

EFEITOS DA ESTRATIFICAÇÃO ESTÁVEL NA CAMADA DE MISTURA TRIDI-MENSIONAL

Denise Maria Varella Martinez

Departamento de Matemática, Fundação Universidade Federal do Rio Grande
PPGRHSA-IPH-Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Av. Bento Gonçalves, 9500 - 91501-970 - Porto Alegre, RS, Brasil
denise@ppgiph.ufrgs.br

Edith Beatriz Camaño Schettini

Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Av. Bento Gonçalves, 9500 - 91501-970 - Porto Alegre, RS, Brasil
bcamano@iph.ufrgs.br

Jorge Hugo Silvestrini

Departamento de Engenharia Mecânica e Mecatrônica, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Av. Ipiranga, 6681 - 90619-900- Porto Alegre, RS, Brasil
jorgehs@em.pucrs.br

Resumo. A transição à turbulência em um escoamento estavelmente estratificado é de grande interesse para uma variedade de problemas geofísicos e de engenharia. A dinâmica da camada de mistura estavelmente estratificada é controlada pela competição entre o cisalhamento vertical do escoamento de base e as forças de empuxo devido à estratificação em densidade do ambiente. Os efeitos do empuxo atuam no escoamento reduzindo a taxa de crescimento das perturbações e retardando a transição à turbulência. Neste trabalho investigamos qualitativamente a natureza da transição através da qual a turbulência pode se desenvolver na camada de mistura tridimensional homogênea e na estratificada. A transição acontece devido a formação de tubos de vórtices longitudinais (conhecidos como vórtices "ribs") que se desenvolvem depois da saturação dos turbilhões primários de Kelvin-Helmholtz (KH). Em escoamentos homogêneos, estudos mostram que os vórtices longitudinais surgem devido à instabilidade translativa. Em escoamentos estratificados, o mecanismo de instabilidade está associado, além da instabilidade translativa, com a desestabilização convectiva das subcamadas de densidade, as quais são geradas durante o enrolamento dos turbilhões KH e com uma instabilidade secundária cisalhante bidimensional, gerada pelo gradiente longitudinal de densidade. Apresentamos uma sequência de simulações numéricas diretas tridimensionais, que resolvem as equações de Navier-Stokes na aproximação de Boussinesq, para números de Richardson $R_i = 0$ (caso não estratificado), $R_i = 0.1$ e $R_i = 0.2$. Nos casos com estratificação, verifica-se a formação dos vórtices longitudinais, porém com uma forte alteração na sua estrutura. A estratificação dificulta a formação dos turbilhões primários (KH) e dos tubos longitudinais, reduzindo a sua espessura e diminuindo a vorticidade no núcleo dos turbilhões KH.

keywords: Estratificação estável, camada de mistura, simulação numérica direta, transição, instabilidade.

1. Introdução

A transição à turbulência em um escoamento estavelmente estratificado é de grande interesse para uma variedade de problemas geofísicos e de engenharia. A evolução destes escoamentos é estudada em termos de um problema modelo: a camada de mistura. A camada de mistura estavelmente estratificada desenvolve-se na interface de duas correntes com velocidades e densidades diferentes, onde a corrente superior é menos densa e mais rápida que a inferior. A dinâmica da camada de mistura estavelmente estratificada é controlada pela competição entre o cisalhamento vertical do escoamento de base e as forças de empuxo devido a estratificação em densidade do ambiente. Os efeitos do empuxo atuam reduzindo a taxa de crescimento das perturbações e retardando a transição à turbulência.

Segundo a teoria de estabilidade linear, a camada de mistura estratificada quando sofre uma perturbação infinitesimal, é susceptível a instabilidade de Kelvin-Helmholtz (KH) somente se o número de Richardson (R_i) é menor que 0.25 em todo o escoamento (Miles, 1961; Howard, 1961; Hazel, 1972). Desta forma, se $R_i < 0.25$, a instabilidade de Kelvin-Helmholtz(KH) se desenvolve e gera uma camada de vorticidade que se enrola, formando as estruturas coerentes de Kelvin-Helmholtz. Este primeiro estágio do mecanismo de transição à turbulência é devido à natureza inflexional do perfil de velocidade. A estabilidade linear destes perfis foi bem documentada por Michalke, (1964). Um segundo estágio da transição é determinado pelo emparelhamento dos turbilhões bidimensionais de KH, que foi mostrado experimentalmente (Winant and Browand, 1974) ser um importante resultado para a determinação da mistura no escoamento.

A evolução tridimensional da camada de mistura não estratificada foi amplamente estudada nas últimas duas décadas

(Pierrehumbert and Widnall, 1982; Lasheras and Choi, 1988; Rogers and Moser, 1992; Comte et al., 1992; Moser and Rogers, 1993; Silvestrini, 1996; Comte et al., 1998). Nestes estudos ficou evidente a importância da instabilidade translativa presente no núcleo do turbilhão como principal mecanismo responsável pela transição à turbulência. Estudos teóricos (Pierrehumbert and Widnall, 1982) mostram que a instabilidade translativa é caracterizada por uma oscilação (sinusoidal transversal) em fase dos turbilhões KH e com um comprimento de onda transversal λ_y , sendo o mais instável da ordem de 2/3 do comprimento de onda longitudinal λ_x . A transição à turbulência da camada de mistura não estratificada ocorre com a formação de tubos de vórtices longitudinais que se desenvolvem depois da saturação dos turbilhões primários KH. Estes vórtices longitudinais originam-se a partir de condições iniciais tridimensionais aleatórias ou forçadas. Na camada de mistura homogênea (não estratificada) um par de vórtices longitudinais de sinais opostos (contra-rotativos) são formados para cada comprimento de onda. Na camada de mistura estratificada os detalhes das estruturas tridimensionais e como elas interagem ainda não são bem conhecidos.

A transição à turbulência de uma camada de mistura bidimensional estavelmente estratificada ocorre de maneira diferente do caso não estratificado (Caulfield and Peltier, 2000). Em escoamentos estratificados, o mecanismo está associado com a desestabilização convectiva das subcamadas de densidade, as quais são geradas durante o enrolamento dos turbilhões KH. Esta instabilidade, chamada de instabilidade convectiva gravitacional, é encontrada em regiões instáveis do núcleo do turbilhão KH, e consiste de linhas de fluido mais denso e menos denso em espiral. Quando o fluido mais denso se encontra acima do menos denso a instabilidade convectiva gravitacional amplifica, favorecendo a mistura (Klaassen and Peltier, 1991). Também, por efeitos baroclinicos, surge uma instabilidade secundária cisalhante. Esta surge da seguinte maneira: após o enrolamento dos turbilhões KH aparecem finas camadas de vorticidade na região entre os turbilhões, que são geradas pelo gradiente longitudinal do campo local de densidade e definidas como camadas baroclínicas (Staquet, 1995). Os efeitos baroclinicos reduzem a vorticidade no núcleo do turbilhão e aumentam na região entre eles.

