbação propagase apenas em direção da corrente. Porém, quando $C_{L1} < 0$, tem-se um escoamento subcrítico, e a perturbação propagase também contracorrente, em direção ao início da tubulação e é refletida. Neste caso, alguns cálculos adicionais são necessários, para verificar o crescimento da perturbação na direção contracorrente.

Assim, para $C_{L1} < 0$, usa-se a condição de velocidade superficial constante, e a equação da velocidade característica negativa, para o cálculo das condições de contorno, no ponto em que z = 0:

$$t_{0,k+1} = t_{1,k} - \frac{z_{1,k}}{c_{L_{1,k}}}$$
(22)

$$h_{0,k+1} = h_{1,k} + \sqrt{\frac{H_1}{G_1}}_{1,k} \left(\frac{V_{2s}A}{A_{20,k+1}} - V_{21,k} \right) + E_{11,k} \sqrt{\frac{H_1}{G_1}}_{1,k} \left(t_{0,k+1} - t_{1,k} \right)$$
(23)

Onde $A_{20,k+1}$ é calculado iterativamente.

Deslizamento menor que 1:

No caso em que a velocidade da água é maior que a velocidade do óleo, temos deslizamento menor que 1:

$$S = \frac{v_1}{v_2} < 1 \tag{24}$$

Assim, supomos que a condição de estabilidade do MOC (Courant-Friedrich-Lewy) seja de que a velocidade da onda interfacial seja menor que a velocidade *in situ* da fase água, efetuam-se os mesmos passos feitos para o caso de deslizamento maior que 1. Mas, neste caso, a fase considerada em regime quase-permanente é a fase água, assim:

$$V_2 = \frac{V_{2s}A}{A_2} \tag{25}$$

Chega-se ao conjunto de equações diferenciais parciais:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{A_1}{A_2} \frac{\partial V_1}{\partial z} + V_2 \frac{\partial h}{\partial z} = 0\\ - \frac{\partial V_1}{\partial t} - V_1 \frac{\partial V_1}{\partial z} + G_2 \frac{\partial h}{\partial z} + E_2 = 0 \end{cases}$$
(26)

Onde:

$$G_2 = \frac{L}{\rho_1} - \frac{\rho_2 V_{2s}^2 A^2 \dot{A_2}}{\rho_1 A_2^3}$$
(27)

$$E_1 = -\frac{fe}{\rho_1} \tag{28}$$

Novamente, por simplicidade:

$$H_2 = \frac{A_1}{A_2}$$
(29)

Aplicando o método das características ao sistema (26), chega-se ao sistema de equações diferenciais parciais:

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} - \sqrt{\frac{H_2}{G_2}} \frac{dh}{dt} - E_2 \sqrt{\frac{H_2}{G_2}} = 0, \\ ao \ longo \ de \ C_{L1} = V_1 - \sqrt{H_2G_2} = \frac{dz_1}{dt} \\ \frac{dh}{dt} + \sqrt{\frac{H_2}{G_2}} \frac{dh}{dt} + E_2 \sqrt{\frac{H_2}{G_2}} = 0, \\ ao \ longo \ de \ C_{H1} = V_1 + \sqrt{H_2G_2} = \frac{dz_2}{dt} \end{cases}$$
(30)

O qual é resolvido como explicitado para o caso de deslizamento maior que 1.

Teoria da Estabilidade Linear

A teoria linear da estabilidade hidrodinâmica estuda o crescimento de perturbações infinitesimais na configuração inicial do escoamento, e é feita utilizando-se a linearização das Eqs. (1), (2) e (3).

As perturbações, no escoamento estratificado líquidolíquido, podem ser representadas por (o sobrescrito⁰ indicam condições de equilíbrio no escoamento):

$$\begin{cases} V_1 = V_1^0 + w_1 \approx V_1^0 \\ V_2 = V_2^0 + w_2 \approx V_2^0 \\ h = h^0 + \delta \approx h^0 \end{cases}$$
(31)

As equações de conservação da massa linearizadas são, respectivamente, para a fase óleo e para a fase água:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} - \frac{A_1^0}{A_2^0} \frac{\partial w_1}{\partial z} + V_1^0 \frac{\partial \delta}{\partial z} = 0$$
(32)

$$\frac{\partial\delta}{\partial t} + \frac{A_2^0}{A_2^0} \frac{\partial w_2}{\partial z} + V_2^0 \frac{\partial\delta}{\partial z} = 0$$
(33)

A equação de conservação da quantidade de movimento é dada por:

$$\rho_{2} \frac{\partial w_{2}}{\partial t} - \rho_{1} \frac{\partial w_{1}}{\partial t} + \rho_{2} V_{2}^{0} \frac{\partial w_{2}}{\partial z} - \rho_{1} V_{1}^{0} \frac{\partial w_{1}}{\partial z} + L^{0} \frac{\partial \delta}{\partial z} - \sigma \frac{\partial^{3} \delta}{\partial z^{3}} = \frac{\partial f e}{\partial v_{1}} \Big|_{0} w_{1} + \frac{\partial f e}{\partial v_{2}} \Big|_{0} w_{2} + \frac{\partial f e}{\partial h} \Big|_{0} \delta$$
(34)

A Eq. (34) é derivada com relação à coordenada espacial z, e substitui-se as Eqs. (32) e (33) na equação derivada. Operando a mesma, obtêm-se uma equação do tipo:

$$\begin{aligned} &\frac{A_2^0}{A_2^0}\sigma\frac{\partial^4\delta}{\partial z^4} + \left[\rho_2(V_2^0)^2 + \frac{A_2^0}{A_1^0}\rho_1(V_1^0)^2 - \frac{A_2^0}{A_2^0}L^0\right]\frac{\partial^2\delta}{\partial z^2} + \\ &2\left[\rho_2V_2^0 + \frac{A_2^0}{A_1^0}\rho_1V_1^0 + \right]\frac{\partial^2\delta}{\partial z\partial t} + \left[\rho_2 + \frac{A_2^0}{A_1^0}\rho_1\right]\frac{\partial^2\delta}{\partial t^2} = \end{aligned}$$

$$\left[-\frac{A_2^{\ 0}}{A_1^{\ 0}}V_1^{\ 0}\frac{\partial fe}{\partial V_1}\Big|_0 + V_2^{\ 0}\frac{\partial fe}{\partial V_2}\Big|_0 - \frac{A_2^{\ 0}}{A_2^{\ 0}}\frac{\partial fe}{\partial h}\Big|_0\right]\frac{\partial \delta}{\partial z} + \left[-\frac{A_2^{\ 0}}{A_1^{\ 0}}\frac{\partial fe}{\partial V_1}\Big|_0 + \frac{\partial fe}{\partial V_2}\Big|_0\right]\frac{\partial \delta}{\partial t}$$
(35)

A equação (35) pode ser reescrita da forma:

$$M\frac{\partial^4\delta}{\partial z^4} + N\frac{\partial^2\delta}{\partial z^2} + 2E\frac{\partial^2\delta}{\partial z\partial t} + F\frac{\partial^2\delta}{\partial t^2} + G\frac{\partial\delta}{\partial z} + H\frac{\partial\delta}{\partial t} = 0$$
(36)

Desprezando os termos relativos a tensão interfacial [11].

$$N\frac{\partial^2 \delta}{\partial z^2} + 2E\frac{\partial^2 \delta}{\partial z \partial t} + F\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + G\frac{\partial \delta}{\partial z} + H\frac{\partial \delta}{\partial t} = 0$$
(37)

Fazendo:

$$\delta = \delta_{max} e^{ik(z-ct)} \tag{38}$$

Substituindo a Eq. (38) na Eq. (37) chegamos a um critério temporal de estabilidade para o escoamento estratificado líquido-líquido, baseado no número de onda **k**. Utilizando o método de Gaster [2], os resultados da análise temporal, $k_r(T)$, $\omega_r(T) \in \omega_i(T)$, de obtenção relativamente mais simples, podem ser usados para obter os termos espaciais, $k_r(E)$, $\omega_r(E) \in k_i(E)$, e assim, obter critérios de estabilidade espaciais, relacionando as taxas de amplificação temporal e a taxa de amplificação espacial pela celeridade da onda de perturbação.

$$k_R(T) = k_R(E), w_R(T) = w_R(E)$$
 (39)

e

$$\frac{w_I(T)}{k_I(E)} = c = -\frac{\partial w_R}{\partial k_R} \to k_I(E) = -\frac{\partial w_R}{\partial k_R} w_I(T)$$
(40)

O método de Gaster não foi desenvolvido para este tipo de análise, no entanto estáa sendo usado, apenas como uma das bases para um desenvolvimento inicial de um critério de transição espacial.

A Eq. (37) pode, também, ser resolvida pelo método das características, assim, pode-se verificar o desenvolimento espacial da onda, e chegar ao ponto no espaço onde a amplificação da perturbação pode causar a transição de padrão de escoamento.

RESULTADOS PRELIMINARES

Utilizando o método das características, um programa em plataforma Mathematica® foi feito e alguns gráficos iniciais de propagação de ondas foram gerados, porém, ainda sem validação e sem comparação com dados experimentais, o que segue ainda como estudo prospectivo e depende, ainda, do levantamento de banco de dados sobre ondas interfaciais no escoamento estratificado líquido-líquido. Na Fig. 2, abaixo, o eixo vertical indica a altura de água, o eixo horizontal a coordenada espacial e o eixo em profundidade a coordenada temporal.



Fig. 2 - Desenvolvimento de uma onda interfacial usando método das características, gráfico qualitativo.

BANCADA EXPERIMENTAL

Para o estudo da estabilidade do escoamento estratificado óleo água, será utilizada a seção de teste Oleoduto Direcional inclinável do NETeF (Fig. 3), sendo que esta já possui a instrumentação necessária e em estado operacional para a caracterização de padrões de fluxo, medidas de perda de pressão bifásica e de fração volumétrica *in situ* em escoamentos bifásicos gás-líquido e líquido-líquido, e trifásico líquido-líquido-gás.

Serão simulados experimentalmente escoamentos estratificados óleo-água e água-ar em diversas inclinações. A propagação das ondas interfaciais será filmada, e através do software de análise de imagens "*home-made*" serão analisadas as características da onda. A partir das características da onda e do "ponto de arrebentação", crescimento da instabilidade até transição para outro padrão de escoamento, pode-se comparar os resultados com o modelo proposto, tanto de estabilidade linear espacial, quanto do método das características.

Os fluidos utilizados serão: óleo mineral de viscosidade 100cP e densidade de 880kg/m³, e água com densidade de 1cP e densidade de aproximadamente 1000kg/m³, e ar atmosférico.



Fig. 3 – Foto da seção de testes Oleoduto Direcional do NETeF.

ESTUDO PROPSEPCTIVO

As próximas etapas do estudo do desenvolvimento espacial de instabilidades no escoamento estratificado líquido-líquido,

englobam o levantamento de um banco de dados de ondas interfaciais em escoamento estratificado líquido-líquido, a ser realizado no NETeF e encontrados em artigos como [14]. Com este banco de dados em mãos, seremos capazes de alimentar o programa em MOC com ondas iniciais idênticas às observadas experimentalmente e verificar o comportamento do modelo sugerido na previsão do desenvolvimento espacial destas ondas. A análise aqui, mais importante, será relacionada ao ângulo de inclinação, para verificação da importância desta na estabilidade/instabilidade deste padrão de escoamento

Uma próxima etapa é o desenvolvimento do método das características para a equação da onda interfacial, Eq. (37), visando também a análise da propagação de ondas através de outra modelagem.

Também está sendo estudada uma forma de acoplar os efeitos de tensão interfacial à modelagem, visto que, diferentemente dos escoamentos gás-líquido, este tem papel importante na estabilidade dos escoamentos líquido-líquido [5].

A última etapa é o desenvolvimento de um critério de transição espacial para o escoamento líquido-líquido estratificado. Espera-se que este critério seja capaz de capturar a física do problema de estabilidade/instabilidade do escoamento estratificado líquido-líquido.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à FAPESP pelo apoio no desenvolvimento deste projeto (processo 2008/06922-9). E ao pessoal do NETeF pela ajuda no desenvolvimento deste trabalho.

NOMENCLATURA

Símbolo	Quantidade	Unidade SI
w,2	Índice de Água, parede	-
0,1	Índice de Óleo	-
i	Índice de termo Imaginário,	-
	interface	-
r	Índice de termo Real	-
t,T	Índice de Tempo	S
, z,Z,E	Índice de Espaço	m
ĥ	Altura de água	m
A	Área	m^2
$A'_{\cdot}S_{i}$	Perímetro da Interface	m
S	Perímetro molhado	m
V	Velocidade in-situ	m/s
Vos	Velocidade superficial de óleo	m/s
ρ	Densidade	kg/m³
, g	Aceleração da gravidade	m/s ²
θ	Ângulo de inclinação	0
Κ	Fator de forma	Adimensional
τ	Tensão	N/m ²
δ.w	Perturbação na condição inicial	m
c	Celeridade da onda	m/s
k	Número de onda	-
ω	Frequência angular da onda	rad/s

REFERÊNCIAS

- [1] H. Schlichting, Boundary-Layer Theory, 7th Edition, McGraw-Hill, USA, 1979.
- [2] M. Gaster, A Note on the Relation Between Temporally-Increasing and Spatially-Increasing Disturbances in

Hydrodynamic Stability, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 14, pp. 222-224, 1962.

- [3] J. L.Trallero, Oil-Water Flow Patterns in Horizontal Pipes, Ph.D thesis, The University of Tulsa, Tulsa, Oklahoma, USA, 1995.
- [4] D. Barnea, and Y. Taitel, Non-Linear Interfacial Instability of Separated Flows, *Chemical Engineering Science*, vol. 49, no. 14, pp. 2341-2349, 1994.
- [5] O. M. H. Rodriguez, R. F. Mudde, and R. V. A. Oliemans, Stability Analysis of Slightly-Inclined Stratified Oil-Water Flow, Including the Distribution Coefficients and the Cross-Section Curvature, 5th North American Conference on Multiphase Technology, pp. 229-245, Banff, Canada, June 2006.
- [6] C. J. Crowley, G. B. Wallis, and J. J. Barry, Validation of a One-Dimensional Wave Model for the Stratified-to-Slug Flow Regime Transition, With Consequences for Wave Growth and Slug Frequency, *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 18, no. 2, pp. 249-271, 1992.
- [7] R. Betchov, W. O. Criminale, Stability of parallel flows. Academic press, New York, 1967

- [8] P. G. Drazin, W. H. Reid, Hydrodynamic stability. Cambridge University Press, Canbridge, 1981.
- [9] C. C. Lin, The Theory of Hydrodynamic stability. Cambridge University Press, Cambridge, 1955.
- [10] L. D. Landau, E. M. Lifchitz, Fluid Mechanics, Pergamon Press, Oxford, 1959.
- [11] O. M. H. Rodriguez, and A. C. Banwart, Stability Analysis of Core-Annular Flow and Neutral Stability Wave Number, *AIChE Journal*, vol. 54, no. 1, January 2008.
- [12] T. M. Assy, Método de resolução dos escoamentos em regime transitório. *Revista Brasileira de Tecnologia*, v.6, pp. 243-250, 1975.
- [13] N. Brauner, D. M. Maron, (1992a). Stability analysis of stratified liquid-liquid flow, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 18, n. 1, pp. 103-, 1992.
- [14] Al-Wahaibi, and P. Angeli, Experimental Studies on Flow Pattern Transitions in Horizontal Oil-Water Flow, em Proc. 6th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2007), Leipzig, Germany, July 2007.

DEVELOPMENT OF INSTABILITIES IN SPACE IN STRATIFIED LIQUID-LIQUID FLOW

Marcelo Souza de Castro *, Oscar Mauricio Hernandez Rodriguez*

* Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo (USP), Av. Trabalhador São Carlense, 400, 13566-970, São Carlos-SP, Brazil, E-mail: marcelo.castro@usp.br e oscarmhr@sc.usp.br

ABSTRACT

This paper presents a prospective study on the spatial development of instabilities in stratified oil-water flow. The main goal is to find out the point in space where hydrodynamic instabilities become so big that transition to other flow patterns occurs. The idea is based on the theory that considers that instabilities may develop in time as well as in space, which implies in a stability criterion based on a Reynolds number that is a function of a space coordinate, in analogy with classical works on boundary layer flows [1], [2]. We propose that in directional oil wells, for instance, inclination could lead to transition, which could be due to spatial development of instabilities. Therefore, we propose the study of the spatial evolution of interfacial waves in stratified oil-water flow. Two different theoretical bases are proposed for the investigation: a hybrid simplified nonlinear and the linear hydrodynamic theory. The formulation is based on the one-dimensional two-fluid model for liquid-liquid flows [3][4][5] and the numerical method is the Method of Characteristics (MOC). For both cases, the simulation of the propagation of the interfacial wave is compared with numerical data from the literature and with experimental data acquired in the inclinable pipeline of the Laboratory of Thermal and Fluids Engineering of the Engineering School of São Carlos – USP.

ENERGY DISSIPATION AND BUBBLES GENERATION IN A GRAVITATIONAL GAS SEPARATOR

Luis Enrique Ortiz Vidal*^{,1}, Oscar Mauricio Hernandez Rodriguez*^{,2}, Valdir Estevam°, Divonsir Lopes[§]

* Department of Mechanical Engineering, Engineering School of São Carlos, University of São Paulo (USP), Av. Trabalhador São-carlense, 400, São Carlos-SP, Brasil, Email: <u>leortiz@sc.usp.br</u>, <u>oscarmhr@sc.usp.br</u> ° Exploration and Production – Corporate, PETROBRAS, Email: <u>vestevam@petrobras.com.br</u> <u>§ E&P/UN-Rio/ST/EE, PETROBRAS, Email: divonsir@petrobras.com.br</u>

ABSTRACT

Different types of gravitational gas separators have been proposed to avoid failures in the submergible centrifugal pump (SCP) systems caused by the excess of free gas in the suction of the pump. Recently, a new and elucidating model for the inverted-shroud gas separator has been reported in the literature. That model describes the inverted-shroud separator phenomenology and it is proposed a methodology for the prediction of the total gas separation as a function of the two-phase turbulent kinetic energy dissipation into the separator. However, the energy dissipation length parameter (L_{dis}) is considered constant. The main goals of this study are the development and experimental validation of a correlation for L_{dis} that ensures the total gas separator. New data were collected in an inclined inverted-shroud separator of diameter 65 mm and length 7.5 m at 15 and 45 degrees from the horizontal. Air and water at near atmospheric pressure constituted the gas and liquid phases. The experimental work determined the function of L_{dis} with inclination angle, liquid flow rate and liquid viscosity. The results show that the proposed correlation can be applied for the optimized design of the proposed inclined inverted-shroud separator.

INTRODUCTION

Failures in the submergible centrifugal pump (SCP) are caused by high quantities of free gas in the suction of the pump. This problem is avoided by employing gas separators of centrifugal, helical or gravitational types.

Centrifugal separators have the problem of high maintenance costs due to the moving parts, although they present better separation efficiencies. Fixed helical separators overcome the moving-part problem, but the helix reduces the cross-sectional area of the annular channel. Available data show that centrifugal and helical separators have similar separation efficiencies [1-3].

The literature also repots a gravitational gas separator with annular geometry known as inverted-shroud separator [4-5]. Those authors show that it can reach separation efficiencies similar to those achieved by centrifugal and helical separators. Unfortunately the information available on inverted-shroud separators is quite scanty.

Although Vidal *et al.* [4] present an elucidating phenomenological model for total gas separation based on the two-phase turbulent kinetic energy dissipation, they do not offer any expression for the energy dissipation length parameter (L_{dis}).

The main goals of the present study are the development and validation of a correlation for L_{dis} that ensures the total gas separation for the Vidal *et al.*'s model.

REPORTED MODELLING

Vidal *et al.* (2009) [4] reported a new phenomenological model for gravitational gas separation in an inclined annular channel whose geometry is similar to the present inverted-shroud separator. The researchers noted that when the

separator is installed in an inclined angle it has the potential to convert a downstream, vertical and chaotic flow into a freesurface flow, and the incorporation of gas during the impact between the liquid phase and liquid interface, which happens at the inner-annular level (*IAL*, Fig.1), is reduced.

The researchers showed that the phenomenology of the inverted-shroud separator is essentially as function of four types of flows (Fig.1): an upward two-phase annular-channel flow (flow type A) is observed when the two-phase mixture flows through the outer annular channel; at the shroud inlet occurs segregation of the gas and liquid phases, thus a free-surface annular-channel liquid flow driven by gravity is presented (flow type B),*i.e.*, the liquid phase flows through the inverted-shroud; when the free-surface flow impacts on the inner-annular liquid level (*IAL*) an aeration process occurs, this type of flow was called transition annular-channel flow by the researchers (flow type C); if the inverted-shroud separator works properly the production pipe has only single-phase liquid flow to deal with (flow type D).

The model was qualitatively compared with data from the literature [5], with good agreement. The Vidal *et al.*' model explains physically the results obtained by Rondy *et al.* [5], *i.e.*: the separation efficiency increases with increasing the liquid viscosity; the separation efficiency increases with increasing the liquid flow rate; and the separation efficiency decreases with increasing the gas flow rate.

Features of the Phenomenological Modelling

The reported model [4] proposed a total gas separation criterion based on the prediction of the *IAL* position: there is a specific position of *IAL* for which there is a minimum length a_{LAL} that ensures the total gravitational separation of all bubbles generated in the type C flow (see Fig.1).



Figure 1. Schematic description of the phenomenology of inverted-shroud separator presented by Vidal *et al.* (2009) [4]. The points 1 and 2 indicate the path of the liquid from the inner-annular level (IAL) to the the production pipe outlet, respectively. The letters represent flow types.

It is supposed that in the transition annular-channel flow (type C, Fig.1) bubbles are generated due to the turbulent kinetic energy dissipation. These bubbles are subjected to turbulence, gravity, buoyancy and drag forces.

The length a_{LAL} that ensures the total separation of the bubbles can be expressed by

$$a_{AIL} \ge a_{dev} + a_{Stokes} \tag{1}$$

where a_{dev} and a_{Stokes} stand for development length of the velocity profile and length of the parabolic path of the bubbles in the inner-annular channel, respectively, given by [6-8]:

$$a_{Stokes} = V_{ai} \left(\frac{(\pi/2)d_{ii}}{V_{ter}} \right)$$
(2)

$$a_{dev} = 4.4 \,\mathrm{Re}_{ai}^{1/6} \,d_{ai} \tag{3}$$

where V_{ai} and V_{ter} are the inner-annular channel and terminal velocity, respectively.

From the equation of conservation of mass for steady state and fully-developed flow it is determined the inner-annular channel velocity as follows [6; 8-9]:

$$Q_p = A_{sl}V_{sl} = A_{ai}V_{ai} = A_{tp}V_{tp} \tag{4}$$

$$V_{ai} = \frac{Q_p}{A_{ai}} \tag{5}$$

According to Stokes' law, the terminal velocity is as follows [6-7]:

$$V_{ter} = \frac{(\rho_w - \rho_a)gd_b^2}{18\mu_w} \tag{6}$$

where d_b is the bubble diameter. This diameter is estimated from the balance between surface tension and shear stress forces [7; 10-11]:

$$d_b = 1.15 \left(\frac{\sigma}{\rho_w}\right)^{0.6} E_{dis}^{-0.4}$$
 (7)

where E represents the energy dissipation rate per unit of mass and can be expressed by:

$$E_{dis} = \frac{1}{2} \frac{V_{sl}^3}{L_{dis}} \tag{8}$$

The free-surface liquid velocity (V_{sl}) is expressed by [6; 9; 12]:

$$V_{sl} = \sqrt{\frac{2gD_{sl}Sin(\beta)}{f_{sl}}}$$
(9)

where D_{sl} is the hydraulic diameter of the free-surface flow, f_{sl} is the Darcy's friction factor for free-surface flow and β is the shroud inclination angle.

Details for the calculation of f_{sl} , and D_{sl} can be found in [4; 8; 13-15].

ENERGY DISSIPATION LENGTH

Deduction of L_{dis}

Considering steady state, the kinetic energy per unity mass of the free-surface liquid flow before impacting on the innerannular liquid level (*IAL*) can be represented as follows

$$ec = \frac{1}{2}V_{sl}^2 \tag{10}$$

We suppose that all kinetic energy is dissipated in the transition annular-channel flow (type C, Fig.1). Therefore, the energy dissipation rate per unit of mass can be given by

$$E_{dis} = \frac{\dot{m}}{M}ec = \frac{\dot{m}}{2M}V_{sl}^2 \tag{11}$$

where \dot{m} is the mass flow rate of the free-surface flow and M is a generic mass of liquid related to the amount of energy dissipated within a certain length.

The factor \dot{m} / M of Eq.(11) can be expressed by

$$\frac{\dot{m}}{M} = \frac{\rho_w Q_p}{\rho_w \not\leftarrow} = \frac{\rho_w A_{sl} V_{sl}}{\rho_w A_{sl} L_{dis}}$$
(12)

Reducing and substituting Eq. (12) into Eq. (11) one obtains:

$$L_{dis} = \frac{1}{2} \frac{V_{sl}^3}{E_{dis}} \tag{13}$$

where the parameter L_{dis} is the energy dissipation length of a generic liquid mass and it is related the two-phase turbulent kinetic energy dissipation.

Correlation for L_{dis}

A correlation for L_{dis} based on the phenomenology described above as a function of the liquid flow rate (Q_p) , liquid viscosity (μ_w) and inclination angle (β) was developed.

Based on the experimental observation:

$$L_{dis} \propto \mu_w, \beta, \frac{1}{Q_p} \tag{14}$$

Then, the following empirical correlation for L_{dis} is proposed:

$$L_{dis} = c_1 \left(\frac{Q_o}{Q_p}\right)^{n\sqrt{\sin\beta}}$$
(15)

where c_1 and n are constants to be adjusted and the liquid viscosity is implicitly taken into account in the Q_o parameter. It represents the critical liquid flow rate related to transition from laminar to turbulent flow in the inner-annular channel,

$$Q_o = \operatorname{Re}_{tr} \frac{\mu_w A_{ai}}{\rho_w D_{ai}}, \operatorname{Re}_{tr} = 2100$$
(16)

where D_{ai} and A_{ai} are the hydraulic diameter and crosssectional area of the inner-annular channel, respectively. It should be noted that Eq.(15) is valid for turbulent annularchannel flow. The experimental work was performed at air-water test loop of the Thermal-Fluids Engineering Laboratory (LETeF) of the Engineering School of São Carlos (USP). The collected data were used to adjust constants c_1 and n of Eq.(15). Fig.3 shows a schematic representation of the test loop. The components and measurement instruments are designated by letters and numbers and are listed in Tab. 1 and 2, respectively.

Table 1. Air-water test loop components.

Letter	Component
А	Air Compressor
В	Cooling and filtering system
С	Air tank
D	Air regulating valve
Е	Globe valve Ø1 1/2"
F	Water Tank
G	Globe valve Ø1 1/2"
Н	Globe valve Ø1 1/2"
Ι	Water screw pump
J	Frequency shifter
K	Globe valve Ø1 1/2"
L	Globe valve Ø1 1/2"
М	Air/Water mixer
Ν	Inclined structure system
0	Test sections - 10,5 m.
Р	Air Pressure regulator valve
Q	Air/Water separator tank

Water from the tank F flows through pump I and its flow rate was measured by the positive-displacement flow meter 4. Water is mixed with air in the mixer and the two-phase mixture flows through the test section. The air flow rate was measured upstream and downstream by identical positivedisplacement flow meters 1 and 9, respectively. The mixture was collected and separated by gravity in tank Q.

The test section is made of tree concentric tubes. The outer (casing) and inner (shroud) tubes are made of glass. There is also an innermost pipe (production pipe) made of PVC (see Fig.1). The total test-section length was 10.5 m and was assembled in sections of 1.5 m by means of PVC flanges. The external diameters of the outer tube and shroud were 115 and 75 mm, respectively, and both had wall thicknesses of 5 mm. The external and internal diameters of the production pipe were 20 and 17 mm, respectively.

Experiments were conducted in the test section at 15 and 45 degrees from the horizontal. Air and water at near atmospheric pressure constituted the work fluids. The liquid flow rate was in the 9-26 l/min range and the average inlet gas mass flow rate was 1.18 kg/hr. Data of gas-separation efficiency were collected as a function of liquid flow rate (Q_p) , inlet and outlet air mass flow rates, inclination angle and *IAL* position.



Figure 3. Air-water test loop at the Thermal-Fluids Engineering Laboratory (LETeF) of the Engineering School of São Carlos (USP). The letters and numbers represent the components and measurement instruments, respectively (refer to Tab. 1 and 2).

Number	Component	Manufacture/model	Range	Accuracy
1	Air flowmeter	Oval Gal50	0 to 20 l/min	1%FE
2	Pressure transducer	Novus 510	0 to 5 bar	0.5% FE
3	Temperature sensor	APPA MT-520	-200 to 1372 °C	0.1%RD+1°C
4	Water flowmeter	Oval OGT	1 to 35 l/min	0.75% RD
5	Pressure transducer	Novus 510	0 to 5 bar	0.5% FE
6	Temperature sensor	APPA MT-520	-200 to 1372 °C	0.1%RD+1°C
7	Pressure transducer	Novus 691	-1 to 1 bar	0.3%FE
8	Pressure transducer	Novus 510	0 to 5 bar	0.5% FE
9	Air flowmeter	Oval Gal50	0 to 20 l/min	1%FE
10	Mercury barometer	Princo 453	647 to 830 mm Hg	0.5 mm Hg
11	Mercury thermometer	Princo 453	15 to 50 °C	0.5 °C

Table 2. Measurement instruments of test loop

RESULTS AND DISCUSSION

The Vidal *et al.*'s model [4] was implemented in Mathematica® and applied to simulate the flow and geometric conditions carried out in the LETeF's experimental facilities.

First, the effect of c_1 on a_{IAL} were evaluated assuming that n = 0. Figures 4 and 5 show the results for 15 and 45 degree of inclination, respectively. It was observed that c_1 has little influence on a_{AIL} and consequently on L_{dis} . On the other hand, bubbles were seen to behave in a high turbulent manner until about 10 cm downstream the I.A.L (Fig. 1, with would suggest that the turbulent kinetic energy dissipation would occur mainly within that distance downstream. For these reasons, a value of 0.1 m was chosen for c_1 .

The experimental adjustment of the L_{dis} correlation (Eq. 17) is expressed by

$$L_{dis} = 0.1 \left(\frac{0.000142}{Q_p}\right)^{n/\sin\beta}$$
(17)

where L_{dis} is given in meters.

Figures 6 and 7 show comparisons between experimental a_{AIL} versus Q_p data collected in this work and model predictions for 15 and 45 degrees of inclination, respectively. Three different curves of predicted 100% gas-separation efficiency are plotted as a function of the fitting parameter n. The areas above and under the curves can be seen as regions of predicted efficiencies of 100% and less than 100%, respectively. Data of 100% and less than 100% of gas-separation efficiency are represented by the triangular and square dots, respectively. Experiments showed that $n \ge 4.5$, Eq.(17), ensures a reliable prediction of total gas separation for the tested cases.





Figure 4. Influence of c_1 on a_{IAL} for $\beta = 15^{\circ}$ ($\eta = 100\%$, n = 0)

Figure 5. Influence of c_1 on a_{IAL} for $\beta = 45^{\circ}$ ($\eta = 100\%$, n = 0)



Figure 6. *IAL* length as a function of liquid flow rate. Experimental (dots) and predicted (curves) separation efficiencies for $\beta = 15^{\circ}$. The lines represent 100% efficiency and show the influence of parameter *n* of the proposed correlation. The triangular dots represent efficiencies of 100% and the square dots efficiencies lower than 100%; *n* = 4 showed the best agreement.



Figure 7. *IAL* length as a function of liquid flow rate. Experimental (dots) and predicted (curves) separation efficiencies for $\beta = 45^{\circ}$. The lines represent 100% efficiency and show the influence of parameter *n* of the proposed correlation. The triangular dots represent efficiencies of 100% and the square dots efficiencies lower than 100%; *n* = 4 showed the best agreement

CONCLUSIONS

A new empirical correlation for the prediction of the energy dissipation length associated with the two-phase turbulent kinetic energy dissipation for in inverted-shroud separator has been presented. The correlation was based on a model found in the literature and manages to include the liquid physical properties, separator geometry, liquid flow rate and inclination angle. New data of gas-separation efficiency as function of liquid flow rate, gas mass flow rate for 15 and 45 degrees were collected. The model predictions was compared with the new experimental data and the agreement was quite good.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors are grateful to PETROBRAS for supporting the experimental work. L.E.O. Vidal is grateful to CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) for the scholarship.

REFERÊNCIAS

- [1] F.J.S. Alhanati et al., A simple model for the efficiency of rotary separators. In: 69 SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE EXHIBITION, New Orleans, LA, USA, 1994.
- [2] A.F. Harun *et al.*, A simple model to predict natural gas separation efficiency in pumped wells. In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION, Dallas, TX, USA, 2000.
- [3] R.d.O. Souza et al., Separador de gás de fundo de poço de alta eficiência. In: 1 Seminario de elevación artificial, escoamento e medição, Rio de Janeiro, Brasil, 2003.
- [4] L.E.O. Vidal et al., Modelo para la eficiencia de separación de gas en un ducto anular inclinado. In: 9 CONGRESO IBEROAMERICANO DE INGENIERÍA MECÁNICA, Las Palmas de Gran Canaria, Islas Canarias, 2009.
- [5] P. Rondy, H.J. Cholet and I. Federer, Optimization of heavy oil and gas pumping in horizontal wells. In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION Houston, Texas, 1993.
- [6] Y.A. Çengel and J.M. Cimbala, Mecânica dos fluidos fundamentos e aplicações, McGraw-Hill, São Paulo, 2007.
- [7] AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE, API 421: Design and operation of oil-waters separators, Washington, 1990.
- [8] O.M.H. Rodriguez, Mecânica dos Fluidos Pos-Graduação. Apostila SEM5749, EESC-USP, São Carlos, SP. 2008.
- [9] R.W. Fox, A.T. McDonald and P.J. Pritchard, Indrodução à mecânica dos fluidos, LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 2006.
- [10] S. Kucukali and S. Cokgor, Energy concept for predicting hydraulic jump aeration efficiency, Journal of Environmental Engineering-Asce, v.135, n.2, p.105-107, 2009.

- [11] P. Volkart, The mechanism of air bubble entrainment in self-aerated flow, International Journal of Multiphase Flow, v.6, n.5, p.411-423, 1980.
- [12] M.C. Potter and D.C. Wiggert, Mecânica dos fluidos, Pioneira Thomson Learning, São Paulo, 2004.
- [13] L.E.O. Vidal, D. Cabanillas and R. Fierro, Influencia del factor de fricción en el diseño de redes de tuberías: estudio de caso. In: 1 CONGRESO NACIONAL DEL AGUA, Lima, Perú, 2009.
- [14] R.G. Allen, Relating the Hazen-Williams and Darcy-Weisbach friction loss equations for pressurized irrigation, American Society of Agricultural Engineers, v.12, n.6, p.685-693, 1996.
- [15] C.P. Blanco, T.F. Albieri and O.M.H. Rodriguez, Revisão de modelos para transições de padrão de escoamento gás-liquido em duto anular vertical e horizontal. In: 12 BRAZILIAN CONGRESS OF THERMAL ENGINEERING AND SCIENCES, Belo Horizonte, MG, 2008.

NOMENCLATURE

- area (m^2) A
- length of maximum efficiency (m) a_{IAL}
- d diameter (m)
- D hydraulic diameter (m)
- Ε rate energy dissipation per mass unit (W/Kg)
- relative roughness (nondimensional) e/D
- friction factor (nondimensional) f
- gravitational constant (m/s^2) g
- head loss (m) h_T
- liquid level (m) h_w
- L pipe length (m)
- energy dissipation length (m) L_{dis}
- Р pressure (Pa)
- Q_p liquid flow rate (m^3/s)
- Re Reynolds number (nondimensional)
- S perimeter (m)
- Vvelocity (m/s)
- Ζ hydrostatic height (m)

Greek letters

- dynamic viscosity (Pa s) μ
- inclination angle (°) β
- efficiency (nondimensional) η
- density (Kg/m³) ρ
- interfacial tension (N/m) σ
- Subscripts
- input and output of control volume, respectively 1,2
- gas а inner-annular channel
- ai bubble
- b
- outer-production-tube ер
- interface i
- internal-shroud ii
- production-pipe tp free surface
- sl Liquid w

EFFECTS OF FLOW TRANSPIRATION ON PRESSURE LOSSES IN HORIZONTAL SLUG FLOW

M. G. D. $\mathrm{Cruz}^\dagger,$ J. B. R. Loureiro ‡ and A. P. Silva Freire †

[‡]Divisão Científica(Inmetro), Rio de Janeiro, Brasil [†]Programa de Engenharia Mecânica (PEM/COPPE/UFRJ), C.P. 68503, 21945-970, Rio de Janeiro, Brasil

ABSTRACT

The present work investigates the behaviour of slug flows in horizontal pipes with a permeable wall. Measurements of pressure drop and of local velocity are given for nine different flow conditions. The liquid phase velocity was measured with laser Doppler anemometry. Single-phase data are compared with the results of other authors. The influence of flow transpiration and of roughness on the features of slug flows is shown to be pronounced. A Shadow Sizer system coupled with Particle Image Velocimetry is used to account for the properties of the slug cell.

Keywords: slug flow, roughness, transpiration.

1 Introduction

Horizontal drilling technology in oil exploration, development, and production operations has become an important industrial practice over the last 20 years. In a horizontal well, very large areas of reservoir rock are exposed to the wellbore surface. The great advances in technology have meant that horizontal wells can now be constructed with more than 2000 meters. To fill the space between the screen casing and the bore hole, a high conductivity hydraulic sand or gravel packed "wall" is normally used. Upon the action of the reservoir large pressures, fluid is then transpired from the rock reservoir into the wellbore. Over short lengths, the effects of transpiration on the flow properties including the pressure drop can be neglected. However, over long ranges the skin-friction needs to be detailed known so that realistic estimates of pressure drop can be made.

For fully developed laminar flow of an incompressible viscous fluid in a porous pipe with suction or injection, exact solutions of the Navier-Stokes equations can be found (see, e.g., Oxarango et al. (2004), Erdogan and Imrak (2005)). These flows are typical of filtration systems and, therefore, have been studied intensively mainly by the chemical engineering community.

In petroleum applications, however, most industrial flows occur at very large Reynolds number so that turbulent effects must be taken into account. The immediate consequence is that any proposed solution must now be followed by a representative closure hypothesis and by boundary conditions that account for wall roughness. The evident increase in complexity means that approximate solutions must be sought through singular perturbation methods. In fact, an application of asymptotic techniques to the Reynolds Averaged Navier-Stokes equations (RANS) together with the mixing-length hypothesis can be shown (Silva Freire, 1988) to furnish a local analytical solution that is valid in the fully turbulent region and has an explicit dependence on the transpiration rate. An integration (Cruz et al., 2009) of this solution yields a resistance law for smooth and rough pipes at large Reynolds numbers that contains a bi-logarithmic term. Such asymptotic bilogarithmic law naturally incorporates the effects of local Reynolds number and transpiration rate.

The law of resistance introduced in of Cruz et al. (2009) is valid for single-phase flows and has been extended to incorporate roughness effects. The underlying hypothesis is that flow transpiration at the wall is homogeneous. This approach is different from other authors (see, e.g., the review paper of Clemo (2006)), who instead have preferred to describe frictional losses in perforated pipes through a decomposition of effects: wall friction, perforation friction and mixing effects. In most cases, perforation friction is associated with an increase in roughness. The mixing effects, on the other hand, are compared to the problem of multiple interacting jets in a cross flow. This solution strategy results in such a complex analysis that only external empirical evidence can be used to determine the correct behavior of the friction contribution.

The model of Cruz et al. (2009) was comprehen-

sively validated against the experimental data of Olson and Eckert (1966) and of Su and Gudmunsson (1998).

In many important applications, however, the flows of interest include long isolated bubbles, such as those observed in horizontal slug flows. To the best of the present authors' knowledge, this particular problem has not been addressed before: slug flow in pipes with rough, porous walls.

The purpose of the present work is to carry out an experimental study of slug flow in horizontal pipes with a permeable wall. In addition to pressure loss data, the work presents local velocity and turbulent profiles obtained through Laser-Doppler Anemometry. The analysis also compares single-phase data with the measurements of Olson and Eckert (1966) and of Su and Gudmunsson (1998) and with results obtained with the theory of Cruz et al. (2009). Local mean velocity measurements are made to assess the bi-logarithmic term predicted by Silva Freire (1988).

Pressure drop data are used to assess the differences between predictions given by the single-phase model and the slug flow. The influence of flow transpiration and of roughness on the features of the slug is accounted for by Laser-Doppler measurements in two test sections. A Shadow Sizer system coupled with a Particle Image Velocimetry system is used to account for the properties of the slug cell.

2 Short literature review

The effects of a porous wall on the velocity and pressure distributions in fully developed channel flow were early studied for two-dimensional incompressible steady-state laminar flow. Solutions of the N-S equations were obtained through a perturbation series with the reciprocal of the wall Reynolds parameter as a perturbation parameter (Berman (1953), Terrill (1964)). The theoretical results were subsequently confirmed by measurements on pressure drop and exit centerline velocities (Bundy and Weissberg, 1970).

Despite its limitation to low Reynolds number flow, laminar solutions continue to draw some attention, in particular in connection with systems consisting of parallel porous channel bundles. Typical examples are the works of Oxarango et al. (2004) and Erdogan and Imrak (2005).

Unfortunately, in many technological applications, the Reynolds number is high and the flow turbulent. A major contribution to the description flows in pipes with wall suction or injection was given by Olson and Eckert (1966). To study the effects of flow injection on the thermal protection of walls, these authors analyzed the turbulent flow of air in a porous tube with circular cross section. The tube had a 50 percent porosity and was wrapped with several layers of rayon cloth to ensure uniform injection rates. The data reduction was based on a balance of the mass and momentum equations. Results were presented for the local mean velocity profiles, static pressure, mass flow rate and wall shear stress.

In many problems, however, local information on the flow properties is required. The usual approach then to find analytical solutions is to consider perturbation solutions to the Reynolds averaged Navier-Stokes equations (RANS) together with the mixing-length hypothesis for turbulence closure. By treating the small parameters independently, a local mean velocity profile solution can be found for the fully turbulent region from a double integration of the RANS. This solution involves logarithmic and bilogarithmic terms (Stevenson(1963), Simpson (1970), Silva Freire (1988)).

Studies that cover problems of interest to the petroleum industry are much more difficult to identify. Those that be found deal with single phase flows.

Su and Gudmundsson (1998) divided the total pressure drop in horizontal pipes into four distinct effects: flow acceleration, wall friction, perforation roughness and fluid mixing. Their work suggests that the pressure drop due to the roughness provoked by the perforation is eliminated by the inflow when the transpiration rate reaches a certain limit. Experiments were conducted in a pipe with 0.022 mm internal diameter and 0.6 m length. The perforation was provided by drilling 158 holes of 3 mm in the pipe. The resulting porosity was 0.027. The measured pressure drop due to wall friction, perforation roughness and mixing effects was obtained by subtracting the pressure drop due to flow acceleration from the total pressure drop. The ordinary wall frictional pressure drop was calculated through the Darcy-Weisbach equation.

Schulkes and Utvik (1998) conducted experiments in perforated pipes much in the some way as Su and Gudmunsson (1998). Some differences were present in pipe geometry and flow conditions. However, the basic conclusions were the same. Authors found that when the transpiration rate is small, lubrication of the pipe flow occurs. For high transpiration rates, on the other hand, a sudden jump in pressure drop was observed.

The work of Yalniz and Ozkan (2001) simulated flow injection in a horizontal well with just two discrete perforations. Thus, the dynamics of the flow is more associated to a description of the mixing effects of jets in cross flow than to the effects of a homogeneous flow transpiration at the wall. The investigation is reported to use theoretical and experimental models for the derivation of an expression for the friction factor. The so-called theoretical models, however, do not appear to the first principles. Instead they are based on simple dimensional analysis and strong empirical input. With no influx, the wall perforations are said to produce a reduction in pressures gradients proportional to their area.

Clemo (2006) performed a comparison of some existing theories for pressure loss prediction with the data of Olson and Eckert (1966), Siwon (1987) and Su and Gudmunsson (1998). The models of Siwon (1987) and Yuan et al. (1997) recognize the flow acceleration effects reported in the integral analysis advanced by Olson and Eckert (1966) and use experimental correlations to propose a wall shear stress equation. The analysis concludes that (i) the perforations provoke an increase in pressure losses irrespective of the transpiration rate and (ii) fluid transpiration provokes larger pressure losses than would occur without inflow, but not as large as would be expected considering only the momentum increase induced by increasing velocities.

3 Theoretical background

3.1 Resistance law for smooth pipes

Define the friction coefficient λ through

$$\frac{p_1 - p_2}{L} = \frac{\lambda}{D} \frac{\rho}{2} U_m^2,\tag{1}$$

where D denotes the pipe diameter, U_m is the mean flow velocity and L the length of a fluid cylinder.

For very large Reynolds numbers, it can be shown that the resistance law for smooth pipes is

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.035 \log\left(R_e \sqrt{\lambda}\right) - 0.8 \tag{2}$$

with $R_e = U_m D / \nu$.

3.2 Resistance law for smooth pipes with wall transpiration

For flow subject to wall transpiration, Cruz et al. (2009) showed that Eq. (2) must be replaced by

$$1 = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{2}}(2,5\ln(Re^+) + A - 3,75) + v_w^+(1,56\ln^2(Re^+) + (1,25A - 4,68)\ln(Re^+) + \frac{A^2}{4} + 1,86A + 5,47)$$
(3)

with

$$v_w^+ = \frac{v_w}{U_m}$$
 and $Re^+ = \frac{U_m D}{\nu} \frac{\sqrt{\lambda}}{4\sqrt{2}}.$ (4)

The normal velocity at the wall is represented by v_w . Parameter A is given by

$$A = 5 - 512 \frac{v_w}{U}.$$
 (5)

The transcedental equation, Eq. (3), gives λ for given Re^+ and v_w^+ .

3.3 Resistance law for rough pipes

The law of resistance for flow in a rough pipe was shown by Nikuradse (1933) to have the form

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\varkappa} \ln\left(\frac{y}{k_s}\right) + B,\tag{6}$$

where k_s is a characteristic length of the roughness and B = 8.5 (completely rough regime).

In fact, *B* was shown to be a function of Re_k (= $k_s u_*/\nu$). The behaviour of *B* for the three types of flow regime discussed by Nikuradse (1933) has been studied by several authors. For example, Ligrani e Moffat (1986) suggest the following functional dependence

$$B = 8.5\sigma + \frac{1-\sigma}{\varkappa}\ln\left(Re_k\right) + (1-\sigma)C,\tag{7}$$

where $Re_k = k_s u_* / \nu$, C = 5.1 and $\sigma = \sin((1/2)\pi g)$ with

$$g = \frac{\ln\left(\frac{Re_k}{Re_{k,s}}\right)}{\ln\left(\frac{Re_{k,r}}{Re_{k,s}}\right)},\tag{8}$$

 $Re_{k,s} = 5$, $Re_{k,r} = 70$ and this approximation is valid in $5 \le Re_k \le 70$.

The resistance formula for flow in a rough pipe can be obtained by integrating Eq. (6) over the crosssectional area of a pipe. The result is

$$\lambda = [0.88 \ln(R/k_s) + 0.35B - 1.33]^{-2} \tag{9}$$

A comparison of Eq. (9) with the experiments of Nikuradse shows that for a fully rough regime the ln additive term should be replaced by 1.74.

3.4 Resistance law for rough pipes with wall transpiration

A law of resistance for rough pipes with wall transpiration can now be deduced provided the results of the previous sections are taken into account. Let us define $Re^+ = R/k_s$ and $A_k = B - 512 v_w/U$. It follows immediately from Eqs. (3) and (9) that

$$1 = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{2}} (2.5 \ln(R/k_s) + A_k - 3.75) + v_w^+ (1.56 \ln^2(R/k_s) + (1.25A_k - 4.68) \ln(R/k_s) + \frac{A_k^2}{4} + 1.86A_k + 5.47).$$
(10)

4 Experiments

The main objective of the experiments was to study the influence of flow transpiration on the distribution of pressure loss in turbulent flows inside rough, porous circular pipes. The investigation has been carried out for single phase flows (water) as well as for two-phase airwater slug flows. To the present authors's knowledge, this is the first time that such experiments are executed. Therefore, the results obtained in the present investigation should provide an important database to which the predictions of theoretical models should comply.

4.1 Experimental set up

To simulate flow transpiration from a rock reservoir to an horizontal well, a sophisticated experiment has been assembled in the Flow Dynamics Measurements Laboratory of the Brazilian Institute of Standards (IN-METRO). The test section consists of three concentric stainless-steel tubes, as shown in Fig. 1. The inner pipe was made by winding on a cylindrical mandrel four layers of a very fine wire mesh that were subsequently welded at the joint points to produce a rigid 34 mm diameter tube. Using the same construction method, an intermediate tube with 95 mm diameter was made of a single perforated sheet 1.5 mm thick and 50 percent porosity. The annular region between the inner and intermediate pipes was filled with small bits (2.5 mm external diameter, 0.5 internal diameter, 3.0 mm length) to simulate the porosity of a rock reservoir. The outer pipe consisted of a solid 3 mm thick, 123 mm diameter stainless-steel tube. The room between the intermediate and outer pipes served as a plenum chamber, so as to make sure that an uniform transpiration rate could be achieved for every test condition.



Figure 1. Description of the test section concentric pipes: a) schematic view, b) general illustration.

A schematic diagram of the piping system is shown in Fig. 2. The piping system consisted of two water circulation loops. The fist loop was used to supply water and air to the through flow in the porous, rough pipe. Water for transpiration was introduced through two injection valves into the plenum chamber and into the rock reservoir. The whole apparatus consisted of six separated 1-m segments. These segments were connected through 25-mm thick sheets of plexiglass that worked as inspection windows. The windows allowed the use of optically based measurement instruments. Thus, the total length of the test section was 6175 mm. Three pumps were used to provide the water supply. The pumps could be re-arranged between main pipe and the injection line so as to furnish the desired conditions. The air nozzle was installed 1-m upstream of the well entrance. The

connection pipe between the air nozzle and the entrance was made of plexiglass so that flow visualization was permitted.



Figure 2. Overview of the experimental set up: a) schematic diagram, b) general view.

4.2 Measurements of flow properties

Every 1-m of test section was fitted with two pressure taps with 50-mm spacing between them. A set of valves connected the taps to a differential pressure transducer (Emerson 3051) to provide the pressure distribution along the whole length of the simulated well. A single flowmeter was used in the supply line of the entrance of the inner pipe. All velocity profiles and additional flow rates were measured with laser-Doppler anemometry. The one-component Dantec laser-Doppler anemometry system used a 400 mW Ar-ion tube laser and was operated in the forward-scatter mode to measure mean and fluctuating velocity fields. A Bragg cell unit was used to introduce a digitally-controlled electronic shift in order to resolve the direction of the flow field and give correct measurements of near-zero mean velocities. The two light beams that emerged from the 60 mm diameter FiberFlow probe were made to pass through a beam expander with expansion ratio of 1.98. This optical component was used to increase the beam spacing and, as a consequence, to provide a smaller measurement volume of dimensions 49.6 μm x 49.9 μm x 150 $\mu m.$



Figure 3. LDA system operating on the well set up.

Front lens with 310 mm focus length were mounted on the probe to accurately position the measurement volume on the centerline of the inner pipe. The signals from the photo-multipliers were digitized and processed through a burst spectrum analyzer BSA P60 operating in single measurement per burst mode. The Dantec BSA Flow Software 4.50 were used to calculate the Doppler frequencies and the resulting velocity samples. A series of LDA biases were avoided by adjusting the strictest parameters on the data processor and software.

The PIV measurements were performed with a twodimensional La Vision system. The light source was furnished by a double pulsed Nd:YAG laser that produced short duration (10 ns) high energy (120 mJ) pulses of green light (532 nm). The collimated laser beam was transmitted through a cylindrical (15 mm) and a spherical (500 mm) lens to generate a 1 mm thick light sheet. The reflected light was recorded at 15 Hz by a CCD camera with 1280 x 1024 pixels and 12-bit resolution. The cameras were fitted with a Nikkor 105 mm f/2.8D lenses. Image calibration was made by taking pictures of a reference target specially designed for the present purpose.

For all the measurements, computational conditions for the velocity vectors were fixed. Adaptive correlation (DaVis 7.1 Software) has been processed on 32x32 pixels-size final interrogation windows, with 50% overlap, which gives 64x64 vectors. The pixel resolution is 6.45x6.45 μ m. Particle image treatment using subpixel cell shifting and deformation, allowing bias and random error reduction. A widely accepted estimation of the absolute displacement error using these algorithms is 0.05 pixels. Different thresholds including signal-to-noise ratio and velocity vector magnitude were used as postprocessing steps.

Since the majority of classifications for two-phase flow patterns are based on the visual inspection of the flow, it is highly important to have an accurate imaging procedure for turbulent pipe flows. The present work used the Shadow Sizer (Dantec Dynamics) to quantify the properties of the air-water flow on the well set up. This system is comprised of a high speed camera (NanoSense MK III) and a constellation led back light that provided high resolution images (1289×1024) pixels) at 2000 Hz frame rate. The software Dynamic Studio is responsible for triggering the camera and the illumination system, as well as detecting contour differences on the images to provide statistical results about the flow. However, since the code is not fitted for quantifying slug flows, a special software was implemented in Mathematica for the calculation the the quantities of interest.

