

**PROCEEDINGS**

**VOLUME 1**

# **ENCIT 98**

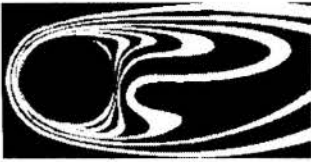
.....  
**7th Brazilian Congress of Engineering  
and Thermal Sciences**



**November 03 - 06, 1998  
Rio de Janeiro**

**ABCm**  
Brazilian Society  
of Mechanical Sciences





ENCIT 98

PROCEEDINGS

VII CONGRESSO BRASILEIRO DE  
ENGENHARIA E CIÊNCIAS TÉRMICAS

*VII BRAZILIAN CONGRESS OF ENGINEERING AND  
THERMAL SCIENCES*

VOLUME I

Rio de Janeiro RJ, November 3<sup>rd</sup> – 6<sup>th</sup> 1998

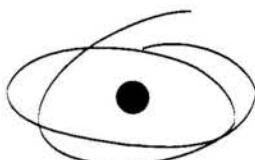
# SPONSORS



**FAPERJ**  
FUNDAÇÃO DE AMPARO  
À PESQUISA DO ESTADO  
DO RIO DE JANEIRO

 **finep**  
Financiadora de Estudos e Projetos

  
**anp**  
Agência  
Nacional do  
Petróleo



C A P E S

Coordenação de Aperfeiçoamento  
de Pessoal de Nível Superior

 **PETROBRAS**

  
**INMETRO**

 **CNPq**  
CONSELHO NACIONAL DE  
DESENVOLVIMENTO  
CIENTÍFICO E TECNOLÓGICO

P R O G R A M A R H  
**M E T R O L O G I A**

# PROMOTED BY

  
**PUC**  
RIO

  
INSTITUTO  
TECNOLÓGICO  
PUC - RIO

DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA  
MECÂNICA  
PUC-Rio

  
Brazilian Society  
of Mechanical Sciences



**Associação Brasileira de Ciências Mecânicas - ABCM**  
(Brazilian Society of Mechanical Sciences)

Presidente: Carlos A. de Almeida  
Vice-Presidente: Hans Ingo Weber  
Secretário Geral: Paulo Batista Gonçalves  
Secretário: Nestor Alberto Zouein Pereira  
Diretor de Patrimônio: Felipe B. de F. Rachid

**Comitê de Ciências Térmicas da ABCM**  
(Thermal Science Committee- ABCM)

Antônio César P. Brasil Jr.  
Antônio Fábio C. da Silva  
Átila P. da Silva Freire  
João Luiz F. de Azevedo  
José Alberto dos Reis Parise  
Jurandir Itizo Yamagihara  
Leonardo Goldstein Jr.  
Sílvia Azucena Nebra de Perez

**Comitê Organizador**  
(Organizing Committee)

José Alberto dos Reis Parise  
Sergio Leal Braga

**Secretary**

Ana Rosa Martins  
Eliane F. Albernaz  
Flávia Schittine Campos

## Coordinators of The Reviewing Process at Each Research Institution

Angela O. Nieckele - PUC-RIO

Antônio Fábio C. Silva - UFSC

Aristeu Silveira Neto - UFU

Átila P. Silva Freire - UFRJ

Celso Luiz da Silva - UNESP

Felipe B.de Freitas Rachid - UFF

Francesco Scofano Neto - IME

Giulio Massarini - UFRJ

Horácio Antônio Vielmo - UFRGS

João Andrade Carvalho Jr. - INPE

José Luiz Alvez da Fontoura Rodrigues - UnB

José Maria Saíz Jabardo - USP/São Carlos

José Mauricio Gurgel - UFPB

José Ricardo Sodré - PUC-MG

José Teixeira Freire - UFSCar

José Viriato Coelho Vargas - UFPR

Leonardo Goldstein Jr. - UNICAMP

Marcelo José dos Santos Lemos - ITA

Márcio Ziviani - UFMG

Reinaldo Giudici - USP

Rogério Silveira de Queiroz - UFES



## REFEREES

- Alberto Hernandez Neto - USP/DEM  
Albino José Kalab Leiróz - IME  
Alcides Padilha - UNESP/DEM/FE  
Alcir de Faro Orlando - PUC-Rio/DEM  
Aldo João de Sousa - UnB/DEM  
Alexandre Borges de Miranda - UFMG/DEM  
Algacir Morgerstein - IAE/CTA  
Álvaro Toubes Prata - UFSC/EMC  
Amilcar Porto Pimenta - IAE/ITA  
Angela O Nieckele - PUC-Rio/DEM  
Antonio C. P. Brasil Junior - UnB/DEM  
Antonio Carlos Bannuart - UNICAMP/FEM  
Antônio Carlos Ribeiro Nogueira - UFSC/EMC  
Antonio Fábio Carvalho da Silva - UFSC/EMC  
Antônio Ferreira Ávila - UFMG/DEM  
Antonio Francisco Fortes - UnB/DEM  
Antonio Moreira dos Santos - USP-São Carlos  
Antonio Pralon Leite - UFPB/DEM/CCT  
Araí A. B. Pécora - UNICAMP/FEM/DETF  
Aristeu Silveira Neto - UFU/DEEME  
Aristóteles A. Lyrio - UFES  
Armando Albertazzi Gonçalves Jr. - UFSC/EMC  
Armando Miguel Awruch - UFRGS/PROMEC  
Arnaldo Cesar da S. Walter - UNICAMP/FEM  
Arno Krenzinger - UFRGS/PROMEC  
Arthur Martins Braga - PUC-Rio/DEM  
Átila P. Silva Freire - UFRJ/COPPE/PEM  
Caio Glauco Sanches - UNICAMP/FEM/DETF  
Carlos Alberto C. Moraes - UFRJ/COPPE/PEM  
Carlos Alberto de Melo - UFU/DEEME  
Carlos Alberto Gurgel Veras - INPE  
Carlos Alberto Martin - UFSC/EMC  
Carlos Antonio C. Santos - UFPB/DTM/CT  
Carlos Augusto C. Altemani - UNICAMP/FEM  
Carlos de Moura Neto - IEM/ITA  
Carlos Roberto Ribeiro - UFU/DEEME  
Celso Luiz da Silva - UNESP/DEM/FE  
Celso Peres Fernandes - UFSC/EMC  
César José Deschamps - UFSC/EMC  
César Otaviano Ribeiro Negrão - UFSC/EMC  
Cláudio Melo - UFSC/EMC  
Clovis Raimundo Maliska - UFSC/EMC  
Demétrio Bastos Netto - INPE  
Denis José Schiozer - UNICAMP/FEM/DEP  
Dermeval J. M. Sartori - UFSCAR/DEQ  
Dmitri Vlassov - UFPR/DEMEC  
Edgard M. Noboo - UnB/DEM  
Edson Bazzo - UFSC/EMC  
Edson Luiz Zaparole - IEM/ITA  
Eduardo Cleto Pires - USP-São Carlos  
Elcio Nogueira - UNIVAP  
Eliás A. Dalvi - UFES  
Elizabeth Marques Duarte Pereira - PUC-MG  
Eugene Uwimana - UFU/DEEME  
Eugênio Spano Rosa - UNICAMP/FEM  
Evaristo C. Biscaia Jr. - UFRJ/COPPE/PEQ  
Felipe Bastos de F. Rachid - UFF  
Fernando A. França - UNICAMP/FEM  
Fernando Antônio Forcellini - UFSC/EMC  
Fernando de Souza Costa - INPE  
Fernando M. Catalano - USP-São Carlos  
Fernando Menandro - UFES  
Fernando Miglioli - USP-São Carlos  
Fernando T. Boçon - UFPR/DEMEC  
Francesco Scofano Neto - IME  
Francisco Belo - UFPB/DTM/CT  
Francisco Eduardo Mourão Saboya - UFF  
Francisco Marcondes - UFPB/DEM/CCT  
Francisco R. Cunha - UnB/DEM  
Francisco Simões - UFPB/DEM/CCT  
Galo Antonio Carrillo Le Roux - USP/QUI  
George Stanescu - UFPR/DEMEC

Geraldo Augusto C. França – UFMG/DEM  
Gilmar Guimarães - UFU/DEEME  
Giulio Massarini - UFRJ/COPPE/ PEQ  
Glaucia Maria Falcão de Aragão – UFSC/ENQ  
Guenther C. Krieger Filho - USP/DEM  
Gustavo César R. Bodstein– UFRJ/COPPE/PEM  
Haiko Hense – UFSC/ENQ  
Hans George Arens - USP-São Carlos  
Hélcio Rangel B. Orlande – UFRJ/COPPE/PEM  
Heraldo da Silva Couto - INPE  
Heraldo Silva da Costa Mattos – UFF  
Heronildes Oliveira - UFES  
Horácio Antonio Vielmo – UFRGS/DEMEC  
Humberto Jorge José – UFSC/ENQ  
Ivan de Domenico Valarelli - UNESP/DEM/FE  
Jaime Tupiassú– PUC-Rio/DEM  
Jair Nascimento Filho – UFMG/DEM  
Jerzy T. Sielawa - INPE  
João Andrade de Carvalho Junior - INPE  
João Borges Laurindo – UFSC/ENQ  
João Luis F. Azevedo - IAE/CTA  
João Luiz Donatelli - UFES  
João Nildo de Souza Vianna – UnB/DEM  
João Roberto Barbosa - IEM/ITA  
Jorge Isaias L. Beltran - UNICAMP/FEM/DE  
José Luz Silveira - UNESP  
José Alberto dos Reis Parise– PUC-Rio/DEM  
José Antônio Bellini C. Neto – UFSC/EMC  
José Antonio Ribeiro de Souza – UFSC/ENQ  
José Bezerra Pessoa Filho - IAE/CTA  
José Carlos César Amorim- IME  
José Gobbo Ferreira - INPE  
José Henrique Carneiro de Araújo – UFF  
José Luiz Alves F. Rodrigues – UnB/DEM  
José Luz Silveira - UNESP  
José Maria S. Jabardo - USP-São Carlos  
José Maurício Gurgel – UFPB/DTM/CT  
José Ricardo Figueiredo - UNICAMP/FEM/DE  
José Ricardo Sodré – PUC-MG  
José Teixeira Freire – UFSCAR/DEQ  
José Viriato Coelho Vargas – UFPR/DEMEC  
José Vladimir de Oliveira - UFRJ/COPPE/ PEQ  
Julia Maria Garcia Rocha – PUC-MG  
Júlio César Passos – UFSC/EMC  
Júlio R. Meneghini - USP/DEM  
Jurandir Itizo Yanagihara - USP/DEM  
Kamal A. R. Ismail - UNICAMP/FEM/DETF  
Leandro Soares de Oliveira – UFMG/DEQ  
Leon Sinay - INPE  
Leonardo Goldstein Jr. – UNICAMP/FEM  
Ligia Damasceno F. Marczak - UFRGS/DEC  
Luciano M. C. Varejão - UFES  
Lucio R. B. Salomon – UnB/DEM  
Luis Fernando A. Azevedo– PUC-Rio/DEM  
Luismar Marques Porto – UFSC/ENQ  
Luiz Cláudio C. Santos– UFRJ/COPPE/PEM  
Luiz F. Milanez - UNICAMP/FEM/DE  
Luiz Felipe M. Moura - UNICAMP/FEM  
Luiz Machado – UFMG/DEM  
Luiz Roberto Carroci - UNESP  
Lutero Carmo de Lima - UFU/DEEME  
Manoel E. Cruz– UFRJ/COPPE/PEM  
Mara Gabriela Novy Quadri – UFSC/ENQ  
Marcello Augusto Faraco Medeiros – PUC-MG  
Marcelo José Santos de Lemos - ITA/CTA  
Marcelo Krajnc Alves – UFSC/EMC  
Marcelo M. Ganzarolli - UNICAMP/FEM/DE  
Márcia Barbosa H. Mantelli – UFSC/EMC  
Marcio Bueno dos Santos - INPE  
Márcio Carvalho– PUC-Rio/DEM  
Márcio Fonte-Boa Cortez – UFMG/DEM  
Marcio L. Souza Santos - UNICAMP/FEM/DE  
Marcio Ziviani – UFMG/DEM  
Marcley Lazarini Pereira – PUC-MG  
Marco Antonio R. Pereira - UNESP/DEM  
Marco Aurélio Ferreira - INPE  
Marco T. M. B. de Vilhena - UFRGS/PROMEC  
Marco W. Cavalcanti – UFPB/DTM/CT



Marcos Tadeu Pereira - USP/DEM  
 Marcos Aurélio Ortega - IAE/ITA  
 Marcos de Mattos Pimenta - USP/DEM  
 Marcos Heilzman Junqueira Pedras - UNIVAP  
 Marcos Sebastião P. Gomes- PUC-Rio/DEM  
 Marcos Vinícius Bortolus – UFMG/DEM  
 Maria do Carmo Ferreira – UFSCAR/DEQ  
 Maria Laura Martins-Costa – UFF  
 Marinho Bastos Quadri – UFSC/ENQ  
 Mauri Fortes – UNA  
 Maurício Araújo Zanardi - UNESP  
 Maurício Pazini Brandão - IAE/CTA  
 Mauro Speranza Neto– PUC-Rio/DEM  
 Mila Rosendal Avelino– UFRJ/COPPE/PEM  
 Milton Biage - UFU/DEEME  
 Miriam R. Tavares - USP/DEM  
 Mônica Feijó Naccache– PUC-Rio/DEM  
 Narciso Angel Ramos Arroyo – UFSC/EMC  
 Nide Geraldo C. Ramos Fico Jr - IAE/ITA  
 Nilo S. M. Cardoso - UFRGS/DEQUI  
 Nísio Brun - UFRJ/COPPE /PEM  
 Orozimbo A de Almeida Rego - UFU/DEEME  
 Oscar Mendonza - UFU/DEEME  
 Osvaldir Iaranto - UNICAMP/FEQ  
 Paulo César da Costa Pinheiro – UFMG/DEM  
 Paulo César da Silva Jucá – UFSC/EMC  
 Paulo César Philippi – UFSC/EMC  
 Paulo L. C. Lage - UFRJ/COPPE/ PEQ  
 Paulo Magalhães Filho - UNESP  
 Paulo Otto Beyer - UFRGS/DEMEC  
 Paulo R. Tardin Jr. – UNICAMP/FEM/DETF  
 Paulo Roberto S.Mendes– PUC-Rio/DEM  
 Paulo Roberto Mei - UNICAMP/FEM/DEMA  
 Paulo S. Schneider - UFRGS/DEMEC  
 Paulo Seleguin Jr. – USP-São Carlos  
 Pedro Barbosa Mello - UFRGS/DEMEC  
 Pedro Felipe de Abreu - UNIVALI  
 Philippe Patrick Marie Menut– UFRJ/COPPE  
 Raimundo Nonato Duarte – UFPB/DEM/CCT  
 Ramón Molina Valle – UFMG/DEM  
 Regina de Fátima P.Muniz Pereira – UFSC/ENQ  
 Reinaldo Giudici – -USP/DEM  
 Ricardo Fortes - UFU/DEEME  
 Ricardo Luiz Utsch F. Pinto – UFMG/DEM  
 Ricardo Nicolau Nassar Koury – UFMG/DEM  
 Roberto da Mota Girardi - IAE/ITA  
 Rodrigo Otávio de Castro Guedes - IME  
 Rogério Silveira de Queiroz – UFES  
 Rogério Tadeu da Silva Ferreira – UFSC/EMC  
 Romberg Gondim – UFPB/DTM/CT  
 Ronaldo G. Corrêa – UFSCAR/DEQ  
 Rubens Sampaio– PUC-Rio/DEM  
 Saulo Güths – UFSC/EMC  
 Sérgio Colle – UFSC/EMC  
 Sergio de Moraes Hanriot – PUC-MG  
 Sergio Leal Braga– PUC-Rio/DEM  
 Sergio Leite Lopes – UFES  
 Sérgio Luiz Frey – UFRGS/DEMEC  
 Sergio Mourão Saboya - IEM/ITA  
 Sergio N. Bordalo - UNICAMP/FEM/DEP  
 Sergio V. Möller - UFRGS/PROMEC  
 Silvia A N. Pérez - UNICAMP/FEM/DE  
 Sílvio Carlos A. de Almeida– UFRJ/COPPE  
 Sílvio de Oliveira Junior - USP/DEM  
 Su Jian - UFRJ/COPPE /PEM  
 Theo Guenter Kieckbusch - UNICAMP/FEQ  
 Valéria Viana Murato - UFU/DEEQUI  
 Vicente de Paulo Nicolau – UFSC/EMC  
 Vicente Luiz Scalon - UNESP/DEM/FE  
 Vilson Carlos S. Ferreira - UFRGS/DEMEC  
 Waldir A Bizzo - UNICAMP/FEM/DETF  
 Waldir L. R. Gallo - UNICAMP/FEM/DE  
 Wanyr Romero Ferreira – UFMG/DEM  
 Washington Braga– PUC-Rio/DEM  
 Woodrow Lopes Roma - USP-São Carlos  
 Wu Wong Kwong – UFSCAR/DEQ  
 Yukio Kobayashi - UNESP/DEM/FE

## FOREWORD

The two volumes of these Proceedings contain the scientific presentations at the 7<sup>th</sup> Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences, ENCIT98. The event has the support of ABCM (Brazilian Society of Mechanical Sciences) and PUC-Rio (Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro).

This series of conferences began in Rio de Janeiro, in 1986, and have been held every two years since then. The goals of the 7<sup>th</sup> Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences remain the same as for the previous conferences: to present research and design results in engineering and thermal sciences, to promote valuable discussion and opportunity for exchange of knowledge among the thermal sciences community and to educate engineers and engineering students starting in the field.

All papers were submitted for formal review. A total of 519 abstracts have been submitted, resulting in 290 submitted manuscripts. The result of this effort is represented by 260 papers in their final version, out of 272 that have been accepted (as submitted or with modifications). We take the opportunity, on behalf of ABCM, to encourage authors to submit their papers to the Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences. More details on the format of manuscripts for submission could be obtained at [abcm@fem.unicamp.br](mailto:abcm@fem.unicamp.br).

The organizing committee wholeheartedly thank the sponsors for their timely support to the event. Also, the organizers are indebted to the numerous authors who have responded to the Call for Papers, bringing excellent contributions to the conference, the reviewers for their effort in ensuring the high quality of the papers, and all persons who have taken part in this exchange of knowledge, which is so essential for any technology in progress. Finally, we would like to thank Eliane Ferreira Albernaz, conference secretary, and all members of the staff from the Technological Institute (ITUC) and from the Department of Mechanical Engineering, both from PUC-Rio, for their valuable assistance.

We hope that these Proceedings will be well received within the community and that they will be an enduring representation of the state of knowledge in the engineering and thermal sciences area, as have their predecessors. We also extend a warm welcome to all participants of the conference and we hope your stay at Rio de Janeiro is a pleasant one.



## **Invited Speakers**

Uso da Análise de Incerteza para Avaliação de Experimentos

**Alcir de Faro Orlando**

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio  
Brasil

Fluidos Não Newtonianos: Fundamentos e Aplicações

**Paulo Roberto de Souza Mendes**

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio  
Brasil

A Nova Realidade do Setor Petróleo e a Flexibilização do Monopólio

**Eloi Fernández y Fernández**

Diretor da ANP  
Brasil

Híbrid Methods in Thermal Sciences:- Problem Formulation, Solution Methodology, Mixed Computation

**Renato M. Cotta**

Departamento de Engenharia Mecânica  
Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Brasil

Escoamento e Transferência de Calor em Compressores Alternativos

**Álvaro T. Prata**

Departamento de Engenharia Mecânica  
Universidade Federal de Santa Catarina  
Brasil

Role of CFD in Hypersonic Vehicle Design - Present Trends and Future Requirements

**Ethiraj Venkatapathy**

Director of Research, Eloret, Site Manager  
Thermosciences Institute, NASA Ames Research Center  
USA

Incineration of Municipal and Clinical Waste: Problems on Combustion and Control of Emissions

**Peter J. Foster**

Reader, Department of Chemical & Process Engineering  
England

# CONTENTS

## VOLUME I

### AERODYNAMICS AND GAS DYNAMICS

ESQUEMAS DE MALHAS SOBREPOSTAS PARA AS EQUAÇÕES DE EULER .....1  
BIDIMENSIONAIS EM ESCOAMENTOS COMPRESSÍVEIS

Leonor C.Q. Yagua, João L.F. Azevedo

MODELO TRANSIENTE DO CIRCUITO AERODINÂMICO DE TÚNEL DE VENTO .....7  
TRANSÔNICO

João Batista Pessoa Falcão Filho, Luis Carlos Sandoval Góes, Marcos Aurélio Ortega

ENSAIOS INICIAIS NO TÚNEL TRANSÔNICO PILOTO DO CTA .....13

João Pedro Caminha Escosteguy

IMPROVEMENT OF SURFACE SOURCES MODELING IN AN ACOUSTIC .....19  
APPROACH TO AERODYNAMICS

Maurício Pazini Brandão

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF A RECOVERY SYSTEM FOR SMALL .....25  
ORBITAL PAYLOADS

Victor Koldaev, Paulo Moraes Jr.

NUMERICAL SIMULATION OF THE FLOW AROUND A ROTATING CIRCULAR .....31  
CYLINDER USING THE VORTEX METHOD

Angelo A. Mustto, Gustavo C.R. Bodstein, Miguel H.Hirata

### ANALYTICAL METHODS

LAMINAR FORCED CONVECTION INSIDE CIRCULAR SECTOR TUBE .....37  
WITH VARIABLE BOUNDARY HEAT FLUX

J.B. Aparecido, M.N. Özisik

SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE LUIKOV POR TRANSFORMADA .....43  
INTEGRAL (GITT) E TRANSFORMADA DE LAPLACE

R.L. Thum, L.B. Barrichello, M.T. Vilhena, R.M. Cotta

FLUXO DE CALOR BI-DIRECIONAL NÃO-ESTACIONÁRIO EM MEIOS .....47  
MULTI-COMPOSTOS

Paulo O. Beyer, Marco Túlio M.B. Vilhena

### BUILDING THERMAL BEHAVIOUR

AVALIAÇÃO DO CONFORTO TÉRMICO ATRAVÉS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA .....53  
DE EDIFICAÇÕES

C.O. Carvalho Filho, C.O.R. Negrão, C. Melo

A 2-D NUMERICAL MODEL FOR HEAT TRANSFER CALCULATIONS IN MULTIPANE .....59  
WINDOWS

Pedro F. de Abreu, Roydon A. Fraser, Henry F. Sullivan, John L. Wright

ANÁLISE DO PROCESSO ACOPLADO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR E UMIDADE .....65  
EM PAREDES DE EDIFICAÇÕES

Karen G. Peres, Lígia D.F. Marczak, Horácio A. Vielmo

## COMBUSTION

NOTE ON THE FEASIBILITY OF DUAL SOLID FUEL SUPERSONIC COMBUSTOR.....	71
José Luís Sosa, Helcio Francisco Villa-Nova, Demétrio Bastos Netto	
INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NA FORMAÇÃO DE NO EM CHAMAS ..... DIFUSIVAS DE HIDROGÊNIO	76
Guenther C. Krieger	
DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA OTIMIZADO PARA MEDIÇÃO DE ..... TEMPERATURAS UTILIZANDO SONDA DE ENTALPIA	82
Braulio Pilkman, Fausto Furnari, Clayton Dimas Fernandes, William Thoru Kobayashi	
BRAZILIAN ACTIVITIES WITH RAM ACCELERATOR.....	86
Marcelo M. Morales, Carlos E.S.S. Migueis, Demétrio Bastos Netto	
THE FATE OF FUEL N IN PRESSURIZED PULVERIZED COAL COMBUSTION.....	92
Carlos A. Gurgel Veras, Jaakko Saastamoinen, João Andrade de Carvalho Junior, Pedro T. Lacava	
PREVISÃO DA MICROEXPLOSÃO EM GOTAS DE COMBUSTÍVEL EMULSIFICADO ..... USANDO UM MODELO DE VAPORIZAÇÃO	100
L.F.T. Leite, P.L.C. Lage	
EFFECTS OF DIFERENTIAL DIFFUSION ON UNSTEADY 1-D DIFFUSION FLAMES.....	106
Fernando de Souza Costa	
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA COMBUSTÃO DE CARVÃO PULVERIZADO EM ..... FLUXO REAGENTE	110
Viktor Krioukov, Valdeci José Costa	
MODELAGEM DOS SISTEMAS QUIMICAMENTE EQUILIBRADOS APLICANDO OS ..... MÉTODOS DAS “GRANDES MOLÉCULAS” E DO “MEIO LOCAL REAGENTE”	116
Ângela P. Spilimbergo, Cleusa J. Auth, Raísa L. Iskhakova	
EFFECT OF AMBIENT PRESSURE AND OXYGEN CONCENTRATION ON ..... DROPLET BURNING CHARACTERISTICS UNDER MICROGRAVITY	122
Mário Niwa, Junichi Sato, Mitsuhiro Tsue, Michikata Kono	
SIMULATION OF IGNITION IN SUPERSONIC H <sub>2</sub> -AIR UNSTEADY MIXING..... LAYER USING SPECTRAL METHOD	126
Adriana F. de Faria, Milton Biage, Paulo L.S. Júnior	
NUMERICAL INVESTIGATIONS ON THE NO <sub>x</sub> FORMATION IN NATURAL..... GAS COMBUSTION	132
André A. Isnard, Marcos S.P. Gomes	
ANÁLISE DE CHAMAS POR TOMOGRAFIA: CARACTERIZAÇÃO DE TURBINAS ..... A GÁS LPP	138
F.S.Costa, A. Caldeira-Pires, P. Anacleto, J.A. Carvalho Jr.	
VERTICAL AND HORIZONTAL FLAME LENGHTS OF DIFFUSION AND ..... PARTIALLY PREMIXED FLAMES	143
S.H. Chan, J.Q. Yin, J.P. Chen, B. Spellmann	
<b>CONDUCTION HEAT TRANSFER</b>	
CONVOLUTION TECHNIQUE APPLIED TO NUMERICAL INTEGRATION IN ..... HEAT CONDUCTION PROBLEM	148
Sandro M.M.L. e Silva, Gilmar Guimarães, Marcus A.V. Duarte, Martin Raynaud	

ANALYSIS OF NON-LINEAR TRANSIENT DIFFUSIVE HEAT TRANSFER.....	154
PROBLEMS IN MULTILAYED CYLINDRICAL MEDIA	
Luiz C.G. Pimentel, Rogério Ramos, Jesus S. Pérez Guerrero, Julio C.G. Pimentel	
TRANSFORMADA DE LAPLACE DE DADOS TABELADOS: APLICAÇÕES EM.....	160
PROBLEMAS DE CONVOLUÇÃO E DECONVOLUÇÃO	
Sílvio L.M. Junqueira, Osvaldo V. Trevisan	
A GGLS FINITE ELEMENT APPROXIMATION FOR THE ENERGY TRANSFER IN .....	165
A 3-D PLATE WITH DOMINANT HEAT SOURCE	
S. Frey, M.L. Martins-Costa, R.M. Saldanha da Gama	
UM MODELO PARA A SOLDAGEM COM PULSAÇÃO TÉRMICA USANDO .....	171
FONTE DE CALOR PONTUAL	
Luciano A. dos Santos, Antônio Fábio C. da Silva, Carlos E. Niño	
MODELAMENTO ANALÍTICO E NUMÉRICO DE UM DIODO TÉRMICO .....	177
PARA APLICAÇÕES ESPACIAIS	
Fernando H. Milanez, Marcia B.H. Mantelli	
ESTIMATION OF BOUNDARY HEAT FLUX IN GRINDING .....	183
R.N. de Carvalho, H.R.B. Orlande, M.N. Özisik	
366 - ESTIMATION OF THE HEAT TRANSFER COEFFICIENT AT THE SURFACE OF.....	189
A PLATE BY USING THE CONJUGATE GRADIENT METHOD	
Marcelo J. Colaço, Helcio R.B. Orlande	
<b>CONVECTION HEAT TRANSFER</b>	
COMPARAÇÃO ENTRE AS ABORDAGENS UNIDIMENSIONAL .....	195
DESACOPLADA E CONVECÇÃO/CONDUÇÃO CONJUGADAS NA	
TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM UMA SUPERFÍCIE ALETADA	
Cláudia Regina de Andrade, Edson Luiz Zaparoli	
NATURAL CONVECTION IN AIR FILLED CAVITIES AND IN POROUS .....	201
CAVITIES: COMPARISON OF THE HEAT TRANSFER PHENOMENA	
Jorge Llagostera, Marcelo M. Ganzarolli	
NUMERICAL STUDY OF A THERMALLY-DRIVEN OPEN CAVITY WITH .....	207
AND WITHOUT A SHROUDING WALL	
Admilson Teixeira Franco, Marcelo M. Ganzarolli	
INFLUÊNCIA DO ESPAÇAMENTO NUMA SÉRIE DE PLACAS DE CIRCUITO .....	213
IMPRESSO FORMANDO CANAIS VERTICAIS	
Ana Cristina Avelar, Marcelo Moreira Ganzarolli	
O PROBLEMA DE GRAETZ PARA TUBOS CURVOS COM RAIO DE CURVATURA .....	218
IRRESTRITO	
Luiz F.M. Santana, Nísio C. Lobo Brum	
CONVECÇÃO MISTA EM UMA CAVIDADE SEMICIRCULAR COM A PAREDE .....	224
PLANA DESLIZANTE	
Marcelo C. Silva, Carlos A.A. Vilela, Rigoberto E.M. Morales	
CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE ANULAR CILÍNDRICA .....	230
HORIZONTAL	
Rigoberto E.M. Moreales, Marcelo C. Silva, Carlos A.A. Vilela, Aristeu Silveira Neto	

CONVECÇÃO DE CALOR EM DUTOS RETANGULARES COM TEMPERATURAS VARIÁVEIS NO PERÍMETRO DA PAREDE Ezio C. Garcia, Sérgio M. Saboya, Edson L. Zapparoli	236
ESTUDO NUMÉRICO DA CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE CONTENDO DOIS FLUIDOS IMISCÍVEIS Dênio Lemos Panissi, Genésio José Menon	241
NATURAL CONVECTION FLOW VISUALIZATION IN A THERMAL CAVITY HEATED FROM LATERAL SIDE Ricardo A.V. Ramos, Edson Del Rio Vieira	247
ANÁLISE EXPERIMENTAL DA CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE COM FONTES DE CALOR PROTUBERANTES NA SUPERFÍCIE INFERIOR Ricardo A.V. Ramos, Gabriel C. Campos, Luiz F. Milanez	252
SOLUÇÕES SIMILARES EM ESCOAMENTOS SUPERSÔNICOS Marcos E. Hatori, José B. Pessoa-Filho	257
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO AXIAL EM DUTOS DE SEÇÃO TRANSVERSAL NÃO CIRCULAR Francisco D. Rocamora Jr., Marcelo Assato, Edimilson J. Braga, Maximilian S. Mesquita, Marcelo J.S. Lemos	263
VARIAÇÃO DA VELOCIDADE DE ESCOAMENTO DE AR INDUZIDO POR CONVECÇÃO NATURAL EM UM CANAL VERTICAL George S. Marinho, Samuel W. Celere, Antônio M. dos Santos	268
UMA FORMULAÇÃO PARA O CÁLCULO DO COEFICIENTE DE ATRITO EM CAMADAS LÍMITES TURBULENTAS COM SEPARAÇÃO Erb. F. Lins, Daniel O. Cruz, André L. Mesquita	273
COMBINED NATURAL CONVECTION AND RADIATION INTERACTION IN VENTED VERTICAL SLOTS ASYMMETRICALLY HEATED S. Belharat, G. Lauriat, G. Desrayaud	278
COMPARISON BETWEEN THE CONVECTIVE HEAT TRANSFER CHARACTERISTICS OF IMPINGING ARRAYS OF JETS AND SPRAYS Ricardo Hernández Pereira, Sérgio Leal Braga, José Alberto dos Reis Parise	284
<b>DRYING</b>	
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO DO AR EM SILOS Oleg A. Khatchatourian, Nelson A. Toniazzo	290
SECAGEM DE FRUTOS DE CAFÉ EM UM SECADOR DE BANDEJAS VIBRADAS COM RECÍCLO CONTÍNUO DOS FRUTOS Andréa O. Freitas, José Roberto D. Finzer, José Romário Limaverde, José Romário Limaverde Jr.	296
ESTUDO TEÓRICO DO SECADOR PNEUMÁTICO VERTICAL Antônio Maurício M. Trejo, Severiano da Silva Lima Filho	301
<b>ENERGY ANALYSIS AND COGENERATION</b>	
ANÁLISES ENERGÉTICA E EXERGÉTICA DO SISTEMA DE COGERAÇÃO DA USINA “VALE DO ROSÁRIO” Eduardo R. Barreda del Campo, Antônio Fernando Bodonal, Sílvia Azucena Nebra, Ricardo Roxo	307

SISTEMA AUTOMATIZADO PARA AVALIAÇÃO DE CENTRAIS HIDRELÉTRICAS .....	313
Geraldo L. Thiago Filho, Augusto N.C. Viana, Eraldo C. dos Santos	
AN OPTIMIZATION STRATEGY FOR COGENERATION IN ELETRIC ENERGY .....	319
SPOT MARKETS	
D. Moitre, M. Carnero	
ENVIRONMENTAL/ECONOMIC OPTIMAL DISPATCH USING GENETIC .....	324
ALGORITHMS	
J.L. Hernández, D. Moitre, L. Aromataris, G. Rodrigues	
HYDROGEN UTILIZATION FOR THE REDUCTION OF IRON ORE IN THE .....	331
BRAZILIAN AMAZONIA: PROSPECTIVE NATURAL RESOURCES PRESERVATION	
L.C. de Lima, N.A.S. Arantes	
AVALIAÇÃO TERMOECONÔMICA DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO DE CENTRAL .....	336
DE UTILIDADES DE INDÚSTRIA QUÍMICA	
Maurilo de Sousa Teixeira, Silvio de Oliveira Júnior	
MODELAGEM DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO UTILIZANDO TURBINAS A GÁS .....	342
Júlio S. Antunes, José L. Silveira, José P. Balestieri	
ANÁLISE EXERGÉTICA COMPARATIVA DE SISTEMAS DE RECUPERAÇÃO .....	347
DE ENERGIA DOS GASES EFLUENTES DE CALDEIRAS A BAGAÇO DE CANA	
M.E. de Paiva Souza, S.A. Nebra, W.L.R. Gallo	
ANÁLISE COMPARATIVA DE TECNOLOGIAS PARA EXPANSÃO DE CENTRAIS .....	353
DE COGERAÇÃO	
José Antonio Perrella Balestieri	
VIABILIDADE DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO EM INDÚSTRIA QUÍMICA .....	358
Moisés Henrique de Andrade Costa, José Antônio Perrella Balestieri	
UMA AVALIAÇÃO QUANTITATIVA DAS VANTAGENS AMBIENTAIS DA .....	364
COGERAÇÃO NO BRASIL	
Flávio Neves Teixeira, Electo Silva Lora, Luiz Augusto Horta Nogueira	
ANÁLISE TERMODINÂMICA E ECONÔMICA DE CICLOS COM BIOMASSA .....	370
GASEIFICADA EM SISTEMAS DE COGERAÇÃO PARA A INDÚSTRIA MADEIREIRA	
Paulo C. Oliveira, Marco A.R. Nascimento, Luiz A.H. Nogueira	
UM ESTUDO DO IMPACTO DO ESQUEMA TARIFÁRIO DA CONCESSIONÁRIA .....	376
SOBRE A SELEÇÃO DE ACIONADORES PARA SISTEMAS DE COGERAÇÃO	
Flávio Neves Teixeira, Luiz Augusto Horta Nogueira, André Ramon Silva Martins	
ESTUDO DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO E GERAÇÃO TERMOELÉTRICA ATRAVÉS .....	381
DA ANÁLISE TERMOECONÔMICA	
Silas Vieira, Silvio Oliveira Júnior	
EFICIÊNCIA E GERAÇÃO DE ENTROPIA EM SISTEMAS DE TUBOS ALETADOS .....	387
COLETORES DE ENERGIA SOLAR	
Márcio Bueno dos Santos, Sérgio Mourão Saboya	
MAXIMUM SECOND LAW EFFICIENCY IN SOLAR EJECTOR REFRIGERATORS.....	393
José V.C. Vargas, George Stanescu, John S. Fleming, José M.M. Silva, Oswaldo H.G. Branco	



## **ENVIRONMENTAL ENGINEERING**

THE COUPLING BETWEEN ENVIRONMENTAL IMPACT AND THE SECOND LAW .....399  
ANALYSIS OF WATER HEATERS  
M.G. Marques, C. Pinho

INSTALACION PILOTO DE VENTILACIÓN PARA EL ESTUDIO DE EFICACIAS DE .....404  
CAPTACION DE EMISIONES PROCEDENTES DE BAÑOS DE TRATAMIENTOS DE  
SUPERFICIES  
Enrique González-Ferrádas, Augustín Miñana-Aznar, Antonio Baeza-Caracena,  
Francisca Morales-Mateo, Francisco Marzal-Martínez

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DO PODER CALORÍFICO DE COMBUSTÍVEIS .....409  
ORGÂNICOS LÍQUIDOS EM FUNÇÃO DA UMIDADE  
Aristóteles Alves Lyrio, Elias Antônio Dalvi, Renata Cryz Araújo Vieira

STUDY OF THE EFFECT OF A FLAP VALVE ON THE COLLECTION EFFICIENCY .....415  
OF A CYCLONE SEPARATOR UNDER HIGH SOLID LOADINGS  
Fábio Luís Fassani, Leonardo Goldstein Jr.

## **EQUIPMENT, PROCESS AND THERMAL SYSTEMS**

ESCOAMENTO HOMOGÊNEO E TRANSIENTE DA MISTURA ÓLEO-REFRIGERANTE .....419  
PELA FOLGA RADIAL EM COMPRESSORES ROTATIVOS DE PISTÃO ROLANTE  
José L. Gasche, Rogério T.S. Ferreira, Álvaro T. Prata

LOW-FLOW LIMIT IN SLOT COATING .....425  
Márcio S. de Carvalho

SIMULATION OF FUZZY CONTROL FOR HEAT RECOVERY SYSTEMS FROM .....431  
SOLID BED COOLING  
Antônio C. Caputo, Pacifico M. Pelagagge

SIMULAÇÃO DA OPERAÇÃO DE UM FORNO DE REFINO DE COBRE .....437  
UTILIZANDO O MÉTODO DE ZONAS PARA CÁLCULO DAS POTÊNCIAS  
TROCADAS POR RADIAÇÃO  
Francisco Domingues Alves de Sousa, Marcos Noboru Arima

MODELAGEM TEÓRICA E EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO TÉRMICO .....443  
DE MOTOR ACIONADOR DE VENTILADORES AXIAIS DE SOPRO LIVRE  
P. Magalhães Filho, E.A. Barbosa

COMPARAÇÃO ENTRE O TEMPO DE AQUECIMENTO DE PLACAS DE .....449  
ALUMÍNIO EM UM FORNO QUANDO SE UTILIZA AR AQUECIDO E GASES  
DE COMBUSTÃO DE GAS NATURAL  
P. Magalhães Sobrinho, J.L. Silveira, J.A. Carvalho Júnior, P. Magalhães Filho

APLICAÇÃO DO MÉTODO DO LOBO ESTENDIDO AO PROJETO DE CALDEIRAS.....455  
ESCOCESAS  
Flávio Tambellini, Leonardo Goldsteins Jr.

DESIGN OF A GAS-SOLID SHALLOW FLUIDIZED HEAT RECOVERY EQUIPMENT .....460  
INCLUDING THE DISTRIBUTOR PLATE  
Araí A. B. Pécora, Oscar M.H. Rodriguez, Arlindo de Matos

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE EXTRAÇÃO DE ÓLEO VEGETAL EM LEITO CONTÍNUO .....	466
V.G. Krioukov, Luís M.G. Moreira, Gilmar Veloso, Gilberto Thomas	
DESIGN OPTIMIZATION METHODOLOGY APPLIED TO A MIXER .....	472
Carlos F. Favaretto, Michael Morgenroth, Vilson C.S. Ferreira	
STUDY OF A VORTEX-TUBE EQUIPPED COLUMN REACTOR FOR .....	478
SOLID STATE FERMENTATION	
George Stanescu, Luiz A.O. Rocha, Jorge A.V. Costa, José V.C. Vargas	
MODELO TÉRMICO PARA FORNO ROTATIVO UTILIZADO PARA PRODUZIR .....	484
CLÍNQUER DE CIMENTO PORTLAND	
Vanisa C. Duarte, Genésio J. Menon, Rogério J. Silva	
EXPERIMENTAL OBSERVATIONS AND ANALYSIS OF SQUARE ARRAYS OF .....	490
EQUI-DISTANT FIRES AFFECTED BY A SHEAR FLOW FIELD	
K. Satoh, M. Shinohara, K.T. Yang	
MODELAGEM NUMÉRICA DO ESCOAMENTO E DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR .....	496
NO INTERIOR DO CILINDRO DE UM COMPRESSOR ALTERNATIVO	
Alessandro G. Catto, Álvaro T. Prata	
ANÁLISE EXPERIMENTAL DO AQUECIMENTO POR MICROONDAS DE .....	502
ETILENO GLICOL COMPARATIVAMENTE AO DA ÁGUA DESTILADA	
Maria H. Farias, Carlos Valois .M. Braga	
ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE DOIS REATORES TRIFÁSICOS EM PRESENÇA .....	507
DA REAÇÃO DE OXIDAÇÃO DE SO <sub>2</sub> SOBRE CARVÃO ATIVO	
E.B.M. Medeiros, N.M. Lima, A. Zoulalian	
TRANSFERÊNCIA DE MASSA A PRESSÕES ELEVADAS EM REATOR A .....	513
LEITO DE LAMA MECANICAMENTE AGITADO	
N.M. Lima, E.B.M. Medeiros, D. Ronze, A. Zoulalian	
<b>FOOD SCIENCE AND ENGINEERING</b>	
OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO DE ESTERILIZAÇÃO DE ALIMENTOS .....	518
ENLATADOS EM AUTOCLAVES ESTACIONÁRIAS ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE MODELOS NUMÉRICOS	
R. Gedraite, J.L.F. Bastos, C. Garcia	
EFFECT OF CHEMICAL PRETREATMENTS AND LACTIC ACID IN CORN .....	522
WET MILLING	
C. Mônica Haros, Constantino Suárez	
THERMODYNAMIC CONSIDERATIONS OF WATER VAPOR SORPTION BY .....	527
AMARANTH STARCH	
Andréa N. Calzetta Resio, Roberto J. Aguerre, Constantino Suárez	
KINETIC PARAMETERS OF STARCH GELATINIZATION IN RICE.....	532
Carlos A. Ojeda, Marcela P. Tolaba, Constantino Suárez	
<b>HEAT AND MASS TRANSFER</b>	
FROM THERMAL SYSTEM IDENTIFICATION TO SIMULATION .....	535
Eugéne Unwimana	

SIMULATION OF HEAT TRANSFER IN THE TREATMENT OF MALIGNANT TUMOR BY HYPERTHERMIA .....	541
Marcos E.C. Oliveira, Adriana S. Franca	

AXIAL SEGREGATION PROFILES DURING DIRETIONAL SOLIDIFICATION.....	546
Maurício Fabbri	

## HEAT EXCHANGERS

SÍNTESE E PROJETO DE REDES DE TROCADORES DE CALOR COM CONSIDRAÇÕES FLUIDODINÂMICAS .....	551
Alexandre J.M. Vieira, Fernando L. P. Pessoa, Eduardo M. Queiroz	

VISUALIZAÇÃO DO ESCOMAENTO EM TORNO DE CILINDROS RETANGULARES PARA APLICAÇÃO EM TROCADORES DE CALOR COMPACTOS .....	557
Cláudio Lindquist, Sérgio Said Mansur, Edson Del Rio Vieira	

BANCADA DE TROCADOR DE CALOR TUBO DUPLO COM SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS E SOFTWARE DE SIMULAÇÃO ACOPLADOS .....	562
Renato Pimentel Barbedo, Caio Glauco Sánchez	

EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THE HEAT TRANSFER AUGMENTATION AND THE FLOW LOSSES BY DELTA WINGLETS IN COMPACT HEAT EXCHANGERS WITH TWO ROWS OF TUBES .....	568
Juan José Gonzalez Bayón, Jurandir Itizo Yanagihara	

SOME INSIGHTS ON HEAT TRANSFER AUGMENTATION BY VORTEX GENERATORS IN FIN-TUBE COMPACT HEAT EXCHANGERS WITH TWO ROWS OF TAGGERED TUBES .....	574
Rogério Rodrigues Jr., Jurandir Itizo Yanagihara	

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO CAMPO DE VELOCIDADES EM TROCADORES DE CALOR CASCO-E-TUBOS .....	580
José Carlos C. Dutra, Nisio C.L. Brum	

## HEAT PIPES, THERMOSIPHONS AND CAPILLARY PUMPS

BUBBLE BLOCKAGE OF LIQUID SUPPLY IN A CAPILLARY-PUMPED LOOP WITH WICKED CONDENSER UNDER WITCH-OFF .....	586
Valeri V. Vlassov, Issamu Muraoka	

ESTUDO DO COMPORTAMENTO TÉRMICO DE UM RADIADOR ACOPLADO A UM CIRUCITO DE BOMBA CAPILAR .....	592
Edson Bazzo, Luciano Heinen	

COMPORTAMENTO TÉRMICO DO LÍQUIDO DE ALIMENTAÇÃO EM BOMBAS CAPILARES .....	597
Heitor Victor Ribeiro Camargo, Edson Bazzo, Gabriel Mann dos Santos, Antônio Fábio Carvalho da Silva	

## HEAT TRANSFER WITH PHASE CHANGE

EBULIÇÃO NUCLEADA DE REGRIGERANTES HALOGENADOS – ANÁLISE DE CORRELAÇÕES .....	603
Gherardt Ribatski, José M. Saiz Jabardo	

CÁLCULO DE ABLAÇÃO COM UMA ABORDAGEM ENTÁLPICA PARA MUDANÇA DE FASE .....	609
Rosângela Meireles Gomes Leite, Edson Luiz Zapparoli	

MEDIDAS DOS COEFICIENTES DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR ..... METAL/MOLDE NA SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS E LIGAS José M.V. Quaresma, Carlos A. dos Santos, Jaime A. Spim Jr., Amauri Garcia	615
SOLIDIFICATION OF PCM IN ANNULAR CYLINDRICAL REGION..... Antonio B. Jesus, Kamal A.R. Ismail	621
NUCLEATE BOILING ON GROOVED AND SMOOTH TUBE SURFACES..... Rafaela Frota Reinaldo, Saulo Güths, Júlio César Passos	625
ESTUDO NUMÉRICO DE UMA UNIDADE ARMAZENAMENTO DE GELO DE ..... PLACAS PARALELAS Luís Edson Saraiva, Kamal Abdel El-Radi Ismail	630
MODELAGEM NUMÉRICA DE FENÔMENOS DE SOLIDIFICAÇÃO ATRAVÉS DO ..... MÉTODO DE CAMPO DE FASE Álvaro L. Fazenda, Jerônimo S. Travelho, Maurício Fabbri	636
ESTUDO DA ASCENSÃO DE BOLHAS GASOSAS EM MEIO LÍQUIDO INFINITO: ..... DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS ADIMENSIONAIS ATRAVÉS DA ANÁLISE E IMAGENS S.S. Mansur, E.D.R. Vieira, C. Lindquist, A.V. Pantaleão, E.L. Zaparoli	642
HEAT TRANSFER MECHANISM OF THE SINGLE BUBBLE GROWTH IN ..... A NON-UNIFORM TEMPERATURE FIELD Rogério Ribeiro, Jurandir Itizo Yanagihara	647
CONDENSAÇÃO PELICULAR SOBRE DUTOS INCLINADOS DE SEÇÃO ELÍPTICA..... Antonio M.D. Figueiredo, Aldélio Bueno Caldeira	653
COVALIDATION OF INTEGRAL TRANSFORM AND FINITE VOLUME ..... SOLUTIONS IN PHASE-CHANGE PROBLEMS Nerbe J. Ruperti Jr., Dominique Gobin, Renato M. Cotta	659
INFLUÊNCIA DA RAZÃO DE ASPECTO DE CAVIDADES FECHADAS NA ..... CONVECÇÃO NATURAL EM METAIS LÍQUIDOS Luiz Joaquim C. Rocha, Angela O. Nieckele	665
<b>INSTRUMENTATION AND EXPERIMENTAL TECHNIQUES</b>	
UNCERTAINTIES CALCULATIONS IN THERMAL SYSTEMS RESPONSES..... Eugène Uwimana	671
UMA ANÁLISE DOS MÉTODOS DE FUNÇÃO ESPECIFICADA E GRADIENTE ..... CONJUGADO APLICADOS A PROBLEMA INVERSO BIDIMENSIONAL Frederico R.S. Lima, Gilmar Guimarães	675
ALGORITMOS GENÉTICOS APLICADOS A LA LOCALIZACIONA OPTIMA DE ..... INSTRUMENTOS M. Carnero, J.L. Hernandez, A. Méndez, M. Ziletti	680
GRADIENTES DE CONCENTRAÇÕES E INTERMITÊNCIAS NA INTERFACE ..... ENTRE REGIÕES DE MISTURA E REGIÕES ESTÁVEIS Rogério Silveira de Queiroz, Bruno Venturini Loureiro	684
ANÁLISE ESTATÍSTICA DE CAMPOS DE CONCENTRAÇÃO DE UM CONTAMINANTE ..... INERTE EM UM AMBIENTE ESTÁVEL Daniella Gonçalves de Barros Silveira de Queiroz, Rogério Silveira de Queiroz	689

CARACTERIZAÇÃO DO ESCOAMENTO PERIÓDICO COM VÓRTICES ATRAVÉS DE LASER DOPPLER VELOCIMETRIA Wilson Carlos da Silva Ferreira, Sônia Magalhães dos Santos	695
DESENVOLVIMENTO DE UMA MACRO-TERMOBALANÇA PARA ESTUDO DA CARBONIZAÇÃO DA BIOMASSA Paulo César da Costa Pinheiro, Francisco José Figueiredo	701
ANÁLISE DE UM SISTEMA DE MEDIDA DE VAZÃO E TÍTULO ENTRE DOIS MODELOS PROPOSTOS Flávio Tambellini, Luiz Felipe M. de Moura, Márcia Goretti da Silva Borges	705
COMPENSAÇÃO DE MEDIDAS DE TEMPERATURA DE TERMOPARES EM ESCOAMENTO DE GASES DE COMBUSTÃO Aurimar M. Reis, Jurandir Itizo Yanagihara	710
AVALIAÇÃO DE MÉTODOS DE MEDIÇÃO DA RADIAÇÃO SOLAR DIFUSA Reinaldo Prandini Ricieri, João Francisco Escobedo, Valéria de Almeida Frisina	716
ANÁLISE DE ERRO NO PROCESSO DE CALIBRAÇÃO DE TRANSDUTORES DE FLUXO DE CALOR Saulo Güths, Rodrigo Hoffmann Domingos, Rodrigo Pérsico de Oliveira	722
NON-DESTRUCTIVE THERMAL DETECTION OF DELAMINATION IN CERAMIC TILES Roberto M. de Andrade, Giam Marco Revel, Nicola Paone	727
APLICAÇÃO DE ALGORITMOS GENÉTICOS NA LINEARIZAÇÃO DE TERMISTORES Alexandre M. Barp, Jacques R. Heckmann, Carlos A. Flesch	732
<b>INTERNAL COMBUSTION ENGINES</b>	
UTILIZAÇÃO DE BIODIESEL DE ÓLEO DE FRITURA EM MOTORES DE COMBUSTÃO INTERNA. ESTUDO DE CASO: TRANSPORTE COLETIVO NA CIDADE DE CURITIBA Luciano Fernando dos Santos Rossi, Pedro Ramos da Costa Neto	738
EMPREGO DA ANÁLISE ESPECTRAL PARA O ESTABELECIMENTO DE CORRELAÇÃO ENTRE TORQUE MÉDIO INDICADO E ACELERAÇÃO ANGULAR DO BLOCO DE UM MOTOR DE COMBUSTÃO INTERNA Mário Roberto Silva, Antônio Moreira dos Santos, Carlos Klein Neto	743
DETERMINAÇÃO DA FRAÇÃO DE COMBUSTÍVEL VAPORIZADO EM MOTORES DE COMBUSTÃO INTERNA Marcelo V. Feitosa, Antônio M. dos Santos, Leônidas Hildebrand Jr.	748
INFLUÊNCIA DA VOLATILIDADE DA GASOLINA NAS PERFORMANCES DINÂMICAS DE MOTORES CICLO OTTO EQUIPADOS COM INJEÇÃO ELETRÔNICA SEQUÊNCIAL DE COMBUSTÍVEL Everton Carriconde, Pedro Mello	752
DEVELOPING AN APPARATUS FOR OIL CHANGE IN AUTOMOTIVE INTERNAL COMBUSTION ENGINES Pedro Mello	756
ESTUDIO DE LAS ONDAS DE PRESION DEL CONDUCTIO DE ESCAPE DE UN MOTOR DE COMBUSTION INTERNA Simón J. Fygueroa, Jesús O. Araque, Ramón E. Loreto	760

ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DO GÁS NATURAL NA FROTA DE ÔNIBUS URBANO NA CIDADE DE SÃO PAULO N. Kuwahara, M.D. Berni, S.V. Bajay	765
MODELAMENTO DE ESCOAMENTOS COMPRESSÍVEIS NO INTERIOR DE DUTOS USANDO O MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS José Augusto Velásquez	769
MODELLING NO <sub>x</sub> AND CO EMISSIONS FORM SPARK IGNITION ENGINES José R. Sodré	775
NOVAS PERSPECTIVAS PARA ENSAIOS DE MOTORES DE COMBUSTÃO INTERNA Luís Carlos Passarini, Adriano Paulo Villas Boas	780
SIMULAÇÃO DE SISTEMA DE INJEÇÃO DIESEL D�lson Luiz M�dolo, Mário Roberto da Silva, Duilio Venanzi	785
CONVERSÃO DE MOTORES DIESEL PARA OPERAÇÃO COM COMBUSTÍVEL DUAL DIESEL GÁS NATURAL: AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE ÔNIBUS URBANOS Alcir F. Orlando, James Newsom	790
CONTROLE DE EMISSŐES DE POLUENTES ATRAVÉS DA RECIRCULAÇÃO DOS GASES DE ESCAPE EM UM MOTOR A GASOLINA Marcelo Trindade de Sousa, João Nildo de Souza Vianna	796
<b>METROLOGY IN FLUIDS</b>	
UNCERTAINTY IN AERODYNAMIC COEFFICIENT MEASUREMENT AT THE CTA TA-2 SUBSONIC WIND TUNNEL Olympio A.F. Mello, Sadahaki Uyeno, Osvaldo S. Sampaio, Maria L.C.C. Reis	800
DETERMINAÇÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO EM CALIBRAÇÃO DINÂMICA DE TRANSDUTORES DE PRESSÃO Alessandro B. de S. Oliveira, Mario B.B. Siqueira, João N.S. Vianna	806
AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA MEMBRANA NA INCERTEZA DE MEDIÇÃO DO DEGRAU DE PRESSÃO GERADO PELA ONDA REFLETIDA EM UM TUBO DE CHOQUE João Nildo de Souza Vianna, Jean Pierre Damion, Alessandro Borges de Sousa Oliveira	810
RESPOSTA TRANSIENTE DE TERM�METROS E SUA INFLUÊNCIA SOBRE A MEDIÇÃO E CALIBRAÇÃO Alcir de Faro Orlando	816
<b>MULTIPHASE SYSTEMS</b>	
SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS DE ESCOAMENTOS BIFÁSICOS TURBULENTOS Aristeu Silveira Neto	821
EVOLUTION OF PRESSURE DROP INSIDE DIFFERENT LAYERS OF AN ATMOSPHERIC FLUIDIZED BED J. Paiva, C. Pinho, R. Figueiredo	827
IMPROVING THE DETERMINATION OF BUBBLE SIZE HISTOGRAMS BY EMPLOYING WAVELET DE-NOISING TECHNIQUES Paulo Seleguin Jr., Fernando E. Milioli	832



MEASUREMENT OF LOCAL INTERFACIAL AREA IN TWO-PHASE BUBBLY FLOW .....	838
Luiz F. M. Moura, Edvaldo A.M. Oliveira	
A MIXTURE MODEL FOR A PARTICULATE SUSPENSION FLOW IN .....	844
A THERMAL NON-EQUILIBRIUM CONTEXT M.L. Martins-Costa, R. M. Saldanha da Gama	
ON THE INTERACION BETWEEN A GAS-LIQUID BUBBLE PLUME AND A WALL.....	849
Philippe P.M. Menut, Jader Riso Barbosa Jr., Átila P. Silva Freire	
EFEITO DAS PROPRIEDADES DO LÍQUIDO SOBRE A HIDRODINÂMICA E .....	855
A TRANSFERÊNCIA DE MASSA GÁS/LÍQUIDO EM COLUNA DE BORBULHAMENTO ASCENDENTE Marileide M. Alves, Antônio C.D. Coelho, M. Benachour	
<b>NUMERICAL METHODS</b>	
A DIRECT ONE STEP VELOCITY-PRESSURE ALGORITHM FOR INCOMPRESSIBLE .....	861
FLOW WITH NATURAL PRESSURE BOUNDARY CONDITION Rodrigo B. Platte, Julio R. Clayessen, Elba Bravo	
MODELO MATEMÁTICO PARA ESCOAMENTOS EM HIDROCICLONES .....	867
Rubens Sampaio, Juan Romero	
EQUAÇÃO DE CONTORNO HIPERSINGULAR PARA ESCOAMENTO POTENCIAL .....	872
TRIDIMENSIONAL W. Huacasi, W.J. Mansur, J.P.S. Azevedo	
UMA COMPARAÇÃO DO MÉTODO DE ORDENADAS DISCRETAS COM .....	878
OUTRAS TÉCNICAS PARA A SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE TRANSPORTE Antônio J. Silva Neto, Nilson C. Roberty	
CONSEQÜÊNCIA DA APLICAÇÃO DE ESQUEMAS TVD SEM O USO .....	884
DE VARIÁVEIS CARACTERÍSTICAS L.A. Santos, C.H. Marchi, L.A.P. Menezes, C.R. Maliska, A.F.C. Silva	
SOLUÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍVEIS USANDO .....	890
MALHAS DE VORONOI João Flávio V. de Vasconcellos, Clovis R. Maliska	
UM ESQUEMA NUMÉRICO PARA ESCOAMENTOS BIDIMENSIONAIS .....	897
INCOMPRESSÍVEIS EMPREGANDO MALHAS NÃO-ESTRUTURADAS F.A. Schneider, C.R. Maliska	
DETERMINATION OF TERTIARY CELLS IN A VERTICAL SLOT.....	903
Pedro F. de Abreu, Roydon A. Fraser, John L. Wright, Clovis R. Maliska	
APPROXIMATION OF FUNCTIONS INVOLVING EXPONENTIALS IN .....	909
EXPONENTIAL-TYPE SCHEMES FOR CONVECTION-DIFFUSION PROBLEMS José R. Figueiredo	
MULTIGRID NUMERICAL SOLUTION OF INCOMPRESSIBLE LAMINAR .....	915
RECIRCULATING FLOWS José A. Rabi, Marcelo J.S. Lemos	
AN ADAPTATIVE FINITE ELEMENT DISTRIBUTED SOLVER OF CFD PROBLEMS.....	921
R.S. Silva, R.C. Almeida, A.L.G.A. Coutinho, A.C. Galeão	



A THERMODYNAMICALLY COHERENT MODEL FOR MOMENTUM-DRIVEN CAVITATION Felipe B. Freitas Rachid	927
SIMULATION OF THE BATCHING OPERATION WITH PIGS IN UNSTEADY FLUID FLOWS Ejiro V. Campo, Felipe B. F. Rachid	934
SOLUÇÃO NUMÉRICA DE CAMADA LIMITE TURBULENTA COMPRESSÍVEL USANDO MODELO ALGÉBRICO E $K-\epsilon$ Wagner Machado Brasil, Jian Su	939
ANÁLISE HIDRODINÂMICA DA REGIÃO DE ENTRADA DO ESCOAMENTO ANULAR DE DOIS LÍQUIDOS IMISCÍVEIS EM TUBOS CURVOS – DETERMINAÇÃO DO VALOR DO ÂNGULO DE ENTRADA Luís M.S. Borges, Márcio Ziviani	945
ESTIMATIVA DO TERMO FONTE PARA A EQUAÇÃO DE CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL COM CONDIÇÕES DE CONTOURNO CONVECTIVAS Flávia C. Resende, Clarissa R. Regis, Antônio J. Silva Neto, Jian Su	951
<b>PARTICULATE SYSTEMS</b>	
HOMOGENEOUS HYDRAULIC AND PNEUMATIC CONVEYING OF SOLID PARTICLES M.C. Ferreira, J. T. Freire, G. Massarani	957
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE PARTÍCULAS DEFORMÁVEIS NÃO-COLOIDAIS EM BAIXO NÚMERO DE REYNOLDS Marcelo H.P. Almeida, Francisco R. Cunha	963
VELOCITY FLUCTUATIONS IN SEDIMENTATION WITH VERTICAL STRATIFICATION Otávio Luís da Silva Rosa, Francisco Ricardo da Cunha	971
FRACTIONAL CALCULUS SOLUTION OF THE PARTICLE MOMENTUM EQUATION IN UNSTEADY STOKES FLOWS C.F.M. Coimbra, R.H. Rangel	977
UNSTEADY HEAT TRANSFER IN A DILUTE SUSPENSION OF SMALL PARTICLES C.F. M. Coimbra, R.H. Rangel	983
<b>PETROLEUM ENGINEERING</b>	
LIQUID FALLBACK AND THE PERFORMANCE OF INTERMITTENT GAS-LIFT Odair G. Santos, Francisco J.S. Alhanati, Sérgio N. Bordalo	989
LAGRANGEAN-EULERIAN APPROACH TO TWO-PHASE VERTICAL FLOW IN PETROLEUM WELLS Kwon-II Choi, Maria Cristina C. Cunha, Sérgio N. Bordalo	995
A TIME DEPENDENT FORMULATION FOR THE MODELING OF STRATIFIED SOLID-LIQUID ANNULAR FLOWS Misael Santana, Wellington Campos, Eduardo Gaspari, André L. Martins	1001
EFEITOS DE ORIENTAÇÃO DE MALHA NA SIMULAÇÃO DE RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO USANDO COORDENADAS GENERALIZADAS COINCIDENTES COM A FRONTEIRA A.O. Czesnat, C.R. Maliska, A.F.C. Silva, R. Lucianetti	1007

EFEITOS DA NÃO-ORTOGONALIDADE DA MALHA NA TAXA DE CONVERGÊNCIA DO MÉTODO DE NEWTON UTILIZANDO COORDENADAS GENERALIZADAS R.M. Lucianetti, C.R. Maliska, A.F.C. Silva, A.Czesnat	1013
DESLOCAMENTO DE ÓLEO PESADO POR ÓLEO LEVE NO INTERIOR DE DUTO SUJEITO A DIFERENTES CONDIÇÕES AMBIENTAIS Geraldo Spinelli Ribeiro, Eduardo Ferreira Gaspari, Lenise Couto Vieira, João Francisco Vieira	1019
SIMULATION OF FLUID FLOW AND PIG DYNAMICS IN DEWATERING OPERATIONS IN PIPELINES Angela O. Niecele, Luis Fernando Azevedo, Arthur M. Braga	1025
<b>PROPULSION</b>	
SOLUÇÕES DE ESCOAMENTOS QUASE-UNIDIMENSIONAIS DE FLUIDOS COMPRESSÍVEIS E VISCOSOS EM TUBEIRAS COM TROCA DE CALOR Fernando Laroça, Carlos H. Marchi, Antônio Fabio C. da Silva	1031
INSTABILIDADES DE BAIXA FREQUÊNCIA EM SISTEMAS PROPULSIVOS MONOPROPELENTES E BIPROPELENTES LÍQUIDOS Carlos Eduardo Rolfsen Salles, Jean Luc Georges Paile, Jefferson Luiz Nogueira	1037
<b>REFRIGERATION AND AIR CONDITIONING</b>	
ELABORATION AND EXPERIMENTAL VALIDATION OF A DETERMINISTIC MODEL FOR AN INTERNAL MELT ICE-ON-COIL THERMAL STORAGE TANK José H.M. Neto	1042
OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS TERMODINÂMICOS DE FUNCIONAMENTO DE UM CICLO DE REFRIGERAÇÃO A AR Clever Zárate, Eugene Uwimana	1049
SEMI-EMPIRICAL MODELLING AND SIMULATION OF A CYCLE FOR REFRIGERATION COMPRESSORS TESTING IN SUPERHEATED REGION ONLY J. Duarte, O. Hernández, D. Manzi, O.Oliveira, J. Pimenta	1055
ESTUDO NUMÉRICO SOBRE O ESCOAMENTO DE MISTURAS NÃO AZEOTRÓPICAS ATRAVÉS DE TUBOS CAPILARES Flávia A.A. Fiorelli, Marco A.S. Paiva, Roberto A. Peixoto, Otávio M. Silveiras	1061
COMPARATIVE ANALYSIS OF REFRIGERANT MASS FLOW RATE MEASUREMENTS USING VENTURI FLOWMETERS AT LIQUID AND VAPOUR PHASES L.C. de Lima, O.Hernández, J. Pimenta	1067
PROJETO DE UM SISTEMA FRIGORÍFICO DESENVOLVIDO POR SIMULAÇÃO E TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO Sidnei J.Oliveira, Antonio M. dos Santos	1073
EFEITO DO NÍVEL DE ESTANCAMENTO DOS SISTEMAS DE CLIMATIZAÇÃO PARA A QUALIDADE DO AR INTERIOR José Abel Andrade	1079
ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE MATERIAIS EMPREGADOS NA CONSTRUÇÃO DE UMA CÂMARA FRIGORÍFICA: STYROBLOCK E ALVENARIA DE TIJOLOS MACIÇOS José Luz Silveira, Zilmara Volpe Grote, Sandra E.P. Travassos	1084

SISTEMAS CRIOGÊNICOS PARA APLICAÇÕES ESPACIAIS .....1089  
Paulo Couto, Marcia B.H. Mantelli

DESENVOLVIMENTO DE UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL PARA .....1095  
CARACTERIZAR O DESEMPENHO DE EVAPORADORES "ROLL-BOND"  
Luciana W. da Silva, Cláudio Melo

DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DE UM MODELO NUMÉRICO .....1101  
PARA SIMULAÇÃO DE REFRIGERADORES DOMÉSTICOS  
Fábio Henrique Klein, Cláudio Melo, Marco Eduardo Marques

OTIMIZAÇÃO TÉCNICA/ECONÔMICA DE UM SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO DE .....1107  
LEITE USANDO ADSORÇÃO E REGENERADO POR ENERGIA SOLAR  
J. Espinola Jr., F.P. Carvalho, R.P. Klüppel, J.M. Gurgel

MODELOS BIFÁSICOS DO ESCOAMENTO EM TUBOS CAPILARES CONSIDERANDO .....1112  
O EQUILÍBRIO TÉRMICO ENTRE AS FASES  
A.L. Seixlack, A.T. Prata, C. Melo

COUPLED-CONJUGATE HEAT TRANSFER TO NON-NEWTONIAN FLUIDS IN .....1118  
DUCTS BY FINITE ELEMENTS  
J. Karam Filho, J.N.C. Guerreiro

SIMULAÇÃO DE SISTEMAS TERMO-SOLARES DE REFRIGERAÇÃO POR ABSORÇÃO .....1124  
Camilo F.M. Morejón, Cirus M. Hackenberg

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE TROCADORES DE CALOR TUBO .....1130  
CAPILAR-LINHA DE SUÇÃO COM R-12, R-401, R-409 E HIDROCARBONETOS  
Roberto A. Peixoto, Flávio A.S. Fiorelli, Marco A.S. Paiva, Otávio M. Silveiras

CÁLCULOS TERMODINÂMICOS DE MISTURAS REFRIGERANTES .....1136  
NÃO-TÓXICAS AO MEIO AMBIENTE PARA APLICAÇÃO EM CIRCUITOS  
DE REFRIGERAÇÃO  
E.D. Resende, M.R.W. Maciel

## **RHEOLOGY**

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DA VISCOSIDADE DE RESINA POR ULTRA-SOM.....1141  
Flávio Buiochi, Julio C. Admowski, Miriam R. Tavares, Marcos M. Pimenta, Luiz A.P. Alvim

HEAT TRANSFER TO HERSHEY-BULKLEY MATERIALS IN ANNULAR FLOWS.....1146  
Edson J. Soares, Mônica F. Naccache, Paulo R. Souza Mendes

COUPLED-CONJUGATE HEAT TRANSFER TO NON-NEWTONIAN FLUIDS IN .....1152  
DUCTS BY FINITE ELEMENTS  
J. Karam Filho, J.N.C. Guerreiro, A.F.D. Loula, N.C.L. Brum

ANÁLISE DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS TIPO LEI DE POTÊNCIA .....1158  
ATRAVÉS DE UMA FORMULAÇÃO GENERALIZADA DE CAMADA LIMITE  
José Maria Oliveira Miranda, Daniel Onofre de Almeida Cruz, Emanuel Negrão Macêdo

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO INTERNO DE FLUIDOS POLIMÉRICOS .....1163  
Roberto Guimarães Pereira

## **SOLAR ENERGY AND THERMAL RADIATION**

STUDY ON MULTILAYER INSULATION BLANKET EFFECTIVE THERMAL .....1169  
COEFFICIENTS  
Fabiano Luís de Sousa

ANÁLISE DO MÉTODO DE ORDENADAS DISCRETAS: DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL .....	1173
Luís Mauro Moura, Dominique Doermann-Bailis, Jean-François Sacadura	
UM NOVO ALGORITMO PARA CÁLCULO DE PERDAS TÉRMICAS EM RESERVATÓRIOS DE ÁGUA QUENTE DE SISTEMAS SOLARES .....	1179
Arno Krezinger, Rejane de Césaró Oliveski, Antônio Marcos de Siqueira	
BALANÇOS DE RADIAÇÃO SOLAR E DE ENERGIA EM ESTUFA COM COBERTURA DE POLIETILENO .....	1184
Valéria de Almeida Frisina, João Francisco Escobedo	
SOLAR RADIATION DATA BASE MANGEMENT SOFTWARE.....	1190
Modesto A. Chaves, João F. Escobedo	
SIMULAÇÃO DE SISTEMAS TERMO-SOLARES: CÓDIGO TRANSYS .....	1196
Camilo F.M. Morejón, Cirus M. Hackenberg	
DESIDRATAÇÃO SOLAR DO JACINTO D'ÁGUA E SUA CARACTERIZAÇÃO COMO COMBUSTÍVEL .....	1202
Márcio Amaral de Oliveira, Carmen Lúcia R. Pinto, Roberto Guimarães Pereira	
IGNITION MECHANISM OF SOLID MATERIALS BY A HIGH RADIATION SOURCE .....	1207
Javad A. Esfahani, Antônio C.M. Sousa	
<b>THERMOELECTRIC GENERATION</b>	
ANÁLISE DE EMISSÕES DE GASES POLUENTES EM USINAS TÉRMICAS DE PRODUÇÃO DE ELETRICIDADE .....	1213
Denilson B.E. Santo, Waldyr L.R. Gallo	
<b>THERMOHYDRAULIC OF NUCLEAR REACTORS</b>	
DEVELOPING TURBULENT FLOW IN A SIMULATED ROD BUNDLE.....	1219
Aidir Parizzi Jr., Sérgio V. Möller	
DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS EM PLACAS AQUECIDAS ELETRICAMENTE E RESFRIADAS POR ASPERSÃO .....	1225
Walmir Maximo Torres, Benedito Dias Baptista Filho, Daniel Kao Sun Ting, Mauro Onofre Martins	
<b>TRANSPORT PHENOMENA IN POROUS MEDIA</b>	
MULTISCALE FLOW AND HEAT TRANSFER IN SWELLING POROUS MEDIA .....	1231
M.A. Murad, J.H. Cushman	
DESEMPENHO DE UM DESSUBLIMADOR BASEADO EM CONVECÇÃO EM MEIOS POROSOS .....	1237
Luís Antonio Waack Bambace	
PARALLEL COMPUTATION OF THE TRANSVERSE PERMEABILITY OF FIBROUS POROUS MEDIA USING PVM .....	1243
Manuel E. Cruz	
SOME PHYSICAL FEATURES OF THE INTERNAL HEAT SOURCE IN A SOLID-FLUID MIXTURE .....	1249
M.L. Martins-Costa, R.M. Saldanha da Gama	
ESTUDO DO EFEITO DE PAREDE NO ESCOAMENTO DE FLUIDOS .....	1254

CONVECÇÃO NATURAL NUMA CAVIDADE POROSA RETANGULAR NO REGIME NÃO-DARCIANO Jesus Medeiros, Francisco Marcondes, José Maurício Gurgel	1260
NUMERICAL SOLUTION OF TURBULENT FLOW IN POROUS MEDIA USING A SPATIALLY PERIODIC ARRAY AND THE K- $\epsilon$ MODEL Francisco D. Rocamora Jr., Marcelo J.S. Lemos	1266
RESULTADOS DA MODELAGEM DA TURBULÊNCIA MACROSCÓPICA EM MEIOS POROSOS Marcos Heinzelmann Junqueira Pedras, Marcelo J.S. Lemos	1272
ANÁLISE DOS MODELOS DE ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS VIA MÉDIA ESPACIAL DAS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES Marcos Heinzelmann Junqueira Pedras, Marcelo J.S. Lemos	1278

## **TURBOMACHINERY**

GERAÇÃO DE ENTROPIA EM ESCOAMENTOS RADIAIS DEVIDA AOS EFEITOS VISCOSOS C.F.E. Alves, W. Braga, C.A. Thompson	1284
APPLICATION OF NEURAL NETWORK TO EVALUATE THE AIR INJECTION ON THE CAVITATION DETECTION IN HYDROTURBINES Shih M. Lin, Antonio C.P. Brasil Junior, Danilo Santos	1290
OTIMIZAÇÃO AERODINÂMICA DE TURBINAS EÓLICAS DE EIXO HORIZONTAL P.H.I.A. de Oliveira, M.V. Bortolous, R.L.U. de F. Pinto	1294
CONSIDERAÇÕES SOBRE A APLICAÇÃO DO MODELO DE GRADES REGENERATIVAS EM SITUAÇÕES REAIS Ramiro G. Ramirez Camacho, Nelson Manzanares Filho, Sebastião Varella	1299
UMA TÉCNICA NUMÉRICA PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO DO ESCOAMENTO POTENCIAL EM GRADES DE TURBOMÁQUINAS Denis Rinaldi Petrucci, Nelson Manzanares Filho, Waldir de Oliveira	1305
MODELO GLOBAL PARA AS CURVAS DE POTÊNCIA E DE RENDIMENTO DA TURBINA FRANCIS DA ITAIPÚ BINACIONAL Carlos Alberto de Melo	1311
ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DO ESCOAMENTO ENTRE AS PÁS DE UMA TURBINA DE MEDIÇÃO Vilson C.S. Ferreira, Carlos F. Favaretto	1316
ON THE STRIP THEORY FOR HORIZONTAL-AXIS WIND TURBINE DESIGN Alex S.G. Alves, André L. Amarante Mesquita, Daniel O.A. Cruz	1322

## **TURBULENCE**

FUNDAMENTOS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE GRANDES ESCALAS DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS Aristeu Silveira Neto	1328
APPLICATION OF A NON ISOTROPIC TURBULENCE MODEL TO STABLE ATMOSPHERIC FLOWS OVER 3D TOPOGRAPHY Fernando T. Boçon, Clovis R. Maliska	1334

THE SIMULATION OF VORTEX SHEDDING FROM AN OSCILLATING CIRCULAR CYLINDER WITH LARGE EDDY SIMULATION Júlio R. Meneghini, Fábio Saltara, Cesareo L.R. Siqueira	1340
TRANSITION TO TURBULENCE OF LOW AMPLITUDE THREE-DIMENSIONAL DISTURBANCES IN FLAT PLATE BOUNDARY LAYERS Marcello A. Faraco de Medeiros	1346
THE DEVELOPMENT OF GÖRTLER VORTICES IN BOUNDARY LAYERS WITH SUCTION AND BLOWING Márcio T. Mendonça, Helder F.F.M. Carneiro	1352
ANÁLISE ESTATÍSTICA DE TEMPERATURA EM UM ESCOAMENTO NO INTERIOR DE UM CAPACITOR TÉRMICO Júlio Cesar Costa Campos, Milton Biage	1357
TRANSIENT TURBULENT FORCED CONVECTION OF VISCOELASTIC FLUIDS IN CIRCULAR TUBE WITH STEPWISE VARIATIONS OF WALL TEMPERATURE E.N. Macêdo, R.L. Silva, J.N.N. Quaresma	1364
EXPERIMENTAL CHARACTERIZATION OF A TURBULENT BOUNDARY LAYER SUBJECTED TO A STEP CHANGE IN SURFACE ROUGHNESS Mila R. Avelino, Philippe P.M. Menut, Atila P. Silva Freire	1369
MODELING OF STRONGLY ACCELERATED TURBULENT FLOW THROUGH IC ENGINE VALVE PASSAGES César J. Deschamps	1375
PERFORMANCE DO MODELO RNG K- $\epsilon$ PARA ESCOAMENTOS EM DUTOS CURVOS Eugênio S. Rosa, Arlindo de Matos, Ricardo A. Mazza	1381
DEVELOPMENT OF A NON-LINEAR TURBULENCE MODEL FOR RECIRCULATING FLOWS USING GENERALIZED COORDINATES Marcelo Assato, Marcelo J.S. Lemos	1386
AN ASYMPTOTIC SOLUTION FOR THE $\kappa$ AND $\epsilon$ EQUATIONS FOR TRANSPIRED BOUNDARY LAYER FLOWS Mila R. Avelino, Jian Su, Atila P. Silva Freire	1392
UMA LEI DA ESTEIRA PARA CAMADAS LIMITE TURBULENTAS COM TRANSPIRAÇÃO Cláudio C. Pelegrini	1397
UMA VELOCIDADE CARACTERÍSTICA E UMA NOVA LEI DA PAREDE PARA CAMADAS LIMITE TURBULENTAS COMPRESSÍVEIS Cláudio C. Pelegrini	1403
CARACTERIZAÇÃO DA TURBULÊNCIA JUNTO À PAREDE Hugo D. Pasinato, Angela O. Niecele	1409
<b>OTHER RELATED TOPICS</b>	
AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DA BOMBA ELETROMAGNÉTICA DE CORRENTE CONTÍNUA NO CONTROLE DE VAZÃO DE MERCÚRIO E.M. Borges, F. Sircilli Neto, F.A. Braz Filho	1415
TRANSFERENCIA DE MASA EN PROCESOS DE DISOLUCIÓN Y DE REACCIÓN DE PARTÍCULAS SUSPENDIDAS EN LÍQUIDOS AGITADOS Y ESTANCOS Graciela Montiel, Jorge Avanza, Oscar Quiroga	1421

## OUTROS

PRELIMINARY EVALUATION OF COFIRING BIOMASS (SUGAR-CANE RESIDUES) .....1427 + NATURAL GAS IN BRAZIL Arnaldo Walter, Monica R. Souza, Ralph P. Overend	
PREDICTION OF SUPERCRITICAL FLUID PROPERTIES FROM CUBIC .....1433 EQUATIONS OF STATE WITH NEW INVERSION-BASED COHESION FUNCTIONS Maria G. Castillo, Coray M. Colina, Claudio G. Olivera-Fuentes	
FEEDSTUFF CONSERVATION: AERATION OF AGROPYRON .....1438 A.M. Pagano, D.E. Crozza, M. Koeing, S.M. Nolasco	



**BIDIMENSIONAIS EM ESCOAMENTOS COMPRESSÍVEIS**

**Leonor. C. Q. Yagua, Edson Basso**  
 Instituto Tecnológico de Aeronáutica  
 CTA/ITA/IEAA 12228-900  
 São José dos Campos - SP - Brasil

**João L. F. Azevedo**  
 Instituto de Aeronáutica e Espaço  
 CTA/IAE/ASE-N 12228-904  
 São José dos Campos - SP - Brasil

**RESUMO**

*Este trabalho faz um estudo da técnica de malhas de blocos múltiplos do tipo "Chimera", aplicada a resolução das equações de Euler bidimensionais para um problema onde um cilindro é introduzido dentro de um bocal transônico convergente-divergente. Este problema é resolvido em um sistema de coordenadas curvilíneas gerais, segundo o contexto de diferenças finitas. O esquema de discretização espacial implementado é o algoritmo centrado de Beam e Warming com um termo de dissipação artificial de diferença quarta e 2ª ordem de precisão. A marcha no tempo é realizada segundo o método explícito de Euler. Os resultados obtidos em todos os casos testados foram muito bons e demonstraram a potencialidade da técnica.*

**INTRODUÇÃO**

Na área aeroespacial, é crescente o interesse em simulações numéricas de escoamentos compressíveis sobre configurações complexas. Neste contexto, técnicas de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD, do inglês: "Computational Fluid Dynamics") constituem ferramentas eficientes e robustas para obter os resultados numéricos necessários.

Sob o ponto de vista de malhas estruturadas, muitas vezes é difícil uma discretização adequada da geometria objeto de estudo devido a sua complexidade. A utilização da técnica de blocos múltiplos permite a minimização deste problema geométrico com os ganhos efetivos em termos de baixo custo computacional e boa qualidade de solução. Esta técnica permite que se continue a utilizar uma formulação estruturada em todo o domínio de cálculo, mesmo para configurações extremamente complexas. Isto constitui uma das maiores simplificações permitidas por este tipo de abordagem (Baysal et al., 1991).

A técnica de malhas de blocos múltiplos apresenta-se comumente de duas maneiras: malhas com blocos justapostos e malhas com blocos sobrepostos, também chamadas "Chimera" (Kai-Hsiung et al., 1994). Em malhas justapostas, os domínios de cálculo adjacentes são unidos por uma fronteira. Em malhas sobrepostas, os domínios de cálculo são sobrepostos, ou seja, possuem regiões em comum. O presente trabalho é desenvolvido no contexto de malhas "Chimera".

Para as simulações numéricas do presente estudo, o esquema centrado de Beam e Warming (1978) bidimensional é empregado. Este consiste de uma discretização centrada do domínio de cálculo e um operador de dissipação artificial é utilizado para garantir a estabilidade numérica durante o processo de convergência. A dissipação artificial utilizada segue o modelo linear de coeficientes constantes de Pulliam (1980) de diferença quarta e segunda ordem de precisão.

O problema físico de interesse no presente estudo considera o caso do escoamento em torno de um cilindro imerso no interior de um bocal transônico convergente-divergente. No caso deste trabalho, admite-se que tal escoamento possa ser adequadamente modelado pelas equações de Euler em duas dimensões. O objetivo destas simulações é avaliar criticamente os diversos aspectos envolvidos na implementação da técnica de blocos múltiplos tipo "Chimera". Embora o problema de interesse neste

caso seja relativamente simples sob o ponto de vista geométrico, a idéia fundamental do trabalho é estabelecer os procedimentos a serem seguidos para a implementação da técnica em casos arbitrários.

**FORMULAÇÃO TEÓRICA E ESQUEMA NUMÉRICO**

Para os presentes estudos, assume-se que o escoamento seja representado pelas equações de Euler. As equações de Euler bidimensionais na forma conservativa podem ser escritas no sistema de coordenadas curvilíneas como:

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \eta} = 0. \quad (1)$$

O vetor de variáveis conservada é definido por

$$\bar{Q} = J^{-1} [\rho \quad \rho u \quad \rho v \quad e]^T, \quad (2)$$

e os vetores de fluxo não viscosos por:

$$\bar{E} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho U \\ \rho u U + p \xi_x \\ \rho v U + p \xi_y \\ (e + p) U - p \xi_t \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

$$\bar{F} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho V \\ \rho u V + p \eta_x \\ \rho v V + p \eta_y \\ (e + p) V - p \eta_t \end{Bmatrix}. \quad (4)$$

Nestas equações,  $\rho$  é a densidade,  $u$  e  $v$  são as componentes cartesianas de velocidade,  $e$  é a energia por unidade de volume e  $p$  é a pressão estática definida pela equação do estado para um gas perfeito por:

$$p = (\gamma - 1) \left[ e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) \right]. \quad (5)$$

As componentes contravariantes de velocidades são

$$U = \xi_t + \xi_x u + \xi_y v, \quad (6)$$

$$V = \eta_t + \eta_x u + \eta_y v, \quad (7)$$

e o jacobiano da transformação de coordenadas

$$J = (x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi)^{-1}. \quad (8)$$

Os termos de métrica são calculados pelas seguintes igualdades

$$\xi_x = Jy_\eta, \quad \eta_x = -Jy_\xi,$$

$$\xi_y = -Jx_\eta, \quad \eta_y = Jx_\xi,$$

$$\xi_\tau = -x_\tau \xi_x - y_\tau \xi_y, \quad \eta_\tau = -x_\tau \eta_x - y_\tau \eta_y. \quad (9)$$

Considera-se que o escoamento é estacionário, sendo portanto os termos métrica temporais não considerados.

A discretização das equações de Euler bidimensionais pelo esquema numérico de Beam e Warming (1978) é representada na forma fatorada seguindo Pulliam e Steger (1980) por:

$$L_\xi L_\eta \Delta \bar{Q}^n = R_\xi + R_\eta, \quad (10)$$

onde

$$L_\xi = I + \Delta t \delta_\xi \bar{A}^n - \Delta t \varepsilon_l J^{-1} \nabla_\xi \Delta_\xi J, \quad (11)$$

$$L_\eta = I + \Delta t \delta_\eta \bar{B}^n - \Delta t \varepsilon_l J^{-1} \nabla_\eta \Delta_\eta J, \quad (12)$$

$$R_\xi = -\Delta t \delta_\xi \bar{E}^n + D_\xi \quad e \quad (13)$$

$$R_\eta = -\Delta t \delta_\eta \bar{F}^n + D_\eta. \quad (14)$$

Os termos  $D_\xi$  e  $D_\eta$  são os termos de dissipação artificial linear, calculados utilizando 5 pontos para obter uma dissipação do tipo diferença quarta

$$D_\xi = D_\xi^{(4)} = -\Delta t \varepsilon_l J^{-1} (\nabla_\xi \Delta_\xi)^2 J \bar{Q}^n \quad e$$

$$D_\eta = D_\eta^{(4)} = -\Delta t \varepsilon_l J^{-1} (\nabla_\eta \Delta_\eta)^2 J \bar{Q}^n. \quad (15)$$

Os termos  $\delta_\xi$  e  $\delta_\eta$  são os operadores de diferença centrada de três pontos e com segunda ordem de precisão espacial,  $\nabla_\xi$  e  $\nabla_\eta$  são operadores de diferença "backward" de dois pontos e  $\Delta_\xi$  e  $\Delta_\eta$  são os operadores de diferença "forward" de dois pontos (Azevedo, 1990), ambos para a discretização espacial. O passo no tempo  $\Delta t$  é considerado constante e  $\varepsilon_l$  é um parâmetro arbitrário utilizado para graduar a quantidade de dissipação artificial inserida no esquema tal que não prejudique a convergência do esquema numérico.

Embora a formulação de marcha no tempo tenha sido desenvolvida para o esquema implícito anteriormente apresentado, os testes cujos resultados são apresentados aqui consideraram apenas um esquema explícito de marcha no tempo. O esquema utilizado foi essencialmente o esquema de Euler explícito, que pode ser obtido das equações (11) e (12) simplesmente fazendo estes operadores de lado esquerdo iguais à matriz identidade. A razão de se utilizar o esquema explícito de marcha no tempo está basicamente associada ao interesse primordial do trabalho em demonstrar a viabilidade de utilização da técnica proposta. Posteriormente, pode-se sempre investir no aumento de eficiência computacional do método através da implementação efetiva de um esquema implícito de marcha no tempo.

## METODOLOGIA

A técnica de malhas de blocos múltiplos do tipo "Chimera" consiste em decompor o domínio de cálculo em subdomínios, gerando malhas computacionais independentes para cada subdomínio. A quantidade de subdomínios aumenta de acordo com a necessidade do problema em estudo ou com a complexidade da geometria utilizada

Assume-se inicialmente que a primeira malha é a principal e que as outras malhas são secundárias e que estarão imersas dentro da primeira. Um algoritmo básico de solução com esta técnica pode ser resumido como a seguir:

### Algoritmo

1) Cria-se uma cavidade na malha principal onde vão ser inseridas as malhas secundárias.

- 2) Identifica-se quais são os pontos que estão dentro da cavidade e quais são os pontos que estão fora.
- 3) Identifica-se quais são os pontos da malha principal que pertencem à fronteira da cavidade.
- 4) Identifica-se quais são os pontos que pertencem à fronteira das malhas secundárias na região de sobreposição.
- 5) Identifica-se quais são os pontos vizinhos (pertencem às malhas secundárias) de cada ponto de fronteira da cavidade.
- 6) Identifica-se quais são os pontos vizinhos (pertencem à malha principal) dos pontos de fronteira na região de sobreposição (pertencem às malhas secundárias).
- 7) Resolve-se o esquema numérico escolhido nos pontos interiores de cada malha.
- 8) Atualiza-se as condições de contorno de cada malha que não envolvam troca de informação entre as malhas.
- 9) Interpola-se, para cada malha, as propriedades na fronteira da região de sobreposição a partir dos pontos vizinhos da outra malha que lhe é sobreposta, utilizando as informações de conectividade levantadas nos passos (5) e (6).
- 10) Volta-se ao passo (7) e itera-se até obter a convergência

A criação da cavidade feita no passo (1) consiste em eliminar alguns pontos que estão no interior ou sobre a configuração a ser sobreposta. Portanto, a eliminação destes pontos dará origem a uma cavidade tal que seja o suficientemente grande para conter o obstáculo.

O processo iterativo, que é inicializado no passo (7) e termina no passo (9), trabalha inicialmente com a malha principal para, posteriormente, operar sobre as malhas secundárias. Os pontos interiores mencionados no passo (7) são aqueles que não são fronteira e que não pertencem à cavidade ou à fronteira da cavidade.

O processo de troca de informação de uma malha para outra é feito através do passo (9). Por exemplo, no caso da malha principal, as propriedades obtidas nos pontos de fronteira da cavidade serão interpolados em função das propriedades dos respectivos pontos vizinhos que pertencem às malhas secundárias.

## PROBLEMA FÍSICO DE INTERESSE

O problema físico estudado neste trabalho consiste de um escoamento em um bocal convergente-divergente bidimensional em cujo interior introduziu-se um cilindro circular (ver Fig. 1).

Neste problema considera-se dois subdomínios. As malhas correspondentes a estes subdomínios foram criadas utilizando-se um gerador do tipo algébrico. A malha para o bocal foi feita com 40 pontos na direção  $\xi$  e com 37 pontos na direção  $\eta$ . Para o caso do cilindro usa-se uma malha de 53 pontos na direção tangente à parede do cilindro e 9 pontos na direção perpendicular à parede (Fig. 2).

Condição Inicial e de Contorno. A adimensionalização das variáveis proposta segue a sugerida por MacCormack (1984), e é definida como: a densidade  $\rho$  é adimensionalizada pela densidade de estagnação  $\rho_0$ , as componentes de velocidade  $u$  e  $v$  pela velocidade do som crítica  $a^*$  e a energia total por unidade de volume  $e$  e a pressão  $p$  por  $\rho_0 (a^*)^2$ .

A condição inicial utilizada para este problema foi: as componentes de velocidade em coordenadas cartesianas iguais a zero ( $u = v = 0$ ), o ângulo de entrada do escoamento do bocal igual a zero ( $\theta = 0$ ) e a temperatura e pressão utilizadas são a temperatura e pressão de estagnação ( $T = T_0, p = p_0$ ). Na saída a pressão e a densidade são menores a fim de inicializar o escoamento.



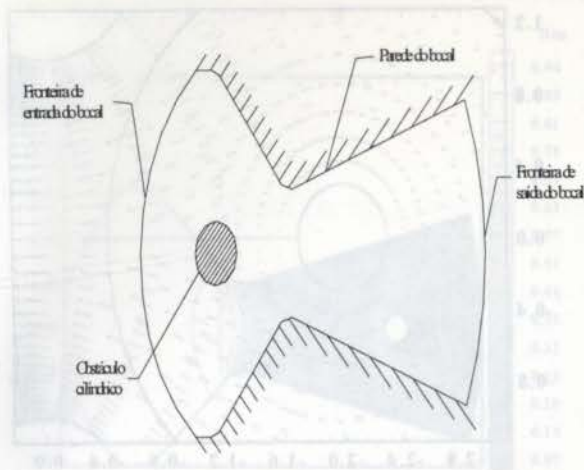


Figura 1 - Desenho esquemático da configuração de interesse, mostrando o contorno do bocal juntamente com o cilindro introduzido na seção convergente.

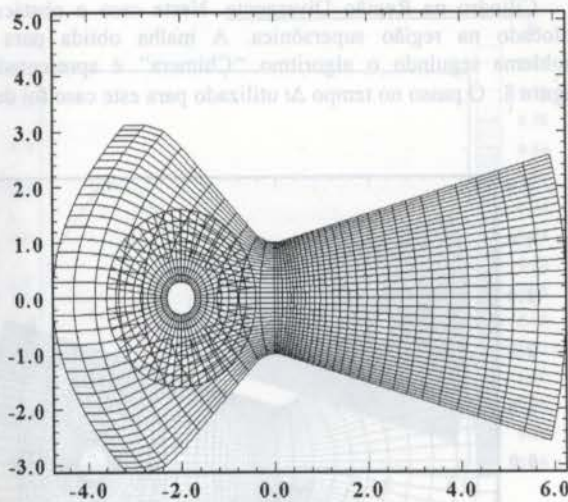


Figura 2 - Malha do cilindro na região convergente e malha do bocal com a cavidade feita para introduzir o cilindro.

As condições de contorno de entrada e de saída do bocal tem-se baseado no conceito de relações características unidimensionais das equações de dinâmica dos gases (Azevedo et al., 1992). Estas relações características para as equações de Euler na direção  $x$  podem ser apresentadas por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial p}{\partial t} &= -u \left( \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -u \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \rho a \frac{\partial u}{\partial t} &= -(u+a) \left( \frac{\partial p}{\partial x} + \rho a \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial t} - \rho a \frac{\partial u}{\partial t} &= -(u-a) \left( \frac{\partial p}{\partial x} - \rho a \frac{\partial u}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

Neste problema de estudo considera que a condição de contorno do escoamento na seção de entrada do bocal é subsônica, por tanto, baseados no conceito de relações características, a seção de entrada apresenta três variáveis especificadas e uma outra é obtida por extrapolação de

informação do interior. Na seção de saída do bocal, o escoamento poderá ser subsônico ou supersônico; para o caso de saída subsônico fixa-se uma grandeza e obtem-se as demais a través da discretização espacial e temporal da equação (16) (Silva et al., 1990), para o caso de saída supersônica as quatro relações da equação (16) são utilizadas para obter todas as grandezas. A condição de contorno na parede do bocal e do cilindro considera a componente contravariante de velocidade tangente à parede igual a zero. Portanto, a componente contravariante  $V$  é desprezada.

## RESULTADOS

Para a presente formulação foram efetuados dois testes. No primeiro teste foi colocado o cilindro na região convergente e no segundo teste foi introduzido na região divergente. O segundo teste oferece maiores dificuldades que o primeiro devido ao escoamento ser supersônico, portanto provoca uma onda de choque destacada perto do cilindro.

O ângulo de inclinação na região convergente foi  $45^\circ$  e o ângulo usado na região divergente foi de  $15^\circ$ . A semialtura da garganta  $h_g$  utilizada foi de 8 cm. As coordenadas  $x$  e  $y$  da malha do bocal são adimensionalizadas pela semialtura da garganta. O cálculo da razão de pressão e razão de densidade na fronteira de saída é feita em função da razão de áreas. O raio na seção da saída é de 2.54 depois da adimensionalização, e a razão de áreas entre a seção de saída e a seção da garganta é de 6.73. Usando tabelas de propriedades isentrópicas disponíveis (Anderson, 1991) obtêm-se após a interpolação que:  $p_t/p = 70.91$  e  $\rho_t/\rho = 20.98$ , por tanto a densidade adimensionalizada na seção de saída será de 0.04766. O valor de  $\epsilon_E$  utilizado nesta implementação foi de 1.0.

Cilindro na região convergente. Neste caso o obstáculo encontra-se numa região onde o escoamento é subsônico. O passo no tempo  $\Delta t$  para este caso foi de  $7.0 \cdot 10^{-04}$ .

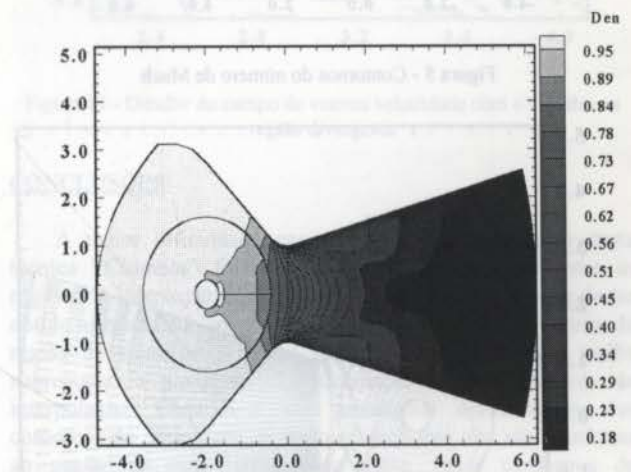


Figura 3 - Contornos de densidade  $p/p_t$ .

Na Figura 3 apresenta-se os contornos de densidade e na Figura 4 os contornos de pressão obtidos após convergência. O número de Mach na entrada é aproximadamente de 0.16, como pode ser visto nos contornos de número de Mach na Figura 5.



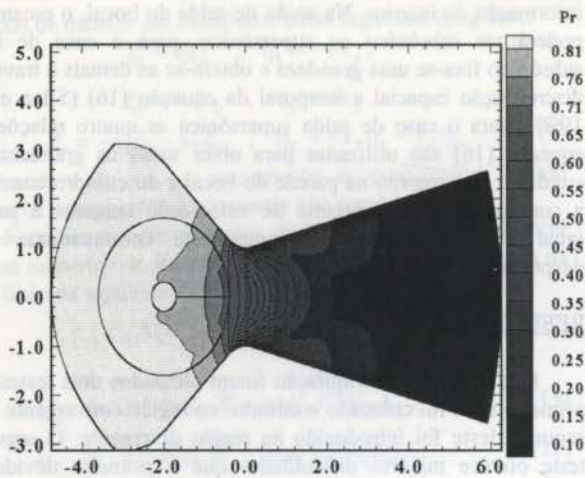


Figura 4 - Contornos de pressão  $p/p_i$

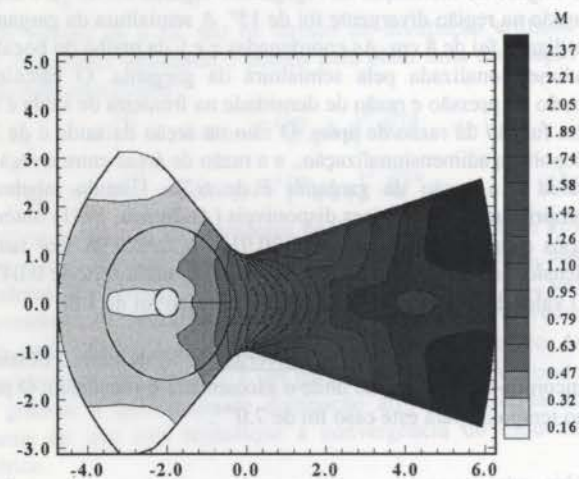


Figura 5 - Contornos do número de Mach

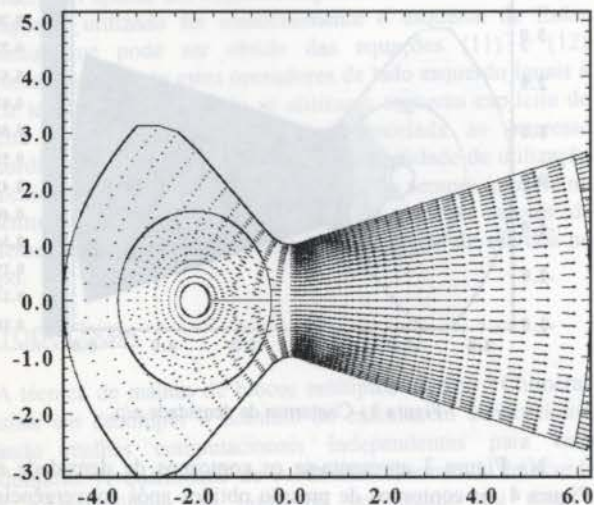


Figura 6 - Campo de vetores velocidade

Na Figura 6 apresenta-se o campo vetorial de velocidade. Observando em detalhe na Figura 7, nota-se que os vetores velocidade da malha secundária seguem a direção do escoamento da malha primária.

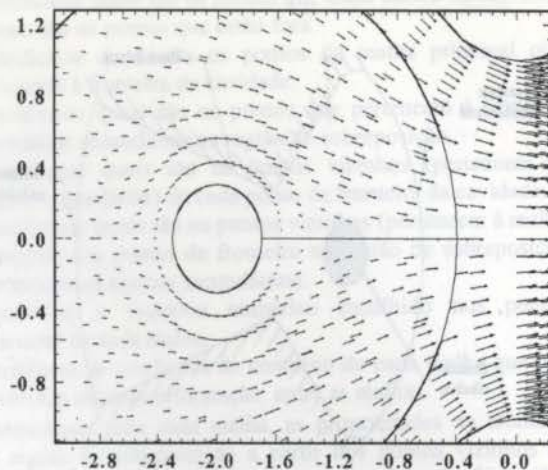


Figura 7 - Vista aumentada do campo de vetores velocidade na região imediatamente a jusante do cilindro.

**Cilindro na Região Divergente.** Neste caso o obstáculo é colocado na região supersônica. A malha obtida para este problema seguindo o algoritmo "Chimera" é apresentada na Figura 8. O passo no tempo  $\Delta t$  utilizado para este caso foi de  $1.0 \cdot 10^{-4}$ .

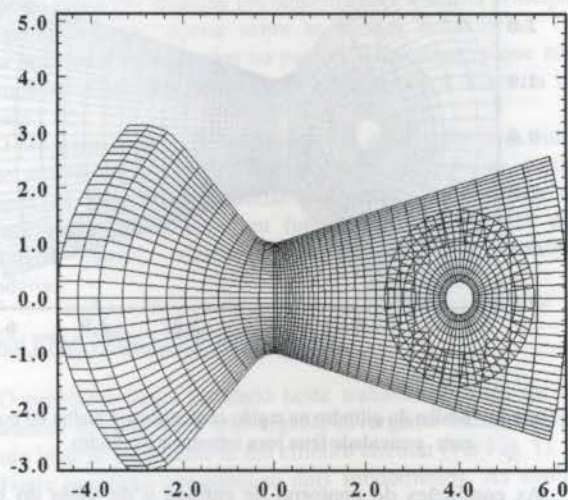


Figura 8 - Malha do cilindro e do bocal com a cavidade na região divergente

Os resultados das propriedades obtidas para este caso apresentam-se nas Figuras 9-13. Na Figura 9, apresenta-se os contornos de densidade obtidos e observa-se que o obstáculo apresenta uma onda de choque destacada como se esperava, devido a que nesta região o escoamento é supersônico. Os contornos de pressão são apresentados na Figura 10 e os de número de Mach na Figura 11. Em ambos os casos, também pode-se apreciar a onda de choque que se forma a montante do cilindro. Observa-se que nos resultados obtidos de pressão, densidade e Mach não apresentam maiores oscilações nas regiões de sobreposição.

Observa-se ainda na Figura 11 que existe completa continuidade das linhas de isopropriedade através da região de sobreposição das duas malhas.

O campo de vetores velocidade para este caso pode ser observado na Figura 12. Um detalhe deste campo é apresentado na Figura 13, na qual observa-se que o escoamento contorna o obstáculo, como esperado pela condição de tangência



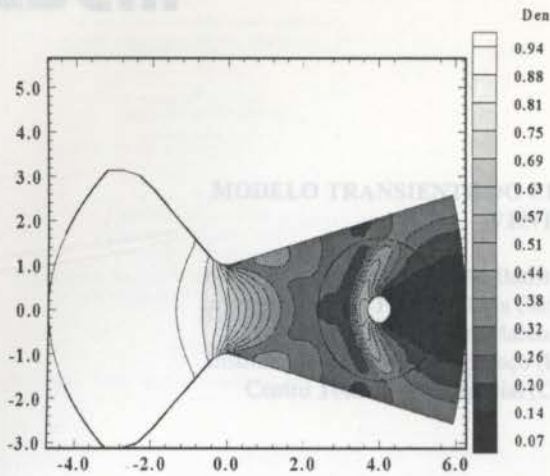


Figura 9 - Contornos de densidade  $\rho/pt$

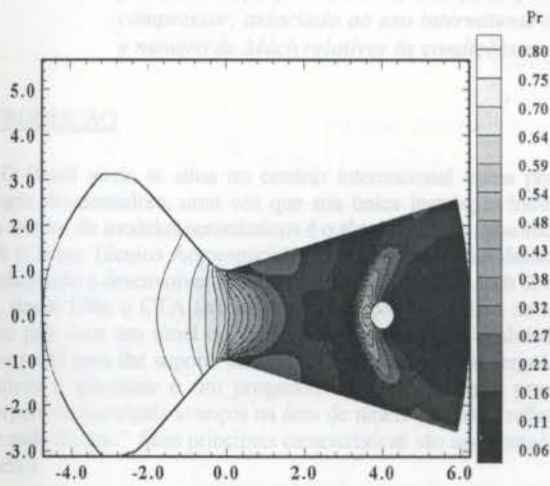


Figura 10 - Contornos de pressão  $p/pt$ .

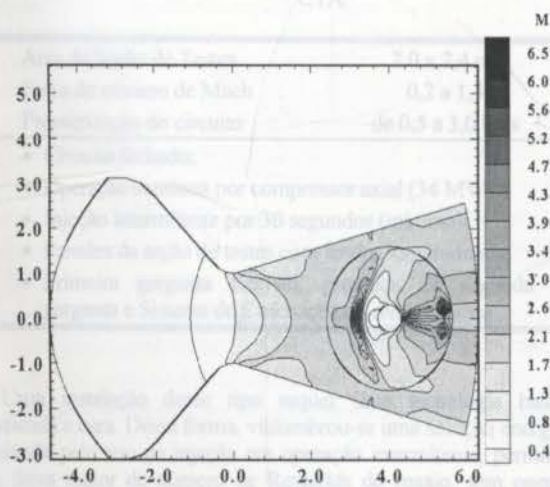


Figura 11 - Contornos de número de Mach.

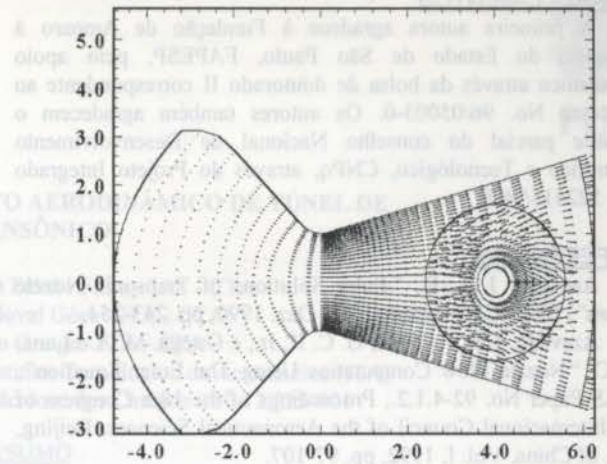


Figura 12 - Campo de vetores velocidade com o cilindro na região divergente

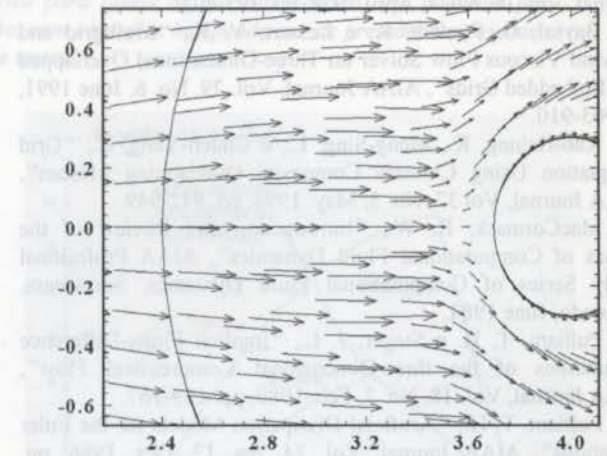


Figura 13 - Detalhe do campo de vetores velocidade com o cilindro na região divergente

## CONCLUSÕES

A maior dificuldade encontrada na implementação desta técnica "Chimera" foi na passagem de parâmetros entre as regiões de interseção dos subdomínios de cálculo. Depois de ter obtido as tabelas de conectividade entre os pontos de fronteira da região de sobreposição e os pontos vizinhos da outra malha sobreposta, a passagem de informação é feita através de interpolação. Observa-se nos resultados apresentados dos contornos de densidade, pressão e Mach que eles são contínuos ao passar de uma malha para outra. Estes contornos de propriedades não oferecem maiores oscilações, pelo contrario eles são suaves que é o que se pretendia conseguir.

Os resultados obtidos demonstraram ser de boa qualidade satisfazendo todas as expectativas desejadas e viabilizando esta técnica. O fato de se ter atingido o objetivo desejado neste trabalho é uma motivação para se fazer a implementação de termos viscosos com esta técnica para trabalhos futuros.

A implementação de um esquema implícito de marcha no tempo também, uma atividade a ser realizada no futuro próximo como continuação do presente trabalho. Na realidade, toda a estrutura de dados necessária para a utilização de um esquema implícito já foi desenvolvida no contexto do esforço aqui reportado.

## AGRADECIMENTOS

A primeira autora agradece à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, FAPESP, pelo apoio econômico através da bolsa de doutorado II correspondente ao processo No. 96/05003-0. Os autores também agradecem o suporte parcial do conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, através do Projeto Integrado No. 522413/96-0.

## REFERÊNCIAS

- Azevedo, J. L. F., "Euler Solutions of Transonic Nozzle Flows", III ENCIT, Itapema, SC., Dez. 1990, pp. 243-254.
- Azevedo, J. L. F., Nide, G. C. R. Jr., e Ortega, M. A e Luna, G. C. "Nozzle Flow Computations Using The Euler Equation". ICAS Paper No. 92-4.1.2.. Proceedings of the 18th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, Beijing, P.R. of China, Vol. I, 1992, pp. 97-107.
- Anderson, J. D. Jr., "Fundamentals of Aerodynamics", 2nd. ed., ISBN 0-07-100767-9, 1991.
- Beam, R. M., e Warming, R. F., "Na Implicit Factored Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations". AIAA Journal, Vol. 16, No. 4, April 1978, pp. 393-402.
- Baysal, O., Fouladi, K. e Lessart, V. R., "Multigrid and Upwind Viscous Flow Solver on Three-Dimensional Overlapped and Embedded Grids", AIAA Journal, Vol. 29, No. 6, June 1991, pp. 903-910.
- Kao-Hsiung, K., Meng-Sing, L., e Chuen-Yeng, C., "Grid Adaptation Using Chimera Composite Overlapping Meshes". AIAA Journal, Vol 32, No. 5, May, 1994, pp. 942-949.
- MacCormack, R. W., "Introduction and Review of the Basics of Computational Fluid Dynamics", AIAA Professional Study Series of Computational Fluid Dynamics, Snowmass, Colorado, June 1984.
- Pulliam, T. H. e Steger, J. L., "Implicit Finite-Difference Simulations of the three-Dimensional Compressible Flow". AIAA Journal, Vol. 18, No. 2, Feb. 1980, pp. 159-167.
- Pulliam, T. H., "Artificial Dissipation Models for the Euler Equations", AIAA Journal, Vol. 24, No. 12, Dez. 1986, pp. 1931-1940.
- Silva, L.F.F. Alvim, G. F. e Paglione, P., "Avaliação da região Transônica em Bocais Convergente-Divergente". III ENCIT -Itapema, SC, Dez. 1990.

## ABSTRACT

The work presents a study of the Chimera multiblock technique applied to the solution of the 2-D Euler equations. The physical problem of interest concerns the flow in a transonic convergent-divergent nozzle in which a cylindrical obstacle is introduced either in the convergent or the divergent sections. The problem is solved in a finite difference context using body conforming meshes in curvilinear coordinates. The spatial discretization scheme is based on the Beam and Warming centered algorithm with the addition of fourth difference artificial dissipation terms. Time march uses the explicit Euler method. The results obtained for all cases tested were good and they demonstrate the potential of the technique described.

## MODELO TRANSIENTE DO CIRCUITO AERODINÂMICO DE TÚNEL DE VENTO TRANSÔNICO

Pesq. MC João Batista Pessoa Falcão Filho - IAE - CTA

Prof. Dr. Luís Carlos Sandoval Góes - ITA - CTA

Prof. Dr. Marcos Aurélio Ortega - ITA - CTA

Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE); Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA)

Centro Técnico Aeroespacial (CTA) - São José dos Campos - SP 12.225-901

### RESUMO

*Este trabalho descreve um modelo matemático baseado na técnica de parâmetros concentrados e sua aplicação no circuito aerodinâmico de um túnel de vento transônico, para análise do comportamento transiente, incluindo ações de controle para o túnel. Ele foi desenvolvido com um enfoque abrangente para permitir adaptações a novas soluções, principalmente para túneis de circuito fechado, uso contínuo por compressor, associado ao uso intermitente de injeção, com controles independentes de pressão, temperatura e número de Mach relativos às condições na seção de testes.*

### INTRODUÇÃO

O Brasil ainda se situa no cenário internacional numa posição bastante desalentadora, uma vez que sua única instalação industrial para ensaios de modelos aeronáuticos é o túnel de vento subsônico do CTA (Centro Técnico Aeroespacial), construído ainda na década de 50, chegando a desenvolver velocidades até número de Mach 0,4. Por isso, desde 1986 o CTA tem realizado esforços no sentido de suprir nosso país com um túnel de vento transônico de alta qualidade de escoamento para dar suporte ao atual estágio da indústria aeronáutica brasileira e alavancar o seu progresso. O túnel de vento proposto incorpora os principais avanços na área de túneis de vento, refletindo o "estado da arte." Suas principais características são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 - Principais características do Túnel Transônico do CTA.

Área da Seção de Testes	2,0 x 2,4 m <sup>2</sup>
Faixa de número de Mach	0,2 a 1,3
Pressurização do circuito	de 0,5 a 3,0 bars

- Circuito fechado;
- Operação contínua por compressor axial (34 MW);
- Injeção intermitente por 30 segundos (mínimo);
- Paredes da seção de testes com fendas longitudinais;
- Primeira garganta flexível, presença de segunda garganta e Sistema de Evacuação da câmara Plena.

Uma instalação desse tipo requer uma tecnologia bastante sofisticada e cara. Dessa forma, vislumbrou-se uma solução energética otimizada pelo uso de injeção em operação intermitente, permitindo uma faixa maior de número de Reynolds de ensaio, sem onerar o compressor principal, como se pode ver no envelope operacional do túnel na Figura 1. A injeção, em si, aumenta o desafio tecnológico e, antes da instalação do túnel, duas ações foram incorporadas ao projeto: a construção de um túnel piloto em escala menor (1:8), hoje em sua fase final, e previsões teóricas para entender os fenômenos aerodinâmicos envolvidos. Este trabalho surgiu como um esforço para atender o segundo item.

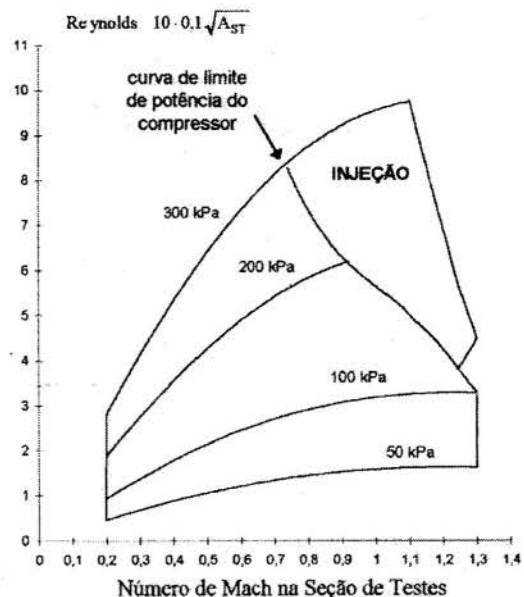


Figura 1 - Envelope operacional do Túnel Transônico.

Para atingir determinada condição de operação do envelope de operação são empregados controles automáticos. A Tabela 2 apresenta os principais controles do túnel como foram, com alguma simplificação, implementados neste trabalho, e a Figura 2 mostra onde atuam fisicamente cada um deles.

Tabela 2 - Principais controles do túnel.

Parâmetro a controlar	Ação de controle
pressão de estagnação	- fluxo de ar de admissão/extração
temperatura de estagnação	- fluxo de água no trocador de calor
número de Mach	- rotação do compressor
ganho da injeção	- pressão nos injetores



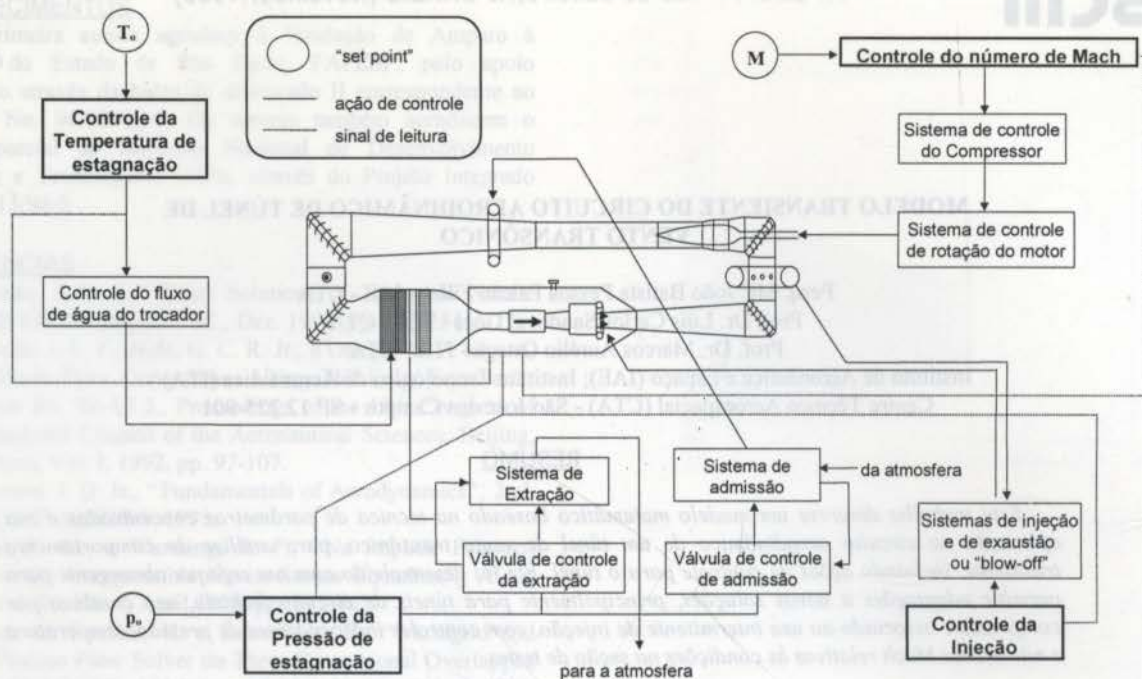


Figura 2 - Sistemas de controle do túnel e local de atuação.

Em particular, o sistema de injeção, em uso intermitente, admite fluxo de ar a alta velocidade (número de Mach aproximado de 2,0) na saída dos bicos injetores, aumentando a quantidade de movimento do escoamento principal, proporcionando como efeito final a elevação da pressão de estagnação e do número de Mach na seção de testes. A instalação desse sistema na entrada do difusor de alta velocidade (após a seção de testes) favorece o processo de mistura dos gases, sendo inédito, mas podendo causar uma piora no desempenho do difusor.

### MODELO MATEMÁTICO

Os fenômenos envolvidos no escoamento de ar em um túnel transônico só são corretamente representados a partir de modelos tridimensionais de parâmetros distribuídos. Entretanto, é de enorme complexidade tal enfoque, causando grande dificuldade numérica e muito tempo de processamento. Além disso, para a resposta dinâmica e em aplicações de controle, a necessidade de uma solução rápida de razoável precisão preponderam sobre as soluções de alta precisão em regime permanente. São largamente empregados modelos mais simplificados para análises de transientes em túneis de vento [ETW (1980), Krosel (1986), Muhlstein (1974), Long (1984), NTF (1982)], onde se procura uma rapidez no processamento. Sob esse enfoque fez-se uso do modelo zero-dimensional com técnica de parâmetros concentrados.

O modelo desenvolvido resolve as equações da continuidade, quantidade de movimento e energia a partir de suas formas integrais mais gerais, sujeitas às seguintes hipóteses: o ar como gás perfeito, as forças de campo e a geração de calor são desprezadas, e o circuito do túnel é considerado adiabático, exceto no trocador de calor e no compressor. As variáveis do processo de cálculo são a densidade, a energia interna e o fluxo de massa. O modelo é construído de forma a permitir implementar ações de controle através das variáveis de controle,

relacionadas às condições na seção de testes: número de Mach, pressão de estagnação e temperatura de estagnação.

Para o emprego das equações gerais, o circuito aerodinâmico do túnel é inicialmente dividido em grandes regiões (tipicamente de 3 a 6) chamadas de "elementos concentrados" nas quais todas as propriedades do escoamento são uniformes (escoamento homogêneo) em cada instante de tempo e tais elementos são concebidos como dutos de área constante para implementação da equação da quantidade de movimento, utilizando um equacionamento semelhante ao empregado no escoamento de Fanno a partir do coeficiente de perda de carga estimado para a região (Figura 3).

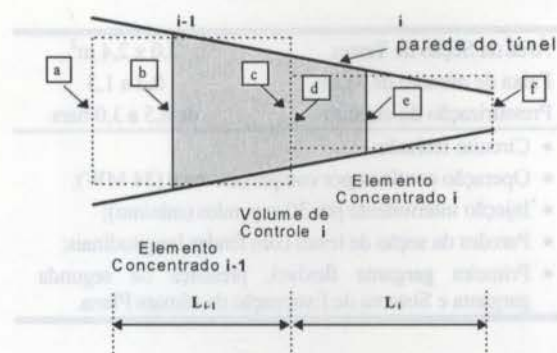


Figura 3 - O elemento concentrado e o volume de controle.

A partir de dois elementos concentrados contíguos, dois meios-volumes adjacentes são combinados em uma nova região chamada de "volume de controle" na qual é calculada a taxa de variação de massa (densidade) e a taxa de variação da energia com as contribuições externas, conforme indicado na Figura 4; para cada fluxo de massa, tem-se a temperatura de estagnação correspondente.

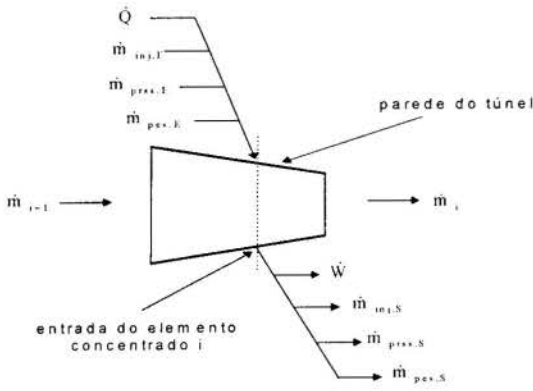


Figura 4 - Balanço de massa e energia no volume de controle.

As Eqs. (1), (2) e (3), abaixo, representam as formas finais, conforme foram empregadas no processo de cálculo:

$$\dot{\rho}_i = \frac{1}{V_i} \left[ \sum_{\text{entra}} \dot{m}_i - \sum_{\text{sai}} \dot{m}_i \right] \quad (1)$$

$$\dot{E}_i = \left[ \sum_{\text{entra}} \dot{m}_i T_{oi} - \sum_{\text{sai}} \dot{m}_i T_{oi} \right] + \dot{Q}_s - \dot{W}_e \quad (2)$$

$$\ddot{m}_i = \frac{\bar{A}_i}{L_i} \left\{ \left( 1 - \frac{A_{inj}}{A_i} \right) p_i - p_{i+1} + \frac{A_{inj}}{A_i} p_{inj} + \frac{\dot{m}_i}{A_i} (V_i - V_{i+1}) + \frac{\dot{m}_{inj}}{A_i} V_{inj} - f_i \frac{L_i}{D_i} \rho_i \frac{V_i^2}{2} \right\} \quad (3)$$

onde  $m_i$  é a massa,  $T_{oi}$  é a temperatura de estagnação.  $V_i$  é o volume,  $\rho_i$  é a densidade,  $E_i$  é a energia total interna,  $A_i$  é a área,  $V_i$  é a velocidade,  $p_i$  é a pressão,  $L_i$  é o comprimento,  $D_i$  é o diâmetro, relativos ao elemento concentrado ou ao volume de controle  $i$  ("inj" se refere à injeção) e  $Q_s$  e  $W_e$  o calor e trabalho transferidos, respectivamente; o ponto sobre o símbolo indica a taxa temporal, o duplo ponto indica a taxa da taxa temporal e a barra indica a média.

O modelo usa dados obtidos de experimentos em estado estacionário e/ou previsões teóricas para levantamento dos coeficientes de atrito ( $f_i$ ) a serem empregados na equação da quantidade de movimento, para cada elemento concentrado. O coeficiente de atrito  $f$  é a razão entre a tensão de cisalhamento na região molhada do duto pela pressão dinâmica na entrada do elemento concentrado. Em geral, tem-se disponível o coeficiente de perda de carga na forma convencional ( $K$ ), como a razão entre a perda da pressão de estagnação e a pressão dinâmica de referência. Através de uma fórmula de recorrência desenvolvida obtém-se o valor de  $f$  a ser empregado na equação da quantidade de movimento.

As perdas de carga ao longo do circuito do túnel correspondem à transformação da energia mecânica do escoamento em aumento de temperatura, como resultado das irreversibilidades que acontecem na corrente de ar. A função do compressor é devolver essa energia útil ao escoamento, restabelecendo a pressão de estagnação na saída do compressor.

Fisicamente, o compressor "sente" uma demanda de pressão e "responde" com um fluxo de massa, de acordo com suas características de desempenho para uma dada rotação. No modelo isto é implementado pela discretização do envelope de operação do compressor, que relaciona funções corrigidas de rotação e fluxo de massa com a taxa de compressão e o rendimento do compressor. Seu ponto de operação é interpolado a partir do cálculo da perda de carga global para o circuito do túnel, dando como resultado o fluxo de massa atualizado no processo iterativo. A partir da taxa de compressão e do rendimento do compressor obtém-se, considerando-se uma compressão adiabática, a temperatura de estagnação atualizada na saída do compressor.

## SISTEMAS DE CONTROLE

Todos os sistemas de controle foram discretizados pelo "Método de Diferenças a Montante" para obtenção das equações na forma de diferenças finitas a fim de serem implementadas acopladas às equações discretizadas do modelo do circuito aerodinâmico. Em cada sistema de controle o sinal de erro é processado por um controlador PI (Proporcional + Integral) para atingir a condição de erro nulo em estado estacionário. Como exemplo de tal procedimento, o sistema de controle de temperatura é mostrado, juntamente com as equações na forma em que foram implementadas, Figuras 5 e 6 e Eqs. 4 a 8.

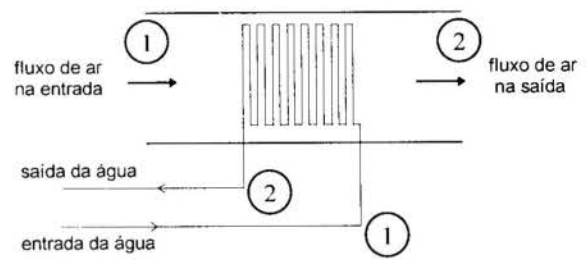


Figura 5 - Esquema da instalação do trocador de calor.

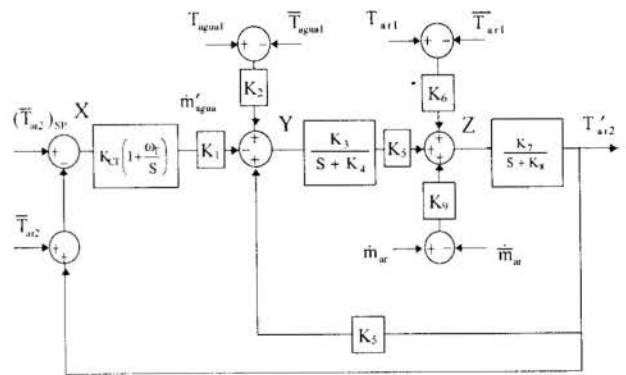


Figura 6 - Sistema de controle da temperatura de estagnação.

$$\dot{m}'_{\text{agua}} [kT] = \dot{m}'_{\text{agua}} [(k-1)T] + K_T (1 + \omega_T T) X [kT] - K_C X [(k-1)T] \quad (4)$$

$$Y[kT] = k_5 T'_{ar2} [(k-1)T] - K_1 \dot{m}'_{agua} [kT] + K_2 \{ T'_{agua1} [kT] - \bar{T}_{agua1} \} \quad (5)$$

$$T'_{agua2} [kT] = \frac{1}{1+K_4 T} T'_{agua2} [(k-1)T] + \frac{K_3 T}{1+K_4 T} Y[kT], \quad (6)$$

$$Z[kT] = K_5 T_{agua2} [kT] + K_6 \{ T_{ar1} [kT] - \bar{T}_{ar1} \} + K_9 \{ \dot{m}_{ar} [kT] - \bar{\dot{m}}_{ar} \} \quad (7)$$

$$T'_{ar2} [kT] = \frac{1}{1+K_8 T} T'_{ar2} [(k-1)T] + \frac{K_7 T}{1+K_8 T} Z[kT], \quad (8)$$

## O PROGRAMA

O programa faz uso do esquema de integração de Runge-Kutta de quarta ordem com passo no tempo de 0.002 s (segundos), para resolver as equações diferenciais básicas Eqs. (1), (2) e (3). A Figura 7 mostra o fluxograma do programa que foi desenvolvido na linguagem FORTRAN, estruturado de maneira a permitir alterações nas características do compressor, nos parâmetros dos diversos sistemas e nas condições geométricas e iniciais do túnel. Obteve-se a simulação de 1 s de processo real do túnel em 0.4 s de processo computacional (em micro computador DX4-100MHz), sendo assim possível a implementação de ações conjuntas de controle em tempo real.

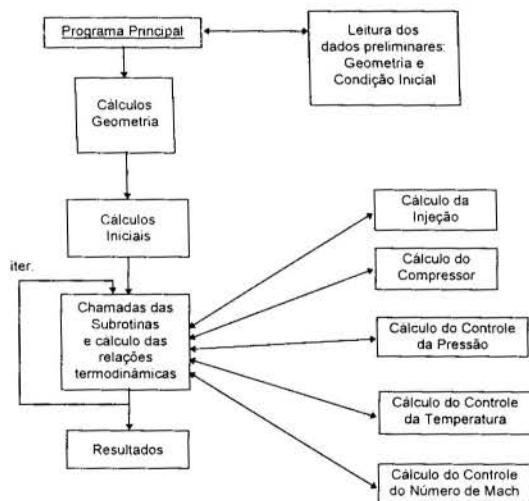


Figura 7 - Fluxograma do programa.

## RESULTADOS

Alguns problemas conhecidos da literatura foram resolvidos utilizando-se o modelo desenvolvido, com o intuito de validação. Um deles foi o túnel subsônico AWT ("Altitude Wind Tunnel" da NASA, Lewis), que foi simulado, encontrando-se boa consistência nos resultados no regime subsônico. A Figura 8 apresenta um dos gráficos obtidos da comparação do presente trabalho com o obtido por Krosel *et al* (1986).

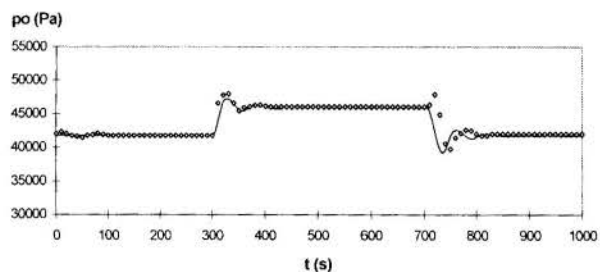


Figura 8 - Resposta do sistema de controle da pressão de estagnação do túnel AWT (número de Mach na seção de testes 0,8). Linha contínua, presente trabalho; losangos, Krosel *et al* (1986).

Em seguida, usando o modelo desenvolvido para o Túnel Transônico do CTA, foi possível demonstrar que as ações de comandos e as respostas a perturbações foram realizados de forma estável com todos os subsistemas operando em malha fechada e interligados. Os diversos sistemas de controle do túnel foram submetidos a comandos com variações nos seus valores de ajuste em exaustivas simulações, investigando-se o impacto de cada sistema sobre os demais. Além disso, foi pesquisada a robustez da instalação a perturbações nos sinais de controle e também a sensibilidade de alguns sistemas a variações nos parâmetros dos controladores. Alguns dos resultados mais expressivos são apresentados a seguir.

**Controle da Pressão de Estagnação.** Partindo o túnel com pressão de estagnação de 101,3 kPa, temperatura de estagnação de 313 K e número de Mach sônico na seção de testes, a Figura 9 mostra a resposta a um comando de variação de 10% da pressão de estagnação durante 400 s seguido de outro comando para retorno à condição inicial. Observou-se um tempo de subida de 12 s, com um valor de sobre-sinal máximo de 11% e tempo de acomodação de 25 s.

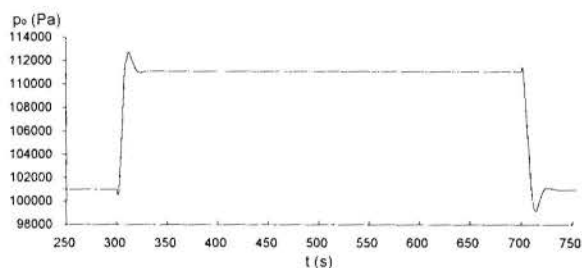


Figura 9 - Variação temporal da pressão de estagnação na seção de testes quando o sistema é submetido a um comando de alteração do valor de operação.

O sistema de controle da pressão do túnel (ver Figura 2) atua admitindo ou extraindo ar da câmara Plena que envolve a seção de testes, através de compressores dedicados. A evolução da operação dos fluxos de admissão e extração pode ser vista na Figura 10. O sistema modelado envolvido tem característica não linear, com limitação física do fluxo máximo de ar de 67 kg/s pelas válvulas de controle.



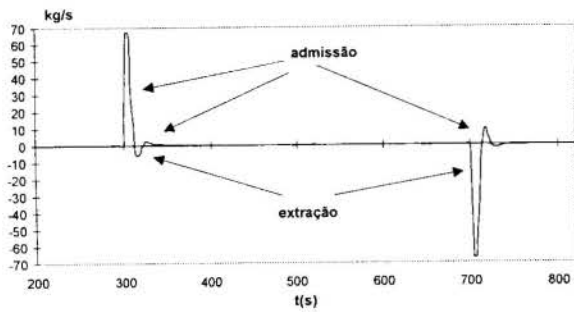


Figura 10 - Variação temporal do fluxo de massa de admissão e extração na câmara Plena.

A admissão ou extração de massa no túnel altera a distribuição de pressões ao longo do circuito do túnel, bem como os demais parâmetros do escoamento, causando uma perturbação no ponto de operação do compressor. Desta forma, os sistemas de controle da temperatura e do número de Mach entram em ação automaticamente, realizando um ajuste fino. Ainda para este caso, as Figuras 11 e 12 mostram o impacto causado no controle da temperatura de estagnação e no controle do número de Mach, respectivamente.

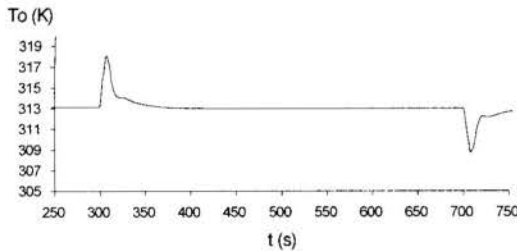


Figura 11 - Impacto causado sobre o controle da temperatura de estagnação.

Com a subida do nível de pressão no circuito do túnel, ocorre um aumento da perda de carga e conseqüente aumento da temperatura de estagnação na saída do compressor principal, causando um aumento de 313 K a 318 K (ver Figura 11) na temperatura da seção de testes, em 7 s. Assim, o trocador de calor é requerido para aumentar o fluxo de troca, fazendo a temperatura retornar ao seu valor original após cerca de 60 s. Com o comando contrário de retorno da pressão ao seu valor original mais baixo, observa-se um comportamento contrário no sistema de controle da temperatura.

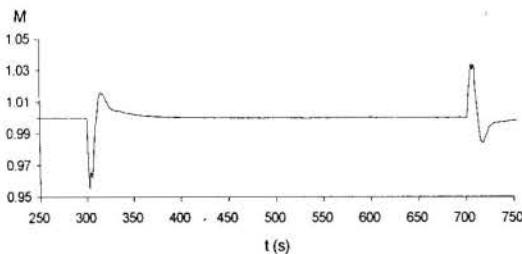


Figura 12 - Impacto causado sobre o controle do número de Mach na seção de testes.

O aumento da perda de carga no túnel devido ao aumento da pressão causou um aumento da relação de pressões no compressor. Devido à sua inércia, o compressor provocou uma diminuição do fluxo de massa que levou a uma queda do número de Mach da seção de testes de 1 para 0,95 em 3 s (Figura 12). O sistema de controle do número de Mach, imediatamente, aumenta a rotação do compressor para recuperar a condição original.

**Controle da Injeção.** Neste caso, os demais subsistemas foram inabilitados. A pressão nos injetores foi ajustada para 400 kPa, de forma a obter uma pressão estática bem próxima da pressão no escoamento principal, condição para injeção otimizada. O resultado obtido na Figura 13 mostrou um tempo de estabelecimento do número de Mach de regime na seção de testes de 10 s. Este valor é considerado alto. Tanto a válvula de controle da injeção como a válvula de exaustão do circuito ("blow-off") atuam em cerca de 3 s, entretanto o escoamento no túnel responde num tempo maior. Este fato é previsto ser contornado através do uso das aletas diretoras com controle automático na entrada do compressor.

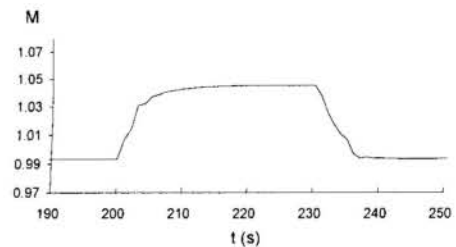


Figura 13 - Variação do número de Mach na seção de testes pelo uso da injeção.

Nas Figuras 14 e 15 observa-se o impacto causado sobre a temperatura e a pressão de estagnação, pelo uso da injeção.

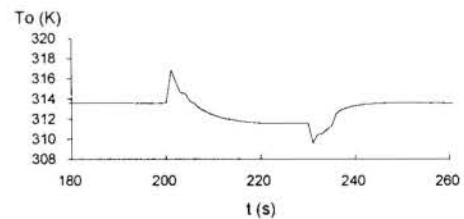


Figura 14 - Variação da temperatura de estagnação na seção de testes pelo uso da injeção.

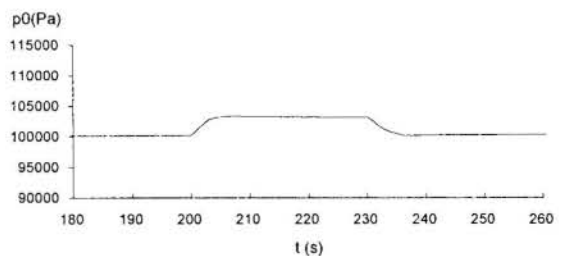


Figura 15 - Variação da pressão de estagnação na seção de testes pelo uso da injeção.

A Figura 16 mostra o envelope de operação do compressor principal, onde se vê o efeito causado por este processo de injeção alterando o ponto de operação do compressor. Observa-se que este impacto é pequeno e justifica-se pelo fato de que a injeção e a exaustão ("blow-off") são realizados a montante do compressor. Esta mudança do ponto de operação se deu numa direção bem próxima da curva de rotação constante. A seta na figura indica o sentido da mudança do ponto de operação quando a injeção atuou.

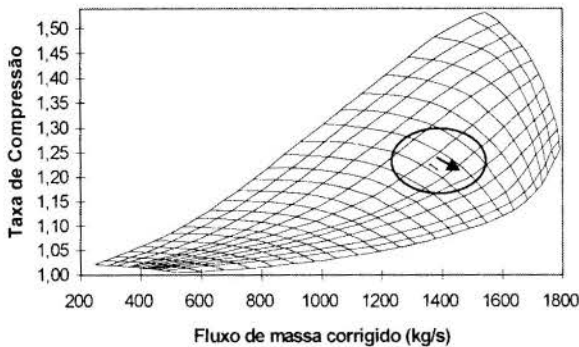


Figura 16 - Efeito da injeção na operação do compressor.

Observou-se também que o uso da injeção com todos os sistemas de controle ativos é imprópria. Isto ficou claro quando se procedeu à atuação da injeção com todos os subsistemas habilitados. Figura 17. Não se observa o patamar constante para o número de Mach, requerido para uma realização de ensaio. Isto demonstra o fato de que os fenômenos ligados ao processo da injeção são mais rápidos que as ações dos controles do túnel. Como foi visto, a resposta de alguns sistemas para atingir o regime pode chegar à ordem de 30 s, que é o tempo de operação do sistema de injeção.

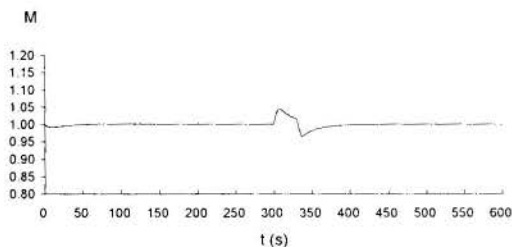


Figura 17 - Variação do número de Mach na seção de testes pelo uso da injeção com pressão de estagnação dos injetores de 400 kPa, mantidos os demais subsistemas automáticos ativos.

## CONCLUSÃO

Foram testadas inúmeras configurações de geometrias diversas de túneis (inclusive hipotéticos) e constatou-se que as maiores dificuldades encontradas para a estabilidade do modelo empregado foram devidas às grandes variações de área nas diversas regiões dos túneis. No caso do túnel transônico essas variações são maiores comparadas com os túneis subsônicos. À medida que diferenças de área se acentuam, o número máximo de elementos concentrados que ainda permite estabilidade diminui.

As linhas de pesquisa adicionais a este trabalho devem incluir um refinamento na modelagem da região da seção de testes e

câmara Plena, onde observam-se valores de perdas de carga mais críticas. Uma concepção de um elemento concentrado de área variável para aumentar a robustez do modelo pode vir a ser interessante.

O resultado geral das simulações do túnel transônico do CTA foi satisfatório, onde foi possível constatar-se ações de controle eficazes e rápidas. Quanto ao uso da injeção, conclui-se que uma implementação mais adequada deverá ser obtida com os controles automáticos dos demais subsistemas inativos, ajustando a valores tabelados obtidos a partir de experimentos durante a campanha de calibração do túnel.

## REFERENCES

- Buckley, P. S. *Techniques of Process Control*, John Wiley & Sons, Inc. New York, 1964.
- Falcão, J.B.P.F., Gôes, I.C.S., Ortega, M.A., "Modelo Transiente do Circuito Aerodinâmico de Túnel de Vento Transônico" - Tese de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) - 1996.
- Fico, N.G.R.C., Jr., "Simulação do Escoamento na Região do Flape de Recentrada de um Túnel de Vento Transônico," (Tese de Doutorado), ITA, 1991.
- Jackson, F.M., "A Methodology for Evaluating Ducting Pressure Losses in Aerospace Test Facilities," AEDC-CW-01-6-76, June, 1976.
- Krosel, S. M., Cole, G. L., Bruton, W. M. and Szuch, J. R., "A Lumped Parameter Mathematical Model for Simulation of Subsonic Wind Tunnels," NASA TM-87324, May 1986.
- Long, D. F. and Gladen, K. S., "Development of a Control System for An Injector Powered Transonic Wind Tunnel," AIAA, 1984.
- Muhlstein, L., Jr., Petroff, D.N. and Jillie, D.W., "Experimental Evaluation of an Injector System for Powering a High Reynolds Number Transonic Wind Tunnel," AIAA Paper 74-632, Bethesda, Maryland, July, 1974.
- Long, D.F. and Gladen, K.S., "Development of a Control System for An Injector Powered Transonic Wind Tunnel," AIAA, 1984.
- Ogata, K., *Discrete Modern Control*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1987.
- Shapiro, A.H., *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*, Vol I, The Ronald Press Company, New York, 1953.
- Stich, P.B., "Mathematical Modeling of the AEDC Propulsion Wind Tunnel (16T)," AEDC-TR-84-32, March, 1985.
- SVERDRUP Technology Inc., "Brazilian Transonic Wind Tunnel Concept Definition Study," (Relatório Final do Projeto Conceptual do Túnel Transônico do CTA), junho, 1989.
- Zucker, R. D., *Fundamentals of Gas Dynamics*, Matrix Publishers, Inc., Beaverton, Oregon - USA, 1977.

## SUMMARY

This document describes a lumped parameter mathematical model to be applied in an aerodynamic circuit of a transonic wind tunnel to investigate the transient phenomena of the tunnel response to control actions and its stability. The model is constructed as to allow implementation of other tunnel configurations, mainly for continuum operation closed circuit compressor driven wind tunnels with injection and independent controls of pressure, temperature and Mach number related to test section conditions.

**ENSAIOS INICIAIS NO TÚNEL TRANSÔNICO PILOTO DO CTA**

João Pedro Caminha Escosteguy  
 Instituto de Aeronáutica e Espaço  
 Centro Técnico Aeroespacial  
 12.225-901 - São José dos Campos - SP - Brasil

**SUMÁRIO**

*Este trabalho apresenta os resultados dos ensaios iniciais realizados no Túnel Transônico Piloto do Centro Técnico Aeroespacial, em sua configuração de circuito aberto, acionado unicamente pelo sistema de injeção de ar comprimido. O equipamento utilizado é descrito, em especial a sonda de pressão estática. Apesar de limitados, os ensaios comprovaram a operacionalidade da instalação, a utilidade da sonda de pressão estática e o bom desempenho dos "finger flaps". São feitos comentários quanto à possibilidade de melhoria da qualidade do escoamento na seção de teste.*

**INTRODUÇÃO**

Em 1989, o Centro Técnico Aeroespacial desenvolveu o projeto básico de um túnel transônico de porte industrial, com apoio de especialistas norte-americanos. A partir de 1990, a equipe brasileira executou de forma independente o projeto detalhado e fabricação de uma instalação piloto em escala 1:8 (seção de teste de 250 por 300 mm), a qual iniciou seus primeiros ensaios em agosto de 1996.

Apesar do objetivo fundamental para a construção do Túnel Transônico Piloto (TTP) ter sido a verificação de soluções de projeto adotadas para o túnel de grande porte (em particular, quanto ao uso combinado do compressor principal com um sistema de injeção de ar comprimido), acredita-se que o TTP será de grande valia no futuro, absorvendo uma parcela da demanda de ensaios em regime transônico. Devido a restrições orçamentárias, sua implantação tem sido feita em duas etapas (Escosteguy e Nogueira, 1997).

- TTP-Aberto : operando como um túnel de circuito aberto (da câmara de tranquilização até a primeira esquina), na pressão ambiente, acionado unicamente por injetores de ar comprimido, permitindo ensaios na faixa de Mach de 0.6 a 1.1, com tempo útil de ensaio da ordem de 30 segundos.

- TTP-Fechado : completando-se o circuito, com a inclusão do compressor principal, permitindo operação contínua de Mach 0.2 a 1.3, com possibilidade de pressurização (vide Figura 1).

Os resultados apresentados neste artigo se referem aos ensaios iniciais do TTP-Aberto, quando este estava montado provisoriamente no Laboratório de Aerodinâmica do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), aproveitando-se as instalações existentes de compressão e armazenamento de ar. Posteriormente, o túnel foi deslocado para seu local definitivo no Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE).

**A SONDA DE PRESSÃO ESTÁTICA**

O equipamento mais comum utilizado na calibração de túneis transônicos é uma sonda de pressão estática situada na linha de centro do escoamento ("centerline static pipe"). Basicamente, trata-se de um tubo comprido, estendendo-se desde a contração até o fim da seção de teste, apoiado por tirantes fixados à estrutura da contração e pelo mecanismo principal de suporte de modelos. No interior do tubo, correm capilares de aço inoxidável, unindo as perfurações existentes ao longo do tubo ao sistema de aquisição de dados de pressão.

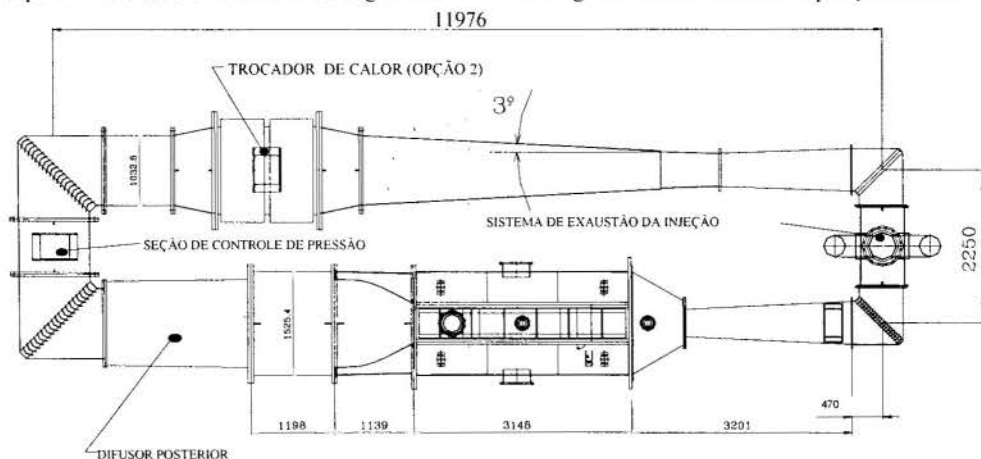


Figura 1 - Circuito do TTP-Fechado (dimensões em mm).



Devido às dimensões reduzidas do TPP, haviam sérias dúvidas quanto a ser possível a fabricação de tal sonda. A solução veio através de um engenhoso sistema de pequenos anéis vedados, embutidos no tubo da sonda. Cada anel define uma pequena câmara de equilíbrio da pressão sentida por quatro orifícios expostos ao escoamento (na mesma estação longitudinal). Cada orifício possui um chanfro de 82° para redução dos erros de leitura de pressão estática. Os furos na parede do tubo da sonda foram feitos de maneira a definir uma hélice, onde um furo não se situa na "sombra" de outros furos imediatamente a montante. Foi possível instalar-se 96 desses anéis (ou seja, disponibilizar 96 medidas simultâneas de pressão estática, obtendo-se uma "fotografia" da evolução da pressão estática do escoamento desde a contração até o fim da seção de

teste). As Figuras 2 e 3 mostram uma visão geral da sonda e de seu posicionamento.

Na montagem dos anéis da sonda, verificou-se a existência (ou não) de vazamentos em cada um dos 96 capilares, conforme ilustrado pela Figura 4. Utilizou-se um medidor de pressão HATHAWAY Master CAL PROMAC 922, uma bomba manual Mono-Pump 150 da Imageworks, e um sistema de aquisição de dados de pressão System 9010 da Pressure Systems.

A média do vazamento observado (isso é, da diminuição da pressão lida ao longo de 120 segundos) foi de 0,026 psi (179 N/m<sup>2</sup>), com desvio-padrão de 0,016 psi (110 N/m<sup>2</sup>). Foram detectadas quinze estações com vazamento superior a média mais um desvio-padrão. As estações axiais correspondentes foram identificadas, para auxílio na interpretação dos resultados obtidos



Figura 2 - Esquema básico da sonda de pressão (dimensões em mm).

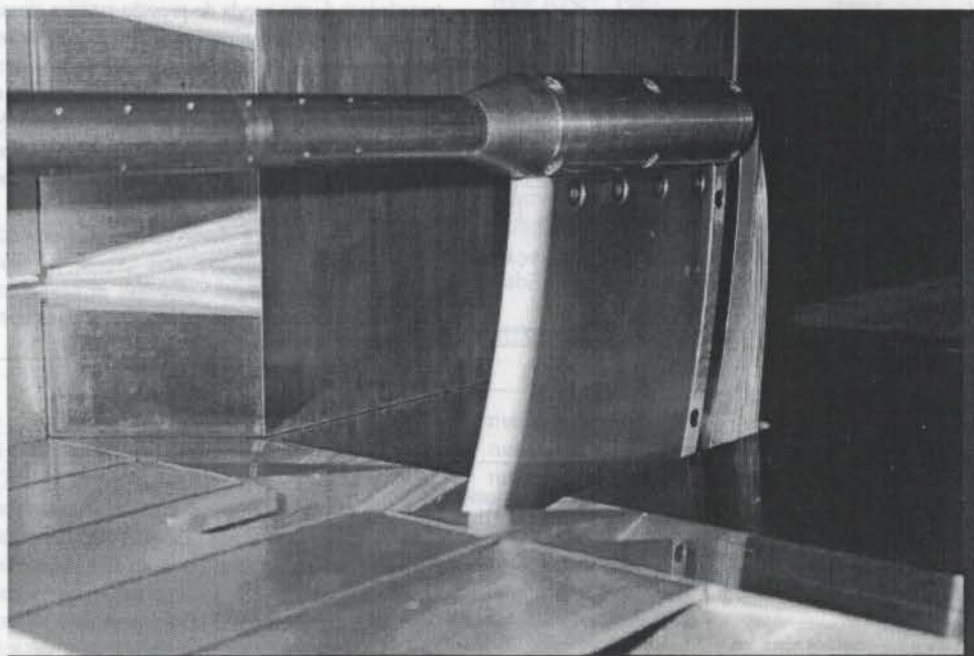


Figura 3 - Montagem da sonda no suporte de modelos.



nos ensaios.

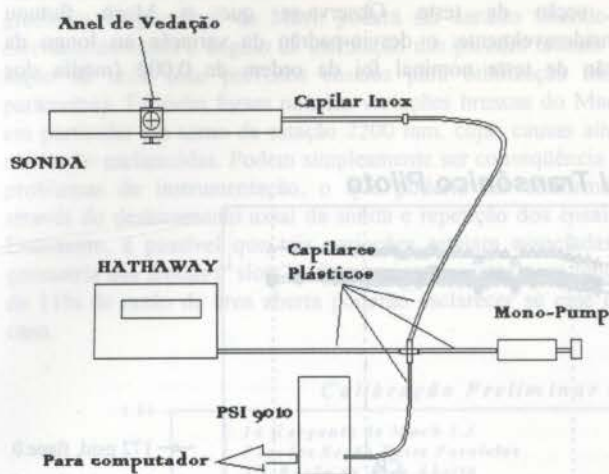


Figura 4 - Aparato para verificação de vazamento.

Após um período de algumas semanas, instalou-se a sonda no TTP-Aberto, procedendo-se à conexão dos tubos plásticos do sistema de medição e, depois disso, a um novo teste para verificação da continuidade pneumática. Neste ponto, observou-se que um grande número de capilares estavam entupidos. Retirando-se a sonda, constatou-se a formação de óxidos nas regiões das soldas nas emendas dos capilares, devido a não se ter retirado completamente o ácido de preparação para solda. Feito um tratamento químico, e constatada a desobstrução dos tubos, tornou-se a instalar a sonda no TTP-Aberto. Uma verificação do alinhamento da sonda indicou uma flecha máxima de 2,3 mm e um ângulo médio de  $0,06^\circ$  em relação à linha de centro do escoamento.

## OS ENSAIOS

O sistema de armazenamento de ar comprimido do ITA tinha capacidade de 10.000 litros a uma pressão máxima de 35

atmosferas ( $35,5 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ ), condições inferiores ao sistema definitivo do IAE, implicando numa limitação do tempo disponível em cada ensaio. Experimentou-se dificuldades na válvula de controle principal do sistema de injeção de ar comprimido, inviabilizando a obtenção de valores nominais (pré-definidos) da pressão de injeção a partir do ensaio de número 33.

A aquisição de dados de pressão foi baseada no System 9010 da Pressure Systems, conectado a um microcomputador PC 486 DX4-100 MHz, através de uma interface GPIB-422CT da National Instruments. O programa de aquisição foi escrito para ambiente LABVIEW da National Instruments. Além da sonda de pressão, utilizou-se tomadas de pressão: (i) em 4 estações das paredes da seção de teste, (ii) em 6 pontos da câmara plena, (iii) logo após a válvula de controle do sistema de injeção, e (iv) no anel de distribuição de ar para os injetores.

A Tabela 1 resume os objetivos dos ensaios. Em todos eles, utilizou-se fendas ("slots") na seção de teste com 5% de razão de área aberta, a inclinação das paredes da seção de teste era nula, a segunda garganta não estava acionada (isso é, permaneceu completamente aberta) e o número de bicos injetores de ar comprimido era dez. Além da pressão de injeção, variou-se a abertura dos flapes de reentrada e a geometria da primeira garganta. Em nenhum ensaio utilizou-se extração forçada de ar da câmara plena.

Tabela 1 - Ensaio Iniciais no TTP-Aberto.

No do Ensaio	Objetivo
1 a 6	Verificação operacional inicial.
7 a 13	Determinação da pressão de injeção em função da abertura da válvula principal.
14 a 16	Verificação da distribuição de pressão no interior da câmara plena.
17 a 32	Medida de pressão estática ao longo da parede da seção de teste vazia.
33 a 43	Medida de pressão estática no centro do escoamento (uso da sonda de pressão, com razão de bloqueio de 0,6%).

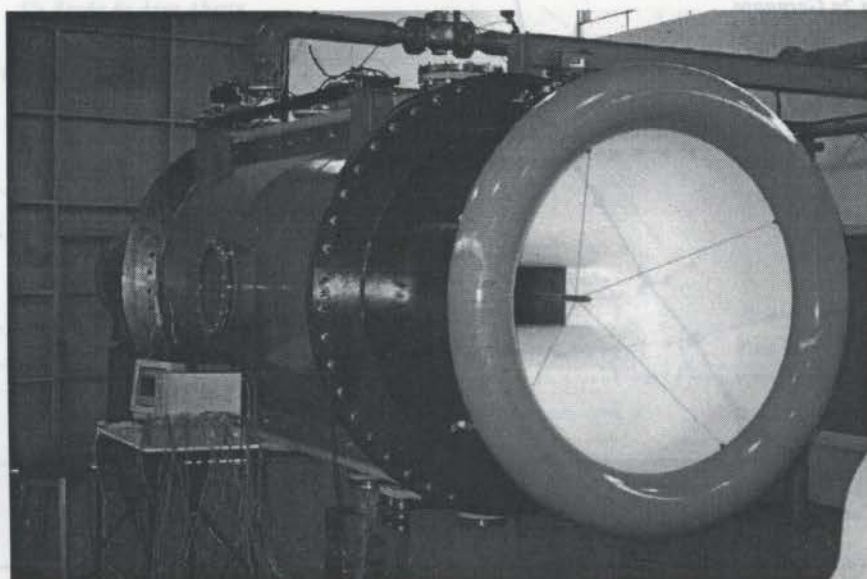


Figura 5 - O TTP-Aberto montado no ITA.

As Figuras 6 e 7 mostram a aceleração do escoamento a partir da contração. Não foram detectados problemas graves (em especial, quanto a descolamento de camada limite) tanto na

geometria de garganta sônica quanto naquela que será usada para obtenção de Mach 1.3 no TTP-Fechado.

As Figuras 8 e 9 fornecem maiores detalhes do escoamento na seção de teste. Observa-se que o Mach flutuou consideravelmente: o desvio-padrão da variação ao longo da seção de teste nominal foi da ordem de 0.002 (média dos

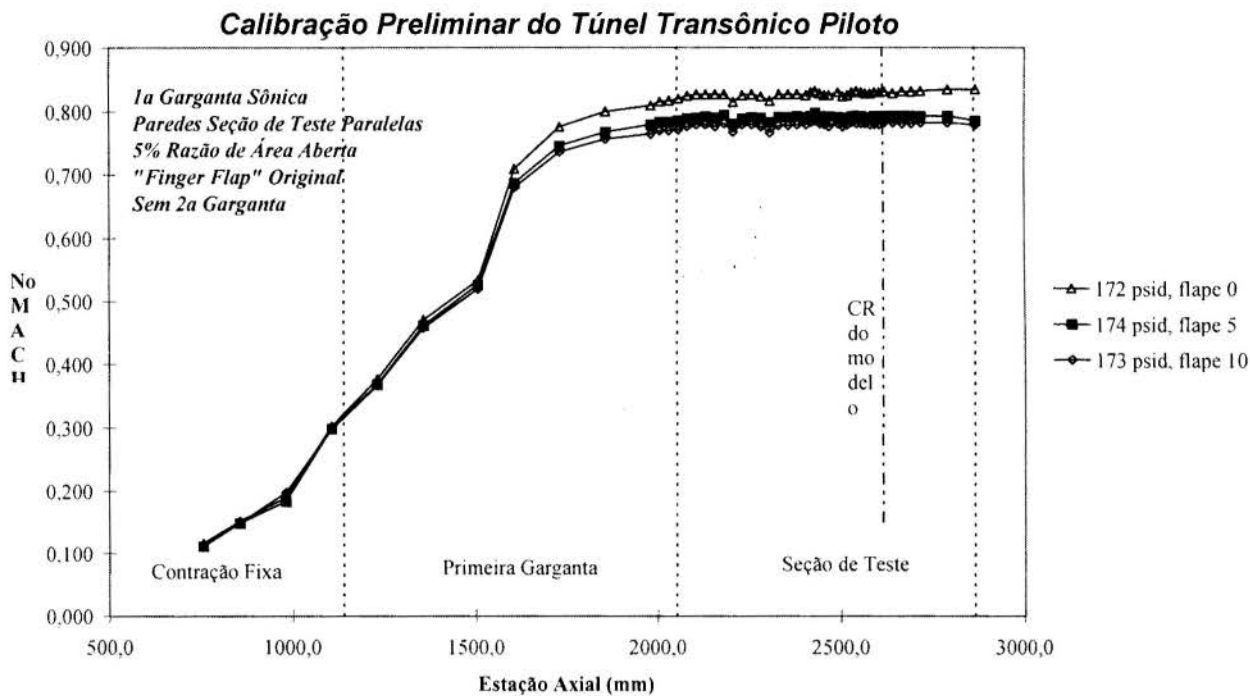


Figura 6 - Evolução do Escoamento (Garganta M=1.0)

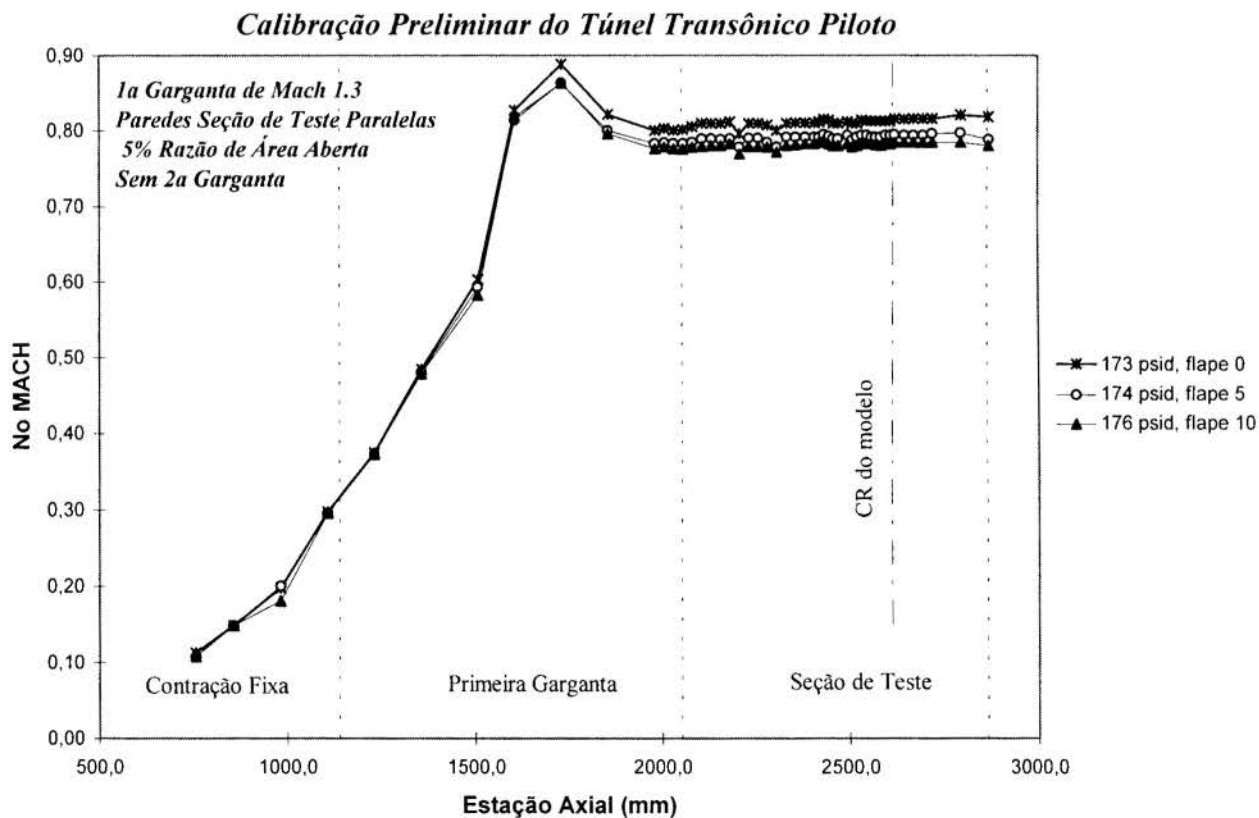


Figura 7 - Evolução do Escoamento (Garganta M=1.3)

ensaios). A instalação de telas e "colméia" ("honeycomb") na câmara de tranquilização (quando do fechamento do circuito) em muito contribuirá para a melhoria da qualidade do escoamento. O gradiente longitudinal do Mach poderá ser sanado fixando-se convenientemente o ângulo de inclinação das paredes laterais da seção de teste (são previstos ensaios para otimização desse parâmetro). Também foram notadas variações bruscas do Mach, em particular em torno da estação 2200 mm, cujas causas ainda não estão esclarecidas. Podem simplesmente ser consequência de problemas de instrumentação, o que poderia ser confirmado através do deslocamento axial da sonda e repetição dos ensaios. Entretanto, é possível que tais variações estejam associadas à geometria das fendas ("slots"). Os ensaios previstos com fendas de 11% de razão de área aberta poderão esclarecer se esse é o caso.

Um dos resultados mais esperados era a comprovação da eficiência dos "finger flaps" (ranhuras nas folhas dos flaps de reentrada, à jusante do modelo, projetadas para melhorar as condições de reentrada do escoamento no final das fendas longitudinais da seção de teste). A Figura 9 mostra que realmente são muito úteis, tornando plana a distribuição do Mach no final da seção de teste. Inclusive, observou-se ligeiro excesso de bombeamento ("overpumping"), que poderá ser corrigido com a utilização de enxertos nas ranhuras dos flaps, diminuindo-se a profundidade das mesmas. Com as ranhuras bloqueadas, é necessária a abertura das folhas dos flaps em valores iguais ou superiores a 10 graus, ocasionando um aparente aumento de perda de carga no escoamento, refletido pelo Mach médio inferior (quando comparado com ensaios com mesma pressão de injeção, mas com ranhuras abertas).

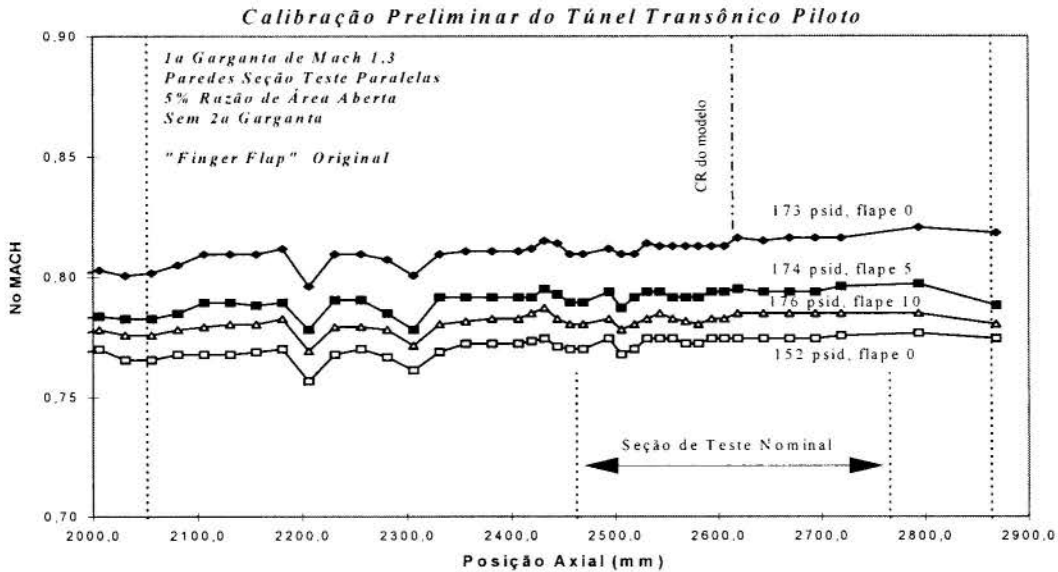


Figura 8 - Escoamento na Seção de Teste.

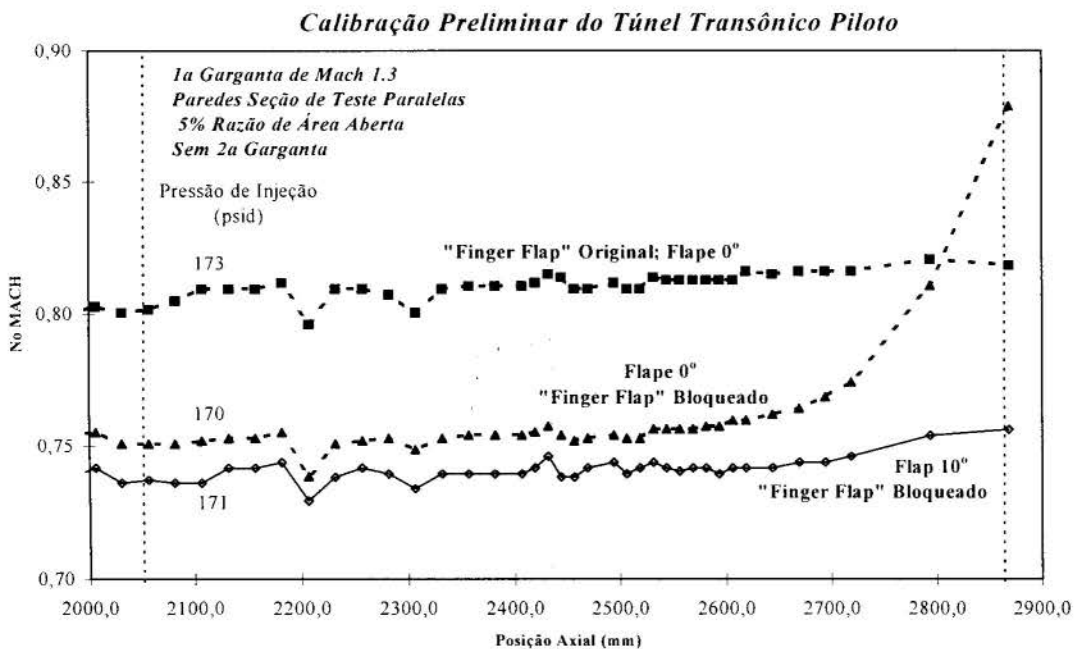


Figura 9 - Efeito do Bloqueio dos "Finger Flaps".

A curva básica de calibração do túnel, traduzindo a relação entre os números de Mach calculados a partir da pressão na câmara plena e da pressão média do escoamento na seção de teste nominal, foi:

$$CLMACH = 0.997 * NMACH + 0.002 .$$

onde CLMACH é o número de Mach baseado na pressão estática na linha de centro do escoamento, e NMACH é o Mach baseado na pressão na câmara plena.

## CONCLUSÃO

Apesar de limitados, os ensaios comprovaram a operacionalidade geral da instalação, a utilidade da sonda de pressão estática e o bom desempenho dos "finger flaps". A necessária melhoria da qualidade do escoamento na seção de teste poderá ser obtida com a instalação das telas e "colméia" ("honeycomb") previstas para o TTP-Fechado, com a inclinação das paredes da seção de teste e, eventualmente, com a reconfiguração da geometria das fendas longitudinais ("slots").