O principal objetivo deste trabalho é investigar qualitativamente a natureza da transição através da qual a turbulência pode se desenvolver na camada de mistura tridimensional estratificada e homogênea, verificando como são formados os vórtices longitudinais após a saturação dos turbilhões primários de Kelvin-Helmholtz (KH). É mostrado que a estratificação estável afeta a formação dos vórtices longitudinais, mesmo sendo a camada de mistura tridimensional forçada com condições iniciais para que isto ocorra. Esta verificação é realizada através de simulação numérica direta (DNS) das equações de Navier-Stokes na aproximação de Boussinesq. A simulação numérica direta (DNS) é um excelente instrumento para investigar as instabilidades na camada de mistura temporal. As simulações temporais são usadas para melhor compreender a origem das estruturas de vorticidade e sua dinâmica.

2. Modelo Matemático

2.1. Equações governantes e condições de contorno

Considera-se uma camada de mistura temporal com condições de contorno periódicas nas direções longitudinal (x) e transversal (y), e condição de deslizamento livre na direção vertical (z). O movimento do fluido é descrito pelas equações de Navier-Stokes na aproximação de Boussinesq, em um sistema cartesiano de referência $\mathfrak{R} = (0; x, y, z)$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} = -\vec{\nabla} P - R_i \rho \vec{i}_z + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{u} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \rho = \frac{1}{RePr} \nabla^2 \rho \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (3)$$

onde $\rho(x, y, z, t)$ é a densidade ou escalar ativo, $\vec{u}(x, y, z, t)$ é o campo de velocidade, P o campo de pressão. Nestas equações adimensionais os dois parâmetros relevantes são: o número de Reynolds $Re = U\delta_i/\nu$ (baseado na metade da diferença de velocidade através da camada cisalhante e na espessura inicial de vorticidade, definida por $\delta_i = 2U/(du/dz)_{max}$) e o número de Richardson $R_i = gR\Delta\rho\delta_i/\rho_0U^2$ (onde $R\Delta\rho$ é a escala de densidade e R é a razão entre a espessura inicial de vorticidade e a espessura de densidade). Neste trabalho a espessura do perfil inicial de velocidade (na interface entre as velocidades) é de aproximadamente 80% da espessura do perfil inicial de densidade. Considera-se que as escalas de comprimento, velocidade e densidade foram escolhidas de tal forma que $\delta_i = 1$, $U = 1$, e $\Delta\rho = 1/R$, assim $Re = 1/\nu$ e $R_i = g/\rho_0$.

2.2. Condições Iniciais

Os perfis iniciais de velocidade e densidade para $t=0$ são

$$u(z, t = 0) = U \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{\pi} z}{\delta_i} \right) \quad (4)$$

$$\rho(z, t = 0) = -\frac{1}{R} \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{\pi} R z}{\delta_i} \right) \quad (5)$$

Uma perturbação tridimensional é imposta ao perfil de velocidade inicial. Esta perturbação envolve as ondas correspondentes ao número de onda mais amplificado, α_a , e seu primeiro subharmônico, $\alpha_a/2$, e uma onda senoidal na direção transversal (y). O comprimento de onda mais instável dado pela teoria de estabilidade linear é de aproximadamente $\lambda_a = 7\delta_i$ ($\alpha_a = 0.8894\delta_i^{-1}$, Michalke, 1964). As amplitudes das perturbações para o modo fundamental, modo subharmônico e transversal são, respectivamente, $1\%U$, $0.1\%U$ e $0.1\%U$. O campo de densidade no instante inicial não é perturbado.

3. Método Numérico

As equações (1), (2) e (3) são resolvidas numericamente usando um esquema de diferenças finitas compacto de 6ª ordem (Lele, 1992) para calcular as derivadas espaciais. Os esquemas compactos são esquemas implícitos que relacionam o valor da derivada em um ponto ao valor da derivada em pontos vizinhos. Eles têm um comportamento quase espectral, ou seja, o valor aproximado da derivada é muito próximo ao seu valor exato para uma banda larga de números de onda. A integração no tempo é realizada com um método de Runge-Kutta de terceira ordem, em 3 sub-passos de tempo, onde os coeficientes de cada sub-passo são dados por Williamson, 1980. A condição de incompressibilidade é assegurada com um método de passo fracionário via resolução da equação de Poisson para a pressão. Mais detalhes a cerca do código numérico pode ser encontrada em Lardeau et al., 2002 e Silvestrini and Lamballais, 2002.

4. Resultados

O domínio de cálculo tem dimensões $L_x = 14\delta_i$, $L_y = 10.5\delta_i$ e $L_z = 14\delta_i$, e uma grade computacional com $n_x \times n_y \times n_z = 128 \times 96 \times 129$ pontos, respectivamente, nas direções longitudinal, transversal e vertical.

O comprimento transversal do domínio (L_y) é $2/3$ de L_x . Esta escolha foi feita para produzir o modo mais amplificado na direção transversal e obter a instabilidade translativa.

As simulações são realizadas a número de Reynolds $Re = 200$ e para três diferentes números de Richardson, $R_i = 0$ (caso não estratificado), 0.1 e 0.2 (forte estratificação).

As visualizações tri-dimensionais são apresentadas para os três números de Richardson num mesmo instante de tempo e com isosuperfícies de módulo de vorticidade $|\omega| = 0.25\omega_i$, onde $\omega_i = 2U/\delta_i$ e $|\omega| = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}$.

No tempo, $t = 9.52\delta_i/U$, as três configurações apresentadas na Fig.(1) se assemelham. Nota-se que somente a camada não estratificada ($R_i = 0$) está mais instável, mostrando a formação de dois comprimentos de onda longitudinais, caracterizando a instabilidade de KH.