5 Results

The general flow conditions are shown in Table 1 (key to Table 1 is in Table 2). Nine experiments in all were

performed. For the slug flows, the liquid flow rate was $0.3 \ ls^{-1}$; the gas flow rate was $0.6 \ ls^{-1}$.

Table 1. Experimental flow conditions.

	-p		
Flow	U_{max}	v_w^+	Meas.
single flow	0.5	0.0	U, P
single flow	0.75	0.0	U, P
single flow	1	0.0	U, P
single flow	1.88	0.0	U, P
slug flow	0.5	0.0	U, P
single flow	1.91	0.006	U, P
single flow	2.42	0.008	U, P
slug flow	0.5	0.006	U, P
slug flow	0.5	0.008	U, P

Table 2. Key to Table 1.		
U_{max}	Max. Liq. Vel. $[ms^{-1}]$	
v_w^+	injection rate = v_w/U_{max}	
Meas.	Measured quantity	
U	Velocity profile	
Р	Pressure	

5.1 Single phase flow

Single phase for experiments must be performed so that the roughness length, k_s , can be determined. For the sake of comparison, the present results are compared with the data of Olson and Eckert (1966) and of Su and Gudmunsson (1998).

Olson and Eckert (1966) worked with a high porosity wall that was "made by winding two layers of alternated 0.010-in. solid and stranded (7-strand, 0.050-in. wire per strand) stainless-steel wire on a cylindrical mandrel, wrapping a stainless-steel perforated sheet 0.010 in. thick with 50 percent porosity around these layers, then wrapping two similar layers of alternate solidstranded wires over the perforated sheet".

Su and Gudmunsson (1998), on the other hand, worked with a low porosity pipe that was made by "drilling perforation holes through the pipe wall that were geometrically similar to a 7-inch perforated casing with 0.83 inch perforation diameter, 12 SPF perforation density, and 60° phasing. The perforations were covered with a 25 μ m pore size filter on top of a water resistant glue pad."

From the above description, it is clear that the homogeneous wall transpiration condition preconceived by Eq. (10) is much more likely to be satisfied by the data of Olson and Eckert (1966). The very low porosity of 2.7 percent of Su and Gudmunsson (1998), in principle, does not characterize a uniform wall condition. It is also very clear that the present flow configuration is similar to that of Olson and Eckert (1966).

Various experiments with Reynolds number varying from 30.000 to 60.000 were performed to find k_s . By measuring the pressure drop over the 6-m long test section, Eq. (9) could be used to determine k_s . Table 3 shows the result. Note that the values of k_s for the present experiment and the experiment of Olson and Eckert (1966) are consistent with each other.

Table 3. Values of k_s .	
Author	$k_s \ [m]$
Olson and Eckert (1966)	0.000132
Su and Gudmunsson (1998)	0.000049
Present	0.000163

Figure 1 compares Eq. (10) with the data of Olson and Eckert (1966) for several transpiration rates and measuring positions. The measurements of Olson and Eckert (1966) show a decrease in friction coefficient with an increase in the transpiration rate as expected. However, their data also show an increase in λ with an increase in the local Reynolds number. This has not been observed in the classical experiments of Nikuradse, for example. The predictions of Eq. (10), however, are coherent with the expected trends.



Figure 4. Friction coefficient for transpired flow over rough walls. a: present theory, b: data of Olson and Eckert (1966), c: comparison of (a) and (b)

The pressure drop due to frictional losses for the experimental conditions of Su and Gudmunsson (1998) are shown in Table 4. Note that results are presented for three distinct total flow rate ratio and Reynolds number. To all considered R_e , the theoretical predictions are very good for the low $\sigma = 0.02$ and 0.05. In fact, in these ranges, the maximum prediction error is about 5%. For the highest σ (= 0.1), The error increases to 18%. Thus, the overall agreement of the present theory with the data of Su and Gudmunsson (1998) is surprisingly good. We have previously commented that the wall boundary condition for their experimental arrangement is not likely to approach a uniform condition

Table 4. Predictions given by Eq. (10)as compared with the data of Su e Gudmunsson (1998). $\sigma =$ total flow rate ratio Δn (Pa) = pressure loss

total now rate ratio. Δp (ra) – pressure loss.				
R_e	σ	$\Delta p \ (Pa) \ Exp.$	$\Delta p \ (Pa) \ Th.$	
40,000	0.02	1000	958	
40,000	0.05	950	890	
40,000	0.1	900	788	
65,000	0.02	2450	2323	
65,000	0.05	2350	2131	
65,000	0.01	2250	1845	
90,000	0.02	4900	4653	
90,000	0.05	4700	4250	
90,000	0.1	4500	3638	

The performance of Eq. (10) against the present experimental data is shown in Table 5.

Table 5. Present work, Ed

R_e	$\Delta p \ (Pa) \ Exp.$	$\Delta p \ (Pa) \ Th.$
15,510	435	525
31,089	1795	1880
47,601	4050	4378

5.2 Two-phase flow

The general two-phase flow pattern is shown in Figs. 5 and 6 for cases with and without transpiration. The first observable effect of flow transpiration on the general configuration of the slug flow was the formation of very elongated bubbles for conditions – as compared with the no-transpiration cases – in which the fluid and gas flow rates were about the same.



Figure 5. General flow pattern without flow transpiration.



Figure 6. General flow pattern with flow transpiration.

Mean velocity profiles for the liquid phase at station x = 6 m for two injection rates $(v_w^+ = v_w/U_{max})$ are shown in Fig. 7. For a same injection velocity, the single- and two-phase velocity profiles shown in Fig. 7 correspond to flows with about the same top centerline
velocity. The presence of the gas phase makes the liquid velocity profiles less full as expected. The injection of fluid through the wall clearly modifies the velocity distribution, reducing the wall shear stress.



Figure 7. Mean velocity profiles at station x = 6 m for the single and two-phase flow conditions with and without flow transpiration.

The streamwise velocity fluctuations are shown in Fig. 8. The presence of bubbles in the flow naturally increases its degree of agitation, with a corresponding increase in $\sigma_u = \sqrt{u'^2}$. The striking feature of Fig. 8, however, is the large increase in σ_u due to the fluid transpiration at the wall. For the highest injection rate, $v_w^+ = 0.008$, a peak value of 0.4 ms^{-1} can be observed near the wall. The very pronounced level of turbulence near the wall might explain the formation of very large bubbles through a possible enhancement of bubble coalescence.



Figure 8. Streamwise velocity fluctuations $\sigma_u = \sqrt{u'^2}$ at station x = 6 m for the single and two-phase flow conditions with and without flow transpiration.

The pressure drop distributions along the test section for several entrance Reynolds number (R_e) are shown in Fig. 9. An increase in R_e increases the pressure drop as expected. All results shown in Figure 9 agree with predictions given by Eq. Eq. (10).



Figure 9. Pressure drop distribution along test section. Flow conditions as in Table 1, five first entries.

Pressure drop distributions along the test section corresponding to the four exit velocity profiles shown in Fig. 7 are shown in Fig. 10. The pressure profiles fully corroborate Fig. 7. The less steep slopes of the two-phase flow velocity profiles result in a lesser pressure drop.



Figure 10. Pressure drop distribution along test section. Flow conditions as in Table 1, last four entries.

6 Conclusion

The present work has studied the behaviour of slug flows in horizontal pipes with fluid injection at the wall. Nine different flow conditions have been scrutinized through measurements of pressure drop, local velocity and turbulence profiles.

The transpiration was observed to promote the formation of very large bubbles and the increase of near wall turbulence. These combined effects resulted in a decrease in pressure drop along the pipe.

7 Acknowledgements

MGDC benefited from Research Scholarships from the Brazilian Ministry of Education through Capes. APSF is grateful to the Brazilian National Research Council (CNPq) for the award of a Research Fellowship (Grant No 303982/2009-8). The work was financially supported by CNPq through Grants No 473588/2009-9 and by the Rio de Janeiro Research Foundation (FAPERJ) through Grant E-26/170.005/2008. JBRL is thankful

to the Brazilian National Research Council (CNPq) for the financial support to this research through Grant 475759/2009-5.

8 References

Berman, A. S., 1953, Laminar flow in channels with porous walls, J. Appl. Physics, 24, 1323–1235.

Bundy, D. and Weissberg, H. L., 1970, Experimental study of fully developed laminar flow in a porous pipe with wall injection, Physics of Fluids, 13, 2613–2615.

Clemo, T.; Flow in perforated pipes: A comparison of models and experiments. SPE Production and Operations, 21 (2), DOI:10.2118/89036-PA, 302-311, 2006.

Cruz, M.D.G., Sousa, F.B.C.C., Rodrigues, D.A., Loureiro, J.B.R. and Silva Freire, A.P., 2009, Effects of flow transpiration on pressure losses in duct flow, Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Porto Alegre.

Erdogan, M.E. and Imrak, C.E., 2005, On the axial flow of an incompressible viscous fluid in a pipe with a porous boundary, Acta Mechanica, 178:187-197.

Ligrani, P.M. and Moffat, R.J.; Structure of transitionally rough and fully rough turbulent boundary layers, J. Fluid Mech, 162:69-98, 1986.

Nikuradse, J.; Forschungsheft, 301, 1933.

Olson, R. and Eckert, E.; Experimental Studies of Turbulent Flow in a Porous Circular Tube with Uniform Fluid Injection Through the Tube Wall. J. of Applied Mechanics, 33:7-17, March 1966.

Oxarango, L., Schmitz, P. and Quintard, M., 2004, Laminar flow in channels with wall suction or injection: a new model to study multi-channel filtration systems, Chem. Eng. Sci., 59:1039-1057.

Schulkes, R.M. and Utvik, O. H.; Pressure Drop in a Perforated Pipe With Radial Inflow, SPE 38448, March 1998.

Silva Freire, A.P.; An asymptotic solution for transpired incompressible turbulent boundary layers, Int. J. Heat Mass Transfer, 31, 1011-1021, 1988.

Simpson, R. L.; The turbulent boundary layer on a porous plate: An experimental study of the fluid dynamics with injection and suction. Ph.D. thesis, Stanford Univ., Stanford, California, 1967.

Stevenson, T. N.; A law of the wall for turbulent boundary layers with suction or injection. Cranfield Rep. Aero. No. 166, The College of Aeronautics, Cranfield, England, U.K, 1963.

Su, Z. and Gudmunsson, J.; Perforation Inflow Reduces Frictional Pressure Loss in Horizontal Wellbores. Journal of Petroleum Science and Engineering, 19:223-232, 1998.

Yalniz, M.U. and Ozkan E.; A Generalized Friction-Factor Correlation to Compute Pressure Drop in Horizontal Wells. SPE Production and Facilities, 232-239, November 2001.

Terrill, R. M., 1964, Laminar flow in a uniformly porous channel, Aeronaut. Q., 15, 299.

Yuang, H.J., Sarica C. and Brill J.P.; Effect of Perforation Density on Single-Phase liquid Flow Behavior in Horizontal Wells. SPEPJ 14 (3), 203-209. SPE 57395, August 1999.

INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL DE ESCOAMENTOS BIFÁSICOS GÁS-LÍQUIDO EM TUBULAÇÕES ATRAVÉS DA TÉCNICA *WIRE-MESH*

M.J. da Silva*, L.V.R. Arruda*, C.E.F. Amaral*, R.E.M. Morales°

* Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial: m.dasilva@ieee.org

° Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de

Materiais

RESUMO

A monitoração e visualização de escoamentos bifásicos é de grande importância tanto de um ponto de vista técnico/prático para o controle de processos, como de um ponto de vista científico/teórico para entendimento de fenômenos físicos envolvidos. Neste estudo experimental utilizou-se a técnica conhecida como sensor *wire-mesh* (sensor malha de eletrodos) para investigação experimental de um escoamento bifásico gás-líquido horizontal. Baseado nos dados brutos adquiridos pelo sensor são extraídos parâmetros específicos de interesse. Primeiramente, este artigo revisa o princípio de funcionamento da técnica *wire-mesh* e em seguida detalha a metodologia para extração de parâmetros de interesse do escoamento. Foram realizados experimentos numa linha de testes horizontal de 26 mm de diâmetro interno e 9 m de comprimento, onde escoamentos em golfadas com diferentes vazões de gás e liquido foram gerados e investigados. Um sensor *wire-mesh* de 8 × 8 eletrodos foi utilizado para gerar imagens da distribuição de fração de vazio na seção transversal. A partir dos dados brutos gerados pelo sensor *wire-mesh* foram determinados e investigados os seguintes parâmetros: fração de vazio média, série temporal de fração de vazio e freqüência característica de golfadas.

INTRODUÇÃO

Escoamentos bifásicos gás-líquido em tubulações ocorrem frequentemente em diversas atividades industriais, como na indústria química, de petróleo e nuclear. Em muitos casos, os escoamentos bifásicos determinam a eficiência e segurança de operação dos equipamentos e processos onde ocorrem. Desta forma, investigações experimentais de escoamento bifásicos são muito importantes, não só para um melhor entendimento dos fenômenos envolvidos, mas também proporcionam uma base de dados experimentais confiável auxiliando, por exemplo, o desenvolvimento de modelos teóricos ou a validação de predições realizadas por simulações de fluidodinâmica computacional (CFD). Além de importantes para o entendimento dos fenômenos envolvidos nos escoamentos bifásicos, novas técnicas de medição também são necessárias em aplicações industriais, por exemplo, para monitoração e controle de processos.

Diversas técnicas experimentais foram propostas no passado e têm sido utilizadas para investigar escoamentos bifásicos, entre elas podem-se citar as sondas condutivas e capacitivas [1], videometria de alta velocidade [2], e técnicas complexas como a tomografia por raios-x e raios-gama [3]. Entretanto, nenhuma das técnicas atuais tem uma aplicação universal e seu uso pode ser restrito a algumas condições específicas do escoamento.

Neste estudo experimental utilizou-se a técnica conhecida como sensor *wire-mesh* (sensor malha de eletrodos) para visualizar e caracterizar um escoamento bifásico ocorrendo em uma tubulação horizontal. Optou-se por limitar este estudo somente a escoamentos em golfadas. A técnica *wire-mesh* permite um detalhamento do escoamento devido a sua boa resolução espacial e temporal. Baseado nos dados brutos (imagens) são ainda extraídos parâmetros de interesse do escoamento, como, por exemplo, fração de vazio média, série temporal de fração de vazio e freqüência característica de golfadas.

Primeiramente este artigo revisa o princípio de funcionamento da técnica *wire-mesh* e em seguida detalha a metodologia para extração de parâmetros de interesse do escoamento em golfadas bifásico gás-líquido, assim como apresenta e discute resultados experimentais.

APARATO EXPERIMENTAL

Sensor Wire-Mesh

O sensor wire-mesh é constituído por dois planos de fios (eletrodos) esticados ao longo do tubo por onde flui o escoamento (Fig. 1) [4]. Os planos de eletrodos (transmissor e receptor) se cruzam com um ângulo de 90° e estão separados por uma pequena distância, ou seja, eles não se tocam. Em um mesmo plano os eletrodos são igualmente espaçados ao longo da seção transversal. São utilizados fios de aço inoxidável de 100 µm de diâmetro. Neste estudo, foram utilizados 8 fios em cada plano e a distância lateral entre eles é de 3,25 mm. Já a distância axial entre os planos de eletrodos é de 1,5 mm. A figura 2 mostra uma fotografia do sensor utilizado. A eletrônica responsável em operar o sensor faz uma varredura nos eletrodos e determina a capacitância de cada um dos cruzamentos de forma multiplexada aplicando uma tensão senoidal de 5 MHz em um eletrodo transmissor e medindo a corrente de deslocamento que flui para os eletrodos receptores. O processo é repetido para cada um dos eletrodos transmissores sendo ativados següencialmente. Ao final deste processo obtêm-se os valores de capacitância para cada um dos cruzamentos, os quais correspondem à distribuição instantânea de fases na seção transversal do tubo [4]. Além

disso, a capacitância de todos os cruzamentos entre os eletrodos (uma imagem completa) é medida com uma taxa de repetição de até 1 kHz. Desse modo, esta técnica permite a visualização da distribuição das fases em uma seção transversal de um escoamento bifásico com uma alta resolução temporal.



Figura 1: Esquema simplificado do sensor wire-mesh.



Figura 2: Fotografía do sensor utilizado com 8×8 eletrodos.

Processamento e análise de dados

As tensões medidas pelo sensor *wire-mesh* estão em forma matricial na memória do computador V(i,j,k), onde *i* e *j* representam os índices espaciais e *k* o índice temporal. Estas tensões são proporcionais a permissividade elétrica ε de cada cruzamento, que por sua vez são proporcionais a fração de fase (para uma discussão completa vide [5]). Para se obter valores da fração de vazio é necessária uma rotina de calibração (ou normalização dos valores), onde duas condições de referência são medidas: tubo cheio (representado por valores de tensão $V_{\rm H}$) e tubo vazio (representado por $V_{\rm L}$). Desta forma, a fração de vazio α é obtida através de

$$\alpha(i, j, k) = \frac{V_{\rm H}(i, j) - V(i, j, k)}{V_{\rm H}(i, j) - V_{\rm L}(i, j)}.$$
 (1)

Para a análise dos dados de fração a vazio $\alpha(i,j,k)$, ou seja, para a análise da matriz 3D de dados, diferentes níveis de complexidade foram utilizados.

Imagens do escoamento na forma de animações e também imagens mostrando cortes axiais ao longo do tubo podem ser geradas.

Fazendo uma integração no domínio temporal e/ou espacial, informações quantitativas importantes também podem ser extraídas. Assim, integrando-se os dados na seção transversal, obtêm-se séries temporais da fração de vazio

$$\alpha(k) = \sum_{i} \sum_{j} a_{i,j} \cdot \alpha(i,j,k), \qquad (2)$$

onde $a_{i,j}$ é um coeficiente que representa a contribuição de cada cruzamento (i,j) com relação a área total da seção do tubo (detalhes em [6]). Estas séries temporais $\alpha(k)$ podem ser analisadas quanto ao histograma (equivalente a uma função de densidade de probabilidade - PDF) ou quanto ás suas componentes espectrais. Esta última foi realizada a partir da estimação da densidade espectral de potência (DEP), por meio do periodograma modificado de Welch [7]. Através da DEP é possível identificar a frequência característica das bolhas e pistões do escoamento em golfados estudado.

Num último e mais baixo nível de complexidade, a matriz 3D de dados é integrada em suas três componentes obtendose a fração de vazio média durante o experimento, na forma:

$$\overline{\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \alpha(k), \qquad (3)$$

onde N é o numero total de amostras temporais do sinal.

Planta experimental

A seção de testes utilizada neste estudo encontra-se no Laboratório de Ciências Térmicas (LACIT) da UTFPR. Esta é constituída de uma tubulação horizontal de acrílico de 26 mm de diâmetro interno e 9 m de comprimento. Os fluidos utilizados para geração do escoamento bifásico foram ar e água (do poço artesiano da universidade, condutividade elétrica de 380 µs/cm). Ar proveniente de um compressor é misturado com a água na entrada da tubulação. A água armazenada em um reservatório de 0,3 m3 é bombeada para a seção de testes de forma controlada. As vazões dos fluidos são medidas de forma separada e independente com medidores do tipo Coriolis para líquido e rotâmetro para o Na saída da tubulação, encontra-se gás. separador/reservatório, onde o ar é expelido a atmosfera e água fica armazenada. A temperatura da água, assim como a temperatura e pressão do gás são monitorados através de sensores. Na figura 3 mostra-se um esquema da seção de testes e na figura 4 uma fotografia da instalação do sensor wire-mesh na seção de testes.



Figura 3: Diagrama esquemático da planta experimental.



Figura 4: Foto do sensor wire-mesh instalado na seção de testes.

RESULTADOS

Foram realizados seis experimentos com diferentes velocidades superficiais de gás e líquido todos no padrão de escoamento em golfadas, como especificado na tabela 1. Para cada experimento, foram adquiridos dados do sensor *wiremesh* por 120 s a uma taxa de repetição de imagens de 500 Hz. Anteriormente a realização dos experimentos, foram adquiridas as imagens de referência com o tubo vazio e tubo cheio ($V_{\rm H} \ e \ V_{\rm L}$) para obtenção dos valores de fração de vazio através da eq. 1.

Tabela 1: Condições experimentais adotadas para velocidades superficiais de líquido (J_L) e gás (J_G) , assim como valores de fração a vazio médio e freqüência característica do escoamento.

Exp #	$J_{\rm L}~({ m m/s})$	$J_{ m G}$ (m/s)	$\overline{\alpha}$ (%)	f(Hz)
1	0,33	0,66	36,41	0,8545
2	0,33	1,33	49,09	0,6304
3	0,33	1,63	53,96	0,6104
4	0,49	0,51	28,55	1,3648
5	0,66	0,66	29,19	2,4414
6	0,66	1,33	40,92	1,4102

Como descrito na seção 2, diferentes graus de utilizados complexidade analisar foram para **OS** sinais/imagens obtidos. A figura 5 mostra imagens obtidas com o sensor wire-mesh para o experimento 1 ($J_L = 0.33$ m/s, $J_{\rm G} = 0,66$ m/s). O gás é representado pela cor vermelha e o líquido pela cor azul. Estas imagens fornecem informações qualitativas interessantes sobre o escoamento. Na figura 5a observa-se uma seqüência de imagens com detalhes de uma bolha. Aqui se pode notar a forma arredondada do nariz e a forma achatada da cauda da bolha. Já a figura 5b mostra uma visão lateral do escoamento, a qual foi obtida tomando-se os dados através da corda central do tubo.

Passando para uma análise quantitativa, têm-se na tab. 1 os valores da fração de vazio media $\overline{\alpha}$ (eq. 3). A Figura 6 mostra a relação da fração de vazio média com o quociente J_G/J , onde J é a velocidade superficial da mistura = $J_G + J_L$, onde percebe-se um comportamento aparentemente linear de aumento da fração de vazio com o aumento da relação J_G/J . Este comportamento também foi observado num escoamento vertical por Szaliski *et al.* [8].



Figura 6: Variação da fração de vazio α em função de J_G/J .

As séries temporais da fração de vazio média na seção transversal $\alpha(k)$ - eq. 2 - são mostradas na figura 7 para um tempo de 15 s. Todas as curvas têm a forma característica assemelhando-se a uma onda quadrada com um platô em $\alpha \approx 0$, caracterizando a passagem de um pistão de liquido e outro platô com um α intermediário, caracterizando a passagem de uma bolha. Obviamente, freqüências de passagem e amplitudes são próprias para cada condição experimental empregados.



Figura 5: Imagens do experimento 1 ($J_L = 0.33$ m/s, $J_G = 0.66$ m/s). (a) Seqüência de imagens da seção transversal mostrando detalhes de uma bolha. (b) Visão lateral do escoamento (corte axial pelo centro do tubo).



Figura 7: Séries temporais da fração de vazio $\alpha(k)$.



Figura 8: Histogramas das séries temporais.



Figura 9: DEPs dos sinais das séries temporais.

A distribuição bimodal dos valores das séries temporais pode ser observada com clareza na figura 8, onde os histogramas destas séries temporais são mostrados. Verificase ainda o aumento no tamanho das bolhas com o aumento de $J_{\rm G}$ e mantendo-se $J_{\rm L}$ constante (exp. 1 a 3 e exp. 4 e 5), pois a curva da distribuição move-se para a direita.

Para a análise das freqüências dos sinais temporais utilizou-se a DEP (seção 2). Na figura 9 são mostrados os espectros dos sinais temporais. Todas as curvas têm uma forma semelhante com um pico nas baixas frequências, caracterizado pela freqüência de alternância típica do escoamento em golfadas. Definiu-se como frequência característica das unidades de golfadas, o pico da curva de DEP. Assim, estão tabeladas as frequências obtidas na tabela 1. Foram encontradas frequências da ordem de Hertz para todos os experimentos realizados. Na figura 10 é mostrada a variação da freqüência adimensional f·D/JG em função do parâmetro $J_{\rm G}/J$, onde D é o diametro da tubulação. Observa-se uma tendência exponencial típica do escoamento em golfadas [9]. Os resultado medidos são comparados com a correlação de Gregory e Scott [9], obtendo-se uma boa concordância entre eles.



Figura 10: Variação da freqüência adimensional em função de J_G/J .

CONCLUSÕES

Foi revisado o princípio de funcionamento do sensor wiremesh, assim como foi apresentada a metodologia para extração de alguns parâmetros quantitativos do escoamento baseados nos dados brutos adquiridos com o sensor. Esta metodologia foi aplicada a seis experimentos de escoamento horizontal bifásico ar-água no padrão golfadas, desvendando alguns detalhes do escoamento estudado. Assim, a técnica wire-mesh é uma fermenta poderosa na investigação de escoamentos bifásicos, pois pode detalhar o escoamento estudado em diferentes graus de complexidade, como mostrado no artigo. Baseado nestes dados experimentais é possível obter-se mais informações sobre o comportamento escoamento bifásico além de possibilitar do 0 desenvolvimento de novos modelos teóricos ou o refinamento de modelos existentes de escoamentos bifásicos.

NOMENCLATURA

Símbolo	Quantidade	Unidade
а	Coeficientes	-
D	Diâmetro da tubulação	m
i	Índice espacial (linhas)	-
j	Índice espacial (colunas)	-
k	Índice temporal	-
N	Numero total de amostras temporais	-
$J_{ m L}$	Velocidade superficial de líquido	m/s
$J_{ m G}$	Velocidade superficial de gás	m/s
f	Frequência	Hz
V	Tensão elétrica	V
α	Fração de vazio	-

REFERÊNCIAS

- [1] W.H. Ahmed e B. Ismail, Innovative Techniques For Two-Phase Flow Measurements, *Recent Patents in Electrical Engineering Journal*, vol. 1, pp. 1-13, 2008.
- [2] E. Guevara-López, R. Sanjuan-Galindo, M.S. Córdova-Aguilar, G. Corkidi, G. Ascanio e E. Galindo, Highspeed visualization of multiphase dispersions in a mixing tank, *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 86, pp. 1382-1387, 2008.

- [3] E. Hervieu, E. Jouet, e L. Desbat, Development and validation of an x-ray tomograph for *two-phase flow, Annals* of the New York Academy of Sciences, vol. 972 pp. 87–94, 2002.
- [4] M.J. Da Silva, E. Schleicher e U. Hampel, Capacitance wire-mesh sensor for fast measurement of phase fraction distributions. *Measurement Science and Technology*, vol. 18, pp. 2245 2251, 2007.
- [5] M.J. Da Silva, S. Thiele, L. Abdulkareem, B.J. Azzopardi e U. Hampel, High-resolution gas-oil twophase flow visualisation with a capacitance wire-mesh sensor, *Flow Measurement and Instrumentation*, 2010. http://dx.doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2009.12.003
- [6] H.-M. Prasser, E. Krepper e D. Lucas, Evolution of the two-phase flow in a vertical tube - decomposition of gas fraction profiles according to bubble size classes using wire-mesh sensors, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 41, pp. 17–28, 2002.
- S.L. Marple, *Digital spectral analysis with applications*.
 Ed. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA. 1987.
- [8] L. Szalinski, L.A. Abdulkareem, M.J. Da Silva, S. Thiele, M. Beyer, D. Lucas, V. Hernandez-Perez, U. Hampel, B.J. Azzopardi, Comparative study of gas-oil and gas-water two-phase flow in a vertical pipe, *Chemical Engineering Science*, 2010. http://dx.doi.org/10.1016/j.ces.2010.03.024
- [9] G.A. Gregory e D.S. Scott, Correlation of liquid slug velocity and frequency in horizontal cocurrent gasliquid; *AIChE Journal*, v. 15, pp. 833-835, 1969.

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF TWO-PHASE GAS-LIQUID PIPE FLOW BY MEANS OF WIRE-MESH SENSOR

M.J. da Silva*, L.V.R. Arruda*, C.E.F. Amaral*, R.E.M. Morales°

* Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial: m.dasilva@ieee.org

° Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de

Materiais

ABSTRACT

The monitoring and visualization of two-phase flow is of great importance either from technical/practical point of view for process control and supervision or from scientific/theoretical point of view, for the understanding of physical phenomenon. A wire-mesh sensor was applied to experimentally investigate two-phase horizontal pipe flow. Furthermore, some physical flow parameters were extracted based on the raw measured data obtained by the sensor. In this article, first the work principle of wire-mesh sensors is revised and second the methodology of flow parameter extraction is described. A horizontal flow test section comprising of a pipe of 26 mm i.d. 9 m long was employed to generate slug flows under controlled conditions. A 8×8 wire-mesh sensor installed at the end of the test section delivers cross-sectional images of void fraction. Based on the raw data, mean void fraction, time series of void fraction and characteristic slug frequency are extracted and analyzed.

DESEMPENHO DE UM MEDIDOR MULTIFÁSICO PARA APROPRIAÇÃO DA PRODUÇÃO DE GÁS NATURAL E ÓLEO

Orlando, A.F.*, Pinheiro, J.A °, Oliveira, T.B.V. ° *PUC-Rio, Rua Marquês de S.Vicente 225,Gávea, RJ, Email: afo@puc-rio.br ° PETROBRAS, Av. Chile 65, Centro,RJ, Email: jose.pinheiro@petrobras.com.br, thiagovidal@petrobras.com.br

RESUMO

Neste trabalho, o desempenho de um medidor multifásico é avaliado pela verificação do balanço de massa, através do chamado fator de reconciliação. Ele tem sido preferido ao separador de teste por acelerar o teste de produção do poço, e informar em tempo real a necessidade de intervenção no mesmo. Assim, a freqüência de sua execução pode ser maior e as discrepâncias na estimativa da produção de cada poço são minimizadas. Uma análise dos Boletins Diários de Produção dos poços de VIOLA e de Garoupa (GP) e Garoupinha (GPN) mostrou que muito embora a incerteza de medição do medidor multifásico (±10%) seja maior do que a do separador de teste para óleo e líquido, a dispersão diária do fator de reconciliação para óleo é menor, com sua média mensal se aproximando mais de um (1) do que quando um separador de teste é utilizado. Os valores médios mensais dos coeficientes de reconciliação para o medidor multifásico e para o separador de teste são semelhantes para líquido, o mesmo acontecendo para a dispersão, indicando que as medições pelas duas tecnologias são compatíveis entre si. A dispersão diária do fator de reconciliação para o gás medido, entretanto, é maior para VIOLA do que para GP e GPN. Em conclusão, pode-se dizer que o medidor multifásico tem desempenho compatível com o do separador de

INTRODUÇÃO

Vários medidores multifásicos de vazão estão sendo atualmente avaliados pelo NEL's *Multiflow 3 JIP test programme* [1] do qual a PETROBRAS participa. As condições de teste refletem a tendência atual da indústria para medição de elevadas frações de gás natural ou aplicações com elevadas frações de água no líquido (*BSW*). Assim, cobrem frações de gás natural na faixa de 0 a 98 % (com ênfase em valores no final da faixa) e *BSW na faixa* de 0 a 100 %. As vazões de líquido chegam até 100 m³/h.

Quatorze (14) medidores multifásicos foram testados, cada um com uma diferente tecnologia de medição. Com excessão dos que processam os parâmetros termodinâmicos do escoamento de fluidos (Tecnologia Mecânica), os diferentes medidores multifásicos testados determinam a composição volumétrica do gás, do líquido (óleo e água) e BSW (teor de água na mistura óleo e água), sem que as fases sejam separadas.

(a)Tecnologia Nuclear. A composição volumétrica das fases é medida através da absorção de raios gama com dupla energia. A vazão de líquido é medida através da perda de carga em um dispositivo de obstrução (venturi) ou através de correlações, cruzadas ou não.

(b)Tecnologia Mecânica. Após a separação das fases, a vazão do gás é medida com um medidor do tipo Vortex ou venturi. A vazão de líquido é medida por um medidor mássico (coriolis) ou de deslocamento positivo. O BSW é medido por capacitância, ou pela perda de carga, ou pela massa específica.

(c)Tecnologia Processamento do Sinal. A tecnologia se baseia no fato de que existe uma correlação entre a perda de carga em um dispositivo de obstrução (venturi, placa de orifício e V-cone) e as vazões de gás e líquido, assim como entre a capacitância da mistura multifásica e seu teor de água. Utilizando-se uma correlação cruzada ou redes neurais para análise do sinal, as vazões de cada uma das fases podem ser determinadas.

(d)Tecnologia Acústica. Um sensor acústico, colocado na superfície de um condicionador de escoamento, detecta, através de uma análise multivariante e correlações, variações de vazão e composição do escoamento multifásico, em relação aos valores de referência (*fingerprints*) obtidos durante a calibração.

(e)Tecnologia Tomografia. A tecnologia utiliza uma técnica de medição patenteada semelhante à tomografia para medição de cada uma das fases da mistura multifásica.

A Tab. 1 apresenta os modelos de medidores e as incertezas de medição sugeridas pelos fabricantes. Elas foram convertidas para um nível de confiabilidade de 95,45 %, com a finalidade de comparação entre eles.

Medidor/	Gás	Líquido	BSW
Tecnologia	% da leitura	% da leitura	% absoluto
1/d			
2/b	6,1	1,2	1,2
3/b	10 *	10 **	10 **
4/c	6,1 a 18,2	6,1 a 18,2	6,1
5/c	12,2	4,9 a 14,6	2,4 a 4,9
6/a	7,8 a 15,6	6,1 a 30,0	2,4 a 4,0
7/a	10,9 a 12,2	3,0 a 6,1	4,9 a 8,1
8/a	8,5 a 12,2	8,5 a 12,2	2,4 a 4,9
9/a	7,3	3,6	2,4
10/a	1,2 a 18,2	3,0	3,6 a 9,7
11/b	2,4	2,4	2,4
12/a			
13/e	6,1	6,1	6,1
14/b			
	:.:	** 10/ Ja Eng	. 1. 1. E 1.

Tabela 1 : Incerteza de medição da vazão

Obs : Adicionar : *10%, ** 4%, do Fundo de Escala

Neste trabalho, um teste foi feito para verificar a adequação de um medidor multifásico de vazão para apropriação da produção de gás natural e óleo, comparandose os resultados com os obtidos com um separador de fases convencional. Um medidor multifásico foi calibrado no sítio de Atalaia NUEX (PETROBRAS, Aracajú) e instalado no *manifold* submarino do campo de VIOLA, em lugar do separador de teste convencional. Os dados obtidos com um separador de teste convencional nos poços de Garoupa (GP) e Garoupimha (GPN) foram utilizados para comparação. Como as vazões são diferentes, a metodologia do fator de reconciliação foi utilizada para reduzí-la à mesma base. O trabalho apresenta uma análise crítica dos resultados.

FATOR DE RECONCILIAÇÃO

A produção de óleo, água e gás natural de um campo tem sido tradicionalmente medida continuamente, com finalidade fiscal ou operacional, após a saída de um separador de produção, com incerteza compatível com a classe de exatidão exigida em normas. A contribuição da produção mensal de cada poço do campo ao total mensal medido, ou seja, a alocação da produção de cada poço, tem sido estimada alinhando-se periodicamente cada poço a um separador de teste e supondo-se que entre dois testes sucessivos a relação entre as produções medidas do poço e do campo não varie. Como isto não é necessariamente verdadeiro, a freqüência de teste do poço é importante para que uma melhor estimativa da sua produção mensal seja obtida. A medição na saída do separador de teste é realizada por medidores monofásicos, tais como placa de orifício, para gás natural, e medidor mássico Coriolis, para óleo.

Este trabalho analisou e processou os dados disponíveis nos Boletins Diários de Produção e nos Boletins de Teste de Produção dos poços dos campos de Garoupa/Garoupinha e Viola. O Campo de Viola está localizado na área Nordeste da Bacia de Campos, possuindo um medidor multifásico utilizado para efetuar teste de produção dos poços., ao invés do separador de teste, utilizado em Garoupa/Garoupinha. Assim, as duas tecnologias podem ser comparadas. Os poços satélites de Viola são interligados por um *manifold* submarino, que por sua vez está interligado à Unidade Estacionária de Produção de Garoupa (PGP-1) por uma linha flexível de produção. O *manifold* submarino possui um medidor multifásico para efetuar teste de produção dos poços, cujo *layout* é semelhante à Figura 1.

O uso do Fator de Reconciliação como um meio de monitoramento da qualidade dos dados fornecidos pelos medidores pode ser um método bastante efetivo. Esta metodologia é adotada neste trabalho para verificação do medidor multifásico instalado no campo de Viola da Bacia de Campos. Os dados representam a comparação do volume total de óleo e gás medido após o separador de produção da plataforma e o somatório dos volumes dos poços obtidos através do medidor multifásico.

Este método pode ser exemplificado pela Fig. 1, de acordo com as seguintes etapas :

- A Produção de um campo satélite é direcionada para um único duto e transportada para a unidade de processamento;
- O campo possui uma quantidade de poços;
- O campo possui um medidor multifásico para medir o potencial de produção de cada poço que estiver alinhado a ele;

 Na unidade de processamento (plataforma por exemplo) a produção total é separada e medida por medidores típicos de um separador de produção bifásico ou trifásico.



Figura 1 : Metodologia de cálculo do fator de reconciliação

A vazão medida de cada fase na plataforma através do separador de produção deverá ser, por hipótese, diretamente proporcional à produção do campo satélite, e um fator de reconciliação ou de verificação do balanço de massa para cada fase poderá ser calculado como:

$$X = \frac{\text{produção total do campo}}{\text{somatório da produção dos poços}} \tag{1}$$

onde,

X. Fator de reconciliação: expressa de forma adimensional o fechamento do balanço de massa no campo.

Produção total do campo: produção total da fase separada, medida após o separador de produção do campo, para onde converge a produção de todos os poços.

Somatório da produção dos poços: Somatório da produção estimada de todos os poços do campo, obtido por meio do medidor multifásico.

O somatório da produção dos poços é proporcional aos potenciais de produção de cada poço obtido pelo teste com o medidor multifásico. Idealmente, o fator do balanço de massa deverá ser igual a 1, e um valor próximo de 1 fornece uma confiança da exatidão do medidor multifásico. No entanto, no contexto do monitoramento e trajetória do desempenho do medidor multifásico, é a estabilidade do fator que é importante, ao invés de seu valor absoluto.

MEDIDOR MULTIFÁSICO TESTADO

Um medidor multifásico, (medidor 10, Tab.1) foi instalado no Campo de Viola, para medir a vazão de óleo, água e gás natural, durante um teste de poço, em lugar de um separador de teste e seus respectivos medidores, a jusante. O princípio de medição é baseado na medição mássica total do escoamento, medida por um venturi, e nas frações individuais de cada fase, medidas por um medidor de raios gama (Bário 133) com dois níveis de energia.

Os valores de incerteza de medição, indicados pelo fabricante, a um nível de confiabilidade de 90 % são, respectivamente, 2,5 % do valor indicado para líquido (óleo + água), 3 a 8 % de teor de água na mistura água e óleo (BSW), e 1 a 15 % do valor indicado de gás natural.

O Centro de Pesquisas e Desenvolvimento Leopoldo A. Miguez de Mello (CENPES) da Petrobrás, testou no Núcleo Experimental Engenheiro Baruzzi (Nuex) em Atalaia (Aracaju), em 2003, um medidor de mesmo modelo ao instalado em Viola [2]. O Nuex permite avaliar o desempenho de medidores multifásicos com petróleo, água e gás natural, em condições operacionais próximas às condições reais de campo.

O medidor é constituído de duas partes:

- Um TÊ na entrada do medidor, cuja função é homogeneizar a mistura multifásica;
- A própria seção de medição.

A seção de medição consiste de dois principais elementos:

- Um medidor do tipo *venturi*, para medir a vazão volumétrica total;
- Um *dual energy spectral gamma ray detector* combinado com uma fonte radioativa de bário (Ba).

Quando óleo, água e gás escoam em uma tubulação, geralmente as suas velocidades são diferentes, ou seja, existem velocidades relativas entre o óleo e a água entre o óleo e o gás e entre o gás e a água. Como conseqüência do escorregamento entre as fases em escoamento, é necessário medir três velocidades, que são a do óleo, água e gás. Porém, com um misturador a montante da seção de medição, simplifica-se o processo de medição.

Como a função do misturador é homogeneizar a mistura multifásica, as velocidades do óleo, da água e do gás são igualadas na seção de medição, bastando assim, medir a velocidade da mistura que é igual à de cada fase.

A função do medidor *venturi* é medir a velocidade da mistura, e a do gama densitômetro medir as frações volumétricas do óleo, da água e do gás.

Os dados de saída disponibilizados pelo computador de vazão do medidor são [2]:

- Vazão volumétrica de óleo nas condições de operação e de referência.
- Vazão volumétrica de água nas condições de operação e de referência..
- Vazão volumétrica de gás nas condições de operação e de referência.
- Fração de óleo nas condições de operação e de referência.
- Fração de água nas condições de operação e de referência.
- Fração de gás nas condições de operação e de referência.
- Vazão mássica total.
- Fração de água no líquido nas condições de operação.
- BSW nas condições de referência.
- GOR nas condições de referência.
- Densidade da mistura.
- Pressão diferencial do Venturi.
- Pressão absoluta do Venturi.
- Temperatura do Venturi..

O medidor foi submetido às condições operacionais próximas das condições de operação. As seguintes condições operacionais foram variadas: a) vazão de líquido; b) vazão de gás; c) BS&W; d) fração de gás.

A Fig. 2 mostra os resultados obtidos com o medidor e a referência, como função da vazão de óleo. Observa-se que

todos os pontos ficaram dentro da faixa de $\pm 10\%$ em relação ao valor medido. Conforme [2], a variação na fração de gás não comprometeu a robustez do medidor.

A Fig. 3 mostra a vazão medida de água pelo medidor contra a referência para duas concentrações de cloreto de sódio. Praticamente todos os pontos ficaram dentro da faixa de \pm 10% em relação ao valor medido. Conforme [2], a variação da fração de gás no volume total não comprometeu a robustez do medidor.

A Fig. 4 mostra a vazão medida de gás pelo medidor contra a referência. Observa-se que praticamente todos os pontos ficaram dentro da faixa de \pm 10% em relação ao valor medido. Apenas 3 pontos ficaram fora da faixa de \pm 10%. Na referência [3], este erro pode chegar a \pm 15% quando a fração de gás no volume total (GVF) estiver entre 90-95%.

Por fim, conforme [2], as vazões de óleo, água e gás ficaram dentro das faixas dos erros especificadas pelo fabricante.



Figura 2 - Vazão de óleo medida versus a referência [2]



Figura 3 - Vazão de água medida versus a referência [2]



Figura 4 - Vazão de gás medida versus a referência [2]

APROPRIAÇÃO DE PRODUÇÃO

A produção de seis (6) poços do campo de VIOLA foi utilizada neste estudo para verificar o desempenho do medidor multifásico instalado pelo método do fator de reconciliação.

A Produção total do campo, proveniente dos seis poços, é medida continuamente na saída do separador de produção instalado, com metodologia e incerteza de medição já aprovadas pela ANP.

A metodologia convencional para a estimativa (apropriação) da produção de cada poço a partir da produção total do campo, utilizada mundialmente e aprovada pela ANP, consiste em alinhar periodicamente, durante o mês de medição, cada poço ao separador de teste, de tal forma que o teste determine a relação entre a produção do referido poço e a do campo. Este valor permanece constante durante o intervalo de tempo decorrido entre dois testes consecutivos de produção.

Existem dois problemas associados a esta metodologia. Em primeiro lugar, a relação entre a produção do poço e a do campo pode variar ao longo do mês. Em segundo lugar, os testes de produção dos poços não são feitos ao mesmo tempo, resultando em defasagem de cada estimativa. Assim, a produção do campo, medida continuamente após o separador de produção, pode ser diferente da soma das produções estimadas de cada poço. A relação entre estes dois valores define o fator de reconciliação, Eq. (1). A experiência mundial mostra que quanto maior o intervalo de tempo decorrido para contabilização da produção, menor será a discrepância entre estes dois valores. Assim, diante do fato de que a cobrança de *Royalties* pela União é mensal, sugere-se que o cálculo do fator de reconciliação também seja feito com base na produção mensal.

Uma forma de redução dos erros desta estimativa é a redução do intervalo de tempo entre testes consecutivos de poços. A operação do separador de teste, entretanto, é demorada, requerendo um tempo longo de operação para maior confiabilidade dos resultados. Assim, existe uma impossibilidade de se adotar este procedimento, principalmente se o campo tiver vários poços.

Segundo a metodologia adotada pela PETROBRAS, o medidor multifásico é alinhado periodicamente com cada poço durante o mês de medição para que o teste de produção do referido poço forneça elementos para a estimativa da produção do mesmo a partir da produção do campo. Uma vantagem desta metodologia é que, como o teste com o medidor multifásico é bem mais rápido, a freqüência de sua execução pode ser aumentada durante o mês, portanto reduzindo a dispersão do fator de reconciliação.

Finalmente, como parte desta metodologia, o fator de reconciliação do campo GP/GPN, que utiliza apenas separadores de teste, é comparado com o de VIOLA.

O Boletim Diário de Produção, para cada dia do mês, já incorpora os resultados do Teste de Produção, fornecendo uma estimativa para a produção de cada poço. O fator de reconciliação foi calculado em base diária e mensal para 6 poços do campo de VIOLA, e 16 poços dos campos GP/GPN.

ESTIMATIVA DA PRODUÇÃO

A estabilidade dos poços na medição de gás coletado (incluindo o gas-lift, que é um método utilizado para elevação artificial de petróleo dos poços) foi verificada com os dados de teste de produção. A grande vantagem do medidor multifásico é a possibilidade de se fazerem vários testes durante um mês, e assim diminuir a dispersão do fator de reconciliação. Como a produção do poço e o gás lift variam bastante, estimar um valor constante entre dois testes consecutivos aumenta a discrepância entre o volume total medido e o obtido a partir da estimativa de cada poço.

Com os testes de produção de um poço, deseja-se coletar dados de vazão do poço para estimativa do volume de gás que passa pelo medidor durante um dia e compará-lo com o valor total do campo. Idealmente, poder-se-ia medir continuamente o volume de gás ao longo de um dia, o que levaria em consideração a variação instantânea da vazão do poço. Por razões operacionais, entretanto, os testes de produção são feitos a cada hora do dia, com uma freqüência variando em até 24 vezes por dia. O volume de gás pode ser calculado integrando-se o perfil de vazão ao longo do dia. Existem vários métodos numéricos de integração, sendo a regra do trapézio o mais simples de todos. O método da vazão média produz aproximadamente os mesmos resultados, desde que o número de pontos não seja muito pequeno, pois neste caso a influência dos pontos da extremidade do intervalo sobre o valor da integral seria maior, resultando em erros maiores de estimativa do valor da integral.

Para a estimativa do volume de cada poço e comparação com o total medido dos poços, obtido pelo separador de produção, uma vazão média (\overline{V}) dos valores horários medidos (V_i) durante as n horas de teste é calculada. Multiplicando-se o valor da vazão média (\overline{V}) por 24, obtémse uma estimativa do volume coletado ao longo do dia. Portanto, a vazão média é um indicador do volume coletado ao longo do dia. Quanto maior o número de valores horários utilizados para o cálculo desta média, menor será a incerteza da média e, portanto, do volume coletado ao longo do dia.

A vazão média (\overline{V}) pode ser calculada pela expressão :

$$\overline{V} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} V_i \tag{2}$$

O desvio padrão (σ) destas vazões pode ser calculado por :

$$s^{2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (V_{i} - \overline{V})^{2}$$
(3)

A incerteza desta média (*U*), sem levar em consideração a incerteza do medidor, é então determinada pela expressão :

$$U = \frac{t_{student} \cdot s}{\sqrt{n}} \tag{4}$$

para 95,45 % de nível de confiabilidade

Os volumes diários de óleo, líquido e gás natural medidos para cada poço no campo de Viola pelo medidor multifásico são, em principio, considerados constantes entre dois testes consecutivos de cada poço. Desta forma, pode-se calcular o somatório da produção dos poços, dia a dia.

O Boletim Diário de Produção apresenta, para o campo de Viola e os campos de Garoupa e Garoupinha, o volume diário de óleo produzido e o volume diário de gás medido na saída dos separadores de produção (incluindo gas-lift e gás solúvel), ambos nas condições de referência (20 °C e 101,325 kPa). O cálculo do volume diário de líquido nas condições de

referência (20 °C e 101,325 kPa) é feito, desprezando-se a compressibilidade da água.

Dividindo-se, respectivamente, para óleo, líquido (óleo + água) e gás natural, a produção total do campo pelo somatório da produção dos poços, para cada dia do mês, Eq. (1), obtemse o fator de reconciliação diário (X_i).

ANÁLISE DOS RESULTADOS

O fator de reconciliação diário (X_i) foi calculado para líquido (água+óleo), óleo e gás, para os meses de março a julho de 2007, com medições de vazão feitas pelo medidor multifásico. Sua média (\overline{X}) e desvio padrão (σ) foram calculados. Com a aplicação do critério de Grubbs, até no máximo 2 pontos por mês, tipicamente, foram eliminados. A referência [9] analisa em datalhes o processamento dos dados. As Tab. 2 e 3 resumem os resultados encontrados.

Tabela 2: Campo de VIOLA: Análise estatística dos resultados para o fator de reconciliação, antes e depois da aplicação do critério de GRUBBS.

Mês	G	ÁS	ÓI	LEO	LÍQ	UIDO
	Ante	Depoi	Ante	Depoi	Ante	Depoi
	S	S	S	S	S	S
Março						
\overline{x}	1,422	1,340	0,980	0,935	0,916	0,858
σ	0,362	0,184	0,202	0,105	0,263	0,137
Abril						
\overline{x}	1,267	1,294	0,862	0,866	0,907	0,916
σ	0,219	0,164	0,098	0,062	0,086	0,038
Maio						
\overline{x}	1,456	1,456	0,854	0,854	0,857	0,857
σ	0,142	0,142	0,078	0,048	0,083	0,050
Junho						
\overline{x}	1,214	1,219	0,873	0,876	0,878	0,882
σ	0,127	0,102	0,030	0,025	0,031	0,024
Julho						
\overline{x}	1,341	1,341	0,815	0,829	0,849	0,871
σ	0,209	0,209	0,104	0,055	0,116	0,082
Média	1,338	1,330	0,877	0,872	0,882	0,877

Tabela 3: Campos de GP/GPN: Análise estatística dos resultados para o Fator de Reconciliação, antes e depois da aplicação do critério de GRUBBS.

Mês	G	ÁS	ÓI	LEO	LÍQ	UIDO
	Ante	Depoi	Ante	Depoi	Ante	Depoi
	S	S	S	S	S	S
Março						
\overline{x}	0,825	0,825	0,830	0,830	0,823	0,823
σ	0,139	0,139	0,093	0,093	0,092	0,092
Abril						
\overline{x}	0,728	0,739	0,869	0,869	0,944	0,944
σ	0,099	0,077	0,101	0,101	0,093	0,093
Maio						
\overline{x}	0,823	0,823	0,869	0,869	0,915	0,915
σ	0,121	0,121	0,093	0,093	0,105	0,105
Junho						
\overline{x}	0,998	0,998	0,927	0,927	0,952	0,952
σ	0,076	0,076	0,071	0,076	0,051	0,051
Julho						

\overline{x}	0,997	0,997	0,882	0,882	0,924	0,924
σ	0,107	0,107	0,097	0,097	0,070	0,070
Média	0,874	0,876	0,876	0,876	0,911	0,911

Um teste de consistência poderia ser aplicado aos dados disponíveis pelo critério de Chauvenet [3] e [4]. O critério de Grubbs, [5], entretanto, é o recomendado pelo EPA [6] e descrito pela ISO [7], para eliminação de pontos *outliers*. Este critério é mais completo do que o de Chauvenet por permitir a introdução do nível de significância (α).

A utilização do critério de GRUBBS uniformiza os dados, reduzindo muitas vezes o desvio padrão consideravelmente. A média do Fator de Reconciliação aumenta. Julgou-se assim, que os dados representativos do Fator de Reconciliação devem ser tratados pelo critério de GRUBBS, antes de qualquer processamento posterior, conforme indicado nas Tab. 2 e 3, para valores de (\overline{X}) e (σ) .

A Fig. 5 mostra que o valor do Fator de Reconciliação, avaliado como média dos valores diários ao longo do mês, para a medição de óleo e líquido pelas tecnologias de separador de teste (GP e GPN) e medidor multifásico (Viola), é aproximadamente o mesmo, se encontrando na faixa de 0,8 a 1,0. Assim, em princípio, as duas tecnologias podem ser utilizadas para o cálculo da alocação da produção.

Para o gás, o medidor multifásico exibe um valor mais elevado do que o do separador de teste, indicando que um valor menor de vazão está sendo medido pelo medidor multifásico. Este fato caracteriza um erro sistemático que deve ser investigado, uma vez que o desvio padrão da medição multifásica é da mesma ordem de grandeza do separador de teste, conforme indicado na Fig. 6.

Um fator de calibração poderia ser então utilizado para a medição multifásica, já que os resultados apresentaram boa repetitividade.

Finalmente, a Fig. 5 indica que a deriva do medidor multifásico é pequena ao longo dos meses de março a julho de 2007.