Após realizados os ensaios, o TTP foi transferido para seu local definitivo no IAE. Espera-se que a instalação volte a operar em sua configuração aberta no primeiro semestre de 1998, dando prosseguimento aos ensaios de calibração.

A metodologia utilizada nos ensaios é aquela normalmente aplicada pelos operadores na calibração de túneis transônicos, ainda que não haja uma padronização (normas internacionais) e detalhes específicos sejam muitas vezes considerados segredos industriais (Luchuk et al., 1982; Quest, 1994; Reed et al., 1977). Espera-se que o presente trabalho contribua para a divulgação de tais procedimentos dentro da comunidade científica brasileira.

## REFERÊNCIAS

Escosteguy, J. P. C., e Nogueira, S. L., 1997, "Projeto TTS-Estágio Atual e Perspectivas Futuras", XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Bauru, SP, pp. 361-362.

Luchuk, W., Anderson, C. F., e Homan, M. L., 1982, "Calibration of the AEDC-PWT Aerodynamic Wind Tunnel (4T) at Mach Numbers from 0.1 to 1.3", AEDC-TR-82-10, Arnold Engineering Development Center, Tennessee, EUA.

Quest, J., 1994, "ETW Shakedown Tests and Preliminary Calibration Results", 18th AIAA Aerospace Ground Testing Conference, AIAA 94-2513, Colorado Springs, EUA.

Reed, T. D., Pope, T. C., e Cooksey, J.M., 1977, "Calibration of Transonic and Supersonic Wind Tunnels", NASA CR 2920, Washington, EUA.

## ABSTRACT

This work presents the results of the initial test runs at the Pilot Transonic Wind Tunnel in the Centro Técnico Aeroespacial. The facility was in its open configuration, powered only by the injection system. Although limited in scope, the tests proved the general operational status of the facility, the utility of the centerline static pipe, and the good results obtained with the use of the 'finger flaps'. The test section flow quality will improve with the installation of screens and honeycomb, with an appropriate inclination of the test section side walls, and, eventually, with a new slot geometry.



## IMPROVEMENT OF SURFACE SOURCES MODELING IN AN AEROACOUSTIC APPROACH TO AERODYNAMICS

MAURÍCIO PAZINI BRANDÃO  
 Institute of Aeronautics and Space IAE  
 and Technological Institute of Aeronautics ITA  
 Aerospace Technical Center - CTA pazini@acr.ita.cta.br  
 12228-904 - São José dos Campos - SP - BRAZIL

### SUMMARY

— A time-domain mathematical model originally developed for aeroacoustic analyses is reviewed regarding aerodynamic applications. A new model equation, valid for arbitrary motions of bodies inside incompressible and inviscid fluids is derived. This equation differs from previous ones due to the inclusion of sources which are tangent to the body surface. Particular attention is given to surface sources which result from the traditional quadrupole term. The governing differential equation is transformed into an integro-differential equation by means of convolution of all sources involved. The importance of tangent sources is evaluated, being deemed important to describe circulation and full expansion around bluff bodies.

### INTRODUCTION

Since the early fifties, Lighthill's *Acoustic Analogy* (1952, 1954) has been used to investigate the noise generated by free jets and to evaluate turbulence as a mechanism of sound generation. This Analogy has been mathematically established by combining the continuity and momentum equations into a single wave equation for a variable which is essentially the acoustic pressure  $p$ . This approach has yielded a mathematical model to express the physics of locally turbulent air pockets interacting with each other as aerodynamic sound producers.

Lighthill's equation is known as an inhomogeneous wave equation with the right hand side comprised by quadrupolar sources involving the viscous stress tensor  $\mathcal{E}_{ij}$  and turbulence, i.e.

$$\left[ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} \right] c^2 (\rho - \rho_o) = \frac{\partial^2 \mathcal{T}_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (1)$$

where

$$\mathcal{T}_{ij} = \mathcal{E}_{ij} + \rho u_i u_j \quad (2)$$

In equation (1),  $t$  stands for time,  $x_i$  is the space coordinate in the  $i$ -th direction,  $c$  is the sound speed in the undisturbed air,  $\rho$  is the specific mass of a fluid element in the perturbed state,  $\rho_o$  is the reference undisturbed specific mass of a fluid element, and  $u_i$  is the  $i$ -th component of a fluid element velocity with respect to an immovable Cartesian frame of reference with coordinates  $x_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

It can be shown (Brandão, 1991) that the compounded variable  $c^2 (\rho - \rho_o)$  is essentially the perturbation pressure  $p$ . Although in the case of compressible fluids this might be just an approximation, in the incompressible limit this result is exact.

Equation (1) considers as sound sources gradients of Lighthill's stress tensor  $\mathcal{T}_{ij}$  along two mutually orthogonal directions. This mathematical entity combines the physics of viscous shearing and flow turbulence, which are important sound mechanisms for turbo-engines and rocket jets. However, this model cannot describe the noise generated by moving surfaces and by the turbulence or viscosity associated to this motion. Hence, an extension to the available theory was required to incorporate these effects.

In the late sixties, Ffowcs Williams and Hawkings (1969) introduced into the framework just described solid boundary effects by considering the fluid dynamics around a moving body of surface  $f = 0$ . With the help of generalized functions and derivatives, monopolar and dipolar sources were included, and equation (1) became

$$\begin{aligned} \left[ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} \right] c^2 (\rho - \rho_o) = \frac{\partial}{\partial t} [\rho_o v_n |\nabla f| \delta(f)] \\ - \frac{\partial}{\partial x_i} [\tilde{\mathcal{P}}_{ij} n_j |\nabla f| \delta(f)] + \frac{\partial^2 \mathcal{T}_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \end{aligned} \quad (3)$$

Here, the bar over the derivative sign denotes the concept of generalized derivative,  $|\nabla f|$  is the modulus of the gradient of the function  $f$  (which gives a body surface when equal to zero), and  $\delta(f)$  is the Dirac delta function of this surface. In addition,  $v_n$  is the body velocity normal to its own surface, as seen from the reference coordinate frame, and  $n_j$  is the  $j$ -th component of the unit vector normal to the surface. Finally,

$$\tilde{\mathcal{P}}_{ij} = p \delta_{ij} + \mathcal{E}_{ij} \quad (4)$$

is the perturbed compressive stress tensor, with the perturbation pressure in its diagonal, as indicated by the Kronecker delta  $\delta_{ij}$ , added to the viscous stress tensor.

In the early eighties, by recognizing the generality of the approach,  $p$  came to be interpreted as the sum of a perturbation hydrodynamic pressure  $p_h$  with an acoustic signal  $p_a$ , i.e.

$$p = p_h + p_a \quad (5)$$

Usually, several orders of magnitude separate one pressure component from the other. Thus, based on this scaling, in this work we deal with the  $p_h$  component only, and denote it by  $p$ , for the sake of notation simplicity.

As a result of the perception expressed by equation (5), the approach was applied by Long (1983, 1985) to investigate aerodynamic problems. In this investigation, numerical results verified the correct pressure distribution for small perturbation problems, but presented some difficulty in capturing circulation around an airfoil at an angle of attack. In order to obtain meaningful results, the researcher had to apply an *ad-hoc* "conditioning" scheme.

Further investigations of this approach, carried out by Brandão (1988, 1989), revealed the following problems in need of correction:

- near stagnation points, compression was beyond the expected, yielding pressure coefficients greater than unity;
- near the apex of bluff bodies, maximum expansion was lower than the expected, yielding pressure coefficients less negative than those prescribed by potential theory; and
- difficulty in capturing the correct circulation around airfoils in lifting condition without the recurrence of "conditioning" schemes.

Remedies such as recognition of the necessity of iterations between pressure and velocity distributions on the bodies surfaces (Brandão, 1989), better numerical evaluation of singular integrals (Brandão, 1987, 1990), and inclusion of hidden singularities (Brandão, 1991) were not strong enough measures to solve the indicated difficulties. It seems to exist basic flaws in the physical model which cannot be uncovered simply by perfecting mathematics and computational procedures.

This line of research continued to be investigated in the early nineties by Brentner (1990) and by Lee and Yang (1990). These researchers have used alternative perspectives of the same analytical model. Brentner has used as unknown a compounded variable  $B$  which mixes hydrodynamic perturbation pressure and dynamic pressure, which can also be known as the total perturbation pressure of a fluid element, i.e.

$$B = p + \frac{1}{2}\rho_o u^2 \quad (6)$$

whereas Lee and Yang have opted for the velocity potential  $\phi$  as main variable. Although Brentner seemed to have succeeded within the restrictive framework of incompressible and inviscid fluids, Lee and Yang's results seem to suffer from the same deficiencies already pointed out in this review.

In the pursuit to disclose possible theoretical flaws in the model, Brandão (1993) has proposed more complete definitions for the mathematics of generalized derivatives. The purpose of this attempt has been to include contributions of vector and tensor quantities on the surface  $f = 0$  along three mutually orthogonal directions, taking as reference the unit vector  $\vec{n}$  normal to the surface. With these definitions, it has been possible to obtain an extended version of equation (3), which reads as follows:

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} \right] c^2 (\rho - \rho_o) \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho_o v_n + \underline{\rho} (v_l + v_s) \delta(f) \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \tilde{\mathcal{P}}_{ij} (n_j + \underline{t}_j + \underline{s}_j) \delta(f) \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \underline{\rho} v_i (v_l + v_s) \delta(f) \right] + \frac{\partial^2 \mathcal{T}_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \end{aligned} \quad (7)$$

In this equation,  $\vec{t}$  and  $\vec{s}$  are two mutually orthogonal unit vectors which are tangent to the body surface at a given point under analysis, whereas  $v_l$  and  $v_s$  are projections of the fluid velocity vector  $\vec{v}$  onto the surface along the directions  $\vec{t}$  and  $\vec{s}$ , respectively.

A comparison between equations (3) and (7) shows the appearance of new contributions inside the traditional monopole and dipole terms and of a new dipole term completely linked to tangential sources. These new contributions appear underlined in equation (7). The comparison also shows the vanishing of the  $|\nabla f|$  inside the monopole and dipole terms, due to redefinition of the concept of generalized derivatives.

The purpose of this paper is to proceed on the theoretical investigation regarding surface sources and to consider how these modifications to the mathematical model may affect the description of the problem physics. In order to reach these objectives, we present the derivation of the equation equivalent to equation (7) for the specialized context of incompressible and inviscid flows. Then, a deeper investigation of the generalized quadrupole term is made, which reveals new sources located on the body surface. In the sequence, the governing differential equation is transformed into an integro-differential solution via convolution of surface and volume sources. Finally, the problem of elliptical cylinders moving steadily through the fluid is considered to illustrate the application of this approach to aerodynamics.

## THEORETICAL MODEL

Consider an infinite domain of quiescent, inviscid, and incompressible fluid with the following reference properties: pressure  $p_o$  and specific mass  $\rho_o$ . Consider also an associated Cartesian coordinate system  $\mathcal{F}$  of coordinates  $x_i^{\mathcal{F}}$ ,  $i = 1, 2, 3$ , fixed to this fluid at rest, with unit vectors  $\vec{b}_i^{\mathcal{F}}$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Although this framework might be essentially the same adopted for ideal flows, no ideas related to potentiality are being evoked here. Thus, the present mathematical model may have its results compared to those obtained via potential flow theories, but it is not potential in its intrinsic nature.

Consider now inside this quiescent fluid a body with another Cartesian frame of reference  $\mathcal{B}$ , with coordinates  $x_i^{\mathcal{B}}$  and unit vectors  $\vec{b}_i^{\mathcal{B}}$ ,  $i = 1, 2, 3$ , respectively parallel to  $\vec{b}_i^{\mathcal{F}}$ . This body is made out of fluid in the same reference conditions and is delimited by a closed and impenetrable surface  $f = 0$ . Hence, except for a hypothetical surface of negligible thickness, the whole domain of analysis is composed by a fluid capable of transmitting instantaneously to all points of the domain any perturbations which may be imparted to fluid elements.

In general,

$$f = f(x_i^{\mathcal{F}}, t) = 0 \quad (8)$$

is a function of space and time in the  $\mathcal{F}$  frame of reference. If the body is perfectly rigid, this function may be written in terms of

$$f = f(x_i^{\mathcal{B}}) = 0 \quad (9)$$

only. However, if the body undergoes deformations, then equation (9) becomes function of the time also in the  $\mathcal{B}$  reference frame. For the sake of simplicity, let us consider in this study the body as perfectly rigid.

If the body moves with respect to the  $\mathcal{F}$  reference frame, external fluid elements become disturbed, showing changes in properties like static pressure and velocity. Let us consider the hypothesis of keeping invariant with time internal fluid properties, regardless of the body motion, as shown in Figure 1. Then, discontinuities are generated across the surface  $f = 0$ , because internal ( $f < 0$ )



properties are different from the external ( $f > 0$ ) ones. These discontinuities are used in the mathematical model to excite aeroacoustic/aerodynamic phenomena following a prescribed body motion. They are introduced via generalization of the derivatives present in the basic conservation principles.

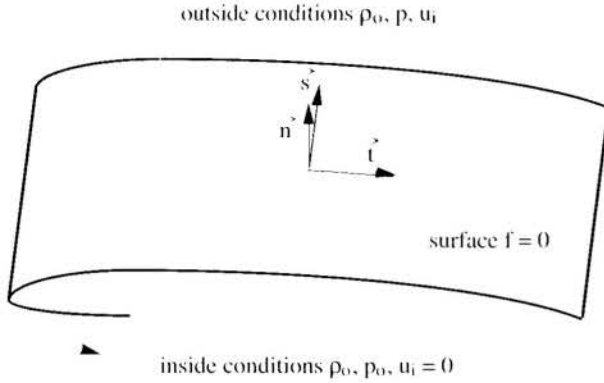


Figure 1: The body surface  $f = 0$  as generator of fluid disturbances.

**Conservation Equations.** For an incompressible fluid of specific mass  $\rho_o$  the equation of conservation of mass can be displayed as

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_o u_i) = 0 \quad (10)$$

Here,  $u_i$  is the  $i$ -th component of the perturbed velocity vector related to the  $\mathcal{F}$  reference system. This is a single partial differential equation for three unknowns, namely, the components  $u_i$ , with  $i = 1, 2, 3$ .

If the space derivatives appearing in equation (10) are generalized according to the definitions given in Brandão (1993), we obtain the following result:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_o u_i) = \rho_o (v_n + v_t + v_s) \delta(f) \quad (11)$$

Equation (11) displays the “generation of mass” at the boundary  $f = 0$ , as described by the Dirac delta function. In this result, the right hand side includes projections of the fluid velocity at a surface point along three directions, as given in Figure 1.

If the body moves with velocity  $\vec{V}$  with respect to the  $\mathcal{F}$  reference frame and the fluid is inviscid, an unknown perturbation velocity vector  $\vec{u}$  is generated, as seen by an observer in  $\mathcal{F}$ , such that the velocity projections in equation (11) are given by

$$\begin{aligned} v_n &= (V_i + u_i) u_i = V_n + u_n \\ v_t &= (V_i + u_i) t_i = V_t + u_t \\ v_s &= (V_i + u_i) s_i = V_s + u_s \end{aligned} \quad (12)$$

From Lamb’s kinematic non-penetration condition of a rigid body (Lamb, 1945) we obtain that

$$u_n = u_i n_i = 0 \quad (13)$$

Then,  $v_n$  becomes totally known from the body motion alone, whereas in the inviscid case  $v_t$  and  $v_s$  include unknown perturbation velocities generated by the body motion. It is important to emphasize this point, which seems to be ignored by many applications in aeroacoustics.

The regular momentum equation for an inviscid and incompressible fluid in conservative form and in the absence of body forces is given by

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_o u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (p_s \delta_{ij} + \rho_o u_i u_j) = 0 \quad (14)$$

Here,  $p_s$  is the static pressure of a fluid element in the perturbed state. Recall that

$$p_s = p_o + p \quad (15)$$

Equation (14) represents synthetically three partial differential equations, each of them giving the equilibrium of momentum in the direction of one of the axes of the  $\mathcal{F}$  reference system. Together with equation (10), they form a set of four equations with four unknowns, yielding a well-posed mathematical problem, if completed with the associated initial and boundary conditions.

If we generalize the derivatives of equation (14), the following result appears after a proper algebraic arrangement:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (p_s \delta_{ij} + \rho_o u_i u_j) = \\ [p (u_i + t_i + s_i) + \rho_o v_i (v_t + v_s)] \delta(f) \end{aligned} \quad (16)$$

This result demonstrates how the existence of an impenetrable surface  $f = 0$  moving inside an incompressible and inviscid fluid serves as source of momentum. As indicated on the right hand side of equation (16), some contributions come from the perturbation pressure  $p$  alone, whereas other contributions come from directional changes of momenta at the surface.

Equations (11) and (16) are the basic ingredients of the amalgam which constitutes the present approach governing equation. Its derivation process follows in the sequence.

**Governing Equation.** The derivation of the governing equation in this approach happens as described below:

1. take the generalized time derivative of both sides of the continuity equation (11);
2. take the generalized derivative of both sides of the momentum equation (16) with respect to the spatial coordinate  $x_i$ ;
3. subtract the result of the previous step from the result of step 1; and
4. in order to get rid of constants, subtract from the result of the previous step the following identity

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho_o \delta_{ij}) = 0 \quad (17)$$

The outcome of this derivation process reads as follows:

$$\begin{aligned} \nabla^2 p = -\frac{\partial}{\partial t} [\rho_o (v_n + v_t + v_s) \delta(f)] - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho_o u_i u_j) \\ + \frac{\partial}{\partial x_i} \{ [p (u_i + t_i + s_i) + \rho_o v_i (v_t + v_s)] \delta(f) \} \end{aligned} \quad (18)$$

where  $\nabla^2$  is the generalized Laplacian operator.

Equation (18) may be regarded as a Poisson equation for the perturbation pressure  $p$ . It can be obtained directly from the more general equation (7) if we let the sound speed  $c$  go to infinity and if we neglect the viscous stress tensor

$\mathcal{E}_{ij}$  included implicitly inside the tensors  $\tilde{\mathcal{P}}_{ij}$  and  $\mathcal{T}_{ij}$ . Furthermore, if compared to the incompressible and inviscid counterpart of equation (3), equation (18) has more precise definitions of unit vectors and introduces two new mechanisms of perturbation pressure generation which might be important for some classes of problems. The new sources reinforce the traditional monopole and dipole terms, which are boundary contributors, and keep unchanged free-field quadrupolar sources, which are volume contributors.

**Quadrupolar Sources.** The contribution of quadrupolar sources to aerodynamics has been traditionally neglected under the assumption that these sources would be important only for non-linear phenomena. This impression has been inherited from aeroacoustics, e.g. Hanson (1983), where this contribution has been deemed appreciable only for high-speed flows, starting in the transonic regime. As a major contribution in this work, we intend to demonstrate that new surface terms stem out from the quadrupole, some of which may be as important as the traditional monopole and dipole terms.

For incompressible and inviscid fluids Lighthill's stress tensor, given by equation (2), becomes equal to

$$\mathcal{T}_{ij} = \rho_o u_i u_j \quad (19)$$

which is non-linear in terms of fluid element velocities. However, since pressure is functionally related to squared velocities, the quadrupole may provide simpler relations in a pressure focused formulation. In order to elaborate this argument further, let us consider the quadrupole term and give to their generalized derivatives a simpler, yet proper interpretation.

The quadrupole term, as appears in equation (18), is a scalar quantity given by

$$\mathcal{Q} = \frac{\bar{\partial}^2 \mathcal{T}_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\bar{\partial}^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho_o u_i u_j) \quad (20)$$

Let us rewrite this term as

$$\mathcal{Q} = \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \left[ \frac{\bar{\partial}}{\partial x_j} (\rho_o u_i u_j) \right] \quad (21)$$

If we admit the existence inside an infinite amount of fluid of a surface  $f = 0$  which imparts discontinuities in this fluid domain, and if we use the definition of generalized derivative with respect to a spatial coordinate given in Brandão (1993), the contents of the square brackets in equation (21) may be displayed as follows:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\partial}}{\partial x_j} (\rho_o u_i u_j) &= \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_o u_i u_j) \\ &+ \rho_o v_i (v_n + v_t + v_s) \delta(f) \end{aligned} \quad (22)$$

If we replace the result (22) back into equation (21), we obtain the following expansion for the quadrupole:

$$\mathcal{Q} = \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_o u_i u_j) + \rho_o v_i (v_n + v_t + v_s) \delta(f) \right] \quad (23)$$

The first term inside the square bracket on the right hand side of result (23) can now be expanded into

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_o u_i u_j) = u_i \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_o u_j) + \rho_o u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (24)$$

The first term on the right hand side vanishes because it contains the regular continuity equation (10). Therefore, equation (24) becomes

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_o u_i u_j) = \rho_o u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (25)$$

The replacement of this result back into the quadrupole term (23) provides

$$\mathcal{Q} = \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \left[ \rho_o u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \rho_o v_i (v_n + v_t + v_s) \delta(f) \right] \quad (26)$$

If we use again the regular continuity equation (10) to clear out the algebra, the generalized derivative of the first term on the right hand side of equation (26) yields the following result:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \rho_o u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] &= \rho_o \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \\ &+ \rho_o v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} (n_i + t_i + s_i) \delta(f) \end{aligned} \quad (27)$$

It should be observed that the first term in result (27) is not a tensor, but a scalar quantity expressed according to Einstein's summation convention. In the full three-dimensional case this term is given by

$$\begin{aligned} \rho_o \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} &= \rho_o \left[ \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right)^2 \right. \\ &\left. + 2 \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \right] \end{aligned} \quad (28)$$

With this development, the quadrupole term (26) may be rewritten as

$$\begin{aligned} \mathcal{Q} &= \rho_o \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \rho_o v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} (n_i + t_i + s_i) \delta(f) \\ &+ \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} [\rho_o v_i (v_n + v_t + v_s) \delta(f)] \end{aligned} \quad (29)$$

In more general terms, considering the hypothesis of the fluid being viscous, this result becomes

$$\begin{aligned} \mathcal{Q} &= \frac{\partial^2 \mathcal{T}_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial \mathcal{T}_{ij}}{\partial x_j} (n_i + t_i + s_i) \delta(f) \\ &+ \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} [\mathcal{T}_{ij} (n_j + t_j + s_j) \delta(f)] \end{aligned} \quad (30)$$

The results (29) and (30) reveal three terms on the right hand side which deserve some consideration. Let us observe that

- for the two surface terms, each fluid element velocity is interpreted as the one seen from the  $\mathcal{B}$  reference frame, since source information will be integrated in the body coordinate system;
- the first term (regular quadrupole), given in full form by equation (28), is valid only for field points which are *outside* the moving body (domain  $f > 0$ ), since it involves only regular derivatives;
- the second term is completely new in form and nature, since it cannot be classified as a traditional monopole or dipole; and
- finally, the third term has the form of a traditional dipole, to be added to those terms already included in the model equation (18).

If result (29) for the quadrupole is now inserted into equation (18), the governing equation valid for incompressible and inviscid fluids reads as follows:

$$\begin{aligned} \nabla^2 p = & - \frac{\partial}{\partial t} [\rho_o (v_n + v_t + v_s) \delta(f)] - \rho_o \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_i} \{ [p(n_i + t_i + s_i) - \rho_o v_i v_n] \delta(f) \} \\ & \underline{\rho_o v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} (v_i + t_i + s_i) \delta(f)} \end{aligned} \quad (31)$$

The terms underlined in this result are either modifications or inclusions in the governing equation which have resulted from the present interpretation of the generalized quadrupole term.

**Integral Transformation.** Due to the presence of generalized functions on its right hand side, equation (31) cannot be solved directly, but needs to be transformed into an integro-differential equation. This task can be performed by recognizing that the elementary solution of the impulsively excited Laplace's equation

$$\nabla^2 \mathcal{G} = \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial x_i \partial x_i} = \delta(\vec{X}(x_i, t) - \vec{Y}(x_i, t)) \quad (32)$$

reads

$$\mathcal{G}(\vec{X}, \vec{Y}, t) = -\frac{1}{4\pi r} \quad (33)$$

where  $r$  is the distance between a source at position  $\vec{Y}(x_i, t)$  and an observer at position  $\vec{X}(x_i, t)$ . This is the basic Green's function of Laplace's equation for an unbounded domain  $\mathcal{V}$  (Morse and Feshbach, 1953). From this elementary solution we can construct a formal transformation for equation (31) by source convolution and obtain the perturbation pressure at the observer as follows:

$$\begin{aligned} 4\pi p(\vec{X}(x_i, t)) + \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{\mathcal{V}} \frac{p(n_i + t_i + s_i)}{r} \delta(f) d\mathcal{V} \\ = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{V}} \frac{\rho_o (v_n + v_t + v_s)}{r} \delta(f) d\mathcal{V} \\ + \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{\mathcal{V}} \frac{\rho_o v_i v_n}{r} \delta(f) d\mathcal{V} + \int_{\mathcal{V}} \frac{\rho_o}{r} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} d\mathcal{V} \\ + \int_{\mathcal{V}} \frac{\rho_o v_j}{r} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} (n_i + t_i + s_i) \delta(f) d\mathcal{V} \end{aligned} \quad (34)$$

The integrals involving the Dirac delta function  $\delta(f)$  in equation (34) are transformed into surface integrals, as described in Brandão (1993). The result of this integration may be presented symbolically in non-dimensional form as

$$4\pi c_p + \int_{f=0} \mathcal{K}_S^p dS = \int_{f=0} \mathcal{K}_S^v dS + \int_{\mathcal{V}} \mathcal{K}_V^v d\mathcal{V} \quad (35)$$

where

$$c_p = \frac{p}{\frac{1}{2} \rho_o V_\infty^2} \quad (36)$$

is the pressure coefficient and  $V_\infty$  is a reference velocity for the body displacement with respect to the  $\mathcal{F}$  frame of coordinates.

Result (35) represents an integral equation of the Fredholm type for the perturbation pressure  $p$ , forced by velocity dependent boundary and volume integrals. Above,  $\mathcal{K}_S^p$  denotes a singular surface kernel for  $c_p$ ,  $\mathcal{K}_S^v$  symbolizes a singular surface kernel which depends on the velocity field only, whereas  $\mathcal{K}_V^v$  represents a singular volume kernel which depends on the outside fluid velocity field.

## A PROCEDURE FOR APPLICATION

Let us consider, by way of illustration, the motion with respect to the  $\mathcal{F}$  reference frame of an infinitely long elliptic cylinder with axis parallel to the  $\vec{b}_3^{\mathcal{F}}$  direction. The upper and lower surfaces of this body are given in the  $\mathcal{B}$  frame respectively by

$$f_u(x_1, x_2) = x_1 - a \sqrt{1 - x_2^2}$$

$$f_l(x_1, x_2) = -x_1 - a \sqrt{1 - x_2^2} \quad (37)$$

where  $a$  is the non-dimensionalized minor axis of an ellipse defined within the domain  $-1 \leq x_2 \leq 1$ , which yields twice the ellipse major axis.

Let us focus our attention to the  $x_1^{\mathcal{F}} - x_2^{\mathcal{F}}$  plane by integrating the contributions from all sources along the  $\vec{b}_3^{\mathcal{F}}$  direction in the infinite domain  $-\infty < x_3^{\mathcal{F}} < +\infty$ . Furthermore, let us consider the steady motion of the cylinder with velocity  $V_\infty$  along the direction  $-\vec{b}_2^{\mathcal{F}}$ , as shown in Figure 2.

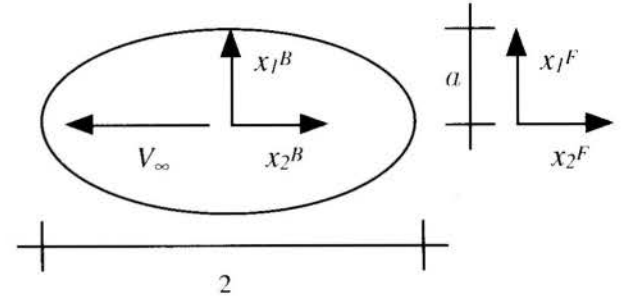


Figure 2: Planar motion of an elliptic cylinder in a quiescent medium.

It should be recognized that in this two-dimensional case equation (35) is a single integral equation involving three unknowns, namely, the pressure coefficient  $c_p$  and the velocity components  $u_1$  and  $u_2$ . In order to obtain a solution by considering surface sources only, an iterative solution technique is required (Brandão, 1991). This solution is comprised of the following steps:

1. It starts with the discretization of the surface domain  $-1 \leq x_2 \leq 1$  by choosing the position of  $n$  observers on this surface. Usually, by convenience, we take symmetrical positions on the upper and lower cylinder surfaces, being half on  $f_u = 0$  and the other half on  $f_l = 0$ , as defined by equations (37).
2. Then, we consider a reasonable guess for the non-dimensionalized tangential velocity distribution  $q_0(x_2)$  on the cylinder surface, which can be constructed by taking as basis the known motion of the body with respect to the  $\mathcal{F}$  reference frame.
3. The guess of the last step allows estimation of the  $\mathcal{K}_S^v$  integral on the right hand side of equation (35). If we apply this equation for the  $n$  chosen observers, we obtain a linear problem of order  $n$  given by

$$[\mathcal{C}] \{c_p\} = \{F\} \quad (38)$$

It can be observed that the matrix of influence coefficients  $[\mathcal{C}]$  depends on the problem geometry only, whereas the forcing vector  $\{F\}$  depends on the geometry and on the unknown fluid dynamics.

4. The solution of the linear problem (38) yields values for the pressure coefficient at the chosen points. An estimated pressure distribution can, then, be obtained by splining the discrete solution at these  $n$  observers. From this distribution  $c_{p_1}(x_2)$  we can obtain a new tangential velocity distribution via Bernoulli's equation, i.e.

$$q_1(x_2) = \sqrt{1 - [c_{p_1}(x_2)]} \quad (39)$$

5. Once the  $k$ -th computation cycle is completed with the determination of a new surface velocity distribution, we come to the decision about stopping the process or allowing a new iteration. The process is permitted to continue until convergence is achieved under a given tolerance by evaluating the following dimensionless parameter:

$$\kappa = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 |q_k(x_2) - q_{k-1}(x_2)| dx_2 \quad (40)$$

6. The parameter  $\kappa$  given by equation (40) is the mean distance between the new and the old tangential velocity distributions. If this distance is greater than the tolerance, the process returns to the third step. Otherwise, we are allowed to display the converged results.

More complicated iteration schemes can be developed if we are also willing to consider the influence of free field sources on the surface pressure distribution. In this case, the number of unknowns increases with the discretization of the domain outside the body surface.

#### CONCLUDING REMARKS

During the past fifteen years there have been attempts to use aeroacoustic formulations to obtain aerodynamic results. The theoretical bases for these attempts have been Lighthill's Acoustic Analogy, Ffowes-Williams and Hawkings equation, and a generalized version of the wave equation for the velocity potential. From these studies it can be understood that there is a chronic difficulty in capturing the full pressure expansion around bluff bodies and the correct circulation about lifting bodies.

These difficulties may be explained by a lack of complete source information in the previous mathematical models. These models include as excitation of the air only sources which are normal to the moving body surface. The new formulation explored in this work has extended the source physical modeling to include the effect of circulation in the mathematics.

This way of computing the interaction between fluids and bodies is an example of a new branch of CFD. It has its roots on the panel methods of the sixties. Today, it belongs to the ever growing classes of mixed volume-boundary element methods. This line of research has the merit of integrating into a single perspective general aerodynamics and aeroacoustics. It is a novel approach, with potentiality still to be determined.

For the future, there is necessity of extending this investigation into more general contexts, where elastic bodies of three-dimensional geometry move unsteadily through compressible and viscous fluids. It is also necessary, in the compressible case, to separate hydrodynamic and acoustic fields and evaluate their interaction, e.g., in the formation of shock waves.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

This research has been supported by the Brazilian Ministry of Aeronautics MAer via its Department of Research and Development DEPED, and by the National Council for Scientific and Technological Development - CNPq, under grant No. 300675/96-8. The São Paulo State Foundation for Research Support FAPESP has provided funds concerning the presentation of these results to the scientific community.

#### REFERENCES

- Brandão, M. P., 1987, "Improper Integrals in Theoretical Aerodynamics - The Problem Revisited", *AIAA Journal*, Vol. 25, N. 9, pp. 1258-1260.
- Brandão, M. P., 1988, "On the Aeroacoustics, Aerodynamics, and Aeroelasticity of Lifting Surfaces", PhD Thesis, Stanford University, Palo Alto, CA, SUDAAR-565.
- Brandão, M. P., 1989, "Towards the Unification of Acoustics and Fluid Mechanics", *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 42, N. 11, Part 2, pp. S20-S31.
- Brandão, M. P., 1990, "Singular Integrals in Theoretical Aerodynamics - Their Origin and Computation", *Proceedings of the Third National Meeting of Thermal Sciences*, Itapema, SC, Brazil, pp. 5-8.
- Brandão, M. P., 1991, "A Mixed Volume-Boundary Element Approach for Aerodynamics", *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 44, N. 11, Part 2, pp. S36-S45.
- Brandão, M. P., 1993, "New Theoretical Developments in Aeroacoustics and Aerodynamics", *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 46, N. 11, Part 2, pp. S79-S91.
- Brentner, K. S., 1990, "The Sound of Moving Bodies", PhD Thesis, Cambridge University, Cambridge, UK.
- Ffowes Williams, J. E. and Hawkings, D. L., 1969, "Sound Generation by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. A264, N. 1151, pp. 321-342.
- Hanson, D. B., 1983, "Compressible Helicoidal Surface Theory for Propeller Aerodynamics and Noise", *AIAA Journal*, Vol. 21, N. 6, pp. 881-889.
- Lamb, H., 1945, *Hydrodynamics*, Dover, New York, Article 9, pp. 6-8.
- Lee, Y. J. and Yang, J. Y., 1990, "A Panel Method for Arbitrary Moving Boundaries Problems", *AIAA Journal*, Vol. 28, N. 3, pp. 432-438.
- Lighthill, M. J., 1952, "On Sound Generated Aerodynamically, I - General Theory", *Proceedings of the Royal Society of London*, Vol. A211, pp. 564-587.
- Lighthill, M. J., 1954, "On Sound Generated Aerodynamically, II - Turbulence as a Source of Sound", *Proceedings of the Royal Society of London*, Vol. A222, pp. 1-32.
- Long, L. N., 1983, "The Compressible Aerodynamics of Rotating Blades Based on an Acoustic Formulation", NASA Langley Research Center, Hampton, VA, NASA TP-2197.
- Long, L. N., 1985, "An Aerodynamic Theory Based on Time-Domain Aeroacoustics", *AIAA Journal*, Vol. 23, N. 6, pp. 875-882.
- Morse, P. M. and Feshbach, H., 1953, *Methods of Theoretical Physics*, McGraw-Hill, New York, pp. 834-857.



## EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF A RECOVERY SYSTEM FOR SMALL ORBITAL PAYLOADS

Victor Koldaev, Paulo Moraes Jr.

Divisão de Sistemas Espaciais

Centro Técnico Aeroespacial / Instituto de Aeronáutica e Espaço  
12228-904 São José dos Campos-SP, Brasil

### SUMMARY

*Small returnable orbital payloads or spacecrafts need safe, efficient and affordable recovery systems. Systems based on parachutes are the most reliable choice due to their proven reliability and low weight. The present work deals with the preliminary testing of a high performance recovery system for small orbital payloads based on parachutes. The proposed program comprises a three stage testing in wind-tunnel and flight testing. The paper shows and discusses the testing methods, programs and preliminary results.*

### INTRODUCTION

Parachutes are used as aerodynamic decelerator systems for a wide spectrum of applications, as for instance: load recovery after drop test, rocket payload recovery, aircraft landing deceleration, vehicle stabilisation etc. (Pepper & Maydew, 1971) (Peterson, 1990). They differ in type and size according to their application, so that practically the mission specifies the most adequate parachute system.

Small returnable orbital payloads or spacecrafts need safe, efficient and affordable recovery systems. Systems based on parachutes are the most adequate choice due to their proven reliability and low weight (Ewing, 1968). However, parachute design and development is still largely empirical, so that great effort should be done in the elaboration and execution of several ground and flight testing.

The present work deals with an experimental investigation of a high performance recovery system for small orbital payloads based on parachutes. Testing methods, programs and results are presented and discussed.

### RECOVERY SYSTEM

The present work is part of the development and testing of a high performance recovery system to be used for the recovery of small orbital platforms at ground surface (Moraes, 1997a).

Basic design requirements to a high performance recovery system are (Koldaev et al., 1997):

- high reliability (higher than 0.999),
- small system weight (less than 10% of capsule weight),
- stable descent and minimum wind influence,
- low capsule deceleration during parachute deployment and ground impact, and
- use for a wide range of payload weight.

The proposed recovery system is based on a three stage parachute system. Figure 1, composed of:

- pilot parachute,
- drag parachute (Koldaev, 1986),
- main parachute (Fallow, 1986),
- risers and deployment bag,
- air bag (Koldaev and Moraes, 1998), and
- separation equipment.

The pilot parachute will be first deployed in order to give orientation to the payload. In the sequence the drag parachute rises stabilising and decelerating the payload. And finally the main parachute which establishes the necessary and safe rate of descent during the approach to land surface will be deployed. The main parachute is of a cluster type and has the following advantages when compared with a single parachute:

- stable descent,
- less probability of failures,
- use for a large range of payload weight.

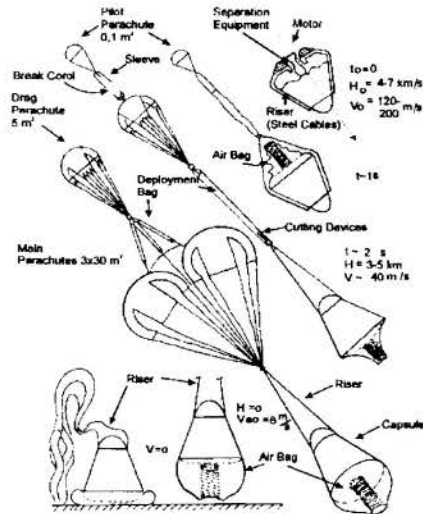


Figure 1 - Recovery System

The development of such a system includes the consideration of:

- determination of parachute area and mass,
- inflation time and dynamics,
- drag, stability and stress analysis of the parachute,
- wake flow characteristics,
- land and impact (crash) testing,
- materials selection and testing,
- manufacturing processes, and
- flight testing.

Therefore a lot of work has to be initially done concerning the design concept of the recovery system. A good concept and design leads to maximization of performance and consequently to weight minimization of the system, and that is of great importance for space systems (Deweese et al., 1978).

In order to reduce the loads due to land impact, an air bag is used as impact attenuator. Air bags can maintain the impact acceleration under 8 g which is very important for sensible payloads (Koldaev and Moraes, 1998).

## PARACHUTE SYSTEM TESTING METHODS

The flowfield which is formed around and behind a falling parachute can not be easily described theoretically, even the most modern methods of calculation allow to obtain only rough estimation of the variables. Several types of constructive forms, different materials, parachute system equipment etc., do influence strongly on the behaviour and dynamics of the system. For that reason experimental tests ought to be carried out when new parachute systems are designed. Tests are especially necessary when the parachute system is complex and requires high level of safety (as parachute recovery systems do). Such a complex cycle of experimental work secures the design of a parachute system that satisfies all the requirements and guarantees the safety of its functioning.

A complete testing program of a parachute system considers ground, wind-tunnel and tests in real conditions (flight tests). (Koldaev and Figueredo, 1996) shows several test devices, which can be used for ground testing of parachute systems.

Ground testing is more suitable for comparison of different parachute systems with the purpose to select the best canopy form, the functioning scheme etc.. Nevertheless, this kind of test does not allow to simulate all real use conditions of the system.

With the purpose to investigate parachute system reliability control and its demands fulfillment, the second type of testing, flight tests, is used. By flight tests it is more complicated to provide qualitative registration of all parameters of the parachute functioning. Tested objects are, as a rule, at a very long distance from observer. Although flight testing is more expensive, it is necessary for final considerations about the parachute system functioning in real conditions.

In general following testing devices can be used:

- Blowers
- Open-Throat Wind-Tunnels
- Closed-Throat Wind-Tunnels
- Sleds (Rocket Tracks)
- Stands for Testing of Payload Landing
- Sloping Test-Beds (Benches)
- Vertical and Horizontal Test-Beds
- Aircraft Flight Testing
- Rocket-Boosted Test Vehicle
- Gun-Launched Vehicle
- Stratospheric-Balloon Testing.

Also using movable test-beds, as for instance those mounted on cars or lorries, several parachute sub-systems can be tested.

### Blowers

Simple air blower, Figure 2, is a proven tool for preliminary parachute testing, chiefly of a qualitative nature. Unless special testing prevail, tested parachutes should have at least 0.1 up to 0.6 m in diameter to obtain meaningful results.

An air blower is a good preliminary testing tool because it permits to observe quick changes of parachute configuration and excellent visual observation.

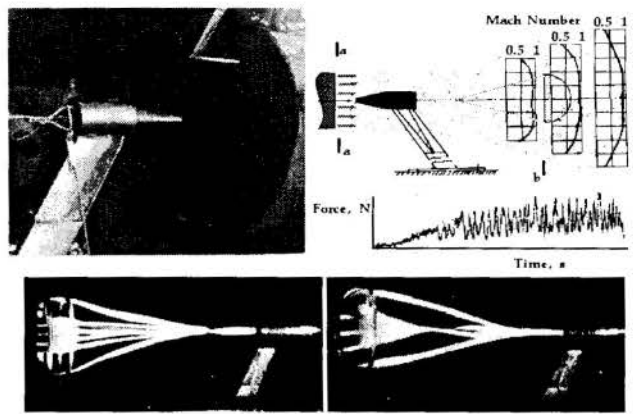


Figure 2 - AP-200 Blower Parachute Testing

### Open-Throat Wind-Tunnels

Wind-tunnel tests of parachutes are very good to compare different models. They also are the most effective means to measure lift, drag, normal and tangential forces, as well as for determining the load coefficients.

The open-throat wind-tunnel scheme shown in Figure 3 permits exact measurements if parachute of adequate size is tested. Parachutes of 1 m and more in diameter are well suited for obtaining good quantitative test results.

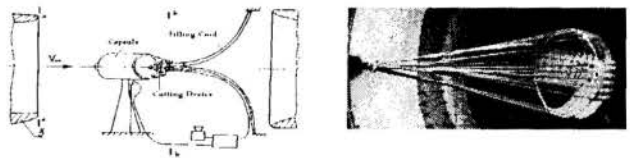


Figure 3 - Parachute Testing in Open-Throat Wind Tunnel

In air blowers and open-throat wind-tunnels, the velocity at the skirt of the parachute is lower than the velocity at the nozzle exit of the wind-tunnel. Care should be taken to measure the parachute test velocity at section a-a and not at section b-b, the customary attachment point for airfoils and models. Wind-tunnels often can not simulate the descent velocities, 6 - 10 m/s, of most main parachutes. Obtaining proper test results with this low velocity is hampered by a poor velocity distribution in the wind-tunnel-test section, and by the weight of the test parachute downward, thereby providing a negative angle of attack. Testing of unstable parachutes at higher velocities presents the problem that the drag coefficient,  $C_D$ , of parachutes is velocity sensitive.

Before the wind-tunnel tests are started, the aerodynamic characteristics  $C_D$ ,  $C_x$  are calculated with following equations:

$$\bullet \text{ drag coefficient: } C_D = F_D / (q S) \quad (1)$$

$$\bullet \text{ opening force coefficient: } C_x = F_x / F_D \quad (2)$$

$$\bullet \text{ dynamic pressure: } q = \rho V^2 / 2 \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (3)$$

with:  $F_x$  - maximum force, N

$F_D$  - drag force, N

$S$  - parachute area,  $m^2$

$\rho$  - air density,  $kg/m^3$

$V$  - air velocity, m/s

Before testing, balance measurement reading is done with fixed predetermined loadings without air-stream in the tunnel.

### Closed-Throat Wind-Tunnel

The full-return closed-throat wind-tunnel is generally considered to be best suited for obtaining good qualitative aerodynamic data, as it has an uniform velocity distribution in the



test section. The disadvantage of this tunnel is the difficulty to access the section for changing the parachute configuration.

The wind-tunnel TA-2 (ASA-L) at the Aeronautical Systems Division of IAE/CTA has the following technical characteristics :

- **External Dimensions:** length\_ 70m; width\_ 30m; height\_ 20m
- **Test Section:** length\_ 3.3 m; width\_ 3.0m; height\_ 2.1 m
- **Motor Capacity:** electrical motor of 1200 Kw (1600Hp)
- **Maximum Velocity:** 140m/s (500Km/h)
- **Maximum Turbulence Factor:** 2% at 140m/s.

Aerodynamic forces and the time of parachute opening  $t_f$  are measured. The sensors are installed inside the model and visual control is done. Figure 4.

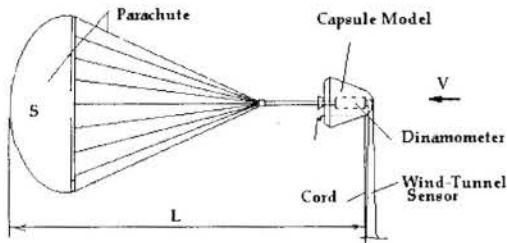


Figure 4 - Wind-Tunnel Testing Scheme

As consequence of parachute force measurement and reduction, following data can be obtained:

- Parachute opening time  $t_f$
- Reynolds number for the size  $S^{1/2}$  :  $Re$
- Aerodynamic coefficients  $C_D$ ,  $C_x$ ,  $C_L$
- Air velocity  $V$  and Mach number  $M$
- Video and photographs of testing
- Parameters of canopy oscillation and rotation.

Parachute models for wind-tunnel tests should be as large and as similar in geometry and flexibility to full-scale parachutes. Parachutes less than 400 mm in diameter usually lack geometrical similarity and material flexibility, which results in poor inflation characteristics and dissimilar inflated shapes. The final dimensions of parachute model must be measured as accurately as possible to determine the nominal diameter,  $D_0$ , and the surface area,  $S_0$ . Parachutes models will shrink from 5 up to 10% during manufacture because of sewing take-up, which results in a notable difference in the dimensions between the drawing and the finished parachute.

Wind-tunnel tests of parachutes are excellent for comparing different models and modifications, also, they are the most effective means for measuring the coefficients of lift, drag, normal and axial forces, as well as for determining the load coefficient,  $C_x$ , for infinite load.

In wind-tunnel test, velocity decay does not occur during parachute inflation and operation. This is defined as testing under "infinite mass condition". First stage drogue chutes and parachutes with a canopy loading,  $W/(C_D S)$ , in excess of 500 Pa approach this condition. Main parachutes with low-canopy-loading with rates of descent of 6 up to 10 m/s have a large velocity decay during opening, which requires careful interpretation of the opening-force data obtained in wind-tunnel tests (Knacke, 1992). In the past, to avoid wind-tunnel blockage and doubtful test data, the diameter of a test parachute could not exceed 5 to 10% of the wind-tunnel test section area.

#### Test Stands for Payload Landing

The aim of executing this kind of test is to get information about the last motion stage of the system and its impact with the ground surface.

The test-bed should be located in safe height and distance from observer. The test conduction should be registered with a high velocity video camera (50 frames per second ). The scheme of the test-bed is given in Figure 5.

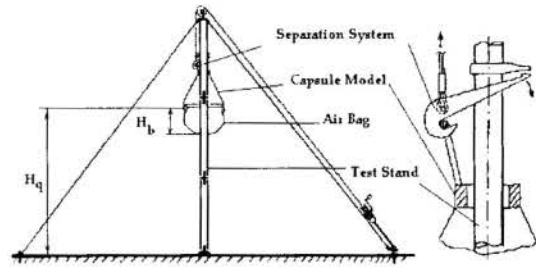


Figure 5 - Stands for Testing of Payload Landing

The capsule model velocity,  $V$ , and the load factor  $G$ , should be calculated using following equations:

$$V = dh/dt \quad (4)$$

$$G = a/g = (dV/dt)/g \quad (5)$$

where

- $h$  - capsule model altitude, m
- $g$  - gravity acceleration,  $m/s^2$
- $V$  - capsule model velocity, m/s
- $G$  - load factor, -
- $a$  - capsule max. acceleration,  $m/s^2$

A ruler divided into sections should be installed on the vertical test-bed base. The video-camera should be able to capture the motion along all the height.

#### Sleds (Rocket Tracks)

Sleds are used in high speed tests to study the deployment characteristics, functioning and aerodynamic coefficients of parachutes. Sled Tracks are shown in Figure 6.

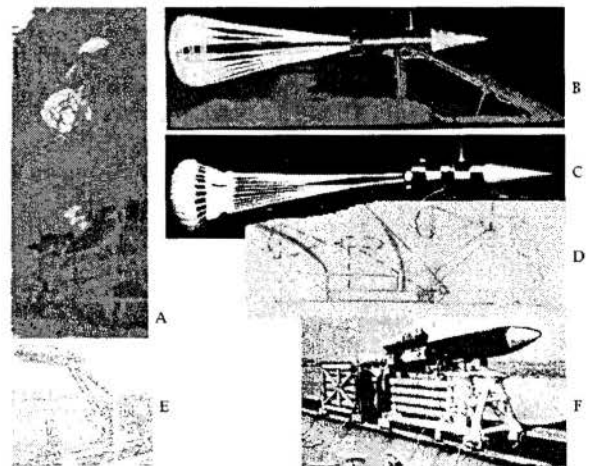


Figure 6 - Rocket Sled Testing

#### Stratospheric-Balloon Testing

A test device using a stratospheric balloon is described in (Moraes, 1997b). For this case a stratospheric balloon is used to elevate the capsule up to 32 km height. After reaching this height the capsule will drop to ground surface during approximately 4.5 min. During this time a lot of experiments can be conducted, as for instance, aerodynamic measurements, retro motor test, telemetry etc., but also the recovery system can be verified at higher velocities, which are closer to the velocities encountered by the re-entry flight.

### Aircraft Flight Testing

Parachute aircraft flight testing is used to study the deployment characteristics of parachutes and the system motion in real conditions. The sequence of recovery system flight testing is shown in Figure 7.

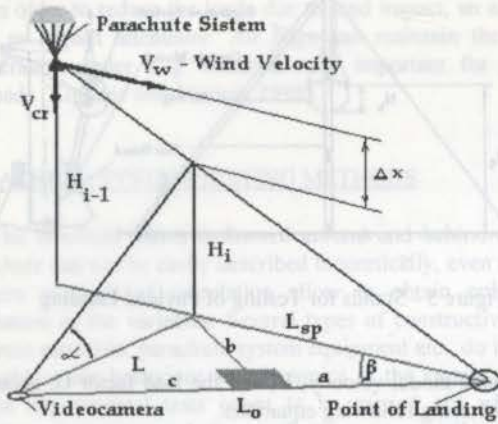


Figure 7 - Sequence of Recovery System Flight Testing

System motion time,  $t_0$ , and orientation  $\alpha(t)$  are determined during system descent by means of video registration. Distance  $L_0$  and wind angle  $\beta$  are determined before landing.

System motion parameters can be calculated using following equations (see Figure 7):

$$a = L_{sp} \cos \beta = V_w (t_0 - t) \cos \beta \quad (6)$$

$$b = L_{sp} \sin \beta = V_w (t_0 - t) \sin \beta \quad (7)$$

$$c = L_0 - a \quad (8)$$

$$L = (c^2 + b^2)^{1/2} \quad (9)$$

$$H(t) = L \tan \alpha(t) \quad (10)$$

$$\Delta x = H_{i-1} - H_i \quad (11)$$

$$V_{cr} = \Delta x / \Delta t \quad (12)$$

### Rocket-Booster Testing

Using a small solid propellant rocket with a nose cap enclosed to the recovery system a short ballistic flight can be performed. After out burning of the rocket motor the nose cap, that simulates the capsule, separates. When the nose cap starts its fall to the ground, the parachute can be opened. With this simple device the parachute system can be widely tested.

Due to the low costs of such device there is no necessity to test reduced models, so that all real mechanisms can be tested as well. Parachute rocket-boosted vehicles are used to study the parachute deployment and system motion characteristics in semi-natural condition of the system functioning. The scheme of the rocket-boosted vehicle is given in Figure 8.

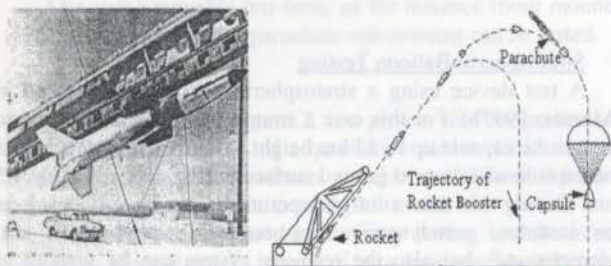


Figure 8- Rocket-Boosted Vehicle for Parachute Testing

### Rocket Flight Testing

Parachute rocket flight testing is used to study the deployment characteristics and parachute system motion in almost real conditions. A simple compressed air powered rocket scheme with recovery system model is shown in Figure 9.

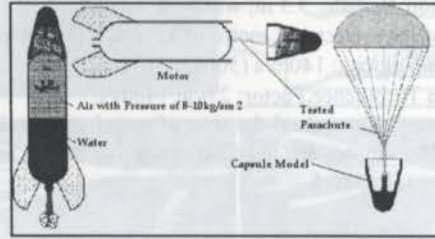


Figure 9 - Rocket Testing Scheme

### TESTING RESULTS

With the aim to select a recovery system configuration for a 150 kg space capsule (SARA) and to determine the parachute aerodynamic characteristics, wind-tunnel tests were conducted in the TA-2 tunnel at CTA.

For those tests two variants of the main parachute, blade ribbon drag parachute (in scale 1:5) and band type pilot chute (in real scale) were used. All parachute models were made of nylon cords, webbings and cloth. Cloth with the density of 50 gr/m<sup>2</sup> for main parachute canopy and 240 gr/m<sup>2</sup> for the pilot chute canopy and drag parachute ribbons were used. Parachute models in the wind-tunnel are shown in Figure 10.

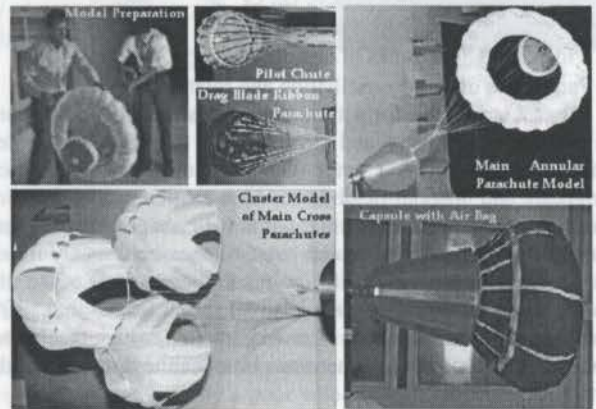


Figure 10 - Parachute Models in the TA-2 Wind Tunnel Testing

To simulate the aerodynamic influence of the forebody (space capsule) on the parachutes, a capsule model in scale 1:5 was used. To register the parachute forces in all three axes a special piezodynamometer was designed and manufactured. This device was located inside the capsule model and calibrated for wind-tunnel test conditions with loads up to 2000 N. To deploy the parachute during the test a special cutting knife was used. This allowed to separate the parachute system from the capsule model while the pilot chute with the cloth bag was used for extraction of the suspension lines and parachute canopy.

After parachute force measurement and data reduction, inflation time, opening force and drag coefficient were determined for all parachute models. Results of the parachute force characteristics are shown in Figure 11 and 12.

From the results it is observed that a reduction of the parachute force occurs after canopy opening. This is due to a reduction of the air flow velocity which is caused by a blockage of the wind-tunnel.



Blockage is determined as ratio of the canopy area to the test section area. With blockage up to 10% its influence upon the flow velocity after the parachute opening was insignificantly low. With blockage of 10 to 15% its influence upon the velocity was approximately 15-20%. By blockage of 18-19%, the air flow velocity in the wind-tunnel, during 10 s before parachute opening, decreased to 27-34% and did not change more. Within that the parachute force decreased up to 2 times.

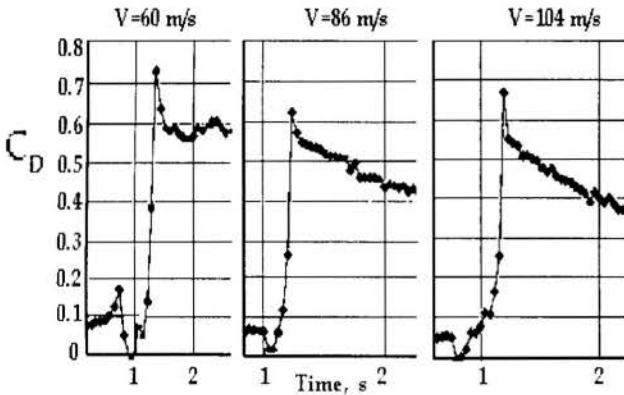


Figure 11 -- Blade Ribbon Parachute Drag Coefficient vs Time during Canopy Inflation, TA-2 WT Testing

In accordance to real conditions the blade ribbon drag parachute and the band type pilot chute were tested with air velocities from 40 up to 110 m/s. It was observed during the tests that the drag parachute and the pilot chute had high stability, and showed no canopy oscillation and rotation around the axis of symmetry.

The main parachutes were tested with air velocities from 30 up to 40 m/s. In that case it was observed that the cross canopy cluster presented no canopy oscillation and rotation around the axis of symmetry. The parachutes showed intensive rotation which caused lines twisting and consequently their shortening. Use of three parachutes (Scheme 1) and destorsetor provides the reduction of parachute rotation. Drag coefficient of three cross parachute cluster depends on the type of fixation between the canopies. The cluster with free blade canopies has the highest drag coefficient.

The annular main parachute (Scheme 2) shows that it has a balanced angle of attack ( $30-35^\circ$ ) with the periodical orientation turning around this angle. The reason is that the main parachute models have a length difference (up to 3% of nominal size) and there is an influence of the size scale on the canopy motion. With the aim to explain this problem an improvement of these models was done and these parachute types were manufactured (in real scale) to perform aircraft flight testing. The testing was then conducted with parachute models which had a line length difference less than 1.5%. The video registration of parachute functioning during model-rocket testing shows that the annular parachute had no rotation and reduced angle of attack. Nevertheless, the cross parachutes presented rotation and twisting. All tested parachute systems presented normal sequence of functioning.

Flight tests of two variants of parachute system, in real scale, were conducted in April 1998. A cloth cylindrical casing with mass of 60 kg was used as a capsule model. The initial deployment of the parachutes was done with the help of a break cord connected with a light aircraft. At the predetermined altitude the capsule model was separated from

the aircraft and the break cord was broken. Consequently the parachute system stretched.

The flight altitude at the moment of falling down (initial height),  $H_0$ , the time relapsed extracting and inflating the main canopy(ies),  $t_e$ , and the time of the system descending with the inflated parachute(s),  $t_d$ , were registered during each experiment. The parachute descending process was registered by photo and video cameras.

Settled vertical velocity (rate) of system descent,  $V_{cr}$ , and main parachute drag coefficient,  $C_D$ , were then calculated with following equations:

$$V_{cr} = (H_0 - g t_e^2/2)/t_d \quad (13)$$

$$C_D = 2 m_c g / (S \rho V_{cr}^2), \quad (14)$$

where

$m_c$  - system mass, kg.

$S$  - parachute area,  $m^2$ ,

$\rho$  - air density,  $kg/m^3$ .

$g$  - gravity acceleration,  $m/s^2$ .

The registered and calculated parameters of the tested parachute variants are shown in Table I.

Table I - Parachute Measured Parameters

Parachute Parameters	Area $S, m^2$	Initial Height $H_0, m$	Rate of Descent $V_{cr}, m/s$	Drag Coefficient $C_D$
Drag Blade Ribbon	1.2	520	accelerated	no settled $V_{cr}$
Main Cross Cluster	3 x 9	00	7.23	0.68
Main Annular	18	700	9.13	0.80
Main Annular (Riff.)	80	650	4.47	0.60

It follows that according to flight test results, main annular parachutes have higher drag coefficients than their models (made in scale 1:5) tested in wind-tunnels. Photographs of tests are shown in Figure 13.

Visual observation, videoregistration and photographs have shown that all parachutes of the tested recovery system configurations were deployed and inflated without delay, presented a stable canopy form and descended without rotation and oscillation.

The two variants, tested and analysed, can be so recommended as safe recovery systems prototypes for conduction of future experiments.

## CONCLUSIONS

A general programm concerning ground, wind-tunnel and flight tests of a recovery system for small returnable orbital payloads or spacecrafts, based on parachutes, as also testing methods and results, was the scope of the present work.

The high performance recovery system under investigation, based on a three stage parachute system, is well suited to recover orbital payloads up to 200 kg at ground surface. The system under development considers also use of impact attenuators with the aim of reducing the loads during the landing at ground. The high reliability and low mass of parachute systems lead to their choice as most adequate for the present case.

The paper briefly showed and discussed the testing methods and preliminary results of an experimental investigation concerning the aerodynamics and dynamics of the parachutes.

Simple  $S=0.378 \text{ m}^2$  (blocage 6%)

Cluster  $S=3 \times 0.378 \text{ m}^2$

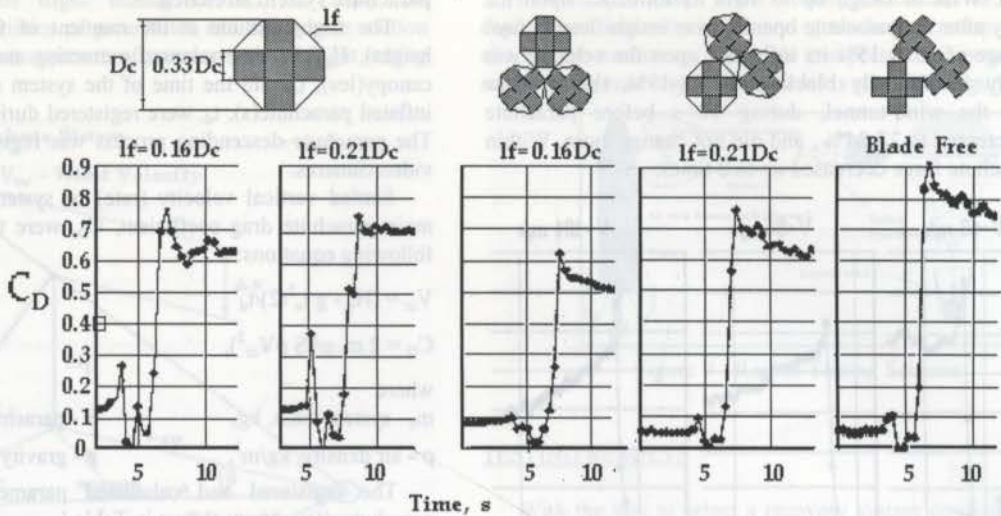


Figure 12 - Cross Parachute Drag Coefficient vs Time during Canopy Inflation. TA-2 Wind Tunnel Testing,  $V = 35\text{-}40 \text{ m/s}$

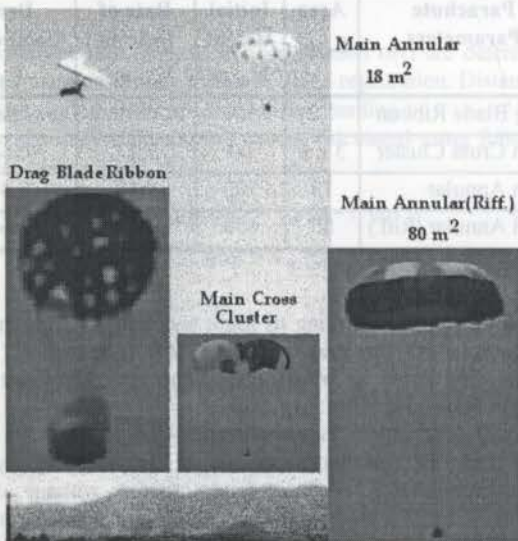


Figure 13 - Flight Testing of Parachute Recovery System

This work leads also and again to the conclusion that parachute development is still mainly empirical, so that great effort has to be done in the elaboration and execution of several testing methods and programs.

#### ACKNOWLEDGMENTS

The first author would like to express his gratitude to CNPq for supporting him as guest scientist (Grant No. 300.186/96-7) at CTA/IAE. The second author also thanks CNPq for financial support of the project (Grant No. 520.475/97-6).

#### REFERENCES

Deweese, J. H., Schultz, E. R. and Nutt, A. B., 1978, "Recovery System Design Guide", Technical Report, AFFDL-TR-78-151, California, USA  
 Ewing, E. G., 1968, "Design Development of U. A. Recovery System", SAMSO 68-244 (AD 8359172)

Fallow, A.J., 1986, "The Annular Parachute and Approach to a Low Altitude Personnel Parachute", AIAA Paper 86-2449

Knacke, T. W., 1992, "Parachute Recovery System. Manual", Para Publishing, Santa Barbara, USA

Koldaev, V. K., 1986, "Ribbon Parachute". The Invention n<sup>o</sup> 281556 with priority from 30.06.86, Inventions and Discoveries Affairs State Committee of USSR

Koldaev, V. and Figueredo, E. Q., 1996, "Estudo Preliminar para Implantação de Infraestrutura Básica para Desenvolvimento de Sistemas de Recuperação de Cargas Úteis Espaciais", CTA/IAE, NT-121/ASE-N/96, São José dos Campos-SP

Koldaev, V., Figueredo, E. Q. and Moraes, P. Jr., 1997, "Design of a Recovery System for Small Orbital Payloads", XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Bauru-SP

Koldaev, V., Moraes, P. Jr., 1998, "Design of Impact Attenuators for Ground Recovery of Small Space Capsules", Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, Fortaleza-CE, 27-30 Out

Moraes, P. Jr., 1997a, "Concepção Preliminar de Plataforma Orbital para Experimentação em Ambiente de Microgravidade", CTA/IAE, NT-132-ASE-N, São José dos Campos-SP

Moraes, P. Jr., 1997b, "Uso de Balão Estratosférico para Ensaios em Vôo do SARA", CTA/IAE, NT-133/ASE-N, São José dos Campos-SP

Pepper, W. B., Maydew, R. C., 1971, "Aerodynamic Decelerators - An Engineering Review", *Journal of Aircraft*, vol. 8, no. 1, pp. 3-19

Peterson, C. W., 1990, "High Performance Parachutes", *Scientific American of Aircraft*, pp. 108-116

Strickland, J. H., Higuchi, H., 1996, "Parachute Aerodynamics: An Assessment of Prediction Capability", *Journal of Aircraft*, Vol.33, N<sup>o</sup>2



## NUMERICAL SIMULATION OF THE FLOW AROUND A ROTATING CIRCULAR CYLINDER USING THE VORTEX METHOD

**Angelo A. Mustto\*, Gustavo C. R. Bodstein\*, Miguel H. Hirata\*\***

\*Department of Mechanical Engineering, EE/COPPE/UFRI, C. P. 68503  
21945-970 - Rio de Janeiro - RJ - Brazil

\*\*Department of Mechanical Engineering, IEM/EFEL, C. P. 50  
37500-000 - Itajubá - MG - Brazil

### SUMMARY

*In this paper we simulated the two-dimensional, incompressible, unsteady flow around a rotating circular cylinder at high Reynolds numbers and low rotation rates. Our lagrangian vortex method algorithm computed the convective-diffusive vorticity transport without a mesh. The aerodynamic drag and lift forces were calculated for cases in which classical and reverse Magnus effects are observed in the experiments. The results showed good agreement with experimental and numerical results available in the literature.*

### INTRODUCTION

The incompressible flow around a circular cylinder has been the subject of intense studies over the last decades due to the numerous engineering problems where it may be present. In addition, this problem has attracted much scientific interest, both theoretical and experimental, since it is characterized by several different regimes, depending on the value of the Reynolds number. These regimes range from steady Stokes-type flows to strongly unsteady flows, where a Von Karman-type periodic wake is formed. In these flows, two distinct regions can be identified: one essentially irrotational, and the other with concentrated vorticity originated from the boundary layer, the shear layers that emanate from the separation points, and the wake downstream of the body.

The separation phenomenon associated with the existence of adverse pressure gradients on the surface of a bluff body such as a circular cylinder strongly affects the entire flow. The vorticity generated on the body surface is shed alternately from the separation points on the top and the bottom surfaces. According to Goldstein (1965), Prandtl was the first one to realize that adding rotation to a circular cylinder delays the occurrence of separation on the accelerated side. Although the opposite trend happens on the decelerated side, the global effect is to reduce the drag coefficient, for a certain range of values of the Reynolds number and the rotation rate. Furthermore, the resulting lack of (mean) flow symmetry with respect to the (mean) flow direction generates a lift force in the direction transverse to the freestream flow. This phenomenon is widely known as *Magnus effect*. Depending on the values of the Reynolds number and the rotation rate, the lift force may revert its sign along the transverse flow direction due to one-sided occurrence of transition in the boundary layer. Swanson (1961) discussed this physical process in detail and provided an extensive summary of experimental data on the lift and drag coefficients for a wide range of Reynolds numbers and rotation rates. Ericsson (1980) also shed light on the effect of body motion (rotation and translatory oscillation) on the Karman vortex shedding mechanism. Coutanceau and Ménard (1985), and Badr et al. (1990) also performed experimental measurements on the flow around a rotating circular cylinder for values of the Reynolds number less than  $10^4$  and rotation rates up to 3.5. Simulations using the vortex

method have also been performed by Kimura and Tsutahara (1987), Kimura et al. (1992), Chang and Chern (1991), Chew et al. (1995), among others. Mustto et al. (1998) have recently presented some preliminary results for the flow around a rotating circular cylinder using a mesh-free vortex method. This numerical method was used to carry out all the simulations presented here.

In flows with a region of concentrated vorticity, such as the oscillatory wake behind a circular cylinder, vortex methods have become a suitable tool to simulate the flow. In a lagrangian approach discrete vortices are generated near the cylinder surface. The convective mechanism is simulated through the motion of the vortices, which may be computed using the Biot-Savart law or some other faster algorithm (Koumoutsakos and Leonard, 1995). The diffusion process, on the other hand, may also be simulated without a mesh by using either the random-walk method (Lewis, 1991), or the velocity-diffusion method (Ogami and Ayano, 1995) or even the core-spreading method (Kamemoto, 1994).

In this paper we focus our attention on a two-dimensional, incompressible, unsteady and high Reynolds number flow around a circular cylinder rotating about its longitudinal axis. We aim at applying and testing the algorithm developed by Mustto et al. (1998) to this flow and comparing the results to other numerical and experimental ones available in the literature. More specifically, we wish to find out whether our algorithm is capable of predicting the classical Magnus effect on a rotating cylinder as well as the occurrence of reverse Magnus effect, where the lift force reverses its sign. In our algorithm Lamb vortices are generated near the cylinder surface, whose strengths are calculated so as to simultaneously satisfy the no-slip and the circulation conservation conditions: the circle theorem is used to exactly enforce the impermeability condition on the cylinder surface. The convection process is carried out with a lagrangian first-order time-marching scheme, and the diffusion process is simulated using the random walk method. The aerodynamic forces are calculated from the extended Blasius formula for unsteady flows.

The basic equations that govern the problem under investigation are presented in the next section, followed by a description of the numerical method and the algorithm. In the last section the results are presented, discussed and compared to other numerical and experimental results available in the literature, and final conclusions are drawn.



## MATHEMATICAL FORMULATION

We begin our analysis considering the flow around a circular cylinder, immersed in an unbounded region with a uniform flow and freestream speed  $U$ . We assume the flow to be incompressible and two-dimensional, and the fluid to be newtonian, with constant properties. The unsteady flow that develops has its origin on the separation that occurs on the cylinder surface, which generates an oscillatory wake downstream of the body. This flow, depicted in Figure 1, is governed by the continuity and the Navier-Stokes equations, which can be written in the dimensionless form as

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{2}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2)$$

In the equations above  $\mathbf{u}$  is the velocity,  $p$  is the pressure, and  $Re = 2aU/\nu$  is the Reynolds number based on the cylinder diameter  $2a$ , being  $a$  the cylinder radius and  $\nu$  the fluid kinematic viscosity. All the quantities in Eqs. (1), (2) and the equations below are nondimensionalized by  $U$  and  $a$ .

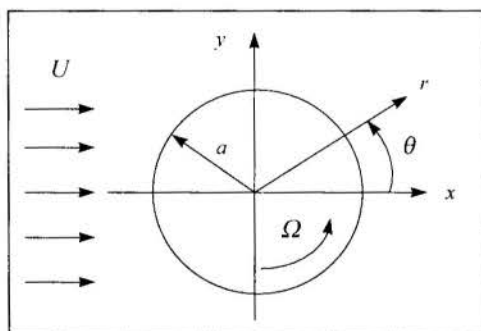


Figure 1 - Flow around a circular cylinder

For all the cases studied, the flow is started impulsively from rest. The impermeability and the no-slip boundary conditions on the surface of the rotating cylinder can be expressed, respectively, as

$$u_n \equiv \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0, \text{ at } r = 1, \quad (3)$$

$$u_t \equiv \mathbf{u} \cdot \mathbf{t} = \alpha, \text{ at } r = 1, \quad (4)$$

In Eq. (4)  $\alpha \equiv \Omega a/U$  is the (dimensionless) rotation rate, or spin parameter, or velocity ratio (rotational to translational velocity),  $\Omega$  is the cylinder angular velocity (positive in the counterclockwise direction),  $\mathbf{n}$  and  $\mathbf{t}$  are unit vectors normal and tangential to the cylinder surface, respectively. At infinity we require that

$$|\mathbf{u}| \rightarrow 1, \text{ as } r \rightarrow \infty. \quad (5)$$

The dynamics of the fluid motion, governed by the boundary-value problem (1), (2), (3), (4) and (5), can be studied in a more convenient way using the vorticity equation. For a 2-D flow this equation is scalar, and it can be written as

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{2}{Re} \nabla^2 \omega, \quad (6)$$

where  $\omega$  is the only non-zero component of the vorticity vector (in a direction normal to the plane of the flow).

Modeling the vorticity in the flow with point vortices a velocity field can be constructed to satisfy Eqs. (1), (3) and (5) automatically. Using the circle theorem (Milne-Thompson, 1955), a general expression for the complex velocity is given by

$$u - iv = \left(1 - \frac{1}{z^2}\right) - \frac{i}{2\pi} \sum_{k=1}^{N_v} \frac{\Gamma_k}{z - z_k(t)} + \frac{i}{2\pi} \sum_{k=1}^{N_v} \frac{\Gamma_k}{z - z_{k_m}(t)}, \quad (7)$$

where:  $u$  and  $v$  are the components of  $\mathbf{u}$  in the  $x$  and  $y$  directions, respectively;  $i \equiv \sqrt{-1}$ ;  $z \equiv x + iy$  is the position of any point in the complex plane of the flow;  $z_k$  is the position of the  $k^{\text{th}}$ -point vortex with strength  $\Gamma_k$ , and  $z_{k_m} \equiv 1/z_k$  is the position of its image at the inverse point (the  $*$  denotes complex conjugate); and  $N_v$  is the total number of vortices present in the flow (not considering their images). Note that the images at the origin, prescribed by the circle theorem, are neglected, since their presence affects the boundary condition at infinity for an asymmetric flow with respect to the  $x$ -axis (Sarpkaya, 1989).

The aerodynamic forces are calculated using the extended Blasius formula for unsteady flows (Milne-Thompson, 1955). This formula, applied to the problem under investigation, reduces to (Sarpkaya, 1989)

$$C_D + iC_L = -i \sum_{k=1}^{N_v} \Gamma_k [(u_k + iv_k) - (u_{k_m} + iv_{k_m})] \quad (8)$$

where  $C_D$  and  $C_L$  are the drag and lift coefficients, respectively, and the velocities on the right-hand side of Eq. (8) are calculated at the  $k^{\text{th}}$ -vortex position and its image. Blasius formula provides a convenient way to compute the aerodynamic forces on the cylinder without computing the pressure field.

## THE SOLUTION METHOD - THE VORTEX METHOD

The solution to the problem above is obtained using the Discrete Vortex Method developed by Musto et al. (1998), which is based on Eq. (6). This method uses an algorithm that splits the convective-diffusive operator (Chorin, 1973) in the form

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{2}{Re} \nabla^2 \omega \quad (10)$$

In a real flow vorticity is generated on the body surface so as to satisfy the no-slip condition, Eq. (4), and is transported by convection and diffusion into the flow according to Eq. (6). Our discrete vortex method represents the vorticity by discrete

vortices, whose transport at each time step is carried out in sequence. First, a lagrangian approach is used to simulate the convective process, governed by Eq. (9). The convective motion of each vortex generated on the body surface is determined by integration of each vortex path equation, which can be written, using a first-order Euler scheme, as

$$\Delta \mathbf{x}_c = \mathbf{u}[\mathbf{x}(t), t] \Delta t . \quad (11)$$

where  $\Delta \mathbf{x}_c$  is the displacement of a vortex owing to convection,  $\mathbf{x}$  is its position vector, and  $\mathbf{u}$  is its velocity vector calculated according to the Biot-Savart law at the point occupied by the vortex. Second, the process of viscous diffusion, governed by Eq. (10), is simulated using the Random Walk Method (Lewis, 1991), where the random displacement of each vortex in the  $x$  and  $y$  directions owing to diffusion,  $\Delta x_d$  and  $\Delta y_d$ , is calculated from

$$\Delta x_d = \Delta r \cos(\Delta \theta) \text{ and } \Delta y_d = \Delta r \sin(\Delta \theta) , \quad (12)$$

where

$$\Delta r = \left[ 8 Re^{-1} \Delta t \ln(1/P) \right] \text{ and } \Delta \theta = 2\pi Q . \quad (13)$$

In Eqs. (13),  $P$  and  $Q$  are random numbers between 0 and 1.

In order to desingularize the point vortices we use Lamb vortices for  $r \leq \sigma_0$ , where  $\sigma_0$  is the radius of the vortex core and  $r$  is the radial distance between the vortex center and the point in the flow field where the induced velocity is calculated. Thus, the mathematical expression for the induced velocity of the  $k^{th}$ -vortex in the circumferential direction,  $u_{\theta_k}$ , is

$$u_{\theta_k} = \frac{\Gamma_k}{2\pi r} \left\{ 1 - \exp \left[ -C \left( \frac{r^2}{\sigma_0^2} \right) \right] \right\} , \quad (14)$$

In this equation  $C = 5.02572$  is a constant. During a time step  $\Delta t$ , the core of a Lamb vortex grows from zero to  $\sigma_0$ , where

$$\sigma_0 = 6.34025 \sqrt{\frac{\Delta t}{Re}} . \quad (15)$$

This value is kept constant for the entire simulation. The distance  $\varepsilon$  off the cylinder surface where the new vortices are generated per time step is set equal to  $\sigma_0$  for all the cases studied here (Figure 2).

The time step  $\Delta t$  is calculated from an estimate of the convective length and velocity scales of the flow. For a length scale  $\Delta s$  on the cylinder surface, determined by the distance between vortices generated at the surface,  $2\pi/N$ ; and a (maximum) velocity scale of the order of  $(1 + \alpha)$ , we can write

$$\Delta t = \frac{2\pi k}{N(1 + \alpha)} . \quad (16)$$

In Eq. (16),  $0 < k \leq 1$  and  $N$  is the number of vortices generated per time step. We used  $k = 0.25$  in all the computations.

## NUMERICAL IMPLEMENTATION OF THE METHOD

The numerical method described above is implemented essentially in five steps: (i) vorticity generation; (ii) convection of the vortices; (iii) diffusion of the vortices; (iv) elimination of some vortices; (v) calculation of the forces on the body; (vi) stepping in time.

The process of vorticity generation is carried out from Eq. (4), so as to satisfy the no-slip condition. According to the discussion above the circle theorem guaranties that the impermeability condition is satisfied exactly on the cylinder surface. At each time step,  $N$  new vortices are created a small distance  $\varepsilon$  off the body surface (Figure 2), whose strengths are determined from Eq. (4) applied to  $N-1$  points right below the newly created vortices, along the radial direction. The  $N^{th}$  equation is a statement of conservation of circulation (Kelvin's theorem), which assures that the sum of strengths of all the vortices generated in the flow is zero. This procedure yields an algebraic system of  $N$  equations and  $N$  unknowns (the strengths of the new vortices), that is,

$$\sum_{k=1}^N A_{jk} \Gamma_k(t) = b_j(t) , \quad 1 \leq j \leq N-1 . \quad (17)$$

$$\sum_{k=1}^N \Gamma_k(t) = b_N(t) , \quad j = N . \quad (18)$$

The coefficients of the  $N \times N$  matrix,  $A_{jk}$ , for the first  $N-1$  rows, depend only on the position of the vortices just created and on the points on the cylinder surface where the no-slip condition is imposed, whereas the coefficients of the  $N^{th}$  row are unity (Eq. (18)). This matrix is, therefore, calculated only once. The vector  $b_j$ , which is recalculated every time step, includes the contribution of all the terms in Eq. (7).

Vortices that penetrate the body (due to the discrete convective and/or diffusive motion) or get passed a distance thirty diameters downstream of the body are eliminated. The first elimination procedure simulates vorticity destruction in regions of adverse pressure gradients on the cylinder surface. The second one reduces the number of vortices present in the flow and, therefore, reduces the CPU time. Because these vortices are very far downstream in the flow field, they do not affect the force calculation significantly.

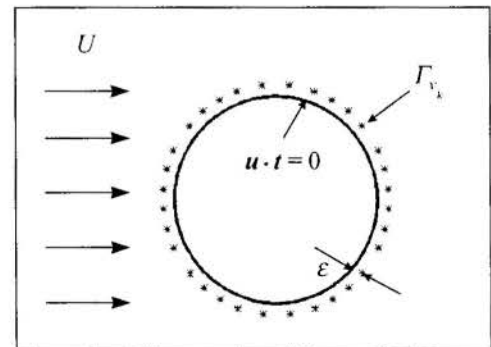


Figure 2: Position of vortex generation.

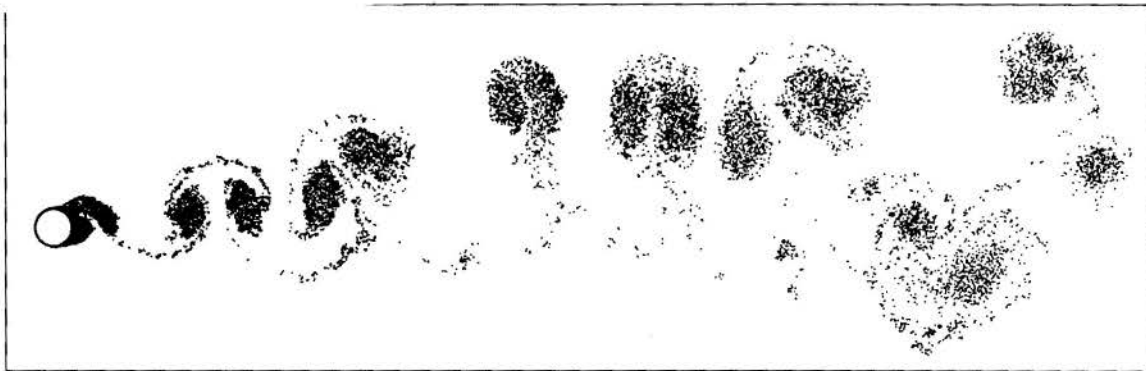


Figure 3 - Position of the wake vortices at  $t = 67.5$ ;  $Re = 1.05 \times 10^5$ ,  $\alpha = 0.3$ ,  $N = 16$ ,  $\sigma_0 = \epsilon = 0.0038$ ,  $\Delta t = 0.075$ .

## RESULTS AND CONCLUSIONS

The results for the rotating cylinder are now presented. Three simulations have been carried out, where both the Reynolds number and the rotation rate were varied. All runs were performed with  $\Delta t = 0.075$  and  $N = 16$ . This value of  $N$  produces fast simulations and provides  $\Delta t$  approximately equal to 0.075 (from Eq. (16)) for the two values of  $\alpha$  used, that is,  $\alpha = 0.2$  and  $\alpha = 0.3$ . Two values of the Reynolds number were also chosen:  $Re = 1.05 \times 10^5$  and  $Re = 2.25 \times 10^5$ . These values of  $Re$ , together with  $\Delta t = 0.075$ , produce  $\sigma_0 = \epsilon = 0.0038$  and  $\sigma_0 = \epsilon = 0.0030$ , respectively.

The first case studied corresponds to  $Re = 1.05 \times 10^5$  and  $\alpha = 0.3$ . For these values the experiments of Swanson's (1961) show the occurrence of classical lift. Figure 3 shows the position of vortices due to flow separation on the cylinder surface can be seen. One can also observe the effect of rotation on the wake, which is moving upwards with respect to the horizontal line. The rightmost part of the figure corresponds to the initial numerical transient.

The graph of the time variation of the lift and drag coefficients can be seen in Figure 4. The experimental value of the drag coefficient obtained by Swanson is 1.17, whereas our numerical mean value is 1.03. On the other hand, the lift coefficient due to Magnus effect oscillates about an average value of -0.50, which indicates that our simulation predicts the occurrence of classical lift on the cylinder, as the experiments do. For comparison, the value measured by Swanson for this Reynolds number and rotation rate is about -0.22. This shows that the numerical method is able to predict the generation of a lift force on a rotating circular cylinder, although the agreement between the numerical and the experimental values obtained is only approximate. The drag prediction is much closer to the experimental value due to the fact that the rotation rate is not high enough to strongly influence the wake pattern. In other words, from the point of view of the drag coefficient, the flow is very similar to the flow around a non-rotating circular cylinder (Mustto et al., 1998), whereas the non-zero value of  $\alpha$  does have a definite effect on the lift coefficient.

The mean lift coefficient obtained by Kimura and Tsutahara (1987) is about -0.50, for the same values of  $Re$  and  $\alpha$ , which coincides with ours (they do not present results for the drag coefficient). Their result was obtained from a simulation using a vortex method with fixed separation points.

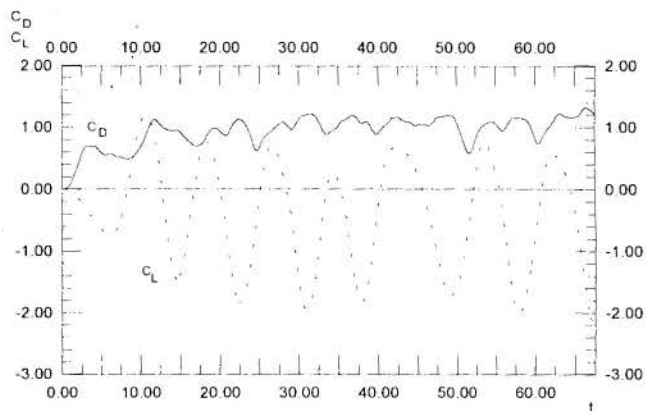


Figure 4 - Time variation of  $C_D$  and  $C_L$ ;  $Re = 1.05 \times 10^5$ ,  $\alpha = 0.3$ ,  $N = 16$ ,  $\sigma_0 = \epsilon = 0.0038$ ,  $\Delta t = 0.075$ .

Table 1 - Comparison between experimental and numerical results;  $Re = 1.05 \times 10^5$ ,  $\alpha = 0.3$

$Re = 1.05 \times 10^5$ $\alpha = 0.3$	$\overline{C_L}$	$\overline{C_D}$
Swanson (experimental)	-0.22	1.17
Kimura & Tsutahara (numerical)	-0.50	---
Present simulation	-0.50	1.03

According to Swanson's experimental results it is possible to observe a phenomenon known as *reverse Magnus effect*, where the lift force changes sign for certain values of the Reynolds number and the rotation rate. This phenomenon occurs because turbulent separation takes place on the accelerated side of cylinder, whereas laminar separation occurs on the decelerated side. The asymmetry developed moves the stagnation and the separations points from their positions where a classical lift is generated. As a consequence, the pressure distribution on the cylinder also changes, so that the lift force changes its sign.

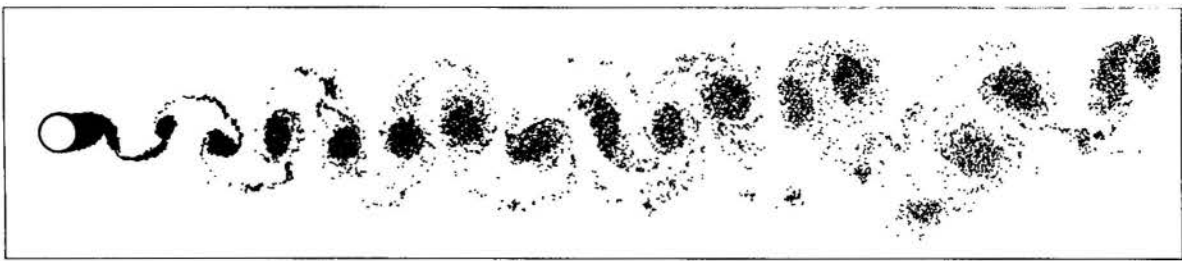


Figure 5 - Position of the wake vortices at  $t = 67.5$ ;  $Re = 225000$ ,  $\alpha = 0.2$ ,  $N = 16$ ,  $\sigma_0 = \epsilon = 0.003$ ,  $\Delta t = 0.075$ .



Figure 6 - Position of the wake vortices at  $t = 67.5$ ;  $Re = 225000$ ,  $\alpha = 0.3$ ,  $N = 16$ ,  $\sigma_0 = \epsilon = 0.003$ ,  $\Delta t = 0.075$ .

Two simulations were performed to investigate whether our algorithm is able to predict the occurrence of reverse Magnus effect. The values of the numerical parameters used in these simulations are:  $N = 16$ ,  $\sigma_0 = \epsilon = 0.003$ , and  $\Delta t = 0.075$ . The Reynolds number is  $Re = 2.25 \times 10^5$ , and the two values of the rotation rate are  $\alpha = 0.2$  and  $\alpha = 0.3$ , respectively. For this Reynolds number and values of  $\alpha$  between 0 and 0.55, Swanson measured reverse lift coefficients.

The graphs for the position of the wake vortices at  $t = 67.5$  are shown in Figure 5 and Figure 6, respectively. As in the previous case, the rightmost part of the figures corresponds to the initial numerical transient. We also notice the formation of large pairs of vortices (*vortex pairing*) generated from the alternate vortex shedding mechanism caused by separation. The corresponding time variation of the lift and drag coefficients are depicted in Figures 7 and 8, which show that these two simulations are able to predict the occurrence of reverse Magnus effect. The mean value of the lift coefficient has a sign that is opposite to the first case discussed above, where the classical Magnus effect was predicted in the simulation and observed in the experiments.

Most of the numerical simulations carried out so far that are available in the literature and deal with rotating circular cylinders investigate either short time solutions (Badr et al., 1990) or Reynolds numbers up to  $10^4$  (Kimura et al., 1992), (Chew et al., 1995), among others. As an exception, Kimura and Tsutahara (1987) simulate flows of higher Reynolds number and longer times. However, their results for  $Re = 1.44 \times 10^5$  and  $\alpha = 0.2$  predict the occurrence of the reverse lift, whereas Swanson's experimental results indicate the occurrence of classical lift. In the present study, the simulations carried out for  $Re = 2.25 \times 10^5$  yield reverse (mean) lift forces, i. e., 0.38 for  $\alpha = 0.2$  and 0.42 for  $\alpha = 0.3$ , as observed in the experiments. These results are presented in Tables 2 and 3. Numerical results for these values of  $Re$  and  $\alpha$  were not found in literature to be compared to ours.

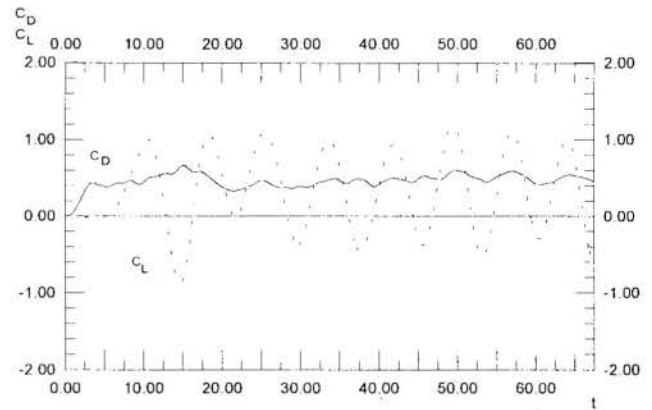


Figure 7 - Time variation of  $C_D$  and  $C_L$ :  $Re = 2.25 \times 10^5$ ,  $\alpha = 0.2$ ,  $N = 16$ ,  $\sigma_0 = \epsilon = 0.003$ ,  $\Delta t = 0.075$ .

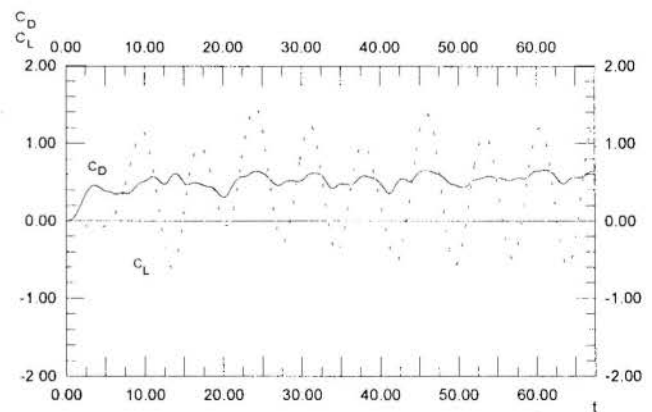


Figure 8 - Time variation of  $C_D$  and  $C_L$ :  $Re = 2.25 \times 10^5$ ,  $\alpha = 0.3$ ,  $N = 16$ ,  $\sigma_0 = \epsilon = 0.003$ ,  $\Delta t = 0.075$ .



Table 2 - Comparison between experimental and numerical results;  $Re = 2.25 \times 10^5$ ,  $\alpha = 0.2$ .

$Re = 2.25 \times 10^5$ $\alpha = 0.2$	$\overline{C_l}$	$\overline{C_D}$
Swanson (experimental)	0.33	0.72
Present simulation	0.38	0.46

Table 3 - Comparison between experimental and numerical results;  $Re = 2.25 \times 10^5$ ,  $\alpha = 0.3$ .

$Re = 2.25 \times 10^5$ $\alpha = 0.3$	$\overline{C_l}$	$\overline{C_D}$
Swanson (experimental)	0.39	0.61
Present simulation	0.42	0.52

The results, presented in Tables 2 and 3 for easy comparison, show a good agreement between the present study and Swanson's experimental results. This indicates the potential of our numerical algorithm to study such complex flows, even when low resolution simulations are performed. The differences encountered in the comparisons with the experimental data may be attributed to the following reasons: the flow is subject to three-dimensional effects in the experiments, whereas the simulations are fully two-dimensional; the flow itself, particularly the lift coefficient, is very sensitive to the values of the Reynolds number and the rotation rate (see Swanson); the resolution of the simulation due to the small value used for the number of vortices generated per time step,  $N$ , is low.

In summary, the simulations presented in this paper show very encouraging results. As one can see from the discussion above the vortex method used here to study the two-dimensional incompressible unsteady flow around a rotating circular cylinder is able to predict the main features of the flow for high Reynolds numbers and low rotation rates. The calculated aerodynamic forces are close to the experimental and numerical data used for comparison. More importantly, the simulations capture unique flow mechanisms, such as the occurrence of classical as well as reverse Magnus effects. It is, however, clear that higher resolution simulations need to be performed to improve the overall accuracy of the results. A wider range of  $Re$  and  $\alpha$  values also needs to be investigated.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to acknowledge CNPq for its financial support during the time of this project, under grant no. 521260/94-9.

#### REFERENCES

Badr, H. M., Coutanceau, M., Dennis, S. C. R., and Ménard, C., 1990, "Unsteady Flow Past a Rotating Circular Cylinder at Reynolds Numbers  $10^3$  and  $10^4$ ", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 220, pp. 459-484.

Coutanceau, M., and Ménard C., 1985, "Influence of Rotation on the Near-Wake Development Behind an Impulsively

Started Circular Cylinder". *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 158, pp. 399-446.

Chang, C. C., and Chern, R. L., 1991, "Vortex Shedding from an Impulsively Started Rotating and Translating Circular Cylinder". *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 233, pp. 265-298.

Chew, Y. T., Cheng, M., and Luo, S. C., 1995, "A Numerical Study of Flow Past a Rotating Circular Cylinder Using a Hybrid Vortex Scheme". *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 299, pp. 35-71.

Chorin, A. J., 1973, "Numerical Study of Slightly Viscous Flow". *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 57, pp. 785-796.

Eriesson, L. E., 1980, "Karman Vortex Shedding and the Effect of Body Motion". *AAA Journal*, Vol. 18, pp. 935-944.

Goldstein, S., 1965, *Modern Developments in Fluid Dynamics*, Cambridge Univ. Press.

Kamemoto, K., 1994, "Development of Vortex Methods for Grid-Free Lagrangian Direct Numerical Simulation". *Proceedings of the 3th. JSME-KSME Fluids Engineering Conference*, July 25-27, Sendai, Japan.

Kimura, T., and Tsutahara, M., 1987, "Flows About a Rotating Circular Cylinder by the Discrete Vortex Methods". *AAA Journal*, Vol. 25, No. 1, pp. 182-184.

Kimura, T., Tsutahara, M., and Wang, Z., 1992, "Wake of a Rotating Circular Cylinder". *AAA Journal*, Vol. 30, No. 2, pp. 555-556.

Koumoutsakos P. and Leonard, A., 1995, "High-Resolution Simulations of the Flow Around an Impulsively Started Cylinder Using Vortex Methods". *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 296, pp. 1-38.

Lewis, R. I., 1991, *Vortex Element Methods for Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems*, Cambridge University Press, Cambridge.

Milne-Thomson, L. M., 1955, *Theoretical Hydrodynamics*, MacMillan & Co.

Musto, A. A. C., Hirata, M. H. and Bodstein, G. C. R., 1998, "Discrete Vortex Method Simulation of the Flow Around a Circular Cylinder with and Without Rotation". *AIAA Paper 98-2409*, 16<sup>th</sup>, *Applied Aerodynamics Conference*, Albuquerque, N.M., June 15-18.

Ogami, Y. and Ayano, Y., 1995, "Flows Around a Circular Cylinder Simulated by the Viscous Vortex Method - The Diffusion Velocity Method". *Computational Fluid Dynamics Journal*, Vol. 4, No. 3, pp. 383-399.

Sarpkaya, T., 1989, "Computational Methods with Vortices - The 1988 Freeman Scholar Lecture". *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 111, pp. 5-52.

Swanson, 1961, W. M., "The Magnus Effect: A Summary of Investigations to Date". *Journal of Basic Engineering*, Vol. 83, pp. 461-470.



**LAMINAR FORCED CONVECTION INSIDE CIRCULAR SECTOR TUBE WITH  
VARIABLE BOUNDARY HEAT FLUX**

**J. B. APARECIDO & M. N. ÖZISIK**

**Departamento de Engenharia Mecânica  
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira  
Universidade Estadual Paulista  
Ilha Solteira, SP, BRASIL**

**Mechanical and Aerospace Engineering Department  
College of Engineering  
North Carolina State University  
Raleigh, NC, USA**

**SUMMARY**

*Hydrodynamically fully developed, thermally developing, three-dimensional laminar forced convection inside a straight circular sector tube is studied analytically using the Generalized Integral Transform Technique. The quantities of practical interest, such as the bulk fluid temperature, average wall temperature, local Nusselt number, average Nusselt number and incremental heat transfer number for variable boundary heat flux are presented. The opening angle results shown are for  $\phi_0 = 120^\circ$ .*

**INTRODUCTION**

Heat transfer by laminar forced convection within tubes of various cross-sectional shapes is of interest in the design of low Reynolds number heat exchange apparatus such as compact heat exchangers and solar collectors. Thermally developing, hydrodynamically developed forced convection inside tubes of simple geometries such as a circular tube, parallel plate and annular duct has been studied and documented in some books by Shah and London (1978), Shah (1983), and Shah and Bhatti (1987). The previous research in circular sector ducts, in some cases in semicircular duct, Eckert and Irvine (1956), Eckert *et al* (1958), Sparrow and Haji-Sheikh (1965), Chiranjivi and Vidyanidhi (1973), Trupp and Lau (1984), and Lei and Trupp (1989a,b), deal mostly with fully developed laminar flow forced convection problems. The aspects considered in those works are velocity profile, maximum velocity, pressure drop and heat transfer quantities. For thermally developing and hydrodynamically developed flow, such problem was solved for some different boundary conditions: Hong and Bergles (1974) used a kind of constant heat transfer condition, Manglik and Bergles (1988) used an isothermal condition, and Lei and Trupp (1990) used two kinds of constant heat transfer conditions. Presently we examine the heat transfer in hydrodynamically developed, thermally developing laminar forced convection flow within a circular sector tube, under an angularly variable heat flux boundary condition, for the opening angle ranging from  $\phi_0 = 60^\circ$  to  $360^\circ$ . For short we present results just for  $\phi_0 = 120^\circ$ .

**MATHEMATICAL MODELLING OF THE PROBLEM**

Regard thermally developing, hydrodynamically developed, constant properties, laminar forced convection inside a circular sector tube having a cross-section enclosed to the dimensionless domain  $0 < R < R_w$ ,  $0 < \phi < \phi_0$ , and  $X > 0$  as depicted in Figure 1.

The outer curved wall is subjected to azimuthally varying dimensionless surface heat flux  $Q(\phi)$ , while the plane surfaces are kept insulated. The mathematical modeling of this heat transfer problem is given in the dimensionless form as:

The energy equation becomes

$$U(R, \phi) \frac{\partial \Theta(R, \phi, X)}{\partial X} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[ R \frac{\partial \Theta(R, \phi, X)}{\partial R} \right] + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \Theta(r, \phi, X)}{\partial \phi^2}, \quad (1a)$$

$$\text{in the domain } 0 < R < R_w, \quad 0 < \phi < \phi_0, \quad X > 0, \quad (1b)$$

subject to the boundary conditions

$$\left. \frac{\partial \Theta(R, \phi, X)}{\partial \phi} \right|_{\phi=0} = 0, \quad 0 < R < R_w, \quad X > 0; \quad (2a)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta(R, \phi, X)}{\partial \phi} \right|_{\phi=\phi_0} = 0, \quad 0 < R < R_w, \quad X > 0; \quad (2b)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta(R, \phi, X)}{\partial R} \right|_{R=0} = \text{finite}, \quad 0 \leq \phi \leq \phi_0, \quad X > 0; \quad (2c)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta(R, \phi, X)}{\partial R} \right|_{R=R_w} = Q(\phi), \quad 0 \leq \phi \leq \phi_0, \quad X > 0; \quad (2d)$$

and to the inlet condition

$$\Theta(R, \phi, 0) = \Theta_0, \quad 0 \leq R \leq R_w, \quad 0 \leq \phi \leq \phi_0. \quad (2e)$$

The velocity field  $u(r, \phi)$  in an analytic form is given by Eckert and Irvine (1956). Consequently we can obtain the dimensionless velocity distribution  $U(R, \phi)$  dividing the velocity field  $u(r, \phi)$  by the average flow velocity.

Afterward the problem is solved and the temperature distribution within the fluid is established, the quantities of practical interest, such as, the bulk fluid temperature, average wall temperature, maximum temperature, local and average Nusselt numbers can readily be obtained from their definitions.

The above heat transfer problem is now solved by means of the Generalized Integral Transform Technique (GITT).

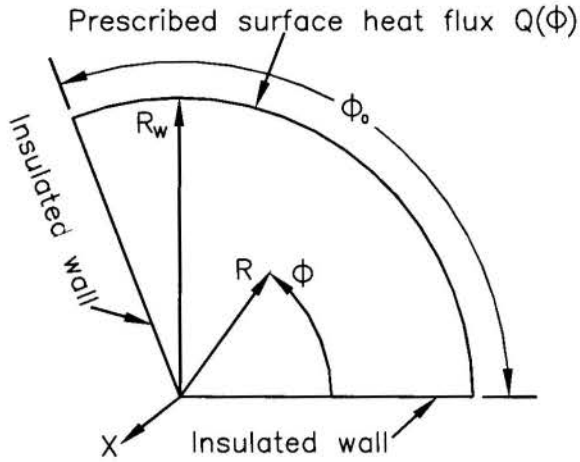


Figure 1 – Geometry and coordinate system

### GENERALIZED INTEGRAL TRANSFORM TECHNIQUE

The classical Integral Transform Technique (ITT or CITT) presented in (Sneddon, 1972), (Ozisk, 1989) and (Mikhailov and Ozisk, 1984), is an efficient tool for solving linear boundary value problems found in heat transfer applications; but, the method has limitations when the problems involve non-linearities, variable coefficients, moving boundaries, irregular geometry and non-separable eigenvalue systems. The Generalized Integral Transform Technique, on the other hand, can handle such problems by a formalism similar to that of the classical Integral Transform Technique. Since the pioneering work of Ozisk and Murray (1974) associated with the solution of a diffusion problem involving variable boundary condition coefficients, significant advances have been done in the use of this technique for a variety of more general problems. A complete state of the art of GITT can be found in the monograph by Cotta (1993). The use of GITT can be summarized by the following basic step as: choose the related auxiliary eigenvalue problems; develop the appropriate integral transform pairs; take the integral transform of original mathematical model which results in a denumerable system of coupled ordinary differential equations; truncate the resulting infinite dimensional system to a sufficiently large order and solve it explicitly through spectral decomposition technique or another suitable method. The procedures available in the Scientific Subroutines Packages, such as the IMSL (1987) can be used to solve the related matrix eigenvalue problem; invoke the inversion formulae to recover the solution for the potential distribution searched.

The above mentioned steps are now used to obtain the solution of the heat transfer problem under consideration.

Eigenvalue Problems in the  $\phi$  and  $R$  Variables. The eigenvalue problem in the  $\phi$  variable is given by

$$\frac{d^2\Psi(\mu, \phi)}{d\phi^2} + \mu^2\Psi(\mu, \phi) = 0, \quad 0 < \phi < \phi_0, \quad (3a)$$

subject to boundary conditions

$$\left. \frac{d\Psi(\mu, \phi)}{d\phi} \right|_{\phi=0} = 0, \quad \text{and} \quad \left. \frac{d\Psi(\mu, \phi)}{d\phi} \right|_{\phi=\phi_0} = 0. \quad (3b,c)$$

The eigenvalue problem in the  $R$  variable is taken as

$$\frac{d}{dR} \left[ R \frac{d\Phi(\beta, \mu_i, R)}{dR} \right] + \left( \beta^2 - \frac{\mu_i^2}{R^2} \right) \Phi(\beta, \mu_i, R) = 0, \quad 0 < R < R_w, \quad (4a)$$

subject to the boundary conditions

$$\left. \frac{d\Phi(\beta, \mu_i, R)}{dR} \right|_{R=0} = 0, \quad \text{and} \quad \left. \frac{d\Phi(\beta, \mu_i, R)}{dR} \right|_{R=R_w} = 0. \quad (4b,c)$$

Definition of the Integral Transform Pairs. The integral transform pair with respect to the  $\phi$  variable is stated as

$$\text{Transform} \quad \tilde{\Theta}_i(R, X) \equiv \int_0^{\phi_0} \Psi_i(\phi) \Theta(R, \phi, X) d\phi, \quad (5a)$$

$$\text{Inverse} \quad \Theta(R, \phi, X) \equiv \sum_{i=1}^{\infty} \Psi_i(\phi) \tilde{\Theta}_i(R, X). \quad (5b)$$

The integral transform pair with respect to the  $R$  variable is taken as

$$\text{Transform} \quad \bar{\Theta}_{im}(X) \equiv \int_0^{R_w} R \Phi_{im}(R) \tilde{\Theta}_i(R, X) dR, \quad (5c)$$

$$\text{Inverse} \quad \tilde{\Theta}_i(R, X) \equiv \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_{im}(R) \bar{\Theta}_{im}(R, X). \quad (5d)$$

Solving the above eigenvalue problem (3a-c) in the  $\phi$  variable we obtain the related eigenfunction

$$\Psi_i(\phi) \equiv \Psi(\mu_i, \phi) = B_i \cos(\mu_i \phi), \quad (i = 1, 2, \dots, \infty), \quad (6a)$$

where

$$B_i = \sqrt{\frac{1}{\phi_0}}, \quad i = 1; \quad B_i = \sqrt{\frac{2}{\phi_0}}, \quad i = 2, 3, \dots, \infty; \quad (6b,c)$$

$$\mu_i = \frac{(i-1)\pi}{\phi_0}, \quad (i = 1, 2, \dots, \infty). \quad (6d)$$

Solving also the above eigenvalue problem (4a-c) in the  $R$  variable we determine the related eigenfunction

$$\Phi_{im}(R) \equiv \Phi(\beta_{im}, R) = B_{im}^* J_{\mu_i}(\beta_{im} R), \quad (i, m = 1, 2, \dots, \infty), \quad (7a)$$

$$B_{im}^* = \frac{\sqrt{2}}{R_w} \text{ for } \mu_i = 0, \quad \beta_{im} = 0; \quad (7b)$$

$$B_{im}^* = \text{abs} \left[ \frac{\beta_{im}}{J_{\mu_i}(\beta_{im} R_w)} \right] \sqrt{\frac{2}{(\beta_{im}^2 R_w^2 - \mu_i^2)}} \text{ for } \beta_{im} \neq 0; \quad (7c)$$

$$\beta_{im} = \text{roots of } \left\{ J_{\mu_i}'(\beta R_w) = 0, \beta \geq 0 \right\}, \quad (i, m = 1, 2, \dots, \infty). \quad (7d)$$

where  $J_{\mu_i}(\beta_{im} R)$  is the Bessel function of first kind of order  $\mu_i$ .

Transforming the Mathematical Modeling of the Problem.

Doing the integral transform of the energy equation (1) and its boundary and initial conditions (2) by successive application of the transforms with respect to the  $\phi$  and  $R$  variables as defined above, the following infinite system of coupled ordinary differential equations are obtained for the double transform  $\bar{\bar{\Theta}}_{im}(X)$  of the dimensionless temperature

$$\sum_{j=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{ijmm} \frac{d\bar{\bar{\Theta}}_{jn}(X)}{dX} + \beta_{im}^2 \bar{\bar{\Theta}}_{im}(X) = \bar{\bar{G}}_{im}, \quad (i, m = 1, 2, \dots, \infty), \quad (8a)$$

where

$$A_{ijmm} = \int_0^{R_w} \int_0^{\phi_0} RU(R, \phi) \Psi_i(\phi) \Psi_j(\phi) \Phi_{im}(R) \Phi_{in}(R) d\phi dR, \quad (8b)$$

$$\bar{\bar{G}}_{im} = \frac{1}{2R_w} (4 - \mu_i^2) \int_0^{\phi_0} \Psi_i(\phi) Q(\phi) d\phi \int_0^{R_w} R \Phi_{im}(R) dR, \quad (8c)$$

subject to the double transform of the initial condition given by

$$\bar{\bar{\Theta}}_{im}(0) = \bar{\bar{F}}_{im} = \int_0^{R_w} R \Phi_{im}(R) \int_0^{\phi_0} \Psi_i(\phi) \left[ \Theta_0 - \frac{Q(\phi)R^2}{2R_w} \right] d\phi dR \quad (8d)$$

Truncating the Infinite System of Differential Equations. The system given by equations (8) provides an infinite number of coupled ordinary first order differential equations for the double transform of the temperature  $\bar{\bar{\Theta}}_{im}(X)$  subject to the double transformed initial condition  $\bar{\bar{\Theta}}_{im}(0)$ . This infinite system (8a,d) is then truncated to a finite dimension as shown below

$$\sum_{j=1}^M \sum_{m=1}^M A_{ijmm} \frac{d\bar{\bar{\Theta}}_{jn}(X)}{dX} + \beta_{im}^2 \bar{\bar{\Theta}}_{im}(X) = \bar{\bar{G}}_{im}, \quad (i, m = 1, 2, \dots, M), \quad (8e)$$

subject to the initial condition

$$\bar{\bar{\Theta}}_{im}(0) = \bar{\bar{F}}_{im}, \quad (i, m = 1, 2, \dots, M), \quad (8f)$$

where  $M$  is the number of terms in the truncated series; and  $N=M^2$  is the number of double transformed temperatures.  $M$  must be big enough to provide a desired accuracy. The finite system (8e,f) for the limiting case when  $M \rightarrow \infty$  recovers the infinite system (8a,d).

The system of equation (8e,f) can be written in the matrix form as

$$\mathbf{A} \frac{d\mathbf{Y}(X)}{dX} = \mathbf{B}\mathbf{Y}(X) + \mathbf{G}, \quad \mathbf{Y}(0) = \mathbf{F} \quad (9a,b)$$

where the matrices  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ , the vectors  $\mathbf{G}$  and  $\mathbf{F}$  are a proper representation of the scalar coefficients  $A_{ijmm}$ ,  $\beta_{im}^2$ ,  $\bar{\bar{G}}_{im}$  and  $\bar{\bar{F}}_{im}$  respectively. The vector  $\mathbf{Y}(X)$  is a representation of the double transform of temperature  $\bar{\bar{\Theta}}_{im}(X)$  and was defined as

$$\mathbf{Y}(X) = [\bar{\bar{\Theta}}_{11}(X), \bar{\bar{\Theta}}_{12}(X), \dots, \bar{\bar{\Theta}}_{1M}(X), \bar{\bar{\Theta}}_{21}(X), \bar{\bar{\Theta}}_{22}(X), \dots, \bar{\bar{\Theta}}_{2M}(X), \dots, \bar{\bar{\Theta}}_{M1}(X), \bar{\bar{\Theta}}_{M2}(X), \dots, \bar{\bar{\Theta}}_{MM}(X)]^T \quad (9c)$$

Multiplying equation (9a) by the inverse of matrix  $\mathbf{A}$  it becomes

$$\frac{d\mathbf{Y}(X)}{dX} = \mathbf{C}\mathbf{Y}(X) + \mathbf{H}, \quad \mathbf{C} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{G} \quad (9d-f)$$

Decoupling and Solving the Finite System of First Order Differential Equations. This technique presented here is based on the spectral decomposition of matrix  $\mathbf{C}$ , and it is general enough to be applied to all first order ordinary differential equations systems with initial conditions, constant coefficients and non-singular matrices  $\mathbf{A}$  and  $\mathbf{C}$ .

Intending to transform the coupled finite system (9b,d) in a decoupled finite system we now introduce the following linear transformation

$$\mathbf{Y}(X) = \xi \mathbf{Z}(X), \quad \text{with} \quad \xi^{-1} \mathbf{C} \xi = \mathbf{D}_\lambda \quad (10a,b)$$

where  $\xi$  is a square matrix in which a column vector  $\xi^{(q)}$ , ( $q = 1, 2, \dots, N$ ), is an eigenvector of matrix  $\mathbf{C}$  and  $\mathbf{D}_\lambda$  is a square diagonal matrix in which the diagonal elements are the corresponding eigenvalues  $\lambda_q$  ( $q = 1, 2, \dots, N$ ) of matrix  $\mathbf{C}$ .

Eigenvectors and eigenvalues of matrix  $\mathbf{C}$  are obtained from the following auxiliary matrix eigenvalue problem

$$(\mathbf{C} - \lambda_q \mathbf{I}) \xi^{(q)} = \mathbf{0}, \quad q = 1, 2, \dots, N. \quad (10c)$$

Substituting the equation (10a) into equations (9b,d) we have

$$\frac{d\mathbf{Z}(X)}{dX} = \xi^{-1} \mathbf{C} \xi \mathbf{Z}(X) + \xi^{-1} \mathbf{H} \quad \text{or} \quad \frac{d\mathbf{Z}(X)}{dX} = \mathbf{D}_\lambda \mathbf{Z}(X) + \xi^{-1} \mathbf{H}, \quad (11a,b)$$

$$\text{and} \quad \mathbf{Z}(0) = \xi^{-1} \mathbf{F}. \quad (11c)$$

$\mathbf{D}_\lambda$  is a square diagonal matrix thus the finite system (11b,c) is decoupled and can be readily solved to yield an explicit formula to  $\mathbf{Z}(X)$

$$\mathbf{Z}(X) = \exp(\mathbf{D}_\lambda X) [\xi^{-1} \mathbf{F} - \mathbf{L}(0) \xi^{-1} \mathbf{H}] + \mathbf{L}(X) \xi^{-1} \mathbf{H} \quad (11d)$$

and consequently for  $\mathbf{Y}(X)$

$$\mathbf{Y}(X) = \xi \exp(\mathbf{D}_\lambda X) [\xi^{-1} \mathbf{F} - \mathbf{L}(0) \xi^{-1} \mathbf{H}] + \xi \mathbf{L}(X) \xi^{-1} \mathbf{H}. \quad (11e)$$

The exponential of the diagonal matrix ( $\mathbf{D}_\lambda X$ ) can be expressed in the following form

$$\exp(\mathbf{D}_\lambda X) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & \exp(\lambda_2 X) & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & 0 & \exp(\lambda_3 X) & \Lambda & 0 \\ M & M & M & O & M \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda & \exp(\lambda_N X) \end{bmatrix} \quad (11f)$$

that is either a diagonal matrix. The matrix  $\mathbf{L}(X)$  is given by

$$\mathbf{L}(X) = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & -1/\lambda_2 & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1/\lambda_3 & \Lambda & 0 \\ M & M & M & O & M \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda & -1/\lambda_N \end{bmatrix} \quad (11g)$$

The first diagonal elements of the above matrices  $\exp(\mathbf{D}_i \mathbf{X})$  and  $\mathbf{L}(X)$  are equal to unity and  $X$ , respectively, because in this case the first matrix eigenvalue is zero. It is also implicit in this formulae that there are no multiple eigenvalues. If multiple eigenvalues occurs some arrangement must be done to accommodate such information.

**Temperature Solution.** Once the vector  $Y(X)$ , whose elements are the double transform of temperature  $\bar{\Theta}_{im}(X)$ , is known it is successively inverted by the inversion formulae defined by equations (5b,d) to recover the solution for the three-dimensional temperature distribution  $\Theta(R, \phi, X)$  from the following explicit expression

$$\Theta(R, \phi, X) = \sum_{i=1}^M B_i \cos(\mu_i \phi) \sum_{m=1}^M B_{im}^* J_{\mu_i}(\beta_{im} R) \bar{\Theta}_{im}(X) + \frac{Q(\phi)R^2}{2R_w}. \quad (12)$$

### THERMAL QUANTITIES OF PRACTICAL INTEREST

The bulk fluid temperature  $T_m(x)$ , the peripherally averaged wall temperature  $T_{w,m}(x)$ , the maximum temperature  $T_{max}(x)$ , and the peripherally averaged heat transfer coefficient  $h(x)$  at any tube cross section are determined as follow.

The bulk fluid temperature  $T_m(x)$  is determined from

$$T_m(x) \equiv \frac{1}{A_c u} \int_0^{\phi_0} \int_0^b u(r, \phi) T(r, \phi, x) r dr d\phi, \quad (13a)$$

peripherally averaged wall temperature  $T_{w,m}(x)$  is given by

$$T_{w,m}(x) \equiv \frac{1}{P} \int T(r, \phi, x) ds, \quad (13b)$$

maximum temperature  $T_{max}(x)$  is obtained by means of

$$T_{max}(x) = \max\{T(r, \phi, x); 0 \leq r \leq b, 0 \leq \phi \leq \phi_0, x \geq 0\}, \quad (13c)$$

and the peripherally averaged heat transfer coefficient  $h(x)$  is defined as

$$h(x) \equiv \frac{\int_0^{\phi_0} q_0(\phi) b d\phi}{P[T_{w,m}(x) - T_m(x)]}, \quad (13d)$$

The dimensionless forms of Equations (13a,c) are given by

$$\Theta_m(X) = \frac{2}{R_w^2 \phi_0} \int_0^{\phi_0} \int_0^{R_w} U(R, \phi) \Theta(R, \phi, X) R dR d\phi, \quad (14a)$$

$$\Theta_{w,m}(X) = \frac{1}{(2 + \phi_0) R_w} \int \Theta(R, \phi, X) dP, \quad (14b)$$

$$\Theta_{max}(X) = \max\{\Theta(R, \phi, X); 0 \leq R \leq R_w, 0 \leq \phi \leq \phi_0, X \geq 0\}, \quad (14c)$$

The local Nusselt number  $Nu(X)$  and the average Nusselt number  $Nu_m(X)$  are defined, respectively as

$$Nu(X) \equiv \frac{h(x) D_h}{k} = \frac{1}{2 + \phi_0} \frac{\int_0^{\phi_0} Q(\phi) d\phi}{\Theta_{w,m}(X) - \Theta_m(X)}, \quad (14d)$$

$$Nu_m(X) \equiv \frac{1}{X} \int_0^X Nu(X) dX. \quad (14e)$$

An explicit expression for the bulk fluid temperature  $\Theta_m(X)$  can be obtained by using the First Law of Thermodynamics, given in the following form

$$\Theta_m(X) = \frac{2X}{R_w \phi_0} \int_0^{\phi_0} Q(\phi) d\phi. \quad (14f)$$

### RESULTS AND DISCUSSION

To compute the double transform of temperature,  $\bar{\Theta}_{im}(X)$ , was used the equation (11e). The computations to obtain the temperature distribution  $\Theta(R, \phi, X)$  was performed by using the equation (12). The matrix eigenvalue problem given by equation (10c) was solved by using the subroutine DEVCGR of IMSL (1987). The Bessel function evaluation was done by the IMSL routine DBSJS and was about one hundred fifty slower than the computation of the standard SIN or COSIN routines. The computations were performed by using  $M=15$  terms in the series, for the opening angles  $\phi_0$  from  $60^\circ$  to  $360^\circ$  over the range of  $X$  from  $10^{-3}$  to 1. Here we present results just for  $\phi_0=120^\circ$ , the another angles show qualitatively the same behavior. The analysis are performed for a bounded generic  $Q(\phi)$ . The computations shown here were performed by using five variable boundary heat flux profiles presented in Table I. For comparison purposes the average of the heat flux  $Q(\phi)$  for  $\phi$  ranging from  $0^\circ$  to  $\phi_0$  is equal to the unity.

Figure 2 shows the cross section isotherms for the distance from the origin  $X=0.5$  and the constant boundary heat flux,  $Q(\phi)=1$ . Inspecting Figure 2 we can see that occurs two hot spots near each curved surface corners, where the temperature at the wall are highest. Hence, the maximum temperature occurs at the corners because, in the vicinity of the corners the flow velocity is very low. When the heat flux at the curved wall is constant, the temperature gradient near the corners must be high enough to remove the incoming heat from the wall to the flow. This result implies that when the heat flux is constant at the curved wall, the temperature is not. Furthermore, if the temperature is constant the heat flux must be variable. Therefore, it is not possible to have the temperature and heat flux to be simultaneously constant at the heated wall. Thus, to have maximum temperature distant from the corners it is necessary to have also heat flux much more intense in a position distant from the corners than near. Indeed, for the heat flux  $Q(\phi) = 6\eta(1-\eta)$ , that is zero for  $\phi=0^\circ$  and  $\phi_0$ , and maximum for  $\phi = \phi_0/2$ , the maximum temperature occurs at  $\phi = \phi_0/2$ , as can be seen on Figure 3.

Figure 4 shows the bulk fluid temperature  $\Theta_m(X)$  and average wall temperature  $\Theta_{w,m}(X)$ , for various heat flux profiles, plotted against the distance along the tube in the range of  $X$  from 0 to 1.

Table I – Variable boundary heat flux profiles  $Q(\phi)$ .

Description	Formula
Constant	$Q(\phi) = 1$
Linear	$Q(\phi) = 2\eta$
Parabola	$Q(\phi) = 3\eta^2$
Parabola	$Q(\phi) = 6\eta(1-\eta)$
Parabola	$Q(\phi) = 3(2\eta-1)^2$

Note:  $\eta = \phi/\phi_0$



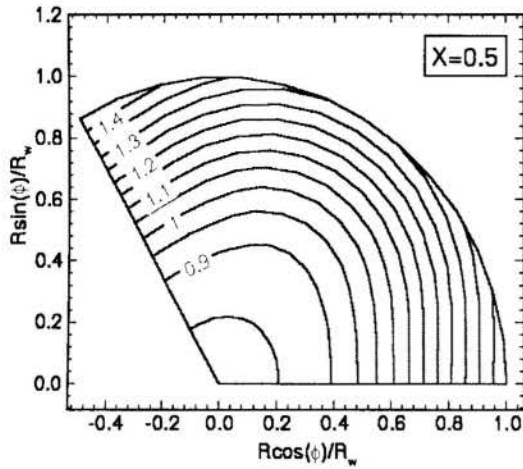


Figure 2 - Isotherms for the heat flux  $Q(\phi)=1$  at  $X = 0.5$

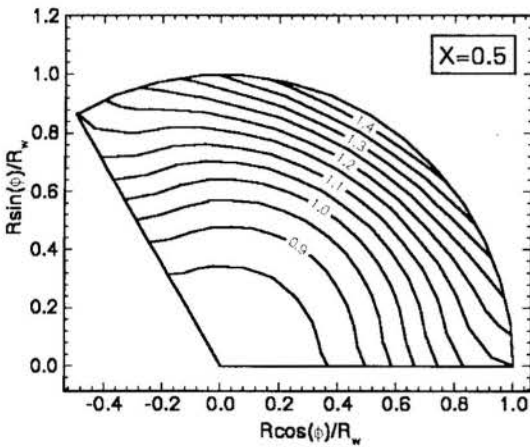


Figure 3 - Isotherms for the heat flux  $Q(\phi)=6\eta(1-\eta)$  at  $X = 0.5$

The average temperature  $\Theta_m(X)$  increases linearly along the length of the tube and present the same results for all heat fluxes. These results also show that, very near the inlet, the average wall temperatures  $\Theta_{w,m}(X)$  no longer varies linearly with distance along the wall. Our calculations show that for  $X$  greater than

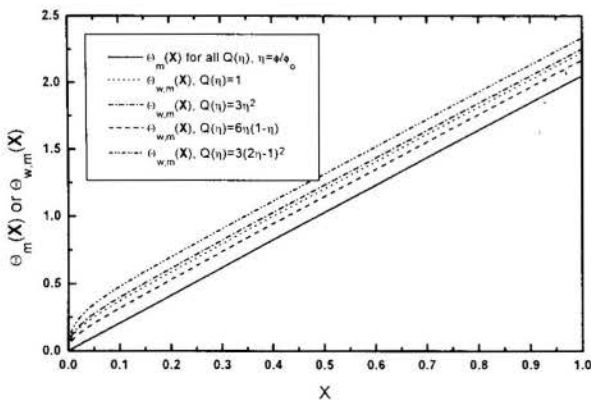


Figure 4 - Bulk fluid temperature  $\Theta_m(X)$  and average wall temperature  $\Theta_{w,m}(X)$  for various heat flux profiles.

about 0.1 the mean wall temperature  $\Theta_{w,m}(X)$  begins to vary linearly with distance along the wall; in addition, the curves became parallel to the respective bulk fluid temperature. It is interesting to note that the average wall temperatures for  $Q(\phi) = 1$  and for  $Q(\phi) = 2\eta$ , present the same results. The maximum temperature  $\Theta_{max}(X)$ , not shown here, behaves similarly to the mean wall temperature  $\Theta_{w,m}(X)$ . It grows up non-linearly with  $X$  ranging from  $X=0$  till nearly  $X=0.1$ , then it becomes a linear function of  $X$ . Maximum temperature curve also is parallel to the respective curves of bulk fluid temperature and mean wall temperature for values of  $X$  greater than about 0.1.

Figure 5 gives the variation of the local Nusselt numbers  $Nu(X)$  with distance along the tube over the range of  $X$  from  $10^{-3}$  to 1 for the heat fluxes shown in Table 1. Examining the local Nusselt number equation (14d) we conclude that it is the ratio between the total incoming heat flux and the difference between the bulk fluid temperature and the average wall temperature. Since the heat fluxes are known and its average values was set to the unity, then the numerator in that equation has the same value. Therefore Nusselt number variation among each case is due just to the temperature difference. The Nusselt number for the linear heat flux is equal to that of constant heat flux because the increment on the temperature field for high values of  $\phi$  is linearly compensated by its decrement for low values of  $\phi$ . As expected the case depicted in Figure 3 present lower values for the temperature difference than those shown for constant heat flux and hence higher values for the Nusselt number. Otherwise the rest two cases,  $Q(\phi) = 3\eta^2$  and  $Q(\phi) = 3(2\eta-1)^2$ , show comparatively higher difference temperature and lower Nusselt numbers. Similar behavior is found for the average Nusselt Number  $Nu_m(X)$ , presented in Figure 6.

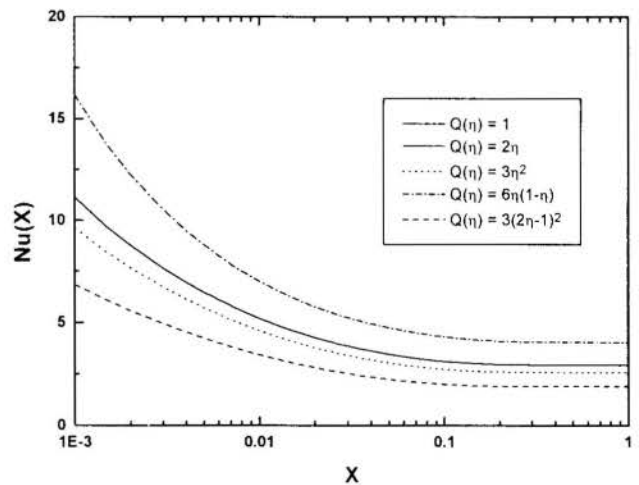


Figure 5 - Local Nusselt number  $Nu(X)$  for various heat flux profiles and the opening angle  $\phi_0 = 120^\circ$

Figure 7 shows the incremental heat transfer number,  $Ht_{inc}(X) = [Nu_m(X) - Nu(X)]X$ , for different heat fluxes. Its definition can be found in Shah and London (1978). As its formula carries the information about the local and average Nusselt numbers then its behavior is also similar to those.

The most of works presented in References, related to the circular sector tube geometry, deal with the fully developed case. Few cases treat of hydrodynamically developed and thermally developing flow. The closest works to ours seems to be those of

Hong and Bergles (1974), Manglik and Bergles (1988) and Lei and Trupp (1990), but dealing with different kinds of boundary conditions. So, it is not possible to do a direct results comparison.

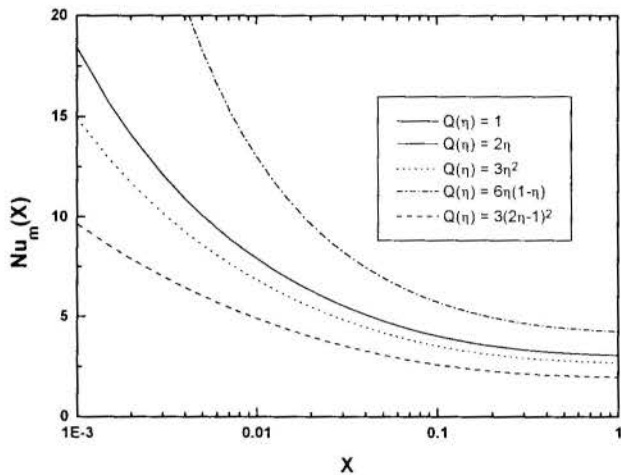


Figure 6 – Average Nusselt number  $Nu_m(X)$  for various heat flux profiles and the opening angle  $\phi_o = 120^\circ$

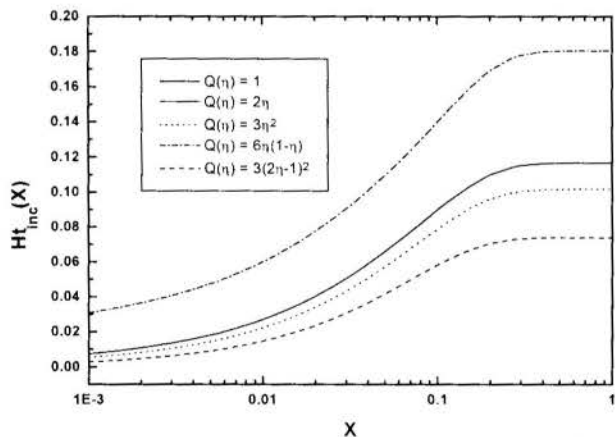


Figure 7 – Incremental heat transfer number  $Ht_{inc}(X)$  for different heat flux profiles and the opening angle  $\phi_o = 120^\circ$ .

#### ACKNOWLEDGMENTS

J. B. Aparecido acknowledge the financial support provided by CAPES and UNESP/Ilha Solteira Campus, both from BRAZIL, during his stay at NCSU/Raleigh/USA. This work was also supported in part by the National Science Foundation Grant Number INT. 9416874.

#### REFERENCES

Chiranjivi, C. and Vidyandhi, V. (1973), Heat Transfer in Wedge-Shaped Ducts, *Indian Chem. Eng.* 15, 49-51.  
 Cotta, R. M. (1993), *Integral Transforms in Heat Transfer and Fluid Flow*, Boca Raton: CRC Press.  
 Eckert, E. R. G. and Irvine Jr., T. F. (1956), Flow in Corners of passages with noncircular cross sections, *Trans. ASME* 78, 709-718.

Eckert, E. R. G., Irvine Jr., T. F. and Yen, J. T. (1958), Local Laminar Heat Transfer in wedge-shaped passages, *Trans. ASME* 80, 1433-1438.

Hong, S. W. and Bergles, A. E. (1974), Augmentation of Laminar Flow Heat Transfer in Tubes by Means of Twisted-Tape Inserts. Tech. Rep. HTL-5, ISU-ERI-AMES-75011, Eng. Res. Inst., Iowa State University, Ames.

IMSL Library (1987), Edition 10, Houston, Texas.

Lei, Q. M. (1990), Numerical and Experimental Study of Laminar Mixed Convection in a Horizontal Semicircular Duct, Ph.D. Thesis, University of Manitoba, Winnipeg, Canada.

Lei, Q. M. and Trupp, A. C. (1989), Maximum Velocity Location and Pressure Drop of Fully Developed Laminar Flow in Circular Sector Ducts, *ASME J. Heat Transfer* 111, pp.1085-1087

Lei, Q. M. and Trupp, A. C. (1989), Further Analyses of Laminar Flow Heat Transfer in Circular Sector Ducts, *ASME J. Heat Transfer* 111, pp.1088-1090.

Lei, Q. M. and Trupp, A. C. (1989), Correlation of Laminar Mixed Convection for a Horizontal Semicircular Duct, *12<sup>th</sup> Can. Congr. Appl. Mech.*, pp.704-705.

Lei, Q. M. and Trupp, A. C. (1989), Laminar Flow Heat Transfer in Circular Sector Ducts with Uniform Heat Flux, *Trans. Soc. Mech. Engrs.* 13, pp.31-34.

Lei, Q. M. and Trupp, A. C. (1990), Forced Convection on Thermally Developing Laminar Flow in Circular Sector Ducts, *Int. J. Heat & Mass Transfer*, v.33, n.8, 1675-1683.

Manglik, R. M. and Bergles, A. E. (1988), Laminar Flow Heat Transfer in a Semicircular Tube with Uniform Wall Temperature, *Int. J. Heat Mass Transfer* 19, pp.625-636.

Mikhailov, M. D. and Ozisik (1984), M. N., *Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion*, John Wiley, New York.

Ozisik, M. N. (1993), *Heat Conduction*, John Wiley, New York.

Ozisik, M. N. and Murray (1974), R. M., On the solution of linear diffusion problems with variable boundary condition parameters, *ASME Paper No.74-HT*.

Shah, R. K. (1983), Research needs in Low Reynolds Number Flow Heat Exchangers, In: Kakac, S., Shah, R. K. and Bergles A. E. (Eds.), *Low Reynolds Number Flow Heat Exchangers*, pp. 983-1000, Hemisphere, New York.

Shah, R. K. and Bhatti, M. S. (1987), Laminar convective heat transfer in ducts, In: Kakac, S., Shah, R. K. and Aung W. (Eds.), *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, pp. 3.1-3.137, Wiley, New York.

Shah, R. K. and London, A. L. (1978), Laminar Forced Convection in Ducts, In: Irvine, Jr., T. F. and Hartnett, J. P. (Eds.), *Advances in Heat Transfer Suppl. 1*, Academic Press, New York.

Sneddon, I. (1972), *The Use of Integral Transforms*, McGraw-Hill, New York.

Sparrow, E. M. and Haji-Sheikh (1965), Laminar Heat Transfer and Pressure Drop in Isosceles Triangular, Right Triangular and Circular Sector Ducts, *J. Heat Transfer* 87, 426-427.

Trupp, A. C. and Lau, A. C. Y. (1984), Fully Developed Laminar Heat Transfer in Circular Sector Ducts with Isothermal Walls, *Journal of Heat Transfer*, vol.106, pp.467-469.

## SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE LUIKOV POR TRANSFORMADA INTEGRAL (GITT) E TRANSFORMADA DE LAPLACE

R. L. Thum\* , L. B. Barichello \* , M. T. Vilhena \* e R. M. Cotta \*\*

\* PROMEC , UFRGS. Rua Sarmento Leite, 425, 90050-170 - Porto Alegre, RS, Brazil  
e-mail: roglthum@mecanica.ufrgs.br

\*\*Mechanical Engineering Departament, EE/COPPE/UFRJ - Cidade Universitária,  
Cx. Postal 68503, Rio de Janeiro, RJ, 21945-970, Brazil

### SUMMARY

*The aim of this work is to advance a fully analytical approach to solve the system of linear ordinary differential equations that results from the application of the GITT (Generalized Integral Transform Technique) in the solution of Luikov's equations for drying in capillary porous media. The basic idea is to apply the Laplace transform to solve the system of ordinary differential equations. The resulting symbolic system is then solved by a recursive method. The transformed solution is finally analytically inverted by the Heaviside expansion technique. Numerical simulations and comparisons are presented for a two-dimensional problem, which validate and illustrate the relative merits of the proposed alternative approach.*

### INTRODUÇÃO

As Equações de Luikov formam um sistema de equações diferenciais parciais (EDP) linear, homogêneo e acoplado( temperatura e umidade), que modelam o processo de secagem em diferentes aplicações na engenharia. O modelo é obtido das equações de transferência de calor e massa em meios porosos capilares.

Variações desse problema foram abordadas por diversos autores (Ribeiro, 1992, Duarte, 1995 e Ribeiro e Cotta, 1995) através da técnica de transformada integral generalizada (GITT) (Cotta, 1993). Resumidamente a idéia básica dessa técnica híbrida consiste na aplicação da transformada integral generalizada removendo as variáveis espaciais e transformando o problema em um sistema de EDO's para a variável temporal, que é resolvido numericamente. A solução final é então encontrada pela aplicação da fórmula de inversão analítica.

Neste trabalho apresentamos uma técnica totalmente analítica, como proposto por Vilhena et alli (1998) , Vilhena e Barichello (1998), para resolução do sistema de EDO's resultante da aplicação da GITT nas equações de Luikov. Dessa forma, na próxima seção aplicamos a GITT nas equações de Luikov para obtenção do sistema de EDO's na forma matricial. Na seção seguinte, descrevemos a técnica analítica de solução do sistema de EDO's usando a técnica da transformada de Laplace. Finalmente , na seção quatro, apresentamos resultados numéricos e comparações.

### EQUAÇÕES DE LUIKOV E A TRANSFORMADA INTEGRAL (GITT)

As equações de Luikov, na forma adimensional como é mostrado em Duarte (1995) , podem ser escritas como

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} = \alpha \left( \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} + K^2 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} \right) - \beta \left( \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2} + K^2 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y^2} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} = \text{Lu} \left( \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2} + K^2 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y^2} \right) - \text{LuPr} \left( \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} + K^2 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

com condições iniciais

$$\theta_1(x, y, 0) = 0, \quad (3)$$

$$\theta_2(x, y, 0) = 0. \quad (4)$$

e condições de contorno

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial x} \Big|_{x=0} - \text{Pn} \frac{\partial \theta_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial y} \Big|_{y=0} - \text{Pn} \frac{\partial \theta_1}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad (8)$$

$$\theta_1(1, y, \tau) = 1, \quad (9)$$

$$\theta_2(1, y, \tau) = 1, \quad (10)$$

$$\theta_1(x, 1, \tau) = 1, \quad (11)$$

$$\theta_2(x, 1, \tau) = 1. \quad (12)$$

Aqui os parâmetros  $\alpha, \beta, K, Lu$  e  $Pn$  são números adimensionais, como definidos em (Duarte, 1995).

Para aplicação da GITT, procedemos à escolha de problemas auxiliares de autovalores que mantenham as características do problema original; desenvolvemos o par transformada-inversa associado e efetuamos a transformação integral, decorrendo desta operação um sistema diferencial ordinário, infinito e acoplado. Neste caso, quatro autofunções aparecem, originadas nas duas dimensões ( $x$  e  $y$ ) e das duas variáveis dependentes (Temperatura e Umidade).

Para esse problema específico as autofunções e autovalores dos problemas de Sturm-Liouville são todas do tipo

$$\Psi_i = \cos(\mu_i, x), \quad \mu_i = \left(i - \frac{1}{2}\right)\pi, \quad (13)$$

sendo que designamos para os demais problemas as autofunções  $\Psi_i, \Omega_n, \Gamma_j, \Xi_m$  e os respectivos autovalores  $\mu_i, \sigma_n, \lambda_j, \eta_m$ . Também para os quatro problemas auxiliares, a norma ou integral de normalização, é definida como:

$$N_i = \int_0^1 \Psi_i^2 dx \quad (14)$$

e da mesma forma, também para  $N_n, M_j, M_m$ . Podemos então definir o par Transformada-Inversa correspondente às expressões:

$$\overline{\overline{\theta}}_{1in}(\tau) = \int_{x=0}^{x=1} \int_{y=0}^{y=1} \frac{\Psi_i \Omega_n}{\sqrt{N_i} \sqrt{N_n}} \theta_{1h}(x, y, \tau) dx dy, \quad (15)$$

$$\overline{\overline{\theta}}_{2jm}(\tau) = \int_{x=0}^{x=1} \int_{y=0}^{y=1} \frac{\Gamma_j \Xi_m}{\sqrt{M_j} \sqrt{M_m}} \theta_{2h}(x, y, \tau) dx dy, \quad (16)$$

$$\theta_{1h}(x, y, \tau) = \sum_i \sum_n \frac{\Psi_i \Omega_n}{\sqrt{N_i} \sqrt{N_n}} \overline{\overline{\theta}}_{1in}(\tau), \quad (17)$$

$$\theta_{2h}(x, y, \tau) = \sum_j \sum_m \frac{\Gamma_j \Xi_m}{\sqrt{M_j} \sqrt{M_m}} \overline{\overline{\theta}}_{2jm}(\tau). \quad (18)$$

sendo as séries truncadas nas fórmulas de inversão para obtenção dos valores numéricos da solução.

### SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EDO's VIA TRANSFORMADA DE LAPLACE

A equação diferencial ordinária escrita na forma matricial, resultante da aplicação da GITT nas equações (1) e (2) pode ser escrita como

$$\frac{d}{d\tau} [\overline{\overline{\theta}}] + [A] [\overline{\overline{\theta}}] = 0 \quad ; \quad [\overline{\overline{\theta}}(0)] = \overline{\overline{\theta}}_0 \quad (19)$$

onde as duas componentes do vetor  $\overline{\overline{\theta}}_0$  são

$$\overline{\overline{\theta}}_{1in}(0) = -\frac{1}{\sqrt{N_i} \sqrt{N_n}} \frac{\text{sen}(\mu_i) \text{sen}(\sigma_n)}{\mu_i \sigma_n}, \quad (20)$$

$$\text{e} \quad \overline{\overline{\theta}}_{2jm}(0) = -\frac{1}{\sqrt{N_j} \sqrt{N_m}} \frac{\text{sen}(\lambda_j) \text{sen}(\eta_m)}{\lambda_j \eta_m}, \quad (21)$$

e a matriz  $[A]$  de ordem  $2N \times 2N$  é formada pelos blocos de ordem  $N \times N$

$$A_{11} = \alpha(\mu_i^2 + K^2 \sigma_n^2), \quad (22)$$

$$A_{12} = -\beta(\sigma_n^2 K^2 + \mu_i^2), \quad (23)$$

$$A_{21} = -Lu Pn (K^2 \eta_m^2 + \lambda_j^2), \quad (24)$$

$$\text{e } A_{22} = Lu(\lambda_j^2 + K^2 \eta_m^2). \quad (25)$$

Aplicando a Transformada de Laplace nas EDO's (19) a solução matricial é do tipo

$$[\overline{\overline{\theta}}] = L^{-1}[(sI + [A])^{-1}] \cdot \overline{\overline{\theta}}_0 \quad (26)$$

Aplicamos então a decomposição de Schur, segundo Strang (1976), na matriz  $[A]$ , sendo

$$A = Q^T U Q, \quad (27)$$

resultando que

$$(sI - A)^{-1} = Q^T (sI - U)^{-1} Q, \quad (28)$$

onde  $U$  agora é uma matriz triangular superior. Para determinação da inversa dessa matriz usamos um resultado válido para inversão de matriz em bloco, segundo Faddeev e Faddeeva (1963),

$$\begin{bmatrix} A & B \\ 0 & C \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & -A^{-1} B C^{-1} \\ 0 & C^{-1} \end{bmatrix} \quad (29)$$

e estabelecendo um processo recursivo tal que

$$S_1 = [s + u_{11}], \quad (30)$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} s+u_{11} & s+u_{12} \\ 0 & s+u_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 & s+u_{12} \\ 0 & s+u_{22} \end{bmatrix}, \quad (31)$$

e assim sucessivamente

$$S_k = \begin{bmatrix} s+u_{11} & s+u_{12} & s+u_{13} & \dots & s+u_{1k} \\ 0 & s+u_{22} & s+u_{23} & \dots & s+u_{2k} \\ 0 & 0 & s+u_{33} & \dots & s+u_{3k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & s+u_{kk} \end{bmatrix} =$$



$$= \begin{bmatrix} & s + u_{1k} \\ & s + u_{2k} \\ S_{k-1} & s + u_{3k} \\ & \dots \\ 0 & 0 \dots 0 & s + u_{kk} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Portanto, por (29)

$$S_k^{-1} = \begin{bmatrix} & & & -\frac{S_{k-1}^{-1}}{s+u_{kk}} v \\ & S_{k-1}^{-1} & & \\ & 0 & 0 & 0 \dots \frac{1}{s+u_{kk}} \end{bmatrix} \quad (33)$$

para  $k = 2, \dots, N$  e  $v$  é definido como:

$$\begin{bmatrix} s+u_{1k}, & s+u_{2k}, & \dots, & s+u_{k-1k} \end{bmatrix} \Gamma \quad (34)$$

Agora, a partir da definição de matriz inversa, obtemos diretamente a matriz adjunta, já que pela técnica de expansão de Heaviside,

$$L^{-1}[(sI - A)^{-1}] = \sum_{i=1}^N p_i e^{s_i t} \quad (35)$$

$$\text{onde: } p_i = \frac{\text{Adj}(sI - U)}{\frac{d}{ds}(\det(sI - U))} \Big|_{s_i} \quad (36)$$

Finalmente, utilizando a fórmula de inversão dada por (17) e (18), obtemos uma representação analítica do potencial nas demais variáveis independentes eliminadas durante a etapa da transformação integral.

## RESULTADOS

Abaixo apresentamos os resultados para diferentes valores de  $x$ ,  $y$  e tempo que foram comparados com Duarte (1995). Da mesma referência, os valores adimensionais usados em  $\alpha, \beta, K, Lu$  e  $Pn$  são respectivamente 1.021426, 0.003856, 4, 0.001834 e 5.556. Na primeira coluna indicamos a posição "x", nas segunda e quarta colunas são valores da referência de Duarte(1995), respectivamente para  $N=6$  e  $N=12$ ; nas terceira e quinta colunas são valores calculados pela técnica apresentada, também com  $N = 6$  e  $N = 12$ , respectivamente.

Em todas as tabelas o valor de "y" é de 0.5. As tabelas 1, 2 e 3 correspondem ao valor da temperatura adimensionalizado ( $\theta_1$ ), para três valores de tempo: 0.015, 0.025 e 0.045. As tabelas 4, 5 e 6 correspondem ao valor da umidade adimensionalizada ( $\theta_2$ ), usando os valores de tempo 7, 15 e 26. Cabe salientar, relativamente aos resultados abaixo apresentados, que para cada valor de "x" e "τ" fixados, com  $y=0.5$ , os valores da tabela foram obtidos com tempo máximo de CPU de 0.85 segundos, em um Pentium (133 MHz, 32 Mb RAM). Além disso, resultados obtidos para

maiores valores de  $N$  identificam até três dígitos significativos

Tabela 1 - Valores de  $\theta_1$  (Temperatura), com  $y = 0.5$  e  $\tau = 0.015$

X	Duarte (N=6)	T.Laplace (N=6)	Duarte (N=12)	T.Laplace (N=12)
0.0	0.394	0.396	0.393	0.396
0.2	0.423	0.425	0.423	0.425
0.4	0.509	0.510	0.508	0.510
0.6	0.643	0.644	0.642	0.644
0.8	0.812	0.813	0.812	0.813
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Tabela 2 - Valores de  $\theta_1$  (Temperatura), com  $y = 0.5$  e  $\tau = 0.025$

X	Duarte (N=6)	T.Laplace (N=6)	Duarte (N=12)	T.Laplace (N=12)
0.0	0.604	0.605	0.604	0.605
0.2	0.623	0.624	0.623	0.624
0.4	0.679	0.680	0.679	0.679
0.6	0.767	0.767	0.767	0.767
0.8	0.877	0.878	0.877	0.877
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Tabela 3 - Valores de  $\theta_1$  (Temperatura), com  $y = 0.5$  e  $\tau = 0.045$

X	Duarte (N=6)	T.Laplace (N=6)	Duarte (N=12)	T.Laplace (N=12)
0.0	0.829	0.830	0.829	0.830
0.2	0.838	0.838	0.837	0.838
0.4	0.862	0.862	0.861	0.861
0.6	0.899	0.899	0.899	0.899
0.8	0.947	0.947	0.947	0.947
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Tabela 4 - Valores de  $\theta_2$  (Umidade), com  $y = 0.5$  e  $\tau = 7$

X	Duarte (N=6)	T.Laplace (N=6)	Duarte (N=12)	T.Laplace (N=12)
0.0	0.3134	0.3177	0.3134	0.3177
0.2	0.3466	0.3507	0.3466	0.3507
0.4	0.4433	0.4468	0.4433	0.4468
0.6	0.5947	0.5973	0.5947	0.5973
0.8	0.7866	0.7879	0.7866	0.7879
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Tabela 5 - Valores de  $\theta_2$  (Umidade), com  $y = 0.5$  e  $\tau = 15$

X	Duarte (N=6)	T.Laplace (N=6)	Duarte (N=12)	T.Laplace (N=12)
0.0	0.6259	0.6259	0.6259	0.6259
0.2	0.6442	0.6442	0.6442	0.6442
0.4	0.6973	0.6973	0.6973	0.6973
0.6	0.7801	0.7801	0.7801	0.7801
0.8	0.8844	0.8844	0.8844	0.8844
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Tabela 6 - Valores de  $\theta_2$  ( Umidade ) , com  $y = 0.5$  e  $\tau = 26$

X	Duarte (N=6)	T.Laplace (N=6)	Duarte (N=12)	T.Laplace (N=12)
0.0	0.8366	0.8366	0.8366	0.8366
0.2	0.8446	0.8446	0.8446	0.8446
0.4	0.8678	0.8678	0.8678	0.8678
0.6	0.9040	0.9040	0.9040	0.9040
0.8	0.9495	0.9495	0.9495	0.9495
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Os gráficos a seguir apresentam os valores calculados de temperatura e umidade adimensional em função da posição  $x$ .

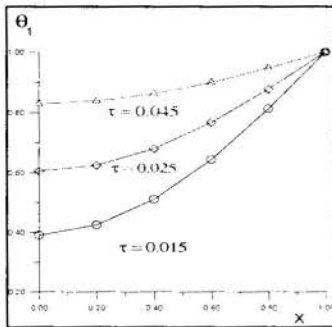


Figura 1 - Variação da temperatura adimensional em função da posição  $x$  para os tempos adimensionais 0.015 , 0.025 e 0.045.

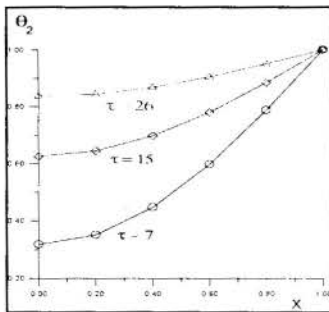


Figura 2 - Variação da umidade adimensional em função da posição  $x$  para os tempos adimensionais 7, 15 e 26 .

## CONCLUSÃO

A análise dos resultados apresentados nesse trabalho mostra claramente que o método proposto pode ser aplicado com sucesso para solução de sistemas de EDO's resultantes da aplicação da Técnica da Transformada Integral Generalizada às equações de Luikov, reduzindo o tempo computacional necessário para rotinas numéricas de solução de EDO's. Além disso, fica claro que essa abordagem pode ser usada associada à qualquer outro modelo, que não o de Luikov, que resulte em sistema de primeira ordem de EDO's. Principalmente devemos salientar que essa proposta estabelece uma solução analítica também para a variável temporal, nos problemas em que a GITT é aplicada. Dessa forma a análise de convergência do método GITT, para esse problema, fica restrito ao estudo da convergência, já bem

estabelecida, do método espectral (Gottlib e Orzag(1977)). Ainda o caráter analítico da solução proposta, bem como o baixo custo computacional requerido, sugere que o método proposto é uma ferramenta eficiente para resolver as equações transformadas pela GITT.

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq.

## REFERÊNCIAS

Cotta, R.M., 1993, "Integral Transform in Computational Heat and Fluid Flow", CRC PRESS, Boca Raton, Flórida, EUA .

Cotta, R. M., Ed., 1998, "The Integral Transform Method in Thermal & Fluids Sciences & Engineering ", Chapter 26 - Combining Integral and Laplace Transform Technique, Begell House, New York.

Duarte, J.B.F., 1995, "Numerical solution of heat and mass diffusion in two-dimensional porous media", MSc Thesis, Physics Graduate Program of the Federal University of Ceará, Fortaleza, CE .

Faddeev, D.K. and Faddeeva, V.N., 1963, "Computational Method of Linear Algebra", W.H. Freeman and Company, San Francisco, EUA.

Gottlib, D. and Orzag, S.A., 1977, "Numerical Analysis of Spectral Methods : Theory and Applications ", CBMS-NSF, Regional Conference Series in Applied Mathematics, SIAM.

Ribeiro, J.W., 1992, "Solução das Equações de Luikov para Secagem em Meios Capilares Porosos pela Técnica da Transformada Integral", Tese de Doutorado, ITA, SP.

Ribeiro, J.W. and Cotta, R.M., 1995, "On The Solution Of Non-Linear Drying Problems in Capillary Porous Media Through Integral Transformation of Luikov Equations", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 38, pp. 1001-1020.

Strang, G., 1976, "Linear Algebra and It's Applications", Academic Press, New York, EUA

Vilhena, M.T., Barichello, L.B., Zabadal, J.R., Segatto, C.F. and Cardona, A.V., 1998, "On the Solution of the One Dimensional Transport Equation by the Laplace Transform", *Progress in Nuclear Energy*, vol. 33 .

Vilhena, M.T. and Barichello, L.B., 1998, "A Closed-form Solution to the One Dimensional Linear and Nonlinear Problem in Radiative Transfer", *Hybrid Methods in Engineering*, Vol.1, no.1.

**FLUXO DE CALOR BI-DIRECIONAL NÃO-ESTACIONÁRIO EM MEIOS MULTI-COMPOSTOS**

**Paulo O. Beyer e Marco Tulio M.B. Vilhena**  
 PROMEC - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica  
 Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
 90050-170 - Porto Alegre - RS - Brasil  
 E-mail - pob@mecanica.ufrgs.br

RESUMO

Procura-se aqui uma metodologia semi-analítica aplicada ao fluxo de calor bidirecional não-estacionário em elementos multi-compostos. O objetivo principal é calcular o fluxo de calor na face interna de paredes externas de edificações. Para tanto serão consideradas variações contínuas da temperatura externa nas faces superiores e esquerda de uma parede, e temperaturas constantes na base e face direita. O objetivo é calcular o fluxo de calor na face direita desta parede.

PROBLEMA PROPOSTO

Este trabalho visa ser uma continuação, ou expansão, de um método já testado em uma direção x (Beyer 1996, Beyer et al. 1995), procurando a sua aplicação em duas direções, x e y. Seja um elemento multi-composto conforme figura 1.

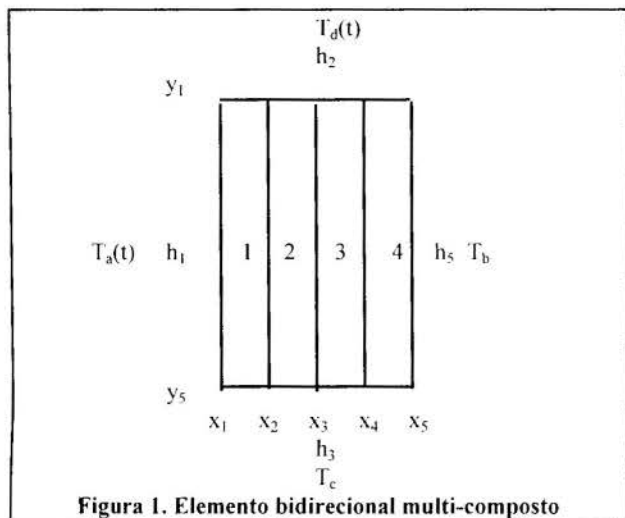


Figura 1. Elemento bidirecional multi-composto

O elemento em análise é composto por diversos meios, numerados de 1 a 4, com propriedades térmicas diferentes. Entre eles pode ou não existir contato térmico perfeito. Na face esquerda existe um fluido com temperatura variável com o tempo, chamada  $T_a(t)$ , e um coeficiente de convecção constante chamado  $h_1$ . Na face direita existe um fluido com temperatura  $T_b$  e um coeficiente de convecção  $h_5$ , ambos constantes com o tempo. Na face inferior existe uma temperatura  $T_c$  e um coeficiente de convecção  $h_3$ , ambos constantes. Na face superior existe um fluido com temperatura variável com o tempo  $T_d(t)$  e um coeficiente de convecção  $h_2$  constante com o tempo.

A equação básica do problema é:

$$\frac{\partial^2 T_i(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_i(x, y, t)}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha_i} \frac{\partial T_i(x, y, t)}{\partial t} \dots \left\{ \begin{array}{l} x_1 \leq x \leq x_5 \\ 1 \leq i \leq 4 \\ t > 0 \\ y_1 \leq y \leq y_5 \end{array} \right. \quad (1)$$

onde  $i$  são os meios participantes do problema e  $\alpha$  a difusividade térmica.

As condições de contorno em x são de terceira espécie:

$$\left. \begin{array}{l} -k_1 \frac{\partial T_1(x_1, y, t)}{\partial x} = h_1 [T_a(t) - T_1(x_1, y, t)] \\ k_4 \frac{\partial T_4(x_5, y, t)}{\partial x} = h_5 [T_b - T_4(x_5, y, t)] \end{array} \right\} \begin{array}{l} t > 0 \\ y_1 \leq y \leq y_5 \end{array} \quad (1a)$$

As condições de contorno em y são de terceira espécie:

$$\left. \begin{array}{l} -k_i \frac{\partial T_i(x, y_1, t)}{\partial y} = h_2 [T_d(t) - T_i(x, y_1, t)] \\ k_i \frac{\partial T_i(x, y_5, t)}{\partial y} = h_3 [T_c - T_i(x, y_5, t)] \end{array} \right\} \begin{array}{l} t > 0 \\ 1 \leq i \leq 4 \\ x_1 \leq x \leq x_5 \end{array} \quad (1b)$$

As condições de interface em x, considerando contato térmico perfeito, são:

$$\left. \begin{array}{l} T_i(x_{i+1}, y, t) = T_{i+1}(x_{i+1}, y, t) \\ k_i \frac{\partial T_i(x_{i+1}, y, t)}{\partial x} = k_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}(x_{i+1}, y, t)}{\partial x} \end{array} \right\} \begin{array}{l} t > 0 \\ 1 \leq i \leq 3 \\ y_1 \leq y \leq y_5 \end{array} \quad (1c)$$

A condição inicial do problema é:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \leq i \leq 4 \\ T_i(x, y, 0) = F_i(x, y) \end{array} \right\} \begin{array}{l} x_1 \leq x \leq x_5 \\ y_1 \leq y \leq y_5 \end{array} \quad (1d)$$

O equacionamento acima pode ser encontrado em livros de condução do calor (Özsisik 1980).

**TEMPERATURA MÉDIA**

O principal objetivo do problema é calcular o fluxo de calor na face direita, a carga térmica do ambiente. O problema será primeiramente resolvido em termos de temperaturas médias em y, τ:

$$\tau_i(x,t) = \frac{1}{H} \int_{y_1}^{y_5} T_i(x,y,t) dy \tag{2}$$

onde H = y5 - y1.

Escrevendo o problema para temperatura média e aplicando 2 na equação 1 vem:

$$\frac{\partial^2 \tau_i(x,t)}{\partial x^2} + \frac{1}{H} \left[ \frac{\partial T_i(x,y_5,t)}{\partial y} - \frac{\partial T_i(x,y_1,t)}{\partial y} \right] = \frac{1}{\alpha_i} \frac{\partial \tau_i(x,t)}{\partial t} \tag{3}$$

A equação acima pode ser rescrita com termo fonte S<sub>i</sub>:

$$\frac{\partial^2 \tau_i(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_i} \frac{\partial \tau_i(x,t)}{\partial t} + S_i(x,t), \dots \text{onde}$$

$$S_i(x,t) = \frac{1}{H} \left[ \frac{\partial T_i(x,y_1,t)}{\partial y} - \frac{\partial T_i(x,y_5,t)}{\partial y} \right] \tag{3a}$$

Lembrando a equação de Fourier, q=-k dT/dy, facilmente observa-se que a fonte representa os fluxos de calor no contorno y, lembrando que α=k/ρc<sub>p</sub>.

As condições de contorno em x ficam:

$$-k_1 \frac{\partial \tau_i(x_1,t)}{\partial x} = h_1 [T_a(t) - \tau_i(x_1,t)]$$

$$k_4 \frac{\partial \tau_i(x_5,t)}{\partial x} = h_5 [T_h - \tau_i(x_5,t)] \tag{3b}$$

As condições de contorno em y permanecem:

$$-k_i \frac{\partial T_i(x,y_1,t)}{\partial y} = h_2 [T_d(t) - T_i(x,y_1,t)]$$

$$k_i \frac{\partial T_i(x,y_5,t)}{\partial y} = h_3 [T_c - T_i(x,y_5,t)] \tag{3c}$$

As condições de interface em x ficam:

$$\tau_i(x_{i+1},t) = \tau_{i+1}(x_{i+1},t)$$

$$k_i \frac{\partial \tau_i(x_{i+1},t)}{\partial x} = k_{i+1} \frac{\partial \tau_{i+1}(x_{i+1},t)}{\partial x} \tag{3d}$$

A condição inicial fica:

$$\tau_i(x,0) = G_i(x) \tag{3e}$$

**TRANSFORMADA DE LAPLACE NA TEMPERATURA MÉDIA**

Aplicando a Transformada de Laplace ao problema 3 vem:

$$\frac{d^2 \bar{\tau}_i(x,s)}{dx^2} - \frac{s}{\alpha_i} \bar{\tau}_i(x,s) = -\frac{\tau_{oi}(x)}{\alpha_i} + \bar{S}_i(x,s), \dots \text{onde}$$

$$\bar{S}_i(x,s) = \frac{1}{H} \left[ \frac{d \bar{T}_i(x,y_1,s)}{dy} - \frac{d \bar{T}_i(x,y_5,s)}{dy} \right] \tag{4}$$

As condições de contorno em x ficam:

$$-k_1 \frac{d \bar{\tau}_i(x_1,s)}{dx} + h_1 \bar{\tau}_i(x_1,s) = h_1 \bar{T}_a(s)$$

$$k_4 \frac{d \bar{\tau}_i(x_5,s)}{dx} + h_5 \bar{\tau}_i(x_5,s) = h_5 \frac{T_h}{s} \tag{4a}$$

As condições de contorno em y ficam:

$$-k_i \frac{d \bar{T}_i(x,y_1,s)}{dy} + h_2 \bar{T}_i(x,y_1,s) = h_2 \bar{T}_d(s)$$

$$k_i \frac{d \bar{T}_i(x,y_5,s)}{dy} + h_3 \bar{T}_i(x,y_5,s) = h_3 \frac{T_c}{s} \tag{4b}$$

As condições de interface em x ficam:

$$\bar{\tau}_i(x_{i+1},s) = \bar{\tau}_{i+1}(x_{i+1},s)$$

$$k_i \frac{d \bar{\tau}_i(x_{i+1},s)}{dx} = k_{i+1} \frac{d \bar{\tau}_{i+1}(x_{i+1},s)}{dx} \tag{4c}$$

A solução do problema 4 é tomada da forma:

$$\bar{\tau}_i(x,s) = A_i(s) \exp(-R_i x) + B_i(s) \exp(R_i x)$$

$$+ \frac{\exp(-R_i x)}{2R_i} \int_{x_1}^x \exp(R_i x) \left[ \frac{\tau_{oi}(x)}{\alpha_i} + \bar{S}_i(x,s) \right] dx$$

$$- \frac{\exp(R_i x)}{2R_i} \int_{x_5}^x \exp(-R_i x) \left[ \frac{\tau_{oi}(x)}{\alpha_i} + \bar{S}_i(x,s) \right] dx \tag{5}$$

Nesta equação R<sub>i</sub> vale √(s / α<sub>i</sub>). Para resolver a equação 5 é necessário conhecer a distribuição inicial de temperaturas médias e o termo fonte. A distribuição inicial de temperaturas será tomada por polinômios quadráticos, como feito nos trabalhos anteriores unidirecionais (Beyer 1996, Beyer et al. 1995). Resta conhecer a fonte S<sub>i</sub>.

**EQUAÇÃO AUXILIAR PROPOSTA**

Para a temperatura transformada T<sub>i</sub> constituinte do termo fonte será proposta uma equação baseada também em polinômios quadráticos em x e y, obtendo-se:

$$\bar{T}_i^p(x,y,s) = \sum_{n=0}^2 a_{ni}(s) y^n + \left( \sum_{n=0}^2 b_{ni}(s) y^n \right) x + \left( \sum_{n=0}^2 c_{ni}(s) y^n \right) x^2 \tag{6}$$

As equações propostas serão assinaladas por um índice p. Para encontrarem-se os coeficientes a<sub>ni</sub>, b<sub>ni</sub> e c<sub>ni</sub> serão utilizadas as equações de contorno em y (4b) e a definição da temperatura



média, equação 2, obtendo-se (para  $y_1 = 0$  e  $y_5 = 1$ , ou seja, parede com 1 m de altura):

$$\bar{\tau}_i^p(x,s) = \sum_{n=0}^2 \frac{a_m(s)}{n+1} + \left( \sum_{n=0}^2 \frac{b_m(s)}{n+1} \right) x + \left( \sum_{n=0}^2 \frac{c_m(s)}{n+1} \right) x^2 \quad (7)$$

Como tem-se um total de nove incógnitas, a equação acima, junto com as condições de contorno em  $y$  serão aplicadas em três seções de cada meio  $i$ . Para tanto é necessária a derivada em  $y$ , obtendo-se:

$$\frac{d\bar{\tau}_i^p(x,y,s)}{dy} = \sum_{n=1}^2 n a_m y^{n-1} + \left( \sum_{n=1}^2 n b_m y^{n-1} \right) x + \left( \sum_{n=1}^2 n c_m y^{n-1} \right) x^2 \quad (8)$$

Colocando a equação 8 em 4 obtém-se:

$$\bar{S}_i^p(x,s) = -2 \left( a_{2i}(s) + b_{2i}(s)x + c_{2i}(s)x^2 \right) \quad (9)$$

### SOLUÇÃO DO PROBLEMA

A condição inicial  $\tau_{oi}$  da equação 5 será calculada por ajuste de polinômio quadrático, da forma:

$$\tau_{oi}(x) = \sum_{n=0}^2 d_m x^n \quad (10)$$

Estes dados deverão ser colocados na equação 5, que deverá ser integrada e derivada, para ser colocada nas condições de contorno, formando um sistema que deverá ser resolvido, como no caso unidimensional, por Transformada de Laplace com Quadratura Gaussiana (Beyer 1996, Beyer et al. 1995).

O caso mais simples é quando  $x = x_i$ , quando as integrais ficam nulas, obtendo-se:

$$\bar{\tau}_i(x_i,s) = A_i(s) \exp(-R_i x_i) + B_i(s) \exp(R_i x_i) \quad (11)$$

Para um  $x$  qualquer, a equação 5 pode ser escrita de outra forma, ficando então:

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_i(x,s) &= A_i(s) \exp(-R_i x) + B_i(s) \exp(R_i x) \\ &+ \frac{\exp(-R_i x)}{2R_i} \int_{x_i}^x \exp(R_i x) \frac{\tau_{oi}(x)}{\alpha_i} dx \\ &- \frac{\exp(R_i x)}{2R_i} \int_{x_i}^x \exp(-R_i x) \frac{\tau_{oi}(x)}{\alpha_i} dx \\ &+ \frac{\exp(-R_i x)}{2R_i} \int_{x_i}^x \exp(R_i x) \bar{S}_i(x,s) dx \\ &- \frac{\exp(R_i x)}{2R_i} \int_{x_i}^x \exp(-R_i x) \bar{S}_i(x,s) dx \end{aligned} \quad (12)$$

Observa-se na equação acima que a segunda e terceira linhas representam o problema unidimensional já resolvido, e a quarta e quinta linhas o efeito da segunda dimensão. Pode-se portanto utilizar o resultado unidimensional acrescido do resultado das duas integrais das últimas linhas acima. Como o termo fonte

tem uma equação semelhante à condição inicial, os resultados das integrais também serão semelhantes, obtendo-se:

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_i(x,s) &= A_i(s) \exp(-R_i x) + B_i(s) \exp(R_i x) \\ &+ \frac{I_i(x)}{2s} - \frac{\alpha_i S_i(x)}{s} \end{aligned} \quad (13)$$

onde

$$\begin{aligned} I_i(x) &= 2 \left[ d_{1i} + d_{2i}x + d_{3i} \left( \frac{2}{R_i^2} + x^2 \right) \right] \\ &- N_1 \exp(-R_i x) - N_2 \exp(R_i x) \end{aligned} \quad (13a)$$

onde

$$N_j = \exp(\mu R_i x_i) (K_j + M_j x_i + d_{3i} x_i^2), \dots, j = 1, 2$$

$$K_j = d_{1i} - \frac{d_{2i}}{\pm R_i} + \frac{2d_{3i}}{R_i^2} \quad (13b)$$

$$M_j = d_{2i} - \frac{2d_{3i}}{\pm R_i}$$

$$S_i(x) = 2 \left[ a_{3i} + b_{3i}x + c_{3i} \left( \frac{2}{R_i^2} + x^2 \right) \right] \quad (13c)$$

$$-N'_1 \exp(-R_i x) - N'_2 \exp(R_i x)$$

onde

$$N'_j = \exp(\mu R_i x_i) (K'_j + M'_j x_i + c_{3i} x_i^2), \dots, j = 1, 2$$

$$K'_j = a_{3i} - \frac{b_{3i}}{\pm R_i} + \frac{2c_{3i}}{R_i^2} \quad (13d)$$

$$M'_j = b_{3i} - \frac{2c_{3i}}{\pm R_i}$$

A equação acima é a solução genérica do problema. A equação 13a é a parte unidimensional, e a 13c o efeito da segunda dimensão. Esta equação, junto com a 11, deve ser colocada nas condições de contorno para encontrarem-se as constantes de integração  $A_i$  e  $B_i$ . Além delas, é necessário colocarem-se as derivadas destas equações, obtendo-se para  $x_i$ :

$$\frac{d\bar{\tau}_i(x_i,s)}{dx} = R_i [B_i(s) \exp(R_i x_i) - A_i(s) \exp(-R_i x_i)] \quad (14)$$

Para  $x$  qualquer obtém-se, também baseado na análise unidimensional:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\tau}_i(x,s)}{dx} &= R_i [B_i(s) \exp(R_i x) - A_i(s) \exp(-R_i x)] \\ &+ \frac{Id_i(x)}{2s} - \frac{\alpha_i Sd_i(x)}{s} \end{aligned} \quad (15)$$

onde

$$I d_i(x) = (2d_{2i} + 4d_{3i}x) + R_i [N_1 \exp(-R_i x) - N_2 \exp(R_i x)] \quad (15a)$$

$$S d_i(x) = (2b_{3i} + 4c_{3i}x) + R_i [N'_1 \exp(-R_i x) - N'_2 \exp(R_i x)] \quad (15b)$$

### SISTEMA A SER RESOLVIDO PARA A TEMPERATURA MÉDIA

Também a equação 15a representa o problema unidirecional, e a 15b o bidirecional. Deve-se agora colocar as equações 11, 13, 14 e 15 nas condições de contorno em x, equações 4a, e interface em x, equações 4c, para acharem-se as constantes de integração das equações 11 e 13, soluções do problema, obtendo-se:

$$\left. \begin{aligned} -k_1 \frac{d\bar{\tau}_1(x_1, s)}{dx} + h_1 \bar{\tau}_1(x_1, s) &= h_1 \bar{T}_a(s) \\ \bar{\tau}_1(x_{i+1}, s) &= \bar{\tau}_{i+1}(x_{i+1}, s) \\ k_i \frac{d\bar{\tau}_i(x_{i+1}, s)}{dx} &= k_{i+1} \frac{d\bar{\tau}_{i+1}(x_{i+1}, s)}{dx} \dots \dots \dots i = 1, 2, 3 \\ k_4 \frac{d\bar{\tau}_4(x_5, s)}{dx} + h_5 \bar{\tau}_4(x_5, s) &= h_5 \frac{T_h}{s} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Com as equações acima pode-se montar um sistema linear para obtenção dos coeficientes  $A_i$  e  $B_i$  obtendo-se para a matriz dos coeficientes:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & b_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & b_{12} & a_{22} & b_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{13} & b_{13} & a_{23} & b_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{24} & b_{24} & a_{34} & b_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{25} & b_{25} & a_{35} & b_{35} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{36} & b_{36} & a_{46} & b_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{37} & b_{37} & a_{47} & b_{47} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{48} & b_{48} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Os coeficientes podem ser encontrados nos trabalhos anteriores (Beyer 1996, Beyer et al. 1995). Esta matriz, junto com os termos independentes retirados da equação 16 permitem encontrar  $A_i$  e  $B_i$  por métodos conhecidos de solução de sistemas (Press et al. 1992).