Para o caso não estratificado, $R_i = 0$, onde o campo de densidade é um escalar passivo, e no tempo $t = 19.04\delta_i/U$, dois turbilhões primários de KH (vórtices transversais, quasi-bidimensionais) se formam após o enrolamento da camada. Causa direta da instabilidade primária de Kelvin-Helmholtz e do modo fundamental da perturbação inicial. No mesmo instante para $R_i = 0.1$ os dois turbilhões começam a enrolar, enquanto que para $R_i = 0.2$ apenas uma instabilidade bidimensional se forma na camada de vorticidade. Isto ocorre porque a estratificação afeta os movimentos verticais diminuindo a intensidade das oscilações, reduzindo a energia cinética e assim retardando a formação das estruturas KH (Martinez et al., 2004).

No instante de tempo $t = 38.09\delta_i/U$, o modo subharmônico da perturbação longitudinal e a perturbação transversal tornam-se importantes. Para $R_i = 0$, o novo turbilhão, que foi formado pelo emparelhamento de dois turbilhões KH, encontra-se perturbado transversalmente, onde são visíveis dois comprimentos de ondas transversais. Para $R_i = 0.1$ começa o emparelhamento dos turbilhões KH, sem perturbações transversais. O caso mais estratificado ($R_i = 0.2$) praticamente continua inalterado.

Na Figura (2) são apresentadas as simulações para os tempos 47.62, 57.14, 66.67 e 76.19 δ_i/U e na mesma isosuperfície da Fig.(1). Os vórtices longitudinais, no caso não estratificado, surgem entre os tempos 47.62 e 57.14 δ_i/U , dois para cada comprimento de onda, compostos de dois vórtices contra-rotativos orientados na direção perpendicular ao escoamento, e aproximadamente à 45° em relação a horizontal. Os turbilhões longitudinais de mesmo sinal estão distanciados a cerca de $0.6\lambda_x$. A camada de mistura, para $R_i = 0$, encontra-se perturbada tridimensionalmente. Para $R_i = 0.1$ o novo turbilhão formado pelo emparelhamento apresenta uma perturbação transversal. Já para $R_i = 0.2$ ocorre muito lentamente o emparelhamento, sendo visível a diminuição no tamanho do turbilhão. O último fato é devido ao efeito das forças de empuxo atuantes no escoamento estratificado. No caso estratificado o crescimento da instabilidade bidimensional KH resulta em um vórtice entre duas camadas estiradas de grande vorticidade. Estas camadas são regiões de fortes gradientes longitudinais de densidade e são as chamadas camadas baroclinicas, como citado anteriormente. Este gradiente de densidade longitudinal reforça a vorticidade na região entre os turbilhões e a atenua no núcleo dos mesmos, evitando que a instabilidade amplifique.

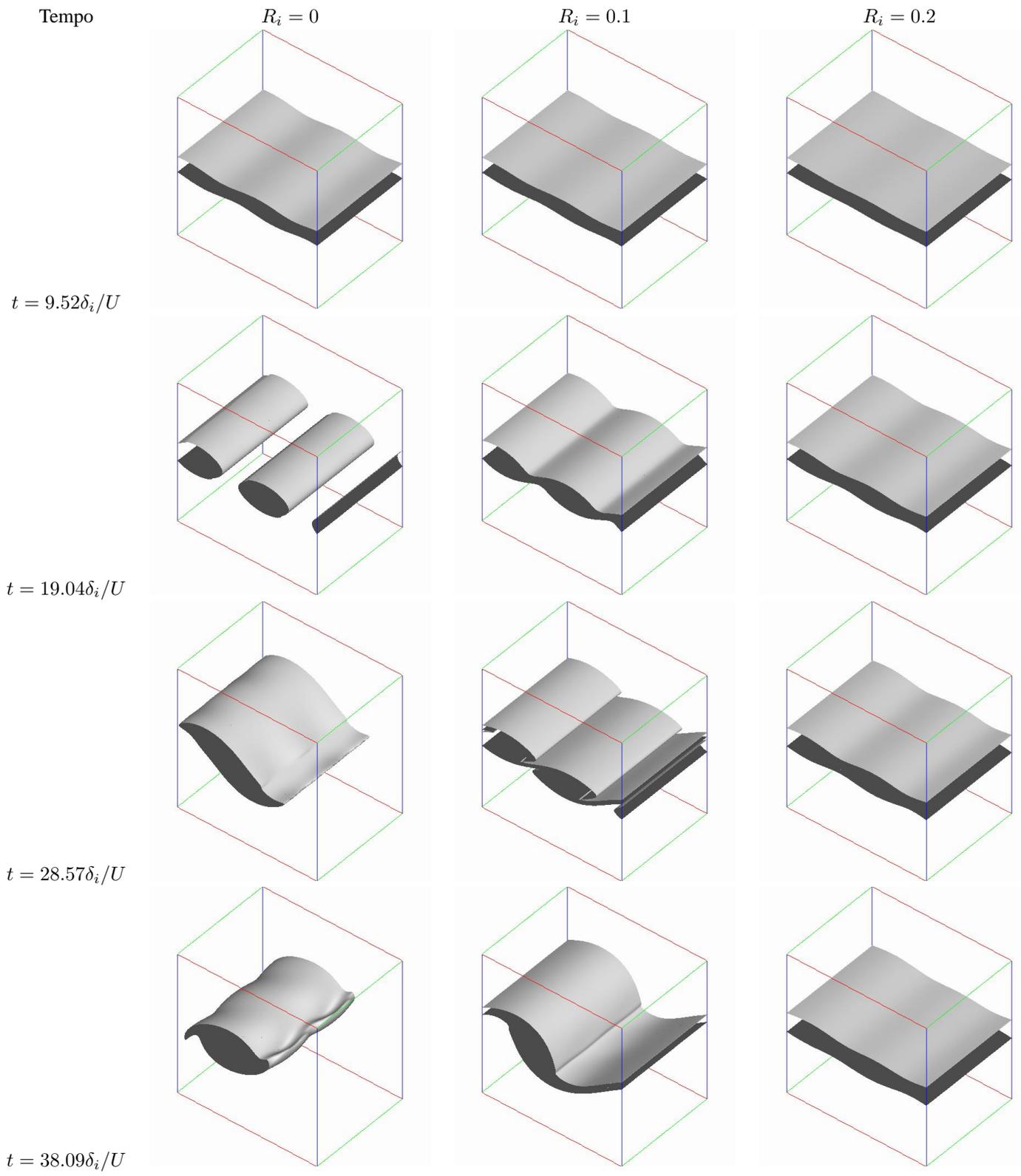


Figura 1: Camada de mistura temporal para $t = 9.52, 19.04, 28.57$ e $38.09\delta_i/U$ e $R_i = 0, R_i = 0.1$ e $R_i = 0.2$ - Isosuperfícies de $|\omega| = 0.5$