Figura 5 - Variação do Fator de Reconciliação ao longo do ano de 2007



Figura 6: Variação do Desvio Padrão do Fator de Reconciliação ao longo do ano de 2007 CONCLUSÕES

O medidor multifásico é uma tecnologia em desenvolvimento, tendo já instalados no mundo milhares de unidades. Ela tem sido preferida ao separador de teste por acelerar o teste de produção do poço, além de potencialmente informar em tempo real a necessidade de intervenção em um dado poço e permitir a otimização da sua produção. Assim, a freqüência de sua execução é maior e as discrepâncias na estimativa da produção de cada poço são minimizadas.

Os valores do Fator de Reconciliação para o medidor multifásico e para o separador de teste são semelhantes para óleo e para líquido, indicando que as medições pelas duas tecnologias são compatíveis entre si. Para o gás, entretanto, existe uma diferença acentuada entre os dois métodos de medição (separador de teste versus multifásico), onde devem ser investigadas as causas e os fatores que podem ter influenciado este desvio.

Em conclusão, pode-se dizer que o medidor multifásico tem desempenho compatível com o do separador de teste para óleo e líquido. Como sua operação é mais rápida do que a deste último, pode-se aumentar a freqüência de teste dos poços, resultando numa melhor estimativa da apropriação de gás e óleo.

Os fatores de reconciliação para óleo, gás e água produzida obtido em testes de poços apresentaram repetitividade compatível ao com a medição de fluidos monofásica, determinada após testes de produção em separadores de testes, sendo portando adequada a aplicação da medição multifásica em testes de poços em Viola.

Outro ponto que merece ser destacado é apresentado em [8]. Nesta é mencionado que o fator de reconciliação mundial pode variar entre 0,6 a 1,2, quando utilizando-se da tecnologia tradicional, ou seja, separadores de teste. Portanto, a maior diferença em relação a um fator ideal de 1 é de 0,4.

Desta maneira, pode-se mostrar que os fatores de reconciliação de gás, óleo e água apresentados nas Tab. 2 e 3 encontram-se dentro do limite de 0,4 apresentado em [8] e com boa repetitividade.

Finalmente, a grande vantagem do medidor multifásico é que ele permite que o comportamento do poço seja conhecido muito freqüentemente, e assim medidas corretivas podem ser tomadas rapidamente para a otimização da produção.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à PETROBRAS por contribuir significativamente para este trabalho ao planejar os experimentos e obter os dados experimentais para esta análise.

REFERÊNCIAS

- [1] NEL, Multiflow 3 JIP : MPFM Evaluation Programme, 2006
- [2] CENPES, Desenvolvimento e Qualificação do Medidor da Framo para o Campo de Marimbá Leste, Tecnologia de Elevação, Escoamento e Processamento, RT – TE Nº 008, Maio, 2003.
- [3] Holman, J.P., *Experimental Methods for Engineers*, McGraw-Hill Book Company, USA, 1971.
- [4] Taylor, J.R., An Introduction to Error Analysis, The Study of Uncertainties in Physical Measurements, University Science Books, Ca., USA, 1997
- [5] Grubbs, Frank , Procedures for Detecting Outlying Observations in Samples, Technometrics, Vol. 11, No. 1, pp. 1-21. 1969.
- [6] Environmental Protection Agency (EPA), Statistical Training Course for Ground-Water Monitoring Data Analysis, EPA/530-R-93-003, Office of Solid Waste, Washington, DC, 1992.
- [7] ISO 5725-2:1994(E), Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results -- Part 2: Basic method for the determination of repeatability and reproducibility of a standard measurement method, ISO Standard, 1994
- [8] Theuveny, B.C et al, Multiphase Flowmeter Applications for Well and Fiscal Allocation, Society of Petroleum Engineers, SPE 76766, Anchorage, Alaska, 2002.
- [9] Relatório 4, Análise temporal do fator de reconciliação em 2007. Medição Multifásica no Campo de Viola. Relatório da PUC-Rio para a PETROBRAS, 2007.

PERFORMANCE ANALYSIS OF A MULTIPHASE FLOW METER FOR NATURAL GAS AND PETROLEUM PRODUCTION ALLOCATION

Orlando, A.F.*, Pinheiro, J.A °, Oliveira, T.B.V. ° *PUC-Rio, Rua Marquês de S.Vicente 225,Gávea, RJ, Email: afo@puc-rio.br ° PETROBRAS, Av. Chile 65, Centro,RJ, Email: jose.pinheiro@petrobras.com.br, thiagovidal@petrobras.com.br

ABSTRACT

In this paper, the performance of a multiphase flow meter is evaluated through a mass balance verification procedure, using the so called reconciliation factor. This meter has been used in place of a test separator due to its potential of accelerating a well production test, besides informing in real time the need of any well production intervention. Thus, the test frequency can be increased and the discrepancies in estimating the daily well production can be minimized. The analysis of the Daily Production Records of the wells in Viola and GP and GPN fields showed that although the uncertainty of flow measurement for the multiphase meter is larger (\pm 10 %) than for the test separator, when measuring oil and liquid phases, the daily dispersion of the test separator methodology. For liquid measurement, however, both monthly average and daily dispersion values of the reconciliation factor are alike, indicating that the two technologies are compatible to each other. Finally, the daily dispersion of the reconciliation factor for gas is larger for Viola filed (multiphase meter) than GP and GPN (test separator), and needs a better interpretation of the results. In conclusion, the two technologies can be used for allocation of oil and liquid

ESTUDO TEÓRICO DA PERDA DE PRESSÃO PARA ESCOAMENTOS BIFÁSICOS NO INTERIOR DE TUBOS COM FITAS RETORCIDAS

Fabio T. Kanizawa, Renan S. Hernandes, Gherhardt Ribatski*

Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos - SP, Email: *ribatski@sc.usp.br

RESUMO

É apresentado um estudo sobre a perda de pressão para escoamentos monofásicos e bifásicos em tubos com fitas retorcidas. Esta técnica é utilizada como método passivo para o incremento da troca de calor, entretanto este aumento da transferência de calor é acompanhado pela elevação da perda de pressão. Este estudo foca na perda de pressão durante o escoamento bifásico no interior de tubos com fitas retorcidas. Com base em resultados experimentais levantados na literatura para a perda de pressão, é realizada uma análise comparativa destes com as correlações para o fator de atrito apresentadas por outros pesquisadores. A partir desta análise é proposta uma nova correlação para a estimativa do fator de atrito durante o escoamento bifásico no interior de tubos com fitas retorcidas.

INTRODUÇÃO

A disponibilidade limitada e o aumento do custo de fontes convencionais de energia têm incentivado pesquisas com foco na redução do seu consumo. Na área de transferência de calor grandes esforços têm sido realizados no intuito de desenvolver trocadores de calor mais eficientes e compactos, Akhavan-Behabadi *et al.* [1]. Em termos de eficiência de um trocador de calor, o coeficiente global de troca de calor e a potência de bombeamento, relacionada com a perda de pressão, são os parâmetros analisados.

Na maioria dos casos a resistência térmica de convecção externa aos tubos é predominante nos trocadores de calor compactos, no entanto, segundo Reid et al. [2], em determinadas condições de operação o incremento do coeficiente de troca de calor interno pode implicar em incrementos razoáveis do coeficiente global. Vários métodos têm sido empregados para o aumento do coeficiente de troca de calor para o escoamento no interior de tubos, sendo a maioria baseado na alteração da superfície. De acordo com Shatto e Peterson [3], as alterações são feitas com o intuito de aumentar a área superficial, e/ou gerar perturbações no escoamento, através da geração de escoamentos secundários e vórtices. Dentre as alternativas disponíveis para o aumento do coeficiente de troca de calor através da geração de perturbação no escoamento estão: utilização de tubos microaletados, utilização de espiras, tubos curvados e fitas retorcidas. Tais dispositivos são técnicas passivas de aumento de troca de calor, não necessitando de outra fonte de energia para atuação, que não a do próprio escoamento.

Fitas retorcidas são usadas como técnica de intensificação há mais de um século, datando de 1896 [4], sendo inicialmente denominadas de "retardadores" (*retarders*) devido ao aumento da perda de pressão imposta ao escoamento com a sua utilização [5]. Dentre as aplicações mencionadas na literatura podem ser citadas: geração de vapor, recuperadores de calor de gases de combustão, aquecedores domésticos [5], situações de micro-gravidade, dessalinização [3] e processos industriais em geral. A utilização de fitas retorcidas apresenta vantagem em relação a outros métodos de intensificação de troca de calor pelo baixo custo de fabricação e instalação, facilidade de manutenção [6], e a possibilidade de ser utilizada em trocadores de calor já em uso para aumento da capacidade de equipamentos obsoletos [7].

Conforme mencionado, o aumento do coeficiente de troca de calor é acompanhado pelo incremento da perda de pressão, portanto, para a determinação das condições em que a utilização deste método é favorável, é necessário um melhor entendimento dos fenômenos envolvidos no escoamento, e também de correlações tanto para troca de calor quanto para a perda de pressão [4].

O incremento da perda de pressão pode ser potencialmente compensado pela possibilidade de redução do tamanho dos trocadores de calor para uma mesma carga térmica, o que pode implicar em um aumento reduzido, ou até mesmo decréscimo, da potência de bombeamento [3], possibilitando custos inferiores de instalação e fabricação.

A caracterização geométrica da fita retorcida, ilustrada na Fig. 1, é geralmente dada pela razão de retorcimento (*twist ratio*), que é definida como a razão entre o comprimento para uma torção de 180° e o diâmetro interno da tubulação [3], conforme indicado na Eq. (1).



Figura 1: Detalhes da fita retorcida instalada, Akhavan-Behabadi e Kumar [6].

$$y = \frac{H}{d_i} \tag{1}$$

Jensen et al. [8] apresentam um estudo sobre a perda de pressão para o escoamento vertical bifásico do R113 no interior de tubos com fitas retorcidas. Agrawal e Varma [9] e Agrawal et al. [10] realizaram estudo experimental sobre a perda de pressão para ebulição convectiva do R12 em tubo horizontal, em condições de fluxo de calor constante. Chakroun e Al-Fahed [11] realizaram estudo de troca de calor e perda de pressão para escoamento laminar monofásico de óleo em tubos com fitas retorcidas. Eiamsa-Ard et al. [12] apresentam estudo sobre escoamento monofásico de água no interior de trocadores de calor com fitas retorcidas contínuas e regularmente espaçadas, verificando que o distanciamento entre os segmentos pode causar uma redução na perda de pressão sem prejuízo considerável na transferência de calor para determinadas configurações. Akhavan-Behabadi et al. [1] apresentam estudo sobre a influência da fita retorcida no escoamento bifásico do R134a. Manglik e Bergles [4] apresentam uma extensa revisão sobre o escoamento horizontal monofásico laminar e turbulento no interior de tubos com fitas retorcidas baseado em dados experimentais para água e etileno glicol. Shatto e Peterson [3] também apresentam uma revisão geral sobre o assunto, focando em escoamentos bifásicos. Lopina e Bergles [13] apresentam estudo experimental sobre a ebulição de água no interior de tubos com fitas retorcidas. Eles verificaram influência reduzida do fluxo de calor em condições de baixos títulos de vapor. Reid et al. [2] comparam o desempenho entre tubos microaletados e fitas retorcidas, concluindo um desempenho superior em termos de troca de calor para o primeiro. Conforme apresentado, grande ênfase foi dada ao estudo do escoamento monofásico, sendo reduzido o número de estudos dedicados a ebulição convectiva em tubos contendo fitas retorcidas [10,13].

Para análise do ganho em termos de troca de calor e perda de pressão é normalmente utilizada a razão entre o parâmetro (perda de pressão ou coeficiente de troca de calor) obtido com o tubo com fita retorcida e o parâmetro para o tubo liso em condições similares de operação (título de vapor, velocidade mássica, temperatura de saturação, fluido refrigerante e diâmetro interno), isto é:

$$\mathcal{E}_{p} = \frac{\Delta p_{s}}{\Delta p_{p}} \tag{2}$$

$$\mathcal{E}_{q} = \frac{\phi_{s}}{\phi_{p}} \tag{3}$$

E para a análise do ganho de eficiência global na utilização de fitas retorcidas em trocadores de calor, Akhavan-Behabadi *et al.* [1] sugerem utilizar a razão entre os ganhos na troca de calor e na perda de pressão, conforme a seguinte equação:

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_q}{\mathcal{E}_p} \tag{4}$$

Como alternativa a utilização das fitas ao longo de toda a seção do trocador de calor, pesquisadores apresentam trabalhos com utilização de segmentos de fitas retorcidas posicionadas regularmente espaçadas no interior dos tubos, Eiamsa-Ard *et al.* [12] e Chang *et al.* [14], ou somente no trecho de entrada, Eiamsa-Ard *et al.* [15], sendo verificado que o coeficiente de troca de calor global e a perda de pressão se elevam com o incremento do comprimento do segmento de fita retorcida.

MECANISMOS, PADRÕES E PARÂMETROS

Shatto e Peterson [3] e Manglik e Bergles [4] apresentam uma análise sobre os mecanismos que atuam de modo a intensificar a troca de calor e a perda de pressão na presença de fitas retorcidas, sendo eles:

- Obstrução de parcela da seção transversal com conseqüente aumento da velocidade do fluido;
- Redução do diâmetro hidráulico: o escoamento é dividido em dois escoamentos hidrodinamicamente independentes com diâmetros hidráulicos inferiores, porém com perímetro molhado superior, resultando no incremento da troca de calor e perda de pressão;
- Elevação do comprimento efetivo do escoamento: devido ao fato de o fluido ser forçado a seguir o perfil da fita, o comprimento efetivamente percorrido pelas partículas do fluido será superior ao do tubo liso;
- Escoamentos secundários: a movimentação em forma de hélice imposta pela fita à "partícula" de fluido faz com que aceleração centrípeta esteja presente no escoamento longitudinal, que por sua vez geram escoamentos secundários. A resultante das duas componentes de velocidade faz com que a velocidade do fluido nas proximidades da superfície do tubo seja superior, promovendo o incremento do coeficiente de convecção e da perda de pressão, além de promover mistura da porção de fluido na periferia com o fluido no centro da seção do tubo;
- Efeito aleta da fita: no caso de a fita estar em contato térmico com a parede do tubo, parte do fluxo de calor da parede será transferido para a fita através de condução e posteriormente para o fluido, fazendo com que a fita atue como uma aleta intensificando a troca de calor global;

Segundo Shatto e Peterson [3], para escoamentos com aquecimento do fluido de trabalho, a aceleração centrípeta faz com que o fluido frio com maior densidade e próximo ao centro da seção, desloque-se para a periferia, movimentando na direção do centro do tubo o fluido aquecido com densidade inferior. Segundo Thome e Ribatski [7], tal efeito, somado ao incremento da velocidade do fluido junto a superfície, favorece o desprendimento de bolhas, intensificando a transferência de calor durante a ebulição convectiva, ainda que dominada por efeitos ebulitivos. Com base no efeito de mistura, a utilização da fita é interessante para o caso de aquecimento do fluido, já para o resfriamento, a porção do fluido de maior densidade já se encontra na periferia do tubo, e conseqüentemente a mistura devido a diferença de densidades não seria favorável.

Manglik e Bergles [4] apresentam esquematicamente os escoamentos secundários para escoamento monofásico, caracterizando três situações parametrizadas pelo número de Reynolds (ver Figura 2). Apesar de o comportamento apresentado por Manglik e Bergles [4] ter sido verificado para escoamentos monofásicos, fenômeno semelhante provavelmente será observado em escoamentos bifásicos Shatto e Peterson [3].



Manglik e Bergles [4]. (a) Baixas vazões e/ou altas razões de retorcimento; (b) Altas vazões e/ou baixas razões de retorcimento; (c) Razão de retorcimento infinita (fita plana).

A utilização de dispositivos para geração de escoamentos helicoidais para condições bifásicas horizontais é vantajosa principalmente para velocidades mássicas reduzidas, condição para a qual o padrão de escoamento estratificado é verificado [3]. A vantagem surge do fato da fita retorcida favorecer a transição para escoamento anular em velocidades mássicas inferiores, tornando efetiva a transferência de calor através de toda a superfície interna do tubo. Segundo Bergles *et al.* [16] também é vantajosa para escoamentos em névoa pois proporciona a aceleração radial das gotículas de líquido, molhando a parede do tubo e, conseqüentemente, elevando o coeficiente de troca de calor. Desta forma, Jensen [17] sugere a utilização de segmentos de fita retorcida apenas na região de secagem de parede, que corresponde a títulos de vapor elevados.

Manglik e Bergles [4] apresentam com base no fator de atrito uma divisão entre regimes de escoamento monofásicos em tubos com fitas retorcidas. Quatro regiões são identificadas onde são verificadas as influências de viscosidade, forças de inércia e forças centrípetas, assim como forças de efeitos de turbulência relacionadas a flutuações nas velocidades. As regiões podem ser descritas em termos das características do escoamento e dos mecanismos de perturbação do escoamento, conforme:

- Região I Escoamento Viscoso; caracterizada pelo balanço entre forças viscosas e inerciais, na qual o aumento da perda de pressão é devido ao bloqueio de parte da seção transversal e a um comprimento efetivo do escoamento superior;
- Região II Combinação de escoamentos helicoidal e axial: esta região é caracterizada pelo balanço entre forças inerciais, viscosas e centrífugas; aumento do fator de atrito devido ao bloqueio parcial da seção de escoamento, maior comprimento efetivo, e escoamentos secundários induzidos pela fita;
- Região III Transição entre escoamento helicoidal e turbulento: efeitos de escoamentos secundários e início de flutuações devido à turbulência; redução da influência de escoamentos secundários na perda de pressão;
- Região IV Escoamento helicoidal turbulento: flutuações de velocidade e forças centrífugas afetam o campo de velocidades, aumento da perda de pressão devido ao bloqueio parcial da seção de escoamento e mistura devido aos escoamentos secundários;

Segundo Manglik e Bergles [5], devido a superposição do escoamento helicoidal sobre as flutuações de velocidade, a

transição de laminar para turbulento é retardada em relação ao tubo liso. Manglik e Bergles [4] também apresentam mapa de escoamento com base no número de Nusselt em função do Reynolds, definindo também quatro regimes de escoamento.

De forma geral, a redução da razão de retorcimento (aumento do ângulo de hélice) resulta em um incremento do coeficiente de troca de calor e da perda de pressão. Entretanto a definição de uma correlação para o fator de atrito de uso geral e que apresente precisão razoável ainda não é possível, pois as correlações disponíveis apresentam resultados satisfatórios apenas quando comparadas aos bancos de dados utilizados em suas elaborações.

Para correlacionar a perda de pressão para escoamentos monofásicos laminar, Manglik e Bergles [4] definiram o adimensional *swirl number*, dado por:

$$Sw = \operatorname{Re}/\sqrt{y} \tag{5}$$

No caso de escoamento monofásico turbulento, o parâmetro utilizado para a relação entre a perda de pressão em escoamento em tubo com fita retorcida e tubo liso é a curvatura do contato da fita com a parede dada pela seguinte equação, segundo Manglik e Bergles [5]:

$$Kc = \left[1 + (2y/\pi)^2\right]^{-1}$$
(6)

Devido a variação contínua do fator de atrito com o número de Reynolds na região de transição entre regimes laminar e turbulento, Manglik apresenta uma relação para o fator de atrito generalizado para escoamento monofásico. E devido a não descontinuidade do fator de atrito na transição de laminar para turbulento, Manglik e Bergles [4] apresentam uma correlação generalizada para o fator de atrito durante escoamento monofásico.

A perda de pressão é dada pela soma de três parcelas, a friccional, aceleracional e gravitacional. No caso do escoamento bifásico no interior de tubos, as duas últimas parcelas são definidas com base em modelos e nas variações do título de vapor e na fração de vazio. Já, a parcela friccional da perda de pressão é geralmente determinada através de correlações empíricas e decorre do atrito do escoamento bifásico com a parede do tubo e devido ao atrito entre as fases, cujas intensidades dependem das propriedades do líquido e vapor, título de vapor, velocidade mássica, geometria e características superficiais do canal, e padrão de escoamento.

Geralmente as correlações para a perda de pressão friccional para escoamento em tubos com fitas retorcidas aplicam um multiplicador a perda de pressão para o escoamento em tubo liso. Jensen [17] e Agrawal *et al.* [10] propuseram multiplicadores para a perda de carga em tubo liso estimada através do método de Reddy e Lockhart-Martinelli, respectivamente. Akhavan-Behabadi *et al.* [1] apresentam uma comparação entre métodos de previsão recentes para fatores de atrito durante o escoamentos bifásicos no interior de tubos lisos. Eles concluíram resultados superiores para a estimativa da perda de pressão na presença de fita retorcida através da utilização de um multiplicador e a correlação de Friedel [18] para estimativa da perda de carga durante o escoamento em tubo liso sem fita.

Para escoamentos bifásicos, Agrawal *et al.* [10] apresentam a seguinte relação para as perdas de pressão com fita retorcida e para tubo liso:

$$\frac{\Delta p_s}{\Delta p_p} = \frac{C}{y^n} \tag{7}$$

Onde o sub-índices $s \in p$ indicam respectivamente escoamento helicoidal e em tubo liso. Equação similar foi proposta por Akhavan-Behabadi *et al.* [1]. Como dimensão característica para o escoamento, Jensen [17] adotou o diâmetro hidráulico calculado considerando a presença da fita e dado pela seguinte equação:

$$d_{h} = \frac{4\left(\pi d^{2}/4 - \delta d\right)}{\pi d + 2d}$$
(8)

CORRELAÇÕES DA LITERATURA

Conforme mencionado o número de trabalhos disponíveis sobre a perda de pressão para escoamentos bifásicos no interior de tubos com fitas retorcidas é limitado. Na presente seção são apresentados métodos de previsão da perda de pressão levantados na literatura.

Correlação de Akhavan-Behabadi et al. [1]

Akhavan-Behabadi *et al.* [1] realizaram estudo sobre a perda de pressão para escoamento do R134a no interior de tubos com fitas retorcidas, obtendo 160 dados experimentais para as seguintes condições:

- Diâmetro interno: 7.5mm;
- Velocidades mássicas: 54 a 144 kg/m².s;
- Número de Reynolds do líquido: 1250 a 3500;
- Título de vapor de entrada: 0.2 a 0.9;
- Título de vapor de saída: 0.3 a 1.0;
- Razões de retorcimento: 3, 6, 9 e 12;

Os autores também apresentam um multiplicador para a perda de pressão para o escoamento em tubos com fitas retorcidas dado pela Eq. (7), com *C* igual a 5,1 e *n* igual a 0,28.

A perda de pressão para tubo liso é estimada segundo o modelo de Friedel [18], com base no diâmetro interno da tubulação.

Correlação de Blatt [3]

A correlação de Blatt segundo Shatto e Peterson [3] é baseada em resultados experimentais para o R11 e é dada pela Eq. (7), com *C* igual a 7,36 e *n* igual a 3/5.

Correlação de Jensen [8]

Jensen *et al.* [8] apresentam um estudo sobre a perda de pressão para escoamento bifásico do R113 no interior de tubos com fitas retorcidas. Foram obtidos 481dados de perda de pressão para condições de operação diabáticas e adiabáticas, sendo 126 para tubo liso. As condições de experimento são:

- Diâmetro interno: 8.1mm;
- Velocidades mássicas: 120 a 1600 kg/m².s;
- Título de vapor de entrada: 0.0 a 0.61;
- Título de vapor de saída: 0.0 a 0.78;

• Razões de retorcimento: 3.94, 8.94 e 13.92;

Como procedimento para previsão da perda de pressão para escoamento bifásico no interior de tubos com fitas retorcidas foram utilizados dois multiplicadores, um para a correlação do escoamento bifásico e outro para contabilizar a influência da fita retorcida. Para a perda de pressão bifásica é considerado o multiplicador bifásico de Reddy [8]. Para a determinação da influência da fita os autores propuseram a seguinte relação:

$$\frac{f_s}{f_p} = \frac{2.75}{y^{0.406}} \quad para \quad y > 11.5$$

$$\frac{f_s}{f_p} = \frac{(4y^2 + \pi^2)^{3/2}}{8y^3} \quad para \quad y \le 11.5$$
(9)

Com f_p obtido a partir da utilização do multiplicador de Reddy [8].

Correlação de Agrawal e Varma [9]

Agrawal e Varma [10] apresentam um estudo sobre a perda de pressão para ebulição convectiva de refrigerante R12 no interior de tubos com fitas retorcidas. Foram levantados 150 dados experimentais de perda de pressão, sendo 30 destes para tubo liso. As condições dos ensaios foram:

- Diâmetro interno: 10.0mm;
- Velocidades mássicas: 194 a 388 kg/m².s;
- Número de Reynolds do líquido: 7000 a 15000;
- Título de vapor de entrada: 0.2 a 0.4;
- Título de vapor de saída: 0.3 a 0.9;
- Razões de retorcimento: 10.15, 7.37, 5.58 e 3.76;

Eles correlacionaram seus dados através da Eq. (7), com *C* igual a 5,120 e *n* igual a 0,509.

A estimativa da perda de pressão para o tubo liso é realizada através da utilização do modelo de Martinelli e Nelson [19], assumindo o diâmetro interno como referência para o cálculo da perda de pressão para o tubo liso.

Neste ponto é interessante destacar que os valores das constantes e expoentes apresentadas por Akhavan-Behabadi *et al.* [1], Blatt [3]e Agrawal e Varma [9] são próximos, indicando coerência entre os trabalhos apresentados.

CORRELAÇÃO PROPOSTA

Neste estudo uma nova correlação é proposta para a perda de pressão por atrito durante o escoamento bifásico no interior de tubos com fitas retorcidas. A correlação foi desenvolvida com base em dados experimentais disponíveis na literatura para fluidos refrigerantes. O banco de dados inclui resultados levantados por Akhavan-Behabadi *et al.* [1] para R134a, e Reid *et al.* [2] para o R113. No total foram considerados 144 dados experimentais para razões de retorcimento entre 3 e 15, e velocidades mássicas entre 54 e 158 kg/m²s.

A partir dos dados de perda de pressão, foram determinadas as razões entre os fatores de atrito para o tubo segundo condições com e sem fita retorcida (f_s/f_p). O fator de atrito para o tubo liso para os dados de Akhavan-Behabadi *et al.* [1] foi estimado segundo a correlação de Müller-Steinhagen e Heck [20], que segundo os autores [1] é a que

melhor correlaciona os dados experimentais para o tubo liso. Para os dados de Reid [3] foi adotada a correlação de Gronnerüd [21] para a estimativa da perda de pressão para o tubo liso com base nas condições experimentais e considerando o estudo de Ould-Didi *et al.* [22].

A determinação do fator de atrito para tubo liso foi realizada calculando o diâmetro hidráulico considerando a espessura da fita nula, dado pela seguinte equação:

$$d_{h} = \frac{\pi}{\pi + 2} d_{i} \tag{10}$$

Uma análise dos dados experimentais levantados na literatura permitiu concluir o incremento da relação entre os fatores de atrito (f_s / f_p) com o decréscimo da razão de retorcimento e da velocidade mássica. Desta forma, no presente estudo optou-se pela seguinte relação para o cálculo da razão entre fatores de atrito:

$$\frac{f_s}{f_p} = C y^n F r_h^m \tag{11}$$

com o número de Froud dado por:

$$Fr_{h} = \frac{G^{2}}{gd_{h}\rho_{H}}$$
(12)

onde:

$$\rho_{H} = \left[\frac{\left(1-x\right)}{\rho_{L}} + \frac{x}{\rho_{V}}\right]^{-1}$$
(13)

Através de método dos mínimos quadrados, foram obtidos os coeficientes e expoentes para a (11), dada por:

$$\frac{f_s}{f_p} = 4.646 y^{-0.166} F r_h^{-0.233}$$
(14)

A Eq. (14) apresentantou em relação ao seu banco de dados um desvio médio absoluto de 20%, máximo de 31%, mínimo de -88% e previu 64% dos dados experimentais com um erro inferior a $\pm 20\%$. Os desvios médio e médio absoluto são calculados conforme:

$$E_{avg} = \sum \left[(f_{cak} - f_{exp}) / f_{exp} \right] / N * 100$$
 (15)

$$E_{abs} = \sum |(f_{cak} - f_{exp}) / f_{exp}| / N * 100$$
 (16)

Na Tabela 1 são apresentados os desvios para as correlações apresentadas no presente estudo para o fator de atrito, considerando os dados experimentais levantados na literatura. Para a correlação proposta, o cálculo da perda de pressão bifásica para tubo liso segundo Friedel [18] é o que melhor correlacionou os dados experimentais.

Tabela 1: Erro em % para as correlações para de fator de atrito para escoamento em tubo com fita retorcida.

Courselo a 🕯 o	I	Dados de	e Akhavar	ı		Dados	de Reid	
Correlação	Eavg ¹	${\sf E}_{\sf abs}{}^{\sf 2}$	E _{max}	E _{min}	E_{avg}	E_{abs}	E _{max}	E _{min}
[1]	9,7	36,1	89,9	-35,1	-41,0	45,0	18,2	-61,0
[3]	68,8	71,6	237,1	-23,1	-11,9	24,6	57,2	-36,4
[8]	-95,0	95,0	-92,4	-96,6	-73,2	73,2	-36,5	-84,5
[10]	38,5	44,1	231,8	-25,9	363,0	363,0	1641,1	64,0
presente estudo	-38,7	40,5	32,2	-61,7	-22,3	49,3	113,0	-64,4

CONCLUSÃO

O presente trabalho tratou da perda de pressão no interior de tubos contendo fitas retorcidas para escoamentos monofásicos e bifásicos. Através dele foi possível concluir:

- A técnica de fitas retorcidas no interior de tubos permite elevar a troca de calor com custo reduzido e é possível sua aplicação em trocadores de calor já em uso;
- A maioria dos trabalhos apresentados sobre o assunto é focada no estudo da troca de calor e perda de pressão para escoamentos monofásicos, sendo que o número de estudos envolvendo escoamentos bifásicos é reduzido;
- Correlações para a perda de pressão por atrito durante escoamentos bifásicos no interior de tubos com fitas retorcidas são apresentados;
- Uma nova correlação para o fator de atrito durante o escoamento bifásico no interior de tubos com fitas retorcidas foi proposta.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) ao auxílio pesquisa modalidade Universal-Faixa B (proc. nº 474403/2008-4) e a Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo auxílio a esta pesquisa através de duas bolsas de estudo modalidades Jovem Pesquisador (proc. no 06/52089-1) e Iniciação Científica (proc. nº 2008/10938-8).

LISTA DE SÍMBOLOS

- *y* Razão de retorcimento [-]
- *d*_{*i*} Diâmetro interno da tubulação [m]
- d_{i} Diâmetro hidráulico [m]
- Fr_{h} Número de Froud [-]
- G Velocidade mássica [kg/m²-s]
- *H* Comprimento de meia volta de fita [m]
- *Kc* Curvatura do contato da fita com a parede [-]
- Re Número de Reynolds [-]
- Sw Swirl number [-]
- δ Espessura da fita [m]
- ε_p Coeficiente de desempenho para perda de pressão [-]
- \mathcal{E}_{a} Coeficiente de desempenho para troca de calor [-]

- ε Coeficiente de desempenho global
- Δp Perda de pressão [Pa]
- ϕ Coeficiente de troca de calor [W/m²-K]
- ρ Densidade [kg/m³]

Sub-índices

- p Tubo Liso
- s Tubo com fita retorcida
- V Vapor
- L Líquido

REFERÊNCIAS

- M.A. Akhavan-Behabadi, R. Kumar e M. Jamali, Investigation on heat transfer and pressure drop during swirl flow boiling of R-134a in a horizontal tube, Int.J. Heat and Mass Transfer, Vol. 52, pp.1918-1927, 2009.
- [2] R.S. Reid, M.B. Pate e A.E. Bergles, A Comparison of Augmentation Techniques During In-Tube Evaporation of R-113, Journal of Heat Transfer, Vol. 113, pp.451-458, May 1991.
- [3] D.P. Shatto e G.P. Peterson, A Review of Flow Boiling Heat Transfer with Twisted Tape Inserts, J. Enhanced Heat Transfer, Vol.3, No.4, pp.233-257, 1996.
- [4] R.M. Manglik e A.E. Bergles, Heat Transfer and Pressure Drop Correlations for Twisted-Tape Inserts in Isothermal Tubes: Part I—Laminar Flows, Journal of Heat Transfer, Vol. 115, pp.881-889, 1993.
- [5] R.M. Manglik e A.E. Bergles, Heat Transfer and Pressure Drop Correlations for Twisted-Tape Inserts in Isothermal Tubes: Part II—Transition and Turbulent Flows, Journal of Heat Transfer, Vol. 115, pp.890-896, 1993.
- [6] M.A. Akhavan-Behabadi, R. Kumar, A. Mohammadpour e M. Jamali-Asthiani, Effect of twisted tape insert on heat transfer and pressure drop in horizontal evaporators for the flow of R-134a, Int.J. Refrigeration, Vol. 32, pp.922-930, 2009.
- [7] J.R. Thome e G. Ribatski, Boiling and evaporation: Augmentation of boiling and evaporation. In: Geoffrey F. Hewit. (Org.). HEDU Heat Exchanger Design Update, 1st ed. Wallingford: Begell House Inc, V. 12, 2005.
- [8] M.K. Jensen, M. Pourdashti e H. Bensler, Two-Phase Pressure Drop With Twisted Tape Swirl Generators. Int.J.Multiphase Flow Vol. 11, No. 2, pp. 201-211, 1985.
- [9] K.N. Agrawal e H.K. Varma, Experimental study of heat transfer augmentation versus pumping power in a horizontal R12 evaporator, Rev. Int. Froid, Vol. 14, pp.273-281, 1991.

- [10] K.N. Agrawal, H.K. Varma e S. Lal, Pressure Drop During Forced Convection Boiling of R-12 Under Swirl Flow, Transactions of the ASME, Vol. 104, pp.758-762, 1982.
- [11] W.M. Chakroun e S.F. Al-Fahed, The Effect of Twisted-Tape Width on Heat Transfer and Pressure Drop for Fully Developed Laminar Flow, Transactions of the ASME, Vol. 118, pp.584-589, July 1996.
- [12] S. Eiamsa-ard, C. Thianpong e P. Promvonge, Experimental investigation of heat transfer and flow friction in a circular tube fitted with regularly spaced twisted tape elements, Int.Comm. Heat and Mass Transfer, Vol. 33, pp.1225–1233, 2006.
- [13] R.F. Lopina e A.E. Bergles, Subcooled Boiling of Water in Tape-generated Swirl Flow, Journal of Heat Transfer, Vol. 95, pp.281-283, May 1973.
- [14] S.W. Chang, T.L. Yang e J.S. Liou, Heat transfer and pressure drop in tube with broken twisted tape insert, Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 32, pp.489–501, 2009.
- [15] S. Eiamsa-ard, C. Thianpong, P. Eiamsa-ard e P. Promvonge, Convective heat transfer in a circular tube with short-length twisted tape insert, Int.Comm. Heat and Mass Transfer, Vol 36, pp.365–371, 2009.
- [16] A.E. Bergles, W.D. Fuller e S.J. Hynek, Dispersed flow film boiling of nitrogen with swirl flow, Int.J. Heat Mass Transfer, Vol. 14, pp.1343-1354, 1971.
- [17] M.K. Jensen, An evaluation of the effect of twisted-tape swirl generators in two-Phase flow heat exchangers, Heat Transfer. Eng., Vol. 6, pp. 19-30, 1985.
- [18] L. Friedel, Improved friction pressure drop correlations for horizontal andvertical two-phase pipe flow, European Two-Phase Flow Group Meeting, Paper E2, Ispra, Italy, 1979.
- [19] Thome, John R. Engineering Data Book III, EPFL, Switzerland, 2004.
- [20] H. Müller-Steinhagen e K. Heck, A simple friction pressure drop correlation for two-phase flow in pipes, Chem. Eng. Process, Vol. 20, pp. 297–308, 1986.
- [21] R. Grönnerud, Investigation of liquid hold-up, flow-resistance and heat transfer in circulation type evaporators, part IV: twophase flow resistance in boiling refrigerants, Annexe 1972-1, Bull. de l'Inst. du Froid, 1979.
- [22] M.B. Ould Didi, N. Kattan e J.R. Thome, Prediction of twophase pressure gradients of refrigerants in horizontal tubes, Int.J. Refrigeration, Vol. 25, pp.935-947, 2002.

THEORETICAL STUDY ON PRESSURE DROP FOR TWO-PHASE FLOW IN TUBES WITH TWISTED TAPE INSERT

Fabio T. Kanizawa, Renan S. Hernandes, Gherhardt Ribatski

Escola de Engenharia de São Carlos, University of São Paulo, São Carlos - SP, Email: ribatski@sc.usp.br

ABSTRACT

It is presented a study concerning pressure drop for single and two-phase flows inside tubes with twisted-tapes inserts. Twisted-tape inserts are widely used as a passive method for heat transfer enhancement. However, the increase in the heat transfer coefficient is accompanied by a pressure drop penalty. Therefore, it is presented a study focusing in two-phase pressure drop inside tubes with twisted-tape inserts, analyzing differences between pressure drop in tubes with twisted-tape device and straight tubes, for various twist ratios. The study is based on experimental data obtained in the literature. Moreover, it is performed a comparative analysis between friction factor correlations available in the literature for two-phase flows inside tube containing twisted tape inserts. Finally, a new correlation is proposed for estimating the friction factor for two-phase flows inside tubes with twisted-tape.

VALIDAÇÃO DE MODELOS UNIDIMENSIONAIS UTILIZADOS NA ANÁLISE DE ESCOAMENTO EM EBULIÇÃO SUB-RESFRIADA

Francisco Antonio Braz Filho¹, Alexandre David Caldeira¹, Eduardo Madeira Borges¹, Gaianê Sabundijan²

¹Instituto de Estudos Avançados (IEAv),

Rodovia dos Tamoios, km 5,5, São José dos Campos, SP, e-mail: [fbraz, alexdc, eduardo]@ieav.cta.br

²Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (IPEN/CNEN-SP), Av. Professor Lineu Prestes, 2242, São Paulo, SP, e-mail: gdjian@ipen.br

RESUMO

Escoamento em regime de ebulição sub-resfriada ocorre em muitas aplicações industriais e é caracterizado por um grande coeficiente de transferência de calor. No entanto, este mecanismo de transferência de calor eficiente é limitado pelo fluxo de calor crítico, onde o coeficiente de transferência de calor diminui drasticamente, levando a uma rápida excursão de temperatura, o que pode causar o derretimento e destruição do aquecedor. Escoamento em ebulição sub-resfriada é especialmente importante para a análise de reatores nucleares refrigerados a água pressurizada, onde a presença de bolhas de vapor formadas no núcleo influencia o comportamento do reator em condições de funcionamento normal e de acidente. O objetivo deste trabalho é validar modelos unidimensionais de análise de escoamento em ebulição sub-resfriada contidos nos principais softwares de cálculo termo-hidráulico de reatores nucleares, tais como RELAP5, COBRA-EN e COTHA-2tp. Os resultados dos softwares são comparados com dados experimentais na faixa de pressão entre 15 e 45 bar. Para a pressão de 45 bar, os resultados apresentam boa concordância em relação aos dados experimentais, enquanto que para pressões mais baixas (15 e 30 bar) os resultados começam a se distanciar dos valores experimentais.

INTRODUÇÃO

Escoamento em regime de ebulição sub-resfriada ocorre quando a temperatura média do fluido encontra-se abaixo da de saturação, mas próximo às paredes do elemento aquecedor a temperatura excede este valor, havendo formação de bolhas. Este mecanismo de transferência de calor é caracterizado por altos valores do coeficiente de troca de calor (da ordem de 10⁵ W/m² °C). Esta eficiente transferência de calor é limitada pelo Fluxo Crítico de Calor (FCC), que é um ponto de operação onde a temperatura pode subir a valores tão altos que pode causar o derretimento do elemento aquecedor.

A previsão do local do início de formação significante de bolhas (fração de vazio) ao longo do escoamento é muito importante para o estudo do núcleo de reatores nucleares. A fração de vazio é um dos principais parâmetros necessários ao cálculo do FCC, que é um dos mais importantes limites de projeto de reatores nucleares PWR (Pressurized Water Reactor - Reatores Refrigerados a Água Pressurizada). Além disto, a ocorrência de bolhas em núcleos de reatores nucleares pode modificar a distribuição axial de potência.

Este trabalho está focado no cálculo da fração de vazio com modelos de geometria unidimensional, os quais são utilizados nos principais softwares de análise de acidentes e termo-hidráulica em reatores nucleares. Estes compreendem desde o modelo homogêneo, constituído de 3 equações de conservação para a mistura líquido-vapor, até o modelo mais completo de 6 equações, ou seja, 3 equações para cada fase.

A faixa de pressão coberta por esta análise vai de 15 a 45 bar e os softwares utilizados são: RELAP5 [1], COBRA-EN [2] e COTHA-2tp [3].

MONTAGEM EXPERIMENTAL

Dados experimentais foram obtidos de uma seção de testes formada por um tubo vertical de aço inox aquecido [4]. Os

dados geométricos deste tubo são: diâmetro interno de 15,4 mm e comprimento de 2000 mm. O fluido de trabalho é a água, escoando na direção de baixo para cima.

MODELOS DOS SOFTWARES

Escoamento bifásico envolve um movimento relativo entre as duas fases, líquido e vapor, portanto, este problema deve ser formulado em termos de dois campos de velocidade. O completo equacionamento deste fenômeno, em geometria unidimensional, é descrito pelas equações de conservação para os dois fluidos, totalizando 6 equações. Além disto, um conjunto de equações constitutivas deve ser acoplado ao problema para considerar a interação entre fases na interface dos dois elementos.

Uma resumida descrição dos modelos dos softwares utilizados nesta simulação é apresentada a seguir.

O software COTHA-2tp utiliza o modelo homogêneo para a análise de escoamento bifásico. O modelo homogêneo, em princípio, não analisa ebulição sub-resfriada, por este motivo, dois modelos empíricos foram inseridos no software para considerá-la: i) Levy [5] e Lellouche (desenvolvido pela EPRI [6]). Estes modelos corrigem o cálculo da qualidade baseados em correlações empíricas.

O COBRA-EN é usado para análise termo-hidráulica de transitórios e regime permanente em núcleos de reatores nucleares. Uma das opções para análise de escoamento bifásico existentes no COBRA-EN é um modelo de 4 equações, ou seja, as equações de conservação são resolvidas para a mistura líquido-vapor mais um balanço de massa para o vapor.

O RELAP5 foi desenvolvido para simulações de transitórios em sistemas de refrigeração de PWRs. Este software é baseado em um modelo bifásico de 6 equações que não considera a mistura homogênea e em equilíbrio térmico. A taxa líquida de geração de vapor é um resultado da

competição entre evaporação e condensação. A previsão da formação de vapor no canal de ebulição depende da velocidade relativa entre vapor e líquido, bem como do regime de escoamento [1, 7, 8]. Para se obter as condições de estado estacionário, as temperaturas e vazões iniciais para todos os volumes e junções foram tomadas iguais à temperatura e à vazão de entrada, respectivamente. Com isto, o software é executado até alcançar o estado estacionário.

RESULTADOS

Para efeito das comparações com dados experimentais, os modelos dos softwares relacionados são: i) RELAP5, 6 equações; ii) COBRA-EN, 4 equações (3 equações para a mistura mais uma do balanço de massa para o vapor); e iii) COTHA-2tp, homogêneo, com correção da qualidade pelas correlações de Levy e Lellouche.

Neste trabalho foram considerados dois casos, "A" e "B", cujos dados experimentais estão apresentados na Tab. 1.

Tabela 1. Dados experimentais utilizados.

	Fluxo de massa [kg/m ² s]	Pressão [bar]	Fluxo de calor [W/m ²]
Caso A	900	45	$0,57 \ 10^{6}$
Caso B	900	15, 30, 45	$0,38 \ 10^6$

Caso "A"

Este caso é especialmente importante pois, além da fração de vazio, outros parâmetros, tais como temperatura média do canal e da parede, foram comparados aos resultados dos softwares.

A Fig. 1 mostra a distribuição da fração de vazio em função da entalpia ao longo do canal. Os resultados do RELAP5 têm uma boa concordância com os dados experimentais, inclusive prevendo com precisão o início da ebulição, porém os valores de fração de vazio no regime de ebulição nucleada são levemente superestimados. Os resultados do COBRA-EN apresentam um pequeno atraso com relação ao início de ebulição, mas se mantêm bem próximos dos dados experimentais ao longo do canal. O modelo homogêneo do COTHA-2tp apresenta os resultados mais discrepantes. A formulação de Levy tem um atraso com relação ao início da ebulição e subestima os valores da fração de vazio; já a fórmula de Lellouche apresenta resultados mais próximos dos dados experimentais que os de Levy.



Figura 1. Fração de vazio em função da entalpia (caso "A").

A Fig. 2 mostra a temperatura média do fluido em função da entalpia ao longo do canal e todos os softwares apresentam excelentes resultados.



Figura 2. Temperatura média do fluido em função da entalpia ao longo do canal (caso "A").

Os resultados dos cálculos da temperatura da parede em função da entalpia ao longo do canal são mostrados na Fig. 3. Para os dados experimentais a temperatura sobe rapidamente e permanece praticamente constante ao longo do canal, enquanto que para os resultados dos softwares a temperatura aumenta de forma contínua e suave. Esta diferença é atribuída ao cálculo do coeficiente de troca de calor, uma vez que a temperatura do refrigerante apresenta uma boa concordância com os dados experimentais.



Figura 3. Temperatura da parede em função da entalpia ao longo do canal (caso "A").

Caso "B"

Para o caso "B" são apresentadas figuras que mostram a influência da pressão (15, 30 e 45 bar) no cálculo da fração de vazio para os modelos relacionados, para cada software.

Os resultados do COTHA-2tp com o modelo de Levy produziram valores muito discrepantes com realação aos dados experimentais e não são apresentados. A formulação de Lellouche apresenta resultados razoáveis à medida que os valores de pressão aumentam, como se pode notar na Fig. 4. Deve-se entender que estas fórmulas foram obtidas para pressões da ordem de 150 bar, encontradas em reatores nucleares de potência do tipo PWR.



Figura 4. Fração de vazio em função da qualidade termodinâmica ao longo do canal (caso "B"/COTHA).

A Fig. 5 mostra os resultados do COBRA-EN para os cálculos da fração de vazio em função da qualidade ao longo do canal. Os resultados são razoáveis e apresentam uma excelente concordância para a pressão de 45 bar, piorando para 30 e 15 bar.



Figura 5. Fração de vazio em função da qualidade termodinâmica ao longo do canal (caso "B"/COBRA-EN).

Finalmente, a Fig. 6 mostra os resultados do RELAP5 para o cálculo da fração de vazio em função da qualidade. Estes resultados foram os de melhor concordância com dados experimentais e como observado em todos os outros modelos, os valores se aproximam da experiência com o aumento da pressão.



Figura 6. Fração de vazio em função da qualidade termodinâmica ao longo do canal (caso "B"/RELAP5).

COMENTÁRIOS FINAIS

Escoamento em regime de ebulição sub-resfriada é especialmente importante para a análise termo-hidráulica de reatores nucleares refrigerados a água pressurizada, onde a formação de bolhas de vapor no núcleo influencia o comportamento do sistema em condições normais de operação e de acidente.

Os modelos unidimensionais, com vários graus de empirismo, podem predizer muito bem o cálculo da fração de vazio média numa seção transversal do canal, porém, estes modelos dependem da pressão de operação do sistema. Em baixas pressões, a temperatura de saturação é menor e a diferença entre as densidades do líquido e vapor é muito mais alta que em altas pressões, levando a um aumento do tamanho das bolhas geradas e um decréscimo da densidade de pontos de nucleação e freqüência de nucleação de bolhas. Como conseqüência da mudança na dinâmica da formação de bolhas e diferenças nas propriedades termodinâmicas da água, o comportamento da fração de vazio é significativamente diferente a baixas pressões, de tal modo que extrapolar formulações obtidas para altas pressões pode levar a soluções erradas. Isto foi demonstrado no caso "B", onde para todos modelos, os melhores resultados foram obtidos na comparação com dados experimentais para a pressão de 45 bar. A concordância foi se distanciando para 30 bar e, mais ainda, para 15 bar.

Os piores resultados foram obtidos para o modelo homogêneo corrigido pelas formulas de Levy e Lellouche, que são utilizadas no software COBRA-IV-I [9], ainda hoje, a principal ferramenta de cálculo para análise termo-hidráulica de núcleo de reatores nucleares.

Embora o objetivo do trabalho seja o estudo do escoamento em regime de ebulição sub-resfriada, o início da ebulição nucleada foi analisado. De forma geral, para todos os modelos, os valores foram subestimados na região de ebulição sub-resfriada e superestimados na faixa de ebulição nucleada.

Encontram-se reatores nucleares trabalhando numa faixa grande de pressão de operação, desde 1 até centenas de bars.

O interesse na simulação de escoamento em regime de ebulição nucleada a baixas pressões (1-2 bars) tem aumentado nos últimos anos, devido a necessidade da análise termohidráulica e de segurança em reatores nucleares de pesquisa e investigação de novos conceitos de reatores avançados a água pressurizada.

Nos próximos trabalhos deverão ser estudadas as faixas de pressão de 1 a 2 bar e de 100 a 150 bar, embora, com os dados atuais, já se possa notar uma tendência de que os modelos relacionados apresentam resultados razoáveis para pressões acima de 30 bar, e valores discrepantes abaixo de 15 bar.

REFERÊNCIAS

- RELAP5 Code Development Team, "RELAP5/MOD3 Code Manual", NUREG/CR-5535, Scientech, Inc., Idaho Falls (1999).
- [2]. D. Basile, M.Beghi, R. Chierici and E. Salina, "COBRA-EN: an Upgraded Version of the COBRA-3C/MIT Code for Thermal-hydraulic Transient Analysis of Light Water Reactor Fuel Assemblies and Cores", Report 1010/1 (1999).
- [3]. F. A. Braz Filho, E. M. Borges and A. D. Caldeira, "COTHA-2tp: A Code for Two-phase Flow Analysis of

PWR Cores Using the Homogeneous Model", *International Nuclear Atlantic Conference – INAC 2007*, Santos (2007).

- [4]. G. G. Bartolomei and V. M. Chanturiya, "Experimental Study of True Void Fraction When Boiling Subcooled Water in Vertical Tubes", *Thermal Engineering*, v. 14, pp. 123-128 (1967).
- [5]. S. Levy, "Forced Convection Subcooled Boiling Prediction of Vapor Volumetric Fraction", *International Journal Heat Mass Transfer*, v. 10(7), pp. 951-965 (1967).
- [6]. International Atomic Energy Agency, "Thermal-hydraulic Relationships for Advanced Water Cooled Reactors", IAEA-TECDOC-1203, IAEA, Vienna, Austria (2001).
- [7]. B. Konkar and B. Mavko, "Modelling of Low-pressure Subcooled Flow Boiling Using the RELAP5 Code", *Nuclear Engineering and Design*, v. 220, pp. 255-273 (2003).
- [8]. S. Petelin and B. Konkar, "Prediction of Void Fraction in Subcooled Flow Boiling", *International Conference in Nuclear Energy in Central Europe 1998*, Slovenia, pp. 195-222 (1998).
- [9]. Wheeler C. L., C. W. Stewart, R. J. Cena, D.S. Rowe and A. M. Sutey, "COBRA-IV-I: An Interim Version of COBRA for Thermal-hydraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements and Cores", BNWL-1962, Battelle-Northwest, Richland, WA (1976).

VALIDATION OF ONE DIMENSIONAL MODELS USED IN SUBCOOLED FLOW BOILING ANALYSIS

Francisco Antonio Braz Filho¹, Alexandre David Caldeira¹, Eduardo Madeira Borges¹, Gaianê Sabundijan²

¹Instituto de Estudos Avançados (IEAv), Rodovia dos Tamoios, km 5,5, São José dos Campos, SP, e-mail: [fbraz, alexdc, eduardo]@ieav.cta.br

> ²Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (IPEN/CNEN-SP), Av. Professor Lineu Prestes, 2242, São Paulo, SP, e-mail: gdjian@ipen.br

ABSTRACT

Subcooled flow boiling occurs in many industrial applications and it is characterized by large heat transfer coefficients. However, this efficient heat transfer mechanism is limited by the critical heat flux, where the heat transfer coefficient decreases leading to a fast heater temperature excursion, potentially leading to heater melting and destruction. Subcooled flow boiling is especially important in water-cooled nuclear power reactors, where the presence of vapor bubbles in the core influences the reactor system behavior at operating and accident conditions. With the aim of verifying the subcooled flow boiling calculation models of the most important nuclear reactor thermal-hydraulic computer codes, such as RELAP5, COBRA-EN and COTHA-2tp, the main purpose of this work is to compare experimental data with results from these codes in the pressure range between 15 and 45 bar. For the pressure of 45 bar the results are in good agreement, while for low pressures (15 and 30 bar) the results start to become conflicting.

