Estudo Analítico do Dano Térmico em Tecidos Biológicos

Amanda Vivas Presgrave, Seção de Engenharia Mecânica e de Materiais, Instituto Militar de Engenharia – IME, e-mail: amandapresgrave@ime.eb.br

Rodrigo Otávio de Castro Guedes, Seção de Engenharia Mecânica e de Materiais, Instituto Militar de Engenharia –IME, e-mail: guedes@ime.eb.br

Francesco Scofano Neto, Seção de Engenharia Mecânica e de Materiais, Instituto Militar de Engenharia – IME, e-mail: scofano@ime.eb.br

Introdução

Esta comunicação tem por objetivo apresentar sucintamente a análise teórica e alguns resultados preliminares da distribuição transiente de temperatura em tecidos biológicos submetidos a um fluxo de calor em sua superfície externa. Nesta pesquisa, o tecido considerado é a pele modelada por uma única camada. O efeito de perfusão sangüínea é levado em conta de acordo com a proposição de Pennes [1,2]. A formulação matemática é resolvida através da técnica da transformação integral clássica e estudam-se alguns casos de interesse com o objetivo de avaliar a eficácia da metodologia e de estabelecer uma correlação entre o tempo de exposição da pele ao fluxo de calor externo com o grau do dano térmico sofrido por esta.

Análise

Tendo em vista os objetivos mencionados na seção anterior, toma-se como ponto de partida a equação de biotransferência de calor unidimensional transiente em geometria plana incluindo os termos de perfusão, ϖ, e de calor metabólico, $Q_{met} = 300\,W/m^3$. Admite-se que a superfície externa da pele receba um fluxo de calor proveniente de uma fonte que é modelada por $q_0 e^{-4{,}605\,t/t_{\exp}}$ onde $t_{\exp}$ é o tempo de exposição do tecido à fonte. Na superfície interna, supõe-se uma condição de fluxo nulo. Já a distribuição de temperatura inicial do tecido é tomada como sendo aquela proveniente de uma situação de equilíbrio térmico na qual se admite conhecida a temperatura superficial da pele, $T_{\sup} = 32{,}5^\circ C$, antes da imposição do fluxo [1]. Desta forma, o modelo proposto neste trabalho apresenta a seguinte formulação para a temperatura adimensional do tecido, $\theta(\chi,\tau)$:

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = \frac{\partial^2\theta}{\partial\chi^2} - P_f\,\theta + G\,,\quad \theta(\chi,0) = \theta_i(\chi),$$

$$e^{-\beta\tau} = -\frac{\partial\theta(0,\tau)}{\partial\chi},\ \frac{\partial\theta(1,\tau)}{\partial x} = 0$$

$$0 = \frac{d^2\theta_{ini}}{d\chi^2} + G - P_f\,\theta_{ini}\,,\ \theta_{ini}(0) = \theta_{\sup}\,,\ \frac{d\theta_{ini}(1)}{d\chi} = 0$$

As variáveis adimensionais referentes ao espaço χ, tempo τ, temperatura local θ e temperatura superficial do tecido $\theta_{\sup}$ relacionam-se com suas correspondentes formas dimensionais através de:

$$\chi = \frac{x}{l}\,,\ \tau = \frac{k}{\rho C}\frac{t}{l^2}\,,\theta = \frac{T - T_b}{q_0 l/k}\,,\ \theta_{\sup} = \frac{T_{\sup} - T_b}{q_0 l/k}$$

Já os termos adimensionais referentes à perfusão P_f, calor metabólico G e decaimento do fluxo externo β são definidos por:

$$P_f = \frac{\varpi\rho_b C_b l^2}{k}\,,\ G = \frac{Q_{met}\,l^2}{k}\,,\ \beta = \frac{4{,}605\,\rho C\,l^2}{k\,t_{\exp}}$$