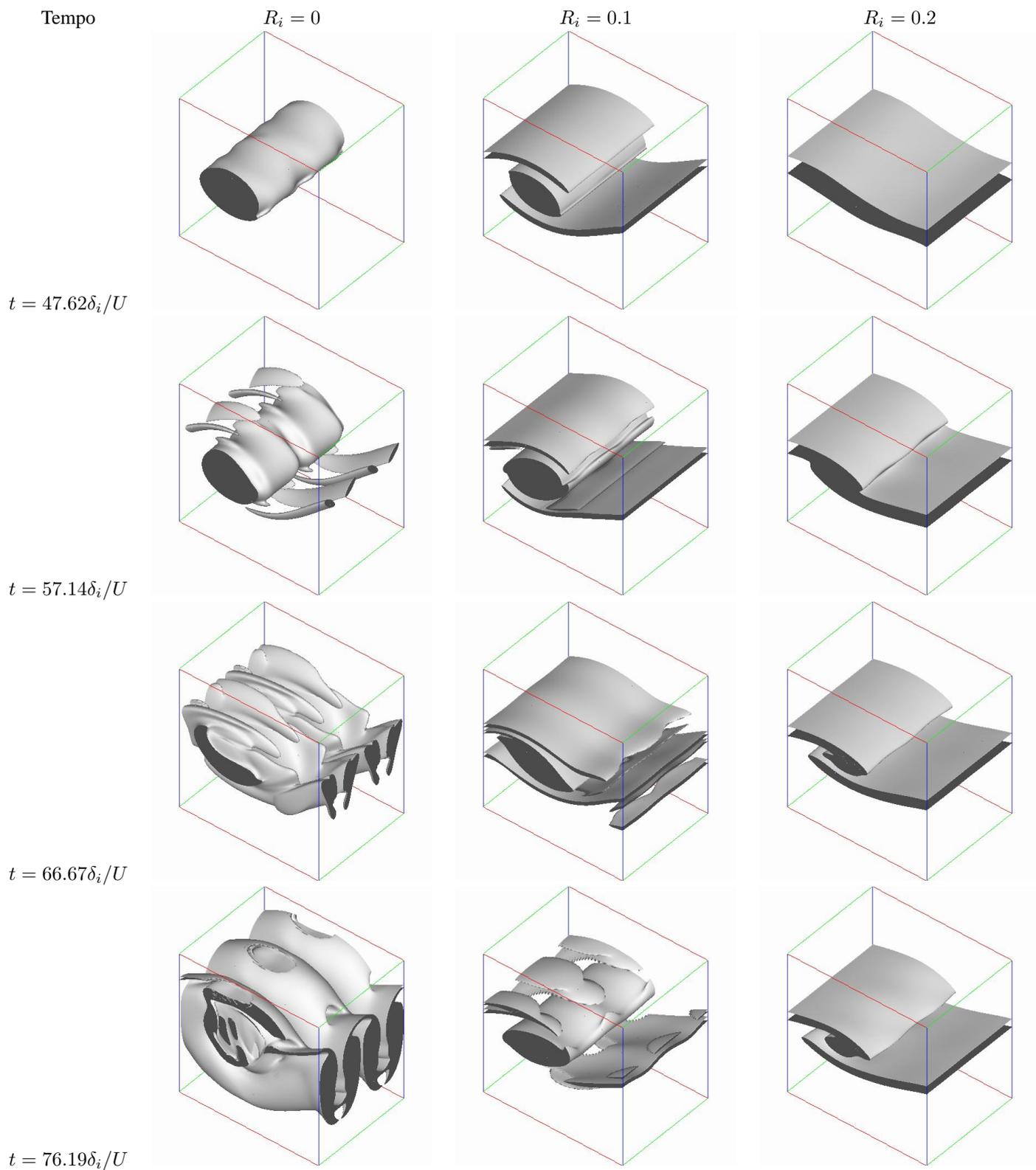


Figura 2: Camada de mistura temporal para $t = 47.62, 57.14, 66.67$ e $76.19\delta_i/U$ e $R_i = 0, R_i = 0.1$ e $R_i = 0.2$. Isosuperfícies de $|\omega| = 0.5$

No tempo $76.19\delta_i/U$ e $R_i = 0$, a camada de mistura tem os vórtices longitudinais totalmente formados. No mesmo instante a camada estratificada, à $R_i = 0.1$, está transversalmente instável, mas ainda não apresenta os vórtices longitudinais completamente formados, como no caso não estratificado. Novamente, isto ocorre devido aos efeitos de empuxo que reduzem a instabilidade no núcleo do vórtice e aumentam na região entre os turbilhões. O efeito da estratificação estável dificulta que o turbilhão KH alcance sua máxima amplitude e sature, tornando-o susceptível a instabilidade secundária tridimensional. A influência da forte estratificação ($R_i = 0.2$) torna-se visível na redução da amplitude das perturbações $3D$, o que é um indicativo da variação qualitativa da dinâmica do escoamento onde, as forças de empuxo inibem o crescimento da energia cinética turbulenta, principalmente a velocidade vertical. Isto pode ser observado na Fig.(3) onde para a forte estratificação há uma grande redução no fluxo de massa vertical turbulento, definido por $\langle \rho' w' \rangle$ devido a redução da velocidade vertical.

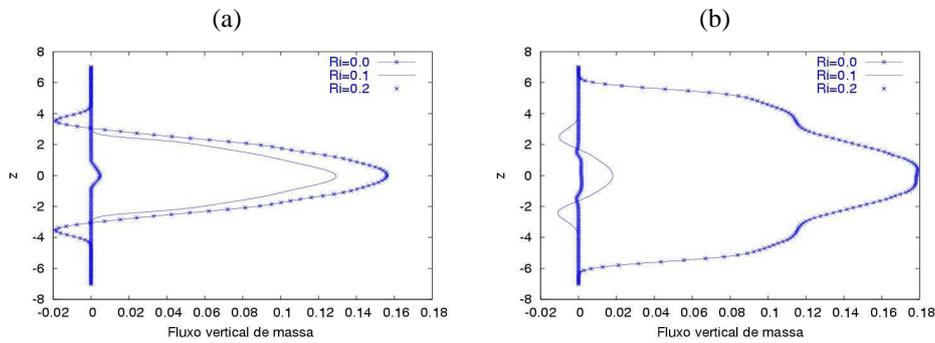


Figura 3: Distribuição vertical do fluxo de massa vertical turbulento, $\langle \rho' w' \rangle$ para $R_i = 0, 0.1$ e 0.2 , nos tempos (a) $t = 38.09\delta_i/U$ e (b) $76.19\delta_i/U$

A Figura(4) mostra as isosuperfícies para os tempos $t = 104, 77$ e $114, 29\delta_i/U$ para $R_i = 0$ e $R_i = 0.1$, respectivamente.