BOILING OF R134a IN HORIZONTAL MINI TUBE

Jacqueline B. Copetti*, Mario H. Macagnan°, Nicole Kunsler⁺, Alisson de Oliveira

Universidade do Vale do Rio dos Sinos- UNISINOS, Av. Unisinos, 950, São Leopoldo – RS *jcopetti@.unisinos.br, °mhmac@unisinos.br, *nicolekunsler@gmail.com,**alisson07@bol.com.br

ABSTRACT

This work presents the results of an experimental study carried out with R134a to characterize heat transfer and pressure drop during flow boiling in a horizontal smooth tube of 2.6 mm ID. The experimental tests included (i) heat fluxes in the range from 10 to 100 kWm², (ii) the refrigerant mass velocities set to the discrete values in the range of $240 - 930 \text{ kgm}^2 \text{s}^{-1}$ and (iii) saturation temperature of 12 and 22°C . The study analyzed the heat transfer, through the local heat transfer coefficient along of flow and pressure drop, under the variation of these different parameters. It was possible to observe the significant influence of heat flux in the heat transfer coefficient and mass velocity in the pressure drop, and the effects of saturation temperature. Moreover, it was possible to produce a complete database.

INTRODUCTION

Flow boiling studies in mini and micro channels are been published, mainly in the last decade. This trend is the result of the great current interest in compact refrigeration system and cooling electronic devices.

Although the increment in the heat transfer proportionate by reduction in channel size, as registered for some authors, the results exhibit discrepancies concern to the effect of the parameters heat flux, mass velocity and saturation temperature in the heat transfer coefficient and the characteristics of flow boiling in channels are not completely understood yet (Consolini [1], Vlasie et al. [2]),. Therefore, the capacity of heat transfer prediction in these conditions through the correlations is limited.

According to the review of Ong e Thome [3], the results of different experiments shown by some researches, the boiling heat transfer mechanisms in mini and micro channels could be controlled by nucleate boiling, due to nearly exclusively dependency on heat flux (Tran et al. [4], and Lazarek and Black [5]), or by convective boiling, with the dependence of mass flux and vapor quality (Ou and Mudawar [6]) or by both, depending on vapor quality range (Yan and Lin [7]). Tran et al. [4] studied R12 in a 2.46 mm circular tube and observed a heat transfer dependence on heat flux, but the effects of mass flux and vapor quality were negligible. The same tendency was reported by Lazarek and Black [5] and Wambgnass [8] with R113 boiling in a similar tubes dimension (3.1 mm and 2.92 mm, respectively). However, the results shown by Yan and Lin [7], Lin et al. [9] and Choi et al. [10] have demonstrated the effects of mass velocity and vapor quality. The results of Lin et al. [9] with R141b in 1.3 to 3.69 mm channels were different and significant variations in heat transfer coefficients with heat flux and vapor quality were registered, and also the influence of mass flux was verified with decreasing the channel diameter. Some researches found that the heat transfer coefficient increase with increasing vapor quality until a point when the coefficient decreases gradually and this behavior depends on the heat flux value, but the inflection point varies. Saitoh [11] conduced experiments with R134a in 0.5 to 3.1 mm channels and for the biggest diameter he found a clear dependency of heat flux and mass flux, but not for smallest channel where he observed the effect of heat flux only. In the same way, Shiferaw et al.[12] studied R134a and channel diameters from 2.01 mm to 4.26 mm and found similar results. This behavior allows relating the channel diameter reduction with the decreasing of convective contribution, which is characteristic of macro channels. Some effects, like the dryout could happen before in micro channels, as a result of confinement and the increasing relevance of surface tension, thus increasing the nucleate boiling contribution. Kew and Cornwell [13] used this confinement concept and proposed a confinement number which allows classifying macro and microchannel flows and diameters.

In this paper are reported some experimental results of R134a flow boiling, heat transfer and pressure drop in a horizontal stainless steel minichannel of 2.6 mm ID. Results are discussed in terms of the heat flux, mass velocity, vapor quality and saturation temperature effects.

EXPERIMENTAL ASPECTS

Facility and instrumentation

A test rig was constructed to investigate flow boiling and pressure drop in electrically heated horizontal mini channels. The details of this rig are shown schematically in Fig. 1. The rig consists of two loops to provide controlled flow of refrigerant. The main loop has a Coriolis mass flow meter, a pre-heater section, the test section and the visualization section. The secondary loop consists of a condenser, a refrigerant reservoir, a dryer filter, a volumetric pump and a subcooler. The condenser and the subcooler have independent circuits, using the ethylene-glycol/water solution as secondary refrigerant. Each circuit is controlled by a thermal bath with constant temperature. This set up permits to control the refrigerant saturation temperature.

In the main loop of the circuit the preheater permits to establish the experimental conditions in the test section. It consists of a horizontal cooper tube with length of 445 mm heated by electrical tape resistance $(11.7 \ \Omega m^{-1})$ uniformly wrapped around on its external surface to guarantee a uniform heat flux to refrigerant. The electrical resistance is insulated from the tube with a kapton conductive tape. In the pre-heater the power is adjusted by a voltage converter. The test section consists of a smooth horizontal stainless steel tube with effective length of 183 mm and 2.6 mm ID and is uniformly heated by direct application of electrical current in the tube wall (Joule effect), controlled by a power supply. After the test section there is a visualization section with a 158 mm length glass tube with the same test section internal diameter. The pre-heater and test section are thermally insulated.

The refrigerant enters in the preheating section as subcooled liquid and the saturation condition on the exit of the pre-heater, or the vapor quality, varies according to the heat flux. A liquid visor before the pre-heater entrance makes possible to control the physical state of refrigerant. The liquid reservoir is used for improving the stabilization of the refrigerant flow. The pressure measurements in the inlet and outlet of the preheater were carried out by two absolute transducers and the temperatures by 0.076 mm thermocouples type E, in direct contact to refrigerant flux.

The refrigerant vaporizes along the test section. Refrigerant temperatures are measured in the inlet and outlet of this section, as well as the tube wall temperatures. The tube wall thermocouples are type E of 0.076 mm directly fixed by a thermally conductive paste. The position of each thermocouple is also shown in Fig. 1. In the three central positions of tube there are four thermocouples in each position, separated by 90° one of the other In the entrance and exit of the tube are fixed two thermocouples on the wall, in the upper and bottom parts. In the test section the differential pressure transducer allows the determination of the exit pressure.

The flow pump rate is controlled by a frequency inverter and a bypass piping line after pump allows setting more precise flow rate through a needle-valve.

The pressure transducers, thermocouples, mass flow and power meter were connected to an acquisition data system composed by a multimeter (Agilent, model 34970A), connected to a microcomputer by a RS232 interface. Software BenchLink Data Logger from Agilent was used to data monitoring and acquisition.

Measurements procedures and data reduction

Single phase. Firstly, single phase tests were performed with R134a to evaluate the heat losses in the preheater and test section. The losses depend on mass velocity and heat power. The value of losses increase with decreasing mass velocity and increasing heat power. In the preheater the maximum loss was around 15% and in the test section 5%, these results probably are concerned to different heating system and tube in both sections. These losses were considered in the boiling results.



Figure 1. Squematic view of the experimental facility.

<u>Boiling experimental conditions</u>. Boiling tests of R134a in a 2.6mm ID tube were carried out with the aim of verifying the thermal and hydraulic behaviour for different refrigerant flow rates and heat flux. Experimental test conditions are shown in Tab. 1. The vapor quality condition in the entrance of test section for each test was reached by different heating powers in the pre-heater.

Table 1. Test conditions.

Test section heat flux, q"	10, 20, 33, 47, 67, 87 and 100 kW/m ²
Mass velocity, G	240, 440, 556, 740 and 930 kg/sm ²
Saturation temperature, Tsat	12 and 22 °C
Preheater heating power	45 to 270 W

<u>Data reduction</u>. The vaporization parameters, including vapor quality, internal wall temperature, saturation temperature and the heat transfer coefficient, were calculated from measured data of refrigerant temperatures, wall temperature in the test section, pressures, flow rate, heat flux and geometrical parameters. The thermodynamic properties of R-134a were obtained from REFPROP software (Lemmon et al. [14]).

The heat transfer coefficient calculation supposed the following considerations:

- Heat transfer in the axial direction can be neglected.
- Volumetric heat generation, and hence heat flux, is uniform along the tube in the test section.
- Pressure drop from the saturation point to outlet pressure is a linear function of tube length.

The vapor quality in the entrance of test section was calculated from energy balance in the pre-heater and the enthalpies were estimated through pressure and temperature measurements downstream and upstream of the section. The exit enthalpy in the test section was estimated in the same way than in the pre-heating section.

The local heat transfer coefficient, h_z , was determined using the Eq. (1),

$$h_z = \frac{q''}{T_{w_i} - T_{sat}}$$
(1)

where q" is the heat flux, Tw_i is the inner wall temperature and T_{sat} is the saturation temperature at a local refrigerant pressure calculated by interpolation between the inlet and outlet pressures. The heat flux is calculated as the ratio between the electrical power and the internal area for the heated length. The Tw_i was calculated assuming radial conduction through the wall, subject to internal heat generation as given by Eq.(2),

$$T_{w_{i}} = T_{w_{o}} + \frac{\dot{q}}{4k} \left(r_{o}^{2} - r_{i}^{2} \right) - \frac{\dot{q}}{2k} r_{o}^{2} \ln \left(\frac{r_{o}}{r_{i}} \right)$$
(2)

where \dot{q} is the volumetric heat generated, Tw_o is the external wall temperature, k is thermal conductivity and r_o and r_i the external and internal radios, respectively. For each axial location z along the test tube, the external wall temperature is the average of measured temperatures around the cross section and calculated by Eq. 3,

$$T_{w_{o}} = \frac{T_{w_{top}} + T_{w_{side_{i}}} + T_{w_{side_{o}}} + T_{w_{botton}}}{4}$$
(3)

where Twtop is the external wall top temperature, Twside,i is the external wall inside temperature, Twside,o is the external wall outside temperature and Twbottom, the external wall bottom temperature.

RESULTS AND DISCUSSION

Heat transfer

<u>Effect of heat flux.</u> Figures 2a and 2b shows the effect of heat flux on heat transfer coefficient for different mass velocity. It is possible to verify the dependence of the heat transfer coefficients on the heat flux, mainly at the low quality region (quality less than 40%). The heat transfer coefficient increased with increasing heat flux. As previously pointed, many authors (Choi et al. [10] and Lin et. al. [9]) have associated this behavior to nucleate boiling in the initial part of boiling, mainly under high heat flux. This condition will tend to be suppressed at high vapor quality where the effect of heat flux on heat transfer coefficient becomes lower and the coefficient decreases, as can be observed in Figs. 2a and 2b. Figure 2a also shows that for low mass velocity (G=240 kg/sm²), the low heat flux (q"=5 kW/m²) almost does not affect the heat transfer coefficient.

Effect of mass velocity. The effect of mass velocity on heat transfer coefficient is shown in Figs. 3a and 3b, for 10 kW/m^2 and 87 kW/m², respectively. It is important to point out that the values of mass velocity analyzed are relatively high compared with those of literature. It is possible to observe the significant effect of mass velocity for low heat flux (Fig. 3a), according to G increases, the heat transfer coefficient also increases, with exception of minor mass velocity (G=240 kg/m²s), for which the coefficient is practically constant.

For higher heat flux (Fig. 3b) the heat transfer coefficient is bigger and independent of mass velocity value. The decrease in the heat transfer coefficient occurs at a lower quality for higher mass flux.



Figure 2. Effect of heat flux on heat transfer coefficient for different mass velocities: a) G=240, b) G=440 kg/m²s for Tsat=22°C.

<u>Effect of saturation temperature.</u> Figure 4 illustrates the effect of saturation temperature on the heat transfer coefficient for G=440 kg/sm² and q"=10kW/m². Two temperatures were tested, 12°C and 22°C. The heat transfer coefficient increases with increasing saturation temperature, but the tendency observed in other studies for R134a at different and higher saturation temperatures it is not in agreement with this results (Tibiriçá and Ribatski [15]).

Pressure drop

The pressure drop measured in the test section as function of vapor quality for different mass velocity and heat flux is shown in Figs. 5a and 5b. The stainless steel tube has an internal surface roughness of 2.05 μ m (Ra), measured with a Pantec rugosimeter.

The pressure drop for small diameter tubes is affected by the flow regime transitions.

As can be seen, the pressure drop increases with the vapor quality independent of other parameters. The pressure drop increases with increasing heat flux for the same mass velocity (as shown in Fig. 8a). With decreasing of mass velocity, the pressure tends to remain almost constant, as presented in Fig. 8b, for $G = 240 \text{ kg/m}^2\text{s}$. Similar trends were presented by Ould Didi et al. [16] for refrigerants flow in macro tubes of 10.92 to 12 mm and by Tran et. al [17], for small channels.



Figure 3. Effect of mass velocity on heat transfer coefficient for different heat flux: a) q"=10 kW/m², b) q"=87 kW/m² for Tsat=22°C.



Figure 4. Effect of saturation temperature on heat transfer coefficient for G=440 kg/sm² and q"=10 kW/m².



Figure 5. Pressure drop variation: a) effect of heat flux for G=440 kg/sm²; b) effect of mass flux for q"=47 kW/m² and Tsat= 22° C.

CONCLUSIONS

Preliminary results of experimental two-phase flow of R134a in horizontal minichannel are presented. It was observed the dependency of heat transfer coefficient on heat flux and mass velocity. The heat transfer coefficient increased with increasing heat flux and mass velocity, but strong heat flux dependence was observed, mainly to lower vapor quality region.

Comparing the results and observations made from different researches regarding boiling mechanisms in small diameter channels many uncertainties and contradictions still exist. However, the results indicated that the nucleate boiling mechanism seems to be dominant one because the heat flux effect.

In the pressure drop results it was possible to verify that the effects of heat flux and mass velocity are also important, however it should be more investigated due to influence in evaporators design.

These first results will be the experimental basement to study other fluids, including hydrocarbons, and micro tubes.

REFERENCES

- [1] L. Consolini, Convective boiling heat transfer in a single microchannel, Ph.D. Thesis, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, Thesis n. 4024, 2008.
- [2] C. Vlasie, H. Macchi, J. Guipart, B. Agostini, Flow boiling in small diameter channels, Int. J. of Refrigeration, vol.27, pp. 191-201, 2004.
- [3] C.L. Ong, J.R.Thome, Flow boiling transfer of R134a, R236fa and R245fa in a horizontal 1.030 mm circular channel, *Exp. Therm. Sci.*, vol. 33, pp.651-663, 2009.
- [4] T.N. Tran, C.L., Wambsganss, M.W., France, D.M., Small circular and rectangular channel boiling with two refrigerants. *Int. J. of Multiphase Flow*, vol.22, pp.485-498, 1996.
- [5] G.M. Lazarek, S.H. Black, Evaporative heat transfer, pressure drop and critical heat flux in a small vertical tube with R113. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol.25, pp.945-960, 1982.
- [6] W. Qu, I. Mudawar, Flow boiling heat transfer in twophase micro-channel heat sinks I: experimental investigation and assessment of correlation methods. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol.46, pp.2755-2771, 2003.
- [7] Y.Y. Yan, T.F. Lin, Evaporation heat transfer and pressure drop of refrigerant R134a in a small pipe. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol.41, pp.4183-4194, 1998.
- [8] M.W. Wambganss, D.M. France, J.A. Jendrezczyk, T.M.Tran, Boiling heat transfer in a horizontal small diameter tube, *Journal of heat Transfer*. vol. 115, pp. 963-972, 1993.
- [9] S. Lin, P.A. Kew, K. Cornwell, Two-phase heat transfer to a refrigerant in a 1 mm diameter tube, *Int. J. of Refrigeration*, vol.24, pp. 51-56, 2001.
- [10] K. Choi, A.S. Pamitran, C.Y. Oh, J.T. Oh, Boiling heat transfer of R-22, R-134a and CO₂ in horizontal smooth minichnnels, *Int. J. Ref.*, vol. 30, pp. 1336-1346, 2007.
- [11] S. Saitoh, S., H. Daiguji, E. Hihara, Effect of tube diamenter on boiling heat transfer of R-134a in horizontal small-diamenter tubes, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol.48, pp. 4973-4984, 2005.
- [12] D. Shiferaw, X. Huo, T.G. Karayiannis, D.B.R. Kenning, Examination of heat transfer correlations and a model for flow boiling of R134a in small diameter tubes, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol.50, pp. 5177-5193, 2007.
- [13] P. Kew, K. Cornwell, Correlations for prediction of boiling heat transfer in small diameter channels, *Applied Thermal Engineering*, vol.17, pp. 705-715, 1997.
- [14] E.W. Lemmon, M.L. Huber, M.L., M.O. McLinden, NIST Standard Reference Database 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties-REFPROP, Version 8.0, National Institute of Standards and Technology, Standard Reference Data Program, Gaithersburg, 2007.
- [15] C.B. Tibiriçá, G. Ribatski, Flow boiling heat transfer of R134a and R245fa in a 2.3 mm tube. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol.53, pp.2459-2468, 2010.
- [16] M.B. Ould Didi, N. Kattan, J.R. Thome, J.R., Prediction of two-phase pressure gradients of refrigerants in

horizontal tubes, Int. J. of Refrigeration, vol. 25, pp. 935-947, 2002.

[17] T.N. Tran, M.C. Chyu, M.W. Wambsganss, D.M. France, Two-phase pressure drop of refrigerants during flow boiling in small channels: an experimental investigation and correlation development, Proceedings of the International Conference on Compact Heat Exchangers and Enhancement Technology for the Process Industries, Banff, Canada, 1999.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors gratefully acknowledge CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico for the financial support for this work, under contract 476843/2006-5. Kunsler, N.L.F. was supported by grant from Fundação de Amparo a Pesquisa do Rio Grande do Sul (FAPERGS) and Oliveira, A. was supported by grant from UNISINOS.

NOMENCLATURE

dp/dz	pressure drop	kPa/m
G	mass velocity	kg/sm ²
h	heat transfer coefficient	W/m ² K
hz	local heat transfer coefficient	W/m ² K
k	thermal conductivity	W/mK
q"	heat flux	kW/m ²
q	volumetric heat generated	W/m ³
ri	internal radio	m
ro	external radio	m
Tsat	saturation temperature	°C
Twi	Inner wall temperature	°C
Two	external wall temperature	°C
Twbotton	external wall botton temperature	°C
Twsidei	external wall inside temperature	°C
Twsideo	external wall outside temperature	°C
Twtop	external wall top temperature	°C
Х	vapor quality	-
Z	axial location along the test tube	m

ANÁLISE TEÓRICO/EXPERIMENTAL DO FENÔMENO DE CIRCULAÇÃO NATURAL

Gaianê Sabundjian*, Thadeu N. Conti*, Walmir M. Torres*, Luiz A. Macedo*, Delvonei A. Andrade*, Pedro E. Umbehaun*, Roberto N. Mesquita*, Mauro F. Silva Filho*, Francisco A. Braz Filho° e Eduardo M. Borges°

 * Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (IPEN / CNEN - SP) Av. Professor Lineu Prestes 2242 05508-000 São Paulo, SP, <u>gdjian@ipen.br</u>
 ° Instituto de Estudos Avançados (IEAv - SP) Rodovia dos Tamoios, km 5,5 12228-001 São José dos Campos, SP, <u>fbraz@ieav.cta.br</u>

RESUMO

O objetivo deste trabalho é o estudo do fenômeno de circulação natural em circuitos experimentais para aplicação em instalações nucleares. Dada a nova geração de reatores nucleares compactos, que utiliza a circulação natural do fluido refrigerante como sistema de refrigeração e de remoção de calor residual em caso de acidente ou desligamento da planta, há um crescente interesse na comunidade científica pelo estudo desse fenômeno. O circuito experimental utilizado neste estudo encontra-se montado no Centro de Engenharia Nuclear (CEN) do Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares de São Paulo (IPEN-SP). Para a realização deste trabalho foram simulados alguns experimentos com diferentes níveis de potência no aquecedor, que originou um banco de dados experimentais que é utilizado para validar alguns programas computacionais de termo-hidráulica. Particularmente, neste estudo os resultados experimentais obtidos são comparados com a modelagem teórica feita com o código RELAP5 [1]. Os resultados obtidos com o programa mostraram-se satisfatórios quando comparados com os experimentais.

INTRODUÇÃO

Em reatores nucleares o fenômeno de circulação natural é importante para a remoção de calor residual, no caso de perda de alimentação das bombas do circuito primário e em operações a baixa potência [2].

Os estudos de sistemas operando em regime de circulação natural ganharam força após o acidente ocorrido em *Three Mile Island*. Este acidente mostrou que os sistemas de segurança deste tipo de reatores não eram suficientemente confiáveis. Outro fato importante diz respeito à necessidade da intervenção humana para a entrada em funcionamento dos sistemas de segurança, mostrando que os erros operacionais foram, na verdade, a maior causa do acidente de *Three Mile Island*.

Uma das motivações deste trabalho é o de estudar a fenomenologia da circulação natural em instalações nucleares. Este estudo se faz necessário, pois a nova geração de reatores nucleares compactos utiliza a circulação natural do fluido refrigerante como sistema de refrigeração e de remoção de calor residual, em caso de acidente ou desligamento da planta. Outra motivação é que a partir dos resultados experimentais podem ser validados os modelos que existem dentro do código RELAP5, a fim de que se tenha confiabilidade na simulação de sistemas de resfriamento do núcleo de um reator nuclear durante seu desligamento.

OBJETIVO DO TRABALHO

O objetivo deste trabalho é o de estudar a fenomenologia da circulação natural em circuitos experimentais com aplicação em instalações nucleares. Este estudo envolve os dois tipos de escoamento do fluido refrigerante dos reatores nucleares, que são o escoamento monofásico, no caso da operação normal, e bifásica no caso de algum transitório ou acidente que ocorra na planta. Neste trabalho será preparado um banco de dados experimentais para a validação dos modelos do código RELAP5, quando da utilização desse programa na simulação do sistema de circulação natural em reatores nucleares.

DESCRIÇÃO DO CIRCUITO EXPERIMENTAL

O circuito experimental está montado no CEN no IPEN/CNEN-SP desde 2009, por empréstimo da Engenharia Química da USP/SP, com o objetivo de gerar informações para uma melhor compreensão do fenômeno de circulação natural: monofásica e bifásica.

circuito experimental é formado por tubos e 0 equipamentos em vidro Pyrex da Corning montado em forma retangular, com 2600 mm de altura e 850 mm de largura, Figuras 1 e 2. A fonte quente é um aquecedor elétrico situado na parte inferior de uma seção vertical do circuito. Ela é composta por duas resistências que dissipam cada uma em torno de 4200 W, uma sempre operando com potência total, e a outra controlada por um Variac, possibilitando potências de 4200 W até um total de 8400 W. A fonte fria é um trocador de calor com espiras helicoidais e encontra-se na parte superior da seção vertical oposta à seção do aquecedor. O volume total de água no circuito, incluindo o tanque de expansão e a linha de surto é de, aproximadamente, 12 litros. O tanque de expansão, previsto para absorver as variações de densidade do fluido no circuito é conectado em um ponto intermediário da seção horizontal inferior. O bocal superior do tanque de expansão permanece aberto, mantendo-o à pressão ambiente. O circuito não possui isolamento térmico, a menos da base do aquecedor, possibilitando assim a visualização do escoamento.



Figura 1. Esquema usado no Circuito de Circulação Natural



Figura 2. Foto do Circuito de Circulação Natural

No circuito existem 15 pontos de medida de temperaturas, com termopares do tipo K, três dos quais estão dispostos na superfície dos tubos (TP) e os demais se encontram no interior dos mesmos (T) nas posições apresentadas na Fig. 1. Há também um ponto de medida de pressão e um medidor de nível do tanque de expansão como indicados na Fig. 1. Os dados são registrados por um sistema de aquisição de dados instalado em um microcomputador, com uma taxa de amostragem compatível com o fenômeno. A Fig. 2 mostra uma foto lateral do circuito.

Todo o equipamento empregado para a aquisição de sinais é da marca National Instruments e consiste essencialmente do condicionador de sinal e de uma placa de aquisição de dados instalada no microcomputador. Por meio do programa LabView 7.0 [3], fixa-se a taxa de amostragem, configura-se a tela e o resultado da gravação dos dados é apresentado em um arquivo com extensão txt. Todos os termopares foram conectados até o condicionador de sinal, como mostra a Fig. 2.

As seguintes condições iniciais são definidas para cada experimento: inventário de água no circuito, caracterizado pelo nível no tanque de expansão, temperatura da água no circuito que deve ser homogênea e próxima à ambiente.

As condições de contorno para o experimento são: vazão de água de resfriamento e potência elétrica aplicada. Após o enchimento do circuito até um nível pré-definido de água no tanque de expansão e a verificação da homogeneidade da temperatura ao longo do circuito, com auxílio do sistema de aquisição de dados, o circuito encontra-se operacional. Fixase a vazão de água de resfriamento para então ligar-se as resistências elétricas, no nível de potência desejada. Opera-se o circuito nas condições estipuladas pelo usuário.

Para a aquisição de dados experimentais foi elaborada uma interface de coleta de dados através do sistema de aquisição. O software foi desenvolvido utilizando-se o programa LabView 7.0 da National Instruments, que possui recursos adequados para a interface com a instrumentação, além de oferecer interface homem-máquina simples e confiável. A janela de interface pode ser vista na Fig. 3.



Figura 3. Interface de Aquisição

MODELO TEÓRICO

Código RELAP5

O código RELAP5 é um programa computacional utilizado para cálculo de transientes e acidentes em reatores nucleares refrigerados à água leve.

Este programa possui um modelo de sete equações de conservação, sendo três para cada uma das fases (líquido e vapor), uma equação adicional para gases não condensáveis e uma equação adicional para o tratamento do boro solúvel. Além disso, o programa conta com uma aproximação da

equação de conservação de movimento para fluxo transversal e um modelo de fluxo reverso. Este último utiliza uma solução de condução bidimensional.

O modelo de escoamento do RELAP5 utiliza um modelo de escoamento bifásico, não homogêneo e de não equilíbrio. Este modelo é baseado numa formulação unidimensional de tubos de corrente na quais as propriedades do escoamento são assumidas constantes sobre a seção transversal.

O modelo de transferência de calor também é baseado numa aproximação unidimensional para o cálculo das temperaturas e fluxos de calor. Os condutores de calor são conectados aos volumes hidrodinâmicos simulando o fluxo de calor perpendicular ao escoamento. As estruturas de calor são usadas para simular paredes de tubos, elementos aquecidos, combustíveis nucleares e qualquer superfície de troca de calor.

Sistemas de controle podem também ser simulados. Estes são processos que podem ser definidos em termos das variáveis do sistema através de operações algébricas ou lógicas.

Modelagem Utilizada

A análise do comportamento termo-hidráulico durante alguns acidentes ou transiente pode ocorrer tanto no circuito primário como no secundário de uma instalação nuclear. O primeiro passo para simulação de um sistema com o RELAP5 requer a nodalização do mesmo em componentes hidrodinâmicos. Na modelagem procura-se fazer a representação geométrica mais realista possível através de componentes próprios do código, tais como: PIPE para tubulações, BRANCH para bifurcações ou T's, VALVE para válvulas, PUMP para bombas, SEPARATOR para separadores de vapor e outros. Além dos dados geométricos da planta, que fazem parte dos dados de entrada do código RELAP5, deve-se representar também as estruturas de troca de calor entre dois ou mais componentes ou com o ambiente, os sistemas de controle, a geração de calor no reator e os dados dos materiais que constituem a planta.

Para a simulação de uma instalação nuclear com o código RELAP5 é necessário uma grande quantidade de informações. Além disto, existe a necessidade de uma quantidade razoável de operações matemáticas para os cálculos da geometria dos componentes.

RESULTADOS OBTIDOS

Na primeira etapa do trabalho foram gerados os dados experimentais para uma gama de potências entre 1000 a 7500 W, com a vazão de resfriamento do trocador de calor no valor fixo de 100 l/h para todos os casos analisados. Os resultados obtidos foram armazenados em um banco de dados disponível no CEN. Os pontos de medida dos termopares (Fig. 1) foram escolhidos de forma a serem compatíveis com os pontos de cálculo do código RELAP5.

A Fig. 4 mostra a simulação experimental da transição do escoamento monofásico para o bifásico no Circuito de Circulação Natural. Como o circuito foi construído em pirex pode-se visualizar, durante a transição, a evolução de alguns tipos de escoamento, tais como: *single flow, bubbly flow, slug flow*, etc.



FRENCHMER DEC MACHINE MALEEN

FREMAN FROM REARING

Figura 4. Simulação experimental

Embora tenham sido simulados vários casos teóricos e experimentais serão apresentados apenas dois casos que representam bem tanto o escoamento monofásico como o bifásico. As condições de simulação para cada um dos casos são apresentadas a seguir:

- (1) regime monofásico com as seguintes condições operacionais:
- potência dissipada no aquecedor: 1000 W;
- vazão de água de resfriamento: 0,0278 kg/s;
- temperaturas iniciais: 22,4 °C;
- temperatura ambiente: 21 °C.
- (2) regime bifásico com as seguintes condições operacionais:
- potência dissipada no aquecedor: 7500 W;
- vazão de água de resfriamento: 0,0278 kg/s;
- temperaturas iniciais: 23,3 ^oC;
- temperatura ambiente: 18 ⁰C.

A modelagem geométrica do circuito utilizado foi elaborada a fim de descrever da melhor forma a fenomenologia do escoamento monofásico e bifásico, conforme a Fig. 5.

A Tab. 1 apresenta a correspondência entre os componentes do código e as respectivas regiões hidráulicas com a Fig. 5, que ilustra os componentes hidrodinâmicos para o código RELAP5.



Figura 5. Modelagem do Circuito de Circulação Natural para o RELAP5

Tabela 1. Correspondência entre os componentes do código e as regiões hidráulicas

Trecho do	Número do	Tipo do
Circuito	Componente.	Componente
Aquecedor	100	PIPE
Perna Ouente		PIPE
Trocador de	140	PIPE
Calor (Lado		
Primário)		
Perna Fria	160	PIPE
	170	BRANCH
	175	BRANCH
Linha de Surto	180	PIPE
Tanque de	185	BRANCH
Expansão	190	BRANCH
-	210	BRANCH
Trocador de	220	PIPE
Calor	230	TMDPVOL
(Lado	240	TMDPJUN
Secundário)		
Água de	250	SNGLJUN
Resfriamento	260	TMDPVOL
(saída)		
Contenção	500	TMDPVOL

As Figuras 6 a 10 apresentam os resultados obtidos da simulação teórica e experimental, para o escoamento monofásico no Circuito de Circulação Natural.

A Figura 6 mostra a evolução das temperaturas na perna quente e na saída do lado primário do trocador de calor, para a simulação teórica e experimental, onde se observa o comportamento oscilatório inicial das temperaturas, devido à diminuição da transferência de calor devido ao início da ebulição.



Figura 6. Evolução teórico/experimental das temperaturas nos pontos T12 e T17, para o escoamento monofásico

A Figura 7 apresenta a evolução da temperatura teórico/experimental para o termopar localizado na parede da perna quente.





A evolução temporal da vazão mássica no primário, que é obtida apenas por meio da simulação teórica, pode ser vista pela Figura 8.



Figura 8. Evolução da vazão mássica no primário obtida com o RELAP5 para o escoamento monofásico

A Figura 9 apresenta a evolução temporal da temperatura na linha de surto do tanque de expansão obtida dos resultados teórico/experimental.



Figura 9. Evolução teórico/experimental da temperatura na linha de surto para o escoamento monofásico

A Figura 10 apresenta os resultados teórico/experimental da evolução temporal da pressão no primário.



Figura 10. Evolução teórico/experimental da pressão no circuito primário para o escoamento monofásico

As Figuras 11 a 16 mostram os resultados obtidos da simulação teórica e experimental, na condição bifásica.

A Fig. 11 mostra a simulação teórico/experimental do comportamento das temperaturas na perna quente e na saída do lado primário do trocador de calor, onde se observa o comportamento oscilatório das temperaturas que é devido ao escoamento bifásico. Observa-se também que os resultados teóricos estão dentro da média dos experimentais.



Figura 11. Evolução das temperaturas teórico/experimental do termopar T12 para o escoamento bifásico

A Fig. 12 apresenta a evolução das temperaturas teórico/experimental na seção aquecida, cujos resultados teóricos superestimaram os experimentais.



Figura 12. Evolução teórico/experimental da temperatura na parede da seção aquecida, para o escoamento bifásico

A evolução temporal da vazão mássica no primário, que é obtida apenas por meio da simulação teórica, pode ser vista pela Figura 13, onde se observa o comportamento oscilatório da vazão que é característico no escoamento bifásico.



Figura 13. Evolução da vazão mássica no primário obtida com o RELAP5 para o escoamento bifásico

A evolução temporal da fração de vazio na saida do aquecedor, obtida da simulação teórica com o RELAP5, pode ser vista na Figura 14, onde se verifica claramente o escoamento bifásico.

A Figura 15 apresenta a evolução temporal da temperatura na linha de suro do tanque de expansão obtida dos resultados teórico/experimental, para o caso bifásico.

A Figura 16 apresenta os resultados teórico/experimental da evolução temporal da pressão no primário.



Figura 14. Evolução da fração de vazio no primário obtida com o RELAP5 para o escoamento bifásico



Figura 15. Evolução teórico/experimental da temperatura na linha de surto para o escoamento bifásico



Figura 16. Evolução teórico/experimental da pressão no circuito primário para o escoamento monofásico

Uma boa concordância entre os resultados experimentais e calculados foi obtida tanto para o escoamento monofásico quanto para o bifásico.

Para caracterizar melhor os resultados teóricos seriam necessários: testes de sensibilidade dos modelos existentes no RELAP5; teste de diferentes nodalizações do circuito e introdução das tabelas de propriendades dos materiais em função da temperatura.

CONCLUSÕES

Conclui-se que os resultados experimentais obtidos para os regimes monofásico e bifásico apresentam comportamento esperado, mostrando que a instrumentação e o sistema de aquisição de dados estão bem ajustados.

Os resultados obtidos com a nodalização proposta para o RELAP5 tiveram uma boa concordância com os resultados experimentais tanto qualitativamente como quantitativamente, para o escoamento monofásico e bifásico. O erro obtido com o RELAP5 de modo geral está abaixo de 10%.

Como continuidade deste trabalho serão realizados testes teóricos com objetivo de melhorar os resultados e diminuir os erros.

O Circuito de Circulação Natural encontra-se a disposição para futuras parcerias com outras instituições.

REFERÊNCIAS

- [1] RELAP5/MOD3.2.2Gamma, NUREG/CR-5535, IDAHO LAB. SCIENTECH Inc., Idaho (1999).
- [2] Bastos, J. L. F. e Loureiro, L. V., 1995 Experimental Transient Analysis of Natural Circulation in a Complex Geometry, Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics, pp. 801-806.
- [3] LabView 7.0 Express, 2003, National Laboratory, USA.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos especiais ao Dr. Ivan Gilberto Sandoval Falleiros, Diretor da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, ao Prof. Dr. Claudio Oller do Nascimento Diretor da Engenharia Química da POLI e ao Prof. Dr. Luiz Valkov Loureiro, pelo apoio no desenvolvimento deste trabalho, disponibilizando o Circuito de Circulação Natural.

THEORETICAL/EXPERIMENTAL ANALYSIS FOR THE NATURAL CIRCULATION PHENOMENON

Gaianê Sabundjian*, Thadeu N. Conti*, Walmir M. Torres*, Luiz A. Macedo*, Delvonei A. Andrade*, Pedro E. Umbehaun*, Roberto N. Mesquita*, Mauro F. Silva Filho*, Francisco A. Braz Filho° e Eduardo M. Borges°

* Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (IPEN / CNEN - SP) Av. Professor Lineu Prestes 2242 05508-000 São Paulo, SP, <u>gdjian@ipen.br</u>
° Instituto de Estudos Avançados (IEAv - SP) Rodovia dos Tamoios, km 5,5 12228-001 São José dos Campos, SP, <u>fbraz@ieav.cta.br</u>

ABSTRACT

The objective of this paper is to study the natural circulation phenomenon in one and two-phase regime. There has been a crescent interest in the scientific community in the study of the natural circulation. New generation of compact nuclear reactors uses the natural circulation for residual heat removal in case of accident or shutdown. For this study, the modeling and the simulation of the experimental circuit is performed with the RELAP5 code. The theoretical results showed satisfactory when compared with the experimental results.
AVALIAÇÃO DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR DURANTE O ESCOAMENTO MONOFÁSICO E A EBULIÇÃO CONVECTIVA DE NANOFLUIDOS

F. P. Cabral*, G. Ribatski°

°Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, franpc@sc.usp.br, ribatski@sc.usp.br°

RESUMO

O presente trabalho apresenta a avaliação teórica do coeficiente de transferência de calor durante o escoamento monofásico e a ebulição convectiva de nanofluidos compostos por água e partículas de γ -alumina, com dimensões características de 15nm. O estudo considerou frações volumétricas de 0,1%, 0,5%, 1%, 3% e 5% e tubo com diâmetro interno de 1,1mm e de 10,66mm. Para o escoamento monofásico foi avaliada a correlação de Pak e Cho (1998) desenvolvida para nanofluidos e as correlações clássicas de Dittus-Boelter (1930) e Gnielinski (1976), com as propriedades de transporte avaliadas segundo modelos da literatura para nanofluidos. Para a análise do coeficiente de transferência de calor bifásico, resultados da literatura para ebulição convectiva de nanofluidos foram comparados com o modelo de Liu Winterton (1991) com a parcela de ebulição nucleada dada pela correlação de Stephan e Abdelsallam (1978). Para a parcela de efeitos convectivos foram avaliados Pak e Cho (1998), assim como Dittus-Boelter (1930) e Gnielinski (1976). O modelo de Liu Winterton (1991) baseado em Pak e Cho (1998) previu acréscimo do coeficiente de transferência de calor, no entanto estes resultados foram inferiores aos resultados experimentais para ebulição convectiva de nanofluidos disponíveis na literatura.

INTRODUÇÃO

A conservação de energia é de extrema importância nos dias atuais, pois sua escassez ou custo podem acarretar crises de abastecimento ou inviabilidade ecônomica de produtos e/ou serviços. Neste intuito, a busca por novas tecnologias aplicadas à intensificação de processos térmicos tem sido amplamente investigada. Como exemplo de métodos de intensificação de transferência de calor temos: aletas, superfícies estruturadas, a inserção de fitas em tubulações convencionais, utilização de microcanais, entre outros. A necessidade de dispositivos que intensifiquem a troca térmica ocorre em vários segmentos como o de condicionamento de ar automotivo, refrigeração de dispositivos eletrônicos, o setor nuclear são alguns deles [1].

Um método de intensificação que tem atraído a atenção de pesquisadores e da indústria trata-se da suspensão de nanopartículas em um fluido base, conhecida como nanofluido. As partículas utilizadas são geralmente óxidos de metais, pois a capacidade de condução de calor destes materiais é de 100 a 1000 vezes superiores aos valores encontrados para a maioria dos líquidos. A adição destas partículas ao fluido refrigerante ocasiona alterações nas características físico-químicas do mesmo, formando uma suspensão, na qual propriedades como: viscosidade, tensão superficial, molhabilidade, densidade e calor específico são alteradas, possibilitando o uso deste fluido em novas aplicações ou no aprimoramento de processos já conhecidos. Os nanofluidos constituem uma alternativa interessante em aplicações térmicas avançadas, em partícular, para a transferência de calor em micro e nanoescala, onde a remoção de fluxo de calor elevados se faz necessária[2].

Estudos apontam acréscimo no coeficiente de transferência de calor para o mecanismo de convecção forçada superiores a 30% [3,4]. Tais acréscimos decorrem de mecanismos de troca de calor pouco conhecidos. Isto faz com que diversos autores direcionem seus estudos para a análise dos fenômenos físicos [5-7] envolvidos e a avaliação das propriedades de transporte [8-13 relacionadas aos processos de transferência de calor.

Dentre deste contexto este trabalho apresenta uma avaliação do coeficiente de transferência de calor durante o escoamento monofásico e a ebulição convectiva de um nanofluido composto por γ -alumina e água. Tal análise no caso do escoamento monofásico se baseia em modelos da literatura desenvolvidos para fluidos puros e nanofluidos. No caso da ebulição convectiva foram considerados apenas modelos para fluidos puros, já que métodos de previsão da transferência de calor através deste mecanismo para nanofluidos não foram propostos até então. As propriedades termodinâmicas e de transporte foram avaliadas segundo métodos desenvolvidos para nanofluidos. Comparações com resultados experimentais da literatura também foram incluídas na presente análise.

CORRELAÇÕES DE PROPRIEDADES DE TRANSPORTE DE CALOR PARA NANOFLUIDOS

As propriedades de transporte dos nanofluidos são alteradas com a variação de concentração de nanopartículas no fluido base e correlações para suas previsões encontram-se disponíveis na literatura. Variando-se as propriedades de transporte dos nanofluidos alteram-se também suas capacidades de transferência de calor através de mecanismos convectivos. Dentre as propriedades, as mais investigadas são a condutividade térmica e a viscosidade.

Apesar de diversos estudos terem sido efetuados visando o desenvolvimento de modelos teóricos para a predição da condutividade térmica efetiva, segundo Xuan *et al.* [12] ainda não há um modelo que possa ser indicado como geral. Maxwell [7] desenvolveu o primeiro modelo para a previsão

da condutividade térmica de suspensões de partículas de reduzida dimensão em líquido base, tendo a fração volumétrica de partículas adicionadas ao líquido como parâmetro de ponderação entre a condutividade térmica das partículas sólidas e o líquido base. Diversos outros modelos foram propostos ao longo do último século, especialmente nas duas últimas décadas do século vinte, quando as nanopartículas se tornaram alvo de grande atenção da comunidade científica. Hamilton-Crosser [10] desenvolveram um modelo a partir de Maxwell, adicionando um fator de forma da partícula no cálculo da condutividade térmica. Este modelo foi posteriormente modificado por Yu e Choi [8]. Eles acrescentaram a influência do tamanho da partícula e assumiram a existência de uma nanocamada de líquido, que se comporta como sólido e aumenta a capacidade de condução de calor entre as nanopartículas e o fluido base. O tamanho da partícula é apontado por vários autores como decisivo no incremento da transferência de calor dos nanofluidos. Autores relacionam a influência deste parâmetro a fenômenos físicos que seriam responsáveis pelo incremento da condutividade térmica e do coeficiente de transferência de calor, entretanto, o que se pode afirmar é que, mantendo-se a fração volumétrica, a área de troca térmica eleva-se com a redução do tamanho da partícula.

Einstein [11] foi o precursor no estudo da viscosidade de suspensões de partículas sólidas de dimensões reduzidas em um fluido base. A maioria das correlações propostas inclui a fração volumétrica de nanopartículas, desprezando características como dimensão e forma. Correlações para o cálculo da viscosidade de suspensões de nanopartículas podem ser encontradas em Brinkman [13], Batchelor [6] e Wang et.al.[15]. Estudos em número inferior são encontrados para o calor específico. Correlações para o cálculo desta propriedade foram propostas por Xuan e Roetzel [14] e Pak e Cho [9], ambas amplamente utilizadas e citadas e desta forma, também adotadas no presente trabalho.

Neste estudo serão utilizados para o cálculo da condutividade térmica de nanofluidos, o modelo teórico de Hamilton-Crosser [10], que considera o fator de forma da partícula. Para a estimativa da viscosidade será utilizado o modelo de Batchelor [6].

Incremento do Coeficiente de Transferência de Calor

O valor do coeficiente de transferência de calor está relacionado a fatores, como, as dimensões do canal ao fluido refrigerante, a orientação do escoamento, a rugosidade da superfície, a velocidade do fluido, entre outros. Geralmente para estimar o valor deste coeficiente utilizam-se números adimensionais, que relacionam as propriedades do fluido e as características do escoamento e taxa de transferência de calor. Os números adimensionais de Reynolds, Prandtl e Nusselt são geralmente utilizados em correlações para o escoamento monofásico no interior de tubos. Versões modificadas destes adimensionais relacionando efeitos similares são encontradas em correlações para a ebulição convectiva no interior de dutos.

A aplicação de nanofluidos a processos de transferência de calor tem se mostrado promissora, segundo vários estudos da literatura. Um comportamento freqüentemente verificado com a adição de nanopartículas é o incremento da condutividade térmica acompanhado de um acréscimo no coeficiente convectivo de transferência de calor. Entretanto, o acréscimo do coeficiente tem-se mostrado superior ao que seria proporcionado apenas pelo incremento da condutividade térmica do nanofluido. Tal fato indica que o coeficiente está sendo afetado não apenas pela contribuição da condutividade térmica, mas também por outras modificações em propriedades termofísicas, que poderiam estar relacionadas a alteração do perfil do escoamento, e também, por mecanismos físicos moleculares de transferência de calor. Os seguintes modelos foram propostos como responsáveis por este incremento, o movimento Browniano [6], a nanocamada líquida [8] e a diminuição ou incremento do caminho livre entre as moléculas [5].

Escoamento Monofásico

Para o estudo do escoamento monofásico de nanofluidos foi avaliada a correlação para nanofluidos de Pak e Cho [9]. Esta foi comparada aos resultados fornecidos pelas correlações clássicas de Gnielinski [16], para escoamento em transição e turbulento, Dittus-Boelter [17], para Reynolds superiores a 10.000, e para o regime laminar considerou-se escoamento desenvolvido adotando-se um Nusselt constante para fluido incompressível, propriedades homogêneas e fluxo de calor constante. As avaliações realizadas no presente trabalho foram conduzidas para o nanofluido formado por partículas esféricas de γ -Alumina com diâmetro médio de 15 nm e água a 293K, a pressão atmosférica, escoando em tubo de diâmetro interno de 1,1 mm, com vazões mássicas variando de 200 a 1000 kg/m.s² e frações volumétricas de 0,1%, 0,5%, 1,0%, 3,0% e 5,0%.

O modelo de Pak e Cho [9] foi desenvolvido para a transferência de calor de nanofluidos no interior de dutos para o escoamento monofásico turbulento. Para o desenvolvimento deste modelo, Pak e Cho [9] utilizaram dados experimentais do escoamento monofásico de nanofluido composto por partículas de alumina de dimensões características de 13 nm suspensas em água deionizada, em regime turbulento completamente desenvolvido em um duto de 10,66 mm de diâmetro interno, com temperatura da parede constante. Pak e Cho [9] obtiveram para um número de Reynolds constante um acréscimo de 45% e 75% quando comparados a água pura, para concentrações volumétricas, respectivamente, de 1,43% e 2,78%.

Na Fig.1 são apresentados os resultados teóricos para a razão do coeficiente de transferência de calor, h_r , versus a razão da condutividade térmica, k_r , obtidos para as seguintes condições consideradas na presente análise: diâmetro interno de 1,1 mm, vazão mássica de 600 Kg/m².s, frações volumétricas de 0,1% a 5,0%, para partículas de γ -alumina de diâmetro característico de 15 nm suspensas em água. Para estas condições o Re médio alcançado foi de 610, caracterizando um escoamento de perfil laminar. Apesar de o regime ser laminar as comparações envolvendo a correlação de Gnielinski [16] e de Pak e Cho [9] foi mantidas. O coeficiente de transferência de calor da suspensão de nanofluidos dado por Pak e Cho [9] quando comparado ao coeficiente de transferência de calor para a água pura Nusselt calculado constante (escoamento laminar desenvolvido), apresenta um elevado acréscimo (h_r =131,5% para $\phi_v = 0,1\%$), o qual se mantém praticamente inalterado com o incremento da fração volumétrica (h_r = 134% para ϕ_v = 5,0%). Pak e Cho [9] obtiveram sua correlação ajustando segundo seus dados experimentais novos coeficientes e expoentes para Dittus-Boelter [17]. Assim, o coeficiente de transferência de calor segundo eles é uma função da condutividade térmica e dos adimensionais Re e Pr.



Figura 1- - Avaliação da razão dos coeficientes de transferência de calor versus com o incremento da fração volumétrica de nanopartículas para escoamento monofásico laminar.

Para Nusselt constante verifica-se o incremento do coeficiente de transferência de calor com o incremento da concentração de nanopartículas. Alterando a fração volumétrica de 0,1% a 5,0% a razão entre coeficientes de transferência de calor varia de 1,003 a 1,152 correspondendo ao incremento da condutividade térmica. A correlação de Gnielinski [16] apresenta um acréscimo pronunciado no coeficiente de transferência de calor com o incremento da concentração volumétrica, correspondente ao incremento da condutividade e do fator de atrito, como pode ser observado na Fig. 2. Vale ressaltar que, entretanto Gnielinski [16] é indicado para Reynolds superiores a 2300.

No intuito de obter um regime turbulento para uma avaliação adequada da correlação de Pak e Cho [9] comparações para um diâmetro interno igual a 10,66mm (diâmetro utilizado por Pak e Cho [9]) são apresentadas na Fig. 3.



Figura 2- Avaliação das razões entre fatores de atrito e números de Reynolds e Prandtl com o incremento da fração volumétrica de nanopartículas, para os diâmetros de 1,1mm e 10,66mm.

Pode ser observado na Fig. 2 que as curvas que representam o modelo de Pak e Cho [9], tanto comparado ao modelo de Gnielinski [16], quanto quando comparado ao modelo de Dittus-Boelter [17], apresentam um coeficiente de transferência de calor superior ainda que para uma fração volumétrica igual a 0,1%.



Figura 3- Avaliação da razão dos coeficientes de transferência de calor com o incremento da fração volumétrica de nanopartículas para escoamento monofásico.

Este incremento se mantém praticamente inalterado com o incremento da fração volumétrica. Para o h_r entre Pak e Cho [9] e Gnielinski [16], o acréscimo inicial é de 19,2% $(\phi_v=0,1\%)$, alcançando 20,5% para a fração volumétrica de 5,0%. E para h_r entre Pak e Cho [9] e Dittus-Boelter [17], o acréscimo inicial é de 11,2% (o_v=0,1%), alcançando 12,4% para a fração volumétrica de 5,0%. O modelo de Dittus-Boelter [17], para regimes turbulentos, apresentou um acréscimo no coeficiente de transferência de calor de até (1,6%). É interessante observar que para o caso de Re=6200, a correlação mais adequada para cálculo de Nu é a proposta por Gnielinski [18], porém quando utilizada para nanofluidos, apresenta decréscimo no coeficiente de transferência de calor com o incremento da concentração de nanopartículas (h_r = -0,88% para $\phi_v=5,0$ %), pois o coeficiente é inversamente influenciado pelo fator de atrito da suspensão de nanofluidos, que conforme ilustrado na Fig. 2 eleva-se com o incremento da fração volumétrica.

Ebulição Convectiva.

Devido ao estudo dos nanofluidos ser recente, ainda não há disponível na literatura correlações para a avaliação do coeficiente de transferência de calor durante a ebulição convectiva destas soluções. Assim, foi adotada na presente análise a correlação de Liu e Winterton [18], desenvolvida para o cálculo do coeficiente de transferência de calor durante a ebulição convectiva de fluidos puros. Neste método efeitos convectivos são contabilizados através da correlação de Dittus-Boelter [16] e efeitos ebulitivos pela correlação de Cooper [19]. Liu-Winterton [18] inclui ainda fatores multiplicadores relacionados à intensificação de efeitos convectivos e a supressão da nucleação e desprendimento de vapor. A influência das nanopartículas na transferência de calor foi incorporada à correlação através das propriedades de transporte calculadas para nanofluidos considerando os modelos anteriormente mencionados. Neste estudo a parcela relativa à ebulição nucleada foi calculada através da correlação de Stephan e Abdelsalam [20], pois Cooper [19] exigiria a determinação das propriedades reduzidas dos nanofluidos. Efeitos no processo de ebulição causados por alterações nas características da superfície de transferência de calor devido à deposição de nanopartículas foram desprezados. No caso da componente convectiva, além da correlação de Dittus-Boelter [17] foram avaliadas as correlações de Gnielinski [16] e de Pak e Cho [9].

A Fig. 4 é ilustra o efeito do incremento da concentração de nanopartículas na razão entre os coeficientes de transferência de calor para o nanofluido e o fluido puro adotando distintas correlações para a parcela convectiva. Esta figura foi elaborada considerando diâmetros internos de 1,1 mm e 10,66 mm, fluxo de calor igual a 30 kW/m², velocidade mássica de 600 kg/ms² e título de vapor de 50%, variando as frações volumétricas de 0,1% a 5,0%. Para o diâmetro de 10,66 mm comportamentos similares para o coeficiente de transferência de calor com o incremento da concentração de nanopartículas são observados independentemente dos procedimentos adotados para o cálculo da parcela convectiva. O comportamento apresentado para o tubo com diâmetro de 1,1 mm foi similar ao de 10,66 mm para os casos da parcela convectiva calculada segundo Pak e Cho [9] e Dittus- Boelter [17]. Já, quando esta parcela é calculada segundo a correlação de Gnielinski [16] o coeficiente de transferência de calor decresce com o incremento da fração volumétrica. Tal comportamento está relacionado aos efeitos no fator de atrito, parâmetro incorporado a correlação de Gnielinski, da fração volumétrica de nanopartículas combinada com um número de Reynolds inferior para o tubo de 1,1 mm. Conforme ilustra a Fig. 2, os adimensionais Pr e Re decrescem com o incremento da concentração de nanopartículas. Isto está relacionado ao fato da razão entre coeficientes de transferência de calor segundo Pak e Cho [9], correlação cujo expoente do Prandtl é superior apresenta-se um incremento inferior ao observado para a Dittus-Boelter [17].