### CONVERGÊNCIA DA EQUAÇÃO PROPOSTA

É necessário encontrarem-se os coeficientes  $a_{ni}$ ,  $b_{ni}$  e  $c_{ni}$  das equações acima. Como tem-se nove incógnitas, serão necessárias nove equações para cada meio, as duas de contorno em y e a temperatura média, aplicadas em três seções x. A conexão entre os meios foi feita pela solução do problema unidirecional. Este método foi chamado matriz 9.

Outra alternativa foi resolver o problema conectando os meios através das condições de interface, resultando em um problema único com matriz 36 x 36. Esta alternativa foi chamada matriz 36.

A equação proposta para T transformada (eq. 6) deve ser aplicada nas condições de contorno em y junto com sua derivada

(eq. 8). Obtém-se então as seguintes equações, escritas para as interfaces  $x_1$  a  $x_5$  e os pontos centrais de cada meio 1 a 4:

$$\begin{aligned} (h_2 a_{0i} - K_i a_{1i}) + (h_2 b_{0i} - K_i b_{1i})x + (h_2 c_{0i} - K_i c_{1i})x^2 &= \\ = h_2 \bar{T}_{d_i}(s) \\ \sum_{n=0}^2 (nK_i + h_3) a_{ni} + \sum_{n=0}^2 (nK_i + h_3) x b_{ni} + \sum_{n=0}^2 (nK_i + h_3) x^2 c_{ni} &= \\ = h_3 \frac{T_c}{s} \end{aligned} \quad (18)$$

A temperatura média proposta pode ser vista na eq. 7, que será igualada ao resultado da equação 15, junto com as condições de contorno em y, formando um sistema a ser resolvido iterativamente para se encontrar os coeficientes  $a_{ni}$ ,  $b_{ni}$  e  $c_{ni}$ .

### SISTEMA A SER RESOLVIDO PARA A EQUAÇÃO PROPOSTA

O sistema será resolvido substituindo-se s por  $p_k/t$  dos pontos de quadratura e encontrando-se  $a_{ni}$ ,  $b_{ni}$  e  $c_{ni}$  iterativamente. Os termos da matriz codificados u(linha,coluna) podem ser vistos abaixo.

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & 0 & u_{14} & u_{15} & 0 & u_{17} & u_{18} & 0 \\ u_{21} & u_{22} & 0 & u_{24} & u_{25} & 0 & u_{27} & u_{28} & 0 \\ u_{31} & u_{32} & 0 & u_{34} & u_{35} & 0 & u_{37} & u_{38} & 0 \\ u_{41} & u_{42} & u_{43} & u_{44} & u_{45} & u_{46} & u_{47} & u_{48} & u_{49} \\ u_{51} & u_{52} & u_{53} & u_{54} & u_{55} & u_{56} & u_{57} & u_{58} & u_{59} \\ u_{61} & u_{62} & u_{63} & u_{64} & u_{65} & u_{66} & u_{67} & u_{68} & u_{69} \\ u_{71} & u_{72} & u_{73} & u_{74} & u_{75} & u_{76} & u_{77} & u_{78} & u_{79} \\ u_{81} & u_{81} & u_{81} & u_{81} & u_{81} & u_{81} & u_{81} & u_{81} & u_{81} \\ u_{91} & u_{92} & u_{93} & u_{94} & u_{95} & u_{96} & u_{97} & u_{98} & u_{99} \end{bmatrix} \quad (19)$$

É necessária uma estimativa inicial para  $a_{ni}$ ,  $b_{ni}$  e  $c_{ni}$ . Uma primeira consideração pode ser um campo de temperatura constante, independente de x e y. Isto leva para  $a_{0i}$  igual ao valor da temperatura inicial, e os demais coeficientes iguais à zero. Após, é feita a convergência dos coeficientes. No problema resolvido, a convergência foi feita adotando um critério de diferença máxima de 0.5% (zero vírgula cinco por cento) entre o valor adotado e o calculado. O cálculo considerando critério de 1% não apresentou diferenças significativas. Foi tomado 0.5% por segurança.

O retorno da temperatura média  $\tau$  para o domínio tempo também será feito, como no caso unidirecional, através de Quadratura Gaussiana, obtendo-se (Heydarian e Mullineaux, 1981):

$$\tau_i(x, t) = \sum_{k=1}^n A_k(p_k/t) \bar{\tau}_i(x, p_k/t) \quad (20)$$

Nesta equação a temperatura média transformada é calculada pelas equações 13, e aplicada na equação acima utilizando os pontos de quadratura  $A(k)$  e  $p(k)$ , encontrados em Stroud e Secrest (1966).

## PROBLEMA RESOLVIDO

As temperaturas externas função do tempo serão consideradas como Temperaturas Sol-Ar, conforme considerado nos problemas unidirecionais (Beyer 1996, Beyer et al. 1995). A parede será a mesma, voltada para oeste, com um metro de altura. Logo,  $T_a(t)$  será a mesma do problema unidimensional. A temperatura  $T_d(t)$  será calculada para uma superfície horizontal, com insolação direta a partir das 12 horas. Antes, será considerada com a mesma insolação da superfície oeste. A temperatura Sol-Ar para a superfície horizontal pode então ser vista na tabela 1. O problema resolvido unidimensional é encontrado no ASHRAE Handbook Fundamentals (1997).

Tabela 1 Temperatura Sol-Ar para Superfície Horizontal

h	$T_{sa}$	h	$T_{sa}$	h	$T_{sa}$
1	25.43	9	29.764	17	41.128
2	24.88	10	31.7	18	35.29
3	24.44	11	33.752	19	31.286
4	24.11	12	53.946	20	29.83
5	24	13	54.642	21	28.62
6	25.104	14	53.624	22	27.52
7	26.382	15	50.886	23	26.64
8	27.918	16	46.604	24	25.98

As duas temperaturas Sol-Ar podem ser vistas na figura 2.

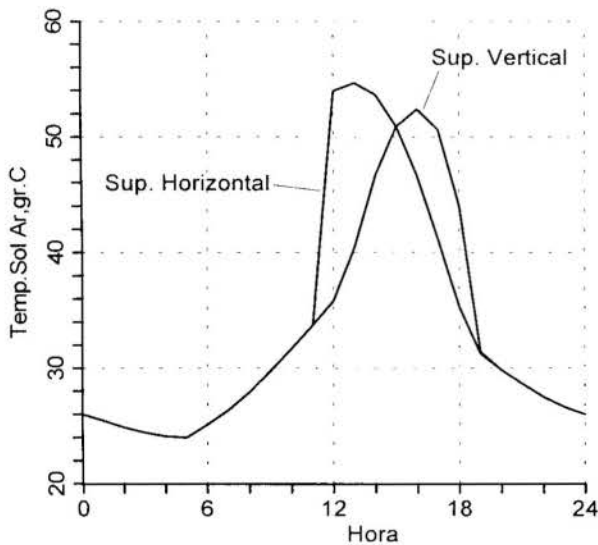


Figura 2 Temperaturas Sol-Ar Vertical e Horizontal

O dia foi dividido em cinco problemas seqüenciais, como no problema unidirecional, com intervalo nas principais inflexões do gráfico acima, a saber: às 5, 11, 15 e 19 horas, quando são calculadas as condições iniciais dos problemas seguintes. Para o cálculo das temperaturas médias foram considerados 12 pontos de quadratura, por ter sido o melhor valor na análise de erro feito no problema unidimensional (Beyer 1996, Hornbeck 1975).

Os fluxos de calor para os problemas resolvidos para o quarto dia pelo método proposto e por volumes finitos (Patankar, 1980) podem ser vistos na tabela 2.

Como pode ser visto, a diferença entre ambos é pequena. Os dois fluxos de calor podem ser vistos na figura 3. Pode-se notar um atraso temporal na onda de calor, com pequenas diferenças nos valores máximos e mínimos.

É importante comentar a rapidez computacional do método proposto, capaz de calcular os quatro dias em 2-3 minutos.

Tab. 2 Fluxos de Calor para as Soluções Propostas e Volumes Finitos

Hora	Númérico	Matriz 9	Matriz 36
0	11.854	14.049	14.132
1	10.188	12.530	12.652
2	8.686	11.104	11.223
3	7.339	9.779	9.887
4	6.140	8.549	8.643
5	5.093	7.414	7.492
6	4.295	6.357	6.422
7	3.802	5.439	5.497
8	3.644	4.763	4.813
9	3.833	4.371	4.417
10	4.357	4.276	4.318
11	5.195	4.478	4.513
12	8.200	4.359	4.394
13	10.602	4.579	4.593
14	12.323	5.526	5.490
15	14.255	7.283	7.166
16	16.194	9.954	9.889
17	18.010	13.103	13.038
18	19.318	16.219	16.193
19	19.818	18.590	18.581
20	19.250	19.335	19.339
21	17.629	18.574	18.587
22	15.655	17.187	17.214
23	13.689	15.624	15.672
24	11.854	14.049	14.132

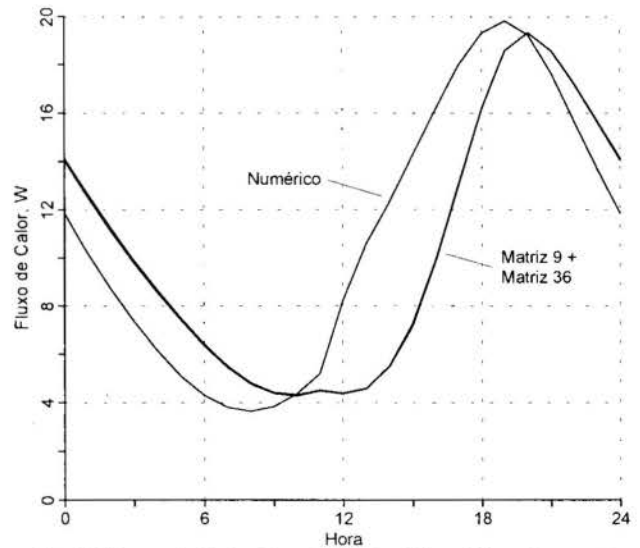


Fig. 3 Fluxos de Calor Para Soluções Numérica e Proposta

## CONCLUSÕES

A solução proposta apresenta-se como uma metodologia simples e que permite o cálculo de difusão de calor em duas dimensões, reduzindo o problema para uma dimensão. Apresenta boas possibilidades de ser expandida para três direções, x, y e z.

O método apresenta recursos a serem explorados, como a tentativa de outras equações propostas. Também pode ser procurada a solução do campo de temperaturas pontuais, talvez com o mesmo tipo de polinômio em x e y utilizado para a temperatura transformada da fonte.

Apresenta como vantagem a não necessidade de discretização dos domínios espacial e temporal, resguardando-se a necessidade dos incrementos temporais entre problemas seqüenciais.

ais, já que o dia é dividido em cinco problemas seqüenciais. Isto permite que o problema tenha um incremento temporal de aproximadamente cinco horas.

Resolveu bastante bem o problema proposto, que era o cálculo do fluxo de calor na face interna da parede. A comparação com a solução numérica mostrou diferenças aceitáveis para a sistemática usual do cálculo dos fluxos de calor em paredes, que tem como objetivo o cálculo das cargas térmicas de ar condicionado.

## REFERÊNCIAS

ASHRAE. *Handbook of Fundamentals*. ASHRAE, pp.26.17-26.28, 1997.

Beyer, P.O., Vielmo, H.A. e Vilhena, M.T.M.B., 1995, "Estudo Comparativo entre Soluções para a Transferência de Calor em Paredes Multicompostas", *XIII Congresso Brasileiro e II Ibero Americano de Engenharia Mecânica*, Belo Horizonte, MG.

Beyer, P.O., 1996, "Fluxo de Calor Não-Estacionário em Meios Multi-Compostos", *ENCIT - Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, Florianópolis, SC.

Heydarian, M. e Mullineaux, N., 1981, "Solution of Parabolic Partial Differential Equations", *Appl. Math. Mod.*, 5, pp.448-449.

Hornbeck, R. W., 1975, "Numerical Methods", Quantum Publishers, New York.

Özsisik, M.N., "Heat Conduction", Ed. John Wiley & Sons, 1980.

Patankar, S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", New York, McGraw Hill.

Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. e Flannery, B.P., 1992, *Numerical Recipes in Fortran*, Cambridge University Press.

Stroud, A.H. e Secrest, D., 1966, "Gaussian Quadrature Formulas", Prentice Hall, New Jersey.

## ABSTRACT

In this work, the Laplace transform technique with numerical inversion is used to develop solutions for the problem of two-dimensional heat conduction in multilayered walls. In this method, the partial derivatives with respect to time variable are removed from differential equation by the application of the Laplace transform, the resulting system of ordinary differential equations are solved and the temperature transform is inverted by numerical method. This method is based on Gaussian Quadrature, a method for the approximation of integrals. The advantage of the Laplace/Gaussian method is that there is no need to step in time or position. The solution for any value of  $t$  or  $x$  can be found immediately. The two-dimensional problem is reduced to one-dimensional using average temperature across  $x$  section, and heat source at  $y$  boundary.



## AVALIAÇÃO DO CONFORTO TÉRMICO ATRAVÉS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE EDIFICAÇÕES

C. O. Carvalho F<sup>o</sup>., C. O. R Negrão e C. Melo

NRVA - Núcleo de Pesquisa em Refrigeração Ventilação e Condicionamento de Ar  
Departamento de Engenharia Mecânica

Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

Cx. Postal 476, CEP 88 040 - 900, Florianópolis / SC

Tel: (048) 234 5691 / Fax : (048) 234 5166 / E-mail: negrao@nrva.ufsc.br

### RESUMO

*Este trabalho faz uso de técnicas numéricas que permitem avaliar a transferência de calor e o escoamento de ar em edificações. Os resultados da simulação, que fornecem valores de temperatura média radiante, umidade, temperatura e velocidade do ar, possibilitam a determinação do conforto térmico no interior de recintos ocupados. O conforto térmico é baseado em duas possibilidades: propriedades uniformes e distribuídas no interior do recinto. Simulações de dias típicos de verão e inverno foram conduzidas. Uma análise dos modelos distribuído e uniforme é apresentada. Os resultados indicam que o conforto térmico varia não somente ao longo do dia mas também localmente no espaço ocupado.*

### INTRODUÇÃO

O ambiente climatizado é um sistema térmico complexo envolvendo vários processos de transferência de calor. As variações, horárias, diárias e sazonais do clima impõem um caráter dinâmico ao problema aumentando sua complexidade. A avaliação correta destes processos de transferência de calor é um desafio aos projetistas de edificações e sistemas de climatização que se preocupam com o dimensionamento de sistemas energeticamente eficientes, saudáveis e confortáveis.

Atualmente, ferramentas de simulação numérica permitem a quantificação destas trocas com certo grau de fidelidade (Clarke, 1985, Negrão, 1998). Isto possibilita o cálculo da energia necessária à climatização de ambientes e também a avaliação do conforto térmico no interior dos recintos ocupados.

Trabalhos na área de conforto térmico (Fanger, 1970, Gagge et al, 1986, ASHRAE, 1997) mostram que o conforto térmico pode ser avaliado a partir de três classes de variáveis: fatores do ambiente (temperatura média radiante, umidade, temperatura e velocidade do ar), nível de atividade física e tipo de vestuário dos ocupantes.

O presente trabalho objetiva a avaliação de índices de conforto térmico (Fanger, 1970) baseados em resultados da simulação numérica. As condições do ar na sala climatizada é não somente baseada em valores uniformes, em que o ar é considerado misturado, como também em valores distribuídos. A análise distribuída permite determinar se indivíduos dentro do mesmo recinto experimentam diferentes sensações de conforto térmico.

Este trabalho utiliza uma técnica de simulação, desenvolvida por Negrão (1998), que combina modelos numéricos-matemáticos com diferentes níveis de resolução e consequentemente, complexidade.

### MODELO MATEMÁTICO

O comportamento térmico de uma edificação é fundamentalmente dependente dos processos de transferência de

calor e massa que ocorrem entre esta e o meio exterior. A edificação é composta de um conjunto de elementos (estrutura, equipamentos, sistemas de iluminação, ocupantes, etc.), cada qual com características térmicas próprias, que participam de forma integrada e interativa destes processos. A determinação dos campos de velocidade e temperatura que caracterizam o escoamento de ar e a transferência de calor na edificação é feita através da solução das equações da conservação da massa, quantidade de movimento e energia. A equação da conservação a ser resolvida para cada uma das grandezas acima mencionadas é expressa genericamente como:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x_j} - \rho u_j \phi \right) + S_\phi \quad (1)$$

onde  $\phi$  representa a variável a ser determinada em seu valor médio.  $\Gamma_\phi$  é o coeficiente difusivo da variável no meio.  $S_\phi$  é o termo fonte.  $\rho$  é a densidade e  $u_j$  a componente da velocidade na direção  $x_j$ . Os termos acima encontram-se na Tabela I.

As equações a serem resolvidas são discretizadas através do método dos volumes finitos (Patankar, 1980). Duas malhas são consideradas: a primeira de menor resolução, onde o ar é considerado misturado (apenas um nó representa a condição do ar na sala e somente a equação da energia é resolvida) e a segunda bem mais refinada, onde o volume de ar é dividido em um grande número de células (todas as equações de conservação são resolvidas).

No segundo modelo, a turbulência - característica do tipo de escoamento de ar encontrado em edificações - é considerada através do modelo k-ε padrão (Rodi, 1984).

O domínio do primeiro modelo incorpora também os processos de transferência de calor por convecção nas superfícies externas, condução transiente nas paredes, ganhos de radiação solar, trocas de calor por radiação entre as superfícies internas, convecção nas superfícies internas, etc. No modelo mais refinado, somente o escoamento de ar no interior de uma zona térmica é solucionado.

Dois possibilidades são consideradas: i) solução do domínio de menor resolução, ou ii) o acoplamento entre os dois domínios. O acoplamento entre os domínios ocorre nas superfícies internas das paredes das zonas. Este acoplamento permite avaliar o conforto térmico de forma global em algumas zonas e em outras de forma distribuída. Os detalhes sobre este acoplamento pode ser encontrado em Negrão (1998).

Tabela 1 - Termos das Equações governantes.

Equation	$\phi$	$\Gamma_\phi$	$S_\phi$
Massa	1	-	-
Momentum	$u_i$	$\mu_{ef}$	$-\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu_{ef} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) - \rho g_i$
Energia	T	$\Gamma_T$	$q''' / c_{p,a}$
Energia de Turb.	k	$\frac{\mu_{ef}}{\sigma_k}$	$G - C_D \rho \varepsilon - G_h$
Dissip. de E. Turb.	$\varepsilon$	$\frac{\mu_{ef}}{\sigma_\varepsilon}$	$C_1 \frac{\varepsilon}{k} G - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - C_3 \frac{\varepsilon}{k} G_h$

$$\Gamma_T = \frac{\mu}{\rho c} + \frac{\mu_T}{\sigma_T} \quad ; \quad \mu_{ef} = \mu_t + \mu \quad ; \quad \rho = \rho(T) \quad \mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}$$

$$G_h = \alpha \beta_T \frac{\mu_t}{\sigma_T} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad ; \quad G = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad u_i = U, V, W$$

$$C_D = 10, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, C_3 = 1.44 \quad x_i = x, y, z$$

$$\sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3, \sigma_T = 0.9, C_\mu = 0.09$$

forma ( $F_{j-i}$ ) entre a face  $j$  do paralelepípedo e uma das  $n$  superfícies internas da zona e das temperaturas destas superfícies ( $T_i$ ). Conhecidas as temperaturas radiantes planas de todas  $m$  faces visíveis, a temperatura média radiante para o manequim é então calculada (Carvalho, 1998):

$$T_{mr} = \left[ \frac{\sum_{j=1}^m A_j \cdot \sum_{i=1}^n F_{j-i} T_i^4}{\sum_{j=1}^m A_j} \right]^{1/4} \quad (4)$$

Expressões generalizadas dos fatores de forma para planos paralelos e perpendiculares são obtidas da literatura (Clarke, 1985).

**Avaliação dos índices de conforto.** Os índices de conforto propostos por Fanger serão avaliados em vários pontos num plano horizontal, no interior da zona. Obtidos a partir do balanço de energia para o corpo humano como um todo, os índices *PMV* e *PPD* são determinados com base em valores médios de temperatura e velocidade do ar. A média é avaliada a partir dos valores que vão dos pés à cabeça do manequim (1.80m do piso). Na presente modelação, o teor de umidade do ar no recinto é considerado constante e uniforme (Detalhes sobre o modelo pode ser encontrado em Carvalho, 1998).

## ESTUDO DE CASO

A edificação estudada é composta de três zonas ocupadas e uma zona representando o ático (figura 1). Com exceção da zona 1, todas as demais foram simuladas considerando o ar como misturado. Na zona 1, está instalado um condicionador de ar de janela e as variações de temperaturas e velocidades do ar no seu interior serão avaliadas. As dimensões desta sala são respectivamente, 8.0m de profundidade, 4.0m de largura e 2.85m de altura, conforme mostrado na figura 2. As paredes da edificação são constituídas de tijolos de barro de seis furos rebocados em ambos os lados. Na parede norte, abaixo da janela, há uma fonte de energia que representa ganhos internos e dissipa 500 W (Isto é dissipado tanto na forma convectiva quanto radiativa). O condicionador de ar foi originalmente localizado na parede oeste da sala, a uma altura de 2.40m e equidistante das paredes norte e sul. O aparelho é um condicionador Air Master - 10000 BTU/h (Fabricante MULTIBRAS S/A - Capacidade de Resfriamento Total = 2635W). Os ocupantes do ambiente realizam atividades de escritório (1 met).

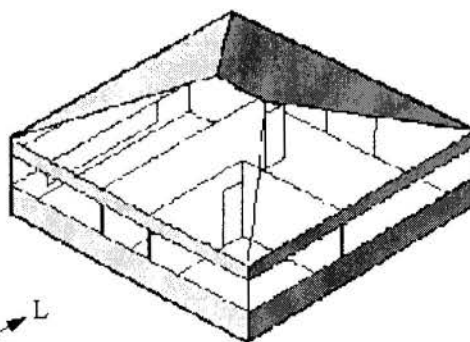


Figura 1 - Edificação estudada.

## MODELO DE CONFORTO TÉRMICO

Fanger (1970) identificou os seguintes fatores que influem na sensação de conforto: velocidade relativa do ar, temperatura do ar, teor de umidade do ar e a temperatura média radiante (fatores do ambiente), além do nível de atividade e o tipo de vestimenta. Através da análise da transferência de calor entre uma pessoa e o meio, e de experimentação, Fanger apresentou o índice *PMV* (*Predicted Mean Vote*) que revela a sensação de conforto percebida pelos indivíduos (frio, calor ou neutralidade) em relação a uma condição ambiental. A equação que determina este índice é encontrada na literatura (Fanger, 1970) e pode ser genericamente escrita como:

$$PMV = PMV(M, I_{cl}, T_{mr}, u_a, T_a, \omega) \quad (2)$$

onde  $M$  representa a taxa de metabolismo do organismo humano,  $I_{cl}$  é resistência térmica do vestuário,  $T_{mr}$  é a temperatura média radiante,  $u_a$  é a velocidade relativa do ar,  $T_a$  é a temperatura do ar e  $\omega$  é a umidade absoluta do ar. A partir do *PMV*, Fanger derivou uma expressão para quantificar o percentual de indivíduos insatisfeitos com a condição ambiental, o *PPD* (*Predicted Percentage of Dissatisfied*). Este índice é obtido em função do *PMV* através da equação:

$$PPD = 100 - 95 \cdot e^{-\left(0,03353 \cdot PMV^4 + 0,2179 \cdot PMV^2\right)} \quad (3)$$

**Temperatura Média Radiante.** Para avaliar a temperatura média radiante pontualmente é utilizado um manequim posicionado em pé, no interior de uma zona. Este manequim é composto por sete paralelepípedos, cujas dimensões reproduzem as proporções de um indivíduo adulto alto e esbelto (figura 2). Para cada uma das faces visíveis destes paralelepípedos, é calculada uma temperatura radiante plana a partir de fatores de



As simulações foram realizadas para um dia típico de verão e um de inverno. Para cada dia, duas simulações foram consideradas: a) ar completamente misturado b) análise combinada em somente um *time-step* (5 segundos - acima deste valor, os resultados mostraram-se sensíveis ao *time-step*.) de simulação na zona 1 (nas demais zonas o ar é assumido misturado). A adoção de somente um *time-step* na análise combinada deve-se ao fato desta ser computacionalmente dispendiosa. No verão a análise combinada foi conduzida às 15h e no inverno, às 11h.

Informações adicionais sobre a configuração do problema (composição das paredes, etc.) e dados climáticos podem ser encontradas em Carvalho Fo. (1998).

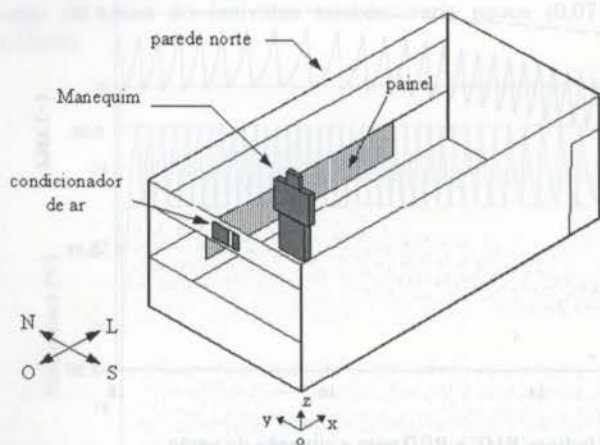


Figura 2 - Geometria da zona 1.

Apesar da capacidade do aparelho ser dependente das condições do ar no retorno e das condições exteriores, o valor da capacidade de resfriamento sensível foi considerado constante ao longo do período de funcionamento. O ar está sendo insuflado perpendicularmente ao plano frontal do aparelho, indicando um ângulo de deflexão das grelhas igual a zero.

**Situação de verão.** Nesta situação, os ocupantes do ambiente vestem roupas típicas de verão (0,6 clo). A capacidade de resfriamento sensível do condicionador é de 2000W (fator de calor sensível da serpentina igual a 0,76%). Durante o período de ocupação da sala (das 8 as 18 h), o condicionador pode estar resfriando e ventilando (ligado) ou somente ventilando (desligado), já que a capacidade do aparelho supera a carga térmica do ambiente ao longo do dia.

A temperatura de retorno do ar na sala 1 está sendo controlada entre 23 e 25°C. Os resultados da simulação do modelo global (ar completamente misturado) podem ser observado na figura 3. Note que, durante as primeiras horas de funcionamento, o aparelho opera por um curto espaço de tempo, e permanece desligado por um período maior. Aproximando-se do meio-dia, os períodos de liga e desliga são da mesma ordem de grandeza e no meio da tarde a situação se inverte, com o tempo de operação do condicionador sendo bem maior do que o período em que está desligado. A razão disto é a variação da carga térmica ao longo do dia. De manhã, a carga térmica é reduzida sendo que seu valor cresce progressivamente até às 16 horas quando atinge o máximo. Isto se confirma ao se observar a variação da capacidade de resfriamento do condicionador na figura 3. No início do dia, a retirada de calor do ambiente é bem menor do que próximo às 16 horas.

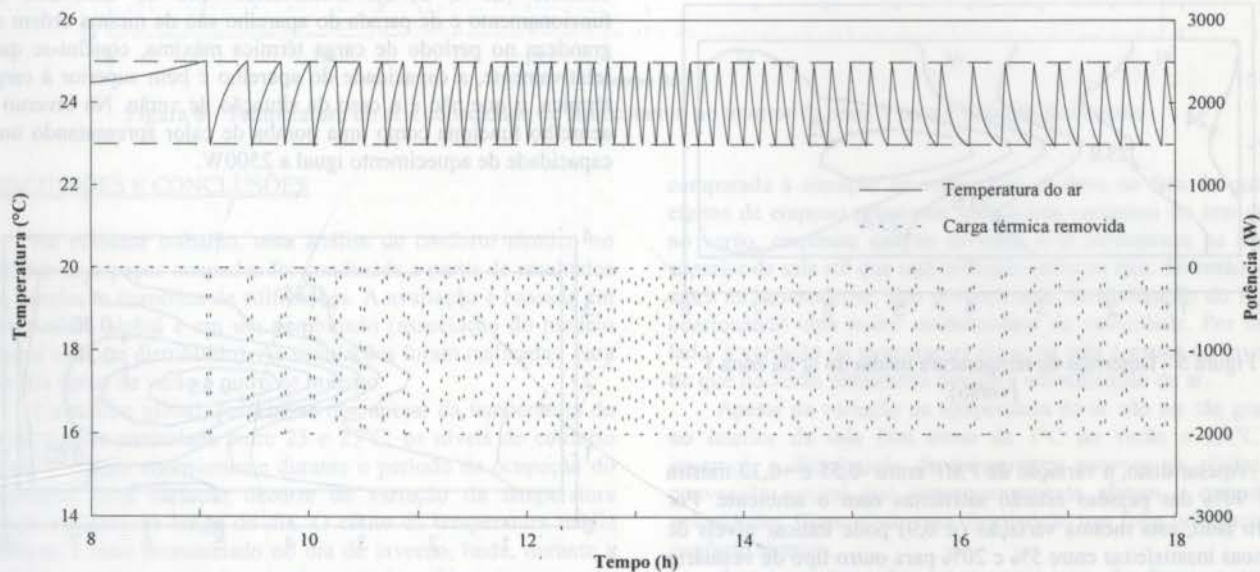


Figura 3 - Temperatura do ar e capacidade de resfriamento do condicionador para a situação de verão.

Com base nos resultados de simulação, pode-se avaliar os índices de conforto térmico, conforme mostrado na figura 4. O *PMV* possui uma oscilação similar à temperatura do ar, entretanto, seu valor médio cresce ao longo do dia. No início de funcionamento do condicionador, o *PMV* médio está em torno de -0,5 e por volta das 16 horas, este valor alcança +0,5. Esta variação está relacionada à alteração da temperatura média radiante, conforme pode ser notado na figura 4. Apesar desta variação de *PMV*, o percentual de pessoas insatisfeitas (*PPD*)

com o ambiente varia entre 5 e 15 %, o que pode ser considerado aceitável em termos de conforto.

Os índices de conforto de Fanger foram levantados para situações em regime estacionário, sendo que o indivíduo está em equilíbrio térmico com o ambiente. Portanto, as oscilações dos índices de conforto térmico na mesma frequência da temperatura do ar podem não ser representativas. Investigações sobre o conforto térmico em regime transiente se fazem necessárias para verificar a adequação deste modelo no tratamento de tais situações.

A distribuição da temperatura média do ar na zona 1, observada durante a simulação combinada, está apresentada na figuras 5. A alta concentração de isotermas na região central da sala indica que o jato de ar frio está em queda naquela região. A variação de temperatura é de aproximadamente 1°C ao longo de toda a sala, sendo que a maior temperatura ocorre próxima à superfície da parede oeste e a menor próxima à queda do jato de ar.

O campo de *PMV* é mostrado na figura 6. Esta distribuição indica que pessoas localizadas sob a queda do jato de ar frio poderão estar sujeitas a sensações de frio enquanto que pessoas próximas à fonte de energia estarão experimentando calor. Esta variação não está relacionada somente à temperatura do ar, mas a outros dois fatores: i) Próximas ao jato, as pessoas experimentarão uma velocidade média do ar relativamente alta, ii) enquanto que junto à fonte de energia, a temperatura média radiante será elevada (ver figura 7).

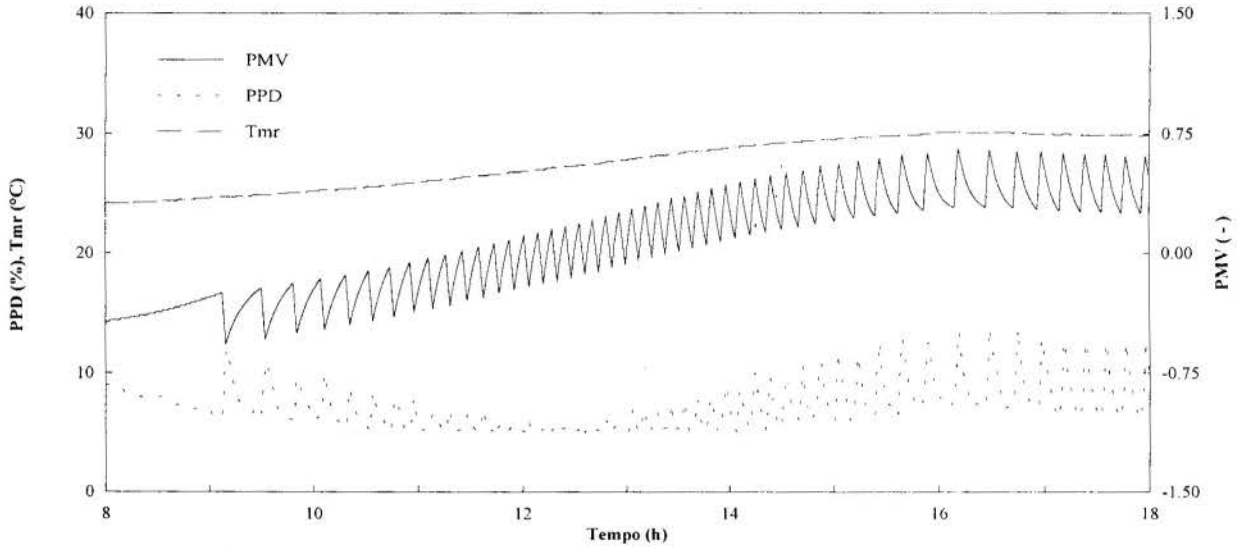


Figura 4 - Variação da temperatura média radiante e dos índices *PMV* e *PPD* para a situação de verão.

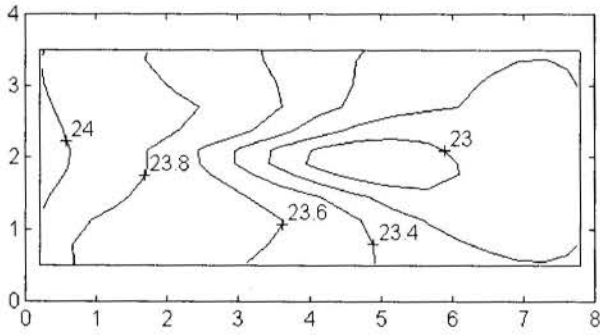


Figura 5 - Isotermas de temperatura média do ar na zona 1 (verão).

Apesar disto, a variação de *PMV* entre -0,55 e +0,33 mostra que 90% das pessoas estarão satisfeitas com o ambiente. Por outro lado, esta mesma variação ( $\cong 0,9$ ) pode indicar níveis de pessoas insatisfeitas entre 5% e 20% para outro tipo de vestuário ou atividade física.

**Situação de Inverno.** Um dia típico de inverno foi também simulado e os resultados da temperatura média do ar na sala, durante a análise global, é mostrada na figura 8. Ao contrário da situação de verão, a carga térmica máxima de inverno ocorre nas primeiras horas de funcionamento do aparelho, indicando que os intervalos de funcionamento são "iguais" aos do período de ventilação. Ao longo do dia, os períodos de funcionamento do aparelho vão se tornando cada vez mais curtos até que, após às 13 horas, o condicionador não volta mais a funcionar. Mesmo assim, a temperatura do ar no ambiente se mantém dentro do limite de

controle (23 a 25°C). Observando que os intervalos de funcionamento e de parada do aparelho são da mesma ordem de grandeza no período de carga térmica máxima, conclui-se que, relativamente, a capacidade do aparelho é bem superior à carga térmica, o que não é o caso da situação de verão. No inverno o aparelho funciona como uma bomba de calor apresentando uma capacidade de aquecimento igual a 2500W.

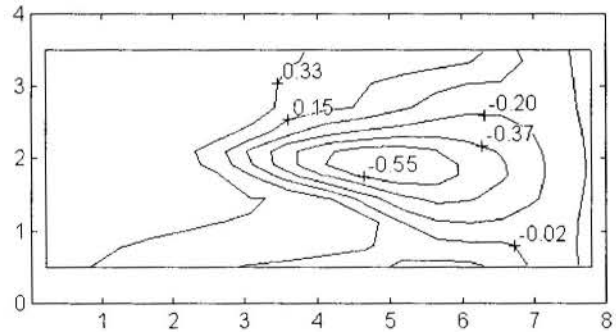


Figura 6 - Distribuição de *PMV* na zona 1 (verão).

A figura 9, por sua vez, mostra que o conforto térmico médio varia dentro de uma faixa bem mais ampla, quando comparado à situação de verão. Isto porque as temperaturas das superfícies internas das paredes estão bem baixas de manhã, resultando em uma temperatura média radiante reduzida naquele período. Para o tipo de vestuário escolhido (0,8 clo), o percentual de insatisfeitos (pessoas com frio) pode chegar à 30%.

As isotermas no interior da zona 1 para a simulação combinada são mostradas na figura 10. Mais uma vez, a variação



de temperatura é pequena no interior da zona (variação máxima de 1,3°C). Diferentemente da situação de verão, onde a variação de  $T_{mr}$  no interior da sala não chegava a 1°C, no inverno este valor atinge 2,5°C, como pode ser visto na figura 11. A figura 12 mostra que o índice  $PMV$  varia entre -0,31 e -0,73, indicando que o percentual de insatisfeitos está na faixa de 8 a 18% (todos percebendo frio). Note que os maiores insatisfeitos estão localizados em regiões de mais baixa  $T_{mr}$ . Apesar deste desconforto, a variação não é tão elevada ( $\Delta PMV=0,39$ ) quando comparada à situação de verão, mostrando uma uniformidade muito maior de condições. Isto significa que um aumento da resistência térmica do vestuário pode manter o percentual de insatisfeitos dentro de 5%. Esta pequena variação de  $PMV$  está fortemente relacionada ao fato de que a velocidade média ao longo da altura do indivíduo também varia pouco (0,07 a 0,15m/s).

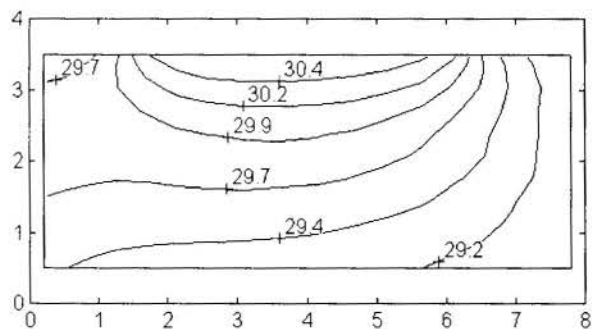


Figura 7 - Distribuição de  $T_{mr}$  na sala I (verão).

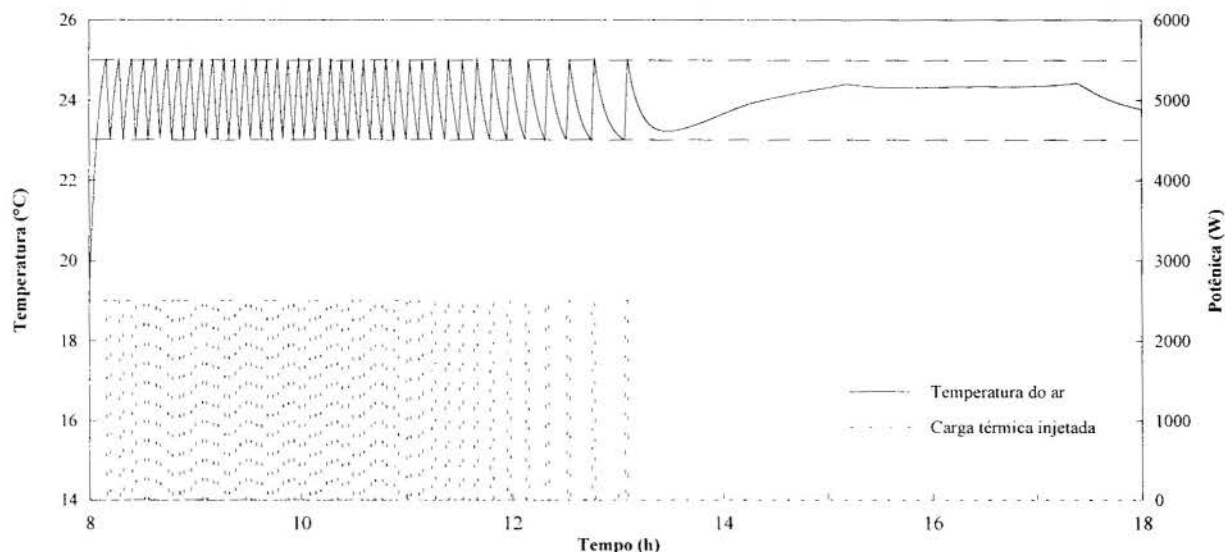


Figura 8 - Temperatura do ar e capacidade de aquecimento no interior da zona I para a situação de inverno.

## DISCUSSÕES E CONCLUSÕES

No presente trabalho, uma análise de conforto térmico no interior de espaços ocupados foi conduzida a partir de resultados de simulação numérica de edificações. A avaliação é baseada em um modelo global e em um combinado (associação do modelo global com um distribuído). As simulações foram realizadas para um dia típico de verão e outro de inverno.

Na análise global, percebe-se que apesar da temperatura do ar se manter controlada entre 23 e 25°C, os níveis de conforto térmico variam enormemente durante o período de ocupação do ambiente. Esta variação decorre da variação da temperatura média radiante ao longo do dia. O efeito da temperatura média radiante é mais pronunciado no dia de inverno, onde, durante a manhã, as temperaturas das paredes estão bem frias.

Os resultados obtidos indicam que os índices de conforto térmico variam na mesma frequência de oscilação da temperatura do ar. A temperatura do ar pode variar entre 23 e 25°C num período de apenas 3 minutos, como no caso do inverno. Entretanto, os índices de Fanger (1970) foram avaliados para condições de equilíbrio térmico entre o indivíduo e o ambiente. Avaliações em regime transiente se fazem necessárias para verificar a influência das oscilações de temperatura no conforto térmico.

A situação de inverno apresenta uma maior distribuição de velocidade do ar no interior do ambiente condicionado quando

comparada à situação de verão. Isto se deve ao fato de que os efeitos de empuxo provocam uma queda repentina do jato de ar no verão, enquanto que no inverno, o ar se mantém na região superior da sala até que seja resfriado junto ao teto. Só então, o ar entra na descendente. Isto provoca uma desaceleração do fluido ocasionando uma maior uniformidade da velocidade. Por outro lado, a variação da temperatura do ar na sala é maior no inverno do que no verão justamente devido à estratificação do ar.

Apesar da variação da temperatura do ar não ser tão grande no interior da sala (em torno de 1°C no verão e 1,3°C no inverno), a distribuição de temperatura provoca os efeitos de convecção natural que consequentemente afetam o campo de velocidades. Como visto, esta distribuição tem forte influência no conforto térmico.

As temperaturas das outras zonas ocupadas foram mantidas fixas artificialmente em 24°C. Os índices de conforto e temperatura média radiantes para tais zonas, não apresentados por limitação de espaço, podem ser encontrados em Carvalho (1998).

## AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de expressar seus agradecimentos à empresa MULTIBRAS S/A, por ter cedido informações técnicas a respeito do aparelho condicionador.

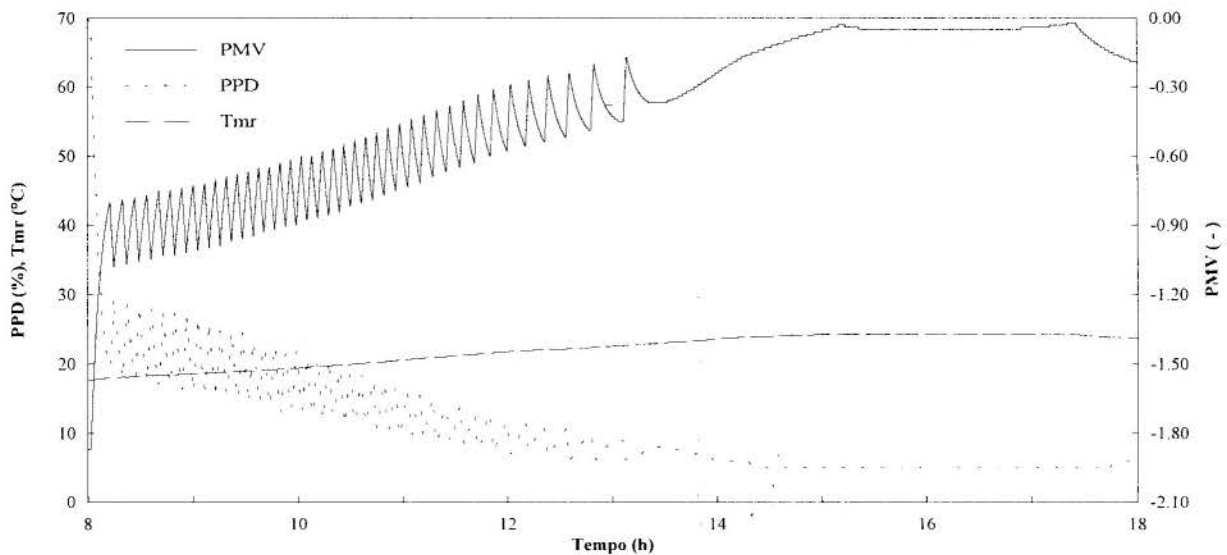


Figura 9 - Variação da temperatura média radiante e dos índices *PMV* e *PPD* para a situação de inverno.

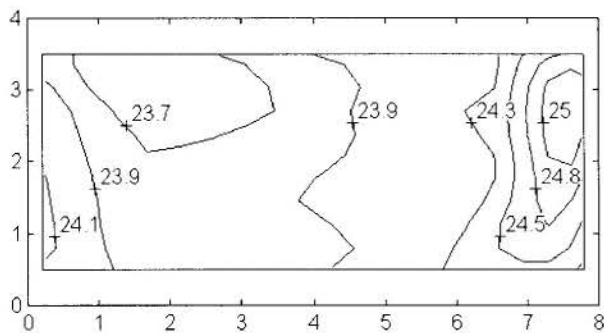


Figura 10 - Distribuição da temperatura média do ar na zona 1 (inverno).

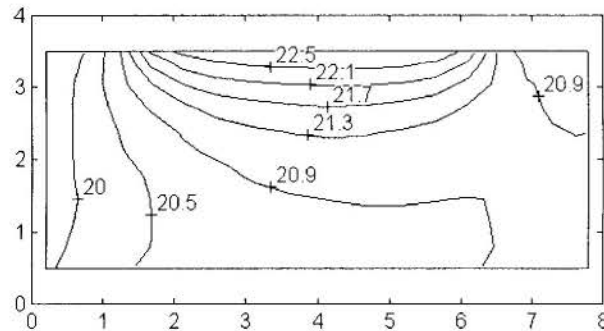


Figura 11 - Distribuição da  $T_{mr}$  na zona 1 (inverno).

Gagge, A. P., Forbelets, A. P., Berglund, P. E., 1986. "A Standard Predictive Index of Human Response to the Thermal Environment". *ASHRAE Transactions*, pp. 709-731, Part 2, vol. 92.

Negrão, C. O. R., 1998. "Integration of Computational Fluid Dynamics with Building Thermal and Mass Flow Simulation". *Energy and Buildings*, pp. 155-165, Vol 27-2.

Patankar, S. V., 1980. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow". Taylor and Francis.

Rodi, W., 1984. "Turbulence Models and Their Applications in Hydraulics - A State of The art Review". University of Karlsruhe, Karlsruhe, República Federativa da Alemanha.

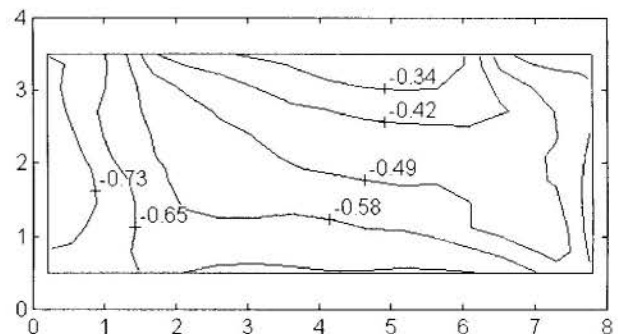


Figura 12 - Distribuição de *PMV* na zona 1 (inverno).

#### ABSTRACT

*This work employs numerical techniques to evaluate heat and air flow within buildings. The simulation results (mean, radiant temperature, air temperature, humidity and velocity) are employed to compute thermal comfort indices inside thermal zones. Thermal comfort is based in two possibilities: uniform and distributed air properties. Simulations are conducted for summer and winter days. The results indicate that thermal comfort not only changes through the day but also locally within the occupied zone.*

#### REFERÊNCIAS

- ASHRAE, 1997. "Handbook of Fundamentals".  
 Carvalho Fo., C. O., 1998. "Avaliação Numérica do Conforto Térmico em Ambientes Climatizados", Dissertação de mestrado, UFSC, Florianópolis, SC.  
 Clarke, J. A., 1985, "Energy Simulation in Building Design", Adam Hilger.  
 Fanger, P. O., 1970, "Thermal Confort, Analysis and Application in Environmental Engineering", McGraw-Hill.

## A 2-D NUMERICAL MODEL FOR HEAT TRANSFER CALCULATIONS IN MULTIPANE WINDOWS

**Pedro F. de Abreu**

Civil Engineering Department, Vale do Itajaí University and  
Computational Fluid Dynamics Laboratory, Federal University of Santa Catarina  
88.040-900 – Florianópolis – SC – Brazil

**Roydon A. Fraser, Henry F. Sullivan and John L. Wright**

Mechanical Engineering Department, University of Waterloo  
Waterloo – ON – Canada – N2L 3G1

### SUMMARY

The objective of this research is the numerical determination of overall heat transfer coefficients (*U-Factor*), solar heat gain factors (*SHGF*), and surface temperature profiles of windows. The program takes account of the presence of the natural convection, the radiation between panes, and the thermal effects of the frame. Temperature profiles are useful for the calculation of thermal stresses in glazings and the prediction of condensation problems. Results are compared with measurements and the numerical calculations of others. In benchmark solution comparisons errors, are less than  $10^{-2}$  %. Comparisons with the numerically determined heat flux through a cavity bounded by two sheets of glass and spacer bars, i.e., a simple window, differed by less than 1 %. In a comparison between simulated solar heat gain factors and solar calorimeter experimental results very good agreement is obtained for nine samples, with errors of 2.5% or less for seven samples, and errors of 12% and 5% for the other two.

### INTRODUCTION

Twenty years ago most engineers used various hand calculation methods based on the so called *steady-state methods* to design for peak-load conditions in a building. The most important design consideration then was to ensure that any heating ventilating and air conditioning (HVAC) plant could meet the worst design peak load for heating and cooling.

These conditions could be satisfactorily designed for using a overall heat transfer coefficient (*U-factor*) for the thermal conductance and a Solar Heat Gain Factor (*SHGF*), for peak solar gain. Nowadays engineers are interested in the optimization of a building's energy efficiency and thermal performance. Therefore, such approximations alone are no longer adequate. Also, with the development of new window technologies and materials, given the rise of so called *super windows* (Gilmore, 1986), even the determination of these parameters cannot be handled by current calculation procedures. The design of super windows or their elements, such as edge-seals, frames and glazing systems, cannot be done experimentally alone because experiments are quite expensive and time consuming, and the type and accuracy of measurement are limited by experimental capabilities. In addition, the development of measures for energy labeling schemes require that more detailed parameters be determined, e.g., shading coefficient, condensation resistance, solar heat gain. These needs, mentioned above, are leading to the development of new tools, both experimental and numerical, to quantify the heat transfer, to design new elements, and to develop new parameters in addition to the *U-factor* and *SHGF* for fenestration systems.

The objective of this research is the numerical determination of the overall heat transfer coefficient (*U-Factor*) and the solar heat gain factor (*SHGF*) to evaluate the thermal performance, and surface temperature profiles to assist in the prediction of condensation on windows. The program takes account of the presence of the natural convection, the radiation between panes and, the thermal effects of the frame.

The developed numerical model, a non-orthogonal finite-volume code, provides information regarding energy flows within the window and temperature distributions in individual glazing and frame. The latter is useful for the calculation of thermal stresses in glazing and the prediction of condensation problems.

A detailed review and some basic information on the physics of the heat transfer in windows is presented in de Abreu (1996) which complements several well known and excellent reviews that have appeared in the literature concerning *U-Factor* calculation procedures (McCabe and Goss, 1987) and natural convection in enclosures (for instance, Ostrach, 1988; Wright and Sullivan, 1989; Fusegi and Hyun, 1994).

Despite recent advances in computer hardware, numerical simulation algorithms, and grid generation schemes, which have the potential capability to model the physical and geometrical complexities of windows, little work has been done to model a whole window, except for the works of Smith *et al.* (1993), Curcija and Goss (1994), and Wright and Sullivan (1994). Numerical modeling can provide detailed information (velocity and temperature distributions, stream line and heat flux fields, throughout an entire window) that is generally unavailable from experimental studies due to limitation in the experimental techniques currently available. A well defined comparison between numerical simulation and measurement can determine the level of numerical accuracy for a given calculation. Therefore, various aspects of the window performance that are not available from experimental measurements can be further studied. It is this unique capability of the computational tool that can most impact the design and thermal analysis of windows.

### MATHEMATICAL MODEL

At the external surfaces of the window (both indoor and outdoor) convection and radiation heat transfer occur

simultaneously, while in window cavities (frame and glazing cavities), depending on the intensity of the air movement, convection or radiation can prevail. In the solid portions of the window system (glazing layers, edge, and frame construction elements) and small enclosed air spaces, where air motion is suppressed, only conduction occurs. These components form the region of interest.

All the walls are stationary and impermeable; the no slip conditions exists at them. The glazing system is imperfectly transparent to radiation (i.e., some absorption of radiation may occur) and the frame components are opaque to radiation with convection, radiation and conduction energy exchanges with the surroundings occurring on window outside surfaces. The top and bottom walls are opaque to radiation. It is assumed that the confined fluid is Newtonian and that the Boussinesq approximation is valid. All surfaces are taken to be gray diffuse reflectors and emitters of long-wave radiation (may be specular in case of a closed rectangular cavity) and the confined gas is assumed to be radiatively passive. The radiation model is a two-band model: short and long wave. This implies that emission from the surfaces of the cavity is "long-wave" radiation and that solar radiation is "short-wave". If one or more of the glass panes are spectrally selective a spectral solar radiation model (short wave) may be used to account for sharp changes in the radiation properties with the wave length. The equations are written in terms of the primitive variables, namely, local velocity components, pressure and temperature. When viscous dissipation in the energy equation is neglected the governing differential equations for Newtonian and incompressible fluid, with constant properties except in the formulation of the buoyancy term, can be written in Cartesian coordinates as:

• **continuity:**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

• **momentum:**

in x:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p_k}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

in y:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p_k}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho g \beta (T - \bar{T}) \quad (3)$$

• **energy:**

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mathcal{S} \quad (4)$$

where,  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $\beta$ ,  $g$ ,  $c_p$  and  $k$  are the density, viscosity, coefficient of thermal expansion, gravity, constant-pressure specific heat and conductivity, respectively;  $t$  is the time;  $x$ ,  $y$  are the Cartesian coordinates;  $u$ ,  $v$  are the velocity components;  $T$  is the temperature;  $\rho g \beta (T - \bar{T})$  is the buoyancy force/unit volume in the  $y$  direction where  $\bar{T} = (T_h + T_c)/2$ ;  $T_h$  and  $T_c$  are the temperatures at the hot wall and cold wall, respectively;  $\mathcal{S}$  is the source term, and the origin of the coordinates  $(x, y)$  is placed at the most lower left corner of the cavity with gravity in the  $-y$  direction.  $p_k$ , the kinematic pressure, drives the flow. It is obtained from the following expression

$$p(y) = p_0 - \int_0^y \bar{\rho}(y) g dy + p_k$$

• **at all surfaces (fluid/solid interfaces)**

$$v = u = 0 \quad (5)$$

On the solid portions of the window system heat transfer is governed only by the modified energy equation since the velocity components are zero, and therefore momentum and continuity equations no longer needed to be solved. The energy equation becomes:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mathcal{S} \quad (6)$$

The temperature boundary conditions are derived from the energy balance at the surfaces.

The long wave radiation heat transfer occurring in the glazing cavity can be described using the Radiosity Matrix Method for determining radiation exchange in an enclosure (Siegel and Howell, 1981). The incident long-wave radiative heat flux denoted by the superscript  $l$ , at any surface  $j$  of the cavity can be written as

$$q_j^l = \frac{(J_j^l - \epsilon_j^l \sigma T_j^4)}{\rho r_j^l} \quad (7)$$

in which  $J_j^l$  is the radiosity:

$$J_k^l = \epsilon_k^l \sigma T_k^4 + \rho r_k^l \sum_{j=1}^N J_j^l E_{j-k}^l \quad (8)$$

where the  $E_{j-k}^l$  is the specular exchange factor between  $j$  and  $k$ , which accounts for radiation going from surface  $j$  to surface  $k$  directly and by all possible specular (mirror-like) reflections and  $\rho r_k^l$  is the diffuse reflectance of surface  $k$ . When the surfaces of the enclosure do not specularly reflect radiation, the specular exchange factors  $E_{j-k}^l$  reduce to the usual view factor (configuration factor)  $F_{j-k}^l$ . Methods for calculating  $E_{j-k}^l$  are given in advanced radiation texts, like Siegel and Howell (1981). For a rectangular cavity (bounded by plane surfaces), the view factor between any two points on the same surface is zero; this substantially reduces the number of terms on the right hand side of Equation (8).

Furthermore, since a two-band radiation model is assumed and all the emitted radiation is in the long-wave band, the short-wave component of radiosity,  $J$ , depends only on the geometry and the solar radiation. The short-wave radiosity for a double pane window is therefore,

$$J_j^s = \tau_j^s q^s + \rho r_j^s \sum_{k=1}^N J_k^s E_{k-j}^s \quad (9)$$

and at the others surfaces

$$J_j^s = \rho r_j^s \sum_{k=1}^N J_k^s E_{k-j}^s \quad (10)$$

The Edward's embedding technique was chosen as the model to calculate the short wave radiosities because is a simple way to determine the fraction of solar radiation that strike and is absorbed by the surface directly or by multiple reflections, in multi-glazed windows.

It follows from Equations (9) and (10) that the short-wave radiosities need only to be calculated once for a given geometry. The long wave component  $J_p$ , however, needs to be evaluated at each stage of the calculation so that the radiosity

$$J_j = J_j^s + J_j^l \quad (11)$$



The incident radiative heat fluxes  $q^l$  and  $q^s$  in the Equations above can then be calculated from the radiosity by

$$q_j^l = \frac{(J_j^l - \epsilon_j^l \sigma T_j^4)}{\rho r_j^l}, \quad q_j^s = \frac{J_j^s}{\rho r_j^s} \quad (12)$$

The incident short-wave radiation  $q_s$  is externally imposed (from the sun) and the incident long-wave radiation  $\sigma T_{eff}^4$  is calculated from the externally imposed radiation temperature, which depends on the surroundings.

## NUMERICAL MODEL

For window cavities the natural-convection phenomena (in both frame and glazing), as described by Equations (1), (2), (3), and (4), the momentum and energy equations are coupled through the body force term which depends on the temperature field. The solid portions (glazing layers, edge-seal, and frame), also depend on the temperature field as described by Equation (6). As a result, all the aforementioned equations must be solved simultaneously and hence represent an additional level of complexity to obtaining a solution.

A Finite Volume Method (FVM) (Patankar, 1980) using a collocated pressure arrangement on a non-orthogonal grid (Rhie, 1981) was used in this work. In this formulation the approximate equations are obtained through conservation balances of the conserved property (mass, momentum, enthalpy, etc.) in the elemental control volume. Heat transfer and fluid flow problems require the solution of general conservation equations (Patankar, 1980) of the form

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho\Phi u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho\Phi v) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\Phi\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\Phi\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right) + S_\Phi \quad (13)$$

over some specified problem domain and with the appropriate boundary conditions for the solution variable which may represent any conserved quantity.

**Grid Description.** The aim of the finite volume method is to replace Equation (13) with a set of algebraic equations involving the values of  $\Phi$  at a finite number of discrete control volumes and to preserve conservation throughout. The nodes are located inside the control volumes which collectively constitute the solution domain. For sake of simplicity Figure 1 represents one example for a window system (glazing, seal and frame) with a straightforward geometry. To handle the irregular shape of the window system, as shown in Figure 1, some control volumes are blocked off, so that the remaining active control volumes form the desired shape.

**Radiation Exchange.** Due to the non-existence of discretization points  $P$  for temperature at the internal boundaries of the cavities, the long-wave radiation exchange will be included in the energy equation as a source term of the control volumes adjacent to the boundary. Equation (11) can be put in the matrix formulation

$$[A] \cdot [q] = [T] \quad (14)$$

and the irradiance  $q$  can be found by inverting the coefficient matrix  $A$ . The coefficient matrix depends only on the geometric configuration of the enclosure. Therefore the rate of energy generation per unit volume at any wall control volume is

$$S_\Phi = \frac{q}{\Delta x} \quad (15)$$

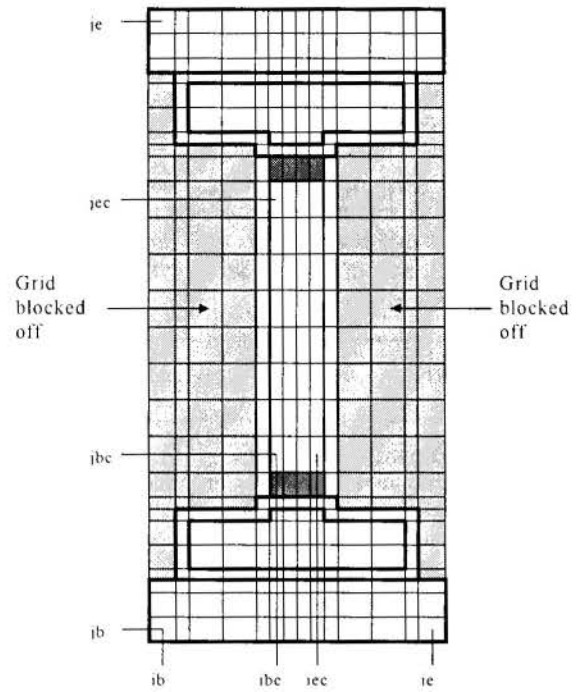


Figure 1: The Collocated Grid.

Also, the solar radiation transmitted to the cavities and absorbed by the walls is placed as a source term in Equation (15). The solar radiation absorbed by the outside surfaces of the window is placed as a source term for the semi-transparent medium in the centre control volume and for the opaque surfaces as flux.

Throughout the current study the grid aspect ratio will depend on the insulated glazing unit (IGU) being simulated, varying between 5 to 20 and the number of control volumes will be determined by a grid independence study for each case studied.

**Solution Procedure.** The numerical model can use three different schemes for modeling the convective and diffusive fluxes of energy and momentum at each control volume face (Patankar, 1980): first-order upwinding differencing scheme (UDS), central differencing scheme (CDS), and exponential differencing scheme (EDS). A non-staggered pressure grid arrangement was applied to the flow field. In the presence of multicellular flows in a thermally driven cavity CDS is used, because EDS damps the appearance of these multicellular flows for a fairly wide range of parameters (Drummond *et al.*, 1991).

There are two iteration loops. In the main iteration (or coefficient update loop), outer loop, the coefficients are evaluated from the most recent solution fields and the set of linear equations for temperature ( $T$ ) is solved iteratively, using a line by line solver based on an Alternating Direction Implicit (ADI) procedure, along with an over relaxation procedure. Iterations are performed on the linear equations for  $T$  until a preset level of residual reduction (4 levels in all cases thereafter) or until a maximum number of iterations is reached.

Within each coefficient update loop, an inner loop is called to solve the velocities equations,  $u$  and  $v$ , and the pressure equations,  $p$ , which corresponds directly to the SIMPLEC algorithm (Hutchinson and Raithby, 1986). The numerical solution of each of these variables is carried out using an ADI procedure, using the same criterion described for the temperature equations. An Additive Correction Method

(Hutchinson and Raithby, 1986), ACM, block correction is applied to speed the solution for  $p$ . Also, the ACM algorithm can be used to accelerate convergence for  $T$ ,  $u$ ,  $v$  when necessary. At the end of each outer loop iteration, steady state convergence is verified by comparing the relative maximum change  $T$ ,  $u$  and  $v$  between two consecutive iterations. Finally, the condition of steady state will only be satisfied if the error between the heat flow in and out of the window accomplish the following criteria:

$$\left| \frac{Q_{in} - Q_{out}}{Q_{out}} \right| \leq 10^{-5}$$

between two consecutive iterations and

$$Q_{in}^{n+1} - Q_{in}^n \leq 10^{-5}$$

for at least four consecutive iterations.

It is worthwhile to mention that the time step for solving natural convection problems depends on the grid size and the Rayleigh number because of the weak coupling between momentum and energy equation due to buoyancy, that affects in turn the delicate  $u$ ,  $v$  and  $p$  coupling. If the time step is too small the evolution of the solution is prone to oscillations due to decoupling between the energy and momentum equations, and consequently the decoupling in  $u$ ,  $v$  and  $p$  equations. The time step is obtained by multiplying the natural time scale (maximum time step allowed for numerical stability based on an explicit scheme) by a factor  $n$ , i.e.:

$$\Delta t = n \Delta t_{max}$$

The energy balance is applied over the entire problem domain with the thermal boundary conditions applied at the outer edges. This step in the coefficient update loop generates a temperature solution for all control volumes. However, all velocities at locations outside the cavity are set to zero and the velocity boundary conditions, used in solving balances to conserve momentum and mass, are applied at the walls of the cavity. Thus, the natural convection velocity field in the cavity is generated for non-uniform temperature distributions at the cavity walls.

Application of the energy balance across the composite problem domain required care to ensure that the heat flux is correctly calculated at the surfaces between materials of different thermal conductivities. The conductive heat flux at the bordering faces is calculated using the harmonic mean of the neighboring conductivities according to the procedure outlined by Patankar (1980).

Assessment of the numerical method. The capabilities of the solution method to model windows were examined, with respect to accuracy, cost, and reliability. In order to fulfill this goal, code validation was divided into three stages, with increasing degree of complexity. Each stage was designed to examine and to validate a particular feature of the code. For the pure natural convection problem the accuracy and reliability is satisfactory to model natural convection alone in orthogonal and non-orthogonal grids. In comparisons with bench mark solutions, the errors are lower than  $10^{-2}\%$  and the ability to correctly model secondary and tertiary cells by perturbing the flow is demonstrated. For the conjugate problem (conduction coupled with natural convection) a set of five runs is made and the results are compared with Wright's work (1990) for cavity aspect ratio,  $A=40$ , width  $0.0127$  mm and  $6 \times 10^3 \leq Ra \leq 1.2 \times 10^4$ . The same grid, same numerical scheme (CDS), and same convergence criteria are used by both programs. The results are compared and for all runs the errors

are less than 1% for heat flux through the hot wall. Finally, for the interaction among surface radiation, natural convection and convection, which includes all modes of heat transfer present in a window system, surface-to-surface radiation exchange is shown to be accurately modeled. Differences are found in the third decimal place for the radiation heat flux when compared to Wright's code (Wright 1990). The solar heat gain for normal radiation were compared with the experimental data of Harrison and Wonderen (1994) for 9 window samples, with errors for the solar heat gain factor lower than 2.5% for three samples, 5.3%, 19% and 12% for the others. The results for this comparison are presented in the next section. The simulation procedure proves satisfactory to model the heat transfer and fluid dynamics in fenestration systems.

## RESULTS

Solar Radiation Interaction. To validate the model in relation to the interaction of radiation, conduction and natural convection when solar radiation is present, no data was found in the literature showing local effects in the fluid flow and in the heat transfer mechanisms. Experimental and numerical results of solar heat gain factor (*SHGF*), an averaged quantity, for a set of nine window samples (Harrison and Wonderen, 1994) are therefore used to verify the model. The *SHGF* used together with the window's thermal transmittance (*U-factor*) permits comparative ranking of fenestration systems, calculating Energy Rating (ER) numbers, and determining the annual energy performance.

The nine window samples selected represent a broad range of insulating glazing systems that include clear and heat absorbing glass, reflective and spectrally selective coatings. All samples are specified to be double-glazed air-filled sash units fitting in a common wood casement frame, see Figure 2. Details of the nine glazing systems are given in Table 1.

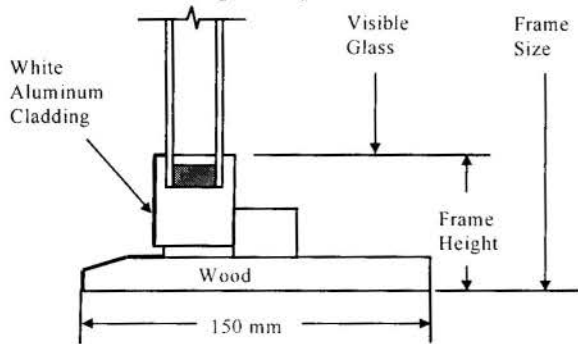
Sash No.	Glazing System
S1	Clear / Clear
S2	Clear / Pyrolytic low-E, $\epsilon=0.2$
S3	Clear / LoE-178, $\epsilon=0.08$
S4	Clear / LoE Sun, $\epsilon=0.1$
S5	LoE Sun-145, $\epsilon=0.1$ / Clear
S6	Evergreen Tinted / Clear
S7	Reflective Metal SS-114 / Clear
S8	Clear / Low-E <sup>2</sup> -171, $\epsilon=0.04$ .
S9	Evergreen Tinted / Pyrolytic Low-E, $\epsilon=0.2$

Table 1: Description of Test Glazing Systems.

The *SHGF* measurements were performed at the CANMET Window Test Facility (Harrison and Wonderen, 1994) and the average measurement uncertainty was  $\pm 4.9\%$ . They did numerical simulations using the VISION/FAME (EEL 1995, AGSL 1995) computer program package. Results for the nine windows are presented in Table 2.

The results shown in Table 2 indicate good agreement among measured results and those calculated values using FAME/VISION and this model. They agree to about 2.5% or less for samples S1 to S5 and S9, 5.3% for S6, 19% for S7, and 12% for S8. The results of the model are consistently higher than those from FAME/VISION. This can be explained by the approximation used by FAME to calculate the *SHGF* (see Harrison and Wonderen, 1994). The values of center-glass *SHGF* calculated by the model are nearly the same as those

calculated by VISION as expected because both programs use the Edwards' embedding technique to calculate SHGF.



Frame Size 1200 x 600 mm  
Visible Glass 1045 x 445 mm  
Frame Height 77.5 mm

Figure 2: Test Frame Sash Cross Section.

side but were chosen with the expectation that they would also approximate the conditions in the measurement laboratories.

IGU#	Glass Description	Pane Spacing(s) d	Spacer(s)
1	Clear double	12.7 mm	Foam
2	Clear double	12.7 mm	Aluminum
3	Clear double	6.4 mm	Foam
4	Clear double	19.1 mm	Foam
5	Low e double	12.7 mm	Foam
6	Clear triple	12.7 mm	Foam
7	Clear triple	6.4 mm	Foam

Table 3: Description of Blind Test Glazing Units.

Indoor Temp $T_i$	Indoor Heat Transfer Coefficient $h_i$	Outdoor Temp $T_o$	Outdoor Heat Transfer Coefficient $h_o$
21.1°C	8.3 W/(m <sup>2</sup> °C)	-17.8°C	30 W/(m <sup>2</sup> °C)

Table 4: Blind Test Glazing Unit Boundary Conditions.

Sash No.	Solar Heat Gain Factor		
	Measured	VISION/FRAME	Model
S1	0.50 ± 0.02	0.49	0.495
S2	0.48 ± 0.02	0.46	0.468
S3	0.41 ± 0.02	0.40	0.404
S4	0.36 ± 0.02	0.35	0.356
S5	0.21 ± 0.02	0.21	0.212
S6	0.34 ± 0.02	0.31	0.322
S7	0.12 ± 0.02	0.09	0.097
S8	0.29 ± 0.02	0.32	0.325
S9	0.30 ± 0.02	0.29	0.296

Table 2: Summary of Results of Solar Heat Gain Factors.

The horizontal axis is vertical distance with zero corresponding to the bottom edge of the glazing unit and the top edge at 508 mm. The vertical axis records the temperature profile in degrees Celsius on the warm side (room side) of the glazing unit. This temperature profile represents any vertical profile along the glazing unit as long as the "side effects", i.e., 3-D effects, of the spacer, sealant, etc. are not influencing the temperature.

In Figure 3 it is relatively easy to sort out the different temperature profiles on the basis of their center-glass heat transfer characteristics. For example, in the mid-part of the graph, away from the top and bottom edge effects, the lowest performing unit is the double glazed 6.35 mm unit, and the best performing units are the clear triple unit with the largest spacings (two 12.7 mm air cavities) and the 12.7 mm low-E unit. The remaining units occupy a position consistent with intuition.

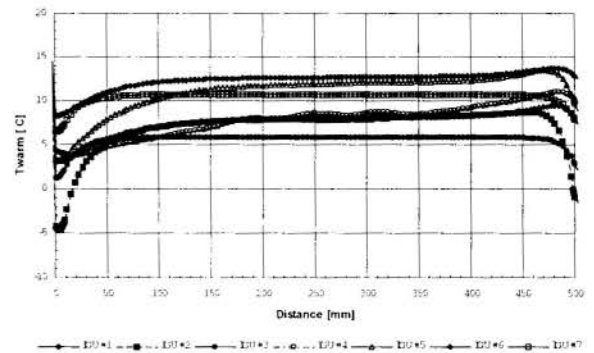


Figure 3: Warm Side Temperature Profile for All Seven Blind Test Glazing Units.

The comparison between simulations and experiments for all of the data sets show good agreement. It can be seen in de Abreu (1996), even without adjustment, that each set of curves falls within a band typically no wider than ±1°C. Exceptions occur in the vicinity of steep temperature gradients as seen near the top and bottom of the glazings where the observed temperature band can be as large as ±3°C. However, these discrepancies are misleading knowing that some spatial uncertainty exists regarding the location of measured profiles -

**Surface Temperature Profiles.** This section is a brief description of a collaborative research project, including both measurement and simulation studies, aimed at determining the surface temperature of a set of insulated glazing units (IGU's). Duplicate sets of glazing units were provided to two measurement laboratories and their construction details were given to two simulation laboratories, one of which is the research group that the authors are part of. All participants in the study were asked to perform their portion of the research without knowledge of the results of the other investigators, i.e., a "blind study". A complete description of this collaboration among four laboratories is given in Sullivan *et al.* (1996).

The numbering scheme shown in Table 3 will be used throughout this section to identify the glazing units. The design options incorporated in these glazing units were selected to cover a range of edge-seal type, pane spacing, low-E coating, number of glazings that would reasonably test both the measurement and simulation techniques. These design options are of interest because each one is expected to affect the indoor surface temperature profile.

The boundary conditions used in the simulations are given in Table 4. The heat transfer coefficients include both long wave radiation and convective effects. No solar radiation is present. These boundary conditions approximate the American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning (ASHRAE) winter design condition with a 6.7 m/s wind on the cold side and natural convection on the warm

a topic which is discussed in more detail in Sullivan *et al.* (1996). Figure 4 shows a comparison for a IGU #6, clear triple 12.7 mm foam spacer.

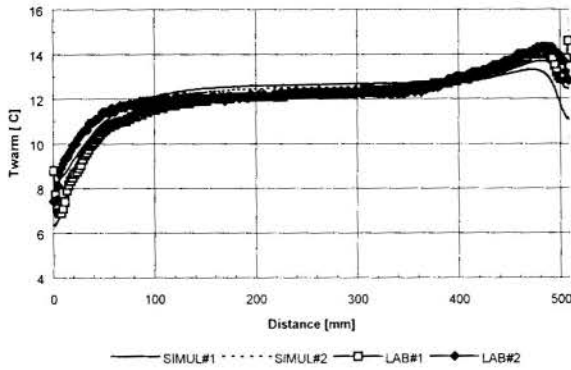


Figure 4: Temperature Profiles. IGU #6, Clear Triple 12.7 mm Foam Spacer.

## CONCLUSIONS

The model presented here is a non-orthogonal grid, control-volume based, computational code developed specifically for the two-dimensional modelling of window. One strength of the code is its ability to model an entire window assembly (centre-glass, edge-glass, frame, and wall) simultaneously. This is in contrast to current industry practice of modelling the centre-glass region separately from the edge-glass/frame/wall region as practised by the Canadian Standards Association's (CSA) window energy rating (ER) procedure and the National Fenestration Rating Council procedure (de Abreu, 1996).

This model incorporates much of the appropriate physics, it yields detailed surface temperature profiles, it provides flexible boundary condition capabilities, and it readily admits modification as refinements are developed. For example, no assumptions concerning the location of edge-glass demarcation is needed; a detailed vertical temperature profile along the entire window is available for comparison with thermographic measurements; specification of an indoor window surface temperature or heat transfer coefficient can be replaced with room air convection; and, different algorithms modelling specular reflection of solar radiation can be tested.

The ability of this model to accurately determine local window temperatures makes it possible to be used to supplement experimental data in validating simpler, more user friendly, codes (EEL 1995, AGSL 1995).

## REFERENCES

AGSL, 1995. "VISION5 Glazing System Thermal Analysis - Computer Program", Advanced Glazing System Laboratory, Department of Mechanical Engineering, University of Waterloo.

Curcija D. And W.P. Goss, 1994. "Two-Dimensional Finite-Element Model of Heat Transfer in Complete Fenestration Systems". ASHRAE Transactions, vol. 100(2), pp. 1207-1220.

de Abreu, P.F., 1996. "Modeling the Thermal Performance of Windows Using a Two-Dimensional Finite Volume Model," Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Waterloo.

Drummond, J.E., A.J. Yovichin and J.P. Mckee, 1991. "The Effect of Upwind Formulations on Secondary Flows in a Thermally Driven Cavity", Proceedings of the ASME/JSME Thermal Engineering Joint Conference, Nevada, USA, pp. 147-154.

EEL, 1995. "FRAME 4.0: A Computer Program to Evaluate Thermal Performance of Window Frame Systems", Enermodal Engineering Limited.

Fusegi, T. And J.M. Hyun, 1994. "Laminar and Transitional Natural Convection in an Enclosure with Complex and Realistic Conditions", International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 15(4), August

Gilmore, V.E., 1986. "Superwindows", Popular Science, March, pp. 76-77.

Harrison, S.J. and S.J. Wonderen, 1994. "A Test Method for the Determination of Window Solar Heat Gain Coefficient". ASHRAE Transaction, vol. 100(1), pp. 1057-1064.

Hutchinson, B.R. and G.D. Raithby, 1986. "A Multigrid Method Based on the Additive Correction Strategy", Numerical Heat Transfer, vol. 9, pp. 511-537.

McCabe, M.E. and W.P. Goss, 1987. "Interim Procedure to Measure the Thermal Performance of Window Systems", National Bureau of Standards, report No. NBSIR 87-3569, June.

Ostrach, S., 1988. "Natural Convection in Enclosures", Journal of Heat Transfer, vol. 110, pp. 1175-1190, November.

Patankar, S.V., 1980. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corp.

Rhie, C.M., 1981. "A Numerical Study of the Flow Past an Isolated Aerofoil with Separation", Ph.D. Thesis, University of Illinois, Champaign, Urbana, chap. 4, pp. 22-35.

Siegel, R. and R.J. Howell, 1981. "Thermal Radiation Heat Transfer", Hemisphere Publishing Corporation.

Smith, T. D., C. Beckermann and C.C. Adams, 1993. "A Numerical Simulation Model for Studying the Thermal Performance of Windows", ASHRAE Transactions, vol. 99(2), pp. 585-596.

Sullivan, H.F., J.L. Wright, and R.A. Fraser, 1996. "Overview of a Project to Determine the Surface Temperatures of Insulated Glazing Units: Thermographic Measurement and Two-Dimensional Simulation.", ASHRAE Transactions, vol. 102(2).

Wright, J.L., 1990. "The Measurement and Computer Simulation of Heat Transfer in Glazing Systems," Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Waterloo.

Wright, J.L. and H.F. Sullivan, 1989. "Natural Convection in Sealed Glazing Units: A Review", ASHRAE Transactions, vol. 95(1).

Wright, J.L., and H.F. Sullivan, 1994. "A 2-D Numerical Model for Natural Convection in a Vertical, Rectangular Window Cavity", ASHRAE Transactions, vol. 100(2).



## ANÁLISE DO PROCESSO ACOPLADO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR E UMIDADE EM PAREDES DE EDIFICAÇÕES

Karen G. Peres, Ligia D. F. Marczak  
 Depart. de Engenharia Química - UFRGS  
 Rua Luiz Englert s/nº  
 90040-040 Porto Alegre, RS

Horácio A. Vielmo  
 Depart. de Engenharia Mecânica – UFRGS  
 Rua Sarmento Leite, 425  
 90050-170 Porto Alegre, RS

### RESUMO

*No presente trabalho o desempenho térmico das paredes de uma edificação é simulado considerando-se o efeito combinado do transporte de umidade e de energia no interior da mesma. O modelo clássico de Philip e De Vries é utilizado para descrever o processo simultâneo de transferência de calor e massa em uma parede multicomponente sujeita às condições de contorno de radiação e convecção transientes na face externa e convecção na face interna. Os resultados obtidos para o processo acoplado são comparados com aqueles obtidos a partir de um modelo que leva em conta apenas o efeito do transporte de energia.*

### INTRODUÇÃO

O desempenho térmico das paredes de uma edificação, que apresentam um comportamento não-estacionário, tem participação importante no comportamento térmico dos ambientes internos da mesma, influenciando aspectos como conforto térmico e dimensionamento dos sistemas de climatização. Uma grande parte das pesquisas disponíveis sobre transferência de calor em paredes utiliza apenas a equação da energia para cálculo do balanço térmico através do domínio avaliado. O objetivo do presente trabalho é investigar o processo de transferência de calor em uma parede considerando o efeito simultâneo do transporte de umidade.

Em situações onde apenas o efeito do transporte de energia é considerado, o cálculo do campo térmico sob condições transientes é usualmente obtido através do Método da Função de Transferência (ASHRAE Handbook, 1993). Beyer et al. (1993) e Beyer e Vilhena (1994) propuseram uma outra formulação analítica para a análise deste processo transiente, que, quando comparada aos métodos numéricos, apresenta o atrativo de não necessitar de incrementos sequenciais no tempo e no espaço; a solução desejada, neste caso, pode ser obtida em qualquer instante de tempo. Os resultados desta formulação foram comparados com os obtidos através do Método dos Volumes Finitos levando-se em conta tanto a qualidade da solução quanto a facilidade de uso do método (Beyer et al., 1995).

Em situações onde se leva em conta o efeito da presença e do transporte de umidade para o cálculo do campo térmico, a solução, até o presente momento, somente pode ser obtida através de métodos numéricos devido ao forte acoplamento entre as duas equações governantes (equações da conservação da energia e da massa). Dos trabalhos mais recentes que incorporam esta influência combinada, citam-se os trabalhos de Burch e Thomas (1992) que desenvolveram uma análise unidimensional em uma parede de madeira multicomposta desconsiderando o efeito do calor latente devido à mudança de fase. Karagiozis e Kumaran (1993) analisaram o desempenho de barreiras impermeáveis à passagem do vapor em paredes. Yik et al. (1995) desenvolveram um modelo simplificado para a análise simultânea do processo de troca térmica com transferência de massa com evaporação-condensação em sistemas de ar condicionado. Mendes et al. (1996), através de uma análise numérica, discutem os efeitos de modelos dinâmicos simplificados no processo de transporte de energia. Mais recentemente, Mendes (1997) desenvolveu um código numérico que

permite a avaliação tanto dos coeficientes de transporte como dos modelos de transferência.

O modelo contínuo, discutido por Whitaker (1977) e Bories (1991), associado principalmente a Philip e de Vries (1957) para a análise do transporte simultâneo de calor e massa em meios porosos insaturados, é utilizado no presente trabalho. Neste modelo as equações da conservação da massa e da energia são obtidas utilizando-se as leis fenomenológicas da difusão de massa (Lei de Darcy para a fase líquida e Lei de Fick para a fase vapor) e calor (Lei de Fourier). As equações assim obtidas trazem explicitamente as influências combinadas dos gradientes de temperatura e conteúdo de umidade nos processos de transporte de calor e massa, através de difusividades associadas a estes gradientes.

A parede investigada consiste de camadas de estuque, concreto pesado, isolante e reboco. As propriedades térmicas e difusivas são assumidas constantes e seus valores são aqueles fornecidos por Mendes (1997) e Mendes et al. (1996). Ambos os lados da parede trocam calor por convecção e no lado externo a temperatura ambiente é função do tempo. As equações diferenciais governantes são resolvidas numericamente e de forma iterativa utilizando o método dos volumes finitos. A análise do problema é realizada para as duas situações investigadas: considerando apenas o transporte de energia e considerando também o efeito do transporte de umidade. Os resultados apresentam valores para os fluxos de calor nas fronteiras externa e interna e perfis de temperatura e umidade para vários tempos.

### EQUAÇÕES DE TRANSPORTE E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A parede de uma edificação é um meio poroso não saturado que contém nos seus espaços vazios ar, água na forma líquida e água na forma vapor. O mecanismo físico de transporte de calor e umidade que ocorre em um meio poroso será sucintamente apresentado a seguir. Tanto o calor como a umidade (na forma líquida ou na forma vapor) são transportados simultaneamente em decorrência da influência combinada de gradientes de temperatura e de conteúdo de umidade. Calor migra essencialmente por condução através das partes sólidas (grãos) e também através dos poros preenchidos com líquido. Nos poros preenchidos com ar, a migração de calor é predominantemente devido ao transporte de calor latente pelo vapor. O transporte de vapor d'água ocorre por

difusão molecular no ar existente nos poros. O líquido, por sua vez, migra pelo efeito de capilaridade (movimento do líquido devido a diferenças de pressão). Os mecanismos responsáveis pelo transporte de líquido e vapor dependem essencialmente da quantidade de água presente no meio.

Para meios onde não existe continuidade na fase líquida, a água presente encontra-se somente absorvida nas paredes dos grãos; este é o chamado estado pendular de um meio poroso. A transferência de umidade dá-se através da migração de vapor, que ocorre por difusão no ar, de regiões onde a sua pressão parcial é mais alta para regiões onde sua pressão parcial é mais baixa. Quando se aumenta a quantidade de água nos poros, começam a existir pequenas pontes ou ilhas de líquido e quando estas pontes unem-se umas às outras passa a existir continuidade na fase líquida, ainda que exista presença de vapor. Neste caso, o líquido é transportado devido ao gradiente do potencial capilar, ou seja, por capilaridade e diz-se que o meio poroso está em estado funicular. Para um aumento adicional do conteúdo de umidade todos os poros estão preenchidos com água, levando a condição de meio poroso saturado. Não existe mais vapor e, neste caso, líquido somente pode ser transportado devido a diferença de pressão hidrostática ou por efeitos de convecção natural.

A seguir será apresentada a obtenção das equações diferenciais governantes do fenômeno em estudo, onde as seguintes hipóteses simplificativas são assumidas:

1. A massa de vapor d'água presente nos poros é negligenciável comparada à massa de líquido.
2. O vapor e o ar contidos nos poros comportam-se como gases ideais.
3. Não há influência do efeito de histerese.
4. O efeito da presença de solutos na água é desprezado.
5. O meio poroso é isotrópico.
6. A fase sólida é uma matriz rígida e fixa.

A equação da conservação da energia em um meio poroso não saturado, incluindo o transporte de calor por difusão térmica e o calor transportado pelo líquido e vapor, pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial(CT)}{\partial t} = -\nabla \cdot [-k_s \nabla T + (h_l + h_{lv}) j_v + h_l j_l] \quad (1)$$

onde  $T$  é a temperatura,  $j_v$  é o fluxo de vapor,  $j_l$  é o fluxo de líquido e  $C$  é a capacidade calorífica do meio;  $k_s$  é a condutividade térmica para o caso hipotético de não existir fluxo de líquido ou vapor (De Vries, 1975),  $h_l$  é a entalpia do líquido e  $h_{lv}$  é a entalpia de vaporização.

O lado esquerdo da Eq. (1) representa o acúmulo de energia em um volume infinitesimal do meio poroso. O primeiro termo do lado direito representa o calor transportado por condução térmica. O segundo termo indica a energia transportada pelo vapor na forma de calor sensível e latente enquanto que a energia transportada pelo líquido na forma de calor sensível está representada pelo terceiro termo. Conforme discutido anteriormente, a transferência de calor em paredes de edificações é usualmente resolvida considerando-se apenas o transporte de energia por condução através do meio; neste caso, o lado direito da equação acima conteria apenas o primeiro termo.

A Eq. (1) pode ser simplificada considerando que a entalpia de vaporização  $h_{lv}$  é muito maior que a entalpia do líquido e que os fluxos de líquido e vapor tem sentidos opostos. O resultado obtido é a soma dos efeitos de transporte de calor difusivo e transporte de calor latente pelo vapor:

$$\frac{\partial(CT)}{\partial t} = -\nabla \cdot (-k_s \nabla T + h_{lv} j_v) \quad (2)$$

A equação para o transporte de umidade é obtida partindo-se da expressão da conservação da massa que estabelece que:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla \cdot \left( \frac{j_v + j_l}{\rho_l} \right) \quad (3)$$

onde  $\rho_l$  é a massa específica do líquido e  $\theta$  é o conteúdo volumétrico de umidade, definido como a razão entre o volume de líquido e o volume total, que inclui o volume de vazios e o volume de grãos do meio poroso.

O lado esquerdo da Eq. (3) representa o acúmulo de umidade em um volume infinitesimal do meio poroso. O fluxo de vapor  $j_v$  é obtido a partir da Lei de Fick para difusão de vapor d'água no ar, modificando-a para incluir os efeitos da dependência da taxa de difusão com a porosidade, conforme é discutido por Philip e De Vries (1957). São incluídas assim variáveis relacionadas à tortuosidade do meio poroso e à redução da seção de passagem do vapor devido a presença do líquido. A expressão final obtida tem a seguinte forma:

$$\frac{j_v}{\rho_l} = -(D_{Tv} \nabla T + D_{\theta v} \nabla \theta) \quad (4)$$

onde  $D_{Tv}$  e  $D_{\theta v}$  são as difusividades do vapor associadas aos gradientes de temperatura e conteúdo de umidade, respectivamente. Vale notar que o fluxo de vapor  $j_v$  está escrito como uma soma de duas componentes, uma devido ao gradiente térmico e outra devido ao gradiente de umidade.

O fluxo de líquido pode ser obtido utilizando-se a Lei de Darcy modificada para ser aplicável a fluxos viscosos em sistemas porosos não saturados, conforme discutido por Childs e Collins-George (1950). A expressão obtida é:

$$\frac{j_l}{\rho_l} = -(D_{Tl} \nabla T + D_{\theta l} \nabla \theta) \quad (5)$$

onde  $D_{Tl}$  e  $D_{\theta l}$  são as difusividades do líquido associadas aos gradientes de temperatura e umidade, respectivamente. Neste caso, também o fluxo de líquido  $j_l$  é escrito como uma soma de duas componentes, uma devido ao gradiente de temperatura e outra decorrente do gradiente de umidade; a incorporação explícita destes efeitos individuais nos fluxos de líquido e vapor constitui a grande contribuição do modelo fenomenológico de Philip e de De Vries.

As equações para a conservação da massa e da energia para o problema são obtidas substituindo-se as equações para os fluxos de vapor e líquido, Eqs. (4) e (5), respectivamente, nas Eqs. (2) e (3). O resultado final é:

$$\frac{\partial(CT)}{\partial t} = \nabla \cdot [(k_s + \rho_l h_{lv} D_{Tv}) \nabla T + \rho_l h_{lv} D_{\theta v} \nabla \theta] \quad (6)$$

e,

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot [(D_{\theta l} + D_{\theta v}) \nabla \theta + (D_{Tv} + D_{Tl}) \nabla T] \quad (7)$$

onde  $(k_s + \rho_l h_{lv} D_{Tv})$  é a condutividade térmica do meio poroso incluindo as contribuições da difusão térmica e transporte de energia devido à migração do vapor. Maiores detalhes sobre a obtenção destas equações podem ser obtidos em Damasceno Ferreira (1993).

Uma vez apresentadas as equações governantes do problema, discute-se a seguir a geometria e as condições de contorno do problema em estudo.

A Figura 1 mostra a parede multicompоста de uma edificação onde assume-se contato térmico perfeito entre os meios que constituem a parede. Trata-se de uma parede tipicamente norte americana, cuja utilização teve como objetivo não perder a base de comparação com trabalhos semelhantes já editados (Beyer et al., 1995). Note-se, entretanto, que a aplicação desta formulação a uma parede tipicamente brasileira (reboco-tijolo-reboco) é imediata, bastando apenas modificar as propriedades físicas e difusivas.

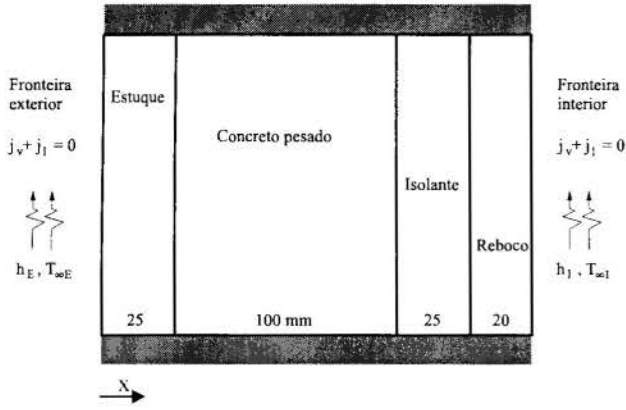


Fig. 1 - Representação esquemática da parede

No início do processo, todo o meio está a uma temperatura constante  $T_i$  e um conteúdo de umidade  $\theta_i$  diferente para cada material que compõe a parede. Ambos os lados da parede trocam calor convectivamente; no lado externo tem-se uma temperatura  $T_w$  variável com o tempo simulando a variação de temperatura durante o decurso de um dia completo. Esta temperatura fictícia é denominada Temperatura Sol-Ar (ASHRAE, 1993) e leva em conta o fluxo de calor radioativo incidente do sol variável ao longo do dia. Quando se inclui o transporte de massa, a expressão para o fluxo de calor nas fronteiras deve incluir a parcela referente ao gradiente de conteúdo de umidade. Para o processo de transferência de massa, ambas as fronteiras são assumidas impermeáveis ao fluxo de massa; isto significa que a umidade (na forma de vapor ou líquido) migra no interior da parede de um lado a outro, sem, no entanto, sair do sistema. As expressões analíticas para as duas condições de contorno, térmica e mássica, são, respectivamente:

$$h(T - T_w) = -(k + \rho_1 h_{1v} D_{Tv}) \frac{\partial T}{\partial x} - (\rho_1 h_{1v} D_{\theta v}) \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (8)$$

e.

$$-(D_{Tv} + D_{\theta v}) \frac{\partial T}{\partial x} - (D_{\theta T} + D_{\theta v}) \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

Conforme será discutido mais adiante, inicialmente o modelo adotado será utilizado para comparar os resultados obtidos com os dados apresentados por Beyer et al. (1995). Neste caso, somente a equação da energia é resolvida. A seguir, os resultados obtidos com as duas equações acopladas serão utilizados para se verificar o efeito da inclusão do processo de transferência de umidade nos perfis de temperatura e nos fluxos de calor.

## METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

As equações diferenciais governantes do problema, Eqs. (6) e (7), foram resolvidas numericamente utilizando o método dos volumes finitos (Patankar, 1980). Na discretização do domínio de

solução, mostrado na Fig. 1, foi utilizado uma malha regular com 340 volumes de controle. Para a integração no tempo, utilizando um esquema totalmente implícito com intervalo de tempo de 90 s. A escolha tanto do número de volumes de controle quanto do intervalo de tempo levaram em conta o compromisso entre a precisão da solução numérica e o tempo computacional.

Para a solução do sistema de equações algébricas lineares, resultante da integração das equações diferenciais, foi aplicado o algoritmo TDMA (TriDiagonal-Matrix Algorithm).

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para a análise dos resultados foram assumidas as considerações listadas a seguir. Os coeficientes convectivos de troca térmica externo e interno são 16,95 e 8,26  $W/m^2.K$ , respectivamente, e a temperatura interna da sala é mantida constante em 24 °C. A temperatura do lado externo evolui em função do tempo ao longo de um dia, segundo a Temperatura Sol-Ar (ASHRAE, 1993) para 40° latitude norte, 21 de julho; os valores desta temperatura são mostrados na Tabela 1. Assume-se que estes valores repetem-se consecutivamente por 8 dias, tempo utilizado nesta análise. A temperatura inicial da parede é constante e igual a 28,5 °C.

Tabela 1 - Temperatura Sol-Ar (°C)

Hora	T Sol-Ar	Hora	T Sol-Ar	Hora	T Sol-Ar
1	25.430	9	29.764	17	50.618
2	24.880	10	31.700	18	43.948
3	24.440	11	33.752	19	31.416
4	24.110	12	35.850	20	29.830
5	24.000	13	40.446	21	28.620
6	25.104	14	46.682	22	27.520
7	26.382	15	50.860	23	26.640
8	27.918	16	52.350	24	25.980

No presente trabalho, todas as propriedades térmicas e difusivas dos materiais que compõe a parede foram assumidas constantes. As propriedades térmicas dos materiais estão mostradas na Tabela 2 e são aquelas utilizadas por Beyer et al. (1995).

Tabela 2 - Propriedades térmicas da parede

Propriedade	Estuque	Concreto	Isolante	Reboco
$k$ ( $W/m^2.C$ )	0.692	1.731	0.043	0.727
$\alpha$ ( $m^2/s$ )	$4.434 \times 10^{-7}$	$9.187 \times 10^{-7}$	$1.6 \times 10^{-6}$	$5.4 \times 10^{-7}$

Os valores das difusividades utilizadas neste trabalho foram determinadas a partir dos valores de difusividades e conteúdos iniciais de umidade apresentadas por Mendes et al. (1996). Estes valores estão mostrados na Tabela 3, onde tem-se que  $D_T = D_{Tv} + D_{\theta T}$  e  $D_{\theta} = D_{\theta v} + D_{\theta T}$ .

Tabela 3 - Difusividades e conteúdos iniciais de umidade

	Estuque	Concreto	Isolante	Reboco
$D_{\theta}$ ( $m^2/s$ )	$1.75 \times 10^{-9}$	$2.21 \times 10^{-9}$	$3.69 \times 10^{-10}$	$1.75 \times 10^{-9}$
$D_T$ ( $m^2/s.K$ )	$1.16 \times 10^{-11}$	$1.46 \times 10^{-11}$	$1.91 \times 10^{-12}$	$1.16 \times 10^{-11}$
$D_{\theta v}$ ( $m^2/s$ )	$1.75 \times 10^{-9}$	$1.18 \times 10^{-10}$	$3.69 \times 10^{-10}$	$1.75 \times 10^{-9}$
$D_{Tv}$ ( $m^2/s.K$ )	$1.07 \times 10^{-11}$	$1.40 \times 10^{-11}$	$1.78 \times 10^{-12}$	$1.07 \times 10^{-11}$
$\theta_{inicial}$ (%)	1.16	10.8	9.1	1.16

A Fig. 2 apresenta os valores do fluxo de calor na fronteira interna em função do tempo. A linha cheia corresponde à situação onde somente se considera o transporte de energia, enquanto que a linha tracejada corresponde à situação onde os processos de transferência de calor e massa estão acoplados. Estas duas situações são referenciadas na figura como processo térmico e processo acoplado, respectivamente.

O formato das curvas desta figura mostra a característica periódica do processo uma vez que a temperatura  $T_{\infty}$  do lado externo é uma função periódica do tempo ao longo de um dia. Observa-se que o processo evolui para estado estacionário periódico. Com relação à comparação dos dois processos investigados, verifica-se que ocorre um aumento no fluxo de calor quando a transferência de massa é considerada. Isto acontece porque o meio passa a conduzir energia de forma mais efetiva; há agora tanto a contribuição do transporte de calor latente pelo vapor quanto a contribuição do transporte de massa que entra como termo fonte positivo na equação da energia.

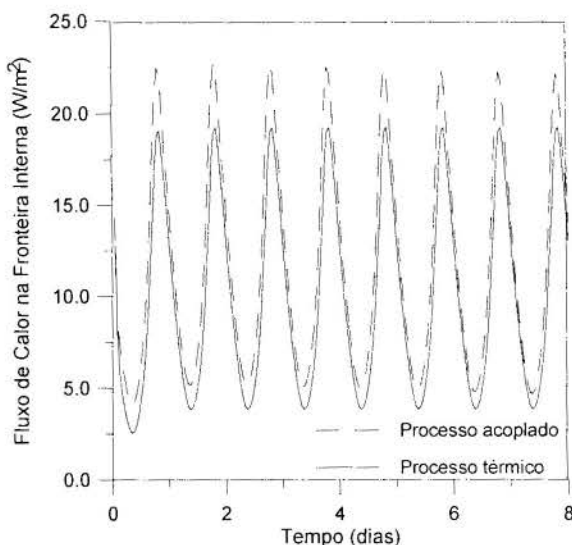


Figura 2 - Fluxo de calor na fronteira interna

A Tabela 4 apresenta uma comparação entre os valores do fluxo de calor na parede interna ao longo do 4º dia de simulação, considerando-se os resultados obtidos a partir do Método da Função de Transferência (Beyer et al., 1995), e dos dois modelos utilizados no presente trabalho: processo apenas térmico e processo acoplado de transferência de calor e massa. No caso dos resultados analíticos obtidos através do Método da Função de Transferência somente o processo térmico é considerado. A análise desta tabela revela a excelente concordância entre os resultados obtidos através deste método analítico e do método numérico, como discutido por Beyer et al. (1995). Conforme já mencionado anteriormente, quando se inclui o processo de transporte de massa o fluxo de calor aumenta e nos picos apresenta diferenças da ordem de 20 %.

A Fig. 3 apresenta os valores do fluxo de calor na fronteira externa em função do tempo. Novamente, a linha cheia corresponde à situação onde somente se considera o transporte de energia, enquanto que a linha tracejada corresponde à situação onde os processos de transferência de calor e massa estão acoplados. Neste caso, o fluxo de calor tem valores negativos porque em determinadas horas do dia a temperatura da parede é maior do que a temperatura  $T_{\infty}$  externa (observe a Tabela 1). Tal fato não ocorre em regiões internas da parede em função da inércia térmica a ela associada (observe os valores sempre positivos da Fig. 2).

Ao longo do período de 8 dias considerado na análise, o fluxo líquido de calor na fronteira externa é próximo ao fluxo de calor na fronteira interna: matematicamente as integrais sob a curva possuem valores próximos. A diferença entre estes valores pode ser utilizada para indicar a proximidade do estado estacionário periódico. Para os 8 dias considerados, a diferença entre os fluxos é da ordem de 8 % e para uma simulação de 20 dias esta diferença cai para 1.5 %.

Tabela. 4 - Fluxo de calor ( $W/m^2$ ) na fronteira interna ao longo do 4º dia

Horas	MFT	Presente trabalho - térmico	Presente trabalho - acoplado
1	11.310	11.440	12.814
2	9.872	9.969	11.238
3	8.556	8.625	9.806
4	7.355	7.401	8.508
5	6.268	6.295	7.342
6	5.304	5.317	6.328
7	4.533	4.533	5.566
8	4.038	4.027	5.141
9	3.843	3.831	5.070
10	3.957	3.947	5.346
11	4.373	4.366	5.950
12	5.069	5.068	6.857
13	6.027	6.031	8.042
14	7.354	7.345	9.683
15	9.272	9.280	12.110
16	11.778	11.831	15.169
17	14.540	14.638	18.341
18	17.071	17.225	21.046
19	18.772	18.983	22.545
20	18.968	19.231	22.101
21	17.839	18.121	20.348
22	16.225	16.486	18.321
23	14.524	14.741	16.328
24	12.868	13.039	14.450

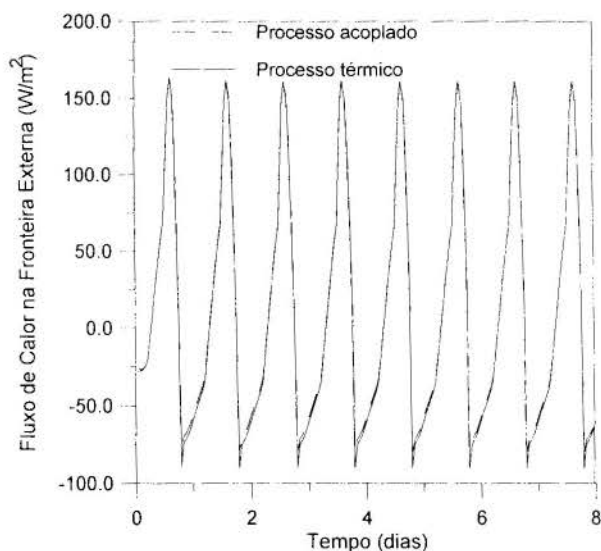


Fig. 3 - Fluxos de calor na fronteira externa

Com relação à comparação entre as curvas, observa-se que elas são praticamente coincidentes, indicando que a inclusão do



transporte de massa tem pouca influência no cálculo deste fluxo de calor. Com efeito, a temperatura nesta fronteira é pouco influenciada pela parcela referente ao transporte de massa cuja importância cresce à medida que se avança no meio. Isto deve-se principalmente à condição de contorno de impermeabilidade mássica aplicada nesta face.

A Fig. 4 apresenta a distribuição de temperatura ao longo da parede para o 8º dia de simulação tendo como parâmetro de curva quatro diferentes horas do dia: hora 0, 6, 12 e 18. As linhas cheias representam a situação do problema térmico e as linhas tracejadas representam o processo acoplado.

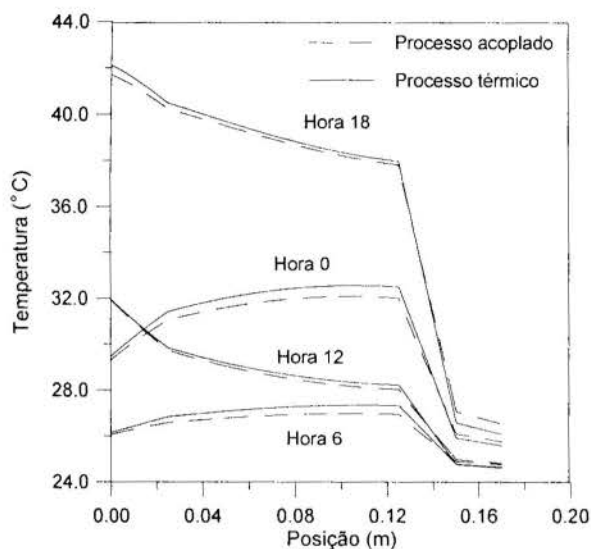


Fig. 4 - Distribuição de temperatura para o 8º dia

Conforme pode ser observado no formato das curvas desta figura, ao longo do dia as temperaturas mínimas são atingidas na hora 6 e as máximas na hora 18, refletindo o comportamento da condição de temperatura externa variável. Nos horários onde a Temperatura Sol-Ar é menor, ou seja, à noite, tem-se menores valores de temperatura no perfil térmico da parede e onde a Temperatura Sol-Ar é mais elevada, durante o dia, tem-se um aumento nos valores do perfil de temperatura no interior da parede até a hora 18, onde atinge os valores máximos. Além disto, pode-se observar as diferenças nos valores das propriedades difusivas dos materiais que compõem a parede, indicadas pelas diferentes inclinações dos perfis. Estas diferenças ficam evidenciadas especialmente nas interfaces entre dois materiais, causando os pontos de inflexão verificados na figura. Vale notar as declividades positivas nas horas 0 e 6 que causam valores de fluxos térmicos negativos ao longo deste período. Outra característica que pode ser observada é que na região junto à parede externa os perfis têm valores que se aproximam da temperatura  $T_{\infty}$  - variável com o tempo; próxima à parede interna os perfis tendem a um valor único, uma vez que a temperatura interna é assumida constante.

Com relação à comparação dos perfis de temperatura obtidos para os dois modelos, verifica-se que a inclusão do transporte de umidade na formulação não modificou o padrão das distribuições de temperatura. O que ocorre é apenas uma mudança branda nos seus valores em função do meio considerado.

A Fig. 5 apresenta a distribuição do conteúdo de umidade no interior da parede para o 8º dia de simulação para quatro diferentes horas do dia. Observa-se que há pouca variação entre as distribuições de  $\theta$  para as diferentes horas do dia, indicando que esta variável possui uma resposta mais lenta ao tempo quando comparada às distribuições de temperatura. Isto deve-se em parte

ao fato de que a camada de isolante atua como uma barreira de umidade; observe na Tabela 3 que o valor da sua difusividade mássica é menor do que as demais. Suspeita-se que a inclusão da variação das propriedades difusivas com o conteúdo de umidade altere significativamente o formato destas curvas. Uma análise levando em conta esta variação será realizada na continuação deste trabalho.

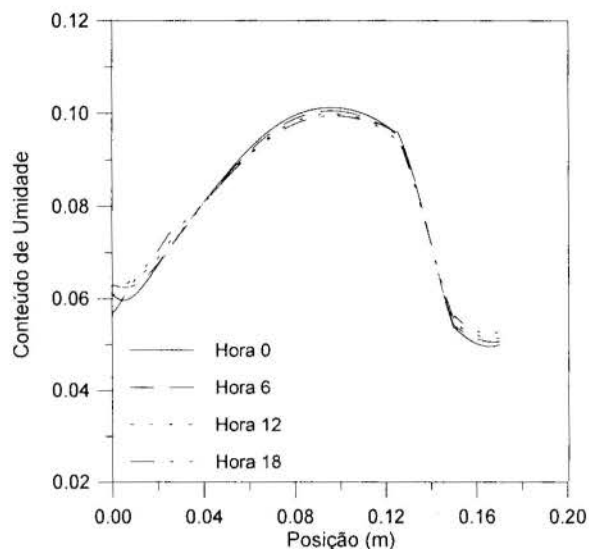


Fig. 5 - Distribuição de conteúdo de umidade para o 8º dia

A fim de se verificar a sensibilidade dos resultados térmicos com a variação das propriedades difusivas do meio, realizou-se algumas simulações nas quais os valores das difusividades foram alterados individualmente 15 e 30 %, para mais e para menos. O objetivo deste estudo foi avaliar quantitativamente como o fluxo de calor junto à superfície interna é afetado pela variação destas propriedades. Para a análise dos resultados foram computados os erros associados ao ponto de pico da curva de fluxo térmico (observe a Fig. 2). Os valores obtidos demonstraram que os maiores erros (da ordem de 10 %) ocorreram no início do processo - quando os gradientes, térmico e mássico, são maiores - e para a simulação em que se alterou em 30 % o coeficiente  $D_{\theta}$ . Esta análise de variação de propriedades teve como objetivo verificar, de uma maneira bastante aproximada, como o processo em estudo se comporta face às modificações das propriedades difusivas. Uma análise mais rigorosa, envolvendo a variação completa de todas estas propriedades com o conteúdo de umidade, deve ser realizada a fim de se obter resultados mais conclusivos.

## CONCLUSÕES

O presente trabalho analisou o fenômeno do transporte simultâneo de calor e massa no interior da parede de uma edificação. O desempenho térmico destas paredes tem forte influência sobre o comportamento térmico dos ambientes internos da mesma, refletido em aspectos como conforto térmico e dimensionamento dos sistemas de climatização. Usualmente, somente o efeito da transferência de energia é considerado. Neste estudo, analisou-se o fenômeno através do processo acoplado de transferência de energia e umidade a fim de se investigar os efeitos da inclusão deste último no processo térmico.

A análise realizada utilizou o modelo clássico de Philip e de Vries (1957) para descrever o fenômeno do transporte simultâneo de calor e umidade em meios porosos insaturados. Neste modelo,

as leis fenomenológicas de Fick, Darcy e Fourier são utilizadas nas equações de conservação de massa e energia e as equações resultantes trazem explicitamente as influências combinadas dos gradientes de temperatura e conteúdo de umidade em ambos os processos de transferência.

A parede multicompоста investigada estava sujeita a condições de contorno convectiva em ambos os lados, sendo que na face externa a temperatura  $T_{\infty}$  foi tomada variável com o tempo. Para o problema mássico assumiu-se que as duas faces eram impermeáveis ao fluxo de massa. As propriedades térmicas e difusivas dos materiais que compõem a parede foram assumidas constantes. As equações diferenciais governantes do problema, equações da conservação da energia e da massa, foram resolvidas numericamente utilizando o Método dos Volumes Finitos com integração temporal totalmente implícita.

Os resultados para o fluxo de calor na fronteira interna revelaram a natureza periódica do fenômeno e mostraram que ocorre um aumento nos valores do fluxo quando o processo de transporte de massa está acoplado ao térmico. Este aumento foi da ordem de 20 % e é consequência da inclusão das contribuições do transporte de calor latente pelo vapor e do transporte de massa decorrente do gradiente de umidade no transporte de energia. Para os valores do fluxo de calor junto à superfície externa, a inclusão do transporte de massa teve pouca influência nos resultados em decorrência da condição de impermeabilidade à passagem de umidade.

Nas curvas de distribuição de temperatura ficou evidenciado a variação dos perfis em função da temperatura  $T_{\infty}$  externa variável com o tempo. A comparação dos resultados para os dois modelos utilizados neste trabalho mostrou que a inclusão do transporte de umidade não modificou o padrão dos perfis de temperatura, apenas alterando os valores brandamente. Para as distribuições de conteúdo de umidade obteve-se pouca variação para as diferentes horas do dia, indicando que esta variável possui uma resposta mais lenta ao tempo quando comparada às distribuições de temperatura. Uma análise mais rigorosa, envolvendo a variação das propriedades difusivas com o conteúdo de umidade, deverá ser feita para se ter resultados mais conclusivos com respeito às distribuições de umidade.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro da CAPES e da FAPERGS - Fundação de Amparo à Pesquisa do Rio Grande do Sul - para a realização deste trabalho.

## REFERÊNCIAS

ASHRAE. 1993. "Handbook of Fundamentals". *ASHRAE*, pp.26.17-26.28.

Beyer, P.O.. 1996. "Fluxo de Calor não Estacionário em Meios Multicompostos". *VI Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, Florianópolis, Santa Catarina, pp. 817-822.

Beyer, P.O., Vielmo, H.A. e Vilhena, M.T.M.B.. 1995, "Estudo Comparativo entre Soluções para a Transferência de Calor em Paredes Multicompostas". *XIII Congresso Brasileiro e II Ibero-Americano de Engenharia Mecânica*, Belo Horizonte, MG, CD-ROM.

Beyer, P.O. e Vilhena, M.T.M.B. e Streck, E.L., 1993, "Fluxo de Calor Transiente em Paredes pela Transformada de Laplace com Inversão Numérica". *XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Brasília, pp. 609-612.

Beyer, P.O. e Vilhena, M.T.M.B., 1994, "Fluxo de Calor Transiente em Paredes Externas Multicompostas". *V Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, São Paulo.

Bories, S.. 1991, "Fundamentals of Drying of Capillary-Porous Bodies in Convective Heat and Mass Transfer in Porous Media". S. Kakaç et al (eds) Kluvic academic publishers, pp. 391-434.

Burch, D.M., Thomas, W.C.. 1992, "An Analysis of Moisture Accumulation in a Wood-frame Wall Subject to Winter Climate". *Thermal Performance of the Exterior Envelopes of Buildings V, Proceedings of ASHRAE/DOE/BTECC/CIBSE Conference*, Flórida.

Childs, E.C. e Collis-George, N.. 1950, "The Permeability of Porous Materials". *Proc. roy. soc.*, vol. 201 a, pp. 392-405.

De Vries, D.A., 1975, "Heat Transfer in Soils". *Heat and Mass Transfer in Biosphere*, Scripta, Washington, pp. 5-28.

Damasceno Ferreira, L. S.. 1993, "Transferência de Calor e Migração de Umidade em Solos que Envolvem Cabos de Potência Aterrados", Tese de Doutorado, UFSC.

Karagiozis, A. N. e Kumaran, M. K., 1993, "Computer Model Calculations on the Performance of Vapor Barriers in Canadian Residential Buildings". *ASHRAE Transactions*, vol. 99, part 2.

Mendes, N., 1997, "Desenvolvimento de Modelos para Código Genérico de Previsão da Transferência de Calor e de Umidade em Elementos Porosos de Edificações", Tese de Doutorado, UFSC.

Mendes, N., Winkelmann, F. C., Lamberts, R., Philippi, P. C., Cunha Neto, J.A.B. e Pedrini, A., 1996, "Cooling Loads from Heat and Moisture Transfer through Porous Walls: Sensitivity to Treatment of Transfer Coefficients in the Philip and De Vries Model". *VI Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, Florianópolis, Santa Catarina, pp. 155-160.

Patankar, S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, Washington.

Philip, J.R. e De Vries, D.A., 1957, "Water Movement in Porous Media under Temperature Gradients". *Trans. Am. Geophys. Union*, vol. 29, pp. 222-232.

Whitaker, S., 1977, "Simultaneous Heat Mass and Momentum Transfer in Porous Media". *Drying Technology*, vol. 1, pp. 3-33.

Yik, F. W. H., Underwood, C. P. and Chow, W. K., 1995, "Simultaneous Modelling of Heat and Moisture Transfer and Air-Conditioning Systems in Buildings". *Proc. IBPSA Building Simulation '95, 4th International Conference*, Madison, WI, USA.

## ABSTRACT

In the present work, the thermal performance of a building wall is simulated considering the combined effects of moisture and energy transport through the wall. The classical model by Philip and De Vries is used to describe the simultaneous process of heat and mass transfer in a composite wall with a transient convective boundary condition. The results for the coupled process are compared with those obtained by using a model that takes into account only the effect of the energy transport.

**NOTE ON THE FEASIBILITY OF A DUAL SOLID FUEL SUPERSONIC COMBUSTOR**
**Jose Luis Sosa**

CONIDA, Commission Nacional de Investigaciones e Desarrollo Aeroespacial, Lima, Peru

**Helcio Francisco Villa-Nova**

LCP/INPE, Rod. Presidente Dutra Km 40, Cachoeira Paulista SP, 12630-000

**Demétrio Bastos-Netto**

LCP/INPE, Rod. Presidente Dutra Km 40, Cachoeira Paulista SP, 12630-000

SUMMARY

This paper investigates an air fed supersonic combustor of dual type using a solid fuel which is burned in a secondary combustor chamber under oxidizer starving conditions, with a small fraction of the main feeding air stream decelerated to subsonic conditions. These combustion products, consisting of a mixture of combustible gases and active radicals, are then accelerated back to sonic conditions and injected in the primary combustor chamber where it is mixed with the main supersonic air stream and burned under supersonic conditions. The solid fuel is a polyester enriched with a small fraction of ammonium perchlorate. The secondary chamber was designed as a subsonic solid fuel ramjet combustor and the primary combustion chamber design followed a simple and well known model which assumes a one dimensional, steady state flow with Crocco's relation to describe the pressure field and uses the Reynolds' Analogy to describe the coupling between the heat flux and the wall friction. Experiments with five different combustor configurations were performed using a vitiated air, direct connected, kerosene-fed testing facility for scramjet combustors.

INTRODUCTION

Supersonic Combustion Ramjets - Scramjets - are a likely option for the next decade hypersonic flight vehicles as these air breathing propulsion systems are operated under flight Mach numbers above the range of 6-7, leading them to be known as Kinetic Energy Machines (Pratt, 1994). The fuel most commonly used in scramjets is the hydrogen (Billig, 1988; Cookson, 1968; Ferri, 1964, 1968; Villasenor et al., 1992), although there are systems which use aviation kerosene, JP-4, among other options (Waltrup, 1987; Schetz et al., 1980). However, it is expected that, in the next decades, other liquid hydrocarbon based fuels with high specific energy values and easy handling will be available (Liñán and Williams, 1993).

As far as the combustion chamber fuel feeding technique is concerned, supersonic combustors can be classified as single mode (or direct mode) or dual mode. In the former one the fuel is injected directly in the supersonic air stream arriving to the combustion chamber (Ferri, 1964); while in the later the fuel is injected in a pre-chamber and burned (fuel rich) with a small fraction of air bled from the mainstream and brought to subsonic conditions, generating a gaseous mixture rich in free radicals. This mixture is then accelerated and injected in the combustion chamber along with the supersonic air flow mainstream and burned under supersonic regime.

It should be noticed that scramjets have been using gas or liquid phase fuels only, independently of the combustor type (Cookson, 1968; Alves et al, 1988; Billig, 1988). However, a lot of work has been done with solid fueled subsonic combustion ramjets (Boaz and Netzer, 1973; Campbell et al., 1992; Silva, 1995; Netzer, 1977). This is to be expected, for these fuels can offer high combustion efficiencies (specially if metallic), high impulse density and low storage costs, besides being a lot simpler than the ones with gaseous or liquid fuels. These solid fuels have not been used in supersonic combustors, for the low residence time in those combustion chambers preclude the opportunity for sustained burning to occur within

reasonable lengths prior to the arrival of the combustion products at the exit nozzle. Besides, the obvious strong erosive effect the supersonic air stream will cause on the fuel surface, may consist in a problem of difficult handling for the solid fuels now being used in ramjets (nearly all of them a plastic or rubber impregnated with up to 25% of ammonium perchlorate (AP) and aluminum powder).

However, if the solid fuel is burned in a secondary combustion chamber under lean oxidizing conditions with a small fraction of the feeding air (which has been decelerated to subsonic conditions) the above listed disadvantages do not occur anymore. These combustion products, consisting of a gaseous mixture rich in free radicals would then be accelerated and injected back into the supersonic main air stream where the main combustion process would take place just like in the above described dual mode combustor nowadays used with liquid and gaseous fuels only. This work investigates the feasibility of a dual mode supersonic combustor using a solid fuel.

PROBLEM DESCRIPTION

The apparatus used in this investigation is sketched in figure 1 and the processes taking place there can be roughly described in the following steps: a - The supersonic air generated in the laboratory vitiated air facility (Guimarães et al, 1997) is brought to the combustor through the feed duct pick-up; b - a small amount of this air flow is captured, decelerated to subsonic regime and fed into the secondary chamber which houses the solid fuel; c - The solid fuel undergoes an incomplete combustion process under subsonic conditions and the combustion products (combustible gases plus active radicals) are accelerated and fed back into the main supersonic flow stream; and d - These combustion products are mixed and burned in the combustor under supersonic conditions and the products are discharged through a divergent nozzle.

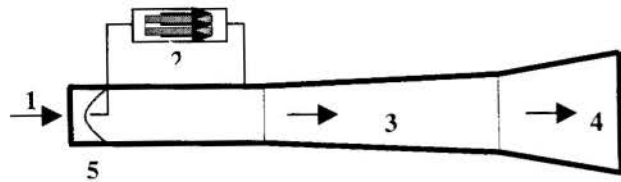


Figure 1 - Combustor Schematics:

1 - Feed Duct; 2 - Secondary Chamber (Gas Generator);  
3 - Combustor; 4 - Nozzle; 5 - Shock Wave

Therefore it is convenient to consider separately the following interdependent combustion mechanisms: 1- The incomplete burning of the solid fuel taking place in the secondary chamber, generating a combustible gas mixture and, 2 - The supersonic combustion of this gaseous mixture in the combustor.

### SOLID FUEL COMBUSTION MODELING

The most important aspect burning mechanism of the solid fuel is the burning surface regression rate,  $r$ . The composite solid fuel used in the tests consisted of cylindrical (internal/external burning) grains of polyester with 25 % AP, with the characteristics shown in Table 1. This composition is quite similar to the one used by Raghunandam et al. (1985), investigating burning grains at low temperatures. That author obtained the following experimental relation:

$$r = 0.0068 \cdot \phi_{ar}^{0.5} \cdot p^{0.36} \quad (1)$$

where  $\phi_{ar}$  is the air flux in  $g/cm^2 \cdot s$ .

It has been shown experimentally (Migueis, 1986) that the influence of the air temperature,  $T_{ar}$  in the regression rate on a grain of composition identical to the one used in this investigation could be given by:

$$r = c \cdot p^n \cdot \phi_{ar}^m \cdot T_{ar}^s \quad (2)$$

where  $c$ ,  $n$  and  $s$  are constants.

Table 1: Fuel Characteristics.

	Phase	Weight Fr.	Molar Fr.	Enthalpy kcal/mole
$C_{23}H_{44}O_4$	solid	0.75	0.511	- 30.00
$NH_4ClO_4$	solid	0.25	0.489	- 70.69

Silva (1985) found the following experimental expression for a polyethylene grain:

$$r = 0.000967514 \cdot p^{0.8} \cdot \phi_{ar}^{0.35} \cdot T_{ar}^{0.38} \quad (3)$$

and Boaz and Netzer (1973) obtained the following empirical expression for a methyl metachrilate grain:

$$r = c \cdot p^{0.51} \cdot \phi_{ar}^{0.41} \cdot T_{ar}^{0.34} \quad (4)$$

In this investigation one used an expression similar to the one used by Raghunandam et al. (1985), modified to include the influence of the incoming air temperature,  $T$ , heated by the shock wave at the lip of the gas generator pick-up duct

$$r = 0.0068 \cdot \phi_{ar}^{0.5} \cdot p^{0.39} \cdot (T/T^*)^{0.4} \quad (5)$$

where  $T^*$  is a reference temperature, here chosen to be 900K, following the work of Shulte (1986).

### SUPERSONIC COMBUSTION MODELING

The burning of the combustible gases generated at the secondary chamber takes place in the combustor. There these gases are mixed with the supersonic air main flow and heated by oblique shock waves. Following the procedure suggested by Waltrup (1979), of considering two regions in the combustor: a - a non-reactive flow region, where reflecting oblique shock waves heat the mixture and induce the effective flow cross section as suggested in figure 2 and b - a reactive flow region which is analyzed solving the control volume conservation equations along with the equation of state, Crocco's relation for the wall pressure distribution and the strong simplification that the Reynolds' Analogy remains valid in the supersonic flow regime. Therefore, using Waltrup's (1979) approach, one can write:

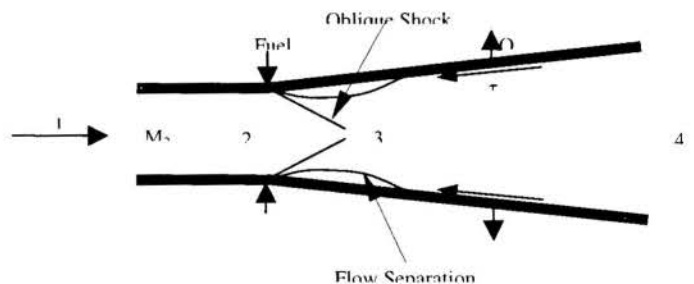


Figure 2 - Supersonic Combustor

Mass:

$$\rho_2 u_2 A_2 + \dot{m}_f = \rho_4 u_4 A_4 \quad (6)$$

Momentum:

$$p_2 A_2 + \int_2^4 p_w \sin \alpha \cdot dA_w - p_4 A_4 - \int_2^4 \tau_w \cos \alpha \cdot dA_w + p_f A_f \cdot \cos \beta = \rho_4 u_4^2 A_4 - \rho_2 u_2^2 A_2 - \rho_f u_f^2 A_f \cos \beta \quad (7)$$



Energy:

$$h_2 + \frac{u_2^2}{2} + f \left( h_j + \frac{u_j^2}{2} \right) = (1+f) \left( h_4 + \frac{u_4^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho_2} \int_{x_2}^4 \dot{q}_w \cdot dA_w \quad (8)$$

Equation of State:

$$p_4 = p_4 (\rho_4, h_4) \quad (9)$$

Crocco's Relation:

$$p_w A^{e/(\epsilon-1)} = cte = (p_1/p_2) p_2 A_2^{e/(\epsilon-1)} \quad (10)$$

where  $p_w$  is the wall pressure,  $f$  is the fuel to air ratio and  $\epsilon$  an arbitrary constant. Equations (6) to (10) with the assumption that the Reynolds Analogy remains valid under supersonic flow conditions plus the boundary conditions, were solved using the code developed by Campos (1994), yielding the thrust level vs the combustor divergence semi-angle for several combustor lengths.

### EXPERIMENTAL RESULTS

The Dual Combustor was then installed downstream the Laboratory Direct-Connected Vitiated Air Generator as shown in figure 3. That apparatus fed the combustor with 396.8 g/s, Mach 3 supersonic air flow through a 0.044 m diameter duct. This stream had stagnation and static temperatures of 2400 K and 1053.8 K, respectively. A nearly steady state operating time of 14 seconds was expected for each run.

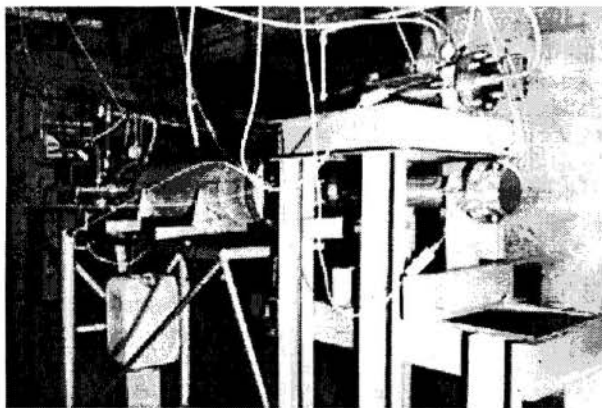


Figure 3 – System directly coupled to the Vitiated Air Heater

Solid fuel grain regression rates were measured using the facility developed by Miguéis (1986), shown in figure 4.

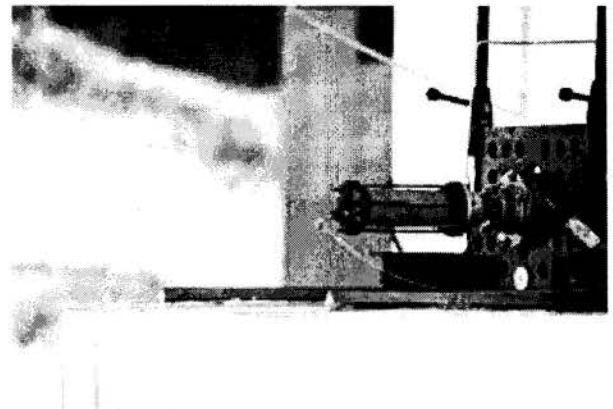


Figure 4 – Apparatus for Regression Rate measurement

Table 2 shows some of the results. The working pressures were selected after the usual calculation to guarantee choking flow regime. Notice that the regression rates measured values were compatible with Raghunandan model (Raghunandan, 1985).

Table 2 – Regression Rate Measurement Results.

Test No.	$p_s$ (bar)	$G$ (g/cm <sup>2</sup> -s)	Temp. (K)	$r$ (mm/s)
01	2.0	2.22	-	0.19
02	-	2.17	-	0.19
03	3.0	1.55	-	0.12
04	2.6	1.36	-	0.14
05	1.8	1.10	798	0.10
06	1.8	1.00	798	0.14

Tests 1 to 4 correspond to an equivalence ratio, ER, nearly unit while the remaining ones correspond to fuel lean mixtures (ER<1) and were obtained by lowering the injection pressure of the reactant gases in the secondary chamber.

Figure 5 shows a test with ER  $\cong$  1.0

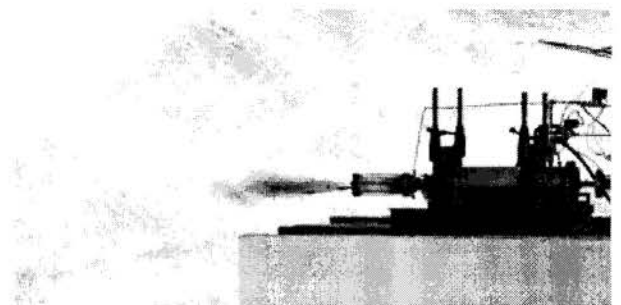


Figure 5 – Regression Rate Measurement Test (ER  $\cong$  1.0)

Several configurations were tested for the positioning of the secondary chamber (combustible gas generator, CGG). Unfortunately the characteristics of the vitiated air heater did not allow, for instance, its positioning inside the main chamber as originally intended. The solution then was to install the CGG outside the main combustion chamber. The air capture process was tried with different pick up probes made out of Columbian alloys. Figures 6 and 7 show one of those probes and the combustible gases injection section, respectively. As the air capture process was not satisfactory it was decided to bleed the

air for the CGC straight from the vitiated air heater, VAH. This led to the set up shown in figure 3. This system operated for a limited amount of time as shown in figure 8 but developed a thrust level of 0.13 N only. Table 4 shows results of the tests

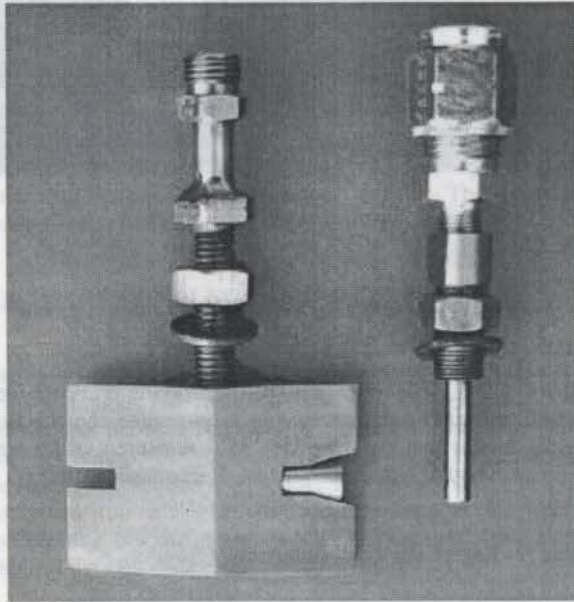


Figure 6 – Air capture pick up unit

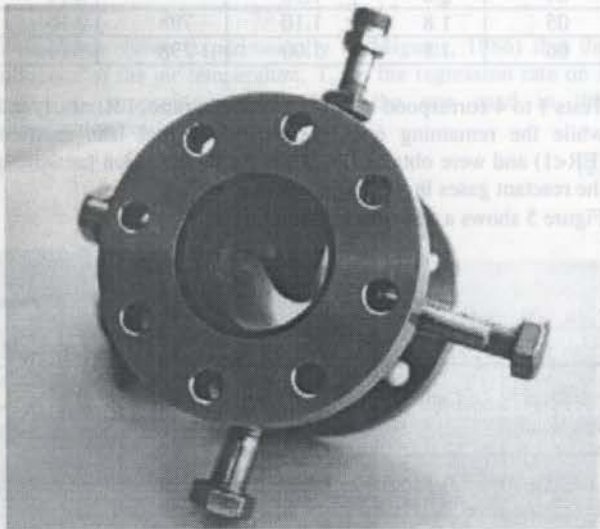


Figure 7 – Combustible Gases Injection Head

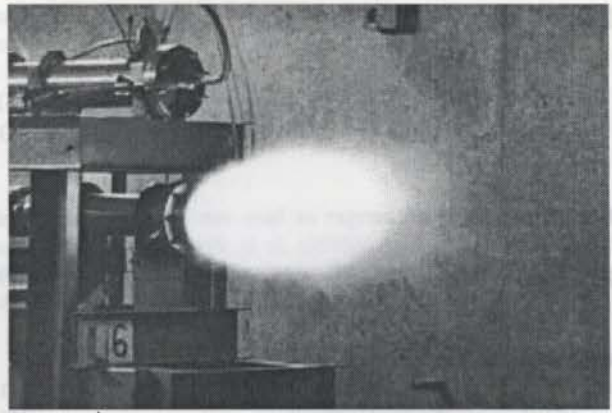


Figure 8 – System Operating Test

Table 4 – Test Results

VAH Temperature at nozzle exit	487.1 °C
Supersonic Combustor Nozzle Exit Temperature	279.2 °C
CGG exit Temperature	45.3 °C
VAH pressure	4.00 bar
CGG pressure	0.606 bar
VAH pressure at nozzle exit	0.247 bar
VAH total mass flow rate	0.103 kg/s

## CONCLUSIONS

The low thrust level measured was due to the fact that during these tests the ejectors for the low pressure discharge chamber (designed to keep the chamber at 0.5 atm abs), were not operating so that the exit nozzle was over expanded, leading then to the thrust loss, as expected. Regardless of this, it seems important to seek solid fuels with high regression rates at low pressures. Korting (1987) describes a few of these composite solid fuels which, while keeping reasonable mechanical properties, still present high regression rates at fairly low pressures.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors acknowledge the support of CNPq, FAPESP and CAPES throughout the present work.

## REFERENCES

- Alves, C.F.E., Bastos-Netto, D. and Sinay, L., 1988, "Dinâmica de Combustores Supersônicos", *Proceedings, II Encontro Nacional de Ciências Térmicas, ENCIT 88*, ABCM, pp. 33-36.
- Billig, F.S., 1966, "Design of Supersonic Combustors Based On Pressure-Area Fields", *Proceedings, Eleventh Symposium (International on Combustion*, The Combustion Institute, pp.755-769.
- Billig, F.S., 1988, "Combustion Processes in Supersonic Flow", *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 4, No. 3, pp. 209-216.

Boaz, L.D. and Netzer, D.W., 1973 " An Investigation of the Internal Ballistics of Solid Fuels Ramjets", Rept, NPS-57 Nt 73031 A, Naval Postgraduate School, Monterrey, CA.

Campbell Jr., W.H., Ko, B.N. and Netzer, D.W., 1992, "Solid-Fuel Ramjet Fuel Regression Rate/Thrust Modulation", *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 8, No. 3, pp. 624-629.

Campos, D.G.R., 1994, "Projeto de um Combustor Supersônico", *Trabalho de Graduação*, Instituto Tecnológico de Aeronáutica.

Cookson, R.A., Flanagan, P.A and Penny, G.S., 1968, "A Study of Free-Jet and Enclosed Supersonic Diffusion Flames", *Proceedings, Twelfth Symposium (Internacional) on Combustion*, The Combustion Institute, pp. 115-1124.

Ferri, A. , 1964, "Supersonic Combustion Progress", *Astronautics & Aeronautics*, Vol. 2, No. 8 pp. 32-37.

Guimarães, A. L S, Sinay, L. and Bastos-Netto, D., 1997, "Liquid Fuel Burner with Oxygen Replenishment for Testing Scramjet Combustors", Paper AIAA 97-3020, *33<sup>rd</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, Seattle, Washington, USA, July 6-9, Paper 97-3020.

Korting, P.A., Zee, F.W. and Meulenbrugge, J.J., 1990, "Combustion Characteristics of Low Flame Temperature Chlorine-Free Composite Solid Propellants", *Journal of Propulsion and Power*, AIAA, Vol.6, No. 3, pp. 250-255.

Liñán, A. and Williams, F.A., 1993, "Fundamental Aspects Of Combustion", Oxford University Press. London.

Migueis, C.E.S.S., 1986, "Bancada de Teste para Estado Reatores Empregados na Propulsão Secundária de Granadas de Artilharia", *Dissertação de Mestrado*, Instituto Militar de Engenharia.

Netzer, D.W., 1977, "Modeling Solid-Fuel Ramjet Combustion", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 14, No. 12 pp. 762-766.

Heiser, W.H., Pratt, D. T., 1994, "Hypersonic Airbreathing Propulsion", *AIAA Education Series*.

Raghunandan, B.N., Ravichandran, E.R. and Marathe, A G., 1985, "Combustion Related to Solid-Fuel Ramjets", *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 1 , No. 6, pp. 502-504.

Schetz, J.A , Cannon, S.C. and Baranovsky, S., 1980, "Ignition of Liquid Fuel Jets in a Spersonic Air Stream", *AIAA Journal*, Vol. 18, No. 9, pp. 1101-1102.

Schulte, G., 1986, "Fuel Regression and Flame Stabilization Studies of Solid-Fuel Ramjets", *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 2, No. 4, pp. 301-304.

Silva, M. G. , 1995, "Análise Experimental da Ignição de um Estado Reator a Propelente Sólido", *Dissertação de Mestrado*, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá.

Villasenor, R., Chen, J.Y. and Pitz, R.W., 1992, "Modeling Ideally Expanded Supersonic Turbulent Jet Flows with

Nonpremixed H<sub>2</sub>-Air Combustion", *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 2, pp. 395-399

Waltrup, P.J., Billig, F.S. and Stockbridge, R.D., 1979, "A Procedure for Optimizing the Design of Scramjet Engines", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 16, No. 3, pp. 163-171.

Waltrup, P.J., 1987, "Liquid-Fueled Supersonic Combustion Ramjet", *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 3, No. 6, pp. 515-524.

## NOMENCLATURE

<i>c</i>	empirical constant
<i>f</i>	air-fuel ratio
<i>h</i>	specific enthalpy
<i>p</i>	pressure
<i>q</i>	heat flux per unit mass
<i>r</i>	regression rate
<i>u</i>	velocity
A	Area
B	Coefficient associated to Diffusive Effect
M	Mach Number
T	Temperature
Q	Heat Flux
$\alpha$	Combustor Divergence Semi-Angle
$\beta$	Fuel Injection Angle
$\gamma$	Specific Heats Ratio
$\epsilon$	Coefficient defined in Crocco's Relation
$\eta_c$	Combustion Efficiency
$\phi$	Gas Mass Flux
$\lambda$	thermal conductivity
$\rho$	density

Subscripts, Superscripts and Special Symbols:

( )\* - Reference Value

(G) - Time rate of G

(G) - Mean Value of G

( )<sub>ar</sub> - air

( )<sub>f</sub> - fuel

( )<sub>w</sub> - wall

2 - Condition at the Supersonic Combustion Chamber Entrance

4 - Condition at the Supersonic Combustion Chamber Exit

ER - Equivalence Ratio

CGG - Combustible Gas Generator

VAH - Vitiated Air Heater



## INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NA FORMAÇÃO DE NO EM CHAMAS DIFUSIVAS DE HIDROGÊNIO

Guenther C. Krieger  
Escola Politécnica  
Universidade de São Paulo  
05508-900 São Paulo - SP - Brazil

### RESUMO

*No presente trabalho é avaliada a influência das perdas de energia por radiação na formação de NO em chamas difusivas turbulentas de hidrogênio. O modelo termoquímico é construído com três parâmetros: fração de mistura, grau de reação e grau de perda de calor. São estudadas duas chamas com diferente grau de diluição de nitrogênio no combustível. Da comparação entre simulação e dados experimentais conclui-se que, para o cálculo da temperatura, a radiação pode ser desprezada. Entretanto, para a simulação de NO, em chamas com menor grau de diluição do combustível, a radiação deve ser considerada.*

### INTRODUÇÃO

O consumo mundial de energia primária atingiu em 1994 aproximadamente 7.8 bilhões de toneladas de equivalente em óleo, segundo dados da International Energy Agency (1997). Deste montante quase 90% é suprido por combustíveis fósseis. No Brasil, ainda segundo a mesma fonte, estes combustíveis representam 55% da matriz energética. Como parte das estratégias de racionalização no uso de combustíveis fósseis, bem como de proteção ao meio ambiente, é extremamente importante o desenvolvimento de equipamentos e processos de combustão com adequados coeficientes de eficiência e de emissão de poluentes. Especial atenção deve ser dada aos métodos de minimização da emissão de poluentes já durante o processo de combustão, uma vez que equipamentos de retirada de poluentes após a combustão são extremamente caros. Neste contexto de procura da otimização econômica e ambiental da conversão de energia, a simulação numérica tem representado e continuará a fazê-lo uma valiosa ferramenta para o engenheiro. A descrição do processo de combustão em sistemas técnicos é, entretanto, extremamente complexa. Isto se deve aos vários parâmetros de entrada e à natureza não linear e até mesmo caótica dos processos turbulentos envolvidos. Por esta razão a modelagem eficiente da formação de poluentes em sistemas de combustão turbulentos é ainda um dos maiores desafios na pesquisa de combustão.

### OBJETIVO DO TRABALHO

No presente trabalho faz-se uma avaliação da influência da redução da temperatura, por radiação, na formação de óxido de nitrogênio (NO) em chamas difusivas de hidrogênio em regime turbulento. Atenção especial é dada à formulação do modelo termoquímico da combustão turbulenta, incorporando as perdas de calor por radiação que ocorrem na chama.

São encontrados na literatura muitos trabalhos nos quais é analisado o modelo de reações da combustão de hidrogênio e da formação de NO (Janicka et al., 1979; Maas and Pope, 1992; Chen and Driscoll, 1990). Nestes estudos é dado prioridade ao estudo e à definição das reações elementares de maior importância para a formação de NO. A formulação dos termos de fonte das equações de espécies e energia em sistemas turbulentos,

utilizando-se modelos termoquímicos complexos, não é tarefa simples (Pope, 1997; Chen, 1997). Por esta razão faz-se muitas vezes uso da hipótese de que a chama é adiabática. Desta forma não são consideradas as perdas de calor por radiação em chamas difusivas em jatos livres. Esta hipótese tem sido utilizada com sucesso na simulação de componentes principais e até da temperatura. Isto se justifica pelo fato de que as perdas de energia por radiação nestas chamas são pequenas. Neste trabalho é investigada a influência das perdas de energia e consequente redução da temperatura da chama na formação de NO. A motivação para este estudo está no fato que as taxas de formação de NO em função das concentrações e temperatura são altamente não lineares e por conseguinte extremamente sensíveis. Este aspecto do problema será discutido no item referente ao modelo termoquímico.

### CHAMAS ESTUDADAS

Neste trabalho foram estudadas duas chamas difusivas turbulentas tendo como combustível misturas hidrogênio/nitrogênio nas proporções volumétricas indicadas na Tabela 1. O arranjo físico é esquematizado na Figura 1. Por um tubo vertical de 8 mm de diâmetro é soprado o combustível. Externa e concentricamente ao tubo é soprado ar *coflow* a baixa velocidade (0.5 m/s). Este ar *coflow* é utilizado para dar condições de contorno bem definidas ao escoamento do jato de combustível. Na Tabela 1 estão resumidos os principais dados das chamas estudadas.

Tabela 1 - Chamas estudadas - dados principais.

Chama	H <sub>2</sub> / N <sub>2</sub> vol. %	Ø tubo mm	Re	U <sub>exit</sub> m/s	ξ <sub>Sr</sub>	Da
A	50 / 50	8	10000	35	0.3	2
B	83 / 17	8	6500	46	0.1	8

É importante ressaltar que, devido ao diferente grau de diluição de nitrogênio no combustível, obtém-se chamas com diferentes características tais como: comprimento da chama, mistura estequiométrica (ξ<sub>Sr</sub>), temperatura adiabática e número de Damköhler (Da). Este último identifica a relação entre as escalas de tempo características do escoamento turbulento e das



reações químicas de interesse (Kuo, 1986). Assim nestas duas chamas pode-se esperar uma diferente interação turbulência/reações de combustão.

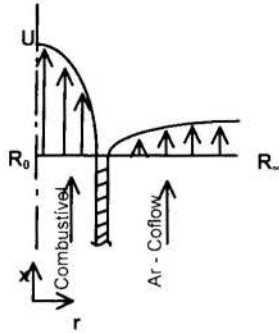
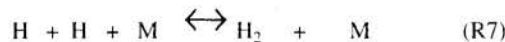
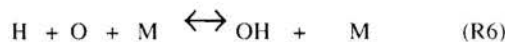
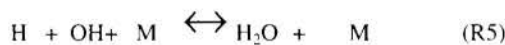
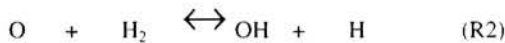
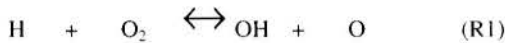


Figura 1 - Arranjo físico de uma chama difusiva

## MODELO TERMOQUÍMICO

O modelo da combustão de hidrogênio adotado é o modelo *one step* utilizado entre outros por Janicka (1979) e Chen (1987). Nestes trabalhos a combustão é considerada adiabática e, seguindo o formalismo *conserved scalar* proposto por Bilger (1980), a entalpia é obtida com a solução da equação da fração de mistura, definida a seguir. No presente trabalho a entalpia é formulada como parâmetro livre, ou de entrada, do modelo termoquímico. Assim pode-se incorporar ao modelo as perdas por radiação que ocorrem na chama.

O mecanismo do sistema hidrogênio/ar adotado neste trabalho é constituído das seguintes reações elementares:



Neste sistema aparecem seis espécies químicas ( $\text{H}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{OH}$ ,  $\text{O}$  e  $\text{H}$ ), para as quais seria necessário resolver seis equações de transporte. Em se tratando de combustão em regime turbulento, a solução destas equações com os métodos hoje disponíveis, basicamente com métodos de momentos (Janicka, 1979) ou com métodos de PDF (Pope, 1985) é bastante complexa. Nos métodos de momentos isto se deve à necessidade da formulação e modelagem dos termos de fontes médios. No método de PDF tem-se o problema do armazenamento e gerenciamento das tabelas onde as composições e temperatura são pré-calculadas para seus valores instantâneos. Assim, procura-se sempre fazer uma redução das reações elementares a um número mínimo, levando-se em consideração que esta redução compromete a exatidão da descrição cinética das reações de combustão. O formalismo adotado para redução deste mecanismo é descrito a seguir.

O primeiro parâmetro do modelo termoquímico é a fração de mistura. Bilger (1980) propõe a formulação de uma única equação de transporte para todas as grandezas que não possuem termo de fonte. Dentre as equações de transporte para as espécies químicas, verifica-se que as dos elementos químicos têm esta característica, uma vez que os elementos se conservam durante as reações de combustão. É feita também a hipótese de que todas as espécies têm iguais coeficientes de difusão. A concentração  $Z_\alpha$  de um elemento  $\alpha$  é normalizada com as concentrações deste elemento no centro do jato  $R_0$  e num ponto na região do *coflow*  $R_\infty$  no plano de saída do bocal (veja Fig. 1). A fração de mistura  $\xi$  é então definida como:

$$\xi \equiv \frac{Z_\alpha - Z_{\alpha,R_\infty}}{Z_{\alpha,R_0} - Z_{\alpha,R_\infty}} \quad (1)$$

Com esta normalização, a fração de mistura varia sempre entre  $0 \leq \xi \leq 1$ . A fração de mistura é uma medida do grau de mistura entre o combustível e oxigênio.  $\xi = 1.0$  significa que só combustível está presente no volume de controle e  $\xi = 0.0$  só oxigênio.

O segundo parâmetro do modelo termoquímico é o grau de reação. O grau de reação é o único parâmetro do modelo que descreve a cinética das reações de combustão dentro do escoamento turbulento. Por isso este modelo é chamado *one step*.

As duas idéias básicas do modelo *one step* são: a formulação de uma variável combinada, a qual descreve o grau de evolução de certas espécies selecionadas e a aplicação da hipótese de que as espécies intermediárias, os radicais, se encontram em regime permanente. A variável combinada  $Y_{H_2}^*$  é definida pela combinação linear das concentrações  $Y_\alpha$  das espécies  $\text{H}_2$ ,  $\text{OH}$ ,  $\text{H}$  e  $\text{O}$ , de acordo com:

$$Y_{H_2}^* = Y_{H_2} + \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}}{M_{OH}} Y_{OH} + \frac{M_{H_2}}{M_O} Y_O + \frac{3}{2} \frac{M_{H_2}}{M_H} Y_H \quad (2)$$

onde  $M_\alpha$  é o peso molecular da espécie  $\alpha$ .

A aplicação da hipótese de que os radicais  $\text{O}$ ,  $\text{H}$  e  $\text{OH}$  estão em regime permanente (Chen, 1997; Krieger, 1997; Neuber et al., 1998) leva a expressões para os termos de fonte oriundos das reações químicas da forma:

$$\frac{\partial Y_\alpha}{\partial t} = R[w] = 0 \quad (3)$$

onde  $\alpha$  representa um dos radicais acima citados.  $R[w]$  é o operador que relaciona as taxas das reações elementares  $w$ , que participam na formação ou destruição do radical em análise. Combinando-se as expressões dos termos de fonte das espécies que compõem a variável combinada, obtém-se a expressão para o seu termo de fonte  $w_{Y_{H_2}^*}$ :

$$\rho w_{Y_{H_2}^*} = -2\rho(w_5 + w_6 + w_7) \quad (4)$$

onde  $w_5$ ,  $w_6$  e  $w_7$  são as taxas líquidas das reações elementares (R5), (R6) e (R7) e  $\rho$  é a densidade da mistura. Nesta equação é

interessante observar que só contribuem para a taxa de formação da variável combinada as reações elementares (R5), (R6) e (R7), ditas lentas. As taxas líquidas das outras reações, ditas rápidas, se anulam e para o termo de fonte da variável combinada é como se estas reações estivessem em equilíbrio químico.

O grau de reação é obtido com a normalização da variável combinada em dois estados. O primeiro estado é quando o sistema reage até atingir o equilíbrio químico. A variável combinada assume então o valor  $Y_{H_2}^{*V}$ . O segundo ocorre quando combustível e oxigênio se misturam a nível molecular entretanto não ocorre reação alguma. A variável combinada assume o valor  $Y_{H_2}^{*U}$ . O grau de reação  $\eta$  é então definido por

$$\eta \equiv \frac{Y_{H_2}^{*} - Y_{H_2}^{*U}}{Y_{H_2}^{*V} - Y_{H_2}^{*U}} \quad (5)$$

Com esta normalização, o grau de reação varia sempre entre  $0 \leq \eta \leq 1$ . O grau de reação representa uma medida para afastamento do equilíbrio químico.  $\eta = 1.0$  significa que o sistema atinge o equilíbrio químico e para  $\eta = 0.0$  o sistema não reage, só ocorrendo a mistura entre combustível e oxigênio.

O terceiro parâmetro do modelo termoquímico é o grau de perda de calor. Este parâmetro é simplesmente a entalpia da mistura normalizada com seus dois valores extremos discutidos a seguir. A entalpia  $h$  da mistura combustível/ar é normalizada de acordo com a expressão

$$\gamma = \frac{h - h_{ad}(\xi)}{h_{T_{MIN}}(\xi, \eta) - h_{ad}(\xi)} \quad (6)$$

onde  $\gamma$  representa o grau de perda de calor,  $h_{ad}$  é a entalpia da mistura no caso adiabático.  $h_{T_{MIN}}$  é a entalpia que a mistura teria, caso, após reagir até um determinado grau de reação, fosse resfriada até uma temperatura mínima definida para o sistema, temperatura ambiente, por exemplo. Com esta normalização, o grau de perda de calor varia sempre entre  $0 \leq \gamma \leq 1$ . O grau de perda de calor é uma medida para a energia perdida por radiação.  $\gamma = 0$  significa que a mistura não perde calor e para  $\gamma = 1$  a mistura perde, por radiação, toda a energia de reação liberada durante a combustão.

No mecanismo de reações adotado aparecem como incógnitas seis espécies, a densidade e a temperatura. O sistema de equações do modelo termoquímico é então resolvido utilizando-se: os três parâmetros livres, quais sejam, a fração de mistura, o qual substitui dois elementos, o grau de reação e o grau de perda de calor, a equação de estado de gás ideal e três expressões algébricas deduzidas a partir da hipótese de regime permanente para os radicais  $O, H$  e  $OH$ , conforme Eq.(3).

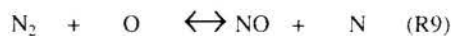
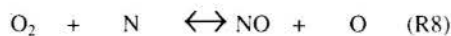
Na equação de transporte da entalpia aparece o termo de fonte representando as perdas por radiação na chama. O modelo de radiação adotado neste trabalho fundamenta-se na hipótese de que os gases são transparentes, sendo somente considerada a parcela de energia emitida em um volume de fluido. Assume-se ainda que somente o vapor d'água emite radiação térmica. O

termo de fonte  $\dot{q}^*$  na equação da entalpia é então formulado como:

$$\dot{q}^* \ll -4K_a \sigma T^4 \quad (7)$$

onde  $K_a$  é o coeficiente de absorção do vapor d'água e  $\sigma$  é a constante de Stephan-Boltzmann.  $T$  é a temperatura.

O mecanismo de reações adotado para a formação de Nitrogênio é o mecanismo estendido de Zeldovich (Kuo, 1986)



Para redução deste mecanismo é feita a hipótese de regime permanente para o radical  $N$ . Desta forma o termo de fonte ( $S_{NO}$ ) para  $NO$  se reduz a

$$S_{NO} = 2w(R9) \quad (8)$$

onde  $w(R9)$  é a taxa líquida da reação elementar (R9).

Do fato de que as concentrações de  $NO$  que ocorrem na chama são muito menores que a concentração que ocorreria se o equilíbrio químico das reações (R8) – (R10) fosse atingido, só é considerada a taxa de formação da reação (R9). Assim o termo de fonte de  $NO$  é calculado com a expressão:

$$S_{NO} = 2kfR9Y_{N_2} \cdot Y_O \cdot M_{NO} \quad (9)$$

Os coeficientes das velocidades das reações para a direita e para a esquerda,  $kf$  e  $kb$  respectivamente, foram extraídos de (Janicka, 1979).

A Figura 2 mostra o termo de fonte, ou taxa de produção, de  $NO$  para a chama A, em função da fração de mistura e do grau de perda de calor. Nesta figura o grau de reação é mantido constante e igual a um, ou seja, em equilíbrio químico. Observa-se que a formação de  $NO$  se dá quase que exclusivamente em torno da fração de mistura estequiométrica (0.3). Interessante é observar também que o grau de perda de calor, em outras palavras, a diminuição da temperatura da chama por radiação, reduz drasticamente a taxa de formação. Para  $\gamma \geq 0.25$  a influência da temperatura é tal que a taxa de formação de  $NO$  se reduz praticamente a zero. Pode-se ver ainda que a taxa de formação é altamente não linear em função da fração de mistura bem como do grau de perda de calor. O mesmo acontece em função do grau de reação, não mostrado aqui. Esta dependência não linear do termo de fonte gera a necessidade de uma função densidade de probabilidade multidimensional, veja ítem seguinte, o que não é trivial (Pope, 1985). O termo de fonte para a chama B tem as mesmas características discutidas para a chama A. A formulação do modelo de combustão turbulenta envolvendo o método de solução das equações de transporte para a fração de mistura, grau de reação, grau de perda de calor e para  $NO$  é discutida no ítem seguinte.

## Production of NO [kg/m<sup>3</sup>/s]

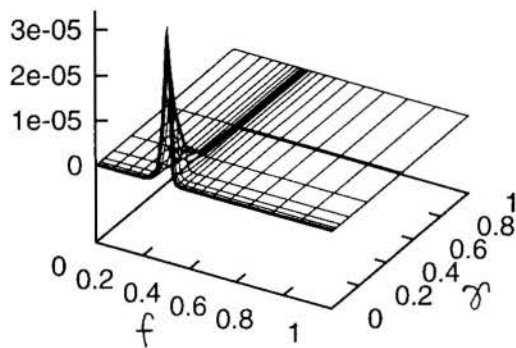


Figura 2 - Taxa de formação de NO – Chama A

## MODELO DE COMBUSTÃO TURBULENTA

No ítem anterior foi discutido o modelo termoquímico. Este modelo constitui-se de relações algébricas, envolvendo os parâmetros livres, ou de entrada, e as incógnitas. Assim é necessário o conhecimento do valor instantâneo dos parâmetros livres. Em escoamentos turbulentos as variáveis de interesse são entretanto de natureza caótica. Normalmente os métodos de simulação de tais escoamentos fazem uma abordagem estatística do problema e só são conhecidos os momentos estatísticos das variáveis, basicamente valor médio e variância. A utilização do modelo termoquímico requer assim a definição de uma função densidade de probabilidade (PDF), que considere a influência das flutuações das variáveis. Esta PDF faz assim o acoplamento entre o modelo termoquímico e o modelo do escoamento reativo turbulento. Com o conhecimento da PDF pode-se obter valores médios de acordo com:

$$\bar{\phi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\psi) f d\psi \quad (10)$$

onde  $\psi$  é o espaço amostral (no modelo termoquímico adotado  $\xi$ ,  $\eta$  e  $\gamma$ ),  $f$  é a função densidade de probabilidade,  $\phi(\psi)$  é o valor instantâneo da variável  $\phi$ , dado pelo modelo termoquímico e  $\bar{\phi}$  é o valor médio desta variável. A integração da PDF multidimensional sobre os espaços amostrais de velocidade e escalares,  $\iint f d\underline{V} d\underline{\psi}$ , é a probabilidade de no instante  $t$  e na posição  $\underline{x}$  o vetor velocidade  $\underline{V}$  assumir um valor no intervalo  $\underline{V}+d\underline{V}$  e das grandezas escalares  $\underline{\psi}$  estarem no, intervalo  $\underline{\psi}+d\underline{\psi}$ .

Para a construção desta função densidade de probabilidade são utilizados dois métodos: PDF com formas pré-assumidas (Janicka, 1979; Kuo, 1986) e solução da equação da PDF (Pope, 1985). No presente trabalho é utilizado o segundo método, que é brevemente comentado a seguir.

No método de PDF é formulada uma equação de transporte para a função densidade de probabilidade  $f$ . A partir das equações momentâneas de conservação da massa, da quantidade de movimento, da energia e de transporte de espécies obtém-se a equação de transporte de  $f$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \rho f(\underline{V}, \underline{\psi}; \underline{x}, t) + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho U_i f(\underline{V}, \underline{\psi}; \underline{x}, t) + \frac{\partial}{\partial V_j} \left[ -f \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_j} \right] + \\ & \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} \left[ f(\underline{V}, \underline{\psi}; \underline{x}, t) \rho S_\alpha \right] = \\ & \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} \left[ f \left\langle \frac{\partial J_{i\alpha}}{\partial x_i} \right|_{\phi=\underline{\psi}=\underline{U}=\underline{V}} \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial V_j} \left[ f \left\langle \left( -\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + \frac{\partial p}{\partial x_j} \right) \right|_{\phi, \underline{V}} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

Na Eq. (11) o primeiro termo do lado esquerdo representa a variação temporal da  $f$  dentro do volume de controle, o segundo o transporte convectivo da  $f$  no espaço físico, o terceiro descreve o transporte da  $f$  no espaço de velocidades e o quarto o transporte no espaço de grandezas escalares. É importante ressaltar que, para cada valor de  $f$  todos estes termos do lado esquerdo são conhecidos. No lado direito da equação aparecem dois termos de transporte nos espaços dos escalares e de velocidades. Estes termos por envolverem valores médios condicionados de gradientes, não são conhecidos e necessitam ser modelados. Estes termos são oriundos dos termos de transporte molecular e do gradiente da flutuação da pressão. A modelagem destes termos é um dos mais importantes desafios do método PDF e tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores (Correa, 1995; Subramaniam, 1997). Neste trabalho é utilizado o modelo IEM para o termo relativo às grandezas escalares e o modelo simplificado de Langevin para o termo relativo às velocidades (Pope, 1985; Krieger, 1997).

A PDF utilizada neste trabalho requer uma discretização em oito dimensões: duas no espaço físico, duas no espaço de velocidades e quatro no espaço de escalares ( $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\gamma$  e NO). Por esta razão a utilização de métodos convencionais como diferenças ou volumes finitos é impraticável. A equação de transporte da PDF é resolvida então com métodos estocásticos. Nos métodos estocásticos,  $f$  é discretizada por um conjunto de partículas que representam eventos e que evoluem de acordo com equações diferenciais envolvendo processos estocásticos. Pode-se mostrar (Pope, 1985) que a equação da PDF deduzida a partir das equações diferenciais estocásticas tem a mesma forma da Eq. (11). As partículas estocásticas evoluem de acordo com as equações estocásticas diferenciais para posição, grandezas escalares e velocidades. Para posição tem-se:

$$\frac{dX^*(t)}{dt} = U^*(t) \quad (12)$$

onde  $X^*$  representa o vetor posição da partícula e  $U^*$  seu vetor de velocidades. Para grandezas escalares utiliza-se:

$$\frac{d\phi_\alpha^*(t)}{dt} = -\frac{1}{2} C_\phi \langle \omega \rangle \left( \phi_\alpha^*(t) - \langle \phi_\alpha^* \rangle \right) + S \left( \phi_\alpha^* \right) \quad (13)$$

onde  $\phi_\alpha^*$  é o vetor das grandezas escalares,  $C_\phi$  é a constante do modelo IEM,  $\langle \omega \rangle$  é a frequência de turbulência,  $\phi_\alpha^*$  é o valor da propriedade  $\alpha$  da partícula e  $\langle \phi_\alpha^* \rangle$  é o valor médio.  $S$  é o termo de fonte oriundo das reações químicas, se  $\alpha$  for uma

espécie reativa e oriundo da radiação, se  $\alpha$  for a entalpia da partícula. Para as velocidades tem-se:

$$dU^*(t) = -\frac{1}{\langle \rho \rangle} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x} dt - \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{4} C_0 \right) \langle \omega \rangle (U^* - \langle U \rangle) dt + (C_0 \langle \omega \rangle k)^{1/2} dW \quad (14)$$

onde  $C_0$  é a constante do modelo simplificado de Langevin,  $k$  é a energia cinética turbulenta e  $dW$  é a variação no processo estocástico, aqui um processo de Wien.

A avaliação da PDF em um volume do domínio computacional se dá pela classificação das propriedades das partículas, que, num determinado instante, se encontram dentro do referido volume. No instante seguinte as partículas evoluem suas propriedades posição, velocidade e grandezas escalares de acordo com as equações já mostradas. As condições de entrada e saída das partículas são definidas pelas condições de contorno do problema físico.

Uma variante do método de PDF, como mostrado, é a utilização de um método híbrido: método de momentos para solução das equações médias de quantidade de movimento e continuidade e o método de PDF para evolução das propriedades escalares. A grande vantagem deste modelo híbrido está no fato de que pode-se utilizar modelos de turbulência já bem conhecidos e testados, evitando-se a modelagem estocástica do campo de velocidades e pressão e com o método de PDF evita-se a difícil e imprecisa formulação de termos de fontes médios para as grandezas escalares reativas. No método híbrido trabalha-se com dois códigos computacionais: um código convencional (CFD) baseado em volumes finitos para a solução das equações de quantidade de movimento e continuidade, bem como as equações do modelo de turbulência e o código (PDF) para evolução e gerenciamento das partículas estocásticas. Há uma iteração entre os códigos de forma que a densidade e propriedades escalares são calculadas no código PDF e passadas para o código CFD, que avalia então os campos de velocidade, pressão e variáveis do modelo de turbulência. Estes dados são então passados de volta ao código PDF para mais um ciclo do processo iterativo. Quando a PDF nos volumes de controle atinge o regime permanente, pode-se avaliar então as grandezas físicas como concentrações e temperatura.

## RESULTADOS

Os resultados da simulação numérica com o modelo descrito serão comentados a seguir. São mostradas as distribuições de fração de mistura, temperatura e NO ao longo do eixo de simetria da chama. A coordenada axial ( $x$ ) é normalizada com o diâmetro do tubo ( $D$ ). Os dados experimentais são extraídos de Neuber (1998). A fração de mistura e temperatura são medidas usando-se espectroscopia RAMAN. As concentrações de NO foram obtidas com a técnica *Laser Induced Fluorescence* - LIF.

Na Figura 3 verifica-se que a simulação reproduz satisfatoriamente os dados experimentais da fração de mistura. Observando-se a posição ( $x/D=30$ ) da fração de mistura estequiométrica (0.3), nota-se que a simulação prevê uma chama um pouco mais curta. Os resultados da chama B, não mostrados aqui, mostram também uma boa concordância com os dados experimentais, inclusive quanto ao comprimento da chama.

Nas Figuras 4 e 5 são mostradas as distribuições de temperatura ao longo do eixo de simetria para as chamas A e B respectivamente. Pode-se ver que para a chama A a simulação

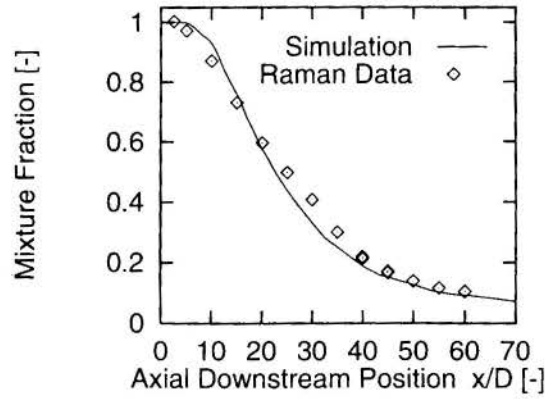


Figura 3 – Fração de mistura ao longo do eixo de simetria – Chama A

reproduz os dados experimentais de forma excelente. Para a chama B observa-se uma discrepância de aproximadamente 100 K. Interessante nestas duas figuras é o fato de que a inclusão ou não do modelo com radiação pouco altera os resultados numéricos. Assim confirma-se a hipótese de que, para o cálculo da temperatura na chama turbulenta, o modelo adiabático pode ser empregado.

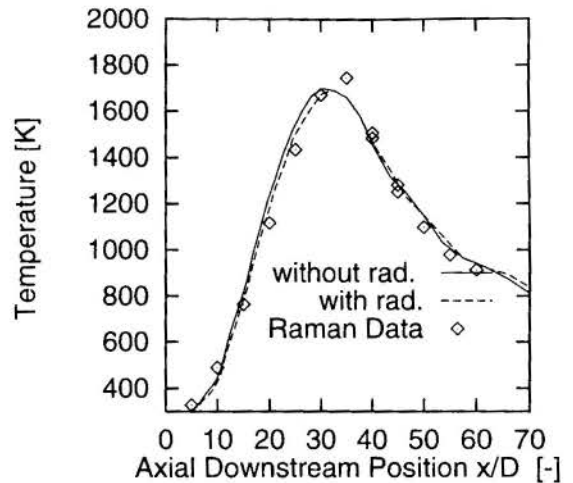


Figura 4 – Temperatura ao longo do eixo de simetria – chama A

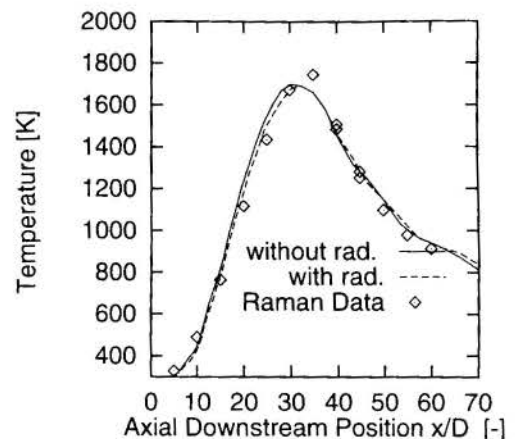


Figura 5 – Temperatura ao longo do eixo de simetria – chama B



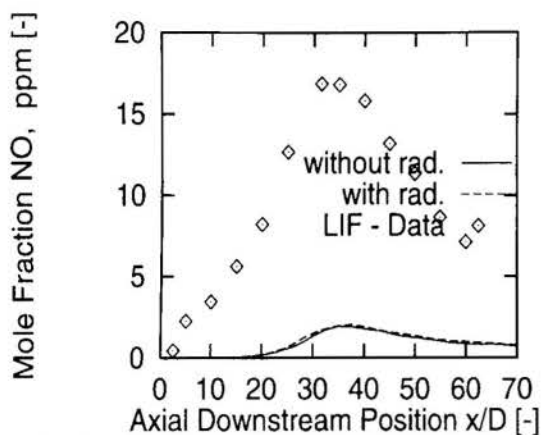


Figura 6 – Fração molar de NO ao longo do eixo de simetria – chama A

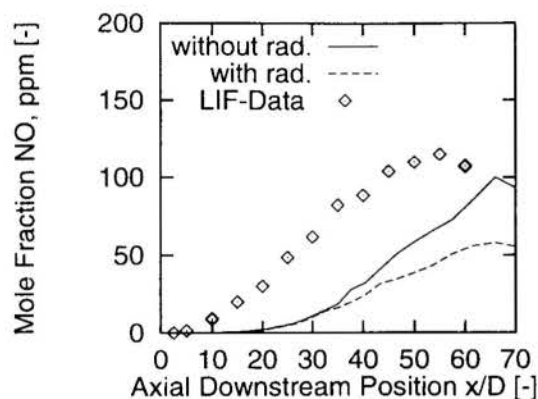


Figura 7 – Fração molar de NO ao longo do eixo de simetria – chama B

As distribuições da concentração de NO ao longo do eixo de simetria para as chamas A e B são mostrados nas Figuras 6 e 7 respectivamente. Para a chama A a simulação prevê valores extremamente baixos, se comparados aos dados experimentais. Basicamente pode-se ver que o local de maior produção de NO é na região ( $x/D=35$ ) da fração de mistura estequiométrica. Observa-se que a inclusão das perdas por radiação praticamente não altera os resultados. Na chama B, mostrada na Figura 7, nota-se que a concordância entre resultados numéricos e dados experimentais é bem melhor. A simulação adiabática e medições atingem o mesmo valor máximo (aprox. 100 ppm). Quando a diminuição da temperatura por radiação é considerada, há uma queda de aprox. 50% no valor máximo de NO. Disto se conclui que quanto menos diluído for o combustível e por conseguinte maior a temperatura da chama, mais forte é a influência da radiação na formação de NO.