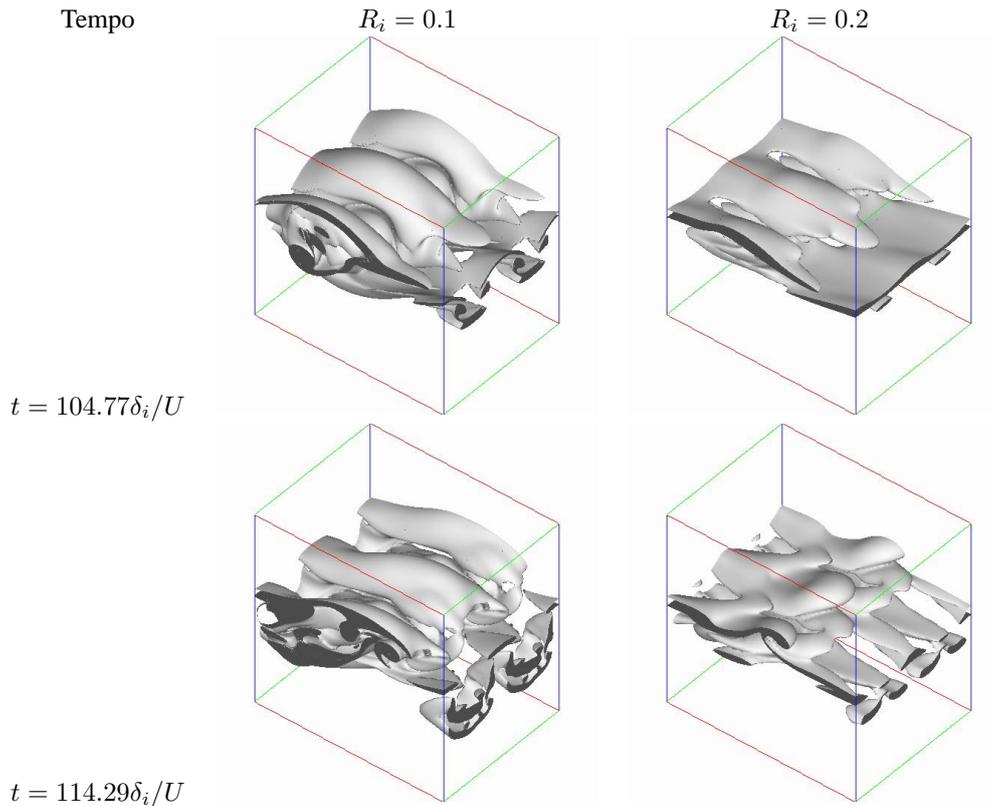


Figura 4: Camada de mistura temporal para $t = 104.77$ e $114.29\delta_i/U$ e $R_i = 0.1$ e $R_i = 0.2$ - Isosuperfícies de $|\omega| = 0.7$

Para uma melhor identificação das estruturas coerentes é utilizado o critério Q (Dubief and Delcayre, 2000). O critério

Q é definido pelo 2º invariante Q do tensor gradiente de velocidade $\partial u_i/\partial x_j$ dado por

$$Q = -\frac{1}{2} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \frac{1}{2} (\|\Omega\|^2 - \|S\|^2) = \frac{1}{2} \Delta P \quad (6)$$

As regiões positivas de Q significam que a taxa de rotação é superior a de deformação, indicando uma zona turbilhonar. A Figura(5) mostra a comparação entre isosuperfície do módulo da vorticidade e isosuperfícies determinadas pelo critério Q para o caso não estratificado e no tempo $t = 76.19\delta_i/U$.

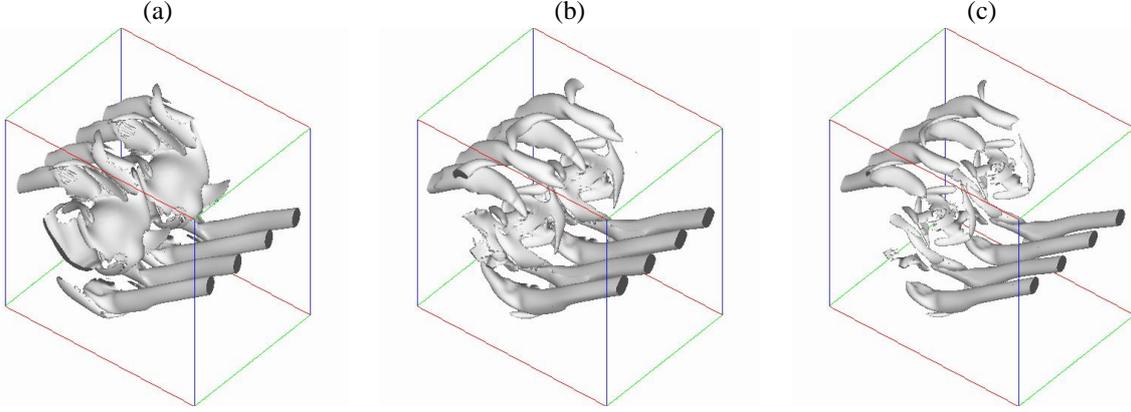


Figura 5: Camada de mistura temporal para $t = 76.19\delta_i/U$ e $R_i = 0$. (a) Isosuperfícies de $|\omega| = 2.5$; (b) isosuperfície de $Q = 0.5$; (c) isosuperfície de $Q = 1$.

A Figura(6) mostra as isosuperfícies Q para os tempos $t = 104, 77$ e $114, 29\delta_i/U$ para $R_i = 0$ e 0.1 , respectivamente. Observa-se uma alteração na estrutura dos vórtices longitudinais, devido aos efeitos da estratificação. Ocorre uma deformação do vórtice longitudinal, provavelmente causada pelos efeitos da instabilidade convectiva gravitacional, provocada pela desestabilização das camadas de densidade durante o enrolamento dos vórtices KH, e da instabilidade cisalhante bidimensional, gerada pelo gradiente longitudinal de densidade. Segundo Caulfield et al.(2000) esta deformação pode ser originada pela instabilidade translativa ocorrendo na região entre os turbilhões e não no seu núcleo, como no caso não estratificado.