A elevação do coeficiente de transferência de calor durante a ebulição convectiva com o incremento da concentração de nanopartículas ilustrado na Fig. 4 resultou do incremento do coeficiente de transferência de calor convectivo (ilustrado na Fig. 3) e principalmente, da elevação do fator de intensificação de efeitos convectivos, alcançando valores 4% para $\phi_v=5$ %.



Figura 4- Avaliação para nanofluidos do efeito das correlações de Dittus-Boelter, Gnielinski e de Pak e Cho no coeficiente de transferência de calor para a ebulição convectiva segundo a correlação de Liu e Winterton (1991).

A Fig. 5 ilustra a variação da razão entre os fatores de intensificação de efeitos convectivos do nanofluido e do fluido puro, F_r , com o incremento do título de vapor. Nela verifica-se um efeito desprezível do título de vapor e o incremento do fator de intensificação com a elevação da concentração de nanopartículas.



Figura 5- Comportamento da razão entre fatores de supressão de bolhas e intensificação de efeitos convectivos para o nanofluido e seu fluido base.

O efeito da concentração de nanopartículas e do título de vapor na razão entre os fatores de supressão de bolhas do nanofluido e do fluido puro também foram avaliados sendo ambos desprezíveis. De uma maneira geral, os incrementos na transferência de calor levantados através deste estudo teórico são inferiores aos apresentados por resultados experimentais disponíveis na literatura para a ebulição convectiva de nanofluidos. A Fig. 6 ilustra os efeitos do título de vapor e da fração volumétrica de nanopartículas na razão entre coeficientes de transferência de calor para nanofluidos compostos por uma solução de CuO em R113. O objetivo destas figuras é comparar a intensificação na transferência de calor dada pela correlação de Liu e Winterton [18] e pelos dados experimentais de Peng et al. [21]. Estes autores avaliaram experimentalmente a transferência de calor durante a ebulição convectiva de um nanofluido (R113 + CuO) em condições de reduzidas velocidades mássicas e fluxo de calor, variando o título de vapor de 20% a 70% para frações mássicas de 0,1%, 0,2% e 0,5%, à pressão de 78,25 kPa. Peng et al. [21] obtiveram um incremento máximo de 29,7% no coeficiente de transferência de calor em relação ao fluido puro. Tal comportamento é distinto do fornecido pela correlação de Liu e Winterton [18], pois conforme ilustrado nas Fig. 6 o coeficiente de transferência de calor para este nanofluido apresenta um decréscimo.



Figura 6- Avaliação do efeito da concentração de nanopartículas para o nanofluido (R113+CuO) na razão entre coeficientes de transferêcia de calor segundo Liu e Winterton [18] para as condições de Peng *et al.*[21].

Vale discutir alguns aspectos dos resultados levantados por Peng *et al.* [21]. Estes autores verificaram o incremento do coeficiente de transferência de calor com a elevação da concentração de nanopartículas independente da faixa de título de vapor ensaiada. Entretanto, seus resultados foram obtidos para velocidades mássicas reduzidas, condição que para títulos de vapor reduzidos, teria como mecanismos dominantes aqueles relacionados a efeito ebulitivos. Resultados para a ebulição nucleada em piscina de nanofluidos têm geralmente apresentado um decréscimo do coeficiente de transferência de calor com o incremento da concentração de nanopartículas. Deste modo, é possível concluir que o resultado obtido por Peng *et al.* [21] diverge do comportamento inicialmente previsto.

A Fig. 7 apresenta a avalaiação do efeito da evolução do título de vapor para o nanofluido na razão entre coeficientes de transferência de calor segundo Liu e Winterton para velocidade mássica de 600 kg/ms², fluxo de calor contasnte igual a 30 kW/m², à temperatura de 373,15K, em tubo de 10,66 mm de diametro interno. É verificado que o coeficiente de transferência de calor sofre um incremento de 4,6% com a variação da fração volumétrica, enquanto não apresenta alterações significativas com a elevação da faixa de título de vapor ensaiada.



Figura 7- Avaliação do efeito da concentração de nanopartículas para o nanofluido (γ-alumina+água) na razão entre coeficientes de transferência de calor segundo Liu e Winterton [18] para as condições avaliadas no presente estudo.

CONCLUSÕES

Para uma solução de água e nanopartículas de alumina, a correlação de Pak e Cho [9], desenvolvida para o escoamento turbulento monofásico de nanofluidos, resulta em um coeficiente de transferência de calor cerca de 20% superior ao estimado através da correlação de Gnielinski [16] para a água pura. As correlações de Dittus-Boelter [17] e Gnielinski [16] utilizando modelos da literatura para o cálculo das propriedades de transporte apresentaram, respectivamente, incremento marginal e decréscimo no coeficiente de transferência de calor com a adição de nanopartículas. Desta forma é possível indicar que o incremento da transferência de calor indicado por Pak e Cho [9] com a adição de nanopartículas não está relacionado apenas às alterações nas propriedades de transporte.

De forma geral, para a ebulição convectiva de uma solução composta por água e nanopartículas de alumina a correlação de Liu-Winterton [18] previu o incremento do coeficiente de transferência de calor com o aumento da concentração de nanopartículas, porém segundo taxas razoavelmente inferiores aos resultados experimentais apresentados na literatura. No caso de nanopartículas de CuO em R113 e as condições experimentais avaliadas por Peng et al. [21], a correlação de Liu e Winterton [18] forneceu um decréscimo do coeficiente de transferência de calor com o incremento da concentração de nanopartículas. Tais resultados demonstram que embora a correlação de Liu e Winterton [18] forneça resultados satisfatórios para fluidos puros, sua aplicação não é apropriada para nanofluidos, caso adotados os procedimentos utilizados neste trabalho. Entretanto vale ressaltar o reduzido número de estudos para a ebulição convectiva de nanofluidos e a elevada discrepância entre os resultados levantados por laboratórios independentes. Assim, conclui-se a necessidade do levantamento de resultados experimentais confiáveis visando à elaboração de métodos de previsão do coeficiente de transferência de calor. Neste cenário, é possível afirmar que os resultados obtidos no presente estudo são condizentes com as teorias clássicas de transferência de calor e passíveis de estudos adicionais buscando uma modelagem adequada da ebulição convectiva de nanofluidos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao suporte da CAPES através dos auxílios a pesquisa modalidade Pró-Engenharias (Processo nº 1224-2008) e Nanobiotec (Processo nº 809-2009) e a FAPESP pelo auxílio através de uma bolsa de mestrado (Processo nº 2009/13323-7).

NOMENCLATURA

Símbolo	Quantidade	Unidade SI
μ D F f G	Viscosidade Diâmetro Fator de Intensificação Fator de atrito Velocidade mássica	kg/m.s m adimensional adimensional kg/m s ²
h	Coeficiente de transferência de calor	$W/m^2.K$
k	Condutividade térmica	W/m.K
Nu	Número de Nusselt	adimensional
Pr	Número de Prandtl	adimensional
Q	Fluxo de calor	W/m^2
Re	Número de Reynolds	adimensional
S	Fator de Supressão	adimensional
Т	Temperatura	K
x	Título de vapor	adimensional
ϕ	Fração	%
Sub-índice	Quantidade	Unidade SI
bf	Fluido base	
cte	Constante	
Gn	Gnielinski	
nf	Nanofluido	
PC	Pak e Cho	
r	Razão (nanofluido/fluido base)	
t	Tubo	
V	Volumétrica	

REFERÊNCIAS

- G. Ribatski, L. Cabezas-Gómez, H. A. Navarro, and J. M. Saíz-Jabardo, The Advantages of Evaporation in Micro-Scale Channels to Microeletronic Devices, Engenharia Térmica (Thermal Engineering), Vol. 6, 02, December 2007, p. 34-39.
- S. Lee, S.U.S. Choi, J.A. Eastman, Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles. J Heat Transf 121 (1999) 280–289. doi:10.1115/1.2825978.
- [3] K. S. Hwang, S. P. Jang, Stephen U. S. Choi, Flow and Convective Heat Transfer Characteristics of Water-Based Al₂O₃ Nanofluids in Fully Developed Laminar Flow Regime, International Journal of Heat and Mass Transfer 52 (2009) 193-199.
- [4] D. Wen, Y. Ding, Experimental Investigation into Convective Heat Transfer of Nanofluids at the Entrance Region Under Laminar Flow Conditions, International Journal of Heat and Mass Transfer 47 (2004) 5181-5188.
- [5] R.J. Phillips, R.C. Armstrong, R.A. Brown, A.L. Graham, J.R. Abbott, A Constitutive Equation for concentrated Suspensions that Accounts for Shear-Induced Particle migration, Phys. Fluids 4A (1992) 30.
- [6] G. K. Batchelor, The Effect of Brownian Motion on the Bulk Stress in a Suspension of Spherical Particles, *J. Fluid Mech.*, vol. 83, part 1, 97-117,1977.
- [7] W. Yu, S. U. S. Choi, The Role of Interfacial Layers in the Enhanced Thermal Conductivity of Nanofluids: A Renovated Maxwell Model, Journal of Nanoparticle Research 5 (2003) 167-171.
- [8] Maxwell, J.C., 1904. A Treatise on Electricity and Magnetism, second ed. Oxford University Press, Cambridge, pp. 435–441.
- [9] B. C. Pak, Y. I. Cho, Hydrodynamic and Heat Transfer Study of Dispersed Fluids with Submicron Metallic Oxide Particles, Experimental Heat Transfer11 (1998) 151-170.
- [10] R. L. Hamilton, O. K. Crosser, Thermal Conductivity of Heterogeneous Two-Component Systems. I & EC Fundamentals 1 (1962) 187–191.

- [11] A. Einstein, Investigations on the Theory of the Brownian Movement, Dover Publications, New York, 1956.
- [14] Y. M. Xuan and Q. Li, Investigation on convective heat transfer and flow features of nanofluids, *J. Heat Transfer ASME* 125, 151s–155s (2003).
- [13] Brinkman, H.C., 1952. The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solution. J. Chem. Phys. 20, 571–581.
- [14] Y. Xuan, Q. Li, W. Hu, Aggregation Structure and Thermal Conductivity of Nanofluids, Aiche Journal 49 (2003) 1038-1043.
- [15] X. Wang, X. Xu, S.U.S. Choi. Thermal Conductivity of Nanoparticles-Fluid Mixture. J. Thermophys. Heat Transfer 13 (4) (1999), 474–480.
- [16] F.W. Dittus, L.M.K. Boelter, Heat Transfer for Automobile Radiators of the Tubular Type, University of California Publications in Engineering 2 (1930) 443.
- [17] V. Gnielinski, Int. Chem. Eng. 16 (1976) 359.
- [18] Z. Liu, R. H. S. Winterton, A General Correlation for Saturated and Subcooled Flow Boiling in Tubes and Annuli, Based on a Nucleate Pool Boiling Equation, International Journal of Heat and Mass Transfer 34 (1991) 2759-2766.
- [19] M. G. Cooper, Saturation nucleate boiling. A Simple Correlation, 1st United Kingdom National Conference on Heat Transfer, Vol. 2 (1.Chem. E. Symp. Series No. 86) (1984), pp. 785-793.
- [20] K. Stephan, M. Abdelsalam, Heat Transfer Correlations for Natural Convection Boiling, International Journal of Heat and Mass Transfer 23 (1978) 73-87.
- [21] H. Peng, G. Ding, W. Jiang, H. Hu, Y. Gao, Heat Transfer Characteristics of Refrigerant-Based Nanofluid Flow Boiling Inside a Horizontal Smooth Tube, International Journal of Hal Smooth Tube, International Journal of Refrigeration (2009) 1–12.

EVALUATION OF HEAT TRANSFER COEFFICIENT DURING SINGLE-PHASE FLOW AND CONVECTIVE BOILING OF NANOFLUIDS

F. P. Cabral*, G. Ribatski°

°Escola de Engenharia de São Carlos, University of São Paulo (USP), São Carlos- SP, Brazil, franpc@sc.usp.br, ribatski@sc.usp.br°

ABSTRACT

This paper presents a theoretical evaluation of the heat transfer coefficient during single-phase flow and convective boiling of nanofluids composed of water and γ -alumina particles with characteristic dimensions of 15nm. The study was performed for volumetric fraction of nanoparticles of 0.1%, 0.5%, 1%, 3% and 5% considering tube internal diameter of 1.1 mm and 10.66 mm. For single-phase flow, it was evaluated the correlation of Pak and Cho (1998) developed for nanofluids and the classical correlations of Dittus-Boelter (1930) and Gnielinski (1976), with the transport properties evaluated according to literature data for nanofluids. For the analysis of the flow boiling heat transfer coefficient, results in the literature for convective boiling of nanofluids were compared against a modified version of the predictive method of Liu Winterton (1991). The model of Pak and Cho (1998) showed reasonable results for the single-phase transition flow regime. The modified version of Liu and Winterton (1991) correlation predicted an increase in the heat transfer coefficient with nanoparticles concentration lower than the increments observed in eperimental studies available in the literature.

STUDY OF EVAPORATED WATER RETRIEVING IN A MECHANICAL DRAFT COOLING TOWER

Rafael Zimmermann, Marcia B. H. Mantelli*, Thomaz P. F. Borges, Camilo A. S. Costa

Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, Brazil, Email: marcia@emc.ufsc.br*

ABSTRACT

Cooling towers use evaporative heat transfer to reduce process water temperature. In mostly cases, the amount of water lost to evaporation is irrelevant, but in the present case of study, the amount of makeup water due to evaporation, is around 700 m^3/h . That alone is a considerable amount of fresh water that needs to be removed from the local rivers and is currently having a negative impact in the fresh water availability for consumption. This study explores viable solutions to recover some of the evaporated water, but not compromising the effectiveness of the cooling tower.

The plant is located in the southeast region of Brazil where temperature and humidity vary considerably along the year. The present study focuses on retrieving the evaporated water through condensation and capturing fog without compromising the cooling tower performance. Data from the actual cooling tower was used in the thermodynamic analysis. Computational fluid dynamics (CFD) was used to simulate the mixing of air leaving the cooling tower with outdoor air. An experimental setup is also being developed to reproduce the condensation process.

INTRODUCTION

An extensive number of studies evaluating the cooling tower design and performance are available in literature. The air leaving the tower is the case of study in the present work, where the viability in retrieving water from the humid air is investigated. At first, other processes and devices with similar objectives were reviewed. A review in Atmospheric Water Vapor Processing (AWVP) was presented in [1]. AWVP are devices where potable water is removed from atmospheric air. The author proposed a division of equipment which includes: surface cooling below the dew point of the ambient air to condensate water vapor, concentrate water vapor through use of solid or liquid desiccants, or induce and control convection in a tower structure.

Temperature reduction in the surface cooling processes was obtained by thermal irradiation and refrigeration cycles. Surface cooling by thermal irradiation is a passive method to keep the surface at a temperature bellow the dew point and condensate water vapor. This is possible because of the radiative heat transfer between the surface and the sky. Its observed surfaces with high emissivity are needed in order to condensate water usually only at night time because of solar irradiation during daylight [2]. Several factors have influence over surface cooling by thermal irradiation. In [3] and [4], the authors attest that wind is necessary to bring humid air to replace the air that was already dehumidified, but wind speeds higher than 1 m/s surpass any surface cooling due to thermal irradiation, because of the increase in convective heat transfer. In mechanical draft cooling towers, the wind speed atop the tower is much higher than 1 m/s because of the high powered fans used in this kind of equipment, making the application of thermal irradiation for surface cooling not possible in these conditions. Other studies including [5], [6], [7], [8], [9], and [10], investigated this method of obtaining water, with results indicating that a very large area is needed to condensate a considerable amount of water.

Surface cooling by refrigeration cycles use an evaporating refrigerant to reduce surface temperature bellow the dew point. These applications are common in cooling and dehumidification processes. According to [11], the process consists of air flowing through duct coils (banks of bare tubes or banks of tubes which have finned or extended surfaces), while the refrigerant flows through the duct, evaporating at very low temperatures, gaining heat from the external air flow.

Most applications of surface cooling by refrigeration are not designed to obtain water, but cold dry air. The condensed water is considered a leftover from the process and is generally discarded [12]. In [13], fresh water was obtained using evaporators in a refrigeration cycle as cold surfaces. The water production reported for a hot and humid climate was between 14.4 kg/m².h and 16.97 kg/m².h during a year period.

The use of desiccants to retain water is also very common in literature. These are materials that have the capacity of adsorbing moisture and can be used in dehumidification. According to [1], desiccants are one type of sorbent which are particularly useful for attracting water molecules, but also retain pollutants and contaminants, and are not attractive processes for reuse of water but for dehumidification only.

Other method for collecting water from air reported in [1] is convection in a tower structure, which expands the air in a very long vertical tower reducing its temperature bellow dew point. No prototypes are known other than the mine shaft analogue in [14], and [15]. Costs and viability of such equipment would be restrictive because of the large structure required, in the range of hundreds to thousands meters high.

Desalination process is used to obtain fresh water from seawater. One desalination method uses a humidification-

dehumidification (HD) cycle to obtain freshwater. As described in [16], the HD cycle consists in air absorbing water and heat from a seawater flow and then going through surfaces that are cooled by the same seawater flow, resulting in condensation of a certain amount of freshwater. A review of studies in desalination by HD cycles is presented in [17]. The study points out that in single pass cycles, the amount of freshwater obtained is between 5 to 20 % of the circulating seawater. Also, the HD cycle is applicable in small and large scale.

In the desalination process presented in [18], water is obtained by mechanical compression of humid air. The compression reduces the air capacity of retaining humidity and condensed water is formed as a result. The process occurs inside an evaporation chamber with controlled pressure, and in a very small scale.

Another desalination method is the seawater greenhouse process (SWGH), described in [19] and [20]. Solar irradiation is used to heat the air that absorbs water. The air then flows through surfaces that are cooled by seawater as in a regular HD cycle. This method is used to obtain freshwater for irrigation of cultures in very dry regions. In [21], the authors also investigated irrigation by obtaining water from atmospheric air by an underground system of ducts.

DATA ANALYSIS

The literature review shows known process obtaining water from the moist air. In order to investigate the viability of a dehumidifying process in the cooling tower, it is necessary to know the properties of the air being exhausted by the tower to the atmosphere. To obtain this data, a thermodynamic analysis was made with regular operational parameters. Data from the actual cooling tower was used in the thermodynamic analysis, these including flow rates of circulating and makeup water, inlet and outlet temperatures, and meteorological data. The data is given in an hourly basis and a timeframe of one year was selected to include seasonal variations of weather and tower capacity. The circulating water in the current system amounts to an average of 45,000 m³/h. The volume of makeup water needed is more than 800 m³/h, where 100 m³/h are purged water to reduce concentration of pollutants, and about 0.1 % of the total circulating water is caused by drift losses. About 700 m³/h are lost to evaporation in the process of cooling the water, and that is a significant volume of water taken from local rivers, from which water is also taken for consumption. Figure 2 shows water flow data for the year long period selected, the total circulating water, the purge water, and the total make-up water.



Figure 2 – Data for the water flow in the cooling tower.

Figure 3 shows the water temperature entering and leaving the cooling tower for the same period.



Figure 3 – Water temperatures in the cooling tower.

In Fig. 4, local meteorological data for the region where the plant is located is observed for the same year long period. Among other properties not plotted here are solar irradiation, wind speeds, relative humidity, atmospheric pressure, and precipitation. The ratio between water and air flow was informed in a specific condition, so the total air flow could be determined and was assumed to be constant.



Figure 4 – Local dry-bulb temperature and dew point data.

An energy balance was used to determine the psychrometric properties of the air leaving the cooling tower, according to what is presented in [11], [22], and [23]. The present study focuses on retrieving the evaporated water through condensation and capturing fog without compromising the cooling tower performance.

To solve the energy balance an algorithm was written using the *Engineering Equation Solver* (EES) software. This software includes in its database an air property library. In the program, the input values are: inlet water temperature, air drybulb and wet-bulb temperatures, air and water flow, and the tower characteristic parameter. This parameter is a dynamic function of air flow patterns and water fall along the tower. This can be taken as a constant if air and water flows are also constant.

The condition of the air and water leaving the tower is obtained by the calculations. The later is then compared with the measured water temperature leaving the tower to determine the tower characteristic.

The tower was divided in various elements for calculations, as shown in Fig. 5, where energy and mass balances were performed for each one. The properties of air and water after each element were calculated assuming the same amount of air and water flows though each of the divisions. The partial result of an element was then used as input data for the next one, until all properties of the leaving air and water were obtained. Because elements were assumed to have identical air and water flows, the temperature of water leaving the tower is the average temperature of elements at the bottom of Fig. 5. The same is true for the elements at the right of Fig. 5, where the air leaves the cooling tower.

The number of divisions needs to be big enough so large numerical errors are not introduced and small enough to avoid extended periods of computing time. A twenty by twenty net of elements was considered enough because the results did not vary significantly compared to a larger number of divisions.



Figure 5 – Cross flow cooling tower segregated in various elements.

This procedure was necessary to predict the cooling tower performance in any climate condition, and also to obtain the properties of the air leaving the tower. The warm humid air leaving the tower will be reproduced in laboratory to evaluate condensation and capture of water in different surfaces.

The mean absolute difference between calculate and measured values was 0.7 °C for all 8,760 hourly sets of data, which comprehends a period of one year. Figures 6 and 7 show the conditions of air entering and leaving the tower, respectively. These data are plotted in psychrometric charts, showing the humidity ratio against the dry-bulb temperature (horizontal axis). The humidity ratio is the mass of water vapor per kilogram of dry air. The lines crossing the graph represent the relative humidity, varying from zero (dry air) to one (saturated air).

Figure 6 shows all the 8,760 data points that correspond to local air from November of 2006 to October of 2007. It can be observed that this period includes a variety of climate conditions, with temperatures ranging from 5 °C to 37 °C and relative humidity starting from below 0.2, up to the saturated condition.



Figure 6 – State of the air entering the cooling tower.

Figure 7 shows all the 8,760 data points that correspond to air leaving the top of the tower from the same period. It can be observed that most of the data points are above the 0.8 relative humidity line. This observation of the state of the air close to saturation is relevant, because that is an appropriate condition for air flux to go through a dehumidification process.



Figure 7 – State of the air leaving the cooling tower.

Observing Figs. 6 and 7, one can notice that the temperatures of air leaving the tower are higher than the local temperatures. This is not necessarily true in cooling towers because the air can gain latent heat and loose sensible heat. This observation assures the possibility of using the local environment as a heat sink in dehumidification process, which will be investigated through future laboratory experiments and simulations.

CFD ANALISYS

Computational fluid dynamics (CFD) is being used to simulate the mixing of air leaving the cooling tower with outdoor air. Simulations were implemented in ANSYS CFX software. Results try to predict the mixing ratio and formation of fog at certain heights.

At first, a small scale model was simulated in order to determine the working principles of an experimental version of the cooling tower. The simulation results include pressure drop along the experiment and spatial distribution of air properties at the flow outlet, similar to a cooling tower.

The simulation domain was modeled as ideal mixture that includes dry air and water vapor, and the mass diffusivity was assumed as 2.092×10^{-5} m²/s. The turbulence model adopted was the shear stress transport (SST) because of accentuate direction changes in the flow. A prescribed mass flux was used at the inlet with ambient air conditions, and at a certain point water vapor was added to the air flow to represent the humidification process that occurs in a cooling tower. The simulation was performed in steady state conditions, and the stop criteria adopted was the mean average of iteration differential residual, which should be less than 10^{-4} , with an error smaller than one percent in the energy balance. The thrust and gravitational forces were neglected because of the small difference of temperature and density between the ambient air and the humid air flowing at the exit of the duct.

A prescribed air flow of 0,333 kg/s with relative humidity of 70 % and temperature of 21.7 °C was used at the inlet. The room air was modeled at the same conditions with atmospheric pressure equal to 101.35 kPa.

In a sub-domain region, a water vapor source was inserted at a rate of 0.05 kg/m^3 .s, according conservation of energy, mass, and momentum equations, for a counter flow cooling tower [25]. Thus the air leaving the experiment would have a relative humidity close to 100 %. These equations where programmed in the ANSYS CFX software and adiabatic walls in all ducts were used as boundary conditions.

Figure 9 shows the plane view distributions of relative humidity on the left, and the velocity distribution on the right.

Observing the relative humidity distribution is noticeable that air close to 100 % humidity leaves the experiment and this value is gradually reduced. After a length of approximately 0.2 m the humid air mixes with the local air reducing the relative humidity. Through the observation of velocity distribution on the right side of Fig. 9, is noticeable a very similar trend with the humidity on the left, with a cone shape at the outlet. This proposed experimental setup was tested virtually with this simulation, avoiding future problems that would only be noticeable after its conception.



Figure 9 – Simulation results for relative humidity distribution on the left, and velocity distribution on the right.

After successfully simulating the small scale model, a similar approach was used in generating a model for one individual cell of the cross flow cooling tower. To simulate the real cooling tower operating at the plant, a computational domain including two distinct fluids was created. The first is a binary homogeneous mixture that includes dry air and water vapor, where dry air is assumed to have ideal gas behavior. The second fluid is liquid water, which is drifted by the fan in the cooling tower. These two fluids represent the warm humid air leaving the tower.

Te homogeneous mixture was modeled as a continuum fluid, and the mass diffusivity was assumed as 2.092×10^{-5} m²/s between dry air and water vapor. The liquid water was modeled as small drops of diameter 1×10^{-5} m. These hypotheses were the same assumed in [24]. This model is commonly used for cooling towers according to [25].

All the equations and hypothesis adopted in [25] were also used in the model, and the surface tension between the two fluids was assumed to be equal to 0.0725 N/m^2 . The turbulence model adopted was the SST in the ANSYS CFX software. The SST was chosen because of accentuate direction changes in the flow caused by the axial fan.

The simulation was in steady state conditions, and the stop criteria adopted was the same one adopted for the small scale model. The thrust and gravitational forces also were neglected because of the small difference of temperature and density between the local air and the air leaving the cooling tower.

Figure 10 shows the boundary conditions adopted for the simulation. The adiabatic walls assumption was used at the boundaries of the domain, and the humid air admitted prior to the fan was approximated as a circular shaped domain. The modeling of the fan blades was necessary because of the turbulent nature of the flow, which is related to the velocity field generated by the fan. If the assumption of homogenous velocity leaving the diffuser located above the fan was

considered, considerable errors would be included in the results because of the kinetic energy distribution in the turbulent flow. That would change the diffusion rate from the warm humid air leaving the tower to the local air.



Figure 10 – Simulation domain and boundary conditions for the cooling tower.

The grid generation for the simulation domain is still being refined to better represent all elements in the model. In the present case, the air movement generated by the fan is simulated in the ANSYS CFX software through the application of a rotational domain. Because of that, a refined grid needs to be applied over the simulation domain to obtain good results and to do not induce extended periods of computational time.

Figure 11 shows the present result for the velocity field in the simulation domain of the cooling tower. It is noticeable that recirculation is formed just outside the diffuser, but the core of the air flow velocity field remains straight up.



Figure 11 – Present results of velocity field in the simulation domain.

FUTURE RESEARCH

The CFD analysis is ongoing and more expressive results should be obtained soon. These present results do not include more accurate assumptions, but show the trends of the computational simulations. In the near future, the spatial distributions of the air properties will be also obtained.

For comparison and validation of the CFD model, sensors will be placed at the top of the tower to monitor temperature and humidity. The data collected in the tower is necessary because of the large number of hypothesis and parameters that are assumed to run the ANSYS CFX software, most of then taken from theoretical studies in literature. Temperature and humidity sensors will be placed along the flow at the top of the cooling tower and positioned at the external border of the diffuser. The measured data will be compared to simulation results and used as calibration tool for the simulations.

Besides the CFD efforts, an experimental setup is also being developed based on the small scale model presented earlier. The proposed experiment delivers saturated air at a certain temperature, where the flow is directed to surfaces that promote condensation and capture of water that is being removed from the air. The objective is to evaluate different possible shapes and materials of the condensation surfaces and to determine which one is best for condensation and capture of water. The use of heat pipes for cooling the air stream and porous media to collect moisture are being considered, these being some of the mainstream researches at Labtucal-UFSC (Heat Pipes Laboratory), which include heat pipes, wick structures, porous media, and thermosyphons.

The experimental apparatus is being developed at the laboratory facilities. The schematic model is show in Fig. 12. It is basically a humidifier with controlled conditions to reproduce the warm humid air leaving the cooling tower.



Figure 12 – Scheme of the experimental setup.

The experiment uses the same principle as a cooling tower: local air will be forced by a centrifugal fan through a warm water shower, with the air flow moving upward and the water flow going downward. The heat and mass exchange between air and water will result in humidification of the air and cooling of water.

Sensors will be located at the inlet to monitor pressure, dry-bulb and wet-bulb temperatures of the air. A nozzle will be installed in the duct after a centrifugal fan leading to a plenum, where the air is insufflated. The plenum will distribute the air around the entrance right before it encounters the water flow. A thermal bath with controlled temperature and mass flux will be used to control the water flux.

The air with controlled temperature and humidity will be directed against different kinds of cold surfaces. These surfaces are supposed to be able to condensate water vapor and collect the liquid formed. The results will be used as evaluation method of viability in developing equipment to obtain water from the air flow leaving a cooling tower.

Because condensation occurs, enhancement of surfaces will be investigated as in [26], and [27]. The knowhow of the laboratory in heat pipes and porous media will be used in developing surfaces with these technologies. The presence of non condensable gases in condensation, dry air in the present case, will be investigated too, as in [28]. The tests will evaluate mass and heat transfer in the dehumidification process, the condensation rate, and the potential of recovering the water. The apparatus in test should be able to condensate and collect the water for reuse.

CONCLUSIONS

Research about retrieving water from humid air, although scarce, is not new in literature. A limited number of studies where found and are presented here, although none was specifically developed for application in mechanical draft cooling towers.

Using numerical simulation and experimental investigation this work has the objective of evaluating the viability of retrieving water from the humid air in cooling towers. At first, data from an actual cooling tower is analyzed for a year long period in order to include different weather conditions for the tower operation. The data analysis was presented her, showing that the air leaving the tower is seen to be always close to saturation.

CFD is being used to simulate the moist air flow leaving the tower. This simulation will be needed to later determine where to install condensate and collect water devices, without compromising the cooling tower performance. At first, simulation results of a small scale model were presented, including velocity fields and spatial distribution of the air properties.

Based on the simulation results, an experimental setup is being developed in laboratory to reproduce the air flow and to test surfaces for condensation and capture of water. These enhanced surfaces will be at a temperature bellow the air flow and will promote condensation of water vapor. The Labtucal-UFSC research includes heat pipes, wick structures, and porous media that will be investigated for this application.

REFERENCES

- Wahlgren, R. V., "Atmospheric Water Vapor Processor Designs for Potable Water Production: A Review", Water Research, Vol. 35 (1), pp. 1-22, 2001.
- [2] Nikolayev, V. S., Beysens, D., Gioda, A., Milimouk, I., Katiushin, E., Morel, J.P., "Water Recovery from Dew", Journal of Hydrology, Vol. 182 (1-4), pp. 19-35, 1996.
- [3] Beysens, D., Nikolayev, V., Milimouk, I., Muselli, M., "A Study of Dew and Frost Precipitation at Grenoble, France", Proceedings: Second International Conference

on Fog And Fog Collection, St. John's, Newfoundland, Canada, July 15 - 20, 2001.

- [4] Beysens, D., Milimouk, I., Nikolayev, V., Muselli, M., Marcillat, J., "Using Radiative Cooling to Condense Atmospheric Vapor: a Study to Improve Water Yield", Journal Of Hydrology, Vol. 276 (1-4), pp. 1-11, 2003.
- [5] Rajvanshi, A.K., "Large Scale Dew Collection as a Source of Fresh Water Supply", Desalination, Vol. 36 (3), pp. 299-306, 1981.
- [6] Nilsson, T., "Initial Experiments on Dew Collection in Sweden and Tanzania", Solar Energy Materials And Solar Cells, Vol. 40, pp. 23–32, 1996.
- [7] Gandhidasan, P., Abualhamayel, H. I., "Modeling and Testing of a Dew Collection System", Desalination, Vol. 180 (1-3), pp. 47-51, 2005.
- [8] Beysens, D., Muselli, M., Milimouk, I., Ohayon, C., Berkowicz, S., Soyeux, E., Mileta, M., Ortega, P., "Application of Passive Radiative Cooling for Dew Condensation", Energy, Vol. 31, pp. 1967-1979, 2006.
- [9] Beysens, D., Clus, O., Mileta, M., Milimouk, I., Muselli, M., Nikolayev, V.S., "Collecting Dew as a Water Source on Small Islands: The Dew Equipment for Water Project in Bisevo (Croatia)", Energy, Vol. 32, pp. 1032-1037, 2007.
- [10] Jacobs, A. F. G., Heusinkveld, B. G., Berkowicz, S. M., "Passive Dew Collection in a Grassland Area: The Netherlands", Atmospheric Research, Vol. 87 (3-4), pp. 377-385, 2008.
- [11] Kuehn, T. H., Ramsey, J. W., Threlkeld, J. L., *Thermal Environmental Engineering*, 3rd Ed., New Jersey, USA, Prentice-Hall Inc, 1998.
- [12] Mazzei, P., Minichiello, F., Palma, D., "HVAC Dehumidification Systems for Thermal Comfort: A Critical Review", Applied Thermal Engineering, Vol. 25 (5-6), pp. 677–707, 2005.
- [13] Habeebullah, B. A., "Potential Use of Evaporator Coils for Water Extraction in Hot and Humid Areas", Desalination, Vol. 237 (1-3), pp. 330-345, 2009.
- [14] Carte, A. E., "Mine Shafts as a Cloud Physics Facility", In: Proc. Int. Conf. Cloud Physics, pp. 384–388, 1968.
- [15] Starr, V. P., Anati, D. A., Salstein, D. A., "Effectiveness of Controlled Convection in Producing Precipitation", Journal of Geophysical Research, Vol. 79 (27), pp. 4047-4052, 1974.
- [16] Alhazmy, M. M., "Minimum Work Requirement for Water Production in Humidification-Dehumidification Desalination Cycle", Desalination, Vol. 214 (1-3), pp.102-111, 2007.

- [17] Bourouni, I. S., Chaibi, M. T., Tadrist, L., "Water Desalination by Humidification and Dehumidification of Air: State of the Art", Desalination, Vol. 137 (1-3), pp. 167-176, 2001.
- [18] Vlachogiannis, M., Bontozoglou, V., Georgalas, C., Litinas, G., "Desalination by Mechanical Compression of Humid Air", Desalination, Vol. 122 (1), pp. 35-42, 1999.
- [19] Davies, P. A., Paton, C., "The Seawater Greenhouse in the United Arab Emirates: Thermal Modeling and Evaluation of Design Options", Desalination, Vol. 173 (2), pp. 103-111, 2005.
- [20] Dawoud, B., Zurigat, Y. H., Klitzing, B., Aldoss, T., Theodoridis, G., "On The Possible Techniques to Cool the Condenser of Seawater Greenhouses", Desalination, Vol. 195 (1-3), pp. 119-140, 2006.
- [21] Lindblom, J., Nordell, B., "Water Production by Underground Condensation of Humid Air", Desalination, Vol. 189 (1-3), pp. 248-260, 2006.
- [22] Kröger, D. G., Air-Cooled Heat Exchangers and Cooling Towers: Thermal-Flow Performance Evaluation and Design, Volume I, Pennwell Corporation, USA, 2004.
- [23] Kröger, D. G., Air-Cooled Heat Exchangers and Cooling Towers: Thermal-Flow Performance Evaluation and Design, Volume II, Penn Well Corporation, USA, 2004.
- [24] Meroney, R. N., "CFD Prediction of Cooling Tower Drift", J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., Vol. 94 (6), pp. 463– 490, 2006.
- [25] Al-Waked R., Behnia, M., "CFD Simulation of Wet Cooling Towers", Applied Thermal Eng, Vol. 26 (4), pp. 382–395, 2006.
- [26] Izumi, M., Kumagai, S., Shimada, R., Yamakawa, N., "Heat Transfer Enhancement of Dropwise Condensation on a Vertical Surface with Round Shaped Grooves", Exp. Thermal and Fluid Science, Vol. 28, pp. 243-248, 2004.
- [27] Cochran, M., Goodnight, J., Babin, B., Eckels, S., "Condensing Dryers With Enhanced Dehumidification Using Surface Tension Element", Applied Thermal Engineering, Vol. 29, pp. 723-731, 2009.
- [28] Ma, X.H., Zhou, X. D., Lan, Z., Li, Y. M., Zhang, Y., "Condensation Heat Transfer Enhancement in the Presence of Non-Condensable Gas Using the Interfacial Effect of Dropwise Condensation", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 51, pp. 1728-1737, 2008.

THE PREDICTION OF NEAR WALL BUBBLY FLOW THROUGH A MODIFIED KAPPA-EPSILON MODEL

D. V. Soares^{*†}, J. B. R. Loureiro[‡] and A. P. Silva Freire[†]

*Instituto Nacional de Propriedade Industrial (INPI), Rio de Janeiro, Brasil
[†]Divisão Científica(Inmetro), Rio de Janeiro, Brasil
[†]Programa de Engenharia Mecânica (PEM/COPPE/UFRJ), C.P. 68503, 21945-970, Rio de Janeiro, Brasil

ABSTRACT

The present work investigates the role of different treatments of the lower boundary condition on the numerical prediction of bubbly flows. Two different law of the wall formulations are tested against experimental data obtained for bubbly boundary layers. Numerical implementation of the near-wall functions was made through a finite elements code. The standard κ - ϵ model was used to close the averaged Navier-Stokes equations together with the hypothesis that the turbulence can be modelled by a linear superposition of bubble and shear induced eddy viscosities. The work shows, in particular, how four corrections must the implemented in the standard single-phase κ - ϵ model to account for the effects of bubbles. *Keywords:* bubbly flow, law of the wall, κ - ϵ .

1 Introduction

The significant advances experienced over the last forty years on turbulence modeling have meant that the prospect of achieving a three-dimensional representation of multiphase flows has evolved into procedures of practical application. The large increase on computer power and improvement on numerical techniques have, in particular, succeeded in providing a framework onto which sophisticated predictive codes can be constructed.

For disperse flows, a common solution strategy is to consider the phases separately using the interpenetrating continua concept. In this case, the macroscopic effects of the interaction between phases must be correctly addressed through constitutive equations. Many examples can be found in literature, notably the works of Drew and Lahey (1982), Lopez de Bertodano (1990) and Troshko and Hassan (2001a).

Unfortunately, and irrespective of the chosen solution strategy, the treatment of the wall boundary condition always presents great difficulties. The very steep changes in flow properties in the near wall region result in an extremely thin characteristic layer that, as expected, demands the use of exceptionally fine meshes in the numerical computation of flows.

Some early studies have proposed to separate this thin layer into two typical regions: a viscous (inner) sublayer where turbulent and laminar stresses are of comparable magnitude and a defect (outer) layer where the turbulent stresses provoke a small perturbation to the external flow solution. This natural division of the flow suggests the use of local analytical solutions to bridge the viscous dominated region in what is normally referred to as the wall function method.

Early numerical simulations of two-phase flows have used procedures developed specifically for single-phase flows. Later evidence (Moursali et al (1995), Marié et al. (1997)), however, has shown that the presence of small bubbles near the wall significantly alters the flow properties. The large increase in void fraction provoked by small bubbles near the wall enhances turbulence and increases the skin-friction.

More realistic wall functions were proposed by Marié et al. (1997) and Troshko and Hassan (2001b). The latter reference, in particular, quotes expressions for the mean velocity profile, the turbulent kinetic energy and the dissipation rate in which corrections dictated by the local void fraction are considered.

Using singular perturbation methods, Bitencourt et al. (2008) proposed a new wall function treatment for bubbly flows. New solutions were proposed for the mean velocity profile, turbulent kinetic energy and dissipation rate. Results were then tested against the experiments of Marié et al. (1997).

The present work discusses in detail the numerical implementation the lower boundary conditions introduced in Bitencourt et al. (2008). An investigation of the parametric sensitivity of the proposed wall function on the void fraction is of special concern. The new boundary conditions are implemented in the computational fluid dynamics program TURBO2D used in Loureiro et al. (2007), based on minimum residuals optimization for near wall flows by Fontoura Rodrigues (1990). Predictions are compared with the bubbly flow data of Marié et al. (1997) and with results obtained with the model of Troshko and Hassan (2001b), also implemented in TURBO2D. This is made here for the first time.

In the analysis of Bitencourt et al. (2008) the turbulent viscosity is split into contributions due to shear and to bubble agitation. The shear induced term is modelled through the classical mixing-length hypothesis, whereas the bubble induced term is a function of the void fraction peak value, the slip velocity and the distance to the wall. For the sake of completeness, a short discussion on the models proposed by Troshko and Hassan (2001b) and Bitencourt et al. (2008) is made next. For a short review on turbulence modelling for bubbly flows, please, refer to Bitencourt et al. (2008).

2 Theoretical background

2.1 Equations of motion

Transport equations for bubbly two-phase flows can be found, e.g., in the works of Lopez de Bertodano et al. (1994) and of Troshko and Hassan (2001b). In particular, the x-component of the liquid momentum equation can be written for an incompressible, isothermal, twophase, turbulent boundary layer as

$$\frac{\partial(\rho_l \alpha_l U_l U_l)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_l \alpha_l U_l V_l)}{\partial y} = -\alpha_l \frac{\partial P}{\partial x} + F_x + \rho_l \alpha_l g_x \\
+ \frac{\partial}{\partial x} \Big(\rho_l \alpha_l \Big(2\nu_l \frac{\partial U_l}{\partial x} - \langle u^2 \rangle \Big) \Big) \\
+ \frac{\partial}{\partial y} \Big[\rho_l \alpha_l \Big(\nu_l \Big(\frac{\partial U_l}{\partial y} + \frac{\partial V_l}{\partial x} \Big) - \langle uv \rangle \Big) \Big] \tag{1}$$

where we have used a Cartesian coordinate system, U_l and V_l are the longitudinal and transversal components of the mean liquid velocity, $\langle u^2 \rangle$ and $\langle uv \rangle$ are the Reynolds stress components, F_x and g_x are the interfacial force density and gravity projections and α_l is the local liquid void fraction.

So that Eq. (1) can be solved, the interfacial forces and the Reynolds stress components must be modelled and appropriate boundary conditions furnished.

To model the interfacial forces, the simplest approach is to consider the gas bubbles as mere voidages, so that no transfer of momentum occurs in the gas phase and, therefore, the flow dynamics is entirely determined by the liquid phase. Turbulence in the liquid phase is decomposed into contributions due to shear and to bubble agitation. This latter assumption is considered valid

for void fraction levels below 10% (Lance and Bataille, 1991).

The turbulent term in Eq. (1) is modelled with the eddy viscosity concept

$$-\langle uv\rangle = \nu_t \Big(\frac{\partial U_l}{\partial y}\Big),\tag{2}$$

where

$$\nu_t = \nu_t^s + \nu_t^b \tag{3}$$

where $\nu_t^s = \text{eddy}$ viscosity due to shear; $\nu_t^b = \text{eddy}$ viscosity due to bubble agitation.

The shear induced viscosity can be modelled algebraically through the mixing-length hypothesis, that is,

$$\nu_t^s = l_m^2 \frac{dU_l}{dy}, \quad \text{with } l_m = \varkappa y, \tag{4}$$

 $l_m = \text{mixing length}, \ \varkappa = 0.4$ (von Kármán's constant). The κ - ϵ model furnishes

$$\nu_t^s = c_\nu \frac{\kappa^2}{\epsilon},\tag{5}$$

where the turbulent kinetic energy, κ , and the dissipation rate of turbulent kinetic energy, ϵ , are given by the two transport equations

$$\frac{D\kappa}{Dt} = P - \epsilon + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial y} \right),\tag{6}$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = c_{\epsilon_1} \frac{\epsilon}{\kappa} P - c_{\epsilon_2} \frac{\epsilon^2}{\kappa} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right), \tag{7}$$

$$P = -\langle uv \rangle \left(\frac{\partial U_l}{\partial y}\right),\tag{8}$$

Standard values for the empirical constants for single phase flows are shown in Table 1.

Table	1. Mo	del con	nstant	for single phas	e flows.
c_{ν}	c_{ϵ_1}	c_{ϵ_2}	σ_{κ}	σ_{ϵ}	
0.09	1.44	1.92	1.0	1.30	

The bubble induced turbulence is suggested by Sato et al. (1981) to be modelled by accounting for the drift phenomena of liquid particles due to the relative motion of gas bubbles. The result is

$$\nu_t^b = \varkappa_l \alpha_{g_{max}} y U_R \tag{9}$$

where \varkappa_l is an empirical constant (= 1.2 to 1.4), $\alpha_{g_{max}}$ the peak of gas void fraction and U_R the mean relative velocity of the bubbles.

The system of equations (1) to (9) needs to be complemented by appropriate boundary conditions. This is normally achieved with the specification of wall functions.

2.2 Asymptotic analysis

To find a local solution to the system defined by Eqs. (1) to (9) in regions adjoining a solid wall, Bitencourt et al. (2008) used the intermediate variable concept of Kaplun (1967). The theory of Kaplun (1967) uses asymptotic arguments to estimate the relative order of magnitude of the various terms in the equations of motion. If the approximated equations are adequately chosen, a solution can then be constructed which is uniformly valid in the whole interval domain through successive matching of adjacent solutions.

The details of the analysis of Bitencourt et al. (2008) are not repeated here. The relevant fact is that in the fully turbulent region the following system of local equations results

$$0 = \alpha_l \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu_t \frac{\partial U_l}{\partial y} \right],\tag{10}$$

$$0 = \nu_t \left(\frac{\partial U_l}{\partial y}\right)^2 - \epsilon + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial y}\right),\tag{11}$$

$$0 = c_{\epsilon_1} \frac{\epsilon}{\kappa} \nu_t \left(\frac{\partial U_l}{\partial y}\right)^2 - c_{\epsilon_2} \frac{\epsilon^2}{\kappa} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y}\right).$$
(12)

These are the equations of motion, in the sense of Kaplun, that must be solved in the fully turbulent region. Thus, wall functions for U, κ and ϵ must be constructed on their basis.

2.3 Law of the wall for bubbly flow

Algebraic model

To integrate Eq. (10) together with Eq. (4), the void fraction profile is considered to have a rectangular step shape with a peak value in the fully turbulent region. The following approximation is then considered $\alpha_l \cong 1 - \alpha_{q_{max}}$.

A first integration of Eq. (10) yields

$$\left(\varkappa^2 y^2 \frac{\partial U_l}{\partial y} + \varkappa_l \alpha_{g_{max}} U_R y\right) \frac{\partial U_l}{\partial y} = \frac{u_*^2}{1 - \alpha_{g_{max}}}, \quad (13)$$

where $u_* (= \sqrt{\tau_w/\rho_l})$ is the friction velocity.

A second integration furnishes

$$U_l^+ = \frac{1}{\varkappa} \ln(y^+) + B^+,$$
(14)

where the wall variables U_l^+ (= U_l/u_*^+) and y^+ (= yu_*^+/ν) are defined through the new velocity scale u_*^+ (= βu_*), with

$$\beta = \frac{\varkappa_l \alpha_{g_{max}} U_R}{2\varkappa u_*} \Big(\sqrt{1 + \frac{(2\varkappa u_*)^2}{(\varkappa_l \alpha_{g_{max}} U_R)^2 (1 - \alpha_{g_{max}})}} - 1 \Big).$$

Note that as $\alpha_{g_{max}}$ tends to zero Eq. (14) reduces to the classical single-phase law of the wall. Troshko and Hassan (2001a) have also derived a two-phase law of wall through similar reasonings. However, instead of considering Eq. (4) for closure of the shear induced turbulence, they have taken $\nu_t^s = \varkappa y u_*$. This is not equivalent to Prandtl's mixing length hypothesis, Eq. (4). The result is that Troshko and Hassan (2001a) also arrive at a logarithmic equation but with a β different from that defined by Eq. (15).

Differential model

Solutions for κ and ϵ are obtained by considering Eq. (5) as the closure relation for the turbulence generated by shear. The set of equations to be solved – Eqs. (10), (11) and (12) – must necessarily incorporate Eq. (3) with Eqs. (5) and (9) in its definition so that the effects of bubble induced turbulence are accounted for.

The resulting solution is given by

$$U_l = \frac{\beta u_*}{\varkappa} \ln(y) + B, \tag{16}$$

$$\kappa = \frac{\beta u_*^2}{\sqrt{c_\nu}},\tag{17}$$

$$\epsilon = \frac{\beta u_*^3}{\varkappa y},\tag{18}$$

and where β is defined by Eq. (15)

These equations have been written in dimensional form so that they can be easily compared with the results of Troshko and Hassan (2001b). In addition to the differences provoked by the definition of β , Eq. (17) is much distinct form Troshko and Hassan (2001b), who write $\kappa = (u_*)^2 / \sqrt{c_{\nu}}$.

The solution of Eqs. (10), (11) and (12) also implies that

$$c_{\epsilon_1} = c_{\epsilon_2} - \frac{1}{\sigma_\epsilon} \frac{\kappa^2}{\sqrt{c_\nu}} \frac{1}{\beta}.$$
 (19)

This is an important result that was shown in Bitencourt et al. (2008) for the first time. In the limit as β tends to unit, Eq. (19) reduces to the single-flow equation for c_{ϵ_1} .

Previous studies have shown that free turbulent shear flows are very sensitive to changes in c_{ϵ_1} and c_{ϵ_2} . Variations of 10% in their values might result in changes of about 40% in the growth rate of a shear layer. In general, σ_{ϵ} is fixed so that adequate adjustments on c_{ϵ_1} are made to the flows of interest.

In a two-phase flow, Eq. (19) shows that c_{ϵ_1} must be corrected to account for the action of the bubbles. Furthermore, Eq. (19) shows that this correction must be made in terms of β^{-1} .

3 Numerical simulations

The near wall formulations of Troshko and Hassan (2001b) and of Bitencourt et al. (2008) will be validated against the data of Marié et al. (1997). These authors have studied experimentally the wall region of a turbulent boundary layer developing over a vertical flat plate. In addition to mean velocity data, void fraction, wall shear stress and longitudinal turbulent intensity profiles were reported. To the best of our knowledge, the data set of Marié et al. (1997) constitutes the best account of bubbly boundary layer flow that can be found in literature.

Regarding the theory of Troshko and Hassan (2001b), β has been defined according to

$$\beta_{TH} = \left[\left(1 - \alpha_{g_{max}}\right) \left(1 + \alpha_{g_{max}} \frac{\varkappa_l}{\varkappa} \frac{U_R}{u_*}\right) \right]^{-1} \quad (20)$$

The bubbles slip velocity is evaluated from (Ishii and Zuber, 1979)

$$U_R = [4g\sigma\Delta\rho/\rho_l^2]^{1/4} (1 - \alpha_{g_{max}})^{3/4}, \qquad (21)$$

where σ is the surface tension and $\Delta \rho$ is the density difference of the phases.

The coefficient \varkappa_l was determined by Troshko and Hassan (2001b) by a direct fitting of Eq.(16) to the experimental data of Marié et al. (1997). Troshko and Hassan (2001b) also determined B^+ from a fitting procedure to make sure that $\delta^+ = 11$, where δ^+ denotes the thickness of the viscous sublayer.

3.1 Details of computations

The numerical simulations were performed with the code TURBO2D, which is a two-dimensional code based on the finite elements method. The governing equations are discretized in space through triangular finite elements, defined by linear interpolation functions. The compatibility conditions between pressure and velocity is preserved using two calculation meshes. The pressure field is calculated with a mesh with elements of types P1. The velocity and all other variables are calculated using a P1-isoP2 mesh, defined from the P1 mesh by dividing one segment into two. This procedure generates four P1-isoP2 elements from one P1 element.

Temporal discretization of the governing equations is made through a sequential semi-implicit finite difference algorithm. A time iteration process was used to remove the influence of the initial conditions on the final calculations, so that the simulation ends only when statistically steady results have been reached. To optimize the convergence, a temporal integration procedure used increasingly successive time steps, with typical values ranging from 10^{-6} seconds at the beginning of a run to 5×10^{-2} seconds at the end of the simulation. For the velocity and pressure fields and for the velocity boundary conditions, the convergence criteria was set to 10^{-8} and 10^{-7} respectively. For more details on the optimization algorithm and numerical schemes implemented in TURBO2D the reader should refer to Loureiro et al. (2007).

The computations were performed on a microcomputer fitted with a microprocessor model AMD x64 Phenom II with 8 GB RAM DDR3-1066. The computational grid size is 25x87 nodes for the P1 mesh and 49x173 nodes for the P1-isoP2 mesh. The final grid has obtained from successive mesh refinements with the condition that the output be independent of the number of nodes by a margin of less than 2%.

Tables 2 and 3 show the physical properties and the flow conditions used in the present validation, where U_{δ} stands for the external boundary layer velocity. Figure 1 shows the details of the mesh refinement as well as the computational domain considered.



Figure 1: Simulation domain and detail of the isoP2 mesh distribution.

Table 2. Physical properties of the fluids.