Embora as discrepâncias entre os resultados numéricos e dados experimentais impossibilitem uma avaliação mais abrangente da eficiência do modelo de combustão turbulenta proposto, pode-se constatar que radiação deve ser incorporada ao modelo. Duas prováveis causas destas discrepâncias seriam: imprecisão dos dados experimentais e ou necessidade de inclusão de difusão diferenciada no modelo de combustão turbulenta

## AGRADECIMENTOS

O autor agradece ao CNPq à FAPESP pelas bolsas de estudos recebidas durante seu doutoramento e pós-doutoramento respectivamente. O autor ainda agradece ao Fachgebiet Energie- und Kraftwerkstechnik da Technische Universität Darmstadt, Alemanha, onde a maior parte deste trabalho foi realizada.

## REFERÊNCIAS

- Bilger, R. W., 1980, "Turbulent Reacting Flows", pp. 65-114, Topics in Applied Physics, Springer-Verlag
- Intern. Energy Agency, 1997, <http://www.iea.org/Stat.html>
- Chen, J.-Y., 1987, Combustion and Flame, 69:1-36
- Chen, J.-Y., 1997, Workshop on Numerical Aspects of Reduction in Chemical Kinetics, CERMICS-ENPC Cite Descartes-Champus sur Marne, France
- Chen, R.-H. and Driscoll, J.F., 1990, 23-rd. Symposium (Int.) on Combustion, Pittsburgh, p.281, The Combustion Institute
- Correa, S. M., 1995, Comb. and Flame, vol. 103, No. 3, pp. 194-206
- Janicka, J., Kolbe, W., Kollmann, W., 1979, Journal of Nonequilibrium Thermodynamics, Vol. 4, pp. 47
- J. Janicka, J., 1979, tese de doutoramento, em alemão, RWTH-Aachen, Alemanha
- Krieger, G., 1997, tese de doutoramento, em alemão, TU-Darmstadt, Alemanha
- Kuo, K. K., 1986, "Principles of Combustion", John Wiley & Sons
- Maas, U. and Pope, S. B., 1992, Combustion. and Flame, Vol. 88, pp. 239-264
- Neuber, A. et al., 1998, "Finite Rate Chemistry and NO Molefraction in Nonpremixed Turbulent Flames", aceito para publicação em Combustion and Flame
- Pope, S. B., 1985, Prog. Energy Combust. Sci., Vol. 11, pp.119-192, Pergamon Press Ltda
- Pope, S. B., 1997, 2<sup>nd</sup> Int. Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer, K. Hanjlyic, T.W.J. Peters (Editors), Delft University Press
- Subramaniam, S., 1997, Ph.D. thesis, Cornell University, USA

## ABSTRACT

In this paper the influence of radiative heat loss on the NO formation in hydrogen turbulent non-premixed flames is investigated. The thermo-chemical model is constructed with three input parameters: mixture fraction, reaction-progress variable and heat loss grade. Two flames with different fuel dilution ratio are studied. By comparing numerical simulation and experimental data one can conclude that, in order to simulate the temperature, radiation can be neglected. However, by the prediction of NO in flames, with lower dilution ratio, radiation effects have to be considered.

DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA OTIMIZADO PARA MEDIÇÃO DE TEMPERATURAS UTILIZANDO SONDA DE ENTALPIA

**Braulio Pikman<sup>1</sup>, Fausto Furnari<sup>1</sup>, Clayton Dimas Fernandes<sup>1</sup> e William Thoru Kobayashi<sup>2</sup>**

1 - Divisão de Mecânica e Eletricidade, Instituto de Pesquisas tecnológicas - 05508-901 - São Paulo - SP - Brasil.

2 - White Martins Gases Industriais SA - 25225-170 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil

RESUMO

*Este trabalho apresenta os primeiros resultados consistentes obtidos com uma sonda de entalpia projetada e construída para medição de temperatura de chamas de até 2500 °C, como decorrência de convênio firmado entre o IPT, a Finep e a White Martins Gases Industriais. A medição é baseada nos balanços de massa e energia na sonda, que são utilizados para o cálculo da temperatura do gás coletado (temperatura local da chama). A execução dos balanços de massa e energia é viabilizada pela medição dos fluxos e temperaturas dos gases coletados e da água de resfriamento.*

INTRODUÇÃO

Como decorrência de convênio firmado entre o IPT, a Finep (PADCT II – Subprograma de Instrumentação) e a White Martins em fevereiro de 1996, o Agrupamento de Engenharia Térmica aperfeiçoou e ensaiou uma sonda de entalpia construída com o objetivo de determinar o perfil de temperaturas em chamas de óleo a oxigênio.

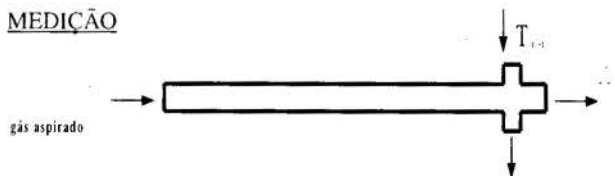
Em queimadores a oxigênio são atingidas temperaturas de até 2200 °C ou mais, sendo impossível a sua determinação experimental com uso de termopares convencionais. Com o aparato desenvolvido, viabilizou-se a medição destas temperaturas. Para validação do instrumento, foram realizados ensaios comparativos com um pirômetro de sucção, com resultados que são apresentados neste trabalho e que foram considerados adequados.

Em 1962 foi apresentada, em um artigo de J. Grey(1), a concepção de uma sonda para efetuar medições intrusivas de temperatura em tochas de plasma de pequenas dimensões, cujos valores estavam na faixa de 2.000°C a 15.000°C, inacessível aos termopares usualmente disponíveis no mercado. Esta sonda acabou por ser conhecida como sonda de entalpia ou sonda calorimétrica.

Em 1986 a Divisão de Eletricidade Industrial do IPT construiu, com auxílio do Agrupamento de Engenharia Térmica, um protótipo de cobre similar à sonda de Grey, que foi utilizado em uma tocha de plasma a Argônio (3).

A partir de 1988, o Agrupamento de Engenharia Térmica iniciou o desenvolvimento de uma nova versão da sonda de entalpia, voltada para a medição de temperatura em chamas industriais a oxigênio. Esta sonda diferia das desenvolvidas anteriormente por suas dimensões (muito maiores) adequadas ao novo uso proposto, e também por estar destinada à medição de temperaturas abaixo de 3000 °C, faixa de temperaturas em que os efeitos de ionização e dissociação ainda não são significativos.

MEDIÇÃO



**Figura 1** - Esquema para uma sonda de entalpia.

A figura 1 acima representa, esquematicamente, uma sonda de entalpia. Construtivamente ela consiste de um tubo, resfriado com uma camisa de

água, pelo qual o gás cuja temperatura se quer medir é aspirado. A camisa de refrigeração tem duas finalidades: manter a integridade da sonda (o material utilizado na sua construção é aço inoxidável), e também resfriar bruscamente o gás aspirado para “congelar” as reações químicas que podem estar ocorrendo no ponto de coleta.

A sonda é introduzida no interior da chama com sua extremidade localizada no ponto cuja temperatura se quer medir. Efetuando um balanço de massa e energia, nas condições “sem fluxo” e “com fluxo” de gás na sonda chega-se à expressão (1) :

$$C_{p-g}(T_{e-g}) * T_{e-g} = \frac{M_r}{M_g} * C_{p-r} * (\Delta T_{CF} - \Delta T_{SF}) + C_{p-g}(T_{s-g}) * T_{s-g} + H_{LV} \tag{1}$$

onde:

$T_{e-g}$ : Temperatura de entrada dos gases na sonda (que se deseja determinar);

$C_{p-g}(T_{e-g})$ : Calor específico do gás úmido aspirado à temperatura  $T_{e-g}$ ;

$T_{s-g}$ : Temperatura de saída dos gás aspirado;

$C_{p-g}(T_{s-g})$ : Calor específico do gás aspirado na saída da sonda à temperatura  $T_{s-g}$ ;

$C_{p-r}$ : Calor específico do fluido refrigerante (água líquida no presente caso);

$M_r$  : Vazão mássica do fluido refrigerante;

$M_g$  : Vazão mássica do gás aspirado;

$\Delta T_{CF}$  : Diferença entre a temperatura de saída e a de entrada do fluido refrigerante ( $T_{s-r} - T_{e-r}$ ), na condição de aspiração do gás;

$\Delta T_{SF}$  : Diferença entre a temperatura de saída e a de entrada do fluido refrigerante ( $T_{s-r} - T_{e-r}$ ), sem aspiração do gás;

$H_{LV}$ : produto entre a massa de água condensada no resfriamento por sua entalpia específica de condensação média.

O termo que expressa a entalpia dos gases na saída da sonda inclui a parcela de energia transferida para a água de resfriamento pela condensação do vapor d'água presente nos gases coletados.

Considera-se que os gases saem da sonda saturados e conseqüentemente a massa de água condensada será função apenas da temperatura de saída dos gases.

Verifica-se que a sonda de entalpia determina a temperatura dos gases (representado por  $T_{c-g}$ ) de forma indireta, sendo necessária a monitoração das diversas grandezas, representadas na Figura 1 e na expressão (1).

Quando o gás cuja temperatura se quer medir é uma substância pura, o que normalmente ocorre numa tocha de plasma, o calor específico dos gases  $C_{p-g}(T_g)$  é função apenas de sua temperatura. No caso de queimadores industriais, onde os combustíveis utilizados são hidrocarbonetos que produzem na combustão CO, CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, CH<sub>4</sub>, H<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, NO<sub>x</sub> e SO<sub>x</sub>, em teores que variam com o tipo de combustível, tipo de queimador e condição de operação, é necessário fazer uma monitoração contínua da composição química dos gases de combustão. Desta forma a sonda de entalpia, quando utilizada na medição de temperatura em chamas produzidas por queimadores industriais, necessita dos periféricos representados na Figura 2, abaixo:

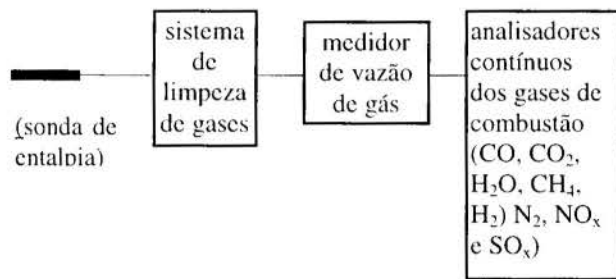


Figura 2 – Esquema do sistema de coleta, limpeza e análise dos gases)

Com o sistema de periféricos acima, o calor específico dos gases de combustão úmidos na entrada da sonda (água na fase vapor superaquecido)  $C_{p-g}(T_g)$  é determinado a partir de:

$$C_{p-g}(T_g) = \sum_i f_i \cdot C_{p_i}(T_g) \quad (2)$$

onde:

$f_i$ : fração molar da  $i$ -ésima espécie química;

$C_{p_i}(T_g)$ : calor específico molar da  $i$ -ésima espécie química.

### PROTÓTIPOS CONSTRUÍDOS

A primeira sonda de entalpia construída no AET, tinha exatamente a mesma configuração das sondas utilizadas para medições de composição de espécies químicas em chamas, cuja característica construtiva básica é apresentada na Figura 3.

A sonda é constituída de três tubos de aço inoxidável concêntricos. Pelo tubo central o gás cuja temperatura se deseja medir é aspirado, e os dois tubos restantes formam a camisa de água.

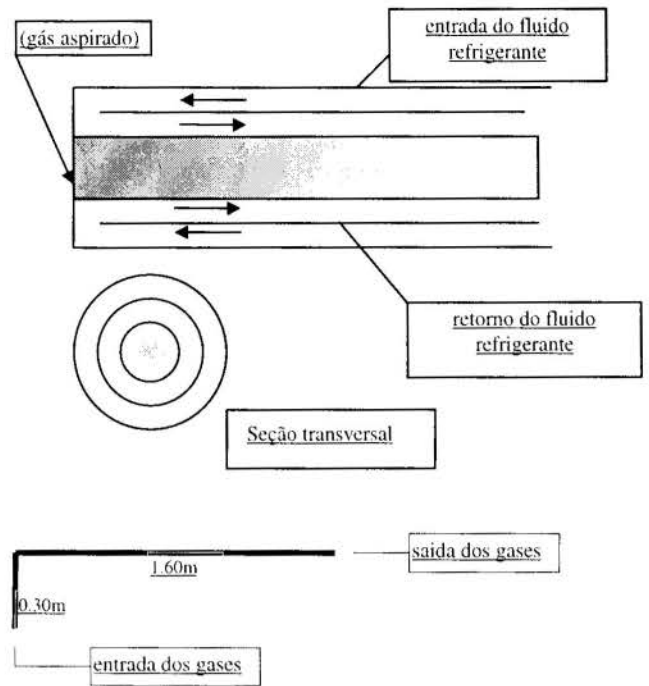


Figura 3 - Esquema do primeiro protótipo construído.

O teste feito com o protótipo acima descrito foi realizado no Laboratório de Combustão do IPT, utilizando uma fornalha de testes na qual foi instalado um queimador de óleo a oxigênio fabricado pela White Martins. Escolheu-se uma região da chama de menor temperatura, que pudesse ter sua temperatura medida por um pirômetro de sucção (instrumento normalmente utilizado para medições em chamas com temperaturas inferiores a 1700°C). O valor medido com o pirômetro de sucção foi utilizado como referência para avaliação da sonda de entalpia. Este método de calibração (verificação contra um pirômetro de sucção que é considerado padrão primário para este tipo de medição) também foi o utilizado para todos os protótipos construídos posteriormente.

Os resultados destes testes indicaram uma grande dispersão dos valores de temperatura obtidos com a sonda de entalpia, com a média dos valores medidos muito distante daquela obtida com o pirômetro de sucção.

Nos testes realizados, as condições de operação se mantiveram estáveis. Como os valores de vazão de gás aspirado e vazão do fluido refrigerante (no caso água) independem das condições de operação da fornalha de testes, e a composição química dos gases de combustão não apresentou alterações significativas, concluiu-se que, dentre todos os parâmetros que entram no balanço de energia da sonda de entalpia, o principal responsável pela grande dispersão dos resultados obtidos é o termo  $(\Delta T_{CF} - \Delta T_{SF})$  na equação do balanço de energia.

Uma análise detalhada mostrou que, embora as condições de operação do ensaio, tais como vazão de combustível, de comburente e temperatura do combustível ao entrar no queimador estivessem estáveis ao longo do tempo, ocorriam flutuações instantâneas das mesmas, e a sonda de entalpia respondia a esses transitórios. Em trabalho publicado por J. Grey(2), este efeito já havia sido estudado em termos de um parâmetro denominado **sensibilidade** ( $\sigma$ ) da sonda de entalpia, definida por :

$$\sigma = (\Delta T_{CF} - \Delta T_{SF}) / \Delta T_{CF} \quad (3)$$

Um valor de sensibilidade considerado bom estaria entre 0,15 e 0,20. No primeiro protótipo construído pelo Agrupamento de Engenharia Térmica acima descrito, o valor da sensibilidade ficou entre 0,04 e 0,08.

Os resultados dessa primeira tentativa davam indicações dos próximos passos, que concretamente poderiam ser traduzidos em: procurar uma configuração de sonda com a menor área externa possível e redução das trocas de calor entre a sonda e a chama ao seu redor. O aumento da vazão de gás aspirado pela sonda deveria ser objeto de estudo, além da implantação de um sistema de aquisição de dados acoplado a um programa de computador, que permitisse o cálculo da temperatura em tempo real.

Foi então projetada e construída uma nova versão de sonda de entalpia, com objetivo de aumentar a sua sensibilidade, e resolver alguns problemas mecânicos de alimentação de água de resfriamento e montagem dos termopares para medição das temperaturas de entrada e saída de água e saída de gases. A Figura 4 mostra a seção transversal do canal principal em que a água entra pelos tubos menores e sai pelo tubo maior, enquanto que os gases escoam pelos outros dois tubos internos.

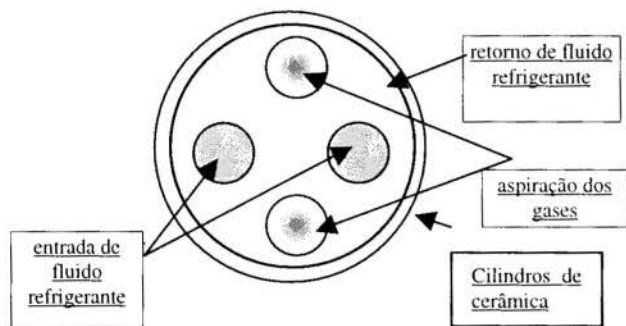


Figura 4 - Esquema da seção transversal da sonda de atual.

Para aumentar a sensibilidade da sonda de entalpia foi utilizado um sistema de isolamento externo com tubos cerâmicos resistentes às temperaturas encontradas nas chamas estudadas conforme se observa na Figura 4. Com o arranjo proposto foi obtido um aumento da sensibilidade para valores entre 0,4 e 0,7.

Foram instalados medidores de vazão de água (medidor magnético) e gases (placa de orifício) calibrados e com sinal de saída adequado para sistemas de aquisição de dados.

Um novo sistema de aquisição de dados, com velocidades compatíveis com os fenômenos em estudo, foi implementado em conjunto com um programa de computador desenvolvido pelo IPT para cálculo da temperatura em tempo real. Todos instrumentos foram adquiridos com recursos do PADCT.

### CÁLCULO DA TEMPERATURA DOS GASES

O cálculo da temperatura dos gases em tempo real, efetuado pelo programa de aquisição de dados, se dá a partir da execução do balanço de energia do sistema de refrigeração e coleta dos gases e com o seguinte procedimento:

1. Posiciona-se a sonda no interior da fornalha no ponto em que se deseja fazer a medição. Ao lado da sonda, é posicionado o pirômetro de sucção.
2. Apenas a água de resfriamento é alimentada inicialmente, não sendo acionada a coleta de gases.
3. Medem-se a vazão e a variação de temperatura entre a entrada e saída da sonda, da água de resfriamento, calculando-se então o calor trocado nesta condição entre a chama e a sonda, denominando-a "sem fluxo".
4. Inicia-se a coleta de gases.
5. Medem-se a vazão e a variação de temperatura entre a entrada e saída da sonda, da água de resfriamento, calcula-se

então o calor trocado nesta condição entre chama e gases coletados com a sonda, denominando-a "com fluxo".

6. A diferença entre o calor trocado com a água nas condições "com" e "sem" fluxo expressa o calor trocado pela sonda com os gases coletados.
7. Medem-se a vazão de gás coletado e a sua temperatura de saída.
8. Mede-se a composição dos gases e determina-se o seu calor específico à pressão constante.
9. Com os valores obtidos nos itens 6, 7 e 8 calcula-se a temperatura de entrada dos gases na sonda. A rotina de cálculo é iterativa e com rápida convergência.

### RESULTADOS E DISCUSSÕES

Foram conduzidos vários ensaios com objetivo de se testar o desempenho da sonda frente ao pirômetro de sucção.

No terceiro conjunto de ensaios conduzido no período de agosto de 1997 demonstrou-se finalmente a viabilidade técnica da utilização da sonda de entalpia.

Com a execução de um "Projeto de experimento", foi possível determinar a influência de cada uma das variáveis envolvidas sobre o valor calculado da temperatura.

Identificou-se que a maior fonte de incerteza está na vazão de gases coletados, e que existe uma faixa de valores (próxima de 5 kg/h de gases secos) em que os valores calculados pelo programa convergem para os medidos com o pirômetro de sucção (diferença de 1%).

Atribui-se esta influência à presença de água nos gases de combustão condensando no interior da sonda em grande quantidade (a fração molar de vapor d'água em gases de combustão em chamas a oxigênio puro pode chegar a 48%). Este problema será eliminado com a utilização de óleo térmico como fluido de refrigeração (temperatura de saída dos gases da sonda acima de 95 °C evitando a condensação).

A Figura 5 apresenta um gráfico em que se observa a convergência dos valores medidos com os dois instrumentos, a reduzida dispersão (relativa) dos valores medidos com a sonda de entalpia e a estabilidade do sinal obtido ao longo do tempo.

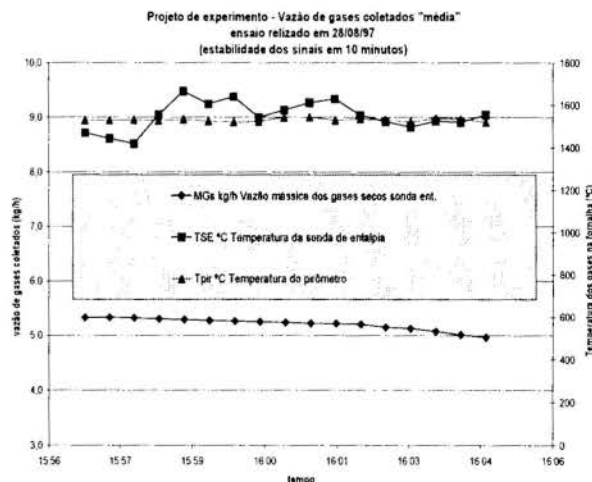


Figura 5 - Resultados obtidos com a sonda de entalpia em teste comparativo com o pirômetro de sucção.

### CONCLUSÕES

Portanto, conclui-se que uma vez solucionado o problema relativo à condensação de água dos gases de combustão no interior da sonda, a sonda de entalpia poderá ser utilizada



rotineiramente como instrumento de medição de temperatura, dispensando calibrações com um pirômetro de sucção, ao início de cada conjunto de medições como ocorre neste momento. Para tanto, óleo térmico e vapor saturado seco serão testados como fluidos de refrigeração mantendo todo o sistema em temperaturas acima de 100 °C

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - Chedaile J. & Braud Y. "Industrial Flames - vol. 1 : Measurement in Flames"; Edward Arnold Publishers (1970).
- 2- Grey J., Jacobs P.F., Sherman M.P.: "Calorimetric probe for the measurement of extremely high temperatures", Review of Scientific Instruments, vol.33, nº7, pg 738(1962).
- 3- Grey J.: "Sensitivity analysis for the calorimetric probe", Review of Scientific Instruments, vol.34, nº8, pg.857(1963).
- 4 - Land T. & Barber R. : "The Design of Suction Pyrometers"; Transactions of the Society of Instrument Technology, pag. 112 a 130,1954.
- 5 - Pikman, Braulio. Desenvolvimento de um sistema otimizado para medição de temperaturas utilizando sonda de entalpia. Relatório IPT nº36.145 apresentado à Finep . SP-1998.
- 6 - Vicente, Luis Carlos; Bender, Oscar; Pikman, Braulio; Diagnóstico em tochas a plasma via sonda de entalpia; 40ª Reunião anual da SBPC; São Paulo -SP, 1988.

#### ABSTRACT

*This work presents the initial results obtained with an enthalpy probe idealized for the measurement of high flame temperatures (up to 2500° C). The measurements are based on the mass and energy balances in the probe, used to calculate the entering gas temperature (local flame temperature). The mass and energy balances are determined by the direct measurement of the fluxes and temperatures of gases captured by the probe and refrigerating water.*

**BRAZILIAN ACTIVITIES WITH RAM ACCELERATOR**

Marcelo M. Morales, Carlos E. S. S. Migueis, Demétrio Bastos-Netto  
 Laboratório Associado de Combustão e Propulsão – LCP/INPE, 12630-000 - C. Paulista - SP - Brazil  
 João L. F. Azevedo  
 Instituto de Aeronáutica e Espaço – IAE/CTA, 12228-904 - S. José dos Campos - Brazil  
 Marco A. S. Minucci  
 Instituto de Estudos Avançados – IEAv/CTA, 12228-840 - S. José dos Campos – Brazil

SUMMARY

*First, a one-dimensional steady inviscid flow analysis on the combustion driven process in a ram accelerator operating in the subdetonative mode was made. This analysis includes a balance between frozen and equilibrium flow properties, in order to obtain a result equivalent to the calculation performance with real gas effects considerations. Second, a computational fluid dynamics code using an unstructured, triangular, adaptive grid, was used to numerically study the reacting flowfield around a flight model in a ram accelerator. It was considered a single-stage configuration operating with a methane based combustible mixture. Using an Euler code, the most important fluid dynamics characteristics of the flowfield were reasonably reproduced in a wide range of flight Mach numbers. Combustion could be numerically simulated only with a Navier-Stokes formulation, when the interaction region shock-wave/boundary-layer was considered, i.e., the calculation grid near the wall was finely discretized and the laminar viscous stresses calculated.*

INTRODUCTION

The present paper was inspired by the work developed at University of Washington [1] and motivated by the ongoing supersonic combustion research at LCP [2].

The problem of obtaining hypersonic velocities in the process of projectile acceleration has been studied over the last decades and, particularly, the recent released technique called "ram accelerator" or "ramjet-in-tube" has been studied since mid 1983. In this system a flight model, resembling the center body of a conventional ramjet, is injected with supersonic speed in a stationary tube filled with a pressurized combustible mixture. To accelerate the flight model to such high velocity, many devices can be used, for example, a light gas gun, where the expanding gas pushes an obturator attached to the flight model into the pre-launcher section, which is filled with pressurized combustible mixture. During its flight an oblique shock is created at the nose tip and successive oblique reflected shocks appear between the flight model and the tube wall, heating the combustible mixture until combustion is established in the aftbody. The energy thus released travels with the flight model, generating a high pressure zone behind the midbody and imparting thrust to the model.

Ultimately being a ramjet, where the central body (projectile) is free to move and its cowl (tube wall) is fixed, the ram accelerator enables the study of the supersonic combustion problem in ground facilities. The problem of getting the fuel mixed and burned with the incoming air is bypassed due to the fact the projectile (central body) travels in a premixed homogeneous medium. As a consequence such a concept would complete the already operational LCP facility for testing supersonic combustors for scramjets.

Another application of this concept is motivated by the use of low earth orbit satellites (LEO) in scientific and commercial missions that are becoming more and more common. To reduce their launching costs, ground-based launchers seem to be a good alternative [3], resembling the "Columbiad" from the visionary writer Jules Verne in *De la Terre a la Lune*.

In principle, the acceleration process could be described, at least in a ram accelerator operating in the subdetonative mode, by a steady one-dimensional analysis as showed here and also in

previous works [4,5]. However, the complex interaction of oblique shock waves, boundary layer and expansion waves in the ram accelerator tube could be only simulate with the solution of the conservation equations provided by detailed chemical kinetics mechanisms [5,6].

ONE-DIMENSIONAL MODEL

A one-dimensional steady inviscid flow analysis on the combustion driven acceleration process in a ram accelerator operating in the subdetonative mode was made. The conservation equations were solved with the help of a modified version of the equilibrium calculation Fortran package code NASA SP-273 [7]. This modified version includes a balance between the frozen and equilibrium flow properties, in order to obtain a result equivalent to the calculation performance with real gas effects flow consideration. Numerical simulations for the combustible mixture, projectile characteristics and initial conditions that had been studied and presented in other articles, taking into consideration ideal and real gas flow hypothesis were performed. The following assumptions was made:

- the ram accelerator is operating in the subdetonative mode, i.e., the velocities achieved by the flight model are below the Chapman-Jouguet detonation velocity of the combustible mixture, calculated for the initial conditions of the undisturbed flow.
- a pre-launcher section pushes the projectile plus obturator combination to the required injection velocity and the combustion was then initiated by the stagnation flow conditions on the obturator before it was discarded by gasdynamic drag.
- reference frame is fixed in the flight model body.
- the flow is one-dimensional, steady, adiabatic and parallel to the freestream (x-direction).
- all the properties of the flow upstream of the projectile nose tip are known.
- the undisturbed combustible mixture behaves as an ideal gas.

- With these assumptions the mass, momentum, energy and species conservation are written as:

$$\frac{d(\rho u)}{dx} = 0 \quad (1)$$

$$\rho u \frac{du}{dx} + \frac{dp}{dx} = 0 \quad (2)$$

$$u \frac{de}{dx} - \frac{p}{\rho^2} \left( u \frac{d\rho}{dx} \right) = 0 \quad (3)$$

$$u \frac{d\lambda}{dx} = \kappa(1 - \lambda) \exp \left[ \frac{-E_0}{RT} \right] \quad (4)$$

where

$$e = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} - \lambda q \quad (5)$$

$$p = \rho RT \quad (6)$$

Eq. (1) describes the conservation of mass, where  $\rho$  and  $u$  are the flow density and the velocity in the  $x$ -direction, respectively. The conservation of momentum in the  $x$ -direction is given by Eq. (2), where  $p$  is the static pressure. Eq. (3) describes energy conservation, where  $e$  is the internal energy. Eq. (4) describes the species conservation with a Arrhenius law expression, where  $\lambda$  is a reaction rate-of-progress ( $\lambda = 0$  corresponding to no reaction or "frozen" flow and  $\lambda = 1$  corresponding to complete reaction or equilibrium flow),  $\kappa$  kinetic frequency factor (collision factor, see [8], for example) and  $E_0$ ,  $R$ ,  $T$  are, respectively, mixture activation energy, universal gas constant and temperature. It was assumed a simple, irreversible, one-step chemistry. Eqs. (5) and (6) are the caloric and thermal equation of state, where  $\gamma$  is the ratio of specific heats and  $q$  is the reaction heat.

The flight model acceleration was described by:

$$F = \int p(x) dA_x \quad (7)$$

$$\frac{dU}{dx} = \frac{F}{m_p U} \quad (8)$$

where  $F$  is the thrust magnitude,  $A_x$  is the variable cross section of the flight model body in the  $x$ -direction,  $U$  is the projectile velocity in the  $x$ -direction and  $m_p$  its mass body.

In order to simulate the real gas effects in the flow, a balance between the calculation made with  $\lambda = 1$  (infinitely fast chemical kinetics) and with  $\lambda = 0$  (infinitely slow chemical kinetics) was made.

### One-Dimensional Results

Three cases were selected from the work of Buckwalter et al. [8] in order to get a comparison. That work taken into account the gas compressibility via an equation of state with a

compressibility factor correction and fitted well with ram accelerator experiments in the subdetonative mode.

The first configuration (case I) chosen was a  $2.8\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 + 5.7\text{N}_2$  combustible mixture pressurized to 25 bar, with projectile mass of 63g, and a velocity of injection in the ram accelerator tube section of 1100m/s.

The second configuration (case II) chosen was a  $6\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 + 2\text{H}_2$  combustible mixture pressurized to 51 bar, with projectile mass of 84g, and a velocity of injection in the ram accelerator tube section of 1500m/s.

The third configuration (case III) chosen was a  $3\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 + 5.7\text{N}_2$  combustible mixture pressurized to 50 bar, with projectile mass of 109g, and a velocity of injection in the ram accelerator tube section of 1100m/s.

In all cases the undisturbed temperature flow was fixed to 300 K.

Figures 1-3 shows the results obtained here (continuous lines) and the superposition of the results extracted from Buckwalter et al. [8] (dotted lines) for the acceleration profile of the flight model in the ram accelerator, i.e. the projectile velocity ( $U$ ) versus the distance ( $x$ ) travelled in the tube.

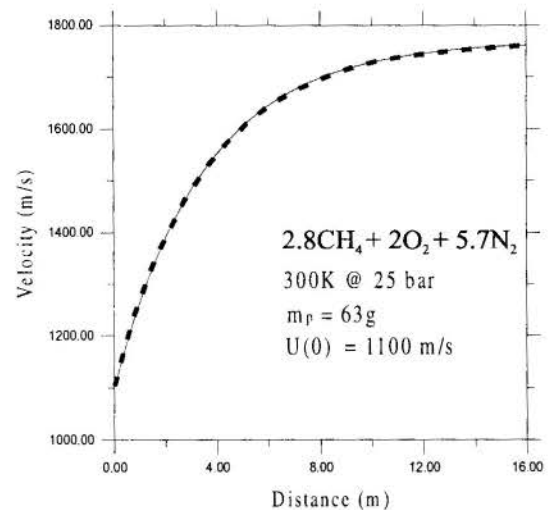


Figure 1 – Comparison between the acceleration profile obtained in this work (continuous line) and the extracted from [8] (dotted line) for the case I.

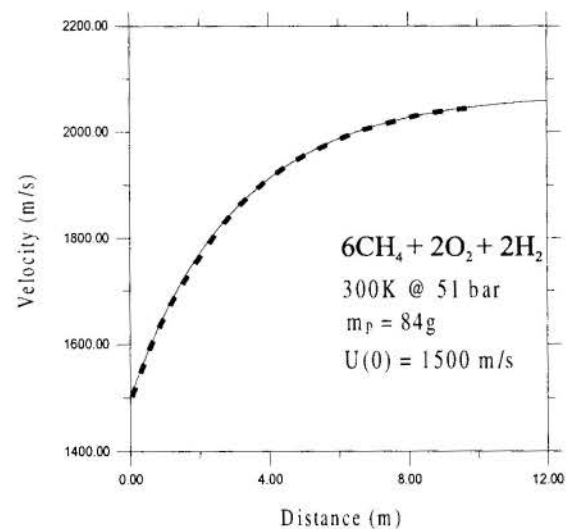


Figure 2 – Comparison between the acceleration profile obtained in this work (continuous line) and the extracted from [8] (dotted line) for the case II.

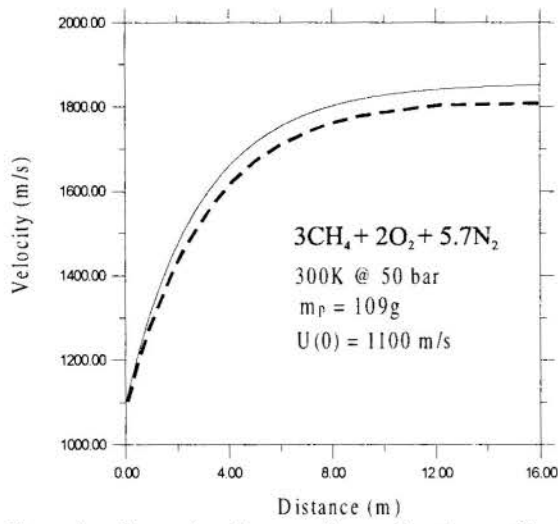


Figure 3 – Comparison between the acceleration profile obtained in this work (continuous line) and the extracted from [8] (dotted line) for the case III.

It can be seen from the Figures 1 and 2 that the results obtained in this work correlated very well with the Buckwalter's calculations for the cases I and II. However, for the case III, as it can be seen from Figure 3, there is a significant difference between the two results. This discrepancy is explained by the lack of compressibility factor correction in the present work. The compressibility gas effects becomes more pronounced in the higher pressures regimes (above 25 bar) where the combustible mixture is very diluted in an inert gas, as in the case III.

## PLANAR FLOWFIELD SIMULATIONS

The two-dimensional conservation for a chemically reacting gas mixture can be written in integral form as [9]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \oint_V Q \cdot dx dy + \oint_S [(E - E_v) \cdot dy - (F - F_v) \cdot dx] = \oint_V \mathcal{K} \cdot dx dy \quad (9)$$

where the conserved variables vector  $Q$  and their axial and vertical flux components  $E$ ,  $E_v$ ,  $F$  and  $F_v$  over the boundary  $S$  of the control volume  $V$  are given by:

$$Q = [\rho \quad \rho u \quad \rho v \quad e \quad \rho Y_1 \quad \rho Y_2 \quad \dots \quad \rho Y_{k-1}]^T \quad (10)$$

$$E = \begin{Bmatrix} \rho u \\ \rho uu + p \\ \rho uv \\ (e + p) \cdot u \\ \rho Y_1 u \\ \rho Y_2 u \\ \dots \\ \rho Y_{k-1} u \end{Bmatrix} \quad E_v = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xx} \cdot u + \tau_{xy} \cdot v \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

$$F = \begin{Bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho vv + p \\ (e + p) \cdot v \\ \rho Y_1 v \\ \rho Y_2 v \\ \dots \\ \rho Y_{k-1} v \end{Bmatrix} \quad F_v = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{xy} \cdot u + \tau_{yy} \cdot v \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

Here  $\rho$  is the local flow density,  $u$  and  $v$  are the axial and vertical cartesian velocity components respectively,  $e$  is the total gas internal energy per unit volume and  $Y_k$  is the local mass fraction of species  $k$ . The chemical source vector at the right side of Eq.(9) represents the production/destruction of the chemical species in each cell volume:

$$\mathcal{K} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \omega_1 W_1 \quad \omega_2 W_2 \quad \dots \quad \omega_{k-1} W_{k-1}] \quad (13)$$

where the  $\omega_k$  are the molar production/destruction rates of species  $k$ , which are given by Arrhenius law expressions. Eq. (9) must be supplemented by equations of state :

$$p = \rho RT \sum_{k=1}^K \frac{Y_k}{W_k} \quad (14)$$

$$\frac{e}{\rho} = \sum Y_k e_k + \frac{1}{2} (u^2 + v^2) \quad (15)$$

where

$$e_k = h_k^0 + \int_{T_0}^T c_{p,k} \cdot dT - \frac{p}{\rho} \quad (16)$$

and where  $W_k$  is the molecular weight of species  $k$ ,  $p$  and  $T$  are the local static pressure and temperature,  $R$  is the universal gas constant and  $e_k$ ,  $h_k^0$  e  $c_{pk}$  the internal energy, the standard-state enthalpy and the specific heat at constant pressure per unit mass of species  $k$ , respectively.

The above governing equations were discretized in a cell centered based finite volume procedure on unstructured triangular mesh and solved with an adaptive grid refinement solver code [6]. This code adopted a first-order upwind scheme for the spatial discretization, a second-order, five-stages Runge-Kutta method for the time advancement of the "gasdynamic" part of the equations and a special tailored solver [10] for the "chemistry" part. It was also used an adaptive mesh refinement routine to better capture the flowfield gradients.

In the initial simulations the influence of viscosity was neglected by setting the viscous flux components equal to zero, i.e., using the Euler formulation for the momentum equation.

Then the influence of the momentum diffusion on the computational results was evaluated by introducing the molecular viscosity for the computation of the laminar viscous stresses, i.e., using the laminar Navier-Stokes formulation for the momentum equation.

An implementation of a turbulence model is out of the scope of this paper and was left to be implemented in future work.

## Chemical Kinetics Model

In this present study we considered a premixed combustible gas formed by  $3\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 + 7.5\text{N}_2$  at 300 K and 2.5 MPa. As a chemical kinetic model, the reduced reaction mechanism due to



Peters and Kee [11] with 14 species, 18 reactions was used in the Euler code. Later, with the Navier-Stokes code, only a one step, simple model could be considered due the high CPU time required. The molar production rates are given by Arrhenius law expressions and calculated using the Fortran package CHEMKIN-II [12].

### Planar Flowfield Results

The ramjet-in-tube flight model geometry studied in this work (Figure 4), was based on the first benchmark test proposed for the 3<sup>rd</sup>. International Workshop on Ram Accelerators, Tohoku University, Japan, July, 1997 [5]. To simulate the flow around it, a calculation mesh was initially defined with 722 nodes and 1229 volumes. This grid was refined by the adaptive refinement subroutine to enhance the spatial resolution in regions where the density gradient was higher than 5% of the largest difference of density observed in the flowfield. The first adaptive grid refinement was done after the first 1000 iterations, the second and third refinements after 500. As an example, Figure 5 shows the final numerical grid obtained by a simulation with flight Mach number 7.0. It can be clearly seen that this refinement marks the position of the shock and expansion waves.

During the initial phase of this work, numerical simulations were done without considering momentum diffusion. It could be observed that combustion didn't take place anywhere in the flowfield, even for Mach numbers higher than 6.0, as it can be seen in Figure 6 that, for Mach numbers 4.0, 5.0 and 6.0, the highest temperature is no greater than 600 K, which is not hot enough for ignition of the diluted methane mixture to occur. Actually, for the configuration studied here, with inviscid computations, combustion only takes place above Mach number 15.0. The flowfield began to "burn" only after the molecular viscosity is introduced in the calculations and the boundary layer region was finely discretized. As it is shown in Figure 7 the flame becomes attached to the flight-body just behind the region where

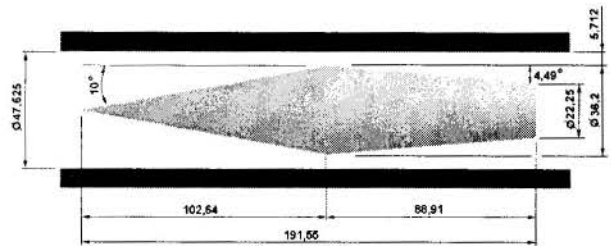


Figure 4 - Flight body model

### CONCLUSIONS

An one-dimensional steady inviscid flow analysis on the combustion driven acceleration process in a subdetonative mode ram accelerator was made. The conservation equations were solved with the help of NASA SP-273 Fortran code. This analysis includes a balance between the infinitely fast (equilibrium flow) and the infinitely slow (frozen flow) chemical kinetics, in order to simulate the real gas effects. The results obtained here was compared with others results encountered in the literature. The results correlated well, except for high pressurized combustible mixtures with large amount of inert diluent gas, such as nitrogen.

Also, the flowfield simulation around the flight body in a ram accelerator was achieved through numerical solution of the mass, momentum, energy and species conservation equations in a bidimensional cartesian coordinates, over an unstructured triangular mesh. It was adopted a first-adaptive mesh refinement routine to better capture the flowfield gradients.

The obtained results (pressure, temperature and velocity fields distribution) through these simulations showed a global view of the compression process in the ram accelerator tube.

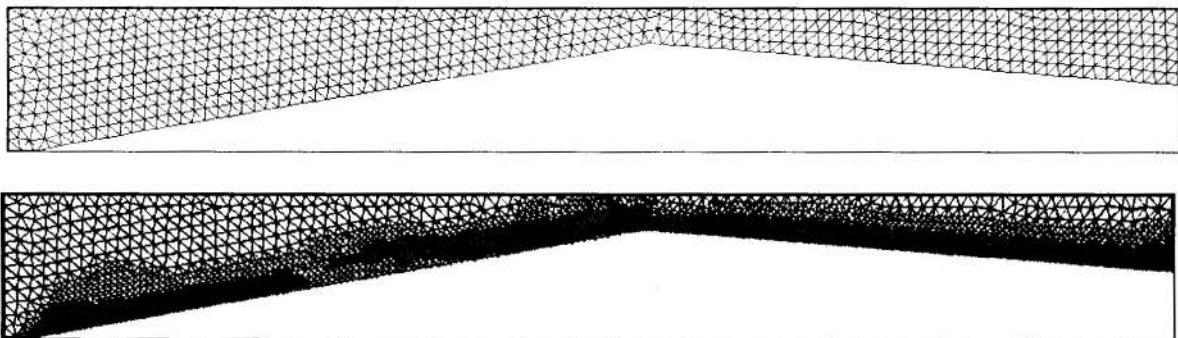


Figure 5 - Initial and final calculation grid after three adaptive refinements

the interaction oblique shock-wave/boundary-layer takes place. Figure 7 also shows the temperature distribution over the flowfield. The very hot portion of the flow localized in the boundary layer ensures the onset of combustion, as it can be seen in the water molar fraction distribution for the case of flight Mach number 7.0. From this Mach number and on, the water molar fraction gradient although small is not insignificant anymore. This result agrees with the one obtained by Yungster [13,14].

Comparison among the several methane oxidation mechanisms showed no significant differences in the level of the present paper, thus requiring further studies.

The complex interactions between the flow, the tube wall and the flight model's fins were not considered in the present work, due to the planar character of the solutions obtained here.

The first approach was done using the inviscid formulation of the momentum equation (Euler equation). No chemical reaction was observed anywhere in flows with Mach number in the range considered. A second approach, using the viscous formulation, without any turbulence model (Navier-Stokes equations in a laminar regime), showed that high temperatures were attained in the viscous boundary layer. Both the temperature and the water molar fraction distributions showed that the onset of combustion takes place in viscous boundary layer.

The next steps in this research will be the use of a 2<sup>nd</sup>-order upwind scheme and a detailed kinetic mechanism like the one proposed by Petersen, Davidson and Hanson [15].

## REFERENCES

[1] Hertzberg, A., Bruckner, A.P. and Bogdanoff, D.W., "Ram Accelerator: A New Chemical Method for Accelerating Projectiles to Ultrahigh Velocities", AIAA Journal, Vol. 26, No. 2, 1988, pp. 195-203.

[2] Guimarães, A. L., Sinay, L. and Bastos-Netto, D., "Liquid Fuel Burner with Oxygen Replenishment for Testing Scramjet Combustor", AIAA Paper 97-3020, 33<sup>rd</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, Seattle, USA, July 1997.

[3] Aerospace America, AIAA Publications, April 1998, pp.32-39.

[4] Morales, M. M., Minucci, M. A. S., Chanes-Jr., J. B., Ramos, A. G. and Bastos-Netto, D., "Numerical Investigation on a Subdetonative Mode Ramjet-in-Tube", Proceedings of the Third International Workshop on Ram Accelerators, Sendai, Japan, 1997, July 16-18. Also in Ram Accelerators, edited by K. Takayama and A. Sasoh, Ed. Springer-Verlag, Heidelberg, 1998 (to be published).

[5] Morales, M. M., "A Hypersonic Accelerator Device Study", M.Sc. Thesis, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, June 1998 (in Portuguese, original title is "Estudo de um Acelerador Hipersônico").

[6] Morales, M. M., Migueis, C. E., Bastos-Netto, D., Azevedo, J. L. F. and Minucci, M. A. S., "Adaptive Unstructured Grid Computation for Planar Flow in a Ram Accelerator", AIAA Paper 98-3451, 34<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, Cleveland, USA, July 13-15, 1998.

[7] Gordon, S. and McBride, B. J., "Computer Program for Calculations of Complex Chemical Equilibrium Compositions, Rocket Performance, Incident and Reflected Shocks and Chapman-Jouguet Detonations", NASA SP-273, 1971.

[8] Buckwalter, D. L., Knowlen, C. and Bruckner, A. P., "Ram Accelerator Performance Analysis Code Incorporating Real Gas Effects", AIAA Paper 96-2945, 32<sup>nd</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, Lake Buena Vista, USA, July 1996.

[9] Korzenowsky, H., Maciel, E.S.G. and Azevedo, J.L.F., "Adapted Mesh Refinement on the Solution of Two-Dimensional Viscous Aerospace Problems", ICAS-Paper 98-2.1.1, to appear in the proceedings of the 21<sup>st</sup>. Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, Melbourne, Australia, sept. 1998.

[10] Byrne, G. D., and Dean, A. M., "The Numerical Solution of Some Kinetics Models with VODE and CHEMKIN-II ", Computers Chem., Vol. 17, No. 3, 1993, pp. 297-302.

[11] Peters, N., and Kee, R. J., "The Computation of Stretched Laminar Methane-Air Diffusion Flames Using a Reduced Four-Step Mechanism ", Combustion and Flame, Vol.68, 1987, pp.17-29.

[12] Kee, R. J., Rupley, F. M., and Miller, J. A., "CHEMKIN-II: A Fortran Chemical Kinetics Package for the Analysis of Gas Phase Chemical Kinetics ", Sandia National Laboratories, SAND89-8009B/UC-706, April 1992.

[13] Yungster, S., "Numerical Study of Shock-Wave/Boundary-Layer Interaction in Premixed Combustible Gases", AIAA Journal, Vol.30, No.10, 1992.

[14] Yungster, S., Radhakrishnan, K., and Rabinowitz, J., "Reacting Flow Establishment in Ram Accelerators: A Numerical Study", Journal of Propulsion and Power, Vol.14, No.1, 1998.

[15] Petersen, E.L., Davidson, D.F. and Hanson, R.K., "Reduced Kinetics Mechanisms for Ram Accelerator Combustion", 33<sup>rd</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Seattle, USA, July, 1997.

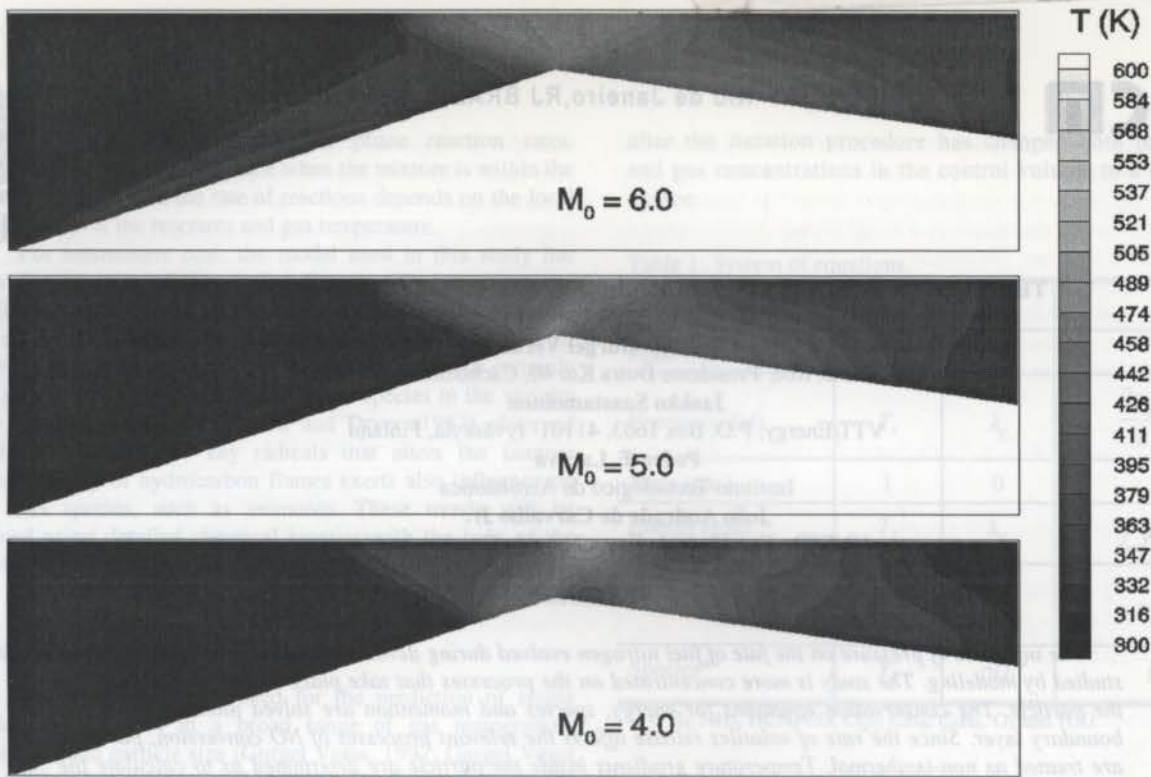


Figure 6 - Effect of flight Mach number on the temperature flowfield.

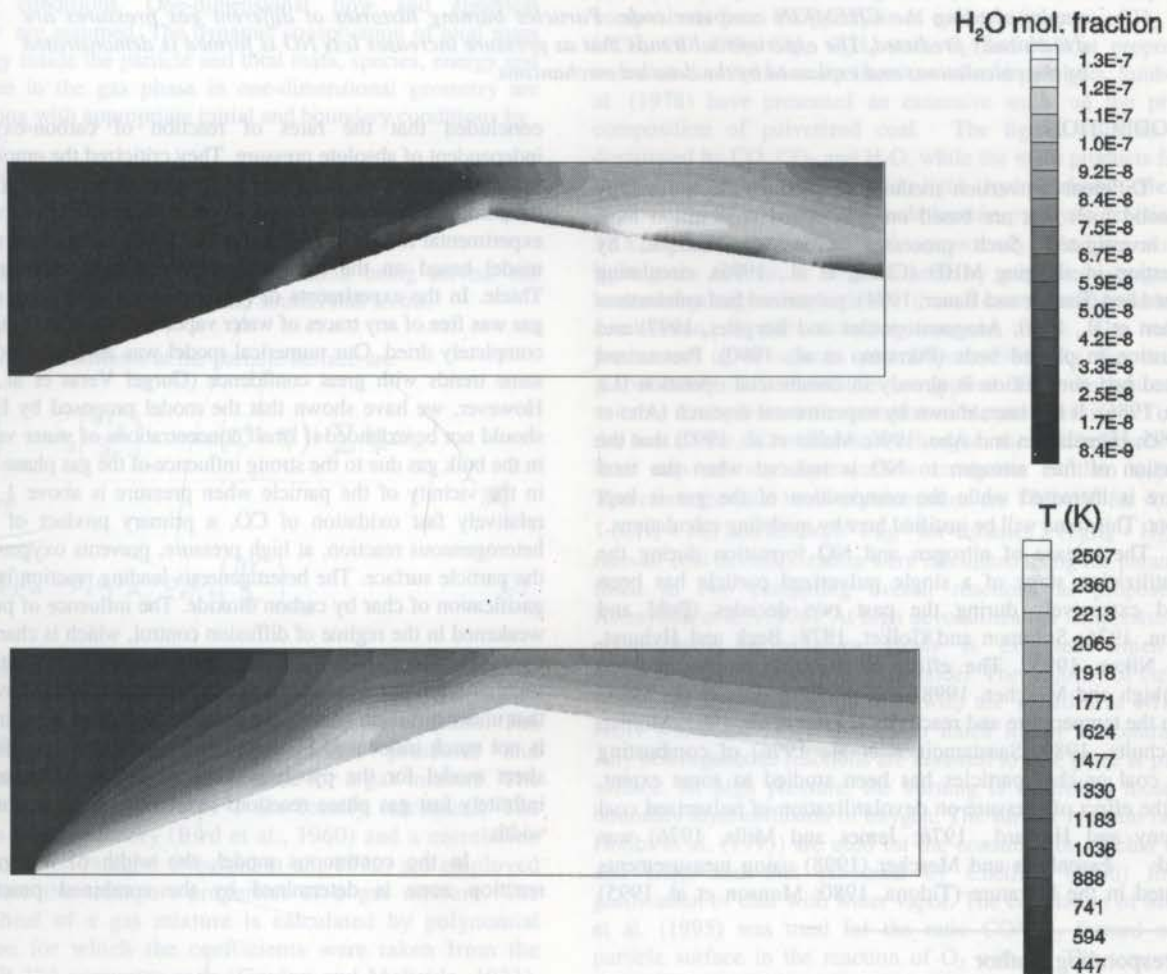


Figure 7 - Water molar fraction and temperature distribution

obtained with laminar viscous computations.



**THE FATE OF FUEL N IN PRESSURIZED PULVERIZED COAL COMBUSTION**
**Carlos A. Gurgel Veras\***

LCP/INPE, Rod. Presidente Dutra Km 40, Cachoeira Paulista SP

**Jaakko Saastamoinen**

VTT/Energy, P.O. Box 1603, 41101 Jyväskylä, Finland

**Pedro T. Lacava**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica

**João Andrade de Carvalho Jr.**

UNESP - Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá

**ABSTRACT**

*The influence of pressure on the fate of fuel nitrogen evolved during devolatilization of a single particle is studied by modeling. The study is more concentrated on the processes that take place in the gas surrounding the particle. The conservation equations for energy, species and momentum are solved numerically in the boundary layer. Since the rate of volatiles release affects the relevant processes of NO conversion, particles are treated as non-isothermal. Temperature gradients inside the particle are determined as to calculate the local release of volatile matter. In the boundary layer, destruction or production of the species under study are calculated using global reaction mechanisms reported in literature. Total gas pressure affects the stoichiometry of the main reaction zone in the gas phase, thus NO formation and reduction. The conversion of HCN and NH<sub>3</sub> to NO in the boundary layer is studied. To help explain the trends, detailed chemical kinetics is employed using the CHEMKIN computer code. Particles burning histories at different gas pressures are dynamically predicted. The experimental trends that as pressure increases less NO is formed is demonstrated by the calculations and explained by the detailed mechanisms.*

**INTRODUCTION**

Different conversion methods to produce electric energy from solid fuels that are based on pressurized combustion have been investigated. Such processes given for example, by combustion in slagging MHD (Cheng et al., 1996), circulating fluidized bed (Recker and Bauer, 1994), pulverized fuel combustors (Reichert et al., 1990; Anagnostopoulos and Bergeles, 1997) and combustion in packed beds (Purnomo et al., 1990). Pressurized fluidized bed combustion is already in commercial operation (La Nauze, 1986). It has been shown by experimental research (Aho et al., 1995; Hämäläinen and Aho, 1996; Mallet et al., 1997) that the conversion of fuel nitrogen to NO is reduced when the total pressure is increased while the composition of the gas is kept constant. This trend will be justified here by modeling calculations.

The release of nitrogen and NO formation during the devolatilization stage of a single pulverized particle has been studied extensively during the past two decades (Pohl and Sarofim, 1976; Solomon and Colket, 1978; Beck and Hyhurst, 1991; Niksa, 1995). The effect of pressure on the ignition (Essenhigh and Mescher, 1998) and swelling (Lee et al., 1991) and on the temperature and reactivity (Lester et al., 1981; Mühlen and Schulte, 1989; Saastamoinen et al., 1996) of combusting single coal or char particles has been studied to some extent. Also, the effect of pressure on devolatilization of pulverized coal (Anthony and Howard., 1976; James and Mills, 1976) was studied. Essenhigh and Mescher (1998) using measurements presented in the literature (Tidona, 1980; Monson et al. 1995)

concluded that the rates of reaction of carbon-oxygen are independent of absolute pressure. They criticized the empirical n-th order assumption which predicts pressure dependence at different temperatures and bulk oxygen concentrations. They used the experimental results of Monson et al. (1995) to test their analytical model based on the equations presented by Langmuir-Nusselt-Thiele. In the experiments of Monson et al. (1995) the oxidizing gas was free of any traces of water vapor and the char samples were completely dried. Our numerical model was able to reproduce the same trends with great confidence (Gurgel Veras et al., 1997). However, we have shown that the model proposed by Essenhigh should not be extended if small concentrations of water vapor exist in the bulk gas due to the strong influence of the gas phase reactions in the vicinity of the particle when pressure is above 1 bar. The relatively fast oxidation of CO, a primary product of the char heterogeneous reaction, at high pressure, prevents oxygen to reach the particle surface. The heterogeneous leading reaction is then the gasification of char by carbon dioxide. The influence of pressure is weakened in the regime of diffusion control, which is characterized by high temperature burning, large particles and very reactive fuels, such as bituminous coals. Saastamoinen et al. (1996) have shown that under diffusion control the combustion rate of bituminous coal is not much influenced by pressure. They used a simplified flame sheet model for the pyrolysis stage of a particle in which the infinitely fast gas phase reactions reduce the flame region to zero width.

In the continuous model, the width of the gas phase reaction zone is determined by the combined processes of

\* Corresponding Author



reactant diffusion and chemical gas phase reaction rates. Homogeneous reactions take place when the mixture is within the flammability limits and the rate of reactions depends on the local concentrations of the reactants and gas temperature.

For bituminous coal, the model used in this study has shown that in spite of the weak influence of pressure on the overall particle reaction rate, the mass and heat balances in the flame region are substantially affected as pressure is increased for a constant gas composition. These changes, in turn, will certainly affect the conversion/reduction of nitrogen species in the vicinity of the burning particle. Westbrook and Dryer (1984) observed that the competition for key radicals that alters the laminar burning velocity of hydrocarbon flames exerts also influence on other N-H species, such as ammonia. These trends will be examined using detailed chemical kinetics with the help of the CHEMKIN II computer code (Kee et al., 1989).

## MODEL DESCRIPTION

The model has been used for the prediction of single particle burning rates in a broad range of gas temperature, composition and particle size (Gurgel Veras, 1997; Gurgel Veras et al., 1998a, Gurgel Veras et al., 1998b). The heat transfer inside the particle and the transient diffusive chemically reacting flow around the particle during devolatilization are described by a set of conservation equations and the appropriate initial and boundary conditions. One-dimensional flow and spherical symmetry are assumed. The dynamic conservation of total mass and energy inside the particle and total mass, species, energy and momentum in the gas phase in one-dimensional geometry are solved along with appropriate initial and boundary conditions by

$$\frac{\partial \rho \varphi_i}{\partial t} + \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial r} (r^j \rho u \varphi_i) = \frac{1}{r^j} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^j \Gamma_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial r} \right) + S_i \quad (1)$$

Table 1 lists the particular equation being solved, the respective transport coefficients and source/sink terms.

The boundary conditions at the particle surface are

$$\lambda_p \left( \frac{\partial T_p}{\partial r} \right)_{r=R} = \lambda_g \left( \frac{\partial T_g}{\partial r} \right)_{r=R} + \epsilon \sigma (T_w^4 - T_s^4) + \sum i \dot{\mathcal{M}}_{sk} \Delta h_{i,n} \quad (2)$$

$$T_s = T_{g,r=R}$$

$$(i \dot{\mathcal{M}}_{sv} + i \dot{\mathcal{M}}_{sc}) Y_{sk} = \rho_g u_{s,r} Y_{sk} + \rho_g D_k \left( \frac{\partial Y_k}{\partial r} \right)_{r=R} \quad (3)$$

Symmetry conditions for heat and mass transfer are applied for the particle center. The temperature, species mass fractions and pressure far from the particle are constant. The gas density is related to temperature, pressure, and concentration by the equation of state for a gas mixture. The transport parameters in Table 1 are locally calculated. The Chapman-Enskog theory (Bird et al., 1960) and a correlation for the collision integral (Neufeld et al., 1972) are employed to calculate the transport properties of a gas mixture. The specific heat of a gas mixture is calculated by polynomial expression for which the coefficients were taken from the NASA SP-273 computer code (Gordon and McBride, 1971). To accelerate convergence, such coefficients are updated only

after the iteration procedure has changed both temperature and gas concentrations in the control volume to a significant degree.

Table 1: System of equations.

Conserved Variable	$\varphi_i$	$\Gamma_i$	$S_i$
Mass (solid)	1	0	0
Energy (solid)	$T_s$	$\lambda_p$	$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} \Delta h_s$
Mass (gas)	1	0	0
Energy (gas)	$T_g$	$\lambda_g$	$\sum i \dot{\mathcal{M}}_{sk} \Delta h_k$
Momentum (gas)	$V$	$\mu$	$-\frac{\partial p}{\partial r}$
Species*	$Y_k$	$\rho D_k$	$\dot{\mathcal{M}}_{sk}$

\*  $k = \text{H}_2, \text{NH}_3, \text{HCN}, \text{CO}, \text{CO}_2, \text{CH}_4, \text{C}_6\text{H}_6, \text{O}_2$  and  $\text{H}_2\text{O}$ .

In the solid phase, two distinct processes are identified namely, particle thermal degradation and heterogeneous surface reactions. We assumed the fuel to be a bituminous coal which density was set to  $1350 \text{ kg m}^{-3}$ . In this work, the product composition from the pyrolysis of coal is a mixture of  $\text{H}_2, \text{NH}_3, \text{HCN}, \text{CO}, \text{CO}_2, \text{CH}_4, \text{C}_6\text{H}_6$  (tar),  $\text{O}_2$  and  $\text{H}_2\text{O}$  at proportions based on data found in the literature of coal pyrolysis. Suuberg et al. (1978) have presented an extensive study on the product composition of pulverized coal. The lignite volatiles were dominated by  $\text{CO}, \text{CO}_2$  and  $\text{H}_2\text{O}$ , while the main products from a bituminous coal are tar and light hydrocarbons. Heat of combustion of char and the endothermic pyrolysis reaction are  $32.82 \times 10^6$  and  $0.25 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$ , respectively. We have assumed light gases and tar to be dominated by methane/hydrogen and benzene/hydrogen, respectively, thus, a correction for the heat of combustion of such volatiles must be made. The reaction parameters of Westbrook and Dryer (1981) for the two-step global combustion of volatiles are applied. Their mechanisms are suitable for hydrocarbon oxidation at elevated pressure. To keep the heat of the CO reduction unchanged, the heat released in the first step of any hydrocarbon oxidation is then adjusted. Therefore, the total heats of combustion are  $17.7 \times 10^6$  for volatiles 1 ( $\text{CH}_4 + \text{H}_2$ ) and  $22.2 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$  for volatiles 2 ( $\text{C}_6\text{H}_6 + \text{H}_2$ ). The rates of coal devolatilization were calculated using the parameters fitted in two competing overall reactions as proposed by Kobayashi et al. (1976). At high devolatilization temperatures, an enhancement in volatiles yield is expected which was accommodated in their pyrolysis model. The majority of the coal-bound nitrogen will be released with the volatiles as  $\text{NH}_3$  and  $\text{HCN}$  where the latter appears in much higher concentrations. Any heterogeneous reactions are assumed to take place at particle surface. At high pressure, the burning is controlled mostly by boundary layer diffusion of oxygen. The surface reaction rates of Hobbs et al. (1993) are used for the consumption of char by  $\text{O}_2$  and  $\text{CO}_2$ , and that proposed by Chelliah (1996) for the gasification of char with water vapor. The correlation of Monson et al. (1995) was used for the ratio  $\text{CO}/\text{CO}_2$  formed on the particle surface in the reaction of  $\text{O}_2$  with C. The temperature dependent correlation for heat conductivity and specific heat (Agroskin, 1957, 1970) of coal are applied. The equations are

solved numerically by using the control volume method presented by Patankar (1980).

In addition to the two step global mechanism for hydrocarbon oxidation the model also employs a set of global reaction for the oxidation of hydrogen, conversion of nitrogen species by the thermal and prompt mechanisms, heterogeneous NO formation. Besides, the gas shift reaction is also present in the model. The Arrhenius form of the reactions are summarized below. The hydrogen oxidation rate is in the form (Jansen et al., 1995),

$$\frac{d[H_2]}{dt} = -1.631 \times 10^9 T^{1.5} [H_2]^{1.5} [O_2] \exp(-28.43 \times 10^6 / R_g T) \quad (4)$$

The formation of thermal NO ( $\text{kmol m}^{-3} \text{s}^{-1}$ ) is calculated by the equation (38)

$$\frac{d[NO]}{dt} = \frac{4.545 \times 10^5}{\sqrt{T}} [N_2] [O_2]^{0.5} \exp(-577.4 \times 10^6 / R_g T) \quad (5)$$

The rates ( $\text{kmol m}^{-3} \text{s}^{-1}$ ) at which ammonia is reduced to NO and destruction of NO by ammonia are calculated by using the global equations of Mitchell and Tarbell (1982);

$$\frac{d[NO]}{dt} = \frac{3.48 \times 10^{20} X_{NH_3} X_{NO} \exp(-418.4 \times 10^6 / R_g T) \frac{p}{R_g T}}{1 + 6.9 \times 10^6 X_{NO} \exp(175.8 \times 10^6 / R_g T)} \quad (6)$$

$$\frac{d[NO]}{dt} = -6.22 \times 10^{14} X_{NH_3} X_{NO} \exp(-230.26 \times 10^6 / R_g T) \frac{p}{R_g T} \quad (7)$$

The global rate ( $\text{kmol m}^{-3} \text{s}^{-1}$ ) of NO formation from HCN proposed by de Soete (1975) with a modification to account for elevated pressures (Anagnostopoulos and Bergeles, 1997) is applied:

$$\frac{d[NO]}{dt} = 1.0 \times 10^{13} X_{HCN} X_{O_2}^b \exp(-280.0 \times 10^6 / R_g T) \left( \frac{p_{atm}}{p} \right)^{0.8} \frac{p}{R_g T} \quad (8)$$

$$\frac{d[NO]}{dt} = -3.0 \times 10^{15} X_{HCN} X_{O_2}^b \exp(-250.01 \times 10^6 / R_g T) \left( \frac{p_{atm}}{p} \right)^{0.8} \frac{p}{R_g T} \quad (9)$$

The heterogeneous production of NO due to fuel (char) nitrogen oxidation at the particle is assumed to be direct, without any intermediate species at a rate proportional to the char oxidation rate as proposed by Wendt and Shultze. (1976). Thus, the rate ( $\text{kmol m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ) is given by

$$\frac{d[NO]}{dt} = \left( \frac{N_c}{C_c} \right) \dot{q}_c \quad (10)$$

In pulverized coal combustion, the amount of fuel N released as volatiles accounts for about 70% of the total fuel nitrogen present in the coal. The nitrogen containing species, generally

assumed to be released in parallel with the volatiles, are mainly  $NH_3$  and HCN, being the latter the most significant for devolatilization of coal. The proportion of HCN and  $NH_3$  released as a function of temperature was taken from the experiments performed by Phong-Anant et al. (41). In their experiments,  $NH_3$  release dominates at low temperature (1000 to 1400 K) and HCN accounts for about 80% of the nitrogen released in the volatiles at high pyrolysis temperature. Such trends were made possible through an adjust in the composition of the volatiles 1 and 2 in the Kobayashi's devolatilization model. The effect of pressure on the proportion of nitrogen remaining in the char (Nichols et al., 1987; Laughlin et al., 1994) is assumed to be negligible. The general trend of decreasing amount of volatiles with increasing pressure has been reported in the literature. Here it is assumed that the effect of pressure in the range studied is negligible compared to the effect of particle temperature.

## NUMERICAL FORMULATION

The set of conservation equations is discretized through the well known method described by Patankar (1980), resulting in a system of algebraic equations which are solved in sequence by a Thomas-algorithm. At elevated pressure, if oxygen concentration, is high, convergence is very difficult to be achieved. However, in pulverized coal flame, the particles burn very much as clouds. The process of volatiles combustion, thus, takes place in an environment which, usually, is lean in oxidizer.

## DISCUSSION

Several factors that affects the conversion of fuel to NO in the burning of solid fuel particles have been identified. This work will be concentrated, mostly, on the influence of pressure. Figure 1 shows the effect of pressure on temperature and oxygen mass fractions in the vicinity of a 100  $\mu\text{m}$  bituminous coal particle burning in a gas containing 7% wt.  $O_2$  at 1400 K. The shapes of the  $O_2$  curves are substantially dissimilar and, consequently, the conversion of nitrogen species should therefore be different for the cases shown. It can be seen that oxygen is consumed almost completely as it diffuses from the bulk to about 5 particle radii in the high pressure combustion case. At 1 bar, oxygen is found in relatively high concentrations in the region between particle surface and 5 particle radii. As a consequence, nitrogen species released by devolatilization will mix with oxygen, in a high temperature reaction zone, as they diffuse away from the surface. This greatly favors NO formation. In the high pressure situation, however, this zone plays a major role as to reduce NO due to reactions 7 and 9. The NO is produced far from the particle, where oxygen is available, and diffuses towards particle surface where HCN is found in high concentrations. On the other hand, oxygen is mostly consumed by the two step hydrocarbon oxidation reactions far from the particle where HCN concentrations are low. In addition to this differences in the mass and heat balances surrounding the particle, the global reaction mechanisms employed here have a pressure correction for the oxidation of HCN that take into account the competition for key radicals, due to the increase of total gas pressure, that ultimately leads to a decrease in NO formation. This competition will be explained here using detailed chemistry. Besides pressure, there

are many other factors that influence the formation of NO in pressurized pulverized coal combustion. For instance, Wang et al. (1994) found conversion of char-N to NO to increase with increasing rank, which they considered to be due to the NO reduction with the char having higher reactivity. In addition to the coal rank, the particle size has an effect on the surface reaction rate. Experimental results on the decrease of NO formation with increase in particle size has been reported (Hayrust and Lawrence, 1996; Reuther et al., 1985). This abatement can be due to the decrease of the conversion of fuel N in volatiles and/or in char or also due to processes taking place outside the boundary layer of the particle. Recent modeling studies on formation of NO from char-N showed that less NO is formed with increasing particle size (Visona and Stanmore, 1996), since less oxygen could penetrate the particle.

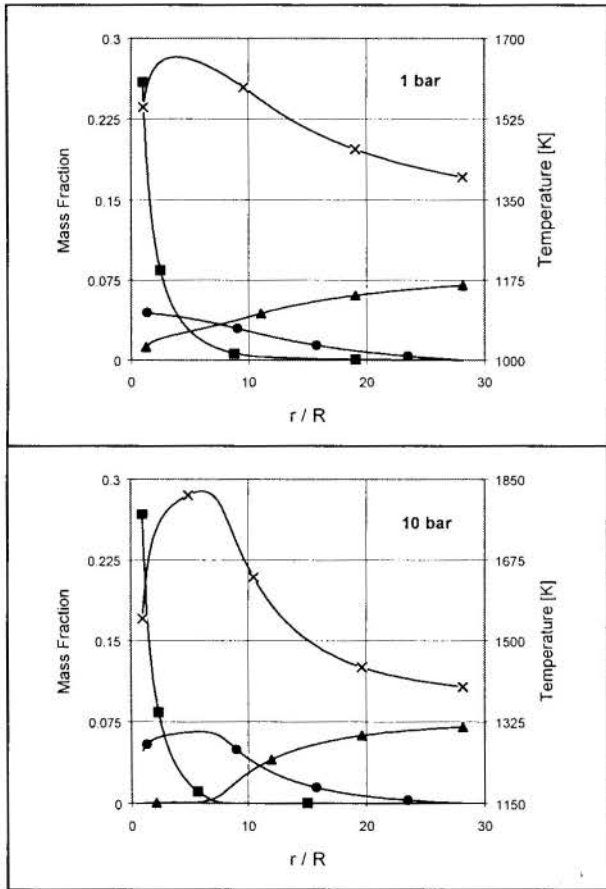


Figure 1. Boundary layer temperature (X) and mass fraction of volatiles (■), CO<sub>2</sub> (●) and O<sub>2</sub> (▲) distributions at 1 (55 ms) and 10 bar (40 ms).

Figure 2 shows the boundary layer mass fractions of HCN and NO for a 80 μm bituminous coal particle burning at 12 bar with the oxygen mass fraction at the bulk set to 10% and 1350 K at about 20% burnout. The fuel N (HCN) released from particle surface has an intense decay up to 5 particle radii. In this region, a peak in the NO mass fraction is seen. Since the rate of devolatilization at this conversion level (20% burnout) is not high enough to prevent oxygen from reaching the region of high

HCN concentrations, NO profile shows a peak. A decay towards the particle surface is observed since there is no oxygen to react with HCN to produce NO. Consequently, NO is reduced to N<sub>2</sub> by the HCN where O<sub>2</sub> is absent.

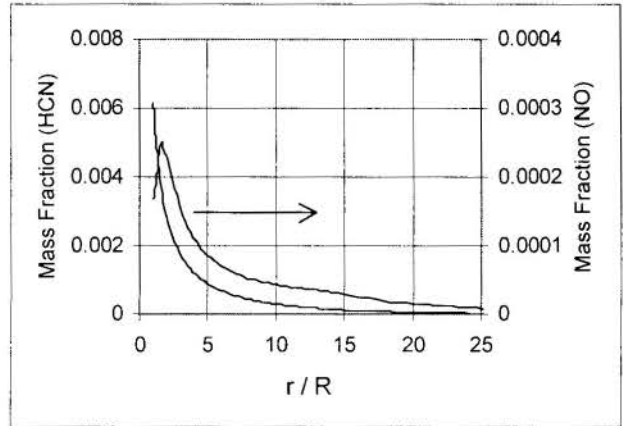


Figure 2: Boundary layer mass fractions of HCN and NO.

Nitrogen oxide formation in the boundary layer of solid particle, in the range of 10 to 50 mm, during pyrolysis has been studied by Visona and Stanmore (1996), who found less NO formation with larger particles. The effect of particle size on the production of NO has already been addressed in many works. One interesting result was obtained by Abbas et al. (1994) who found decrease in NO emissions with both an increase and decrease in particle size. Their experiments were made in a large-scale pulverized coal-fired laboratory furnace. They explained the trends suggesting that, by virtue of the aerodynamic transport, particles burnt in environments which may favors either, reduction or formation of NO.

Pressure also has a great effect on the combustion of the remaining char after the devolatilization phase. Our calculations have shown that, in the presence of small traces of water vapor, the CO oxidation in the boundary layer, very close to particle surface, enhances in such way that the leading heterogeneous reaction is no longer oxidation of carbon by oxygen. These trends can be seen with the help of Figure 3. This figure shows a comparison between boundary layer temperature and mass fraction of CO, O<sub>2</sub> and CO<sub>2</sub> for atmospheric and high pressure (10 bar) combustion of char. Diffusion of oxygen to the particle surface is substantially reduced by the gas phase CO oxidation zone. The CO<sub>2</sub> produced in this region diffuses towards the particle surface enhancing the gasification process (CO<sub>2</sub> + C → CO reaction). This high consumption of the oxidizer (O<sub>2</sub>) near the particle surface brings the combustion mode to be controlled by boundary layer diffusion of oxygen. Since less oxygen penetrates into the pores of the coal particle a decrease in the fraction of char nitrogen transformed into NO is expected. Visona and Stanmore (1996) have found a decrease on the conversion of fuel N to NO with increase particle size. The predictions were made for a lignite char. They claimed that less oxygen was able to penetrate the particle. In addition, they also observed that as particle size increases, the combustion regime controlled by diffusion is more pronounced, thus diminishing the possibility of oxygen to reach the surface of the particle. As it is shown on Figure 3, increasing pressure has the same effect as increasing the

size of the particle in the sense that the burning is limited by the diffusion of oxygen to the vicinity of the particle where gas temperature is high. However, this work intends to show the effect of gas phase reactions in devolatilization phase at high pressures. The effect of pressure on the reactions in the boundary layer has not been studied earlier. In pressurized conditions problems arise, because some reactions are pressure dependent, and their values are not well-known at present (Aho et al., 1995). Here it is assumed that the global nitrogen chemistry is also valid in pressurized conditions except the small pressure correction in equation (8). The modification of the standard de Soete's model recovers the experimental trends observed, for instance, by Aho et al. (1995). Therefore, our predictions will include such effects plus other possible influences of the pressure, some of them already mentioned.

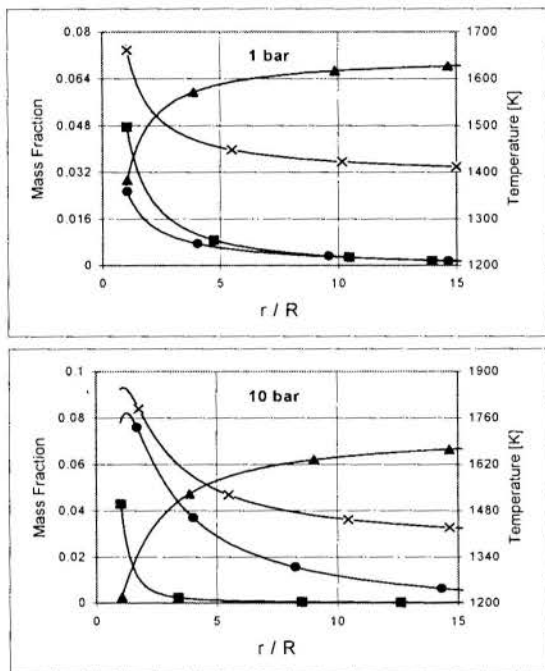


Figure 3: Temperature (×), O<sub>2</sub> (▲), CO (■) and CO<sub>2</sub> (●) distribution in boundary layer.

Figure 4 shows the conversion of fuel N to NO as well as particle peak temperature at different pressures. The conversion of fuel N (HCN) to NO is given as the ratio of average mass of NO, after the main conversion zone of NO, to the mass of NO if all HCN would be converted to NO. This average is taken both in the boundary layer as well as in time. Complete conversion (100%) means that all the nitrogen volatile was converted to NO in the boundary layer. Referring to Figure 2 it would be like after the peak in the NO curve, towards the free stream, the curve of HCN would go to zero mass fraction. As it can be seen, for that case, there is still HCN to be converted to NO since O<sub>2</sub> is present. On the other hand, HCN is also reducing NO to N<sub>2</sub> in that region. The fate of this HCN in the free stream is very complex and it is out of the scope of this work. The results in Figure 4 show that increasing pressure from 1 to 5 bar greatly decreases NO formation. Also, particle peak temperature becomes high due to the increase in pressure. A further increase

in total pressure has only a small effect on the NO formation. These predictions are in very good agreement with the experimental results of Aho et al. (1995). Anagnostopoulos and Bergeles (1997) found the same trends in calculations performed with a numerical code (CFD) for pulverized coal combustion. Given that devolatilization rates are high enough to lift the flame off the particle surface, a gas phase reaction zone will be well established near the particle surface. The complexity of the processes would be better understood with the help of detailed chemical kinetics in the CHEMKIN computer code.

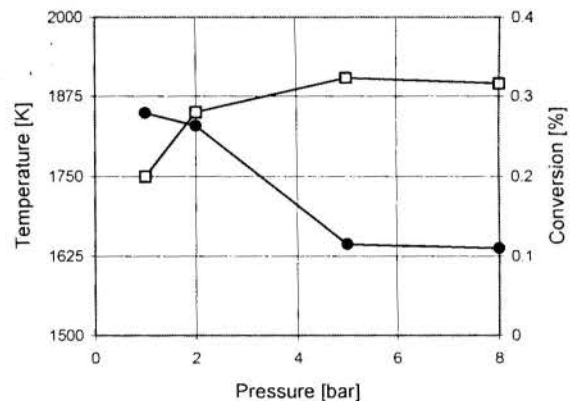


Figure 4. Particle peak temperature (□) and conversion of fuel N to NO (●) for different pressures under devolatilization in oxidizing gas containing 10.0 wt.% O<sub>2</sub> at 1350 K, particle diameter 80 μm.

The kinetic mechanism employed here was taken from Glarborg and Hadvig (1991) and consists of 49 chemical species with 253 elementary reactions, including the oxidation submechanisms for C<sub>1</sub>-C<sub>2</sub> hydrocarbons, HCN, and NH<sub>3</sub>, as well as the submechanisms describing the interactions between hydrocarbon (CH<sub>n</sub>, HCCO) and nitrogen (NO, NH<sub>n</sub>, N<sub>2</sub>) species. The kinetic mechanism and its submechanisms have been validated against a body of experimental data during the years, and the mechanism has been shown to describe the hydrocarbon and nitrogen reactions satisfactorily at a number of combustion conditions (Glarborg and Hadvig, 1991, Kilpinen and Leppalahti, 1992). Due to space limitations it is not possible to list the complete reaction mechanism.

Calculations were taken as initial value problem using a code which handles stiff problems. The chemical kinetic rates were taken from CHEMKIN II library. In all cases presented here, pressure was varied while initial gas composition and temperature (850 °C) were kept constant. Gas composition was estimated on the basis of the coal's elemental composition and on the assumption that all the hydrogen and oxygen are released in the volatiles. The volatiles species were assumed to be H<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, CO and C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>. The O<sub>2</sub> concentration was chosen to be 5 vol.% and all the coal-nitrogen was treated as HCN. Finally, small concentrations of O, H, OH, and HO<sub>2</sub> were assumed to exist. The mass fraction of chemical species are the same used by Aho et al. (1995) (X<sub>CO</sub>=0.0071, X<sub>H<sub>2</sub></sub>=0.0011, X<sub>H<sub>2</sub>O</sub>=0.0004, X<sub>C<sub>2</sub>H<sub>4</sub></sub>=0.00085, X<sub>O<sub>2</sub></sub>=0.05, X<sub>HCN</sub>=0.0001, X<sub>H</sub>= X<sub>O</sub>= X<sub>OH</sub>= X<sub>HO<sub>2</sub></sub>=0.00001 and X<sub>N<sub>2</sub></sub>=0.94041).



Figure 5 shows the pressure effect in NO formation. At 1 bar, in particular, the O concentrations is high due the oxygen-rich condition. Almost all HCN is converted to NO by the reaction path



Reactions (11) and (12) show the HCN conversion dependence on O concentration. However, as pressure increases O concentration becomes lower than at 1 atm. The trends can be seen in Figure 6. At low pressure, O is generated motly by the the dissociation of O<sub>2</sub> through the reaction



At high pressure, reaction (14) becomes strongly important in the competition of H radical, as pointed by (Westbrook and Dryer, 1984). As a consequence, less O radicals are formed by reaction (13), which in turn, decreases NO formation.



Predictions presented in Figures 5 and 6 are in accordance with the experiments as well as the calculations carried out for a plug flow reactor presented by Aho et al. (1995).

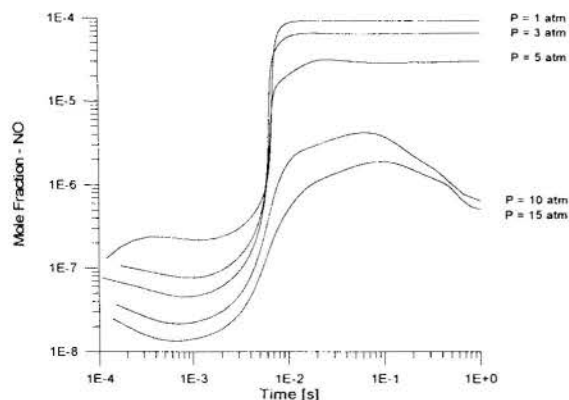


Figure 5 - Predicted concentrations of NO.

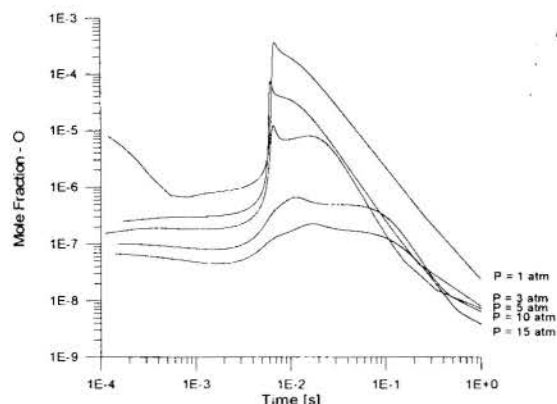


Figure 6 - Predicted concentrations of O.

## CONCLUSIONS

It has been shown by modeling work that the conversion of volatile fuel N to NO in the boundary layer decreases with increasing total gas pressure at constant gas composition. In the char combustion stage, the increase in the pressure, increases the rate of reactions and boundary layer temperature forming a reducing zone on the particle surface and less char-N is converted to NO. Besides the direct effects of pressure in the heat and mass balances around a burning paricle, detailed kinetic modeling has shown that pressure also contributes indirectly to reduce NO formation since atomic oxygen is consumed by other competing reactions.

## ACKNOWLEDGMENT

The authors acknowledge FAPESP (Brazil) for the grants number 97/05512-5 and 95/04167-7 given to Carlos Gurgel and Pedro Lacava, respectively.

## REFERENCES

- Abbas, T., Costa, M., Costen, P., Godoy, S., Lockwood, F.C., Ou J.J., Romo-Millares, C., and Zhou, J., *Fuel* 73:1423-1436 (1994).
- Agroskin, A.A., *Bergakademia Freiberg* 9:177-186 (1957).
- Agroskin, A.A., Goneczarow, E.I., Makeev, L.A., and Jakunin, W.P. *Koki Chimija* 5:8-13 (1970).
- Anagnostopoulos, J., and Bergeles, G., *Fourt International Conference on Technologies and Combustion for a Clean Environment*, Proceedings, Vol. II, 33.2, pp.11-19 (1997).
- Aho, M. J., Paakkinen, K. M., Pirkonen, P. M., Kilpinen, P., and Hupa, M., The effects of pressure, Oxygen Partial Pressure and Temperature on the Formation of N<sub>2</sub>O, NO, and NO<sub>2</sub> from Pulverized Coal, *Combustion and Flame*, (1995).
- Anthony, D. B. and Howard, J. B., *AIChE J.*, vol 22, No. 4, 1976.
- Beck, N.C., and Hayhurst, A.N. *Combust. Flame* 87:306-318 (1991).
- Bird, R.B., Stewart, W.E., and Lightfoot, E.N. *Transport phenomena*. John Wiley & Sons New York, 1960.
- Chelliah, H.K., *Combust. and Flame*, v. 104, p. 81-94, 1996.
- Cheng, Y.Y., Cai, S., Wei, Q.D., and Zheng, W.D., *Combust. Sci. Technol.* 120:305-319 (1996).
- de Soete, G.G., *15th Symposium (International) on Combustion, the Combustion Institute*, The Combustion Institute, Pittsburgh, PA, 1975, pp. 1093-1102.
- Essenhigh, R.H., and Mescher, A.M., *26th Symposium (International) on Combustion*, The Combustion Institute. Pittsburgh. 1998.

- Gordon, S. and McBride, B. J., Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions, Rocket Performance, Incident and Reflected Shocks and Chapman-Jouguet Detonations, NASA SP-273, 1976.
- Gurgel Veras, C. A., Saastamoinen, J. J., and Carvalho, J. A. Jr., Effect of Pressure on Single Particle Combustion Rate, ENCIT 96, Florianópolis, December 1996, Proceedings.
- Gurgel Veras, C. A., Ph.D. Thesis, Polytechnic School of University of São Paulo, in portuguese, São Paulo, 1997.
- Gurgel Veras, C. A., Saastamoinen, J. J., Carvalho, J. A. Jr and Aho, M. J., *28th Symposium (International) on Combustion*, to be presented, Boulder CO, USA, 1998.
- Gurgel Veras, C. A., Saastamoinen, J. J., Carvalho, J. A. Jr and Aho, M. J., *Combust. and Flame*, to be published, 1998.
- Hayhurst, A.N., and Lawrence, A.D., *Combust. Flame* 105:341-357 (1996).
- Hämäläinen, J.P., and Aho, M., *Fuel* 75:1377-1386 (1996).
- Hobbs, M.L., Radulovic, P.T., and Smoot, L.D. *Prog. Energ. Combust. Sci.* 19:505-86, (1993).
- James, R. K., Mills, A. F., Analysis of Coal Particle Pyrolysis, Letters in Heat and Mass Transfer, vol. 3, Pergamon Press, 1976.
- Jansen, A., Johnsson, J.E., Andries, J., Laughlin, K., Read, G., Mayer, M., Baumann, H. and Bonn, B., *Fuel*, v. 74, p.1555-1569, 1995.
- Kee, R.J.; Rupley, F.M.; Miller, J.A. Chemkin-II: A fortran chemical kinetics package for the analysis of gas phase chemical kinetics. Sandia National Laboratories. SAND89-8009B, 1989.
- Kobayashi, H., Howard, J. B., and Sarofim, A. F., *16th Symposium (International) on Combustion*, The Combustion Institute, 1976.
- Laughlin, K.M., Gavin, D.G., and Reed, G.P., *Fuel* 73:1027-1033 (1994).
- La Nauze, R.D., In *Advanced Combustion Methods* (F.E. Weinberg, ed.), Academic Press, London 1986, pp. 17-111.
- Lee, C.W.; Scaroni, A.W.; Jenkins, R.G. *Fuel*, v.70, n.8, p.957-65, 1991.
- Lester, T.W., Seeker, W.R., and Merklin, J.F., *18th Symposium (International) on Combustion*, The Combustion Institute, Pittsburgh, 1981. p.1257-1265.
- Mallet, C., Aho, M., Hämäläinen, J., Rouan, J.P., and Richard, J.R., *Energy Fuels* 11:792-800 (1997).
- Mitchell, R.E., Glarborg, P., and Coltrin, M.E., *23rd Symposium (International) on Combustion*, The Combustion Institute, PA, 1990, pp. 1169-1176.
- Monson, R. C., Germane, G. J., Blackham, A. U., and Smoot, L. D., *Combust. and Flame* 100, 1995.
- Mühlen, H. J. and Sowa, F. *Fuel*, vol. 74, No. 11, 1995.
- Neufeld, P.D., Janzen, A.R., and Aziz, R.A., *J. Chem. Phys.* 57:1100-1107, (1972).
- Nichols, K.M., Hedman, P.O. and Smoot, L.D. *Fuel* 66:1257-1263 (1987).
- Niksa, S. *Energy Fuels* 9:467-478, 1995.
- Patankar, S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid flow*, McGraw-Hill Book Company New York, 1980.
- Pohl, J.H. and Sarofim, A.F. *24th Symposium (International) on Combustion*, The Combustion Institute, Pittsburgh, PA, 1976., pp 491-501.
- Purnomo, Aerts, D.J. and Ragland, K.W., *Twenty-Third Symposium (International) on Combustion*, The Combustion Institute, 1990, pp. 1025-1032.
- Recker, M., and Bauer, F., *Flowers '94, Proceedings of the Florence World Energy Research Symposium*, pp.591-598 (1994).
- Reichert, G., Thelen, F., Schmidt, D., and Weber, E., Studies of pressurized pulverized-coal combustion (PPCC) systems. *Joint ASME/IEEE Power Generation Conference*, 90-JPGC/FACT-6, 6 pp.(1990).
- Reuther, J.J., Karsner, G.G., and Jack, S.T. Plane Flame Furnace Combustion Studies of Pulverized Wood, In *Fundamentals of Thermochemical Biomass Conversion*. (R.P. Overend, T.A. Milne and L.K. Mudge, eds.), Elsevier, 1985, pp. 793-810.
- Saastamoinen, J., Aho, M., Hämäläinen, J., Hernberg, R., and Joutsenoja, T., *Energy Fuels* 10:121-133 (1996).
- Solomon, P.R. and Colket, M.B. *Fuel* 57:749-755 (1978).
- Tidona, R.J., *Combust. Flame* 38:335-337 (1980).
- Visona, S.P., and Stanmore, B.R., *Combust.Flame* 106:207-218 (1996).
- Westbrook, C. K., and Dryer, L. F., *Comb. Sci. and Tech.*, vol. 27, pp. 31- 43, 1981.

#### NOMENCLATURE

- $c$  specific heat,  $\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$
- $D$  diffusivity,  $\text{m}^2/\text{s}$
- $f$  geometric factor, 0 for a plate, 1 for a cylinder and 2 for a sphere
- $m$  mass, kg
- $\dot{m}$  mass flux,  $\text{kg m}^{-2}\text{s}^{-1}$
- $\Delta h$  heat of reaction,  $\text{J kg}^{-1}$
- $p$  pressure,  $\text{N m}^{-2}$
- $R$  particle radius, m
- $R_g$  universal gas constant,  $8.314 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$
- $r$  radial distance, m
- $\dot{w}_c$  char oxidation rate  $\text{kmol m}^{-2}\text{s}^{-1}$

- $T$  temperature, K  
 $u$  velocity, mass velocity (mass flux/density of volatiles) inside particle,  $\text{m s}^{-1}$   
 $Y$  mass fraction  
 $\epsilon$  emissivity  
 $\lambda$  thermal conductivity,  $\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$   
 $\mu$  viscosity,  $\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$   
 $\rho$  density,  $\text{kg m}^{-3}$   
 $\dot{\omega}^s$  volumetric source or sink of species,  $\text{kg m}^{-3}\text{s}^{-1}$   
 $\sigma$  Stefan-Boltzmann's constant,  $5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$

#### Subscripts

- 0 initial  
 $c$  char  
 $g$  gas  
 $k$  species  
 $n$  heterogeneous surface reactions (C-O<sub>2</sub>, C-CO<sub>2</sub>, C-H<sub>2</sub>O)  
 $p$  particle  
 $s$  surface  
 $v$  volatiles  
 $w$  wall, radiation source

## PREVISÃO DA MICROEXPLOÇÃO EM GOTAS DE COMBUSTÍVEL EMULSIFICADO USANDO UM MODELO DE VAPORIZAÇÃO

**L. F. T. Leite e P. L. C. Lage**

Programa de Engenharia Química  
COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Ilha do Fundão - C.P. 68502 - CEP 21.945-970  
Rio de Janeiro - RJ - Brasil

### RESUMO

*Um modelo foi desenvolvido para a vaporização de uma gota de emulsão isolada, com propriedades físicas constantes. A velocidade de difusão relativa entre as duas fases líquidas é levada em conta, sendo a composição no interior da gota variável no tempo e no espaço. As equações de conservação de massa e de energia, acopladas a um modelo para a fase gasosa, foram discretizadas pelo método das linhas usando volumes de controle. O modelo prevê o comportamento transiente da gota durante a sua vaporização (raio, temperatura, composição) e a existência dos limites de vaporização preferencial e de vaporização com composição uniforme. Dados experimentais de microexplosões, sob certas condições, podem ser parcialmente interpretados pelo modelo através de uma previsão do limite de superaquecimento da emulsão. A discrepância entre modelo e dados experimentais é atribuída ao efeito de propriedades variáveis na fase líquida.*

### INTRODUÇÃO

O uso de combustíveis emulsificados é uma alternativa para aumentar a eficiência da combustão de frações pesadas de petróleo. Em um combustor, as gotas de emulsão formadas pela atomização do combustível emulsificado podem explodir espontaneamente quando aquecidas. Esse fenômeno, conhecido como microexplosão ou atomização secundária, fragmenta as gotas de emulsão em gotas menores, que vaporizam rapidamente. Como a vaporização é, geralmente, o processo que limita a taxa de reação de combustão de hidrocarbonetos pesados, a ocorrência de microexplosões pode facilitar a queima do combustível e, conseqüentemente, diminuir a emissão de fuligem e hidrocarbonetos não queimados pelo sistema.

Combustíveis líquidos pesados são emulsificados com a adição de água ou álcool e de um tensoativo. Em uma emulsão do tipo água em óleo, a água encontra-se na forma de microgotas dispersas na fase combustível. Durante a vaporização da gota, as microgotas que estão no interior da gota de emulsão podem, dependendo da temperatura e da pressão no combustor, atingir o limite de superaquecimento. Neste ponto que ocorre a temperaturas relativamente altas, a probabilidade de formação e crescimento de núcleos de vapor dentro da gota torna-se significativa. O crescimento rápido dos núcleos, causado pela vaporização do componente superaquecido, provoca a microexplosão.

Vários trabalhos experimentais têm estudado a microexplosão em gotas de combustíveis emulsificados vaporizando à pressão atmosférica (Lasheras *et al.*, 1979, Yap *et al.*, 1984). Esses estudos mostram que a composição da emulsão e a diferença de volatilidade entre os componentes são fatores determinantes para a ocorrência de microexplosões.

Law (1977) desenvolveu o primeiro modelo para a vaporização e combustão de gotas de emulsões. O modelo descreve os processos de transporte de massa e calor na fase gasosa e a mudança de fase na interface líquido-gás. A composição da fase líquida é mantida constante e, como não é considerado nenhum processo de transporte no interior da gota, o comportamento transiente durante a vaporização não pode ser avaliado. Entretanto, a previsão de que o aumento da pressão ambiente poderia favorecer a microexplosão foi conformada

experimentalmente (Wang e Law, 1985). Recentemente, Leite e Lage (1997) desenvolveram um modelo para a vaporização de gotas de emulsões incluindo o aquecimento transiente da gota, mas desprezando qualquer variação de composição no seu interior. O modelo prevê qualitativamente as tendências gerais do processo de microexplosão.

Law (1977) formulou a hipótese de que o deslocamento das microgotas da fase dispersa é desprezível para o caso de vaporização a altas temperaturas ( $T_g > 1000K$ ) de gotas de emulsão de água em n-hexadecano. Neste caso, a alta viscosidade desse hidrocarboneto e o grande tamanho das microgotas de água contribuiriam para o estabelecimento de um transporte de massa lento, cujo tempo característico seria bem menor do que o da vaporização da gota. Esta hipótese estaria também apoiada na existência de microexplosão nestes casos, já que uma alta taxa de transferência de massa levaria ao limite de destilação, no qual o componente mais volátil vaporizaria primeiro, dificultando o processo de microexplosão.

Entretanto, existem observações experimentais que demonstram a possibilidade da ocorrência da vaporização preferencial do componente mais volátil durante a vaporização de gotas de emulsão água/óleo sobre uma placa quente (Avedisian e Fatehi, 1988). Embora em outra configuração, estes resultados mostram a possibilidade de vaporização preferencial, principalmente à baixa temperatura, quando não ocorre a microexplosão da gota.

Neste trabalho, foi desenvolvido um modelo de vaporização que considera o transporte transiente de calor e massa no interior da gota de emulsão. A sua aplicação à vaporização de gotas de emulsão de água/hexadecano permitiu simular o comportamento da vaporização nos limites opostos de vaporização preferencial e de composição uniforme no interior da gota. Além disso, foi possível realizar algumas comparações quantitativas com resultados experimentais de microexplosão.

### MODELO DE VAPORIZAÇÃO

Modelo da Fase Gasosa. O transporte de massa e energia na fase gasosa ao redor da gota é descrito de acordo com a teoria de filme estendido, que é válida para ambientes estagnados ou convectivos, incorporando o espessamento do filme causado pelo



fluxo mássico originário da vaporização (fluxo de Stefan). Originalmente aplicada por Abramzon e Sirignano (1987) para a vaporização de gotas de uma substância pura, foi estendida a gotas multicomponentes por Lage (1992) e Lage *et al.* (1993a).

O modelo para a fase gasosa desenvolvido por Lage (1992) e Lage *et al.* (1993b) admite as hipóteses de gases ideais, transferência de calor e massa quase-estacionária e propriedades físicas avaliadas nas condições de filme, através da "regra de 1/3" (Hubbard *et al.*, 1975).

A taxa de transferência de calor para o aquecimento da gota,  $Q_L$ , e a taxa de vaporização,  $\dot{m}_g$ , são calculadas por este modelo como funções dos números de Nusselt,  $Nu_D$ , e Sherwood,  $Sh_{D,i}$ , avaliados para o filme estendido. As equações que determinam  $\dot{m}_g$  e  $Q_L$  são dados por (Lage, 1992):

$$\dot{m}_g = 2\pi R \rho_g D_{ig} Sh_{D,i} (B_i) B_i, \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

$$\dot{m}_g = 2\pi R k_g \left[ \sum_{i=1}^2 \epsilon_i C_{pgi} \right] Nu_D (B_i) B_i \quad (2)$$

$$Q_L = \dot{m}_g (H - L) \quad (3)$$

onde  $\rho_g$  e  $k_g$  são, respectivamente, a densidade e a condutividade térmica da fase gasosa.  $D_{ig}$  é o coeficiente de difusão da espécie  $i$  na fase gasosa.  $C_{pgi}$  é o calor específico do componente  $i$  puro,  $R$  é o raio da gota, e  $B_i$  é o número de transferência de massa da espécie  $i$ , que é definido por  $B_i = (Y_i - Y_{i\infty}) / (\epsilon_i - Y_i)$ , onde  $Y_i$  é a fração mássica da espécie  $i$  (s indica a superfície da gota e  $\infty$  o ambiente) e  $\epsilon_i = \dot{m}_g / \dot{m}_g^0$  é a fração vaporizada da espécie  $i$ . A entalpia de vaporização,  $L$ , é dada por  $L = \epsilon_1 L_1 + \epsilon_2 L_2$ , enquanto que  $H$  é a entalpia efetiva de vaporização, função do número de transferência de calor,  $B_i = C_{pgi} (T_w - T_s) / H(T_s)$ , que é baseado no calor específico a pressão constante da mistura gasosa,  $C_{pg}$ . Na Eq. (2),  $B_i = (\epsilon_1 C_{pg1} + \epsilon_2 C_{pg2}) B_i / C_{pg}$  é um outro número de transferência de calor.

Correlações empíricas válidas para o estado quase-estacionário são usadas para o cálculo de  $Nu_D$  e  $Sh_{D,i}$  para o filme estendido. Essas correlações podem ser obtidas experimentalmente ou por cálculo teóricos, que são baseados na solução numérica das equações de conservação ou na aproximação por camada limite (Lage, 1992). Neste modelo, as seguintes correlações obtidas por Lage *et al.* (1993a) serão usadas:

$$Nu_D / Nu_D^0 = (1 + B_T)^{0.711} \quad Sh_{D,i} / Sh_{D,i}^0 = (1 + B_i)^{0.689} \quad (4)$$

onde  $Nu_D^0(Re_D)$  e  $Sh_{D,i}^0(Re_D)$  são obtidos a partir de correlações para uma gota sem vaporização, considerando tal gota como uma esfera sólida (Clift *et al.*, 1978).

**Modelo da Fase Líquida.** O modelo desenvolvido utiliza o conceito de fases interpenetrantes, cada fase tendo o seu próprio campo de velocidade. Este conceito de interpenetração origina-se através de uma aproximação em uma escala maior que a molecular (Stewart e Wendroff, 1984).

Com as hipóteses de simetria esférica, circulação interna desprezível, fase líquidas puras e imiscíveis e em equilíbrio térmico local, propriedades físicas constantes para cada uma das fases líquidas, com valores iguais para a densidade,  $\rho_i$ , e termo de interdifusão desprezível, as equações de conservação de massa e energia para um modelo unidimensional de vaporização de gotas de emulsão bifásica e bicomponente podem ser escritas como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho v) = 0 \Rightarrow v = 0 \quad (5)$$

pois, como  $\rho_1 = \rho_2$ , a densidade  $\rho = \rho_1 \phi + \rho_2 (1 - \phi)$  é constante, e

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \phi v_1) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (7)$$

onde  $t$  é o tempo,  $r$  é a coordenada radial, o índice numérico (1, por exemplo) indica cada uma das fases,  $\phi$  representa a fração volumétrica da fase 1,  $v = [\rho_1 \phi v_1 + \rho_2 (1 - \phi) v_2] / \rho$  é a velocidade média mássica,  $T$  é a temperatura,  $\alpha = k / (\rho C_p)$  é a difusividade térmica do combustível emulsificado, sendo  $k = k_1 \phi + k_2 (1 - \phi)$  a condutividade térmica efetiva e  $C_p = [\rho_1 \phi \bar{C}_{p1} + \rho_2 (1 - \phi) \bar{C}_{p2}] / \rho$  é o calor específico a pressão constante avaliado em uma condição de referência.

Definindo a velocidade relativa  $v_{12} = v_1 - v_2$ , obtém-se, a partir da definição de  $v$ , que  $v_1 = v + (\rho_2 / \rho) (1 - \phi) v_{12}$ , pois  $v = 0$  e  $\rho = \rho_2$ . Esta expressão pode ser substituída na Eq. (6), levando a

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} [\phi (1 - \phi) r^2 v_{12}] = 0 \quad (8)$$

Assim, a consideração de um campo radial de velocidade para cada fase introduz na equação de conservação de massa para a espécie 1, um termo em  $v_{12}$ . Dependendo do valor deste parâmetro, o modelo pode simular desde casos em que não existe deslocamento relativo entre as fases,  $v_{12} = 0$  (Law, 1977), até casos em que pode ocorrer a vaporização preferencial do componente mais volátil,  $|v_{12}| \gg 0$ . É importante observar que o comportamento físico esperado para o transporte de massa dentro de uma gota de emulsão bifásica vaporizando deve situar-se entre esses dois extremos, sendo dependente, principalmente, da temperatura do ambiente ( $T_\infty$ ) e dos componentes da emulsão.

Como a movimentação das microgotas da fase dispersa durante a vaporização da gota de emulsão ainda não é bem compreendida, admitiu-se um modelo difusivo em que  $v_{12}$  é proporcional ao gradiente de fração volumétrica da fase dispersa no interior da gota de emulsão, ou seja,

$$v_{12} = -b \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (9)$$

onde  $b$  é um parâmetro de proporcionalidade que possui unidade de difusividade (por exemplo,  $m^2/s$ ) que deve ser ajustado, a princípio, a partir de dados experimentais para a vaporização de gotas de emulsão isoladas. O gradiente de concentração é gerado devido à diferença de volatilidade entre os componentes da emulsão.

Utilizando a Eq. (9), pode-se escrever a Eq. (8) na forma

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \phi (1 - \phi) r^2 b \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] = 0 \quad (10)$$

O modelo de vaporização é então formado pelas Eqs. (7) e (10), com as seguintes condições iniciais e de contorno:

$$t = 0, \quad \phi = \phi_0(r), \quad T = T_0(r), \quad (11)$$

$$r = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (12)$$

$$r = R(t), \quad \rho_2 \phi_i (1 - \phi_i) b \frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_r = \frac{i \dot{M}}{4\pi R^2} (\phi_i - \varepsilon_i), \quad (13)$$

$$4\pi R^2 k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_r = i \dot{M} (H - L) = Q_L. \quad (14)$$

Estas condições de contorno foram obtidas a partir das condições de simetria no centro da gota e de balanços de massa e energia na superfície da gota. As variáveis  $Q_L$  (ou  $H$ ),  $\varepsilon_i$  e  $i \dot{M}$  são obtidas através do acoplamento com o modelo da fase gasosa.

Completando o modelo da fase líquida, a taxa de variação do raio da gota é dada pela hipótese quase-estacionária, que leva a:

$$\frac{dR}{dt} = - \frac{i \dot{M}}{4\pi \rho_2 R^2} \quad (15)$$

**Modelo da Interface.** O modelo utilizado para a mudança de fase na interface foi desenvolvido por Leite e Lage (1997), que descreve o fenômeno tridimensional de vaporização através de um modelo unidimensional, no qual a fração de cada componente vaporizado presente num filme gasoso interfacial é suposta como sendo proporcional à fração volumétrica do respectivo componente na superfície da gota. Assim as condições do gás na interface são dadas por:

$$y_{is} = \phi_{is} y_{is}^0, \quad y_{is}^0 = P_i^{vap}(T)/P, \quad i = 1, 2 \quad (16)$$

$$y_{ar,s} = 1 - y_{1s} - y_{2s} \quad (17)$$

onde  $y_{is}$  é a fração molar do componente  $i$  na mistura gasosa sobre a interface e  $\phi_{is}$  é a fração volumétrica do componente  $i$  na superfície da gota ( $\phi_{1s} + \phi_{2s} = 1$ ).

## SOLUÇÃO NUMÉRICA

Para facilitar a solução do problema de fronteira livre dado pelas Eqs. (7) e (10), o problema foi adimensionalizado usando  $\eta = r/R(t)$ ,  $\tau = \alpha t / [R(0)]^2$  o que leva ao raio adimensional  $\beta = R(t)/R(0)$ , fixando a posição da superfície da gota em  $\eta = 1$ .

As equações do modelo de vaporização para a fase líquida, em forma adimensional, foram discretizadas pelo método das linhas usando volumes de controle. A malha utilizada foi não uniforme, concentrando os volumes na superfície da gota, onde, devido à vaporização, existem os maiores gradientes. Os detalhes dos processos de adimensionalização e de discretização são apresentados por Leite (1998).

O sistema de equações diferenciais ordinárias resultante da discretização em  $\eta$  do modelo da fase líquida, no qual as condições de contorno, Eqs. (11-14), foram incorporadas, foi acoplado ao modelo para a fase gasosa, ao modelo da interface, e à Eq. (15). Em cada instante de tempo, a taxa de vaporização é calculada pelo modelo da fase gasosa igualando a Eq. (1), escrita para o componente mais volátil (água), com essa mesma equação para o hidrocarboneto. A partir dessa igualdade, e com a utilização da Eq. (16), o valor de  $\phi_{1s}$  é calculado iterativamente e, então, as variáveis  $Y_{is}$ ,  $B_i$  e  $i \dot{M}$  são determinadas. Após o cálculo de  $i \dot{M}$ ,  $H$ ,  $B_T$  e  $Q_L$  são obtidos a partir das Eqs. (2) e (3).

A integração do sistema completo de equações diferenciais ordinárias no tempo foi realizada pela rotina DASSLC (Secchi,

1992), que resolve problemas de valor inicial em sistemas algébricos-diferenciais, utilizando os métodos BDF (*Backward Differentiation Formula*) com passo e ordem variáveis. Utilizou-se a opção de matriz de iteração cheia e a inicialização foi realizada pela própria rotina.

As simulações da vaporização de gotas de emulsões utilizaram propriedades físicas para os componentes gasosos e líquidos baseadas em dados experimentais e em métodos de predição de propriedades físicas. As propriedades das fases líquidas foram avaliadas a uma temperatura média entre a temperatura inicial e a temperatura de ebulição do líquido à pressão do ambiente. Maiores detalhes sobre a determinação das propriedades físicas utilizadas no modelo de vaporização podem ser obtidos em Leite (1998).

## RESULTADOS DO MODELO DE VAPORIZAÇÃO

O modelo de vaporização desenvolvido neste trabalho permite avaliar a importância do processo de transferência de massa dentro da gota, através da movimentação das microgotas de emulsão. Para valores de  $b$  abaixo de um certo valor mínimo, atinge-se o limite no qual a transferência de massa pode ser desprezada (as microgotas não se movimentam). Esta é a hipótese adotada no modelo de Law (1977), que não considerou a transferência de calor dentro da gota, e no modelo de Leite e Lage (1997). Neste limite, espera-se que o modelo reproduza os resultados do modelo de Leite e Lage (1997), o que permite confirmar a determinação do valor limite de  $b$ . Por outro lado, para valores elevados de  $b$ , existe um outro limite no qual a transferência de massa é muito mais rápida que o processo de vaporização. Neste caso, o deslocamento das microgotas da fase dispersa é limitado apenas pelo gradiente de concentração na gota de emulsão que é gerado devido à diferença de volatilidade entre seus componentes. Na realidade, a resistência à difusão das microgotas da fase dispersa no combustível não deve ser nem tão grande, a ponto de impedir um deslocamento da fase dispersa, e nem tão pequena, a ponto de ser possível desprezar totalmente a resistência à movimentação da fase dispersa.

Infelizmente, não existem na literatura dados experimentais suficientes para permitir uma estimativa direta de  $b$ , nem mesmo para as emulsões mais estudadas, como as de água em n-parafinas. A falta de dados para a vaporização de gotas isoladas não impede, entretanto, a verificação da importância desse parâmetro dentro do processo de vaporização e a sua determinação indireta a partir dos poucos dados experimentais disponíveis.

Os resultados apresentados nas figuras a seguir referem-se à vaporização de gotas de emulsão de água em n-hexadecano, com raio inicial de 130  $\mu\text{m}$ , temperatura inicial de 300 K, e fração volumétrica inicial de água de 25% ( $\phi_0 = 0,25$ ), vaporizando em ambiente estagnado composto de ar ( $Y_{ar,\infty} = 1$ ) a 1400 K e 1 bar.

A Figura 1 mostra o resultado do modelo de vaporização para  $b = 0,1 \text{ cm}^2/\text{h}$ , ilustrando a convergência do método de solução aplicado ao modelo, usando malhas com 11, 21 e 41 volumes de controle. Todas as curvas representadas são coincidentes.

Os dois limites relacionados ao transporte de massa são apresentados na Figura 2: um em que não ocorre qualquer deslocamento das microgotas de água durante a vaporização, obtido com  $b = 0,1 \text{ cm}^2/\text{h}$  (ou  $b/\alpha \approx 0,023$ ); e outro em que a resistência a esse deslocamento é praticamente nula, e que foi aproximado com  $b = 400 \text{ cm}^2/\text{h}$  (ou  $b/\alpha \approx 93$ ). É importante esclarecer que o comportamento previsto pelo modelo para valores do parâmetro  $b < 0,1 \text{ cm}^2/\text{h}$  não difere significativamente daqueles previstos para  $b = 0,1 \text{ cm}^2/\text{h}$ . O mesmo ocorre no caso de  $b > 400 \text{ cm}^2/\text{h}$ , em que os resultados ficam bem próximos daqueles obtidos com  $b = 400 \text{ cm}^2/\text{h}$ . Assim, para ir do primeiro limite até o segundo,

foi necessário variar o valor do parâmetro  $b$  em, aproximadamente, três ordens de grandeza.

No caso em que a resistência à movimentação da fase dispersa é praticamente nula ( $b = 400 \text{ cm}^2/\text{h}$ ), a diferença de volatilidade entre os componentes da emulsão é o fator determinante do comportamento da vaporização. Para emulsões que apresentam uma grande diferença de volatilidade entre os componentes (por ex., água-hexadecano), o gradiente de fração volumétrica gerado dentro da gota permitirá a vaporização preferencial da fase mais volátil (água), devido à baixa resistência ao deslocamento da mesma. Observando as curvas para a vaporização de gotas com, praticamente, um único componente (representadas na Figura 2 como gotas com 1% e 99% de água em volume), pode-se observar as semelhanças entre as inclinações dessas curvas e as inclinações apresentadas pela curva referente ao limite de resistência nula ao transporte de massa ( $b$  elevado). Essa semelhança indica que, num primeiro momento, a água vaporiza preferencialmente, mantendo a inclinação da curva de vaporização da emulsão igual à inclinação da curva de vaporização de uma gota com água pura. Após a vaporização da água, o n-hexadecano restante vaporiza como uma gota de n-hexadecano puro.

As diferenças de comportamento apresentadas pela vaporização de gotas de emulsão nos dois limites estabelecidos acima ( $b = 0,1$  e  $400 \text{ cm}^2/\text{h}$ ) podem ser ainda ilustradas pelos perfis de concentração no interior da gota e pelas taxas de vaporização de cada componente, dados nas Figuras 3, 4, 5 e 6.

Na Figura 3 é mostrado o perfil de concentração no interior de uma gota de emulsão que vaporiza sem permitir o deslocamento da fase dispersa em relação ao combustível. Como pode ser observado, no interior da gota ( $\eta \leq 0,96$ ) não ocorre nenhuma alteração substancial na composição inicial da emulsão. A pequena oscilação sofrida pela composição em  $\eta = 0,96$  é causada pela rápida vaporização da fração inicial de água na superfície da gota. Assim, a gota de emulsão permanece essencialmente com a composição inicial, durante todo o processo de vaporização.

Na Figura 4, nota-se uma pequena oscilação na taxa de vaporização,  $\dot{m}$ , no início do período de aquecimento. Essa oscilação é provocada pela rápida vaporização da água que está inicialmente na superfície da gota. Como as microgotas de água no interior da gota praticamente não se movimentam, o mecanismo para se levar água à superfície consiste na redução do

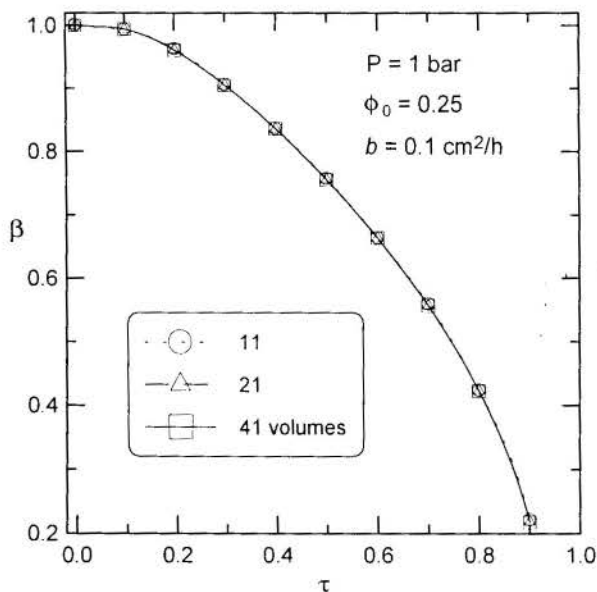


Figura 1 – Convergência do método de solução. Comportamento transiente do raio adimensional da gota.

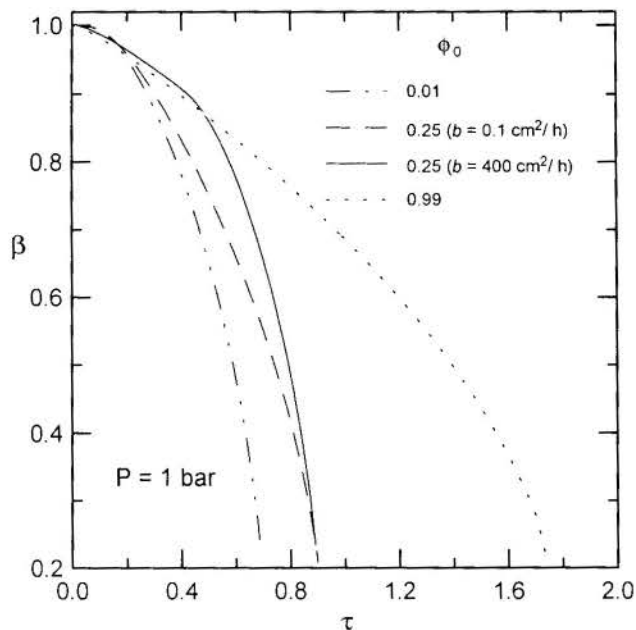


Figura 2 – Influência do valor do parâmetro  $b$ : casos limites. Comportamento transiente do raio adimensional da gota.

tamanho da gota. Entretanto, a taxa de vaporização do combustível é inicialmente pequena devido à temperatura relativamente baixa da sua superfície. Logo, a gota permanece com aproximadamente o mesmo tamanho nesse período inicial, o que resulta na queda da taxa de vaporização da água. Essa taxa volta a subir a medida que a temperatura da superfície da gota aumenta, provocando o aumento da taxa de vaporização do combustível e, conseqüentemente, a redução do tamanho da gota.

A Figura 5 apresenta o perfil de concentração para uma gota de emulsão em que as microgotas da fase dispersa podem se movimentar livremente no sentido de anular o gradiente de concentração provocado pela diferença de volatilidade entre os componentes. Como a redução do gradiente de concentração implica em uma menor velocidade de deslocamento da água no interior

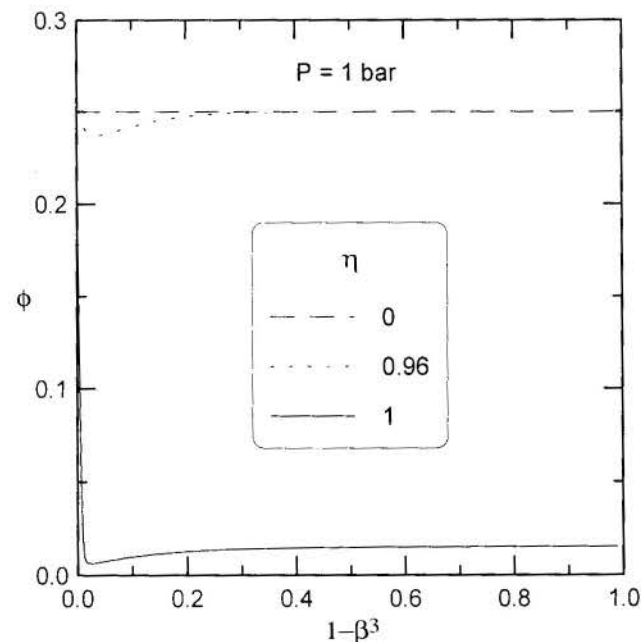


Figura 3 – Perfil de fração volumétrica no interior de uma gota de emulsão durante sua vaporização. Transferência de massa desprezível ( $b$  pequeno).

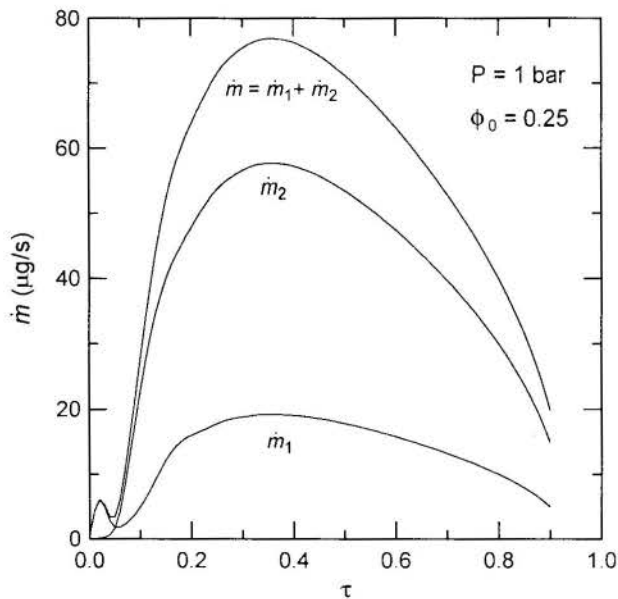


Figura 4 – Perfil das taxas de vaporização de uma gota de emulsão durante sua vaporização. Transferência de massa desprezível ( $b$  pequeno).

da gota, alguma quantidade de água será encontrada no seu interior mesmo ao final da sua vaporização. Na Figura 6, é possível observar que a taxa de vaporização da gota de emulsão é controlada inicialmente pela vaporização da água e, em seguida, pela vaporização do n-hexadecano. Na Figura 7 é apresentada uma comparação entre o modelo desenvolvido no presente trabalho e o de Leite e Lage (1997). Os resultados referem-se à vaporização de uma gota de emulsão sem transporte interno de massa, ou seja, sem deslocamento das microgotas de água em relação ao n-hexadecano. O valor de  $b$  foi fixado no seu limite inferior ( $b = 0,1 \text{ cm}^2/\text{h}$  ou  $b/\alpha \approx 0,023$ ). A não coincidência perfeita das curvas se deve a uma diferença na modelagem da fase gasosa. No modelo de Leite e Lage (1997), a gota de emulsão vaporiza mantendo a fração mássica de água na taxa vaporizada,  $\epsilon_1 = \dot{m}_1/\dot{m}$ , sempre igual à fração mássica inicial de água no interior da gota. Desse modo, a energia transferida para a gota no início da vaporização é usada para aquecer a superfície até uma temperatura em que tanto a água como o combustível possam vaporizar, mantendo válida a relação acima. Já no presente modelo, em que o transporte de massa é desprezado atribuindo-se um valor baixo ao parâmetro  $b$ , somente a água que está no interior da gota pode ser impedida de se deslocar e vaporizar junto com o combustível. Como a Figura 4 mostra, a água que se encontra na superfície da gota vaporiza logo no início do período de aquecimento, consumindo parte da energia que seria usada para aquecer a gota nesse instante inicial e, conseqüentemente, causando um pequeno retardamento da redução do tamanho da gota em relação aos resultados previstos pelo modelo de Leite e Lage (1997).

Utilizando o modelo desenvolvido por Avedisian e Glassman (1981), Leite (1998) determinou o limite cinético de superaquecimento para emulsões de água em n-hexadecano sob diversas condições, utilizando uma taxa de nucleação de 100 núcleos/cm<sup>2</sup>. O valor do limite de superaquecimento praticamente não varia com o diâmetro da gota, com o diâmetro da microgota de água e com a fração mássica de água, que afetam a área interfacial, variando basicamente com a pressão. Para 1 atm, o limite é basicamente igual a 540K.

Dados experimentais da microexplosão de gotas de emulsão de água ( $\phi_0 = 0,18$ , 1 atm) e n-hexadecano em ambiente estagnado foram obtidos por Lasheras *et al.* (1979) e Yap *et al.* (1984). Lasheras *et al.* (1979) obtiveram a microexplosão de uma gota,

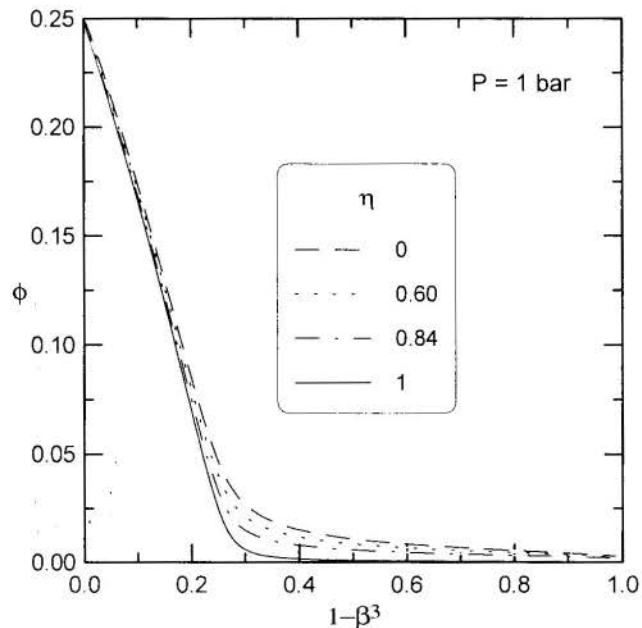


Figura 5 – Perfil de fração volumétrica no interior de uma gota de emulsão durante a sua vaporização. Transferência de massa mais rápida que a vaporização ( $b$  elevado).

com 260  $\mu\text{m}$  de diâmetro inicial em um ambiente a 1500K, em 100 ms e com um diâmetro de microexplosão de 140  $\mu\text{m}$  ( $\beta_m = 0,538$ ). Yap *et al.* (1984) obtiveram a microexplosão de uma gota ( $2R(0) = 250 \mu\text{m}$ ) a 1200-1400K, em 140 ms e com  $\beta_m = 0,52$ . O modelo de vaporização foi utilizado para simular estes casos ( $T_0 = 300\text{K}$ ;  $T_{\infty} = 1300\text{K}$  no segundo caso), estimando-se o valor de  $b/\alpha$  necessário para que, para os valores de  $\beta_m$  dados, a temperatura da gota fosse igual a 540K em um dado ponto do seu interior. Para  $b/\alpha \approx 10$ ,  $T(\eta = 0,75) = 540\text{K}$  nos dois casos. Entretanto, os valores obtidos para o tempo de microexplosão (84 e 97 ms, respectivamente) não concordam com os valores experimentais.

A concordância entre  $\beta_m$  e  $T(\eta = 0,75) = 540\text{K}$  nos dois casos para  $b/\alpha \approx 10$ , contradiz a hipótese de Law (1977) de que a movimentação das microgotas da fase dispersa seria desprezível nestes casos. Para estas simulações, existe vaporização

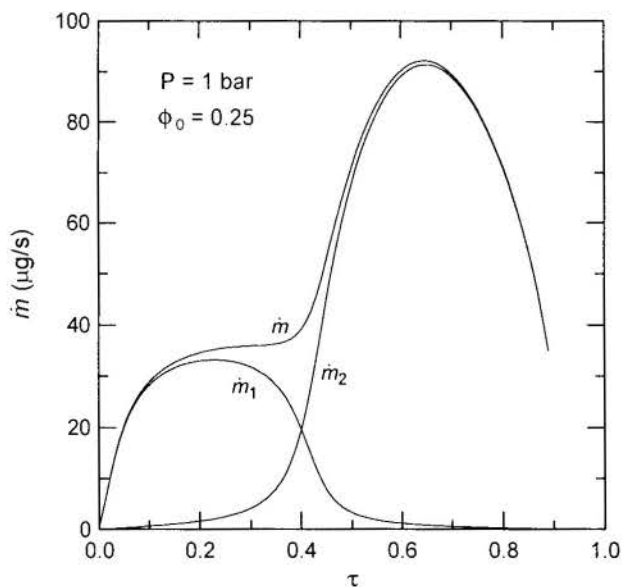


Figura 6 – Perfil de vaporização de uma gota de emulsão durante a sua vaporização. Transferência de massa mais rápida que a vaporização ( $b$  elevado).



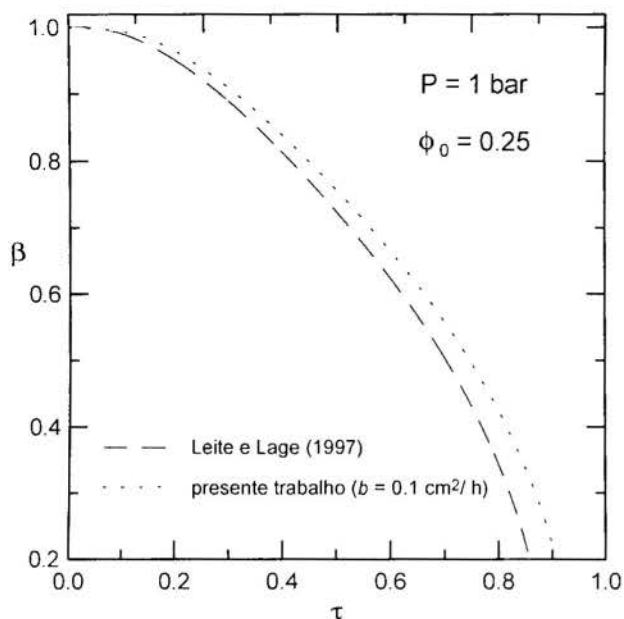


Figura 7 – Comparação entre modelos de vaporização.

preferencial da água, e  $\phi(\eta = 0,75) = 0,02-0,03$  no instante da microexplosão (estimado quando  $\beta = \beta_m$  e  $T(\eta = 0,75) = 540K$ ). Tais valores são baixos, o que deve dificultar, mas não impedir a ocorrência de microexplosões.

Assim, experimentos e simulações tem apenas uma concordância parcial. Como efeitos de circulação interna são desprezíveis para gotas sem velocidade relativa (condições estagnadas), a discrepância entre os tempos de vaporização experimentais e simulados deve ser originária de efeitos de propriedades variáveis, desprezados no presente modelo. Note que Lage *et al.* (1993b) mostraram que o efeito de propriedades variáveis aumenta o tempo de vaporização de gotas de soluções na faixa de 10-50%. Este efeito também influencia o valor determinado para  $b/\alpha$  pelo procedimento descrito acima. Como o modelo prediz que a temperatura da superfície aumenta conforme  $b/\alpha$  aumenta, e como o aumento do tempo de vaporização leva a uma menor necessidade de um gradiente de temperatura para que a gota atinja o limite de superaquecimento, o efeito de propriedades variáveis deverá levar a menores valores de  $b/\alpha$ .

## CONCLUSÕES

Um modelo de vaporização de gotas de emulsão foi desenvolvido, incluindo o transporte transiente de calor e massa no interior da gota, cujas propriedades são consideradas constantes. O modelo foi capaz de representar dois tipos diferentes de vaporização: a vaporização preferencial (limite de destilação) e a vaporização com composição constante (limite de transferência de massa desprezível). Resultados experimentais da literatura para a microexplosão de gotas e seus valores simulados mostram concordância parcial. A discrepância é atribuída a efeitos de propriedades variáveis.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao apoio dado pelo CNPq (processo número 523268/96-3).

## REFERÊNCIAS

Abramzon, M., Sirignano, W., 1987, "Approximate Theory of a Single Droplet Vaporization in a Convective Field: Effects of

Variable Properties, Stefan Flow and Transient Liquid Heating", In: *Proceedings 2nd Asme-Jsme Thermal Engng. Joint Conf.*, Vol. 1, pp. 11-18. Honolulu, Hawaii.

Avedisian, C. T., Fatehi, M., 1988, "An Experimental Study of the Leidenfrost Evaporation Characteristics of Emulsified Liquid Droplets", *International Journal of Heat And Mass Transfer*, Vol. 31, n. 8, pp. 1587-1603.

Avedisian, C. T., Glassman, I., 1981, "Superheating And Boiling of Water in Hydrocarbons at High Pressures", *International Journal of Heat And Mass Transfer*, Vol. 24, n. 4, pp. 695-706.

Clift, R., Grace, T. R., Weber, M. E., 1978, *Bubbles, Drops And Particles*. New York, Academic Press.

Hubbard, G. L., Denny, V.E., Mills, A. F., 1975, "Droplet Evaporation: Effects of Transients and Variable Properties", *International Journal Of Heat And Mass Transfer*, Vol. 18, pp. 1003-1008.

Lage, P. L. C., 1992, *Vaporização de Gotas Multicomponentes em Campos Convectivos e Radiantes*. Tese de D. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Lage, P. L. C., Rangel, R. H., Hackenberg, C. M., 1993a, "Multicomponent Heat and Mass Transfer for Flow Over a Droplet", *International Journal of Heat And Mass Transfer*, Vol. 36, n. 14, pp. 3573-3581.

Lage, P. L. C., Hackenberg, C. M., Rangel, R. H., 1993b, "Non-Ideal Vaporization of Dilating Binary Droplets with Variable Properties", *International Journal of Heat And Mass Transfer*, Vol. 36, n. 15, pp. 3731-3741.

Lasheras, J. C., Fernandez-Pello, A. C., Dryer, F. L., 1979, "Initial Observations on the Free Droplet Combustion Characteristics of Water-in-Fuel Emulsions", *Combustion Science and Technology*, Vol. 21, pp. 1-14.

Law, C. K., 1977, "A Model for the Combustion of Oil/Water Emulsion Droplets", *Combustion Science and Technology*, Vol. 17, pp. 29-38.

Leite, L. F. T., 1998, *Vaporização de Gotas de Combustíveis Emulsificados*. Dissertação de M. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Leite, L. F. T., Lage, P. L. C., 1997, "Modelo Simplificado para a Vaporização de Gotas de Combustível Emulsificado". Em: *Anais do XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Bauru, SP.

Secchi, A. R., 1992, *DASSLC 1.0 (Differential-Algebraic System Solver in C)*, Departamento de Engenharia Química, UFRGS, Porto Alegre.

Stewart, H. B., Wendroff, B., 1984, "Two-Phase Flow: Models and Methods", *Journal of Computational Physics*, Vol. 56, pp. 363-409.

Yap, L. T., Kennedy, I. M., e Dryer, F. L., 1984, "Disruptive and Micro-explosive Combustion of Free Droplets in Highly Convective Environments", *Combustion Science and Technology*, Vol. 14, pp. 291-313.

## ABSTRACT

A constant property vaporization model has been developed for emulsion droplets. The relative phase diffusion velocity has been considered in the model, and the emulsion composition inside the droplet varies with time and space. The mass and energy conservation equations, coupled with a gas-phase model, were discretized by the finite volume method of lines. The model predicts the transient behavior of the droplet vaporization (radius, temperature and composition). The distillation limit and the constant composition limit are also predicted by the model. Experimental data on droplet microexplosion could partially be interpreted by the model. Existing discrepancies were attributed to effects of liquid variable properties.

## EFFECTS OF DIFFERENTIAL DIFFUSION ON UNSTEADY 1-D DIFFUSION FLAMES

**FERNANDO DE SOUZA COSTA**

*Laboratório Associado de Combustão e Propulsão  
INPE - Cachoeira Paulista, SP, 12630-000 - Brasil*

### SUMMARY

*The effects of differential diffusion on unsteady diffusion flames are considered for one-dimensional geometries. A Stefan problem is obtained for a single planar flame separating two semi-infinite regions containing fuel and oxidizer. Non-unity diffusivity ratio and the stoichiometry affect strongly the flame evolution and determine the conditions to obtain a stationary flame. A fuel strip surrounded by an oxidizer is considered and its burning can represent the burning of a gas pocket or supercritical droplet. It is demonstrated for a fuel strip that increasing O/F diffusivity ratios decrease the maximum flame expansion and decrease the burning times, while increasing initial equivalence ratios will increase the maximum flame expansion and will increase the burning times.*

### INTRODUCTION

Analytical and numerical solutions for unsteady diffusion flames are usually modelled by adopting several simplifying assumptions. Constant density, constant specific heat and constant diffusion coefficients are common assumptions, as made by Marble (1983), Linán (1993) and Candel (1993). Since there is mostly of fuel on one side of the flame and oxidizer on the other side, the governing diffusion coefficients on the two sides of a diffusion flame can be vastly different.

To analyse the effects of this difference on unsteady diffusion flames, simplified analytical and numerical solutions for diffusive burning with different diffusion coefficients using the fast chemistry or flame sheet model of burning have been developed. The resulting problems are classical Stefan problems, similar to moving boundary problems arising in the theory of solidification and melting, as described by Crank (1956) and Carslaw and Jaeger (1959).

### THEORETICAL ANALYSIS

Initially the effects of different diffusion coefficients on a single planar diffusion flame with two characteristic diffusion coefficients are considered. The assumptions for this analysis are constant binary diffusion coefficients for the fuel side ( $D_f$ ) and the oxidant side ( $D_o$ ); constant and equal densities for both fuel and oxidizer; unity Lewis numbers, i.e.,  $\lambda_f/C_{p,f} = \rho D_f$  and  $\lambda_o/C_{p,o} = \rho D_o$ ; the same initial temperatures,  $T_o$ , for both fuel and oxidant; fast chemistry and a single step reaction with  $s$  Kg of oxidant reacting with 1 Kg of fuel; no thermal diffusion; instantaneous ignition at all points of the fuel-oxidant interface; fuel is in the negative half-space with initial mass fraction  $Y_{f,0}$  while oxidant is in the positive half-space with initial mass fraction  $Y_{o,0}$ ; the flame is planar, horizontal and uniform. Fig. 1 shows a scheme of a planar flame.

The Schvab-Zel'dovich (SZ) formulation, as presented by Williams (1985), is applied separately for fuel and oxidant, since each side has a characteristic binary diffusion coefficient. The following system of partial differential equations, with respective initial/boundary conditions, is then obtained:

$$\frac{\partial \beta_1^1}{\partial t} = D_o \frac{\partial^2 \beta_1^1}{\partial r^2} \quad \beta_1^1(r > 0, t = 0) = 0 \quad (1)$$

$$\beta_1^1(r \rightarrow \infty, \forall t) = 0$$

$$\frac{\partial \beta_1^2}{\partial t} = D_f \frac{\partial^2 \beta_1^2}{\partial r^2} \quad \beta_1^2(r < 0, t = 0) = 1 \quad (2)$$

$$\beta_1^2(r \rightarrow -\infty, \forall t) = 1$$

where  $\beta_1^{1,2}$  are the normalized SZ variables or, equivalently, the mixture fractions for the oxidant (superscript 1) and fuel sides (superscript 2):

$$\beta_1 = \frac{1 + \phi \frac{Y_f}{Y_{f,0}} - \frac{Y_o}{Y_{o,0}}}{1 + \phi} = 1 - \frac{\phi}{(1+s)} \frac{Y_f}{Y_{f,0}} - \frac{Y_o}{Y_{o,0}}$$

$$= \frac{Y_f}{Y_{f,0}} + \frac{C_p(T - T_o)}{Y_{f,0}Q} \quad (3)$$

where  $\phi = sY_{f,0}/Y_{o,0}$  is the initial equivalence ratio.

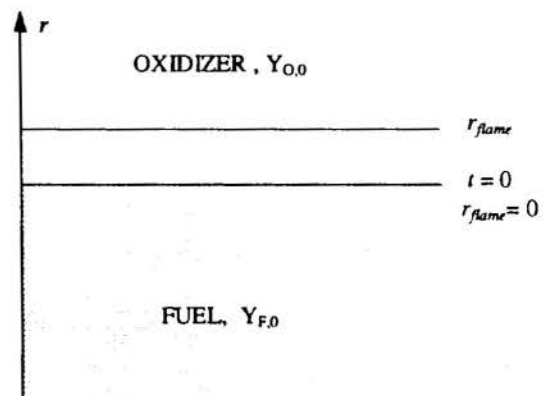


Figure 1 - Scheme of a planar flame.

Since there is no fuel-oxidizer interpenetration for the fast chemistry limit, the SZ variables can be simplified further. There are two interface conditions which couple the two equations. The first condition corresponds to zero mass fraction of oxidant or fuel at the flame position:

$$\beta_i^1(r_{flame}) = \beta_i^2(r_{flame}) = 1/(1+\phi) = \beta_f \quad (4a)$$

The second interface condition is obtained by setting the diffusive fluxes in stoichiometric proportion at flame position:

$$\rho D_o \left. \frac{\partial Y_o}{\partial r} \right|_{r=r_{flame}} = -s \rho D_f \left. \frac{\partial Y_f}{\partial r} \right|_{r=r_{flame}} \quad (4b)$$

Using the similarity transformation,  $\psi = r t^{-1/2}$ , two ordinary differential equations are obtained for  $\beta_i^{1,2}$  and, after applying the initial, boundary and first interface conditions, the following solution is obtained:

$$\beta_i^1 = \frac{1}{1+\phi} \left[ \frac{1 - \operatorname{erf}\left(\frac{r}{\sqrt{4D_o t}}\right)}{1 - \operatorname{erf}\left(\frac{c}{\sqrt{4D_o}}\right)} \right] \quad (5)$$

$$\beta_i^2 = 1 - \left( \frac{\phi}{1+\phi} \right) \left[ \frac{1 + \operatorname{erf}\left(\frac{r}{\sqrt{4D_f t}}\right)}{1 + \operatorname{erf}\left(\frac{c}{\sqrt{4D_f}}\right)} \right] \quad (6)$$

The constant  $c$  results from the requirement that the form of the flame position coordinate has to be  $r_{flame} = c t^{1/2}$  to yield  $\beta_i^{1,2} = \beta_f = \text{constant}$  at the flame position, as can be seen from direct substitution in the given solutions. The value of  $c$  is calculated by using the second interface condition; yielding the following expression:

3333

$$\frac{\sqrt{\alpha} \exp(\gamma^2)}{\phi \exp(\alpha \gamma^2)} = \frac{1 - \operatorname{erf}(\gamma)}{1 + \operatorname{erf}(\gamma \sqrt{\alpha})} \quad (7)$$

where  $\gamma = c(4D_o)^{-1/2}$  is a non-dimensional coefficient for the flame position, and  $\alpha = D_o/D_f$  is the ratio of the diffusion coefficients. Equation (7) indicates that if the flame is stationary, with  $\gamma = 0$ , then  $\alpha = \phi^2$ . For reactants with equal diffusion coefficients, the stationary flame occurs for  $\phi = 1$ .

Figure 2 displays the variation of  $\gamma$  versus diffusivity ratio  $\alpha$ , for initial equivalence ratios  $\phi = 0.5, 1.0$  and  $2.0$ . It is seen in Fig. 2 that increasing values of  $\phi$  yield increasing values of non-dimensional flame position coefficients  $\gamma$ , while increasing values of  $\alpha$  give decreasing  $\gamma$ , except for the leaner flame, with  $\phi = 0.5$ , which presents a minimum  $\gamma$  at, approximately,  $\alpha = 1.5$ . In the case of equal diffusion coefficients, the non-dimensional flame position coefficient is simplified to

$$\gamma = \operatorname{erf}^{-1}\left(\frac{\phi-1}{\phi+1}\right) \quad (8)$$

and, if  $\phi > 1$ , the flame burns towards the oxidizer or  $\gamma > 0$ . Thus, for reactants with equal diffusivities, rich flames burn towards the oxidizer while lean flames burn towards the fuel. In the case of a small difference in diffusivity between fuel and oxidizer,  $\alpha = 1 + \epsilon$ , with  $|\epsilon| \ll 1$ , and for  $0 < \gamma < 1$ , the non-dimensional flame position becomes

$$\gamma \cong \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( \frac{\phi-1-\epsilon/2}{\phi+1+\epsilon} \right) \quad (9)$$

and, consequently,  $\gamma = 0$  if  $\phi = 1 + \epsilon/2$ , and a stoichiometric flame will not be stationary. For  $\gamma \gg 1$ , it can be showed that  $(1+\epsilon)\gamma^2 \cong \ln\left(\frac{(1+\phi)(1-\epsilon/2)}{2\gamma\sqrt{\pi}}\right)$ , which is true only if  $\phi \gg 1$ , i.e., for very rich flames. And finally, in the case of  $\gamma \ll -1$ , it can be showed that  $\gamma^2 \cong \ln\left(-\frac{(1+1/\phi)}{2\gamma\sqrt{\pi}}\right)$ , which is true only if  $\phi \rightarrow 0$ , i.e., for very lean flames.

The mass fraction and temperature profiles are given by the following expressions:

$$\frac{Y_{F,0}}{Y_{F,0}} = \frac{1+\phi}{\phi} (\beta_i^2 - \beta_f) \quad \frac{Y_{O,0}}{Y_{O,0}} = 1 - \frac{\beta_i^1}{\beta_f} \quad (10)$$

$$\frac{Y_{F,F}}{Y_{F,0}} = \frac{1+s}{\phi} (1 - \beta_i^2) \quad \frac{Y_{O,0}}{Y_{F,0}} = (1+s)\beta_i^1 \quad (11)$$

$$\frac{T_F - T_0}{T_F - T_0} = \frac{1 - \beta_i^2}{1 - \beta_f} \quad \frac{T_O - T_0}{T_F - T_0} = \frac{\beta_i^1}{\beta_f} \quad (12)$$

$$Y_{inert,F} = 1 - Y_F - Y_P \quad Y_{inert,O} = 1 - Y_O - Y_P \quad (13)$$

It can be seen that the product mass fraction profiles and the non-dimensional temperature profiles are proportional to each other. This is a consequence of assuming unity Lewis numbers and equal diffusivities for all components in each side of the flame sheet. The values of specific heats of fuel,  $C_{p,F}$ , and oxidant,  $C_{p,O}$ , must be equal at the flame position in order to avoid a jump discontinuity in the flame temperature, as is evident from the relation:

$$T_f = T_0 + \frac{QY_{F,0}}{C_{p,F}} \beta_f = T_0 + \frac{QY_{O,0}}{C_{p,O}} \beta_f \quad (14)$$

obtained from the SZ variables for both sides of the flame.

It should be noted that for equal thermal diffusivities for both oxidizer and fuel, the diffusivity ratio is equal to the Lewis number ratio,  $D_f/D_o = Le_f/Le_o$  and the previous results can be extended to analyze the effects of non-unity Lewis numbers.

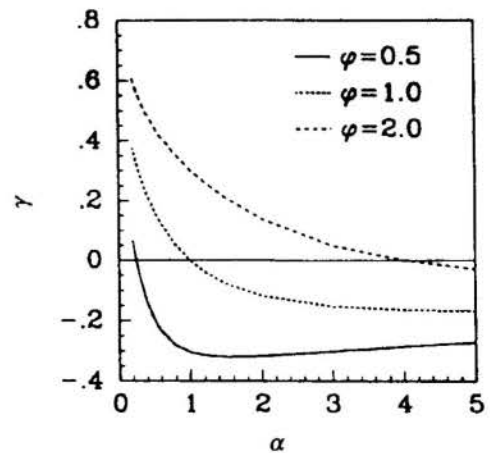


Figure 2 - Non-dimensional flame velocities  $\gamma$  versus diffusivity ratio  $\alpha$ , for a single planar flame and for various equivalence ratios.

The effect of the difference in the diffusion coefficients on the mass fraction profiles can be quantified, by defining a diffusion layer thickness, with the edge determined by the requirement  $Y_i/Y_{i,0} = 1 - \epsilon$ , with  $i = F$  or  $O$  and  $|\epsilon| \ll 1$ . The following expressions were then obtained, for the fuel and oxidizer diffusion layer thicknesses  $\delta_F$  and  $\delta_O$ :

$$\delta_F = r_f - r_{f,x} = \left( c - \sqrt{4D_F \operatorname{erf}^{-1} \left[ \epsilon \left( 1 + \operatorname{erf} \left( \gamma \sqrt{\alpha} \right) \right) - 1 \right]} \right) \sqrt{t} \quad (15)$$

$$\delta_O = r_o - r_{o,x} = \left( \sqrt{4D_O \operatorname{erf}^{-1} \left[ 1 - \epsilon \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \gamma \right) \right) \right]} - c \right) \sqrt{t} \quad (16)$$

In order to compare the above diffusion layer thicknesses with the effects of different diffusion coefficients it is necessary to calculate these thicknesses for the case of equal diffusion coefficients, with same initial conditions. The fuel diffusion thickness, for equal diffusion coefficients, is then given by:

$$\delta_{F, D_F = D_O} = \left[ \operatorname{erf}^{-1} \left( \frac{\phi - 1}{\phi + 1} \right) - \operatorname{erf}^{-1} \left( \frac{2\epsilon}{1 + \phi} - 1 \right) \right] \sqrt{4D_O t} \quad (17)$$

and the oxidizer diffusion thickness, for equal diffusion coefficients, is given by:

$$\delta_{O, D_O = D_F} = \left[ \operatorname{erf}^{-1} \left( 1 - \frac{2\epsilon\phi}{1 + \phi} \right) - \operatorname{erf}^{-1} \left( \frac{\phi - 1}{\phi + 1} \right) \right] \sqrt{4D_F t} \quad (18)$$

The ratios between the respective diffusion layer thickness of fuel and oxidant, with equal and different diffusion coefficients, are then given by the expressions:

$$\frac{\delta_F}{\delta_{F, D_F = D_O}} = \frac{\gamma - \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \operatorname{erf}^{-1} \left[ \epsilon \left( 1 + \operatorname{erf} \left( \gamma \sqrt{\alpha} \right) \right) - 1 \right]}{\operatorname{erf}^{-1} \left( \frac{\phi - 1}{\phi + 1} \right) - \operatorname{erf}^{-1} \left( \frac{2\epsilon}{1 + \phi} - 1 \right)} \quad (19)$$

$$\frac{\delta_O}{\delta_{O, D_O = D_F}} = \frac{\sqrt{\alpha} \left[ \operatorname{erf}^{-1} \left[ 1 - \epsilon \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \gamma \right) \right) \right] - \gamma \right]}{\operatorname{erf}^{-1} \left( 1 - \frac{2\epsilon\phi}{1 + \phi} \right) - \operatorname{erf}^{-1} \left( \frac{\phi - 1}{\phi + 1} \right)} \quad (20)$$

These expressions are not time-dependent, and can be applied, e.g., if it is necessary to estimate the area affected by the variation of the diffusion coefficients. In several practical problems this variation can be significant.

A simpler method to evaluate the effects of differential diffusivity is to consider the ratio of fuel mass consumption rates per unit area for flames with equal and different diffusion coefficients. The following expression is obtained, after differentiating Eqs. (5) and (6) at flame position:

$$\frac{m_F}{m_F^*} = \left( \frac{2}{1 + \phi} \right) \frac{\exp(-\gamma^2)}{1 - \operatorname{erf}(\gamma)} \exp \left[ \left( \operatorname{erf}^{-1} \left( \frac{\phi - 1}{\phi + 1} \right) \right)^2 \right] \quad (21)$$

where  $m_F$  and  $m_F^*$  are the fuel consumption rate per unit area with different and equal diffusion coefficients, respectively.

For given values of  $\alpha$  and  $\phi$ , Eq. (7) yields  $\gamma$ , which can be substituted into Eq. (21), giving the ratio of fuel mass consumption rates.

Analytical solutions for the Stefan problem with two different diffusion coefficients can be easily obtained only for single planar flames. In the case of fuel strips, cylinders or spheres, it is necessary to apply a numerical method to solve the governing equations, given by

$$\frac{\partial \beta_i^2}{\partial t} = \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r} \left( D_f r' \frac{\partial \beta_i^2}{\partial r} \right) \quad |r| > |r_{flame}| \quad (22)$$

$$\frac{\partial \beta_i^2}{\partial t} = \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r} \left( D_o r' \frac{\partial \beta_i^2}{\partial r} \right) \quad |r| < |r_{flame}| \quad (23)$$

with initial and boundary conditions

$$\beta_i^j (|r| < a, t = 0) = 1 \quad (24a)$$

$$\beta_i^j (|r| > a, t = 0) = 0 \quad (24b)$$

$$\beta_i^j (|r| \rightarrow \infty, \forall t) = 0 \quad (24c)$$

where  $j = 0, 1, 2$  for a fuel strip, cylinder or sphere, respectively, and  $a$  is the initial semi-width of the fuel strip or the initial radius of the cylinder or sphere. The interface conditions include no reactants and stoichiometric diffusion fluxes at flame position, as given by Eqs. (3) and (4), respectively.

Several plots for the evolution of the flame position with time on a fuel strip were obtained, using a finite difference scheme. A front tracking method was employed to determine the flame position in a fixed grid, using Lagrangian interpolation, as described by Crank (1984).

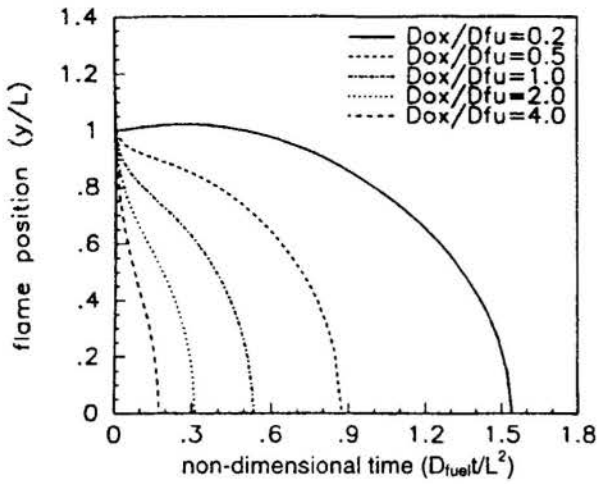
Figure 3 shows the effects of the diffusion coefficient  $\alpha$  on a fuel strip, for several values of the initial equivalence ratio. In Fig. 3 the initial fuel strip semi-width is given by  $L$ . It can be seen that the diffusion coefficient ratio  $\alpha$  has a significant effect on the total burning time, that is the time required to  $\eta$  reach a value of zero. Assuming that the fuel diffusion coefficient is constant, then Fig. 3 also shows the influence of the oxidizer diffusion coefficient on the evolution of the flame position. If the oxidizer diffusion coefficient is smaller than the fuel diffusion coefficient, that is  $\alpha < 1$ , flame expansion will be larger, since fuel molecules diffuse further into the oxidizer, to maintain the stoichiometric ratio of diffusion flux. The opposite happens if the oxidizer molecules have higher diffusivity than the fuel molecules, i.e., the flame expansion decreases.

CONCLUSIONS

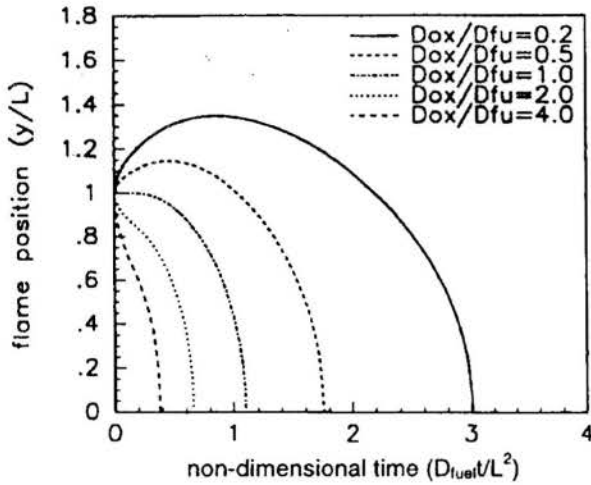
The effects of differential diffusion on unsteady diffusion flames were considered. An analytical solution was obtained for a single planar flame separating two semi-infinite regions containing fuel and oxidizer with two different diffusion coefficients, assuming an infinitely thin flame. Expressions for the diffusion layer thicknesses and for the increase in fuel mass consumption were obtained. The effects of differential diffusion on the burning of a fuel strip surrounded by oxidizer have been studied numerically. Fuel strips can represent the burning of gas pockets or supercritical droplets. It has been demonstrated that, for a fuel strip, increasing  $O/F$  diffusivity ratios will decrease maximum flame expansion and will decrease the burning times, while increasing initial equivalence ratios will increase the maximum flame expansion and will increase the burning times.



a)  $\phi = 0.5$



b)  $\phi = 1.0$



c)  $\phi = 2.0$

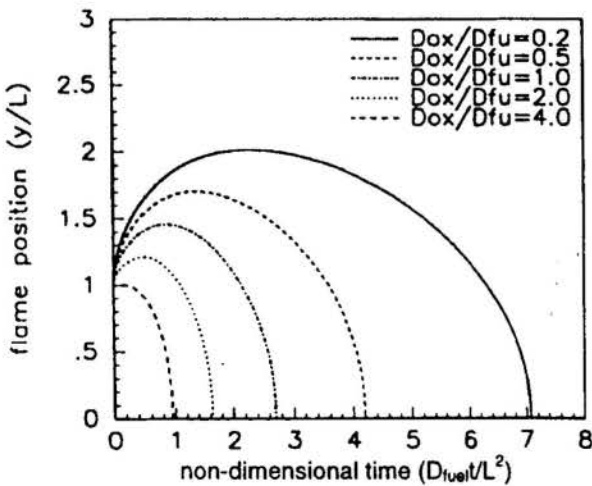


Figure 3 – Effects of diffusivity ratio  $\alpha$ , on the non-dimensional flame position,  $\eta = r/a$ , for a fuel strip and for different values of the initial equivalence ratio.

## REFERENCES

- Carslaw, H.S., Jaeger, J.C., 1959, *Heat Conduction in Solids*, Oxford.
- Crank, J., 1956, *The Mathematics of Diffusion*, Clarendon Press, Oxford.
- Crank, J., 1984, *Free and Moving Boundary Problems*, Clarendon Press, Oxford.
- Liñán, A., Williams, F.A., 1993, Ignition in an Unsteady Mixing Layer Subject to Strain and Variable Pressure, *Comb. and Flame* 95, 31.
- Marble, F.E., 1983, Growth of a Diffusion Flame in the Field of a Vortex, *Advances in Aerospace Science*, C.Casci Ed., Plenum Press, NY.
- Thevenin, D., Candel, S., 1993, Effect of Variable Strain on the Dynamics of Diffusion Flame Ignition, *Comb. Sci. and Tech.* 91, 73.
- Williams, F.A., 1985, *Combustion Theory*, 2nd ed, Benjamin Cummins, California.

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA COMBUSTÃO DE CARVÃO PULVERIZADO EM FLUXO REAGENTE**

**Viktor Krioukov**

UNIJUÍ - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Programa de Pós Graduação em Modelagem Matemática CP 560, CEP 98.700-000 Ijuí - RS - Brasil

**Valdeci José Costa**

UNIPLAC - Universidade do Planalto, Catarinense, Lages - SC Brasil, CP 525, CEP 88.509-900

RESUMO

*Neste trabalho propõe-se um modelo matemático destinado à combustão de carvão pulverizado em um escoamento regente. O modelo é composto por equações da cinética química na forma exponencial, equações concomitantes e de troca de massa. Leva-se em conta a composição da partícula, a devolatilização e a transformação de CO e CO<sub>2</sub> como função da temperatura. As pesquisas numéricas indicam: maior rapidez de consumo para os voláteis em relação ao carbono; brusca passagem da formação de CO<sub>2</sub> para formação exclusiva de CO; altas taxas de concentração de NO, CO ao final do processo.*

INTRODUÇÃO

Estudos recentes (Theis, 1996) comprovam que o crescimento do consumo energético per capita tem alcançado níveis surpreendentes em todos os continentes, especialmente nos países industrializados, onde acredita-se que este consumo tenha aumentado em 100 vezes. Face a este fato, têm-se buscado incessantemente tanto a utilização de fontes renováveis, como uma melhor exploração e aproveitamento das fontes não renováveis como o petróleo e o carvão, por exemplo.

Porém, quando se trata de modelar um fenômeno deste gênero, aparecem inúmeras dificuldades, devido a complexidade do processo propriamente dito: da composição do combustível: voláteis, resíduos, carbono puro, etc.; decomposição dos voláteis no início da combustão; ao aquecimento da partícula não ser uniforme, etc. Durante a combustão, imaginamos que o carvão seja composto por partículas, na superfície das quais realiza-se a combustão do carvão, podendo formar CO e CO<sub>2</sub> como função a temperatura da superfície da partícula. O calor oriundo da combustão difunde-se por convecção e por radiação entre partículas e o meio gasoso.

A figura 1 apresenta um esquema da partícula de carvão em condições de combustão.

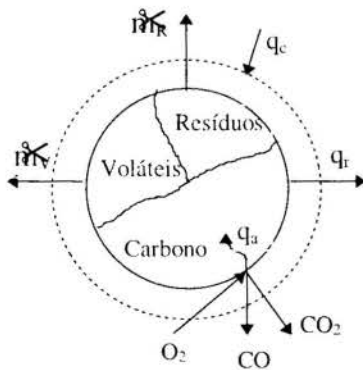


Figura 1 - Esquema de combustão da partícula

A figura 2, representa em campo de escoamento composto por combustível (carvão), oxidante, zona de reação e produtos de combustão.

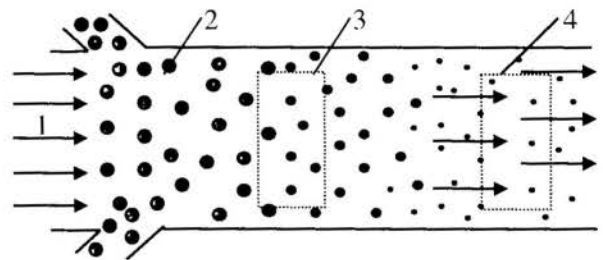


Figura 2 - Esquema de combustão em fluxo : 1 - escoamento do ar quente; 2 - carvão pulverizado; 3 - meio reagente; 4 - produtos de combustão com resíduos incombustíveis

No início do processo, imaginamos o fluxo composto apenas por oxidante, para daí então receber pequenas partículas, as quais podem ter vários tamanhos. Por ser abundante, o oxidante (já a uma temperatura elevada) difunde-se pela superfície das partículas, produzindo CO e CO<sub>2</sub>. Enquanto isso, aceleram-se as reações químicas do fluxo, em primeiro lugar por causa dos voláteis emitidos pelas partículas e depois pelos demais produtos de combustão, o que proporciona aumento de temperatura e velocidade das reações químicas.

ESQUEMA FÍSICO E ADMISSÕES DO MODELO

- O esquema físico elaborado considera os seguintes fenômenos:
- reações químicas no meio gasoso, no nível da cinética química formal e sua influência mútua na temperatura do gás ( $T_g$ );
  - alteração da temperatura do fluxo e sua velocidade;
  - velocidades diferentes de devolatilização e queima do carbono;
  - aquecimento das partículas durante o processo de combustão;
  - influência da concentração de oxidante na velocidade de combustão da partícula;
  - partícula contendo substâncias voláteis, inertes e carbono;
  - a emissão de matéria volátil dependendo da temperatura da partícula ( $T_p$ );
  - a transmissão de calor entre partículas e gás ocorrendo por condutividade térmica e por radiação;

As hipóteses simplificadas são: o gás e as partículas possuem a mesma velocidade ( $W$ ) e o fluxo é unidimensional; as

partículas possuem forma esférica e todas com o mesmo diâmetro ( $d_p$ ); a condutividade térmica dentro da partícula é infinitamente grande; não há interação entre partículas; o consumo de resíduos será considerado proporcional ao consumo de carbono e pressão (P) é constante.

## MODELO MATEMÁTICO

**Submodelos.** O modelo matemático elaborado inclui como submodelos:

1. A devolatilização do carvão (Kobayashi et al., 1976):

$$\frac{dm_v}{dt} = -m_v (0,4K_1 + 0,8K_2) \quad (1)$$

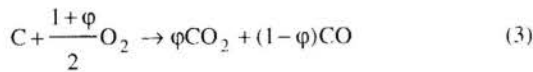
onde:  $K_i = B_i \exp(-E_i / R_o T_p)$ ;  $i = 1, 2$ ;  $B_i, E_i$  - parâmetros cinéticos;  $t$  - tempo;  $R_o$  - constante universal de gás no sistema SI.

2. A oxidação do carbono na superfície externa do carvão (Monson et al., 1996). Esta reação superficial heterogênea para uma única partícula é representada pela equação do consumo de carbono:

$$\frac{dm_c}{dt} = -A_k \exp\left(\frac{-E_k}{R_o T_p}\right) P_{O_2}^{0,5} A_{cp} \quad (2)$$

onde:  $A_k$  e  $E_k$  - parâmetros cinéticos;  $m_v, m_c, m_R$  - massas dos voláteis de carbono e de resíduo em uma partícula, respectivamente;  $P_{O_2}$  - pressão parcial do oxidante;  $A_{cp}$  - área do carbono na superfície da partícula.

3. A transformação do "char" em CO e CO<sub>2</sub> na superfície da partícula. Esta transformação é uma função da temperatura e é refletida pela reação heterogênea (Monson et al., 1996 e Saastamoinen et al., 1996):



onde a razão entre CO e CO<sub>2</sub> ( $\varphi$ ) é dada por:

$$\frac{1-\varphi}{\varphi} = A_c \exp(-E_c / R_o T_p) \quad (4)$$

sendo  $A_c$  e  $E_c$  parâmetros cinéticos.

4. A alteração da composição do meio gasoso (Krioukov, 1995). Onde um sistema reagente é composto de  $n$  substâncias individuais  $A_1, A_2, \dots, A_n$  entre as quais ocorrem  $m$  reações elementares reversíveis:

$$\sum_i v_{ij} A_i \rightleftharpoons \sum_i v_{ij} A_i \quad i=1\dots n; \quad j=1\dots m; \quad (5)$$

( $v_{ij}, v_{ij}'$  - coeficientes estequiométricos dos reagentes) e "r" reações unilaterais que imitam a troca de massa:

$$\sum_i v_{is} A_i \rightarrow \sum_i v_{is} A_i; \quad s = (m+1), \dots, (m+r); \quad (6)$$

as equações da cinética química são apresentadas na forma:

$$\frac{d\gamma_i}{dx} = \frac{1}{W} \left( -c^{\gamma_i} \sum_j v_{ij} \Omega_j + \sum_q \sum_j v_{ij} \Omega_j \right) \quad (7)$$

$$\sum_i r_i = \sum_i c^{-\gamma_i} = 1 \quad (8)$$

onde:

$$\Omega_j = k_j \left( \frac{P}{RT_g} \right)^{\bar{m}_j} \exp\left(-\sum_q n_{qj} \gamma_q\right) \quad j=1\dots(2m+r);$$

$$\gamma_i = -\ln r_i; \quad \bar{m}_j = m_j - 1 + \sum_q n_{qj}; \quad i, q = 1, \dots, n;$$

$m_j$  - índice de participação da partícula catalítica M na reação j ( $m_j = 1$  ou  $m_j = 0$ );  $R$  - constante universal de gás na sistema tradicional de unidades para a cinética química ( $R=1,987$ );  $r_i$  - frações molares do meio gasoso;

$$v_{ij} = v_{is} - v_{is}'; \quad n_{ij} = v_{is}; \quad j = s; \quad s = 1, \dots, m;$$

$$v_{ij} = v_{is} - v_{is}'; \quad n_{ij} = v_{is}'; \quad j = s+m; \quad s = 1, \dots, m;$$

$$v_{ij} = v_{is} - v_{is}'; \quad n_{ij} = v_{is}'; \quad j = s+m; \quad s = (m+1), \dots, (m+r);$$

De acordo com estas designações as direções diretas têm os números  $j = 1, \dots, m$ ; as direções inversas:  $j = (m+1), \dots, 2m$  e as reações de troca de massa  $j = (2m+1), \dots, (2m+r)$ .

**Equações Principais.** Baseando-se nestes submodelos foi criado o modelo matemático. As suas principais equações foram obtidas com algumas correlações auxiliares:

Consumo de partículas ( $G_p$ ) e de número ( $N_p$ ) de partículas por unidade de área:

$$G_p = m_p N_p W; \quad N_p W = f_p = \text{const.} \quad (9)$$

onde:  $m_p$  - massa da partícula.

Consumo total ( $G_\Sigma$ ) por unidade da área: carvão ( $G_p$ ) + meio gasoso ( $G_g$ ):

$$G_\Sigma = (G_p + G_g) = \text{const.} \quad (10)$$

Consumo relativo de voláteis, de carbono, de resíduos:

$$\bar{G}_v = \frac{f_p m_v}{G_\Sigma}; \quad \bar{G}_c = \frac{f_p m_c}{G_\Sigma}; \quad \bar{G}_R = \frac{f_p m_R}{G_\Sigma}; \quad (11)$$

Utilizando estas correlações pode-se escrever:

1) Equação do consumo de matéria volátil:

$$\frac{d\bar{G}_v}{dx} = -\frac{\bar{G}_v}{W} (0,4K_1 + 0,8K_2) \equiv f_v; \quad (12)$$

onde:  $x$  - coordenada corrente ao longo de canal.

2) Equação do consumo (queima) de carbono. Baseando-se na equação (2) e sabendo que:

$$A_{cp} = 4,836 \cdot \frac{m_c}{\rho_c} \left/ \left( \sum_s \frac{m_s}{\rho_s} \right)^{\frac{1}{3}} \right. \quad (13)$$

onde:  $s \in V, C, R$  - índice generalizado das frações do carvão (V - voláteis; C - carbono; R - resíduos).