A Figura (7) mostra cortes transversais das simulações realizadas no tempo $76\delta_i/U$ para os três diferentes números de Richardson. A extensão longitudinal do domínio varia de $0 < x < 14\delta_i$. Os cortes mostrados na Fig.(7) se referem a planos transversais à x constante. Os turbilhões longitudinais, no caso não estratificado, são identificados nestes planos por sua forma de cogumelos, devido a presença de pares de turbilhões contra-rotativos. Estes turbilhões são fortemente influenciados pela natureza do ruído e contribuem para a mistura no escoamento. Verifica-se que a distribuição espacial dos movimentos de pequena escala é fortemente afetada pela estratificação ambiente. Para o escoamento com $R_i = 0$ observa-se que os movimentos de pequena escala têm a extensão vertical de quase todo o domínio. Quando o escoamento é estratificado o efeito estabilizante da densidade ambiente faz com que os movimentos de menores escalas se concentrem sobre uma extensão vertical da ordem do tamanho dos turbilhões primários KH. O escoamento acima e abaixo da extensão ocupada inicialmente pelos turbilhões KH permanece laminar. No escoamento estratificado o mecanismo de tridimensionalidade é diferente devido aos efeitos baroclinicos. Estes efeitos intensificam a vorticidade entre os turbilhões KH modificando o tipo de perturbação que pode se desenvolver nesta região. Neste local, os movimentos verticais são reduzidos e desta forma é atenuado o desenvolvimento da instabilidade necessária para a formação dos vórtices contra-rotativos, os cogumelos. No tempo $76\delta_i/U$ ainda não há formação de estruturas para $R_i = 0.2$ e os cortes $x = 4.37\delta_i$ e $x = 6.56\delta_i$, para $R_i = 0.1$, mostram pontos de alta vorticidade, indicando o início da formação de estrutura longitudinal. Os perfis transversais para $t = 104, 77\delta_i/U$ são apresentados na Fig.(8) para $R_i = 0.1$ e $R_i = 0.2$. Verifica-se que para este instante os vórtices longitudinais aparecem nos perfis de $x = 2.18, 4.37$ e $6.56\delta_i$ para $R_i = 0.1$ e bem menos intensamente para $R_i = 0.2$. As estruturas longitudinais estão confinadas em uma extensão vertical bem menor que para o caso não estratificado. Também observa-se que os vórtices longitudinais não se desenvolvem ao longo de todo o domínio longitudinal.

5. Conclusões

Neste trabalho foi verificado qualitativamente a influência da estratificação estável na formação dos vórtices longitudinais, que se desenvolvem após a saturação dos turbilhões primários de KH. Verificou-se que estes vórtices também se formam na camada de mistura estratificada, mas com uma intensidade bem menor do que na camada de mistura não

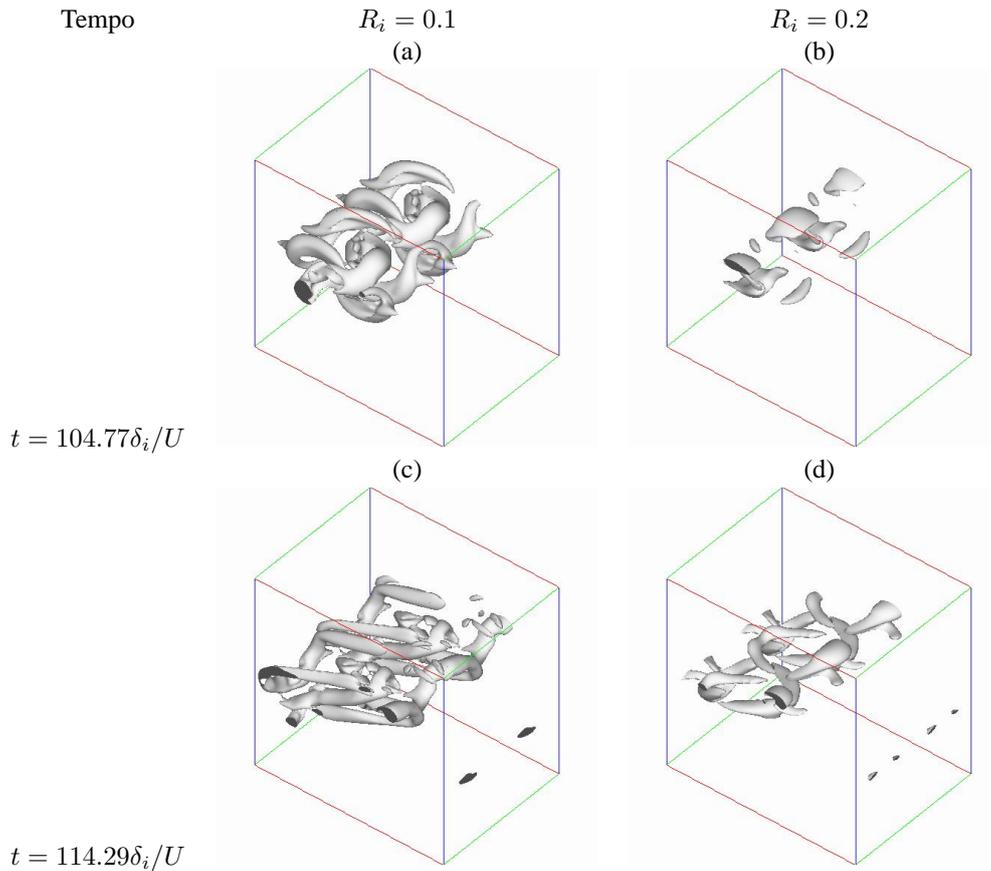


Figura 6: Camada de mistura temporal para $t = 104.77$ e $114.29\delta_i/U$ e $R_i = 0.1$ e 0.2 . Isosuperfícies (a), (c) $Q = 0.2$ e (b), (d) $Q = 0.08$