$\nu_{water} \ [m^2 s^{-1}]$	$g \ [ms^{-2}]$	$\sigma [N/m]$
1000	9.80	0.073

Table 3. R	eference]	parameters from experiments.
$U_{\delta} \ [ms^{-1}]$	$\alpha_{g_{max}}$	$u_* \ [ms^{-1}]$
0.75	0.02	0.037
0.75	0.035	0.039
0.75	0.06	0.044

In contrast to the model of Troshko and Hassan (2001b), the model of Bittencout et al. (2008) has not been calibrated against a particular set of flow conditions. To establish a common ground for comparison,

the present computations have been carried out with $B^+ = 7.6$ and $\varkappa_l = 1.4$,

The boundary conditions were taken directly from the experiments of Marié et al. (1997). The inlet conditions were defined by a uniform vertical velocity profile with $U_e = 0.75 \text{ ms}^{-1}$ and turbulence intensity of 0.33%. Non-wall boundary conditions were specified in terms of zero gradients, that is, boundary conditions of Neumann type.

The wall boundary conditions were specified with a vertical displacement of 0.4 mm from the wall. This resulted in typical values for δ^+ of about 20 in the computational domain. This procedure bridges the turbulent region directly to the wall so that no computation of the buffer and viscous sublayers is required.

3.2 Model sensitivity to $\alpha_{q_{max}}$

The sensitivity of the present formulation to changes in $\alpha_{g_{max}}$ is expressed in terms of four effects, the inclusion of parameter β in

- the angular coefficient of the law of the wall, Eq. (16),
- 2. the lower boundary condition for κ , Eq. (17),
- 3. the lower boundary condition for ϵ , Eq. (18),
- 4. the equation for c_{ϵ_1} , Eq.(19).

Figure 2 shows the effects of the peak local void fraction, $\alpha_{g_{max}}$, on predictions of the friction velocity. For the sake of numerical tests, the models were tested with $\alpha_{g_{max}}$ as high as 20%.

An increase in void fraction results in an increase of u_* that clearly cannot be captured by the single-phase law of the wall. Both theories, present and Troshko and Hassan's, exhibit the same general behaviour and agree with the findings of Marié et al. (1997). However, the theory of Troshko and Hassan (2001b) consistently furnishes higher values of u_* . At the highest experimental value of $\alpha_{g_{max}}$, 0.06, our prediction of u_* exceeds the measurements by 10%. The theory of Troshko and Hassan (2001b), on the other hand, exceeds that value by 20% approximately.



Figure 2: Model sensitivity to $\alpha_{q_{max}}$.

3.3 Effects on computational time

Figure 3 compares the required computational times between the present formulation and the theory of Troshko and Hassan (2001b) for various values of $\alpha_{g_{max}}$. The theory of Troshko and Hassan (2001b) is more time consuming for all void fractions. The differences, however, are negligible considering the average absolute value, around 100 seconds, that represent about 8% of the lowest time.



Figure 3: Computational time.

3.4 Mean velocity profiles

Predictions of the mean velocity profiles for two void fractions, $\alpha_{g_{max}} = 0.02$ and 0.06, are shown in Figs. 4 and 5. The three typical single-phase flow regions are also reproduced in a bubbly flow: the viscous region, the fully turbulent region and the wake region. The profiles were taken at a position y = 1 m, according to the coordinate system shown in Fig. 1.

For the lowest void fraction, the agreement between the present formulation and the experimental data in the logarithmic region, $100 < y^+ < 800$, is very good. The absence in the present formulation of wall damping functions imply in a poor agreement in the viscous region. The theory of Troshko and Hassan (2001b) overestimates u_* , and for this reason shifts the velocity profile to a lower level. For the higher $\alpha_{g_{max}}$, 0.06, we still get a better agreement from the present formulation. However, for the two models, the predicted slopes of the logarithmic region velocity profiles do not seem right.



Figure 4: Mean velocity profiles, $\alpha_{g_{max}} = 0.02$.



Figure 5: Mean velocity profiles, $\alpha_{g_{max}} = 0.06$.

3.5 Model sensitivity to \varkappa_l

Table 4 shows the predicted values of friction velocity for simulations where the value of \varkappa_l is varied from 1.2 to 1.4 while all other parameters are kept constant. Only cases related to the peak local void fraction of 0.06 are shown. For both models, lower values of \varkappa_l result in lower values of friction velocity. For $\varkappa_l = 1.2$, the agreement between the present model and the data of Marié et al. (1997) is within 2.5%.

Tab	Table 4. Model sensitivity to \varkappa_l for $\alpha_{g_{max}} = 0.06$.			
\varkappa_l	Present work	Troshko and Hassan (2001b)		
	$u_* \ [ms^{-1}]$	$u_* \ [ms^{-1}]$		
1.2	0.0477	0.0528		
1.3	0.0483	0.0537		
1.4	0.0489	0.0547		

3.6 Effects of Eqs. (17) and (19) on flow solution

Table 5 shows the combined effects of Eqs.(17) and (19) on predictions for the friction velocity. In fact, corrections due to both equations have been implemented

in both models, Bittencourt et al. (2008) and Troshko and Hassan (2001b). All other parameters are held constant.

Very clearly, corrections due to Eqs.(17) and (19) largely improve predictions. Estimation of u_* through the present model with corrections given by Eqs.(17) and (19) are improved by 5.5%, as compared with the data of Marié et al. (1997) (=0.044 ms⁻¹). Results obtained with the model of Troshko and Hassan (2001b) are improved by 8.4%.

Table 5. Model sensitivity to Eqs. (17) and (19)

Corrections	Present model	T&H
	$u_* \ [ms^{-1}]$	$u_* \ [ms^{-1}]$
Yes	0.0489	0.0501
No	0.0519	0.0547

To compare the measured peak in turbulent kinetic energy at x = 1 m with the numerical estimations, we consider $\kappa = 0.7 \overline{(u')^2}$, where u' denotes the streamwise velocity fluctuations. It follows immediately from from Marié et al. (1997) that for $\alpha_{g_{max}} = 0.06$, κ is $6.65 \times 10^{-3} m^2 s^{-2}$.

Table 6. Prediction of peak value of κ .				
Corrections	Present model	T&H		
	$\kappa \ [m^2 s^{-2}]$	$\kappa \ [m^2 s^{-2}]$		
Yes	$5.5151 \mathrm{x} 10^{-3}$	$4.8634 \mathrm{x} 10^{-3}$		
No	$8.9681 \text{x} 10^{-3}$	$9.9581 \mathrm{x} 10^{-3}$		

Table 6 shows that the corrections due to Eqs. (17) and (19) substantially reduce the computed values of maximum κ , yielding a much better agreement with the experimental data.

4 Final remarks

The present work has performed a numerical study of bubbly flows. In the curse of the research, new expressions have been implemented in the computer code TURBO2D to provide the lower boundary condition for a κ - ϵ modelling of the flow. These expressions include profiles for the mean velocity, the turbulent kinetic energy and the rate of dissipation. The solutions are observed to satisfy the set of local equations, Eqs (10) to (12). An important implication is the fact that the standard single-phase constants in the ϵ -equation, C_{ϵ_1} , must be a function of β .

The differences found between the present theory and that of Troshko and Hassan (2001b) are significant. As mentioned in Bitencourt at al. (2008), in the theory of Troshko and Hassan (2001b) the eddy viscosity due to the shear effects is taken as $\nu_t^s = \varkappa u_* y$, implying that the local characteristic velocity is u_* . Their mean velocity solution, on the other hand, implies a characteristic velocity of the form $\beta_{TH}u_*$. These two facts cannot be reconciled, yielding an erroneous equation for κ at the wall.

A detailed comparison between the present theory and the data of Marié et al. (1997) has shown the present model to perform better than the model of Troshko and Hassan (2001b). The work has also shown that corrections due to the peak in void fraction near the wall in bubbly flows must be incorporated into models if reliable predictions of skin-friction are desired.

Acknowledgements. APSF is grateful to the Brazilian National Research Council (CNPq) for the award of a Research Fellowship (Grant No 303982/2009-8). The work was financially supported by CNPq through Grants No 473588/2009-9 and by the Rio de Janeiro Research Foundation (FAPERJ) through Grant E-26/170.005/2008. JBRL is thankful to the Brazilian Na- tional Research Council (CNPq) for founding this research through Grant 475759/2009-5.

5 References

Bitencourt, M.C., Loureiro, J.B.R. and Silva Freire, A.P., 2008, An analytical near wall solution for the kappa-epsilon model for bubbly two-phase flow, 10 Encontro Brasileiro sobre Ebulição, Condensação e Escoamento Multifásico Líquido-Gás, Florianópolis, Abril.

Drew, D. and Lahey, R.T., 1982, Phase distribution mechanism in turbulent two-phase flow in a circular pipe, J. Fluid Mechanics, 117:91-106.

Fontoura Rodrigues, J. L. A., Méthode de minimisation adaptée à la technique des éléments finis pour la simulation de écoulements turbulents avec conditions aux limites non linéaires de proche paroi. Thèse de Doctorat, Ècole Centrale de Lyon, 1990. Ishii, M., Zuber, N., Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows, AIChE Journal, 25, 843-856, 1979.

Lopez de Bertodano, M., Lee, S-J., Lahey, R.T., Drew, D.A., 1990, The prediction of two-phase turbulence and phase distribution phenomena using a Reynolds stress model, J. Fluids Eng., 112, 107–113.

Loureiro, J.B.R., Soares, D.V., Fontoura Rodrigues, J.L.A., Pinho, F.T., Silva Freire, A.P., Water tank and numerical model studies of flow over steep 2-D hills, Boundary-Layer Meteorology, v. 122, p. 343-365, 2007.

Marié, J. L. , Moursali, E. and Tran-Cong, S. 1997, Similarity law and turbulence intensity profiles in a bubbly boundary layer at low void fractions. Int. J. Multiphase Flow 23, 227-247.

Moursali, E., Marié, J.L., Bataille, J., 1995, An upward turbulent bubbly boundary layer along a vertical flat plate. Int. J. Multiphase Flow 21, 107–117.

Sato, Y., Sadatomi, M. and Sekogushi, K., Momentum and heat transfer in two-phase bubble flow I: Theory, *Int. J. Multiphase Flow*, 7, 167-177, 1981.

Troshko, A.A., Hassan, Y.A., 2001a, A two-equation turbulence model of bubbly flows. Int. J. Multiphase Flow 27, 1965–2000.

Troshko, A. A. and Hassan, Y. A., 2001b, Law of the wall for two-phase turbulent boundary layers. Int. J. Heat Mass Transfer 44, 871-875.

AN ARBITRARY LAGRANGIAN-EULERIAN METHOD FOR SURFACE-TENSION DOMINATED FLOWS WITH DYNAMIC CONTACT LINES

Fabricio S. Sousa, Alysson A. N. Silva

Departamento de Matemática Aplicada e Estatística Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - Universidade de São Paulo Campus de São Carlos - Caixa Posta 668, 13560-970, São Carlos, SP - Brazil. fsimeoni@icmc.usp.br, anaves@gmail.com

Abstract. An arbitrary lagrangian-eulerian finite element method to solve surface-tension-dominated flows is presented. Such flows are important in many applications, particularly in capillary channels, that appear in microscale flows. The resolution of such flows presents several challenges that are addressed in this work. The flow is solved only in the liquid phase, and proper boundary conditions are applied on the free-surface, bounding the liquid and gas, which is explicitly represented by vertices and edges of the computational mesh. The mesh is moved and deformed, but its quality is kept under control in order to avoid errors in the numerical solution. The Navier-Stokes equations are discretized by standard Galerkin finite element method in an arbitrary reference. Surface tension and contact angle boundary conditions are imposed directly in the curvature computation scheme. Comparisons with the Generalized Navier Boundary Condition (GNBC) are also provided, showing the validity of the proposed method. The methodology is validated for a number of simple test cases against known pseudo-analytical solutions, and numerical results are presented, showing its robustness and accuracy. Some results about surface-tension-driven flows in capillaries are finally presented.

INTRODUCTION

Surface-tension dominated flows are important in many applications, such as in the development of Micro-Electro-Mechanical Systems (MEMS), ink-jet printing, coating, pesticides sprays, just to cite a few. Many of these applications involve the contact of droplets to solid walls, whose dynamics introduces difficulties when modeling these flows.

Contact points (in 2D) or contact lines (in 3D) appear when the interface (liquid-gas or liquid-liquid) intersects a solid substrate [2]. When the velocity of the contact line relative to the solid substrate is non-zero, a moving (or dynamic) contact line is defined. The difficulty in modeling such flows is that the Navier-Stokes equations, together with no-slip boundary condition, leads to a non-integrable force singularity in the model [3]. For problems with moving interfaces modeled by an arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) formulation, the contact points velocities need to be computed, which depends on the contact angle of the interface to the solid wall (θ_S). This angle depends on the wetting properties of the substrate, and should be known beforehand. Many boundary conditions for the contact lines are proposed (see for instance [10]), including the popular Navier boundary condition, which introduces a slip lenght for the friction force. Recently, a generalized Navier boundary condition was proposed [8, 9], and implemented in [4] with an ALE-FEM formulation.

This work presents an ALE-FEM method for free-surface flows with computation of dynamic contact points. We present and validate a procedure to compute curvature and impose the correct contact angle in the system, using the Navier boundary condition for the solid-liquid interface, combined with a virtual surface approach. Comparisons are made with the GNBC, corroborating the methodology. We also present simulations of flows in capillaries, driven by surface tension, with application to MEMS devices.

FORMULATION

The model equations for the fluid motion are the Navier-Stokes equations (momentum and continuity), written as

$$\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{g} = 0, \qquad (1)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0, \qquad (2)$$

where σ is the Cauchy stress tensor

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\boldsymbol{I} + \frac{1}{Ga^{1/2}}(\nabla \boldsymbol{u} + \nabla \boldsymbol{u}^T), \qquad (3)$$

 $p = p(\boldsymbol{x}, t)$ is the pressure field, $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t)$ is the velocity field, and \boldsymbol{g} represents the gravity field. Equation (1) is in nondimensional form, with $Ga = \rho^2 D^3 g/\mu^2$ being the *Galileo* number, representing the ratio between inertial and viscous forces. Moreover, ρ is the density and μ is the viscosity of the fluid, which are considered constant. The parameter Dis taken to be a reference length (or diameter), and g is the gravitational constant. In the ALE formulation, the material derivative $D\boldsymbol{u}/Dt$ appearing in (1) is given by

$$\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt} = \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + ((\boldsymbol{u} - \hat{\boldsymbol{u}}) \cdot \nabla)\boldsymbol{u}, \tag{4}$$

where $\hat{\boldsymbol{u}} = \hat{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x},t)$ defines the mesh velocity.

These equations are defined in $\Omega \in \mathbb{R}^2$, bounded by $\partial \Omega =$ $\Gamma \cup S$, where Γ is the free boundary, i.e., the interface between liquid and gas, and S is the rigid wall. The contact points are defined as $\partial \Gamma = \Gamma \cap S$, also called triple points (in 2D) or triple line (in 3D). The boundary conditions for $\partial \Omega$ have to be specified. For the free surface Γ , the normal and tagential stresses are specified

$$(\boldsymbol{\sigma}n) \cdot n = \frac{1}{Eo} \gamma \kappa, \tag{5}$$

$$(\boldsymbol{\sigma}n) \cdot t = 0, \tag{6}$$

where n is the normal and t is the tangential vectors to the free surface, γ is the surface tension coefficient, and κ the local surface curvature. The non-dimensional number Eötvös (Eo) is defined as $Eo = \rho g D^2 / \gamma$, and is the ratio between inertia and surface tension forces. For the solid wall S, we apply the Navier boundary condition

$$(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_w) \cdot \hat{\boldsymbol{n}} = 0, \tag{7}$$

$$(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_w) \cdot \hat{\tau} + \beta \boldsymbol{\sigma} \hat{n} \cdot \hat{\tau} = 0, \qquad (8)$$

where u_w is the wall velocity (usually $u_w = 0$), β is the slip coefficient, \hat{n} and $\hat{\tau}$ are respectively the normal and tangential vectors to the solid wall. This will allow the contact points to move along the tangential component of the solid wall, which will be driven by the difference between the current interface angle (θ) and a specified contact angle (θ_S). This method is explained in details in the next sections.

In order to compare this approach with another similar boundary condition, we also implemented the GNBC, which is essentially the Navier boundary condition plus a additional force due to contact point, given by

$$(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_w) \cdot \hat{\boldsymbol{n}} = 0, \qquad (9)$$
$$(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_w) \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}} + \beta \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{n} \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}} +$$

$$+\delta_{\partial\Gamma}\beta\gamma(\cos\theta - \cos\theta_S)t_{\mathcal{S}}\cdot\hat{\tau} = 0, \qquad (10)$$

where $t_{\mathcal{S}}$ is the tangent vector to \mathcal{S} at the contact points, $\delta_{\partial \Gamma}$ is the Dirac delta distribution, which marks the contact line, such that $\int_{\Gamma} \varphi \delta_{\partial \Gamma} d\Gamma = \int_{\partial \Gamma} \varphi dl$ holds.

FINITE ELEMENT DISCRETIZATION

 (\boldsymbol{u})

Let $Q = L^2(\Omega)$ and $V = \{ \boldsymbol{w} \in H^1(\Omega)^2 : \boldsymbol{w} \cdot \hat{n} = 0 \text{ in } S \}$ where $L^2(\Omega)$ and $H^1(\Omega)$ are the usual Sobolev spaces. The weak form of the problem given by eqs. (1)-(2) reads: "Find $(\boldsymbol{u},p) \in V \times Q$ such that

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{w} \cdot \frac{D\boldsymbol{u}}{Dt} - \int_{\Omega} p \nabla \cdot \boldsymbol{w} + \frac{1}{Ga^{\frac{1}{2}}} \int_{\Omega} \nabla \boldsymbol{w} \colon (\nabla \boldsymbol{u} + \nabla \boldsymbol{u}^{T}) - \int_{\Omega} \boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{g} - \int_{\partial \Omega} \boldsymbol{w} \cdot (\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{n}) = 0, \quad (11)$$

and

$$\int_{\Omega} q(\nabla \cdot \boldsymbol{u}) = 0, \tag{12}$$

for all $(w, q) \in V \times Q$ ". In the above, we drop the differentials for simplicity. Notice that the last integral of eq. (11) can be written as

$$\int_{\partial\Omega} \boldsymbol{w} \cdot (\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{n}) = \int_{\Gamma} \boldsymbol{w} \cdot (\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{n}) + \int_{S} \boldsymbol{w} \cdot (\boldsymbol{\sigma}\hat{\boldsymbol{n}}) \quad (13)$$

$$= \int_{\Gamma} \frac{\gamma \kappa}{Eo} \boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{n} - \int_{\mathcal{S}} \frac{1}{\beta} \boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{u} \qquad (14)$$

since $\partial \Omega = \Gamma \cup S$ and using boundary conditions (5)-(8) with $\boldsymbol{u}_w = \boldsymbol{0}.$

The material derivative in eq. (11) is approximated by a semi-lagrangian technique:

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} \approx \frac{\boldsymbol{u}^{n+1}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{u}^n(\boldsymbol{X}(\boldsymbol{x}, t_{n+1}, t_n))}{\Delta t},$$
(15)

where $u^{n+1}(x)$ is the velocity of a fluid particle at position \boldsymbol{x} in time step t_{n+1} , and $\boldsymbol{u}^n(X(\boldsymbol{x}, t_{n+1}, t_n))$ is the velocity of the same fluid particle which occupied position $X(x, t_{n+1}, t_n)$ in time step t_n . This position can be computed as

$$X(\boldsymbol{x}, t_{n+1}, t_n) = \boldsymbol{x} - (\boldsymbol{u}^n(\boldsymbol{x}) - \hat{\boldsymbol{u}}^n(\boldsymbol{x}))\Delta t, \qquad (16)$$

which results in a approximation that is only first order in time.

To discretize the continuum variational formulation derived above, let $\Omega_h = T(\Omega)$ be the triangulation of the domain Ω , limited by a piecewise linear contour $\partial \Omega_h$. We employ the well known mini-element [1], which is a stable element of the Taylor-Hood family, satisfying the inf-sup Babuška-Brezzi condition. Consider the finite dimension subspaces $Q_h = \{q_h \in$ $Q \cap \mathcal{C}^{0}(\Omega), q_{h}|_{K} \in P_{1}(K), \forall K \in \Omega_{h} \}$ and $V_{h} = \{ \boldsymbol{w}_{h} \in V, \boldsymbol{w}_{h}|_{K} \in (P_{1}(K) \oplus \operatorname{span}(b_{K}))^{2}, \forall K \in \Omega_{h} \}$ where b_{K} is the cubic bubble function that vanishes on all three edges of K, the discrete variational formulation reads: "Find $(\boldsymbol{u}_h^{n+1}, p_h^{n+1}) \in$ $V_h \times Q_h$ such that

$$\int_{\Omega_{h}} \boldsymbol{w}_{h} \cdot \left(\frac{\boldsymbol{u}_{h}^{n+1} - \boldsymbol{u}_{X}_{h}^{n}}{\Delta t}\right) - \int_{\Omega_{h}} p_{h}^{n+1} \nabla \cdot \boldsymbol{w}_{h}$$

$$+ \frac{1}{Ga^{\frac{1}{2}}} \int_{\Omega_{h}} \nabla \boldsymbol{w}_{h} \colon \left[\nabla \boldsymbol{u}_{h}^{n+1} + \nabla (\boldsymbol{u}_{h}^{n+1})^{T}\right]$$

$$- \int_{\Omega_{h}} \boldsymbol{w}_{h} \cdot \boldsymbol{g}_{h} - \int_{\Gamma_{h}} \frac{\gamma \kappa_{h}}{Eo} \boldsymbol{w}_{h} \cdot \boldsymbol{n}_{h}$$

$$+ \int_{\mathcal{S}_{h}} \frac{1}{\beta} \boldsymbol{w}_{h} \cdot \boldsymbol{u}_{h}^{n+1} = 0 \quad (17)$$

and

$$\int_{\Omega_h} q_h \nabla \cdot \boldsymbol{u}_h^{n+1} = 0, \qquad (18)$$

for all $(\boldsymbol{w}_h, q_h) \in V_h \times Q_h$ ". In the equations above, n_h is the normal vector and κ_h is the curvature of the discrete surface Γ_h . The approximation is done by writing $\boldsymbol{u}_h^{n+1}, \, \boldsymbol{w}_h, \, p_h^{n+1}$ and q_h as combinations of basis functions for the spaces V_h and Q_h . After some tedious math, we finally obtain the following system

$$\mathbb{M}\left(\frac{\mathbf{u}^{n+1}-\mathbf{u}_X^n}{\Delta t}\right) - \mathbb{G}\mathbf{p}^{n+1} + \frac{1}{Ga^{\frac{1}{2}}}\mathbb{K}\mathbf{u}^{n+1}$$
$$-\mathbb{M}\mathbf{g} - \frac{\gamma}{Eo}\mathbf{f} + \frac{1}{\beta}\overline{\mathbb{M}}\mathbf{u}^{n+1} = 0 (19)$$
$$\mathbb{D}\mathbf{u}^{n+1} = 0 (20)$$

where u, p, f, and g are the nodal values for velocities, pressure, surface tension and gravity respectively. Moreover, \mathbb{M} is the mass matrix, \mathbb{G} , \mathbb{D} and \mathbb{K} are the discrete counterparts for gradient, divergence and laplacian operators. The matrix $\overline{\mathbb{M}}$ is the contribution of the slip velocity at the solid wall, which is nonzero only for the tangential velocity component of the nodes belonging to S_h .



Figure 1: Surface tension computation: (a) three contiguous free-surface nodes; (b) computation of the circuncircle center and curvature radius.

NAVIER-STOKES SOLVER

The approximate solution for velocity and pressure can be obtained from solving Eqs. (19)-(20) in a coupled fashion. Since the non-linear terms are linearized by a semi-lagrangian method, solving the coupled resulting linear system does not introduce any additional difficulty. Rewriting Eq. (19), we have

$$\left(\frac{1}{\Delta t}\mathbb{M} + \frac{1}{Ga^{\frac{1}{2}}}\mathbb{K} + \frac{1}{\beta}\overline{\mathbb{M}}\right)\mathbf{u}^{n+1} - \mathbb{G}\mathbf{p}^{n+1} = \underbrace{\mathbb{M}\mathbf{g} + \frac{1}{\Delta t}\mathbb{M}\mathbf{u}_X^n + \frac{\gamma}{Eo}\mathbf{f}}_{\mathbf{r}^n}, \quad (21)$$

so that system (19)-(20) can be written as

$$\begin{bmatrix} \mathbb{B} & \mathbb{G} \\ \mathbb{D} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^{n+1} \\ \mathbf{p}^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}^n \\ \mathbf{0} \end{bmatrix},$$
(22)

where $\mathbb{B} = \Delta t^{-1}\mathbb{M} + Ga^{-\frac{1}{2}}\mathbb{K} + \beta^{-1}\overline{\mathbb{M}}$, and the right hand side contains all contributions that are known at time step t_n .

Notice that the matrix of Eq. (22) is non-symmetric, and has to be computed by some non-symmetric solver. We use the LU direct solver, which is very efficient for small problems (of the order of tens of thousands unknowns). For bigger problems, a GMRES iteractive solver is employed, which can be preconditioned to improve convergence.

SURFACE TENSION COMPUTATION

Surface tension computation depends only on the approximation of curvature κ_h and normal vector n_h at the free surface Γ_h (see Eq. 17). There are many ways to compute local curvature at discrete level. Since the free surface Γ_h is piecewise linear, we can approximate curvature in two dimensions by simply computing the inverse of the radius of the unique circle containing three contiguous nodes of free surface.

Let $p_1 = (x_1, y_1)$, $p_2 = (x_2, y_2)$ and $p_3 = (x_3, y_3)$ be three contiguous nodes of Γ_h (see Fig. 1). To compute curvature and normal vector at node p_2 , we first compute the center p_c of the circumcircle passing through p_1 , p_2 and p_3 . Then curvature is given by $\kappa_h(p_2) = 1/R$, where $R = |p_2 - p_c|$, and the normal vector can be estimated as $n_h(p_2) = (p_2 - p_c)/R$. Notice that, when points tend to be collinear, we have $R \to \infty$, resulting $\kappa_h \to 0$, as expected.



Figure 2: Computing the modified curvature based on radius of the circle passing through (x_1, y_1) and (x_2, y_2) , with tangent in (x_2, y_2) having the inclination θ_S .

ENFORCEMENT OF CONTACT ANGLE

In order to account for the correct movement of the contact points, we still have to incorporate the driving force, which is dependent on the equilibrium contact angle θ_S between liquid and solid substrate. According to [2], the macroscopic force governing the dynamics of the contact points is given by F = $\gamma(\cos\theta - \cos\theta_S)$, where θ is te current dynamic contact angle, and θ_S is the given equilibrium contact angle. To achieve this, we perform the following: in the free-surface nodes that are not contact points, curvature is approximated as explained in last section, in order to compute the force f needed in Eq. (19). In the contact points however, we still compute f, but with a modified curvature $\tilde{\kappa}_h$, computed as the inverse of the radius of the unique circle passing through the contact point (p_2) and the adjacent free surface node (p_1) , such that its tangent at the contact point form an angle θ_S with the solid substrate (see Fig. 2). The current contact angle θ is then the angle between segment $p_1 p_2$ and the solid substrate.

The modified curvature at the contact points is then inserted in the discretized equations, which generates a force that is proportional do the difference between cosines of contact angles. This difference drives the contact points in order to align the segment p_1p_2 to the tangent of the computed circle, enforcing the contact angle θ_S .

One has also to note that as p_1p_2 tends to be aligned to the tangent to the circle, which makes $R \to \infty$ and therefore $\tilde{\kappa}_h \to 0$. This ensures that as the segment achieves the correct contact angle, the system tends to reach equilibrium.

DYNAMIC MESH CONTROL

Surface points are moved to the new positions based on the computed velocity field at time step t_{n+1} . Interior points are moved arbitrarily to new positions in order to smooth the vertices distribution, improving quality of the finite element mesh.

As the mesh contour is deformed, even with mesh smoothing, appearing of bad quality elements is still certain. A mesh adaptation procedure is then employed, refining and coarsening the mesh as vertices become too far away or too close to each other, respectively. Edge flipping is also employed, which can improve quality of elements by better connecting neighbor mesh points. These procedures are described in details in [11].

Table 1: Convergence test for the oscillating droplet, showing computed period (T_2^*) , error $(E = ||T_n^* - T_n||/||T_n||)$ and approximated order of convergence.

Mesh	N_{ele}	h	T_2^*	E	p
1	160	0.2503	2.616	0.0198	-
2	320	0.1770	2.597	0.0124	1.3503
3	640	0.1252	2.581	0.0062	2.0000
4	1280	0.0885	2.573	0.0031	2.0000
5	2560	0.0626	2.569	0.0015	2.0946

RESULTS

First we present validations for the curvature and contact angle computation. Additionally, a numerical results of flow in a capillary tube is also shown in order to illustrate the robustness and applicability of the method proposed here.

Validation of surface tension computation

To validate the correct calculation of surface tension and the transfer between surface energy and kinetic energy, we computed the oscillation of a perturbed droplet in absence of gravity. Since droplet is perturbed, it tends to oscillate until its surface energy is completely dumped by the viscosity, finally reaching its equilibrium as a circular droplet, a geometry of minimum energy. The oscillation frequency ω , for small displacements, is given analytically by [5]

$$\omega_n^2 = \frac{(n^3 - n)\gamma}{\rho R^3},\tag{23}$$

where R is the equilibrium drop radius, γ is the surface tension coefficient, ρ is the fluid density, and n is the oscillation mode (we consider n = 2 for simplicity). The amplitude exponential viscosity dumping is given as

$$A_n(t) = A_0 e^{-t/\tau_n}, \quad \tau_n = \frac{R^2 \rho}{2n(n-1)\nu}, \tag{24}$$

where A_0 is the initial amplitude. The droplet profile is computed, in polar coordinates, as $r(r, \psi) = R + A_0 \cos(n\psi)$.

We performed tests with R = 1.0, $\rho = 1.0$, $\nu = 0.01$, $A_0 = 0.02$, all dimensionless numbers. This computation was performed with $\Delta t = 10^{-3}$. Table 1 shows comparisons between computed and analytical period ($T_n = 2\pi/\omega$). Figure 3 displays the drop diameter in time, and the exponential decay due to viscosity, compared to the expect curve. Results confirm the second order convergence in approximating surface curvature, and correct imposition of the free-surface boundary conditions.

Validation of contact angle

We validate the correct imposition of the contact angle by computing sessile drops in contact with solid wall. We first consider the zero-gravity case, in which analytical profile is the arc of circumference with radius R having the correct angle θ_S at the solid wall, centered at $\boldsymbol{x}_c = (x_c, y_c)$ given by

$$x_c = 0.0, \quad y_c = -\frac{h\cos(\theta_S)}{1 - \cos(\theta_S)}, \quad R = \frac{h}{1 - \cos(\theta_S)},$$
 (25)



Figure 3: Evolution of the droplet diameter in time, showing the exponential decay due viscosity.



Figure 4: Sessile drop profiles for the zero-gravity case, computed for the contact angles $\theta_S = 45^{\circ}$, 90° , 135° . Axis are dimensionless.

where h is the maximum height of the surface meniscus from the wall. We set R = 1.0, Ga = 1.0, Eo = 1.0, and solve the problem with $\Delta t = 10^{-3}$ to steady state. We performed simulations for three contact angles $\theta_S = 45^\circ$, 90° , 135° , with meshes from 160 to 2560 elements, comparing the results with analytical profile. Table 2 reports errors computed as

$$E(x^*, y^*) = (x^* - x_c)^2 + (y^* - y_c)^2 - R^2,$$
(26)

where (x^*, y^*) are points in the computed drop profile. The approximate order of convergence is also reported in this table, showing convergence (though not of order 2) under mesh refinement.

The drop profiles can be shown in Fig. 4, compared to the analytical profiles for different contact angles. The good qualitative and quantitative agreement validates the correct imposition of contact angles.

When gravity effects have to be taken into account, the analytical solution for the equilibrium of the sessile drop is given by the solution of the following ordinary differential equations

Table 2: Errors and approximated order of convergence for the zero-gravity sessile drop. Erros are given by $E_{max} = \parallel E \parallel_{\infty}$.

Mesh	N_{ele}	45^{o}		90°		1359	0
		E_{max}	p	E_{max}	p	E_{max}	p
1	160	1.4426E-2	-	4.6573E-2	-	3.9124E-2	-
2	320	1.0584E-2	0.8936	3.0494E-2	1.2219	2.5556E-2	1.2287
3	640	6.5319E-3	1.3927	2.3536E-2	0.7473	1.9941E-2	0.7158
4	1280	4.5910E-3	1.0174	1.7665E-2	0.8279	9.4805E-3	2.1454
5	2560	3.2589E-3	0.9888	9.0562E-3	1.9278	6.1316E-3	1.2573

$$\frac{dx}{ds} = \cos(\theta), \quad \frac{dy}{ds} = \sin(\theta), \quad \frac{d\theta}{ds} = \frac{p_0 + \rho g y}{\gamma}, \quad (27)$$

where $\theta = \theta(s)$ is given as a function of the arc length s, being the angle of the tangent to the meniscus in s [6, 7]. Moreover, p_0 is a starting pressure value and g the gravity acceleration. We computed a reference drop profile by numerically integrating (27) with a forth order Runge-Kutta scheme, using a small integration step ($\delta s = 10^{-4}$). Parameters for this problem with gravity are the same as before. We performed tests with $\theta_S = 45^\circ$, 90°, 135° with finite element meshes with approximately 1280 elements. The initial profile was a semicircle with area π , which evolves until steady state is reached. Computed profiles are compared to the profiles obtained by Eq. (27), with good agreement, as can be seen in Fig. 5.

These cases where also computed with the GNBC condition given by Eq. (9)-(10). The variational formulation of such equations results in an additional term of the form

$$\int_{\partial \Gamma_h} \gamma(\cos\theta - \cos\theta_S) \boldsymbol{w}_h \cdot \boldsymbol{t}_h \tag{28}$$

where $\partial \Gamma_h$ denotes the contact points. In 2D, this integral resumes on the simple evaluation of the integrand at the contact points. Figure 6 displays the comparison of drop profiles computed by GNBC approach compared to reference solution, with good agreement. Finally, Fig. 7 shows the dynamics of



Figure 5: Sessile drop profiles computed for the contact angles $\theta_S = 45^o$, 90^o , 135^o , with $\boldsymbol{g} = (0, -1)$ using proposed method. Axis are dimensionless.

the contact point, evolving from the initial condition to steady state, for $\theta_S = 45^{\circ}$.

Draining drop by capillary action

Geometry of this test is defined by a liquid drop at wall, covering a capillary tube with some liquid inside. If the contact angle is sufficiently small inside this capillary, the fluid will start to flow, draining fluid from inside the drop. On the other hand, drop itself presents is own dynamics as it is being drained, since it has to keep the equilibrium contact angle. This situation is depicted in Fig. 8.

This numerical simulation was performed by setting the capillary tube contact angle as $\theta_1 = 45^{\circ}$, and drop contact angle as $\theta_2 = 90^{\circ}$. The non-dimensional quantities are Ga = 1.0 and Eo = 1.0, and the simulation was performed with $\Delta t = 10^{-3}$. Gravity was set to zero, since we are interested in simulating only the draining by capillary action.

Results can be shown in Fig. 9, also depicting the nondimensional horizontal velocity field and the dynamics of the contact lines in time. Interesting to note how the shrinking drop try to keep its equilibrium contact angle, while fluid is being drained from the capillary tube. This case illustrate the robustness of the proposed methodology, allowing for the study of more complex cases. It is worth to report that mass variation in this simulation was 0.0646% from start to end.



Figure 6: Sessile drop profiles computed for the contact angles $\theta_S = 45^{\circ}$, 90° , 135° , with $\boldsymbol{g} = (0, -1)$ using GNBC condition. Axis are dimensionless.



Figure 7: Dynamics of the contact line for the sessile drop. Color scale depicts the horizontal non-dimensional velocity field.



Figure 8: Geometry for the drop draining case, showing the initial fluid configuration.



Figure 9: Evolution in time of the draining drop case, with capillary contact angle $\theta_1 = 45^{\circ}$, and $\theta_2 = 90^{\circ}$ for the drop.

CONCLUSION

This work present a numerical method for enforcing contact angles in incompressible liquid-gas flows, which is capable of taking into account the dynamics of the moving contact lines with solid substrates. The method is based on an ALE-FEM approach in a moving grid framework. The contact angle is geometrically inserted in the Navier boundary condition, resulting in a robust end accurate method. Results demonstrated the validity of the proposed methodology by comparing with analytical solutions, as well as its robustness, by applying the method for a more complex geometry.

ACKNOWLEDGEMENTS

We thank the support from FAPESP, CNPq and INCT-MACC, Ministério de Ciência e Tecnologia, Brasil.

NOMENCLATURE

Symbol	Quantity	Unit
Eo	Eötvös number	_
Ga	Galileo number	_
g	Gravity acceleration	m/s^2
p	Pressure	_
t	Time	_
\boldsymbol{u}	Velocity vector	_
$\hat{m{u}}$	Mesh velocity vector	_
ρ	Density	kg/m^3
μ	Dynamical viscosity	$Pa \ s$
ν	Kinematic viscosity	m^2/s
σ	Stress tensor	_
γ	Surface tension coefficient	N/m
κ	Curvature	_
β	Slip coefficient	_

REFERENCES

- [1] D. Arnold, F. Brezzi, and M. Fortin. A stable finite element for the Stokes equations. *Calcolo*, 21:337–344, 1984.
- [2] P. G. de Gennes. Wetting: statics and dynamics. *Reviews of Modern Physics*, 57(3):827–863, July 1985.
- [3] S. Ganesan and L. Tobiska. Modelling and simulation of moving contact line problems with wetting effects. *Comput. Visual Sci.*, 12:329–336, 2009.
- [4] J.-F. Gerbeau and T. Lelievre. Generalized navier boundary condition and geometric conservation law for surface tension. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 198(5-8):644–656, 2009.
- [5] H. Lamb. *Hydrodynamics*. Dover Publications, New York, 6 edition, 1945.
- [6] N. Mangiavacchi, A. Castelo, M. F. Tomé, J. A. Cuminato, M. L. B. de Oliveira, and S. Mckee. An effective implementation of surface tension using the marker and cell method for axisymmetric and planar flows. *SIAM Journal on scientific computing*, 26:1340–1368, 2005.
- [7] S. O'Brien. On the shape of small sessile and pendant drops by singular perturbation techniques. J. Fluid Mech., 233:519–537, 1991.
- [8] T. Qian, X.-P. Wang, and P. Sheng. Molecular scale contact line hydrodynamics of immiscible flows. *Phys. Rev. E*, 68, 2003.
- [9] T. Qian, X.-P. Wang, and P. Sheng. Molecular hydrodynamics of the moving contact line in two-phase immiscible flows. *Commun. Comput. Phys.*, 1:1–52, 2006.
- [10] W. Ren and W. E. Boundary conditions for the moving contact line problem. *Phys. Fluids*, 19(2):022101, 2007.
- [11] A. A. N. Silva and F. S. Sousa. Simulação numérica de escoamentos bidimensionais com superfícies livres e ângulo de contato. In *Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia (CILAMCE)*, pages 1–14, Armação dos Búzios, Novembro 2009.

MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS BIFÁSICOS COM PRESENÇA DE SURFACTANTE INSOLÚVEL

Flávia Cavalcanti Miranda*, Millena Martins Villar*, Aristeu da Silveira Neto*, Alexandre Megiorin Roma°

*Universidade Federal de Uberlândia, Av. João Naves de Ávila, 2121, Uberlândia - MG, Email: fcavalcantim@gmail.com, millena.villar@gmail.com, aristeus@mecanica.ufu.br
° Universidade de São Paulo, Rua do Matão, 1010 - Cidade Universitária - São Paulo - SP, Email: alexandre.roma@gmail.com

RESUMO

Quando se trata de escoamentos bifásicos, torna-se inevitável falar de surfactantes. Surfactantes são agentes ativos que podem estar presentes em sistemas, tanto na forma de impurezas quanto na forma de substâncias químicas adicionadas à mistura para controlar efeitos físicos interfaciais. A presença destes agentes ativos podem afetar criticamente a dinâmica de sistemas de escoamentos multifásicos. Surfactantes aderidos na superfície resultam em uma diminuição, não uniforme de tensão superficial junto a interface. Isso torna a força capilar não linear e introduz a força de Marongoni. Quando se trata de escoamentos bifásicos com interfaces móveis e deformáveis, a presença de surfactantes pode alterar a dinâmica e a deformação dessas interfaces. Utilizando o método front-tracking e malhas adaptativas refinadas localmente, o presente trabalho tem como objetivo estudar o efeito de adição de surfactantes insolúveis em escoamentos com a presença de bolhas. Para tal, a concentração de surfactante e a interface são implementadas através de uma malha lagrangiana. Dois casos são simulados para se fazer a validação do esquema numérico empregado e seus resultados são comparados com soluções analíticas e com outros autores. Um terceiro caso estudado analisa o coeficiente de arrasto de uma bolha em ascensão em um ambiente contaminado e livre de contaminantes.

INTRODUÇÃO

Os chamados escoamentos multifásicos são aqueles que apresentam mais de uma fase ou componente escoando simultaneamente. Este tipo de escoamento pode ser encontrado em vários processos industriais como também na natureza.

Quando se trata de escoamentos bifásicos, torna-se inevitável falar de surfactantes. Surfactantes são agentes ativos que podem estar presentes em sistemas, tanto na forma de impurezas quanto na forma de substâncias químicas adicionadas à mistura para controlar efeitos físicos interfaciais. Surfactantes podem também ser criados na interface como resultado de uma reação química entre o fluido disperso e os solutos do fluido contínuo. As moléculas de surfactantes consistem de uma cabeça hidrofílica e uma cauda hidrofóbica. Como exemplos de surfactantes podemos citar: sabões, detergentes ou mesmo surfactantes naturais como a proteína caseína presente no leite ou a proteína lecitina presente na gema do ovo.

Eles são amplamente usados em numerosas aplicações de engenharia. Pode-se citar por exemplo, aqueles usados para fazer emulsões, para manipular bolhas e gotas em microcanais, para estabilizar gotas suspensas em um meio imiscível, usados no processo de purificação de água, etc. As funções principais dos surfactantes são diminuir a tensão superficial e prevenir a coalescência.

A presença destes agentes ativos podem afetar criticamente a dinâmica de sistemas de escoamentos multifásicos [1]. Os surfactantes são coletados pela interface formando uma zona entre o fluido contínuo e o fluido disperso. Surfactantes aderidos na superfície resultam em uma diminuição, não uniforme de tensão superfícial junto a interface. Isso torna a força capilar não linear e introduz a força de Marongoni. Quando se trata de escoamentos bifásicos com interfaces móveis e deformáveis, a presença de surfactantes pode alterar a dinâmica e a deformação dessas interfaces.

Quando as bolhas se movimentam em uma solução de surfactante, esses agentes acumulam-se na interface. Há dois modelos de camada de surfactante absorvida pela interface: insolúvel e solúvel. Se o fluxo de surfactante no fluido ambiente é extremamente lento comparado com a convecção na superfície, o surfactante se comporta como uma camada insolúvel. Ao contrário, se há fluxo e troca de surfactante entre o ambiente e a camada de surfactante da interface, então o surfactante é dito solúvel

Lai *et al.* [2], utilizando o método front-tracking, realizaram um estudo numérico de escoamentos interfaciais contaminados com surfactantes insolúveis. Os autores propuseram uma equação para a concentração de surfactante (Γ), onde essa grandeza e a interface são tratadas de forma lagrangiana. Baseado na formulação de Lai *et al.* [2], o presente trabalho tem como objetivo estudar o efeito de adição de surfactantes insolúveis em escoamentos com a presença de bolhas. Esta mesma técnica de Lai *et al.* [2] é agora aplicada utilizando-se malhas adaptativas refinadas localmente. As implementações foram feitas no código AMR2D desenvolvido por Villar [3].

O código AMR2D foi desenvolvido para estudos de escoamentos bifásicos bidimensionais através de malha adaptativa refinada localmente acoplado com a metodologia Front-Tracking. Nesta metodologia é possível utilizar-se de malhas cartesianas para discretizar qualquer tipo de geometria complexa, isso é vantajoso quando se trata de interfaces móveis e deformáveis. E o refinamento adaptativo local é de fundamental importância devido aos altos custos computacionais quando se emprega malha uniforme e regular, sendo que a região de interesse é muito pequena quando comparada com todo o domínio de cálculo. Outro fator importante é que o refinamento localizado permite captar fenômenos físicos locais ou de definir com maior precisão regiões com elevada curvaturas ou ângulos agudos, [3].

MODELAGEM MATEMÁTICA

Considere um escoamento incompressível em um domínio retangular Ω contendo uma fase contínua e uma fase dispersa. As equações da continuidade e quantidade de movimento para este caso são

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \mathbf{0},\tag{1}$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \left[\mu \left(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T \right) \right] + \mathbf{f}, \qquad (2)$$

onde o termo fonte f
 corresponde a força atuando no fluido devido a força interfacial
 ${\bf F},$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x},t) = \int \mathbf{F}(\mathbf{X},t) \delta(\mathbf{x}-\mathbf{X}) d\mathbf{x} \,. \tag{3}$$

A presente formulação emprega variáveis euleriana **x** e lagrangiana **X**, que são relacionadas pela função delta de Dirac δ . A interface Σ é representada na forma paramétrica por $X(s,t) = (X(s,t),Y(s,t)), 0 \le s \le L_b$, onde s é o parametro lagrangiano e L_b o comprimento da interface para a configuração inicial.

A evolução da interface é calculada utilizando uma velocidade auxiliar u_a , tal que os pontos lagrangeanos fiquem de forma equidistribuídos,

$$\frac{\partial \mathbf{X}(s,t)}{\partial s} = \int_{\Omega} \mathbf{u}(\mathbf{x},t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}(s,t)) d\mathbf{x} + u_a(\mathbf{X},t) \mathbf{\tau} , \quad (4)$$

e a velocidade auxiliar u_a é obtida como

$$u_{a}(\mathbf{X},t) = u_{t}(\mathbf{X},t) + \int_{0}^{s} \left[\sigma_{s}\kappa u_{n} - \left\langle\sigma_{s}\kappa u_{n}\right\rangle\right] ds'. \quad (5)$$

onde $u_t = \mathbf{u} \cdot \mathbf{\tau}$, $u_n = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$, $\sigma_s = \sqrt{X^2(s,t) + Y^2(s,t)}$ é o comprimento métrico do arco, $\kappa = \left|\frac{\partial \mathbf{\tau}}{\partial s}\right| / \left|\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s}\right|$ é a $\partial \mathbf{\tau} / \left|\partial \mathbf{\tau}\right|$

curvatura da interface, $\mathbf{n} = \frac{\partial \mathbf{\tau}}{\partial s} / \left| \frac{\partial \mathbf{\tau}}{\partial s} \right|$ é o vetor normal a

interface, $\tau = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} / \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right|$ é a tangente unitária e $\langle \rangle$ é o

operador média espacial.

A força lagrangeana na interface é dada por

$$\mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial s} \big(\boldsymbol{\sigma} \, \boldsymbol{\tau} \big), \tag{6}$$

onde σ é a tensão superficial.

A equação de estado de Langmuir relaciona a tensão superficial e a concentração de surfactante. Esta equação em sua forma linear é dada por

$$\sigma = \sigma_c (1 - \beta \Gamma), \tag{7}$$

onde Γ é a concentração de surfactante, ou seja, massa por unidade de comprimento, σ_c é a tensão superficial da interface limpa e β é um parâmetro adimensional que satisfaz $0 \le \beta < 1$. Esta váriavel mede a sensitividade da tensão superficial variar com a concentração de surfactante.

Segundo Lai *et al.* [2], a equação de concentração de surfactante é dada por

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial t} \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right| + \frac{\partial}{\partial t} \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right| \Gamma = \frac{1}{Pe_s} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial\Gamma}{\partial s} \middle/ \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right| \right), (8)$$

onde Pes corresponde ao número de Peclet superficial.

Na abordagem feita pelos autores [2], a equidistribuição dos pontos lagrangeanos é feita de maneira local. E, seguindo Ceniceros [4], para que a equidistribuição dos pontos lagragianos seja feita segundo Eq. (5), é necessário acrescentar à equação de concentração de surfactante um termo relativo à velocidade auxiliar (u_a) . A Eq. (8) é reescrita como

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right| + \frac{\partial}{\partial t} \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right| \Gamma = \frac{\partial}{\partial s} (\Gamma u_a) + \frac{1}{Pe_s} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial s} \middle/ \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right| \right).$$
⁽⁹⁾

METODOLOGIA NUMÉRICA

As equações governantes são discretizadas seguindo a aproximação de segunda ordem, tanto no tempo como no espaço. O esquema de discretização espacial é o diferenças finitas centradas. Para as equações de Navier-Stokes, o esquema de discretização temporal utilizado é o semiimplícito Imex,

$$\frac{\rho^{n}}{\Delta t} \left(\alpha_{2} \mathbf{u}^{n+1} + \alpha_{1} \mathbf{u}^{n} + \alpha_{0} \mathbf{u}^{n-1} \right) = \lambda \nabla^{2} \mathbf{u}^{n+1} - \nabla p^{n}$$

$$+ \rho^{n} \mathbf{g} + \beta_{1} g_{1} \left(\mathbf{u}^{n}, \rho^{n}, \mu^{n} \right) + \beta_{0} g_{0} \left(\mathbf{u}^{n-1}, \rho^{n-1}, \mu^{n-1} \right)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{0} , \qquad (11)$$

onde

$$g = -\lambda \nabla^2 \mathbf{u} + \nabla \cdot \left[\mu \left(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T \right) \right] - \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \mathbf{f} , \qquad (12)$$

$$\lambda = C_{\lambda} \|\mu\|_{\infty} \,. \tag{13}$$

Para o esquema SBDF [5], as constantes usadas são $\alpha_2 = 3/2$, $\alpha_1 = -2$, $\alpha_0 = 1/2$, $\beta_1 = 2$, $\beta_0 = -1$.

As propriedades do fluido $\rho \in \mu$ são calculadas através de uma função indicadora ψ . Esta função é responsável por indicar qual fase ocupa determinado ponto do domínio. Assim, através das Eq. (14) e (15) é possível calcular os valores das propriedades em qualquer ponto do domínio,

$$\rho^{n} = \rho_{c} + \left(\rho_{d} - \rho_{c}\right)\psi\left(X(s,t)\right)^{n},\tag{14}$$

$$\mu^n = \mu_c + \left(\mu_d - \mu_c\right) \psi \left(X(s,t)\right)^n,\tag{15}$$

onde ρ_c e μ_c correspondem a densidade e viscosidade da fase contínua e ρ_d e μ_d da fase dispersa.

Para a discretização da interface, os pontos discretizados são dispostos de maneira que $s_k = k\Delta s$, k = 1,...,M e os pontos lagrangeanos \mathbf{X}_k tal que $\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_k(s_k) = (X_k, Y_k)$. A concentração de surfactante Γ_k é definida para os pontos $s_{k+1/2} = k + 1/2 \Delta s$.

A equação de concentração de surfactante, Eq. (9), é discretizada pelo esquema Crank-Nicholson modificado,

$$\frac{\Gamma^{n+1} - \Gamma^{n}}{2\Delta t} \left(\left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right|^{n+1} + \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right|^{n} \right) + \left(\left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right|^{n+1} - \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right|^{n} \right) \frac{\Gamma^{n+1} + \Gamma^{n}}{2\Delta t} =$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial (\Gamma u_{a})^{n+1}}{\partial s} + \frac{1}{Pe_{s}} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial s} / \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right| \right)^{n+1} \right) + \frac{\partial (\Gamma u_{a})^{n}}{\partial s} + \frac{1}{Pe_{s}} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial s} / \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right| \right)^{n} \right).$$
(16)

A conservação da massa total de surfactante é verificada em relação ao instante inicial,

$$\Delta m = \sum_{k} \Gamma^{n} \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right|^{n} \Delta s - \sum_{k} \Gamma^{0} \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right|^{0} \Delta s .$$
(17)

Os passos da resolução numérica são:

- (1) Parte-se de uma concentração de surfactante inicial Γ^0 e calcula-se a tensão superficial e a tangente unitária para cada nó da interface.
- (2) Calcula-se a força na interface através da Eq. (6).
- (3) Resolve-se as equações de Navier-Stokes.
- (4) Encontra-se as novas posições para os pontos lagrangeanos do tempo n+1.
- (5) Resolve-se a equação de concentração de surfactante e encontra-se a distribuição de Γ para o tempo n+1. Como os novos pontos lagrangeanos \mathbf{X}^{n+1} já foram calculados em passos anteriores, a Eq. 16 resulta em um sistema linear tridimensional simétrico. Este sistema linear foi resolvido pelo algoritmo de Thomas (DTMA) modificado.

RESULTADOS

Para a análise da concentração de surfactante são estudados aqui três casos. No primeiro caso, tem-se somente a difusão da concentração de surfactante ao longo da superfície da bolha e os resultados são comparados com a solução analítica. O segundo caso trata-se da análise de uma bolha contaminada imersa em um escoamento cisalhante, onde os resultados são comparados com outros autores. E, um terceiro caso, onde analisa-se o coeficiente de arrasto de uma bolha em ascensão em um ambiente contaminado e livre de contaminantes.