Utilizando (9-11) e simplificando obtém-se a equação da queima do carbono:

$$\frac{d\bar{G}_C}{dx} = -\frac{4,836}{W} P_{O_2}^{0,5} A_k \exp\left(\frac{-E_k}{R_o T_p}\right) \left(\frac{f_p}{G_\Sigma}\right)^{\frac{1}{3}} \times \left(\frac{\bar{G}_C}{\rho_C}\right) \left/\left(\sum_s \frac{\bar{G}_s}{\rho_s}\right)\right. \equiv f_C; \quad (14)$$

3) Equação do consumo de resíduos. Como o consumo de resíduos é proporcional ao consumo de carbono pode-se escrever:

$$\frac{d\bar{G}_R}{dx} = f_C \frac{\bar{G}_R}{\bar{G}_C} \frac{\rho_C}{\rho_R} \equiv f_R \quad (15)$$

4) Equação da temperatura da partícula. Foi obtida baseando-se em Tang et al. (1988). Levando em conta que :

$$A_p = 4,836 \left(\frac{f_p}{G_\Sigma}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\sum_s \frac{\bar{G}_s}{\rho_s}\right)^{\frac{2}{3}}; \quad C_\Sigma = \frac{\sum_s \bar{G}_s \cdot C_s}{\sum_s \bar{G}_s}$$

onde :  $C_x$  - calor específico médio da partícula;  $C_s$  - calor específico da s-ésima fração da partícula;  $A_p$  - área total da partícula; pode-se escrever (sem dedução):

$$\frac{dT_p}{dx} = \frac{\frac{4,836}{W} \left(\frac{f_p}{G_\Sigma}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\sum_s \frac{\bar{G}_s}{\rho_s}\right)^{\frac{2}{3}} \left[\bar{h}(T_g - T_p) - \sigma \varepsilon (T_p^4 - T_k^4)\right]}{C_\Sigma (\bar{G}_V + \bar{G}_C + \bar{G}_R)} + \frac{+f_V L_V - f_C \left[ (1-\varphi) \frac{\Delta H_{CO}^+}{\mu_C} + \varphi \frac{\Delta H_{CO_2}^+}{\mu_C} \right]}{C_\Sigma (\bar{G}_V + \bar{G}_C + \bar{G}_R)} \equiv f_{T_p}; \quad (16)$$

onde :  $\bar{h}$  - coeficiente de transmissão de calor;  $\sigma$  - constante de Stefan - Boltzmann;  $\varepsilon$  - emissividade;  $L_V$  - calor latente de voláteis;  $T_k$  - temperatura das paredes;  $\mu_C$  - massa molecular do carbono;  $\Delta H_{CO}^+$ ,  $\Delta H_{CO_2}^+$  - calores de formação das substâncias CO e CO<sub>2</sub>.

5) Equação calorífica. Apresentada em Krioukov (1995), liga temperatura, composição ( $r_i$ ) e entalpia do gás ( $H_g$ ):

$$F_T \equiv T_g - T^{ap} - \frac{\sum (H_g \mu_i - H_i^{ap}) r_i}{\sum C_{pi} r_i} = 0 \quad (17)$$

onde :  $H_i^{ap}$ ,  $C_{pi}$  e  $\mu_i$  - entalpia de "apoio", calor específico e massa molecular de i-ésima substância gasosa.

6) Equação da conservação de massa para toda a mistura. Para o consumo de gás tem-se:

$$G_g = \rho_g W(1 - A_{kp}); \quad (18)$$

onde:  $A_{kp}$  é a área ocupada por partículas de carvão numa unidade da área do canal.

Então na base da correlação (10) e da equação de estado pode-se escrever :

$$F_W \equiv \sum_s \bar{G}_s + \frac{P\mu_g}{R_o T_g} \frac{W}{G_\Sigma} - \frac{P\mu_g}{R_o T_g} \sum_s \frac{\bar{G}_s}{\rho_s} - 1 = 0; \quad (19)$$

7) Equação da energia para todo o fluxo. Deduzida como sendo o somatório dos produtos das entalpias pelos respectivos consumos por área, isto é:

$$\sum H_s G_s + H_g \rho W(1 - A_{kp}) = H_g^0 G_g^0 + H_p^0 G_p^0 = H_\Sigma; \quad (20)$$

onde o índice "0" corresponde ao estado inicial.

Transformando (20) para consumos relativos, pode-se escrever:

$$F_H \equiv \sum H_s \bar{G}_s + \frac{H_g P\mu_g W}{R_o T_g G_\Sigma} - \frac{H_g P\mu_g}{R_o T_g} \sum_s \frac{\bar{G}_s}{\rho_s} - \frac{H_\Sigma}{G_\Sigma} = 0 \quad (21)$$

onde :  $H_s$  - entalpia de s-ésima fração do carvão.

8) Equação da formação de CO e CO<sub>2</sub> (4) na superfície da partícula. Reescrita na forma preferível para algoritmização:

$$F_\varphi \equiv \frac{1-\varphi}{\varphi} - A_\varphi \exp(-E_\varphi / R_o T_p) = 0; \quad (22)$$

9) Equações da alteração da composição no meio gasoso (7-8):

No resultado o modelo matemático contém (n + 8) equações diferenciais-algébicas((12), (14), (15), (16), (17), (19), (21), (22) e n-equações da alteração da composição no meio gasoso (7), (8)) com o mesmo número de incógnitas:  $\gamma_i, \bar{G}_V, \bar{G}_C, \bar{G}_R, T_p, T_g, W, H_g, \varphi$ .

**Reações de Troca de Massa.** No meio reagente ocorrem alguns processos de troca de massa entre o carvão e o meio gasoso, a saber: devolatilização, combustão do carbono com liberação de CO e CO<sub>2</sub>, absorção de O<sub>2</sub> e liberação de resíduos para o meio gasoso. Neste modelo estes processos estão representados por "reações" de troca de massa para encaixá-los nos quadros da cinética química. Este modo possui uma vantagem considerável pois viabiliza a invariância do algoritmo em relação a composição do carvão. Faz-se necessário escreve-las em forma simbólica e deduzir as fórmulas para suas constantes de velocidade. Tem-se que assumir três tipos de reações:

1. Reações de troca de massa para a matéria volátil. Considerando que a velocidade de devolatilização de uma partícula é  $\frac{dm_V}{dt}$ , que o número de partículas por m<sup>3</sup> é  $N_p$  e o volume do gás em 1m<sup>3</sup> é dado por:  $1 - \sum_s \bar{G}_s$  para a velocidade total da devolatilização ( $W_V$ ) pode-se escrever:

$$W_V = -\frac{\frac{dm_V}{dt} N_p}{1 - \sum_s \bar{G}_s} \left[ \frac{Kg}{m^3 s} \right]; \quad (23)$$

Levando em conta que :

$$\frac{dm_V}{dt} = \frac{W dm_V}{dx} = \frac{W G_\Sigma}{f_p} \frac{d\bar{G}_V}{dx}; \quad (24)$$

obtem-se:



$$W_V = - \frac{G_{\Sigma}}{1 - \sum_s \bar{G}_s} \frac{d\bar{G}_V}{dx} \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3 \text{s}} \right]; \quad (25)$$

Daqui para i-ésima substância volátil obtém-se:

$$W_{V_i} = g_{v_i} W_V; \quad (26)$$

onde:  $g_{v_i}$  - fração mássica da i-ésima substância volátil; ou no sistema tradicional utilizado na cinética química:

$$W_{V_i} = -0,001 \frac{g_{v_i}}{\mu_i} \frac{G_{\Sigma}}{1 - \sum_s \bar{G}_s} \frac{d\bar{G}_V}{dx} \left[ \frac{\text{gmol}}{\text{cm}^3 \text{s}} \right]; \quad (27)$$

A fórmula (27) não inclui as concentrações das substâncias gasosas, por isto, o processo de devolatilização apresenta-se pelo o conjunto de reações:  $\rightarrow V_i$  de ordem zero com as constantes "de velocidade de devolatilização":  $k_{v_i} = W_{v_i}$ .

2. Reações de troca de massa para a combustão do carbono. Baseando-se na equação (2) para uma partícula pode-se escrever, que a velocidade de queima do carbono ( $W_C$ ) numa unidade de volume do meio reagente é:

$$W_C = A_r A_C \exp\left(\frac{-E_C}{RT_p}\right) (R_o C_{O_2} T_g)^{0,5} \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3 \text{s}} \right] \quad (28)$$

onde:  $A_r$  é a superfície total de carbono na superfície de todas as partículas de carvão na unidade de volume ( $P_{O_2}$  foi substituído pela concentração  $C_{O_2}$ ). A equação (28) está escrita no sistema SI. É preciso transformá-la para o sistema tradicional utilizado na cinética química ( $\text{gmol}, \text{cm}^3, \text{s}, \text{cal}$ ).

$$W_C = 9,06 \cdot 10^{-3} \frac{A_r}{\mu_C} A_C T_g^{0,5} \exp\left(\frac{-E_C}{RT_p}\right) C_{O_2}^{0,5} \quad (29)$$

onde:  $W_C$  é dado em  $\text{gmol}/(\text{cm}^3 \text{s})$ ;  $C_{O_2}$  é dado em  $\text{gmol}/\text{cm}^3$ . Nestes termos,  $W_C$  pode ser interpretada como a velocidade de alguma reação química de ordem 0,5 e pode ser escrita como:

$$W_C = k_C C_{O_2}^{0,5}; \quad (30)$$

com

$$k_C = 9,06 \cdot 10^{-3} \frac{A_r}{\mu_C} A_C T_g^{0,5} \exp\left(\frac{-E_C}{RT_p}\right); \quad (31)$$

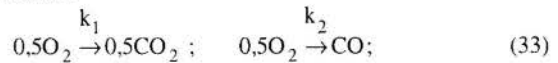
Neste momento, é necessário escolher a forma simbólica para as reações de troca de massa que simulam: o processo de combustão do carbono; a absorção de  $O_2$ ; a formação de CO e  $CO_2$  e ainda determinar as constantes de velocidade correspondentes. Para que isto seja possível deve-se utilizar o valor de  $k_C$ , já conhecido, as leis da cinética química e a expressão (3) para a reação total de combustão.

Sendo assim, deve-se ter as seguintes velocidades:

$$W_{O_2} = -\left(\frac{1+\varphi}{2}\right) k_C C_{O_2}^{0,5}; \quad W_{CO_2} = \varphi k_C C_{O_2}^{0,5};$$

$$W_{CO} = (1-\varphi) k_C C_{O_2}^{0,5} \quad (32)$$

Analisando-as pode-se escrever as fórmulas das reações de troca de massa:



com constantes:

$$k_1 = 2\varphi k_C; \quad k_2 = (1-\varphi) k_C; \quad (34)$$

Então, escolhendo  $k_1$  e  $k_2$  na forma de (34) obtém-se consonância com a reação (3).

3. Reações de troca de massa para a liberação de resíduos. Podem ser apresentadas (sem dedução) na seguinte forma:



com a constante de velocidade  $k_{3_i}$ .

$$k_{3_i} = k_C g_{R_i} \left( \frac{\mu_C \bar{G}_R \rho_C}{\mu_{R_i} \bar{G}_C \rho_R} \right); \quad (36)$$

onde:  $R_i$  é o símbolo da i-ésima substância dos resíduos.

#### ALGORITMO DE RESOLUÇÃO

Na descrição da aplicação do método admite-se que o sistema de equações algébrico-diferenciais seja:

$$\frac{dx_i}{dt} = f(<x_k>); \quad i = 1..n, \quad k = 1, \dots, q \\ F_i(<x_k>) = 0 \quad i = n+1, \dots, q; \quad (37)$$

com dados iniciais:  $x_i(t=0) = x_i^0$ , onde:  $<x_k> \equiv x_1, x_2, \dots, x_q$ .

De acordo com o esquema de Pirumov (Pirumov e Kamsolov, 1966), que é análogo ao método de Gear(1971), as equações diferenciais do sistema (37) no n-ésimo passo de integração tornam-se:

$$F_i^{n+1} \equiv x_i^{n+1} - x_i^n - h(Sf_i(<x_k^n>) + (1-S)f_i(<x_k^{n+1}>)) = 0 \quad (38)$$

onde:  $x_i^n$  e  $x_i^{n+1}$  são os valores de  $x_i$  no início e no fim do passo "h"; S é o parâmetro de aproximação (S=0,4 para diminuir as oscilações provocadas por erros de resoluções em passos anteriores da integração). Como as equações (38) são algébricas não lineares com incógnitas  $x_i^{n+1}$  para resolvê-las utiliza-se o método de Newton:

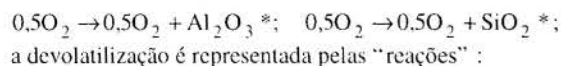
$$x_i^{n+1, m+1} = x_i^{n+1, m} - \Delta x_i^{n+1, m}; \quad i, k = 1, \dots, q; \quad (39)$$

onde  $\Delta x_i^{n+1, m}$  será determinado por:

$$\left[ \frac{\partial F_i}{\partial x_k} \right] \Delta x_i^{n+1, m} = F_k^m; \quad (40)$$

Com base no algoritmo foi criado o aplicativo e foram realizadas pesquisas numéricas. O oxidante é o ar. O combustível é o carvão do tipo linhito, composto por 20% de matéria volátil, 70% de carbono fixo e 10% de resíduos. Propõe-se que a matéria volátil seja composta por :  $CH_4 = 70\%$  e  $C_2H_2 = 30\%$  e os resíduos formados por:  $Al_2O_3^* = 60\%$  e  $SiO_2^* = 40\%$ .

Na fase gasosa, inclui-se no meio reagente as substâncias: N,  $N_2$ , NO,  $NO_2$ , NH,  $NH_3$ ,  $NH_3$ , HNO,  $H_2O_2$ ,  $N_2O$ , H,  $H_2$ , O,  $O_2$ , C, CO, OH,  $CH_4$ ,  $CH_2$ ,  $CH_3$ , HCO,  $H_2CO$ ,  $C_2H$ ,  $HO_2$ ,  $C_2H_6$ ,  $C_2H_5$ ,  $C_2H_3$ ,  $C_2H_4$ ,  $C_2H_2$ ,  $CO_2$ , Al, Si,  $Al_2O_3^*$ ,  $SiO_2^*$  (\* - índice de substância condensada) e o mecanismo das transformações inclui 120 reações. O mecanismo foi escolhido baseando-se nos trabalhos Westbrook et al. (1984) e Aravin et al. (1982). Entre as reações foram incluídas as reações de combustão do carbono na superfície da partícula (33) e as de liberação de resíduos (35):



Como regime básico foram escolhidos parâmetros com os respectivos valores:  $G_{comb} = 0,01 \text{ Kg/s}$ ;  $\alpha_{ox} = 1,2$ ;

$d_p = 100\mu\text{m}$ ;  $T_g^0 = 1200 \text{ K}$ ;  $T_p^0 = 300 \text{ K}$ .

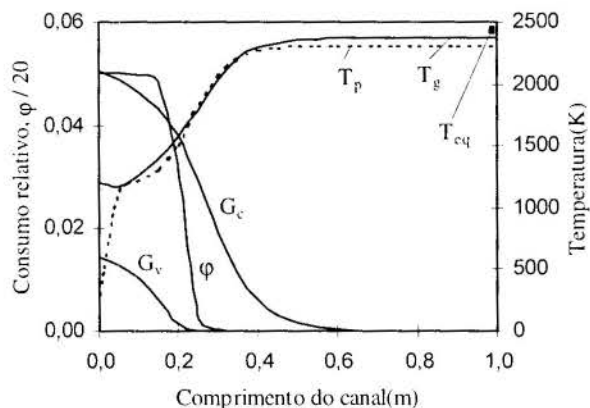


Figura 3 - Alteração das características do fluxo ao longo do canal (regime básico)

Na figura 3 observa-se que para a queima total da partícula é necessária a distância de 65 cm. Mas a matéria volátil é consumida nos primeiros 25cm. Como pode-se observar, o aquecimento inicial da partícula  $T_p$ , ocorre por conta da redução da  $T_g$ . Nesta etapa ocorre a devolatilização do  $CH_4$  e  $C_2H_2$ . Eles saindo para o meio gasoso começam reagir com o oxidante, aumentando a temperatura do gás. Graças ao aumento da  $T_g$ , tem início a combustão do carbono na superfície da partícula que aumenta a temperatura da partícula e do gás. Também devido ao gradiente considerável da temperatura a função  $\phi$ , que mede a razão entre  $CO_2$  e  $CO$  na superfície da partícula, cai rapidamente (de 1 à 0) na região da  $T_g = 1500...2000K$ . Então no início do processo forma-se principalmente  $CO_2$  e no final somente  $CO$ , mas  $CO$  não é encontrado em concentrações grandes no meio gasoso, pois com a alta temperatura a sua conversão para  $CO_2$  é facilitada. O ponto  $T_{eq}$  (temperatura de equilíbrio químico dos produtos de combustão) indica que o processo de combustão na fase gasosa encerra-se no fim do canal.

Na figura 4 é mostrado a alteração das frações molares das substâncias  $CO$ ,  $CO_2$ ,  $NO$ ,  $H_2$ , e  $O_2$  ao longo do canal. Também evidencia-se que a combustão encerra após 60cm, devido ao oxidante  $O_2$  não sofre alterações.

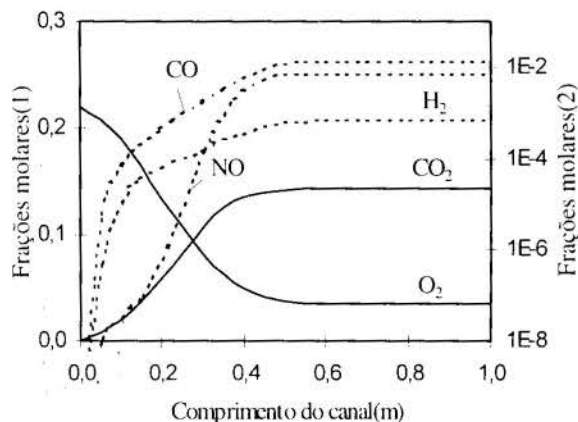


Figura 4 - Alteração da composição do meio gasoso ao longo do canal (regime básico); — escala (1); — escala (2)

Percebe-se ainda na figura 4 uma grande concentração de  $NO - 7400 \text{ ppm}$ , pois a temperatura é alta no fim do canal. Observa-se facilmente onde está a zona de combustão, devido as grandes mudanças nas frações molares das substâncias. No final da combustão, o carbono reduz a velocidade de queima (Fig.3, distância entre 0,4...0,6m) devido a redução na concentração de  $O_2$  no meio gasoso (de 22% a 4%).

Mantendo os parâmetros já citados no regime básico, efetuam-se várias simulações variando o diâmetro das partículas de  $100\mu\text{m}$  até  $500\mu\text{m}$ .

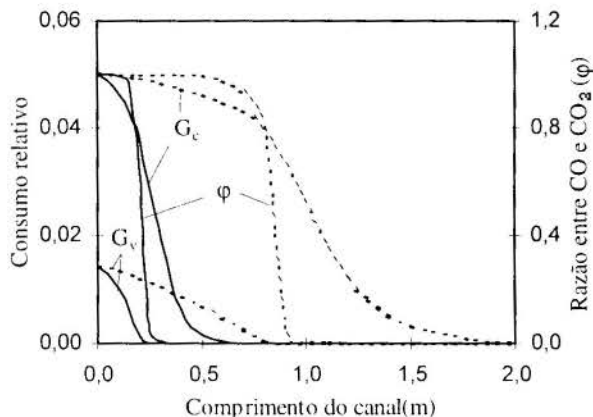


Figura 5 - Comparação no período de combustão e função  $\phi$  para partículas: —  $100\mu\text{m}$  e —  $300\mu\text{m}$ .

A figura 5 faz uma comparação entre a distância necessária para a devolatilização, a queima completa do carbono e a função  $\phi$  para o fluxo com partículas de  $100\mu\text{m}$  e  $300\mu\text{m}$ . Pode-se observar que o processo ocorre mais lentamente, sendo necessários praticamente 2m para que a combustão se complete. A função  $\phi$  para  $300\mu\text{m}$  permanece estável para distância longa, se comparado com  $\phi$  para o caso de  $100\mu\text{m}$ , mas possui caráter semelhante no intervalo de 1 a 0.

Na figura 6 observa-se variações das temperaturas do gás e partículas ao longo do canal para vários valores do  $d_p$ . Como pode-se notar, para  $300\mu\text{m}$  as temperaturas evoluem bem mais

lentamente, no entanto a temperatura do gás atinge o mesmo valor final para ambos os casos. Existe diferença  $\Delta T_{gp} = T_g - T_p$  mais considerável entre as temperaturas do que no caso  $d_p = 100\mu\text{m}$ . No intervalo de  $x=0...0,8\text{m}$  tem-se  $\Delta T_{gp} > 0$ ; no intervalo de  $x=0,8...1,2\text{m}$  já  $\Delta T_{gp} < 0$  e no intervalo de  $x=1,2...1,6$  de novo  $\Delta T_{gp} > 0$ .

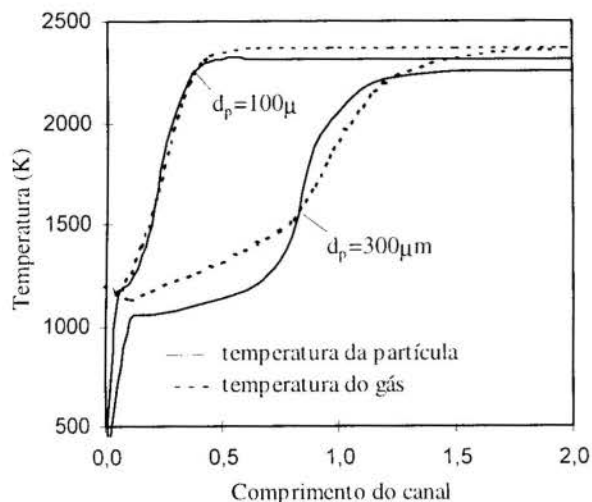


Figura 6 - Evolução da  $T_g$  e  $T_p$  (para as variantes  $d_p = 100\mu\text{m}$  e  $d_p = 300\mu\text{m}$ ).

Estas particularidades pode-se explicar do seguinte modo:

- intervalo  $x = 0...0,8\text{m}$ : ocorre principalmente o processo de devolatilização que provoca a combustão somente no meio gasoso com aumento da  $T_g$ , e o aquecimento da partícula (que possui tamanho relativamente considerável) realiza-se lentamente por transferência de calor do meio gasoso, que condiciona  $\Delta T_{gp} > 0$ ;
- intervalo  $x = 0,8...1,2\text{m}$ : a devolatilização praticamente terminou e o fenômeno predominante é a combustão do carbono da partícula ( $\phi = 1$ ) com a formação de  $\text{CO}_2$  na sua superfície. Neste caso o calor gerado é consumido para o aquecimento da partícula e o  $\text{CO}_2$  (sendo produto de combustão como  $\text{H}_2\text{O}$ ) saindo para o meio gasoso não provoca reações com geração de calor. No resultado  $T_p$  aumenta rapidamente e tem-se  $\Delta T_{gp} < 0$ .
- intervalo  $x = 1,2...1,6$ : devido ao alto nível da temperatura a função  $\phi \rightarrow 0$ . Neste caso a combustão do carbono realiza-se com a formação de  $\text{CO}$  e o calor gerado na superfície da partícula é menor do que no caso do  $\text{CO}_2$ . Ao mesmo tempo o  $\text{CO}$  (sendo substância intermediária) saindo do meio gasoso provoca reações com  $\text{O}_2$  (com geração de calor dentro do gás). No resultado  $T_g$  aumenta e condiciona  $\Delta T_{gp} > 0$ .

## CONCLUSÕES

- Foi criado o esquema físico dos processos de combustão do carvão pulverizado em fluxo reagente que considera a devolatilização, combustão do carbono, liberação de resíduos, reações químicas em fase gasosa, etc.
- Foi realizado o modelo matemático, o algoritmo e o aplicativo, os quais são invariantes em relação ao meio gasoso e a composição do carvão.
- As simulações numéricas mostraram a utilidade do modelo e como resultados pode-se destacar: a possibilidade de prever a emissão de poluentes; a passagem brusca de fase da formação do  $\text{CO}_2$  à fase de formação do  $\text{CO}$  (na superfície do carvão) e a existência da zona quando  $T_p$  supera  $T_g$ .

4. É necessário melhorar o modelo para considerar: a variedade de diâmetros das partículas; a diferença entre a velocidade do carvão e do meio gasoso e a mistura com pedras calcárias.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio do Conselho Nacional da Pesquisa (Brasil).

## REFERÊNCIAS

- Aravin, G.S., Vlassov, P.A., e Karasevich, J.K., 1982, "A Investigação do Mecanismo de Ionização Química em Condições da Oxidação com Alta-Temperatura do Metano", *Física do Combustão e da Explosão*, N1, pp.49-57.
- Gear C. W., 1971, "The automatic integration of ordinary differential equations", *Communication of ACM*, v.14, N3 pp.185-190.
- Krioukov, V.G., 1995, "Modelagem Matemática para Emissão de Poluentes", *Anais do COBEM-CIDIM/95*, Belo Horizonte - MG.
- Krioukov, V.G., et al., 1997, "Combustão e Escoamento em Instalações Energéticas: Modelagem, Energia, Ecologia", *Ianys-K, Ed. 3*, Moscou, Rússia, 300p.
- Kobayashi, H., Howard, J.B., e Sarofim, A.F., 1976, "Coal Devolatilization at High Temperatures", *Proceedings, 17 th Inter. Symp. on Combustion, The Combustion Institute*, p. 441.
- Monson, R.C., et al., 1995, "Char Oxidation at Elevated Pressures", *Combustion and Flame*, N100.
- Pirumov, U.G., e Kamsolov, V.N., 1966, "Cálculo dos escoamentos não equilibrados em tubearias", *Boletim da AC USSR, Mecânica de Fluido e gás*, N6, pp. 25-33.
- Saastamoinen, J.J., Veras, C.A.G., e Carvalho, Jr., J.A., 1996, "Effect on Pressure on Single Particle Combustion Rate", *Proceedings, 6 th Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences*, Florianopolis -SC, pp. 225-230.
- Tang, B. e Ohtake, K., 1988, "Computer Simulation and NO Formation in Pulverized-Coal Combustion", em *Coal Combust. Science and Tecnology of Industrial and Utility Applications*, Ed. Hemisphere Publishing Corporation, pp. 199-206.
- Theis, I.M., 1996, "Limites Energéticos do Desenvolvimento", Ed. da FURB, Blumenau.
- Westbrook, C.K., e Dryer, F.L., 1984, "Chemical Kinetic Modelling of Hydrocarbon Combustion", *Progress Energy Combustion Sci*, N10, vol. 10, pp. 1-57.

## ABSTRACT

In this work propose a mathematical model destined to the pulverized coal combustion in a reacting flow. The model is composed by equations of the chemical kinetics in the exponential form, concomitant equations and of mass change. In him we took into account the composition of the particle, the devolatilization and the transformation of  $\text{CO}$  and  $\text{CO}_2$  as function of the temperature, as well as the detailed mechanism of the chemical reactions in the gaseous way. The numeric researches indicate: larger consumption rate for the volatile ones in relation to the carbon; abrupt passage of the formation of  $\text{CO}_2$  for exclusive formation of  $\text{CO}$ ; great rates of concentration of  $\text{NO}$  and  $\text{CO}$  at the end of the process.

**MODELAGEM DOS SISTEMAS QUIMICAMENTE EQUILIBRADOS  
APLICANDO OS MÉTODOS DAS "GRANDES MOLÉCULAS" E DO "MEIO  
LOCAL REAGENTE"**

**Ângela P. Spilimbergo, Cleusa J. Auth, Raísa L. Iskhakova**

Departamento de Física, Estatística e Matemática

Universidade de Ijuí

Caixa Postal 560 - 98.700-000 - Ijuí - Rs - Brasil

RESUMO

*Este trabalho destina-se ao estudo das propriedades dos produtos de combustão de diferentes combustíveis utilizados em instalações energéticas como fornalhas para a secagem de grãos e propulsores. Para calculá-las aplica-se o modelo de processos quimicamente equilibrados em conjunto com o método das "grandes moléculas" e com o método do "meio local reagente". Foram realizados cálculos para produtos de combustão de vários bipropelentes em intervalo amplo do coeficiente de excesso do oxidante, da pressão na câmara e da taxa de expansão do fluxo em uma tubeira. Também foram obtidas informações sobre as propriedades dos produtos de combustão com "ar" de alguns combustíveis de biomassa e madeira.*

INTRODUÇÃO

Os processos de combustão em diferentes instalações energéticas, como por exemplo propulsores e fornalhas para secagem de grãos, são descritos freqüentemente por modelos quimicamente equilibrados. Entre esses modelos os mais conhecidos são Alemassov et al. (1980) e Gordon e McBride (1971). Para a elaboração do projeto e conseqüentemente a construção dessas instalações é necessário o conhecimento das principais propriedades dos produtos de combustão e para calculá-las, neste trabalho, foi utilizado o modelo Alemassov et al. (1980) em conjunto com os métodos do "meio local reagente" (MLR) e das "grandes moléculas" (GM).

DESCRIÇÃO DO MODELO

O modelo "Alemassov et al. (1980)" está descrito detalhadamente, na língua portuguesa, em Spilimbergo e Iskhakova (1996) e em Auth e Iskhakova (1996). Ele é constituído basicamente por três tipos de equações:

- da dissociação das moléculas (e radicais) nos átomos:

$$\ln P_j - \sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot \ln P_i + \ln K_j = 0 \quad (1)$$

onde  $P_i$  e  $P_j$  são as pressões parciais dos átomos "i" e moléculas (radicais) "j",  $a_{ij}$  é a quantidade de átomos tipo "i" numa molécula (radical) "j" e  $K_j$  é a constante de dissociação.

- da conservação da quantidade de átomos nos produtos de combustão:

$$\ln \left( \sum_{i=1}^m a_{ij} \cdot P_j + P_i \right) - \ln M_p - \ln b_{ip} = 0 \quad (2)$$

onde  $M_p$  é a quantidade de moles do bipropelente que são necessários para assegurar  $P_q = n_q$  ( $P_q$  e  $n_q$  são

respectivamente, a pressão parcial e a quantidade dos moles da q-ésima substância dos produtos de combustão) e  $b_{ip}$  é a quantidade do átomo "i" na fórmula condicional do bipropelente. - de Dalton:

$$\ln \left( \sum_{q=1}^{m+n} P_q \right) - \ln P = 0 \quad (3)$$

onde  $P$  é a pressão total do sistema.

Se são conhecidos os valores  $P$  e  $T$  (temperatura) é possível determinar as grandezas  $P_i$ ,  $P_j$  e  $M_p$ , e a seguir determinar também as propriedades dos produtos de combustão (Spilimbergo, A. P. e Iskhakova, R. L., 1996).

Para determinar o conteúdo da fase condensada, Alemassov et al. (1980) e Gordon e McBride (1971), tradicionalmente, é utilizado o método "clássico" De acordo com ele, a fase condensada surge se a pressão parcial da substância for maior que a pressão do vapor saturado ( $P_q > P_s^v$ ), quando isto acontece considera-se que a pressão parcial da substância é igual a pressão do vapor saturado ( $P_q = P_s^v$ ) e que, o restante da substância forma a fase condensada. Por exemplo, para um meio reagente que contém, entre outras, as substâncias  $CO_2$ ,  $CO$ ,  $C_s$  (vapor) e  $C^*$  (o símbolo \* indica substância condensada), a equação da conservação dos átomos C é dada por:

$$\ln \left( P_{CO_2} + P_{CO} + P_{C_s} + P_{C^*} \right) - \ln M_p - \ln b_{cp} = 0$$

e além disso a relação

$$\ln P_{C_s} = \frac{S_{C_s}^o - S_{C^*}^o}{R_o} - \frac{H_{C_s} - H_{C^*}}{R_o \cdot T} \quad (4)$$

( $H$  e  $S$  - entalpia e entropia molar;  $R_o$  - constante universal de gás) deve ser incluída no sistema formado pelas equações (1)-(3). A equação (4), distingue-se da equação típica da dissociação (1) e



ocasiona dificuldades no algoritmo. Devido a isso, foi incluído na resolução do sistema (1) - (3) o "método das grande moléculas" (GM), que elimina esta dificuldade.

Para não piorar a convergência e não complicar o algoritmo, é razoável apresentar a equação (4) na forma correspondente a das equações de dissociação. Imaginando-se que uma fase condensada (esta fase possuindo os valores  $H^*$  e  $S^*$ ) esteja no "estado gasoso"  $C_1^*$  (ou seja, as moléculas separadas umas das outras) e esta "fase" esteja em equilíbrio com a fase gasosa real ( $C_s$ ), neste caso pode-se escrever formalmente uma equação "da dissociação" da fase  $C_1^*$  na fase  $C_s$ :

$$\ln P_{C_s} - \ln P_{C_1^*} = \ln K_{C_1^*} = \frac{S_{C_s}^0 - S_{C_1^*}^0}{R_0} - \frac{H_{C_s} - H_{C_1^*}}{R_0 \cdot T} \quad (5)$$

A equação (5) corresponde, completamente, às regras de formação das equações de dissociação (1) e asseguram boa convergência dos cálculos e invariância do modelo, em relação as substâncias condensadas. Mas comparando (4) e (5), obtém-se um erro nos resultados, pois o valor de  $\ln P_{C_1^*}$  é considerável.

Admitindo-se então, que, cada molécula condensada consiste de  $n$ -moléculas do tipo  $C^*$  (ou seja, a fase condensada é representada pelas moléculas do tipo  $C_n^*$ ), tem-se

$H_{C_n^*} = n \cdot H_{C^*}$ ;  $S_{C_n^*}^0 = n \cdot S_{C^*}^0$  e a equação de dissociação  $C_n^*$  pode ser escrita na forma:

$$\ln P_{C_s} - \frac{\ln P_{C_n^*}}{n} = \frac{S_{C_s}^0 - S_{C_n^*}^0}{R_0} - \frac{H_{C_s} - H_{C_n^*}}{R_0 \cdot T} \quad (6)$$

Se  $n \rightarrow \infty$  a equação (6), será idêntica à equação (4).

No modelo Alemassov (1980) foi incluído o conceito de "meio local reagente" (MLR). Frequentemente em câmaras de combustão, e como consequência em fornalhas e tubearias, o processo de combustão não se realiza totalmente devido a mistura não ser uniforme, ou seja, alguma parte do combustível e/ou do oxidante pode não participar do processo de combustão. Por exemplo, para fornalhas é possível ocorrer este fato quando alguma parte do carbono não queima, mas cai junto com a cinza na fase condensada; para tubearias, como regra, no fluxo reagente quase-regular existem jatos finos (até 10% do consumo total) os quais contêm oxidante e combustível em diferentes proporções. Nestas situações surge o problema de avaliação da alteração de várias características, como por exemplo  $r_q$  e  $T$  entre outras.

Tradicionalmente, a avaliação destas alterações é realizada com base na diminuição da entalpia do bipropelente, admitindo que, parte da energia "desaparece". Este procedimento pode avaliar a temperatura dos produtos de combustão, mas apresenta erros consideráveis, na composição dos produtos de combustão. O método do MLR não apresenta esta falha.

O método do MLR será mostrado no exemplo do bipropelente: " $O_2 + H_2$ ". Admite-se que, além do meio reagente principal ( $H$ ,  $O$ ,  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $OH$ ,  $H_2O$ ), existe na câmara de combustão uma pequena zona de escoamento que contém somente o combustível ( $H_2$ ) e que possui temperatura igual a do meio principal. Admitindo-se que 90% do  $H_2$  fica no meio principal e 10% no meio local, é evidente que o meio local inclui só os átomos ( $H$ ) e moléculas ( $H_2$ ) do hidrogênio. Para distingui-los das mesmas substâncias que estão no meio principal são utilizados novos símbolos:  $H_x$  e  $H_{x_2}$ . A entalpia do combustível ( $I_c$ ) não se altera mas sua fórmula condicional deverá se apresentar na forma:  $[H_{1,8}H_{x_0,2}]$  e o meio reagente

total (principal + local) fica sendo:  $H$ ,  $O$ ,  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $OH$ ,  $H_2O$ ,  $H_x$  e  $H_{x_2}$ .

O algoritmo e o aplicativo são invariantes e por isso automaticamente o sistema de equações (1) e (2) será complementado pela:

a) a equação da dissociação do  $H_{x_2}$ :

$$\ln P_{H_{x_2}} - 2 \ln P_{H_x} + \ln K_{H_{x_2}} = 0$$

b) a equação da conservação do átomo  $H_x$ :

$$\ln (2 P_{H_{x_2}} + P_{H_x}) - \ln M_p - \ln b_{H_x} = 0$$

e a equação de Dalton será alterada para:

$$P_{H_2} + P_H + P_{O_2} + P_O + P_{H_2O} + P_{H_x} + P_{H_{x_2}} = P$$

Resolvendo o sistema formado, obtém-se os valores necessários para a determinação da composição e das características dos produtos de combustão do meio reagente total (principal + local).

Este exemplo mostra que o método do MLR é de simples utilização, praticamente não exige alterações no aplicativo e amplia a zona de aplicação.

Entretanto, as propriedades do MLR ( $P_i, P_{ij}$ ) são calculadas no meio local para  $P_1$  e as propriedades do meio principal ( $P_{2i}, P_{2j}$ ) para  $P_2$ , onde:  $P_1$  e  $P_2$  - pressões parciais do MLR e do meio principal, respectivamente, e

$$P_1 = \sum P_{1q} \quad P_2 = \sum P_{2q} \quad P = P_1 + P_2 \quad (7)$$

Mas a dissociação em cada meio reagente ocorre com pressão  $P$ , e por isso, é necessário avaliar o erro ocorrido. As equações corretas do equilíbrio químico para ambos meios reagentes com pressão  $P$  são dadas por:

a) meio local reagente

$$\prod_i \tilde{P}_{1i}^{a_{ij}} / \tilde{P}_{1j} = K_{1j} \quad i=1, \dots, m_1; j=1, \dots, l_1$$

$$\sum_j a_{ij} n_{1j} + n_{1i} = b_{1ip} \quad \frac{\tilde{P}_{1q}}{\tilde{P}_{1r}} = \frac{n_{1q}}{n_{1r}} \quad (8)$$

( $f$  - índice de uma substância básica, como por exemplo  $N_2$ )

$$\sum_q \tilde{P}_{1q} = P \quad q=1, \dots, (m_1 + l_1)$$

b) meio principal

$$\prod_i \tilde{P}_{2i}^{a_{ij}} / \tilde{P}_{2j} = K_{2j} \quad i=1, \dots, m_2; j=1, \dots, l_2$$

$$\sum_j a_{ij} n_{2j} + n_{2i} = b_{2ip} \quad \frac{\tilde{P}_{2q}}{\tilde{P}_{2r}} = \frac{n_{2q}}{n_{2r}} \quad (9)$$

$$\sum_q \tilde{P}_{2q} = P \quad q=1, \dots, (m_2 + l_2)$$

c) Equação da energia para o meio total

$$\frac{\sum_q n_{1q} H_{1q} + \sum_q n_{2q} H_{2q}}{\sum_q n_{1q} + \sum_q n_{2q}} = H_T \quad (10)$$

onde  $\tilde{P}_{1i}, \tilde{P}_{1j}, n_{1i}, n_{1j}$  e  $\tilde{P}_{2i}, \tilde{P}_{2j}, n_{2i}, n_{2j}$  são, respectivamente, propriedades dos meios local e principal com pressão  $P$ ;  $m_1, l_1$  e  $m_2, l_2$  são, respectivamente, números de átomos e substâncias moleculares nos meios local e principal.

Para resolver o problema utilizando o aplicativo disponível (sem a utilização do MLR) é necessário realizar as seguintes operações:

1. Para determinada temperatura  $T$  resolver separadamente os sistemas (8) e (9), determinando as propriedades do meio local e do meio principal, respectivamente.
2. Utilizando a equação (10) determinar o incremento  $\Delta T$  da temperatura e corrigi-la.
3. Novamente resolver as equações (8) e (9) e determinar as propriedades.
4. Novamente determinar o incremento da temperatura e corrigi-la, e assim por diante, até que o valor  $\Delta T < \delta$  (onde  $\delta$  é determinado previamente).
5. Determinar os valores das pressões parciais  $P_{1i}, P_{1j}, P_{2i}$  e  $P_{2j}$  no meio total pelas relações:

$$P_{1q} = \tilde{P}_{1q} \cdot P_1 / P \quad P_{2q} = \tilde{P}_{2q} \cdot P_2 / P.$$

Realizando a renumeração dos tipos de átomos e de moléculas (radicais), depois de transformações simples reescreve-se (8) e (9) na forma:

$$\frac{\prod_i P_{1i}^{a_{ij}}}{P_j} = K_{1j} \left( \frac{P_1}{P} \right)^{\sum_j a_{ij} - 1} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, m_1 \\ j = 1, \dots, l_1 \end{matrix}$$

$$\frac{\prod_i P_{2i}^{a_{ij}}}{P_j} = K_{2j} \left( \frac{P_2}{P} \right)^{\sum_j a_{ij} - 1} \quad \begin{matrix} i = (m_1 + 1), \dots, (m_1 + m_2) \\ j = (l_1 + 1), \dots, (l_1 + l_2) \end{matrix}$$

$$\sum_j a_{ij} n_{1j} + n_{1i} = b_{1ip} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, m_1 \\ j = 1, \dots, l_1 \end{matrix}$$

$$\sum_j a_{ij} n_{2j} + n_{2i} = b_{2ip} \quad \begin{matrix} i = (m_1 + 1), \dots, (m_1 + m_2) \\ j = (l_1 + 1), \dots, (l_1 + l_2) \end{matrix}$$

$$\sum P_{1i} + \sum P_{1j} + \sum P_{2i} + \sum P_{2j} = P$$

$$\frac{P_{1q}}{P_{1f}} = \frac{n_{1q}}{n_{1f}}; \quad q = 1, \dots, (m_1 + l_1), q \neq f$$

$$\frac{P_{2q}}{P_{1f}} = \frac{n_{2q}}{n_{1f}}; \quad q = m_1 + l_1 + 1, \dots, (m_1 + l_1 + m_2 + l_2), q \neq f$$

enquanto que a equação (10) não se modifica. Pode-se observar que este sistema de equações distingue-se do sistema de equações que utiliza o MLR pelos multiplicadores

$$\left( \frac{P_1}{P} \right)^{\sum_j a_{ij} - 1} \quad \text{e} \quad \left( \frac{P_2}{P} \right)^{\sum_j a_{ij} - 1}$$

nas equações de dissociação.

Exatamente essa distinção condiciona o erro do método do MLR e para eliminá-lo pode-se propor o seguinte algoritmo:

1. Cálculo utilizando o método MLR com as constantes  $K_{1j}, K_{2j}$ .

2. Determinação de  $P_1$  e  $P_2$  pelas correlações (7).
3. Correção das constantes de dissociação:

$$K'_{1j} = K_{1j} \left( \frac{P_1}{P} \right)^{\sum_j a_{ij} - 1}, \quad K'_{2j} = K_{2j} \left( \frac{P_2}{P} \right)^{\sum_j a_{ij} - 1}$$

4. Cálculo com constantes  $K'_{1j}, K'_{2j}$  e assim por diante.

Então, para buscar a resolução correta, é necessária a aplicação reiterada do método MLR com a correção das constantes de dissociação em cada iteração.

Estes cálculos foram realizados para diferentes bipropelentes e verificou-se que após a primeira iteração as alterações na composição e características dos produtos de combustão são insignificantes (em intervalos reais de existência de meios locais). Devido a isso, não tem sentido corrigir o aplicativo de acordo com o algoritmo acima. Mas para controlar o erro, é necessário ter alguma forma de avaliá-lo utilizando as informações do cálculo tradicional do equilíbrio químico. Uma das variantes possíveis de avaliação do erro pode ser com base na fórmula de alteração das frações molares em função da pressão:

$$r_{kq} = r_{kq}^0 \left( 1 + \frac{P_k - P}{P} \left( \left( \frac{\partial \ln P_{kq}}{\partial \ln P} \right)_T - 1 \right) \right)$$

onde  $k=1$  para o MLR e  $k=2$  para o meio principal.

## SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Foi realizado um considerável volume de simulações numéricas e alguns dos resultados obtidos estão descritos a seguir.

### 1. Bipropelente "lenha-eucalipto + ar"

Para esse bipropelente as fórmulas condicionais do combustível e do oxidante são respectivamente  $[C_{4,02}H_{5,92}O_{2,80}N_{0,04}Si_{0,02}]$  e  $[N_{52}O_{14}Ar_{0,31}]$  (Jenkins, 1990).

Freqüentemente, parte do combustível utilizado nas instalações energéticas não queima devido a defeitos de construção. Em particular, em fornalhas, como regra, nem todos os componentes da lenha que poderiam queimar, queimam. Normalmente a parte não queimada contém apenas carbono (C), é conveniente considerar a influência deste tipo de combustão nas propriedades dos produtos de combustão.

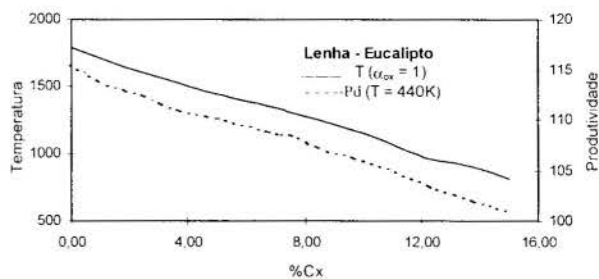


Figura 1 - Influência da combustão incompleta na  $T(K)$  e  $Pd$  ( $kg_{ar}/kg_c$ ) da fornalha

Com base no método do MLR realizou-se cálculos para a combustão incompleta deste bipropelente considerando o MLR formado por carbono, com uma variação de 5 a 15%, e o meio reagente total formado por: meio principal - H, O, N, C, Ar, Si,

CO, OH, NO, S, H<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, CH<sub>4</sub>, N<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>, SiO<sub>2</sub>, SO<sub>3</sub>, SiO<sub>2</sub>\* e C\* e o meio local - Cx e Cx\*.

Os cálculos foram realizados para  $P = 10^5 \text{ Pa}$ ,  $I_{ox} = 1 \text{ KJ/kg}$  e  $I_c = -5786 \text{ KJ/kg}$  ( $I_{ox}$  - entalpia do oxidante).

A Fig. 1 mostra a influência da combustão incompleta do carbono nas características: temperatura (T) e produtividade da fornalha (Pd). Observa-se que a influência do carbono não queimado é considerável para a temperatura.

## 2. Bipropelente "lixo urbano + ar".

Devido a urbanização do país, aumenta o volume de produção de vários tipos de resíduos vegetais (papelão, papel, cartolina, etc.) que podem ser utilizados para a queima em instalações. Em maior escala tem-se a quantidade de lixo urbano, como resultado da vida em sociedade nas grandes cidades. Um dos destinos possíveis é queimá-los. Para construir instalações com esse objetivo é necessário conhecer as propriedades dos seus produtos de combustão.

Neste trabalho foram realizados cálculos considerando como oxidante o ar e como combustíveis dois tipos de lixo urbano: lixo municipal 1 (L1) e lixo municipal 2 (L2), cujas fórmulas condicionais (Jenkins, 1990) são dadas por:

- L1:  $[C_{3,96} H_{6,00} O_{2,45} N_{0,11} Si_{0,20}]$ ;
- L2:  $[C_{2,83} H_{4,60} O_{2,66} N_{0,08} Si_{0,63}]$ .

Todos os cálculos foram realizados para  $P = 10^5 \text{ Pa}$ ,  $I_{ox} = 1 \text{ KJ/kg}$ ,  $I_{c1} = -6542 \text{ KJ/kg}$  e  $I_{c2} = -10612 \text{ KJ/kg}$  e o meio reagente composto por: H, O, N, C, Ar, Si, CO, OH, NO, S, H<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, CH<sub>4</sub>, N<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>, SO<sub>2</sub>, SO<sub>3</sub>, SiO<sub>2</sub>\* e C\*.

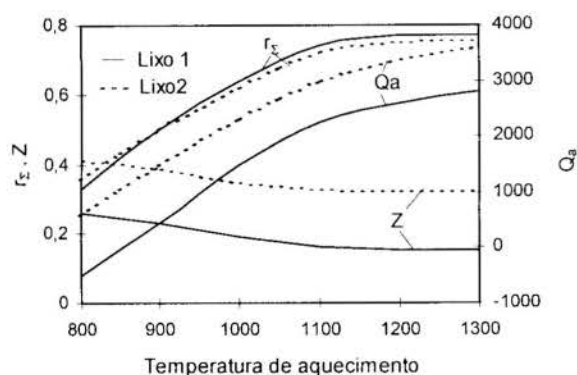


Figura 2 - Alteração das propriedades dos produtos de combustão, em aquecimento ( $\alpha_{ox} = 0,2$ )

Pelos resultados, das pesquisas realizadas, é evidente que, para  $\alpha_{ox} \ll 1$  ( $\alpha_{ox}$  - coeficiente de excesso do oxidante) forma-se uma quantidade considerável de gases combustíveis (CO, H<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub>), que podem ser utilizados como combustível gasoso, ou para outros objetivos industriais. É evidente, que sobre temperaturas não altas (700, ..., 900 K) é difícil organizar a combustão dos combustíveis sólidos (lixo), em condições de falta de oxidante. É necessário realizar este processo sobre temperaturas mais altas, quando pode ocorrer o deslocamento do equilíbrio químico e a mudança na composição. Por isso, há sentido em determinar as propriedades dos produtos de combustão, quando  $\alpha_{ox} \ll 1$  com aumento de temperatura  $T_{aq}$  (admissão independente do calor no processo de combustão).

A Fig. 2 apresenta a mudança da quantidade total de gases combustíveis:  $r_x = r_{(CO)} + r_{(H_2)} + r_{(CH_4)}$  que surgem (quando fica uma quantidade pequena de ar) com aumento da temperatura.

Como é visível,  $r_x$  aumenta essencialmente, com aumento da temperatura, e a fase condensada diminui. Mas, neste caso é preciso alguma quantidade de energia, para aumentar a temperatura dos produtos de combustão.

Nota-se que L2 exige volume maior  $Q_a$  do que L1, mesmo que o somatório da composição dos gases combustíveis para ambos os lixos sejam aproximados.

## 3. Bipropelente " $O_2 + C_{7,2}H_{13,29}$ (Querosene)"

Para esse bipropelente foram realizadas simulações numéricas para avaliar a influência da mistura incompleta nas propriedades dos produtos de combustão. Admitiu-se que 10% do querosene não participa da combustão formando o MLR. Devido a isso, a fórmula condicional do combustível é dada por  $[C_{6,48} H_{11,961} Cx_{0,72} Hx_{1,329}]$  e a fórmula do oxidante não sofre alteração. No meio reagente total foram incluídas as substâncias: meio principal - C, H, O, H<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, OH, H<sub>2</sub>O, CH<sub>4</sub>, CH<sub>3</sub>, CO, CO<sub>2</sub> e C\* e meio local - Cx, Hx, Hx<sub>2</sub>, Cx Hx<sub>4</sub> e Cx\*.

Os cálculos foram realizados para:  $\alpha_{ox} = [0,1; 2]$ ,  $P_{oc} = 5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ ,  $I_{ox} = -398 \text{ KJ/kg}$  e  $I_c = -1948 \text{ KJ/kg}$  (o subscrito "oc" indica parâmetros na câmara de combustão).

A comparação das características  $T_{oc}$ ,  $\mu_{oc}$  (massa molecular) e  $I_{cs}(\epsilon = 100)$  (impulso específico, onde  $\epsilon$  é a taxa de expansão do fluxo ao longo da tubeira) para misturas completa e incompleta está representada na Fig. 3.

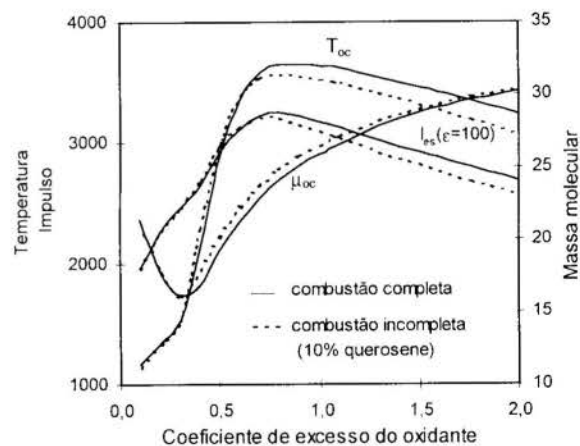


Figura 3 - Influência da combustão incompleta do querosene

Pode-se observar que no intervalo  $\alpha_{ox} = [0,4; 0,6]$  os valores de  $T_{oc}$  e  $I_{cs}$  em condições de mistura incompleta são maiores do que na mistura uniforme. Por exemplo para  $\alpha_{ox} = 0,5$  tem-se  $\delta T_{oc} = -4\%$  e  $\delta I_{cs} = -2\%$  ( $\delta T_{oc}$  e  $\delta I_{cs}$  - erro relativo em relação a temperatura na câmara e ao impulso específico). Mas com o aumento de  $\alpha_{ox}$  estas diferenças sofrem alteração de sinais, em particular:

- para  $\alpha_{ox} = 1$ :  $\delta T_{oc} = 3\%$  e  $\delta I_{cs} = 2,5\%$ ;
- para  $\alpha_{ox} = 1,5$ :  $\delta T_{oc} = 4\%$  e  $\delta I_{cs} = 3\%$ .

Na Fig. 4 estão representadas as dependências de Z e das frações molares ( $r_{H_2} + r_{Hx_2}$ ) em função de  $\alpha_{ox}$ . Para as condições da mistura completa, conforme a variação de  $\alpha_{ox}$

estas características diminuem até zero, mas para a mistura incompleta estas grandezas estão manifestadas até  $\alpha_{ox} \approx 2$ .

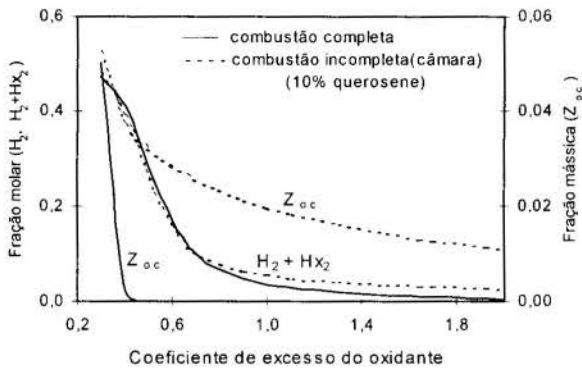


Figura 4 - Dependência de Z e frações molares para misturas completa e incompleta

O MLR pode simular também situações em que somente uma parte do combustível (ou do oxidante) forme o meio local. Por exemplo, para o bipropelente "O<sub>2</sub> + querosene" pode-se simular a hipótese que 10% do carbono do querosene forma o meio local. A parte restante do querosene (incluindo todo o hidrogênio) inclui-se no meio principal. Neste caso, a fórmula condicional do combustível se apresenta como [C<sub>6,48</sub>H<sub>13,29</sub>Cx<sub>0,7</sub>] e o conjunto de substâncias do meio local é Cx e Cx\*.

Na Fig.5 estão representados os resultados do cálculo das características T<sub>oc</sub> · μ<sub>oc</sub> e I<sub>es</sub>(ε = 100) em função do α<sub>ox</sub> para as variantes: mistura uniforme e mistura incompleta (meio local formado por 10% do C).

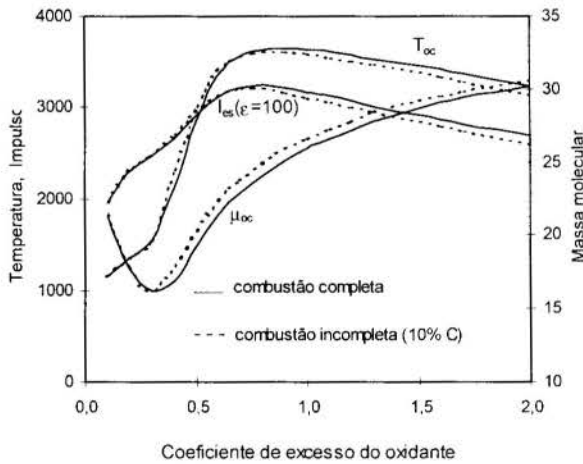


Figura 5 - Influência da combustão incompleta do C

No intervalo  $\alpha_{ox} = [0,3; 0,6]$  tem-se a superação de T<sub>oc</sub> e I<sub>es</sub> para a mistura incompleta em comparação com as condições da mistura uniforme. Por exemplo: para  $\alpha_{ox} = 0,4$  tem-se  $\delta T_{oc} = -8\%$  e  $\delta I_{es} = -1,5\%$ . Mas com o aumento do  $\alpha_{ox}$  ocorre uma "inversão".

#### 4. Bipropelente "C<sub>2</sub>H<sub>8</sub>N<sub>2</sub> + N<sub>2</sub>O<sub>4</sub>"

Para este bipropelente foram simulados diferentes tipos de MLR, sendo que o primeiro deles foi formado por 10% do combustível, ou seja, formados por 10% do C<sub>2</sub>H<sub>8</sub>N<sub>2</sub>.

Neste caso, a fórmula condicional do combustível assumiu a forma [C<sub>1,8</sub>H<sub>7,2</sub>N<sub>1,8</sub>Cx<sub>0,2</sub>Hx<sub>0,8</sub>Nx<sub>0,2</sub>]. No meio principal foram consideradas as substâncias: C, H, O, N, H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>, OH, H<sub>2</sub>O, CO, CO<sub>2</sub>, NO, N<sub>2</sub>, NH<sub>3</sub>, NO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub> e C\* e no meio local foram consideradas: Cx, Hx, Nx, CxHx<sub>4</sub>, Hx<sub>2</sub>, Nx<sub>2</sub>, NxHx<sub>3</sub> e Cx\*.

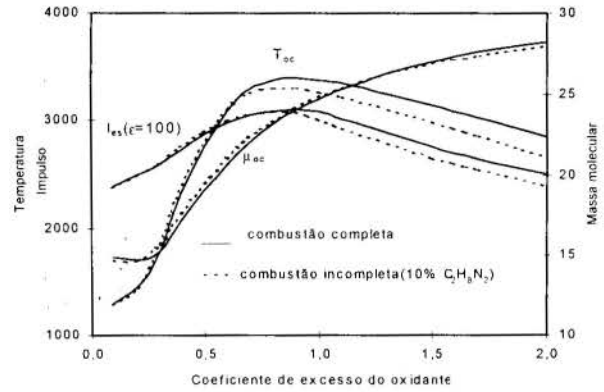


Figura 6 - Influência da combustão incompleta do combustível

Na Fig.6 está representada (P<sub>oc</sub> = 5 · 10<sup>6</sup> Pa) a comparação das características típicas dos produtos de combustão (T<sub>oc</sub> · μ<sub>oc</sub> e I<sub>es</sub>(ε = 100)) em função de α<sub>ox</sub> para misturas completa e incompleta.

Em todo intervalo de variação de α<sub>ox</sub>, a massa molecular média praticamente não se altera ( $\delta \mu_{max} \approx 0,5\%$ ). Para α<sub>ox</sub> variando de 0,2 a 0,7 tanto T<sub>oc</sub> como I<sub>es</sub> são maiores para a mistura incompleta do que para a mistura uniforme. Mas com o aumento de α<sub>ox</sub> a situação é alterada.

A Fig. 7 mostra a comparação das mesmas características para a mistura completa e mistura incompleta (sendo agora o MLR composto por 10% do oxidante). Nesta situação a fórmula condicional do oxidante se apresenta como [N<sub>1,8</sub>O<sub>3,6</sub>Ny<sub>0,2</sub>Oy<sub>0,4</sub>] e o MLR é composto por: Ny, Oy, Ny<sub>2</sub>, Oy<sub>2</sub>, NyOy e NyOy<sub>2</sub>.

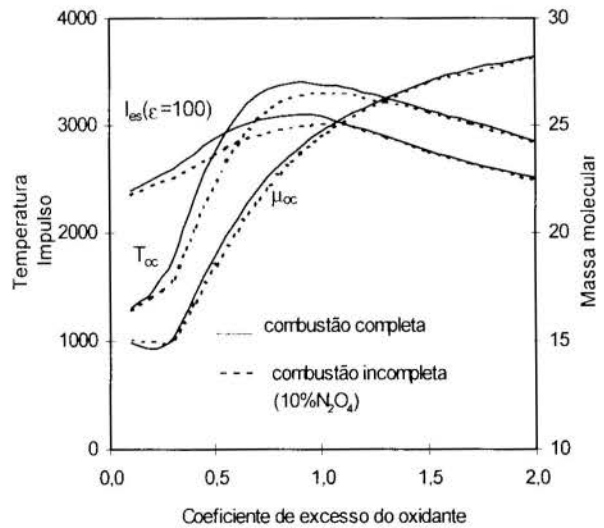


Figura 7 - Influência da combustão incompleta do oxidante



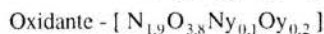
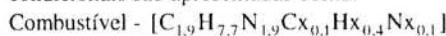
Observa-se que (diferentemente dos resultados mostrados na Fig. 6) para  $\alpha_{ox}$  variando de 1,3 a 2 as características  $T_{oc}$ ,  $\mu_{oc}$  e  $I_{cs}$  praticamente não se distinguem:  $\delta T_{oc} \leq 1\%$ ,  $\delta I_{cs} \leq 0,3\%$  e  $\delta \mu_{oc} \leq 0,3\%$ . Mas com a diminuição de  $\alpha_{ox}$  surgem diferenças consideráveis:

- se  $\alpha_{ox} = 1$ :  $\delta T = 2,5\%$  e  $\delta I_{cs} = 2\%$ ;
- se  $\alpha_{ox} \approx 0,3$ :  $\delta T = 11\%$  e  $\delta I_{cs} = 3\%$ ;

Para  $\alpha_{ox}$  variando no intervalo de 1,3 a 2, existe o excesso de oxidante e os produtos em decomposição deste excesso praticamente não distinguem-se dos produtos de decomposição do MLR, como consequência não distingue-se também as propriedades  $T_{oc}$ ,  $\mu_{oc}$  e  $I_{cs}$ . Por outro lado para  $\alpha_{ox}$  variando no intervalo de 0,1 a 0,3 o oxidante influi pouco nas propriedades dos produtos de combustão pois a quantidade de oxidante é pequena no meio reagente e o combustível é propelente unitário, ou seja, os produtos de sua decomposição determinam as características:  $T_{oc}$ ,  $\mu_{oc}$  e  $I_{cs}$ .

Devido a isso a distribuição do oxidante entre o meio local e o meio principal, não influi nestas características para  $\alpha_{ox} \ll 1$ .

O MLR pode simular não só um meio mas vários meios locais (mas somente um será o principal). Por exemplo, é possível que devido a mistura imperfeita alguns pequenos jatos do combustível e do oxidante não participem no processo de combustão e só decomponham-se. Para simular esta variante é necessário alterar as fórmulas condicionais do oxidante e do combustível, para que os símbolos dos átomos iguais em diferentes meios locais não coincidam. Admitindo-se então, que na câmara de combustão além do meio principal têm-se dois meios locais, o primeiro incluindo 5% do combustível e o segundo incluindo 5% do oxidante. Neste caso, as fórmulas condicionais são apresentadas como:



e as substâncias que constituem os meios locais serão:

- meio local reagente 1 -  $Cx, Hx, Nx, Cx, Hx_4, Hx_2, Nx_2$  e  $NxHx_3$ ;
- meio local reagente 2 -  $Ny, Oy, Ny_2, Oy_2, NyOy$  e  $NyOy_2$ .

A Fig.8 mostra a influência da mistura incompleta nas características principais  $T_{oc}$ ,  $\mu_{oc}$  e  $I_{cs}$  ( $\epsilon = 100$ ). Como é visível, a diferença entre as características dos produtos de combustão na mistura uniforme e na mistura incompleta é praticamente constante em todo intervalo da alteração  $\alpha_{ox}$ .

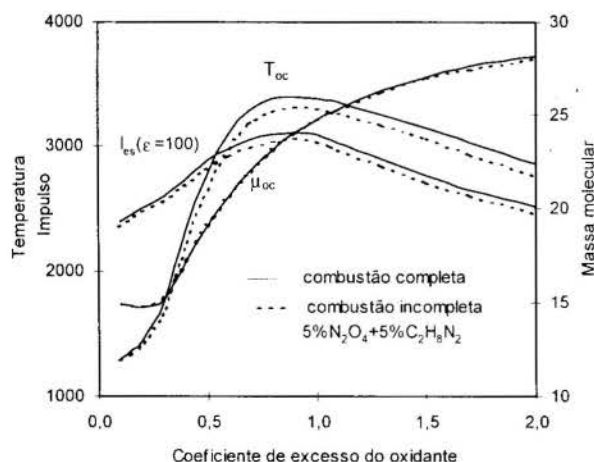


Figura 8 - Influência da combustão incompleta do combustível e oxidante

## CONCLUSÕES

Este trabalho foi desenvolvido partindo-se do problema da modelagem matemática dos processos quimicamente equilibrados, em instalações energéticas. De acordo com o estudo realizado é possível fazer as seguintes considerações finais:

- o modelo (Alemassov et al., 1980) foi complementado com o método do "meio local reagente". Ele é mais correto (do que o método da diminuição da entalpia) para avaliar a influência da mistura incompleta de combustível e/ou oxidante nas características termodinâmicas e energéticas;
- o método das GM faz com que ao surgir fase condensada, não se tenha que fazer alterações no aplicativo disponível, pois através dele cada fase condensada comporta-se como na fase gasosa, ou seja cada fase condensada simula um conjunto de GM;
- foram realizados cálculos para determinar as propriedades dos produtos de combustão de alguns bipropelentes entre eles: "lenha-eucalipto +ar", "lixo urbano+ar", " $O_2 + C_{7,2}H_{13,29}$ " e " $C_2H_8N_2 + N_2O_4$ ".

## REFERÊNCIAS

- Alemassov, V. E., Dregalin, A. F. e Tishin, A. P., 1980, "Teoria de Propulsores", Mashinostroenie, Moscou. 240 p.
- Alemassov, V. E., et al., 1973, "Propriedades Termodinâmicas e Termofísicas dos Produtos de combustão", Guia, Vol 3, VINITI, Moscou.
- Auth, C. J. e Iskhakova, R. L., 1996, "Pesquisa das Propriedades Termodinâmicas e Termofísicas dos Produtos de Combustão de Biomassa", Anais do 6º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas e 6º Congresso Latino-americano de Transferência de Calor e Matéria, Florianópolis, SC.
- Gordon, S. e McBride, B. J., 1971, "NASA SP273 - Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions, Rocket Performance, Incident and Reflected Shocks, and Chapman-Jouguet Detonations", NASA, Washington. 245 p.
- Jenkins, B. M., 1990, "Fuel Properties for Biomass Materials", International Symposium on Application and Management of the Energy in Agriculture, Indiana.
- Spilimbergo, A. P., Iskhakova, R. L., 1996, "Modelagem e Pesquisa dos Escoamentos Reagentes em Tubo", Anais do 6º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas e 6º Congresso Latino-americano de Transferência de Calor e Matéria, Florianópolis, SC.

## ABSTRACT

This paper aims at studying the combustion byproducts properties of different fuels used in energetic installations such as furnaces for drying the grains and turbo-propellers. In order to calculate them it is used the model of chemically balanced processes together with the method of "great molecules" and with the "reacting local environment" method. Calculation were carried out to combustion byproducts of several bipropelles in long interval of the oxidating excess coefficient, of the pressure in chamber and of the flow expansion rate in a nozzle. Information were also obtained about the combustion byproducts properties with "air" of some biomass fuels and wood.

## EFFECT OF AMBIENT PRESSURE AND OXYGEN CONCENTRATION ON DROPLET BURNING CHARACTERISTICS UNDER MICROGRAVITY

**Mario Niwa**

IAE - CTA, 12.228-904 São José dos Campos - SP - Brasil

**Jun'ichi Sato**

Ishikawajima-Harima Heavy Industries Co., Ltd. Toyosu, Koto-ku 135, Japan

**Mitsuhiro Tsue and Michikata Kono**

The University of Tokyo, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113, Japan

### SUMMARY

*To study the effects of pressure and oxygen concentration of ambient gas on droplet burning characteristics, microgravity experiment was carried out by using a drop tower. To change the ambient oxygen concentration, nitrogen-diluted air was used. The ambient pressure was varied from 0.1 to about 3.5 MPa. *n*-heptane was used as a fuel. Droplet burning features, flame diameter and burning time were considered in the study.*

### INTRODUCTION

Studies on the spherically symmetrical burning of single fuel droplet have been conducted for decades, both experimentally and theoretically in view of their usefulness to gain insight on mechanisms governing complex heterogeneous combustion systems (Williams, 1973; Faeth, 1977 and Law, 1988). A significant amount of these studies has been devoted to the processes occurring under high temperature and high pressure conditions, which simulate the environment of a practical combustor (Givler and Abraham, 1995). However, considerable uncertainty and unexplored subjects still remain mainly due to the difficulties to carry out experiments simulating these ambient conditions.

Faeth et al. (1969) showed that the measured burning time, the time from ignition to burnout, for *n*-decane droplet with initial diameter of 0.6 to 1.0 mm burning under microgravity condition in quiescent air at ambient pressures up to around 14 MPa, exhibits a minimum near the critical pressure of the fuel and increases as the pressure is changed in either direction. Sato et al. (1990) studied experimentally *n*-octane droplet combustion employing similar techniques and the same initial droplet size range, and confirmed the former results. Shuen et al. (1992) performed numerical simulations of a burning *n*-pentane droplet in quiescent air using a single-step global reaction mechanism. Calculations for 1 mm droplets were in agreement with previous experimental results, indicating a minimum burning time near the critical pressure of the fuel. Daou et al. (1995) performed numerical simulation of supercritical burning of liquid oxygen droplet in quiescent hydrogen and found that the burning time was almost independent of the ambient pressure.

The trends observed experimentally for *n*-octane and *n*-decane and theoretical predictions for *n*-pentane indicate that minimum in burning time occurs near the critical pressure of the fuel. This trend, however, is not followed by liquid oxygen case and therefore can not be considered as general. This peculiar phenomena for burning time with ambient pressure indicates that a rather complex transition of controlling processes is occurring under these conditions.

Taking into account that all the previous works (Faeth et al., 1969 and Sato et al., 1990) considered only air as the ambient gas, the present microgravity experiment was

conducted to explore the effect of dilution of high-pressure ambient air with inert gas on droplet burning time. Droplet burning features and flame diameter were also considered at these conditions.

### EXPERIMENTAL APPARATUS AND METHODOLOGY

**General Description.** Microgravity conditions of 1.4-s duration were attained by using KONSTUM H-2 drop tower of 10 m in height, of Department of Aeronautics and Astronautics of University of Tokyo. The experimental apparatus and methodology used here follow basically those of previous works (Sato et al., 1990 and Mikami et al., 1994), and thus, only a short description is provided.

Fuel droplet with initial diameter of about 0.8 mm was suspended at the tip end of a 0.125-mm diameter silica fiber. The suspended droplet was nearly elliptical in shape, therefore an equivalent diameter was used as the droplet diameter;  $d = (a^2b)^{1/3}$ , where  $a$  and  $b$  are the maximum diameters of the droplet, in the directions perpendicular and parallel to the longitudinal axis of the silica fiber, respectively. The initial temperatures of the droplet and the surrounding gas were about 298 K. A hot wire was used to ignite the droplet. Ambient gas pressure was varied from 0.1 to about 3.5 MPa. Pure air and nitrogen-diluted air was used as the ambient gas.

A 16-mm cine camera of 60 frames per second was used for shadow photographs of droplet and soot, and for direct photographs of flame.

In the present work, ignition was defined in the photograph as the instant of appearance of any luminosity that surrounds the droplet, and burnout as the instant when the luminosity became invisible.

### RESULTS AND DISCUSSION

**Droplet Burning Features.** The evaluation of flame diameter and burning time required systematic changing of the ambient gas conditions, by increasing the pressure and (or) diluting the air with nitrogen. The comparison of the pictures obtained at these different conditions have shown that the flame characteristics change considerably in several aspects,

namely in luminosity of yellow luminous flame, in opacity of dark soot layer in the region between the flame and the droplet surface (soot shell) and in shape due to partial deformation of spherical flame.

In general, it can be said that for *n*-heptane droplet burning in air or nitrogen-diluted air, an increase in ambient pressure tends to increase the opacity of soot shell. For example, for droplet burning in air at pressures above 0.5 MPa bright yellow luminous flame and opaque soot shell do not allow droplet viewing. For pressures above 1.0 MPa, approximately, the flame, initially spherical, is deformed during the burning. The limit for droplet viewing can be shifted to a higher pressure condition by reducing the ambient oxygen concentration. The condition for sootless burning however, can be attained only at narrow combinations of ambient pressure and oxygen concentration.

Figure 1 shows a typical case where droplet viewing through the soot shell became possible due to a reduction in ambient oxygen concentration. This result is valuable because it confirms the possibility to evaluate the droplet burning rate constant at high pressures, for spherically symmetrical flame. Former similar result (Chauveau et al., 1993) was obtained during a parabolic flight, where the measurement of droplet size was possible because the residual gravity was strong enough to sweep the soot away from the droplet surface. In Figure 1, the pictures (a) and (c) show the direct photographs of flame (yellow luminous flame) and (b) and (d) the shadow photographs of the soot shell (opaque) and the droplet with soot shell, respectively.

To complete the understanding of the relation between the ambient gas condition and the droplet burning features however, further detailed experiment is necessary.

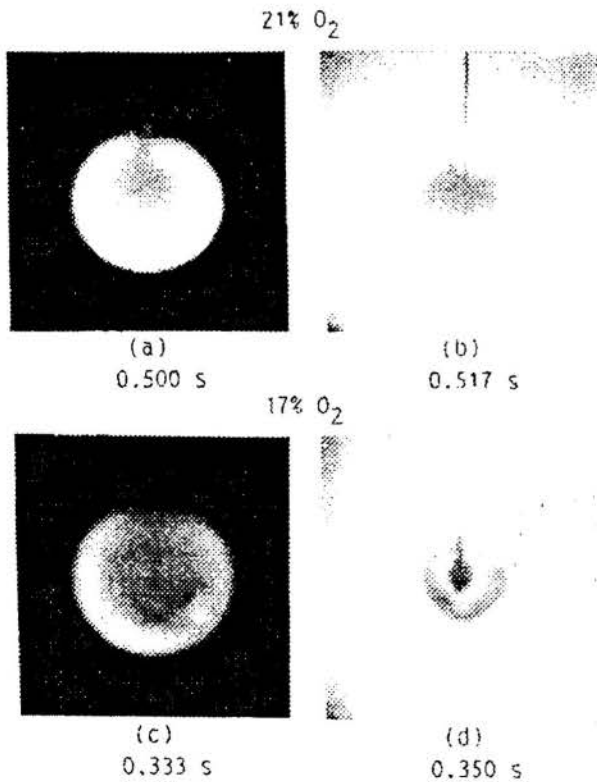


Figure 1 – Two sequential photographs of burning droplet. (The number under the pictures indicates the time from ignition).

**Flame Diameter.** The blue flame was too faint to be observed in the pictures throughout the ambient conditions considered in the experiment. In some ambient conditions, the intense luminosity of yellow luminous flame worsened the conditions for identification of blue flame position.

In our previous work (Mikami et al., 1994), a study was made on location of blue flame relative to yellow luminous flame. According to this work, the relative position between blue flame and outer edge of yellow luminous zone presents pressure dependence, mainly for normalized pressure  $P/P_{cr}$  (ambient pressure by critical pressure of fuel) below 0.4. For the qualitative analysis of flame diameter conducted here, this difference in position is negligible, therefore diameter of outer edge of yellow luminous zone instead of blue flame was taken as the flame diameter  $D_f$ . As discussed previously, the flame was not completely spherical in some ambient conditions. In this case the mean diameter of yellow luminous flame was taken as the flame diameter.

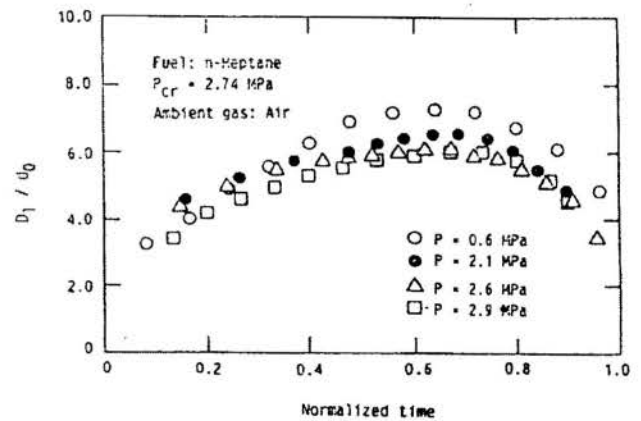


Figure 2 – Variation of normalized flame diameter with time for different ambient pressure.

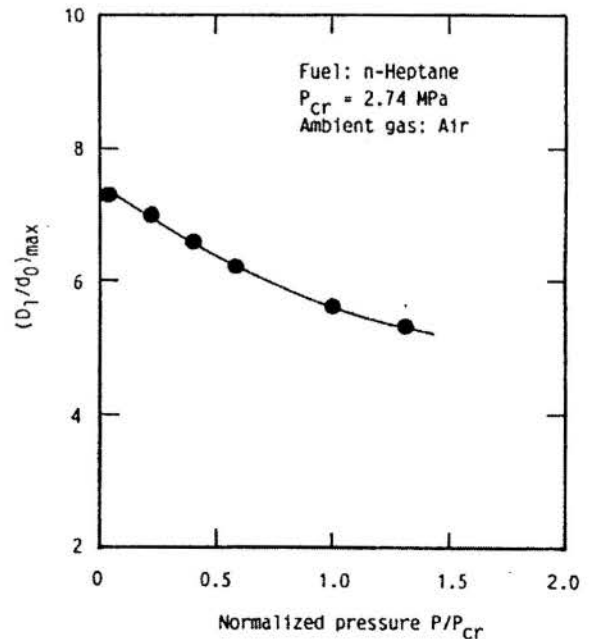


Figure 3 – Effect of ambient pressure on normalized maximum flame diameter.

Figure 2 shows the variation of flame diameter with time for different ambient pressure. The flame diameter and the time counted from ignition are normalized by the initial droplet diameter  $d_0$  and the burning time  $t_b$ , respectively, where  $t_b$  is defined as the time elapsed between ignition and burnout. The flame diameter increases with time, reaches a maximum, and then decreases. An increase in ambient pressure tends to shift the plots downward keeping the same trends. The effect of an increase in ambient pressure on maximum flame diameter is showed in Figure 3.

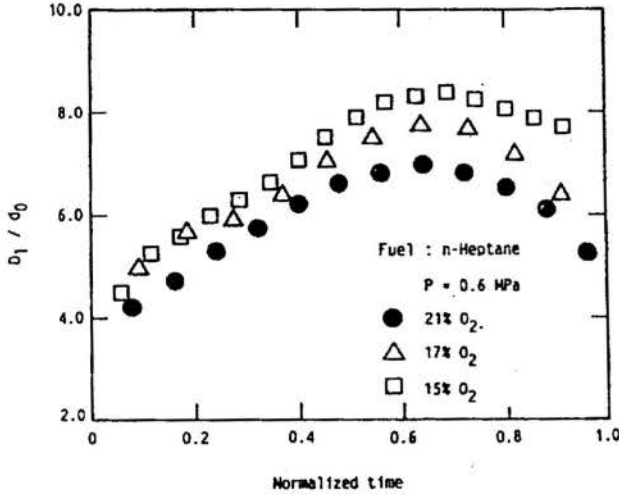


Figure 4 – Variation of normalized flame diameter with time for different ambient oxygen concentrations.

Figure 4 shows the variation of flame diameter with time for different ambient oxygen concentration at a fixed ambient pressure. The trends are similar to those observed in Figure 2. An increase in ambient oxygen concentration tends to shift the plots downward, for the range of pressure considered in the tests. The effect of an increase in ambient oxygen concentration on maximum flame diameter is showed in Figure 5.

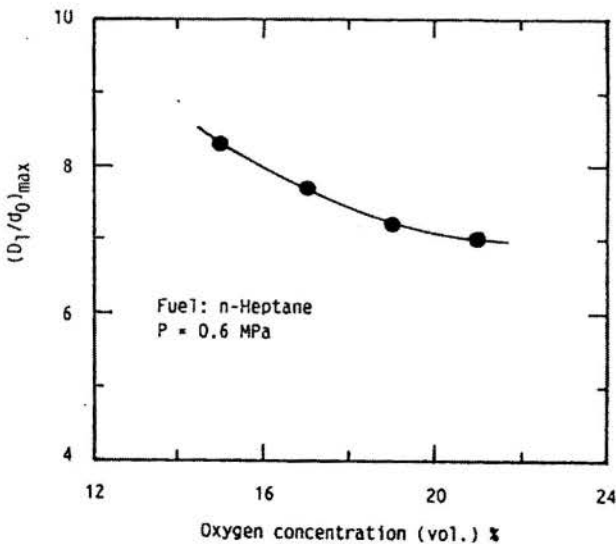


Figure 5 – Effect of ambient oxygen concentration on normalized maximum flame diameter.

**Droplet Burning Time.** Figure 6 shows the variation of burning time with pressure for three different ambient oxygen concentration. The burning time decreases with an increase in the ambient pressure, reaches a minimum value near the critical pressure and then increases, for all three conditions of ambient oxygen concentration. The plots for oxygen concentration of 21% include the burning regime with soot shell for all pressure range and flame deformation for  $P/P_{cr}$  above 0.4, approximately. Similar burning regime is attained for oxygen concentration of 17%, however, in this case the luminosity of yellow luminous flame is weakened. Further reduction in luminosity of yellow luminous flame occurs for burning regime with oxygen concentration of 13% and in this case, soot is almost absent.

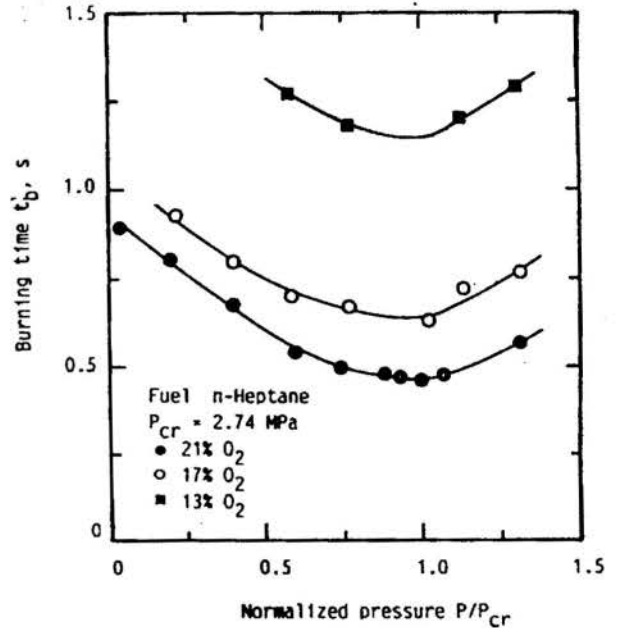


Figure 6 – Effect of ambient pressure on corrected burning time at three different ambient oxygen concentrations. (Corrected to an initial droplet diameter of 0.8 mm).

As suggested by Faeth et al. (1969), in the case of oxygen concentration of 21% (Figure 6), the minimum in the burning time curve near the critical point may be due to the overlapping effects of an increased rate of droplet vaporization and reduced gas-phase diffusion rate with increasing pressure. A change in ambient oxygen concentration however, can affect the flame structure and hence, the burning time in several aspects. Although the classical quasisteady theory (Williams, 1985) becomes inaccurate at high pressures, some results are adopted here because they are helpful as a basis for qualitative discussion about the parameters that can affect the burning process. According to this theory, for infinite reaction rates and zero buoyancy, the value of burning rate constant  $k$  for a liquid fuel droplet in a stagnant ambient of temperature  $T_a$ , pressure  $P$  and oxygen mass fraction  $Y_{O_2}$ , can be expressed as

$$(1)$$

where the transfer number  $B$  is given by



$$B = \frac{1}{L} \left[ \frac{Y_{O_2} q}{i} - c_p (T_b - T_a) \right] \quad (2)$$

Here  $q$  is the heat of combustion per unit mass for the fuel at temperature  $T_a$ ,  $i$  is the stoichiometric oxygen-fuel mass ratio,  $L$  is the latent heat of vaporization of the fuel at its boiling point  $T_b$ ,  $\rho$  is the liquid fuel density at  $T_b$ ,  $c_p$  and  $\lambda$  are the specific heat at constant pressure and the thermal conductivity respectively, for the gases in the inner region of the flame.

In our previous work (Mikami et al., 1994), the dependence of flame temperature on ambient oxygen concentration was studied experimentally. One of the results showed that a change in ambient oxygen concentration from 21% to 14%, for pressure fixed at 0.8 MPa, reduces the flame temperature in about 18%. Reduction in flame temperature not only can affect the temperature in the inner region between the flame and droplet surface, but also the gas composition in the region. Therefore, both  $c_p$  and  $\lambda$  are affected and consequently, the burning rate constant given by Eq. (1) is also affected.

Similarly, generation or elimination of soot shell by changing the oxygen concentration can also affect  $c_p$  and  $\lambda$ , as a result of large radiation and heat capacity introduced by soot in the region. Furthermore, as suggested by Shaw et al. (1987), if the hot particles from the soot shell reach the droplet surface, their contact with the cold droplet can lead to immediate boiling of the droplet.

Besides the effects of ambient oxygen concentration, ambient pressure also produces several effects on the flame structure. A change in ambient pressure alone affects  $T_b$  and consequently  $\rho$ ,  $c_p$ , and  $\lambda$ . A change in pressure affects also  $L$  and this can be one of the main reasons of the dependence of droplet burning rate on pressure. Equations (1) and (2) show that the effect of  $L$  can be small at low pressures but as ambient pressure approaches the critical pressure of the fuel,  $L$  decreases to zero and hence  $k$  rises to infinity.

In spite of all these changes in the properties in the region between the flame and the droplet surface, the results of Figure 6 suggest that the controlling processes that affect the burning time and lead to the transition near the critical pressure of fuel, are not affected qualitatively by a reduction in ambient oxygen concentration.

## CONCLUSION

To study the effects of pressure and oxygen concentration of ambient gas on *n*-heptane droplet burning characteristics, microgravity experiment was conducted by using a drop tower. Air and nitrogen-diluted air were used as the ambient gas in the pressures ranging from 0.1 to about 3.5 MPa. The main conclusions are as follows:

1. Reduction in ambient oxygen concentration can reduce or eliminate the opacity of soot shell, allowing the viewing of burning droplet at high pressures.

2. For a fixed ambient pressure (oxygen concentration), an increase in the ambient oxygen concentration (pressure) decreases the maximum flame diameter.

3. For ambient oxygen concentrations considered in the experiment, the burning time decreases with an increase in the

ambient pressure, reaches a minimum value near the critical pressure and then increases.

## REFERENCES

- Chauveau, C., Chesneau, S., and Gokalp, I., 1993, "Burning Characteristics of *N*-heptane Droplets under Different Regimes", *AIAA Paper*, 93-0824.
- Daou, J., Haldenwang, P., and Nicoli, C., 1995, "Supercritical Burning of Liquid Oxygen (LOX) Droplet with Detailed Chemistry", *Combustion and Flame*, Vol. 101, pp. 153-169.
- Faeth, G. M., 1977, "Current Status of Droplet and Liquid Combustion", *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 3, pp. 191-224.
- Faeth, G. M., Dominicus, D. P., Tulpinsky, J. F., and Olson, D. R., 1969, "Supercritical Bipropellant Droplet Combustion", *Proceedings, Twelfth Symposium (International) on Combustion*, The Combustion Institute, pp. 9-18.
- Givler, S. D., and Abraham, J., 1995, "Supercritical Droplet Vaporization and Combustion Studies", *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 22, pp. 1-28.
- Law, C. K., 1988, "Some Recent Advances in Droplet Combustion", *Proceedings, Third International Colloquium on Drops and Bubbles*, Monterey, CA, pp. 321-337.
- Mikami, M., Niwa, M., Kato, H., Sato, J. e Kono, M., 1994, "Clarification of the Flame Structure of Droplet Burning Based on Temperature Measurement in Microgravity", *Proceedings, Twenty - Fifth Symposium (International) on Combustion*, The Combustion Institute, Pittsburgh, pp. 439-446.
- Sato, J., Tsue, M., Niwa M., and Kono, M., 1990, "Effects of Natural Convection on High-Pressure Droplet Combustion", *Combustion and Flame*, Vol. 82, pp. 142-150.
- Shaw, B. D., Dryer, F. L., Williams, F. A., and Haggard, J. B., 1987, "Sooting and Disruption in Spherically Symmetric Combustion of Decane Droplets in Air", *38<sup>th</sup> Congress of the International Astronautical Federation*, Brighton, U.K.
- Shuen, J. S., Yang, V., and Hsiao, C. C., 1992, "Combustion of Liquid-fuel Droplets in Supercritical Conditions", *Combustion and Flame* Vol. 89, pp. 299-319.
- Sirignano, W. A., 1983, "Fuel Droplet Vaporization and Spray Combustion", *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 9, pp. 291-322.
- Williams, A., 1973, "Combustion of Droplet of Liquid Fuels: A Review", *Combustion and Flame* Vol. 21, pp. 1-31.
- Williams, F. A., 1985, "Combustion Theory", The Benjamin Cummings Publishing Company, Princeton University, California.

## SIMULATION OF IGNITION IN SUPERSONIC H<sub>2</sub>-AIR UNSTEADY MIXING LAYER USING SPECTRAL METHOD

Adriana F. de Faria, Milton Biage and Paulo L. S. Júnior  
 Federal University of Uberlândia  
 Department of Mechanical Engineering  
 Uberlândia, M.G., Brazil

### SUMMARY

*Fundamental research in supersonic combustion has been conducted in response to the interest in the development of scramjet engine and the scram accelerator. The high speed associated with the supersonic flow implies short residence times for ignition to be effected. This is the major perceived difficulty in the development of scramjet technology. The other hand, an interesting recent theoretical result in the study of high speed chemically reacting mixing layers is that the significant amount of viscous heating can greatly facilitate the reaction rate and thereby the ignition event. The objective of this investigation is the numerical simulation of ignition in supersonic nonpremixed H<sub>2</sub>-Air unsteady mixing layer with detailed transport and chemical reaction mechanisms, using the conservative form of the complete conservation equations. To solve the problem it was used the spectral collocation technique.*

### INTRODUCTION

The aim in the development of supersonic combustor is to maximize the amount of heat release with a minimum of total pressure or stream thrust losses. This is a complex problem, which involves knowledge in the area of chemical kinetics, thermodynamics and dynamics of the fluids, besides requesting techniques of precise simulations. To understand the characteristics of the phenomenon of supersonic combustion it is necessary to consider a realistic description of the chemical mechanisms, an analysis of the effect of the viscous heat as the source of thermal energy and a study of the influence of the parameters that affect the dynamic structure of the flow, among these, the profiles of the properties in the initial conditions and the introduction of white noises perturbations, in order to characterize the effects of the residual turbulence. Recent theoretical studies showed that the ignition can be facilitated by increasing flow speed though the viscous conversion of the flow kinetic energy to thermal energy.

Combustion phenomena can be classified in two categories, depending on the premixed or nonpremixed character of the reactants. Diffusion flames are examples of nonpremixed combustion. In this case, the two reactants stand on different sides of the reaction zone that is fed by molecular diffusion. Premixed flames can be considered in the planar geometry as propagation of reaction-diffusion waves into a reactive mixture, which is frozen at a composition far from the chemical equilibrium. The hydrodynamics effects associated with the gas expansion play an important role in the planar geometry as for curved flame fronts.

Combustion differs from many reactive phenomena by the stiffness of the reaction rate. Because of the high value of the activation energy, the reaction rate is very sensitive to the temperature that varies under the heat released by the exothermic reactions. The degree of sensitivity and the structure of the reactions flow, which can be quite complicated, is measured by Zeldovich number. (Jackson and Hussaini, 1988; Grosch and Jackson, 1991).

For sufficiently large Zeldovich number there are three regimes that occur in supersonic as well in subsonic flows: ignition, deflagration and diffusion flame (Grosch and Jackson, 1991). These same regimes were also found by Jackson and Hussaini (1988) in their asymptotic study of supersonic mixing layer. They were the first to consider the effect of viscous heating on ignition.

For the ignition regime, a well-defined ignition point will always exist, provided by the adiabatic flame temperature, which is larger than free-stream temperature. In the diffusion flame regime, the location of the flame changes significantly as a function of the equivalent ratio and/or the Schmidt numbers.

Starting from low speeds, the ignition distance initially increases linearly with the free stream Mach number, because of the characteristic temperature of ignition region,  $T_i$ , remains almost constant. However, as the stream velocity further increases,  $T_i$  increases quadratically with the flow Mach number owing to viscous heating, consequently the ignition distance exponentially decreases. This implies that flame stabilization and ignition in a supersonic flow is a viable concept if large kinetic energy of the flow can be utilized (Im et al., 1996).

Hydrogen is a strong candidate as a scramjet fuel because the limited residence time in the combustion chamber requires a fuel that has high energy density as well as high reactivity. Some analyses have been recently performed on ignition H<sub>2</sub>-Air mixture, including analytical studies with reduced mechanisms. It was defined two regimes of ignition from critical temperature,  $T_c$ , (temperature which makes reaction rates of the chain branching reaction  $H+O_2 \rightarrow OH+O$  and the chain terminating reacting  $H+O_2+M \rightarrow HO_2+M$  are equal): high temperature regime ( $T_i > T_c$ ) and low temperature regime ( $T_i < T_c$ ) (Nishioka and Law, 1995).

For all practical purposes, the ignition is not possible when the air temperature is lower than the critical temperature (924.70K, 1 atm.), low temperature regime, even allowing for viscous heating. On the other hand, when the air stream temperature is higher than the critical temperature, high temperature regime, the predicted ignition distance indicates that ignition is feasible within practical supersonic combustion. (Im et al., 1996; Figueira da Siva et al., 1993).

Two distinct analyses can be made to the high temperature and low temperature regimes: for the hot stream and the viscous heating cases, depending on the relative dominance of external and internal ignition energy sources. Hence, the asymptotic analysis has identified the existence of four distinctive ignition regimes, characterized by high and low temperature chemistry and by the ignition source being the hot stream and viscous heating (Im et al., 1996). It was demonstrated that the ignition in the low temperature regime is controlled by a large activation

energy process, so that the ignition distance is more sensitive to its characteristic temperature than that in the high temperature regime.

The objective of this investigation is the numerical simulation of a supersonic hydrogen-air mixing layer with detailed transport and chemical reaction mechanisms, using the conservative form of the complete conservation equations. The chemical and transport properties are calculated by CHEMKIN and the Transport Package (Kee et al., 1989). To solve the problem we used the spectral collocation technique.

## THE CONSERVATION EQUATIONS

The problem consist of a fast air stream and a slow fuel stream. The origin is located at the downstream edge of the thin splitter plate. The lower fuel stream has the following dimensional properties: a average streamwise velocity  $U_{-\infty}^*$  and zero average transverse velocity, temperature  $T_{-\infty}^*$ , total energy per unit of mass  $E_{-\infty}^*$ , density  $\rho_{-\infty}^*$  and mass fraction of the  $k^{\text{th}}$  specie  $Y_{k-\infty}^*$ , with  $k=0, \dots, N$  where  $N$  is the number of chemical species in the reacting flow, while the upper, oxidizer stream is like wise characterized by  $U_{\infty}^*$  and zero average transverse velocity,  $T_{\infty}^*$ ,  $E_{\infty}^*$ ,  $\rho_{\infty}^*$  and  $Y_{k\infty}^*$ . The asterisk upper indices represent the dimensional variables. The computational domain is rectangular, with  $-L_x^*/2 \leq x^* \leq L_x^*/2$  and  $-L_y^*/2 \leq y^* \leq L_y^*/2$ .

We applied the adequate characteristic scale parameter upon the two-dimensional governing equations to obtain their dimensionless vectorial form, the following dimensionless groups were used:

$$u = \frac{u^*}{U}, v = \frac{v^*}{U}, \theta = \frac{T}{T}, \rho = \frac{\rho^*}{\bar{\rho}}, P = \frac{P^*}{\bar{\rho}U^2}, E = \frac{E^*}{\bar{\rho}U^2} \quad (1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

$$x = \frac{x^*}{L_x^*/2}, y = \frac{y^*}{L_y^*/2}, t = t^* \frac{\bar{U}}{L_x^*/2}, k = \frac{k^*}{k}, c_p = \frac{c_p^*}{\bar{c}_p} \quad (7, 8, 9, 10, 11)$$

$$D_{km} = \frac{D_k^*}{D_{(O_2-N_2)\infty}^*}, D_k^i = \frac{D_k^{i*}}{D_{(O_2-N_2)\infty}^*}, \tilde{\omega}_k^* = \frac{\omega_k^*}{\bar{\rho}U} \frac{2}{L_x^*} \quad (12, 13, 14)$$

where

$$\bar{U} = \frac{U_{\infty}^* + U_{-\infty}^*}{2}, \bar{T} = \frac{T_{\infty}^* + T_{-\infty}^*}{2}, \bar{\rho} = \frac{\rho_{\infty}^* + \rho_{-\infty}^*}{2} \quad (15, 16, 17)$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_{\infty} + \mu_{-\infty}}{2}, \bar{c}_p = \frac{c_{p\infty} + c_{p-\infty}}{2} \quad (18, 19)$$

$\mu^*$ ,  $K_t^*$ ,  $c_p^*$  are the dynamic viscosity, specific heat capacity at constant pressure and thermal conductivity of the mixture.  $P^*$  is the pressure of the system,  $D_{km}^*$  and  $D_k^{i*}$  are the mass and thermal diffusion multicomponents coefficients of the  $k^{\text{th}}$  specie, respectively.

The dimensionless governing equations of mass, momentum, mass fractions and energy are written in the Cartesian tensor notation. In this case  $x_j$ , with  $j=1$  and  $2$ , represent the geometrical

coordinated  $x$  and  $y$ , respectively, while  $u_j$ , with  $j=1$  and  $2$ , represent the components  $u$  and  $v$  of the velocity vector. The system of conservation equations has the following vectorial form:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{L_x}{L_y} \frac{\partial F}{\partial y} = S \quad (20)$$

where

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \\ \rho Y_k \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u u + P - \frac{1}{Re_{\delta_0}} \tau_{xx} \\ \rho v u - \frac{1}{Re_{\delta_0}} \tau_{xy} \\ \rho u E + \frac{1}{Pe} q_x + P u - \frac{1}{Re_{\delta_0}} (\tau_{xx} u + \tau_{xy} v) \\ \rho u Y_k + \frac{1}{Re_{\delta_0} Sc} J_{kx} \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho u v - \frac{1}{Re_{\delta_0}} \tau_{xy} \\ \rho v v + P - \frac{1}{Re_{\delta_0}} \tau_{yy} \\ \rho v E + \frac{1}{Pe} q_y + P v - \frac{1}{Re_{\delta_0}} (\tau_{xy} u + \tau_{yy} v) \\ \rho v Y_k + \frac{1}{Re_{\delta_0} Sc} J_{ky} \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tilde{\omega}_k^* \end{pmatrix} \quad (21, 22, 23, 24)$$

where  $j_k$ ,  $h_k$ ,  $\omega_k$  are the mass flux, enthalpy and the mass rate of production of the  $k^{\text{th}}$  specie,  $Re_{\delta_0}$  is the Reynolds number defined for  $\delta_0$ , where  $\delta_0$  is the thickness of mixing layer,  $Sc$  is the Schmidt number,  $Pr$  is the Prandtl number and  $Pe$  is the Peclet number ( $Pe = Re_{\delta_0} Pr$ ). These numbers are defined as follow:

$$Re_{\delta_0} = \frac{\bar{U} \bar{\rho} \delta_0}{\bar{\mu}}, Sc = \frac{\bar{\mu}}{D_{(O_2-N_2)\infty} \bar{\rho}}, Pr = \frac{\bar{c}_p \bar{\mu}}{k} \quad (25, 26, 27)$$

The mass rate of production of  $k^{\text{th}}$  specie is:  $\tilde{\omega}_k^* = \omega_k M_k$ , where  $\omega_k$  and  $M_k$  are molar rate of production and molecular weigh of the  $k^{\text{th}}$  specie.

The other variables in the equations above are defined in the following form:

- the mean strain tensor for a Newtonian fluid:

$$S_{ij} = 2\delta_0 \left( \mu \left( \frac{1}{L_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{L_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{1}{L_k} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (28)$$

- the total energy,  $E$ , and the heat flux vector,  $\tilde{q}$ :

$$E = e + \frac{1}{2} u_i^2 \quad (29)$$

$$q_c = 2\delta_0 \left[ \frac{1}{Ec} \frac{1}{L_j} k \frac{\partial T}{\partial x_j} + Le \sum_{k=1}^N h_k \rho Y_k V_k \right] \quad (30)$$

where  $e$  is the internal energy of the system,  $Ec$  is Eckert number and  $Le$  is Lewis number. They are defined as follow:

$$Ec = \frac{\bar{U}^2}{\bar{c}_p T}, \quad Le = \frac{\bar{\rho} \bar{c}_p D_{(O_2-N_2)_\infty}}{k} \quad (31, 32)$$

The relation between the Mach number and the Eckert number is:

$$Ec = (\bar{\gamma} - 1) Ma^2 \quad (33)$$

where  $\bar{\gamma} = \bar{c}_p / \bar{c}_v$ .

- the mass flux of the  $k^{\text{th}}$  specie:

$$J_k = 2\delta_0 \bar{\rho} \bar{V}_k Y_k \quad (34)$$

where  $\bar{V}_k$  is the dimensionless diffusion velocity of the  $k^{\text{th}}$  specie:

$$\bar{V}_k = -\frac{1}{X_k} D_{km} d_k - \frac{1}{L_j} \frac{D_k^T}{\rho Y_k} \frac{1}{\theta} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right) \quad (35)$$

$$d_k = \frac{1}{L_j} \left( \frac{\partial X_k}{\partial x_j} + (X_k - Y_k) \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial x_j} \right) \quad (36)$$

In compressible flows become necessary to establish a relation between pressure, temperature, density and total energy, that is calculated by theory of ideal gases:

$$P = \rho (\gamma - 1) e \quad (37)$$

$$\theta = Ec \bar{\gamma} \frac{e}{c_v} \quad (38)$$

## THE BOUNDARY CONDITIONS

For the initial conditions it is assumed one-dimensional basic flow for all variables. Free slip boundary conditions are chosen for  $y = \pm 1$  and for  $x = -1$  we imposed an one-dimensional basic flow perturbed by small random perturbations.

- initial conditions:

$$u(x, y, t = 0) = \bar{u}(y) = U_o + U_1 \tanh(y / \delta_0) \quad (39)$$

$$v(x, y, t = 0) = 0 \quad (40)$$

$$\rho(x, y, t = 0) = \bar{\rho}(y) = \rho_o + \rho_1 \tanh(y / \delta_0) \quad (41)$$

$$Y_k(x, y, t = 0) = \bar{Y}_k(y) = Y_{k_o} + Y_{k_1} \tanh(y / \delta_0) \quad (42)$$

where:

$$U_o = \frac{U_\infty + U_{-\infty}}{2}, \quad U_1 = \frac{U_\infty - U_{-\infty}}{2}, \quad \rho_o = \frac{\rho_\infty + \rho_{-\infty}}{2}$$

$$\rho_o = \frac{\rho_\infty - \rho_{-\infty}}{2}, \quad Y_{k_o} = \frac{Y_{k_\infty} + Y_{k_{-\infty}}}{2}, \quad Y_{k_1} = \frac{Y_{k_\infty} - Y_{k_{-\infty}}}{2} \quad (43, 44, 45)$$

- boundary conditions in y direction:

$$u(x, y = 1, t) = U_\infty, \quad u(x, y = -1, t) = U_{-\infty} \quad (49, 50)$$

$$v(x, y = 1, t) = 0, \quad v(x, y = -1, t) = 0 \quad (51, 52)$$

$$\rho(x, y = 1, t) = \rho_\infty, \quad \rho(x, y = -1, t) = \rho_{-\infty} \quad (53, 54)$$

$$Y_k(x, y = 1, t) = Y_{k_\infty}, \quad Y_k(x, y = -1, t) = Y_{k_{-\infty}} \quad (55, 56)$$

- boundary conditions in x direction:

$$\dot{u}(x = -1, y, t) = \bar{u}(y) + f(y) \epsilon \Psi(y, t) \quad (57)$$

$$\dot{v}(x = -1, y, t) = f(y) \epsilon \Psi(y, t) \quad (58)$$

$$\rho(x = -1, y, t) = \bar{\rho}(y) \quad (59)$$

$$Y_k(x = -1, y, t) = \bar{Y}_k(y), \quad k=1, \dots, N \quad (60)$$

Eddies which form inside the domain have to be evacuated downstream, at  $x^* = L_x^*/2$ . For this purpose, we have used an outflow boundary condition, based on a radiative Sommerfeld condition. It consists in assuming that

$$\frac{\partial \varphi(x=1, y, t)}{\partial t} + C_\varphi \frac{\partial \varphi(x=1, y, t)}{\partial x} = 0 \quad (61)$$

$$\forall \varphi \in \{u, v, E, \rho, Y_k\}$$

The Eq. (61) valid for linear waves, is also valid for non-linear perturbations such as coherent structures and small-scale eddies. The Eq. (61) is applied at  $x = 1 - \Delta x$ , in order to evaluate  $C_\varphi$  from the known field  $\varphi((1 - \Delta x, y, (n+1)\Delta t))$ . Then,  $\varphi(1, y, (n+1)\Delta t)$  is calculated by discretizing Eq. (61) again. In this case we consider that:

$$C_\varphi(1, y, (n+1)\Delta t) = C_\varphi(1 - \Delta x, y, (n+1)\Delta t) \quad (62)$$

This assumption is justified in saying that the perturbation in  $(1 - \Delta x, y, (n+1)\Delta t)$  is advected to the downstream at the same velocity that  $(1, y, (n+1)\Delta t)$ .

$\psi(y, t)$  is a random number which constitutes a centered and reduced white noise perturbation. This white noise will inject the same small amount of energy into all the longitudinal modes of the basic flow. The energy inject into the stable modes will be damped. On the contrary, any unstable mode (particularly the most amplified one), will grow at its own amplified rate, given by the instability theory. Thus, the most amplified modes emerges from the small chaotic perturbations, due to the instability of the basic profile. The white noise model, represents in a very approximate way, the residual turbulence which is experimentally responsible for the growth of instabilities. These small values of white noise is sufficient to induce eddies (Lesieur et al., 1989).

$\epsilon$  is the amplitude of the random perturbation defined by:

$$\epsilon = 10^{-4} \text{Max} \left| \frac{\partial \bar{u}(y)}{\partial y} \right| \quad (63)$$

The numerical simulations presented hereafter show that this small value is sufficient to induce eddies. Practically, it appears that, within the range  $[10^{-6}, 10^{-1}]$ , the evolution of the layer is quite insensitive to the value of  $\epsilon$ .  $\sigma$ , are the basic flow profile



for each variable define above (Lesieur et al., 1989). The function  $f(y)$  represent a Gaussian filter modulating the amplitude of the perturbations, which confines all the perturbations of the basic flow to its rotational zone. It is written as follow:

$$f(y) = \exp\left[-0.5\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^2\right] \quad (64)$$

where  $\delta_t$  is the thickness vorticity of the mixing-layer at a given time that is defined by :

$$\delta(t) = \frac{2U}{\max\left|\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right|} \quad (65)$$

$$\bar{u}(y) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 u(x, y, t) dy \quad (66)$$

and  $\delta_0 = \delta(0)$ .

## NUMERICAL METHOD

The chemical kinetics used in the present study is the one proposed in Kee et al. (1989) and is given in table I. The species considered are  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $O$ ,  $OH$ ,  $H$ ,  $H_2O$ ,  $HO_2$ ,  $H_2O_2$ . The chemical and transport properties are calculated by CHEMKIN and the transport package, respectively, according to Kee et al (1989). The choice of the chemical scheme is somewhat arbitrary, no significance qualitative difference in the flow structure was evidenced using different chemical schemes.

Table 1: Gas Phase Mechanism of Hydrogen Oxidation.

Reação	A (mol cm s)	$\beta$	Ei (Kcal/mol)
1. $O_2+H \rightleftharpoons O+OH$	1.92e14	0.0	16.44
2. $H_2+O \rightleftharpoons H+OH$	5.08e4	2.67	6.29
3. $H_2+OH \rightleftharpoons H_2O+H$	2.16e8	1.51	3.43
4. $OH+OH \rightleftharpoons H_2O+O$	1.23e4	2.62	-1.88
5. <sup>a</sup> $H_2+M \rightleftharpoons H+H+M$	4.57e19	-1.4	104.4
6. <sup>a</sup> $O+O+M \rightleftharpoons O_2+M$	6.17e15	-0.50	0.0
7. <sup>a</sup> $O+H+M \rightleftharpoons OH+M$	4.72e18	-1.0	0.0
8. <sup>a</sup> $H+OH+M \rightleftharpoons H_2O+M$	2.25e22	-2.0	0.0
9. <sup>a</sup> $H+O_2+M \rightleftharpoons HO_2+M$	6.17e19	-1.42	0.0
10. $HO_2+H \rightleftharpoons H_2+O_2$	6.63e13	0.0	2.13
11. $HO_2+H \rightleftharpoons OH+OH$	1.69e14	0.0	0.87
12. $HO_2+O \rightleftharpoons OH+O_2$	1.81e13	0.0	-0.4
13. $HO_2+OH \rightleftharpoons H_2O+O_2$	1.45e16	-1.0	0.0
14. $HO_2+HO_2 \rightleftharpoons H_2O_2+O_2$	3.02e12	0.0	1.39
15.a $H_2O_2+M \rightleftharpoons OH+OH+M$	1.20e17	0.0	45.5
16. $H_2O_2+H \rightleftharpoons H_2O+OH$	1.00e13	0.0	3.59
17. $H_2O_2+H \rightleftharpoons H_2+HO_2$	4.82e13	0.0	7.95
18. $H_2O_2+O \rightleftharpoons OH+HO_2$	9.55e6	2.0	3.97
19. $H_2O_2+OH \rightleftharpoons H_2O+HO_2$	7.00e12	0.0	1.43

a - Third body enhancement:  $H_2O$ : 12;  $H_2$ : 25.

It was applied the Spectral Collocation Method for spatial discretization and time stepping procedure with multi-stages for

time discretization. Considering that the roundoff error generates substantial oscillations in the vicinity of discontinuities in the flow properties, we used a exponential filter to smoothing the variables, with aid of a sensor. This technique presented a high accuracy in the calculation of the spatial derivatives that was determined by Chebyshev transform (Canuto et al., 1988). The computational code was built with aim to achieve quickly the stationary solution of turbulent compressible flows. For this, the time stepping was particular for each cell of the mesh, in according to the Courant condition.

In this study all calculation were made using the Gauss-Lobatto collocation points, with a grid of 128x128. The physical domain length were established so that the lateral boundary conditions did not affect the development the mixing region necessary for the combustion processes. Also, the axial length was set up such as the reacting mechanisms attained a uniform spatial evolution. Normally, the structure of the spatial mixing layer for either reacting or homogenous flows depends significantly of the initial thickness vorticity. However, in this study one did not analyze the influence of this property. The results presented in this paper were obtained with  $\delta_0=0.01m$ . The level of the random noise where set up with order  $10^{-2}$ .

## RESULTS

The major objective of combustion study is to verify the dependence of ignition distance on the various system parameters like, Mach number, Reynolds number, Peclet number, Schmidt number, temperature of fuel and oxidizer, and pressure. However, in this paper we presented only the Mach number, fuel oxidizer temperatures influences.

It is necessary recognize the importance of H radical in effecting ignition distance, which is defined as the point where  $d(X_{H1})_{\max}/dx$  is maximum, where  $X_{H1}$  is the molar concentration of hydrogen. This concept was used constantly by the researchers to detect the ignition process in the permanent combustion simulation, when using the boundary layer formulation. This formulation allows a parabolic solution procedure, where the results are obtained by marching in the axial direction. In this case, due the numerical technique limitation the solution is finished immediately after the ignition event because of the numerical instability (Figueira da Silva et al., 1993). However, in transient numerical simulation, using the complete conservative governing equations, one can observe the combustion structure for any time and in whole domain. In this case, it is easily identify the ignition point from the graphics of the all property results.

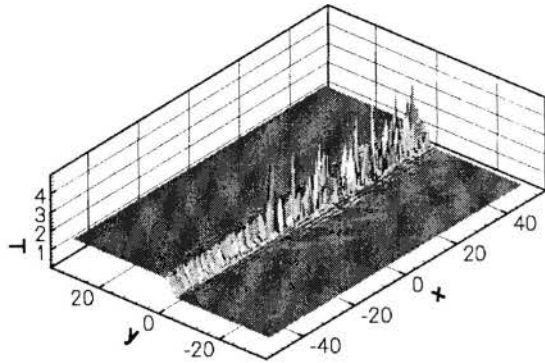
We know that for one step reactions that, with increasing flow velocity of the air stream, which taken to be both hotter and faster than the fuel stream, the ignition distance first increasing linearly due to simple residence time considerations. In this low velocity regime, ignition is effected by heat transfer from the hot stream. With further increasing in the air stream velocity, the ignition distance subsequently decreases Arrheniusly with the square of the Mach number in response to the significantly enhanced reaction rate due to the extension rate due to the extensive amount of viscous heating Nishioka e Law (1995). The results that will present below intend to characterize the facts described in the paragraph above.

The Figs. 1 and 2 represent some combustion results of a fast air stream and a slow fuel stream. We intended to illustrate in these figures both the flow dynamic and combustion behaviors. The results were obtained for an air stream with 1200K and 54000m/s and the fuel stream with 500K and 3000m/s. As described in Nishioka and Law (1995), these conditions correspond a situation in that the ignition source is provided by the hot air stream. In this case, the air temperature is higher than

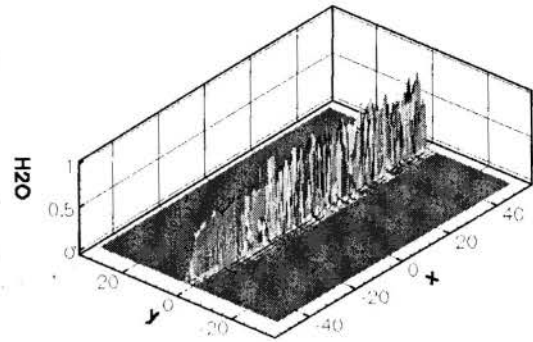
the critical temperature (924.70K) and the viscous heating is not high enough to promote the ignition. As shown in Nishioka and Law (1996), the viscous heating is significantly for the situations where  $U \geq 8000\text{m/s}$ .

As illustrated on Fig. 1a, the combustion is found to develop first on the air side of the mixing layer. The ignition location moves into the region of higher initial temperature. This result is consistent with those showed by Jackson and Hussaini (1988).

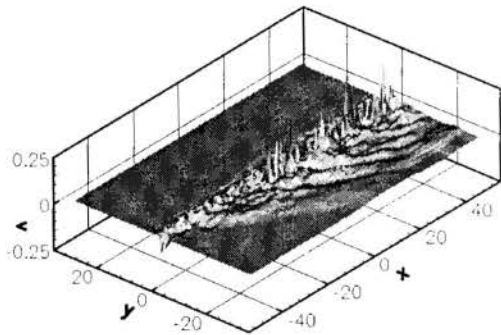
region is that the mixing layer temperature remains almost constant, however higher than the temperatures of the fuel and oxidizer layers. This flow feature is in conformity with the structure described by Figueira da Silva et al. (1993).



(a)



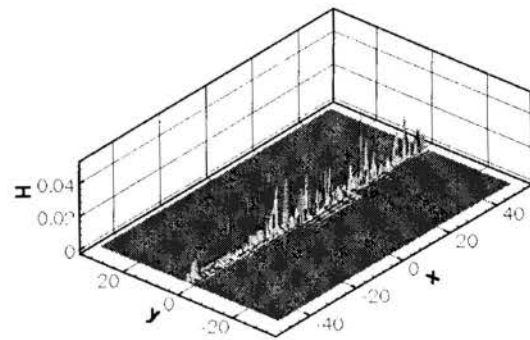
(a)



(b)

Figure 1 – Distribution of field properties at  $t=2.550$  ( $U_{\infty}=5400\text{m/s}$ ,  $U_{\infty}=3000\text{m/s}$ ,  $T_{\infty}=1200\text{K}$  and  $T_{\infty}=500\text{K}$ ). (a) temperature and (b) velocity

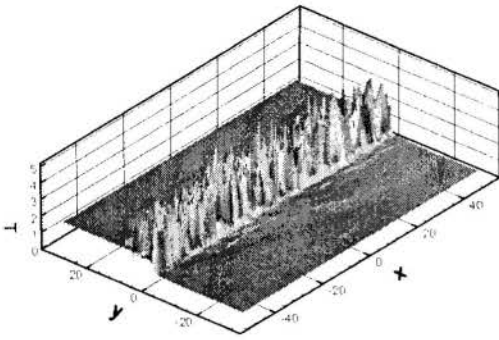
In order to understand more precisely the ignition and spread of combustion in the mixing layer, one should observe that the flow presents different regions along the streamwise direction, as can be identified on Fig. 1. It can be remarked a *thermal runaway point*, which is characterized by a drastic change on the temperature. One found this point over the Figs. 1 and 2 as being located on  $x^*=-14\text{ cm}$ . In the same way, drastic change can be observed either in the concentrations of  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{OH}$  or  $\text{H}$ . The thermal runaway point represent the ignition point because it characterize an abrupt change on the flow properties. Also, one can identify in the flow a region that is called *induction region*, which is defined from the trailing edge of the splitter plate up to the runaway point. The principal characteristic of this



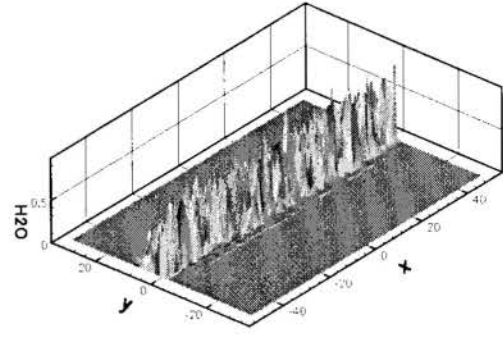
(b)

Figure 2- Distribution of field properties at  $t=2.550$  ( $U_{\infty}=5400\text{m/s}$ ,  $U_{\infty}=3000\text{m/s}$ ,  $T_{\infty}=1200\text{K}$  and  $T_{\infty}=500\text{K}$ ). (a)  $\text{H}_2\text{O}$  and (b)  $\text{H}$ .

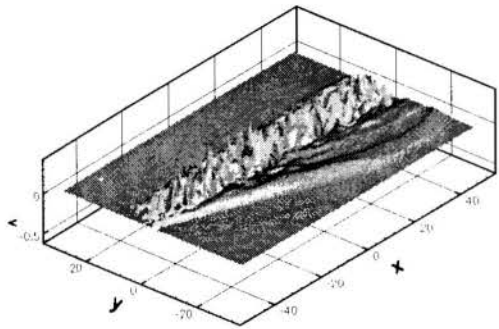
In a similar manner of the Fig. 1 and 2, the Fig. 3 and 4 represent some combustion results of a fast air stream and a slow fuel stream. In this case, the results were obtained for an air stream with  $1200\text{K}$  and  $8000\text{m/s}$  and fuel stream with  $500\text{K}$  and  $4400\text{ m/s}$ . As described before, when the air stream has a high velocity as  $8000\text{m/s}$ ,  $M_{\infty}=10.93$ , the viscous heating assumes important influence in the combustion process. Therefore, the results on the Fig. 3 has the intention to enhance this effect. In this case, one should note that there is not a induction region and ignition location (defined by the runaway point) moves closer to the trailing edge of the splitter plate. In this case, the runaway is located on  $x^*=-48\text{cm}$ , as one can be seen on Fig. 3a. Also, the flow properties follow the same behavior that explained for the results of the Fig. 1.



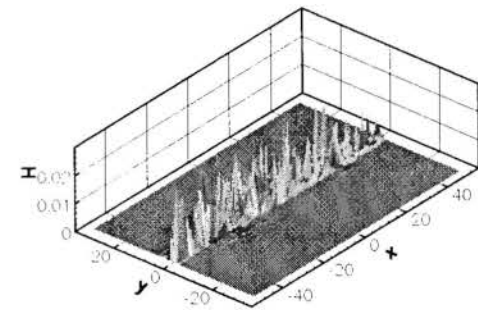
(a)



(a)



(b)



(b)

Figure 3- Distribution of the property fields at  $t=1.535$ . ( $U_{\infty}=8000\text{m/s}$ ,  $U_{\infty}=44000\text{m/s}$ ,  $T_{\infty}=1200\text{K}$  and  $T_{\infty}=500\text{K}$ ). (a)  $T$  and (b)  $v$ .

One observes on the Fig. 1 and 3, corresponding to the transversal velocity evolution, that the flow is perturbed more intensely in a region comprise into the fuel stream layer, with lower velocity than the stream oxidizer layer. Clearly, we can affirm that flow disturbed region is defined by a Mach cone with origin close to the trailing edge of the splitter plate. As one introduced random perturbation similar of white noise in the inlet boundary conditions over both the axial and transversal velocities, a pressure random perturbation occurs at the trailing edge of the splitter plate. This perturbation propagates along the flow following a Mach cone. The Mach cone is defined theoretically by the semi-angle  $\alpha$  as

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{1}{Ma}\right) \quad (67)$$

If one uses the Eq. (67),  $\alpha$  in the oxidizer stream with  $Ma_{\infty}=7.97$  is  $7.18^{\circ}$  and the  $\alpha$  in the fuel stream with  $Ma_{\infty}=1.76$  is  $34.62^{\circ}$ . On the other hand, if one measures this angles over the Fig. 1b, they can be found equal  $7.02^{\circ}$  and  $32.36^{\circ}$ , for the high and low stream layers, respectively. The verified differences between the theoretical and the measured values are due to the inaccurate in the evaluation of the measured values.

Figure 4- Distribution of the property fields at  $t=1.535$ . ( $U_{\infty}=8000\text{m/s}$ ,  $U_{\infty}=44000\text{m/s}$ ,  $T_{\infty}=1200\text{K}$  and  $T_{\infty}=500\text{K}$ ). (a)  $\text{H}_2\text{O}$  and (b)  $\text{H}$ .

#### REFERENCES

- Canuto, C., Hussaini, M. Y., Quarteroni, A. and Zang, T. A.. Spectral Methods in Fluid Dynamics. Springer-Verlag, 1988.
- Grosch, C. E. and Jackson, T. L.. Ignition and structure of a laminar diffusion flame in a compressible mixing layer with finite rate chemistry. *Phys. Fluids*, 3(12), 3087-3097, 1991.
- Figueira da Silva, L. F., Deshaies, B., Champion, M and Rene-Corail, M.. Some specific aspects of combustion in supersonic  $\text{H}_2$ -air laminar mixing layers. *Combustion Science and Technology*, 89, 317-333, 1993.
- Im, H. G., Helenbrook, B. T., Lee, S. R. and Law, C. K.. Ignition in the supersonic hydrogen/air mixing layer with reduced reaction mechanisms. *Journal Fluid Mech.*, 322, 275-296, 1996.
- Jackson, T. L. and Hussaini, M. Y.. An asymptotic analysis of supersonic reacting mixing layers. *Combustion Science and Technology*, 57, 129-141, 1988.
- Kee, R. J., Rupley, F. M. and Miller, J. A.. Chemkin-II: A Fortran Chemical Kinetics Package for the Analysis of Gas Phase Chemical Kinetics. SANDIA REPORT, SAND89-8009B UC706. 1989.
- Lesieur, M. Comte, P., Laroche, H. and Normand, X.. Numerical Simulations of turbulent plane shear layers. *Turbulent Shear Flow*, 6, 360-380, 1989.
- Nishioka, M. and Law, C. K.. A numerical study of ignition in the supersonic hydrogen/air laminar mixing layer. *AIAA Paper* 95-0377, 1995.

## NUMERICAL INVESTIGATIONS ON THE NO<sub>x</sub> FORMATION IN NATURAL GAS COMBUSTION

**André A. Isnard, Marcos S. P. Gomes**

Departamento de Engenharia Mecânica  
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro  
CEP22453-900, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

### SUMMARY

*The work investigated numerically the process of NO<sub>x</sub> formation in the combustion of natural gas. The main purpose of the inquiry was to explore possible mechanisms for simulating the NO<sub>x</sub> formation. The numerical procedure, based in the finite volume formulation, included the k-ε model of turbulence, the generalized finite rate models of Arrhenius and Magnussen for combustion calculations, and the discrete transfer radiation model. In the development of the combustion model, it was considered the oxidation of nitrogen by the Zeldovich mechanism. The investigation focused in the temperature fields in the neighborhood of the flame, close to the burner, and its relationship with the NO<sub>x</sub> formation in that region.*

### NOMENCLATURE

A	Pre-exponential Factor
C	Molar Concentration
E	Activation Energy
I	Radiation Intensity
M	Molecular Weight
P	Modified Total Pressure
Pr	Prandtl Number
R	Reaction Rate or Universal Gas Constant
Sc	Schmidt Number
T	Temperature
$c_{\mu}$	Turbulent Viscosity Coefficient
g	Gravity Acceleration
h	Enthalpy
k	Turbulent Kinetic Energy
m	Mass Fraction
p	Pressure
v	Velocity Vector
<i>Greek Symbols</i>	
$\alpha$	Absorption Coefficient
$\beta$	Temperature Exponent
$\epsilon$	Rate of Dissipation of Turbulent Kinetic Energy or Total emissivity
$\gamma$	Concentration Exponent
$\eta$	Stoichiometric Coefficient
$\mu$	Absolute Viscosity
$\rho$	Specific Mass
$\sigma$	Stefan Boltzmann Constant
<i>Subscripts</i>	
ef	Effective Viscosity
i	Species
j	Reactant Species
k	Reaction
p	Product Species
t	Turbulent Viscosity, Prandtl and Schmidt Numbers

### INTRODUCTION

In the atmosphere, NO and NO<sub>2</sub> are the most arduous nitrogen oxides for the environment. Recalled to as NO<sub>x</sub> they are partially responsible for photochemical smog, illness in organisms, corrosion of metals, textiles weakening and reducing the growth of vegetation. In flames, NO (nitric oxide) is the dominant component, corresponding to about 95% of all NO<sub>x</sub> produced. Once in the atmosphere, the oxidation of NO to NO<sub>2</sub> (nitrogen dioxide) is usually slow and may be accelerated by the presence of hydrocarbons and carbon monoxide in the air.

In a combustion equipment, nitrogen oxides can be formed by oxidation of molecular nitrogen from the combustion air (thermal NO) or from nitrogen chemically bound within the fuel (fuel NO). The difficulties to reduce NO<sub>x</sub> formation are associated with the fact that the methods applied for reduction of other pollutants like carbon monoxide, hydrocarbons and soot emissions usually lead to increased NO<sub>x</sub> production.

Natural gas is a fuel used in a wide variety of industrial combustion processes due to its clean burning characteristics, availability and competitive pricing. Therefore, an investigation on the burning of natural gas, and the evaluation of possible pollutants emissions is of great relevance to the development of more efficient and cleaner processes.

The simulation of complex systems like industrial furnaces demands strong computational efforts. In spite of the remarkable computational development in the last years, it's still necessary to make simplifications when modeling real systems, due to the operational capacity of the computers which are available today. Therefore, for obtaining realistic physical results, the models must be certified by comparing the obtained numerical data against experiments.



In this work, it was investigated the performance of a model based in the finite volume formulation, including the k-ε model of turbulence, the generalized finite rate models of Arrhenius and Magnussen for chemical reactions calculations, and the discrete transfer radiation model, for simulating the combustion process in industrial furnaces. The purpose of this study was to investigate the performance of such a modeling approach in predicting NO<sub>x</sub> formation in industrial natural gas flames. In this manner, the model may be used in evaluating the environmental impact of practical combustion units.

#### Zeldovich Mechanism of NO Formation

Zeldovich (1946) found that the nitric oxide can not be formed through direct collisions of N<sub>2</sub> and O<sub>2</sub> molecules as presented by global reaction (1). In this manner it was proposed a two reactions mechanism represented by reactions (2) and (3). This mechanism is initiated by reaction (4), which represents the dissociation of molecular oxygen, in which M denotes a third body. M may be regarded as any species such as N<sub>2</sub>, N, NO, O<sub>2</sub> or O, with the function of stabilizing the reaction. In our case, M was substituted by N<sub>2</sub>, once this species was the most abundant in the interior of the furnace.



In this mechanism proposed by Zeldovich, the combustion reaction is considered only as a source of energy for the reactants, as the reactions (2) and (3) occur independently of the combustion reaction. This process has been named by Zeldovich as a thermal mechanism.

#### MODEL DESCRIPTION

We have used the commercial code Fluent to simulate the industrial furnace and the combustion process. A description of the models employed are presented in the next sections.

##### Turbulent Flow Field

The model implemented for simulating the turbulent flow was composed by the equation (5) for the conservation of total mass and the equation (6) for the conservation of momentum in the time averaged form. The Boussinesq's hypothesis was taken into

account leading to an effective viscosity given by equation (7). Equation (8) represents the modified total pressure P, considering the contributions due to the turbulent fluctuations.

$$\text{div}(\rho v) = 0 \quad (5)$$

$$\text{div}(\rho v v) = \rho g - \text{grad } P + \text{div}(\mu_{\text{ef}} \text{grad } v) + [\mu_{\text{ef}} (\text{grad } v)^T] \quad (6)$$

$$\mu_{\text{ef}} = \mu + \mu_t \quad (7)$$

$$P = p - \frac{2}{3} [\mu_{\text{ef}} \text{div } v + \rho k] \quad (8)$$

For calculating the turbulent viscosity it was used the k-ε model of turbulence. In this model, the turbulent viscosity is expressed by the equation (9), where k corresponds to the turbulence kinetic energy and ε corresponds to the dissipation for the turbulence kinetic energy. Equations (10) and (11) represent the conservation for k and ε respectively. Equation (12) represents G, the generation of turbulence kinetic energy.

$$\mu_t = \frac{c_\mu \rho k^2}{\varepsilon} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{div}(\rho v k) = & \text{div} \left( \frac{\mu_t}{Pr_k} \text{grad } k \right) + (G - \rho \varepsilon) + \\ & - \frac{\mu_t}{\rho Pr_t} g \cdot \text{grad } \rho \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{div}(\rho v \varepsilon) = \text{div} \left( \frac{\mu_t}{Pr_\varepsilon} \text{grad } \varepsilon \right) + (c_1 G - c_2 \rho \varepsilon) - \frac{\varepsilon}{k} \quad (11)$$

$$G = \mu_t (\text{grad } v + (\text{grad } v)^T) \cdot \text{grad } v \quad (12)$$

The above equations were solved simultaneously providing the solution for the turbulent flow field.

##### Temperature Field

For simulating the temperature field within the furnace it was solved the equation (13) for the conservation of energy, in which the total enthalpy h is defined as the sum of the enthalpies of each species h<sub>i</sub> weighted by its mass fraction m<sub>i</sub>, represented by equation (14).

$$\begin{aligned} \text{div}(\rho v h) = & \text{div} \left[ \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \text{grad } h \right] + \\ & + v \cdot \text{grad } p + S_h \end{aligned} \quad (13)$$

$$h = \sum_i m_i h_i \quad (14)$$

Equation (15) represents the enthalpy source  $S_h$  due to the chemical reactions and the radiation heat transfer.

$$S_h = S_{\text{reac}} + S_{\text{rad}} \quad (15)$$

### Chemical Species and Combustion Modeling

For simulating the transport in the gas phase, the mixture was considered as an ideal gas, and a set of conservation equations for the chemical species was solved. Equation (16) represents the conservation for each chemical species.

$$\text{div}(\rho v m_i) = \text{div} \left[ \left( \frac{\mu}{Sc} + \frac{\mu_i}{Sc_i} \right) \text{grad } m_i \right] + R_i + S_i \quad (16)$$

In the above equation, the terms  $R_i$  and  $S_i$  represent the sources for each species. The term  $R_i$  may be expressed by the sum of the reaction rates (generation or consumption) for species  $i$  in every reaction  $k$ , as denoted by  $R_{i,k}$  corresponding to equation (17).

$$R_i = \sum_k R_{i,k} \quad (17)$$

The rates in the combustion reactions were calculated by using both the Arrhenius and the Magnussen models (Fluent User's Guide, 1995). In the Arrhenius model, the reaction rate may be computed according to equation (18).

$$R_{i,k} = \eta_{i,k} M_i T^{n_k} A_k \exp(-E_k/RT) \prod_j C_j^{\gamma_{j,k}} \quad (18)$$

In the Magnussen model, the rate of reaction is calculated both by equations (19) and (20), and the smallest value is taken (limiting rate). In these expressions  $j^*$  represents the reactant which gives the smallest value for  $R_{i,k}$ , and  $K_1$  and  $K_2$  are empirical constants.

$$R_{i,k} = \eta_{i,k} M_i K_1 \rho \frac{\epsilon}{k} \frac{m_{j^*}}{\eta_{j^*,k} M_{j^*}} \quad (19)$$

$$R_{i,k} = \eta_{i,k} M_i K_1 \rho K_2 \frac{\epsilon}{k} \frac{\sum_p m_p}{\sum_p \eta_{p,k} M_p} \quad (20)$$

The smallest value obtained between the two models, Arrhenius and the Magnussen, was employed as the final value for the reaction rate, in the calculation of the source term due to chemical reactions  $R_i$ .

### Radiation Model

The Discrete Transfer Radiation Model (DTRM) was employed in the computation of the heat fluxes due to radiation. In this model, the change in the radiant intensity  $I$ , integrated over all wavelengths,

along a path  $S$ , is calculated according to equation (21) when scattering is neglected.

$$\frac{dI}{dS} = -\alpha I + \frac{\alpha \sigma T^4}{\pi} \quad (21)$$

The terms on the right side of equation (21) represent the loss by absorption and the gain by emission due to the participating medium, respectively.

### PROBLEM SET-UP

#### Geometry

The geometry corresponding to a cylindrical combustor is shown in figure 1. The computational domain was divided into 60 control volumes in the axial direction and 30 control volumes in the radial direction. A non-uniform grid was employed so that high resolution was obtained around the methane and air jets.

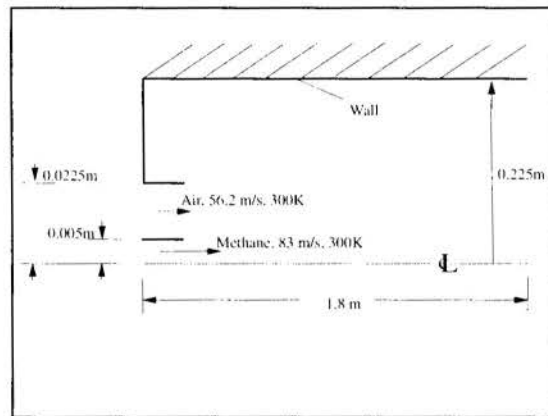
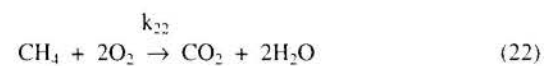


Figure 1 - Schematic of the cylindrical furnace

#### Inputs to the Model

The cylindrical combustor, illustrated in figure 1, can be modeled as axisymmetric, a simplification which was implemented in the burner geometry so that the problem could be treated as two-dimensional.

Natural gas was used as the fuel. Taking into consideration that the major component of the natural gas is methane, it was assumed that the combustion reaction taking place inside the furnace could be represented by the equation for the oxidation of methane. The finite rate combustion was modeled using a global one-step reaction mechanism (reaction (22)), assuming complete conversion of the fuel to  $\text{CO}_2$  and  $\text{H}_2\text{O}$ . The chemical reactions model was represented by reaction (22) plus reactions (2), (3) and (4) for the NO formation corresponding to the Zeldovich mechanism.



The parameters used in the reactions calculations are presented in Table I.

Table I - Parameters used in the reactions calculations

Const. Rate	Forward Reaction $\text{cm}^3 \text{ molecule}^{-1} \text{ sec}^{-1}$	Reverse Reaction $\text{cm}^3 \text{ molecule}^{-1} \text{ sec}^{-1}$
$k_2$	$1.16 \times 10^{-10} \exp(-75500/RT)$	$2.57 \times 10^{-11}$
$k_3$	$2.21 \times 10^{-14} T \exp(-7080/RT)$	$5.3 \times 10^{-15} T \times \exp(-39100/RT)$
$k_4$	$1.876 \times 10^{-6} T^{-1/2} \times \exp(-118000/RT)$	$2.6 \times 10^{-33a}$
$k_{22}$	$1.667 \times 10^{-9} \exp(23900/RT)$	-----

<sup>a</sup>Third-order reaction,  $\text{cm}^3 \text{ molecule}^{-2} \text{ sec}^{-1}$

The flame which was considered was a turbulent diffusion flame. A small nozzle in the center of the combustor introduced methane at 83 m/s. Ambient air entered the combustor coaxially at 56.2 m/s. The overall equivalence ratio was approximately 0.78 (about 28% excess air). The Reynolds number based on the methane jet diameter was approximately 29000.

The furnace outer wall and the nozzle wall surrounding the methane jet were treated as adiabatic surfaces by imposing a zero heat flux in the setting-up of the boundary conditions for the thermal problem.

The methane jet was given a temperature of 300K, a methane mass fraction of 1.0 and a turbulence intensity and length scale of 10% and 0.005 m.

The air inlet was given a temperature of 300K, oxygen and nitrogen mass fractions of 0.23 and 0.77 respectively, and a turbulence intensity and length scale of 10% and 0.2 m.

The constants used in k-ε model were  $c_1 = 1.4$  and  $c_2 = 1.9$ , and  $c_\mu = 0.09$ . The turbulent Prandtl and Schmidt numbers were set at 0.5. In the Magnussen model the constants  $K_1$  was equal to 4.0 and  $K_2$  was equal to 0.5. The density of the gaseous mixture was calculated by using the ideal gas law, according to equation (23) below, where  $p_{op}$  is the average operation pressure inside the furnace. It was assumed that  $p_{op}$  was equal to one atmosphere.

$$\rho = \frac{p_{op}}{RT \sum_i m_i / M_i} \quad (23)$$

## RESULTS

The investigation was implemented in the following steps:

a) modeling the "cold flow": the turbulent flow without taking into account the chemical reactions.

b) modeling the combustion process, including the chemical reactions model.

c) implementation of the radiation model.

Figure 2 shows the stream function which, outside the fuel nozzle, curve radially while the high speed fuel jet and air expand. The figure also shows a recirculation vortex formed between the jet and the wall furnace.

Figure 3 shows that the peak temperature in the flame reaches approximately 2140 K in the flame front region. Such high temperatures may be, in fact, unrealistic. Realistic reaction mechanisms which include dissociation are extremely important for accurate temperature prediction.

In the vortex region, it is possible to observe that the temperatures decrease towards the center of the vortex. The high temperatures in the regions close to the walls are due to the radiation effect. It's interesting to note the very high temperatures in the wall region surrounding the air jet.

Figures 4, 5, 6 show, respectively, the O, N, and NO mass fraction in the combustor.

Figure 4 shows that the peak value for the O mass fraction in the combustor occurs in the flame front region, where we found the maximum temperature values. This is due to the high activation energy necessary for the  $O_2$  dissociation. Figure 5 shows the N formation from the  $O-N_2$  reaction which also requires a high activation energy.

In figure 6, the peak NO mass fraction occurs at the exit of of the combustor, where the combustion reaction has already reached chemical equilibrium. There is another high NO concentration close to the wall surrounding the air jet, due to the high temperatures in this region.

One can see that, as expected, the thermal NO formation is extremely temperature dependent. In addition to the high activation energy required for the reactions to occur, this temperature dependence may also be explained by the large activation energy necessary for the composite reverse reaction, which indicates that the reverse reaction can be extinguished by a rapid cooling of the combustion gases.

One could interpret the process of thermal NO formation in a combustion process by considering that the Zeldovich mechanism predicts that an equilibrium amount of NO is rapidly quenched. The forward and reverse reactions 2 and -2 are very rapid, and this reaction is more or less in equilibrium during the quenching process. As the temperatures drops, equilibrium for the 2, -2 reaction shifts to the left, resulting in a decrease in NO. The forward rate of reaction 3 is slower than rate of reactions 2, -2, but it is higher than the reverse rate, -3. Consequently,  $O_2$  is consumed by reaction  $O_2-N$  and then NO is formed. As cooling continues, the N mole fraction decreases rapidly, and another shift occurs in the equilibrium of reaction 2, -2, leading to a marked increase in NO. Thus, as the combustion gases are cooled, NO first decreases then increases.

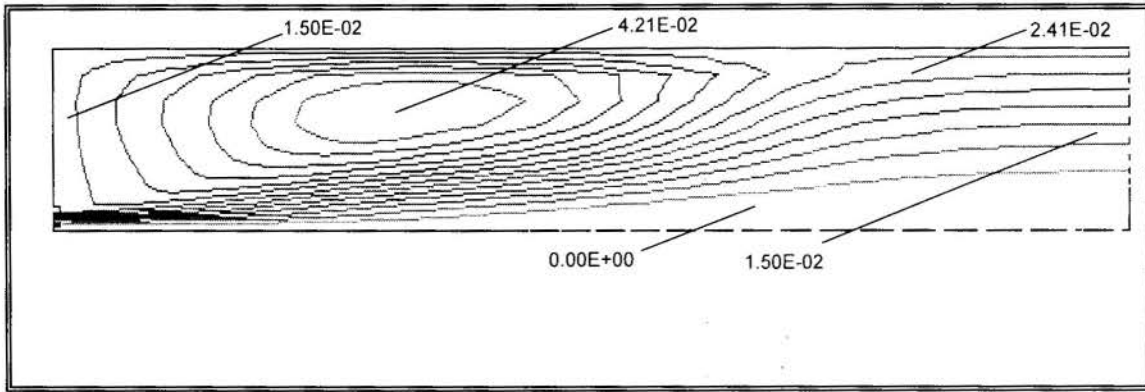


Figure 2 - Stream Function (M3/S) within the furnace

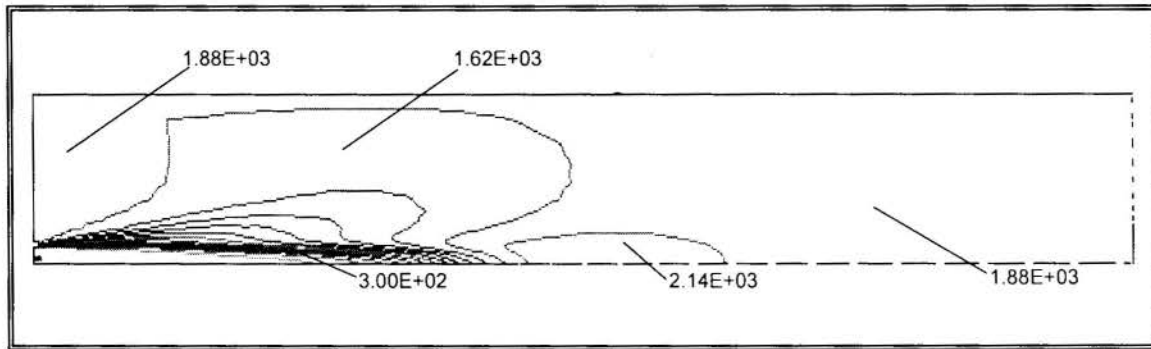


Figure 3 - Temperature (K) within the furnace

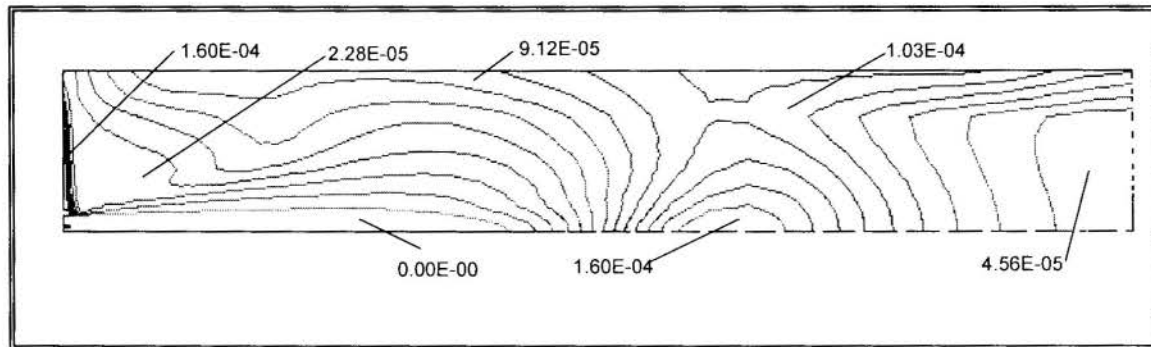


Figure 4 - Atomic Oxygen (O) mass fraction distribution along the furnace

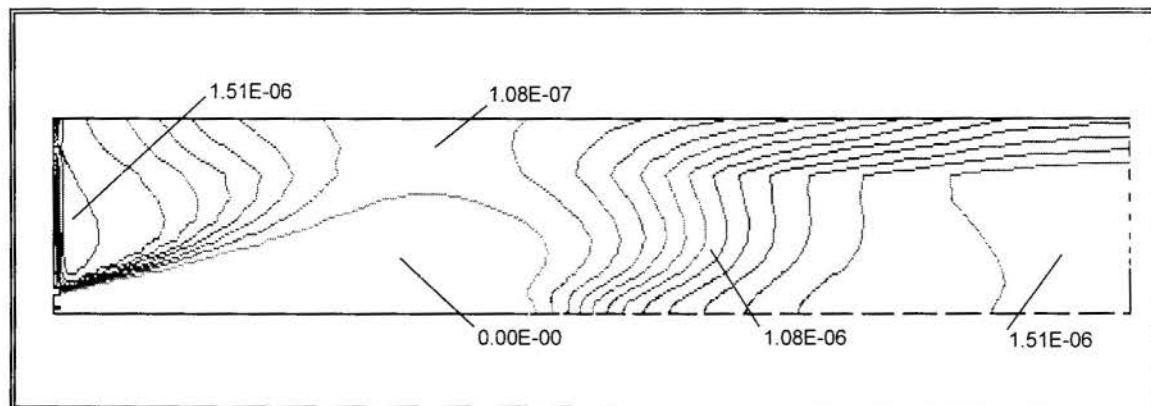


Figure 5 - Atomic Nitrogen (N) mass fraction distribution along the furnace



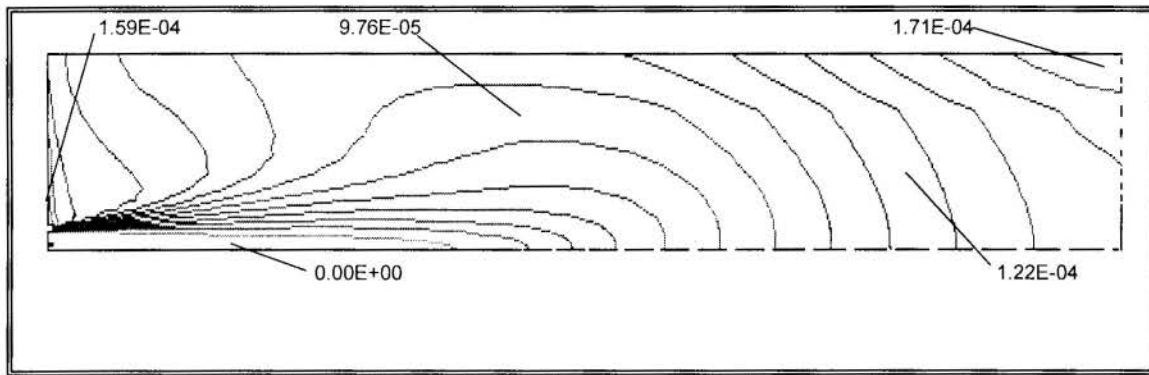


Figure 6 - Nitric Oxide (NO) mass fraction distribution along the furnace

## CONCLUSION

Zeldovich and his co-workers found that the NO formation rate was much slower than the combustion rate, and that most of the NO was formed after completion of the combustion. Hence, it appeared that the NO formation process could be decoupled from the combustion process. In this manner, the NO formation rate could be calculated assuming equilibrium of the combustion reactions. The concentration found for NO, O and N were much lower than that found for the other species present in the combustion reaction. For these reasons, it can be concluded that the Zeldovich mechanism for NO formation has little or almost none influence in the temperature field in the neighborhood of the flame, close to the burner. It's important to note that, qualitatively, the model results are in accordance with the conclusions found in the literature (Bowman, 1975), indicating that the model implemented had a good performance. In order to certify the model with respect to the quantitative results which were obtained, it's still necessary to compare the predictions with experimental data. In the next step, a CO formation mechanism will be incorporated in the model, and the simulations will be performed in a geometry for which there is available experimental data (Magel et al., 1996).

## REFERENCES

- Bowman, Craig T., 1975, "Kinetics of Pollutant Formation and Destruction in Combustion", Progress in Energy Combustion Science.
- Bowman, Craig T. and Miller, James A., 1989, "Mechanism and Modeling of Nitrogen Chemistry in Combustion", Progress in Energy Combustion Science.
- Chui, E.H., Hughes, P.M.J. and Mueller, C.M., "Prediction and Measurement of NO<sub>x</sub> and Combustion Characteristics in Two Natural Gas Flames", Fourth International Conference on Technologies and Combustion for a Clean Environment, July -1997, Lisboa, Portugal.
- Fluent User's Guide, version 4.3, Fluent Incorporated, New Hampshire, March 1995.
- Gomes, Marcos S. P., Nieckele, Angela O., Naccache, Monica F. and Kobayashi, William T., "Numerical Investigation of the Oxygen Enriched Combustion Process in a Cylindrical Furnace",

Fourth International Conference on Technologies and Combustion for a Clean Environment, July -1997, Lisboa, Portugal.

Konnov, A.A., "NO Formation Rates in Natural Gas Combustion", Fourth International Conference on Technologies and Combustion for a Clean Environment, July -1997, Lisboa, Portugal.

Magel, H. C., Schnell, U. and Hein, K.R.G., "Modelling of Hydrocarbon and Nitrogen Chemistry in Turbulent Combustor Flows Using Detailed Reactions Mechanisms", 3rd Workshop on Modelling of Chemical Reaction Systems, Heidelberg, 1996.

Patankar, S.V., 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere Publishing Corporation, New York.

Seinfeld's, John H., 1986, Atmospheric Chemistry and Physics of Air Pollution, John Wiley & Sons, New York.

Tomeczek, J. and Gradón, B., "The Rate of Nitric Oxide Formation in Hydrocarbon Flames", Fourth International Conference on Technologies and Combustion for a Clean Environment, July -1997, Lisboa, Portugal.

## ANÁLISE DE CHAMAS POR TOMOGRAFIA: CARACTERIZAÇÃO DE TURBINAS A GÁS LPP

F. S. COSTA<sup>a</sup>, A. CALDEIRA-PIRES<sup>b</sup>, P. ANACLETO<sup>c</sup>, J. A. CARVALHO-JR<sup>d</sup>

<sup>a</sup> Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, Cachoeira Paulista, SP, Brasil, 12630-000

<sup>c</sup> Instituto Superior Técnico, 1096 Lisboa Codex, Portugal

### RESUMO

*A utilização de técnicas não intrusivas, em geral, e de medidas óticas, em particular, permite a análise de escoamentos reativos sem alterá-los. Neste contexto, as técnicas de reconstrução tomográfica de imagens mono- e multi-cromáticas de chamas possibilitam uma caracterização aprofundada da zona de reação. Neste trabalho foram analisadas as imagens obtidas nos comprimentos de onda 431 e 514nm, dos radicais C2 e CH, respectivamente, obtendo-se a distribuição tridimensional dessas grandezas escalares na região da chama, ao longo de um combustor do tipo LPP ("lean pre-vaporised premixed combustion"), operando à pressão atmosférica. Consideraram-se escoamentos com e sem rotação ("swirl"), para duas razões oxidante/combustível, O/C. A relação entre as intensidades luminosas dos radicais C2 e CH foi caracterizada, com o objetivo de estimar-se a fração O/C local por meio da reconstrução tomográfica das imagens obtidas. A análise efetuada num combustor LPP, como este modelo desenvolvido no Instituto Superior Técnico de Lisboa (Anacleto, 1993, Anacleto e Heitor, 1997), permite aprofundar o conhecimento sobre as condições de queima pobre em turbinas aeronáuticas, com ênfase na qualidade da mistura, basicamente com vistas à redução das emissões de NOx.*

### INTRODUÇÃO

A emissão de poluentes gasosos por motores de combustão interna tem recebido atenção especial por parte dos engenheiros desde os anos 60. A composição química dos gases de combustão, principalmente hidrocarbonetos não queimados, óxidos de nitrogênio e óxidos de carbono, afeta direta e indiretamente a vida humana e o meio ambiente em geral.

No âmbito das turbinas a gás utilizadas pela indústria aeronáutica, as exigências de preservação da camada de ozônio da estratosfera, aliadas às limitações da tecnologia convencional na redução das emissões de NOx, têm incentivado o desenvolvimento de novas tecnologias para o projeto das futuras câmaras de combustão destes motores.

Neste contexto, foram feitos progressos consideráveis nos últimos 20 anos, quer pela indústria norte-americana (e.g. Bahr, 1995), quer a nível europeu (e.g. Joos e Pellischeck, 1995), que possibilitam identificar os conceitos com maior probabilidade de sucesso na redução do impacto ambiental das aeronaves. Em particular, espera-se que a tecnologia de pré-mistura e pré-vaporização do combustível com queima posterior para condições de excesso de ar permita, até ao final do século, reduções de cerca de 90% nos níveis de NOx, relativamente à tecnologia atual.

O trabalho aqui apresentado tem como objetivo aprofundar o conhecimento da zona de reação nas chamas em câmaras de combustão de turbinas a gás, de forma a possibilitar um controle melhorado dos processos de combustão nos futuros motores com aplicação aeronáutica.

Este estudo discutirá o desenvolvimento de um método de caracterização experimental da radiação de chamas. Esta técnica de diagnóstico baseia-se na aquisição da radiação emitida pelos radicais livres CH e C2, através de um sensor CCD

("Charge Coupled Device"), no interior de um modelo físico de simulação de uma turbina a gás tipo LPP. A imagem projetada por estas espécies químicas é adquirida a partir da coleção de luz monocromática nos comprimentos de onda característicos, respectivamente 431nm e 514nm. Estas projeções são posteriormente tratadas por um algoritmo de reconstrução tomográfica de forma a obter-se a distribuição tridimensional da emissão radiativa destes compostos. Estes radicais são utilizados como indicadores da zona de reação.

Este artigo divide-se em quatro seções. A descrição da instalação experimental e das técnicas de diagnósticos utilizadas é apresentada na próxima seção. Os resultados são discutidos na terceira seção, e as principais conclusões são, a seguir, resumidas.

### MÉTODOS E TÉCNICAS EXPERIMENTAIS

A Figura 1 apresenta um desenho esquemático do modelo utilizado no estudo de novas câmaras de combustão, o qual compreende uma pré-câmara de vaporização e de mistura do combustível e do ar, e a câmara de combustão propriamente dita onde ocorre a reação química. O ar de reação pode ser alimentado com diversos níveis de rotação, e pré-aquecido até 480K. A pré-câmara de mistura está envolvida por um tubo de Pirex para permitir acesso ótico ao escoamento. Na região de entrada da câmara de combustão existe um cone divergente a 54° para facilitar a estabilização da chama. A câmara de combustão é constituída por um tubo de quartzo, Figura 2, e por um tubo de aço.

O projeto desta câmara foi condicionado pelas limitações da tecnologia de pré-mistura e pré-vaporização do combustível, especificamente por questões associadas a: i) auto-ignição; ii) retorno da chama na câmara de pré-mistura; iii) promoção de instabilidades de chama para misturas muito pobres e/ou insta-

bilidades acústicas para razões de equivalência moderadas (Anacleto, 1993, Anacleto e Heitor, 1997).

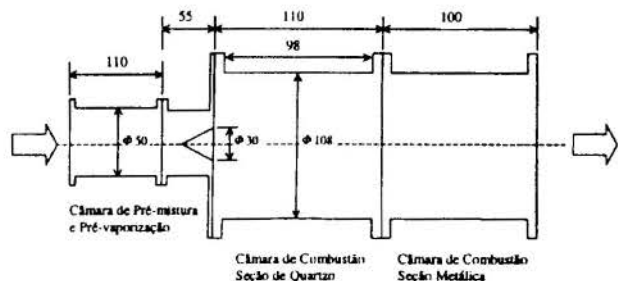


Figura 1 - Desenho Esquemático da Câmara de Combustão



Figura 2 - Queimador LPP, vista da seção de quartzo

As chamas foram obtidas pela utilização de propano comercial ( $C_3H_8$  - 95%) e ar aquecido a  $130^\circ C$ , para duas razões de equivalência,  $\phi = 0,6$  e  $0,8$ , e dois ângulos de rotação ("swirl") do ar de combustão,  $0^\circ$  e  $40^\circ$ . A Tabela 1 apresenta as condições experimentais referentes aos diferentes escoamentos estudados.

Tabela 1 - Condições Experimentais dos Escoamentos.

Teste	$Q_{ar}$ (g/s)	$Q_{fuel}$ (g/s)	Swirler ( $^\circ$ )	$\phi$
1	42	1.22	0	0,8
2	42	1.22	40	0,8
3	42	1.02	0	0,6
4	42	1.02	40	0,6

As emissões dos radicais CH e C2 das chamas foram caracterizadas através de imagens obtidas por meio de uma câmara de vídeo, com resposta espectral entre 400 e 1100nm, através da utilização de filtros comerciais. Estas imagens eram posteriormente submetidas a um tratamento de reconstrução tomográfica do campo tridimensional de emissão de cada um dos dois radicais livres analisados, e relacionados entre si de forma a obter-se o campo tridimensional da razão C2/CH. A Figura 3 apresenta um esquema do sistema de aquisição de imagens.

Além da análise das imagens monocromáticas, em trabalhos anteriores foram apresentados resultados sobre os campos de temperatura turbulenta e da concentração média das principais espécies químicas presentes no escoamento, caracterizado respectivamente através da utilização de termopares de fios finos de Pt/Pt-13%Rh e da análise dos gases de combustão

coletado por uma sonda de aspiração (Anacleto, 1993, Anacleto e Heitor, 1997).

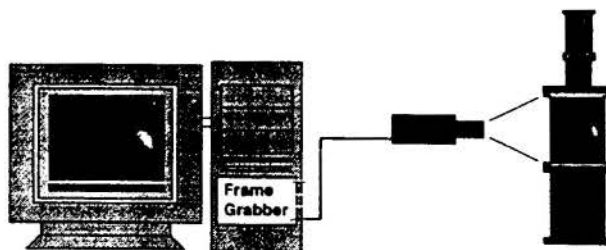


Figura 3 - Instalação Experimental para aquisição de imagens

### Reconstrução Tomográfica para Sistemas Axissimétricos

O primeiro passo na aplicação de técnicas de reconstrução tomográfica para o estudo de sistemas de combustão consistiu na aplicação da inversa da transformada de Abel para chamas axissimétricas. A expressão clássica da fórmula integral de inversão de Abel é dada pela equação (1) a seguir e é válida para a reconstrução de objetos axissimétricos. A fórmula de Abel pode ser deduzida a partir da expressão geral da transformada de Radon a qual permite a reconstrução de qualquer objeto a partir de suas projeções.

$$F(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^{\infty} \frac{\partial P(p)}{\partial p} (p^2 - r^2)^{-1/2} dp \quad (1)$$

A determinação da transformada inversa de Abel impõe o cálculo numérico de uma integral e de uma derivada, uma vez que para imagens de chama adquiridas a partir de câmaras CCD, a expressão exata da função de projeção  $P(p)$  não é conhecida. A variável  $p$  é a coordenada de cada pixel. A função  $F(r)$  reconstruída corresponde proporcionalmente às concentrações de radicais na chama.

A implementação da inversão de Abel produz erros devidos ao cálculo numérico da integral e da derivada. Existem na literatura algumas soluções que melhoram a qualidade da solução numérica, como os métodos de Nestor-Olsen e de Barr (Correia et al., 1997). Estes métodos, apesar de apresentarem resultados qualitativamente superiores à inversão da transformada de Abel, introduzem erros, com uma amplificação cumulativa para a região com coordenada radial próxima ao eixo de simetria. A utilização das técnicas de reconstrução algébrica (TRA) possibilitam ultrapassar essas restrições, conforme descrito por Correia et al (1997).

### Técnicas de Reconstrução Algébrica (TRA)

No modelo empregado de TRA foi considerado que cada pixel da câmera CCD integrava a radiação emitida pela chama a partir de um caminho ótico conhecido, conforme o esquema apresentado na Figura 4. Numa forma inicial simplificada, o CCD tem as suas dimensões da mesma ordem de grandeza do objeto observado.

A Figura 5 mostra o princípio básico utilizado. Considera-se que em cada raio a radiação emitida seja constante e igual. Desta forma, a intensidade luminosa no perfil central pode ser conhecida da periferia para o interior.

A reconstrução do pixel da periferia  $r_1$  é dada pela divisão do pixel  $p_1$  pelo dobro da área  $a_{11}$ . Conhecido  $r_1$  e conhecido  $a_{21}$  e  $a_{22}$  calcula-se  $r_2$ :  $r_2 = (p_2 - a_{21} \cdot r_1) / a_{22}$  e assim consecutivamente. Este algoritmo é efetuado em cada linha da matriz  $P$  de pixels a reconstruir. A reconstrução da chama exige então a construção da matriz das áreas  $A$  e a resolução de um sistema de equações. A matriz das áreas  $A$  é triangular inferior de dimensão  $n \times n$  em que  $n$  é o número de colunas da projeção a reconstruir.

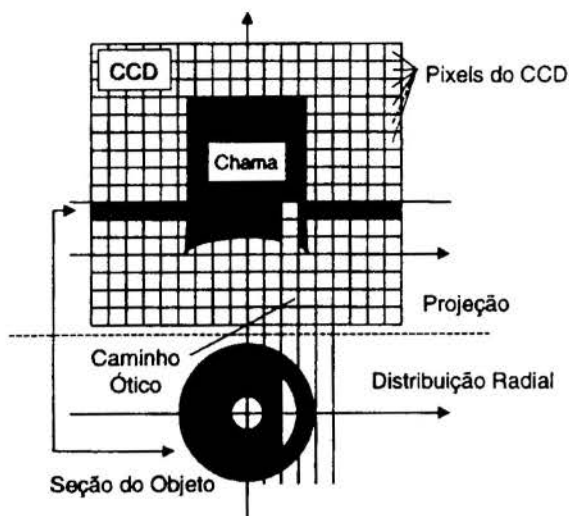


Figura 4 - Modelo do Problema de Reconstrução Axissimétrica

Após obtida a matriz  $A$ , a reconstrução é realizada linha por linha da projeção, correspondendo cada linha a um vetor  $P$ , cujos elementos são ilustrados na Figura 5. Como resultado é obtido um vetor  $r$ , que corresponde à reconstrução de uma linha de imagem.

$$2[A]r = [P] \quad (2)$$

A resolução do sistema de equações é direto e envolve reduzido esforço computacional uma vez que a matriz  $A$  é triangular inferior.

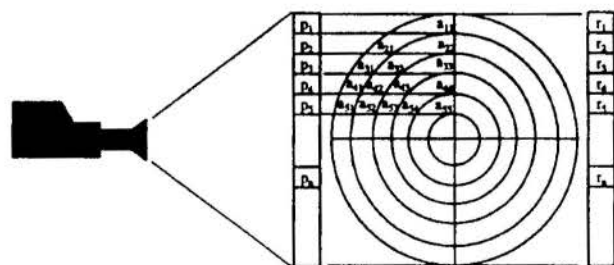


Figura 5 - Modelo de Discretização da Chama para Reconstrução Tomográfica.

As imagens obtidas foram submetidas ao tratamento de reconstrução tomográfica do campo tridimensional de emissão de cada um dos dois radicais livres analisados, e relacionados de forma a se obter o campo tridimensional da razão  $C2/CH$ . A Figura 6 apresenta os resultados deste tratamento matemático relativo à imagem das emissões do radical  $C2$  do teste 2, demonstrando que a chama restringe-se a uma região circunscrita pelo espaço da seção de quartzo, e a identificação de um região

de recirculação secundária, causada pela rotação do escoamento.

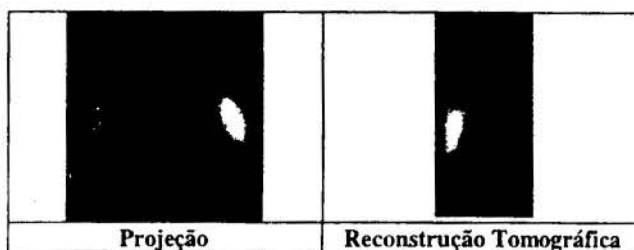


Figura 6 - Análise da Emissão do Radical  $C2$  para o Teste 2; Projeção e resultado da reconstrução tomográfica

#### Caracterização da Razão de Mistura Local pela Razão $C2/CH$

A variação da intensidade das emissões luminosas dos radicais  $C2$  e  $CH$  são fortemente dependentes da qualidade da mistura dos reagentes (e.g. Gaydon, 1957). Em geral, as emissões de  $C2$  são elevadas para misturas muito ricas em combustível, enquanto que as emissões relativas ao  $CH$  passam a predominar conforme diminui a riqueza das misturas (e.g. Chou e Paterson, 1995). Conforme a mistura combustível/ar diminui, a intensidade da emissão de  $CH$  decai a uma taxa inferior à taxa da emissão de  $C2$ , tornando-se relativamente predominante. A aplicação da análise da resposta espectral de chamas para detectar a razão de mistura combustível/ar demonstra que existe uma relação linear entre as intensidades das emissões dos radicais livres  $CH$  e  $OH$  (vide Ohyama et al., 1990, Yamazaki et al., 1990).

Conforme demonstrado por Chou e Peterson (1995), a utilização da razão entre as emissões dos radicais  $C2$  e  $CH$  permite eliminar os efeitos da pressão e temperatura dos processos de combustão. Neste contexto, este trabalho caracteriza as chamas através de imagens obtidas por meio de uma câmara de vídeo digital CCD, com capacidade para adquirir níveis de intensidade luminosa até 0.09 lux. As emissões dos radicais  $CH$  e  $C2$  foram observadas com a utilização de filtros comerciais centrados em 431nm e 515nm, com máximo de transmitância de 55% e 66%, e com 14nm e 12nm de banda a 10% de transmitância, respectivamente. Nesta região do espectro a eficiência ótica do sensor CCD apresentam valores similares, pelo que as imagens foram corrigidas utilizando apenas os valores de transmitância dos respectivos filtros. As imagens utilizadas na análise representavam a média de 200 imagens individuais.

#### RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 7 mostra as projeções integradas entre 400 e 1100nm, respectivamente na região do visível e no infravermelho próximo, para os quatro casos considerados.

O efeito global da rotação no escoamento, para os casos das chamas pré-misturadas analisadas, é o de reduzir o comprimento da zona de reação, como se pode observar para as razões de equivalência analisadas. Nesta figura, as imagens relativas aos testes 3 e 4 sofreram um tratamento de equalização dos seus histogramas de forma a permitir sua análise. A reduzida intensidade luminosa destes dois casos, testes 3 e 4, é principalmente devida à diminuição da razão de equivalência.

A Figura 8 mostra os resultados das projeções obtidas nos comprimentos de onda relativos às emissões dos radicais  $CH$  e  $C2$ , respectivamente 431 e 514nm, para os casos analisados. Observou-se que as intensidades para ambos os radicais eram maiores para os casos em que  $\phi = 0,8$ , correspondentes aos testes 1 e 2. Este fato deve-se a um compromisso entre os



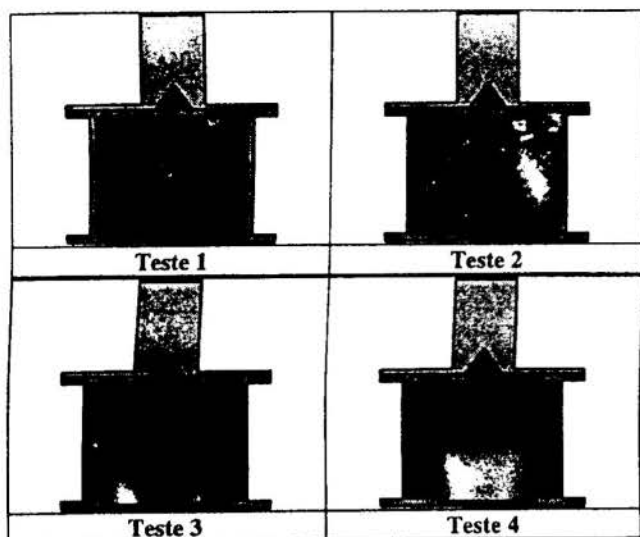


Figura 7 Projeções na região do visível para os testes efetuados: Média de 200 imagens, sobrepostas ao diagrama da região da câmara de pré-mistura e da câmara de quartzo (as imagens dos testes 3 e 4 tiveram seus histogramas equalizados para permitir a sua análise qualitativa)

Para estes casos com maior razão de equivalência, a temperatura aumenta e a cinética química é suficientemente rápida para que sejam estabelecidas as condições de equilíbrio químico à saída da câmara de combustão, com toda a cadeia de reações de combustão ocorrendo dentro dos seus limites.

Por outro lado, nos testes com menor razão de equivalência, as baixas temperaturas atingidas refletem-se em baixas taxas de reação e os processos de cinética química diminuem de intensidade de forma que o tempo de permanência do escoamento na câmara de combustão (região de quartzo) não é suficiente para serem atingidas as condições de equilíbrio à saída da câmara de combustão. Esta situação corresponde aos testes 3 e 4, na Figura 8, onde verifica-se uma diminuição da intensidade luminosa das emissões de ambos os radicais, C2 e CH (vide Anacleto e Heitor, 1997).

A rotação no escoamento, para os casos de chamas pré-misturadas estudadas, reduz o comprimento da zona de reação, como se pode observar na Figura 8 nos testes 1 e 2, sem rotação e com rotação, respectivamente, referentes às emissões do CH. No teste 1 ocorre uma deflexão da zona de reação que se propaga para além da câmara de quartzo. No caso do teste 2, ainda em particular para o CH, a rotação do escoamento acarreta a formação de uma segunda zona de recirculação na entrada da câmara além da formada pelo cone divergente, e a zona de reação se concentra no interior da câmara de quartzo, estendendo-se até a metade do seu comprimento.

Ainda na Figura 8, pode-se observar que no escoamento sem rotação a intensidade das emissões do C2 é superior à do CH. A imposição de rotação ao escoamento inverte esta relação se, e a intensidade das emissões do CH torna-se superior à do C2.

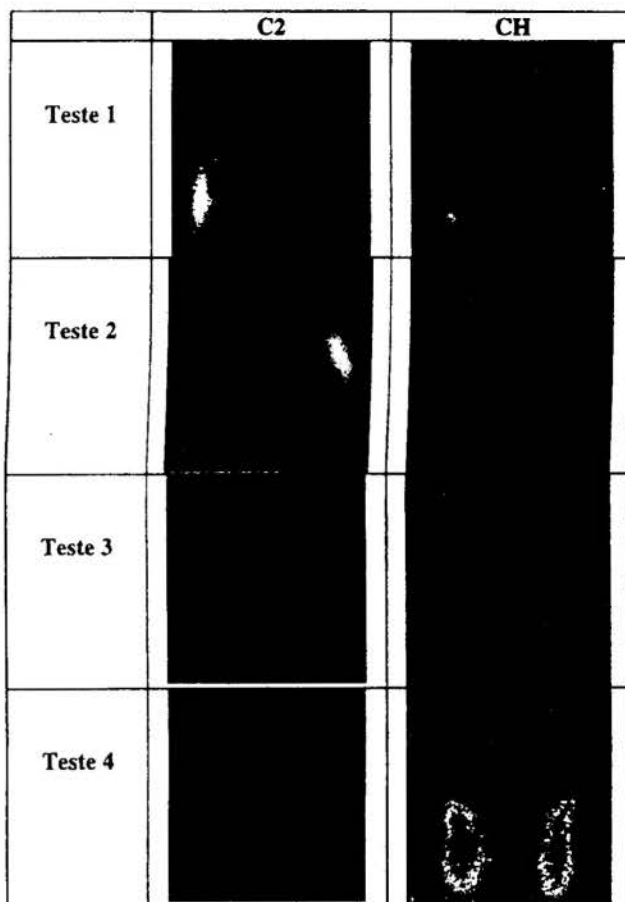


Figura 8 Projeções das Emissões dos Radicais C2 e CH; Média de 200 Imagens

A Figura 9 apresenta imagens da razão entre as intensidades luminosas dos radicais C2 e CH, C2/CH, relacionando-se pixel a pixel nas imagens obtidas através da reconstrução tomográfica das projeções apresentadas na Figura 8.

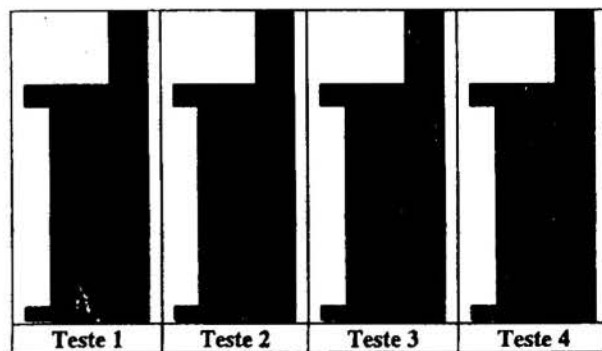


Figura 9 Razão entre as intensidades luminosas dos radicais C2 e CH, C2/CH, com base nas imagens reconstruídas tomograficamente (as imagens tiveram seus histogramas equalizados para permitirem sua análise qualitativa)

Como mencionado anteriormente, a relação entre as intensidades luminosas dos radicais C2 e CH pode ser utilizada para caracterizar a fração O/C local. No entanto, a existência de uma câmara de pré-mistura dos escoamentos de ar e combustível gasoso garantiam uma uniformização da mistura, podendo-se verificar na Figura 10 que as funções de densidade de probabilidade das imagens relacionando as emissões do C2 e do

CH apresentam uma distribuição unimodal, com máximos centrados em 0,3 e com baixos graus de espalhamento.