estratificada. Isto se deve ao fato de que a estratificação estável, devido aos efeitos de empuxo, inibe a troca de energia entre os turbilhões KH e o escoamento médio, e afeta os movimentos verticais diminuindo a intensidade das oscilações. A instabilidade secundária cisalhante bidimensional (Caulfield and Peltier, 2000), da qual surgem as camadas baroclínicas, reduz a instabilidade no núcleo da turbilhão e aumenta na região entre eles, dificultando que o turbilhão KH alcance sua máxima amplitude e sature. Isto retarda a formação dos vórtices longitudinais. Foi verificado que a distribuição espacial destes vórtices é fortemente afetada pela estratificação. No escoamento não estratificado ($R_i = 0$) os movimentos verticais de pequena escala tem uma extensão vertical de quase toda a altura vertical do domínio. Quando o escoamento é estratificado o efeito estabilizante da densidade ambiente faz com que os movimentos de menores escala (do que KH) se concentrem sobre uma extensão vertical da ordem do tamanho dos turbilhões primários KH. A influência da estratificação é visível na redução da amplitude das perturbações tridimensionais, já que as forças de empuxo inibem o crescimento da energia cinética turbulenta, principalmente a velocidade vertical.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES pelo suporte financeiro ao primeiro autor para a realização deste trabalho.

7. Referências

- Caulfield, C. P. and Peltier, W. R., 2000, The Anatomy of the Mixing Transition in Homogeneous and Stratified Free Shear Layers, "J. Fluid Mech.", Vol. 413, pp. 1–47.
- Comte, P., Lesieur, M., and Lamballais, E., 1992, Large and small-Scale Stirring of Vorticity and Passive Scalar in a 3D Temporal Mixing Layer, "Phys. Fluid A", Vol. 4 (12), pp. 2761–2778.
- Comte, P., Silvestrini, J. H., and Bérge, P., 1998, Streamwise Vortices in Large Eddy Simulation of Mixing Layers, "Eur. J. Mech. B", Vol. 17, pp. 615–637.
- Dubief, Y. and Delcayre, F., 2000, On Coherent-vortex Identification in Turbulence, "J. of Turbulence", Vol. 1 (011), pp. 1–22.

- Hazel, P., 1972, Numerical Studies of the Stability of Inviscid Stratified Shear Flows, "J. Fluid Mech.", Vol. 51, part.1, pp. 39–61.
- Howard, L. N., 1961, Note on a paper of John W. Miles, "J. Fluid Mech.", Vol. 10, pp. 509–512.
- Klaassen, G. P. and Peltier, W. R., 1991, The Influence of Stratification on Secondary Instability in Free Shear Layers, "J. Fluid Mech.", Vol. 227, pp. 71–106.
- Lardeau, S., Lamballais, E., and Bonnet, J. P., 2002, Direct Numerical Simulations of a Jet Controlled by Fluid Injection, "J. Turbulence", Vol. 3 (002), pp. –.
- Lasheras, J. C. and Choi, H., 1988, Three-dimensional Instability of a Plane Free Shear Layer: an Experimental Study of the Formation and Evolution of Streamwise Vortices, "J. Fluid Mech.", Vol. 189, pp. 53–86.
- Lele, S. K., 1992, Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution, "J. Comput.Phys.", Vol. 103, pp. 16–42.
- Martinez, D. M. V., Schettini, E. B. C., and Silvestrini, J. H., 2004, Transition to Turbulence in a Stable Stratified Temporal Mixing Layer Through Direct Numerical Simulation, "Proceedings of the 10th Congress of Thermal Sciences and Engineering", submitted, Rio de Janeiro, Brazil.
- Michalke, A., 1964, On the Inviscid Instability of the Hyperbolic Tangent Velocity Profile, "J. Fluid Mech.", Vol. 19, pp. 543–556.
- Miles, J. W., 1961, On the Stability of Heterogeneous Shear Flows, "J. Fluid Mech.", Vol. 10, pp. 496–508.
- Moser, R. and Rogers, M. M., 1993, The three-dimensional Evolution of a Plane Mixing: Pairing and Transition to Turbulence, "J. Fluid Mech.", Vol. 247, pp. 275–320.
- Pierrehumbert, R. T. and Widnall, S. E., 1982, The two and three-dimensional Instabilities of a Spatially Periodic Shear Flows, "J. Fluid Mech.", Vol. 114, pp. 59–82.
- Rogers, M. M. and Moser, R., 1992, The Three-dimensional Evolution of a Plane Mixing Layer: the Kelvin-Helmholtz Rollup, "J. Fluid Mech.", Vol. 243, pp. 183–226.
- Silvestrini, J. H., 1996, "Simulation des Grandes Échelles des Zones de Mélange: Application à la Propulsion Solide des Lanceurs Spatiaux", PhD thesis, l'Institut National Polytechnique de Grenoble, France.
- Silvestrini, J. H. and Lamballais, E., 2002, Direct Numerical Simulations of Wakes with virtual Cylinders, "Int. J. of Computational Fluid Dynamics", Vol. 16 (4), pp. 305–314.
- Staquet, C., 1995, Two-dimensional Secondary Instabilities in a Strongly Stratified Free Shear Layer, "J. Fluid Mech.", Vol. 428, pp. 349–386.
- Williamson, J. H., 1980, Low-storage Runge-Kutta Schemes, "J. Comput.Phys.", Vol. 35, pp. 48–56.
- Winant, C. D. and Browand, F. K., 1974, Vortex Pairing: the Mechanism of Turbulent Mixing Layer Growth of Moderate Reynolds Number, "J. Fluid Mech.", Vol. 63, part2, pp. 238–258.