Caso 1

Considere uma bolha de raio 0,25 m localizado no centro do domínio [1,25 x 1,25], em um fluido estático com uma concentração de surfactante inicial não uniforme dada por

$$\Gamma = 0,5(1 - \cos\theta). \tag{18}$$

Para este caso, somente a equação de concentração de surfactante é resolvida, ou seja, os pontos lagrangianos são mantidos constantes e iguais a configuração inicial. Assim,

admite-se o termo
$$\frac{\partial}{\partial t} \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial s} \right| \Gamma = \frac{\partial}{\partial s} (\Gamma u_a) = 0.$$
 As

propriedades do fluido, densidade e viscosidade empregadas são: $\rho_c = \rho_d = 1 \text{ kg/m}^3$ e $\mu_c = \mu_d = 1 \text{ Pa s.}$

A solução analítica para este problema é dada por

$$\Gamma = 0.5 \left(1 - e^{-\frac{t}{Pe_s r^2}} \cos \theta \right).$$
⁽¹⁹⁾

Na Figura 1, tem-se o comportamento da concentração de surfactante ao longo da superfície da bolha calculado de forma analítica e numérica.



Figura 1: Solução numérica e analítica para o caso 1.

O erro absoluto máximo é calculado para uma seqüência de malhas lagrangianas refinadas à uma razão de 2, os resultados para estão mostrados na Tab 1.

Tabela 1: Norma dos erros para caso 1.

Número de pontos	$\ erro\ _{\infty}$	razão
120	$1,662 \cdot 10^{-6}$	
240	$5,158 \cdot 10^{-7}$	3,99
480	$1,039 \cdot 10^{-7}$	4,00
960	$2,599 \cdot 10^{-8}$	4,00

Caso 2

Seguindo o problema descrito por Lai *et al.* [2], considere o domínio de cálculo de [0;10] x [0;4], com uma bolha imersa em um escoamento cisalhante com condições de contorno $u_b = 0,5(y-2)$, para $0 \le y \le 4$. Para examinar o efeito do surfactante são realizados 4 testes: com a bolha livre de surfactante ($\beta = 0$) e contaminada com $\beta = 0,25$, $\beta = 0.5$ e $\beta = 0.75$.

As propriedades do fluido e tensão superficial empregados são $\rho_c = \rho_d = 20$ kg/m³ e $\mu_c = \mu_d = 1$ Pa s e $\sigma_c = 1$ N/m. No instante inicial a concentração de surfactante é uniforme e igual a 1, $\Gamma^0 = 1$. E a malha utilizada é 80 x 32 com 5 níveis de refinamento.

Na Figura 2 tem-se a evolução dos pontos lagrangianos para os quatro coeficientes estudados. Assim, como observado por Lai *et al.* [2], a deformação é maior para a bolha contaminada. E para os testes com bolha contaminada, a deformação maior se deu para o caso com maior β , conforme apresentado por [2].



Figura 2: Evolução temporal para caso 2.

A evolução da concentração de surfactante para os casos estudados estão apresentados na Fig. 3. Observa-se que o surfactante se concentra nas regiões de alta curvatura da bolha. E a tensão superficial, como pode ser observado através da Fig. 4, se comporta de maneira inversa. Os resultados encontrados são semelhantes aos resultados apresentados por Lai *et al.* [2].



Figura 3: Concentração de surfactante para caso 2.





Figura 4: Distribuição tensão superficial para caso 2.

Caso 3

Este teste foi realizado partindo de um fluido em repouso onde o movimento da bolha é causado somente pela diferença de densidade entre as fases. Utilizando um domínio [0; 0,024] x [0; 0,008], localiza-se uma bolha de raio 0,0004 no bordo sul do domínio. A malha base utilizada é de 32 x 96 com 5 níveis de refinamento. Os parâmetros utilizados foram: $\rho_c = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_c = 50 \text{ kg/m}^3$, $\mu_c = 0,0008$ Pa s, $\mu_c = 1,44 \cdot 10^{-5}$ Pa s e $\sigma_c = 0,073 \text{ N/m}$ e $\beta = 0$ para os testes com bolha limpa, $\beta = 0,1$ e $Pe_s = 10^5$ para os testes com bolha contaminada.

O coeficiente de arrasto (Cd) é calculado depois que o escoamento alcança o regime permanente, onde também é obtida a velocidade final (V_b) e o número de Reynolds (Re). Para o caso com bolha contaminada, parti-se de uma concentração inicial uniforme sobre a interface, igual a 0,015. Como pode ser observados na Tab. 2, os resultados mostram que, assim como resultados da literatura, a presença de surfactante atua diminuindo a velocidade final e conseqüentemente aumentando o coeficiente de arrasto e diminuindo o número de Reynolds.

Tabela 2: Dados calculados após atingir regime permanente para caso 3

	puit	i cuso 5.
	Bolha limpa	Bolha contaminada
V _b	0,1885	0,1768
Re	189	179
Cd	0,2209	0,2313

Observa-se que o surfactante que inicialmente encontravase uniformemente distribuído, se acumula na parte inferior da bolha, isso pode ser observado com clareza quando se analisa a distribuição de surfactante ao longo da superfície da bolha para vários instantes de tempo, Fig. (5-a). A tensão superfícial se comporta de maneira inversa, ou seja, os pontos de maior tensão superficial encontram-se na parte superior da bolha, como pode ser observado através da Fig. (5-b).



Figura 5: Concentração de surfactante (a) e tensão superficial (b) para caso 3.

CONCLUSÕES

Com o objetivo de modelar a presença de surfactantes insolúveis em escoamentos bifásicos fazendo ouso de malhas adaptativas refinadas localmente, no presente trabalho analisou-se três casos diferentes. Os dois primeiros com a finalidade de validação e verificação das implementações feitas e um terceiro caso, buscando comparar o coeficiente de arrasto de uma bolha limpa e contaminada.

Os resultados mostram que as implementações foram validadas de maneira satisfatória, apresentando semelhança com os resultados encontrados na literatura. O próximo passo é expandir a implementação para surfactantes solúveis.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio financeiro no desenvolvimento do trabalho.

NOMENCLATURA

Símbolo	Quantidade	Unidade SI
n	Vetor normal unitário	admensional
g	Vetor gravitacional	m/s^2
Čd	Coeficiente de arrasto	admensional
р	pressão	N/m^2
Pe_s	Número de Peclet	admensional
Re	Número de Reynolds	admensional

u	Vetor velocidade	m/s
t	tempo	S
V _b	Velocidade da bolha em regime permanente	m/s
Х	Vetor posição euleriano	m
Х	Vetor posição lagrangiano	m
α _i	Constantes do método Gear	admensional
β	Coeficiente de sensitividade	admensional
$ ho_c$	densidade da fase contínua	kg/m ³
$ ho_{d}$	densidade da fase dispersa	kg/m ³
μ_c	Viscosidade da fase contínua	Pa s
μ_d	Viscosidade da fase dispersa	Pa s
θ	Ângulo	rad
Γ	Concentração de surfactante	kg/m
σ	Tensão superficial	N/m
τ	Vetor tangente unitário	admensional

REFERÊNCIAS

- [1] M. MURADOGLU, G. TRYGGVASON, A Front-Tracking Method Computation of Interfacial Flows With Soluble Surfactants, *Journal of Computational Physics*, vol. 227, pp. 2238-2262, 2008.
- [2] M.C. LAI, Y.H. TSENG, H. HUANG, An Immersed Boundary Method for Interfacial Flows with Insoluble Surfactant, *Journal of Computational Physics*, vol. 227, pp. 7279-7293, 2008.
- [3] M. M. Villar, Análise Numérica Fina de Escoamentos Multifásicos Bidimensionais, Tese (Doutorado), Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil, 2007.
- [4] H. D. CENICEROS, The effects of Surfactants on the Formation and Evolution of Capillary Waves, *Physics of Fluids*, vol. 15, pp. 245-256, 2002.
- [5] C. W. GEAR, The Automatic Integration of Ordinary Diferential Equation, Comunication of the ACM, vol 14, no 3, pp. 176-179, 1971.

MATEMATICAL MODELING AND SIMULATION OF TWO-PHASE FLOW WITH INSOLUBLE SURFACTANT

Flávia Cavalcanti Miranda*, Millena Martins Villar*, Aristeu da Silveira Neto*, Alexandre Megiorin Roma°

 *Universidade Federal de Uberlândia, Av. João Naves de Ávila, 2121, Uberlândia - MG, Email: fcavalcantim@gmail.com, millena.villar@gmail.com, aristeus@mecanica.ufu.br
 ° Universidade de São Paulo, Rua do Matão, 1010 - Cidade Universitária - São Paulo - SP, Email:

alexandre.roma@gmail.com

ABSTRACT

When dealing with two-phase flow, it is inevitable talk of surfactants. Surfactants are active agents that may be present in systems, both in the form of impurities and in the form of chemicals added to the mixture to control interfacial physical effects. The presence of these active agents may affect critically the dynamics of multiphase flow systems. Surfactants adhered on the surface results in a decrease, non-uniform, in the surface tension along the interface. This makes the capillary force not linear and introduces the Marongoni force. When dealing with two-phase flow with mobile and deformable interfaces, the presence of surfactants can change the dynamics and deformation of these interfaces. Using the front-tracking method and adaptive mesh refined locally, this paper aims to study the effect of insoluble surfactants in flows with the presence of bubbles. To this end, the concentration of surfactant and the interface are handled in a lagrangian way. Two cases are simulated to make the verification of the numerical schemes and the results compared with analytical solutions and with other authors. A third case was studied where it was analyzed the coefficient of drag of a bubble rising in a contaminated and free of contaminants environment.

Numerical simulation of oil trapping in heterogeneous porous media

Alexandre Ern ^{*}, Igor Mozolevski [†], Luciane Schuch [‡]

April 12, 2010

Abstract

When secondary oil recovery technology is used in petroleum engineering, swift changes of permeability properties and capillary forces in heterogeneous oil reservoir can considerably reduce the recovery factor and even cause oil trapping. We consider an application of the discontinuous Galerkin (DG) method, developed in [13] for two-phase immiscible incompressible flows through heterogeneous porous media with discontinuous capillary pressures, to numerical simulation of oil trapping effect in multilayer heterogeneous oil reservoir in 1D geometry. We validate the method using known theoretical results for simplified interface problems for saturation equation. Next we demonstrate the potential of the proposed method in oil trapping simulation considering examples of coupled pressure - saturation equation with realistic parameters corresponding to typical oil trapping problem.

1 Introduction

The system of equations governing two-phase immiscible incompressible flows in porous media in global pressure - fractional flow formulation consists of an elliptic Darcy-type equation for the pressure and a nonlinear degenerate parabolic equation with a nonlinear advective term for the saturation, which are coupled by means of the total velocity term, recuperated from Darcy's equation ([2, 6, 7, 18]). This mathematical model is significatively complicated by swift changes of rock properties in heterogeneous oil reservoir, where permeability and capillary pressure could be discontinuous at interfaces. In heterogeneous porous media, capillary force discontinuity requires a nonlinear interface condition for the global pressure and the saturation, and both variables can exhibit a nonzero jump at the interface while respective fluxes must be continuous, see [2, 6, 3, 10] for a detailed discussion.

From the mathematical viewpoint resulting interface problem was studied by different authors during last decade. The similarity solution to the interface problem for saturation equation without advective term was presented in [9]. The interface problem for saturation equation with constant total velocity was considered in [3], where for a simplified model compete theoretical analyses of oil trapping effect was presented. In [17] the similarity solution to the interface problem for saturation equation was obtained for one particular case of time depending total velocity.

Possibly due to the numerical difficulties caused by the solutions discontinuities mentioned above, limited attempts have been made to develop accurate numerical methods for modelling of two-phase flows in heterogeneous porous media with discontinuous capillary forces. Only recently, in the last few years, two-phase flows

^{*}Universit Paris-Est, CERMICS, Ecole des Ponts, & Av. B. Pascal, 77455 Marne-la-Vallée cedex 2, France, e-mail: ern@.cermics.enpc.fr

[†]Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, 88040-900, Florianópolis-SC, Brasil, e-mail: Igor.Mozolevski@mtm.ufsc.br

[‡]IME, Universidade de São Paulo, Rua do Matão, 1010, Cidade Universitária, 05508-090, So Paulo, SP, Brasil, email:lucianes@ime.usp.br

in heterogeneous media with discontinuous capillary forces have been studied from numerical viewpoint in the context of finite volume methods, see e.g. [10] and [4, 5]. A combination of mixed finite elements method for pressure equation and discontinuous Galerkin method for saturation equation was applied in [19] to develop a numerical model for two phase flow in heterogeneous porous media with distinct capillary pressures. As the authors noted, the mixed finite element method requires the continuity of pressure and its normal derivative at the element interfaces, so the global pressure-fractional flow formulation becomes inadequate due to the discontinuity of global pressure at the interfaces separated heterogeneities with different capillary forces. In this work a slop limiter technique need to be used to prevent the discontinuous Galerkin method from developing spurious oscillations in the numerical solution.

Various forms of Discontinuous Galerkin finite element methods have been considered for the sequential pressure-saturation formulation of two-phase flows, see e.g. [1], [20], [16], [11]. Nevertheless all of the above DG methods does not include a nonlinear interface condition for the pressure and the saturation associated to capillary pressure discontinuities. Recently the numerical implementation of such nonlinear interface conditions has be done in [13], where new sequential discontinuous Galerkin method was proposed to approximate the system of equations, describing two-phase immiscible incompressible flows in heterogeneous porous media with discontinuous permeability and capillary forces in general 2D geometry. This method includes accurate total velocity reconstruction from the discontinuous potential (pressure) and, together with the weighted averages technique for numerical treatment of degenerated diffusion coefficient in saturation equation, allows avoid the use of the sloplimiters in numerical solution of saturation equation.

In this work we consider an 1D application of this method to numerical simulation of oil trapping in multilayer heterogeneous porous media. The paper is organized as follows. In Section 2 we briefly introduce the system of equations, describing two-phase immiscible incompressible flows in heterogeneous multi-layer porous media with discontinuous permeability and capillary forces in 1D geometry and discuss the non-linear interface conditions for global pressure and saturation. Next in Section 3 we reformulate the sequential discontinuous Galerkin method of [13] to multi-layer porous media in 1D geometry. In Section 4 we present numerical results validating the proposed method using known theoretical results for 1D interface problems for saturation equation with constant total velocity. Then we consider examples of coupled pressure - saturation equation to demonstrate the effects produced by varying in time the total velocity in heterogeneous porous media with discontinuous capillary forces, and in particular, to demonstrate the potential of the proposed method in oil trapping simulation.

2 Problem formulation

Let Ω be a bounded open interval em \mathbb{R} , with boundary $\partial\Omega$. The domain Ω is divided in subdomains Ω_{β} , which are numerated from the left to the right, such that $\overline{\Omega} = \bigcup_{\beta=1}^{N} \overline{\Omega_{\beta}}, N \geq 2$, and $\Omega_{\beta} \cap \Omega_{\beta+1} = \emptyset, \beta = 1, \dots, N-1$. Let $\gamma_{\beta} := \partial\Omega_{\beta} \cap \partial\Omega_{\beta+1}$ denotes the interface between the two adjacent subdomains Ω_{β} and $\Omega_{\beta+1}$.

Let us suppose that each subdomain Ω_{β} , $\beta \in \{1, 2, ..., N\}$, represents a porous media with porosity ϕ_{β} and intrinsic (absolute) permeability K_{β} ; both quantities are assumed to be strictly positive constant in each subdomain and we suppose that $0 < \phi_{\beta} < 1$. The mobility of the wetting $(\alpha = \omega)$ and of the non-wetting phase $(\alpha = n)$ in the subdomain Ω_{β} is denoted by $\lambda_{\alpha\beta}$, the sum $\lambda_{\beta} := \lambda_{\omega\beta} + \lambda_{n\beta}$ being the total mobility and $f_{\beta} := \frac{\lambda_{n\beta}}{\lambda_{\beta}}$ the fractional flux, and let π_{β} be the capillary pressure in Ω_{β} . Without loss of generality, we can assume that the residual saturation of the wetting and non-wetting phase, S_{nr} and S_{wr} respectively, are the same in all subdomains. So we can suppose that the non-wetting phase saturation S takes values in the interval $[S_{nr}, 1 - S_{wr}]$ for all $\Omega_{\beta}, \beta \in \{1, 2, ..., N\}$. In the sequel, the index β is used to indicate the restriction of a function defined on Ω to the subdomain Ω_{β} .

Further assume that the capillary pressure $\pi_{\beta} : [S_{nr}, 1-S_{wr}) \to (0, +\infty)$ is a strictly increasing continuously differentiable function of S, so the entry pressure $\pi_{\beta}(S_{nr})$ is positive. Let us suppose also that the mobility

 $\lambda_{\alpha\beta}$ is strictly decreasing for $\alpha = \omega$ and strictly increasing for $\alpha = n$ continuous function in $[S_{nr}, 1 - S_{wr}]$ satisfying $\lambda_{\omega\beta}(1 - S_{wr}) = 0$ and $\lambda_{n\beta}(S_{nr}) = 0$. We will assume that f_{β} is a monotone increasing function and that $\epsilon_{\beta} = \lambda_{\omega\beta}f_{\beta}K_{\beta}$ has a following property:

$$\lim_{S \to S_{nr}^+} \epsilon_\beta \pi'_\beta(S) = \lim_{S \to (1 - S_{wr})^-} \epsilon_\beta \pi'_\beta(S) = 0 \tag{1}$$

Let us note that these assumptions are quite realistic in the sense that they are satisfied, for example, for Brooks-Corey model.

Next we extend π_{β} to all of R by putting $\pi_{\beta}(S) = \pi_{\beta}(S_{nr})$, $\forall S < S_{nr}$ and $\pi_{\beta}(S) = \pi_{\beta}(1 - S_{wr})$, $\forall S > 1 - S_{wr}$ if

$$\pi_{\beta}(1-S_{wr}) = \lim_{S \to 1-S_{wr}^-} \pi_{\beta}(S) < +\infty$$

and $\pi_{\beta}(S) = \pi_{\beta}(S_{cut}), \quad \forall S > S_{cut}$, where $S_{cut} = 1 - S_{wr} - \epsilon_{cut}$ for some (fixed) small value of ϵ_{cut} otherwise. We also trivially extend the mobilities by continuity to all of R setting $\lambda_{\alpha\beta}$ equal to respective constant out of the interval $[S_{nr}, 1 - S_{wr}]$.

Neglecting the gravity forces, the governing equations for two-phase immiscible incompressible flows through the heterogeneous porous medium $\Omega = (0, L)$ in the global pressure/fractional flow formulation can be written as follows:

for a given simulation time T, find (P, S) that satisfy in $\Omega_{\beta} \times [0, T]$ for each $\beta \in \{1, 2, \dots, N\}$,

$$-\partial_x \left(\lambda_\beta (S_\beta) K_\beta \partial_x P_\beta\right) = q_{\omega\beta} + q_{n\beta},\tag{2}$$

$$u_{\beta} = -\lambda_{\beta}(S_{\beta})K_{\beta}\partial_x P_{\beta},\tag{3}$$

$$\phi_{\beta}\partial_t S_{\beta} + \partial_x \left(u_{\beta} f_{\beta}(S_{\beta}) \right) - \partial_x \left(\epsilon_{\beta}(S_{\beta}) \partial_x \pi_{\beta}(S_{\beta}) \right) = q_{n\beta}, \tag{4}$$

where the variables P, u and S respectively denote the global pressure, the total velocity and the nonwetting phase saturation. In addition, we have denote as $q_{\alpha\beta}$, $\alpha \in \{\omega, n\}$ volumetric sources or sinks of the corresponding phase in the media.

Typical boundary and initial conditions, arising in practical applications, are

$$P_w|_{x=0} = P_{w1}, \ P_w|_{x=L} = P_{w2}; \tag{5}$$

$$S|_{x=0} = S_1, \quad S|_{x=L} = S_2 \quad (\text{or } -\epsilon(S)\partial_x \pi(S)|_{x=0} = q_{in}, \ S|_{x=L} = S_2);$$
 (6)

$$S|_{t=0} = S_0, (7)$$

where P_w is the wetting phase pressure. In what follows we consider (without loss of generality) Dirichlet's type boundary conditions for both pressure and saturation. We will assume also that $S_0 \in L^{\infty}(\Omega) \cap \mathbf{BV}(\Omega)$, where $\mathbf{BV}(\Omega)$ is the space of functions of finite total variation in Ω , and has compact support.

At the interfaces γ_{β} , $\beta = 1, ..., N - 1$ two interface conditions for pressure and saturation should be imposed; they are derived from the physical principles of two-phase transport in porous media and from the mathematical theory of interface problems using small parameter technique, see e.g. [6] and [3] for derivation and further discussion.

First interface condition for saturation follows from the mass conservation across the interface and imposes a continuity of the total flux

$$F_{\beta}(S_{\beta}) = u_{\beta}f_{\beta}(S_{\beta}) - \epsilon_{\beta}(S_{\beta})\partial_x\pi_{\beta}(S_{\beta})$$
(8)

at the interface, that is

$$F_{\beta}(S_{\beta}) = F_{\beta+1}(S_{\beta+1}) \quad \text{at } \gamma_{\beta}.$$
(9)

To introduce the second one, let us denote by S_{β}^* a solution to equation $\pi_{\beta}(S) = \pi_{\beta+1}(S_{nr})$ if $\pi_{\beta} < \pi_{\beta+1}$ and by S_{β}^* a solution to equation $\pi_{\beta+1}(S) = \pi_{\beta}(S_{nr})$ if $\pi_{\beta} > \pi_{\beta+1}$; $S_{\beta}^*(S_{\beta}^*)$ represents a threshold value of the saturation such that only for $S_{\beta} \ge S_{\beta}^*(S_{\beta+1} \ge S_{\beta}^*)$ at interface γ_{β} the non-wetting phase can penetrate from Ω_{β} in $\Omega_{\beta+1}$ (from $\Omega_{\beta+1}$ in Ω_{β}). Then the second condition can be written as

$$S_{\beta+1} = 0 \qquad \text{at } \gamma_{\beta}, \quad \text{if } S_{nr} \le S_{\beta} \le S_{\beta}^{*}, \\ \pi_{\beta}(S_{\beta}) = \pi_{\beta+1}(S_{\beta+1}), \quad \text{at } \gamma_{\beta}, \quad \text{if } S_{\beta}^{*} \le S_{\beta} \le 1 - S_{wr}$$
(10)

when $\pi_{\beta} < \pi_{\beta+1}$ and

$$S_{\beta} = 0 \qquad \text{at } \gamma_{\beta}, \quad \text{if } S_{nr} \leq S_{\beta+1} \leq S_{\beta}^{\star}, \\ \pi_{\beta}(S_{\beta}) = \pi_{\beta+1}(S_{\beta+1}), \quad \text{at } \gamma_{\beta}, \quad \text{if } S_{\beta}^{\star} \leq S_{\beta+1} \leq 1 - S_{wr}$$
(11)

when $\pi_{\beta} > \pi_{\beta+1}$, and imposes continuity of the capillary pressure when non-wetting phase is presenting in both subdomains and allows positive capillary pressure jump otherwise.

Similarly, the first interface condition for global pressure imposes a continuity of the total flux at interfaces :

$$-\lambda_{\beta}(S_{\beta})K_{\beta}\partial_x P_{\beta} = -\lambda_{\beta+1}(S_{\beta+1})K_{\beta+1}\partial_x P_{\beta+1} \quad \text{at } \gamma_{\beta}.$$
 (12)

The second condition for global pressure prescribes continuity of wetting phase (non-wetting phase) pressure when the respective phase is presenting in both subdomains; if the capillary pressure is discontinuous this implicates that the global pressure (and the pressure of the another phase) must also exhibit non-zero jumps at interfaces. Since the global pressure is introduced as

$$P_{\beta} = P_{w_{\beta}} + \int_{0}^{S} f_{\beta}(\xi) \pi_{\beta}'(\xi) d\xi + \pi_{\beta}(0) = P_{n_{\beta}} + \int_{0}^{S} (f_{\beta}(\xi) - 1) \pi_{\beta}'(\xi) d\xi$$
(13)

we can write interface conditions for the global pressure as

$$P_{\beta} - \int_{0}^{S_{\beta}} f(\xi) \pi_{\beta}'(\xi) d\xi - \pi_{\beta}(0) = P_{\beta+1} - \pi_{\beta+1}(0), \quad \text{at } \gamma_{\beta} \qquad \text{if } S_{nr} \leq S_{\beta} \leq S_{\beta}^{*},$$

$$P_{\beta} - \int_{0}^{S_{\beta}} (f_{\beta}(\xi) - 1) \pi_{\beta}'(\xi) d\xi = P_{\beta+1} - \int_{0}^{S_{\beta+1}} (f_{\beta+1}(\xi) - 1) \pi_{\beta+1}'(\xi) d\xi, \quad \text{at } \gamma_{\beta} \qquad \text{if } S_{\beta}^{*} \leq S_{\beta} \leq 1 - S_{wr}.$$
(14)

when $\pi_{\beta} < \pi_{\beta+1}$ and as

$$P_{\beta} - \pi_{\beta}(0) = P_{\beta+1} - \int_{0}^{S_{\beta+1}} f(\xi) \pi_{\beta+1}'(\xi) d\xi - \pi_{\beta+1}(0), \quad \text{at } \gamma_{\beta} \qquad \text{if } S_{nr} \leq S_{\beta+1} \leq S_{\beta}^{\star},$$

$$P_{\beta} - \int_{0}^{S_{\beta}} (f_{\beta}(\xi) - 1) \pi_{\beta}'(\xi) d\xi = P_{\beta+1} - \int_{0}^{S_{\beta+1}} (f_{\beta+1}(\xi) - 1) \pi_{\beta+1}'(\xi) d\xi, \quad \text{at } \gamma_{\beta} \qquad \text{if } S_{\beta}^{\star} \leq S_{\beta+1} \leq 1 - S_{wr}.$$
(15)

for $\pi_{\beta} > \pi_{\beta+1}$.

For incorporate weakly the interface conditions(10,11,14,15) in DG space approximation of the problem, we rewrite its in terms of the jumps of respective functions at interface nodes. So let us introduce at each interface node the following functions:

when $\pi_{\beta} < \pi_{\beta+1}$

$$J_{\beta}^{P}(S_{1}, S_{2}) = \begin{cases} \int_{0}^{S_{1}} f_{\beta}(\xi) \pi_{\beta}'(\xi) d\xi + \pi_{\beta}(0) - \pi_{\beta+1}(0), & \text{if } S_{nr} \leq S_{1} \leq S_{\beta}^{*}, \\ \int_{0}^{S_{1}} (f_{\beta}(\xi) - 1) \pi_{\beta}'(\xi) d\xi - \int_{0}^{S_{2}} (f_{\beta+1}(\xi) - 1) \pi_{\beta+1}'(\xi) d\xi, & \text{if } S_{\beta}^{*} \leq S_{2} \leq 1 - S_{wr}, \end{cases}$$
$$J_{\beta}^{S}(S_{1}, S_{2}) = \begin{cases} S_{1}, & \text{if } S_{nr} \leq S_{1} \leq S_{\beta}^{*}, \\ S_{1} - \pi_{\beta+1}^{-1}(\pi_{\beta}(S_{1}), & \text{if } S_{\beta}^{*} \leq S_{1} \leq 1 - S_{wr}, \end{cases}$$

and

$$J^{P}_{\beta}(S_{1}, S_{2}) = \begin{cases} -\int_{0}^{S_{2}} f(\xi) \pi'_{\beta+1}(\xi) d\xi + \pi_{\beta}(0) - \pi_{\beta+1}(0), & \text{if } S_{nr} \leq S_{2} \leq S^{\star}_{\beta}, \\ \int_{0}^{S_{1}} (f_{\beta}(\xi) - 1) \pi'_{\beta}(\xi) d\xi - \int_{0}^{S_{2}} (f_{\beta+1}(\xi) - 1) \pi'_{\beta+1}(\xi) d\xi, & \text{if } S^{\star}_{\beta} \leq S_{2} \leq 1 - S_{wr}, \end{cases}$$

$$J_{\beta}^{S}(S_{1}, S_{2}) = \left\{ \begin{array}{cc} -S_{2}, & \text{if } S_{nr} \leq S_{2} < S_{\beta}^{\star}, \\ -S_{2} + \pi_{\beta}^{-1}(\pi_{\beta+1}(S_{2})), & \text{if } S_{\beta}^{\star} \leq S_{2} \leq 1 - S_{wr}. \end{array} \right\}$$

when $\pi_{\beta}(S) > \pi_{\beta+1}(S)$.

Now we can rewrite the interface conditions above as

$$[[S]]_{\beta} = J^{S}_{\beta}(S^{-}_{\beta}, S^{+}_{\beta}), \quad [[P]]_{\beta} = J^{P}_{\beta}(S^{-}_{\beta}, S^{+}_{\beta}) \quad \beta = 1, \dots, N-1,$$
(16)

where $S_{\beta}^{-} = \lim_{x \to \gamma_{\beta}^{-}} S_{\beta}(x), \quad S_{\beta}^{+} = \lim_{x \to \gamma_{\beta}^{+}} S_{\beta+1}(x).$

3 The sequential DG method with total velocity reconstruction

Let $\{t^n\}_{0 \le n \le M}$ be a sequence of discrete times with $t^0 = 0$ and $t^M = T$ and time steps $\tau := \frac{T}{M}$. To discretize in space, consider a partition of domain $\Omega = (0, L)$ with Ne elements $\mathcal{T}_h = \{T_i\}_{1 \le i \le Ne}$ and nodes $\mathcal{F}_h = \{x_i\}_{1 \le i \le Ne+1}$ with $T_i = (x_i, x_{i+1})$ of length $h_i = x_{i+1} - x_i$ and let $h = \max_{1 \le i \le Ne} h_i$ be the diameter of the partition. We assume that the partition \mathcal{T}_h matches with the partition of Ω in sub-domains Ω_β and that (for simplicity) \mathcal{T}_h is uniform. Let an integer $p \ge 1$ denotes uniform (for simplicity also) order of approximation and let V_h denotes the space of piecewise polynomials of degree $\le p$ on each mesh element.

Interior nodes of all Ω_{β} are collected in the set \mathcal{F}_{h}^{i} , boundary nodes of Ω are collected in the set $\mathcal{F}_{h}^{\partial}$ and interface nodes are denoted by $\mathcal{F}_{h}^{\gamma} = \{\gamma_{1}, \ldots, \gamma_{N-1}\}$. For any smooth enough function v on each $T_{i} \in \mathcal{T}_{h}$ that is possibly two-valued at $x_{i} \in \mathcal{F}_{h}^{i}$, define $v_{i}^{-} = v|_{T_{i-1}}(x_{i}), v_{i}^{+} = v|_{T_{i}}(x_{i})$ and its jump as $[[v]]_{i} = v_{i}^{-} - v_{i}^{+}$. Following [15], for any smooth enough on each $T_{i} \in \mathcal{T}_{h}$ "weight" function a we define weighted (in respect of a) average $\{av\}_{i\omega} = \omega_{i}^{-}(av)_{i}^{-} + \omega_{i}^{+}(av)_{i}^{+}$, where

$$\omega_i^- = \frac{a_i^+}{a_i^- + a_i^+}, \quad \omega_i^+ = \frac{a_i^-}{a_i^- + a_i^+}.$$
(17)

If x_i is a boundary node, we put $[[v]]_i = v(x_i)$ and $\{av\}_{i\omega} = av(x_i)$. Corresponding to this averaging penalization parameter δ_i is defined as

$$\delta_i = \frac{a_i^- a_i^+}{a_i^- + a_i^+} = a_i^- \omega_i^- = a_i^+ \omega_i^+ \tag{18}$$

for interior nodes x_i and as $\delta_i = a(x_i)$ at boundary nodes x_i . Finally, for any node $x_i \in \mathcal{F}_h$, define "the unit normal vector" \mathbf{n}_i as $\mathbf{n}_1 = -1$ and $\mathbf{n}_i = 1$ if i > 1.

Now we can formulate the sequential discontinuous Galerkin finite element method for interface problem (2 -4,5-7,16). Let $S_h^0 \in V_h$ be given as the L^2 projection of initial data S_0 on V_h and let us suppose that $S_h^n \in V_h$ is given from previous time step for n > 0. So for $n = 0, \dots, M-1$ we sequentially solve the following discrete problems.

Problem PressureDG
Given $S_h^n \in V_h$ solve for $P_h^{n+1} \in V_h$ such that $\forall z \in V_h$

$$\sum_{T \in \mathcal{T}_{h}} \int_{T} \lambda(S_{h}^{n}) K d_{x} P_{h}^{n+1} d_{x} z \qquad (19)$$

$$- \sum_{x_{i} \in \mathcal{F}_{h}^{i} \cup \mathcal{F}_{h}^{\gamma} \cup \mathcal{F}_{hp}^{\partial}} \left(\mathbf{n}_{i} \{ \lambda(S_{h}^{n}) K d_{x} P_{h}^{n+1} \}_{i\omega} [[z]]_{i} + \theta \mathbf{n}_{i} \{ \lambda(S_{h}^{n}) K d_{x} z \}_{i\omega} [[P_{h}^{n+1}]]_{i}] \right)$$

$$+ \sum_{x_{i} \in \mathcal{F}_{h}^{\gamma} \cup \mathcal{F}_{hp}^{\partial}} \varrho \frac{\sigma_{i}}{h} [[P_{h}^{n+1}]]_{i} [[z]]_{i} = \sum_{T \in \mathcal{T}_{h}} \int_{T} (q_{w} + q_{n}) z$$

$$+ \sum_{x_{i} \in \mathcal{F}_{h}^{\gamma}} \left(-\theta \mathbf{n}_{i} \{ \lambda(S_{h}^{n}) K d_{x} z \}_{i\omega} + \varrho \frac{\sigma_{i}}{h} [[z]]_{i} \right) J_{\beta}^{P} (S_{h}^{n-}, S_{h}^{n+}) + \left(\theta \lambda(S_{h}^{n}) K d_{x} z + \varrho \frac{\sigma_{1}}{h} z \right) |_{x=0} P_{1}$$

$$+ \left(-\theta \lambda(S_{h}^{n}) K d_{x} z + \varrho \frac{\sigma_{Ne+1}}{h} z \right) |_{x=L} P_{2},$$

where $\theta = +1$ ($\theta = -1$) corresponds to symmetric (non-symmetric) version of the method and ρ is a penalization parameter that depends of space dimension, mesh geometry and approximation order. The boundary values of the global pressure P_1, P_2 are calculated using the boundary values of wetting phase pressure and saturation (5,6) and (13).

The approximation space V_h , in which the approximate pressure P_h^{n+1} has been computed, allows elements discontinuities at interelements nodes. Hence the total velocity directly calculated from (3) could be discontinuous also, what is not allowed in the theory of DG approximation of scalar conservation laws [8] and, therefore complicate DG approximation of non-linear advection term in saturation equation. To avoid this difficulty, we reconstruct the total velocity u_h^{n+1} in the Raviart-Thomas-Nédélec finite element space on degree p, that in the considered one-dimensional setting coincides with the space W_h spanned by globally continuous, piecewise polynomials of degree $\leq p+1$ on each mesh element. Following the ideas from [14] and [12], we reconstruct the total velocity calculating on each mesh element $T \in \mathcal{T}_h$ the local degrees of freedom of $u_h^{n+1} \in W_h$ as follows:

Problem of Reconstruction

for given solution $P_h^{n+1} \in V_h$ to **Problem PressureDG** find $u_h^{n+1} \in W_h$ such that

$$u_h^{n+1}(x_i) = -\{\lambda(S_h^n) K d_x P_h^{n+1}\}_{i\omega} + \mathbf{n}_i \varrho \frac{\sigma_i}{h} [\![P_h^{n+1}]\!]_i, \quad \forall x_i \in \mathcal{F}_h,$$

$$(20)$$

$$\int_{T} u_h^{n+1} z = -\int_{T} \lambda(S_h^n) K d_x P_h^{n+1} z + \sum_{x_i \in \partial T} \theta \mathbf{n}_i \{\lambda(S_h^n) K z\}_{i\omega} [\![P_h^{n+1}]\!]_i \quad \forall T \in \mathcal{T}_h, \forall z \in \mathbb{P}_p(T).$$
(21)

To compute S_h^{n+1} , we use a backward Euler scheme in time, together with a spatial discretization of the diffusion term by an interior penalty DG method and a DG method with Godunov flux for the nonlinear advective term, for more details see [13].

Problem SaturationDG

Given solution $u_h^{n+1} \in W_h$ to **Problem of Reconstruction** solve for $S_h^{n+1} \in V_h$ such that for all $v \in V_h$,

$$\begin{split} &\sum_{T\in\mathcal{T}_{h}}\int_{T}\phi\tau^{-1}S_{h}^{n+1}v - \sum_{T\in\mathcal{T}_{h}}\int_{T}u_{h}^{n+1}f(S_{h}^{n+1})d_{x}v \\ &+\sum_{x_{i}\in\mathcal{F}_{h}}\Phi_{hi}^{n+1}[[v]]_{i} + \sum_{T\in\mathcal{T}_{h}}\int_{T}\epsilon(S_{h}^{n})\pi'(S_{h}^{n})d_{x}S_{h}^{n+1}d_{x}v \\ &-\sum_{x_{i}\in\mathcal{F}_{h}^{i}\cup\mathcal{F}_{hs}^{D}}\left(\mathbf{n}_{i}\{\epsilon(S_{h}^{n})\pi'(S_{h}^{n})d_{x}S_{h}^{n+1}\}_{i\omega}[[v]]_{i} + \theta\mathbf{n}_{i}\{\epsilon(S_{h}^{n})\pi'(S_{h}^{n})d_{x}v\}_{i\omega}[[S_{h}^{n+1}]]_{i}\right) \end{split}$$
(22)
$$&+\sum_{x_{i}\in\mathcal{F}_{h}^{i}\cup\mathcal{F}_{hs}^{D}}\rho\frac{\sigma_{i}}{h}[[S_{h}^{n+1}]]_{i}[[v]]_{i} = \sum_{T\in\mathcal{T}_{h}}\int_{T}q_{n}v + \sum_{T\in\mathcal{T}_{h}}\int_{T}\phi\tau^{-1}S_{h}^{n}v \\ &+\sum_{x_{i}\in\mathcal{F}_{h}^{\gamma}}\left(-\theta\mathbf{n}_{i}\{\epsilon(S_{h}^{n})\pi'(S_{h}^{n})d_{x}v\}_{i\omega} + \rho\frac{\sigma_{i}}{h}[[v_{h}]]_{i}\right)J_{\beta}^{S}(S_{h}^{n-},S_{h}^{n+}) \\ &+ \left(\theta\epsilon(S_{h}^{n})\pi'(S_{h}^{n})d_{x}v + \rho\frac{\sigma_{1}}{h}v\right)|_{x=0}S_{1} + \left(\theta\epsilon(S_{h}^{n})\pi'(S_{h}^{n})d_{x}v + \rho\frac{\sigma_{Ne+1}}{h}v\right)|_{x=L}S_{2}. \end{split}$$

Here Godunov numerical flux Φ_{hi}^{n+1} is defined as

$$\Phi_{hi}^{n+1} = \begin{cases} \{u_h^{n+1}f(S_h^{n+1})\} + [\frac{|u_h^{n+1}\mathbf{n}_i|}{2}f(S_h^{n+1})]] & \text{if } x_i \in \mathcal{F}_h^i, \\ \{u_h^{n+1}f(s_h^{n+1})\}_{\omega} & \text{if } x_i \in \mathcal{F}_h^{\gamma}, \\ f(S_1) & \text{for } x_1, \\ f(S_2) & \text{for } x_{Ne+1}. \end{cases}$$
(23)

4 Numerical results

4.1 Test case 1

To our knowledge, not analytical solutions to general saturation equation that includes advective term are known for heterogeneous porous media. In [3] for some particular saturation equation with constant total velocity full qualitative analysis of the solution to an interface problem was performed in context of oil trapping study. In this example we will compare the qualitative behavior of numerical solution of DG method with the one of the exact solution theoretically described in the above work.

So following [3], we consider in $\Omega = \mathbb{R}$ with interface at $\gamma_1 = 0$ the next interface problem

$$\phi \partial_t S_\beta + \partial_x \left(uf(S_\beta) \right) - \partial_x \left(\epsilon(S_\beta) \partial_x \pi_\beta(S_\beta) \right) = 0 \quad \text{in } \Omega_\beta, \ \beta = 1, 2;$$

$$\lim_{x \to -\infty} S_1(x, t) = \lim_{x \to \infty} S_2(x, t) = 0;$$

$$[[S]] = J_1^S(S_1, S_2) \text{ at } x = 0;$$

$$S(x, 0) = S_0(x);$$
(24)

where

$$f(S) = S, \ \epsilon(S) = S, \ \pi_{\beta}(S) = \sqrt{\frac{\phi}{K_{\beta}}}(S+1),$$

 $\beta = 1, 2$ with u = 1, $\phi = 0.4$ and $K_1 = 1$, $K_2 = \frac{1}{3}$. Let us suppose that the initial condition S_0 satisfies the assumption of Hypothesis H from [3], in particular that supp S_0 is compact. As it was demonstrated in

this work, under such conditions the interface problem has unique weak solution $u \in C_{loc}(\Omega_1 \bigcup \Omega_2 \times \mathbb{R}^+)$ that converges as $t \to +\infty$ to an admissible steady state solution

$$S(x) := \begin{cases} \left(S_1 + \frac{1}{\sqrt{k_1}} x \right)_+, & \text{if } x < 0\\ 0, & \text{if } x > 0 \end{cases}$$
(25)

where $0 < S_1 \leq S^*$, $S^* = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} - 1$. Let as denote by \bar{S} the maximal admissible solution that corresponds to $S_1 = S^*$. Using the comparison principle in [3] was shown that if the initial condition S_0 is such that (i) $\int_x^{+\infty} S_0 \leq \int_x^{+\infty} \bar{S}, \forall x \in \mathbb{R}$ then S = 0 em Ω_2 , and if (ii) $\int_{-\infty}^x S_0 \geq \int_{-\infty}^x \bar{S}, \forall x \in \mathbb{R}$ then $\int_{-\infty}^0 S \geq \int_{-\infty}^0 \bar{S}$. In the first case, the oil even does not enter in Ω_2 and in the second one some positive volume of the oil rests in Ω_1 , that is the "oil trapping" effect is observed in both cases.

To compare the behavior of numerical solution with this results from [3], we consider the interface problem in bounded domain $\Omega = (-1, 1)$ with homogeneous Dirichlet boundary conditions and supp $S_0 \subset \subset \Omega_1$.



Figure 1: Left: $\int_x^{+\infty} S_0^1$ (dashed line) and $\int_x^{+\infty} \bar{S}$ (continuous line); right $\int_{-\infty}^x S_0^2$ (dashed line) and $\int_{-\infty}^x \bar{S}$ (continuous line).

We consider two initial conditions

$$S_0^1(x) := \begin{cases} 1, & \text{if } x \in [-0.2, -0.1] \\ 0, & \text{otherwise }; \end{cases} \qquad S_0^2(x) := \begin{cases} 1, & \text{if } x \in [-0.7, -0.1] \\ 0, & \text{otherwise }, \end{cases}$$
(26)

such that the inequalities (i) and (ii) are satisfied for S_0^1 and S_0^2 respectively (Figure 1).

The results, presented at Figures 2-3 confirm, that in both cases the numerical solution beavers in accordance to the theoretical predictions; note that numerical solution converges to an admissible steady state solution when T is big enough in both cases; but in the second case the convergency is much more slow because, due to the diffusion, the support of the solution increase infinitely. In our example at T = 0.92 the oil reaches the right boundary point of Ω and we have $\int_{-\infty}^{0} S_{DG} = 0.3660 \ge \int_{-\infty}^{0} \bar{S} = 0.2679$. We have used the uniform first order of approximation in both subdomains, the uniform mesh of Ne = 200 elements in the first case and the uniform mesh of 400 in the second; the time step was $\tau = 1 \times 10^{-4}$ in both cases.

4.2 Test case 2

Here we present results illustrating the influence of heterogeneity of media on saturation, pressures and total velocity in the case of full coupled system (2). We aim at testing the method for realistic parameters, so we consider water and oil as the wetting phase and non-wetting phase respectively and assume $\mu_w = 10^{-3}$ Kg/ms, $\mu_n = 10^{-2}$ Kg/ms; for porous media we use the Brooks-Corey model $\pi(S) = P_e(1 - S_e)^{-\frac{1}{\theta}}$, $\lambda_w(S) =$



Figure 2: Numerical solution to interface problem of test case 1 with initial condition S_0^1



Figure 3: Numerical solution S_{DG} to interface problem of test case 1 with initial condition S_0^2

 $\frac{1}{\mu_w}(1-S_e)^{\frac{2+3\theta}{\theta}}, \ \lambda_n(S) = \frac{1}{\mu_n}(S_e)^2(1-(1-S_e)^{\frac{2+\theta}{\theta}}),$ where $S_e = (S-S_{rn})(1-S_{rw}-S_{rn})^{-1}$ denotes the effective saturation. Let us consider three structures: two heterogeneous with one interface, corresponding

Parameter	Coarse media	Fine media	Homogeneous me-
			dia
ϕ , porosity	0.4	0.4	0.4
K , intrinsic permeability, m^2	10^{-8}	10^{-9}	5.5×10^{-9}
S_{wr} , residual water saturation	0	0	0
S_{nr} , residual oil saturation, m^2	0	0	0
P_e , BrooksCorey entry pressure, Pa	540	1000	770
θ , BrooksCorey pore size parameter	2	2	2

Table 1: Porous media properties

to transport from coarse to fine sediment and vice-versa, and one homogeneous with "average" properties; the media parameters for all three cases are presented at the Table 4.2. In firs two cases we suppose that $\Omega = (0, 100)$ is divided in two sub-domains by interface $\gamma_1 = 50$ and apply the interface conditions (16), while boundary conditions (5),(6) with $P_{w1} = 1600$ Pa, $P_{w2} = 300$ Pa and $S_1 = S_2 = 0$ are applied in all three cases. As initial condition the blob of oil

$$S_0(x) = \begin{cases} 0.71 \approx S^*, & \text{para } x \in [5, 45] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$
(27)

is considered, where S^* corresponds to coarse-fine system. We use uniform mesh of Ne = 100 elements in each sub-domain and uniform order of approximation p = 1 while time step $\tau = 2$ hours was used in backward Euler approximation.

As one can observe in Figure 4, the heterogeneity of media significantly diminish the total velocity and therefore delay the oil front. In Figures 5,6 we compare the saturation and pressure profiles in heterogeneous and homogeneous media for simulation time T = 16 hours and T = 45 days respectively. When oil front reaches interface, the saturation exhibits discontinuity for all simulation time due to non-linear interface condition. This discontinuity corresponds to accumulation of the oil at the interface form the fine sediment side in fine-coarse system and "sucking" effect of coarse media (fast decreasing of the saturation in the fine media near interface) in fine-coarse system. For small simulation time in coarse-fine media on observe the discontinuity of capillary pressure at interface caused by nonlinear interface condition. The capillary pressure is discontinuous while oil is accumulated at interface during some waiting time until saturation surmount threshold value $S^* \approx 0.71$ and is continuous thereafter. As one can see in Figure 6, in fine-coarse structure the capillary pressure is discontinuous during all simulation time. Let us also note, that due to the interface condition in this case $\lim_{x \to \gamma_1^-} S_1 = 0$, so one must have $\lim_{x \to \gamma_1^-} \partial_x S_1(x) = -\infty$ to guarantee continuity of the total flux (8) since $\lim_{x \to \gamma_1^-} f_1(S_1(x)) = \lim_{x \to \gamma_1^-} \epsilon_1(S_1(x))\partial_x \pi_1(S_1(x)) = 0$, see Figure 6, top left. Wetting phase is presented in the whole domain for all simulation time, so wetting phase pressure is always continuous, while non-wetting phase pressure exhibits discontinuity according to the capillary pressure discontinuous, while non-wetting phase pressure exhibits discontinuity according to the capillary pressure discontinuous, while non-wetting phase pressure exhibits discontinuity according to the capillary pressure discontinuous, while non-wetting phase pressure exhibits discontinuity according to the capillary pressure discontinuous, while non-wetting phase pressure exhibits discont

4.3 Test case 3

Here using the ideas from [3] we present an example in which oil trapping does occur. Let us consider $\Omega = (0, 250)$, with interfaces at $\gamma = \{50, 100, 150, 200\}$. We consider periodic fine-coarse-fine-coarse-fine structure with the same media properties presented at the Table 4.2 and the same phases as in the example above. Initial condition corresponds to the blob of oil within the second layer

$$S_0(x) = \begin{cases} 0.5, & \text{for } x \in [60, 90] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$



Figure 4: Total velocity as the function of time. Homogeneous media - continuous line, coarse-fine media - point-dashed line and fine-coarse structure -point line.

and the following boundary conditions for pressure and saturation are used

$$\begin{cases} P_{D1} = 4000 \text{Pa}, P_{D2} = 300 \text{Pa}, \\ S_{D1} = S_{D2} = 0. \end{cases}$$

We use the uniform mesh of 125 elements (25 elements in each layer), approximation order p = 1 and variable time step (in days)

$$\tau = \begin{cases} 0.5, & t \in [1, 400] \\ 2, & t \in [400, 2400] \\ 8, & t \in [2400, 6400] \\ 16, & t \in [6400, 9600] \\ 32, & t \in [9600, 25600] \end{cases}$$

The results are presented in Figure 7. The oil moves to the right due to the convection with the total velocity varying in the time and is stopped firstly at the interface x = 100 at $T \approx 9$ days. Next the saturation builds up until reaches the threshold saturation at $T \approx 40$ days, then it moves further. Due to the nonlinear interface condition the front pass interfaces at x = 150 without delay, but next in stops at interface x = 200 at $T \approx 6400$ days and can not move further because there is not enough oil to exceed threshold saturation. So oil remains trapped in the second and forth layer, and the numerical solution converges to steady-state solution (last line in Figure 7).

5 Conclusion

Discontinuous Galerkin high order finite element method was validated for a class of model interface problems and shows good qualitative behavior in accordance with known theoretical results. The potential of the



Figure 5: Saturation, capillary pressure, phase pressures and global pressure profiles (from top to bottom, from left to right) at simulation time T = 16 hours. Continuous line corresponds to homogeneous media, point-dashed line corresponds to coarse-fine media and point line corresponds to fine-coarse structure.

method in accurate numerical simulation of two phase flow in complex heterogeneous porous media with different permeability an capillary forces was illustrated for typical problems of oil trapping in heterogeneous reservoirs in 1D geometry.



Figure 6: Saturation, capillary pressure, phase pressures and global pressure profiles (from top to bottom, from left to right) at simulation time T = 16 hours and T = 45 days. Continuous line corresponds to homogeneous media, point-dashed line corresponds to coarse-fine media and point line corresponds to fine-coarse structure.



Figure 7: Saturation profiles at simulation time T = 0, 9, 45, 900, 6400 and 25600 days.

References

- P. Bastian and B. Rivière. Discontinuous Galerkin methods for two-phase flow in porous media. *Technical Report 2004-28*, 2004.
- [2] J. Bear. Dynamic of Fluids in Porous Media. Dover, New York, New York, 1978.
- [3] M. Bertsch, R. Dal Passo, and C. J. Van Duijn. Analysis of oil trapping in porous media flow. SIAM J. Math. Anal., 35:245–267, 2003.
- [4] C. Cancès. Nonlinear parabolic equations with spatial discontinuities. NoDEA, 15:427–456, 2008.
- [5] C. Cancès, T. Gallouët, and A. Porretta. Two-phase flows involving capillary barriers in heterogeneous porous media. *Interfaces and Free Boundaries*, To appear, 2009.
- [6] G. Chavent and J. Jaffré. Mathematical Models and Finite Elements for Reservoir Simulation. Elsevier, North-Holland, 1978.
- [7] Z. Chen, G. Huan, and Y. Ma. Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media. Siam, 2006.
- [8] B. Cockburn and C. W. Shu. The local discontinuous galerkin finite element method for convectiondiffusion systems. SIAM. J. Numer. Anal., 35:2440–2463, 1998.
- [9] V. Duijn and M. J. Neef. Similarity solution for capillary redistribution of two phases in a porous medium with a single discontinuity. *Advances in Water Resourses*, 21:451–461, 1998.
- [10] G. Enchéry, R. Eymard, and A. Michel. Numerical approximation of a two-phase flow problem in a porous medium with discontinuous capillary forces. SIAM J. Numer. Anal., 43(6):2402–2422, 2006.
- [11] Y. Epshteyn and B. Rivière. Fully implicit discontinuous finite element methods for two-phase flow. Applied Numerical Mathematics, 57:383–401, 2007.
- [12] A. Ern, I. Mozolevski, and L. Schuh. Accurate velocity reconstruction for Discontinuous Galerkin approximations of two-phase porous media flows. C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I, To appear, 2009.
- [13] A. Ern, I. Mozolevski, and L. Schuh. Discontinous galerkin approximation of two-phase flows in heterogeneous porous media with discontinuous capillary pressures. *Preprint submitted to CMAME*, 2009.
- [14] A. Ern, S. Nicaise, and M. Vohralík. An accurate H(div) flux reconstruction for discontinuous Galerkin approximations of elliptic problems. C. R. Math. Acad. Sci. Paris, 345(12):709–712, 2007.
- [15] A. Ern, A. F. Stephansen, and P. Zunino. A discontinuous Galerkin method with weighted averages for advection-diffusion equations with locally small and anisotropic diffusivity. *IMA J. Numer. Anal.*, 29(2):235–256, 2009.
- [16] O. J. Eslinger. Discontinuous Galerkin Finite Element Methods applied to two-phase, air-water flow problems. PhD thesis, University of Texas at Austin, 2005.
- [17] R. Fučik, J. Mikyška, T. H. Illangasekare, and M. Beneš. Semianalytical solution for two-phase flow in porous media with a discontinuity. *Vadose Zone Journal*, 7(3):1001–1009, 2008.
- [18] R. Helmig. Multiphase Flow and Transport Processes in the Subsurface. Springer, 1997.