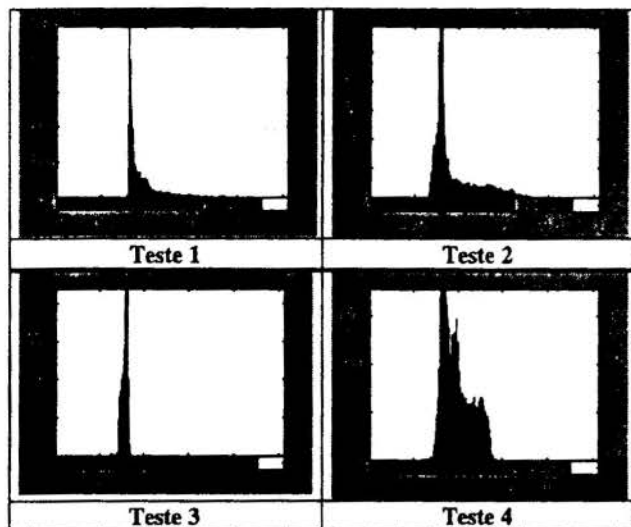


Figura 10 Função de Densidade de Probabilidade das imagens da razão C2/CH (no eixo x a escala de 256 níveis de cinzento das imagens da figura 9 apresenta-se linearizadas no intervalo de 0 a 1)

## CONCLUSÕES

O desenvolvimento de novas técnicas de diagnóstico que permitam o aprofundamento do conhecimento dos processos de combustão em situações industrialmente relevantes é analisado com base na reconstrução tomográfica de imagens obtidas na região espectral de emissão dos radicais livres CH e C2 em um modelo laboratorial de uma turbina a gás LPP.

O estudo demonstra a viabilidade da técnica de análise qualitativa das imagens reconstruídas através do método de reconstrução tomográfica baseado em algoritmos algébricos. Neste estudo é privilegiado o tratamento matemático de escoamentos axissimétricos.

Foi realizada uma análise das imagens dos escoamentos com duas razões de equivalência,  $\phi = 0,6$  e  $0,8$ , e dois níveis de rotação,  $0^\circ$  e  $40^\circ$ , identificando-se os efeitos causados na chama na faixa de variação dos parâmetros estudados.

Com relação à rotação, as imagens analisadas sugerem que as chamas com nível de rotação de  $40^\circ$  têm as suas dimensões reduzidas, e que as reações de formação dos radicais CH e C2 concentram-se no interior da seção de quartzo da câmara de combustão.

A variação da razão de equivalência mostra que as intensidades da emissão de ambos os radicais é superior nos casos de  $\phi = 0,8$ .

A relação entre as intensidades luminosas dos radicais C2 e CH mostra que as funções de densidade de probabilidade das imagens da razão C2/CH apresentam uma distribuição unimodal, e com baixos graus de espalhamento. Nesse contexto, a existência de uma câmara de pré-mistura dos escoamentos de ar e combustível gasoso garantiam a uniformização da mistura dos reagentes, e impossibilitava a utilização desta relação para caracterizar a fração O/C local nas chamas analisadas.

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho enquadra-se no âmbito do projeto de cooperação internacional entre Brasil e Portugal, intitulado "Análise não-intrusiva de Chamas por Reconstrução Tomográfica", financiados pela FAPESP e pela JNICT, respectivamente, e no âmbito do projeto temático FAPESP 96/10310-0.

## BIBLIOGRAFIA

Anacleto, P., 1993, "Análise Experimental de uma Câmara de Combustão Axissimétrica com Pré-vaporização e Pré-mistura de Reagentes", Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico.

Anacleto, P. e Heitor, M.V., 1997, "Câmaras de Combustão com baixa Produção de Poluentes para Turbinas a Gás", *Ingenium*, **15**, pp. 66-70.

Bahr, D., 1995, "Aircraft turbine engine NOx emission abatement", em: "Unsteady Combustion", eds. F. Culick, M.V. Heitor e J. Whitelaw, Kluwer Academic Publ., NATO ASI Series, Vol. E306, pp. 243-264.

Chain, R.S., Shepard, C.G.W. and Whitelaker, M., 1976, 'A Note on Carbon Moxide with Particular Reference to Gas Turbine Combustion', *Comb. Sci. Tech.*, **12**, pp. 245-247.

Chou, T. e Patterson, D.J., 1995, "In-Cylinder Measurement of Mixture Maldistribution in a L-Head Engine", *Combustion and Flame*, **101(1/2)**, pp. 45-57.

Correia, D.P., Caldeira-Pires, A., Ferrão, P., 1997, "3D Flame Temperature Measurements using a Combined Tomography/Radiation-Extinction-Model Technique". Submetido a *Combustion and Flame*.

Gaydon, A.G., 1957, "The Spectroscopy of Flames", Wiley, New York, p.159.

Joos, A. e Pelischek, G., 1995, "Low Emission Combustor Technology", em: "Advances in Engine Technology", ed. Dunker, Willy & Sons Ltd, pp. 105-149.

Ohyama, Y., 1990, SAE paper 901712.

Yamazaki, M., et al., *Int. Chemical Engineering*, **30**, pp. 160-168.

**VERTICAL AND HORIZONTAL FLAME LENGTHS OF DIFFUSION AND PARTIALLY PREMIXED FLAMES**

**S. H. Chan, J.Q. Yin and J.P. Chen<sup>1</sup> and B. Spellman<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>University of Wisconsin-Milwaukee, USA

<sup>2</sup>Eaton Co., Milwaukee, Wisconsin, USA

SUMMARY

*This study aims to present simple closed form expressions to predict the vertical and horizontal flame lengths of diffusion and partially premixed methane/air flames. First, the flame lengths for a discharge nozzle oriented in both the vertical and horizontal directions were measured. The flame length data cover a wide range of premixed ratios and total mixture flow rates. Then with the experimental data, close form semi-empirical expressions for the flame length prediction of diffusion jet flames and partially premixed methane/air laminar free jet flames are presented for practical applications.*

INTRODUCTION

Flame length plays many essential roles in combustion systems. For example, the flame penetration length is a major consideration in sizing combustors and in placing the load in a furnace. It governs the heat load, both convection and radiation, from the flame. For safety consideration, larger flames in industrial applications tend to be nonpremixed and the smaller ones to be partially premixed. The flame nozzles are often placed either in vertical or horizontal orientation. For a horizontal orientation, the flame length prediction is complicated by the presence of buoyancy force that bends the horizontal flame upward and the total flame length is then composed of two segments, a horizontal length and a vertical length. To the authors' best knowledge, no analytical solutions are available to predict the flame length of horizontally placed flames. Thus the objective of this work is to seek for simple close form expressions of flame length for practical use. In the following, the experimental flame length of laminar diffusion and partially premixed methane/air flames will be presented first, followed by the presentation of semi-empirical correlations based on phenomenological principles.

FLAME LENGTH EXPERIMENTS

Experiment Setup

In order to model the flame length, the basic flame lengths of diffusion and premixed flames in both the vertical and horizontal orientations were measured. Two 65mm flow meter (Colediverging - Parmer) with suitable flow rate ranges were used to control the premixing ratio of air and methane from their supplied lines before combustion. The diameter of the circular nozzle used in this study is 2mm. Flame length pictures for all different boundary conditions were taken by a 35mm camera (Canon AE-1) with zoom lens (35-70mm). Shutter speeds were chosen from 0.25 to 1 second depended on the fluctuation nature of the flame in some high flow rate

conditions. At least three pictures were taken for each flame. Here, we designate  $L_v$  as the flame length of a flame from the vertical oriented nozzle. For flames from the horizontal oriented nozzle,  $L_x$  and  $L_y$  designate respectively the horizontal and vertical parts of the flame length as shown in Fig. 1.

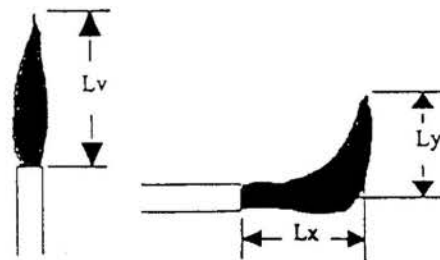


Figure 1. Definitions of  $L_v$ ,  $L_x$ , and  $L_y$ .

Experimental Results of Flame Lengths for Different Premixing Ratios

To investigate the dependence of the flame length on methane volume flow rate, experiments were conducted over a wide range of the methane volume flow rate, from 41.2 to 209.8 (ml/min), and of the premixed methane to air volume ratio, from 1:0 (pure diffusion flame) to 1:9 (premixed flame). For diffusion vertical and horizontal flames, the flame lengths of the vertical flames ( $L_v$ ), and horizontal part ( $L_x$ ) and vertical part ( $L_y$ ) of the horizontal flames are presented in Fig. 2. The figure also shows a good agreement of the exact analytical solution (given by eq. 4 in the later section of 3. 1) with the measured flame length of vertical diffusion flames in which the analytical solution is available. The maximum discrepancy is only 8.5% that occur at the methane flow

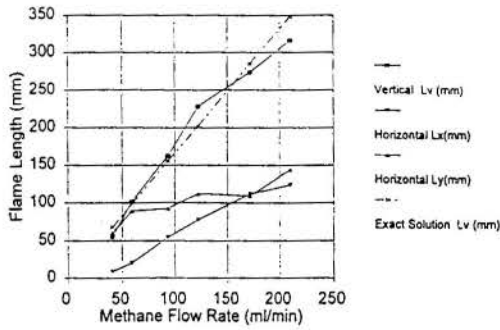


Figure 2. Diffusion flame lengths as a function of methane flow rate in vertical and horizontal directions

rate of 209.8 *ml/min*. For premixing flames, the flame lengths of vertical and horizontal flames as a function of the methane volume rate for a premixing ratio of 1:3, 1:5, 1:7 and 1:9 have been measured. For vertical diffusion and premixed flames, they are summarized in Fig. 3 as a function of the methane flow rate  $Q_{F,O}$  for various premixed ratios. Figure 3 reveals an interesting result, namely, the flame lengths depend only on the methane flow rate even for the premixed flames. Similarly, for the horizontal diffusion and premixed flames, their horizontal ( $L_x$ ) and vertical ( $L_y$ ) parts of flames are summarized in Figs. 4 and 5, respectively. They also show that  $L_x$  and  $L_y$  are mainly dependent on  $Q_{F,O}$ . Therefore, the flame lengths,  $L_v$ ,  $L_x$  and  $L_y$  can be correlated as a function of the injected methane flow rate for diffusion and premixed flames as follows for practical use:

$$L_v = 1.625 Q_{F,O} \quad (1)$$

$$L_x = -316.32 + 196.48 \log_{10} Q_{F,O} \quad (2)$$

$$L_y = -91.37 + 91.34 \log_{10} Q_{F,O} \quad (3)$$

where  $L$  is in unit of *mm* and  $Q_{F,O}$  is *ml/min*.

#### Experimental Results of Flame Lengths for Different Total Flow Rates

For a constant mixture flow rate of 500 *ml/min*, the flame lengths,  $L_v$ ,  $L_x$  and  $L_y$ , were measured by varying the methane flow rates. The experiments were repeated with two other constant mixture flow rates of 1000 and 1500 *ml/min*. The results are summarized in Fig. 6 which clearly shows that  $L_v$  is mainly governed by the methane flow rate and is practically independent of the total mixture flow rate. It is reasonably holds for the horizontal oriented flame ( $L_x$  and  $L_y$ ) as shown in Figs. 7 and 8.

If the methane volume flow rate in the abscissa of Figs. 6-9 is replaced by the methane premixed volume percentage, the flame length data of  $L_v$ ,  $L_x$  and  $L_y$  can no

longer collapse well. Rather, they are now functions of methane-premixed percentage and the total mixture flow rate as exemplified in Fig. 9.

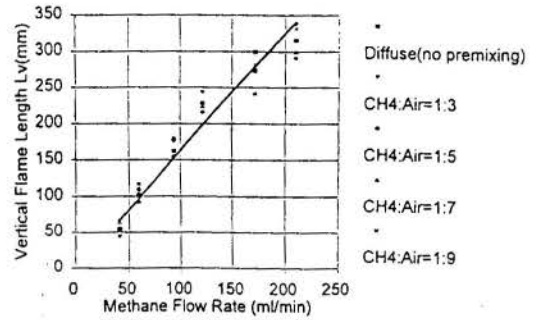


Figure 3. Summary of diffusion and premixed vertical flame lengths  $L_v$  for different premixing ratios as a function of methane flow rate

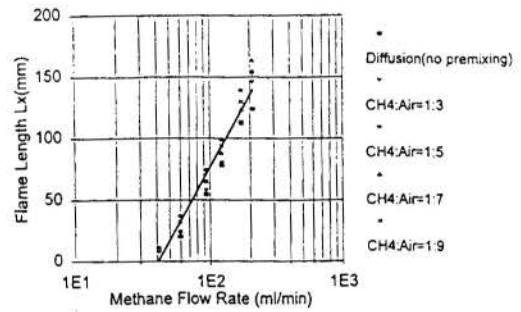


Figure 4. Summary of diffusion and premixed horizontal flame lengths  $L_x$  for different premixing ratios as a function of methane flow rate

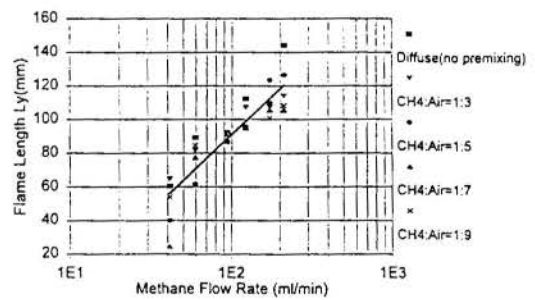


Figure 5. Summary of diffusion and premixed horizontal flame lengths  $L_y$  for different premixing ratios as a function of methane flow rate



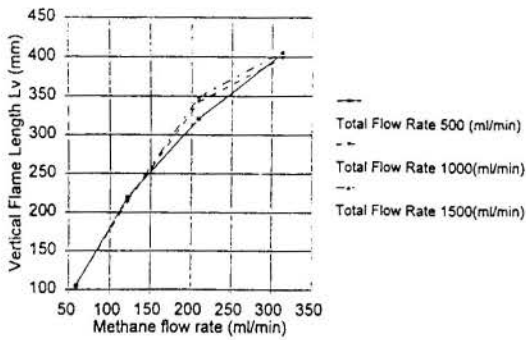


Figure 6. Vertical flame lengths  $L_v$  as a function of methane flow rate for different total flow rate

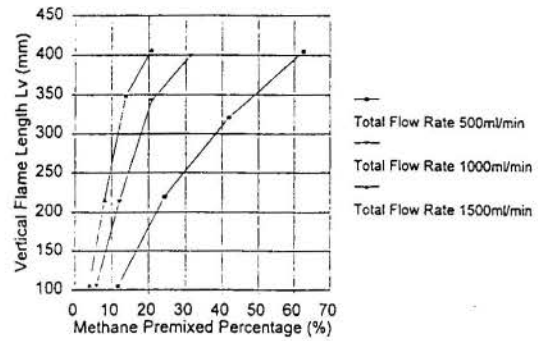


Figure 9. Vertical flame lengths  $L_v$  as a function of premixed methane percentage for different total flow rate

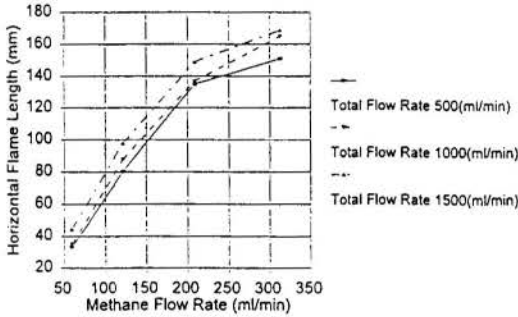


Figure 7. Horizontal flame lengths  $L_x$  as a function of methane flow rate for different total flow rate

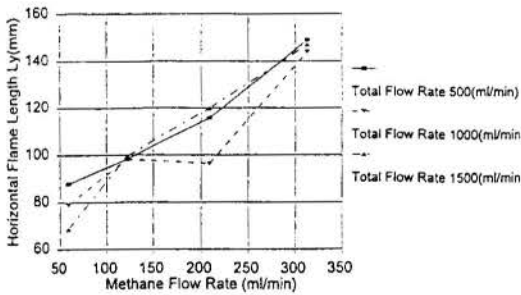


Figure 8. Horizontal flame lengths  $L_y$  as a function of methane flow rate for different total flow rate

## LAMINAR FLAME LENGTH PREDICTION AND COMPARISON WITH EXPERIMENTAL RESULTS

### Pure Diffusion Flame

For a free jet diffusion flame, we defined Reynolds number as  $Re_o = (\Delta_o D_o U_o) / \mu_o$  where  $U_o$  is the jet velocity,  $\Delta_o$  the fuel density,  $\mu_o$  the viscosity of fuel,  $D_o$  the nozzle exit diameter. If  $Re_o < 3380 \sim 3980$ , the jet flow is at the laminar state and the flame becomes a laminar free jet diffusion flame. Under the condition of pure diffusion condition (not partially premixed), the laminar free jet flame length is described by the following equation (Kuo, 1986):

$$\frac{L_o}{D_o} = \frac{3}{32} \frac{Re_o}{f_{st}} \quad (4)$$

where  $f_{st}$ : stoichiometric mixture fraction,  $f_{st} = \frac{(F/O)_{st} Y_{O,air}}{1 + (F/O)_{st} Y_{O,air}}$

and  $L_o$ : flame length.

For methane/air system,  $(F/O)_{st} = (16/(2 \cdot 32)) = 1/4$  (the molecular weight of methane is 16 and that of oxygen is 32), mass fraction of oxygen in air  $Y_{O,air} = 0.23$ , therefore  $f_{st} = 0.05437$ . Rearranging eq. (4) in terms of the volumetric flow rate of the free jet  $Q_F = P_f U_f D_o^2 / 4$  yields:

$$L_o = b_o Q_F \quad (5)$$

$$\text{where } b_o = \frac{3}{8\pi} \frac{\rho_F}{\mu_F} \frac{1}{f_{st}}$$

In this study, for pure methane diffusion flame,  $Q_F$  ranges from 41.2 to 209.8 (ml/min) and  $D_o = 0.2$  cm. Therefore jet velocity  $U_f$  varies from 21.86 to 111.3 (cm/s). Density of methane  $\Delta_f = 0.71428 \cdot 10^{-3}$  (g/cm<sup>3</sup>) and viscosity  $\mu_f = 159 \cdot 10^{-6}$  (g/cm·s). Substituting values of above physical parameters into eq. (5), we obtain  $b_{o,predicted} = 1.6437$  (mm/(ml/min)) and  $L_o = 1.6437 Q_F$  where  $Q_F$  is in ml/min. The predicted flame length and experimental measurement results for vertical flames (from Fig. 2) are displayed in Fig. 10. Fitting experimental data of flame length yields  $b_{o,predicted} = 1.608$  (mm/(ml/min)). Two results are in good agreement, which indicates that the experimental method used in this study to measure flame length is valid. The laminar free jet diffusion flame length is linearly proportional to the volumetric flow rate of fuel.

### Partially Premixed Flame

For the laminar free jet flame with partially premixed fuel and air, no analytical result to predict flame length is available yet. But for laminar free jet, the mass flow rate of entrained air can be expressed by Schlichting's equation (Schlichting, 1968):

$$\frac{\dot{m}_{air}}{\dot{m}_o} = \frac{32}{Re_o} \times \frac{\rho_{air}}{D_o \rho_o} \quad (6)$$

Under the partial premixed condition with  $Y_{F,O}$  as the initial mass fraction of fuel, we consider a partial premixed fuel jet

discharging into surrounding air at standard ambient condition (pressure 1 atm and temperature 298 K). The fuel gas is consumed by reaction with oxygen of the entrained air and air in the premixed mixture. The flame or plume length  $x=L$  is taken to be equal to the reaction zone length. We assume that the mixture ratio of the fuel and oxygen in the reaction zone is proportional to the stoichiometric ratio, namely,

$$\frac{\dot{m}_o Y_{F,O}}{\dot{m}_{air} Y_{O,air} + \dot{m}_o Y_{O,air} (1-Y_{F,O})} = c_1 f_{st} \quad (7)$$

where  $Y_{F,O}$  is the initial methane fuel mass fraction in the premixed mixture at the nozzle exit,  $\dot{m}_o$  is the mass flow rate of partially premixed mixture ( $\dot{m}_o = \dot{m}_{F,O} + \dot{m}_{air,o}$ ) and  $c_1$  is a constant. Substituting Schlichting's eq. (6) at  $x=L$  into eq (7), we obtain the flame length of a partially premixed fuel/air mixture as

$$\frac{L}{D_o} = \frac{1}{32} \frac{Re_o}{f_{st}} \frac{\rho_o}{\rho_{air}} \frac{Y_{F,O}^{-c_1 f_{st}} Y_{O,air} (1-Y_{F,O})}{Y_{O,air} c_1} \quad (8)$$

For the pure diffusion flame  $Y_{F,O}=L$  and  $L=L_o$ . Therefore

$$c_1 = \frac{1}{3Y_{O,air}} \frac{\rho_o}{\rho_{air}} \quad \text{Substituting } c_1 \text{ into eq. (8) yields finally}$$

$$\frac{L}{D_o} = \frac{3}{32} \frac{Re_o}{f_{st}} (Y_{F,O}^{-(1-Y_{F,O})} \frac{f_{st}}{3} \frac{\rho_o}{\rho_{air}}) \quad (9)$$

For methane and air combustion system,  $f_{st} = 0.05437$  and

$$\frac{\rho_o}{\rho_{air}} < 1. \text{ So } ((1-Y_{F,O}) \frac{f_{st}}{3} \frac{\rho_o}{\rho_{air}}) < < 1. \text{ Therefore eq. (9) can}$$

be further simplified to

$$\frac{L}{D_o} = \frac{3}{32} \frac{Y_{F,O}}{f_{st}} Re_o \quad (10)$$

which is similar to equation (6) for pure diffusion flame (i.e.  $Y_{F,O}=1.0$ ). By using volumetric flow rate  $Q_o$  ( $Q_o = Q_{F,O} + Q_{air,o}$ ) instead of  $Re_o$ , eq. (10) becomes to

$$L = b Y_{F,O} Q_o \quad (11)$$

where  $b = \frac{3 \rho_o}{8\pi \mu_o f_{st}}$  and  $\Delta_o$  is the density of mixture. We have

already obtained  $b=1.608$  by using eq. (11) to fit experimental data for pure diffusion flame where  $L$  in mm and  $Q_o$  in ml/min as mentioned earlier. The results were shown in Fig. 10.

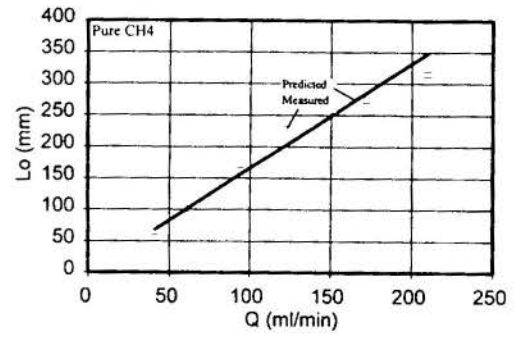


Figure 10. Predicted and measured flame length of vertical laminar free flames of pure methane

Under the partially premixed condition, the initial volumetric flow rate of the fuel is  $Q_{F,O}$  and the volumetric flow rate of air is  $Q_{air,o}$ . We have

$$\rho_o Y_{F,O} Q_o = \rho_F Q_{F,O} \quad (12)$$

Therefore substituting eq. (12) into eq. (11) leads to

$$L = b' Q_{F,O} \quad (13)$$

and

$$b' = \frac{3 \rho_{F,O}}{8\pi \mu_o f_{st}} \quad (14)$$

Because the viscosity of air is 184 g/cm.s and that of methane is 159 g/cm.s, the variation of viscosity of air/methane mixture ( $\mu_o$ ) in eq. (14) is small. Therefore  $b' = b_o \cdot 1.6$ . Fitting all the experimental data for partially premixed vertical flames from Fig. 3 with  $Q_{F,O}$  at different mixture ratios yields  $b' = 1.625$ , i.e.

$$L = 1.625 Q_{F,O} \quad (15)$$

which is the same as eq. (1) presented earlier. In the above  $L$  is in mm and  $Q_{F,O}$  in ml/min. At a partially premixed condition, air is added to the initial fuel flow to increase  $Re_o$  at the nozzle exit. The higher  $Re_o$  will reduce the ratio of the air entrained to the mass injected, which in turn as shown in eq. (1) will tend to increase the flame length. On the other hand, the oxygen contained in the partially mixture injected through the nozzle will decrease the flame length. Therefore effects of these factors on the flame length counteract each other, resulting in little variation of flame lengths with the premixed ratio of partially premixed flames.

In conclusion the semi-empirical relation (eq. (13)) can be used to predict the flame length of both partially premixed and pure diffusion laminar free jet flames.

#### Effect of Buoyancy Force on Flame Length

In some applications, the fuel/air mixture is discharged horizontally. The flame is bent upward due to buoyancy effect. It is of interest to predict the total flame length as well as the horizontal and vertical parts of the flame length. The experimental results of the effect of buoyancy force on the behaviors of free jet flame have been displayed in Figs. 4 and 5. It is found that the flame length ( $L_v$ ) and the flame height ( $L_h$ ) of the horizontal laminar free jet flames are proportional to the

volumetric flow rate of methane as shown in eqs. (2) and (3). By dividing eqs. (2) and (3) by eq. (1) yields.

$$\frac{L_x}{L} = -\frac{194.66}{Q_{F,O}} + \frac{120.9 \log(Q_{F,O})}{Q_{F,O}} \quad (16)$$

$$\frac{L_y}{L} = \frac{56.37}{Q_{F,O}} + \frac{52.2 \log(Q_{F,O})}{Q_{F,O}} \quad (17)$$

Fig. 11 shows the variation of  $L_x/L$  and  $L_y/L$  with  $Q_{F,O}$ . It can be seen that at low  $Q_{F,O}$ ,  $L_x/L$  increases with  $Q_{F,O}$  but reverses when  $Q_{F,O}$  is higher. The maximum value of  $L_x/L$  is around  $Q_{F,O} = 110 \text{ ml/min}$ . But  $L_y/L$  decreases with  $Q_{F,O}$  continuously. On the basis of the experimental results, eqs. (16) and (17) can be used to predict the flame length of laminar free jet flames under the effect of buoyancy force.

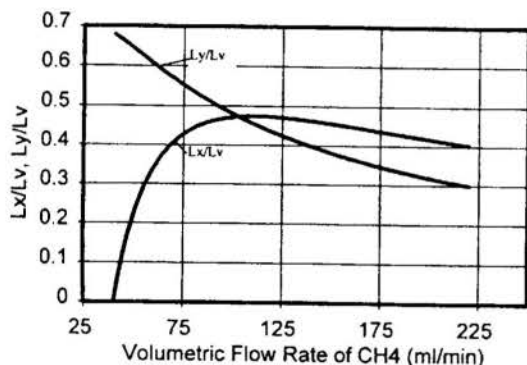


Figure 11. Variation of  $L_x/L_v$  and  $L_y/L_v$  with volume flow rate of methane in partially premixed free jet flame

## CONCLUSIONS

1. Experimental results of the flame length for the laminar free jet flame of pure methane fuel and partially premixed methane/air fuel mixture indicate that under the conditions we used in this study the vertical flame length is mainly dependent upon the volumetric flow rate of methane. For both the pure diffusion and partially premixed flames, the flame length follows the relation  $L_v \propto 1.625 Q_{F,O}$ . The formula for the prediction of flame length of partially premixed free jet flame was derived in this study. The predicted results are in good agreement with experiments.

2. The effect of buoyancy force on the flame length of the horizontal free jet flame is different. At lower volumetric flow rates of methane, due to the buoyancy force effect, the horizontal flame length increases with the methane flow rate, but reverses itself at higher methane volumetric flow rates. However, as the volumetric flow rate of methane increases, the effect of buoyancy force on the height of the horizontal free jet flame decreases continuously.

## REFERENCES

- Kuo, K.K., 1986. "Principles of Combustion", John Wiley and Sons, Inc., New York, pp. 366-370  
 Schlichting, H., 1968. "Boundary-Layer Theory", McGraw-Hill Book Company, New York, pp. 218-222.

## CONVOLUTION TECHNIQUE APPLIED TO NUMERICAL INTEGRATION IN HEAT CONDUCTION PROBLEM

Sandro M. M. L. e Silva, Gilmar Guimarães, Marcus A. V. Duarte &  
Martin Raynaud(\*)

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia - Ufu –  
Uberlândia Cep 38400-902 Uberlândia, MG, Brasil - e-mail: gguima@mecanica.ufu.br  
(\*) Institut National des Sciences Appliquées - INSA – Lyon - Villeurbanne Cedex- France

### SUMMARY

Many transient heat conduction problems can be solved through analytical techniques: Green's function, Laplace transform, integral methods, Duhamel's theorems are some techniques that can be cited. The choice of one or other of these techniques will depend on the nature of the problem. When a transient heat conduction problem has one or more transient boundary conditions, the solution will involve integration procedure. But the integration always involves boundary conditions and parts of a fundamental solution. In this work we are proposing a technique based on the convolution theorem and the well-known numerical algorithm (Discrete Fast Fourier Transform) to solve the heat conduction problem without direct integration. A comparison with analytical and other numerical technique is also presented.

### INTRODUCTION

The use of Green's function is a well known technique in heat conduction problem (Ozisik, 1993) and (Beck et al., 1992). A lot of problems are solved using this technique: general expressions for the solution of inhomogeneous transient heat conduction problem with energy generation, inhomogeneous boundary conditions, and a given initial condition, can be given in terms of Green's function (Ozisik, 1993). The general form of the heat conduction problem can be described by three-dimensional nonhomogeneous boundary-value problem:

$$\nabla^2 T(r, t) + \frac{1}{\lambda} g(r, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} \quad (1)$$

in region  $R, t > 0$

$$-k_i \frac{\partial T}{\partial \eta_i} + h_i T = h_i T_{\infty} = f_i(r, t) \text{ on } S_i, \quad t > 0 \quad (2)$$

$$T(r, t) = F(r) \quad \text{for } t = 0, \text{ in } R \quad (3)$$

where  $\partial/\partial \eta_i$  denotes differentiation along the outward-drawn normal to the boundary surface  $S_i, i = 1, 2, \dots, N$  is the number of continuous boundary surfaces of the region. The terms  $g(r, t)$  and  $f_i(r, t)$  are the generation and the boundary-condition functions that vary with both position and time (Ozisik, 1993). The solution  $T(r, t)$  of Eqs. (1)-(3) can be expressed in terms of three-dimensional Green's function  $G(r, t|r', \tau)$  as

$$\begin{aligned} T(r, t) = & \int_R G(r, t|r', \tau) \Big|_{\tau=0} F(r') dv' \\ & + \frac{\alpha}{\lambda} \left[ \int_{\tau=0}^t d\tau \int_R G(r, t|r', \tau) g(r', \tau) dv' \right] \quad (4) \\ & + \alpha \left[ \int_{\tau=0}^t d\tau \sum_{i=1}^N \int_{S_i} G(r, t|r', \tau) \Big|_{r'=r_i} \frac{f_i(r', \tau)}{\lambda_i} ds_i' \right] \end{aligned}$$

where  $R$  refers to the entire volume of the region considered;  $S_i$  refers to the boundary surface  $S_i$  of the region  $R, i = 1, 2, \dots, N$  and  $n$  is the number of continuous boundary surfaces; and  $dv'$  and  $ds_i'$  refer to differential volume and surface elements, respectively, in the  $r'$  variable. The derivative and the physical significance of various terms in the solution Eq.(4) are given in detail by Ozisik (1993) and Beck et al (1992). It can be noted from Eq. (4) that all transient terms involve integrals as:

$$\int_{\tau=0}^t \varphi(r, \tau) h(r, \tau) d\tau \quad (5)$$

The aim of this work is to obtain these integrals using a simple and efficient method instead of the numerical or analytical integration. It means, the use of mathematical relations like the convolution theorem and the Fourier transform. However, in order to clarify the methodology, a simple one-dimensional transient heat conduction problem will be solved. It should be observed that this procedure does not imply any loss of generality, since the problem to be solved is the numerical integration of Eq. (5).



## TEST CASE

The Figure 1 presents a model where a homogeneous body is suddenly heated by a one-directional transient heat flux  $\phi_1(t)$ , at  $x=0$  and with an thermal insulated condition at  $x=L$ .

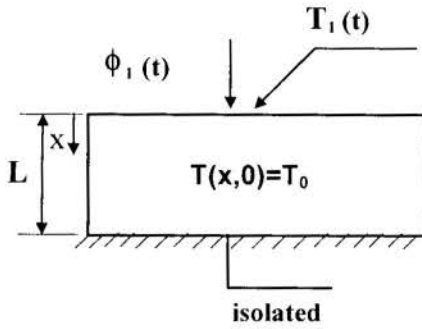


Figure 1 - Rectangular body submitted to a transient heat flux

The integral form of the solution can be written straightforward from the general solution, Eq. (4), (Lima et al, 1997) it means

$$T(0,t) = T_1 = T_0 + \frac{\alpha}{\lambda L} \int_0^t \phi_1(\tau) d\tau + \frac{2\alpha}{\lambda L} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\beta_m^2 \alpha t} \int_0^t e^{\beta_m^2 \alpha \tau} \phi_1(\tau) d\tau \quad (6)$$

where  $\beta_m$  are the eigenvalues defined by  $\beta_m = \frac{m\pi}{L}$ , with  $m = 1, 2, 3, \dots, \infty$ . It can be seen that the evolution of  $\phi_1(t)$  should be known in order to perform analytically the integral in Eq. (6). However, for experimental cases  $\phi_1(t)$  assume discrete data, and the integrals in Eq. (6) should be computed numerically or an approximation by a polynomial or other function should be made to evaluate them analytically. The second term of Eq. (6) defined as

$$I(t) = \int_0^t \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\beta_m^2 \alpha (t-\tau)} \phi_1(\tau) d\tau \quad (7)$$

will be analyzed in the light of some mathematical relation given below.

## FUNDAMENTALS

The Eq. (7) can also be written in the following form

$$I(t) = \int_0^t g(t-\tau) h(\tau) d\tau \quad (8)$$

with

$$g(t) = \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\beta_m^2 \alpha t} \quad (9)$$

and

$$h(t) = \phi_1(t) \quad (10)$$

If  $g(t)$  and  $h(t)$  are two functions of  $t$  defined for  $t > 0$ , then the Eq. (8) represents the convolution integral of these two functions and is denoted by  $g * h$  (Abramowitz and Stegun, 1968). This means that

$$I(t) = g * h = \int_0^t g(t-\tau) h(\tau) d\tau \quad (11)$$

If the Fourier transform of the convolution, Eq. (11), is taken, the well known properties can be given by the following relations (Abramowitz and Stegun, 1968),

$$FT[g * h] = g(f) h(f) \quad (12)$$

where the Fourier Transform of a function  $F(t)$  is defined by

$$FT[F(t)] = F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi f t} F(t) dt' \quad (13)$$

Comparing the Eq.(12) with Eq.(11) it can be concluded that

$$I(t) = [g * h] = IFT[g(f)h(f)] = IFT[I(f)] \quad (14)$$

where  $IFT$  is the inverse Fourier transform defined by

$$IFT[F(f)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i2\pi f t} F(f) df \quad (15)$$

Therefore  $I(t)$  can be computed without the direct integration given by Eq. (7). In the other side. The results can be obtained through inversion of the product of Fourier transforms  $g(f)$  and  $h(f)$ , given in the Eq. (14). The application of Fourier transform to  $g(t)$  and  $h(t)$  gives respectively

$$FT[g(t)] = \left[ e^{-\beta_m^2 \alpha t} \right] = \frac{1}{(i2\pi f + \beta_m^2 \alpha)} = g(f) \quad (16)$$

$$FT[h(t)] = FT[\phi_1(t)] = \phi_1(f) = h(f) \quad (17)$$

It can be noted that the  $\phi(t)$  is obtained from discrete measurements. So the simplest way to obtain the  $\phi(f)$  is to compute numerically the values of the Fourier Transforms by using the Cooley-Tukey algorithms (Discrete Fast Fourier Transform, Bendant & Pierson, 1986).

## RESULTS

In order to validate this procedure some test cases for different heat flux input will be presented. They represent a heat flux input of an experimental data (Lima & Silva et al, 1997), and simulated data of parabolic, semi-parabolic and step shape. These cases are shown in the Figs. 2-5, respectively

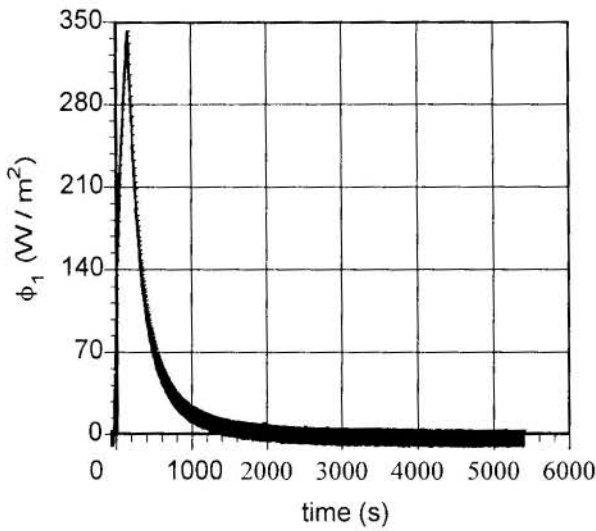


Figure 2 - Experimental heat flux input, test a

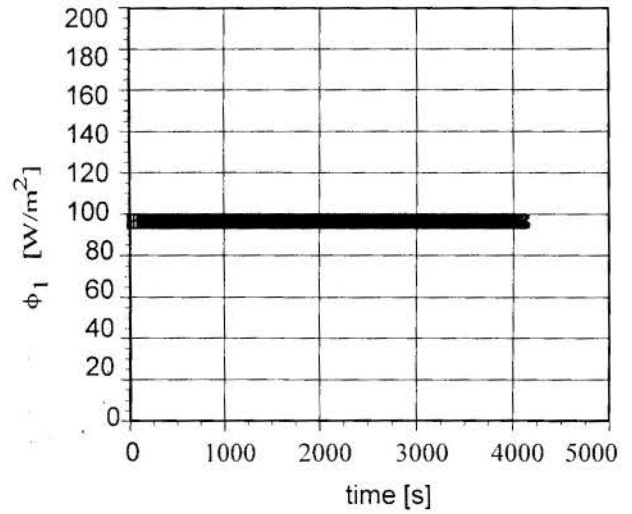


Figure 5 - Step heat flux input, test d

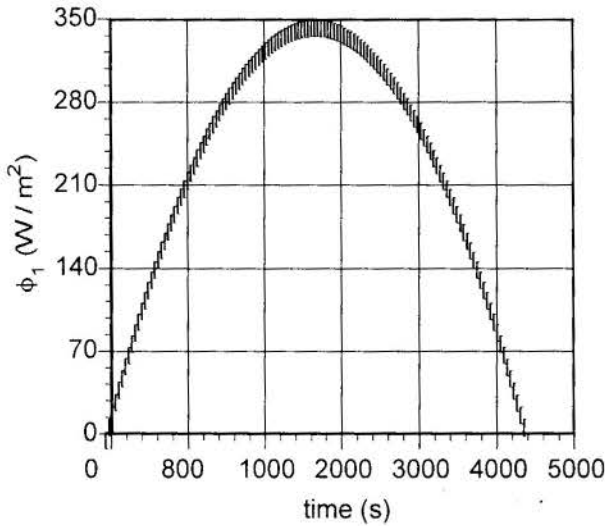


Figure 3 - Parabolic heat flux input, test b

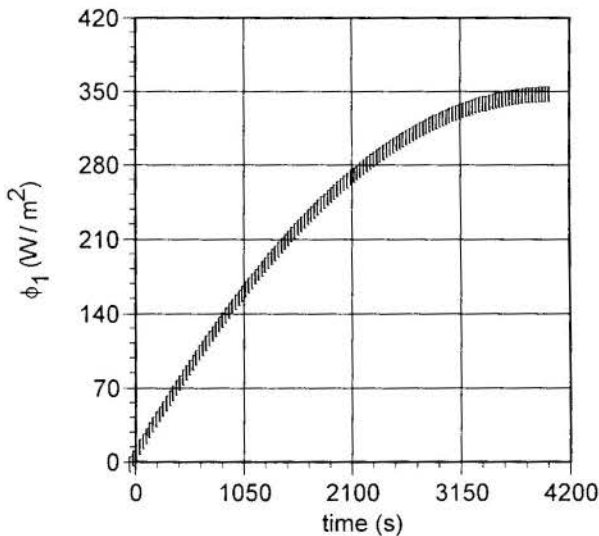


Figure 4 - Semi-parabolic heat flux input, test c

The Figure 6 shows the temperature response histories.  $T(0,t)$ . These evolutions are calculated from the Eq. (6) using analytical integration and the Fast Fourier transform (method proposed). The solution of Eqs. (1)-(3) for the problem analyzed using a volume finite method based on Patankar technique is also used.

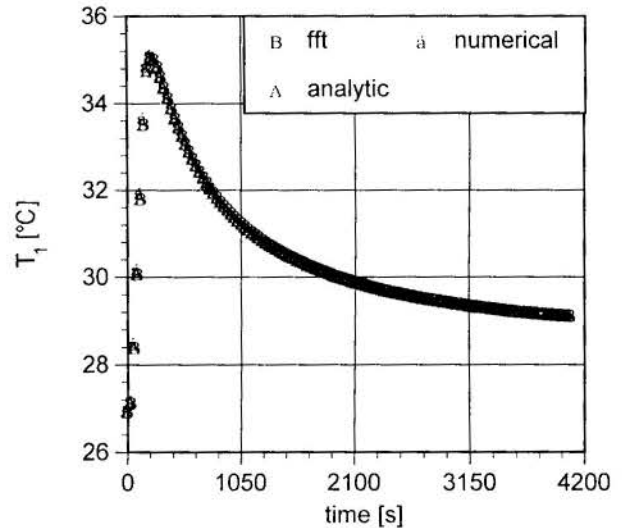


Figure 6 - Temperature response evolution, test a

It can be noted that temperature evolutions have good agreement. For a better analysis the residuals defined by  $Res(i) = T_{an} - T_i$  are also presented in Figure 7. In this case, the index  $i$  assume two values (1 and 2) and represent the  $T(0,t)$  calculated in two ways. For  $i=1$ , the Eq. (6) is obtained via Fast Fourier Transform,  $T_{fft}$ , while for  $i=2$  via numerical methods,  $T_{num}$ . The  $T_{an}$  indicates the temperature calculated via analytical integration. It can be noted that a comparison with analytical integration indicates deviation less than  $0,02^\circ\text{C}$ . The result shows a good agreement with the analytical solution. A comparison between the analytical and the numerical method gives a error less then  $0,12^\circ\text{C}$ . However the averaged value is situated on the order obtained from the fast Fourier transform.

Since the accuracy of integration via fast Fourier transform depends on data processing, it is important to analyze various signal shapes. Four different input data patterns: a parabolic, semi-parabolic and constant heat flux input are tested. The results are shown in Figures 7-13.

The input simulated data on Figs.8-9, which have a smooth parabolic pattern, gives the smallest value of  $Res(1)$ , is less than  $0.0015^{\circ}\text{C}$ . The numerical method presents errors in the same order as the case a. The same results can be seen for the semi-parabolic pattern of input data heating (test c) (Figs. 10-11)

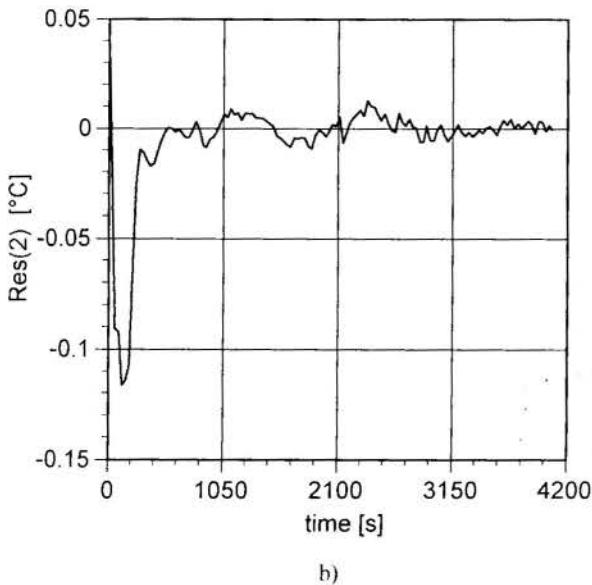
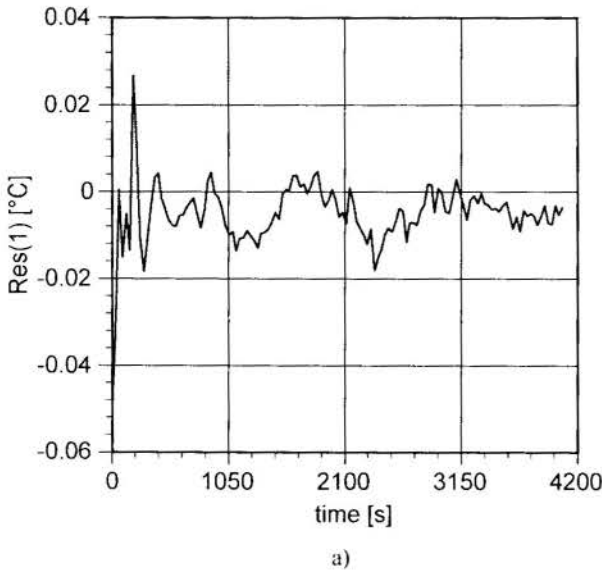


Figure 7 - Residual between the temperature response at  $x = 0$ , to experimental heat flux (Lima e Silva et al, 1997):

$$Res(i) = T_{an} - T_i, \text{ test a}$$

- a) Residual between analytical,  $T_{an}$  and  $T_{met}$
- b) Residual between analytical,  $T_{an}$  and  $T_{num}$

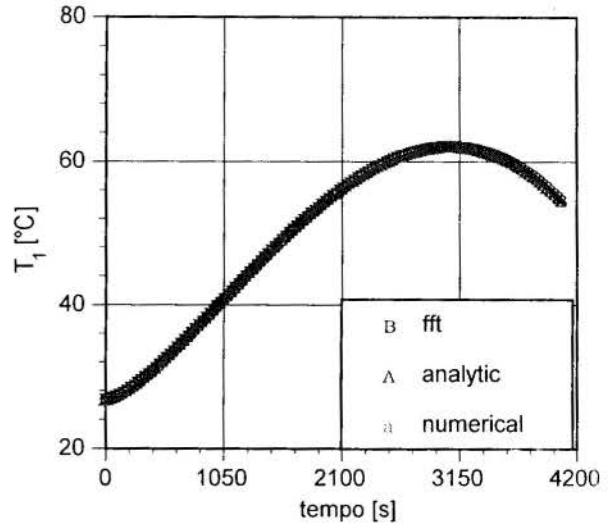


Figure 8 - Temperature response evolutions, test b

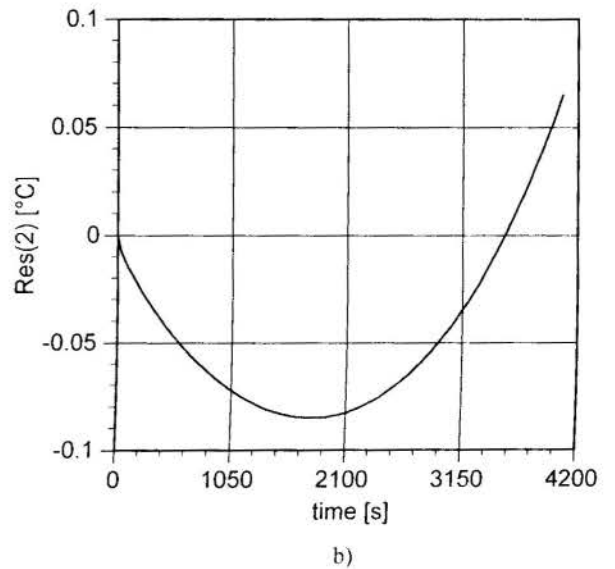
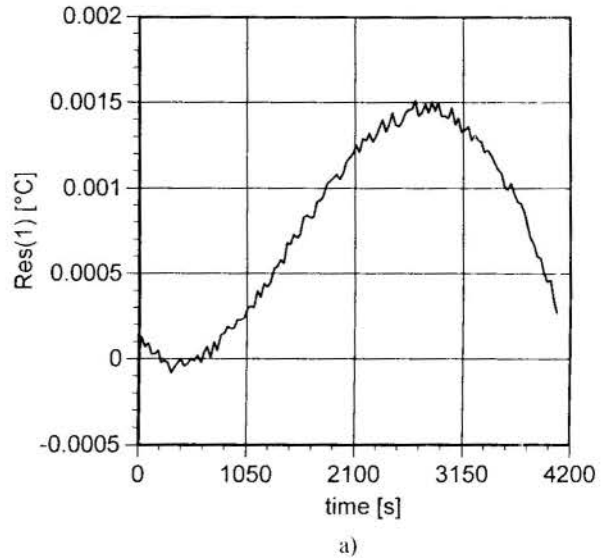


Figure 9 - Residual between the temperature response at  $x = 0$  to parabolic heat flux input.  $Res(i) = T_{an} - T_i$  test b

- a) Residual between analytical,  $T_{an}$  and  $T_{met}$
- b) Residual between analytical,  $T_{an}$  and  $T_{num}$

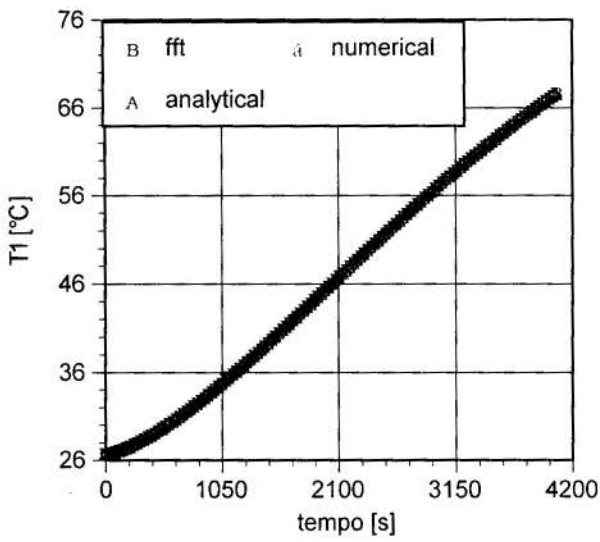


Figure 10 – Temperature response evolutions, test c

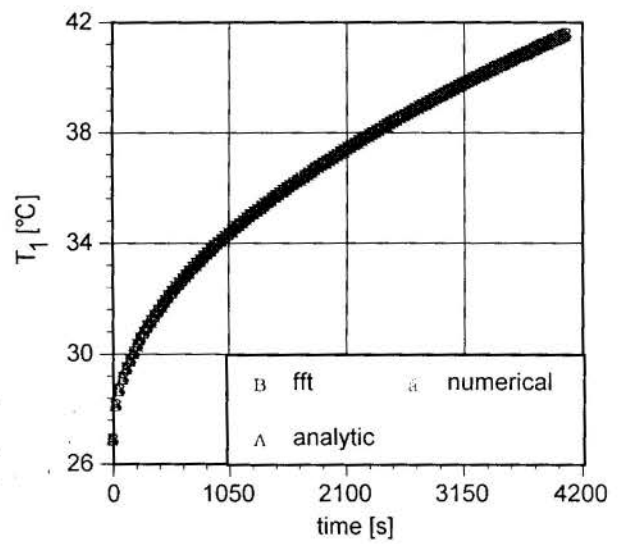
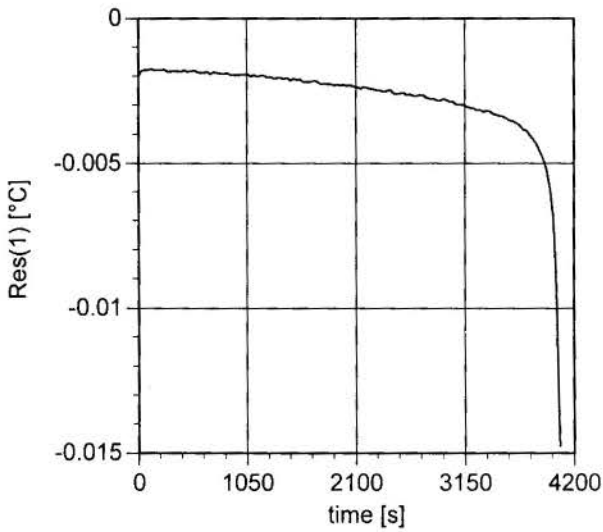
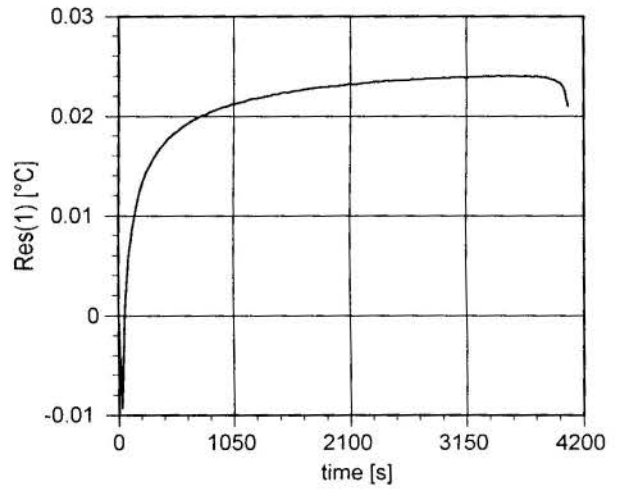


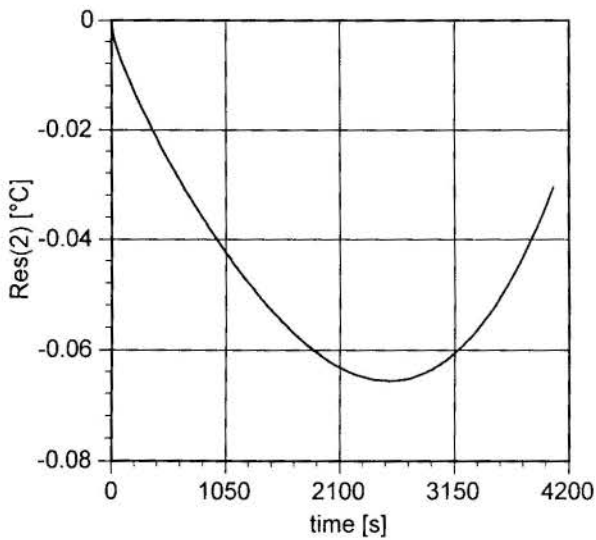
Figure 12 – Temperature response evolutions, test d



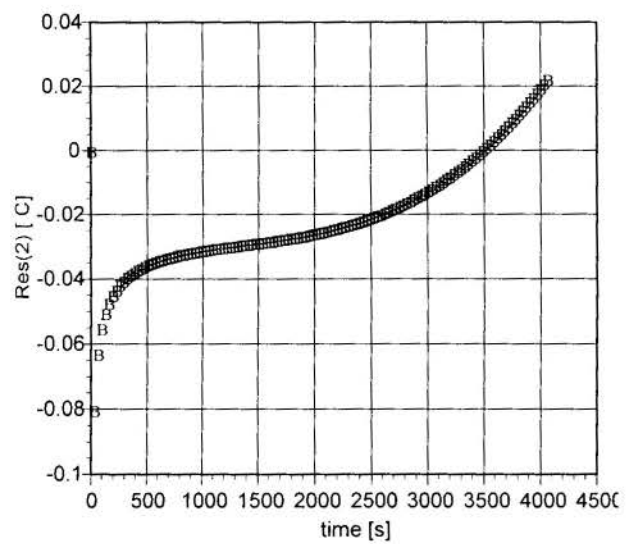
a)



a)



b)



b)

Figure 11 - Residual between the temperature response at  $x=0$  to semi-parabolic heat flux,  $Res(i) = T_{an} - T_i$ , test c  
 a) Residual between analytical,  $T_{an}$  and  $T_{met}$   
 b) Residual between analytical,  $T_{an}$  and  $T_{min}$

Figure 13 - Residual between the temperature response at  $x=0$  to step heat flux input,  $Res(i) = T_{an} - T_i$ , test c  
 a) Residual between analytical,  $T_{an}$  and  $T_{met}$   
 b) Residual between analytical,  $T_{an}$  and  $T_{min}$



The step heat flux input. Fig (12-13), present the worst case for the fast Fourier method (error less than 0.0025°C). The explanation of these results lies in the Gibbs's phenomenon that appears in signal processing. However this error is smaller than the residual from the numerical method.

At this moment, it should be mentioned that first term of Eq.(6) was also treated in the same way as the second. It means that the integrals given by

$$I_1 = \int_0^t \phi_1 d\tau \quad (18)$$

was computed considering

$$I_1 = \int_0^t g_1(t-\tau)h_1(\tau)d\tau \quad (19)$$

where

$$g_1(t) = 1 \quad (20)$$

and

$$h_1(t) = \phi(t) \quad (21)$$

The integration of  $I_1(t)$  is performed using the relations given by the Eqs.(18-21) and a procedure analogous to the one described for the integrals  $I(t)$ .

## CONCLUSIONS

The use of fast Fourier transform permits a very simple way to integrate functions with time dependence that appear in integral heat conduction solutions. This procedure give a great flexibility to work with experimental data and the accuracy is competitive with analytical solutions. The results are better than the ones obtained by numerical solutions using finite volumes discretization. The main application of this technique is in experimental problems where the boundary condition. are generally measured and may appear only described by discrete forms, (Lima e Silva et al, 1998). For this case, the adjustment of curve with various types of functions represents time consuming process and rises of complexity in the numerical and analytical integration. Besides this , when the direct integration is possible, the difficulties on convergence of series are common.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors would also like to acknowledge the financial support of CNPq and Fapemig.

## REFERENCES

- Abramowitz, M. and Stegun, I. A., 1968, "Handbook of Mathematical functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables", 5th ed., Dover.
- Beck, J. V., Cole, K. D., Haji-Sheik, A. and Litkouhi, B., 1992, "Heat Conduction Using Green's Function", Hemisphere Publishing Corporation, USA, 523p.
- Bendat, J. S. And Pierson, A . G., 1986, "Analysis and Measurement Procedures", Wiley - Interscience, 2nd Ed, USA, 566p.
- Lima e Silva, S. M. M. Guimarães, G. e Duarte, M. A. V, 1997, "Estimador De Uma Função Objetivo De Correlação Na Medição Simultânea De Propriedades térmicas", XIV COBEM, CDROM, Bauru, SP
- Lima e Silva S. M. M., Duarte, M. A. V. and Guimarães, G., 1998, "A correlation function for thermal properties estimation applied to a large thickness sample with a single surface sensor, *Review Scientific Instrument*, Vol 69, No 8, pp. 3298-3299
- Ozisik, M. N., 1993, "Heat Conduction", John Wiley & Sons, 2<sup>nd</sup> Ed., USA, 692p
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation, 197p.

**ANALYSIS OF NON-LINEAR TRANSIENT  
DIFFUSIVE HEAT TRANSFER PROBLEMS IN  
MULTILAYERED CYLINDRICAL MEDIA**

**LUIZ C.G. PIMENTEL, ROGÉRIO RAMOS, JESUS S. PÉREZ  
GUERRERO and JULIO C.G. PIMENTEL**

Departamento de Engenharia  
CEUAM

21041-060- Rio de Janeiro - RJ - Brazil

Departamento de Engenharia Mecânica  
Universidade Federal do Espírito Santo - UFES  
29060-970 - Vitória - ES - Brazil

Comissão Nacional de Energia Nuclear - CNEN/COREJ  
22294-900- Rio de Janeiro - RJ - Brazil

Centro de Pesquisas da Eletrobrás - CEPEL  
21944-970 - Rio de Janeiro - RJ - Brazil

SUMMARY

*The aim of the present work is to study the transient heat diffusion in multilayer concentric cylinders build up of different materials and submitted to various external boundary conditions. The Generalized Integral Transform Technique (GITT) was used to develop a semi-analytical solution for the non-linear heat diffusion equations which govern the phenomenon. The multilayered problem was treated as a single region problem with interface discontinuities. Therefore it was necessary to define some special weight-functions in order to guarantee the orthogonality property of the eigenfunctions used in the temperature potential expansions, typical to the method. Due to the hybrid numerical-analytical nature of GITT it is possible to extend the present approach to more complex problems, such as thermophysical properties variation with temperature, spending a minimum of computational effort and keeping the prescribed error control on the final solution.*

INTRODUCTION

The need to solve the coupled temperature distributions in multilayer heat diffusion problems can be found in relevant applications such as aerospace thermal protection (Ruperti and Cotta, 1991), design of compact heat exchangers and rewetting of a nuclear rod (Yeh, 1980).

Early attempts to study the linear transient two layer heat diffusion were performed by Olek et al. (1991). The authors studied unsteady conjugated heat transfer in laminar pipe flow neglecting the convection effects and considering prescribed constant wall temperature or constant heat flux and viscous dissipation as a linear source term. The theoretical analysis performed by Olek et al. (1991) was based on the theorem of orthogonality of piecewise continuous eigenfunctions developed by Yeh (1977), which states that the eigenfunctions which are not orthogonal to each other, due to discontinuous media, can be made orthogonal, by using a suitable weight function. Following a different approach Ruperti and Cotta (1991) and Cotta and Mikhailov (1997) applied the integral transform method to solve one dimensional transient heat conduction in  $n$ -planar layer subjected to ablation at the last layer, motivated by ablative protection for aerodynamic heating of space vehicles in hypersonic flow.

In this work, by using a special auxiliary problem as proposed by Yeh (1977) to supply piecewise continuous eigenfunction that preserve the orthogonality property, the generalized integral transform technique approach was used to

handle the nonlinear transient heat diffusion in multilayered cylindrical media.

ANALYSIS

The equations which describes the phenomenon are given by:

$$\rho_1 c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = k_1 \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left( r' \frac{\partial T_1}{\partial r'} \right) + g(T, r') ,$$

$$0 < t < t_{\max} \cdot 0 < r' < R_1 \quad (1a)$$

$$\rho_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = k_2 \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left( r' \frac{\partial T_2}{\partial r'} \right) ,$$

$$0 < t < t_{\max} \cdot R_1 < r' < R_0 \quad (1b)$$

and the associated initial and boundary conditions are:

$$t = 0 \cdot 0 < r' < R_0 : T_1 = T_2 = \Phi(r') \quad (2a)$$

$$t > 0 \cdot r' = 0 : T_1 = \text{finite} \cdot \left( \frac{\partial T_1}{\partial r'} = 0 \right) \quad (2b)$$

$$t > 0 \cdot r' = R_0 : T_1 = T_2 \quad (2c)$$

$$t > 0, \quad r' = R_i : k_1' \frac{\partial T_1'}{\partial r'} = k_2' \frac{\partial T_2'}{\partial r'} \quad (2d)$$

$$t > 0, \quad r' = R_o : h(T_2' - T_\infty) = -k_2' \frac{\partial T_2'}{\partial r'} \quad (2e)$$

where the assertions 1 and 2 are refer to the inner and outer layers, respectively. Defining the following dimensionless groups:

$$K = \frac{k_2'}{k_1'}, \quad r = \frac{r'}{R_i}, \quad k = \frac{k_2' \rho_1 c_{p1}}{k_1' \rho_2 c_{p2}} \quad (3a,b,c)$$

$$\tau = \frac{k_1' t}{\rho_1 c_{p1} R_i^2}, \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty}, \quad b = \frac{R_o}{R_i} \quad (3d,e,f)$$

$$\Phi(r_i) = \frac{\phi(\bar{r}_i) - T_\infty}{T_i - T_\infty}, \quad Bi = \frac{hR_i}{k_2} \quad (3g,h)$$

$$G(\theta, r) = \frac{g(T, r_i) R_i^2}{(T_i - T_\infty) k_1} \quad (3i)$$

it is obtained the following joint formulation to the problem:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = f(r) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + H(\theta, r) \quad (4)$$

where:

$$f(r) = \begin{cases} 1 \\ K \end{cases}, \quad H(\theta, r) = \begin{cases} 0, & 0 \leq r \leq 1 \\ G(\theta, r), & 1 \leq r \leq b \end{cases} \quad (5a,b)$$

$$\tau = 0, \quad 0 \leq r \leq b : \quad \theta = 0 \quad (6a)$$

$$r = 0 : \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0 \quad (6b)$$

$$r = 1 : \quad \theta^- = \theta^+ \quad (6c)$$

$$r = 1 : \quad \frac{\partial \theta^-}{\partial r} = \frac{\partial \theta^+}{\partial r} \quad (6d)$$

$$r = b : \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} + Bi \theta = 0 \quad (6e)$$

and  $\theta^-$  and  $\theta^+$  are the inner and outer layer temperatures, respectively.

Therefore, the two-layer domain was converted to a single-layer domain taking into account a discontinuity in the heat source and physical properties. Getting hold of the generalized integral transform technique, to get the solution of the problem, it is necessary to define an auxiliary eigenvalue problem to provide orthogonal basis in order to make the orthogonality theorem useful. According to the theorem developed by Yeh (1977) and applied by Olek et al (1991) in multilayer problems, the eigenvalue problem can be chosen as:

$$\frac{d}{dr} \left( F_i r \frac{dR}{dr} \right) + \lambda_i^2 \frac{F_i}{f(r)} r R = 0, \quad r_{i-1} < r < r_i, \quad i = 1, 2 \quad (7)$$

It is necessary to determine the constant  $F_i$  within the interval  $r_{i-1} < r < r_i$ , through the asserted theorem so that the solution,  $R_{in}(r)$ , is orthogonal regarding the weight-function,  $F_i r$ . So:

$$N_m = \begin{cases} \sum_{n=1}^2 \int_{r_{n-1}}^{r_n} R_n(r) R_m(r) F_i r dr = 0, & \text{if } n \neq m \\ \neq 0, & \text{if } n = m \end{cases} \quad (8)$$

Considering two layers the solution is given by:

$$\begin{cases} R_{1n} = J_n(\lambda_n r) \\ R_{2n} = A_n J_n(\lambda_n r / \sqrt{k}) + B_n Y_n(\lambda_n r / \sqrt{k}) \end{cases} \quad (9a,b)$$

where:

$$A_n = \frac{J_n(\lambda_n) Y_n(\lambda_n / \sqrt{k}) - K Y_n(\lambda_n / \sqrt{k}) J_n(\lambda_n)}{J_n(\lambda_n / \sqrt{k}) Y_n(\lambda_n / \sqrt{k}) - Y_n(\lambda_n / \sqrt{k}) J_n(\lambda_n / \sqrt{k})} \quad (10a)$$

$$B_n = \frac{K J_n(\lambda_n / \sqrt{k}) J_n(\lambda_n) - J_n(\lambda_n) J_n(\lambda_n / \sqrt{k})}{J_n(\lambda_n / \sqrt{k}) Y_n(\lambda_n / \sqrt{k}) - Y_n(\lambda_n / \sqrt{k}) J_n(\lambda_n / \sqrt{k})} \quad (10b)$$

$$\begin{cases} F_1 = 1 \\ F_2 = k \end{cases} \quad (11a,b)$$

The eigenvalues are actually evaluated through the boundary condition at  $r=b$ , in the following way:

$$\begin{aligned} & - \left( \frac{\lambda_n}{\sqrt{k}} \right) A_n J_n \left( \frac{\lambda_n b}{\sqrt{k}} \right) - \left( \frac{\lambda_n}{\sqrt{k}} \right) B_n Y_n \left( \frac{\lambda_n b}{\sqrt{k}} \right) + \\ & Bi \left[ A_n J_n \left( \frac{\lambda_n b}{\sqrt{k}} \right) + B_n Y_n \left( \frac{\lambda_n b}{\sqrt{k}} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Then, obtained the auxiliary eigenvalue problem solution and following the systematic application of the generalized integral transform technique to eqs. (4-6), as presented by Cotta (1993), it is necessary to define the so called transform-inverse pair, as follows:

$$\bar{\theta}_i(\tau) = \int_0^b F_i r \frac{R_i}{N_i^{1/2}} \theta(\tau, r) dr \quad (\text{transform}) \quad (13)$$

$$\theta(\tau, r) = \sum_{i=1}^2 \frac{R_i}{N_i^{1/2}} \bar{\theta}_i(\tau) \quad (\text{inverse}) \quad (14)$$

Then, computing eqs. (4-6) dealing with the transformation operator:  $\int_0^b F_i r \frac{R_i}{N_i^{1/2}} dr$  and replacing the inverse formula with the terms, which are not transformable:

$$\frac{\partial \bar{\theta}_i}{\partial \tau} = -\lambda_i^2 \bar{\theta}_i + \bar{H}_i(\bar{\theta}_i) \quad (15)$$

where:

$$\bar{H}_i(\bar{\theta}_i) = \int_0^b F_i r \frac{R_i}{N_i^{1/2}} H(\theta, r) dr \quad (16)$$

The initial condition transform of eq. (6a) results:

$$\bar{\theta}_k(0) = \bar{\Phi}_k \quad (17)$$

Being:

$$\bar{\Phi}_k = \int_0^1 F_k r \frac{R_k}{N_k} \phi(r) dr \quad (18)$$

The numerical solution of the system (15-17) was calculated using the DIVPAG subroutine, from the IMSL (1987) mathematics libraries

## RESULTS

Table 1 and fig. 1 shows the 15 former eigenvalues for the auxiliary problem defined by eq. (7), to prescribed external temperature case and various conjugation parameters ( $K^* = \sqrt{k/K}$ ). It can be noticed that the eigenvalues presents a clear trend to reach limit values when  $K^*$  parameter decreases.

Table 1 – Eigenvalues for the case:  $b=1.2$ ,  $c=1$ ,  $k=4$ , infinite Biot and different  $K^*$  values.

i	$K^*=5 \times 10^{-1}$	$K^*=5 \times 10^{-2}$	$K^*=5$
1	2.4047139714973	2.39369481955193	1.6404232135452
2	5.5198001954713	5.49239201889931	4.3038922765845
3	8.6532088470445	8.60222162939727	7.2658849901624
4	11.7905236805541	11.69279670707730	10.3112548236822
5	14.9274027225000	14.64533267363260	13.3843874481499
6	16.2926324976204	16.35011633611670	16.4657238547079
7	18.0737122264694	18.29965749139120	19.5435000341300
8	21.2125135110703	21.29714804353570	22.6033869516565
9	24.3529114807002	24.39600166057060	25.6135829208081
10	27.4936879850525	27.51422995239840	28.4711489199859
11	30.6346449306401	30.63843330241020	30.8898555679661
12	33.7757001571017	33.76387472047280	33.0741066602058
13	36.9167959828428	36.88705644158760	35.7453394084283
14	40.057854506588	40.00203961705690	38.6980026197610
15	43.1986445849441	43.08871375360720	41.7375717032882

It is worth to emphasise the importance of the precision required in the solution of eq. (12), being necessary a lot of significant digits to represent each one of the eigenvalues correctly and allow the temperature fields calculations through the mediums. It can be observed in fig. (1) that, small variations in the argument of the function associated to the transcendental equation results in large variation in the function value. Such eigenvalues were calculated by MATHEMATICA software, Wolfram (1991), followed by selection and ordering.

Table 2 shows the analysis of convergence of the interface temperature, between regions 1 and 2 ( $r=1$ ). On that radial position, it is observed that, the time evolution of the temperature potential has achieved convergence for  $N=30$  terms, regarding a four significant digits precision. The comparison of the present solution with the results published by Olek et al. (1991) demonstrate an agreement for all digits presented on that work.

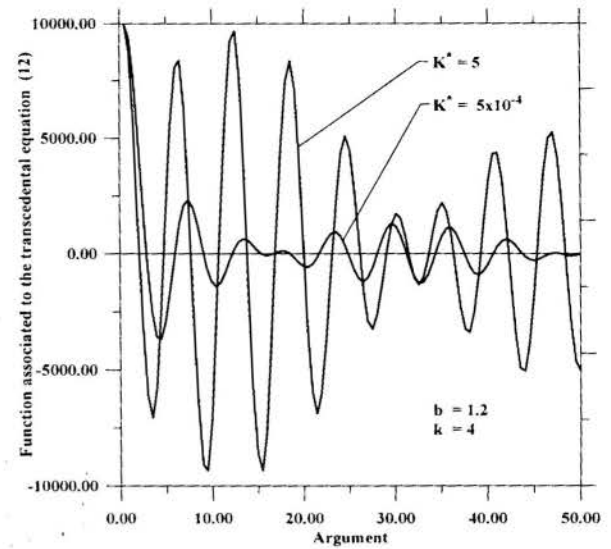


Figure 1 – Behaviour of the function associated to the transcendental equation (12).

Table 2 – Analysis of convergence for various eigenfunction expansion truncation order for the case:  $b=1.2$ ,  $c=1$ ,  $k=4$ , infinite Biot and different  $K^*$  values.

TIME	$K^* = 5 \times 10^{-1}$				Olek et al (1991)		
	N=10	N=20	N=30	N=40			
0.0010	0.0062	0.0552	0.0547	0.0547	0.055		
0.0020	0.2377	0.2430	0.2430	0.2430	0.243		
0.0030	0.4153	0.4159	0.4159	0.4159	0.416		
0.0040	0.5515	0.5516	0.5516	0.5516	0.552		
0.0050	0.6560	0.6560	0.6560	0.6560	0.656		
0.0060	0.7361	0.7361	0.7361	0.7361	0.736		
0.0070	0.7975	0.7975	0.7975	0.7975	0.798		
0.0080	0.8446	0.8446	0.8446	0.8446	0.845		
0.0100	0.9085	0.9085	0.9085	0.9085	0.909		
0.0400	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	1.000		
0.0800	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	1.000		
0.2000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.000		
3.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.000		
TIME	$K^* = 5$				Olek et al (1991)		
	0.0010	-0.0097	0.0100	0.0101		0.0101	0.010
	0.0020	0.0391	0.0435	0.0435		0.0435	0.043
	0.0030	0.0739	0.0750	0.0750		0.0750	0.075
	0.0040	0.1005	0.1008	0.1008		0.1008	0.101
	0.0050	0.1220	0.1221	0.1221		0.1221	0.122
	0.0060	0.1401	0.1402	0.1402		0.1402	0.140
	0.0070	0.1560	0.1560	0.1560		0.1560	0.156
	0.0080	0.1701	0.1701	0.1701		0.1701	0.170
	0.0100	0.1946	0.1947	0.1947		0.1947	0.195
	0.0400	0.3865	0.3865	0.3865		0.3865	0.386
	0.0800	0.5123	0.5124	0.5124		0.5124	0.512
0.2000	0.7091	0.7091	0.7091	0.7091	0.709		
3.0000	1.1137	1.1137	1.1137	1.1137	1.114		

Figure 2 brings out the expected physical behaviour, where the decreasing conjugation parameter, which is associated to an increasing thermal conductivity of region 2, determine that the interface temperature tends to external wall temperature when the steady state condition is achieved. However, higher  $K^*$  values causes interface temperatures higher than the external wall temperature, due to the major influence of the source term, in the steady state condition.



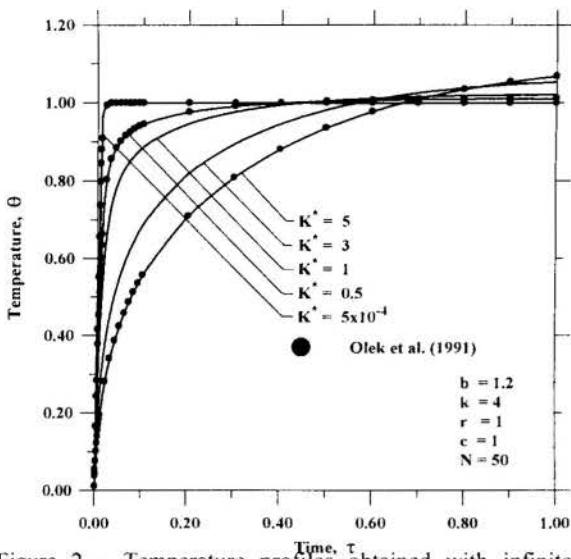


Figure 2 – Temperature profiles obtained with infinite Biot number (time analysis, fixed radius)

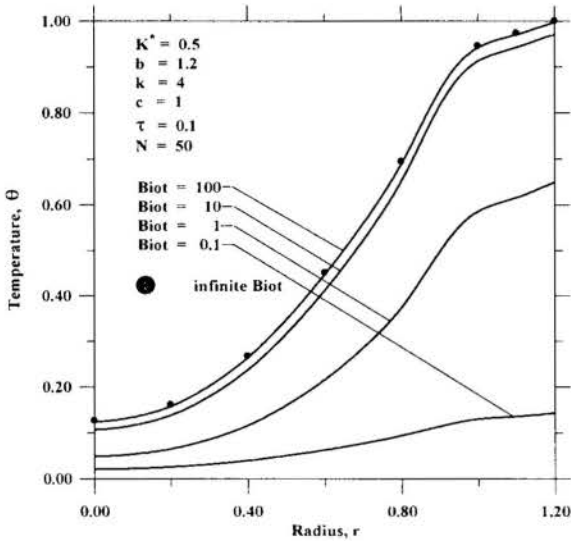


Figure 3 – Temperature profiles obtained from changing of Biot number (spatial analysis, fixed time)

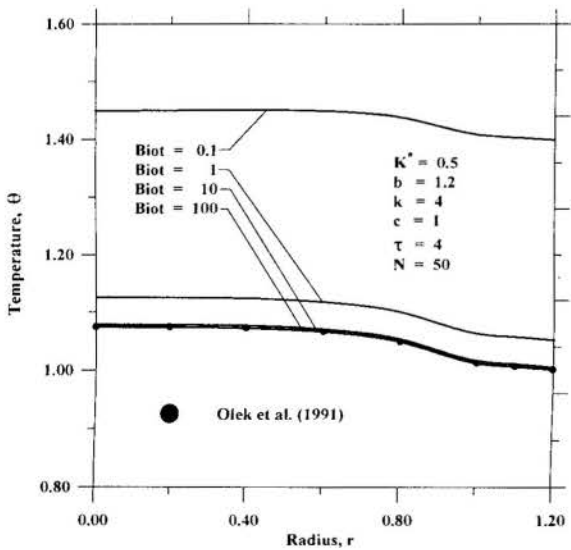


Figure 4 – Temperature profiles obtained from changing of Biot number (spatial analysis, fixed time)

Figures 3 and 4 shows the external environment convection influence, represented by the Biot number variation over the radial temperature distribution. It is noticed that, during initial times, the temperature field achieves higher levels to higher Biot numbers (fig. 3). In longer times this behaviour is inverted due to the source term influence (fig. 4).

In those figures, the case regarding  $Bi=100$  represents, graphically, the prescribed external wall temperature case, as studied by Olek et al (1991).

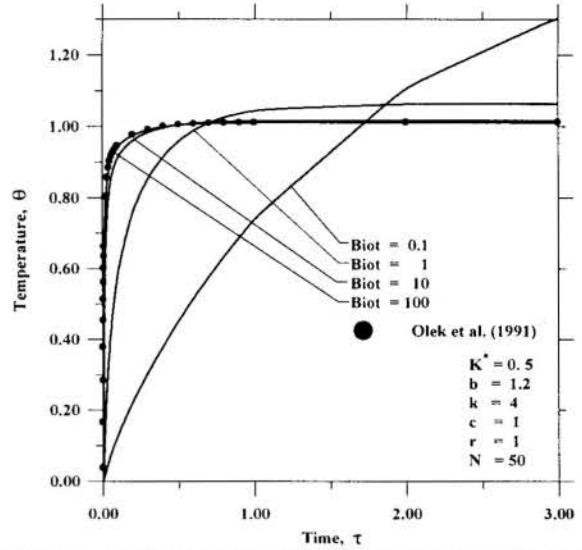


Figure 5 – Temperature profiles analysis obtained from changing of Biot number (time analysis, fixed radius)

Figures 5 and 6 show the transient temperature profile at the interface, obtained when applying different boundary conditions to the external surface. The comparison between them show that in short time ( $\tau < 0.5$ ) the higher thermal conductivity of region 2 (fig. 5) allows the interface to achieve higher temperature levels than those reached considering the same case and using a higher conjugation parameter (fig. 6). This behaviour is more significant to higher Biot numbers. For longer time ( $\tau > 0.5$ ) the inverse behaviour is observed.

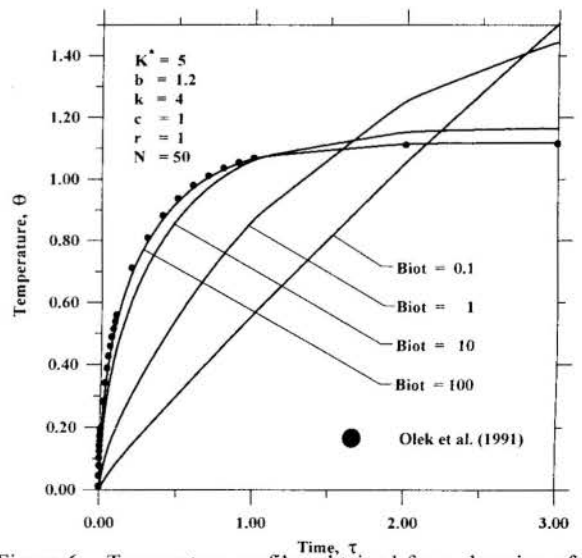


Figure 6 – Temperature profiles obtained from changing of Biot number (time analysis, fixed radius)

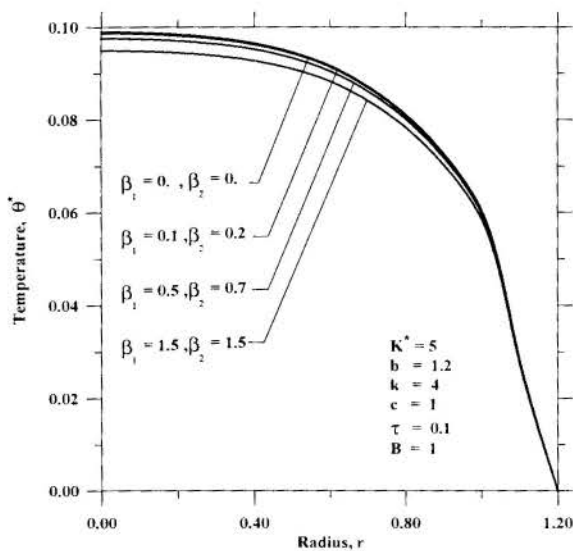


Figure 7 – Temperature profiles obtained by use of inner heat generation (spatial analysis, fixed time)

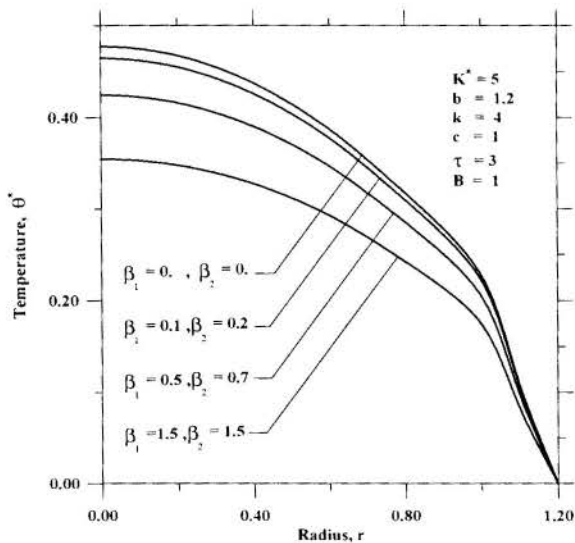


Figure 8 - Temperature profiles obtained by use of inner heat generation (time analysis, fixed radius)

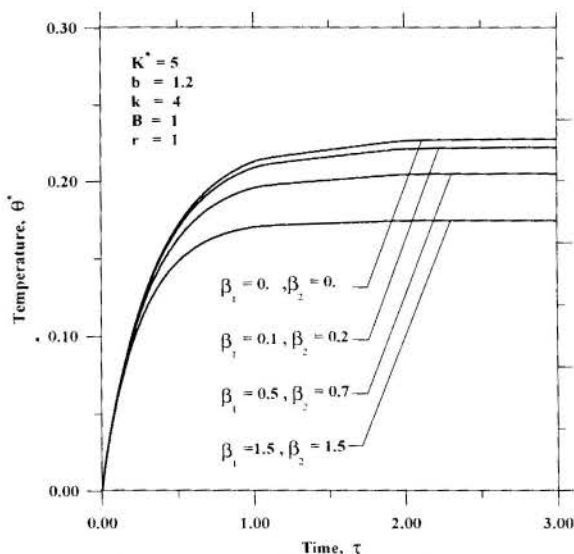


Figure 9 - Temperature profiles obtained by use of inner heat generation (time analysis, fixed radius)

Figures 7 to 9 show the temperature profiles for a radial transient heat diffusion problem subject to a non-linear heat generation acting on the inner layer, in the following way (Bird et al., 1960):

$$H(\theta, r) = B(1 - \beta_1 \theta - \beta_2 \theta^2) \quad (20)$$

For the case where  $\beta_1 = \beta_2 = 0$  the linear heat generation is recovered and presents the maximum heat generation situation, regarding  $B$  parameter. In this analysis the dimensionless temperature in the beginning of the process and the prescribed wall temperature were both considered to be zero. In this way, the dimensionless temperature turns to:

$$\theta' = \frac{T - T_0}{T_0} \quad (21)$$

where  $T_0$  is the initial temperature.

The results reached four converged significant digits to an expansion truncation order of  $N=40$  terms.

The comparison between the results presented in figs. 7 and 8 shows that, initially ( $\tau=0.1$ ), the effect of the non-linear source term is not so significant and the temperature distribution is approximately the same as the profiles obtained for the linear case ( $\beta_1 = \beta_2 = 0$ ). In this case, the difference between the temperature fields becomes more significant for the inner region.

On the other hand, it can be noticed, in fig. 8, a gradual and significant temperature profiles decreasing when non-linearity grows. This behaviour complies with the physical common sense, since the generation term analysed is maximum for the linear case.

The development of the transient profile temperature to interface radial position ( $r=1$ ) is shown in fig. 9. These results agree with those got in figs. 7-8 and the differences between the profiles are negligible for  $\tau < 0.25$ , but significant for  $\tau > 1$ .

## CONCLUSIONS

The linear and non-linear results for transient heat diffusion problem in two layers media considering and different thermal diffusivities has been shown.

The previous results, obtained by Olek et al. (1991) were successfully reproduced along this work and they were extended to include the effect of environment convection, represented by computing the temperature distribution for several Biot number taking up a more general eigenvalue problem.

Regarding the non-linear transient diffusion case, the generalized integral transform technique (GITT) allowed the extension of Olek's analysis to more complex problems. It is worth to emphasise that, due to its hybrid numerical-analytical characteristic, the method allows reliable solutions with previous specified error control. Besides, the use of GITT combined with the Yeh (1977)'s theorem allows the determination of orthogonal eigenfunctions through piecewise continuous media opening the possibility to study heat transfer problems with other non-linear terms either in the transport equations or at boundary conditions in multilayered domains.

## ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to express their acknowledgements to miss Germaine C. Rocha for her kind attention helping them to finishing up this work as well as to the Laboratory of Transmission and Technology of Heat (LTTTC/COPPE/UFRJ) for using its computational resources and PICDT/CAPES grants program which helped to support this work.

## REFERENCES

- Bird, R., Stewart, W.E. and Lightfoot, E.N., 1960, "Transport Phenomena", John Wiley & Sons, New York.
- Yeh, H.C., 1977, "Solving Potential Field Problem in Composite Media with Complicated Geometries, *J. Appl. Phys.* 4423-4429.
- Yeh, H.C., 1980, "An Analytical Solution to Fuel-and-Cladding Model of the Rewetting of a Nuclear Fuel Rod, *Nucl. Eng. Des.*, 61, 101-112.
- IMSL Library, 1987, Math/Lib, Houston, Texas.
- Ruperti Jr., N.J., and Cotta, R.M., 1991, "Heat Conduction with Ablation in Multilayered Media", *Proceedings, 11<sup>th</sup> Brazilian Congress of Mechanical Engineering, XI COBEM*, pp. 413-416, December, São Paulo, Brazil
- Olek, S., Elias, E., Wacholder, E. and Kaizerman, S., 1991, "Unsteady Conjugated Heat Transfer in Laminar Pipe Flow", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, No. 6, 1443-1450.
- Wolfram, S., 1991, "Mathematica: A System for Doing Mathematics by Computer", Addison-Wesley.
- Cotta, R.M., 1993, "Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow", CRC Press, Boca Raton, Fl.
- Cotta, R.M. and Mikhailov, M.D., 1997, "Heat Conduction: Lumped Analysis, Integral Transforms, Symbolic Computation", Wiley-Interscience, Europe.

## TRANSFORMADA DE LAPLACE DE DADOS TABELADOS: APLICAÇÕES EM PROBLEMAS DE CONVOLUÇÃO E DECONVOLUÇÃO

Silvio L.M. Junqueira<sup>1</sup> & Osvaldo V. Trevisan<sup>2</sup>  
<sup>1</sup> NuPES-DAMEC/CEFET-PR, 80230-901 Curitiba-PR  
<sup>2</sup> UNICAMP/FEM/DEP

### RESUMO

*A metodologia investigada no presente estudo utiliza as propriedades da transformada de Laplace aplicadas ao algoritmo de Stehfest, para estimar a transformada de Laplace de dados tabelados. Problemas provocados pela necessidade de extrapolação de dados são evitados, sendo necessário somente o volume de dados contido nas tabelas. Ensaios numéricos são realizados na determinação do fluxo de calor e função influência de problemas hipotéticos envolvendo convolução e deconvolução.*

### INTRODUÇÃO

Devido à semelhança entre os modelos matemáticos que descrevem o fenômeno de transferência de calor e o escoamento de fluido em meios porosos, pode-se encontrar na literatura diversos trabalhos relacionados à análise e caracterização de reservatórios, cujo escopo servem de referência para a análise de problemas de condução do calor (Romboutsos e Stewart, 1988), (Kuchuk e Avestaram, 1985).

Numa amostra genérica, o conhecimento de sua geometria, condições de contorno e propriedades (condutividade e difusividade), caracterizam o chamado problema direto de transferência de calor, cuja solução é determinada resolvendo-se a equação governante (Carslaw e Jaeger, 1959). Por outro lado, a ausência de umas das três condições citadas indica tratar-se de um problema inverso (Beck et al., 1985)

Em problemas diretos de condução de calor, o uso de transformadas de Laplace possibilita que a solução do problema, obtida no espaço transformado, seja expressa através da convolução da solução para condição constante com a condição histórica (variável com o tempo), que no caso pode ser a temperatura e/ou o fluxo de calor. A solução para condição constante é chamada função influência ou função resposta unitária (se esta puder ser representada por um valor unitário). Deconvolução é o nome do esquema que permite a obtenção da função influência a partir do conhecimento dos dados de temperatura e fluxo de calor medidos simultaneamente.

Para o caso específico de um problema inverso no qual tem-se informações sobre a geometria da amostra e condições históricas, o conhecimento da função unitária permite a determinação das propriedades termofísicas da amostra, e assim, ambos os esquemas envolvendo convolução e deconvolução podem ser utilizados (Moreno e Trevisan, 1994). Tais esquemas, em sua maioria, dependem da transformada de Laplace dos dados históricos de fluxo de calor e temperatura tabelados.

Embora alguns autores, a exemplo de Bourgeois e Horne (1993), prefiram realizar suas análises no espaço transformado para evitar os erros introduzidos por ocasião do uso de algoritmos de inversão, a dificuldade de se determinar a transformada de Laplace de uma série de dados tabelados

(finitos) permanece, uma vez que a transformada em questão trata-se de uma integral imprópria.

Métodos atuais que estimam a transformada de Laplace de dados históricos são limitados pela necessidade de realizar extrapolações para estimar tempos longos de maneira realística. O presente estudo investiga a formulação devida à Ozkan (1995), que utiliza as propriedades da transformada de Laplace aplicadas ao esquema de inversão de Stehfest (1970), com a vantagem de utilizar somente o volume de informação contido nas tabelas, dispensando a necessidade da extrapolação dos dados. O esquema de Ozkan é analisado em problemas envolvendo convolução e deconvolução, aplicados a um caso teste. Resultados obtidos são comparados com aqueles obtidos pela inversão numérica de Stehfest e pelo algoritmo de convolução de Kuchuk e Avestaram (1985).

### FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema físico investigado neste estudo trata de um material sólido, homogêneo e isotrópico, de espessura  $H$ , submetido à condução de calor unidimensional. A equação governante e condições de contorno estão representadas abaixo:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

$$T(x, 0) = T_i \quad (2)$$

$$T(L, t) = T_i \quad (3)$$

$$T(0, t) = T_r(t) \quad (4)$$

$$k \left[ \frac{\partial T}{\partial x} \right]_{x=0} = -q_r(t) \quad (5)$$

São introduzidas as seguintes variáveis adimensionais:



$$x^* = \frac{x}{H}; \quad t^* = \frac{\alpha}{H^2} t; \quad q^* = \frac{q}{q_r}; \quad \Theta = \frac{k}{q_r L} (T - T_i)$$

A partir da definição da variável de Laplace adimensional ( $s^* = \frac{H^2}{\alpha} s$ ), a solução do sistema acima no espaço transformado será:

$$\bar{\Theta}(x^*, s^*) = \frac{\sinh((1-x^*)\sqrt{s^*})}{\sqrt{s^*} \cosh(\sqrt{s^*})} \bar{q}_r^* \quad (6)$$

Substituindo-se a transformada de Laplace da condição adimensional (4), na equação (6) aplicada na superfície  $x=0$ , obtém-se:

$$\bar{\Theta}_r(s^*) = \frac{\tanh(\sqrt{s^*})}{\sqrt{s^*}} \bar{q}_r^* \quad (7)$$

Definindo uma função  $\bar{\psi}^*(s^*)$  como sendo

$$\bar{\psi}^*(s^*) = \frac{1}{s^*} \frac{\tanh(\sqrt{s^*})}{\sqrt{s^*}} \quad (8)$$

E substituindo-se a expressão anterior na equação (7) temos

$$\bar{\Theta}_r(s^*) = s^* \cdot \bar{\psi}^*(s^*) \cdot \bar{q}_r^*(s^*) \quad (9)$$

A equação anterior expressa, no espaço transformado adimensional, a temperatura na superfície em função da convolução da função influência, ( $\bar{\psi}^*$ ), com o fluxo de calor variável. Tal expressão, que é de fundamental importância na investigação de problemas envolvendo convolução e deconvolução, esbarra na necessidade de se estimar as transformadas de Laplace dos dados de temperatura ou fluxo de calor medidos na superfície.

## PROCEDIMENTO

Seja  $\bar{f}(s)$  a transformada de Laplace de uma função  $f(t)$

$$L\{f(t)\} = \bar{f}(s) = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt \quad (10)$$

A metodologia de Ozkan, objeto de análise neste estudo, estabelece que se a expressão da transformada  $\bar{f}(s)$  for conhecida, então um valor aproximado da função inversa  $f(t)$  no instante  $t = T$  pode ser definida. Tal função aproximada  $f_a(t)$ , conforme a fórmula de inversão de Stehfest, é dada por:

$$f(t) = f_a(t) = \frac{\ln 2}{T} \sum_{j=1}^N V_j \cdot \bar{f}\left(\frac{\ln 2}{T} j\right) \quad (11)$$

O vetor  $V_j$ , cuja extensão depende somente do parâmetro  $N$ , é definido por

$$V_j = (-1)^{\frac{N}{2}+j} \sum_{k=\frac{j+1}{2}}^{\min(1, \frac{N}{2})} \frac{k^{\frac{N}{2}+1} (2k)!}{(\frac{N}{2}-k)! k! (k-1)! (j-k)! (2k-j)!} \quad (12)$$

A propriedade da translação aplicada à transformada de Laplace, válida para  $t > a$  e  $a > 0$ , é descrita como

$$L\{f(t-a)\} = e^{-as} \cdot \bar{f}(s) \quad (13)$$

O esquema de Ozkan parte do conhecimento da expressão analítica de  $\bar{f}(s)$  no espaço transformado e utiliza somente a série de  $M$  valores tabelados de  $f(s)$ , definidos em  $s = \left(\frac{\ln 2}{T} j\right)$ , onde  $1 \leq j \leq M$ , necessários para estimar a transformada de Laplace aproximada  $\bar{f}_a(s)$ . Assim, dados  $N$  valores de  $f(T_i)$ , onde  $1 \leq i \leq N$  e  $T_{i-1} < T_i$ , a função aproximada é obtida combinando-se as equações (13) e (11), produzindo

$$f(T_N - a) = \frac{\ln 2}{T} \sum_{j=1}^N V_j \cdot e^{-a \frac{\ln 2}{T_N} j} \cdot \bar{f}_a\left(\frac{\ln 2}{T_N} j\right) \quad (14)$$

Note-se que  $\bar{f}_a(s)$  é obtida para  $s = \left(\frac{\ln 2}{T_N} j\right)$ , onde  $1 \leq j \leq N$ . Desta forma, a equação (14) pode ser resolvida conforme a formulação a seguir:

$$A \bar{F}_a = \bar{R} \quad (15)$$

onde

$$a_{ij} = V_j e^{-(T_N - T_i) \frac{\ln 2}{T_N} j} \quad \text{com } i, j = 1, N \quad (16)$$

$$\bar{F}_{a_j} = \bar{f}_a\left(\frac{\ln 2}{T_N} j\right) \quad \text{com } j = 1, N \quad (17)$$

$$r_i = f(T_i) \frac{T_N}{\ln 2} \quad \text{com } i = 1, N \quad (18)$$

A solução do sistema constituído em (15) fornece o vetor  $\bar{F}_a$ , que contém a série de valores da transformada  $\bar{f}_a(s)$  estimados para  $s = \left(\frac{\ln 2}{T_N} j\right)$ , onde  $1 \leq j \leq N$ .

## RESULTADOS

Nesta seção são realizados ensaios numéricos objetivando observar o comportamento da metodologia de Ozkan sob a variação do domínio de representação da função. Busca-se também verificar o comportamento do método para diferentes valores do parâmetro  $N$ , inerente ao algoritmo de inversão de Stehfest.

Considera-se inicialmente o caso teste no qual os dados tabelados são gerados por uma função simples (linear), cuja transformada Laplace é conhecida. Resultados referentes ao cálculo da transformada de Laplace da função  $f(t) = t$ , mostrados nas Figuras 1 a 2, foram gerados a partir de 50 pontos.

A Figura 1 mostra as variações na representação da função no espaço transformado, decorrentes de mudanças do número de pontos empregados na construção do domínio. Nesta figura, a melhor representação é a que utilizou uma malha onde os 50 pontos foram dispostos segundo uma malha não uniforme, com refinamento no início do domínio,

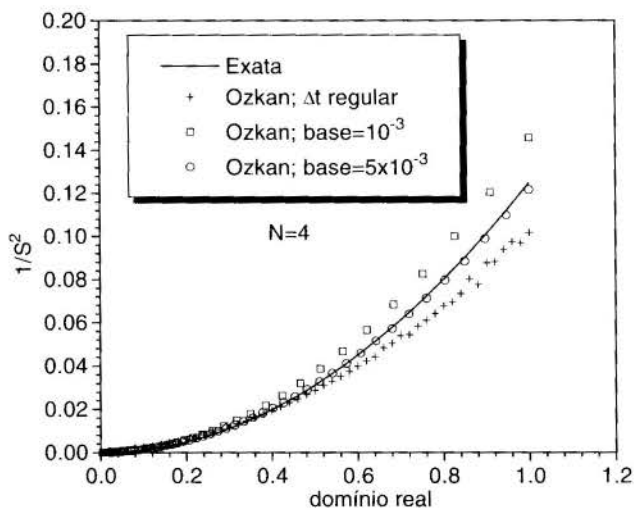


Figura 1: Transformada exata e aproximada: variação do número do pontos do domínio.

gerados segundo uma série de potência (Manole e Lage, 1993), cujo menor intervalo (base) é igual a  $5 \times 10^{-3}$ .

A influência do parâmetro N é mostrada na Figura 2, onde observa-se que o aumento de N provoca perturbações na reprodução da função aproximada. Teoricamente, de acordo com a equação (14), o aumento de N faria com que  $\bar{F}_a \rightarrow \bar{F}$ , pois com isso  $\bar{f}_a(\frac{\ln^2 j}{T^N}) \rightarrow \bar{f}(\frac{\ln^2 j}{T})$ . A não confirmação de tal comportamento faz com que tais perturbações sejam associadas ao aumento de N no esquema de inversão Stehfest, no qual baseia-se o algoritmo aqui apresentado. Esta observação não questiona todavia, o papel de  $\bar{F}_a$  como solução da equação (14).

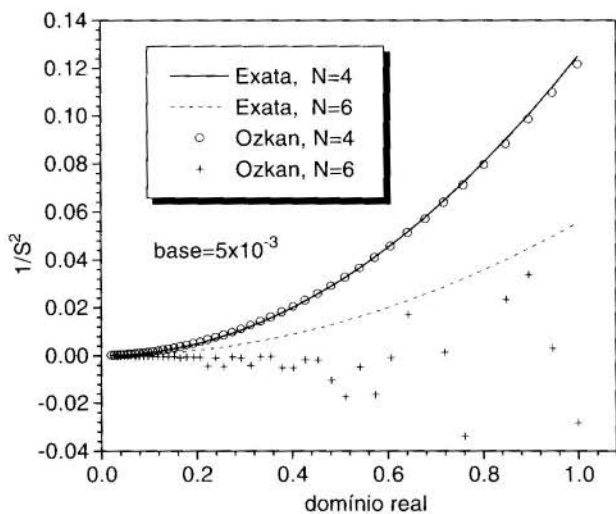


Figura 2: Transformada exata e aproximada: variação do parâmetro N.

A habilidade do método apresentado neste trabalho é avaliada em problemas de convolução e deconvolução. São estimadas as funções presentes na equação (9), considerando que as outras duas funções são conhecidas. As situações analisadas consideram uma amostra hipotética com dimensões  $H=2,54 \times 10^{-2}m$  e condutividade térmica  $k=2,5 W/m.^{\circ}C$ .

Neste teste parte-se do conhecimento dos dados históricos da temperatura (gerados artificialmente), medidos na superfície da amostra e busca-se estimar o fluxo de calor medido na superfície  $x=0$ . A Figura 3 representa o histórico da temperatura na superfície da amostra hipotética. Nesta figura, o domínio de tempo é representado por 100 pontos.

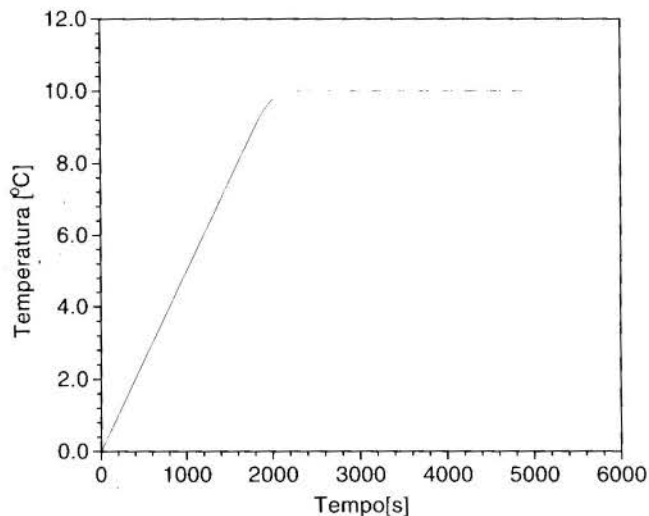


Figura 3: Histórico da temperatura em  $x=0$ .

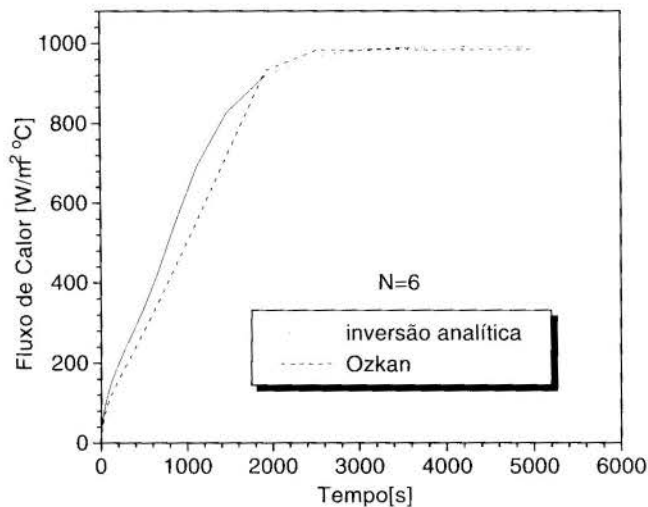


Figura 4: Solução para fluxo de calor em  $x=0$ , comparação com inversão analítica para  $N=6$ .

Explicitando-se o fluxo de calor no espaço transformado, a equação (9) representará a convolução da solução para fluxo de calor constante com a temperatura histórica na fronteira  $x=0$ :

$$\bar{q}_r^*(s^*) = \frac{\bar{\Theta}_r(s^*)}{s^* \cdot \bar{\psi}^*(s^*)} \tag{19}$$

Na expressão anterior, a transformada de Laplace dos valores tabelados do histórico da temperatura ( $\Theta_r(t)$ ) e da função resposta para fluxo constante ( $\psi(t)$ ) são determinados através do procedimento de Ozkan. Note-se que,

como para o problema físico considerado, a transformada da função resposta terá sempre a forma da equação (8) (Trevisan et al, 1993), pode-se substituir esta expressão em (19).

A Figura 4 compara os resultados da estimativa do fluxo de calor segundo o esquema de Ozkan ( $N=6$ , base= $10^{-3}$ ), com os reproduzidos a partir da inversão numérica da função analítica resultante da equação (7) empregando o método de Stehfest. Observa-se que para  $N>6$  passaram a ser introduzidas oscilações no início e no final do domínio de reprodução da função estimada.

Ensaio numéricos atestam que mesmo com o aumento do número de pontos nas regiões mais críticas do domínio de tempo, as oscilações persistem, valendo a observação que, a exemplo do observado na Figura 5, a representação do fluxo de calor segundo a metodologia de Ozkan é mais sensível aos erros devidos ao aumento de  $N$  que a inversão analítica correspondente.

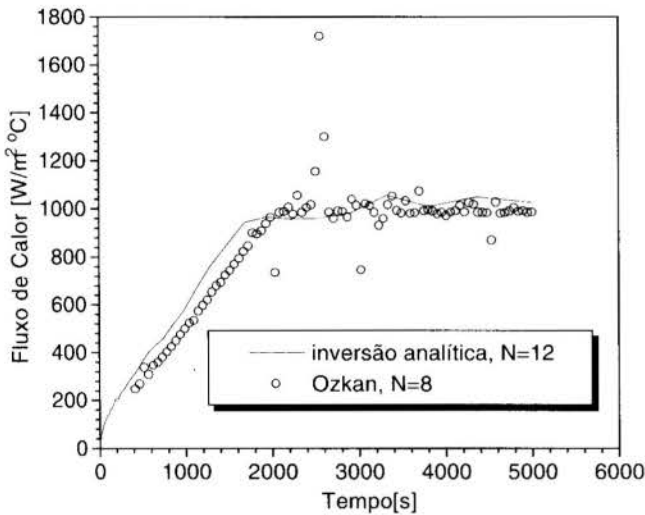


Figura 5: Solução para fluxo de calor em  $x=0$ , comparação com inversão analítica para  $N=8$ .

### Deconvolução

Deconvolução é o nome do procedimento que envolve a determinação da função resposta para uma condição constante, partindo dos dados históricos da temperatura e do fluxo de calor medidos simultaneamente.

Dentre as várias técnicas de deconvolução encontradas na literatura, optou-se por comparar a metodologia investigada neste estudo com o esquema de Kuchuk e Avestarami (1985), que obtém a função unitária através da linearização da integral de convolução.

No espaço transformado, a função unitária é obtida através da equação (9), como segue:

$$\bar{\psi}(s^*) = \frac{\bar{\Theta}_r(s^*)}{s^* \cdot \bar{q}_r^*(s^*)} \quad (20)$$

Nos testes numéricos realizados considera-se conhecido o perfil de temperatura medido na superfície da amostra hipotética (Figura 3), sendo que o fluxo de calor é obtido em (7). As Figuras 6 a 8 comparam os esquemas investigados com os resultados da inversão analítica (Stehfest) da equação (8).

Na Figura 6 estão representados os perfis da função influência no espaço real, com domínio de tempo representado por uma malha irregular (base= $10^{-3}$ ), refinada nos instantes iniciais. De maneira geral, observa-se que o comportamento do método de Kuchuk é melhor no trecho transiente devido à melhor concordância com os resultados da inversão numérica da expressão (8) ( $N=6$ ), apresentando no entanto, um pequeno desvio nos pontos iniciais. Ambos os esquemas apresentaram perturbação na passagem para o período permanente, sendo que coube ao método de Ozkan ( $N=6$ ) uma representação mais suave deste trecho.

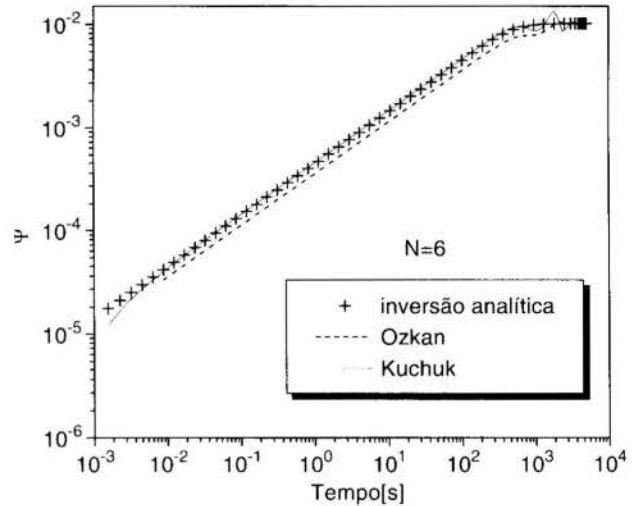


Figura 6: Deconvolução:  $N=6$  (Ozkan) e base= $10^{-3}$ .

Os resultados mostrados na Figura 7 indicam a influência do parâmetro  $N$  no método de Ozkan, cuja representação da função unitária evidencia o aumento da amplitude da perturbação no trecho permanente. Como consequência optou-se por aumentar o número de pontos no domínio de tempo no trecho correspondente.

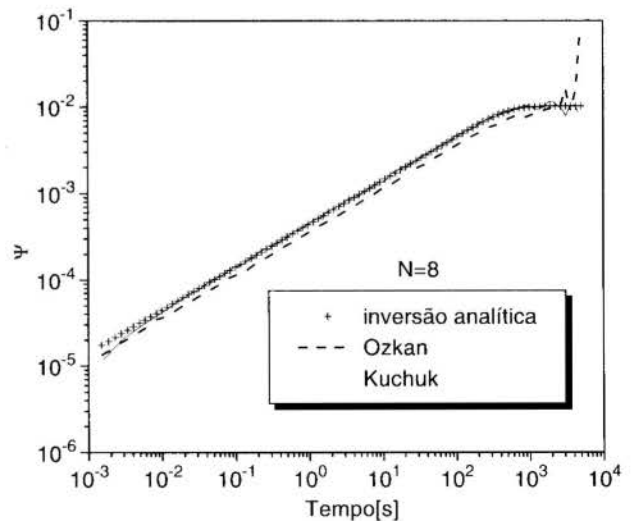


Figura 7: Deconvolução:  $N=8$  (Ozkan) e base= $10^{-3}$ .

A Figura 8 mostra resultados obtidos refinando-se a malha temporal no início (base= $10^{-4}$ ) e no final (base= $10^{-3}$ ) do intervalo de ocorrência do processo.

Das Figuras 7 e 8 nota-se que o aumento do volume de

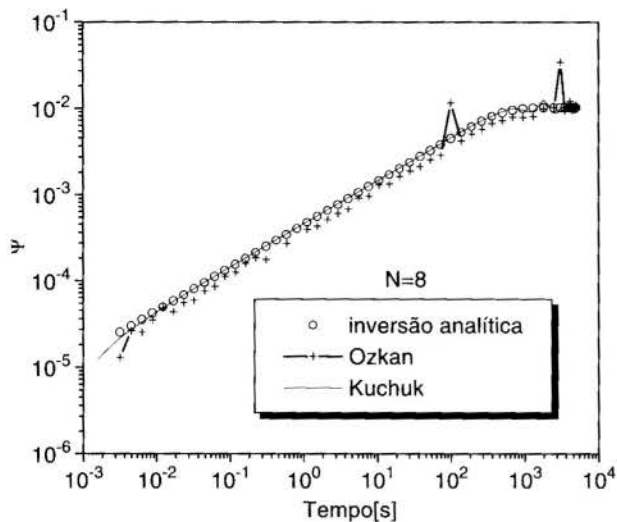


Figura 8: Deconvolução: N=8 (Ozkan) refinamento do domínio de tempo.

dados representados provoca pequenos desvios ao longo do domínio de tempo considerado na representação devida à Ozkan (N=8). Ensaios realizados mostraram que tal comportamento é observado somente quando se aumenta N, não sendo indetectado quando se emprega N=4 e N=6.

## CONCLUSÕES

No espaço transformado, processos de convolução e deconvolução envolvem a multiplicação ou a divisão dos históricos da temperatura e fluxo de calor na fronteira da amostra.

A formulação apresentada neste estudo, mostrou-se eficaz no cálculo de transformadas de Laplace de funções temporais, disponíveis na forma de tabelas, não apresentando limitações quanto à extensão do domínio de tempo ao dispensar a necessidade de realizar extrapolações para estimar valores no infinito.

Por ter sido desenvolvido com base na formulação de Stehfest, o método de Ozkan apresenta as mesmas limitações que o esquema de inversão numérica referido, principalmente com respeito à sensibilidade do parâmetro N e ao tratamento de funções com variações abruptas de dependência do tempo. As inversões estimadas a partir da função de Laplace aproximada ( $\bar{f}_a$ ), obtidas nos casos teste de convolução e deconvolução, mostram que quando trazidos para o espaço real, os resultados reproduzidos segundo a metodologia de Ozkan agregam os erros inerentes ao esquema no qual é baseado aos provocados pela própria inversão.

No problema de deconvolução analisado, enquanto o esquema de Kuchuk apresenta melhor comportamento no trecho transiente, o esquema de Ozkan reproduz melhor a função influência no trecho permanente.

## AGRADECIMENTO

O Prof. Silvio Junqueira agradece o apoio do Núcleo de Pesquisas em Engenharia Simultânea - NuPES/CEFET-PR.

## REFERÊNCIAS

- Beck, J.V., Blackwell, B. and St. Clair Jr, C.S., 1985, "Inverse Heat Conduction, Ill Posed Problems", Wiley-Interscience Publ., New York.
- Bourgeois, M.J. and Horne, R.H., 1993, "Well-Test-Model Recognition with Laplace Space", *SPE Formation Evaluation*, pp.17-25.
- Carslaw, H.S and Jaeger, J.C., 1959, "Conduction of Heat in Solids", 2<sup>nd</sup> ed., Clarendon Press Oxford, New York.
- Kuchuk, F. and Ayestaram, L., 1985, "Analysis of Simultaneously Measured Pressure and Sandface Rate in Transient Well Testing", *Journal of Petroleum Technology*, pp. 323-334.
- Manole, D.M. e Lage, J.L., 1993, "Nonuniform Grid Accuracy Test Applied to the Natural-Convection Flow within a Porous Medium Cavity", *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 23, pp-101-118.
- Moreno, R.Z. e Trevisan, O.V., 1994, "Convolução e Deconvolução no Domínio do Tempo para Determinação de Propriedades Térmicas", *Anais do V Encontro Nacional de Ciências Térmicas, São Paulo*, pp. 403-406.
- Ozkan, E., 1995, "Some Strategies to Exploit the Laplace Transformation for a Tabulated Set of Numbers", Paper SPE 30552, pp.213-223.
- Romboutsos, A. and Stewart, G., 1988, "A Direct Deconvolution or Convolution Algorithm for Well Test Analysis", Paper SPE 18157, pp. 487-502.
- Stehfest, H., 1970, "Numerical Inversion of Laplace Transforms", *Communications of ACM*, Vol. 13, pp. 47-49.
- Trevisan, O.V., Mohanty, S. and Miller, M.A., 1993, "Transient Method for Measuring Thermal Properties of Saturated Porous Media", *Int. Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 2565-2573.

## ABSTRACT

The present study investigates a method to perform the numerical Laplace transformation using a tabulated set of numbers. The scheme, which uses the properties of the Laplace transforms applied to the Stehfest's inversion algorithm, avoids the necessity of extrapolation tasks used by other methods. Numerical experiments have been carried out in convolution and deconvolution problems to buildup tests concerning the determination of both heat flux at the boundaries and the constant heat flux solution.



**A GGLS FINITE ELEMENT APPROXIMATION FOR THE ENERGY TRANSFER IN A 3-D PLATE WITH DOMINANT HEAT SOURCE**

**S. Frey<sup>(1)</sup>, M. L. Martins-Costa<sup>(1)</sup> and R. M. Saldanha da Gama<sup>(2)</sup>**

(1) Laboratório de Mecânica Teórica e Aplicada (LMTA)

TEM, UFF - Rua Passo da Pátria No.156, 24210-240 Niterói/RJ, Brazil

(2) LNEC/CNPq - Av. Getúlio Vargas No.333, 25651-070 Petrópolis/RJ, Brazil

**SUMMARY**

*The present work studies the finite element approximation for the heat transfer process in an opaque three-dimensional plate with a temperature-dependent source dominating the conductive operator. The adopted mechanical model assumes the existence of a heat transfer from/to the plate following Newton's law of cooling. A Gradient-Galerkin/Least-Squares formulation was adopted in the numerical simulations as a remedy for the Galerkin instability when subjected to very high source-dominated regimen.*

**INTRODUCTION**

In most cases, finite element methods are based on Galerkin approximation, which, in the last decades, has been applied to approximate a large range of problems in Engineering (Ciarlet, 1978). Galerkin method was originally introduced for structural problems in which, assuming some restrictions usually present in engineering practical applications (Hughes and Franca, 1987; Franca et al., 1992), gives rise to symmetric elliptic operators and generates rather optimum convergence rates.

However, when applied to fluid problems, a slow development of the Galerkin approximation has been verified. This fact may be explained by additional difficulties that appear in applications such as incompressible flows, in which the pressure field must be computed as a Lagrange multiplier of the velocity field, thus generating a mixed problem which requires the compatibility of the finite element subspaces used to approximate the two above mentioned fields - the so-called *Babuška-Brezzi* condition (Ciarlet, 1978). Besides, when the inertial term of the momentum equation is taken into account, the advective operator for advective-dominated flows is non-symmetric, leading to numerical pathologies in the Galerkin approximations of these problems such as the locking of the velocity field and spurious oscillations in the pressure field. These undesirable pathologies may be present even in such kinematical cases when a temperature-dependent heat source dominates the classical diffusive operator.

The present work studies the finite element approximation of heat transfer process in an opaque three-dimensional plate (Saldanha da Gama, 1997) with a non uniform temperature-dependent source when this heat source dominates the conductive operator. The adopted mechanical model is obtained assuming the existence of a heat transfer from/to the plate following Newton's law of cooling. Besides, an integration of this model on plate thickness direction produces a two-

dimensional model in terms of a mean plate temperature. Numerical simulations of the above described problem have attested the instability inherent to Galerkin formulation in the presence of very high source-dominated regimen. Usual strategies in the Engineering practice to deal with this shortcoming, such as mesh refining or higher order interpolations, proved to be inefficient. As a remedy for these numerical shortcomings, a stabilized formulation based upon the Gradient-Galerkin/Least-Squares (GGLS) methodology (Franca and Dutra do Carmo, 1989) has been tested. As it will be explored along the article, while the classical Galerkin method proved to be unable to capture accurately sharp thermal boundary layers, the GGLS formulation was able to generate stable approximations even for very high source-dominated regimen.

**MATHEMATICAL MODELLING**

Let us consider a body represented by the bounded open set  $\mathcal{B}$  defined by

$$\mathcal{B} = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \text{ such that } (x, y) \in \Omega \subset \mathbf{R}^2, -L < z < L\} \quad (1)$$

in which  $\Omega$  is a bounded open set of  $\mathbf{R}^2$  and  $L$  is a positive constant. The set  $\mathcal{B}$  is called a plate (see Fig.1). If  $L$  is small it is convenient to describe the heat transfer process in  $\mathcal{B}$  taking into account its geometrical features. In other words, for small  $L$ , the heat transfer phenomenon in  $\mathcal{B}$  may be, in a certain sense, described in the set  $\Omega$  (Saldanha da Gama, 1997). In this work, we will describe and simulate numerically the heat transfer process in a thin plate which is originally represented by:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + r &= 0 && \text{in } \mathcal{B} \\ T &= T_g && \text{on } \Gamma_g \\ \kappa \nabla T \cdot \mathbf{n}_{\partial\Omega} &= 0 && \text{on } \Gamma_h \\ -\kappa \nabla T \cdot \mathbf{e}_z &= h_+(T - T_+) && \text{for } z = +L \\ \kappa \nabla T \cdot \mathbf{e}_z &= h_-(T - T_-) && \text{for } z = -L \end{aligned} \quad (2)$$

in which  $T$  is the temperature field,  $\Gamma_g$  is the region of the boundary  $\partial\Omega$  on which are imposed essential (Dirichlet) conditions while  $\Gamma_h$  is subjected to the natural (Neumann) ones,  $\mathbf{n}_{\partial\Omega}$  the unit outward normal to  $\partial\Omega$ ,  $\kappa(x, y) > 0$  the thermal conductivity,  $h_+(x, y)$  and  $h_-(x, y)$  convection heat transfer coefficients,  $T_+(x, y)$  and  $T_-(x, y)$  reference temperatures and the energy supply  $r(x, y)$  a linear function of  $T$ ,

$$r = \alpha - \beta T \quad (3)$$

with  $\alpha(x, y)$  and  $\beta(x, y) \geq 0$  known functions.

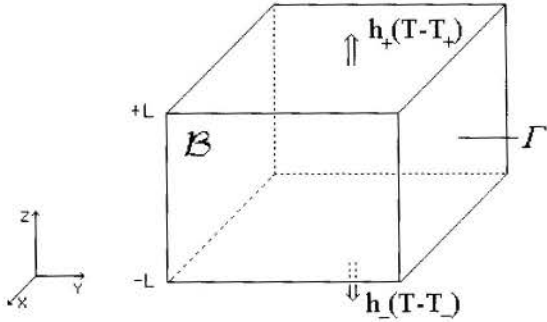


Figure 1. Energy transfer in a three-dimensional plane plate.

### THE PLATE HYPOTHESIS

Integrating the first equation of (2) over the thickness  $2L$  and using the boundary conditions stated in (2), we will obtain

$$\int_{-L}^{+L} \{ \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + r \} dz - [h_+(T - T_+)]_{z=+L} - [h_-(T - T_-)]_{z=-L} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (4)$$

$$T = T_g \quad \text{on } \Gamma_g$$

$$\kappa \nabla T \cdot \mathbf{n}_{\partial\Omega} = 0 \quad \text{on } \Gamma_h$$

It is convenient now to define a mean temperature evaluated over the thickness of the plate,  $\theta = \frac{1}{2L} \int_{-L}^{+L} T dz$ .

When  $r$  belongs to  $L^2(\mathcal{B})$ ,

$$L^2(\mathcal{B}) = \left\{ q \mid \int_{\mathcal{B}} q^2 d\Omega < \infty \right\} \quad (5)$$

and  $\mathcal{B}$  has the cone property (Maz'ja, 1985),  $T$  is a continuous and bounded function as well as  $\theta$ . So, for a thin plate (very small  $L$ ), the approximation  $\theta \approx T$  in  $\mathcal{B}$  may be considered and, therefore, problem (4) gives rise to,

$$\nabla \cdot (\kappa \nabla \theta) + r = \frac{1}{2L} [h_+(\theta - T_+)] + [h_-(\theta - T_-)] = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (6)$$

$$\theta = \theta_g \quad \text{on } \Gamma_g$$

$$\kappa \nabla \theta \cdot \mathbf{n}_{\partial\Omega} = 0 \quad \text{on } \Gamma_h$$

in which the unknown is  $\theta$ , which depends only on  $(x, y)$ . Taking into account (3), problem (6) may be expressed as

$$-\nabla \cdot (\kappa \nabla \theta) + \mu \theta = \lambda \quad \text{in } \Omega$$

$$\theta = \theta_g \quad \text{on } \Gamma_g \quad (7)$$

$$\kappa \nabla \theta \cdot \mathbf{n}_{\partial\Omega} = 0 \quad \text{on } \Gamma_h$$

where  $\lambda(x, y)$  and  $\mu(x, y)$  are known functions defined by

$$\lambda = \alpha + \frac{1}{2L} (h_+ T_+ + h_- T_-) \quad ; \quad \mu = \beta + \frac{1}{2L} (h_+ + h_-) \quad (8)$$

A variational formulation may be now presented, since problem (7)-(8) has an equivalent minimum principle. The function  $\theta$  which satisfies (7)-(8) is the one that minimizes the functional  $I[\phi]$  defined as below,

$$I[\phi] = \int_{\Omega} \left\{ \frac{\kappa}{2} (|\nabla \phi|^2) - \lambda \phi + \frac{\mu}{2} |\phi|^2 \right\} d\Omega \quad (9)$$

in which  $\phi$  is any admissible field  $\phi \in W$ ,

$$W = \{ \phi \in L^2(\Omega) \mid \partial_{x_i} \phi \in L^2(\Omega), \text{ for } i = 1, 2, \phi = \theta_g \text{ on } \Gamma_g \} \quad (10)$$

The functional  $I[\phi]$  is quadratic, convex and coercive (Berger, 1977; Saldanha da Gama, 1997), since  $\kappa$  and  $\mu$  are positive valued functions. In other words, this functional admits only one minimum which is reached when  $\phi \approx \theta$ , being  $\theta$  the solution of eq.(7)-(8), the Euler-Lagrange equation of functional (9).

### FINITE ELEMENT MODELLING

In this section we present a classical finite element method to approximate the energy transfer in thin plates subjected to temperature-dependent sources. (eqs.(7)-(8)). The problems considered herein are defined on a bounded domain  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ , with a boundary  $\Gamma$ ,

$$\begin{cases} \Gamma = \overline{\Gamma}_g \cup \overline{\Gamma}_h, \\ \Gamma_g \cap \Gamma_h = \emptyset, \Gamma_g \neq \emptyset \end{cases} \quad (11)$$

where  $\Gamma_g$  is the region of the boundary  $\Gamma$  on which essential (Dirichlet) conditions are imposed and  $\Gamma_h$  is subjected to the natural (Neumann) ones. In a partition  $\mathcal{C}_h$  of domain  $\overline{\Omega}$  into elements  $K$  consisting of convex quadrilaterals performed in the usual way (Ciarlet, 1978),

$$\begin{cases} \overline{\Omega} = \bigcup_{K \in \mathcal{C}_h} \overline{\Omega}_K \\ \Omega_{K_1} \cap \Omega_{K_2} = \emptyset, \quad \forall K_1, K_2 \in \mathcal{C}_h \end{cases} \quad (12)$$

the finite element subspaces for temperature field  $W^h$  are defined by,

$$W^h = \{ \phi \in H^1(\Omega) \mid \phi|_K \in P_k(K), \forall K \in \mathcal{C}_h, \phi = \theta_g \text{ on } \Gamma_g \} \quad (13)$$

$$W_g^h = \{ \phi \in H^1(\Omega) \mid \phi|_K \in P_k(K), \forall K \in \mathcal{C}_h, \\ \phi = \theta_g \text{ on } \Gamma_g \} \quad (14)$$

where  $P_k(K)$  denotes the space of polynomials of degree  $k$  greater than zero and  $H^1(\Omega)$  is the Sobolev space of functions with square-integrable value and 1<sup>st</sup>-derivatives in  $\Omega$  (Maz'ja, 1995),

$$H^1(\Omega) = \left\{ v \in L^2(\Omega) \mid \frac{\partial v}{\partial x_i} \in L^2(\Omega), \text{ for } i = 1, 2 \right\} \quad (15)$$

Classical Galerkin Method. Based upon the approximated subsets described by eqs.(13)-(14) and supposing that the finite element approximation  $\theta^h$  admits the representation (Hughes, 1987)

$$\theta^h(\mathbf{x}) = \varphi^h(\mathbf{x}) + \theta_g^h(\mathbf{x}), \quad (16)$$

where  $\varphi^h \in W^h$  and  $\theta_g^h = \theta_g$  on  $\Gamma_g$ , we can construct a Galerkin approximation for eqs.(7)-(8) as: Given  $\lambda: \bar{\Omega} \rightarrow \mathbf{R}$  and  $\theta_g: \bar{\Gamma}_g \rightarrow \mathbf{R}$ , Find  $\theta^h \in W_g^h$ ,  $\theta^h = \varphi^h + \theta_g^h$  with  $\varphi^h \in W_g$ , such that

$$\int_{\Omega} \kappa \nabla \varphi^h \cdot \nabla \phi^h d\Omega + \int_{\Omega} \mu \varphi^h \phi^h d\Omega = \int_{\Omega} \lambda \phi^h d\Omega \\ - \int_{\Omega} \kappa \nabla \theta_g^h \cdot \nabla \phi^h d\Omega - \int_{\Omega} \mu \theta_g^h \phi^h d\Omega, \quad \forall \phi^h \in W^h \quad (17)$$

Let us now express the finite element approximation as a combination of known shape functions  $N_A$  and unknown degrees-of-freedom  $\phi_A$  (Ciarlet, 1978),

$$\phi^h(\mathbf{x}) = \sum_{A \in \eta - \eta_g} N_A(\mathbf{x}) \phi_A \quad (18)$$

with  $\eta - \eta_g$  denoting the complement of the Dirichlet prescribed nodes  $\eta_g$  in the set of all global nodes  $\eta$ . Thus,  $\eta - \eta_g$  represents the set of nodal points at which  $\theta^h$  is to be determined, namely, the number of nodes  $\eta - \eta_g$  is equal to the number of equations. Substituting eq.(18) in the Galerkin problem expressed in eq.(17), we obtain

$$\sum_{A \in \eta - \eta_g} G_A(\mathbf{x}) \phi_A = 0, \quad \forall \phi^h \in \mathbf{W}^h \quad (19)$$

where

$$G_A = \sum_{B \in \eta - \eta_g} \left[ \int_{\Omega} (\kappa \nabla N_A \cdot \nabla N_B + \mu N_A N_B) d\Omega \right] \theta_B \\ - \int_{\Omega} \lambda N_A d\Omega + \sum_{B \in \eta_g} \left[ \int_{\Omega} (\kappa \nabla N_A \cdot \nabla N_B \\ + \mu N_A N_B) d\Omega \right] \theta_B^g, \quad \forall \phi^h \in W^h \quad (20)$$

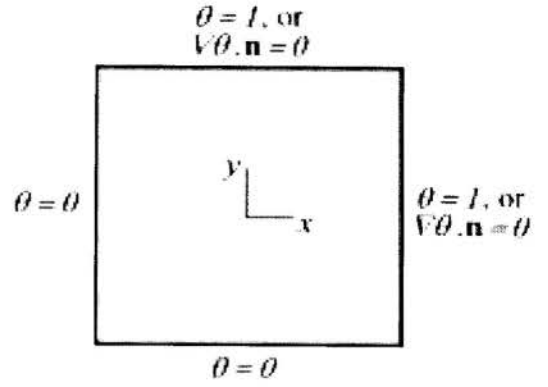


Figure 2. Energy transfer in a biunity plane plate: Problem statement.

As the eqs.(19)-(20) must hold for all test functions  $\phi^h$ , we get that the coefficients  $\phi_A$  in eq.(18) may assume any arbitrary value and so we shall impose  $G_A = 0, \forall A \in \eta - \eta_g$ , resulting in the following matrix problem associated to the Galerkin formulation (eq.(17)): Given a stiffness matrix  $\mathbf{K}$  and a load vector  $\mathbf{F}$ , Find the vector  $\mathbf{d}$  such that,

$$\mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{F} \quad (21)$$

where

$$\mathbf{K} = [K_{PQ}]_{n_{eq} \times n_{eq}}; \quad \mathbf{F} = [F_P]_{n_{eq} \times 1} \\ K_{PQ} = \int_{\Omega} (\kappa \nabla N_A \cdot \nabla N_B + \mu N_A N_B) d\Omega \\ F_P = \int_{\Omega} N_A \lambda d\Omega \\ - \sum_{B \in \eta_g} \left[ \int_{\Omega} (\kappa \nabla N_A \cdot \nabla N_B + \mu N_A N_B) d\Omega \right] \theta_B^g \\ \mathcal{D}(A, B) = \begin{cases} P, Q & , \text{ if } A, B \in \eta - \eta_g; \\ 0, 0 & , \text{ if } A, B \in \eta_g. \end{cases} \quad (22)$$

with the array  $\mathcal{D}$  introduced to assign to a global node  $A$  or  $B$  the corresponding global equation numbers  $P$  or  $Q$  and  $n_{eq}$  standing for the number of algebraic equations (the dimension of the complement  $\eta - \eta_g$ ). In order to save computational memory, it is more convenient to handle the global matrices  $\mathbf{K}$  and  $\mathbf{F}$  of system (21)-(22) in terms of element matrices  $\mathbf{k}^K$  and  $\mathbf{f}^K$  as follows,

$$\mathbf{K} = \mathcal{A}_{K=1}^{n_{en}}(\mathbf{k}^K); \quad \mathbf{k}^K = [k_{ab}^K]_{n_{en} \times n_{en}}; \\ \mathbf{F} = \mathcal{A}_{K=1}^{n_{en}}(\mathbf{f}^K); \quad \mathbf{f}^K = [f_a^K]_{n_{en} \times 1} \\ k_{ab}^K = \int_{\Omega} (\kappa \nabla N_a \cdot \nabla N_b + \mu N_a N_b) d\Omega \\ f_a^K = \int_{\Omega} N_a \lambda d\Omega - \sum_{b=1}^{n_{en}} k_{ab}^K \theta_b^K \quad (23)$$

with  $\mathcal{A}$  representing the assembly operator (Hughes, 1987) to form  $\mathbf{K}$  and  $\mathbf{F}$  from the element arrays  $\mathbf{k}^K$  and  $\mathbf{f}^K$ ,  $1 \leq a, b \leq n_{en}$  with  $n_{en}$  being the number of element

nodes,  $n_{el}$  is the number of mesh elements and  $\theta_b^K = \theta_g$  at the prescribed  $g$ -nodes and, otherwise, equals to zero.

**Remark.** It is well known that the classical Galerkin method applied to strongly advective equations results in spurious oscillations in the finite element approximation (Hughes and Franca, 1987; Franca and Dutra do Carmo, 1989). However, even in such a simple kinematical formulation as defined in eq.(17), the Galerkin method may generate unstable approximations for heat source-dominated cases - as it will be explored in the computational tests performed in next section.

**A Gradient-Galerkin/Least-Squares Formulation.** One now introduces a Gradient-Galerkin/Least-Squares formulation in order to stabilize the energy transfer in thin plates subjected to temperature-dependent sources. (eqs.(7)-(8)). Employing the finite element subspaces for temperature field  $W^h$  and  $W_g^h$  defined in eqs.(13)-(14), and still supposing that  $\theta^h$  admits the split introduced in eq.(16), we can construct a Gradient-Galerkin/Least-Squares approximation for eqs.(7)-(8) as: Given  $r: \bar{\Omega} \rightarrow \mathbf{R}$  and  $\theta_g: \bar{T}_g \rightarrow \mathbf{R}$ , Find  $\theta^h \in W_g^h$ ,  $\theta^h = \varphi^h + \theta_g^h$  with  $\varphi^h \in W^h$ , such that

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega} \kappa \nabla \varphi^h \cdot \nabla \phi^h d\Omega + \int_{\Omega} \mu \varphi^h \phi^h d\Omega \\
& + \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \int_{\Omega_K} (\mu \varphi^h - \nabla \cdot (\kappa \nabla \varphi^h)) \\
& \quad \tau (\mu \phi^h - \nabla \cdot (\kappa \nabla \phi^h)) d\Omega \\
& + \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \int_{\Omega_K} (\nabla (\mu \varphi^h) - \nabla (\nabla \cdot (\kappa \nabla \varphi^h))) \cdot \\
& \quad \gamma (\nabla (\mu \phi^h) - \nabla (\nabla \cdot (\kappa \nabla \phi^h))) d\Omega \\
& = \int_{\Omega} \lambda \phi^h d\Omega - \int_{\Omega} \kappa \nabla \theta_g^h \cdot \nabla \phi^h d\Omega - \int_{\Omega} \mu \theta_g^h \phi^h d\Omega \\
& + \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \int_{\Omega_K} \lambda \tau (\mu \phi^h - \nabla \cdot (\kappa \nabla \phi^h)) d\Omega \\
& + \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \int_{\Omega_K} \nabla \lambda \cdot \gamma (\nabla (\mu \phi^h) - \nabla (\nabla \cdot (\kappa \nabla \phi^h))) d\Omega \\
& - \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \int_{\Omega_K} (\mu \theta_g^h - \nabla \cdot (\kappa \nabla \theta_g^h)) \\
& \quad \tau (\mu \phi^h - \nabla \cdot (\kappa \nabla \phi^h)) d\Omega \\
& - \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \int_{\Omega_K} (\nabla (\mu \theta_g^h) - \nabla (\nabla \cdot (\kappa \nabla \theta_g^h))) \cdot \\
& \quad \gamma (\nabla (\mu \phi^h) - \nabla (\nabla \cdot (\kappa \nabla \phi^h))) d\Omega \quad \forall \phi^h \in W^h
\end{aligned} \tag{21}$$

where the stability parameter  $\tau$  and  $\gamma$  are defined from error analysis (Valentin and Franca, 1995) considerations as follows:

$$\tau(\mathbf{x}, \omega_K(\mathbf{x})) = \frac{1}{2\mu} \xi(\omega_K(\mathbf{x})) \tag{25}$$

$$\gamma(\mathbf{x}, \omega_K(\mathbf{x})) = \frac{h_K^2}{4\mu} \xi(\omega_K(\mathbf{x})) \tag{26}$$

$$\omega_K(\mathbf{x}) = \frac{m_k \mu h_K^2}{2\kappa(\mathbf{x})} \tag{27}$$

$$\xi(\omega_K(\mathbf{x})) = \begin{cases} \omega_K(\mathbf{x}) & , 0 \leq \omega_K(\mathbf{x}) < 1 \\ 1 & , \omega_K(\mathbf{x}) > 1 \end{cases} \tag{28}$$

$$m_k = \min \left\{ \frac{1}{3}, 2C_k \right\} \tag{29}$$

$$C_k \sum_{K \in \mathcal{C}_h} h_K^2 \|\Delta \phi\|_{0,K}^2 \leq \|\nabla \phi\|_0^2 \quad \phi \in W_h \tag{30}$$

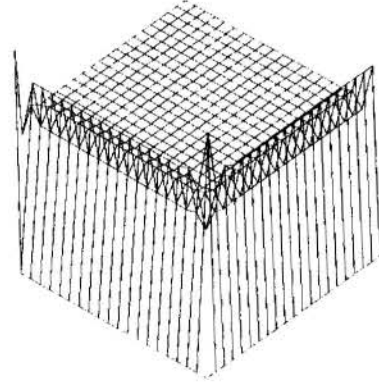


Figure 3. Q1 elements with Dirichlet boundary conditions: coarse mesh.

#### Remarks

1. Glancing through the GGLS formulation defined by eqs.(24), we may note that whether the stability parameters  $\tau$  and  $\gamma$  are taken to be zero, Galerkin formulation would be recovered and if only  $\gamma$  is made equal to zero a Galerkin/Least-Squares one (Valentin and Franca, 1995) would be obtained for eqs.(7)-(8).

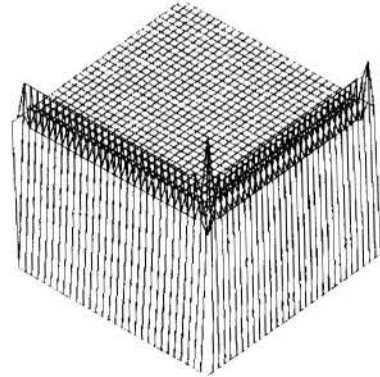


Figure 4. Refined mesh with Neumann boundary conditions: Q1 elements.

2. The parameter  $\omega_K$  (eq.(27)) may be viewed as an indicator of the relationship between diffusive and source terms. By including  $m_k$ , which takes into account the effect of the degree of the interpolation used, for all



interpolations employed, the locally source-dominated flows are given by  $\omega_K(\mathbf{x}) > 1$  and the locally diffusive dominated flows are given by  $\omega_K(\mathbf{x}) < 1$ .

3. We may establish error results for the method proposed in eqs.(24) extending the analysis introduced in Valentin and Franca (1995) for the source-advection-diffusion model, with the velocity advection field taken equal to zero.

Expanding, as in eq.(18), the finite element approximations ( $\theta^h, \phi^h$ ) in terms of their finite element basis and substituting in the Gradient-Galerkin/Least-Squares problem expressed in eq.(24), we will obtain the following matrix problem associated to eq.(24): *Given a stiffness matrix  $\mathbf{K}$  and a load vector  $\mathbf{F}$ , Find the vector  $\mathbf{d}$  such that,*

$$\mathbf{K}\mathbf{d} = \mathbf{F} \quad (31)$$

where

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= [K_{PQ}]_{n_{eQ} \times n_{eQ}}; \mathbf{F} = [F_P]_{n_{eQ} \times 1} \\ K_{PQ} &= \int_{\Omega} (\kappa \nabla N_A \cdot \nabla N_B + \mu N_A N_B) d\Omega \\ &+ \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \int_{\Omega_K} (\mu N_A - \nabla \cdot (\kappa \nabla N_A)) \\ &\quad \cdot \tau (\mu N_B - \nabla \cdot (\kappa \nabla N_B)) d\Omega \\ &+ \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \int_{\Omega_K} (\nabla(\mu N_A) - \nabla(\nabla \cdot (\kappa \nabla N_A))) \cdot \\ &\quad \cdot \gamma (\nabla(\mu N_B) - \nabla(\nabla \cdot (\kappa \nabla N_B))) d\Omega \\ F_P &= \int_{\Omega} N_A \lambda d\Omega \\ &- \sum_{B \in \eta_g} \left[ \int_{\Omega} (\kappa \nabla N_A \cdot \nabla N_B + \mu N_A N_B) d\Omega \right] \theta_B^g \\ &+ \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \int_{\Omega_K} \lambda \tau (\mu N_A - \nabla \cdot (\kappa \nabla N_A)) d\Omega \\ &+ \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \int_{\Omega_K} \nabla \lambda \cdot \\ &\quad \cdot \gamma (\nabla(\mu N_A) - \nabla(\nabla \cdot (\kappa \nabla N_A))) d\Omega \\ &- \sum_{B \in \eta_g} \left[ \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \int_{\Omega_K} (\mu N_A - \nabla \cdot (\kappa \nabla N_A)) \cdot \right. \\ &\quad \cdot \tau (\mu N_B - \nabla \cdot (\kappa \nabla N_B)) d\Omega \left. \right] \theta_B^g \\ &- \sum_{B \in \eta_g} \left[ \sum_{K \in \mathcal{C}_h} \int_{\Omega_K} (\nabla(\mu N_A) - \nabla(\nabla \cdot (\kappa \nabla N_A))) \cdot \right. \\ &\quad \cdot \gamma (\nabla(\mu N_B) - \nabla(\nabla \cdot (\kappa \nabla N_B))) d\Omega \left. \right] \theta_B^g \end{aligned} \quad (32)$$

with  $\kappa, \mu, \lambda$  and P,Q-equation indices defined as in eq.(22) and  $\tau$  and  $\gamma$  as in eqs.(25)-(26). Handling the global matrices  $\mathbf{K}$  and  $\mathbf{F}$  of system (31)-(32) in terms of element

matrices  $\mathbf{k}^K$  and  $\mathbf{f}^K$  it follows that,

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \mathcal{A}_{K-1}^{n_{el}}(\mathbf{k}^K); \mathbf{k}^K = [k_{ab}^K]_{n_{en} \times n_{en}} \\ \mathbf{F} &= \mathcal{A}_{K-1}^{n_{el}}(\mathbf{f}^K); \mathbf{f}^K = [f_a^K]_{n_{en} \times 1} \\ k_{ab}^K &= \int_{\Omega} (\kappa \nabla N_a \cdot \nabla N_b + \mu N_a N_b) d\Omega \\ &+ \int_{\Omega_K} (\mu N_a - \nabla \cdot (\kappa \nabla N_a)) \\ &\quad \cdot \tau (\mu N_b - \nabla \cdot (\kappa \nabla N_b)) d\Omega \\ &+ \int_{\Omega_K} (\nabla(\mu N_a) - \nabla(\nabla \cdot (\kappa \nabla N_a))) \cdot \\ &\quad \cdot \gamma (\nabla(\mu N_b) - \nabla(\nabla \cdot (\kappa \nabla N_b))) d\Omega \\ f_a^K &= \int_{\Omega} N_a \lambda d\Omega + \int_{\Omega_K} \lambda \tau (\mu N_a - \nabla \cdot (\kappa \nabla N_a)) d\Omega \\ &+ \int_{\Omega_K} \nabla \lambda \cdot \gamma (\nabla(\mu N_a) - \nabla(\nabla \cdot (\kappa \nabla N_a))) d\Omega \\ &= \sum_{b=1}^{n_{en}} k_{ab}^K \theta_b^K \end{aligned} \quad (33)$$

in which  $\mathcal{A}, 1 \leq a, b \leq n_{en}, n_{en}, n_{el}$  have the same meaning as in eq.(23) and  $\theta_b^K = \theta_g$  at the prescribed  $g$ -nodes and, otherwise, equals to zero.

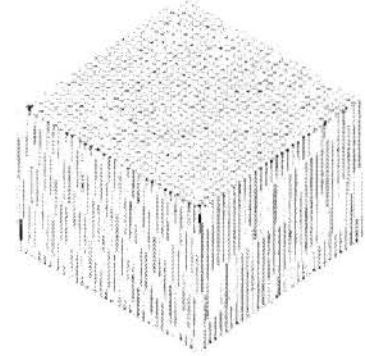


Figure 5. GGLS formulation for Q1 elements: refined mesh with Dirichlet boundary conditions: .

## NUMERICAL SIMULATIONS

In this section we present some two-dimensional simulations of the heat transfer process in a rectangular plate subjected to thermal dominant sources depending on the temperature field employing the classical Galerkin (eq.(17)) and Gradient-Galerkin/Least-Squares methods (eq.(24)). All computations have employed the finite element code FEM and graphics post-processor VIEWS, both codes under development at *Laboratory of Theoretical and Applied Mechanics (LMTA)* of Fluminense Federal University.

The geometry and boundary conditions of the problem are sketched in Fig.2: the domain is a bimity plane plate

subjected to both Dirichlet and Neumann boundary conditions,

$$\theta = 0 \begin{cases} x = -0.5 & , -0.5 \leq y \leq +0.5; \\ y = -0.5 & , -0.5 \leq x \leq +0.5. \end{cases} \quad (34)$$

(a)  $\theta = 1$  or (b)  $\nabla\theta \cdot \mathbf{n}_{\partial\Omega} = 0$

$$\begin{cases} x = +0.5 & , -0.5 \leq y \leq +0.5; \\ y = +0.5 & , -0.5 \leq x \leq +0.5. \end{cases} \quad (35)$$

and the diffusivity is  $\kappa = 10^{-8}$ , the thermal source  $\lambda$  and the coefficient  $\mu$  of the zero-derivative term of eq.(7)-(8) were taken equal to one. This kind of problem may also be found in simulations of complex boundary-layers in cylindrical shells, in  $(\kappa-\epsilon)$ -models for turbulent flows and diffusion problems in semiconductors.

The computational domain  $\Omega$  was discretized by two uniform meshes: a coarser mesh consisting of 400 bilinear Lagrangean quadrilateral (Q1) elements with 441 degrees-of-freedom for temperature and a more refined one consisting of 900 bilinear (Q1) elements with 961 degrees-of-freedom.

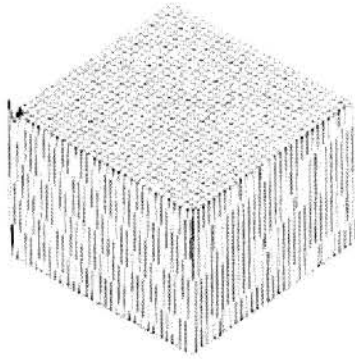


Figure 6. GGLS formulation for Q1 elements: Refined mesh with Neumann boundary conditions

Figs.3 and 4 show the Galerkin approximation of eqs.(7)-(8) when the diffusive term is largely dominated by the temperature-dependent source term - in which the latter is  $10^8$  times greater than the former. First, in Fig.3, the results of formulation (17) for a  $20 \times 20$  Q1-element mesh subjected to Dirichlet boundary conditions (eq.(34a)) have been presented while, in Fig.4, the results for a  $30 \times 30$  Q1-element mesh subjected to Neumann conditions (eq.(34b)) are shown. It may be noticed from these figures that neither the alternative Neumann boundary condition nor the mesh refinement were able to deal with the Galerkin spurious oscillation for a very high zero-order-dominated situation. The poor performance of the Galerkin method for such a situation is expected since the method only contributes to stability on the  $L^2$ -norm,

$L^2$ -Ellipticity: From eq.(17) taking  $\theta = \phi$ ,

$$\int_{\Omega} \kappa |\nabla \phi^h|^2 d\Omega + \int_{\Omega} \mu |\phi^h|^2 d\Omega \geq \kappa \|\nabla \phi\|_0^2 + \mu \|\phi\|_0^2, \quad \forall \phi \in Wh \quad (36)$$

without providing coercivity on the  $H^1$ -seminorm. (As usual,  $\|\cdot\|_0$  denotes the  $L^2(\Omega)$ -norm.) The latter one is essential to stabilize regions subjected to severe gradients as very thin boundary-layers.

The results of the GGLS formulation defined by eqs.(24) are presented in Figs.5 and 6 once again for very high source-dominated situations ( $\kappa = 10^{-8}$  and  $\lambda = \mu = 1$ ). In these figures, the domain was discretized by a  $30 \times 30$  Q1-element mesh subjected, in Fig.5, to Dirichlet boundary conditions (eq.(34a)) and, in Fig.6, Neumann ones (eqs.(34b)) have been presented. As it can be seen from Figs.5 and 6, in both situations the GGLS formulation was able to deal precisely with very high zero-order-dominated situations. The enhanced performance of the GGLS method for such a situation was already expected from argumentation involving eq.(36), namely, adding an additional term that not vanishes when  $\kappa \rightarrow 0$  while  $\mu$  remains constant, the stabilized method contributes to stability on both  $L^2$ -norm and  $H^1$ -seminorm.

### ACKNOWLEDGMENTS

The authors S. Frey and M.L. Martins-Costa gratefully acknowledge the financial support provided, respectively, by the agency CNPq through grant n<sup>o</sup> 350747/93-8 and by the agency FAPERJ through grant n<sup>o</sup> E-26/151.157/96.

### REFERENCES

- Berger, M.S., 1977, "Nonlinearity and Functional Analysis", Academic Press, London.
- Ciarlet, P.G., 1978, "The Finite Element Method for Elliptic Problems", North-Holland, Amsterdam.
- Franca, L.P. and Dutra do Carmo, E.G., 1989, "The Galerkin-Gradient-Least-Squares Method", Comput. Methods App. Mech. Engrg., vol. 74, pp. 41-54.
- Franca, L.P., Frey, S. and Hughes, T.J.R., 1992, "Stabilized Finite Element Methods: I. Application to the Advective-Diffusive Model", Comput. Methods App. Mech. Engrg., vol. 95, pp. 253-276.
- Hughes, T.J.R., 1987, "The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis", Prentice-Hall, Singapore.
- Hughes, T.J.R., and Franca, L.P., 1987, "A New Finite Element Formulation for Computational Fluid Dynamics: VII. The Stokes Problem with Various Well-Posed Boundary Conditions: Symmetric Formulations that Converge for all Velocity/Pressure Spaces", Comput. Methods App. Mech. Engrg., vol. 65, pp. 85-96.
- Maz'ja, V.G., 1995, "Sobolev Spaces", Springer-Verlag, Berlin.
- Saldanha da Gama, R.M., 1997, "Mathematical Modelling of the Non-Linear Heat Transfer Process in a Great Shell Surrounded by a Nonparticipating Medium", Int. J. Non-Linear Mech. vol. 32/5, pp. 885-904.
- Valentin, F.G.C. and Franca, L.P., 1995, "Combining Stabilized Finite Element Methods", Comp. App. Math., vol. 14/3, pp. 285-300.

## UM MODELO PARA A SOLDAGEM COM PULSAÇÃO TÉRMICA USANDO FONTE DE CALOR PUNTUAL

**Luciano A. dos Santos, Antônio Fábio C. da Silva,  
Carlos E. Niño Bohórquez e Augusto J. A. Buschinelli**  
Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC  
88040-900 - Florianópolis - SC - Brasil

### RESUMO

*É proposta uma solução analítica relativamente simples para a condução de calor na soldagem com pulsação térmica. O modelo matemático consiste de uma fonte de calor puntual movendo-se a velocidade constante através de um meio tridimensional infinito com propriedades termofísicas constantes. A solução mostra a possibilidade de se elevar a eficiência de fusão na soldagem através do uso da pulsação térmica. Experimentos confirmam essa possibilidade.*

### INTRODUÇÃO

A previsão teórica de campos de temperatura observados durante a soldagem, obtida fazendo-se a integração da solução fundamental da equação diferencial que modela a condução de calor tridimensional em um meio com propriedades constantes não é uma novidade. Desde o trabalho pioneiro de Rosenthal (1941) artigos sobre este assunto vêm sendo constantemente publicados, alcançando-se atualmente um nível bastante elevado de sofisticação e realismo como se vê, por exemplo, no modelo de Boo e Cho (1990). Embora as novas e mais sofisticadas soluções, analíticas ou numéricas, sejam muito interessantes, as soluções mais simples e rapidamente calculadas encontram ainda hoje amplo uso.

As soluções analíticas mais simples permitem ao engenheiro estimar rapidamente, de maneira quantitativa, a influência de algumas das variáveis determinantes do campo de temperatura observado na soldagem. Essas soluções carecem, no entanto, de correções empíricas para reproduzir resultados experimentais em que diversos efeitos não considerados no desenvolvimento da solução analítica se fazem notar.

Neste artigo é mostrado o desenvolvimento de uma solução analítica bastante simples (embora não encontrada na literatura pelos autores) que pretende-se utilizar em um estudo posterior dos efeitos da pulsação térmica na soldagem a arco voltaico. Comparações com resultados experimentais são apresentadas e finalmente são discutidos alguns efeitos da pulsação térmica que o modelo permite prever.

Pulsação Térmica. A pulsação térmica utilizada na soldagem a arco voltaico, especialmente no processo TIG, consiste na utilização periódica de um alto valor de corrente durante um curto espaço de tempo (chamado *tempo de pulso*), durante o qual deve se formar uma poça de soldagem de dimensões adequadas para a solda pretendida. Entre esses pulsos é mantida uma baixa corrente (chamada *corrente de base*) suficiente apenas para manter o arco estável.

Este procedimento é uma alternativa interessante ao tradicional uso da corrente de intensidade constante porque muitas vezes a corrente mantida elevada ao longo de toda a soldagem provoca um aquecimento excessivo das peças que estão sendo unidas. Isto pode causar elevada distorção da geometria das peças, surgimento de

tensões residuais excessivas, pode prejudicar as propriedades mecânicas da junta e ainda dificultar a obtenção de uma penetração uniforme ao longo de todo o cordão de solda.

As frequências de pulsação utilizadas costumam estar na ordem de 1 Hz, embora isso dependa das propriedades das peças sendo unidas e da velocidade de soldagem utilizada. A inércia térmica do material funciona como uma espécie de filtro passa-baixas, de forma que uma solda realizada com corrente pulsada em frequência muito alta dificilmente pode ser distinguida daquela obtida com corrente constante. Por outro lado uma frequência de pulsação muito baixa (para uma dada velocidade de soldagem) produz um cordão descontínuo, uma vez que tem-se uma poça formada a cada pulso e essas poças devem se sobrepor para assegurar uma boa geometria da solda.

Mais informações a respeito do uso da pulsação térmica e de outras formas de pulsação do arco voltaico utilizadas na soldagem podem ser encontradas no trabalho de Street (1990).

### DESENVOLVIMENTO DA SOLUÇÃO ANALÍTICA

Solução Fundamental. A resposta de um meio infinito tridimensional com propriedades constantes à atuação instantânea de uma fonte de calor puntual que libera uma quantidade de energia total  $dQ$  pode ser vista como uma forma da solução fundamental da equação da condução de calor. Considerando, por simplicidade, que essa fonte de calor esteja localizada na origem do sistema de coordenadas, pode-se escrevê-la como

$$dT(R, t) = \frac{a dQ}{k(4\pi at)^{3/2}} \exp\left(-\frac{R^2}{4at}\right) \quad (1)$$

onde  $dT$  representa um incremento no valor local de temperatura;  $R$  é a distância entre o ponto considerado e a fonte de calor;  $t$  é o tempo decorrido a partir do instante em que o calor foi liberado (a solução é válida somente para  $t > 0$ );  $a$  é a difusividade e  $k$  a condutividade térmica.

Fonte Móvel. A partir de (1) pode-se obter, através do princípio da superposição, o campo de temperatura devido a uma

fonte de calor pontual que se move a velocidade constante  $v$ , realizando a integração que aparece na equação a seguir

$$T(x', y, z, t) - T_0 = \int_{t_0}^t \frac{aq(\tau)}{k [4\pi a(t-\tau)]^{3/2}} \exp\left[-\frac{(R'')^2}{4a(t-\tau)}\right] d\tau \quad (2)$$

sendo  $R'' = \sqrt{[x'+v(t-\tau)]^2 + y^2 + z^2}$  e  $(x', y, z)$  um sistema de coordenadas cartesianas fixo à fonte de calor (portanto movendo-se à velocidade  $v$  na direção paralela ao eixo  $x$ ).  $T_0$  é a temperatura inicial (uniforme) do meio,  $t_0$  é o instante em que a fonte de calor começa a atuar e  $t_f$  o instante em que encerra a sua atuação.  $q(\tau)$  é a potência da fonte de calor no instante  $\tau$ .

Se a potência da fonte  $q$  for constante ao longo da sua operação, pode-se obter a integral em (2), usando as variáveis auxiliares

$$m = \frac{vR'}{4a}, \quad u_1 = \frac{R'}{\sqrt{4a(t-t_1)}} \quad e$$

$$u_0 = \frac{R'}{\sqrt{4a(t-t_0)}}$$

onde  $R' = \sqrt{(x')^2 + y^2 + z^2}$ , como

$$T(x', y, z, t) - T_0 = \frac{q}{2R'k\pi^{3/2}} \exp\left(-\frac{vx'}{2a}\right) \int_{u_0}^{u_1} \exp\left(-u^2 - \frac{m^2}{u^2}\right) du$$

$$= \frac{q}{8R'k\pi} \exp\left(-\frac{vx'}{2a}\right) \times \left\{ \exp(2m) \left[ \operatorname{erf}\left(u_1 + \frac{m}{u_1}\right) - \operatorname{erf}\left(u_0 + \frac{m}{u_0}\right) \right] \right.$$

$$\left. + \exp(-2m) \left[ \operatorname{erf}\left(-u_0 + \frac{m}{u_0}\right) - \operatorname{erf}\left(-u_1 + \frac{m}{u_1}\right) \right] \right\} \quad (3)$$

sendo  $\operatorname{erf}(x)$  a função erro de Gauss.

Esta solução reduz-se à solução apresentada por Rosenthal (1941) quando  $t = t_f$  e  $t_f \gg t_0$ .

**Pulsção Térmica.** A solução para pulsção térmica é obtida então superpondo ao campo de temperatura inicial uniforme  $T_0$ , o efeito de uma fonte de calor de potência constante  $q = q_b$ , mais o efeito de  $N$  pulsos de potência  $q = q_d = q_p - q_b$ , o que leva à distribuição de potência ao longo do tempo mostrada na figura 1.

Mais precisamente a distribuição temporal de potência da fonte pode ser descrita como

$$q = \begin{cases} q_p & \text{para } t \text{ no intervalo } (t_0 + i\Gamma, \quad t_0 + i\Gamma + t_p] \\ q_b & \text{para } t \text{ no intervalo } (t_0 + i\Gamma + t_p, \quad t_0 + (i+1)\Gamma] \end{cases}$$

onde  $i$  é um inteiro não-negativo qualquer,  $\Gamma$  é o período de pulsção e  $t_p$  é o tempo de pulso.

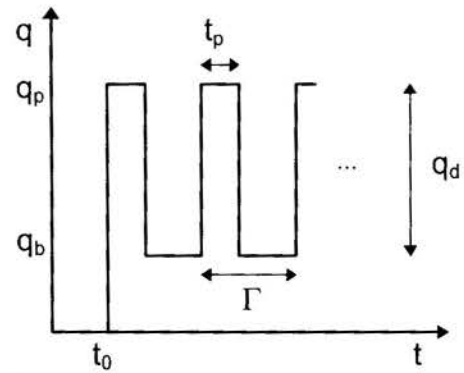


Figura 1 - Distribuição temporal da potência da fonte.

O campo de temperatura resultante é dado então por

$$T(x', y, z, t) - T_0 = \frac{1}{8R'k\pi} \exp\left(-\frac{vx'}{2a}\right) \times \left\{ \exp(2m) \left[ \left(1 - \operatorname{erf}\left(u_{0N} + \frac{m}{u_{0N}}\right)\right) q_b + s_c q_d \right] \right.$$

$$\left. + \exp(-2m) \left[ \left(\operatorname{erf}\left(-u_{0N} + \frac{m}{u_{0N}}\right) + 1\right) q_b + s_d q_d \right] \right\} \quad (4)$$

com

$$s_c = \begin{cases} 1 + \sum_{i=1}^N \operatorname{erf}\left(u_{i1} + \frac{m}{u_{i1}}\right) - \sum_{i=0}^N \operatorname{erf}\left(u_{0i} + \frac{m}{u_{0i}}\right) & \text{se } q = q_p \\ \sum_{i=0}^N \operatorname{erf}\left(u_{i1} + \frac{m}{u_{i1}}\right) - \sum_{i=0}^N \operatorname{erf}\left(u_{0i} + \frac{m}{u_{0i}}\right) & \text{se } q = q_b \end{cases}$$

$$s_d = \begin{cases} \sum_{i=0}^N \operatorname{erf}\left(-u_{0i} + \frac{m}{u_{0i}}\right) + 1 - \sum_{i=1}^N \operatorname{erf}\left(-u_{i1} + \frac{m}{u_{i1}}\right) & \text{se } q = q_p \\ \sum_{i=0}^N \operatorname{erf}\left(-u_{0i} + \frac{m}{u_{0i}}\right) - \sum_{i=0}^N \operatorname{erf}\left(-u_{i1} + \frac{m}{u_{i1}}\right) & \text{se } q = q_b \end{cases}$$

sendo

$$u_{0i} = \frac{R'}{\sqrt{4a[t - (N-i)\Gamma - t_0]}} \quad e$$

$$u_{i1} = \frac{R'}{\sqrt{4a[t - (N-i)\Gamma - t_0 - t_p]}}$$

$N$  é o número inteiro mais próximo da razão  $(t-t_0)/\Gamma$  sendo menor que ela, ou seja, é o número de períodos de pulsção completos decorridos desde o início da operação da fonte.

Note-se que as duas últimas expressões no parágrafo anterior são simplificadas quando se escolhe a origem do eixo temporal  $t = 0$ , de modo que  $t_0 = -N\Gamma$ . Assim

$$u_{0i} = \frac{R'}{\sqrt{4a(t+i\Gamma)}} \quad e \quad u_{i1} = \frac{R'}{\sqrt{4a(t+i\Gamma-t_p)}}$$



Isto é especialmente interessante quando  $t \gg t_0$  e o campo de temperatura torna-se periódico. Basta então calculá-lo ao longo de um único período para conhecê-lo completamente.

## RESULTADOS

**Experimentos.** Para avaliar a utilidade da equação (4) procurou-se prever os resultados dos experimentos enumerados nas tabelas 1, 2 e 3. Esses experimentos consistiram na passagem de um arco de pistola para soldagem TIG sobre uma chapa de aço 1020 de 3/8 de polegada previamente fresada para remoção da camada oxidada superficial.

Foram utilizados eletrodos de tungstênio com 2% de  $\text{ThO}_2$  com diâmetros de 2,4 mm e de 3,2 mm, este último quando a corrente máxima foi acima de 100 A. A distância entre o eletrodo e a superfície da chapa foi mantida em 1,5 mm. O gás de proteção foi argônio a uma vazão de 15 l/min. Todos os experimentos com pulsação térmica foram realizados usando uma corrente de base  $I_b = 10$  A e um período  $\Gamma = 1$  s. Nos experimentos da tabela 2 utilizou-se  $t_b = t_p = 0,50$  s, e nos da tabela 3 utilizou-se  $t_b = 0,67$  s e  $t_p = 0,33$  s.

Nas tabelas a seguir  $I$  é a corrente e  $U$  a tensão elétrica no arco voltaico.  $H_i$  é o aporte térmico definido como

$$H_i = \frac{\eta_l U I_m}{v} \quad (5)$$

onde  $\eta_l$  é o rendimento térmico que indica qual a fração da energia liberada pelo arco voltaico que é absorvida pela peça como calor. No presente trabalho adotou-se o valor  $\eta_l = 0,5$ . Nas tabelas 2 e 3  $I_p$  é a corrente de pulso e  $I_m$  é a corrente média calculada como  $I_m = (I_p t_p + I_b t_b) / (t_p + t_b)$ . Nos casos em que a corrente é constante  $I_m = I$ .

Tabela 1 - Condições utilizadas com potência constante

Exp.	$I$ [A]	$U$ [V]	$v$ [cm/min]	$H_i$ [kJ/cm]
1	50	10,5	10,1	1,56
2	71	11,4	14,4	1,69
3	71	11,4	10,1	2,40
4	100	11,8	14,4	2,46
5	100	11,1	10,1	3,30
6	141	11,8	14,4	3,47

Tabela 2 - Condições utilizadas com pulsação térmica ( $t_p = 0,50$  s)

Exp.	$I_m$ [A]	$I_p$ [A]	$U$ [V]	$v$ [cm/min]	$H_i$ [kJ/cm]
7	50	90	12,0	10,1	1,78
8	71	132	12,0	14,4	1,78
9	71	132	12,0	10,1	2,53
10	100	190	13,0	14,4	2,71
11	100	190	13,0	10,1	3,86
12	141	272	13,2	14,4	3,88

Tabela 3 - Condições utilizadas com pulsação térmica ( $t_p = 0,33$  s)

Exp.	$I_m$ [A]	$I_p$ [A]	$U$ [V]	$v$ [cm/min]	$H_i$ [kJ/cm]
13	50	130	12,0	10,1	1,78
14	71	193	12,8	14,4	1,89
15	71	193	12,8	10,1	2,70
16	100	280	13,5	14,4	2,81
17	100	280	13,5	10,1	4,01

A intenção inicial era realizar os experimentos 1, 7 e 13 com a mesma potência sendo dissipada pelo arco e a mesma velocidade de soldagem. Também pretendia-se isso nos experimentos 2, 8 e 14, nos 3, 9 e 15, nos 4, 10 e 16, nos 5, 11 e 17 e nos 6 e 12. Por isso a corrente média  $I_m$  foi mantida a mesma em cada um desses conjuntos de experimentos. Infelizmente, no entanto, a queda de tensão ao longo do arco variou dentro desses conjuntos de experimentos.

O mesmo tipo de variação e ainda uma certa dificuldade para regular a velocidade de soldagem evitaram que se tivesse a mesma quantidade de energia consumida por unidade de comprimento de cordão realizada (ou seja, o mesmo aporte térmico) nos conjuntos de experimentos {1, 7 e 13} e {2, 8 e 14}. Assim também ficaram com aportes térmicos um pouco diferentes os conjuntos {3, 9 e 15} e {4, 10 e 16} e os conjuntos {5, 11 e 17} e {6 e 12}. Apesar das variações ocorridas de potência dissipada no arco e da velocidade de soldagem, esse agrupamento dos experimentos permite analisar as influências da velocidade (mantido o aporte térmico aproximadamente constante) e do tempo de pulso (mantidas a potência e a velocidade aproximadamente constantes).

**Cálculo Teórico.** Na obtenção dos resultados teóricos mostrados neste trabalho foram empregadas as constantes mostradas na tabela 4, extraídas do livro de Grong (1994). Na tabela 4  $T_m$  e  $h_m$  designam a temperatura de fusão e a entalpia do metal líquido à temperatura de fusão, respectivamente.  $T_0$  e  $h_0$  são a temperatura e a entalpia iniciais do material das chapas. A diferença de entalpias  $h_m - h_0$  é dada por unidade de volume do aço à temperatura ambiente.

Tabela 4 - Valores utilizados das propriedades termofísicas do material das chapas

$k$ [W/m°C]	$\alpha$ [m²/s]	$T_m - T_0$ [°C]	$h_m - h_0$ [J/m³]
40	$8 \times 10^{-6}$	1500	$9,5 \times 10^9$

Finalmente é necessário relacionar a potência dissipada pelo arco voltaico com a potência  $q$  da fonte de calor que aparece no modelo teórico. Isto se faz através da expressão  $q = 2 \eta_l U I_m$ . O fator 2 surge porque o modelo teórico considera que o domínio envolve por todos os lados a fonte de calor (a chapa, mesmo sendo infinitamente espessa corresponde a uma metade desse domínio). É importante mencionar que, embora o rendimento térmico fundamentalmente indique qual a fração da energia dissipada no arco que efetivamente vai aquecer a chapa, freqüentemente seu valor é usado para ajustar os resultados teóricos às observações experimentais, conforme discutido por Giedt et al. (1989). O valor  $\eta_l = 0,5$  usado no presente trabalho

média e a velocidade de soldagem (o que temos aproximadamente em cada uma das curvas nas figuras 7 e 8). a eficiência de fusão é simplesmente proporcional ao volume do cordão, e seu aumento reflete uma aumento das dimensões desse cordão. Este aumento das dimensões do cordão, teoricamente previsto e mostrado na figura 6, tem um limite à medida que os pulsos tornam-se muito curtos, o que é evidenciado naquela figura.

Nos resultados das figuras 7 e 8 nota-se que o aumento da eficiência de fusão previsto pela solução analítica é, de um modo geral, maior que o observado experimentalmente. Destaca-se, neste sentido, a discrepância nos comportamentos das curvas associadas aos testes realizados com corrente média de 50 A, mostradas na figura 7.

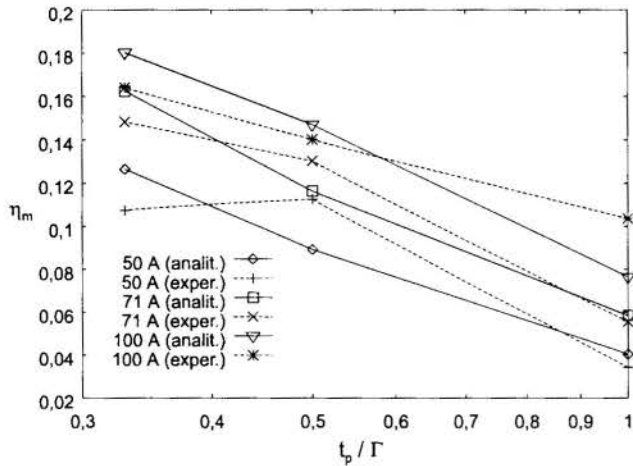


Figura 7 - Eficiências de fusão para  $v=10.1$  cm/min.

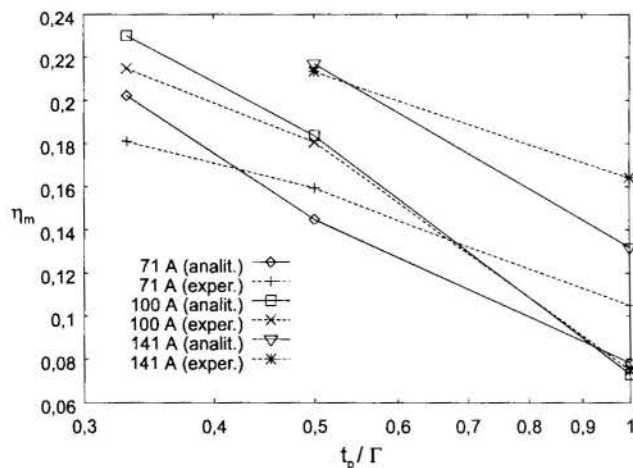


Figura 8 - Eficiências de fusão para  $v=14.4$  cm/min.