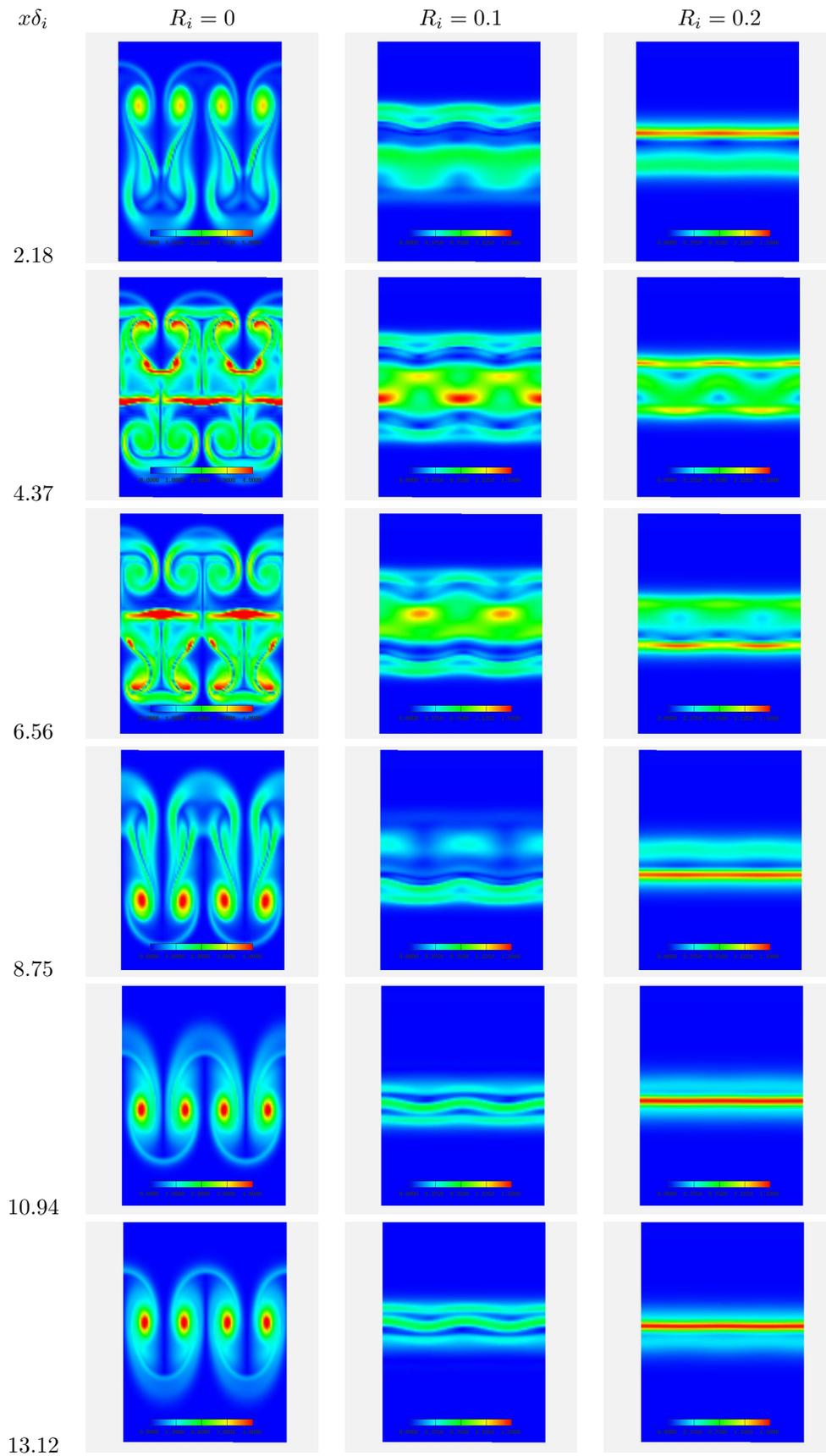


Figura 7: Planos transversais, $x = \text{constante}$. Módulo da vorticidade para $t = 76.19\delta_i/U$, $R_i = 0$, $R_i = 0.1$ e $R_i = 0.2$, distantes $x\delta_i$ da origem.

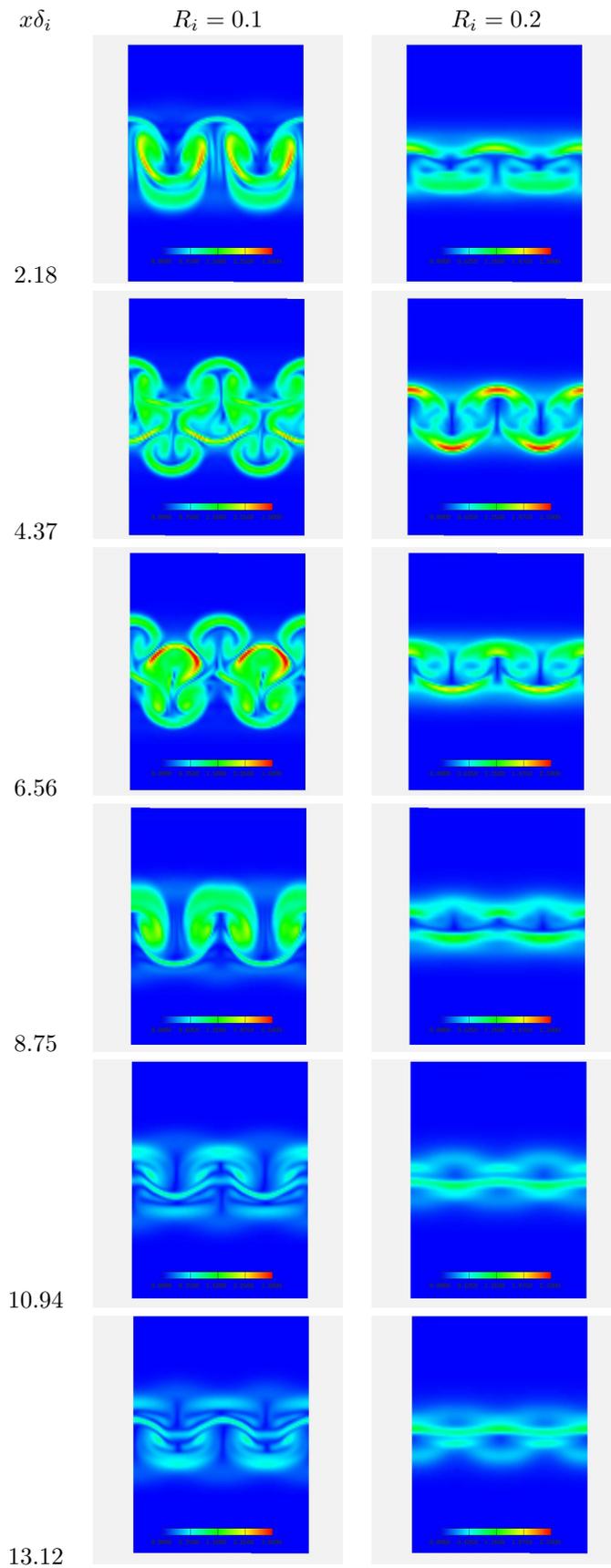


Figura 8: Planos transversais, $x = \text{constante}$. Módulo da vorticidade para $t = 104.77\delta_i/U$ e $R_i = 0$, $R_i = 0.1$ e $R_i = 0.2$, distantes $x\delta_i$ da origem.