Busca-se uma solução representada por:

$$\theta(\chi,\tau) = \theta_{av}(\tau) + \theta_{aux}(\chi)\,e^{-\beta\tau} + \theta_h(\chi,\tau)$$

onde θ_{av} é a temperatura média do tecido, que pode ser obtida através de um balanço térmico no tecido, o que resulta em:

$$\frac{d\theta_{av}}{d\tau} = e^{-\beta\tau} - P_f\,\theta_{av} + G\,,\ \theta_{av}(0) = \int_0^1 \theta_i(\chi)\,d\chi$$

e cuja solução é:

$$\theta_{av}(\tau) = \left[\frac{\sqrt{P_f}\,\tan(\sqrt{P_f}\,)}{P_f}\left(\theta_{\sup} - \frac{G}{P_f}\right) - \frac{1}{P_f - \beta}\right]e^{-P_f\tau} + \frac{G}{P_f} + \frac{e^{-\beta\tau}}{P_f - \beta}$$

Já a variável auxiliar $\theta_{aux}(\chi)$ é obtida resolvendo-se a seguinte equação:

$$\frac{d^2\theta_{aux}}{d\chi^2} - \left(P_f - \beta\right)\theta_{aux} = 1$$

$$\frac{d\theta_{aux}(0)}{d\chi} = -1,\ \frac{d\theta_{aux}(1)}{d\chi} = 0$$

Finalmente, o campo de temperatura $\theta_h(\chi,\tau)$ é determinado pela solução do seguinte problema homogêneo:

$$\frac{\partial\theta_h}{\partial\tau} = \frac{\partial^2\theta_h}{\partial\chi^2} - P_f\,\theta_h$$

$$\theta_h(\chi,0) = \theta_i(x) - \theta_{av}(0) - \theta_{aux}(x)$$

$$\frac{\partial\theta_h(0,\tau)}{\partial\chi} = 0,\ \frac{\partial\theta_h(1,\tau)}{\partial\chi} = 0$$

A expressão para $\theta_h(\chi,\tau)$ é obtida por técnicas de transformação integral. Para tanto toma-se o problema de auto-valor:

$$\frac{d^2\psi_i}{d\chi^2} + \mu_i^2 \psi_i(\chi) = 0\,, \quad \frac{d\psi_i(0)}{d\chi} = 0, \quad \frac{d\psi_i(1)}{d\chi} = 0$$

cuja solução é : $\psi_i(\chi) = \cos(i\,\pi\,\chi)$, i = 1,2,3,...

Neste ponto uma série de operações, descritas detalhadamente em [2], são empregadas de modo a estabelecer a transformação integral do problema. Como resultado final, tem-se:

$$\theta_h(\chi,\tau) = 2\sum_{i=1}^{\infty} I_i \cos(i\,\pi\,\chi)\, e^{\left(i^2\pi^2 + P_f\right)\tau}$$

$$I_i = \frac{\sqrt{P_f}\,\tanh(\sqrt{P_f}\,)}{(i\pi)^2 + P_f}\left(\theta_{sup} - \frac{G}{P_f}\right) - \frac{1}{(i\pi)^2 + P_f - \beta}$$

Já a solução para $\theta_{aux}(\chi)$ é descrita abaixo para cada um dos três possíveis casos:

(a) $P_f - \beta = 0$, $\theta_{aux}(\chi) = \dfrac{\chi^2}{2} - \chi + \dfrac{1}{3}$

(b) $P_f - \beta > 0$

$$\theta_{aux}(\chi) = \frac{\cosh\left[\sqrt{P_f - \beta}\,(1-\chi)\right]}{\sqrt{P_f - \beta}\,\mathrm{senh}\left[\sqrt{P_f - \beta}\right]} - \frac{1}{P_f - \beta}$$

(c) $P_f - \beta < 0$

$$\theta_{aux}(\chi) = \frac{1}{\beta - P_f} - \frac{\cos\left[\sqrt{\beta - P_f}\,(1-\chi)\right]}{\sqrt{\beta - P_f}\,\mathrm{sen}\left(\sqrt{\beta - P_f}\,\right)}$$