Pode-se observar ainda nas figuras 7 e 8 que os valores de eficiência de fusão obtidos foram bastante baixos, mesmo se comparados com valores para o mesmo processo TIG, obtidos com velocidades de soldagem mais altas por DuPont e Marder (1995). Isto reforça a noção de que, para potências e velocidades de soldagem baixas, a maior parte da energia utilizada na soldagem acaba apenas aquecendo as peças. Só uma pequena fração desta energia é usada

para fundir o metal base. Nestas situações o uso da pulsação térmica torna-se muito interessante.

## CONCLUSÃO

Um modelo simples para a condução de calor no metal base durante a soldagem com pulsação térmica foi apresentado. A confrontação dos resultados deste modelo com resultados experimentais preliminares indica que ele pode ser bastante útil na compreensão de alguns efeitos do uso da pulsação térmica na soldagem. Verificou-se especificamente a sua habilidade de prever o aumento da eficiência de fusão obtido na soldagem TIG de uma chapa espessa com o uso da pulsação térmica.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Boo, K.S. and Cho, H.S., 1990, "Transient Temperature Distribution in Arc Welding of Finite Thickness Plates", *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Part B, Vol 204, pp. 175-183.
- DuPont, J.N. and Marder, A.R., 1995, "Thermal Efficiency of Arc Welding Processes", *Welding Journal*, Vol. 74, pp. 406s-416s.
- Giedt, W.H., Talerico, L.N. and Fuerschbach, P.W., 1989, "GTA Welding Efficiency: Calorimetric and Temperature Field Measurements", *Welding Journal*, Vol. 68, pp. 28s-32s.
- Grigull, U. and Sandner, H., 1984, "Heat Conduction", Hemisphere Publishing Corp., Washington, DC.
- Gronq, Ø., 1994, "Metallurgical Modelling of Welding", The Institute of Materials, London.
- Özisik, M.N., 1993, "Heat Conduction", 2nd ed., John Wiley and Sons Inc., New York.
- Rosenthal, D., 1941, "Mathematical Theory of Heat Distribution During Welding and Cutting", *Welding Journal*, Vol. 20, pp. 220s-234s.
- Street, J.A., 1990, "Pulsed Arc Welding", Abington Publishing, Abington, Cambridge.

## ABSTRACT

A simple analytical solution for the heat conduction in the base metal during welding with thermal pulsing is described. The mathematical model consists of a point heat source moving at constant speed along a three-dimensional medium with constant properties. The model shows the possibility of enhancing the fusion efficiency of the process by thermal pulsing.

## MODELAMENTO ANALÍTICO E NUMÉRICO DE UM DIODO TÉRMICO PARA APLICAÇÕES ESPACIAIS

Fernando H. Milanez e Marcia B. H. Mantelli\*

Departamento de Engenharia Mecânica  
 Universidade Federal de Santa Catarina  
 88040-900 – Florianópolis – SC – Brasil

### SUMÁRIO

*São apresentados e comparados modelos para previsão da resistência térmica global de um diodo térmico passivo de atuação bi-metálica. Dada a complexidade da solução analítica do problema, que é bidimensional, são propostos modelos simplificados que consideram o fluxo de calor unidimensional em certas regiões ou em todo o domínio do diodo. Os resultados indicam que para a faixa de operação, os modelos totalmente ou parcialmente unidimensionais são suficientes.*

### INTRODUÇÃO

Diodos térmicos são dispositivos que vêm sendo desenvolvidos para aplicações em satélites, em situações onde se queira permitir o fluxo de calor de modo seletivo. Um exemplo é o isolamento térmico entre sensores de radiação infravermelha que atuam a temperaturas criogênicas e o restante da estrutura do satélite. Normalmente os sensores estão localizados nas faces externas do satélite, em posições onde não recebam cargas térmicas externas como radiação solar direta ou refletida pela terra ou ainda radiação infravermelha da mesma. Dessa forma, a energia térmica que atinge o sensor se deve quase que exclusivamente à condução através de seus acoplamentos à estrutura do satélite. Diodos térmicos são utilizados para acoplar mecanicamente os sensores à estrutura do satélite, cumprindo a dupla função de isolar o sensor dos fluxos de calor parasitas provindos da estrutura do satélite por condução e fornecer rigidez suficiente para o sistema suportar as acelerações induzidas no lançamento e transferências de órbitas intermediárias.

### CONCEITO E OPERAÇÃO DO DIODO TÉRMICO

Várias configurações, baseadas em diferentes princípios de operação vêm sendo apresentadas ao longo dos últimos anos (Nast et al., 1982, Naes and Nast, 1985, Van Oost et al., 1991). A característica básica e comum às diversas formas construtivas é a sua resistência térmica global variável. Um esquema do princípio de atuação do dispositivo apresentado neste trabalho é mostrado na Fig. 1. Este diodo térmico baseia-se no princípio da variação dimensional diferencial de dois metais com coeficientes de dilatação térmica diferentes, sujeitos a temperaturas bem mais baixas do que a temperatura ambiente na qual o dispositivo é montado. Tal variação dimensional provoca uma alteração na pressão de contato entre duas superfícies, modificando a resistência térmica de contato entre elas.

O diodo térmico consiste basicamente de um parafuso e porca de aço inoxidável e um disco espesso de alumínio com um furo central. Tanto a cabeça quanto a porca do parafuso são circulares com diâmetro igual ao diâmetro externo do disco. A cabeça do parafuso e a porca são fixos à estrutura do satélite e ao sensor, não necessariamente nesta ordem. Na ocasião de montagem em terra e em temperatura ambiente, é dado um torque de aperto ao parafuso, conferindo ao sistema rigidez suficiente para que o

conjunto possa suportar às acelerações e vibrações do transporte em terra, lançamento e mudanças de órbitas intermediárias do satélite (Fig. 1a). Assim que o satélite alcança sua órbita definitiva, a temperatura do sensor cai a níveis mais baixos. Com a queda de temperatura e devido à diferença entre os coeficientes de dilatação térmica dos materiais do disco e da haste (alumínio e aço inox), a pressão de contato entre a cabeça do parafuso e o disco de alumínio e entre o disco de alumínio e a porca cai progressivamente até que haja um desacoplamento completo do disco (Fig. 1b). Com a diminuição da pressão, a condutância de contato nas interfaces também diminui e, consequentemente, a resistência global. No instante em que ocorre o desacoplamento ela passa a ser máxima, já que o calor tem que passar exclusivamente pela haste de aço inoxidável, que apresenta uma resistência térmica muito maior que o disco de alumínio. A partir desse momento o diodo deixa de atuar simplesmente como um vínculo mecânico e passa a atuar como uma barreira ao fluxo de calor que vai da estrutura do satélite para o sensor. É prevista uma pequena folga entre a haste e o disco para que não haja uma troca de calor efetiva entre estes dois elementos.

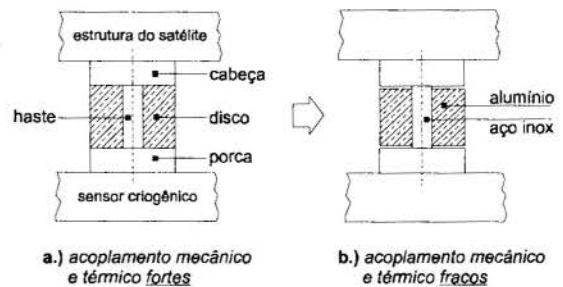


Figura 1 – Esquema da atuação do diodo térmico

Desta forma, tem-se um dispositivo que apresenta uma resistência térmica global que aumenta com a diminuição do seu nível médio de temperatura. O objetivo deste trabalho é apresentar 4 modelos para cálculo da resistência térmica global do diodo: um modelo analítico unidimensional, dois modelos analíticos mistos uni/bidimensionais e um modelo numérico bidimensional. Os modelos analíticos são comparados com o modelo numérico.

## DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Como já foi dito, o parâmetro que controla a resistência térmica global do diodo é a resistência de contato, ou o seu inverso, a condutância de contato. Existem na literatura vários estudos na área de condutância de contato (Aron et al., 1963, Elliott, 1965, Fried et al., 1961, Hewitt Jr. et al., 1968, Mikic, 1973, Song et al., 1988, Veilleux et al., 1968, Yovanovich, 1981, Yovanovich, 1982). Alguns trabalhos apresentam correlações semi ou totalmente empíricas, enquanto outros desenvolvem modelos teóricos baseados em modelos físicos ideais. Além de parâmetros que descrevem a rugosidade das superfícies e de propriedades termomecânicas como condutividade térmica, módulo de elasticidade e dureza, a condutância de contato apresenta forte dependência da pressão de contato. Essa dependência se mostra linear na maioria dos modelos encontrados na literatura.

O problema da determinação da resistência global do diodo térmico em função da temperatura pode então ser mais facilmente analisado se dividido em três subproblemas: determinação da resistência global em função da condutância de contato (problema de condução de calor), determinação da condutância de contato em função da pressão de contato (disponível na literatura) e, por fim, determinação da pressão de contato em função da temperatura média do diodo (problema de termoelasticidade). O primeiro e o último serão tratados aqui, enquanto que o segundo é bastante explorado na literatura.

**Problema da Termoelasticidade.** Existe na literatura vários trabalhos que apresentam resultados gráficos do campo de tensões em chapas sob compressão (Greenwood, 1964, Lardner, 1965, Nelson, 1962). Segundo Thornton (1996), relacionar temperatura e campo de pressões num corpo requer a solução de um sistema de 15 equações diferenciais a 15 incógnitas. Dada a geometria do problema, que envolve vários domínios com condições de contorno acopladas, não é possível se obter uma expressão analítica exata. Com o objetivo de se obter uma expressão fechada, são feitas as seguintes hipóteses simplificativas: tanto a porca quanto a cabeça do parafuso são considerados corpos perfeitamente rígidos e a porca e o parafuso são considerados um corpo único. Como consequência, as distribuições de tensão na haste do parafuso e no disco são uniformes, com intensidades iguais aos seus valores médios, não existindo, portanto, tensões normais radiais ou angulares, nem tensões cisalhantes. Quanto mais espessas a porca e a cabeça do parafuso, mais estas hipóteses se aproximam da realidade.

A partir disso, a solução passa a ser relativamente simples e o problema pode ser modelado como barras sujeitas a um esforço unidirecional longitudinal uniformemente distribuído. A haste do parafuso passa a ser considerada uma barra sob tração e o disco como uma barra sob compressão. A pressão de contato pode então ser relacionada com a temperatura média da seguinte forma:

$$P = \sigma_d = P_{inicial} + \frac{(\alpha_d L_d - \alpha_h L_h)}{\left( \frac{L_h A_d}{E_h A_h} + \frac{L_d}{E_d} \right)} (T_m - T_{amb}) \quad (1)$$

onde os subscritos *h* e *d* referem-se à haste e ao disco, respectivamente. *P* é pressão na interface (igual à tensão de compressão no disco  $\sigma_d$ ). *L* é o comprimento,  $\alpha$  é o coeficiente de dilatação térmica, *E* é o módulo de elasticidade, *A* é a área da seção transversal.  $P_{inicial}$  é a pressão conferida pelo torque de aperto na montagem e  $T_m - T_{amb}$  é a diferença das temperaturas de operação e de montagem.

Katwijk and Bennet (1978) e Mantelli and Yovanovich (1998) desenvolveram expressões equivalentes para a pressão na interface de contato em juntas aparafusadas em função da sua temperatura média.

**Problema da Condução de Calor.** Consiste em calcular a resistência global, dada a condutância de contato na interface entre a porca e o disco e entre o disco e a cabeça do diodo. A condutância de contato é calculada através de um dos modelos disponíveis na literatura, como por exemplo, o apresentado por Yovanovich (1982), que segundo Mantelli et. al (1995) é o que melhor se adapta a este tipo de problema. A pressão de contato, necessária no cálculo da condutância de contato, é obtida através da Eq. (1). A resistência térmica global do diodo é definida como sendo a razão entre a diferença de temperaturas nos seus dois extremos e fluxo total de calor que atravessa o dispositivo, ou de acordo com a Fig. 2:

$$R_{Gt} = \frac{T_M - T_0}{q \pi b^2} \quad (2)$$

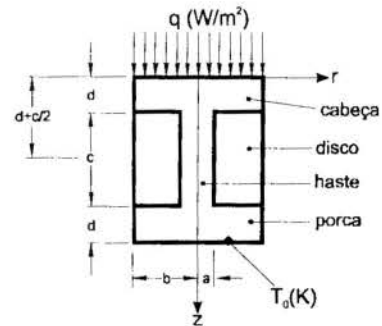


Figura 2 – Condições de contorno no diodo

onde *q* é a carga térmica sobre o sensor,  $T_0$  a temperatura de operação do sensor e  $T_M$  a temperatura do diodo em  $z = 0$ . Como o fluxo de calor é bidimensional o valor de  $T_M$  representa uma média ao longo da seção. Para determinar-se o valor de  $T_M$  seria necessário conhecer a distribuição de temperatura em todo diodo. Esta é uma tarefa um tanto complexa pois requer a solução do problema do valor de contorno em vários domínios, onde as condições de contorno são acopladas.

No entanto, como o objetivo principal não é a determinação do campo de temperaturas e sim da resistência térmica global do diodo, foram desenvolvidos modelos simplificados e que serão apresentados aqui. Todos os modelos que serão apresentados ignoram a presença da interface da rosca entre a porca e o parafuso. A haste e a porca serão consideradas perfeitamente acopladas, ou seja, a resistência térmica na rosca será considerada zero. Não se tem notícias de trabalhos na área de resistência de contato em uniões roscadas. No entanto, como se verá, o fluxo de calor radial nessas regiões é praticamente zero. Essa hipótese só induz a maiores erros quando a condutância no contato tende a zero, ou seja, quando ocorre o desacomplamento do disco.

## 1º MODELO: FLUXO UNIDIMENSIONAL NO DISCO E NA HASTE

Consiste em resolver o campo bidimensional de temperaturas na cabeça e na porca admitindo-se um fluxo de calor unidimensional em *z* no disco e na haste. Na Fig. 3(a) tem-se um esquema do modelamento da cabeça do diodo. Para este problema o campo de temperaturas pode ser calculado pelo



método da separação de variáveis em função de  $q_1$  e  $q_2$  ainda desconhecidos. A equação a ser resolvida é a de Laplace, que em coordenadas cilíndricas e dada a independência angular do problema pode ser escrita da forma:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + r \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (3)$$

sujeita às seguintes condições de contorno:

$$k \frac{\partial T}{\partial z}(r, d) = \begin{cases} q_1 & 0 \leq r \leq a \\ q_2 & a \leq r \leq b \end{cases}$$

$$T(r, 0) = T_0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r}(0, z) = \frac{\partial T}{\partial r}(b, z) = 0$$

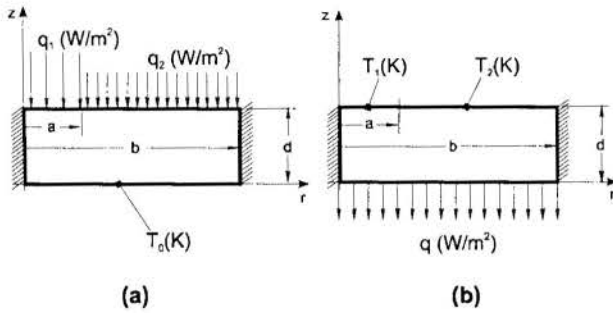


Figura 3 – Condições de contorno na cabeça do diodo

A solução para o conjunto das Eq. (3) e (4) através do método de separação de variáveis (Arapaci, 1966), em função de  $q_1$  e  $q_2$ , se apresenta na forma do produto de funções de Bessel e funções hiperbólicas:

$$T(r, z) = T_0 + \frac{z}{k_s} \left[ \frac{a^2}{b^2} q_1 + \left( 1 - \frac{a^2}{b^2} \right) q_2 \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2J_0(\lambda_n r) \sinh(\lambda_n z)}{k_s \lambda_n^2 b^2 J_0^2(\lambda_n b) \cosh(\lambda_n d)} a J_1(\lambda_n a) (q_1 - q_2) \quad (5)$$

com  $\lambda_n$  as raízes de  $J_1(\lambda_n b) = 0$ .

O segundo passo é calcular  $q_1$  e  $q_2$ . No problema real os fluxos  $q_1$  e  $q_2$  são função da coordenada radial, mas com a hipótese de fluxo unidimensional no disco e na haste eles passam a ter valores médios. Para poder se calcular  $q_1$  e  $q_2$ , admite-se como hipótese que a resistência térmica global do diodo é duas vezes a resistência térmica entre  $z=0$  e  $z=d+c/2$  (Fig.2), ou seja, o problema é simétrico com relação à seção transversal em  $z=d+c/2$ . Isso implica em que nesta seção, disco e haste estão a uma mesma temperatura. Calculando-se então, a temperatura da seção transversal na metade do comprimento da haste ( $z=d+c/2$ ) em função de  $q_1$  e a temperatura na metade do comprimento do disco em função de  $q_2$  e igualando-se essas temperaturas,  $q_1$  e  $q_2$  são determinados.

Para a haste, a temperatura em  $z=d+c/2$  é a temperatura média na cabeça do diodo na região  $z=d$  e  $0 \leq r \leq a$ , que corresponde à interface entre a cabeça do diodo e a haste, mais a diferença de temperatura entre este ponto e o meio da haste ( $z=d+c/2$ ). A temperatura média na interface é calculada como:

$$\bar{T}(0 \leq r \leq a, d) = \frac{2}{a^2} \int_0^a T(r, d) r dr \quad (6)$$

onde  $T(r, d)$  é obtida substituindo  $z=d$  na Eq. (5). A diferença de temperatura  $\Delta T$  entre dois pontos de um sólido com resistência térmica  $R$  e sujeito a um fluxo de calor unidimensional  $Q$  é:

$$\Delta T = R Q \quad (7)$$

Para a diferença de temperaturas entre a interface haste/cabeça do diodo e a metade do comprimento da haste,  $R$  e  $Q$  são calculados como:

$$R = \frac{c/2}{k_s A} \quad (8)$$

$$Q = q_1 A \quad (9)$$

onde  $A = \pi a^2$  é a área da seção transversal e  $k_s$  a condutividade térmica do material da haste. Assim, combinando as Eqs. (6) a (9), a temperatura na metade do comprimento da haste fica:

$$T_{haste} \left( z = d + \frac{c}{2} \right) = \frac{2}{a^2} \int_0^a T(r, d) r dr + \frac{q_1 c}{2 k_s} \quad (10)$$

Procedendo de maneira semelhante, a temperatura na metade do comprimento do disco é calculada como a soma da temperatura média da cabeça na interface disco/cabeça do diodo ( $z=d$  e  $a \leq r \leq b$ ), mais a diferença de temperatura no contato entre as duas peças (resistência de contato) e mais a diferença de temperatura entre o extremo e a metade do comprimento do disco. A temperatura média da cabeça na região  $z=d$  e  $a \leq r \leq b$  é calculada como:

$$\bar{T}(a \leq r \leq b, d) = \frac{2}{(b^2 - a^2)} \int_a^b T(r, d) r dr \quad (11)$$

A diferença de temperaturas originada no contato entre duas superfícies é dada por:

$$\Delta T_{contato} = R_c Q \quad \text{com} \quad R_c = \frac{l}{h_c A} \quad (12)$$

onde  $R_c$  é a resistência térmica de contato,  $h_c$  a condutância de contato e  $A = \pi(b^2 - a^2)$ . A correlação de Yovanovich (1982) é utilizada no cálculo de  $h_c$ . A diferença de temperaturas entre o extremo e a metade do comprimento disco é calculado de maneira semelhante à da haste, usando as Eqs. (7) a (9) substituindo  $k_s$  por  $k_d$  e  $q_1$  por  $q_2$ . Com essas substituições mais as Eqs. (11) e (12), a temperatura na metade do comprimento do disco fica:

$$T_{disco} \left( z = d + \frac{c}{2} \right) = \frac{2}{(b^2 - a^2)} \int_a^b T(a \leq r \leq b, d) r dr + q_2 \left( \frac{c}{2k_d} + \frac{l}{h_c} \right) \quad (13)$$

Pela hipótese de que as temperaturas na metade do comprimento do disco e da haste são iguais, tem-se pelas Eqs. (10) e (13) que:

$$\frac{2}{a^2} \int_0^a T(0 \leq r \leq a, d) r dr + \frac{q_1 c}{2 k_s} =$$

$$= \frac{2}{b^2 - a^2} \int_a^b T(a \leq r \leq b, d) r dr + q_2 \left( \frac{c}{2k_a} + \frac{1}{h_c} \right) \quad (14)$$

Para o fechamento do problema tem-se ainda uma equação que corresponde a um balanço global de energia no diodo:

$$q_1 \pi a^2 + q_2 \pi (b^2 - a^2) = q \pi b^2 \quad (15)$$

ou seja, o fluxo de calor total que atravessa a haste mais o fluxo total que a travessa o disco é igual à carga térmica total que atravessa o diodo. Resolvendo o sistema das Eqs. (14) e (15), obtém-se os valores de  $q_1$  e  $q_2$ . O terceiro e último passo agora é voltar na Eq.(5) e calcular o campo de temperaturas na cabeça do diodo. Com o campo de temperaturas calcula-se a temperatura na metade do comprimento do diodo através tanto da Eq. (10) ou da Eq. (13). Essa temperatura multiplicada por dois e dividida pelo fluxo total de calor ( $q\pi b^2$ ) dá a resistência global do diodo.

Na Tab. 1, tem-se os valores numéricos dos parâmetros que foram adotados para um diodo cujo campo de temperaturas na cabeça pode ser visto na Fig. 4. A região de alta temperatura naquele gráfico correspondente a  $r=z=0$  (ver Fig. 2), ocorre devido à concentração de calor que chega através da haste ( $q_1 > q_2$ ). A resistência global calculada foi de 29,48 K/W. Na Eq. (5) foram utilizados as 20 primeiras parcelas do somatório infinito. Usando-se os 25 primeiros termos a resistência calculada é apenas 0,002% maior.

Parâmetro	Valor
Raio da haste, $a$ (m)	0,003
Raio da cabeça e da porca, $b$ (m)	0,012
Espessura do disco, $c$ (m)	0,024
Espessura da cabeça e da porca, $d$ (m)	0,008
Fluxo de calor, $q$ (W/m <sup>2</sup> )	10000
Condutância de contato, $h_c$ (W/m <sup>2</sup> K)	100
Condutividade do aço inox, $k_s$ (W/mK)	15
Condutividade do alumínio, $k_a$ (W/mK)	180

Tabela 1- Valores numéricos dos parâmetros

Utilizando a mesma metodologia pode-se calcular a resistência global resolvendo-se o mesmo problema com as condições de contorno colocadas de outra forma, como mostrada na Fig. 3(b). Está se considerando agora que existe um fluxo de calor uniforme saindo na fronteira externa da cabeça e que na outra fronteira existem duas temperaturas impostas  $T_1$  e  $T_2$ , a princípio desconhecidas e que são calculadas de maneira semelhante a como foram calculados  $q_1$  e  $q_2$  anteriormente. Novamente o primeiro passo é calcular o campo de temperaturas pelo método da separação de variáveis em função de  $T_1$  e  $T_2$ , que resulta na equação:

$$T(r, z) = T_2 + \frac{q}{k_s} (z - d) + T_1 \frac{a^2}{b^2} +$$

$$+ 2 T_1 \frac{a}{b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(\lambda_n a) \cosh(\lambda_n) J_0(\lambda_n r)}{\lambda_n \cosh(\lambda_n d) J_0^2(\lambda_n b)} \quad (16)$$

O segundo passo é calcular  $T_1$  e  $T_2$ , fazendo uso das mesmas hipóteses anteriores, ou seja, fluxo unidimensional no disco e na haste e temperaturas na metade do comprimento do disco e da haste iguais. Para tal usa-se o mesmo procedimento anterior sendo que as temperaturas médias antes calculadas pelas Eqs. (6) e (11) agora são as próprias  $T_1$  e  $T_2$ , respectivamente. O fluxos  $q_1$  e  $q_2$  que aparecem nas Eqs. (10), (13) agora tem que ser calculados como fluxos médios que entram na cabeça:

$$q_1 = \frac{2 k_s}{a^2} \int_0^a \frac{\partial T}{\partial z}(r, d) r dr \quad (17)$$

$$q_2 = \frac{2 k_s}{b^2 - a^2} \int_a^b \frac{\partial T}{\partial z}(r, d) r dr \quad (18)$$

Novamente, igualando Eqs. (10), (13) com e as alterações mencionadas acima, determina-se  $T_1$ - $T_2$ . Impondo-se ainda a condição de que a temperatura média em  $z=0$  é zero, por facilidade, pela Eq. (16) determina-se outra relação entre  $T_1$  e  $T_2$  e resolve-se o sistema para essas duas incógnitas. O último passo novamente é voltar na Eq. (16) com os valores de  $T_1$  e  $T_2$  agora calculados para se obter campo de temperaturas. A temperatura na metade do comprimento da haste ou do disco é calculada novamente pela Eq. (10) ou (13) com as devidas alterações mencionadas acima. Essa temperatura na metade do comprimento da haste e do disco é a própria diferença de temperaturas com relação a  $z=0$ , uma vez que foi imposta a temperatura média zero nesta seção. Novamente, essa temperatura multiplicada por dois e dividida pelo fluxo de calor total, dá a resistência global do diodo. Para os mesmos valores da Tab. 1 a resistência global calculada foi de 29,12 K/W, que é apenas 1,2% menor que a calculada usando as condições de contorno conforme a Fig. 3(a).

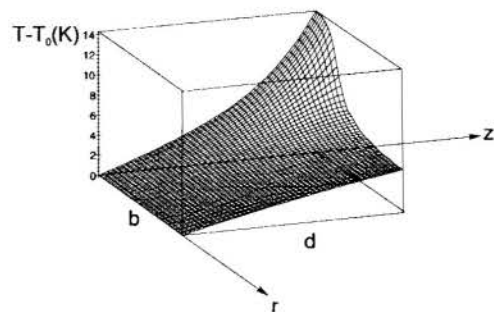


Figura 4 – Campo de temperaturas na cabeça do diodo usando o 1º Modelo e as condições de contorno da Fig. 3(a)

## 2º MODELO: FLUXO UNIDIMENSIONAL EM TODOS OS COMPONENTES

A resistência global do diodo é calculada como sendo a associação das resistências térmicas de cada componente e das resistências de contato entre eles. A Fig. 5 mostra o circuito térmico do diodo. As resistências  $R_{c,pt}$  e  $R_{c,dc}$  são as resistências de contato entre o a porca e o disco e entre o disco e a cabeça do diodo, respectivamente. As demais são as resistências materiais  $R_{m,i}$  dos componentes. Os segundos índices ( $p$ ,  $d$ ,  $h$  e  $c$ ) referem-se à porca, disco, haste e cabeça do diodo respectivamente. Essas resistências são calculadas de acordo com as equações:

$$R_{c,pt} = R_{c,dc} = \frac{1}{h_c \pi (b^2 - a^2)} \quad (19)$$

$$R_{m,p} = R_{m,c} = \frac{d}{k, \pi b^2} \quad (20)$$

$$R_{m,d} = \frac{c}{k_a \pi (b^2 - a^2)} \quad (21)$$

$$R_{m,h} = \frac{c}{k, \pi a^2} \quad (22)$$

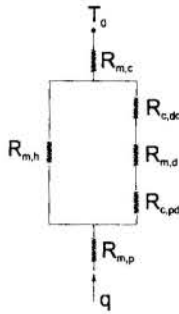


Figura 5 – Circuito térmico equivalente

A resistência global é calculada como a resistência total da associação de resistores, ou seja:

$$R_G = R_{m,p} + \left( \frac{1}{R_{m,h}} + \frac{1}{R_{c,pc} + R_{m,d} + R_{c,dc}} \right)^{-1} + R_{m,c} \quad (23)$$

ou, substituindo as Eqs. (19) a (22):

$$R_G = \frac{1}{k, \pi b^2} \left[ 2d + \frac{c}{\frac{a^2}{b^2} + \frac{h_c \left( 1 - \frac{a^2}{b^2} \right)}{\left( \frac{h_c}{k_a} + \frac{2}{c} \right)}} \right] \quad (24)$$

Utilizando os valores apresentados na Tab.1, a resistência global foi calculada como sendo 28,17 K/W, que é aproximadamente 4% menor que a calculada pelo 1º modelo com as condições de contorno conforme a Fig. 3(a).

## SOLUÇÃO NUMÉRICA

Dada a independência angular do campo de temperaturas, o domínio foi discretizado em elementos anulares concêntricos ao eixo z. A metodologia utilizada foi a de volumes finitos. Por se tratar de um problema de difusão pura, segundo recomenda Maliska (1995), utilizou-se funções de interpolação por diferenças centrais. O sistema de equações lineares geradas na discretização pelo método dos volumes finitos foi resolvido pelo método iterativo de Gauss-Seidel.

A resistência térmica global do diodo é calculada conforme a Eq.(2) com o valor de  $T_M$  usado naquela equação calculado como sendo:

$$T_M = \frac{2}{b^2} \int_0^b T(r) r dr = \frac{2}{n^2} \sum_{i=1}^n T_i (i-0,5) \quad (25)$$

onde  $n$  é o número de volumes em que foi discretizado o domínio na direção radial e  $T_i$  a temperatura na fronteira de cada volume.

O problema foi considerado convergido quando o percentual das diferenças de temperaturas em um mesmo ponto entre duas

iterações sucessivas em relação a mais nova temperatura obtida apresentou valor menor que 0,0004%. Esta diferença foi calculada para todos os pontos da malha, sendo que o valor da resistência obtida foi 29,10 K/W, contra 28,01 K/W para uma diferença de 0,001%. Já com uma diferença percentual de 0,0002%, o valor da resistência obtida foi de 29,12 K/W. Isso mostra que a partir de uma diferença menor que 0,0004% o valor da resistência não muda mais e o problema pode ser considerado convergido.

Na discretização foram usados volumes com dimensões 0,5 por 0,5 mm, que gerou uma malha de 1920 elementos. Para o diodo descrito na Tab. 1, as resistências térmicas variam de 29,10 a 29,21 K/W para a malha com 1920 e 960 elementos, respectivamente. A partir daí um refino na malha praticamente não altera o valor da resistência, aumentando em muito o esforço computacional.

A Fig. 6 mostra o campo de temperaturas obtido. Pode-se perceber 4 regiões distintas nessa figura. Comparando com a Fig. 2, o patamar com temperaturas mais altas corresponde à região da cabeça do diodo. O patamar intermediário corresponde ao disco e o patamar inferior à porca do diodo. A região da haste corresponde à parte onde tem-se uma distribuição de temperatura semelhante a um plano inclinado. Os degraus correspondem à queda de temperatura devido à resistência de contato.

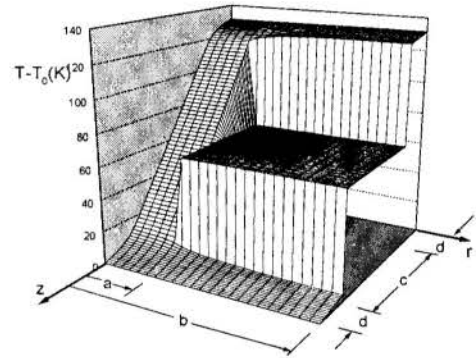


Figura 6 – Campo de temperaturas no diodo

Analisando-se a distribuição de temperaturas apresentada na Fig. 6, verifica-se que o fluxo de calor no diodo é predominantemente na direção z, principalmente no disco e na haste. Isso foi constatado não somente para o valor da condutância de contato do exemplo acima, mas para toda a faixa de valores de interesse. Isso mostra que a hipótese de fluxo unidimensional no disco e na haste e até na cabeça e na porca, que foi usada nos modelos descritos anteriormente, é viável.

## COMPARAÇÃO DOS MODELOS

Para o caso que vem sendo analisado, pode-se ver que as diferenças nos resultados utilizando-se os diferentes métodos de cálculo são insignificantes, especialmente para aplicação em satélites. A Fig. 7 compara os métodos para valores da condutância de contato variando entre 0 e 100 W/m²K. Nesta faixa, os modelos calculam a resistência térmica global com maiores diferenças porque para estes valores da condutância de contato a componente radial do fluxo de calor na cabeça e na porca é maior. Como pode se verificar nesse gráfico, a medida que a condutância vai se aproximando de zero o modelo totalmente unidimensional começa apresentar valores cada vez menores da resistência global com relação aos demais modelos. A diferença entre este modelo e o numérico chega a ser

aproximadamente 10% para  $h_c=0$ . O 1º Modelo, que considera fluxo unidimensional no disco e na haste, com as condições de contorno conforme a Fig. 3(a), apresenta diferenças insignificantes (<1.4%) com relação à solução numérica para toda a faixa de operação, enquanto que o mesmo modelo com as condições de contorno conforme a Fig. 3(b), dá resultados sempre menores que o mesmo modelo com as condições de contorno conforme a Fig. 3(b), sendo que esta diferença atinge no máximo 4%.

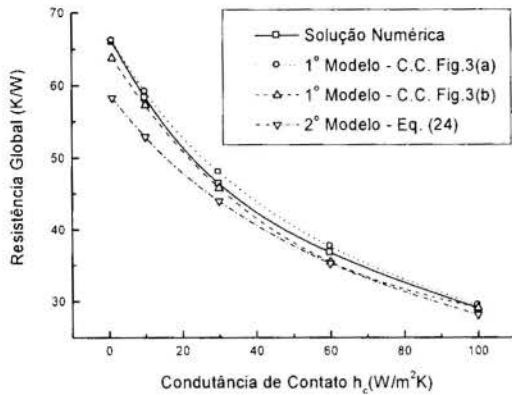


Figura 7 – Resistência Global versus Condutância de Contato para os diferentes modelos

## CONCLUSÕES

O modelo unidimensional (Eq. 24) apresentou precisão suficiente para a predição da resistência térmica global do diodo apresentado, com exceção dos casos em que os valores da condutância de contato são baixos (tendendo a zero), o que torna o fluxo de calor radial na cabeça e na porca importante. Devido à sua simplicidade se apresenta como a melhor alternativa. Quando a condutância de contato se aproxima de zero, o 1º Modelo, que considera fluxo unidimensional somente no disco e na haste (condições de contorno conforme a Fig. 3(a)), se torna a melhor opção. O mesmo modelo, com as condições de contorno conforme a Fig. 3(b), apresentou valores menores do que o modelo com as condições de contorno conforme a Fig. 3(a) e também sempre menores que a solução numérica, especialmente quando a condutância de contato tende a zero. A solução numérica, devido ao maior esforço computacional requerido, é indicada quando se deseja uma maior precisão no cálculo do campo de temperaturas ou da resistência de contato em situações onde o fluxo de calor radial se torna mais intenso.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aron, W. and Colombo, G., 1963. "Controlling Factors of Thermal Conductance Across Bolted Joints in a Vacuum Environment". *Publicação da ASME 63-WA-196*.

Clausing, A. M., 1966. "Heat Transfer at the Interface of Dissimilar Materials – The Influence of the Thermal Strain". *Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 9, pp. 791-801, Pergamon Press.

Elliott, D. H., 1965. "Thermal Conduction Across Aluminum Bolted Joints". *Publicação da ASME 65-HT-53*.

Fried, E. and Atkins, H. L., 1965. "Interface Thermal Conductance in a Vacuum". *Engineering Notes*, Vol. 2, No. 4, pp. 591-593.

Fried, E. and Costello, F. A., 1961. "Interface Thermal Contact Resistance Problem in Space Vehicles". *ARS Journal*, pp.237-243.

Greenwood, J. A., 1964. "The Elastic Stresses Produced in the Mid-Plane of a Slab by Pressures Applied Symmetrically at its Surface". *Proc. Camb. Phil. Soc.*, pp. 159-169.

Hewitt Jr., H. C., Smith, A. M. and Nutt, K. W., 1968. "Thermal Modeling of Bolted Joints". *Publicação da AIAA 68-762*.

Katwijk, K. and Bennet, J. K., 1978. "Thermal Effects on Structural Design". *Proceedings of Spacecraft Thermal & Environmental Control Systems Symposium*, Munich.

Lardner, T. J., 1965. "Stresses in a Thick Plate With Axially Symmetric Loading". *Journal of Applied Mechanics*, pp. 458-459.

Maliska, C. R., 1995. "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional". Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., RJ.

Mantelli, M. B. II. e Yovanovich, M. M., 1998. "Compact Analytical Model for Overall Thermal Resistance of Bolted Joints". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, No. 10, pp. 1255-1266.

Mantelli, M. B. H., Sridhar, M. R. e Yovanovich, M. M., 1995. "Influence of the Elastic and Plastic Contact Models on the Overall Thermal Resistance of Bolted Joints". *11th Annual IEEE Semiconductor Thermal Measurement and Management*, San Jose, California, EUA.

Mikic, B. B., 1973. "Thermal Contact Conductance: Theoretical Considerations". *Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 17, pp. 205-214, Pergamon Press.

Naes, L. and Nast, T., 1985. "A Self Actuated Thermal Switch for Operation with Redundant Mechanical Refrigerators". *Proceedings on Cryogenic Engineering Conference Cambridge*, pp. 925-932.

Nast, T., Bell, G. and Barnes, C., 1982. "Development of Gas Gap Cryogenic Thermal Switch". *Advances in Cryogenic Engineering* Vol. 27, Plenum Press, New York, pp. 1117-1124.

Nelson, C. W., 1962. "Further Consideration of the Thick-Plate Problem With Axially Symmetric Loading". *Journal of Applied Mechanics*, pp. 91-98.

Song, S. and Yovanovich, M. M., 1988. "Relative Contact Pressure: Dependence on Surface Roughness and Vickers Microhardness". *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.2, No. 4, pp. 633-640.

Thornton, E. A., 1996. "Thermal Structures for Aerospace Applications". Ed. AIAA, Reston, Virginia.

Van Oost, S., Beckaert, G., Bhatti, R. S., Scull, S. and Jewell, C., 1991. "A Heat Switch for Space Cryocooler Applications". *Proceedings of the 4th European Symposium on Space Environmental and Control Systems*, pp. 209-216.

Veilleux, E. and Mark, M., 1968. "Thermal Resistance of Bolted or Screwed Sheet Metal Joints in a Vacuum". *Engineering Notes*, Vol. 6, No. 3, pp. 339-342.

Yovanovich, M. M., 1982. "Thermal Contact Correlations". *Spacecraft Radiative Heat Transfer and Temperature Control*, Editado por T. E. Horton, Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol.83, NY.

## ABSTRACT

Models for the prediction of the overall thermal resistance of a passive bimetallic heat switch are presented. Due to the complexity of the bidimensional problem under study, simplified models, which consider unidimensional heat flux over some regions or over the entire domain, are proposed. The results show that for the range of operation of the heat switch, the partially or totally unidimensional models present precise results.



**ESTIMATION OF BOUNDARY HEAT FLUX IN GRINDING**

**R. N. de Carvalho, H. R. B. Orlande**  
 Departamento de Engenharia Mecânica,  
 EE/COPPE  
 Universidade Federal do Rio de Janeiro,  
 UFRJ  
 Cidade Universitária, Cx. Postal 68503  
 Rio de Janeiro, RJ, 21945-970

**M.N. Ozisik**  
 Department of Mechanical and  
 Aerospace Engineering  
 North Carolina State University, NCSU  
 PO Box: 7910  
 Raleigh, NC. 27695-7910

**SUMMARY**

*We present here the solution of the inverse problem of estimating the surface heat flux in workpieces under grinding, by using the Conjugate Gradient Method of function estimation. Simulated temperature measurements are used in the inverse analysis for typical practical cases. Also, we compare the results obtained with the present function estimation approach to results available in the literature and obtained with other methods of solution of inverse problems.*

**INTRODUCTION**

Grinding is a metal removal process that requires a very high energy input per unit of material removed. This energy is basically converted into heat and transmitted to the surface of the workpiece in the grinding zone. Simultaneously, the workpiece is cooled by liquid jet impingement (Guo and Malkin, 1996a). A typical grinding configuration is shown in Figure 1. The accurate knowledge of the temperature profiles in the workpiece, as well as the heat flux distribution at its surface due to the grinding process and cooling are fundamentally important to reduce or avoid damages in the workpiece caused by high magnitude temperatures.

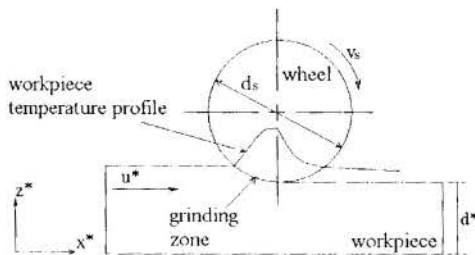


Figure 1 – Grinding configuration

Recently, inverse analysis techniques were applied in order to estimate the heat flux at the workpiece surface under grinding (Guo and Malkin, 1996a,b). The techniques examined included the temperature matching method, the integral method and Beck's function specification method (Beck et al, 1985). The results obtained with the first two methods were quite unstable, even with errorless simulated measurements. On the other hand, the results obtained with the function specification method, although reasonably stable, couldn't predict accurately the peak of the triangular variation of the heat flux used to generate the simulated measurements.

In this paper we present the solution of the inverse problem of estimating the heat flux at the surface of a plate under grinding, by using the Conjugate Gradient Method with adjoint equation for function estimation (Alifanov, 1994; Orlande and Ozisik, 1993; Dantas and Orlande, 1996; Machado and Orlande, 1997, 1998; Alencar Jr. et al, 1998). We use simulated temperature measurements to show that the present function estimation approach is stable with respect to random measurement errors and is able to predict the triangular variation of the heat flux quite

accurately. The effects of sensor position on the inverse problem solution are also addressed on the paper.

**PROBLEM FORMULATION**

The mathematical model for the grinding process is given by the linear energy equation

$$\rho^* c^* \left( \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla T^* \right) = k^* \nabla^2 T^* + \rho^* Q^* \quad (1)$$

Using the assumptions that this is a two-dimensional steady-state problem without internal heat sources, Eq. (1) can be written as

$$\frac{u^*}{\alpha^*} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} = \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} \quad (2)$$

By making a brief analysis of the Peclet numbers involved in the grinding processes, we note that these values are sufficiently high to permit the diffusive term in x-direction to be neglected. Thus, the equation that model the problem becomes

$$\frac{u^*}{\alpha^*} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} = \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} \quad (3)$$

subjected to the following boundary conditions:

At  $z^* = 0$ : We assume such surface to be so far from that under grinding that the temperature gradients are negligible, that is,

$$\frac{\partial T^*}{\partial z^*} = 0 \quad (4)$$

At  $z^* = d^*$ : At this surface we have the heat transferred to the workpiece due to the grinding process, as well as the heat extracted by the cooling fluid, so that we preferred to represent the boundary condition in terms of a position-dependent heat flux, that is

$$k^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} = q^*(x^*) \quad (5)$$

At  $x^* = 0$ : We assume that the workpiece temperature is known and equal to  $T_0^*$  at  $x^* = 0$ , that is,

$$T^*(0, z^*) = T_0^* \quad (6)$$

We can write the problem given by equations (3-6) in dimensionless form as

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad \text{in } 0 < z < 1; x > 0 \quad (7.a)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = 0; x > 0 \quad (7.b)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = q(x) \quad \text{at } z = 1; x > 0 \quad (7.c)$$

$$\theta(0, z) = 0 \quad \text{at } x = 0; 0 < z < 1 \quad (7.d)$$

by defining the following dimensionless groups:

$$\theta = \frac{(T^* - T_0^*)k^*}{q_0^* d^*}; \quad q = \frac{q^*}{q_0^*}; \quad x = \frac{x^* \alpha^*}{d^{*2} u^*}; \quad z = \frac{z^*}{d^*} \quad (8)$$

where  $q_0^*$  is a reference value for the boundary heat flux,  $d^*$  is the width of the plate and  $u^*$  is the plate axial velocity.

We note that problem (7) is analogous to a transient heat conduction problem in a slab and it can be easily solved by using the Classical Integral Transform Technique (Özsisik, 1993). Its solution takes the form:

$$\theta(x, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{Z(\beta_m, z)}{N_z(\beta_m)} e^{-\beta_m^2 x} \cos(\beta_m) \int_0^x e^{\beta_m^2 x'} q(x') dx' \quad (9)$$

where the eigenfunction  $Z(\beta_m, z)$ , the norm  $N_z(\beta_m)$  and the eigenvalues  $\beta_m$  are given, respectively, by:

$$\begin{cases} Z(\beta_m, z) = \cos(\beta_m z) & ; \beta_m \neq 0 \\ Z(\beta_0, z) = 1 & ; \beta_0 = 0 \end{cases} \quad (10.a)$$

$$\frac{1}{N_z} = \begin{cases} 1 & ; \beta_m \neq 0 \\ 2 & ; \beta_0 = 0 \end{cases} \quad (10.b)$$

$$\beta_m = m\pi \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (10.c)$$

The heat conduction problem (7) is a *direct problem* when the boundary heat flux  $q(x)$  is known. Therefore, the objective of the direct problem is to determine the temperature field in the medium, which can be easily obtained with the analytic solution (9).

## INVERSE PROBLEM

For the present *inverse problem* the boundary heat flux  $q(x)$  is regarded as unknown and is to be estimated by using temperature measurements taken within the workpiece. Such an ill-posed problem is re-formulated in terms of a well-posed problem involving the minimization of the following functional:

$$S[q(x)] = \int_0^{x_f} \sum_{p=1}^P \{Y_p(x) - \theta(z_p, x; q(x))\}^2 dx \quad (11)$$

where  $x_f$  is the length of the workpiece containing temperature measurements,  $Y_p(x)$  are the measurements taken at the transversal position  $z_p$ ,  $p = 1, 2, \dots, P$ , while  $\theta[z_p, x; q(x)]$  are the estimated temperatures at the same position. Such estimated temperatures are obtained from the solution of the direct problem, Eq. (9), by using an estimate for the unknown function  $q(x)$ .

We apply here the Conjugate Gradient Method with adjoint equation to the minimization of the functional (11). In order to implement the iterative procedure of such method, we need to develop two auxiliary problems, known as the sensitivity problem and the adjoint problem, as described next.

## SENSITIVITY PROBLEM

In order to derive the sensitivity problem, it is assumed that  $q(x)$  undergoes an increment  $\Delta q(x)$ , when the temperature  $\theta(x, z)$  is changed by a quantity  $\Delta \theta(x, z)$ . Then,  $\theta(x, z)$  is replaced by  $[\theta(x, z) + \Delta \theta(x, z)]$  and  $q(x)$  by  $[q(x) + \Delta q(x)]$  in the direct problem (7) and the original problem (7) is subtracted from the resulting expressions to obtain the following sensitivity problem

$$\frac{\partial \Delta \theta}{\partial x} = \frac{\partial^2 \Delta \theta}{\partial z^2} \quad \text{in } 0 < z < 1; x > 0 \quad (12.a)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = 0; x > 0 \quad (12.b)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta}{\partial z} = \Delta q(x) \quad \text{at } z = 1; x > 0 \quad (12.c)$$

$$\Delta \theta(0, z) = 0 \quad \text{at } x = 0; 0 < z < 1 \quad (12.d)$$

We note that the sensitivity problem is analogous to the direct problem given by equation (7). Hence, its solution is also obtained from equation (9), by substituting  $q(x)$  by  $\Delta q(x)$ .

## ADJOINT PROBLEM

To obtain the adjoint problem, it is necessary to introduce a Lagrange Multiplier  $\lambda(x, z)$ . By multiplying the differential equation (7.a) of the direct problem by the Lagrange multiplier  $\lambda(x, z)$ , integrating over the spatial domain and adding the resulting expression to the functional (11), we obtain the following extended functional:

$$S[q(x)] = \int_0^{x_f} \sum_{p=1}^P \{Y_p(x) - \theta(z_p, x; q(x))\}^2 dx + \int_0^{x_f} \int_0^1 \lambda(x, z) \left[ \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right] dx dz \quad (13)$$

We now assume that the extended functional (13) is perturbed by  $\Delta S[q(x)]$  when the heat flux is perturbed by  $\Delta q(x)$  and  $\theta(x, z)$  is perturbed by  $\Delta \theta(x, z)$ . By substituting  $S[q(x)]$  by  $\{S[q(x)] + \Delta S[q(x)]\}$ ,  $\theta(x, z)$  by  $[\theta(x, z) + \Delta \theta(x, z)]$  and  $q(x)$  by  $[q(x) + \Delta q(x)]$  in equation (13), subtracting from it the original equation (13) and performing some lengthy but straightforward manipulations (Alifanov, 1994), we obtain the following adjoint problem:

$$-\frac{\partial \lambda}{\partial x} = \frac{\partial^2 \lambda}{\partial z^2} + \sum_{p=1}^p 2 \{Y_p(x) - \theta(z, x; q(x))\} \delta(z - z_p) \quad \text{in } 0 < z < l; 0 < x < x_f \quad (14.a)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = 0; 0 < x < x_f \quad (14.b)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = l; 0 < x < x_f \quad (14.c)$$

$$\lambda(x_f, z) = 0 \quad \text{at } x = x_f; 0 < z < l \quad (14.d)$$

We note that the adjoint problem involves an outlet condition (14.d) at  $x = x_f$ , instead of the usual inlet condition at  $x = 0$ . However, it can be conveniently transformed into a regular forward problem involving an inlet condition, by using the transformation  $\xi = x - x_f$ . In this case, the analytic solution of the adjoint problem can also be obtained with the Classical Integral Transform Technique as

$$\lambda(\xi, z) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\psi(\beta_i, z)}{N_{\psi}(\beta_i)} e^{-\beta_i^2 \xi} \cdot \sum_{p=1}^p \int_0^{\xi} 2 e^{\beta_i^2 \xi'} \{Y_p(\xi') - \theta(z_p, \xi'; q(\xi'))\} d\xi' \cos(\beta_i z_p) \quad (15)$$

where the eigenquantities are also obtained from equations (10).

### THE GRADIENT EQUATION

In the process used to derive the adjoint problem, the following integral term was left:

$$\Delta S[q(x)] = - \int_0^{x_f} \lambda(x, l) \Delta q(x) dx \quad (16.a)$$

By assuming that  $q(x)$  belongs to the space of square integrable functions in the domain  $0 < x < x_f$ , we can write

$$\Delta S[q(x)] = \int_0^{x_f} \nabla S[q(x)] \Delta q(x) dx \quad (16.b)$$

Therefore, by comparing equations (16.a) and (16.b) we obtain the gradient equation for the functional (11) as

$$\nabla S[q(x)] = -\lambda(x, l) \quad (17)$$

### THE CONJUGATE GRADIENT METHOD

The following iterative procedure based on the Conjugate Gradient Method is applied to the minimization of the function (11) (Alifanov, 1994):

$$q^{k+1}(x) = q^k(x) - \beta^k d^k(x) \quad (18)$$

where  $k$  denotes the iteration number and  $d^k(x)$  is the direction of descent, defined as

$$d^k(x) = \nabla S[q^k(x)] + \gamma^k d^{k-1}(x) \quad (19)$$

The parameter  $\gamma^k$  that appears in Eq. (19) is called conjugation coefficient and can be computed by the Fletcher-Reeves expression as follows:

$$\gamma^k = \frac{\int_{x_i}^{x_f} \{\nabla S[q^k(x)]\}^2 dx}{\int_0^{\beta} \{\nabla S[q^{k-1}(x)]\}^2 dx} \quad \text{for } k=1, 2, \dots \quad (20)$$

$$\gamma^0 = 0 \quad \text{for } k=0$$

The search step size  $\beta^k$  is obtained by minimizing the functional (11) with respect to  $\beta^k$  at each iteration  $k$ . The following expression results

$$\beta^k = \frac{\int_0^{\beta} \sum_{p=1}^p \{\theta[z_p, x; q^k(x)] - Y(x)\} \Delta \theta[z_p, x; d^k(x)] dx}{\int_0^{\beta} \sum_{p=1}^p \{\Delta \theta[z_p, x; d^k(x)]\}^2 dx} \quad (21)$$

### STOPPING CRITERION

The stopping criterion used here is based on the *Discrepancy Principle* and gives the Conjugate Gradient Method of function estimation an iterative regularization character. This stopping criterion is given by

$$S[q^k(x)] < \varepsilon \quad (22)$$

where  $S[q^k(x)]$  is calculated with Eq. (11). For the cases involving errorless measured temperatures,  $\varepsilon$  is chosen as a small number. When the measured data contain random errors,  $\varepsilon$  is chosen so that smooth solutions are obtained. It is assumed that the solution is sufficiently accurate when

$$|Y(x) - \theta(z_p, x; q(x))| = \sigma \quad (23)$$

Thus, by using Eq. (23),  $\varepsilon$  is obtained from equation (11) as

$$\varepsilon = \sigma^2 x_f P \quad (24)$$

### COMPUTATIONAL ALGORITHM

By assuming available an estimate  $q^k(x)$  at the  $k^{\text{th}}$  iteration, the computational algorithm of the Conjugate Gradient Method consists of the following steps:

- Step 1. Solve the direct problem and compute  $\theta(x, z)$  with Eq. (9) based on  $q^k(x)$ .
- Step 2. Check the stopping criterion given by Eq. (22). Continue if it is not satisfied.
- Step 3. Knowing  $\theta(x, z_p)$  and measured temperature  $Y_p(x)$ , solve the adjoint problem and compute  $\lambda(x, l)$  with Eq. (15) to obtain  $\nabla S[q^k(x)]$  with Eq. (17).
- Step 4. Knowing the gradient  $\nabla S[q^k(x)]$ , compute  $\gamma^k$  from Eq. (20) and the direction of descent  $d^k(x)$  with Eq. (19).

- Step 5. Set  $\Delta q^k(x) = d^k(x)$  and solve the sensitivity problem given by Eqs. (12) to obtain  $\Delta \theta [d^k(x)]$ .
- Step 6. Knowing  $\Delta \theta [d^k(x)]$ , compute the search step size  $\beta^k$  from Eq. (21).
- Step 7. Knowing the search step size  $\beta^k$  and the direction of descent  $d^k(x)$ , compute the new estimate  $q^{k+1}(x)$  from Eq. (18) and return to step 1.

## RESULTS AND DISCUSSION

Before proceeding to the solution of the present inverse problem, we perform the design of the experiment with respect to the position of the sensors and location of the grinding zone center, so that minimum variance estimates are obtained. In the case of function estimation, experiments can be optimally designed by maximizing the following functional (Mikhailov, 1990)

$$\Delta S(q(x)) = \sum_{p=1}^P \int_0^{x_1} [\Delta \theta(x, z_p)]^2 dx \quad (25)$$

where  $\Delta \theta(x, z_p)$  is the solution of the sensitivity problem at the measurement position  $z_p$ ,  $p=1, 2, \dots, P$ , obtained by using a unitary perturbation  $\Delta q(x)$  inside the grinding zone and zero out of it, where the grinding zone (i.e., the grinding wheel) location was supposed to be known in advance. Note that the heat flux out of the grinding zone was supposed negligible and known in such case. The maximization of the functional  $\Delta S[q(x)]$  shows that the sensors should be located at positions where the measured temperatures are most affected by perturbations in the unknown function. Also, we note that the use of multiple sensors, instead of a single one, increase the value of the functional  $\Delta S[q(x)]$ . This is an expected result since more information is available for the estimation procedure if more sensors are used in the analysis.

We consider as a test-case the grinding of a 0.2% carbon steel plate (ANSI 1020), 0.025 m thick, with thermal conductivity and thermal diffusivity of 61 W/m.K and  $17.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ , respectively. The length of the plate where the measurements are taken into account is supposed to be 0.010 m. The velocity of the plate is taken as 0.15 m/s and the grinding zone length as 0.0025 m. We consider available for the inverse analysis the readings of sensors located at 0.25, 0.35 and 0.45 mm below the surface with unknown boundary heat flux. Measurements are taken at a frequency of 2500 Hz, so that, for the plate velocity of this test-case, 167 measurements per sensor are available.

The above dimensional data for the test-case were based on the work of Guo and Malkin (1996a), so that the results obtained here with the Conjugate Gradient Method can be compared to those obtained in this reference with the function specification method (Beck et al, 1985). The dimensionless length of the grinding zone is given by  $4.733 \times 10^{-4}$ , while the dimensionless length of the plate containing measurements is  $1.893 \times 10^{-3}$ . The dimensionless sensor locations are 0.990, 0.986 and 0.982, for the sensors located at 0.25, 0.35 and 0.45 mm below the surface, respectively.

Table 1 presents the results obtained for the functional  $\Delta S[q(x)]$  obtained with a single sensor located at the different depths referred to above and for different axial positions of the grinding zone center. We note that the functional  $\Delta S[q(x)]$  increases for a sensor located closer to the surface with unknown boundary condition, since less information is lost by diffusion in the z-direction. Also, table 1 shows that the determinant is larger for a grinding zone location closer to the axial position  $x = 0$ . Such is the case because temperature measurements taken before the sensor passes through the grinding zone are useless for the estimation of the heat flux in this region. In fact, temperature

measurements taken ahead of the grinding zone are not affected by the heat flux in the grinding zone.

Table 1 – Functional  $\Delta S[q(x)]$  for different sensor positions and grinding zone center axial locations.

Grinding zone center at	Sensor located at		
	$z = 0.990$	$z = 0.986$	$z = 0.982$
$x/x_f$			
0.25	$1.629 \times 10^{-7}$	$1.325 \times 10^{-7}$	$1.078 \times 10^{-7}$
0.33	$1.551 \times 10^{-7}$	$1.249 \times 10^{-7}$	$1.005 \times 10^{-7}$
0.50	$1.359 \times 10^{-7}$	$1.066 \times 10^{-7}$	$8.327 \times 10^{-8}$
0.66	$1.091 \times 10^{-7}$	$8.149 \times 10^{-8}$	$6.024 \times 10^{-8}$
0.75	$9.025 \times 10^{-8}$	$6.435 \times 10^{-8}$	$4.516 \times 10^{-8}$

We now verify the accuracy of the Conjugate Gradient Method as applied to the estimation of the unknown function  $q(x)$ , by using simulated measured data. Such data are obtained from the solution of the direct problem by *a priori* assuming a functional form for  $q(x)$ . In order to simulate measurements containing random errors, an error term is added to the solution of the direct problem in the form

$$Y(x) = Y_{exact}(x) + \omega \sigma \quad (26)$$

where  $Y_{exact}(x)$  are the errorless measurements obtained from the solution of the direct problem,  $Y(x)$  are the measurements containing random errors,  $\omega$  is a random variable with normal distribution, zero-mean and unitary standard-deviation, while  $\sigma$  is the standard-deviation of the measurement errors, which is assumed to be known and constant.

Figures 2-4 present the results obtained by using the errorless measurements of a sensor located at  $z = 0.990$ , 0.986 and 0.982, respectively, for a step variation of the heat flux in the grinding zone. The center of the grinding zone is supposed to be located at  $x/x_f = 0.25$ . Figures 2-4 clearly show the deterioration of the estimated heat flux when the sensor is located farther from the surface with unknown boundary condition. As the sensor is located deeper below the surface, larger oscillations appear in the neighborhood of the discontinuities in the function.

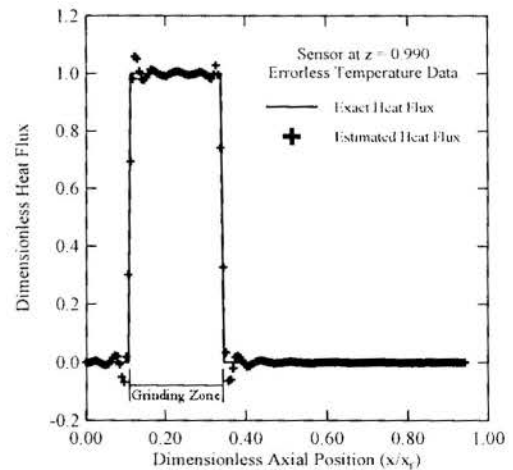


Figure 2 – Step variation for the heat flux obtained with errorless measurements of a sensor at  $z = 0.990$ .



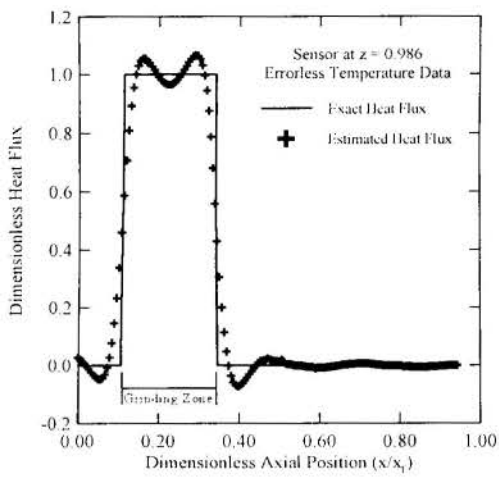


Figure 3 – Step variation for the heat flux obtained with errorless measurements of a sensor at  $z=0.986$ .

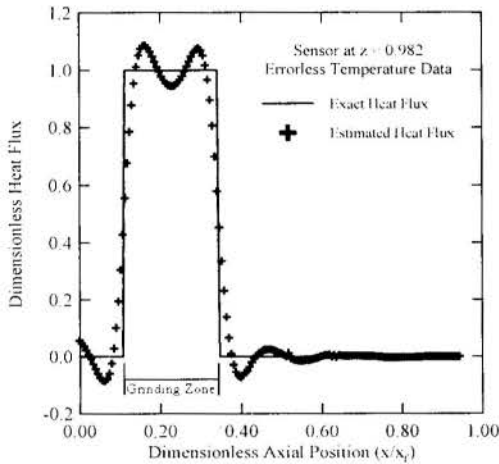


Figure 4 – Step variation for the heat flux obtained with errorless measurements of a sensor at  $z=0.982$ .

Figure 5 is prepared to illustrate the estimation of the boundary heat flux in the form of a step function, by using, in the analysis, measurements containing random errors with standard deviation  $\sigma = 0.01 \theta_{max}$ , where  $\theta_{max}$  is the maximum temperature measured by the sensor. We notice that the exact function is accurately estimated, even for such a strict case.

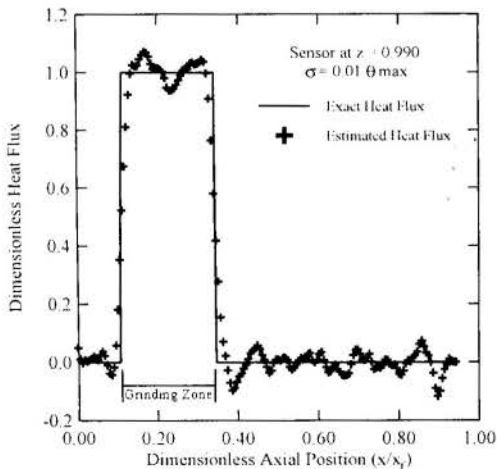


Figure 5 – Step variation for the heat flux obtained with a sensor at  $z=0.990$  and  $\sigma = 0.01 \theta_{max}$ .

Figures 6 and 7 show a comparison of the results obtained in this paper with the Conjugate Gradient Method to the results obtained by Guo and Malkin (1996a) with the function specification method, for two different test-cases presented in such reference involving a single sensor located at  $z = 0.986$  and  $z = 0.982$ , respectively. The center of the grinding zone was supposed to be at  $x/x_f = 0.33$  in the cases shown in figures 6 and 7. We notice in these figures that the results obtained here with the conjugate gradient method are much more accurate than those obtained by Guo and Malkin (1996a). We believe that this can be due to the number of future time-steps, required for the regularization of the function specification method, that were used by Guo and Malkin (1996a). Perhaps, the use of an adaptive number of future time-steps, as suggested by Osman et al (1997), might improve the results obtained with Beck's function specification method for the present inverse problem.

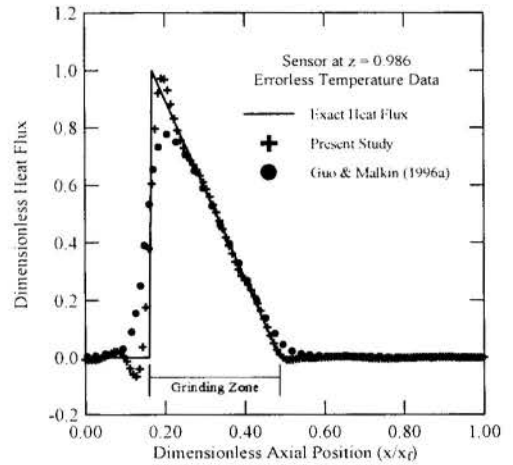


Figure 6 – Comparison between the CGM and the sequential method, for a sensor located at  $z = 0.986$ .

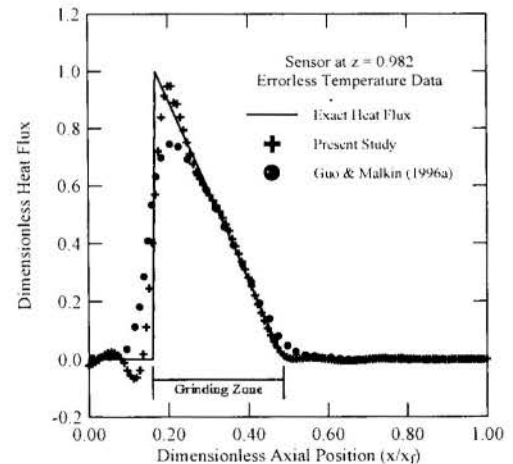


Figure 7 – Comparison between the CGM and the sequential method, for a sensor located at  $z = 0.982$ .

Figures 8-10 present the results obtained with measurements containing random errors of a single sensor located at  $z = 0.990$ , for the grinding zone centered at  $x/x_f = 0.33, 0.50$  and  $0.66$ , respectively. The simulated measurements were generated with a standard deviation of  $\sigma = 0.01 \theta_{max}$ . We notice in these figures that quite accurate results were obtained with measurements

containing random errors, for any of the three locations examined.

## CONCLUSIONS

The Conjugate Gradient Method with adjoint equation, as applied to the present inverse problem involving the estimation of the boundary heat flux in a metal plate under grinding, provided accurate and stable estimates for the unknown function. Also, more accurate results are obtained in this paper than those available in the literature for the same physical situation of interest.

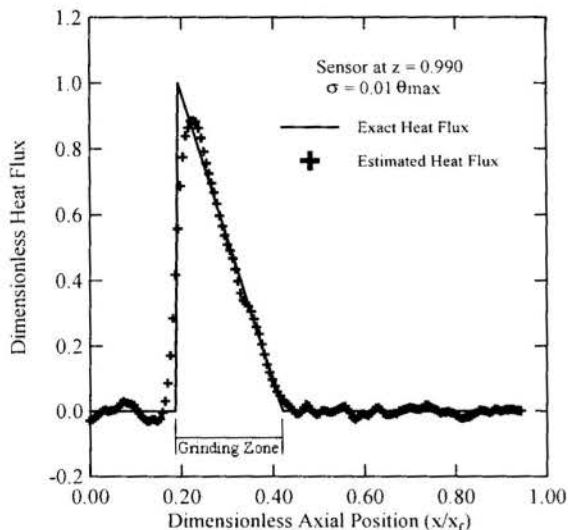


Figure 8 – Estimated heat flux for a sensor at  $z = 0.990$  and the grinding zone centered at 0.33.

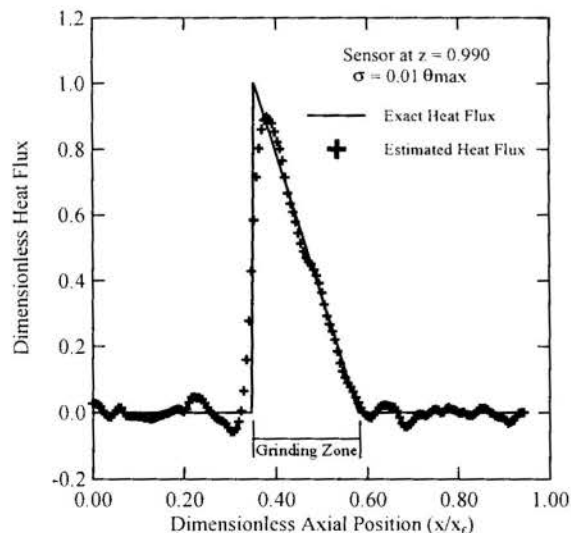


Figure 9 – Estimated heat flux for a sensor at  $z = 0.990$  and the grinding zone centered at 0.50.

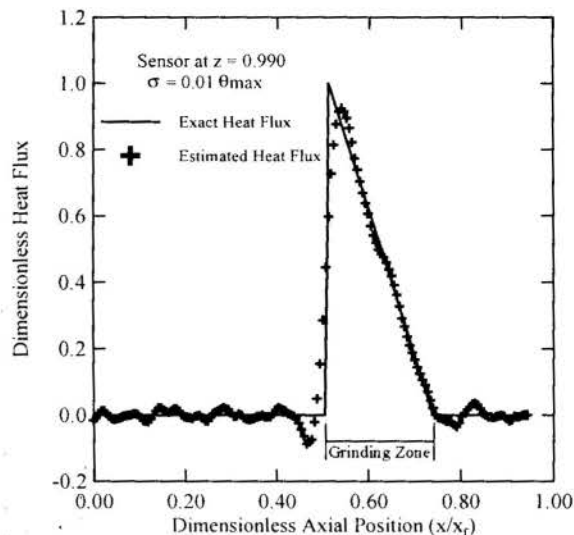


Figure 10 – Estimated heat flux for a sensor at  $z = 0.990$  and the grinding zone centered at 0.66.

## REFERENCES

- Alencar Jr., J. P., Orlande, H. R. B. and Özisik, M. N., 1998, "A Generalized Coordinates Approach for the Solution of Inverse Heat Conduction Problems", *11<sup>th</sup> Int. Heat Transfer Conference*, August, South Korea, Vol. 7, pp. 53-58.
- Alifanov, O. M., 1994, "Inverse Heat Transfer Problems", Springer-Verlag.
- Beck, J. V., Blackwell, B. and St. Clair, C. R., 1985, "Inverse Heat Conduction: Ill Posed Problems", Wiley Interscience, New York.
- Dantas, L. B. and Orlande, H. R. B., 1996, "A Function Estimation Approach for Determining Temperature-Dependent Thermophysical Properties", *Inverse Problems in Engineering*, Vol. 3, pp. 261-279.
- Guo C. and Malkin S., 1996a, "Inverse Heat Transfer Analysis of Grinding. Part 1: Methods", *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 118, pp. 137-142.
- Guo C. and Malkin S., 1996b, "Inverse Heat Transfer Analysis of Grinding. Part 2: Applications", *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 118, pp. 143-149.
- Machado H. A. and Orlande H. R. B., 1997, "Inverse Analysis for Estimating the Timewise and Spacewise Variation of the Wall Heat Flux in a Parallel Channel", *International Journal for Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol.7, N. 7, pp. 696-710.
- Machado H. A. and Orlande H. R. B., 1998, "Inverse Problem for Estimating the Heat Flux to a Non-Newtonian Fluid in a Parallel Plate Channel", *ABCM Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, Vol.20, N. 1, pp. 51-61.
- Mikhailov, V. V., 1990, "Arrangement of the Temperature Measurement Points and Conditionality of Inverse Thermal Conductivity Problems", *J. Engr. Phys.*, pp.1369-1373.
- Orlande, H. R. B. and Özisik, M. N., 1993, "Inverse Problem of Estimating Interface Conductance Between Periodically Contacting Surfaces", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 7, pp. 319-325.
- Osman, A. M., Dowding, K. J. and Beck, J. V., 1997, "Numerical Solution of the General Two-Dimensional Inverse Heat Conduction Problem", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 119, pp. 38-44.
- Özisik, M. N., 1993, "Heat Conduction", 2<sup>nd</sup> ed., Wiley, New York

**ESTIMATION OF THE HEAT TRANSFER COEFFICIENT AT THE SURFACE OF A PLATE BY USING THE CONJUGATE GRADIENT METHOD**

**Marcelo J. Colaço and Helcio R.B. Orlande**

Departamento/Programa de Engenharia Mecânica. EE / COPPE

Universidade Federal do Rio de Janeiro. UFRJ

Caixa Postal 68503. RJ, 21945-970

Rio de Janeiro. Brasil

SUMMARY

*The inverse problem involving the estimation of the heat transfer coefficient at the surface of a plate, with no information regarding its functional form, is solved by applying the conjugate gradient method with adjoint equation. Three different versions of such method, corresponding to different procedures of computing the search direction, are applied to the solution of the present inverse problem. They include the versions of Fletcher-Reeves, Polak-Ribiere and Powell-Beale. The conjugate gradient method is found to provide accurate estimates for the unknown, even for functions containing sharp corners and discontinuities, which are the most difficult to be recovered by inverse analysis.*

INTRODUCTION

The accurate knowledge of the heat transfer coefficient at the surface of a plate is of importance in many engineering applications, including, among others, the cooling by jets or sprays of continuously cast slabs and of electronic chips (Wolf et al. 1993, Hibbins e Brimacombe, 1984).

The estimation of the heat transfer coefficient by using temperature measurements taken inside the plate belongs to the class of *Inverse Heat Conduction Problems* (Tikhonov and Arsenin, 1977, Beck et al. 1985, Alifanov, 1994, Artyukhin, 1993, Jarny et al, 1991). *Direct Heat Conduction Problems*, on the other hand, are concerned with the determination of the temperature field in the medium, when the physical properties, initial and boundary conditions, as well as source terms, are exactly known. An inverse problem is mathematically classified as *ill-posed* (Hadamard, 1923) because its solution generally does not satisfy the requirement of stability with respect to errors in the measured input data. Methods of solution for inverse problems generally involve its reformulation as a well-posed *minimization* problem.

The *Conjugate Gradient Method* is a powerful technique for the minimization of objective functionals in the solution of inverse heat transfer problems. Such a technique can be applied to parameter and function estimations, as well as to linear and non-linear inverse problems (Alifanov, 1994, Artyukhin, 1993, Jarny et al, 1991, Truffart et al, 1993, Dantas and Orlande, 1996, Machado and Orlande, 1997, Orlande et al, 1997, Huang and Tsai, 1997, Alencar Jr. et al, 1998). The method belongs to the class of iterative regularization techniques, in which the number of iterations plays the role of Tikhonov's regularization parameter, so that sufficiently accurate and smooth solutions can be obtained (Tikhonov and Arsenin, 1977, Beck et al, 1985, Alifanov, 1994, Jarny et al, 1991). Different versions of the conjugate gradient method can be found in the literature, depending on the form used for the computation of the minimization search-direction at each iteration (Jarny et al, 1991, Alifanov, 1994, Powell, 1977, Truffart et al, 1993, Daniel, 1971).

The objective of this paper is to present a comparison of three different versions of the conjugate gradient method, including, Fletcher-Reeves', Polak-Ribiere's and Powell-Beale's versions, as applied to the solution of a function estimation problem. As a test-

problem, we consider here the estimation of the transient and spatial variations of the heat transfer coefficient at the surface of a plate cooled by sprays or jets (Orlande et al, 1997). Such a test-problem was chosen for the present comparison due to the inherent difficulties associated with the several independent variables of the unknown function and because it involves a non-quadratic functional.

The basic steps in the application of the conjugate gradient method, as applied to the estimation of the unknown heat transfer coefficient, are described next.

DIRECT PROBLEM

The physical problem considered here involves the cooling of a plate with initial temperature distribution  $f(x,y,z)$ , which lateral boundary surfaces are kept insulated. The temperature  $F(x,y,t)$  at the bottom surface of the plate is considered known for the problem, while heat is lost by convection to a cooling fluid at the top surface. The heat transfer coefficient at such surface and the cooling fluid temperature are given, respectively, by  $h(x,y,t)$  and  $T_\infty(x,y,t)$ .

The *direct problem* is concerned with the determination of the temperature field in the plate, when the heat transfer coefficient, as well as the physical properties, initial condition and other parameters appearing in the boundary conditions are known. The mathematical formulation of this heat conduction problem is given in dimensionless form by

$$C_p \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial X} \left( K \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( K \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( K \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right) \quad (1.a)$$

$$\text{in } 0 < X < A; 0 < Y < B; 0 < Z < 1; \text{ for } \tau > 0$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad \text{at } X=0 \text{ and } X=A; \text{ for } \tau > 0 \quad (1.b)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad \text{at } Y=0 \text{ and } Y=B; \text{ for } \tau > 0 \quad (1.c)$$

$$\theta = \varphi(X, Y, \tau) \quad \text{at } Z=0; \text{ for } \tau > 0 \quad (1.d)$$

$$K \frac{\partial \theta}{\partial Z} + Bi \theta = Bi \theta_\infty \quad \text{at } Z=1; \text{ for } \tau > 0 \quad (1.e)$$

$$\theta = \phi(X, Y, Z) \quad \text{for } \tau=0 \quad (1.f)$$

where the following dimensionless groups were defined

$$\theta = \frac{T - T_{\infty,0}}{T_0 - T_{\infty,0}}; X = x/c; Y = y/c; Z = z/c \quad (2.a-d)$$

$$A = a/c; B = b/c; \tau = \frac{K_0^* t}{\rho^* C_0^* c^2}; \varphi = \frac{F - T_{\infty,0}}{T_0 - T_{\infty,0}} \quad (2.e-h)$$

$$\phi = \frac{f - T_{\infty,0}}{T_0 - T_{\infty,0}}; Bi = \frac{h c}{K_0^*}; \theta_{\infty} = \frac{T_{\infty} - T_{\infty,0}}{T_0 - T_{\infty,0}} \quad (2.i-k)$$

Here  $a$ ,  $b$  and  $c$  are the length, width and thickness of the plate, respectively, while  $T_0$  and  $T_{\infty,0}$  are reference values for the temperature of the plate and of the cooling fluid, respectively. In order to write the direct problem in dimensionless form, we assumed the temperature dependence of thermal conductivity and specific heat to be written as:

$$K^*(T) = K_0^* K(\theta) \quad (3.a)$$

$$C_p^*(T) = C_0^* C_p(\theta) \quad (3.b)$$

where  $K_0^*$  and  $C_0^*$  are reference values for thermal conductivity and specific heat, respectively, while  $K(\theta)$  and  $C_p(\theta)$  are dimensionless functions of  $\theta$ . The plate density  $\rho^*$  was assumed constant. The superscript "\*" above refers to dimensional physical properties.

#### INVERSE PROBLEM

For the *inverse problem*, the dimensionless heat transfer coefficient  $Bi(X, Y, \tau)$  is regarded as unknown. Such a function is to be estimated by using the transient readings of  $S$  temperature sensors located inside the plate at positions  $(X_s, Y_s, Z_s)$ ,  $s=1, \dots, S$ , during the time interval  $0 \leq \tau \leq \tau_f$ . An estimate for  $Bi(X, Y, \tau)$  is obtained so that the following functional is minimized:

$$J[Bi(X, Y, \tau)] = \frac{1}{2} \int_{\tau=0}^{\tau_f} \sum_{s=1}^S \{ \theta(X_s, Y_s, Z_s, \tau; Bi) - \mu_s(\tau) \}^2 d\tau \quad (4)$$

where  $\theta(X_s, Y_s, Z_s, \tau; Bi)$  and  $\mu_s(\tau)$  are the estimated and measured temperatures at the measurement locations, respectively. The estimated temperatures are obtained from the solution of the direct problem by using an estimate for  $Bi(X, Y, \tau)$ .

In order to apply the conjugate gradient method for minimizing the functional given by Eq. (4), we need to develop and solve two auxiliary problems, known as the *sensitivity* and *adjoint problems*, as described next.

#### SENSITIVITY PROBLEM

The sensitivity problem is developed by assuming that the temperature  $\theta(X, Y, Z, \tau)$  is perturbed by an amount  $\varepsilon \Delta\theta(X, Y, Z, \tau)$ , when the Biot number  $Bi(X, Y, \tau)$  is perturbed by  $\varepsilon \Delta Bi(X, Y, \tau)$ , where  $\varepsilon$  is a real number. Due to the non-linear character of the problem, a perturbation on temperature causes perturbations on the temperature dependent properties, as well. Thus, we can write the following perturbed quantities:

$$\theta_{\varepsilon} = \theta + \varepsilon \Delta\theta \quad (5.a)$$

$$Bi_{\varepsilon} = Bi + \varepsilon \Delta Bi \quad (5.b)$$

$$C_{p\varepsilon} = C_p(\theta + \varepsilon \Delta\theta) \equiv C_p(\theta) + \frac{dC_p}{d\theta} \varepsilon \Delta\theta \quad (5.c)$$

$$K_{\varepsilon} = K(\theta + \varepsilon \Delta\theta) \equiv K(\theta) + \frac{dK}{d\theta} \varepsilon \Delta\theta \quad (5.d)$$

The sensitivity problem is obtained by applying the following limiting process:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{L_{\varepsilon}(Bi_{\varepsilon}) - L(Bi)}{\varepsilon} = 0 \quad (6)$$

where  $L_{\varepsilon}(Bi_{\varepsilon})$  and  $L(Bi)$  are the operator forms of the direct problem, written for the perturbed and unperturbed quantities, respectively. The following problem results for the *sensitivity function*  $\Delta\theta(X, Y, Z, \tau)$ :

$$\frac{\partial(C_{p\varepsilon} \Delta\theta)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2(K \Delta\theta)}{\partial X^2} + \frac{\partial^2(K \Delta\theta)}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2(K \Delta\theta)}{\partial Z^2} \quad (7.a)$$

$$\text{in } 0 < X < A; 0 < Y < B; 0 < Z < 1; \text{ for } \tau > 0$$

$$\frac{\partial(K \Delta\theta)}{\partial X} = 0 \quad \text{at } X=0 \text{ and } X=A; \text{ for } \tau > 0 \quad (7.b)$$

$$\frac{\partial(K \Delta\theta)}{\partial Y} = 0 \quad \text{at } Y=0 \text{ and } Y=B; \text{ for } \tau > 0 \quad (7.c)$$

$$\Delta\theta = 0 \quad \text{at } Z=0; \text{ for } \tau > 0 \quad (7.d)$$

$$\frac{\partial(K \Delta\theta)}{\partial Z} + Bi \Delta\theta = \Delta Bi (\theta_{\varepsilon} - \theta) \quad \text{at } Z=1; \text{ for } \tau > 0 \quad (7.e)$$

$$\Delta\theta = 0 \quad \text{for } \tau=0 \quad (7.f)$$

#### ADJOINT PROBLEM

An adjoint problem for a Lagrange Multiplier comes into picture because the temperature  $\theta(X_s, Y_s, Z_s, \tau; Bi)$  appearing in the functional (4) needs to satisfy a constraint, given by the solution of the direct problem. In order to develop the adjoint problem, we multiply the differential equation (1.a) of the direct problem by the Lagrange Multiplier  $\lambda(X, Y, Z, \tau)$ , integrate over the time and space domains, and add the resulting expression to the functional given by Eq. (4). The following extended functional is obtained:

$$J[Bi] = \frac{1}{2} \int_X \int_Y \int_Z \int_{\tau} \sum_{s=1}^S [\theta_s(\tau) - \mu_s(\tau)]^2 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) d\tau dZ dY dX + \int_X \int_Y \int_Z \int_{\tau} \left\{ C_p \frac{\partial \theta}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial X} \left( K \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left( K \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Z} \left( K \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right) \right\} \lambda(X, Y, Z, \tau) d\tau dZ dY dX \quad (8)$$

where  $\delta(\cdot)$  is the Dirac delta function and  $\mathbf{r}_s$  is the vector with the position of sensor  $s$ , i.e.,  $\mathbf{r}_s = (X_s, Y_s, Z_s)$ .

An expression for the directional derivative of  $J[Bi]$  in the direction of the perturbation  $\Delta Bi(X, Y, \tau)$  is obtained by applying the following limiting process:

$$D_{\Delta Bi} J[Bi] = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{J[Bi_{\varepsilon}] - J[Bi]}{\varepsilon} \quad (9)$$

where  $J[Bi_{\varepsilon}]$  is the functional (4) written for the perturbed quantities given by Eqs. (5).



After performing some integrations by parts on the resulting expression for  $D_{\Delta Bi} J[Bi]$  and applying the boundary and initial conditions of the sensitivity problem, we let the terms containing  $\Delta\theta(X, Y, Z, \tau)$  to go to zero. The following *adjoint problem* is then obtained for the Lagrange Multiplier  $\lambda(X, Y, Z, \tau)$ :

$$-C_p \frac{\partial \lambda}{\partial \tau} - K \frac{\partial^2 \lambda}{\partial X^2} - K \frac{\partial^2 \lambda}{\partial Y^2} - K \frac{\partial^2 \lambda}{\partial Z^2} + \sum_{s=1}^S (\theta_s - \mu_s) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) = 0$$

in  $0 < X < A; 0 < Y < B; 0 < Z < 1$ ; for  $0 < \tau < \tau_f$  (10.a)

$$\frac{\partial \lambda}{\partial X} = 0 \quad \text{at } X=0 \text{ and } X=A; \text{ for } 0 < \tau < \tau_f \quad (10.b)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial Y} = 0 \quad \text{at } Y=0 \text{ and } Y=B; \text{ for } 0 < \tau < \tau_f \quad (10.c)$$

$$\lambda = 0 \quad \text{at } Z=0; \text{ for } 0 < \tau < \tau_f \quad (10.d)$$

$$K \frac{\partial \lambda}{\partial Z} + Bi \lambda = 0 \quad \text{at } Z=1; \text{ for } 0 < \tau < \tau_f \quad (10.e)$$

$$\lambda = 0 \quad \text{for } \tau = \tau_f \quad (10.f)$$

### GRADIENT EQUATION

In the process of obtaining the adjoint problem, the following integral term is left:

$$D_{\Delta Bi} J[Bi] = - \int_{\tau} \int_Y \int_X [\lambda(\theta_{\infty} - \theta)]_{Z=1} \Delta Bi(X, Y, \tau) dX dY d\tau \rightarrow 0 \quad (11)$$

By assuming that  $Bi(X, Y, \tau)$  belongs to the Hilbert space of square integrable functions in the domain  $(0, \tau_f) \times (0, A) \times (0, B)$ , we can write (Daniel, 1971, Alifanov, 1994)

$$D_{\Delta Bi} J[Bi] = \int_{\tau} \int_Y \int_X J' [Bi] \Delta Bi(X, Y, \tau) dX dY d\tau \quad (12)$$

Therefore, by comparing Eqs. (11) and (12), we obtain the gradient equation for the functional as

$$J' [Bi] = -[\lambda(\theta_{\infty} - \theta)]_{Z=1} \quad (13)$$

### CONJUGATE GRADIENT METHOD OF MINIMIZATION

The iterative procedure of the conjugate gradient method (Jarny et al, 1991, Alifanov, 1994), as applied to the estimation of the unknown heat transfer coefficient, is given by

$$Bi^{k+1}(X, Y, \tau) = Bi^k(X, Y, \tau) - \beta^k d^k(X, Y, \tau) \quad (14)$$

where the superscript  $k$  denotes the number of iterations.

The search step size  $\beta^k$  is obtained by minimizing the functional  $J[Bi^{k+1}]$  given by Eq. (4) with respect to  $\beta^k$ . The following expression results:

$$\beta^k = \frac{\int_{\tau=0}^{\tau_f} \sum_{s=1}^S (\theta_s - \mu_s) \Delta\theta_s d\tau}{\int_{\tau=0}^{\tau_f} \sum_{s=1}^S (\Delta\theta_s)^2 d\tau} \quad (15)$$

where  $\Delta\theta_s$  is the solution of the sensitivity problem at the measurements location  $\mathbf{r}_s$ , obtained by setting  $\Delta Bi(X, Y, \tau) = d^k(X, Y, \tau)$ .

The *direction of descent*  $d^k(X, Y, \tau)$  is a conjugation of the gradient direction given by equation (13) and of previous directions of descent. It is given by the following general form

$$d^k(X, Y, \tau) = J'^k(X, Y, \tau) + \gamma^k d^{k-1}(X, Y, \tau) + \psi^k d^q(X, Y, \tau) \quad (16)$$

where  $\gamma^k$  and  $\psi^k$  are conjugation coefficients, while the superscript  $q$  denotes the iteration number where a restarting strategy is applied to the iterative procedure of the conjugate gradient method. Restarting strategies were suggested for the conjugate gradient method of parameter estimation, in order to improve its convergence rate (Powell, 1977).

Different versions of the Conjugate Gradient Method are found in the literature depending on the form used for the computation of the direction of descent given by equation (16) (Alifanov, 1994, Powell, 1977, Truffart et al, 1993, Daniel, 1971). In *Fletcher-Reeves'* version the conjugation coefficients  $\gamma^k$  and  $\psi^k$  are obtained from the following expressions:

$$\gamma^k = \frac{\int_X \int_Y \int_{\tau} [J'^k(X, Y, \tau)]^2 d\tau dY dX}{\int_X \int_Y \int_{\tau} [J'^{k-1}(X, Y, \tau)]^2 d\tau dY dX} \quad (17.a)$$

for  $k=1, 2, 3, \dots$  with  $\gamma^0 = 0$  for  $k=0$

$$\psi^k = 0 \quad \text{for } k=0, 1, 2, \dots \quad (17.b)$$

while in *Polak-Ribiere's* version of the Conjugate Gradient Method (Jarny et al, 1991, Alifanov, 1994, Powell, 1977, Truffart et al, 1993, Daniel, 1971) the conjugation coefficients are given by

$$\gamma^k = \frac{\int_X \int_Y \int_{\tau} \{ [J'^k(X, Y, \tau) - J'^{k-1}(X, Y, \tau)] J'^k(X, Y, \tau) \} d\tau dY dX}{\int_X \int_Y \int_{\tau} [J'^{k-1}(X, Y, \tau)]^2 d\tau dY dX}$$

for  $k=1, 2, 3, \dots$  with  $\gamma^0 = 0$  for  $k=0$  (18.a)

$$\psi^k = 0 \quad \text{for } q=0, 1, 2, \dots \quad (18.b)$$

We note that the conjugation coefficient  $\psi^k$  is null for any  $k$  for both Fletcher-Reeves' and Polak-Ribiere's versions of the conjugate gradient method. Hence, restarting of the iterative procedure is not allowed in such versions.

Based on a previous work by Beale (1972), Powell (1977) suggested the following expressions for the conjugation coefficients, which gives the so-called Powell-Beale's version of the conjugate gradient method (Truffart et al, 1993):

$$\gamma^k = \frac{\int_X \int_Y \int_{\tau} [J'^k(X, Y, \tau) - J'^{k-1}(X, Y, \tau)] J'^k(X, Y, \tau) d\tau dY dX}{\int_X \int_Y \int_{\tau} [J'^k(X, Y, \tau) - J'^{k-1}(X, Y, \tau)] d^{k-1}(X, Y, \tau) d\tau dY dX}$$

for  $k=1, 2, 3, \dots$  with  $\gamma^0 = 0$  for  $k=0$  (19.a)

$$\psi^k = \frac{\int_X \int_Y \int_{\tau} [J'^{q+1}(X, Y, \tau) - J'^q(X, Y, \tau)] J'^k(X, Y, \tau) d\tau dY dX}{\int_X \int_Y \int_{\tau} [J'^{q+1}(X, Y, \tau) - J'^q(X, Y, \tau)] d^q(X, Y, \tau) d\tau dY dX}$$

for  $k=1, 2, 3, \dots$  with  $\psi^0 = 0$  for  $k=0$  (19.b)

In accordance with Powell (1977), the conjugate gradient method, with the direction of descent (16) computed with the conjugation coefficients given by equations (19), requires restarting when gradients at successive iterations tend not to be

orthogonal (which is a measure of the local non-linearity of the problem) and when the direction of descent is not sufficiently downhill. The following test is made in order to verify if the gradients at successive iterations get away from orthogonality:

$$ABS \left( \iiint J^{k-1} J^k dX dY d\tau \right) \geq 0.2 \iiint [J^k]^2 dX dY d\tau \quad (20.a)$$

while a non-sufficiently downhill direction of descent (i.e., the direction of descent is too away from the negative gradient direction) is identified when the following tests are true:

$$\iiint [d^k J^k] dX dY d\tau \leq -1.2 \iiint [J^k]^2 dX dY d\tau \quad (20.b)$$

and

$$\iiint [d^k J^k] dX dY d\tau \geq -0.8 \iiint [J^k]^2 dX dY d\tau \quad (20.c)$$

where ABS (.) denotes the absolute value and the coefficients 0.2, -1.2 and -0.8 are empirical (Powell, 1977).

In Powell-Beale's version of the conjugate gradient method, restarting is performed by making  $\psi^k=0$  in equation (16) (Powell, 1977). The direction of descent is then computed in accordance with the following algorithm for  $k \geq 1$ .

**STEP1:** Test the inequality in equation (20.a). If it is true set  $q = k-1$ .

**STEP2:** Compute  $\gamma^k$  with equation (19.a).

**STEP3:** If  $k = q+1$ , set  $\psi^k = 0$ .

If  $k \neq q+1$  compute  $\psi^k$  with equation (19.b).

**STEP4:** Compute the search direction  $d^k(X, Y, \tau)$  with equation (16).

**STEP5:** If  $k > q+1$  test the inequalities in equations (20.b.c).

If either one of them is satisfied set  $q = k-1$  and  $\psi^k=0$ .

Then recompute the search direction with equation (16).

The steepest-descent method would be recovered for  $\gamma^k = \psi^k=0$  for any  $k$ , in equation (16). Although simpler, the steepest-descent method does not converge as fast as the conjugate gradient method (Powell, 1977, Alifanov, 1994). Hence, restarting by using the negative gradient direction as the direction of descent shall be avoided for the conjugate gradient method.

We note that the conjugation coefficients  $\gamma^k$  given by equations (17.a), (18.a) and (19.a) are equivalent for quadratic functionals, because the gradients at different iterations are mutually orthogonal (Powell, 1977).

The iterative procedure of the conjugate gradient method given by equations (14-16) is applied for the estimation of the unknown heat transfer coefficient  $Bi(X, Y, \tau)$ , until a stopping criterion based on the *Discrepancy Principle* is satisfied, as described below.

#### STOPPING CRITERION

We stop the iterative procedure of the conjugate gradient method when the functional given by Eq. (4) becomes sufficiently small, that is,

$$J[Bi^{k+1}(X, Y, \tau)] < \epsilon \quad (21)$$

If the measurements are assumed to be free of experimental errors, we can specify  $\epsilon$  as a relative small number. However, actual measured data contain experimental errors, which will introduce oscillations in the inverse problem solution, as the estimated temperatures approach those measured. Such difficulty can be alleviated by utilizing the *Discrepancy Principle* (Alifanov, 1994) to stop the iterative process. Hence, we assume that the

inverse problem solution is sufficiently accurate when the difference between estimated and measured temperatures is less than the standard deviation,  $\sigma$ , of the measurements. Thus, the value of the tolerance  $\epsilon$  is obtained from Eq. (4) as

$$\epsilon = \frac{1}{2} S \sigma^2 \tau_j \quad (22)$$

#### COMPUTATIONAL ALGORITHM

The conjugate gradient method, as applied to the estimation of the unknown function  $Bi(X, Y, \tau)$ , can be suitably arranged in the following computational algorithm, by assuming that an estimate  $Bi^k(X, Y, \tau)$  is available at iteration  $k$ .

**STEP 1:** Solve the direct problem given by Eqs. (1) to obtain the estimated temperatures  $\theta(X, Y, Z, \tau)$ ;

**STEP 2:** Check the stopping criterion given by Eq. (21)

Continue if not satisfied;

**STEP 3:** Solve the adjoint problem given by Eqs. (10) to obtain the Lagrange Multiplier  $\lambda(X, Y, Z, \tau)$ ;

**STEP 4:** Compute the gradient of the functional  $J^k(X, Y, \tau)$  from Eq. (13);

**STEP 5:** Compute the direction of descent  $d^k(X, Y, \tau)$  with equation (16), by using the conjugation coefficients of Fletcher-Reeves', Polak-Ribiere's or Powell-Beale's versions of the conjugate gradient method;

**STEP 6:** Solve the sensitivity problem given by Eqs. (7) to obtain  $\Delta\theta(X, Y, Z, \tau)$  by setting  $\Delta Bi(X, Y, \tau) = d^k(X, Y, \tau)$ ;

**STEP 7:** Compute the search step size  $\beta^k$  from Eq. (15);

**STEP 8:** Compute the new estimate  $Bi^{k+1}(X, Y, \tau)$  from Eq. (14) and return to step 1.

#### RESULTS AND DISCUSSIONS

In order to compare the results obtained with the three versions of the conjugate gradient method described above, as applied to the estimation of the unknown heat transfer coefficient  $Bi(X, Y, \tau)$ , we use a test problem based on practical data appearing in the cooling of continuously cast slabs by sprays involving the following dimensionless groups:  $A=1.5$ ,  $B=5$ ,  $\tau_f=0.1$ ,  $\phi=0$ ,  $\phi=1$  and  $\theta_\infty=0$ . The problem was supposed linear, so that  $K=C_p=1$ . The direct, sensitivity and adjoint problems were solved here with finite differences by using  $11 \times 11 \times 41$  grid points in the  $X$ ,  $Y$  and  $Z$  directions, respectively, and 160 time-steps. Such numbers of points and time-steps were chosen by using a grid convergence analysis and by comparing the numerical solution obtained here with an analytic solution for the direct problem (Orlande et al. 1997). The algebraic systems resulting from the discretization by finite-differences were solved with Gauss-Seidel's method with SOR. A red-black reordering (Ortega, 1988) was applied in order to allow for the vectorization of the computer code. Such reordering resulted in a speed-up of 5.5 times over a non-vector version of the same code, on a Cray J-90 with 4 processors.

We use here simulated transient measurements in the inverse analysis. These measurements were generated from the solution of the direct problem by using an *a priori* assumed functional form for  $Bi(X, Y, \tau)$ . We add an error term to the errorless measurements obtained from the solution of the direct problem in the form:

$$\mu = \mu_{\text{exa}} + w \sigma \quad (23)$$

where  $\mu_{\text{exa}}$  are the errorless measurements,  $w$  is a random variable with normal distribution, zero-mean and unitary standard-

deviation.  $\sigma$  is the standard-deviation of the measurements errors which is supposed constant and  $\mu$  are the measurements containing random errors. Two different levels of measurement errors considered here included  $\sigma=0$  and  $\sigma=0.01$ .

In order to compare the three version of the conjugate gradient method addressed in this paper under strict conditions, we consider a function for generating the simulated measurements involving exponential decays in X and Y, and a step variation in the time in the form:

$$Bi(X, Y, \tau) = 6 e^{-X^2} e^{-Y^2} f_\tau(\tau) \quad (24.a)$$

where

$$f_\tau(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{for } \tau \leq 0.03 \text{ and } \tau \geq 0.07 \\ 2 & \text{for } 0.03 < \tau < 0.07 \end{cases} \quad (24.b)$$

For the results presented below we assumed available the transient readings of 16 sensors located at  $Z=0.975$  and at the grid formed by the X positions 0.0, 0.45, 1.05 and 1.50, and by Y positions 0.0, 1.5, 3.5 and 5.0. The number of transient measurements per sensor available for the analysis was considered to be 160 (Orlande et al, 1997). In order to avoid the instabilities of the conjugate gradient method in the neighborhood of the final time due to the null gradient at  $\tau=\tau_f$  [see equations (10.f) and (13)], we use as initial guess for the unknown the exact value for  $Bi(X, Y, \tau)$  at  $\tau=\tau_f$ .

Figures 1 and 2 present the results obtained for the reduction of the functional (4) with the number of iterations for the three versions of the conjugate method considered here and for  $\sigma=0$  (errorless measurements) and  $\sigma=0.01$ , respectively. For the case of errorless measurements ( $\sigma=0$ ) we prescribed a tolerance  $\epsilon=10^{-6}$  for the stopping criterion (21), while for the case involving measurement errors ( $\sigma=0.01$ ) the tolerance was computed with equation (22) based on the discrepancy principle, resulting in  $\epsilon=8 \times 10^{-5}$ .

We notice in figure 1 that any of the conjugate gradient method versions did not reach the prescribed tolerance  $\epsilon=10^{-6}$  for  $\sigma=0$ . An increase in the functional was detected for Polak-Ribiere's and Fletcher-Reeves' versions when the iterative procedure was stopped, at the 9<sup>th</sup> and 15<sup>th</sup> iterations, respectively. Such behavior was not observed in Powell-Beale's version, which was stopped when the limit of 50 iterations imposed to the program was reached. Although there was an increase in the functional with Fletcher-Reeve's version, its rate of reduction of the functional is larger than that of Polak-Ribiere's and Powell-Beale's versions.

Figure 2 for the case involving measurements with random errors also shows the largest rate of reduction of the functional for Fletcher-Reeve's version. An increase in the functional was detected in such version when its value was approaching the tolerance prescribed by the discrepancy principle of  $\epsilon=8 \times 10^{-5}$ , and the iterative procedure was then stopped. Powell-Beale's version achieved the prescribed tolerance, but at a quite large number of iterations. As for the case involving errorless measurements shown in figure 1, Polak-Ribiere's version of the conjugate gradient method presented an increase in the functional at early iterations, when the iterative procedure was then stopped. Its rate of reduction of the functional was between those of Fletcher-Reeves' and Powell-Beale's versions.

The analysis of figures 1 and 2 reveals that Powell-Beale's version of the conjugate gradient method is the most robust, among those examined, as applied to the estimation of the time and spatial variations of the heat transfer coefficient. Such version did not present any increase in the functional, as opposed to Fletcher-

Reeves' and Polak-Ribiere's versions. However, the rate of reduction of the functional is much smaller for Powell-Beale's version than for the others. The highest rate of reduction of the functional occurred for Fletcher-Reeves' version, which is opposed to Powell's results for parameter estimation (Powell, 1977). We note that Powell-Beale's version required restarting ( $\psi^k=0$ ) at every iterations for the test-case considered here.

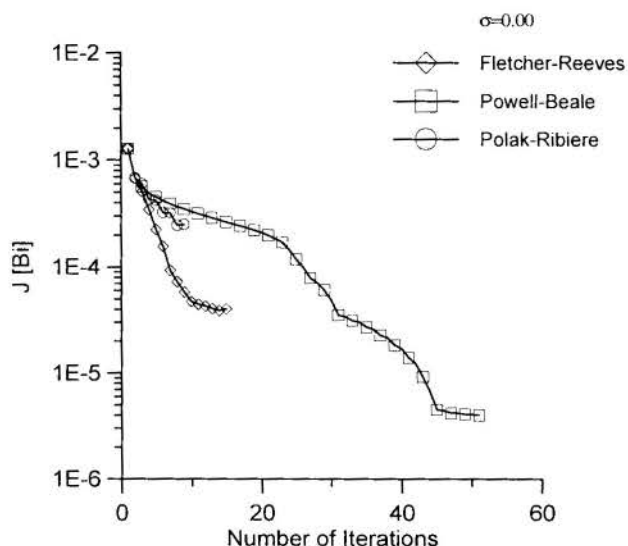


Figure 1 – Reduction of the functional (4) with the number of iterations for errorless measurements ( $\sigma=0$ )

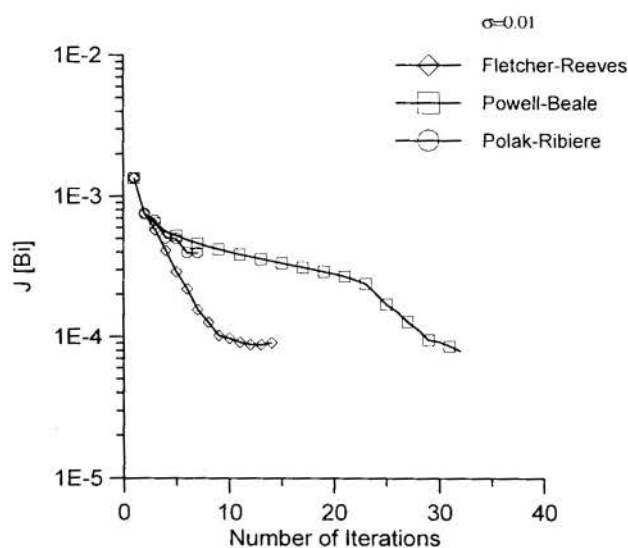


Figure 2 - Reduction of the functional (4) with the number of iterations for measurements with random errors ( $\sigma=0.01$ )

Figure 3 presents a comparison of the results obtained for the estimated functions with the three conjugate gradient method versions considered here, for the position  $X=Y=0$ , and for errorless measurements ( $\sigma=0$ ). The best estimated function is that obtained with Powell-Beale's version, while the worst is that obtained with Polak-Ribiere's version. This is in accordance with figure 1, since these versions had, respectively, the smallest and the largest final values for the functional. The RMS errors computed with

$$e_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{IS} \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S [Bi_{est}(X_i, Y_i, \tau_k) - Bi_{var}(X_i, Y_i, \tau_k)]^2} \quad (25)$$

were 0.28, 0.4 and 0.81 for Powell-Beale's, Fletcher-Reeves' and Polak-Ribiere's versions, respectively. In equation (25),  $I$  denotes the number of transient measurements per sensor used in the analysis, while the subscripts est and exa refer to the estimated and exact functions, respectively.

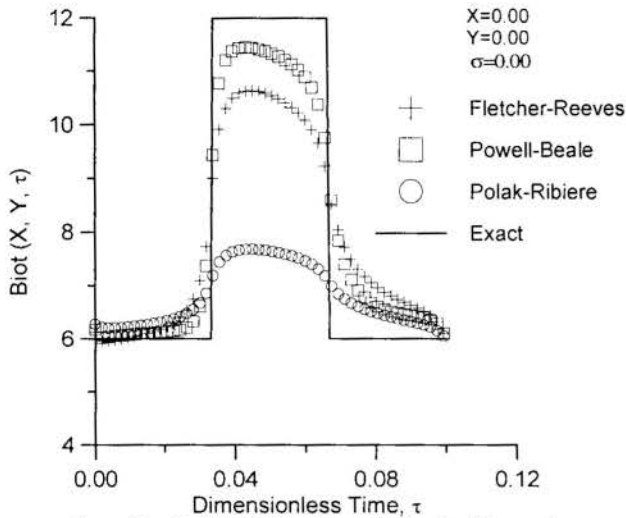


Figure 3 – Estimated functions obtained with errorless measurements ( $\sigma=0$ )

We note that the RMS errors for the case involving measurements with random errors were 0.65, 0.63 and 1.13 for the Powell-Beale's, Fletcher-Reeves' and Polak-Ribiere's versions of the conjugate gradient method, respectively. Therefore, equivalent estimates were obtained by using Powell-Beale's and Fletcher-Reeves' versions; but the use of this last version resulted in a much smaller number of iterations required for the functional minimization.

## CONCLUSIONS

For the application considered in this paper, involving the estimation of the spatial and timewise variations of the heat transfer coefficient at the surface of a plate as a function estimation approach, the best version of the conjugate gradient method, among those tested, is the one due to Fletcher and Reeves. Such version had the fastest reduction of the objective functional and provided quite accurate estimates for the unknown, especially for practical cases involving measurements with random errors. However, the Fletcher-Reeves' version of the conjugate gradient method should be applied with care, since it can involve an anomalous increase in the objective functional as the iterative procedure advances to the solution of the inverse problem. In the cases tested here such increase did not compromise the accuracy of the solution, since it took place when the functional value was in the neighborhood of the prescribed tolerance. The conjugate gradient method version due to Powell and Beale, although quite robust since it did not present any increase in the functional, had a very small rate of reduction of the functional.

## ACKNOWLEDGEMENT

The CPU time for this work has been provided by NACAD-COPPE-UFRJ.

This work was partially supported by COSIPA under the contract number ET-120141. The support provided by CNPq, an agency of the Brazilian government, is also greatly appreciated.

## REFERENCES

- Alencar Jr., J. P., Orlande, H.R.B. and Ozisik, M.N., 1998. "A Generalized Coordinates Approach for the Solution of Inverse Heat Conduction Problems". *11th International Heat Transfer Conference*, August, South-Korea.
- Alifanov, O. M., *Inverse Heat Transfer Problems*, Springer-Verlag, New York, 1994.
- Artyukhin, E. A., 1993. "Iterative Algorithms for Estimating Temperature-Dependent Thermophysical Characteristics", *Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice*, pp.101-108.
- Beale, E. M. L., 1972. "A Derivation of Conjugate Gradients", In: F. A. Lootsma, ed., *Numerical Methods for Nonlinear Optimization*, pp. 39-43.
- Beck, J. V., Blackwell, B. and St. Clair, C. R., *Inverse Heat Conduction: Ill-Posed Problems*, Wiley Inters. New York, 1985.
- Daniel, J.W., *The Approximate Minimization of Functionals*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1971.
- Dağtas, L. B. and Orlande, H. R. B., 1996. "A Function Estimation Approach for Determining Temperature-Dependent Thermophysical Properties", *Inverse Problems in Engineering*, vl. 3, pp. 261-279.
- Hadamard, J., *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations*, Yale University Press, New Haven, CT, 1923.
- Hibbins, S.G. and Brimacombe, J.K., 1984. "Characterization of Heat Transfer in the Secondary Cooling System of a Continuously Slab Caster". In: *Continuous Casting Vol. II*, Brimacombe, J., Samarasekera, I. and Lait, J. (editors), Iron and Steel Society of AIME.
- Huang, C.H. and Tsai, C.H., 1997. "A Shape Identification Problem in Estimating Time-Dependent Irregular Boundary Configurations", *National Heat Transfer Conference*, ASME HTD-Vol. 340, vl. 2, Baltimore pp. 41-48.
- Jarny, Y., Ozisik, M. N. and Bardon, J. P., 1991. "A General Optimization Method Using Adjoint Equation for Solving Multidimensional Inverse Heat Conduction", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vl. 34, n. 11, pp.2911-2919.
- Machado, H. A. and Orlande, H. R. B., 1997. "Inverse Analysis for Estimating the Timewise and Spacewise Variation of the Wall Heat Flux in a Parallel Plate Channel", *International Journal for Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, v. 7, n. 7, pp.696-710.
- Orlande, H. R. B., Colaço, M. J. and Malta, A. A., 1997. "Estimation of the Heat Transfer Coefficient in the Spray Cooling of the Continuously Cast Slabs", *National Heat Transfer Conference*, ASME HTD-Vol. 340, vl. 2, Baltimore, pp. 109-116.
- Ortega, J.M., *Introduction to Parallel and Vector Solution of Linear Systems*, Plenum Press, New York, 1988.
- Powell, M. J. D., 1977. "Restart Procedures for the Conjugate Gradient Method", *Mathematical Programming* 12, pp.241-254.
- Tikhonov, A. N. and Arsenin, V. Y., *Solution of Ill-posed Problems*, V. H. Winston & Sons, Washington, D. C., 1977.
- Truffart, B., Jarny, Y. and Delaunay, D., 1993. "A General Optimization Algorithm to Solve 2-D Boundary Inverse Heat Conduction Problems Using Finite Elements", *Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice*, pp.53-60.
- Wolf, D. H., Incropera, F. P. and Viskanta, R., 1993. "Jet Impingement Boiling", *Advances in Heat Transfer*, v. 23, pp.1-132.



**COMPARAÇÃO ENTRE AS ABORDAGENS UNIDIMENSIONAL  
DESACOPLADA E CONVECÇÃO/CONDUÇÃO CONJUGADAS NA  
TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM UMA SUPERFÍCIE ALETADA**

**Cláudia Regina de Andrade e Edson Luiz Zapparoli**

CTA - ITA - IEM - Departamento de Energia

CEP: 12228-900 - São José dos Campo - SP - Brasil

RESUMO

*Neste trabalho estuda-se o problema de convecção forçada no escoamento interno entre tubos concêntricos, com aletas circulares na superfície do tubo interno. A transferência de calor na superfície aletada é analisada por duas abordagens diferentes. Na primeira, considera-se condução unidimensional na parede do tubo interno e nas aletas, onde o coeficiente de convecção é um parâmetro conhecido e determinado através de uma solução desacoplada para as trocas de calor com o fluido. Na segunda abordagem, denominada conjugada, o modelo matemático (constituído pelas equações para conservação de massa, quantidade de movimento, energia,  $k$  e  $\epsilon$ ) para a convecção na região anular foi resolvido numericamente pelo método de elementos finitos de uma forma acoplada. Os resultados obtidos através da abordagem conjugada foram comparados com dados experimentais disponíveis na literatura e mostraram boa concordância. Em seguida, comparou-se a distribuição de temperatura obtida pelas duas abordagens a fim de se verificar em que faixa dos parâmetros adimensionais do problema a formulação clássica unidimensional é válida.*

INTRODUÇÃO

A utilização de superfícies aletadas é um importante mecanismo para intensificar a taxa de transferência de calor no escoamento interno em tubos, particularmente aplicada no projeto de trocadores de calor compactos.

Normalmente, no estudo de superfícies aletadas, as aletas são tratadas como um problema de condução unidimensional, enquanto o acoplamento na interface sólido-fluido é feito através de um coeficiente de convecção (Gardner, 1945; Brown, 1965). Nessa abordagem clássica a complexa interação entre os processos de transferência de calor por condução no domínio sólido (parede do tubo interno e aletas) e por convecção, no fluido escoando entre as aletas, é representada aproximadamente através de um coeficiente de convecção suposto uniforme em toda a interface. Quando este coeficiente é determinado através de uma solução teórica impõe-se uma condição de contorno de temperatura prescrita e uniforme em toda a interface com o fluido. Já no caso de ensaios experimentais, adota-se um procedimento de extrapolação do valor do coeficiente de convecção para condutividade térmica do sólido infinita (que corresponderia a uma temperatura uniforme na fronteira, conforme citado em Stasiulevicius e Skrinka, 1988). Os valores para este coeficiente de convecção assim obtidos mostram variações acentuadas. Diante disso, necessita-se de um método para obter um valor médio do coeficiente a ser utilizado na teoria clássica das aletas, como por exemplo o procedimento descrito em Zukauskas e Skrinka (1992).

No entanto, a aplicação da condição de contorno de temperatura especificada e constante não representa exatamente o acoplamento dos mecanismos de transferência de calor na interface sólido-fluido. A distribuição de temperatura e o fluxo de calor na parede interna do tubo devem ser estudados como um resultado da interação entre a condução no sólido e convecção no fluido. Para tanto, utiliza-se de uma abordagem onde as condições de igualdade de fluxo de calor e temperatura na fronteira sejam impostas intrinsecamente pelo método de solução, considerando o sólido e o fluido como um domínio único. Essa formulação acoplada é referenciada na literatura como *problema conjugado* (Davis e Gill, 1970). Diversos trabalhos estudaram a

transferência de calor conjugada em regime laminar, entre eles pode-se citar: He *et al.* 1995, que estudaram o problema conjugado para o escoamento entre placas paralelas e usaram a técnica de diferenças finitas para a região do fluido e o método de elementos de contorno para o domínio sólido.

No caso de escoamentos turbulentos, existem diversos trabalhos experimentais que mostram a utilização de aletas para intensificar as trocas de calor no escoamento em tubos. Como exemplos tem-se: Knudsen e Katz (1950) que estudaram os processos de trocas de calor e queda de pressão no escoamento de água em dutos, com aletas circulares de perfil triangular. Já Obermeier e Henne (1993) analisaram o efeito do espaçamento de aletas circulares nas trocas de calor entre tubos concêntricos.

Neste contexto, o objetivo deste trabalho é estudar o escoamento turbulento em uma região anular aletada, comparando-se os resultados obtidos através de duas abordagens diferentes: na primeira obteve-se uma *solução numérica* para o problema de transferência de calor conjugada e, na segunda, utilizou-se uma *formulação desacoplada* unidimensional (normalmente aplicada no projeto de trocadores de calor). No caso da abordagem desacoplada, admite-se um coeficiente de convecção global médio como representativo das trocas de calor com o fluido. Pretende-se, portanto, verificar a validade do processo de obtenção deste coeficiente médio, proposto por Zukauskas e Skrinka (1992), e ainda testar a validade da hipótese de temperatura constante na fronteira (utilizada na solução clássica do problema de convecção) contra as reais variações que ocorrem ao longo da interface sólido-fluido. Para as simulações numéricas deste escoamento utilizou-se um código de CFD (Computational Fluid Dynamics), baseado na técnica de elementos finitos para obter a solução de problemas de escoamentos de fluidos e transferência de calor e que aplica o modelo  $K$ - $\epsilon$  padrão como modelo de turbulência. As propriedades do fluido foram consideradas constantes. Os dados numéricos obtidos para o número de Nusselt foram comparados com os dados experimentais de Obermeier e Henne (1993) e revelaram boa concordância. Além disso, comparou-se a influência da razão

condutividade térmica do sólido/fluido nas taxas de calor trocada com o fluido e a distribuição de temperatura nas aletas, através de duas abordagens.

Os resultados mostraram que a formulação unidimensional fornece boa estimativa para a taxa de calor trocada (dentro da faixa de relações de condutividades simuladas), mas apresenta diferenças acentuadas em relação à abordagem conjugada quando se analisa a distribuição de temperatura nas aletas.

### GEOMETRIA DO PROBLEMA

As simulações numéricas foram realizadas seguindo a geometria do aparato experimental especificado em Obermeier e Henne (1993) para um escoamento de água, em regime permanente. Uma representação esquemática do experimento é indicada na Figura 1, onde  $h$  indica a altura das aletas fixadas ao longo da porção aquecida  $L$  do tubo e  $p$  o espaçamento entre elas.

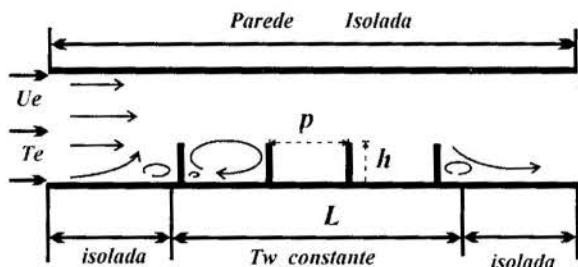


Figura 1 - Representação esquemática do experimento.

Os raios do tubo interno e externo são indicados por  $r_w$ ,  $r_i$  e  $r_e$ , respectivamente (representados na Figura 2). Um trecho do tubo interno com uma aleta radial é apresentado na Figura 2, com  $r_f$  sendo o raio externo da aleta e  $t$  a sua espessura.

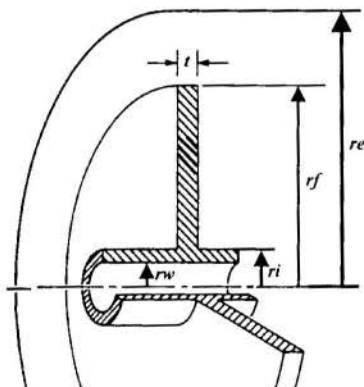


Figura 2- Secção do tubo interno aletado

### FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

**Formulação Conjugada Bidimensional.** Na abordagem conjugada simula-se o escoamento de água entre tubos concêntricos, em regime permanente incompressível. E com propriedades constantes. A formulação matemática é feita através das equações da continuidade, quantidade de movimento e energia, válidas para um escoamento bidimensional, em coordenadas cilíndricas, expressas por:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( r \mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] \quad (2)$$

$$\rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = - \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{\mu_{ef}}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial r} \right] - 2 \mu_{ef} \frac{v}{r^2} + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( r \mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right] \quad (3)$$

$$\rho C_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_{ef} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r k_{ef} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (4)$$

onde  $\rho$  é a densidade do fluido,  $u$  e  $v$  são as componentes axial e radial da velocidade,  $T$  é a temperatura,  $k_{ef}$  é a condutividade térmica efetiva,  $C_p$  o calor específico a pressão constante e  $\mu_{ef}$  representa a viscosidade dinâmica efetiva.

A viscosidade e condutividade efetivas são definidas como a soma da parcela laminar com a turbulenta, indicadas por:

$$k_{ef} = k + k_t \quad \text{e} \quad \mu_{ef} = \mu + \mu_t \quad (5)$$

onde as parcelas turbulentas são calculadas de acordo com o modelo K- $\epsilon$  de Launder e Spalding (1974).

As condições de contorno são  $u$  e  $v$  iguais a zero junto às fronteiras sólidas (parede do tubo e superfícies das aletas). Na parte central da face aquecida do tubo interno tem-se uma condição de temperatura constante ( $T_w$ ) enquanto as regiões de entrada e saída estão isoladas. As condições de entrada são perfis de velocidade ( $U_e$ ), temperatura ( $T_e$ ),  $K$  e  $\epsilon$  uniformes, conforme esquematizado na Figura 1. Na saída do tubo impõe-se um valor para a pressão ( $P=0$ ) e condições livres para as demais variáveis. Nas proximidades das fronteiras sólidas, o programa utiliza a Lei de Parede para estabelecer os valores de  $K$  e  $\epsilon$ .

Os parâmetros adimensionais foram definidos por:

$$Pr = \mu C_p / k \quad \text{e} \quad Re = u_e D_h / \mu, \quad (6)$$

onde  $D_h$  representa o diâmetro hidráulico indicado por:

$$D_h = 2 \cdot (r_e - r_i) \quad (7)$$

Foram utilizados os seguintes valores numéricos para as propriedades do fluido (água):

$\rho = 985,47 \text{ Kg/m}^3$ ,  $C_p = 4.183 \text{ J/Kg} \cdot \text{K}$ ,  $k = 0,0651 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ,  $\mu = 4,07 \cdot 10^{-4} \text{ Kg/(m} \cdot \text{s)}$ , resultando nos seguintes valores para os parâmetros adimensionais:  $Pr = 3,0$  e  $Re = 2,6 \cdot 10^4$ .

Nesta abordagem do problema é estudado como um domínio único, englobando o sólido e o fluido. O sistema de equações (1) a (4) juntamente com o modelo de turbulência K- $\epsilon$ , determinam a solução da transferência de calor por convecção no fluido. A condução no sólido é simulada com  $u$  e  $v$  iguais a zero na equação da energia (4). As condições de aderência do fluido

junto à superfície sólida e igualdade de temperatura e fluxo de calor na interface são intrínsecas ao modelo.

**Solução Numérica do Problema Conjugado.** A solução numérica do problema foi obtida utilizando-se um código de CFD, baseado no método de elementos finitos. As equações governantes(1)-(4) para o escoamento do fluido foram resolvidas aplicando-se uma formulação segregada (onde calculam-se separadamente os campos de  $u$ ,  $v$ ,  $P$ ,  $T$ ,  $K$  e  $\epsilon$ ) conforme detalhado em Rice e Schnipke (1986). O domínio de interesse foi discretizado com uma malha estruturada, refinada nas regiões onde as variáveis apresentaram maiores gradientes, a fim de que pudessem ser reproduzidos os efeitos de camada limite (térmica e hidrodinâmica). Os sistemas de equações algébricas foram resolvidos através de métodos iterativos como o TDMA (*Tri-diagonal Matrix Algorithm*) e o PCG (*Preconditioned Conjugate Gradient Algorithm*).

As simulações numéricas foram realizadas utilizando um microcomputador Pentium-Pro (200 MHz e 128 MB de memória RAM) e foram compostas de 3 etapas:

- *Pré-processamento*: representada pela construção da geometria do problema, aplicação das condições de contorno e geração da malha, isto é, a representação do domínio em termos de elementos finitos;

- *Análise numérica*: nesta etapa foram aplicados os algoritmos de solução numérica para a configuração estabelecida na etapa 1;

- *Pós-processamento*: uma vez que a solução numérica foi obtida (dentro dos critérios de convergência pré-estabelecidos), nesta etapa foi feita a visualização dos resultados obtidos. O programa possui uma interface gráfica que permite a obtenção de campos básicos (pressão, velocidade, temperatura) além de grandezas derivadas como linhas de corrente (2D) e fluxo de calor.

**Equações para a Formulação Desacoplada Unidimensional.**

Nesta formulação o estudo da condução e convecção forçada (esquematizado na Figura 1) é feito de forma desacoplada. O problema de convecção é analisado admitindo-se um domínio somente de fluido com condição de contorno de temperatura especificada e constante na interface com o sólido que pode ser simulada com um sólido de condutividade térmica infinita. A partir dessa solução determina-se um coeficiente de convecção que varia acentuadamente ao longo das superfícies do tubo e das aletas. No entanto, para utilização na abordagem unidimensional supõe-se que a troca de calor por convecção seja representada por um coeficiente de convecção médio e uniforme na interface sólido-fluido. No procedimento apresentado em Zukauskas e Skrinka (1992) este coeficiente é obtido através da seguinte expressão:

$$h = \frac{Q_m}{A \cdot (T_{wm} - T_{fluido})} \tag{8}$$

com  $T_{wm}$  sendo a média da temperatura na superfície externa do tubo interno e base das aletas,  $T_{fluido}$  a média aritmética das temperaturas de mistura do fluido no início e fim da extensão aquecida ( $L$ ) e  $A$  representa a área efetiva de troca de calor, expressa como:

$$A = A_s + \eta A_f \tag{9}$$

onde  $A_s$  compreende a área sem aletas e  $A_f$  a área das aletas levando-se em conta sua eficiência ( $\eta$ ), conforme apresentado em Krauss e Bar-Cohen (1995).

Como a eficiência das aletas depende do coeficiente de convecção,  $\eta = \eta(h)$ , necessita-se de um procedimento iterativo para determinar o valor de  $h$ . Em Zukauskas e Skrinka (1992) calculou-se o valor de  $h$  com um única iteração. Neste trabalho, foram realizadas diversas iterações até atingir a convergência da solução. Além disso, esses autores sugerem que o valor do coeficiente de convecção obtido segundo a Equação (8) vale para diferentes materiais das aletas, desde que se mantenham as condições de semelhança do problema. Contudo, Stasiulevicius e Skrinka (1988) propõem um procedimento de extrapolação do valor do coeficiente de convecção para condutividade térmica do sólido infinita a partir da curva experimental, obtida com diversos valores finitos de condutividade térmica das aletas.

Na Equação (8) a taxa total de calor trocada ( $Q_m$ ) é obtida por:

$$Q_m = \rho u_c C_p \pi (r_c^2 - r_i^2) [T_{ms} - T_{me}] \tag{10}$$

onde a temperatura média de mistura do fluido nas regiões de início ( $T_{me}$ ) e fim ( $T_{ms}$ ) do aquecimento (indicadas por  $x=0$  e  $x=L$ , respectivamente) fica expressa por:

$$T_m(x) = \frac{2}{(r_c^2 - r_i^2)} \int_{r_i}^{r_c} uTr dr \tag{11}$$

Em situações onde a condutividade térmica assume valores finitos, adota-se o coeficiente de convecção determinado através do procedimento citado acima para representar o acoplamento condução/convecção. No estudo da condução, admite-se um modelo unidimensional, em regime permanente e com propriedades constantes, tanto nas aletas como na parede do tubo interno como apresentado em Krauss e Bar-Cohen (1995).

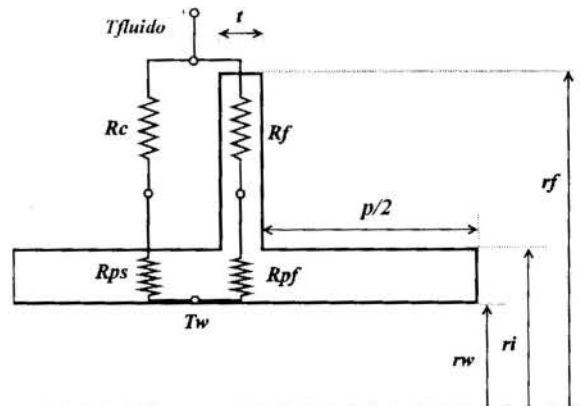


Figura 3 - Célula do modelo de resistência utilizado para o problema de condução.

No caso ilustrado na Figura 1 composto de 4 aletas, a transferência de calor pode ser representada pelo circuito térmico (modelo de resistência) para cada célula indicada na Figura 3.

As resistências da parede para a porção da célula com e sem aletas ( $R_{pf}$  e  $R_{ps}$ , respectivamente) são obtidas através das seguintes expressões:

$$R_{pf} = \frac{\ln(r_i / r_w)}{2 \pi p ks} \quad \text{e} \quad R_{ps} = \frac{\ln(r_i / r_w)}{2 \pi t ks} \quad (12a)$$

onde  $t$  indica a espessura das aletas e  $p$  o espaçamento entre elas.

Para a região do tubo interno sem aletas (Figura 3) a resistência de convecção ( $R_c$ ) é indicada por:

$$R_c = \frac{1}{2 \pi p r_i h} \quad (12b)$$

A resistência nas aletas radiais de perfil retangular é analisada admitindo-se condução unidimensional, aleta isolada na ponta e temperatura prescrita na base da aleta. A solução é obtida em termos das funções de Bessel (Krauss e Bar-Cohen, 1995) com a resistência térmica da aleta ( $R_f$ ) expressa por:

$$R_f = \frac{1}{2 \pi t r_i ks \beta P} \quad \text{e} \quad \beta = \sqrt{\frac{2h}{ks t}} \quad (12c)$$

$$P = \frac{K_1(\beta_1) I_1(\beta_2) - I_1(\beta_1) K_1(\beta_2)}{K_0(\beta_1) I_1(\beta_2) + I_0(\beta_1) K_1(\beta_2)}$$

onde  $\beta_1 = \beta r_i$ ,  $\beta_2 = \beta r_f$  e  $I_0$ ,  $I_1$ ,  $K_0$  e  $K_1$  são as funções de Bessel modificadas de primeiro e segundo tipos, respectivamente.

Para o circuito esquematizado na Figura 3, pode-se definir uma resistência equivalente ( $R_{eq}$ ) como:

$$R_{eq} = \frac{(R_{ps} + R_c) \cdot (R_{pf} + R_f)}{(R_{ps} + R_c + R_{pf} + R_f)} \quad (13)$$

de modo que a taxa de calor para essa formulação ( $TQ$ ) fica expressa por:

$$TQ = \frac{(T_w - T_{fluido})}{R_{eq}} \quad (14)$$

onde  $T_w$  é a temperatura na superfície interna do tubo interno e  $T_{fluido}$  é a média aritmética das temperaturas de entrada ( $T_{me}$ ) e saída ( $T_{ms}$ ). A temperatura de saída foi obtida através de um balanço de energia para toda a extensão aquecida do tubo.

No caso da abordagem desacoplada é importante definir o Número de Biot ( $Bi$ ), indicado por:

$$Bi = \frac{h \cdot t}{ks} \quad (15)$$

onde  $t$  é a espessura da aleta e  $ks$  a sua condutividade térmica. Esse parâmetro adimensional expressa a relação entre as resistências térmicas de condução e convecção, supondo-se um coeficiente de convecção uniforme ao redor das aletas. Assim, baixos valores de Biot ( $Bi < 0,1$ ) indicam que o processo de transferência de calor é predominantemente controlada pela resistência de convecção.

Neste trabalho, para comparar a abordagem conjugada e a formulação desacoplada adotou-se o seguinte procedimento:

(a) determinou-se um coeficiente de convecção utilizando as Equações (8), (9) e (10), onde os dados necessários para calcular os valores de  $Q_m$  e  $T_m$  foram obtidos através da formulação conjugada adotando-se um valor muito alto para a condutividade térmica do sólido, a fim de representar uma situação de condutividade infinita;

(b) a seguir, foram obtidos resultados para a taxa de calor ( $TQ$ ) para valores finitos de condutividade térmica do sólido (variando-se os valores de  $ks$  nas Equações 12 a 14), mantendo-se o valor de  $h$  determinado em (a);

(c) por último calculou-se os valores de  $Q_m$  (via Equação 10) simulando-se numericamente a transferência de calor através da formulação conjugada para diversos valores da razão  $ks/k_f$ .

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

**Validação da Solução Numérica Conjugada.** Para se avaliar a solução numérica obtida para o problema indicado na Figura 1, comparou-se os resultados obtidos para o número de Nusselt ( $Nu$ ) através da formulação conjugada, com o trabalho de Obermeier e Henne (1993). Os valores de  $Nu$  em função de Reynolds ( $Re$ ) são apresentados na Tabela 1 e mostram boa concordância com os dados experimentais, com diferenças inferiores a 5%. Também são apresentados os valores máximos da componente axial da velocidade ( $Umáx$ ) em relação à velocidade de entrada ( $Ue$ ).

Tabela 1 - Comparação entre o Número de Nusselt ( $Nu$ ) experimental e obtido através da formulação conjugada.

	$Re = 2,6 \cdot 10^4$	$Re = 5,0 \cdot 10^4$
$Nu_{experimental}$	130,00	205,00
$Nu_{numérico}$	133,85	198,15
Diferença	2,9 %	3,3 %
$Umáx/Ue$	1,08	1,26

Nota-se que maiores valores de  $Re$  ocorre aumento da velocidade axial máxima ( $Umáx$ ) em relação à velocidade de entrada do fluido provocando maior turbulência no escoamento e, conseqüentemente, ocorrendo o aumento de  $Nu$ . Isto ocorre em função de maiores valores no coeficiente de convecção  $h$ , uma vez que os demais parâmetros envolvidos no problema permaneceram constantes, conforme mostra a equação (16), utilizada para o cálculo do Nusselt.

$$Nu = \frac{h \cdot Dh}{k_f} \quad (16)$$

**Taxa Total de Troca de Calor.** A taxa total de calor trocada com o fluido foi calculada utilizando as duas abordagens. Os valores de  $TQ$  e  $Q_m$  são apresentados em função da relação entre as condutividades do sólido/fluido e foram determinados através dos procedimentos (b) e (c) citados anteriormente. Os resultados são mostrados na Figura 4 e verifica-se que não ocorrem grandes diferenças entre a formulação unidimensional e conjugada para um vasta faixa da razão  $ks/k_f$  simuladas.

Isto indica que a abordagem desacoplada (que utiliza um coeficiente de convecção global e uniforme) representa uma boa estimativa para a análise de trocadores de calor, onde se está interessado apenas em avaliar a eficiência do trocador em termos da temperatura média de saída do fluido.



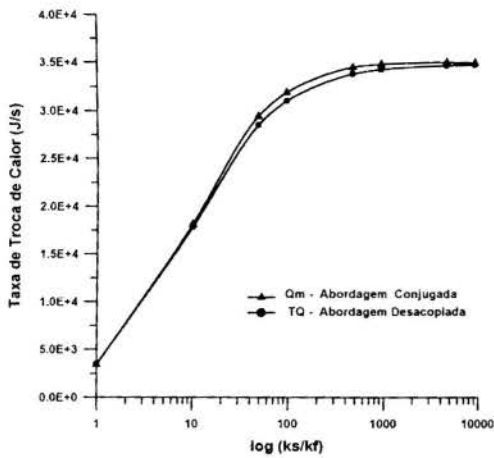


Figura 4 - Taxa total de troca de calor para as abordagens conjugada e unidimensional, em função da razão entre a condutividade térmica do sólido/fluido.

No entanto, quando se deseja estimar a distribuição de temperatura nas aletas, a adoção do mesmo coeficiente (que fora ajustado para determinar as trocas de calor) acarreta maiores diferenças entre as duas formulações. As Figuras 5 e 6 mostram os perfis de temperatura, em um corte passando pelo centro da aleta radial. São apresentadas duas relações de condutividade térmica  $ks/kf=1$  e  $ks/kf=500$ .

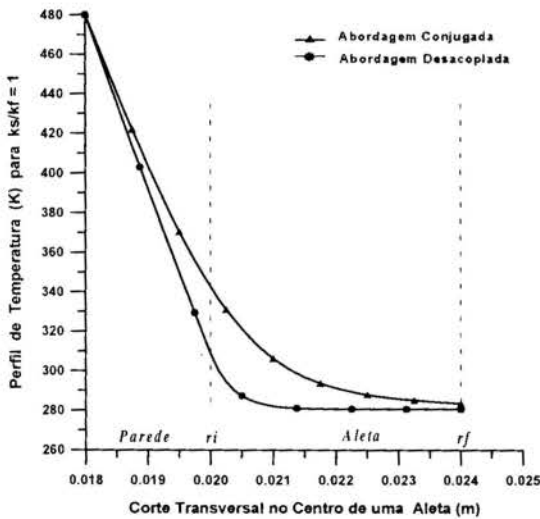


Figura 5 - Comparação dos perfis de temperatura entre as formulações conjugada e desacoplada, para o caso de baixa relação  $ks/kf$ .

Para o caso de baixa razão  $ks/kf$  (Figura 5) ocorre pouca eficiência nas trocas de calor, fazendo com que a temperatura na ponta da aleta ( $r=r_f$ ) seja praticamente a temperatura de entrada do fluido ( $T_e = 280$  K). Mesmo assim, em toda a extensão da aleta ( $r_i < r < r_f$ ), a formulação unidimensional desacoplada subestima os valores do perfil de temperatura na aleta, em comparação com a abordagem conjugada.

Quando  $ks/kf = 500$  (Figura 6), as trocas de calor com o fluido são maiores, pois a colocação de aletas com alta condutividade térmica aumenta a temperatura de saída do fluido

nas duas formulações, em comparação com a temperatura de entrada.

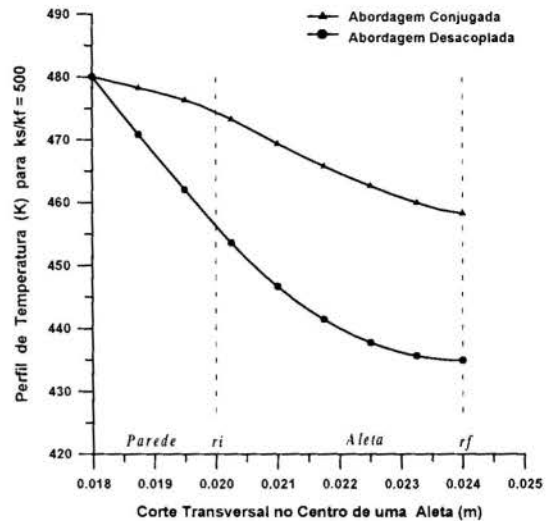


Figura 6 - Comparação dos perfis de temperatura entre as formulações conjugada e desacoplada, para o caso de alta relação  $ks/kf$ .

Contudo, as diferenças entre as duas abordagens são maiores: os valores de temperatura estimados através da formulação desacoplada são bem menores que os obtidos pela abordagem conjugada, tanto na região da parede ( $r_w < r < r_i$ ) como na parte aletada. Isto ocorre porque para altos valores da razão  $ks/kf$  (Figura 6) a distribuição de temperatura na parede possui caráter bidimensional, com uma depressão de temperatura próximo à base da aleta, como mostra a Figura 7. Deste modo, a hipótese de condução unidimensional na parede fornece menores valores de temperatura porque leva em conta somente a condução axial ao longo da parede do tubo.

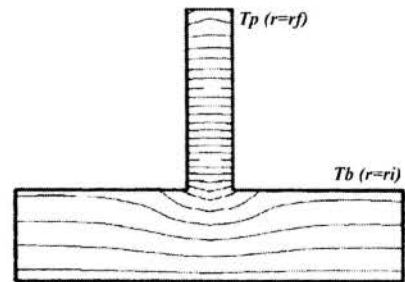


Figura 7 - Distribuição de temperatura utilizando a formulação conjugada bidimensional com  $ks/kf = 500$ .

Tabela 2 - Número de Biot (Bi) para a formulação desacoplada em função da razão  $ks/kf$ .

Relação de condutividades	Biot (Bi)
$ks/kf = 1$	4,061
$ks/kf = 500$	0,008

Quanto ao campo de temperatura na aleta, a Figura 7 indica uma distribuição de temperatura praticamente unidimensional em toda a extensão da aleta.

É importante ressaltar que quando  $ks/kf = 500$  (Figura 6) a formulação desacoplada fornece os valores de temperatura subestimados em relação à abordagem conjugada, apesar do Número de Biot ainda ser menor do que 0,1 conforme mostram os dados da Tabela 2. Para baixos valores da razão  $ks/kf$  a hipótese de condução unidimensional já não é válida pois tem-se  $Bi > 0,1$ .

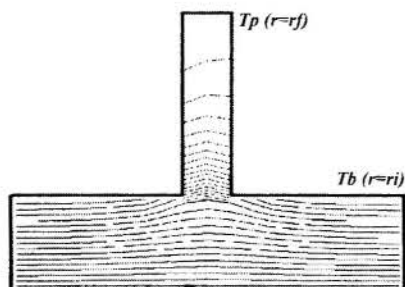


Figura 8 - Distribuição de temperatura utilizando a formulação conjugada bidimensional com  $ks/kf = 1$ .

Embora para o caso em que  $ks/kf=1$  não haja grandes diferenças entre as duas abordagens no valor final obtido para a temperatura na ponta da aleta (Figura 5), a distribuição de temperatura utilizando a formulação conjugada possui características bidimensionais ao longo da extensão da aleta ( $ri < r < rf$ ) ao contrário da condução unidimensional para a razão  $ks/kf = 500$ , como pode ser analisado comparando-se as Figuras 7 e 8. Quando  $ks/kf = 1$  não se tem mais uma depressão na parede, junto à base da aleta, como no caso para altos valores da relação entre as condutividades térmicas. Nota-se uma elevação da temperatura na base da aleta, uma vez que o material de baixa condutividade térmica acaba funcionando como um isolante nesta região da parede do tubo, conforme mostra a Figura 8.

## CONCLUSÕES

Conclui-se que os resultados de  $Nu$  obtidos utilizando-se a abordagem conjugada foram compatíveis com os valores experimentais, levando-se em conta que diversos fatores físicos foram desprezados na simulação numérica do problema, tais como: as propriedades do fluido foram consideradas constantes, os efeitos de rugosidade da parede do duto são desprezados. Mostrou-se ainda que a formulação unidimensional fornece boa estimativa para a taxa de calor trocada (dentro da faixa  $ks/kf$  simuladas), mas apresenta diferenças acentuadas em relação à abordagem conjugada bidimensional quando se analisa a distribuição de temperatura nas aletas. A formulação desacoplada não prevê os efeitos de depressão/elevação de temperatura junto à base da aleta no caso de alta/baixa razão de condutividade térmica. Isto ocorre porque a distribuição de temperatura na parede do tubo possui características bidimensionais, combinando os mecanismos de condução radial e axial.

Comparando-se os resultados obtidos através das duas abordagens verificou-se que a formulação unidimensional clássica mostrou-se válida na análise de trocadores de calor para determinar o coeficiente de convecção global ou a taxa de calor. No entanto, quando se está interessado em estudar a distribuição de temperatura em tubos aletados (para estimar a temperatura de junção dos metais, por exemplo) a adoção de uma abordagem bidimensional fornece melhores resultados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Brauer, H., 1961, "Strömungswiderstand und Wärmeübergang bei Ringspalten mit rauhen Kernrohren", *Atomkernenergie*, vol 6, pp.207-211.
- Barozzi, G.S. e Pagliarini, G., 1985, "A Method to Solve Conjugate Heat Transfer Problems: The Case of Fully Developed Laminar Flow in a Pipe", *J. Heat Transfer*, Vol. 107, pp 77-83.
- Brown, A., 1965, "Optimum Dimensions of Uniform Annular Fins", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 8, pp 655-662.
- Davis, E.J. e Gill, W.N., 1970, "The Effects of Axial Conduction In The Wall On Heat Transfer With Laminar Flow", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 13, pp 459-470.
- Gardner, K.A., 1945, "Efficiency of Extended Surface", *Trans. ASME*, Vol. 67, pp 621-631.
- He, M.; Bishop, P.J.; Kassab, A.J. e Minardi, A., 1995, "A coupled FDM/BEM Solution for the Conjugate Heat Transfer", *Numerical Heat Transfer*, Parte B, Vol. 28, pp 139-154.
- Krauss, A.D., e Bar-Cohen, A., 1995, "Design and Analysis of Heat Sinks", John Wiley & Sons, Inc.
- Knudsen, J.G., e Katz, D.L., 1950, "Heat Transfer and Pressure Drop In Annuli", *Chem. Engng. Progress*, Vol. 56, pp.490-500.
- Lauder, B.E., e Spalding, D.B., 1974, "The Numerical Computation of Turbulent Flows", *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, Vol.3, pp 269-289.
- Obermeier, E. e Henne, R. A., 1993, "Performance Analysis of Augmented Heat Transfer Surfaces - Theoretical and Experimental Results for Tubes with Circunferencial Fins in Longitudinal Flow", *Proceedings of the First International Conference on Aerospace Heat Exchanger Technology*, pp. 329-345, Palo Alto, USA.
- Rice, J.G. e Schnipke, R.J., 1986, "An Equal-Order Velocity-Pressure Formulation That Does Not Exhibit Spurious Pressure Modes", *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, Vol.58, pp 135-149.
- Stasiulevicius, J. e Skrinka, A., 1988, "Heat Transfer of Finned Tube Bundles in Crossflow", Hemisphere Publishing Corporation.
- Zukauskas, A. e Skrinka, A., 1992, "Banks of Plain and Finned Tubes - Part B: Finned Tubes", *Handbook of Heat Exchanger Design*, pp 2.5.3-6 a 2.5.3-16.

## ABSTRACT

This work studies forced convection problem in internal flow between concentric annular ducts, with radial fins at internal tube surface. Finned surface heat transfer is analyzed by two different approaches. In the first one, it is assumed one-dimensional heat conduction along the internal tube wall and fins, with the heat transfer coefficient being a known parameter and determined by an uncoupled solution. In the other way, named conjugated approach, the mathematical model (continuity, momentum, energy and K-ε equations) applied to tube annuli problem was solved numerically using finite element technique and a coupled formulation. Comparison was made between results obtained for the conjugated problem and experimental data, showing good agreement. Also, temperature profiles for the two approaches were compared to each other. It was verified then the validity of the one-dimensional classical formulation (utilized in the heat exchanger analysis) in a given range of solid-fluid conductivity ratios.

## NATURAL CONVECTION IN AIR FILLED CAVITIES AND IN POROUS CAVITIES: COMPARISON OF THE HEAT TRANSFER PHENOMENA

**Jorge Lagostera and Marcelo M. Ganzarolli**  
 UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas  
 Faculdade de Engenharia Mecânica  
 Caixa Postal 6122 - 13083-970, Campinas-SP, BRAZIL  
 E-mail: llagost@fem.unicamp.br , ganza@fem.unicamp.br

### SUMMARY

*Numerical simulation results on the comparison of natural convection in air filled cavities and in porous cavities are presented. The same geometrical configuration and boundary conditions are considered for both cases. The steady-state regime is studied for several intensities of the buoyancy effects due to temperature variations. The effects of geometric aspects on flow pattern and temperature distributions are examined. Global Nusselt numbers and stream-function maximum values are reported for both cases.*

### INTRODUCTION

Natural convection within cavities filled with air is an important subject in many fields, including electronic equipment cooling. Natural convection in saturated porous media is also important in several engineering fields, including design of high performance thermal insulation systems, packed beds, exploration of petroleum and gas fields, and the development of geothermal resources. This paper presents numerical simulation results on the comparison of natural convection in air filled cavities and in porous cavities, with the same geometrical configuration and boundary conditions. The analysis of horizontal porous layers heated from below, and the studies of rectangular cavities with vertical temperature gradients have been focused by several authors (Nield and Bejan, 1992).

The main purpose of this paper is the comparative analysis of natural convection inside a rectangular bi-dimensional cavity, of height  $H$  and length  $2L$ . The Figure 1 presents a schematic view of the configuration studied. In the present work the horizontal upper wall is thermally insulated, the vertical walls are isothermally cooled ( $t_c$ ) and the lower horizontal wall is isothermally heated ( $t_h$ ). The walls are impermeable.

In the case of simple natural convection the cavity is completely filled with a newtonian fluid such air or water. Laminar and two-dimensional flow is assumed and the usual Boussinesq approximation for the governing equations is adopted.

For the porous cavity, the flow is considered incompressible, steady-state and two-dimensional. Constant fluid properties are assumed, and the porous matrix is accepted as rigid, isotropic and homogeneous. Boussinesq hypothesis is utilized to evaluate the buoyancy effects caused by the influence of temperature gradients on fluid density. The applicability of Darcy law for the relations between velocities and pressure gradients is assumed. The porous matrix and the fluid are in local thermal equilibrium.

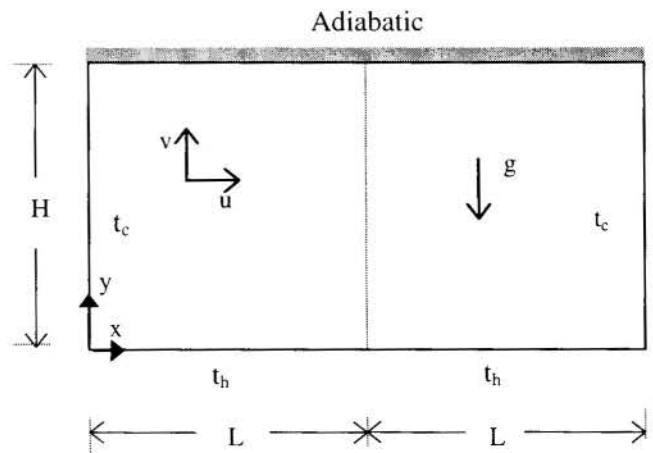


Figure 1 - Schematic view of the configuration studied, coordinate system and boundary conditions.

### MATHEMATICAL FORMULATION

The coordinate system employed is shown in Fig. 1. Due to the symmetry of the problem only half of the enclosure has to be considered. It is convenient to deal with the equations and boundary conditions in non-dimensional form. Selecting reference quantities for length, velocity and temperature, the following group of non-dimensional variables can be defined.

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{x}{H}, & Y &= \frac{y}{H} \\
 U &= \frac{u}{(\alpha/H)}, & V &= \frac{v}{(\alpha/H)}
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$T = \frac{t - t_c}{t_h - t_c}$$

Introducing the non-dimensional stream-function  $\psi$

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (2)$$

and the non-dimensional vorticity

$$\xi = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \quad (3)$$

For the porous medium case ' $\alpha$ ' stands for the medium effective thermal diffusivity.

The conservation equations for mass, momentum and energy for steady state can be written in stream-function-vorticity form as

$$\frac{1}{Pr} \left( U \frac{\partial \xi}{\partial X} + V \frac{\partial \xi}{\partial Y} \right) = \nabla^2 \xi + Ra \frac{\partial T}{\partial X} \quad (4)$$

$$U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \nabla^2 T \quad (5)$$

$$\nabla^2 \psi = -\xi \quad (6)$$

where Pr and Ra are the Prandtl number and the Rayleigh number based on the enclosure height, respectively.

For the porous cavity problem, adopting the stream function formulation, the mass conservation and the momentum equations are represented by Eq. (7).

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -Ra^* \frac{\partial T}{\partial x} \quad (7)$$

where the modified Rayleigh number is

$$Ra^* = \frac{Kg\beta\rho_0 H(t_h - t_c)}{\mu\alpha} \quad (8)$$

where K is the permeability of the saturated porous medium;  $g$  is the gravitational acceleration;  $\beta$  the isobaric thermal expansion coefficient of the fluid;  $\rho$  the fluid density;  $\alpha$  is the thermal diffusivity of the saturated porous matrix, and  $\mu$  is the fluid dynamic viscosity.

For the porous cavity the energy conservation equation is formally identical to Eq. (5), and the vorticity equation is not applied.

The corresponding boundary conditions for both cases are formally given by

$$T = 0, \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial X} = 0 \quad \text{at } X = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial X} = 0, \quad \psi = \xi = 0 \quad \text{at } X = L/H \quad (9)$$

$$T = 1 \quad \text{and} \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0 \quad \text{at } Y = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial Y} = 0, \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0 \quad \text{at } Y = 1$$

## NUMERICAL PROCEDURE

**Air Filled Cavity.** The numerical method adopted is based on the discretization scheme proposed by Allen and Southwell (1955). Equation (4) to (6) are discretized and solved in a line-by-line basis for each step of the iterative process. The vorticity boundary value at the wall is calculated using a second-order form due to Jesen (1959) and the Poisson equation (6) is discretized by the usual central-difference scheme. The iterative process starts from an arbitrary vorticity field, the stream-function is found from equation (6) and the velocity field and the vorticity at the walls are calculated. The energy equation is solved and the vorticity discretized equation coefficients calculated with the corresponding residual being determined. This residual is used for checking the convergence iterative process. If the convergence criteria are not satisfied the vorticity discretized equation is solved and the stream-function is found, continuing the iterative process (Ganzarolli and Milanez, 1994).

The global Nusselt number is calculated from the temperature field obtained at the end of the iterative process. The temperature derivatives are evaluated by using two interior points. The integrals are approximated by the trapezoidal rule.

The temperature discontinuity at the intersection of the two walls at different temperatures has no influence on the numerical calculation of the interior temperatures, and its consideration is discussed by Ganzarolli and Milanez (1994).

Tests were performed to determine the grid dependence of the Nusselt number when this procedure is adopted for the studied problem. The tests were realized for  $Ra=10^6$  and  $Pr=0.7$ . When the mesh is refined from  $61 \times 61$  to  $81 \times 81$  grid points the Nusselt number variation is of order of 0.2%. For low values of the Rayleigh number the isotherms are closer to the conduction limit. Other tests were carried out and confirmed this statement. It was decided to use an uniform grid with  $61 \times 61$  points for all cases where  $L/H=1$  and the temperature at the intersection of the two walls was assumed as the average temperature of the two walls, keeping in mind the limitations of this procedure and remembering that better assumptions about this point depend on the specific engineering application under study. For the shallow cavity,  $L/H=3$ , uniform grids with 61 points in the y-direction and 181 in the x-direction were adopted.

**Porous Cavity.** The differential equations were approximated numerically, using a computer code developed to simulate problems dealing with porous media (Llagostera, 1994). The grid was defined by dividing the domain in squares representing the finite volumes, and the nodal points were located in their centers. The equations were discretized by integration over finite volumes. The Poisson type Eq. (7) was discretized by control volume central differencing. For the energy transport the convective and diffusive fluxes on the volume boundaries were represented using the UNIFAES scheme (Figueiredo, 1997).



The systems of discretized equations were solved using the line-to-line process, with alternating direction. For each iteration the domain was swept 16 times for stream function calculation and 16 times for temperature calculation, to accelerate the convergence process. The initial guesses for stream function and temperature values were null distributions. The criterion adopted to stop the calculation process was based on relative variation of results for stream function and temperature below  $10^{-5}$ , sufficient to obtain stabilized results.

The mesh definition was studied by means of simulations for different grid sizes. For the square geometry ( $L/H=1$ ), a total of 3600 internal volumes, mesh  $60 \times 60$ , demonstrated to be enough to produce good results. The use of a finer mesh doesn't improve the results in a significant way.

## RESULTS

**Air Filled Cavity.** The square cavity is an important starting point in the study of the flow and heat transfer in enclosures. Here the analysis is based on numerical results obtained for values of the Rayleigh number in the range  $10^3$  to  $10^6$  and value of Prandtl number equal 0.7.

A scale analysis similar to that usually conducted for a natural convection boundary layer on a vertical wall exposed to an infinite medium Bejan (1984) was applied to this study. Provided that the cavity is not tall, that is,  $H \leq L$  it may be assumed that a thermal boundary layer exists throughout the height  $H$  of the cavity cooled wall. For fluids having values of Prandtl number of order one or greater it can be shown that the maximum stream-function value can be approximated by:

$$\Psi_{\max} \cong Pr^{1/2} Ra^{1/4} \quad (10)$$

and that the order of the Nusselt number can be expressed as

$$Nu \cong \frac{Q}{k\Delta t} \cong Ra^{1/4} \quad (11)$$

With thermal layer thickness  $\delta_t \ll H$ , the constraints on the parametric domain in which the scaling results are valid can be determined. For uniform floor temperature

$$Ra^{1/4} \gg 1 \quad (12)$$

This relation represents the criterion necessary for the existence of a thermal boundary layer along the vertical wall, given by  $Ra \geq 10^5$ . Numerical results were obtained in order to verify the validity of the predicted scaling laws.

Figure 2 shows values of the Nusselt number as a function of the Rayleigh number, for  $Pr=0.7$ . The power law  $Nu \cong Ra^{1/4}$  is observed more precisely only when  $Ra \geq 10^5$ , according to Eq. (12). For Prandtl number of 0.7, the power law obtained from scale analysis were also observed for  $\Psi_{\max}$  specially for  $Ra > 10^5$  and is showed in Fig. 3.

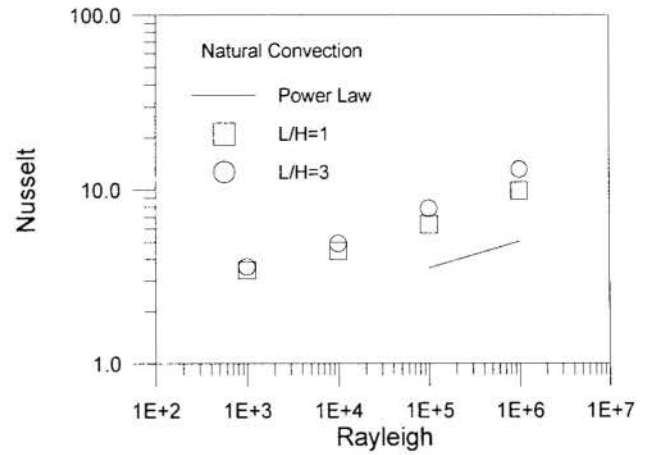


Figure 2 - Nusselt number as a function of the Rayleigh number for the air filled cavity, with  $Pr=0.7$ .

In this case, for  $L/H=1$ ,  $Pr=0.7$  and  $Ra \geq 10^5$  we obtained the Eqs. (13) and (14).

$$\Psi_{\max} \cong 1.43 Ra^{(0.225)} \quad (13)$$

$$Nu \cong 0.693 Ra^{(0.192)} \quad (14)$$

Figures 4(a) to 4(d) illustrate the isotherms and the streamlines for the air filled cavity ( $Pr=0.7$ ), with  $L/H=1$ . The map contours were plotted for nine equally spaced values between zero and unity for  $T$  and between zero and  $\Psi_{\max}$  for the stream-function. For the air filled cavity, when  $Ra=10^3$ , Fig. 4(a), the isotherms are closer to the diagonally symmetric temperature distribution that corresponds to the limit of pure conduction. As the value of the Rayleigh number increases, and consequently the circulation inside the cavity, the warmer fluid tends to occupy the upper right quadrant, compressing the isotherms near the cooled vertical wall and near the heated floor. This horizontal heated layer remains attached to the cavity floor although the density stratification in this layer is unstable.

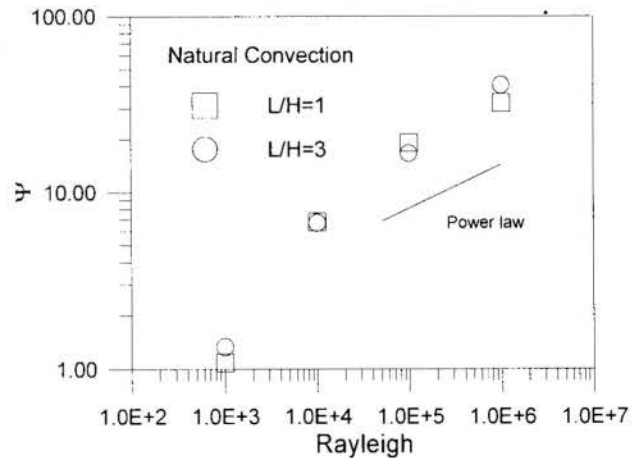


Figure 3 - Maximum value of the stream-function for the air filled cavity, with  $Pr=0.7$ .

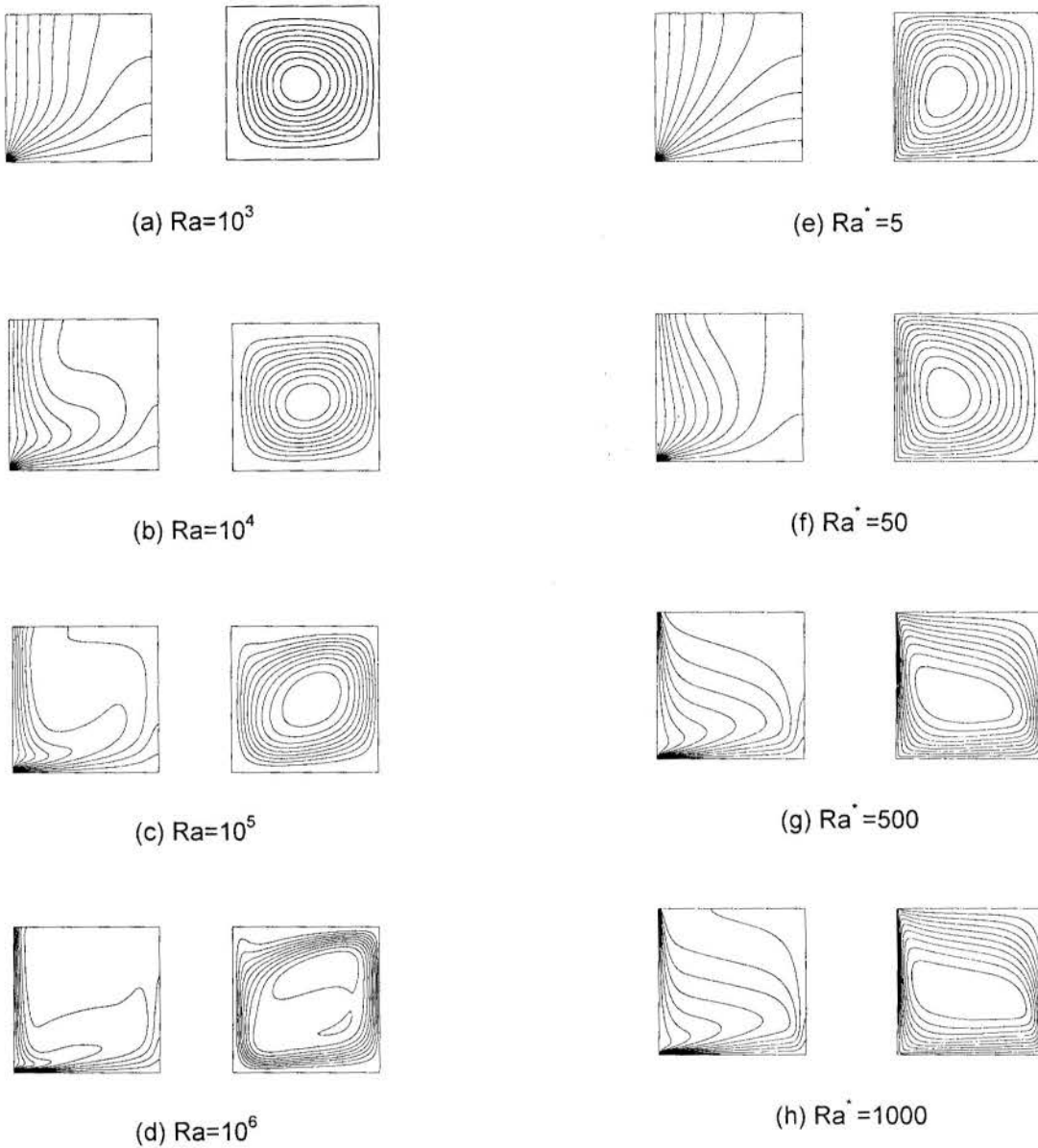


Figure 4 - Isotherms and streamlines for cavities with  $L/H=1$ ; air filled cavity: (a), (b), (c) and (d); porous cavity: (e), (f), (g) and (h).

For increasing values of the Rayleigh number the temperature tends to be more uniform in the upper right region of the cavity, with higher temperature gradients near the heated cooled walls, thus suggesting the development of thermal boundary layers at these walls.

Figures 5(a) to 5(c) show the isotherms and stream lines calculated for the air filled cavity with  $L/H=3$ . The main aspects observed for square cavity are also verified for this configuration.

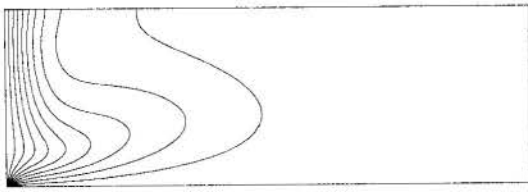
**Porous Cavity.** Figure 6 shows the variation of global Nusselt number as a function of modified Rayleigh number, for three configurations, with  $L/H=1, 2$  and  $3$ , respectively. The results for the three configurations are similar, showing a slight

increase with  $L/H$ , mainly for high values of modified Rayleigh number.

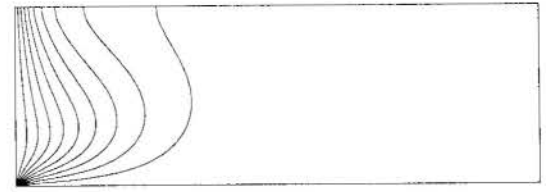
For  $Ra^* < 50$  the influence of convective effects is very low, and the heat conduction mechanism dominates the heat transfer process. For  $Ra^* > 50$  is observed a change in this behavior. In this region Nusselt number increases with the increment of modified Rayleigh number.

For  $L/H=1$  and  $Ra^* > 50$  we have obtained the correlation between Nusselt number and modified Rayleigh number given by Eq. (14), with a coefficient of determination equal to 0.9998.

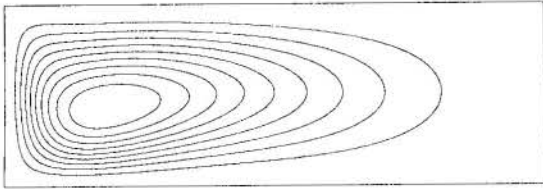
$$Nu \cong 1.114 Ra^{*(0.340)} \quad (14)$$



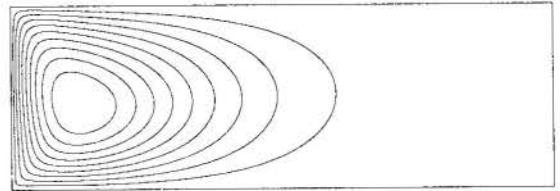
(a)  $Ra=10^4$



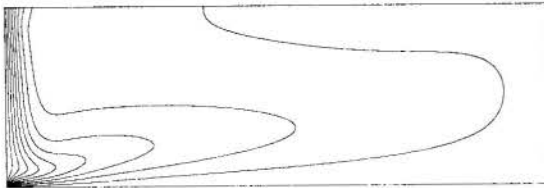
(d)  $Ra^* = 50$



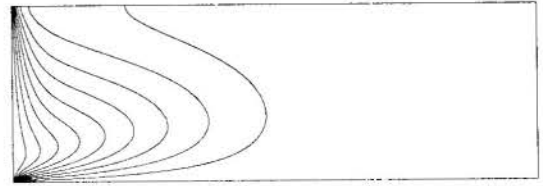
(b)  $Ra=10^5$



(e)  $Ra^* = 200$



(c)  $Ra=10^6$



(f)  $Ra^* = 1000$

Figure 5 - Isotherms and streamlines for cavities with  $L/H=3$ ; air filled cavity: (a), (b) and (c); porous cavity: (d), (e) and (f).

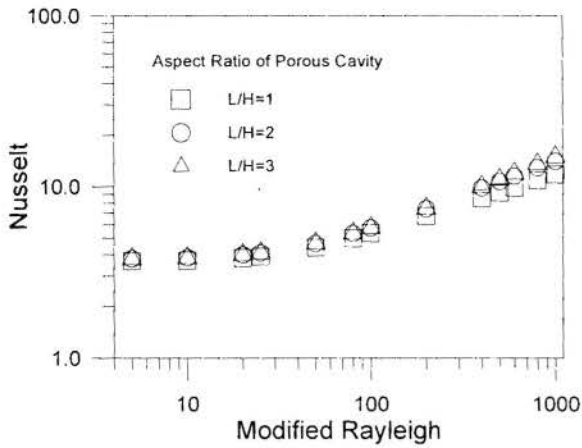


Figure 6 - Nusselt number as a function of the Rayleigh number for the porous cavity.

The variation of maximum stream-function values are presented in Fig. (7) as a function of modified Rayleigh number, for the same values of the L/H relation. The results obtained for the three configurations are very similar. The influence of L/H on the maximum stream-function value is very slight for high modified Rayleigh numbers. The correlation obtained between maximum stream-function value and modified Rayleigh number, for L/H=1 and  $Ra^* > 50$  is shown in Eq. (15), determined with a coefficient of determination equal to 0.9974.

$$\Psi_{\max} \cong 0.333 Ra^{*(0.611)} \quad (15)$$

Figures 4(e) to 4(h) show the isotherms and stream lines for the square porous cavity. The temperature distributions are smoother than the distributions observed for the air filled cavity, and near the cold wall are obtained more intense flows.

In Figs. 5(d) to 5(f) are shown the maps for the porous cavity with L/H=3. It is easier to observe here the more intense temperature gradients at the wall for the air filled cavity in

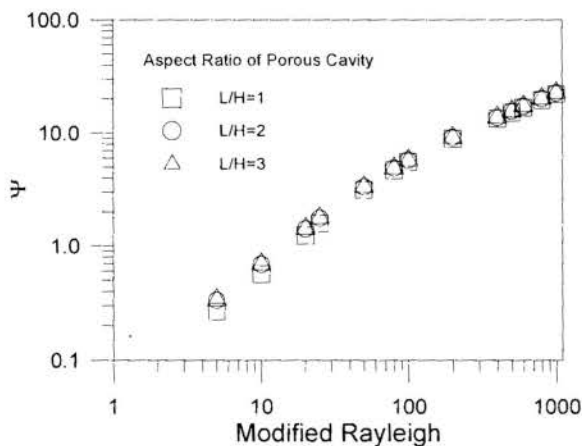


Figure 7 - Maximum value of the stream-function for the porous cavity.

comparison to the calculated for the porous cavity. The stream lines near the cold wall are more concentrated for the porous cavity than for the air filled cavity stream lines.

## CONCLUDING REMARKS

For the porous cavity the relation of Nusselt number with the maximum stream-function value depends in a more intense way on Rayleigh number than for the air filled cavity, as can be seen by comparison between Eqs. (13), (14) and (14), (15), respectively.

For the air filled cavity the temperature gradients near the cold wall are more intense than for the porous cavity. The porous matrix contributes to the formation of a smoother temperature distribution.

The stream function gradients near the cold wall are more important in the porous cavity, due the character of the Darcy flow, for which the velocity field is determined by the pressure gradients imposed on the porous matrix due to the buoyance effects.

The ranges obtained for the global Nusselt number and for the maximum stream function values are quite similar for both the cases studied.

## REFERENCES

- de Allen, D.N. and Southwell, R.V., 1955, Relaxation methods applied to determine the motion, in two dimensions, of a viscous fluid past a fixed cylinder, *Quart. Journ. Mech. and Applied Math.*, vol. 8, pt. 2, p. 129-145.
- Bejan, A., 1984, *Convection Heat Transfer*, John Wiley, New York.
- Figueiredo, J.R., 1997, Unified Finite Approach Exponential-Type Scheme for Convective-Diffusive Fluid Transport Equations, in *Current Developments in Numerical Simulation of Heat and Mass Transfer*, ASME HTD-339, pp. 55-64.
- Ganzarolli, M.M., Milanez, L.F., 1995, Natural convection in rectangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from the sides, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol.38, n.6, pp.1063-1073.
- Jensen, V.G., 1959, Viscous flow round a sphere at low Reynolds number (40), *Proceedings of the Royal Society of London*, series A, vol. 249, p. 346-366.
- Llagostera, J., 1994, Natural convection in an irregular porous cavity: effects of thermal boundary conditions. In: *Proceedings of the 10th International Heat Transfer Conference*, Brighton-UK, Taylor & Francis, vol.7, pp.103-108, 1994.
- Nield, D.A., Bejan, A., 1992, *Convection in porous media*, Springer, Berlin.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors express their gratitude to CENAPAD-SP for the utilization of its computational resources.



**NUMERICAL STUDY OF A THERMALLY-DRIVEN OPEN  
CAVITY WITH AND WITHOUT A SHROUDING WALL**

**Admilson Teixeira Franco**  
DAMEC-CEFET-PR  
80230-901 Curitiba - PR  
Brazil

**Marcelo M. Ganzarolli**  
DE-FEM-UNICAMP  
13081-970 Campinas - SP  
Brazil

SUMMARY

*Natural convection in a square open cavity with and without the presence of a shrouding wall is analyzed. One vertical wall is heated and the horizontal walls are adiabatic. The other vertical wall is open to the ambient or a fluid reservoir. A shrouding wall is placed in front of this open wall forming a vertical open channel. Laminar and two-dimensional flow is assumed for the Rayleigh number ranging from  $10^3$  to  $10^7$  and the problem is solved numerically by using the Finite Volume-SOLA method. The average Nusselt number is reported for different values of the Rayleigh and the distance of the shrouding wall to the open cavity.*

INTRODUCTION

Natural convection heat transfer inside cavities has been the subject of several studies in the last years. This attention is due to the wide range of engineering applications related to this phenomenon. Building insulation, solar cavity receivers, ventilation and the cooling of electronic components represent some of these applications. Primarily, these studies are concerned with closed cavities fulfilled with a newtonian fluid such as air or water. Rather little work is carried out regarding cavities with an open wall to the ambient or a fluid reservoir. Penot (1982) examined the effects of Grashof number and inclination on free convection flow inside an isothermal open square cavity. Humphrey and To (1986) simulated numerically the buoyant, turbulent flow, in a two-dimensional partial enclosure with heated interior surfaces. More recently, Angirasa *et al.* (1995) reported a detailed numerical calculation for an isothermal cavity, open on a side, by making use of a truncated domain, that is, not including the region outside the square cavity. The open cavity studied by Chan and Tien (1985) has one vertical wall heated and the horizontal walls kept adiabatic. The other vertical wall is open to a stagnant fluid reservoir at a lower temperature.