- [19] H. Hoteit and A. Firoozabadi. Numerical modeling of two-phase flow in heterogeneous permeable media with different capillary pressures. Advances in Water Recources, 31:56–73, 2008.
- [20] W. Klieber and B. Rivière. Adaptive simulations of two-phase flow by discontinuous Galerkin methods. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 196(1-3):404–419, 2006.

AN ADAPTIVE FINITE ELEMENT BASED LEVEL SET APPROACH FOR THE SIMULATION OF BUBBLE INTERACTION

Nestor M. Solalinde*, Norberto Mangiavacchi°

*GESAR/UERJ, Department of Mechanical Engineering, State University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil, Email:manolosolalinde@gmail.com

° GESAR/UERJ, Department of Mechanical Engineering, State University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil, Email: norberto.mangiavacchi@gmail.com

ABSTRACT

In this work, we present a level set approach for the simulation of bubble-surface interaction. The problem is focused on the hydrodynamic interaction of two air bubbles immerse in water. The level set method is used to capture the interface between the bubbles. The model consists on the incompressible Navier-Stokes equations, coupled with an advection equation for the level set function. The so-called Continuum Surface Force approach (CSF) is used to model the effect of surface tension. The spatial discretization is based on an unstructured Finite Element mesh that uses adaptive mesh refinement for higher accuracy. Refinement levels are set to be high on regions near the interface and low away from it. For the discretization of velocity, pressure and the level set function we use standard (LBB stable) finite element spaces. Discretization of the time derivative is given by backward differentiation resulting in an implicit approximation. The finite element algorithm is implemented using the *libmesh* library.

INTRODUCTION

Many natural processes involve bubbles. They play a major role in the interaction of the oceans with the atmosphere, for example, and both air bubbles near a free surface and cavitation bubbles are of major importance for the detection of submarines in naval applications. The study of bubble interaction is also important for the development of industrial equipment such as bubble-driven circulation systems used in metal processing operations such as steel making, ladle metallurgy, and the secondary refining of aluminum and copper. [1]

The main difficulty encountered performing multiphase fluid simulations is related to the discontinuities at the fronts separating different fluids. A number of methods have been developed to approximate the fronts. Among these, the level set method, introduced by Osher and Sethian [2], has acquired popularity because of its algorithmic simplicity. In this method, the fronts are represented by a zero level set of a function \emptyset , that is advected by solving $\emptyset_t + \mathbf{u} \cdot \nabla \emptyset = 0$, where \mathbf{u} is the velocity field. Most numerical procedures designed to solve this equation will introduce artificial diffusion leading to pronounced mass conservation errors.

In this work, the method is based on a level-set formulation discretized by a finite element technique. Surface tension forces acting at the interfaces separating the two fluids, as well as density and viscosity jumps across such interfaces have been integrated into the finite element framework. This method is based on the weak-formulation of the Navier Stokes Equations, where the singular surface tension forces, with the strength directly defined by the interface shape, are included through line integrals along the interfaces. The discontinuous density and viscosity are included in the finite element integrals.

As higher computational capabilities and resources become available day by day, adaptive mesh refining techniques are becoming popular and gaining interest from many researchers. These techniques are meant to reduce the computational costs of the algorithm and increase overall accuracy at the same time. As it is well known, the level set approach is commonly known to present mass conservation problems. By implementing adaptive mesh refinement, together with a mass conserving reinitialization function for the level set equation, we have observed that mass conservation problems of the level-set method are reduced to just a tiny fraction.

GENERAL FORMULATION

Let us consider a domain $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, that contains two different immiscible incompressible Newtonian phases (eg. fluid – gas). The time-dependent domains which contain the phases are denoted by $\Omega_1 = \Omega_1(t)$ and $\Omega_2 = \Omega_2(t)$ with $\overline{\Omega_1} \cup \overline{\Omega_2} = \overline{\Omega}$. The interface between the two phases $(\partial \Omega_1 \cap \partial \Omega_2)$ is denoted by $\Gamma = \Gamma(t)$. The equations describing the immiscible multiphase incompressible flow are essentially the Navier Stokes equations for incompressible flow. The contribution of the surface tension forces **f**, is in addition to the gravity forces added as a source term. The equations, assuming continuity of the velocity across the interface, can be written:

$$\rho(\phi) \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla \boldsymbol{u} \right) = -\nabla p + \frac{\rho(\phi)}{Fr^2} \boldsymbol{g} + \frac{1}{We} \boldsymbol{f} +$$
(1)
+ $\frac{1}{V} \nabla \cdot \left[\boldsymbol{u}(\phi) (\nabla \boldsymbol{u} + \nabla \boldsymbol{u}^T) \right]$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{2}$$

$$\phi_t + \boldsymbol{u} \cdot \nabla \phi = 0 \tag{3}$$

where u is the velocity field, p is the pressure field, μ and ρ are the discontinuous viscosity and density, g represents the gravitational acceleration field. In equation (1), *Re*, *Fr* and *We* are the non-dimensional Reynolds, Froude and Weber numbers. Furthermore, we assume Dirichlet boundary conditions for the velocity and Newman for the pressure, with

one Dirichlet point exception to remove the non-trivial null space of constant pressure solutions.

The effect of the surface tension can be expressed in terms of a localized force at the interface, by the so-called continuum surface force (CSF) model. [5]

$$\boldsymbol{f} = \sigma k \delta_{\Gamma} \boldsymbol{n} \tag{4}$$

where σ is the surface tension coefficient, *k* is the curvature, δ_{Γ} is the Dirac delta function with support on Γ , and *n* is the surface unit outward normal vector. The unit normal and the mean curvature are then easily computed. They are given by

$$\boldsymbol{n} = \frac{\nabla \boldsymbol{\phi}}{|\nabla \boldsymbol{\phi}|} \tag{5}$$

$$k = \nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \tag{6}$$

The jumps in the coefficients, μ and ρ can be described using the level set function (which has its zero level precisely at the interface Γ) in combination with the Heaviside function,

$$H(\zeta) = 0 \quad \text{for} \quad \zeta < 0, \qquad H(\zeta) = 1 \quad \text{for} \quad \zeta > 0 \tag{7}$$

$$\rho(\phi) = \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1)H(\phi)$$
(8)

$$\mu(\phi) = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1)H(\phi) \tag{9}$$

where we can take H(0) = 1/2. However, as a result of the discontinuous density and viscosity jumps, numerical instabilities are presented, and since $\delta_{\Gamma} = 0$ almost everywhere, except on the interface (which has measure 0), it seems unlikely that any standard numerical approximation based on sampling will give a good approximation of an integral of equation (4). Thus, we define the smeared-out Heaviside function

$$H_{\epsilon}(\phi) = \begin{cases} 0 & \phi < -\epsilon \\ \frac{1}{2} + \frac{\phi}{2\epsilon} + \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{\pi\phi}{\epsilon}\right) & -\epsilon \le \phi \le \epsilon \\ 1 & \epsilon < \phi \end{cases}$$
(10)

where ϵ is a parameter that determines the size of the bandwidth of numerical smearing. A typically good value is $\epsilon = 1.5\Delta x$ [11], where Δx can be taken as an approximate measure of the grid. Then, the smeared-out delta function is defined as

$$\delta_{\epsilon} = \frac{\partial H_{\epsilon}}{\partial \phi} = \begin{cases} 0 & \phi < -\epsilon \\ \frac{1}{2\epsilon} + \frac{1}{2\epsilon} \cos\left(\frac{\pi\phi}{\epsilon}\right) & -\epsilon \le \phi \le \epsilon \\ 0 & \epsilon < \phi \end{cases}$$
(11)

where ϵ is determined as above, and we can replace equation (4) with

$$\boldsymbol{f} = \sigma k \delta_{\boldsymbol{\epsilon}} \boldsymbol{n} \tag{12}$$

To complete the general formulation given by equations (1), (2) and (3), we must now include the condition of keeping the level set function a signed distance function. We do this by reinitializing the level set function with the following equation introduced by Sussman et. al. [9]

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = S(\varphi_0)(1 - |\nabla \varphi|) \tag{13}$$

where φ_0 is the solution of equation (3) for a given time, $\varphi(\tau)$ is the reinitialized level set function at artificial time τ and $S(\varphi)$ is a sign function, given by

$$S(\varphi) = \begin{cases} -1 & \text{for } \varphi < 0\\ 0 & \text{for } \varphi = 0\\ 1 & \text{for } \varphi > 0 \end{cases}$$
(14)

Numerical tests, indicate that better results are obtained when $S(\phi_0)$ is numerically smeared out, so a better choice is determined by [12] as

$$S(\varphi) = \frac{\varphi}{\sqrt{\varphi^2 + |\nabla \varphi|^2 (\Delta x)^2}}$$
(15)

which has shown to yield improved and stable results, especially when the initial ϕ_0 is a poor estimate of signed distance.

NUMERICAL IMPLEMENTATION AND SUMMARY OF THE ALGORITHM

The numerical procedure implemented to solve the conservation equations (1) and (2) is based on a nonlinear Newton solver. This yields a highly accurate solution but computational expensive procedure as well, since we are solving a coupled system, a fair price to pay. The level set equation (3) is solved based on a streamline diffusion method, using Crank-Nicholson time discretization scheme, and the reinitialization function is solved also based on the streamline diffusion method, but using an implicit scheme to achieve faster convergence.

Assuming that the initial level set function ϕ_0 , the initial pressure and the initial velocity field is known, the algorithm can be summarized as follows,

- Calculate density and viscosity fields from equations (7) and (8).
- Solve discrete Navier-Stokes equations (1) and (2) through a Newton nonlinear iterative procedure to obtain the new velocity field u. Solve the symmetric linear systems with an ILU preconditioned GMRES method.
- Solve equation (3) to advect the level set function Ø by the velocity field u.
- Reinitialize the level set function by solving equation (13) with an iterative procedure to restore the distance function property in the region close to the zero level set.
- 5) Save results, and go back to 1)

An important observation of this method lies within the difficulty of accurately solving equation (13) on step 4). Because of the fact of being purely advective, we must add to the equation small amounts of artificial diffusion, which leads to significant mass loss. We'll see that it is possible to correct this error on each artificial time step, with a method presented by [13].

ADVECTION OF THE LEVEL SET FUNCTION

The level set function is initialized as a signed distance function, carrying information about the closest distance to any interface separating the two fluids. To determine the evolution of the interfaces, the level set function is advected by the domain of the velocity field. The advection equation is given by (3), which is equivalent to a linear convectiondiffusion problem, where the diffusion term is equal to zero.

The strong form of the problem is given as follows: Given a vector field **b** defined on a region $\Omega \subset \mathbb{R}^d$, find $\emptyset(x, t)$ such that:

$$\begin{aligned} \phi_{\mathbf{t}} + k\Delta\phi + \mathbf{b} \cdot \nabla\phi &= f \text{ on } \Omega \times \mathbf{I} \\ \phi(\mathbf{x}, 0) &= \phi_0 \text{ on } \Omega \end{aligned}$$
 (16)

with f = 0, b = u, and k = 0. It is obvious that we can proceed to the discretization, setting f and k equal to zero, but for practical reasons, we'll keep f a time function and k a generic constant. For this problem, we obtain the semi-discrete analog by multiplying (16) by $w = v + \tau \mathbf{u} \cdot \nabla v$, $v \in V = H_0^1(\Omega)$ integrating over Ω and using the usual way Green's formula. This method is known as the streamline diffusion method, the τ coefficient is the stabilization parameter, depends on the velocity field and its calculated for each element (see [15] for further details). Then, we obtain the following variational formulation: Find $\phi(t) \in V, t \in I$ such that:

with the bilinear operators defined as

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\phi, \mathbf{w}) &= \int_{\Omega} \left[k \nabla \phi \cdot \nabla w + (\mathbf{b} \cdot \nabla \phi) \mathbf{w} \right] d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \left[k \nabla \phi \cdot \nabla v - k \tau \, \Delta \phi (\mathbf{b} \cdot \nabla \phi) + (\mathbf{b} \cdot \nabla \phi) \mathbf{w} \right] d\Omega \\ (\phi, w) &= \int_{\Omega} \phi w d\Omega \end{aligned}$$

where the term $-k\tau \Delta \emptyset (\boldsymbol{b} \cdot \nabla \emptyset)$ has been integrated by parts. Now, let V_h be a finite-dimensional subspace of V with basis $\{N_1, ..., N_M\}$. Replacing V by the finite-dimensional subspace V_h we get the following semi-discrete analog: Find $\emptyset_h(t) \in V_h, t \in I$ such that

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi}_{h}(t), w_{h} \end{pmatrix} + a(\phi_{h}(t), w_{h}) = (f(t), w) \quad \forall v_{h} \in V_{h}$$

$$\phi(x, 0) = \phi_{0} \qquad on \Omega$$

Applying the Crank-Nicholson time-discretization method we obtain the following problem: Find $\emptyset_h^n \in V_h$, n = 0, ..., Nsuch that,

$$\begin{pmatrix} \frac{\emptyset_h^n - \emptyset_h^{n-1}}{\Delta t}, w \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} \frac{\emptyset_h^n + \emptyset_h^{n-1}}{2}, w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{f^{n+f^{n-1}}}{2}, w \end{pmatrix} \quad \forall v \in V_h$$
$$(\emptyset_h(0), w) = (\emptyset^0, w) \quad \forall v \in V_h$$

With f = 0, and with the velocity **b** set equal to the velocity **u** given by the navier stokes equation, this is the streamline petrov-galerkin finite element discretization of the level set equation (3). Ideally, we should be able to solve this system setting the diffusion term k = 0, but for practical implementations this is not the case. Thus, since we are applying streamline diffusion we are enable to use a very low diffusion coefficient k.

REINITIALIZATION OF THE LEVEL SET FUNCTION

It has been shown [9] that it is critical that the level set equation remain a distance function in regions close to interface, in order to obtain acceptable accuracy in the computation of the unit normal and the mean curvature. After advection, the level set function does not necessarily correspond to a distance function any more. Keeping \emptyset a distance function is achieved by reinitialization of the level set function, given by equation (13). By solving this equation, we obtain a distance function with the same zero level set of φ_0 . Equation (13) can also be written [8],

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \mathbf{w} \cdot \nabla \varphi = \mathbf{S}(\varphi), \qquad \mathbf{w} = \mathbf{S}(\varphi_0) \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}$$
(18)

that we can see it is a purely convective system, with the velocity field defined by w and the force function f defined by $f = S(\varphi)$. Therefore, we can apply the same procedure we used for the advection of the level set equation, just that for this case, we'll use an implicit time discretization scheme, because we're looking for fast, robust convergence instead of accuracy.

Same as with the advection of the level set equation, we are enforce to include some artificial diffusion to ensure stability, but since we're solving many artificial time steps, the level set function diffuses more and more on each iteration resulting in significant mass loss.

A method presented by [13] suggests an improvement to the standard reinitialization procedure. The method states, that if the interface does not move during reinitialization, the area is preserved. On the other hand, one can preserve the area while allowing the interface to move, implying that the proposed constraint is weaker than it should be. The local constraint is implemented by the addition of a correction term to the right hand side of equation (13),

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = S(\varphi_0)(1 - |\nabla \varphi|) + \lambda \delta_{\epsilon}(\varphi) |\nabla \varphi|$$
(19)

We can rewrite this as follows,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \tau} + \lambda \delta_{\epsilon}(\varphi) |\nabla \varphi| \quad \text{with,}$$
(20)

$$\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \tau} = S(\varphi_0)(1 - |\nabla \tilde{\varphi}|) \tag{21}$$

The mentioned constrain is defined by

$$\int_{\Omega_{i,j}} H_{\varepsilon}(\phi) d\Omega = 0$$
 (22)

where $\Omega_{i,j}$ is an individual cell and $H_{\epsilon}(\emptyset)$ is the smearedout heaviside function defined by equation (10). This is equivalent to

$$\int_{\Omega_{i,j}} \dot{H}_{\epsilon}(\phi) \ \phi_t \ d\Omega = \int_{\Omega_{i,j}} \delta_{\epsilon}(\phi) (\widetilde{\phi}_t + \lambda \delta_{\epsilon}(\phi) |\nabla \phi|) d\Omega = 0$$

This way, a particular $\lambda_{i,j}$ is determined on each cell by the following equation,

$$\lambda_{i,j} = -\frac{\int_{\Omega_{i,j}} \delta_{\epsilon}(\varphi) \left(\frac{\bar{\varphi}^{n+1} - \bar{\varphi}^{n}}{\Delta t}\right) d\Omega}{\int_{\Omega_{i,j}} \delta_{\epsilon}^{2}(\varphi) |\nabla \varphi| d\Omega}$$
(22)

where equation (20) is used to compute $\tilde{\varphi}^{n+1}$ from $\tilde{\varphi}^{n}$.

In summary, the initial guess $\tilde{\varphi}^{n+1}$ obtained from equation (20) is replaced with a corrected $\tilde{\varphi}^{n+1} + \Delta t \lambda \delta_{\epsilon}(\varphi) |\nabla \varphi|$, where λ is calculated on each cell using equation (22).

THE NAVIER STOKES EQUATIONS

Proceeding to the weak formulation of the conservation equations, we introduce the spaces

$$V = \{v \in H^{1}(\Omega)^{2} : v = \{v_{i}\}, v_{i} \in H^{1}(\Omega), \forall i\}$$

$$P = \{q \in L^{2}(\Omega) : \int_{\Omega} q \, d\Omega = 0\}$$

$$H^{1}(\Omega) = \{v \in L^{2}(\Omega) : \frac{\partial v}{\partial x_{i}} \in L^{2}(\Omega), \forall i\}$$

$$V_{u\Gamma} = \{v \in V : v = u_{\Gamma} \text{ on } \partial\Omega\}$$

$$V_{0} = \{v \in V : v = 0 \text{ on } \partial\Omega\}$$

Furthermore, we obtain the following variational formulation of (1) and (2): Find $u(x, t) \in V_{u\Gamma}$ and $p(x, t) \in P$ such that $\forall t \in [0, T]$,

$$m\left(\rho, \frac{\partial u}{\partial t}, \boldsymbol{v}\right) + a(\mu, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) = \begin{array}{c} f_{\Gamma}(\boldsymbol{v}) + \\ d(\rho, \boldsymbol{g}, \boldsymbol{v}) \end{array} \forall \boldsymbol{v} \in V_{0} \quad (23) \\ b(\boldsymbol{u}, q) = 0 \qquad \qquad \forall q \in P \quad (24) \end{array}$$

 $d\Omega$

where these forms are defined by

$$m\left(\rho, \frac{\partial u}{\partial t}, \boldsymbol{v}\right) = \int_{\Omega} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} \cdot \boldsymbol{v}\right) d\Omega$$
$$a(\mu, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) = \int_{\Omega} \frac{\mu}{Re} \{tr(\nabla \boldsymbol{u}^{T} : \nabla \boldsymbol{v}) + tr(\nabla \boldsymbol{u} : \nabla \boldsymbol{v})\}$$
$$b(\boldsymbol{u}, p) = -\int_{\Omega} (\nabla \cdot \boldsymbol{u})p d\Omega$$
$$c(\rho, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{w}) = \int_{\Omega} \rho(\boldsymbol{u} \cdot \nabla \boldsymbol{u}) \cdot \boldsymbol{w} d\Omega$$
$$d(\rho, \boldsymbol{g}, \boldsymbol{v}) = \int_{\Omega} \frac{\rho}{Fr^{2}} (\boldsymbol{g} \cdot \boldsymbol{v}) d\Omega$$
$$f_{\Gamma}(\boldsymbol{v}) = \int_{\Omega} \frac{1}{We} k \delta_{\Gamma} \boldsymbol{n} v d\Omega$$

The discretization of the time derivative is given by the θ -scheme, where $\theta = 1$ gives an implicit scheme, $\theta = 0.5$ a Crank-Nicholson scheme and $\theta = 0$ a fully explicit scheme. Then, equations (23) and (24) become

$$m(\rho, 0.5(u^{n+1} - u^n), v) + a(\mu, (\theta u^{n+1} + (1 - \theta)u^{n+1}), v) + b(v, p) + c(\rho, (\theta u^{n+1} + (1 - \theta)u^{n+1}), u, w) = f_{\Gamma}(v) + d(\rho, g, v)$$

$$b\big((\theta \boldsymbol{u}^{n+1} + (1-\theta)\boldsymbol{u}^{n+1}), q\big) = 0$$

For our problem, we set $\theta = 1$. After time discretization, equations (23) and (24) can be written in residual form for the unknown nodal values U_{n+1} as the nonlinear algebraic system

$$R(\boldsymbol{U}_{n+1}) = 0 \tag{25}$$

with $\boldsymbol{U}_{n+1} = (\boldsymbol{u}, p)^T$

We can see now, that for any $\theta \neq 0$ we need to solve a nonlinear system. To do so, we use a nonlinear Newton solver. As we are solving the pressure-velocity coupled system, we are enforced to select LBB stable elements. For our problem, we choose quadrilateral elements with 8 degrees of freedom, with second order accuracy for the velocity and first order accuracy for the pressure.

The goal is to define a sequence of linear problems that, when solved, converge to obtain the solution U_{n+1} of the nonlinear system (25). We can achieve this goal with the Newton-Raphson method defined as

$$\left[\frac{\partial \boldsymbol{R}(\boldsymbol{U}_{n+1}^l)}{\partial \boldsymbol{U}_{n+1}}\right] \delta \boldsymbol{U}_{n+1}^{l+1} = -\boldsymbol{R}(\boldsymbol{U}_{n+1}^l)$$
(26)

that results in an implicit linear system for δU_{n+1}^{l+1} and a sequence of iterates l = (0, 1, ...) which converges to U_{n+1} [14]. It's worthwhile to recall that Newton's method exhibits second-order conditional convergence, meaning that the magnitude of the residual decreases quadratically at successive iterates provided that the initial guess is sufficiently close to the unknown. For this reason, our algorithm adopts linear extrapolation, using previous solutions to estimate the initial Newton's iterate. This has shown marked improvement on the convergence rate, but even with this implementation, sometimes the initial guess is far from the exact solution and the algorithm diverges. Our algorithm deals with this problem by reducing the time step, therefore looking for the unknown closer to the previous solution.

Solving a large system of equations such as the one presented by equation (25) can be a hard task to the linear solver, as it can lead to a bad-conditioned system of equations. An approximate block ILU factorization is employed.

PROGRAM STRUCTURE

The numerical finite element simulation code was written on C++ language using the *libmesh* library as main tool. The *libmesh* library is a parallel adaptative finite element library for simulating partial differential equations. Among the many advantages of the library are: the possibility of selecting different generic 1D, 2D and 3D finite element types and interpolation functions; runtime selection of different quadrature rules; mesh creation, modification, input, output and format translation utilities; all with support for adaptative mesh refinement (AMR) computations in parallel platforms. With this tool, the program implementation became much easier and was performed in short period of time.

The mesh implementation that was used to solve this problem is basically a structured mesh (can be unstructured as well if needed) that is refined and coarsen at each time step, for higher reliability and efficiency.



Figure 1. Refined mesh.

The derivative of the Heaviside function is used as an estimator to flag elements for refinement and coarsening. For our problem, we use second order QUAD8 elements, tenth order Gaussian quadrature rule for the reinitialization function and its corrector, and fifth order quadrature rule for the level set and Navier-Stokes equations.

NUMERICAL RESULTS

In this section, we present the results of the computation of two numerical experiments. The nondimensional parameters that were used to characterize each problem are: The Morton number Mo, the Eötvös number Eo and the Froude number Fr, in addition to viscosity and density rations μ_2/μ_1 and ρ_2/ρ_1 . Here, subscript 1 denotes the viscosity and density of the external fluid that surrounds the bubble and subscript 2 the fluid inside the bubble.

The Froude number can be calculated as follows,

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gL}} \tag{27}$$

where U is the characteristic velocity and L is the characteristic length. It is related to the Reynolds and Weber number through the following equations,

$$We = Eo \, Fr^2 \tag{28}$$

$$Re^4 = \frac{We^3}{Fr^2Mo} \tag{29}$$

where We and Re are the adimentional Weber and Reynolds numbers.

Following, we present the numerical results of a rising bubble simulation on figures 2 to 5 and the results of bubbles coalescence simulation on figures 6 to 13.

Rising Bubble

The first experiment consists on an initially stationary bubble that rises due the effect of gravitational forces. The parameters that were used for these simulations are Fr =10.01, Eo = 1000, Mo = 0.01, $\mu_2/\mu_1 = 0.5$ and $\rho_2/\rho_1 =$ 0.01. The time step used was variable.





Figure 4. (t=25.1)

Figure 5. (t=40.2)

Bubble Coalescence

The second experiment focuses on bubble coalescence. The parameters that were used for these simulations are Fr =0.319, Eo = 10, Mo = 0.1, $\mu_2/\mu_1 = 0.5$ and $\rho_2/\rho_1 = 0.01$.



Figure 6. (t=0)

Figure 7. (t=0.077)



Figure 8. (t=0.179)

Figure 9. (t=0.262)





Figure 12. (t=1.030)

Figure 13. (t=1.150)

CONCLUSIONS

The method presented in this paper is an adaptative finite element level set approach that deals with the mass conservation problems that are inherent to the level set method, through mesh refinement capabilities and accurate correction techniques for keeping the level set function a sign function. This method results on effectively conserving mass properties while easily dealing with topological changes of the fronts, such as bubble coalescence and changes on free surface. The code implements a moving finite element unstructured mesh as well as a control procedure using *libmesh*, an adaptative C++ finite element library for simulating partial differential equations.

Future work

We can see from the last simulation that the bubbles start the merging process when they are close enough so that the smeared out surface tension force of one bubble cancels with the one of the other, reducing the surface tension in that region. In reality, this should happen when the region that defines one bubble intersects the region defined by the other bubble. From equation (12) we can see that the surface tension is defined by the smeared out derivative of the surface tension, thus accuracy can be increased by reducing ϵ . However, by doing this we are introducing numerical instabilities, and we are back to the original problem. Now, with the difficulties of the method identified, we can think on new methods to achieve even more accurate results, such as the ghost fluid method shown in [11] to directly define the pressure jump across the interface or an SUPG approach for the Navier-Stokes equations.

REFERENCES

- A. Esmaeeli, G. Tryggvason. Direct numerical simulations of bubbly flows. Part 1. Low Reynolds number arrays. *Journal of Fluid Mechanics*. 1998; 337:313–345.
- [2] S. Osher, J.A. Sethian. Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton Jacobi formulations. *Journal of Computational Physics* 1988; **79**:12–49.
- [3] G. Rabello, L. Portella, F. Sousa, N. Mangiavacchi. An ALE finite element method for the simulation of 3D multiphase flows. *12th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences* 2008. Belo Horizonte, MG.
- [4] Sousa FS, Mangiavacchi N, Nonato LG, Castelo A, Tome MF, Ferreira VG, Cuminato JA, McKee S. A front-tracking/front-capturing method for the simulation of 3D multi-fluid flows with free surfaces. *Journal of Computational Physics* 2004; **198**:469–499.
- [5] J.U. Brackbill, D.B. Kothe, C. Zemach, A continuum method for modeling surface tension, *J. Comput. Phys.* 100, pp. 335–354, 1992.
- [6] F. Sousa, N Mangiavacchi. A Lagrangian level-set approach for the simulation of incompressible two-fluid flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 2005; **47**:1393-1401.
- [7] S. Groß, V. Reichelt, A. Reusken. A finite element based level set method for two-phase incompressible flows. *Computing and Visualization in Science* 2006; 9/4:239-257.
- [8] Tornberg AK, Engquist B. A finite element based level set method for multiphase flow applications. *Computing* and Visualization in Science 2000; 3:93–101.
- [9] M. Sussman, M. Fatemi, P. Smereka, S. Osher. A level Set Approach for Computing Solutions to Incompressible Two-Phase Flow. *Journal of Computational Physics* 1994. 114:146-159.
- [10] B. Kirk, J. W. Peterson, R. H. Stogner, and G. F. Carey, libMesh: A C++ Library for Parallel Adaptive Mesh Refinement/Coarsening Simulations. *Engineering with Computers*, vol. 22, no. 3--4, pp. 237--254, 2006.
- [11] S. Osher, R. P. Fedkiw. Level set methods and dynamic implicit surfaces. *Springer Verlag*. 2003.
- [12] Peng, D., Merriman, B., Osher, S., Zhao, H.-K., and Kang, M., A PDE-Based Fast Local Level Set Method, *J. Comput. Phys.* 155, 410.438 (1999).
- [13] Sussman, M. and Fatemi, E., An Efficient Interface-Preserving Level Set Redistancing Algorithm and Its Application to Interfacial Incompressible Fluid Flow, *SIAM J. Sci. Comput.* 20, 1165.1191 (1999).
- [14] Kirk, B.S. Adaptive finite element simulation of flow and transport applications on parallel computers. *D., The University of Texas at Austin.* 2007.
- [15] A.N. Brooks and T.J.R. Hughes. Streamline upwind Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 32(1-3):199–259, 1982.
- [16] J.C. Heinrich and D.W. Pepper. Intermediate finite element method: fluid flow and heat transfer applications. Taylor & Francis Group, 1999.

NUMERICAL SIMULATION OF SUSPENDED SEDIMENT TRANSPORT USING FINITE ELEMENTS: A COMPARISON BETWEEN EULER-EULER AND EULER-LAGRANGE APPROACHES

H. H. Shin*, N. Mangiavacchi[†], L. M. Portela[‡], C. E. Schaerer^{*}

* Polytechnic Department, National University of Asuncion, San Lorenzo, Paraguay. P.O.Box: 2111 SL. Email: <u>hhs@pol.una.py</u>, <u>cschaer@pol.una.py</u>.

[†]Department of Mechanical Engineering, Rio de Janeiro State University, Rua Fonseca Teles, no 121,

São Cristóvão, Rio de Janeiro, RJ. CEP: 20940-903. Email: norberto.mangiavacchi@gmail.com

[†]Department of Multi-Scale Physics, Faculty of Applied Sciences, Delft University of Technology

Kramers Laboratory, Prins Bernhardlaan 6, 2628 BW, Delft, The Netherlands. Email: <u>l.portela@tudelft.nl</u>

ABSTRACT

In this work, the point-particle tracking and two-fluid approaches, for the TRANS (Transient Reynolds-Averaged Navier-Stokes) numerical simulation of sediment transport using finite elements, were evaluated in an open channel flow. The particle-tracking algorithm for the point-particle approach with a simple discrete-eddy model for the interaction between the particles and the turbulence, and a simplified twofluid formalism using only the mass-balance equation for the dispersed-phase, were incorporated in the finite element code. Our simulations were compared with laboratory data and point-particle tracking direct numerical simulations from the literature. The comparison is quite encouraging, and even with the very simple models used a reasonable agreement was obtained; they suggest that with better models both the Euler-Lagrange and the Euler-Euler approaches can be successfully used in accurate simulations of sediment transport with finite elements.

INTRODUCTION

The transport of suspended sediment in wall-bounded turbulent flows is important in numerous situations [1]. A common situation involves the transport and sedimentation of sand-like particles in turbulent water-flows. The sedimentation of the particles depends strongly on the interaction between the particles and the turbulence, and there is a lack of good understanding about it.

In this work, we deal with the numerical simulation of suspended sediment transport for unsteady 3D for turbulent environmental flows, using simple models for the interaction between particles and the turbulence. For the computation of the motion of particles in a turbulent flow we implemented two techniques:

- 1. the Euler-Lagrange approach, also known as pointparticle tracking, and
- 2. the Euler-Euler approach, also known as two-fluid.

In both models, the simulations were performed considering one-way coupling, neglecting the influence of the particles on the continuous phase.

In the point-particle RANS (PP-RANS) approach, the continuous-phase was solved using RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) and continuity equations, and the individual particles were tracked. Algebraic turbulence model based on the Prandtl's mixing length hypothesis is used for the RANS simulation. To simulate the motion of the particles is considered the Stokes drag forces, body forces, added mass and the surrounding fluid stresses acting on the particles. In the two-fluid (TF-RANS) approach, both phases were averaged, leading to the RANS and mean continuity equations for the continuous phase and an averaged scalar concentration equation for the concentration of the dispersed phase.

For the numerical simulation, commonly, engineering codes employ finite volume or finite difference techniques. Finite elements have advantages for complex geometries involving flows like rivers, lakes and reservoirs [2]. As a consequence, the Galerkin semi-discrete finite element method is used for spatial discretization. The nonlinear convective terms are discretized with the time derivative term. These terms are written in the form of substantial derivative, and are discretized by the semi-Lagrangian semi-implicit scheme. The MINI tetrahedral element is adopted for velocity and pressure discretization [3]. These elements provide the consistent function spaces for the unknown functions that are necessary for simulation of incompressible fluid flows.

The objective of this work consists in comparing the results of the implemented approaches (PP-RANS and TF-RANS) and contrast the numerical results with laboratory experimental data and point particle DNS (Direct Numerical Simulation) results obtained from the literature [4]. The comparisons will help to improve the model in the implemented methods. This is of practical importance, since these approaches have less computational effort than the point-particle DNS/LES, and therefore it is usually preferred in engineering applications such as environmental simulations. The article has the following structure. The equations of motion for the numerical simulations are presented in the 'Equations of Motion' section, and the numerical methods as well as the parameters used for the implementations are presented at the 'Numerical Method' section. In the 'Results and comparisons' section, we present the comparison between the results of the two approaches with laboratory data and results obtained at [4], based on direct numerical simulations. Concluding remarks and future research are presented in the last section.

EQUATIONS OF MOTION

We consider two phases in the sediment transport: a continuous (considered incompressible) and a dispersed phase. The continuous phase is represented by the mean continuity and RANS equations:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{\nabla P}{\rho_f} + \nabla \left[\nu_{eff} \left(\nabla \vec{u} + \left(\nabla \vec{u} \right)^T \right) \right], \qquad (2)$$

where, \vec{u} is the mean fluid velocity, P the mean pressure, ρ_f the fluid density, and ν_{eff} the effective fluid viscosity [5]. The effective viscosity ν_{eff} is composed by the fluid kinematic viscosity ν and the eddy viscosity ν_t .

$$\nu_{eff} = \nu + \nu_t. \tag{3}$$

The eddy viscosity is obtained using an algebraic model based on the Prandtl's mixing length hypothesis. This hypothesis estimates the eddy viscosity using the mixing length l, which is a characteristic turbulence length and represents the average diameter of the eddies [6], by the formula:

$$\nu_t = 2l^2 \sqrt{\nabla \vec{u} : \nabla \vec{u}}.$$
(4)

The mixing length is obtained by a simple model, using a near-wall region and an outer-region:

$$l = \begin{cases} \kappa z, & 0 < z \le \frac{\lambda}{\kappa} \delta \\ \lambda \delta, & \frac{\lambda}{\kappa} \delta \le z \le \delta \end{cases},$$
(5)

where $\kappa = 0.41$ is the Von Karman constant, $\lambda = 0.09$ is the constant that determines the mixing-length in the outer-region, and δ is the thickness of the boundary layer, defined as the distance to the surface where the velocity is 99% of the velocity of the outer flow [7].

In the complete two-fluid approach with one-way coupling (i.e., neglecting the influence of the dispersed phase on the continuous phase) the concentration is determined using the mass and momentum equations for the dispersedphase [1]. Here we use a simplified two-fluid approach, using only the mass balance for he dispersed phase. The concentration of the dispersed phase is averaged and represented by the scalar transport equation:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \nabla \left(\alpha_{eff} \nabla \phi \right) \tag{6}$$

where ϕ is the mean scalar concentration representing the concentration of the particles, and α_{eff} the effective diffusivity. Similarly to the effective viscosity, the effective diffusivity α_{eff} is composed by the molecular diffusivity α and the eddy diffusivity α_t as follows:

$$\alpha_{eff} = \alpha + \alpha_t. \tag{7}$$

The ratio between the eddy viscosity and the eddy diffusivity is represented by the turbulent Schmidt number:

$$Sc_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t}.$$
(8)

In the point-particle approach, the motion of the dispersed phase is obtained solving the equations for the trajectory of the particles. For each particle we have

$$m_p \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F},\tag{9}$$

where \vec{v} is the velocity and m_p the mass of the particle, and \vec{F} is the force exerted by the fluid on the particle. The force \vec{F} acting over a particle is composed by four forces, namely, Stokes drag force, body force, surrounding fluid stress and virtual mass force (added mass) [8]. Considering these forces, the Eq. (9) is written as:

$$\rho_p \frac{\pi d_p^3}{6} \frac{d\vec{v}}{dt} = 3\pi \mu d_p \left(\vec{u} - \vec{v} \right) + \rho_p \frac{\pi d_p^3}{6} \vec{g} + \frac{\pi d_p^3}{6} \left(\nabla \cdot \vec{T} \right) + \frac{\rho_f}{2} \frac{\pi d_p^3}{6} \left(\frac{D\vec{u}}{Dt} - \frac{d\vec{v}}{dt} \right)$$
(10)

where ρ_p is the particle density, d_p the particle diameter, μ the fluid viscosity, \vec{g} the acceleration due to the gravity, \vec{u} the surrounding fluid velocity at the particle position and \vec{T} the fluid stress tensor. The fluid stress tensor is related to the acceleration of the surrounding fluid neglecting the influence of the particles on the fluid, given by

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = \frac{1}{\rho_f} \left(\nabla \cdot \vec{\vec{T}} \right) + \vec{g}.$$
(11)

Then, the motion of the particles can be expressed as

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{\tau_a} \left(\vec{u} - \vec{v} \right) + \frac{\beta - 1}{\beta + \frac{1}{2}} \vec{g} + \frac{3}{2} \frac{1}{\beta + \frac{1}{2}} \frac{D\vec{u}}{Dt},$$
(12)

where

$$\beta = \frac{\rho_p}{\rho_f} \tag{13}$$

is the ratio between the particle and fluid densities,

$$\tau_a = \frac{\beta + \frac{1}{2}}{\beta} \tau_p \tag{14}$$

and the particle relaxation time τ_p is given by

$$\tau_p = \beta \frac{d_p^2}{18\nu}.\tag{15}$$

The fluid velocity fluctuation seen by the particles is obtained using a simplified discrete eddy model [9], with a Gaussian distribution with constant variance and a eddy life time equal to the time step of the simulation (in this case this gives an eddy life time of the same order of the life time of the large eddies in the outer region).

NUMERICAL METHOD

Here we describe the numerical method used in the simulations.

Primarily, the equations of the fluid flow motion, equations (1) and (2), are considered. The functions of the fluid solution are defined in $(\Omega, t) \subset \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^+$ and subject to Dirichlet and Neumann boundary conditions, and initial condition.

The variational form is obtained using weighting functions, ω_p and $\vec{\omega}$, belonging to the homogeneous Sobolev space $\mathcal{H}_0^1(\Omega)$. The variational form, considering homogeneous Neumann boundary condition, reads

$$\int_{\Omega} \left(\nabla \cdot \vec{u} \right) \omega_p d\Omega = 0 \tag{16}$$

$$\int_{\Omega} \frac{D\vec{u}}{Dt} \cdot \vec{\omega} d\Omega = \frac{1}{\rho_f} \int_{\Omega} P\left(\nabla \cdot \vec{\omega}\right) d\Omega - \int_{\Omega} \nu_{eff} \left(\nabla \vec{u} + \left(\nabla \vec{u}\right)^T\right) : \left(\nabla \vec{\omega}\right) d\Omega$$
(17)

These equations are discretized using the Galerkin method, *i.e.*, making the projection of the residue on the solution search space being zero. This is achieved making the interpolation and weighting functions belonging to the space $(\mathcal{H}_0^1(\Omega))$ [10]. The MINI tetrahedral element is used to construct the basis for the velocity and pressure. The following linear semi-discrete (discrete in space but continue in time) approximation of the functions in space is used:

$$\vec{u}(\vec{x},t) \approx \sum_{n=1}^{nu} \varphi_n(\vec{x}) \vec{u}_n(t), \tag{18}$$

$$P(\vec{x},t) \approx \sum_{n=1}^{np} \chi_n(\vec{x}) P_n(t), \qquad (19)$$

where nu is the number of nodes for velocity, np is the number of nodes for pressure, φ_n (n = 1, ..., nu) and χ_n (n = 1, ..., np) are the interpolation functions for the velocity and pressure, respectively, and form the basis of the search spaces.

Substituting the approximation above into the variational form the following linear ordinary differential equations system is obtained

$$Du = 0 \tag{20}$$

$$M\frac{Du}{Dt} - Gp + K_{\nu_{eff}}u = 0 \tag{21}$$

where $u = [u_{x1} \cdots u_{x nu} u_{y1} \cdots u_{y nu} u_{z1} \cdots u_{z nu}]^T \in \mathbb{R}^{3 nu}$ and $p = [p_1 \cdots p_{np}]^T \in \mathbb{R}^{np}$ are the unknowns at the nodes of velocity and pressure, respectively, $D \in \mathbb{R}^{np \times 3 nu}$ is the divergence matrix, $G \in \mathbb{R}^{3 nu \times np}$ is the gradient matrix, $M \in \mathbb{R}^{3 nu \times 3 nu}$ is the mass matrix, and $K_{\nu_{eff}} \in \mathbb{R}^{3 nu \times 3 nu}$ is the momentum diffusion matrix.

The substantial derivative term is discretized using the semi-Lagrangian scheme. Since a larger time step can be used, the semi-Lagrangian technique contributes to a significant enhancement of the efficiency of the semi-implicit integration scheme [11]. The substantial derivative of the velocity at the point \vec{x}_i is discretized using a first order scheme as

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{u_i^{n+1} - u_d^n}{\Delta t} \tag{22}$$

where, $u_i^{n+1} = u(\vec{x}_i, t^{n+1})$ is the image of u at the point \vec{x}_i at time step n+1 and $u_d^n = u(\vec{x}_d, t^n)$ is the image of u at the point \vec{x}_d at the time step n. The time step Δt is selected such that CFL = 1. We notice that u_d^n is obtained by interpolating the solution on the mesh nodes at time step n. The position \vec{x}_d is obtained using the expression

$$\vec{x}_d = \vec{x}_i - \vec{u}_i \Delta t \tag{23}$$

where $\vec{u}_i = \vec{u}_i(\vec{x}_i, t^n)$ is the velocity vector at the point \vec{x}_i at time step n.

Incorporating the semi-Lagrangian scheme into the equations (20) and (21), and using the implicit form, it is obtained the linear equation system that is solved using the projection method based on the Helmholtz-Hodge decomposition and the diagonal (lumped) approximation (see [3] for details).

In the two-fluid approach, the transport equation of the particle concentration is discretized similarly to the discretization for the fluid motion. The variational form of the equation (6) is

$$\int_{\Omega} \frac{D\phi}{Dt} \omega_{\phi} d\Omega = -\int_{\Omega} \alpha_{eff} \nabla \phi \cdot \nabla \omega_{\phi} d\Omega, \qquad (24)$$

where ω_{ϕ} is the weight function that belongs to $\mathcal{H}_0^1(\Omega)$. The linear tetrahedral element is used to construct the basis for the particle concentration. The approximation of ϕ , using the Galerkin method is

$$\phi(\vec{x},t) \approx \sum_{n=1}^{n\phi} \psi_n(\vec{x})\phi_n(t)$$
(25)

where $n\phi$ is the number of nodes for particle concentration, ψ_n $(n = 1, ..., n\phi)$ are the interpolation functions for the particle concentration. Then, the following linear ordinary differential equations system is obtained

$$M_{\phi} \frac{D\phi}{Dt} + K_{\alpha_{eff}} \phi = 0 \tag{26}$$

where $\phi = [\phi_1 \cdots \phi_{n\phi}]^T \in \mathbb{R}^{n\phi}$ are the unknowns at nodes of particle concentration, $M_{\phi} \in \mathbb{R}^{n\phi \times n\phi}$ is the particle mass matrix, and $K_{\alpha_{eff}} \in \mathbb{R}^{n\phi \times n\phi}$ is the particle concentration diffusion matrix.

The discretization of the substantial derivative of the particle concentration using the semi-Lagrangian scheme is

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\phi_i^{n+1} - \phi_d^n}{\Delta t} \tag{27}$$

where, $\phi_i^{n+1} = \phi(\vec{x}_i, t^{n+1})$ is the image of ϕ at the point \vec{x}_i at time step n+1 and $\phi_d^n = \phi(\vec{v}_d, t^n)$ is the image of ϕ at the point \vec{x}_d at the time step n, obtained by interpolating the solution on the mesh nodes at time step n. The position \vec{x}_d is obtained using the expression Eq. (23).

In the point-particle approach the continuous phase is solved using the discretization of the fluid motion described above. The particles conforming the disperse phase is tracked using the equation (12). The velocity of the surrounding fluid is obtained by interpolating the velocity on the mesh nodes. The effects of the turbulence over the particles are modeled using a normal random variable of zero mean and unity variance. The mean turbulence intensity was set as 10% of the mean velocity, which is roughly the average magnitude of the turbulence intensity in the channel. The eddy life time was made equal to the time-step, using CFL equal to 1. This leads to a eddy life time of roughly 0.5 U/H, which is of the same order of the eddy life time of the large eddies in the outer region.

RESULTS AND COMPARISONS

In this section we present the numerical simulations of both PP-RANS and TF-RANS approaches for a sediment transport in an open channel flow. We considered a channel with a water depth of h = 0.5 m and an inflow velocity of 0.02 m/s. The viscosity of the water is $\nu = 1.01 \times 10^{-6} m^2/s$, giving a bulk Reynolds number of around 10000. In the present simulations, we considered the particles with a density of $1035 kg/m^3$ and a diameter of $3.47 \, mm$. The particle-to-fluid density ratio β was set to 1.0367. For the simulation of TF-RANS, the terminal velocity of the particles was set to $0.21 \, mm/s$. Note that for the particle concentration, the velocity u_z which is used in the vertical direction is the velocity of the fluid plus the particle terminal velocity. The values of molecular diffusivity and the turbulent Schmidt number (equations (7) and (8)) were $\alpha = 1 \times 10^{-7} m^2/s$ and $Sc_t = 2$.

The computational domain was conformed by $55 \times 2 \times 18$ nodes with 5508 tetrahedra. No-slip boundary condition on bottom and lateral sides of channel was applied. The outflow pressures was set to zero. The top for the velocity and was used to the velocity in the bottom. The concentration profile at x/h = 160 was normalized by the absolute value of the concentration at one quarter of the channel height ($z^+ = 125$).



Figure 1: Concentration profile: experimental data and numerical simulation using an ad-hoc resuspension model [4]

Figure 1 shows laboratory data and simulations using the DNS obtained from [4]. Figures 2 and 3 show the simulation results of the two-fluid and the point-particle approaches.

The results presented at Figure 2 and 3 are qualitatively similar to the laboratory data, and quantitatively acceptable if we consider the result as a starting point in the research. Note that close to the bottom occurs a sharp gradient in the particle-concentration, which imposes a se-



Figure 2: Concentration profile: numerical simulation using Two-Fluid RANS approach corresponding to x/h = 160.



Figure 3: Concentration profile: numerical simulation using Point-Particle RANS approach corresponding to x/h = 160.

vere challenges for the simulation method [1]. This sharp gradient might require very fine grids, adaptively and/or adequate resuspension/lift models. Particularly, this suggest that if the parameters of the model and the mesh are adequately adjusted, good results can be obtained.

CONCLUDING REMARKS

In this work a first attempt was made to use the RANS point-particle tracking approach and the two-fluid approach in combination with finite elements, for simulations of sediment transport. We used extremely simple models and a simplified implementation of the two-fluid approach, based on a ad-hoc diffusivity and a constant particle terminal velocity (a complete two-fluid implementation requires also the use of the momentum equation for the dispersed phase). In spite of all the simplifications, a very reasonable agreement was obtained, when compared with DNS and experimental data. We should note that close to the wall a resuspension model is needed [4] and was not used here.

The proof-of-concept results shown here clearly indicate that both the RANS point-particle approach and the two-fluid approach can be successfully used in combination with finite element simulations. The use of finite elements offers advantages when dealing with complex geometries that can occur in actual situations in the sea, rivers, lakes or reservoirs. Obviously, regardless of the numerical technique used in the simulations, the accuracy of the results depends crucially on the accuracy of the models used to represent the complex physical phenomena involved [1]. In the continuation of this work, we will explore the use of better models and also the application of the software developed to 'real situations' with complex geometries.

NOMENCLATURE

Symbol	Quantity	${ m SI}$ unit
d_p	Particle diameter	m
$\hat{\vec{F}}$	Force exerted on the particle	N
\vec{g}	Acceleration due to the gravity	$m s^{-2}$
Ĩ	Mixing length	m
m_p	Mass of the particle	kg
$P^{'}$	Mean fluid pressure	Pa
Sc	Schmidt number	dimensionless
Sc_t	Turbulent Schmidt number	dimensionless
\vec{T}	Fluid stress tensor	$M m^{-2}$
1 1	Moon fluid volocity	$m e^{-1}$
u ai	Particle velocity	$m s^{-1}$
U	I atticle velocity	111 5
α	Molecular diffusivity	$m^2 s^{-1}$
α_{eff}	Effective diffusivity	$m^2 s^{-1}$
α_t	Eddy diffusivity	$m^2 s^{-1}$
β	Particle to fluid density ratio	dimensionless
δ	Boundary layer thickness	m
κ	Von Karman constant	dimensionless
μ	Dynamic fluid viscosity	$Pa \ s$
ν	Kinematic fluid viscosity	$m^2 s^{-1}$
$ u_{e\!f\!f}$	Effective fluid viscosity	$m^2 s^{-1}$
ν_t	Eddy viscosity	$m^2 s^{-1}$
$ ho_f$	Fluid density	$kg \; m^{-3}$
ρ_p	Particle density	$kg \; m^{-3}$
$ au_p$	Particle relaxation time	s
ϕ	Mean particle concentration	$kg \; m^{-3}$
D	Divergence matrix	
G	Gradient matrix	
$\mathcal{H}^1_0(\Omega)$	Homogeneous Sobolev space	
K	Particle diffusion matrix	
$K_{\alpha_{eff}}$	Momentum diffusion matrix	
M	Mass matrix	
M_{\perp}	Particle mass matrix	
np	Number of nodes for P	
างp กาน	Number of nodes for \vec{u}	
$n\phi$	Number of nodes for ϕ	
φ	Interpolation function for \vec{u}	
$\frac{r}{\gamma}$	Interpolation function for P	
$\frac{1}{2}$	Interpolation function for ϕ	
ω^{τ}	Weighting function for \vec{u}	
ω_{n}	Weighting function for P	
$\cdot \cdot \rho$		

Symbol	Quantity	SI uni
$\omega_{\phi} \Omega$	Weighting function for ϕ Spatial domain	
CFL	Courant–Friedrichs–Lewy condition	
DNS	Direct Numerical Simulation	
LES	Large-Eddy Simulation	
PP	Point-Particle	
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes	
\mathbf{FT}	Two-Fluid	
TRANS	Transient RANS	

REFERENCES

- L.M. Portela and R.V.A. Oliemans, Possibilities and Limitations of computer simulations of industrial turbulent dispersed multiphase flows, *Flow Turbulence Combustion*, Vol. 77, pp: 381-403, 2006.
- [2] N.G. Wright, Introduction to Numerical Methods for Fluid Flow, in P.D. Bates, S.N.Lane and R.I. Ferguson, *Computational Fluid Dynamics: Applications* in Environmental Hydraulics, chap. 7, John Wiley & Sons Ltd, England, 2005.
- [3] H.H. Shin, A methodology of study of three dimensional stratified turbulent fluid flow for hydroelectric Power plant reservoir simulation, MSc Thesis, Mechanical Engineering Department, Rio de Janeiro State University, Rio de Janeiro, Brasil, 2009.
- [4] M.F. Cargnelutti and L.M. Portela, Influence of the resuspension on the particle sedimentation in wallbounded turbulent flows, in: 6th International Conference on Multiphase Flow, ICMF 2007, Leipzig, Germany, July 9-13, 2007.
- [5] S.B. Pope, Turbulent Flows, Cambridge University Press, Cambridge and New York, 2000.
- [6] D.C. Wilcox, Turbulence modeling for CFD, DCW Industries, La Cañada, CA, 1993.
- H. Schlichting and K. Gersten, Boundary layer theory, 8th Rev., Springer-Verlag, Berlin, 2000.
- [8] M.R. Maxey and J.J. Riley, Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow, *Physics fluids*, vol. 26, no. 4, pp. 883–9, 1983.
- [9] C.T. Crowe, M. Sommerfeld and Y. Tsuji, Multiphase flows with droplets and particles, CRC Press, Florida, 1998.
- [10] T.J.R. Hughes, The finite element method: Linear static and dynamic finite element analysis, Dover Publications, New York, 2000.
- [11] A. Robert, T.L. Yee and H. Ritchie, A semi-lagrangian and semi-implicit numerical integration scheme for multilevel atmospheric models, *Monthly Weather Re*view, vol. 113, pp. 388–94, 1984.