Uma vez obtida a distribuição de temperatura transiente do tecido, a estimativa do dano térmico é calculada através de [1]:

$$\Omega(x,t) = A\int_0^t \exp\left(\frac{-\Delta E / R}{T(x,t)}\right) dt$$

Apresentação e discussão de resultados

As expressões acima foram avaliadas para vários cenários pertinentes ao problema do dano térmico em pele humana devido ao acidente intitulado "flash-fire" – situação na qual o fluxo de calor que incide na superfície do tecido é intenso mas de curta duração. A tabela 1 apresenta o tempo necessário, em segundos, para o desenvolvimento de uma queimadura de segundo grau em função do tempo de exposição t_{exp} [s] à fonte de calor, da condutividade térmica da pele k [$W/m°C$] e do fluxo de calor inicial q_0 [kW/m^2]. Avaliou-se o dano pelos critérios de Henriques (entrada superior) e de Mehta e Wong (entrada inferior) o que implica em valores distintos para as constantes A e $\Delta E/R$ [1]. Inicialmente pode-se notar que, mesmo a despeito de valores intensos de fluxo, existem casos onde o dano térmico referente a uma queimadura de segundo grau não é atingido (SQ2). Observa-se que os tempos são afetados pelo valor da condutividade térmica e do tempo de exposição à fonte. Nota-se também que o critério de Henriques prevê o desenvolvimento da queimadura em um tempo inferior ao de Mehta e Wong. É oportuno mencionar que os valores obtidos pela presente pesquisa encontram-se em consonância com aqueles apresentados por Torvi e Dale [1]. Da mesma forma como apontado por estes autores, constatou-se nas simulações conduzidas neste trabalho que pequenas alterações nos valores numéricos da perfusão sanguínea e da fonte de calor metabólico não influenciam significativamente o campo de temperatura transiente. Também não foi percebida uma maior divergência dos valores aqui encontrados com outros reportados na literatura ao se estabelecer uma distribuição de temperatura inicial uniforme [2]. Os valores numéricos das grandezas necessárias para a geração da tabela abaixo encontram-se descritos a seguir: temperatura do sangue arterial $T_b = 37°C$, espessura da pele, l = 0,01208 m, perfusão sanguínea, ϖ = $0{,}00125\, m_b^3 s^{-1} m^{-3}$, calores específicos volumétricos da pele, $\rho C = 3{,}35X10^6\ J/m^3\,°C$ e do sangue, $\rho_b C_b = 4X10^6\ J/m^3\,°C$,

q_0, k / **t_{exp}**	**54,0 0,210**	**54,0 0,410**	**83,2 0,210**	**83,2 0,310**	**83,2 0,410**	**83,2 0,764**
3	SQ2 SQ2	SQ2 SQ2	0,36 0,39	0,45 0,50	0,58 0,67	SQ2 SQ2
4	0,76 0,85	SQ2 SQ2	0,33 0,35	0,38 0,42	0,46 0,51	0,98 1,15
5	0,64 0,70	1,74 1,97	0,31 0,34	0,36 0,39	0,42 0,46	0,69 0,77
6	0,58 0,64	1,06 1,15	0,30 0,33	0,34 0,37	0,39 0,43	0,62+ 0,69!

TABELA 1 – Tempo para desenvolvimento de uma queimadura de segundo grau. Critério de Henriques (+), Critério de Mehta e Wong, (!).

Comentários finais

Neste trabalho foi apresentado um procedimento para a determinação analítica do campo de temperatura transiente em tecidos humanos, submetidos a um fluxo de calor cuja intensidade decai exponencialmente, bem como o tempo necessário para o desenvolvimento de uma queimadura de segundo grau. As simulações realizadas indicam que a técnica empregada produz resultados extremamente precisos com um custo computacional bastante reduzido para a determinação dos parâmetros de interesse. Tipicamente, uma expansão não superior a 100 termos é suficiente para uma precisão de quatro dígitos significativos no campo de temperatura e na avaliação da função dano. Atualmente, busca-se avaliar a acurácia das hipóteses aqui adotadas simulando o problema do dano térmico em pele humana através de um modelo de três camadas. Estuda-se também a extensão da metodologia aqui adotada para situações mais complexas envolvendo modelos tridimensionais.

Referências bibliográficas

[1] Torvi, D. A. e Dale, J. D., "A Finite Element Model of Skin Subjected to a Flash Fire", Journal of Biomedical Engineering, v. 116, p. 250-255, 1994.

[2] Presgrave, A. V., Guedes, R.O. C. e Scofano Neto, F. "Analysis of Skin Burn Injuries Through Integral Transform Techniques", 11th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, Curitiba, PR, 2006.