This work considers a similar square open cavity in which one vertical wall is open to the ambient and the other is heated at uniform temperature. A shrouding wall is placed in front of the open wall forming a vertical open end channel. The effect of such wall on parameters like the average Nusselt number is numerically analyzed.

PROBLEM FORMULATION

The open cavity and the shrouding wall are schematically showed in Fig. 1. The cavity is two-dimensional of equal length and height  $L$  and the shrouding wall is considered of height  $Z=5L$ . A distance  $b$  separates the shrouding wall to the vertical adiabatic walls. The vertical wall inside the cavity is maintained at a constant temperature  $T_h$  and the fluid reservoir (or ambient) at  $T_0$ . Laminar flow is assumed and the customary Boussinesq approximation for the governing equations is employed. The set of governing equations can be written in dimensionless form by using the following group of variables

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{L}; \quad (U, V) = \frac{(u, v)}{\alpha/L}; \quad \tau = \frac{\alpha t}{L^2};$$

$$P = \frac{(p - p_0)L^2}{\rho\alpha^2}; \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_h - T_0} \quad (1)$$

and the nondimensional conservation equations for mass, momentum and energy in transient form become

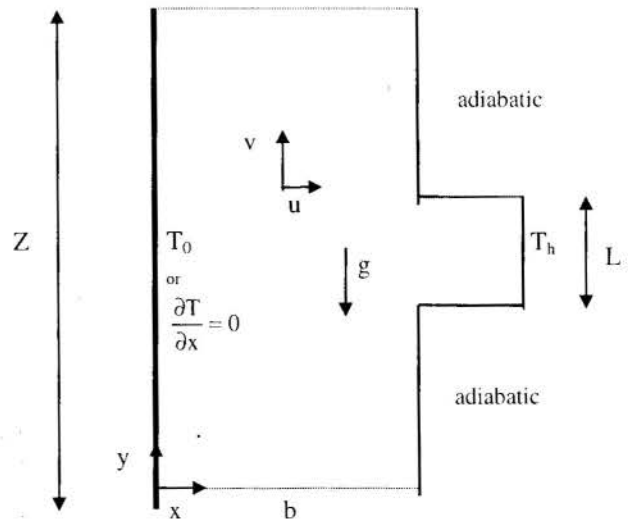


Figure 1. The geometry and coordinate system.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial U^2}{\partial X} + \frac{\partial UV}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \nabla^2 U \quad (3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial UV}{\partial X} + \frac{\partial V^2}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \nabla^2 V + \text{Ra Pr} T \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial U\theta}{\partial X} + \frac{\partial V\theta}{\partial Y} = \nabla^2 \theta \quad (5)$$

where the quantities  $\text{Pr}=v/\alpha$  and  $\text{Ra}=g\beta(T_h-T_c)L^3/\nu\alpha$  are the Prandtl and the Rayleigh numbers.

The boundary conditions and the computational domain are shown in Fig. 1. At the open top,  $Y=5$ , it is assumed that the incoming flow is at the ambient temperature and for the outgoing flow the temperature gradient in the  $y$ -direction is set at zero. The boundary conditions at ends of the channel formed by the shrouding wall and the vertical adiabatic walls are

$$Y=0; \quad \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial V}{\partial Y} = \theta_{in} = 0; \quad P = 0$$

$$Y=Z/L; \quad \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial V}{\partial Y} = \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y}\right)_{out} = \theta_{in} = 0; \quad P = 0 \quad (6)$$

The average Nusselt number is defined as

$$\text{Nu} = \int_{\text{hot wall}} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X}\right) dY \quad (7)$$

being determined from the numerical results at the hot wall. The volumetric flow rate  $M$  entering the the channel is calculated as

$$M = \int_{\text{channel}} V dX \quad (8)$$

at the position  $y=0$ . The flow rate  $m_{in}$  entering the cavity may also be calculated by integrating the horizontal velocity along the open wall.

## NUMERICAL PROCEDURE

The system of equations above was solved by using the Finite Volume-SOLA method, an amended version of the MAC-method, described in detail by Hirt *et al.* (1975). The process consists of advancing in time (level  $n+1$ ) the velocity and pressure fields from the previous values of velocities (time level  $n$ ) and the steady state is reached when

$$\max \left| \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\phi^{n+1}} \right| < 10^{-5} \quad (9)$$

where  $\phi=U, V, T$  and  $\text{Nu}$ .

The grid dependence of parameters like as the Nusselt number was verified by performing several tests for different values of the Rayleigh number. Due to the large temperature and velocity gradients, a non-uniform grid in both  $x$ - and  $y$ -directions was adopted near the solid walls and a geometric progression function was used to diminish the control volume size near the walls. The grid dependence of the average Nusselt number, for  $\text{Ra}=10^5$  and

$\text{Pr}=1$ , is showed in Table 1. The comparison is made with the results presented by Chan and Tien (1985b) for the square open cavity. The mesh in parentheses represents the number of grid points inside the square cavity.

Table 1: Effect of mesh size.

Mesh	Nusselt	$m_{in}$	Nu (ref.)	$m_{in}$ ref.)
43×32 (11×11)	7.78	22.7		
53×42 (21×21)	7.71	21.6	7.69	21.1
63×52 (31×31)	7.70	21.3		

It may be noticed that when the number of grid points inside the cavity is increased from 21×21 to 31×31 the Nusselt number variation is less than 0.2%. In view of these results, a non-uniform grid with 21×21 grid points inside the cavity was adopted in the present work.

The numerical method was also validated by comparing the results with the calculations of Hortmann *et al.* (1990) for a closed thermal cavity with the side walls at different temperatures. The comparison revealed a very good agreement with deviation of about 0.5% for the average Nusselt number.

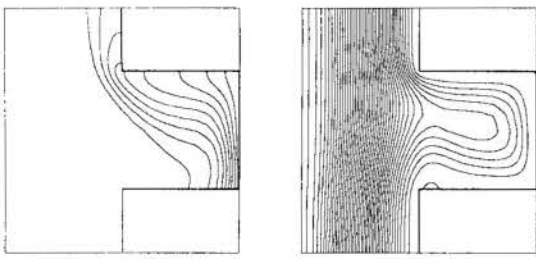
## RESULTS AND DISCUSSION

Numerical results were obtained for the value of the Prandtl number fixed at 1.0 and for the Rayleigh number ranging from  $10^3$  to  $10^7$ . The values of the ratio  $b/L=0.2, 0.5$  and  $1.0$  were also considered and, for the shrouding wall, two different boundary conditions were analyzed: the wall at the ambient temperature and the wall adiabatic.

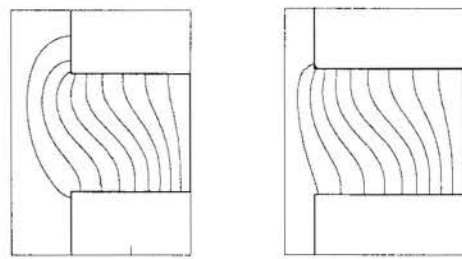
**Shrouding Wall at Ambient Temperature.** Contour maps showing isotherms and streamlines were plotted, dividing the physical domain in equally spaced values of temperature and streamfunction. Figure 2 shows, for  $\text{Ra}=10^4$ , the effect of the ratio  $b/L$  in the flow field and temperature distribution. Only the region near the open cavity is showed in the figures. As the shrouding wall gets closer to the open cavity, the circulation inside the cavity resembles the closed cavity with the side walls at different temperatures. The same happens to the temperature distribution. Flow rate  $M$  entering the channel (position  $y=0$ ) approaches zero and the circulation becomes restricted to the square cavity. This flow rate is showed in Fig. 3 as a function of the Rayleigh number and the ratio  $b/L$ . It may be noticed that, as the ratio  $b/L$  diminishes, the channel flow only occurs for high values of the Rayleigh number. For  $b/L=0.2$ , for instance, the channel flow only occurs for  $\text{Ra}=10^6$ .

Laminar natural convection is usually bounded by two limits: the conduction limit and the boundary layer regime, presented in Fig. 4. For the conduction limit, the temperature varies approximately in a linear way through the cavity, as illustrated in Fig. 4-a, for  $\text{Ra}=10^3$  and  $b/L=0.5 - 0.2$ . On the other hand, when the Rayleigh number increases, the cold fluid entering the cavity compresses the isotherms near the heated wall and thus, due to the large temperature gradients near the wall, a typical thermal boundary layer structure is present. The foregoing observations can be noticed in Fig. 4-b.

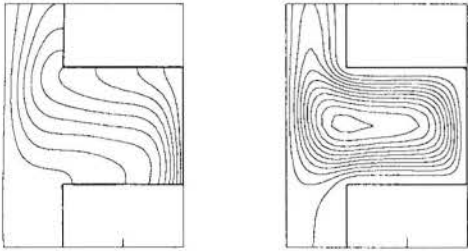
The Nusselt number variation as a function of the Rayleigh number is showed in Fig. 5. Increasing the ratio  $b/L$  the global Nusselt number approaches an upper bound, represented by the full line, corresponding to the open cavity without the shrouding wall. It can be noticed that, for  $b/L=1.0$ , the Nusselt number is very close to the open cavity without the shrouding wall.



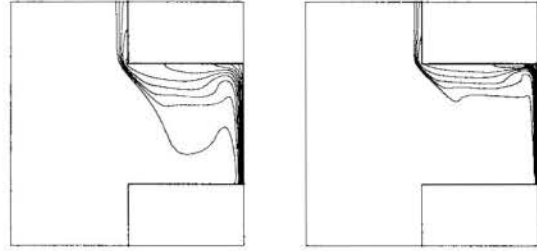
(a) Ratio  $b/L=1.0$ .



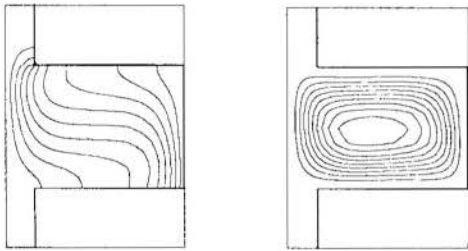
(a)  $Ra=10^3$ ,  $b/L=0.5-0.2$ .



(b) Ratio  $b/L=0.5$ .



(b)  $b/L=1.0$ ,  $Ra=10^6-10^7$ .



(c) Ratio  $b/L=0.2$ .

Figure 2: Isotherms and streamlines for  $Ra=10^4$ .

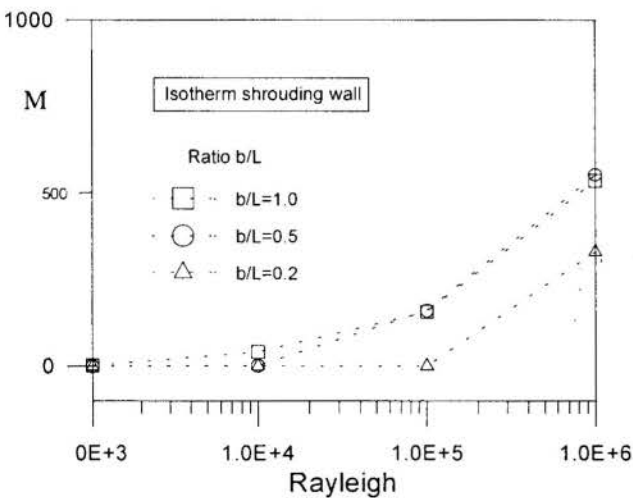


Figure 3: Channel flow rate  $M$  as a function of the Rayleigh number.

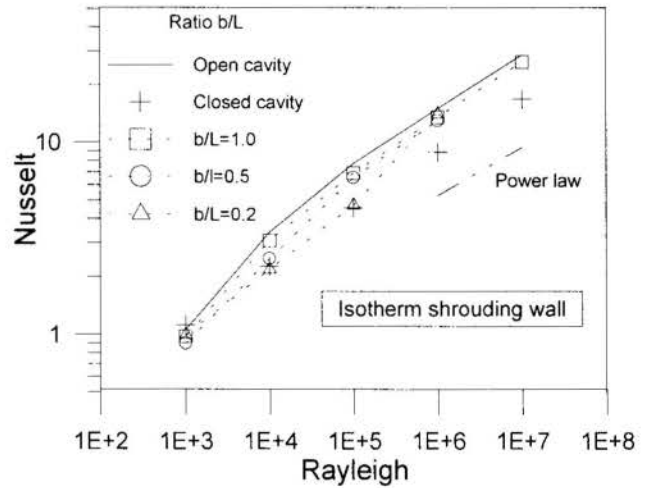


Figure 5: Nusselt number variation as a function of  $Ra$ .

For intermediate values of the Rayleigh number,  $Ra=10^4-10^5$ , the Nusselt number diminishes as the shrouding wall gets closer to the open cavity. The extreme values of the Rayleigh number,  $Ra=10^3$  and  $10^{6-7}$ , must be analyzed in a different way. The highest values correspond to the boundary layer regime, being approximately ruled by similar scales to that presented for natural convection in vertical plates in an infinite medium, expressed by the power law

$$Nu \propto Ra^{1/4} \quad (10)$$

as illustrated in Fig. 5. Actually, at higher values of the Rayleigh number, the Nusselt number for the open cavity approaches its value for the vertical wall in an infinite medium, as it was pointed

by Chan and Tien (1985b). At the low Rayleigh number,  $Ra=10^3$ , the heat transfer is conduction dominated and the Nusselt number is very close to that for pure conduction, which is, for a square cavity

$$Nu \cong \text{constant} \cong O(1) \quad (11)$$

The Fig. 5 also shows that, for  $b/L=0.2$  and  $Ra=10^4-10^5$ , the Nusselt number is practically the same when compared to the closed cavity, since the channel flow is insignificant (see Fig. 3) and the flow only occurs inside the open cavity. As the Rayleigh number increases, the channel flow establishes and the Nusselt number increases compared to the closed cavity.

**Adiabatic Shrouding Wall.** When the shrouding wall is kept adiabatic and the ratio  $b/L$  becomes small, the isotherms behavior is quite distinct of that observed for the shrouding wall at  $T_0$ . The pure conduction mode, even for moderate to high values of the Rayleigh number, becomes dominant, as showed in Fig. 6 for  $Ra=10^4$  and  $b/L=0.2, 0.5$  and  $1.0$ . In this case, this limit plays the same role that the closed cavity limit played for the shrouding wall at  $T_0$ . The analogy becomes more clear by observing the flow rate entering the channel, illustrated in Fig. 7. Comparing this figure with Fig. 3 (wall at  $T_0$ ), the similar behavior can be noticed and it suggests the existence of a critical Rayleigh number for which the fluid flows through the channel formed by the shrouding wall. To find out a criterion for this transition is difficult, but scale analysis can help the interpretation of the phenomenon. From the momentum equation, the balance between viscous force and buoyancy in the channel spaced by a distance  $b$  is

$$\mu \frac{v}{b^2} \cong \rho g \beta \Delta T \quad (12)$$

or, introducing the Rayleigh number based on the cavity height  $L$

$$v \cong Ra \left( \frac{b}{L} \right)^2 \frac{\alpha}{L} \quad (13)$$

Small velocities through the channel implies in

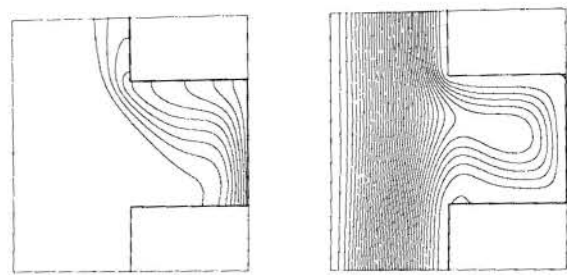
$$v \ll 1 \quad (14)$$

For air and human dimensions, the ratio  $\alpha/L$  is of order of  $10^4$  and, employing Eq. (13), the inequality expressed in Eq. (14) can be rewritten as

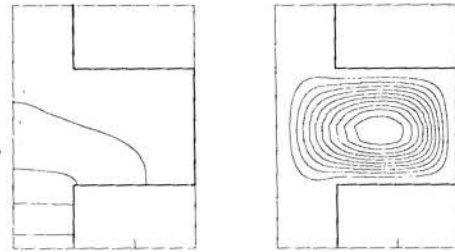
$$Ra \left( \frac{b}{L} \right)^2 \ll \frac{\alpha}{L} \cong 10^4 \quad (15)$$

This criterion divides, in a scale sense, the  $Ra - b/L$  domain in two regions characterized by: existence of significant channel flow and absence of fluid flow through the channel, being the flow restricted to the square cavity. Figure 8 shows this transition, for  $b/L=0.2$  and  $Ra=10^{5-6}$ , when the heat transfer mechanism changes from a pure conduction dominant mode to a natural convection mode. This natural convection mode is very similar to that presented for the shrouding wall at  $T_0$ . By comparing Figures 6-a and 2-a, it can be noticed that the isotherms and streamlines are very similar in spite of the boundary condition at the shrouding wall.

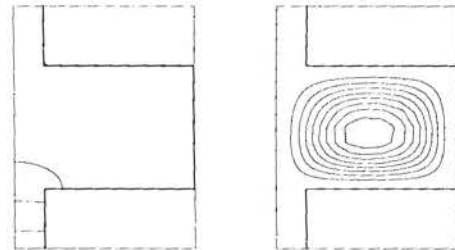
The  $Ra-b/L$  domain is represented in Fig. 9 and it can be



(a)  $b/L=1.0$



(b)  $b/L=0.5$



(c)  $b/L=0.2$

Figure 6: Isotherms and streamlines for  $Ra=10^4$ .

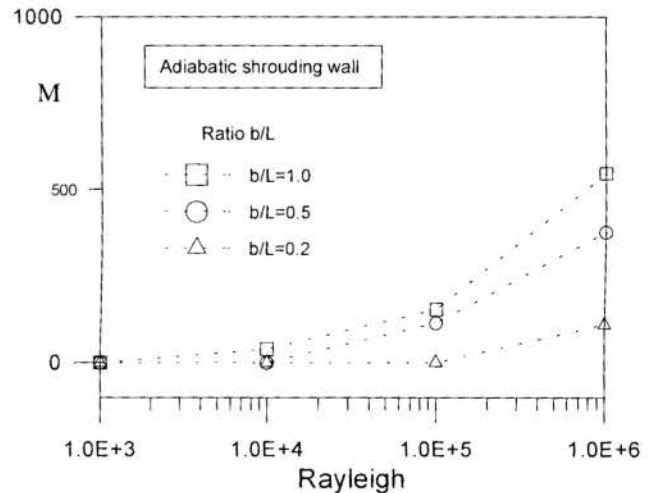
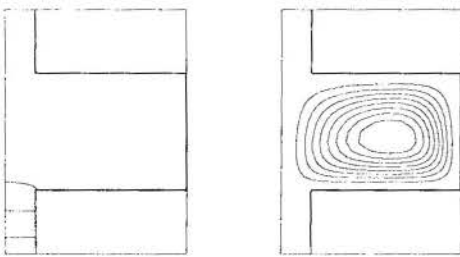
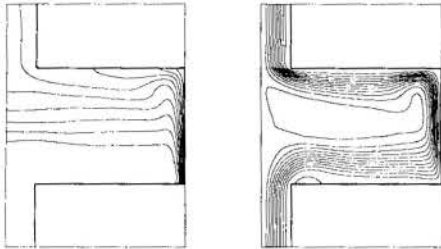


Figure 7: Channel flow rate  $M$  as a function of the Rayleigh number.





(a)  $Ra=10^5$ .



(b)  $Ra=10^6$ .

Figure 8: Isotherms and streamlines for  $b/L=0.2$ .

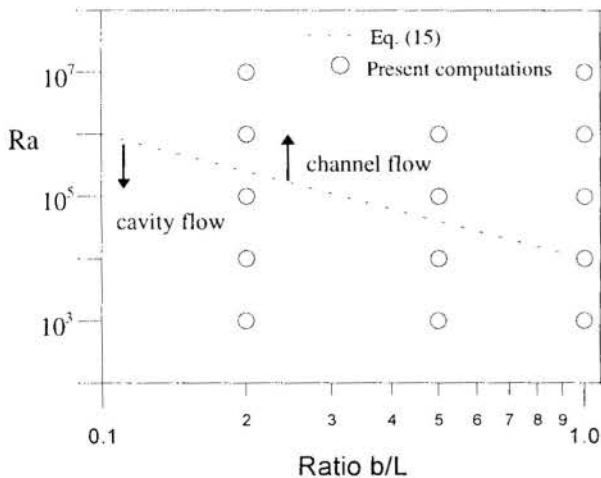


Figure 9:  $Ra \times b/L$  domain.

divided in two regions: the cavity flow and the channel flow regions.

The cavity flow region corresponds, for isothermal shrouding wall, to the closed cavity with the side walls at different temperatures, which includes the conduction limit for low values of the Rayleigh number. Otherwise, for adiabatic shrouding wall, it corresponds to the pure conduction limit, even for moderate values of the Rayleigh number.

The channel flow region is characterized by a similar behavior of isotherms and streamlines, for moderate values of the Rayleigh number, regardless of the boundary condition at the shrouding wall.

The Nusselt number variation as a function of the Rayleigh number is illustrated in Fig. 10. When channel flow is present and natural convection is dominant, the heat transfer, as in the case of

isotherm shrouding wall, is upper bounded by the open cavity without shrouding wall. In this region, the Nusselt number values are weakly sensitive to the boundary condition at the shrouding wall. For high values of the Rayleigh number, the Nusselt number obeys the same power law expressed in Eq. (10).

For the conduction limit the Nusselt number remains constant and the temperature field exhibits a stable thermal stratification along the channel formed by the shrouding wall. This stratification is mainly located in the region from the entrance ( $y=0$ ) up to the half channel height ( $y=5L/2$ ), since the upper region remains warm due to the boundary condition at the channel end. The overall heat transfer  $Q$  is of order of

$$Q \cong k b \frac{\Delta T}{(5L/2)} \quad (16)$$

and the Nusselt number becomes

$$Nu \cong \frac{2}{5} \left( \frac{b}{L} \right) \quad (17)$$

Equation (17) estimates the constant value of the Nusselt number, as a function of the ratio  $b/L$ , for the conduction limit with surprising precision. This result, however, must be analyzed with care and some caution is appropriate in applying this equation. The boundary condition for the fluid going out of the domain satisfy the upwind condition, assuming convection predominant. This assumption is dubious for low velocities and pure conduction mode.

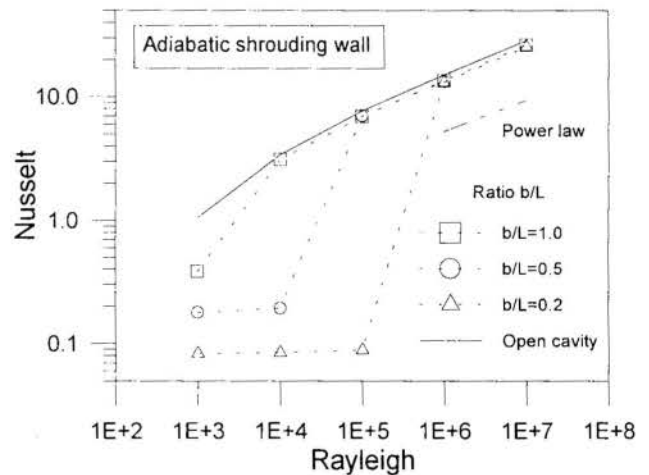


Figure 10: Nusselt number variation as a function of  $Ra$ .

## CONCLUDING REMARKS

The phenomenon of natural convection in a square open cavity has been studied numerically. The influence of a shrouding wall, forming a vertical open channel, has been analyzed for two different boundary conditions: the wall at the ambient temperature and the adiabatic wall.

Two regions were identified in the  $Ra - b/L$  domain: the channel flow and the cavity flow regions. When channel flow is present, the Nusselt number exhibits weak dependence of the boundary condition at the shrouding wall. However, when the flow is restricted to the square cavity, the heat transfer depends on the boundary condition at the shrouding wall. For isotherm

wall, the heat transfer resembles the closed cavity with the side walls at different temperatures; for the adiabatic wall, the heat transfer is ruled by pure conduction mechanisms.

As the ratio  $b/L$  increases, the cavity approaches the open cavity without the shrouding wall in spite of the boundary condition at this wall.

#### REFERENCES

Angirasa, D., Eggels, J. G. M. & Nieuwstadt, F. T. M., 1995, "Numerical Simulation of Transient Natural Convection from an Isothermal Cavity Open on a Side", *Numerical Heat Transfer, Part A*, vol. 28, pp.755-768.

Chan, Y. L. & Tien, C. L., 1985a, "A Numerical Study of Two-Dimensional Laminar Natural Convection in Shallow Open Cavities", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 28, pp.603-612.

Chan, Y. L. & Tien, C. L., 1985b, "A Numerical Study of Two-Dimensional Natural Convection in Square Open Cavities", *Numerical Heat Transfer*, vol. 8, pp. 65-80.

Hirt, C. W., Nichols, B. D. & Romero, N. C., 1975, "SOLA - Numerical solution algorithm for transient fluid flow", Los Alamos Laboratory, Report LA-5852.

Hortmann, M., Peric, M. & Scheuerer, G., 1990, "Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: bench-mark solutions", *Int. J. Numerical Methods in Fluids*, vol. 11, pp.189-207.

Humphrey, J. A. C. & To, W. M., 1986, "Numerical Simulation of Buoyant, Turbulent Flow-II. Free and Mixed Convection in a Heated Cavity", *Int. J. Heat Mass Transfer*, pp.593-610.

Penot, F., 1982, "Numerical Calculation of Two-Dimensional Natural Convection in Isothermal Open Cavities", *Numerical Heat Transfer*, vol. 5, pp.421-437.

## INFLUÊNCIA DO ESPAÇAMENTO NUMA SÉRIE DE PLACAS DE CIRCUITO IMPRESSO FORMANDO CANAIS VERTICAIS

Ana Cristina Avelar e Marcelo Moreira Ganzarolli  
 Departamento de Energia  
 Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP  
 13083-970 - Campinas - SP - Brasil

### RESUMO

*No resfriamento por convecção natural de canais verticais, para um aumento máximo de temperatura permitido, a quantidade de calor dissipada em um canal reduz-se com a redução da distância entre placas, porém, o número de placas aumenta. Isto sugere a existência de um espaçamento ótimo entre as placas que maximiza o calor dissipado por unidade de volume. Este trabalho verifica experimentalmente a existência desse espaçamento em uma série de canais verticais contendo resistores densamente distribuídos sobre uma parede. Realizaram-se testes com aquecimento uniforme variando-se a distância entre as placas e a potência de alimentação das mesmas.*

### INTRODUÇÃO

Devido a sua aplicação no resfriamento de componentes eletrônicos, existe na literatura um grande número de trabalhos numéricos e experimentais sobre resfriamento por convecção natural de canais verticais formados por placas isotérmicas ou sujeitas a fluxo de calor uniforme, aquecidos simétrica ou assimetricamente. A maioria dos estudos tratam de placas planas, sem elementos protuberantes.

Bar-Cohen e Rohsenow (1984) analisaram o resfriamento por convecção natural em um canal formado por placas planas isotérmicas e sujeitas à fluxo de calor uniforme. Consideraram-se as condições de aquecimento simétrico e assimétrico. Na região de entrada e em canais relativamente curtos, as camadas limites térmicas estão em evidência ao longo de cada placa, aproximando-se da situação limite de uma placa num meio infinito. O oposto ocorre em canais relativamente longos, onde ocorre a interferência das camadas limites próximo à região de entrada e o escoamento completamente desenvolvido prevalece ao longo de todo o canal. Combinando relações para o número de Nusselt para as duas situações limites, Bar-Cohen e Rohsenow (1984) obtiveram correlações aplicáveis a uma faixa completa de razão de aspecto  $L/d$ . Um espaçamento ótimo, para as diferentes condições térmicas analisadas, foi deduzido a partir das correlações obtidas. Amand et al. (1992) determinaram numericamente o espaçamento ótimo entre duas placas planas paralelamente dispostas para as condições de fluxo de calor uniforme e de paredes isotérmicas. O escoamento e a distribuição de temperatura foram calculados utilizando-se o método de diferenças finitas e a forma parabólica das equações de conservação. Marrone e Campo (1996) analisaram numericamente a transferência de calor em um canal vertical formado por duas placas planas uniforme e simetricamente aquecidas, resfriadas por convecção natural. Utilizou-se um domínio computacional compreendendo dois subdomínios: o domínio físico entre as placas e dois reservatórios retangulares localizados nas extremidades do canal. As equações de Navier-Stokes e da energia na forma elíptica foram resolvidas numericamente no domínio composto com base no método de diferenças finitas.

A maioria dos estudos sobre convecção natural em canais encontrados na literatura refere-se a canais formados por placas lisas. No presente estudo verifica-se experimentalmente a existência de um espaçamento ótimo em uma série de 7 placas

de fibra de vidro formando canais verticais abertos, contendo resistores densamente distribuídos sobre uma parede, resfriados por convecção natural. Comparado-se os resultados experimentais com os resultados de Bar-Cohen e Rohsenow(1984), verificou-se boa concordância utilizando-se uma distância efetiva entre as placas igual ao valor obtido subtraindo-se a altura dos resistores da distância entre as placas. Esta aproximação foi utilizada por Fujii et al (1994), que investigou numérica e experimentalmente a convecção natural em canais verticais formados por uma série de 5 placas planas paralelas possuindo uma superfície uniformemente aquecida.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Utilizou-se uma série de 7 placas de fibra de vidro de 1.6mm de espessura contendo 171 resistores densamente distribuídos sobre sua superfície de 340x365mm. As placas foram acomodadas em uma estrutura metálica utilizada em equipamentos de telecomunicações, que permite alterar o espaçamento entre as placas, e alimentadas eletricamente através de variavolts. O aparato experimental está representado na Figura (1).

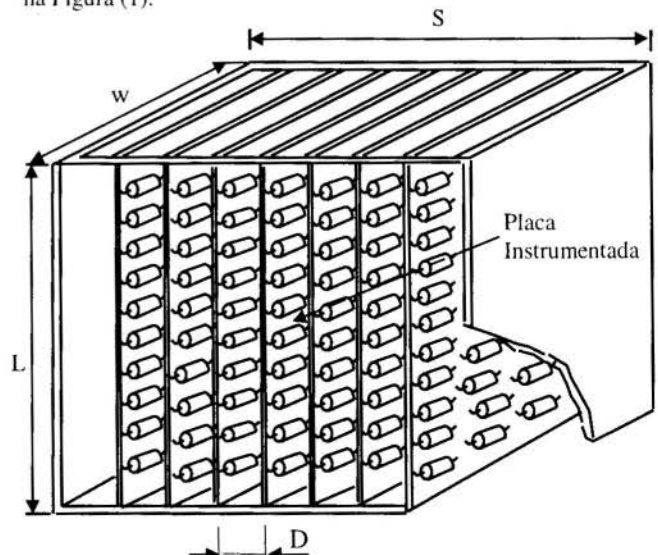


Figura 1 - Aparato experimental.

A Figura 2 representa uma placa de circuito impresso utilizada nesta análise.

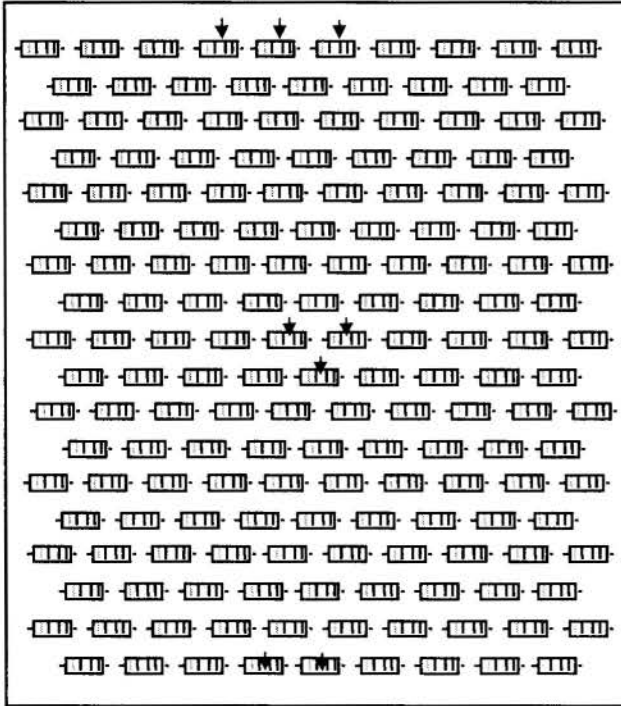


Figura 2 - Placa de circuito impresso.

Realizaram-se testes para as distâncias entre placas  $D = 10, 15, 20, 30, 35$  e  $45$  mm. Foram realizados também testes utilizando-se uma única placa. Para todos os espaçamentos analisados foram testadas as potências  $Q = 20, 25, 30, 35, 40$  e  $45$  W. As bordas laterais dos canais foram isoladas, permanecendo apenas as extremidades superior e inferior abertas para o ambiente.

Foram tomadas medidas de temperatura nos resistores indicados por setas na Figura 2 utilizando-se termopares AWG 36 Tipo T, que foram fixados na superfície dos componentes.

Para maior confiabilidade das medidas, cuidados especiais foram tomados no procedimento de fixação. Utilizando-se uma micro-retífica fez-se um pequeno furo na superfície dos resistores, que receberam uma fina camada de pasta térmica para reduzir a resistência de contato, e o termopar foi colado na superfície. O furo realizado para fixação dos termopares não comprometeu desempenho dos resistores. Como indicado na Figura 1, apenas a placa central foi instrumentada.

## ANÁLISE TEÓRICA

Combinando-se as expressões para o número de Nusselt para as situações limites de uma placa num meio infinito e de escoamento completamente desenvolvido num canal Bar-Cohen e Rohsenow (1984) obtiveram correlações aplicáveis a uma faixa completa de razão de aspecto  $L/d$ . A geometria analisada está representada na Figura 3.

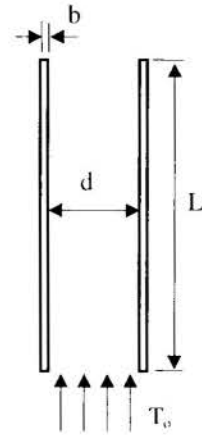


Figura 3 - Canal vertical formado por placas planas, configuração analisada por Bar-Cohen e Rosenow (1984).

Para um canal formado por placas sujeitas à fluxo de calor uniforme, com base na temperatura do ar na entrada do canal e no comprimento do canal,  $L$ , foi proposta a seguinte correlação para o número de Nusselt:

$$Nu_{o,t} = \left[ \left( \frac{48}{Ra''} \right) + \left( \frac{2.51}{Ra''^{0.4}} \right) \right]^{0.5} \quad (1)$$

onde o número de Rayleigh modificado do canal,  $Ra''$  é definido por:

$$Ra'' = \frac{\rho^2 g \beta c_p d^5 q''}{\mu L k^2} \quad (2)$$

Utilizando-se a definição para o número de Nusselt:

$$Nu_{o,t} = \left[ \frac{q''}{T_{w,t} - T_0} \right] \frac{d}{k} \quad (3)$$

onde  $q''$  é dado por:

$$q'' = \frac{Q}{2LW} \quad (4)$$

e reescrevendo-se a Eq. (1), obtém-se a seguinte correlação para a diferença de temperatura na saída do canal:

$$\Delta T_L = \frac{q'' d}{k} \left[ \left( \frac{48}{Ra''} \right) + \left( \frac{2.51}{Ra''^{0.4}} \right) \right]^{0.5} \quad (5)$$

Assim, quando a temperatura máxima permitida e o fluxo de calor são especificados, a distância entre placas requisitada pode ser determinada utilizando-se a Eq. (5).

Alternativamente, quando apenas o fluxo de calor é especificado pode ser interessante determinar a distância entre placas que fornece a temperatura mais baixa possível. Ou seja, uma distância entre placas,  $d_{max}$ , grande o suficiente para evitar a interferência das camadas limites, o que ocorre quando  $Ra''$  é aproximadamente igual 17000 (Bar-Cohen e Rohsenow, 1984).

Em uma série de canais verticais o calor total dissipado pode ser maximizado aumentando o máximo possível o número



de placas, o que nem sempre é viável, pois na maioria das aplicações a temperatura deve ser mantida abaixo de um valor crítico. Portanto, é importante definir um espaçamento ótimo,  $d_{opt}$ , que fornece a máxima dissipação de calor por unidade de volume e de diferença de temperatura.

O calor total dissipado por uma série de placas verticais é dado por:

$$Q_T = (2LW\Delta T_o)(n) \left( \frac{Nu_o k}{d} \right) \quad (6)$$

onde o número de placas,  $n$ , é definido por:

$$n = \frac{S}{d+b} \quad (7)$$

Utilizando-se a Eq. (1) para calcular  $Nu_{o,L}$  na Eq. (6) e diferenciando-se a equação resultante em relação a  $d$ , obtém-se a seguinte equação para  $d_{opt}$ :

$$\left( \frac{12}{R}d - \frac{3.76d^4}{R^{0.4}} + \frac{36}{R}b \right)_{opt} = 0 \quad (8)$$

onde,

$$R = \frac{c_p \rho^2 g \beta q''}{\mu L k^2} \quad (9)$$

Os resultados experimentais obtidos no presente estudo foram comparados com os resultados de Bar-Cohen e Rohsenow (1984), supondo-se que a largura do canal é igual a uma distância efetiva,  $d_{ef}$ , obtida subtraindo-se a altura dos resistores e a espessura da placa da distância entre placas, ou seja:

$$d_{ef} = D - (p + e) \quad (10)$$

Utilizando-se a mesma notação empregada por Bar-Cohen e Rohsenow (1984), o parâmetro  $b$ , que representa a espessura da placa passa a ser:  $b = e + p$ . Na Figura 4 está representada a aproximação utilizada.

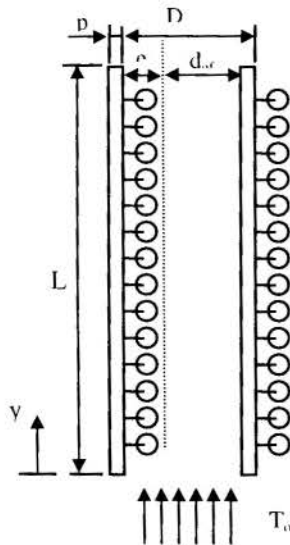


Figura 4 - Canal formado por placas de circuito impresso, configuração analisada no presente estudo.

Esta suposição é plausível uma vez que os resistores estão densamente distribuídos sobre a superfície das placas.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na Figura 5 estão apresentados os resultados experimentais da sobretemperatura dos resistores na saída do canal para todas as potências e distância entre placas testadas.

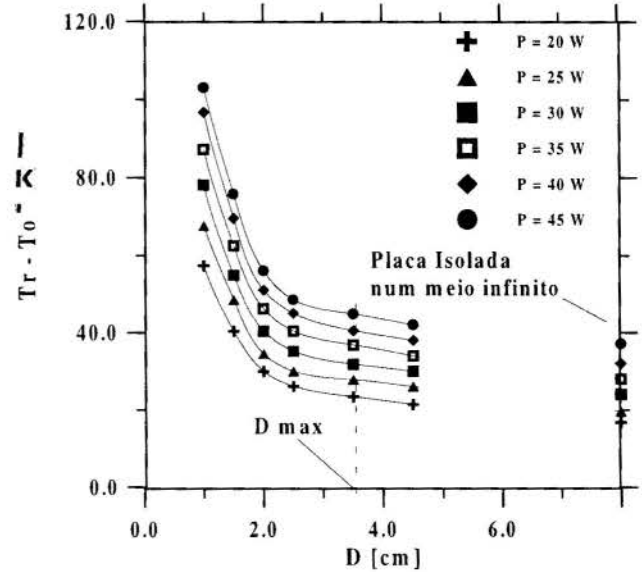


Figura 5 - Sobretemperatura dos resistores na saída do canal.

Na Figura 6 estão apresentados os valores de sobretemperatura dos resistores localizados no centro da placa.

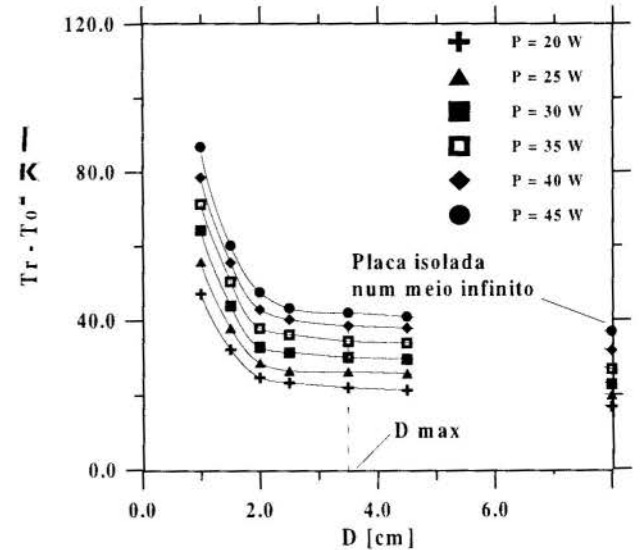


Figura 6 - Sobretemperatura dos resistores no centro do canal.

Podem-se observar nas Figuras 5 e 6 uma rápida redução da temperatura atingida pelo resistor com o aumento do espaçamento até a distância  $D = 2.5$  cm, aproximadamente. Para valores de  $D$  maiores que 3.5 cm verifica-se pequenas variações na temperatura com o aumento da distância entre placas. O perfil de temperatura no canal aproxima-se daquele de uma placa num meio infinito, onde não há mais interferência das camadas limites se que desenvolvem nas superfícies das placas, e o número de Nusselt para uma placa num meio

infinito prevalece ao longo da superfície da placa. Calculando-se  $D_{max}$  para todas as potências testadas através da equação:

$$Nu_{0,L} = 0.99 Nu_{placa \text{ meio inf.}} \quad (11)$$

onde,

$$Nu_{placa \text{ meio inf.}} = 0.63(Ra'')^{1/5} \quad (12)$$

e utilizando-se a aproximação de  $d = d_{ef}$  obteve-se um valor médio igual 3.3 cm, muito próximo do valor verificado experimentalmente.

Pode-se verificar, também na Figura 6, que o perfil de temperatura é semelhante ao verificado na Figura 5, porém os valores de temperatura são inferiores aos atingidos na saída do canal, o que ocorre devido ao movimento ascendente do ar quente no canal.

Nas Figuras 7 e 8 são comparados os valores teóricos obtidos utilizando-se a distância efetiva  $d_{ef}$  na Eq. (5) e experimentais da sobretemperatura dos resistores na saída do canal para as potências de 20 e 40W respectivamente.

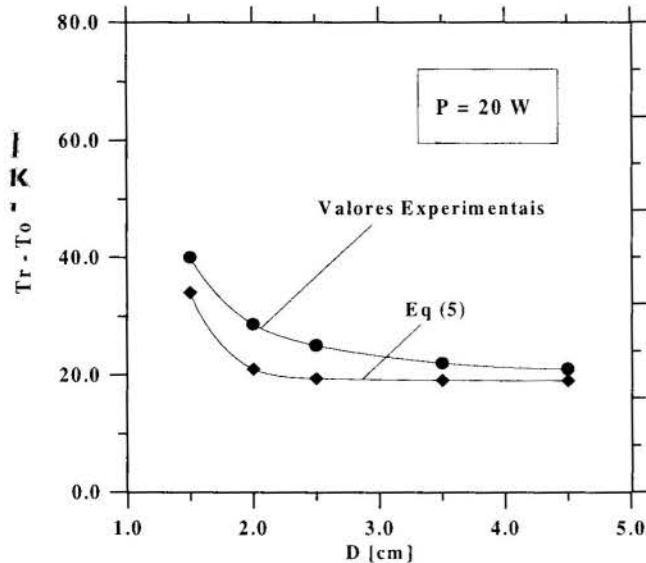


Figura 7 - Sobretemperatura dos resistores na saída do canal P = 20 W.

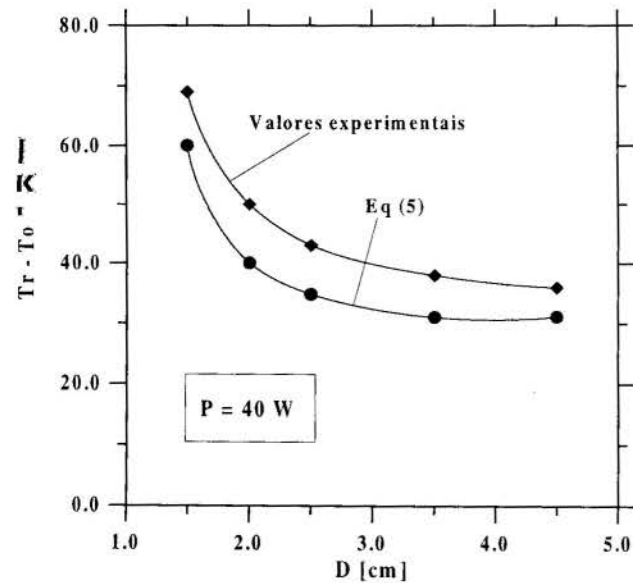


Figura 8 - Sobretemperatura dos resistores na saída do canal P = 40 W.

As diferenças entre os resultados teóricos e experimentais ocorrem porque, embora os resistores estejam densamente distribuídos sobre a superfície das placas, trata-se de uma situação de aquecimento discreto, ao contrário das placas planas uniformemente aquecidas, consideradas por Bar-Cohen e Rohsenow (1984). Os valores mais elevados de temperatura ocorrem justamente na superfície dos resistores, onde foram tomadas as medidas de temperatura.

Quando  $D = 1$  cm, a distância efetiva torna-se muito pequena, razão de aspecto 1/360, o que faz com que a temperatura obtida através da Eq. (5) seja um valor extremamente alto, portanto esta aproximação não é conveniente neste caso, sendo necessário utilizar uma modelagem que considere a presença dos resistores. Avelar (1997) analisou numericamente e experimentalmente a transferência de calor por convecção natural em uma geometria semelhante à analisada no presente estudo. Foi proposta uma modelagem capaz de prever a distribuição de temperatura em pontos significativos nos canais e placas em função da potência dissipada e da distância entre as placas. Considerou-se uma série de 5 canais verticais contendo resistores esparsamente distribuídos sobre uma superfície.

Na Figura 9 está representado o calor total dissipado num canal por unidade de volume para as sobretemperaturas de 40 e 50°C.

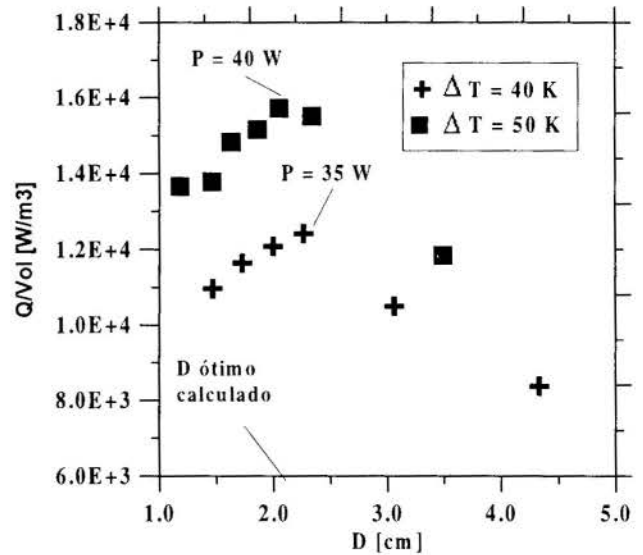


Figura 9 - Calor dissipado num canal por unidade de volume.

O gráfico acima foi construído a partir da Figura 5. Para valores fixos de sobretemperaturas, 40 e 50°C, em todas as curvas de potência constante identificou-se a distância entre placas que fornece a diferença de temperatura especificada; cada potência foi dividida por esta distância e pela área superficial da placa, ou seja, pelo volume do canal formado:

$$Vol = LWD \quad (13)$$

Teoricamente, através das Eqs. (5) e (8), considerando-se  $d = d_{ef}$  e  $b = p + e$ , para os valores especificados de sobretemperatura, obteve-se  $D_{ótimo} = 2.04$  cm e  $Q = 35$  W para a sobretemperatura de 40°C e  $D_{ótimo} = 2.0$  cm e  $Q = 45$  W para 50°C. Estes valores estão muito próximos dos resultados experimentais apresentados na Figura 9,  $D_{ótimo} = 2.5$  cm e  $Q = 35$  W para 40°C e  $D_{ótimo} = 2.1$  cm e  $Q = 40$  W para 50°C.

Embora a aproximação utilizada não tenha sido capaz de prever precisamente a temperatura atingida pelos resistores o

espaçamento ótimo, item importante do ponto de vista de controle térmico, foi determinado com boa precisão.

## CONCLUSÕES

Verificou-se que em uma série de canais verticais contendo resistores densamente distribuídos sobre uma parede, utilizando-se relações obtidas por Bar-Cohen e Rohsenow (1984) para canais verticais formados por placas planas uniformemente aquecidas, não foi possível determinar com precisão a temperatura dos resistores, pois, embora os resistores tenham sido densamente distribuídos na superfície das placas, trata-se de uma situação de aquecimento discreto. Entretanto, foi determinado com boa precisão o espaçamento ótimo, a distância entre placas que permite a maior dissipação de calor volumétrica por unidade de diferença de temperatura. Neste estudo considerou-se uma distância efetiva entre placas obtida subtraindo-se a altura dos resistores e a espessura da placa do espaçamento entre placas.

## REFERÊNCIAS

ANAND, N. K., KIM, S. H., FLETCHER, L. S., 1996, "The effect of plate spacing on free convection between heated parallel plates", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 118, pp. 56-64, february.

## O PROBLEMA DE GRAETZ PARA TUBOS CURVOS COM RAIO DE CURVATURA IRRESTRITO.

**Luiz F. M. de Santana, Nísio C. Lobo Brum**  
PEM/COPPE/UFRJ

Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Caixa Postal 68503, CEP - 21945-970, Rio de Janeiro - RJ - Brasil

### RESUMO

*O primeiro problema de Graetz para tubos curvos é resolvido para o escoamento totalmente desenvolvido, de fluido Newtoniano, incompressível, com propriedades termofísicas consideradas constantes. A usual simplificação utilizada, pequenas razões de curvatura ( $\lambda$ ), é removida resolvendo-se o problema para a geometria toroidal agora de forma irrestrita. O método de solução para o campo de velocidades e temperaturas, consiste na discretização das equações da Energia através do uso das diferenças finitas e posterior solução através do Método Implícito das Direções Alternadas (ADI). Os resultados para o campo de temperatura são avaliados em função do número de Dean, Prandtl e Graetz.*

### INTRODUÇÃO

A utilização de tubos curvos envolve muitos problemas relacionados à mecânica dos fluidos, à transferência de calor e massa e reações químicas em geral. Eles são largamente empregados em trocadores de calor por possibilitarem configurações compactas e com alta efetividade térmica.

O estudo do escoamento e transferência de calor nesta geometria ainda é objeto de grande interesse, face aos inúmeros aspectos fenomenológicos e matemáticos incluídos em sua análise, tais como as oscilações no número de Nusselt na região de entrada térmica, o retardo na transição para o escoamento turbulento em relação ao tubo reto e a descrição do escoamento e transferência de calor numa geometria não-ortogonal, quando o desenvolvimento do helicóide é considerado.

Este trabalho visa analisar o escoamento e a transferência de calor em tubos curvos para altos valores da razão de curvatura, considerando-se um ampla faixa dos números de Dean e Prandtl. A maior parte dos trabalhos disponíveis na literatura parte de um modelo que restringe os valores da razão de curvatura a valores próximos de zero. Além do interesse analítico na verificação do comportamento de um modelo mais abrangente ressalte-se que muitas aplicações desta geometria apresentam razões de curvatura elevadas tornando nestes casos discutível a aplicação da hipótese mencionada acima.

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.

O Escoamento. As revisões apresentadas por Berger et al. (1983) e Brum (1988) para o escoamento em tubos curvos praticamente cobrem o problema para o escoamento. De interesse particular são os trabalhos de Dean (1927, 1928), onde é identificado o parâmetro de similaridade dinâmica  $Re\lambda^{1/2}$ , hoje denominado número de Dean. Este parâmetro avalia a intensidade do escoamento secundário gerado pelas forças centrífugas. A técnica de perturbação, utilizada inicialmente por Dean, foi ao lado dos trabalhos experimentais, a abordagem

clássica ao problema do escoamento e transferência de calor em tubos curvos até o final da década dos 60.

A seguir as soluções numéricas passaram a ser mais utilizadas, visto que as técnicas de perturbação são insuficientes para resolver o problema para números de Dean maiores do que 16, mas uma grande parte destes trabalhos utiliza as equações do modelo de Dean que pressupõe  $\lambda \ll 1$ . A primeira solução numérica para o escoamento, com razões de curvatura irrestritas, deve-se a Austin e Seader (1973) e Rabadi et al. (1979) este último sendo responsável pela aceleração do processo de convergência, extraordinariamente lento no esquema proposto por Austin..

Os trabalhos mais importantes realizados a partir da década de 80 tratam da solução do sistema helicoidal relacionando os resultados obtidos com o passo do helicóide. O trabalho de Liu e Masliyah (1993) apresenta uma boa revisão sobre sistemas helicoidais.

Transmissão de Calor. O problema clássico de Graetz consiste na determinação e desenvolvimento do perfil de temperatura ao longo de um tubo aquecido ou resfriado para escoamento laminar e completamente desenvolvido de um fluido incompressível e com propriedades termofísicas constantes.

A primeira solução para o problema de Graetz em tubos curvos deve-se a Weissman e Mockros (1968) em estudos sobre a difusão de oxigênio no sangue.

Um trabalho importante para o estudo do problema de Graetz em tubos curvos deve-se a Dravid et al. (1971). Utiliza o modelo de camada limite para o escoamento e apresenta a primeira solução numérica (método ADI) para o problema, embora restrito a  $DE = 225$  e razão de curvatura  $\ll 1$ . Os autores reportam oscilações do número de Nusselt na região de desenvolvimento e propõem um modelo físico para sua explicação. Foi desenvolvido um modelo experimental, porém relatam uma discrepância entre as fases das oscilações do resultado numérico e experimental.

Outro trabalho referencial para o problema de Graetz é o de Akyiama e Cheng (1974), onde também são reportadas as oscilações no número de Nusselt embora tenham achado que o fenômeno devia-se a problemas numéricos.



Brum (1988) resolve o problema de Graetz para a geometria toroidal irrestrita, porém não apresenta resultados para razões de curvatura elevadas.

Neste estudo resolve-se o problema utilizando a geometria toroidal irrestrita, estendendo o trabalho de Brum (1988) para razões de curvatura até 0,9, para vários números de Dean e Prandtl.

### A TÉCNICA DE SOLUÇÃO.

O Sistema de Coordenadas. A solução do campo de velocidades é obtida escrevendo-se o sistema de Navier-Stokes para, o sistema de coordenadas ortogonal toroidal. Geometricamente este sistema é capaz de descrever um tubo de raio  $R$ , o qual é encurvado em torno de um eixo de referência distando de  $R_c$  do centro do tubo.  $R_c$  é denominado raio de curvatura do toróide. As coordenadas de um ponto neste sistema são dadas em função de  $\psi$ ,  $r$  e  $\theta$ . Neste sistema,  $\psi$  representa a posição angular da seção transversal em relação ao eixo de referência e  $r$  e  $\theta$  as coordenadas polares de um ponto pertencente a esta seção. O raio de curvatura  $R_c$  e as coordenadas são normalizados em relação ao comprimento característico  $R$ , o raio do tubo. A fig. 1 representa a geometria do sistema.

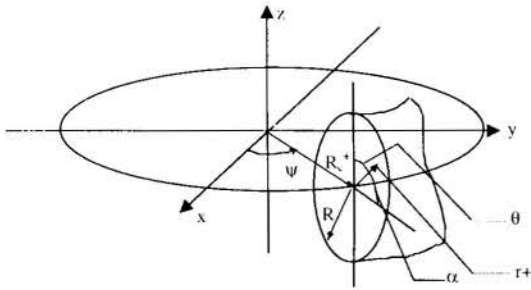


Figura 1 - Sistema de Coordenadas Ortogonal Toroidal.

Sistemas de Equações. O equacionamento segue o modelo proposto por Austin e Seader (1973) e Rabadi et al. (1979). As equações de Navier-Stokes são escritas no contexto vorticidade-função corrente, formando três equações elípticas de segunda ordem nas variáveis  $\omega_\psi$ ,  $V_\psi$  e  $S$ , respectivamente o componente axial da vorticidade, o componente axial da velocidade e a função corrente, apresentando dois parâmetros de entrada: o raio de curvatura  $R_c$  e o gradiente de pressão  $dP/d\psi$ . As equações são dadas por:

$$\omega_\psi = \left[ \frac{1}{rh_\psi} - \frac{\sin\theta}{h_\psi^2} \right] \frac{\partial S}{\partial r} + \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial^2 S}{\partial r^2} - \frac{\cos\theta}{rh_\psi^2} \frac{\partial S}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2 h_\psi} \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} \quad (1)$$

$$A_\psi V_\psi + B \frac{\partial V_\psi}{\partial \theta} + C \frac{\partial V_\psi}{\partial r} - \frac{\partial^2 V_\psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_\psi}{\partial \theta^2} = - \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial P}{\partial \psi} \quad (2)$$

$$A_\omega \omega_\psi + B \frac{\partial \omega_\psi}{\partial \theta} + C \frac{\partial \omega_\psi}{\partial r} - \frac{\partial^2 \omega_\psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega_\psi}{\partial \theta^2} = D_\omega \quad (3)$$

Estas equações são adimensionalizadas pelas seguintes relações:

$$\nabla = R \nabla^* \quad (4)$$

$$V_\psi = \frac{R V_\psi^+}{v} \quad (5)$$

$$P = \frac{R^2 p^+}{\rho v^2} \quad (6)$$

$$r = \frac{r^+}{R} \quad (7)$$

$$R_c = \frac{R_c^+}{R} \quad (8)$$

Os valores com o símbolo “+” são valores dimensionais.

As equações (1), (2) e (3) apresentam alguns grupamentos, os quais são fornecidos abaixo:

$$h_\psi = R_c + r \sin\theta \quad (9)$$

$$A_\psi = \frac{1}{h_\psi^2} \left[ 1 + \cos\theta \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r} \frac{\partial S}{\partial \theta} \right] \quad (10)$$

$$B = \frac{1}{rh_\psi} \left[ \frac{\partial S}{\partial r} - \cos\theta \right] \quad (11)$$

$$C = - \left[ \frac{1}{r} + \frac{\sin\theta}{h_\psi} + \frac{1}{rh_\psi} \frac{\partial S}{\partial \theta} \right] \quad (12)$$

$$A_\omega = \frac{1}{h_\psi^2} \left[ 1 - \cos\theta \frac{\partial S}{\partial r} + \frac{\sin\theta}{r} \frac{\partial S}{\partial \theta} \right] \quad (13)$$

$$D_\omega = \frac{2V_\psi}{h_\psi} \left[ \cos\theta \frac{\partial V_\psi}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r} \frac{\partial V_\psi}{\partial \theta} \right] \quad (14)$$

Condições de Contorno. Devido a simetria do problema, foi analisada apenas a metade da seção transversal do tubo. Esta seção foi dividida em uma malha igualmente espaçada nas direções  $r$  e  $\theta$  formando uma malha de  $NN \times NN$  nós. A região computacional é mostrada na figura 2.

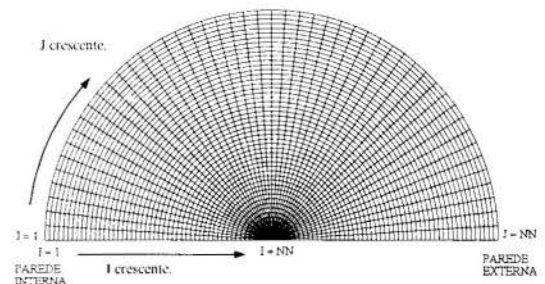


Figura 2 – A região computacional.

Distinguem-se nesta região 5 sub-regiões que formam o conjunto da figura:

- 1 – Os pontos internos ( $2 \leq I \leq NN-1, 2 \leq J \leq NN-1$ );
- 2 – A parede ( $I = 1, 1 \leq J \leq NN$ );
- 3 – O raio esquerdo ( $1 \leq I \leq NN-1, J = 1$ );
- 4 – O raio direito ( $1 \leq I \leq NN-1, J = NN$ );
- 5 – O ponto central ( $I = NN, 1 \leq J \leq NN$ );

As seções 2, 3, 4 e 5 formam o contorno da fig. 2, as quais apresentam como condições para as variáveis de cálculo às fornecidas na Tabela 1.

Tabela 1 – Condições de Contorno para o Campo de Velocidades.

Variável	Seção 2	Seção 3	Seção 4	Seção 5
$V_\psi$	0	$\frac{\partial V_\psi}{\partial \theta} = 0$	$\frac{\partial V_\psi}{\partial \theta} = 0$	$\frac{\partial V_\psi}{\partial r} \Big _{\theta=0} = 0$
S	0	0	0	0
$\omega_\psi$	$\frac{1}{h_\psi} \frac{\partial^2 S}{\partial r^2} = \omega_\psi$	0	0	0

**O Método ADI.** Na década de 50 Peaceman e Rachford (1955) e Douglas e Rachford (1956), desenvolveram uma nova família de métodos implícitos para a solução de equações parabólicas e elípticas, onde as direções de cálculo são alternadas. Estes métodos são conhecidos como ADI (Alternating Direct Implicit) ou Método Implícito das Direções Alternadas.

A discretização em diferenças finitas das equações diferenciais parciais, foi feita utilizando-se diferenças centradas em substituição às derivadas primeira e segunda.

A velocidade axial e do componente axial da vorticidade são resolvidas via método ADI. A função corrente é resolvida via técnica de relaxação, através da solução da Eq. (1).

A solução das equações de movimento propostas por Austin e Seader (1973), via técnica ADI, pode ser vista em Rabadi et al. (1979).

**Critério de Parada.** O programa termina sua execução quando os erros relativos das três grandezas calculadas forem menores do que  $1 \times 10^{-5}$ . O critério de parada é descrito por,

$$\frac{\|\phi_{i,j}^{k+1} - \phi_{i,j}^k\|}{\|\phi_{i,j}^{k+1}\|} < 1 \times 10^{-5} \quad (15)$$

Os pontos  $\phi_{i,j}$  representam todos os pontos do domínio de cada grandeza calculada.

**O Problema Térmico.** Considere-se um fluido a temperatura uniforme ( $T_i$ ) escoando no interior de um tubo curvo, cuja parede mantém-se a mesma temperatura  $T_i$  do tubo. A partir de uma dada seção ( $\psi = 0$ ), supondo o escoamento já desenvolvido, a temperatura da parede passa a ser  $T_o \neq T_i$ , ocorrendo então um processo de transmissão de calor por convecção forçada, sendo o sentido do fluxo definido pelos valores relativos de  $T_o$  e  $T_i$ .

Esta equação encontra-se adimensionalizada e é apresentada para o sistema de coordenadas ortogonal, juntamente com as condições de contorno.

O sistema de coordenadas já apresentado na fig. 1, sendo o ângulo da seção o ângulo  $\alpha$  e não mais  $\theta$ .

$$\frac{w}{\left(\frac{1}{\lambda} + r \cos \alpha\right)} \frac{\partial \Theta}{\partial \psi} = -u \frac{\partial \Theta}{\partial r} - \frac{v}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial \alpha} + \frac{1}{P_r} \nabla^2 \Theta \quad (16)$$

$$\nabla^2 \Theta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \left( \frac{1}{r} + \frac{\cos \alpha}{\left(\frac{1}{\lambda} + r \cos \alpha\right)} \right) \frac{\partial \Theta}{\partial r} - \frac{\sin \alpha}{r \left(\frac{1}{\lambda} + r \cos \alpha\right)} \frac{\partial \Theta}{\partial \alpha} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \alpha^2} \quad (17)$$

$$u = -\frac{1}{r h_\psi} \frac{\partial S}{\partial \theta} \quad (18)$$

$$v = \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial S}{\partial r} \quad (19)$$

$$\Theta = \frac{(T - T_o)}{(T_i - T_o)} \quad (20)$$

sujeita à condição inicial

$$\psi = 0, \quad 0 < r < 1, \quad 0 \leq \alpha \leq \pi \quad \Theta = 1 \quad (21)$$

e às condições de contorno

$$r = 1 \quad 0 \leq \psi \leq \infty, 0 \leq \alpha \leq \pi \quad \Theta = 0 \quad (22)$$

$$r \rightarrow 0 \quad 0 \leq \psi \leq \infty, 0 \leq \alpha \leq \pi \quad \frac{\partial \Theta}{\partial r} \rightarrow 0 \quad (23)$$

$$\alpha = 0 \quad 0 \leq \psi \leq \infty, 0 < r \leq 1 \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \alpha} = 0 \quad (24)$$

$$\alpha = \pi \quad 0 \leq \psi \leq \infty, 0 < r \leq 1 \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \alpha} = 0 \quad (25)$$

A malha computacional é idêntica, porém o ponto central possui agora coordenadas (1,1), parede (NN,J), raio esquerdo (1,NN) e raio direito (I,1)

Os componentes  $u, v$  e  $w$  são respectivamente relativos à direção radial, angular e axial do toróide.

A solução do problema térmico foi obtida através da discretização em diferenças finitas com operadores diferença central em substituição às derivadas. As equações discretizadas foram resolvidas via método ADI. Foram utilizadas malhas de 51 x 51 pontos.

## RESULTADOS

São apresentados abaixo resultados relativos ao campo de velocidades e de temperaturas para o problema. Naturalmente o enfoque maior será dado ao campo de temperaturas.

**Fator de Atrito.** A relação entre fatores de atrito para o tubo curvo ( $f_c$ ) e o tubo reto ( $f_s$ ) de mesmo diâmetro pode ser obtida pela relação de vazões volumétricas. Então:

$$\frac{f_c}{f_s} = \frac{Q_s}{Q_c} = \frac{\pi R c}{4 \int_0^\pi \int_0^1 V_\psi r dr d\theta} \quad (26)$$

A fig. 3 mostra o fator de atrito como função da razão de curvatura, para números de DEAN entre 100 e 1000.

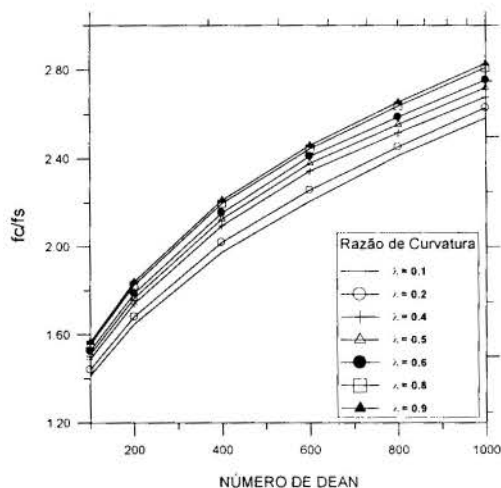


Figura 3 – Fator de atrito para várias razões de curvatura.

**Campo de Velocidades.** As figuras 4 a 7 mostram os campos de velocidade axial obtidos para razões de curvatura  $\lambda$  de 0.1 e 0.9 e números de Dean iguais a 100 e 400. Nota-se que o aumento da curvatura e o aumento do número de Dean acarretam um forte gradiente próximo à parede externa, além do deslocamento do ponto de velocidade máxima. Quando o tubo é reto este ponto encontra-se no centro do tubo. A medida que a curvatura aumenta, ele se desloca primeiro para a direita e depois, devido à intensificação do escoamento secundário, para uma posição mais à esquerda do centro do tubo.

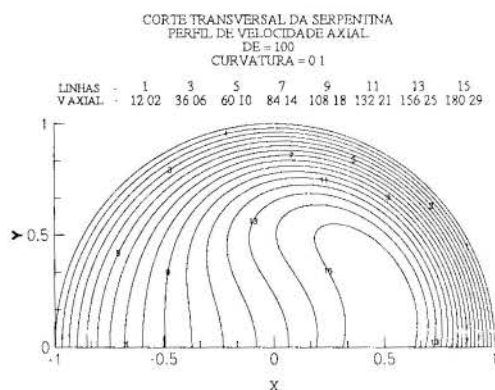


Figura 4 – Velocidade axial, De = 100,  $\lambda = 0.1$ .

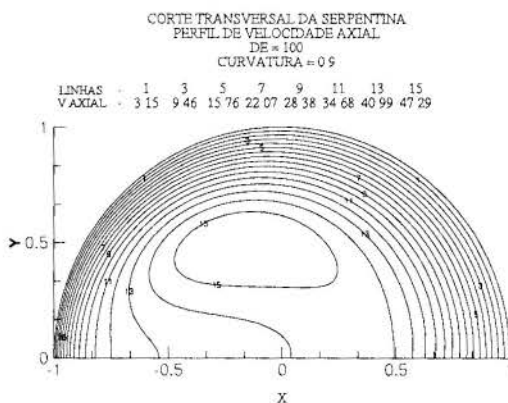


Figura 5 – Velocidade axial, De = 100,  $\lambda = 0.9$ .

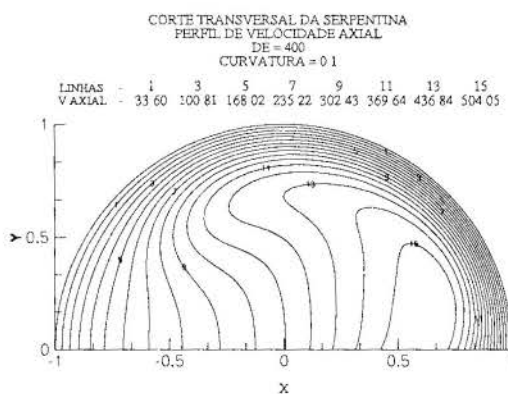


Figura 6 – Velocidade axial, De = 400,  $\lambda = 0.1$ .

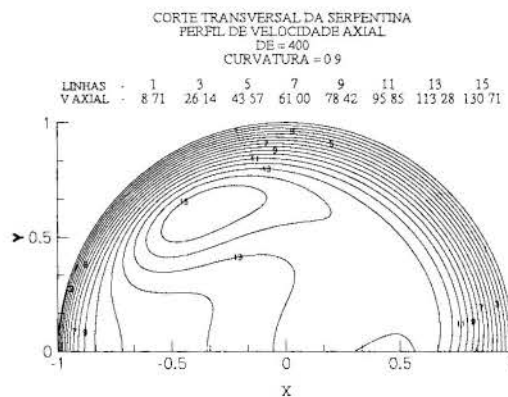


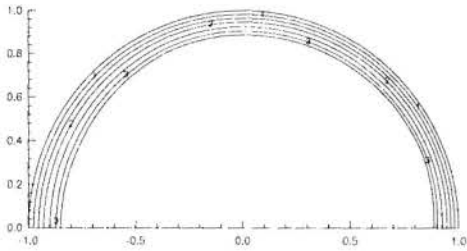
Figura 7 – Velocidade axial, De = 400,  $\lambda = 0.9$ .

**Campo de Temperaturas.** O desenvolvimento do campo de temperaturas é caracterizado pela formação de camada limite no início da transmissão de calor, cuja espessura varia com o número de Prandtl. O efeito do escoamento secundário torna-se presente e a força centrífuga agindo na massa fluida, provoca um gradual deslocamento do ponto de máxima inicialmente para a parede

externa e depois para a parte superior a esquerda conforme a razão de curvatura aumenta.

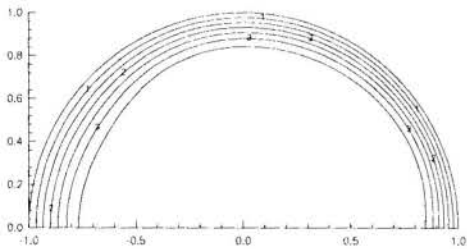
As figuras 8a a 8d mostram a evolução do campo de temperaturas para número de Dean igual a 400, razão de curvatura 0.1 e número de Prandtl igual a 0.7. Nota-se o estabelecimento da camada limite no início da transmissão de calor, e após alguma evolução o perfil se estabiliza formando um gradiente em torno do centro, na parte mais externa da curva. O valor  $1/Gz$  dá a coordenada axial adimensional da seção transversal em questão.

As figuras 9a a 9d mostram a evolução do perfil de temperaturas para as mesmas condições, porém com número de Prandtl igual a 7.02.



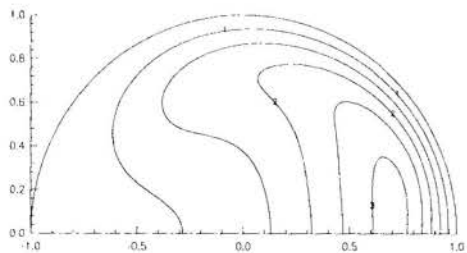
1 = 0.19; 2 = 0.56; 3 = 0.88

Figura 8a – Campo de temperatura,  $De = 400$ ,  $\lambda = 0.1$ ,  $Pr = 0.7$  e  $1/Gz = 1.100E^{-04}$ .



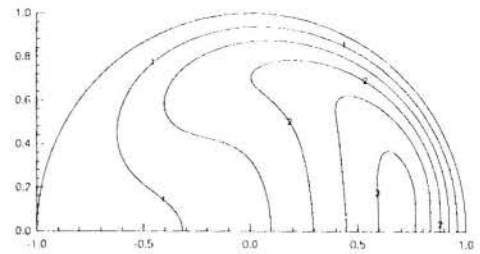
1 = 0.14; 2 = 0.43; 3 = 0.71

Figura 8b – Campo de temperatura,  $De = 400$ ,  $\lambda = 0.1$ ,  $Pr = 0.7$  e  $1/Gz = 5.102E^{-04}$ .



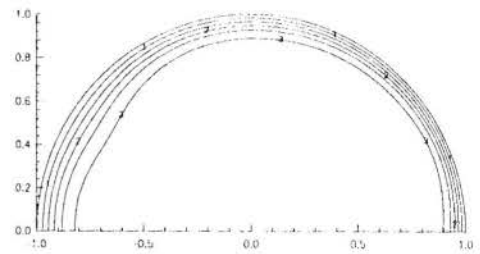
1 = 0.04; 2 = 0.13; 3 = 0.21

Figura 8c – Campo de temperatura,  $De = 400$ ,  $\lambda = 0.1$ ,  $Pr = 0.7$  e  $1/Gz = 2.533E^{-02}$ .



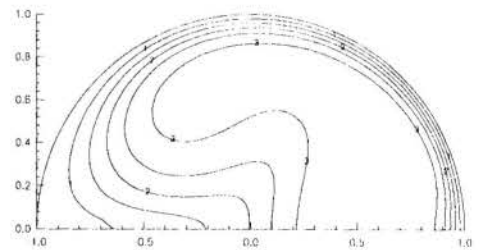
1 = 0.005; 2 = 0.017; 3 = 0.029

Figura 8d – Campo de temperatura,  $De = 400$ ,  $\lambda = 0.1$ ,  $Pr = 0.7$  e  $1/Gz = 4.605E^{-02}$ .



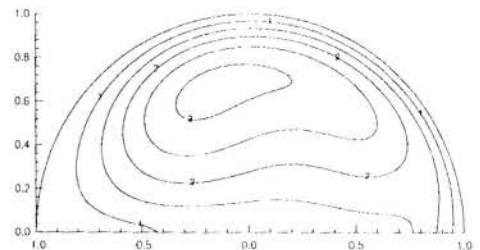
1 = 0.17; 2 = 0.57; 3 = 0.94

Figura 9a – Campo de temperatura,  $De = 400$ ,  $\lambda = 0.1$ ,  $Pr = 7.02$  e  $1/Gz = 1.100E^{-04}$ .



1 = 0.17; 2 = 0.56; 3 = 0.94

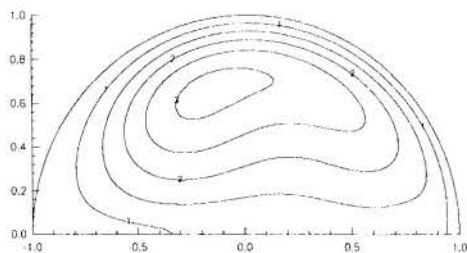
Figura 9b – Campo de temperatura,  $De = 400$ ,  $\lambda = 0.1$ ,  $Pr = 7.02$  e  $1/Gz = 1.105E^{-03}$ .



1 = 0.15; 2 = 0.46; 3 = 0.77

Figura 9c – Campo de temperatura,  $De = 400$ ,  $\lambda = 0.1$ ,  $Pr = 7.02$  e  $1/Gz = 5.013E^{-03}$ .





1 = 0.021; 2 = 0.053; 3 = 0.092

Figura 9d – Campo de temperatura.  $De = 400$ ,  
 $\lambda = 0.1$ ,  $Pr = 7.02$  e  $1/Gz = 2.5323E^{-02}$ .

Nota-se claramente a diferença entre os perfis de temperatura com o aumento do número de Prandtl. O gradiente de temperatura desloca-se da parte externa e vai para a parte superior formando um “bolsão de líquido quente” aprisionado pelo escoamento secundário que é bastante forte nesta região. Nota-se também que a condição de similaridade dos perfis é atingida para valores menores da coordenada axial, ou seja reduz-se o comprimento de entrada térmica, indicando um aumento da troca térmica com o aumento do número de Prandtl. Para razões de curvatura maiores do que 0.1 os resultados não são muito diferentes dos encontrados, isto é a dependência do perfil não é muito forte com o aumento da curvatura. Akiyama e Cheng (1974) resolveram problema similar, porém para razões de curvatura  $\ll 0.1$ . Os perfis encontrados são bastantes semelhantes aos descritos acima.

## CONCLUSÕES.

O escoamento em tubo curvo caracteriza-se pela presença do escoamento secundário, o qual provocando a circulação de fluido na seção transversal do tubo, promove uma maior troca de momentum e energia entre o fluido e a parede do tubo. Desta forma intensificam-se os efeitos relacionados ao transporte, tais como os efeitos de atrito e de transmissão de calor.

O estabelecimento da da força centrífuga atrasa a transição para turbulência em tubos curvos, podendo-se considerar laminares escoamentos com números de Reynolds em torno de 5000.

O fenômeno da transmissão de calor em um tubo curvo é bastante afetado pelo escoamento secundário. Ao promover a circulação de fluido na seção transversal, os efeitos de troca são intensificados, diminuindo o comprimento de entrada térmica e aumentando a eficiência em relação ao tubo reto.

O número de Prandtl tem influência significativa no estabelecimento do perfil de similaridade em um tubo curvo.

Números de Prandtl menores do que 1 fazem com que os perfis de temperatura possuam somente um máximo (ou mínimo) local, próximo a parede externa, devido a curvatura

Números de Prandtl mais elevados fazem com que a espessura da camada limite térmica circunferencial cresça rapidamente atingindo toda a região do tubo. Este efeito desloca o ponto de máximo produzindo um perfil de temperaturas mais plano e portanto gerando uma situação do ponto de vista térmico mais eficiente do que o obtido em tubos retos.

Não foram observados efeitos significativos no perfil de temperaturas para razões de curvatura muito elevadas.

## BIBLIOGRAFIA.

- Akiyama, M. e Cheng, K. C., 1974, “Laminar Forced Convection in the Thermal Entrance Region of Curved Pipes with Uniform Wall Temperature.”, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 52, pp. 234-240.
- Austin, L. R. e Seader, J. D., 1973, “Fully Developed Viscous Flow in Coiled Circular Pipes.”, *AIChE Journal*, v. 19, n. 1, pp. 85-93.
- Berger, S. A., Talbot, L. e Yao, L. S., 1983, “Flow in Curved Pipes”, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, v. 15, pp. 461-512.
- Brum, N. C. L., 1988, *O Problema de Graetz em Tubos Curvos*. Tese de D. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- Dean, W. R., 1927, “Note on the Motion of a Fluid in a Curved Pipe.”, *Phil. Mag.*, v. 4, n. 20, pp. 208-223.
- Dean, W. R., 1928, “The Stream-line Motion of a Fluid in a Curved Pipe.”, *Phil. Mag.*, v.5, n. 30, pp. 673-695.
- Dravid, A. N., Smith, K.A., Merrill, E.W. e Brian, P. L. T., 1971, “Effect of Secondary Fluid Motion on Laminar Flow Heat Transfer in Helically Coiled Tubes.”, *AIChE Journal*, v. 17, n. 5, pp. 1114-1122.
- Douglas, J. e Rachford, H. H., 1956, “On the numerical Solution of Heat Conduction Problems in Two and Three Space variables.”, *Trans. Am. Mathematical Society*, v. 82, pp. 421-439.
- Liu, S., e Masliyah, J. H., 1993, “Axially Invariant Laminar Flow in Helical Pipes with a Finite Pitch.”, *Journal Fluid Mechanics*, v. 251, pp. 315-353.
- Peaceman, D. W. e Rachford, H. H., 1955 “The Numerical Solution of Parabolic and Elliptic Differential Equations.”, *J. Soc. Ind. Appl. Math.*, v. 3, nº 1, pp. 28-45.
- Rabadi, N. J., Chow, C. F. e Simon, H. A., 1979, “An Efficient Numerical Procedure for the Solution of Laminar Flow and Heat Transfer in Coiled Tubes.”, *Numerical Heat Transfer*, v. 2, pp. 279-289.
- Santana, L. F. M., 1997, *O Problema de Graetz em Tubos Curvos com Raio de Curvatura Irrestrito*. Tese de M. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- Weissman, G. S. e Mockros, L. F., 1968, “Gas Transfer to BloodFlowing in Coiled Circular Tubes.”, *Journal of the Engineering Mech. Div. Proc. ASCE EM 3*, pp. 857-872.

## ABSTRACT

*The first Graetz Problem for curved pipes is solved for developed flow of a Newtonian incompressible fluid with thermophysical properties assumed constant. The usual restriction of small curvature ratio is removed, and the problem is solved to a complete toroidal geometry. The solution for the velocity and temperature fields is based on the finite difference method using the Implicit Alternating Direction scheme. The results for the temperature profile are analyzed regarding the influence of the Dean, Prandtl and Graetz numbers.*

## CONVECÇÃO MISTA EM UMA CAVIDADE SEMICIRCULAR COM A PAREDE PLANA DESLIZANTE

**Marcelo C. Silva, Carlos A. A. Vilela, Rigoberto E. M. Morales**

Departamento de Energia - Fac. De Engenharia Mecânica

Universidade Estadual de Campinas

13081-970 Campinas SP Brasil

### RESUMO

*Neste trabalho, é apresentado um estudo do caso de escoamento laminar com transferência de calor em cavidade semi-cilíndrica, com convecção mista, com a parede superior deslizante. É estudada numericamente para números de Reynolds iguais a 100, 400 e 1000 e números de Grashof entre  $10^4$  e  $10^6$ . As equações governantes foram resolvidas utilizando-se a técnica de Volumes Finitos com esquema de interpolação Power-Law e o algoritmo SIMPLE. Observou-se que, similarmente ao que ocorre em cavidades retangulares, os parâmetros Reynolds e Grashof influem no comportamento do escoamento. Quanto maior o Reynolds maior a influência da convecção forçada e quanto maior o Grashof maior a influência da convecção natural. O efeito deste parâmetros no número de Nusselt bem como nas isotermas e linhas de corrente foram analisados. São apresentados os resultados de distribuição de temperatura, função corrente e Nusselt local.*

### INTRODUÇÃO

O estudo de convecção natural e forçada combinadas em cavidades, tanto numérico quanto experimental, continua recebendo muita atenção devido a sua importância em várias aplicações práticas. A maioria dos trabalhos encontrados tratando do problema em cavidades, trata da cavidade retangular.

Para se ter uma idéia da complexidade do problema são quatro os parâmetros adimensionais que regem o escoamento do fluido e a transferência de calor: o número de Reynolds ( $Re$ ), o número de Rayleigh ( $Ra$ ), o número de Prandtl ( $Pr$ ) e a razão entre altura e largura da cavidade.

Chen et al. (1981) apresentam um estudo do efeito do número de Reynolds em uma cavidade retangular com uma parede deslizante lateral, sem considerar o efeito da força de empuxo. Por outro lado Roux et al. (1978) analisam apenas o efeito da convecção natural em uma cavidade quadrada com as paredes verticais mantidas a duas temperaturas constantes e diferentes e as paredes horizontais são ou isoladas ou com fluxo de calor. Iwatsu et al. (1993) analisaram o efeito da cavidade resfriada pela base e aquecida pela parede superior móvel. Mohamad e Viskanta (1989) estudaram a cavidade submetida a um gradiente estável de temperatura.

O principal objetivo do presente trabalho é contribuir para o estudo numérico de convecção mista em cavidades semi-circulares com uma parede plana e deslizante. Os números de Reynolds estudados foram iguais a 100, 400 e 1000. Os números de Grashof apresentados foram  $10^4$ ,  $10^5$  e  $10^6$ .

### EQUAÇÕES GOVERNANTES

A seguir apresentam-se as equações governantes para o problema proposto, em coordenadas polares. Nelas considera-se regime permanente, fluido laminar e incompressível. Foram utilizadas as propriedades do ar ( $Pr = 0.71$ ) para o tratamento das equações. Assume-se também propriedades físicas constantes, exceto a densidade no termo de empuxo. Tem-se, portanto:

$$\frac{\partial ru}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial ruu}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial vu}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + Gr \cdot T \cdot \sin \theta + \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{u}{r^2} \right] \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial rvv}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial vv}{\partial \theta} - \frac{uv}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + Gr \cdot T \cdot \cos \theta + \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r^2} \right] \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial ruT}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial vT}{\partial \theta} = \frac{1}{Pr} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \right] \quad (4)$$

onde:

$$r = R/R_0$$

$$u = U \cdot R/\nu \quad v = V \cdot R/\nu$$

$$T = (T - T_0)/(T_1 - T_0)$$

$$Gr = g\beta R_0^3 (T_1 - T_0) / \nu^2 \quad Re = UR / \nu$$

sujeito as seguintes condições de contorno:

$$\theta = 0; \rightarrow u = Re, v = 0; T = 0 \quad (0 \leq R \leq R_0)$$

$$\theta = \pi; \rightarrow u = -Re, v = 0; T = 0 \quad (0 \leq R \leq R_0)$$

$$R = R_0; \rightarrow u = 0; v = 0; T = 1 \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

A Figura 1 apresenta o sistema de coordenadas adotado bem como a geometria do problema.

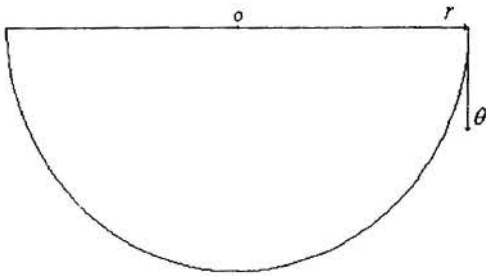


Figura 1 - Sistema de Coordenadas Utilizado.

**TRATAMENTO NUMÉRICO**

As equações governantes de (1) a (4) foram discretizadas utilizando a aproximação de Volumes Finitos desenvolvida por Patankar (1980). Os termos convectivos das equações de momentum e energia são resolvidos utilizando-se o esquema Power-Law. O algoritmo de resolução é o SIMPLE. As equações algébricas são obtidas através da matriz TDMA. A figura 2 apresenta resultados de número de Nusselt médio obtidos para a parede com temperatura  $\theta$  igual a 1 para diferentes valores de malha. Observou-se que a diferença no número de Nusselt entre a malha de 80x80 pontos para a malha de 100x100 foi pequena. Então utilizou-se a primeira malha por apresentar um tempo computacional consideravelmente inferior que a outra malha testada.

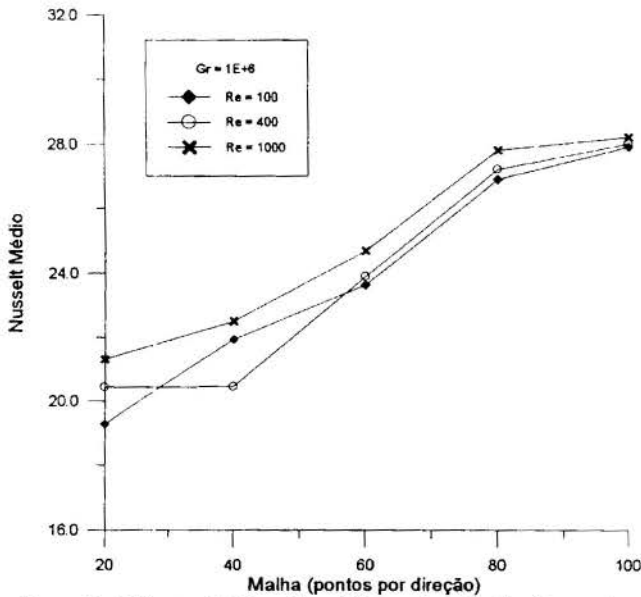


Figura 2 - Número de Nusselt médio em função do número de pontos da malha.

O critério de convergência adotado foi (Maliska, 1995):

$$\left| \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\phi^{n+1}} \right|_{MAX} \leq 10^{-4} \quad (5)$$

onde  $\phi = u, v$  ou  $T$

$n$  - iteração anterior

$n+1$  - iteração corrente.

**RESULTADOS E DISCUSSÃO**

As Figuras 3 a 11 apresentam os resultados das linhas de corrente obtidas utilizando-se  $Re = 100, 400$  e  $1000$  para

diferentes valores de número de Grashof. Nota-se que, assim como ocorre para as cavidades quadradas, para um mesmo número de Reynolds quanto menor for o número de Grashof, menor será a influência do termo de empuxo nas linhas de corrente do escoamento.

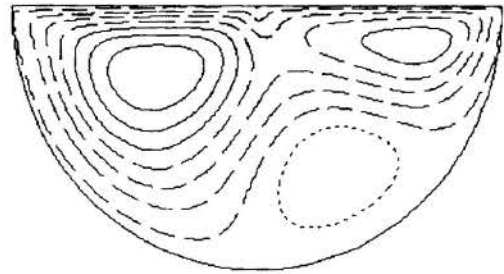


Figura 3 - Linhas de Corrente ( $Re = 100, Gr = 10^4$ ).

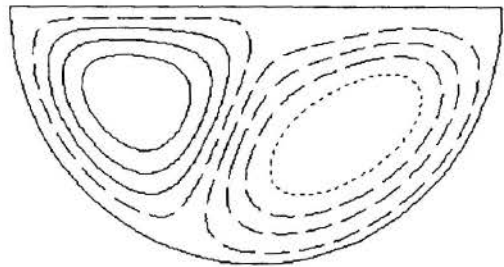


Figura 4 - Linhas de Corrente ( $Re = 100, Gr = 10^5$ ).

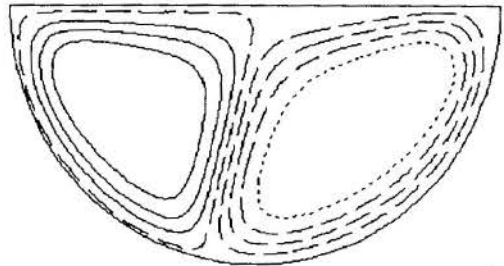


Figura 5 - Linhas de Corrente ( $Re = 100, Gr = 10^6$ ).

Para o caso de  $Re = 100$  e  $Gr = 10^6$  a convecção natural, através do termo de empuxo, é o que torna-se mais predominante em relação a convecção forçada para todos os números de Reynolds estudados. Em menor escala a convecção natural é predominante também para  $Re = 100$  e  $Gr = 10^5$ . Em ambos as linhas de correntes formam duas correntes contrárias quase que simétricas em relação a um eixo imaginário que divide a cavidade em duas metades.

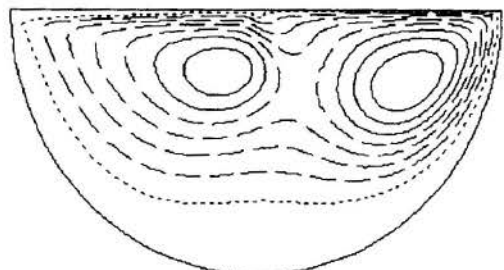


Figura 6 - Linhas de Corrente ( $Re = 400, Gr = 10^4$ ).

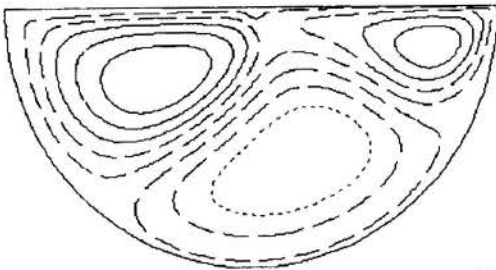


Figura 7 - Linhas de Corrente ( $Re = 400, Gr = 10^5$ ).

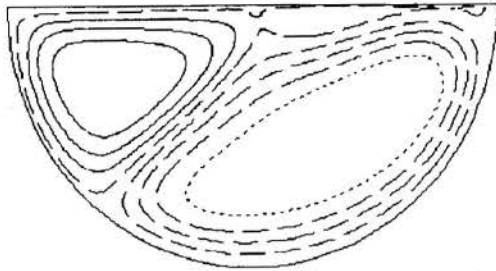


Figura 8 - Linhas de Corrente ( $Re = 400, Gr = 10^6$ ).

Para um valor de número de Reynolds igual a 400 observou-se que a convecção forçada é amplamente predominante em relação a convecção natural para  $Gr = 10^4$ . Pode-se afirmar também que para os casos de  $Gr = 10^5$  e  $10^6$  ocorre um certo equilíbrio entre as convecções natural e forçada, sendo este equilíbrio menor para  $Gr = 10^5$ .

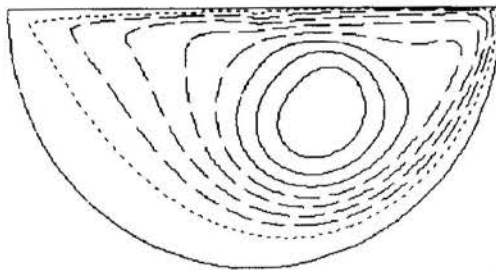


Figura 9 - Linhas de Corrente ( $Re = 1000, Gr = 10^4$ ).

Agora para o caso de  $Re = 1000$  o que se observou foi que a convecção forçada foi predominante em relação a convecção natural para  $Gr = 10^4$  e  $10^5$ . Para o número de Grashof igual a  $10^6$  ocorre uma equivalência entre convecção natural e forçada, semelhante ao que acontece para o caso de  $Re = 400$  e  $Gr = 10^6$ , porém a convecção forçada parece ser ligeiramente maior. Então para  $Re = 1000$  e  $Gr = 10^4$ , dos casos analisados, é o que melhor demonstra a convecção forçada superior a convecção natural.

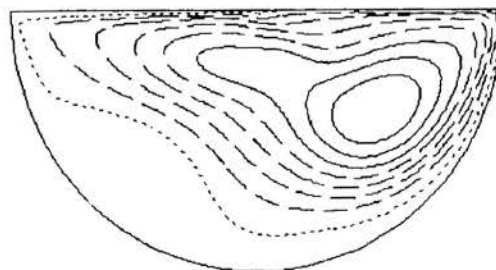


Figura 10 - Linhas de Corrente ( $Re = 1000, Gr = 10^5$ ).

Para o caso de  $Gr = 10^6$  (Figura 20) o efeito da convecção natural no perfil de isothermas é bem mais evidente do que para os dois casos anteriores. Para este alto número de Grashof o

fluido se move no interior da cavidade em duas células girando em sentidos opostos: na região superior, próxima a parede deslizante, o fluido se move em sentido horário, enquanto que na parte inferior da cavidade o fluido se move em sentido anti-horário.

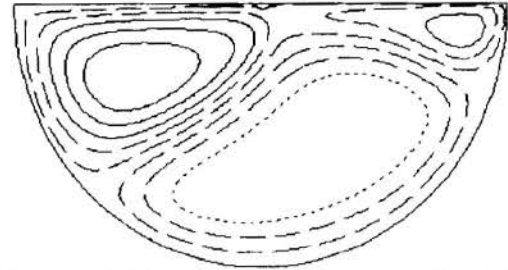


Figura 11 - Linhas de Corrente ( $Re = 1000, Gr = 10^6$ ).

As Figuras 12 a 20 apresentam as isothermas obtidas para os diversos casos estudados. Aqui, novamente, o que se observa é que quanto menor o número de Grashof menor a influência do termo de empuxo no perfil de temperatura, ou seja, a convecção forçada é predominante.

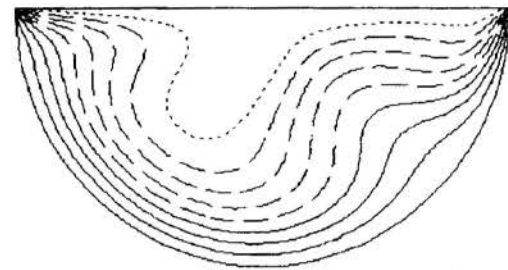


Figura 12 - Isothermas ( $Re = 100, Gr = 10^4$ ).

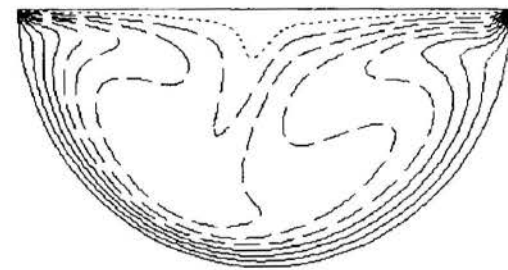


Figura 13 - Isothermas ( $Re = 100, Gr = 10^5$ ).

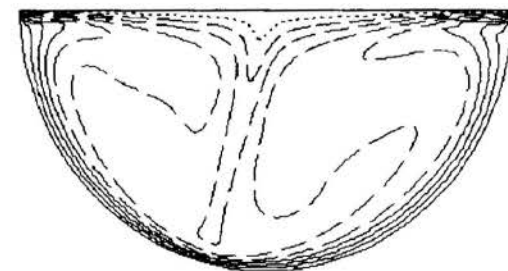


Figura 14 - Isothermas ( $Re = 100, Gr = 10^6$ ).

Como verificado para as linhas de corrente, o caso onde  $Re = 100$  e  $Gr = 10^6$  (Figura 14) é onde a convecção natural é predominante em relação a convecção forçada. O efeito do fluido se movimentando em direção à parede da cavidade (de maior temperatura) numa posição angular  $\theta$  aproximadamente igual a 95 graus se reflete no perfil das isothermas. O mesmo se observa,



porém em menor escala, para o caso de  $Re = 100$  e  $Gr = 10^5$  (Figura 13).

Para  $Re = 400$  ocorreu o mesmo que para as linhas de corrente: convecção forçada predominante em relação a natural (Figura 15), e certo equilíbrio entre as convecções natural e forçada para os demais casos (Figuras 16 e 17).

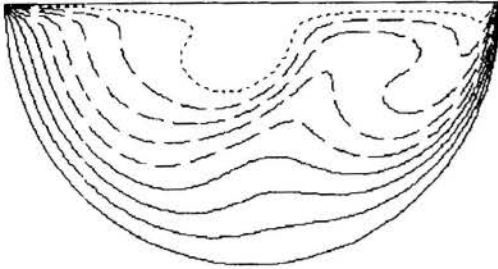


Figura 15 - Isotermas ( $Re = 400, Gr = 10^4$ ).

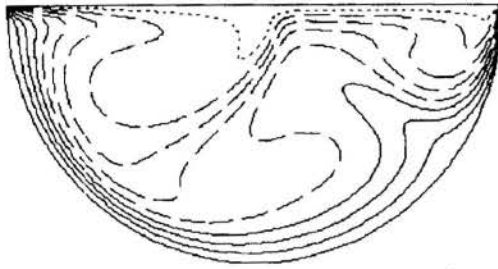


Figura 16 - Isotermas ( $Re = 400, Gr = 10^5$ ).

E finalmente para  $Re = 1000$  também o que se observou para as linhas de corrente se verifica para as isotermas.

Ocorre um predomínio da convecção forçada sobre a natural para  $Gr = 10^4$  (Figura 18). As isotermas são fortemente afetadas pelo escoamento induzido pela placa deslizante. O movimento do fluido, constituído predominantemente por uma célula girando no sentido horário, é o fator principal para que isto aconteça. O mesmo se observa para o caso de  $Gr = 10^5$  (Figura 19), porém em menor proporção do que o caso anterior.

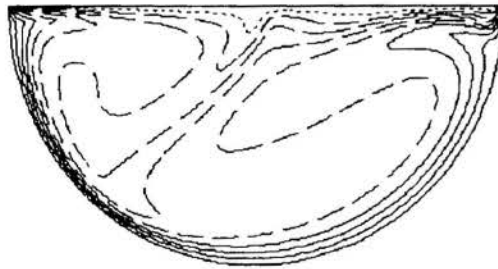


Figura 17 - Isotermas ( $Re = 400, Gr = 10^6$ ).

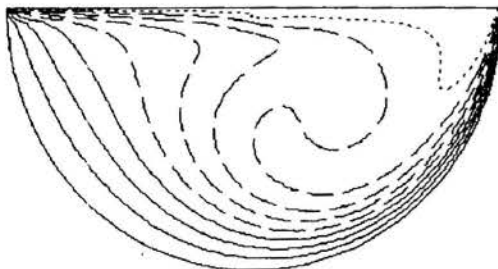


Figura 18 - Isotermas ( $Re = 1000, Gr = 10^4$ ).

Para o caso de  $Gr = 10^6$  (Figura 20) o efeito da convecção natural no perfil de isotermas é bem mais evidente do que para

os dois casos anteriores. Para este alto número de Grashof o fluido se move no interior da cavidade em duas células girando em sentidos opostos: na região superior, próxima a parede deslizante, o fluido se move em sentido horário, enquanto que na parte inferior da cavidade o fluido se move em sentido anti-horário.

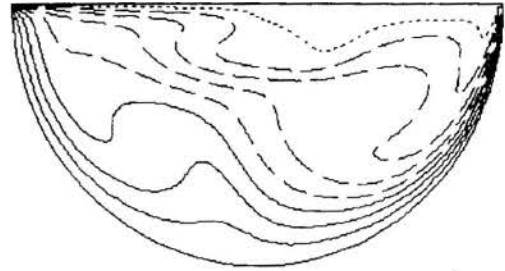


Figura 19 - Isotermas ( $Re = 1000, Gr = 10^5$ ).

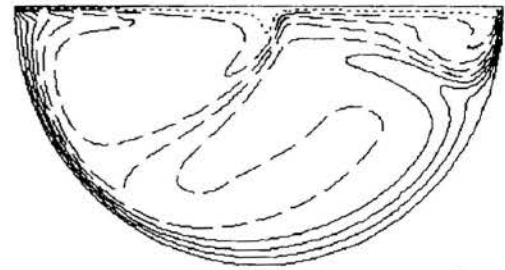


Figura 20 - Isotermas ( $Re = 1000, Gr = 10^6$ ).

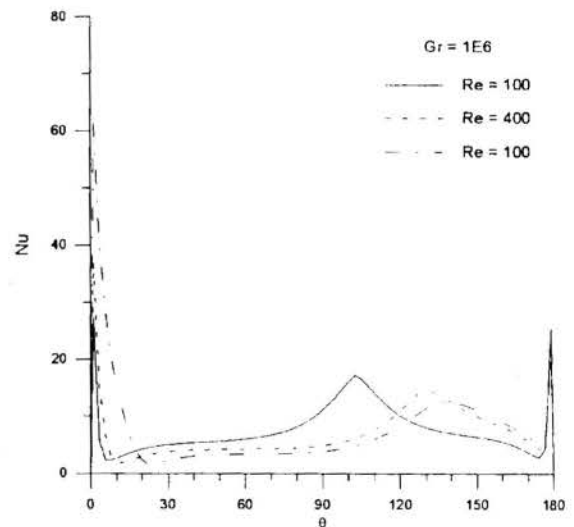


Figura 21 - Número de Nusselt local em função de  $\theta$ .

A Figura 21 apresenta o número de Nusselt local em função da posição angular para os diversos números de Reynolds, sendo o número de Grashof igual a  $10^6$ . Os valores foram obtidos para a posição  $r = 1$ . Observou-se a ocorrência de altos valores de número de Nusselt próximo a posição  $\theta = 0$  para os três números de Reynolds estudados, porém o maior valor pertence a  $Re = 1000$ . Este alto valor de Nusselt pode ser explicado pela presença da linha de corrente de mesma direção da placa deslizante que arrasta o fluido de temperatura próximo a zero (placa deslizante) para a região de temperatura igual a 1 (na parede semi-circular). Isto também é válido para Reynolds iguais a 400 e 100 porém em proporção menor, pois a convecção forçada é, obviamente, menor nesta região. Um pico secundário ocorre para  $\theta$  aproximadamente igual a 100 para  $Re = 100$ , seguido por outro pico secundário para  $Re = 400$  na posição  $\theta$

aproximadamente igual a 130. Para  $Re = 1000$  ocorre um pico secundário na posição  $\theta \cong 140$  de valor inferior ao pico secundário de Reynolds igual a 400. A explicação para estes máximos secundários reside no fato de que eles se situam aproximadamente na região em que as linhas de corrente opostas se encontram. Elas atuam de maneira a aumentar o gradiente de temperatura para esta região, contribuindo para que o valor do número de Nusselt aumente.

As Figuras 22 a 24 apresentam os perfis de temperatura em função da posição radial para três diferentes posições angulares. As figuras foram obtidas para um número de Grashof igual a  $10^6$ .

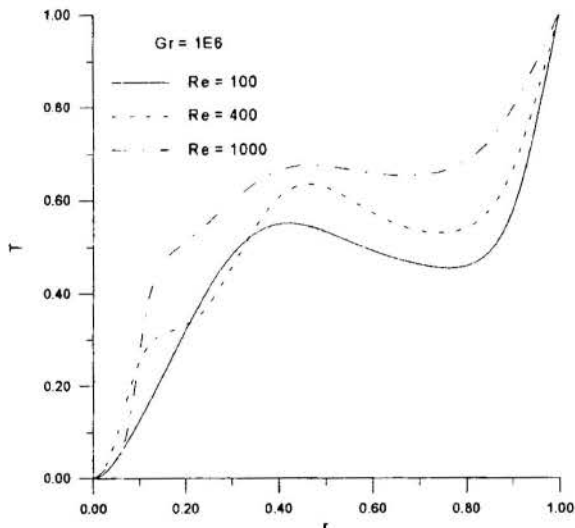


Figura 22 - Gráfico de T x r ( $\theta = 30$  graus).

Na Figura 22 observa-se que o perfil de temperatura para  $Re = 100$  situa-se abaixo dos demais valores de Reynolds, exceto por uma pequena região em que ele supera o Reynolds igual a 400. O perfil de temperatura para Reynolds igual a 1000 situa-se acima dos demais. Nesta região da cavidade a linha de corrente de mesma direção da parede deslizante é mais atuante para  $Re = 1000$  do que para 400. Para Reynolds igual a 100 esta linha de corrente praticamente inexistente. Esta deve ser a explicação mais plausível para tal resultando.

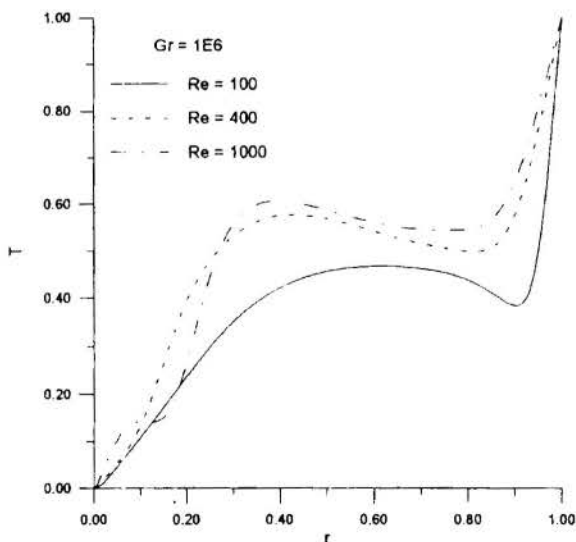


Figura 23 - Gráfico de T x r ( $\theta = 90$  graus).

A figura 23 apresenta os resultados para a posição angular igual a 90. Nesta região, que corresponde a linha de centro que divide a cavidade ao meio, para os casos de  $Re = 400$  e 1000 a linha de corrente de sentido contrário à velocidade da placa influencia de maneira mais forte nos dois números de Reynolds citados do que para  $Re = 100$  porque eles possuem uma área de atuação maior do que este último. Nesta região para o menor Reynolds praticamente as duas linhas de corrente dividem a cavidade ao meio.

Para a posição  $\theta = 150$  graus ocorre uma inversão e o perfil de temperatura de  $Re = 100$  supera o de  $Re = 400$ , ficando o de Reynolds igual a 1000 abaixo de ambos.

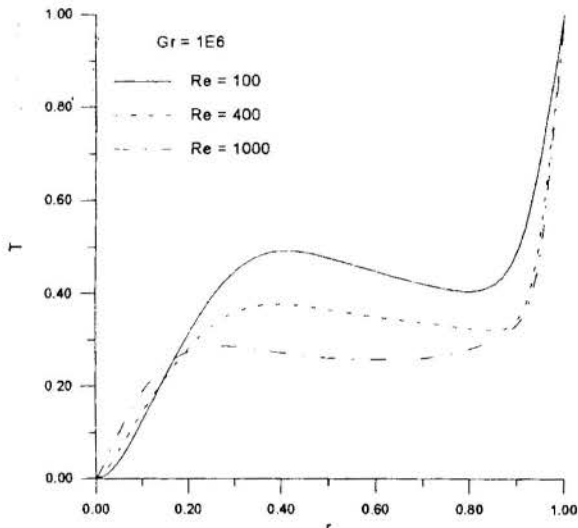


Figura 24 - Gráfico de T x r ( $\theta = 150$  graus).

Nesta região para Reynolds igual 100 o perfil de temperatura sofre influência apenas da linha de corrente de mesmo sentido que a velocidade da parede, enquanto os demais Reynolds sofrem influência das duas linhas de corrente de sentidos opostos.

## CONCLUSÕES

Estudou-se o efeito da convecção mista em uma cavidade semi-circular com uma parede deslizante numericamente para diferentes valores de número de Reynolds e de número de Grashof para temperaturas constantes e diferentes nas paredes. Observou-se que semelhante ao que acontece com as cavidades retangulares o escoamento é fortemente influenciado por estes dois parâmetros adimensionais. Quanto maior o número de Reynolds maior será a influência da convecção forçada no escoamento, para um mesmo Grashof, e analogamente quanto maior for o número de Grashof maior será a influência da convecção natural no escoamento do fluido, para um mesmo Reynolds. Observou-se também que o número de Nusselt é afetado pela variação dos parâmetros analisados, assim como ocorre no caso de cavidade retangular.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bejan, A., "Convection Heat Transfer", 1984, Wiley, New York.
- Chen, C. J., Naseri-Neshat, H., e Ho, K. S., 1981, "Finite-Analytic Numerical Solution of Heat Transfer in Two Dimensional Cavity Flow", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 4, pp. 179-197.

Iwatsu, R., Hyun, J. M., and Kuwahara, K., 1993, "Mixed Convection in a Driven Cavity with a Stable Vertical Temperature Gradient", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, No. 6, pp. 1601-1608.

Maliska, C. R., 1995, "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro.

Mohamad, A. A., e Viskanta, R., 1989, "Effects of the Upper Lid Shear on the Stability of Flow in a Cavity Heated from Below", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 32, pp. 2155-2166.

Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA.

Roux, B., Grondin, J. C., Bontoux, P., e Gilly, B., 1978, "On a High-Order Accurate Method for the Numerical Study of Natural Convection in a Vertical Square Cavity", *Numerical Heat Transfer*, Vol.1, pp. 331-349.

#### ABSTRACT

In this paper, is presented the study of laminar fluid flow with heat interation in a 2D semi-cilindrical cavity with moving wall and mixed convection. This problem was numerically studied for Reynolds number 100, 400 and 1000 and Grashof number  $10^4$ - $10^6$ . The governing equations are solved using finite volume technique with power-law interpolating scheme and SIMPLE algorithm. Was noticed that, similarly to rectangle cavity problem, the Reynolds and Grashof parameters have influence in fluid flow. The Reynolds number have great influence in forced convection while Grashof number in natural convection. The effects of those two parameters in Nusselt number as well in temperature and streamline field are analized. The results of those fields and local Nusselt number are presented.

CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE ANULAR CILÍNDRICA HORIZONTAL

Rigoberto E. M. Morales<sup>1</sup>, Marcelo C. Silva<sup>1</sup>,  
Carlos A. A. Vilela<sup>1</sup> e Aristeu da Silveira Neto<sup>2</sup>

<sup>1</sup>UNICAMP/FEM/DE -- 13083-970 -- Campinas - SP - Brasil

<sup>2</sup>UFU/DEME -- 38400-206 -- Uberlândia - MG - Brasil

RESUMO

No presente trabalho é estudada a convecção natural em uma cavidade anular horizontal, com o cilindro interno aquecido. É utilizado o método de discretização dos volumes finitos com malhas co-localizadas. Apresenta-se a modelagem da turbulência do tipo sub-malha como uma ferramenta para o controle de instabilidades numéricas que normalmente se manifestam quando se utiliza um esquema de interpolação de ordem de precisão mais elevada tal como o esquema QUICK. A viscosidade turbulenta é calculada com o modelo sub-malha de Smagorinsky. Mostra-se que a técnica de controle proposta permite suprimir as instabilidades numéricas. Os resultados obtidos tem boa concordância com outros resultados existentes na literatura.

INTRODUÇÃO

Muitas investigações sobre a convecção natural em cavidades limitadas por dois cilindros horizontais concêntricos tem sido apresentadas na literatura (Kuenh and Goldstein, 1978 e Char and Hsu, 1998), este estudo é motivado por uma ampla gama de aplicações, tais como transferência de calor e escoamento de fluidos em reatores nucleares, sistemas de armazenamento térmico, cabos de transmissão elétrica e sistemas de resfriamento eletrônico.

A convecção natural em uma cavidade anular cilíndrica foi estudada extensivamente tanto numérica como experimentalmente. Farouk and Guceri (1982) estudaram numericamente a convecção natural em uma cavidade anular cilíndrica horizontal, eles obtiveram os campos de temperatura e velocidades para diferentes Rayleigh. Kuenh e Goldstein (1978), estudaram experimentalmente a convecção natural numa cavidade anular para  $2,2E+02 \leq Ra \leq 8,0E+07$ , e observaram flutuações periódicas em  $Ra$  próximos a  $5,0E+05$ , regime em transição de laminar para turbulento. Observaram que para  $Ra = 1,5E+06$ , a intensidade das flutuações aumentam e praticamente o regime é turbulento.

O objetivo do presente trabalho é apresentar um estudo numérico das características do escoamento e transferência de calor em uma cavidade cilíndrica horizontal, com o cilindro interno aquecido (Fig. 1). O estudo é feito em duas dimensões e em regime transiente para  $1,0E+03 \leq Ra \leq 1,0E+06$ . Apresenta-se uma técnica relativamente nova para o controle de instabilidades numéricas.

A técnica de volumes finitos desenvolvida por Patankar (1980) com malhas co-localizadas proposta por Marchi *et al.* (1989) é utilizada. O esquema de interpolação QUICK desenvolvido por Hayase *et al.* (1992), é implementado. O esquema QUICK é de terceira ordem, pouco difusivo e simples de implementar, mas pode promover oscilações numéricas, as quais no presente trabalho são controladas introduzindo-se um modelo de turbulência (Morales e Silveira Neto, 1995). É usada A Simulação de Grandes Escalas com um modelo de turbulência do tipo Sub-Malha (Silveira Neto *et al.*, 1993).

EQUAÇÕES GOVERNANTES E CONDIÇÕES DE CONTORNO

O estudo da convecção natural numa cavidade horizontal aquecida é governado pelas equações da continuidade, conservação da quantidade de movimento e conservação da energia. O escoamento é considerado incompressível, e utiliza-se a hipótese de Boussinesq para se modelar a força de empuxo.

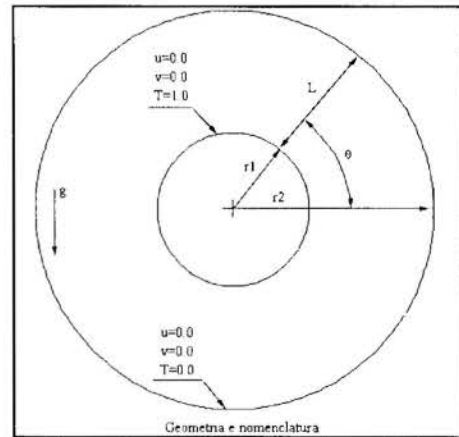


Fig. 1 - Esquema da geometria estudada.

Em simulação de grandes escalas, cada variável  $f$  é decomposta em uma parte relativa ao campo de grandes escalas e outra relativa ao campo sub-malha:

$$f = \bar{f} + f' \tag{1}$$

O campo de grandes escalas é separado do campo sub-malha com a ajuda de uma integral de convolução, definida como segue:

$$\bar{f}(\mathbf{x}) = \int_D G(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' \tag{2}$$

onde  $G$  é a função filtro.

Aplicando-se o filtro às equações governantes (ver Silveira Neto *et al.*, 1993) e depois de operações algébricas, estas apresentam dois termos adicionais, os termo  $-\overline{v'v'}$  que é o tensor



de Reynolds sub-malha e  $-\overline{v'T'}$  que é o fluxo turbulento de energia térmica. O tensor de Reynolds é modelado com a seguinte equação, proposta por Boussinesq:

$$-\overline{v'T'} = 2\nu_t \overline{S_{ij}} - \frac{2}{3} K_s \delta_{ij} \quad (3)$$

onde  $K_s$  é a energia cinética turbulenta sub-malha,  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker e  $\overline{S_{ij}}$  é a taxa de deformação, dada pela seguinte equação:

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

O problema estudado é governado por equações de conservação definidas em coordenadas cilíndricas. Transformando-se as equações filtradas, linearizando-se os termos que incorporam a viscosidade e a difusão turbulenta e adimensionalizando-as de acordo com Balparda *et al.* (1994), obtém-se as seguintes equações:

$$\frac{\partial(\overline{r\bar{u}})}{\partial r} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\overline{r\bar{u}\bar{u}})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\bar{v}\bar{u})}{\partial \theta} - \frac{\bar{v}^2}{r} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \\ Gr^* \bar{T} \sin \theta + (1 + \nu_t^*) \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} \right) - \right. \end{aligned} \quad (6)$$

$$\left. \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} - \frac{\bar{u}}{r^2} \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\overline{r\bar{u}\bar{v}})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\bar{v}\bar{v})}{\partial \theta} + \frac{(\bar{u}\bar{v})}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} + \\ Gr^* \bar{T} \cos \theta + (1 + \nu_t^*) \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} \right) + \right. \end{aligned} \quad (7)$$

$$\left. \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} - \frac{\bar{v}}{r^2} \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\overline{r\bar{u}\bar{T}})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\bar{v}\bar{T})}{\partial \theta} = \\ \left( \frac{1}{Pr} + \frac{\alpha_t}{\nu} \right) \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} \right) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

onde  $\nu_t^* = \frac{\nu_t}{\nu}$  é a viscosidade turbulenta adimensional. A viscosidade turbulenta  $\nu_t$  é calculada com o modelo de Smagorinsky (1963):

$$\nu_t = (C_s \lambda)^2 \sqrt{2 \overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}}} \quad (9)$$

onde  $C_s$  é uma constante empírica, denominada constante de Smagorinsky, a ser ajustada em função do modelo numérico. O comprimento característico  $\lambda$  é definido pela relação:

$$\lambda = \sqrt{r \Delta \theta \Delta r} \quad (10)$$

A difusividade térmica turbulenta  $\alpha_t$  é calculada com um

número de Prandtl turbulento  $\frac{\nu_t}{\alpha_t} = 0,6$  (ver Silveira Neto *et al.*, 1991).

As condições de contorno são estabelecidas como segue, sendo na sequência, relativas à superfície do cilindro, à região de entrada de massa e à região de saída de massa:

- Na superfície do cilindro interior (aquecido):

$$u(R_i, \theta, t) = 0; v(R_i, \theta, t) = 0; T(R_i, \theta, t) = 1; \quad (11)$$

- Na superfície do cilindro exterior:

$$u(R_e, \theta, t) = 0; v(R_e, \theta, t) = 0; T(R_e, \theta, t) = 0; \quad (12)$$

## MÉTODO DE DISCRETIZAÇÃO E ESQUEMA DE INTERPOLAÇÃO

O método de discretização utilizado é o método dos volumes finitos, desenvolvido por Patankar (1980), com malhas deslocadas e recentemente reestruturado com malhas localizadas por Marchi *et al.* (1989) e utilizado por Balparda *et al.* (1994). A integração das equações é feita sobre o volume de controle esquematizado na Fig. 1.

Utiliza-se o esquema QUICK (Hayase *et al.*, 1992) para interpolação das variáveis na superfície de controle. Quando as velocidades transportantes são maiores que zero, tem-se:

$$\phi_w = \phi_p + \frac{1}{8} (-\phi_E - 2\phi_P + 3\phi_W) \quad (13)$$

$$\phi_e = \phi_E + \frac{1}{8} (-\phi_{EE} - \phi_E + 3\phi_P) \quad (14)$$

onde  $\phi$  representa uma variável generalizada. Da mesma maneira são obtidas expressões similares para as interfaces na direção "r", ou seja  $\phi_s$  e  $\phi_n$ . Relações parecidas podem ser obtidas quando as velocidades transportantes são negativos.

Para a integração das equações sobre o volume de controle mostrado na Fig. 1, utiliza-se um esquema explícito para as velocidades e temperatura, e um esquema implícito para a pressão. Obtém-se, para uma variável generalizada, a seguinte expressão:

$$B_{p\phi} \phi_p^{n+1} = A_{p\phi} + L[p^\phi]^{n+1} \Delta V \quad (15)$$

onde

$$A_{p\phi} = \sum (a_{nb} \phi_{NB}^n) + \frac{\Delta V}{\Delta t} \phi_p^n + L[S^\phi] \quad (16)$$

$$B_{p\phi} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$L[p^\phi]$  e  $L[S^\phi]$  são os termos de pressão e o termo fonte na suas formas integradas;  $n$  representa o tempo precedente,  $n+1$  representa o tempo atual,  $nb$  e  $NB$  representam os valores da propriedade  $\phi$  na interface e centro do volume de controle respectivamente.

O código computacional desenvolvido originalmente por Balparda *et al.* (1994) e Morales (1996) é utilizado para implementar as equações discretizadas obtidas. O problema de acoplamento da pressão-velocidade foi resolvido com o algoritmo PRIME. A Eq. (15) quando escrita para a pressão dá origem a um

**RESULTADOS NUMÉRICOS**

A seguir são apresentados resultados da simulação do escoamento em convecção natural em uma cavidade cilíndrica horizontal com o cilindro interno aquecido. Os cálculos foram realizados com uma malha de 84x40 pontos em (r, θ) para Ra = 1,0E+03 e 1,0E+04 e uma malha de 100x60 para Ra = 1,0E+05 e 1,0E+06. Um exemplo ilustrativo da malha utilizada neste trabalho é mostrado na Fig. 3. A relação geométrica utilizada no presente trabalho foi de  $R_o/R_i = 2,6$ .

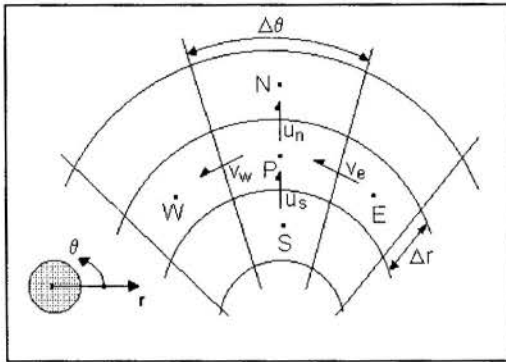


Fig. 2 - Volume de controle para integração espacial.

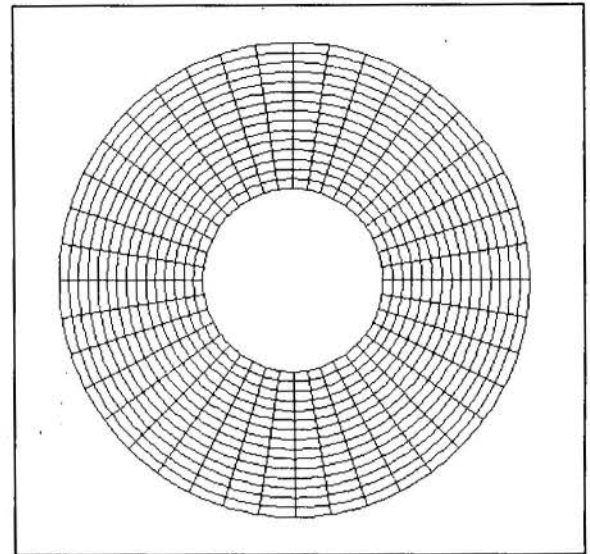


Fig. 3 - Malha utilizada no presente trabalho.

Como já foi citado, o esquema convectivo utilizado é o QUICK. Este esquema é pouco difusivo e simples de implementar, mas promove oscilações numéricas, as quais são indesejáveis porque mascaram os resultados e podem, até mesmo, provocar divergências numéricas nos cálculos. Estas oscilações podem ser minimizadas por meio de artifícios numéricos (Marchi, 1993). Outra forma de combatê-las é através do uso de um modelo de turbulência. Detalhes sobre esta metodologia podem ser encontrados em Morales (1996), Morales e Silveira Neto (1995) e Silveira Neto *et al.* (1993).

A metodologia utilizada neste trabalho é a mesma utilizada por Morales (1996), onde depois de uma série de simulações, as instabilidades numéricas são controladas sem afetar a física do problema, com o coeficiente de Smagorinsky  $C_s = 0,30$ . A seguir são apresentados os resultados obtidos da simulação numérica bidimensional da transferência de calor por convecção natural em uma cavidade cilíndrica horizontal.

Na Fig. 4 apresenta-se a distribuição do número de Nusselt local obtido no presente trabalho. Observa-se uma boa concordância com dados experimentais obtidos por Kuhn e Goldstein (1978), o que indica que a técnica de controle de instabilidades numéricas utilizando a modelagem sub-malha não afeta a física do problema.

O Número de Nusselt local no cilindro interior foi calculado a partir da seguinte relação:

$$Nu_i = R_i * \ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right) * \frac{\partial T}{\partial R} \Big|_{r=R_i} \quad (17)$$

onde o sub-índice *i* indica o raio do cilindro interno.

Nota-se que o número de Nusselt local cresce a medida que se aproxima da parte inferior do cilindro interno (270°), onde realmente são maiores os gradientes de temperatura e maior é a transferência de calor por convecção. Na parte superior do cilindro (90°) o processo difusivo é maior pelo que o número de Nusselt é menor. Esta tendência foi observada na transferência de calor por convecção natural sobre um cilindro horizontal

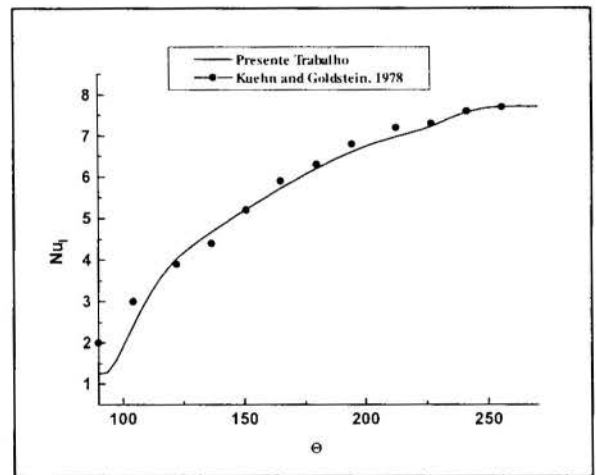


Fig. 4 - Nusselt Local obtidos por Kuehn e Spalding e o presente trabalho; Ra = 1,0E+04, Pr = 0,72 e  $C_s = 0,30$ .

Na Fig. 5, apresentam-se os perfis da velocidade tangencial para Ra = 1,0E+03, para diferentes posições. Neste caso pode observar-se que o escoamento é simétrico, os perfis das velocidades a 0° e 180°, são invertidos, porém, numericamente iguais. No caso dos perfis a 90° e 270° estes são muito próximos. Estes resultados explicam o escoamento simétrico ao redor do cilindro interno. Na Fig. 6, apresenta-se os vetores de velocidade para Ra = 1,0E+03. Nesta Fig. faz-se mais evidente a simetria do escoamento. Estes resultados têm uma boa concordância com os resultados numéricos obtidos por Fusegi (1986).

Nas Figs. 7, 8 e 9, apresentam-se os perfis de temperatura e velocidade para Ra = 1,0E+04. Na Fig. 7, observa-se que o gradiente de temperatura próximo ao cilindro interno é maior a 270° e menor a 90°, este resultado é coerente e explica a tendência observada na Fig. 4. Na Fig. 8, observa-se que os perfis tem um tendência similar ao observado na Fig. 5, sendo que, neste caso a intensidade de troca de calor por convecção é maior, pois a magnitude da velocidade tangencial é maior. Na Fig. 9, observa-se que a velocidade radial a 90° tende a um perfil simétrico no domínio, com valor máximo próximo à metade da cavidade ( $(R_o - R_i)/2$ ). Isto é também devido ao comportamento simétrico do escoamento.

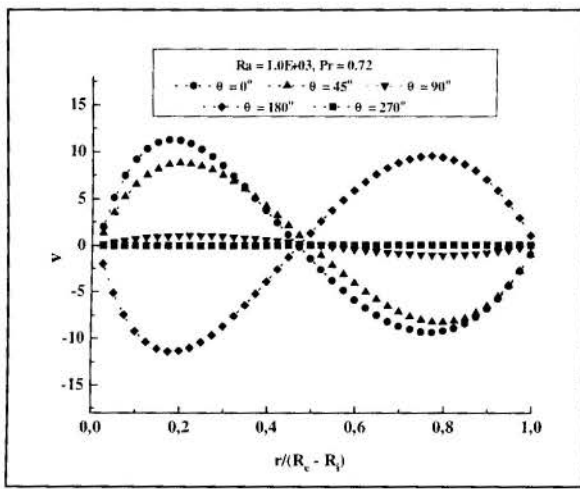


Fig. 5 - Distribuição da velocidade tangencial para diferentes posições;  $Ra = 1,0E+03$ ,  $Pr = 0,72$  e  $C_s = 0,30$ .

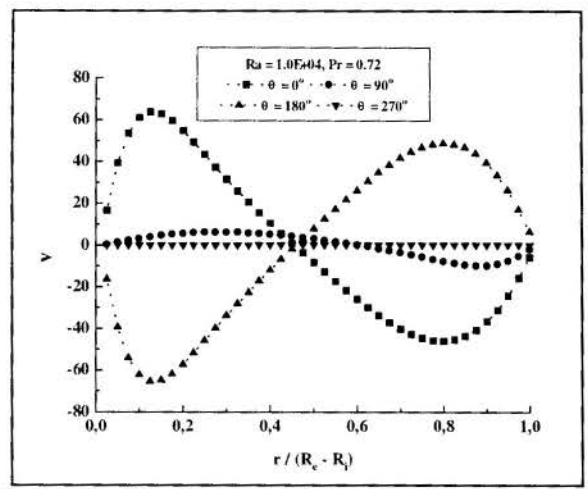


Fig. 8 - Distribuição da velocidade tangencial para diferentes posições;  $Ra = 1,0E+04$ ,  $Pr = 0,72$  e  $C_s = 0,30$ .

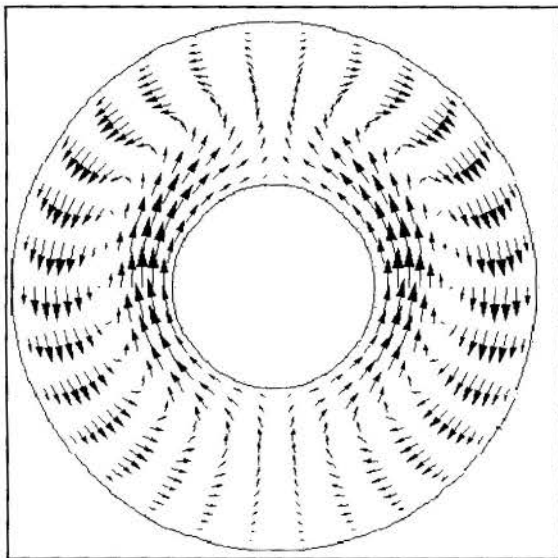


Fig. 6 - Vetores de velocidade;  $Ra = 1,0E+03$ ,  $Pr = 0,72$  e  $C_s = 0,30$ .

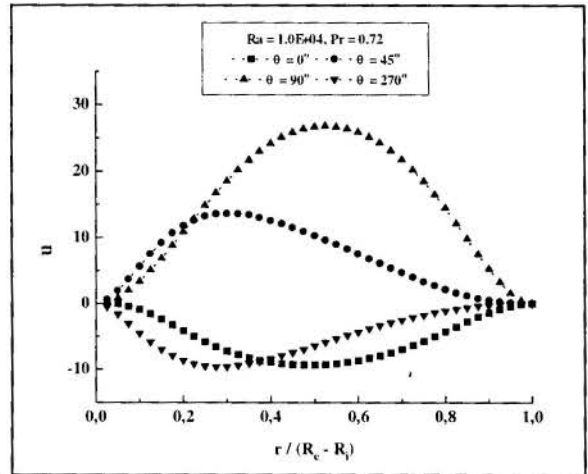


Fig. 9 - Distribuição da velocidade radial para diferentes posições;  $Ra = 1,0E+04$ ,  $Pr = 0,72$  e  $C_s = 0,30$ .

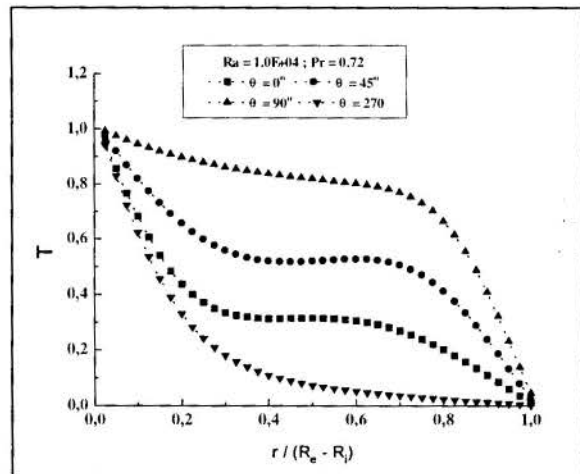


Fig. 7 - Distribuição da temperatura para diferentes posições;  $Ra = 1,0E+04$ ,  $Pr = 0,72$  e  $C_s = 0,30$ .

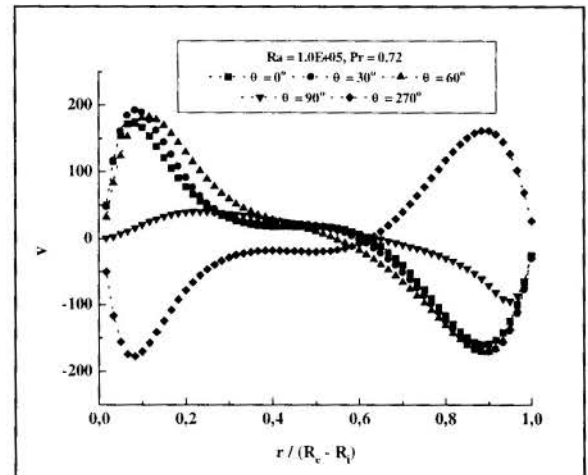


Fig. 10 - Distribuição da velocidade tangencial para diferentes posições;  $Ra = 1,0E+05$ ,  $Pr = 0,72$  e  $C_s = 0,30$ .

Nas Figs. 10 e 11, apresentam-se os perfis de velocidade para  $Ra = 1,0E+05$ . Nestas Figs. observa-se as tendências observadas nas Figs. anteriores. O perfil da velocidade radial a  $90^\circ$  observado

na Fig. 11 é ainda mais evidente a simetria ao longo do domínio, sendo que, a magnitude da velocidade nesta posição é maior que aquelas das velocidades radiais em outras posições.

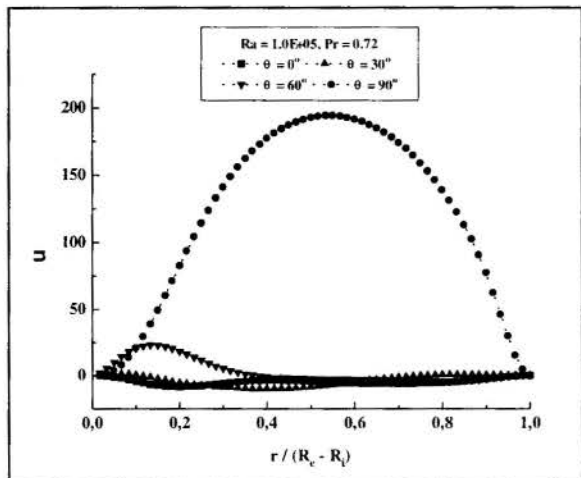


Fig. 11 - Distribuição da velocidade radial para diferentes posições;  $Ra = 1,0E+05$ ,  $Pr = 0,72$  e  $C_s = 0,30$ .

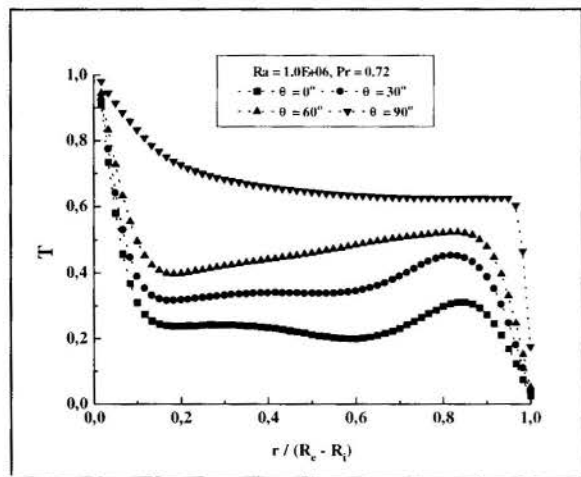


Fig. 12 - Distribuição da temperatura para diferentes posições;  $Ra = 1,0E+06$ ,  $Pr = 0,72$  e  $C_s = 0,30$ .

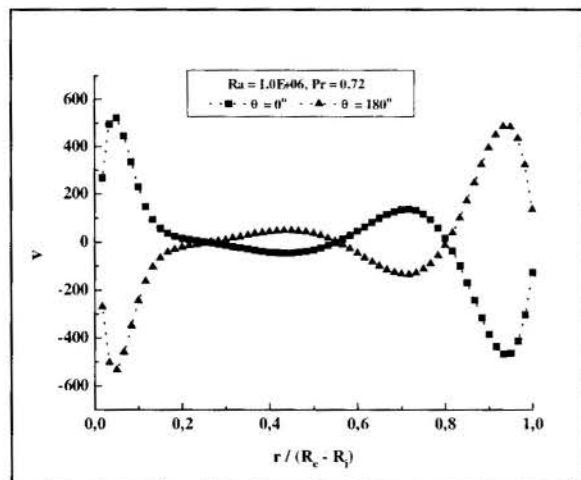


Fig. 13 - Distribuição da velocidade tangencial para diferentes posições;  $Ra = 1,0E+06$ ,  $Pr = 0,72$  e  $C_s = 0,30$ .

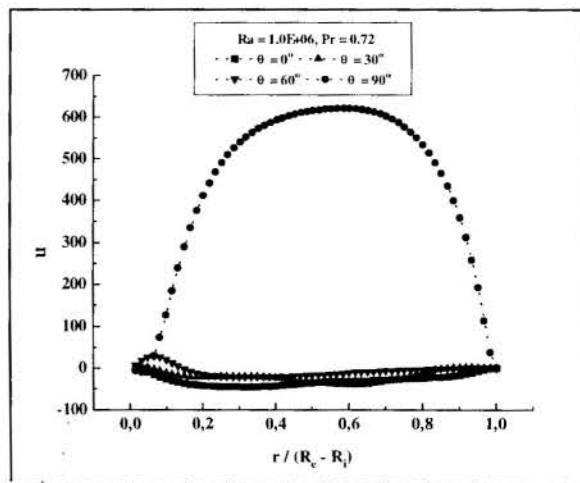


Fig. 14 - Distribuição da velocidade radial para diferentes posições;  $Ra = 1,0E+06$ ,  $Pr = 0,72$  e  $C_s = 0,30$ .

Nas Figs 12, 13 e 14, apresentam-se os perfis de temperatura e velocidade para  $Ra = 1,0E+06$ . Na Fig. 12, observa-se os perfis da temperatura a diferentes posições, a  $90^\circ$  o gradiente de temperatura próximo da parede do cilindro interior é menor, no entanto o gradiente próximo da parede exterior é maior. Em todos os perfis neste caso é observado um gradiente de temperatura acentuado próximo da parede do cilindro externo. Na Fig. 13, apresenta-se o perfil de velocidade tangencial a  $0^\circ$  e  $180^\circ$ , neste caso, também, se observa a simetria do escoamento. Na Fig. 14, observa-se o perfil da velocidade radial, o qual é simétrico a  $90^\circ$ . Estes resultados tem coerência física e estão de acordo com os resultados obtidos por Char and Hsu (1998).

## CONCLUSÕES

O escoamento por convecção natural em uma cavidade cilíndrica horizontal foi simulado numericamente com o método dos volumes finitos e com malhas co-localizadas, utilizando-se o esquema convectivo QUICK.

As instabilidades numéricas observadas foram controladas com a técnica de Simulação de Grandes Escalas (SGS), sem afetar a física do problema. Os resultados obtidos são fisicamente coerentes e têm uma boa concordância com os resultados reportados na literatura.

## BIBLIOGRAFIA

- Balparda, A., Silveira Neto, A. and Duarte, M. A. V., 1994, "Numerical Analysis of a Two-Dimensional Natural and Forced Convection Around a Heated and Rotating Cylinder", 10th International Heat Transfer Conference, Brighton-UK.
- Char, M. I and Hsu, Y. H., 1998, "Comparative Analysis of Linear and Nonlinear Low-Reynolds Number Eddy Viscosity Models to Turbulent Natural Convection in Horizontal Cylindrical Annuli" Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 33, No. 2, pp. 191-206.
- Farouk, B. and Guceri, S. I., 1982, "Laminar and Turbulent Natural Convection in the Annulus Between Horizontal Concentric Cylinders", J. Heat Transfer, Vol. 104, pp. 631-636.
- Fusegi, T., Farouk, B. and Ball, K. S., 1986, "Mixed-Convection Flows Within a Horizontal Concentric Annulus With a Heated Rotating Inner Cylinder", Numerical Heat Transfer, Vol. 9, pp. 591-604.
- Hayase, T., Humphrey, J. A. C. and Greif, R., 1992, "A Consistently Formulated QUICK Scheme for Fast and Stable



Convergence Using Finite-Volume Iterative Calculation Procedures", *Journal of Computational Physics*, Vol. 98, pp. 108-118.

Kuehn, T. H and Goldstein, R. J., 1978, "An Experimental Study of Natural Convection Heat Transfer in Concentric and Eccentric Horizontal Cylindrical Annuli", *J. Heat Transfer*, vol 100, pp. 635-640.

Lesieur, M., 1990, "Turbulence in Fluids", Second Revised edition, Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

Marchi, C. H., Maliska, C. R. and Bortoli, A. L., 1989, "The Use of Co-Located Variables in the Solution of Supersonic Flows", *Proceedings of 10th Brazilian Congress of Mechanical Engineering*, Vol. 1, pp. 157-160.

Marchi, C. H., 1993, "Esquemas de Alta Ordem para a Solução de escoamentos de Fluidos sem Dispersão Numérica", *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, Vol. XV, Nro. 3, pp. 231-249.

Morales, R. E. M., 1996, "Simulação de Grandes Escalas da Convecção Mista sobre um Cilindro Rotativo Aquecido", *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal de Uberlândia - UFU.

Morales, R. E. M. e Silveira Neto, A., 1995, "Simulação Numérica de Grandes Escalas da Convecção Natural Sobre um Cilindro Horizontal Aquecido", *CILAMCE*, vol 1. pp. 739- 748.

Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation, New York.

Silveira Neto, A., Grand, D., Metais, O. and Lesieur, M., 1993, "A Numerical Investigation of the Coherent Structures of Turbulence Behind a Backward-Facing Step", *Journal of Fluids Mechanics*, Vol. 256, pp. 1-25.

Silveira Neto, A., Grand, D., Metais, O. and Lesieur, M., 1991, "Simulation Numérique Bidimensionnelle d'un Écoulement Turbulent Stratifié Derrière une Marche", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 1999-2011.

Smagorinsky, J., 1963, "General Circulation Experiments With Primitive Equations", *Mon. Weather Rev.*, Vol. 91, 3, pp. 99-164.

#### ABSTRACT

In the present work the natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders with a heated inner horizontal cylinder is simulated numerically. The finite volume with a non-staggered grid and an interpolation scheme QUICK are used. The numerical oscillations generated by the QUICK scheme are controlled using a sub-grid scale turbulence model. The physical oscillations of flow were generated. Good agreement with other results was obtained.

CONVECÇÃO DE CALOR EM DUTOS RETANGULARES COM TEMPERATURAS VARIÁVEIS NO PERÍMETRO DA PAREDE

Ezio C. Garcia

Laboratório de Integração e Testes - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
12227-010 - São José dos Campos - S.P. - Brasil

Sergio M. Saboya

Edson L. Zapparoli

Departamento de Energia - Instituto Tecnológico de Aeronáutica

SUMÁRIO

A convecção de calor em escoamento interno desenvolvido em dutos retangulares é normalmente estudada com taxa de calor constante ou temperatura da parede constante. Este trabalho descreve um modelo computacional para análise em dutos retangulares com temperaturas variáveis na parede. O modelo calcula os campos de velocidade e temperatura do fluido. Em seqüência, os coeficientes locais de convecção são calculados. Através de integrações são calculados o coeficiente médio de convecção e o número de Nusselt. O artigo apresenta a formulação matemática. Também são apresentados alguns detalhes de modelo computacional e resultados.

INTRODUÇÃO

O trabalho trata de um modelo computacional para análise da convecção de calor em escoamento interno, em dutos retangulares com temperaturas variáveis no contorno. O escoamento estudado é laminar com perfis hidrodinâmico e térmico desenvolvidos. As temperaturas no contorno do duto são variáveis no perímetro mas consideradas constantes no sentido longitudinal.

O problema de convecção em dutos retangulares em escoamento laminar foi resolvido por Clark e Kays (1953). Este estudo foi realizado para temperatura constante no perímetro. O trabalho aqui apresentado é mais abrangente pois trata o problema com temperaturas variáveis. Outros autores como Bejan (1984), Shah e London (1978) apresentam soluções para dutos retangulares também com temperaturas constantes.

Este estudo se insere em uma linha de pesquisa com o objetivo de calcular a transferência de calor conjugada (acoplamento da condução, convecção e radiação, considerando um único domínio) em escoamento no interior de dutos com configurações adequadas para aplicações em coletores solares (Garcia, 1996). Em tais coletores, o escoamento é provocado por termo-sifão onde pretende-se obter uma configuração com baixa perda de pressão axial e baixa resistência térmica entre parede e fluido a ser aquecido. Quando se considera a transferência de calor conjugada, a temperatura no contorno da região com o fluido é variável sendo resultante da interação da convecção e condução (igualdades de temperatura e fluxo de calor na interface). Esta situação é facilmente tratada com o modelo computacional apresentado neste artigo.

O modelo computacional calcula inicialmente o campo de velocidade. Em seqüência é calculado o campo de temperatura do fluido. Após são calculados os fluxos locais de calor e os coeficientes locais de convecção. Por fim são obtidos o coeficiente médio de convecção e o número de Nusselt.

O campo de velocidade é obtido através da equação da quantidade de movimento aplicada à escoamento interno desenvolvido, incompressível, laminar e forçado com de um gradiente de pressão conhecido. As propriedades do fluido são consideradas constantes.

O campo de temperatura é obtido pela equação da energia aplicada ao campo de velocidade do fluido com perfil térmico desenvolvido. É desenvolvida uma formulação onde a equação da

energia é "adimensionalizada". Ela é dependente do gradiente da temperatura média do fluido no sentido longitudinal. Este gradiente é desconhecido tornando-se uma não-linearidade. Com temperaturas variáveis no contorno, a adimensionalização faz com que estas condições fiquem dependentes do gradiente da temperatura média do fluido. É necessário, portanto, um processo iterativo onde este gradiente e o perfil térmico são corrigidos até a convergência.

Os coeficientes de convecção locais são obtidos através das derivadas de temperatura do fluido junto a parede do duto. Estas derivadas são calculadas por aproximações em séries de Taylor. A taxa de calor é obtida pela integração destes fluxos locais. Obtida esta taxa, é calculado o coeficiente médio de convecção e assim o número de Nusselt.

As equações são "discretizadas" por diferenças finitas (Shih, 1984) e resolvidas pelo método de Gauss-Seidel (Carnahan et al, 1969). As integrações numéricas são feitas pela "Regra 1/3 de Simpson".

A figura 1 abaixo apresenta uma seção genérica para o estudo em duto retangular. O modelo é aplicável à qualquer razão de aspecto "L/D".

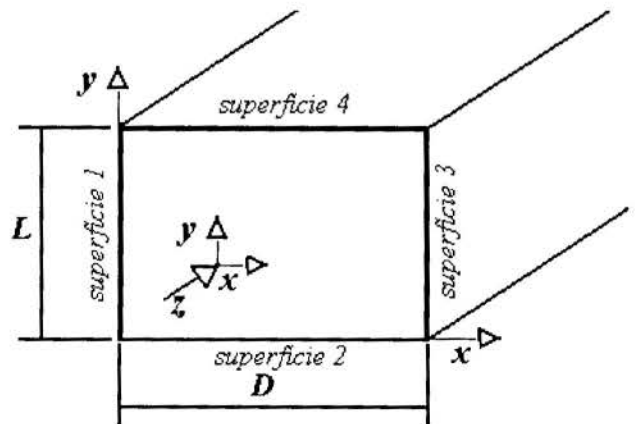


Figura 1 - Seção genérica de um duto retangular

## CAMPO DE VELOCIDADE

A condição de regime é permanente. O escoamento é laminar com perfil hidrodinâmico desenvolvido. O trabalho viscoso é considerado desprezível. Desta forma tem-se apenas velocidade longitudinal com suas componentes transversais nulas. Sendo “ $u$ ” a velocidade longitudinal, “ $\mu$ ” a viscosidade dinâmica e “ $\frac{dp}{dz}$ ” o gradiente de pressão axial constante, a equação da quantidade de movimento fica reduzida a:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dz} \quad (1)$$

A condição de contorno desta equação é de velocidade nula na parede (aderência). Esta equação é resolvida numericamente por diferenças finitas.

A velocidade média na seção de área “ $A$ ” é definida por:

$$U_B = \frac{1}{A} \cdot \iint u \cdot dx \cdot dy \quad (2)$$

## CAMPO DE TEMPERATURA DO FLUIDO

O estudo é feito para perfil térmico desenvolvido. A condução de calor na direção do escoamento é considerada desprezível comparada com a condução na direção transversal. Os efeitos da convecção natural também desprezíveis. Como o campo de velocidade é desenvolvido, as velocidades na direção transversal ao escoamento são nulas. Assim, a equação da energia fica na forma:

$$\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} = \frac{u}{a} \cdot \frac{\partial T_f}{\partial z} \quad (3)$$

onde “ $T_f$ ” e “ $a$ ” são a temperatura e difusividade térmica do fluido, respectivamente. A temperatura média do fluido é definida na forma:

$$T_B = \frac{1}{A \cdot U_B} \cdot \iint u \cdot T_f \cdot dx \cdot dy \quad (4)$$

Como já mencionado, o objetivo deste trabalho é estudar a convecção com temperaturas variáveis no contorno. Para tal faz-se necessário definir a temperatura média do contorno na forma:

$$T_{wm} = \frac{\frac{1}{L} \cdot \int_0^L T_1(0, y) \cdot dy + \frac{1}{D} \cdot \int_0^D T_2(x, 0) \cdot dx}{4} + \frac{\frac{1}{D} \cdot \int_0^L T_3(D, y) \cdot dy + \frac{1}{L} \cdot \int_0^D T_4(x, L) \cdot dx}{4} \quad (5)$$

onde “ $T_1$ ”, “ $T_2$ ”, “ $T_3$ ” e “ $T_4$ ” são as temperaturas locais nas superfícies 1, 2, 3 e 4, respectivamente mostradas na figura 1.

Para este trabalho, as temperaturas são invariantes na direção longitudinal do duto. Assim teremos também que “ $T_{wm}$ ” permanecerá constante no sentido longitudinal. O fluido estará

esquentando ou esfriando assintoticamente. Desta forma, a formulação se torna equivalente à desenvolvida por Clark e Kays (1953) para dutos de seções retangulares com temperatura prescrita e uniforme no contorno da seção transversal e no sentido longitudinal do duto. Assim fazendo um desenvolvimento análogo ao realizado pela referência acima citada, a equação (3) se transforma na expressão abaixo:

$$\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} = \frac{u}{a} \cdot \left( \frac{T_{wm} - T_f}{T_{wm} - T_B} \right) \cdot \frac{dT_B}{dz} \quad (6)$$

Para o desenvolvimento da formulação neste trabalho faz-se necessário definir as seguintes adimensionalizações:

$$X = \frac{x}{D_h} \quad (7)$$

$$Y = \frac{y}{D_h} \quad (8)$$

$$\phi = \frac{a \cdot [T_{wm} - T_f]}{U_B \cdot D_h^2 \cdot \left( \frac{dT_B}{dz} \right)} \quad (9)$$

onde  $D_h$  é o diâmetro hidráulico num perímetro “ $P_e$ ” definido como:

$$D_h = \frac{4A}{P_e} = \frac{2 \cdot L \cdot D}{L + D} \quad (10)$$

Patankar (1991) propõe adimensionalização semelhante, mas para a parede do duto com temperatura constante. Com as eq. (7) à (10) na eq. (6), e fazendo o desenvolvimento necessário, a equação da energia é obtida na forma adimensional:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} = - \frac{u}{U_B} \cdot \phi \quad (11)$$

Nesta equação, “ $\phi_B$ ” corresponde ao valor de “ $\phi$ ”, eq. (9), para “ $T_f$ ” equivalente à temperatura média do fluido, ou seja:

$$\phi_B = \frac{a \cdot [T_{wm} - T_B]}{U_B \cdot D_h^2 \cdot \left( \frac{dT_B}{dz} \right)} \quad (12)$$

Reformulando a expressão acima:

$$\frac{dT_B}{dz} = \frac{a \cdot (T_{wm} - T_B)}{U_B \cdot D_h^2 \cdot \phi_B} \quad (13)$$

e

$$T_B = T_{wm} - \frac{D_h^2 \cdot U_B}{a} \cdot \frac{dT_B}{dz} \cdot \phi_B \quad (14)$$

Da eq. (9):

$$T_f = T_{wm} - \frac{\phi \cdot U_B \cdot D_h^2 \cdot (dT_h/dz)}{a} \quad (15)$$

Com a eq. (15) na (4):

$$T_B = T_{wm} - \frac{D_h^2}{a \cdot A} \cdot \frac{dT_B}{dz} \cdot \iint u \cdot \phi \cdot dx \cdot dy \quad (16)$$

Com a eq. (16) na eq. (12), usando as adimensionalizações dadas em (7) e (8), obtém-se a temperatura média do fluido adimensional:

$$\phi_B = \frac{D_h^2}{A \cdot U_B} \cdot \iint u \cdot \phi \cdot dX \cdot dY \quad (17)$$

Com as condições de contorno:

$$\phi(0, Y) = \frac{a \cdot [T_{wm} - T_1]}{U_B \cdot D_h^2 \cdot (dT_B/dz)} \quad (18)$$

$$\phi(X, 0) = \frac{a \cdot [T_{wm} - T_2]}{U_B \cdot D_h^2 \cdot (dT_B/dz)} \quad (19)$$

$$\phi(D_h, Y) = \frac{a \cdot [T_{wm} - T_3]}{U_B \cdot D_h^2 \cdot (dT_B/dz)} \quad (20)$$

$$\phi(X, \frac{L}{D_h}) = \frac{a \cdot [T_{wm} - T_4]}{U_B \cdot D_h^2 \cdot (dT_B/dz)} \quad (21)$$

Verificando as condições de contorno acima, para a situação de temperatura constante  $T_1, T_2, T_3$  e  $T_4$  se igualam a  $T_{wm}$ . Desta forma, as condições de contorno se anulam e o problema simplifica pois não carregarão mais a dependência de  $dT_B/dz$  que não é conhecido.

Com as condições de contornos, eq. (18) à (21), estimando valores para os parâmetros desconhecidos  $\phi_B$  e  $dT_B/dz$ , a equação da energia é resolvida na forma adimensionalizada, eq. (11). Valores melhorados de  $\phi_B$  são recalculados através da eq. (17), formando o primeiro laço iterativo, como pode ser visto na figura 2. Após a convergência de  $\phi_B$ , um valor melhorado de  $dT_B/dz$  é calculado pela eq. (13). Com o novo  $dT_B/dz$ , as condições de contorno, eq. (18) à (21), são recalculadas. É feito então um retorno à eq. (11) para a nova iteração do cálculo do campo adimensional, formando desta forma o segundo laço de iterações. Obtida a convergência, o campo de temperatura dimensional do fluido é obtido pela eq. (15). Com o gradiente da temperatura média do fluido conhecido, a variação de entalpia do fluido no sentido longitudinal pode ser obtida.

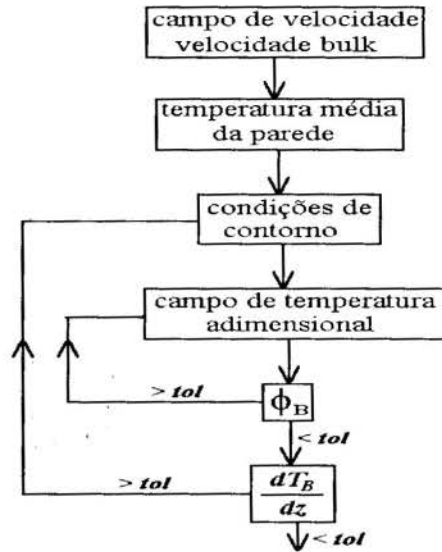


Figura 2 – Fluxograma básico do Modelo Computacional

**Coefficientes Locais de Convecção:** Para a superfície “1”, usando a hipótese da aderência, os coeficientes locais de convecção são obtidos na forma:

$$h_1(y) = - \frac{k_f \cdot \left. \frac{\partial T_f}{\partial x} \right|_{x=0}}{T_f(0, y) - T_B} \quad (22)$$

onde  $k_f$  é a condutividade térmica do fluido. De forma similar, os coeficientes para as outras superfícies são também obtidos. Assim, os fluxos locais de calor trocados entre parede e fluido são obtidos pela expressão:

$$q_l'' = h_l \cdot [T_l - T_B] \quad (23)$$

Os termos “ $h_l$ ” e “ $T_l$ ” são os coeficientes locais de convecção e temperaturas locais, respectivamente, das superfícies 1, 2, 3 e 4 (figura 1).

**Coefficiente Médio de Convecção – número de Nusselt:** A taxa de calor por unidade de comprimento,  $q_f'$ , é obtida pela integração dos fluxos, dado pela eq. (23), no perímetro. Assim o coeficiente médio de convecção pode ser obtido através da temperatura média da parede do duto e temperatura média do fluido:

$$\bar{h} = \frac{q_f'}{P_c \cdot (T_{wm} - T_B)} \quad (24)$$

E o número de Nusselt obtido como:

$$Nu = \frac{D_h \cdot \bar{h}}{k_f} \quad (25)$$



A taxa de calor trocada com a parede é igual ao aumento de entalpia do fluido. Assim esta pode ser também obtida na forma:

$$q'_f = \rho \cdot U_B \cdot A \cdot c_p \cdot \frac{dT_B}{dz} \quad (26)$$

onde  $c_p$  é o calor específico do fluido à pressão constante.

A diferença de valores obtidos pela eq. (26) e pela integração da eq. (23) é causada pelo erro numérico. A minimização deste erro foi obtida pelo estudo do refinamento da malha e diminuição da tolerância dos processos iterativos. Como conclusão adotou-se uma malha de 61 x 61 e uma tolerância de  $10^{-5}$ .

## RESULTADOS

O modelo computacional desenvolvido se aplica a qualquer distribuição de temperatura aplicada no contorno do duto. Como forma de apresentação, são mostradas as figuras à frente, as quais apresentam os campos de temperatura dos fluidos para temperatura constante, figura 3, e temperaturas variáveis, figura 4, no contorno.

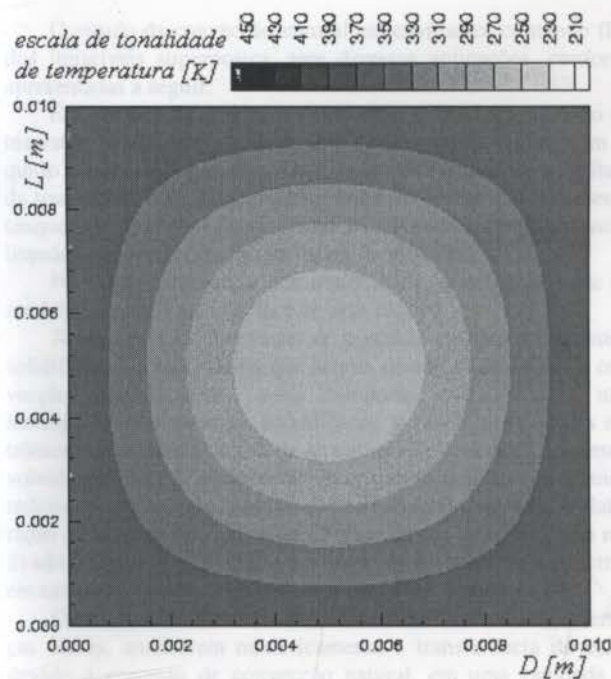


Figura 3 - Duto com temperatura constante no contorno

Nota-se pelas figuras 3 e 4, diferenças acentuadas entre os dois campos. Isso ressalta a importância do modelo computacional desenvolvido que é capaz de tratar o contorno com temperaturas variáveis.

Kays e Crawford (1993), apresentam resultados em termos de número de Nusselt para temperatura constante no contorno. Para esta situação, o número de Nusselt é função apenas da razão de aspecto (Kays e Crawford, 1993). Como já explicado no item "campo de temperatura do fluido" deste artigo, para temperatura constante, as condições de contorno, eq. (18) à (21), se anulam, o que não acontece para temperaturas variáveis. Para o caso de temperaturas variáveis, toda formulação fica dependente da distribuição de temperatura no contorno e, consequentemente, também o número de Nusselt. A figura 5 apresenta os resultados

obtidos por Kays e Crawford (1993) para várias razões de aspectos. Nesta mesma figura são apresentados os resultados obtidos pelo modelo computacional para temperatura constante e temperaturas variáveis, onde pode ser feitas comparações entre estes resultados. Verifica-se uma boa concordância dos resultados com os relatados por Kays e Crawford (1993) e os calculados pelo modelo computacional para a situação de temperatura constante, validando assim a formulação e o método utilizado.

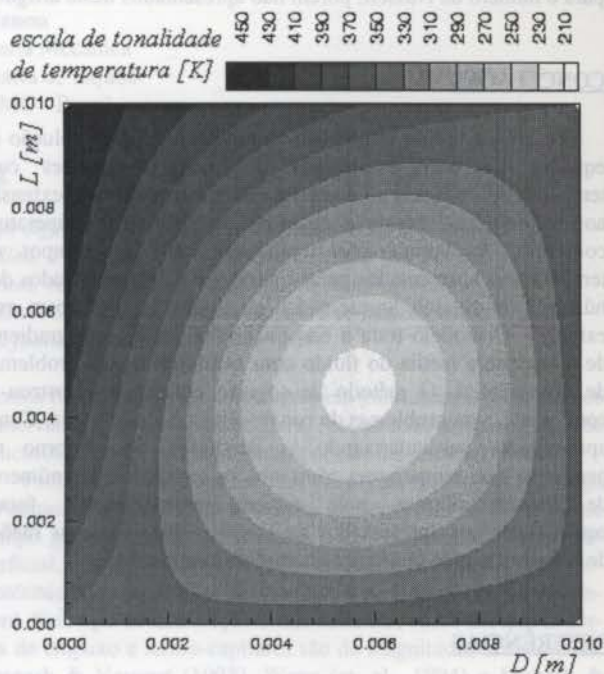


Figura 4 - Duto com temperaturas variáveis no contorno

- +
  - \*
  -
- parede do duto com temperaturas variáveis  
parede com temperatura constante - Kays e Crawford (1993)  
parede com temperatura constante - calculado pelo modelo

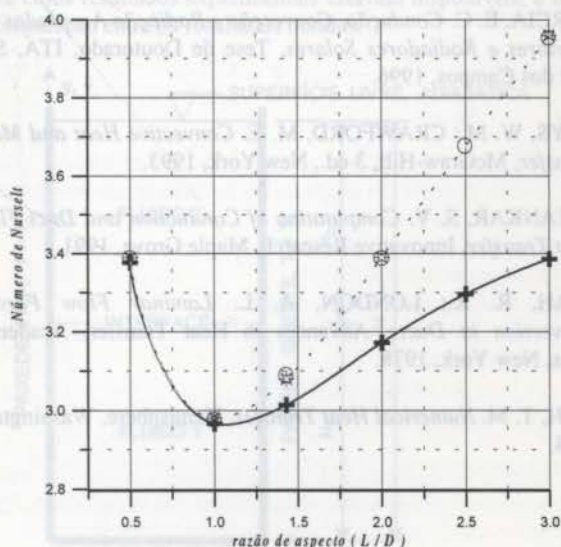


Figura 5 - Resultados dos números de Nusselt

Nota-se, no entanto, para a situação de temperaturas variáveis que com o aumento da razão de aspecto o número de Nusselt vai diferenciando-se do encontrado para a situação de temperatura constante. Isso mostra o erro que se cometeria no caso de utilização do número de Nusselt da literatura para temperatura constante em situações de temperaturas variáveis no contorno. A figura 5 foi obtida a partir de uma distribuição de temperatura no contorno dada por Garcia (1996). Outras situações de distribuições diversas foram verificadas pelo modelo computacional nas quais apresentaram resultados semelhantes para o número de Nusselt, porém não apresentados neste artigo.

## CONCLUSÕES

Foi desenvolvido um modelo computacional para solução da equação da energia aplicada à dutos retangulares com temperaturas variáveis no contorno que mostrou ser uma extensão aos métodos que tratam o contorno do duto com temperatura constante. As comparações realizadas entre os campos de temperaturas apresentados pelas figuras 3 e 4, e os resultados dos números de Nusselt apresentados na figura 5, confirmam esta extensão. O modelo trata a não-linearidade dada pelo gradiente de temperatura média do fluido com facilidade e sem problemas de divergências. O método de solução empregado mostrou-se consistente, sem problemas de convergência e estabilidade. Como apresentado, particularizando as condições de contorno no perímetro para temperatura constante, os resultados dos números de Nusselt obtidos pelo modelo computacional foram equivalentes aos apresentados na literatura para todas as razões de aspectos, dando confiança ao modelo desenvolvido.

## REFERÊNCIAS

- BEJAN, A. *Convection Heat Transfer*, Wiley, New York, 1984.
- CARNAHAN, B.; LUTHER, H. A.; WILKES, J. O. *Applied Numerical Methods*, Wiley, New York, 1969.
- CLARK, S. H.; KAYS, W. M. Laminar-Flow Forced Convection in Rectangular Tubes, *Trans. ASME*, pp. 859-866, July, 1953.
- GARCIA, E. C. *Condução, Convecção e Radiação Acopladas em Coletores e Radiadores Solares*, Tese de Doutorado, ITA, São José dos Campos, 1996.
- KAYS, W. M.; CRAWFORD, M. E. *Convective Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, 3 ed., New York, 1993.
- PATANKAR, S. V. *Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfer*, Innovative Research, Maple Grove, 1991.
- SHAH, R. K.; LONDON, A. L. *Laminar Flow Forced Convection in Ducts*, Advances in Heat Transfer, Academic Press, New York, 1978.
- SHIH, T. M. *Numerical Heat Transfer*, Hemisphere, Washington, 1984.

## SUMMARY

The heat convection in fully developed laminar flow inside of the rectangular tubes is normally studied with constant heat rate or constant surface temperature. This work describes a computational model to analyse the convection with no constant temperature as boundary condition. The model calculates the velocity and temperature profiles of the fluid. Then, the local convection coefficients are calculated. In addition, the average convection coefficient is calculated and the Nusselt Number is found. This paper presents the mathematical formulation. Also, some details of computational model and results are presented.

## ESTUDO NUMÉRICO DA CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE CONTENDO DOIS FLUIDOS IMISCÍVEIS

Dênio Lemos Panissi

Genésio José Menon

Departamento de engenharia Mecânica  
Escola Federal de Engenharia de Itajubá  
37500-000 - Itajubá - MG - Brasil

### SUMMARY

*Natural convection in a rectangular cavity with differentially heated end walls, containing two immiscible superposed fluids was numerically studied. The studied was performed using the Finite Element's Method. The results present stream function, velocity profile, temperature distribution and heat transfer as function of wall temperature difference. Some numerical results were compared with an experimental study reported in the literature and found in reasonable agreement.*

### 1 - INTRODUÇÃO

O estudo da convecção natural em cavidades, contendo fluidos imiscíveis superpostos, tem diversas aplicações, conforme apresentadas a seguir.

Em tanques de armazenamento de combustíveis, quando estes estão parcialmente cheios, encontramos uma região com líquido e outra com gás. O conhecimento da forma e da magnitude da transferência de calor permite prever o comportamento destes tanques em situações de acidentes envolvendo incêndio, possibilitando o desenvolvimento de meios de proteção.

Na manta terrestre, a descontinuidade sísmológica pode ser modelada como uma interface de dois fluidos.

No processo de fabricação de materiais eletrônicos, durante a solidificação, o escoamento que ocorre, devido ao processo de convecção natural, pode causar estruturas cristalográficas não-homogêneas nos materiais solidificados, gerando propriedades eletrônicas indesejáveis. A fim de amenizar este problema, foi desenvolvida a técnica de crescimento de cristal encapsulado em líquido, reduzindo a taxa de evaporação dos componentes voláteis. A elaboração de técnicas aperfeiçoadas de crescimento de cristais tem motivado diversos pesquisadores ao estudo do escoamento convectivo, em cavidades compostas por fluidos imiscíveis superpostos.

Oosthuizen & Kuhn (1984), utilizando o método de diferenças finitas, analisaram numericamente a transferência de calor, devido o processo de convecção natural, em uma cavidade de seção circular com a metade inferior cheia de líquido e a metade superior cheia de gás. As soluções foram obtidas para um conjunto de propriedades com o número de Rayleigh baseado nas propriedades do líquido, variando de 0 a  $3 \times 10^7$ .

Villers & Platten (1988, 1990) foram uns dos pioneiros a estudar a convecção térmica em uma cavidade retangular com dois líquidos imiscíveis, realizando uma abordagem experimental e analítica. O sistema experimental era composto de água e heptanol e as medições do perfil de velocidade em cada camada foram realizadas com um anemômetro do tipo Laser Doppler.

Prakash & Koster (1994) estudaram numericamente, através do método de diferenças finitas, o escoamento convectivo natural em uma cavidade rasa composta de três camadas de líquidos imiscíveis. Posteriormente, Prakash & Koster (1996), usando um modelo matemático que envolvia as forças de empuxo e termo-capilares, simularam através de um programa comercial de ele-

mentos finitos FIDAP, o escoamento em um sistema de dois fluidos imiscíveis com uma superfície livre, encontrando resultados em boa concordância com aqueles obtidos por eles experimentalmente.

Problemas de convecção, que envolvem não somente a força de empuxo, originária da diferença de densidade na presença de campo gravitacional, mas também a tensão de cisalhamento superficial, que existe ao longo de uma fronteira livre não-isotérmica de um fluido, são chamados de Convecção de Marangoni. Este tipo de convecção é relevante nos casos em que as forças de empuxo e termo-capilares são de magnitudes semelhantes. Bargash & Vasseur (1993), Wang (et. al., 1994) e Prakash & Koster (1997) realizaram estudos a este respeito.

No presente trabalho, foi estudada numericamente a convecção natural causada pelas forças de Boussinesq em dois fluidos imiscíveis superpostos dentro de uma cavidade, conforme mostra a figura 1. Os resultados foram obtidos, utilizando o método de elementos finitos, a partir de um programa desenvolvido pelos autores, em linguagem FORTRAN-90. Para validação do código computacional, o programa foi rodado com os parâmetros de um caso, cujos resultados experimentais estavam disponíveis, e feita a comparação entre os resultados obtidos.

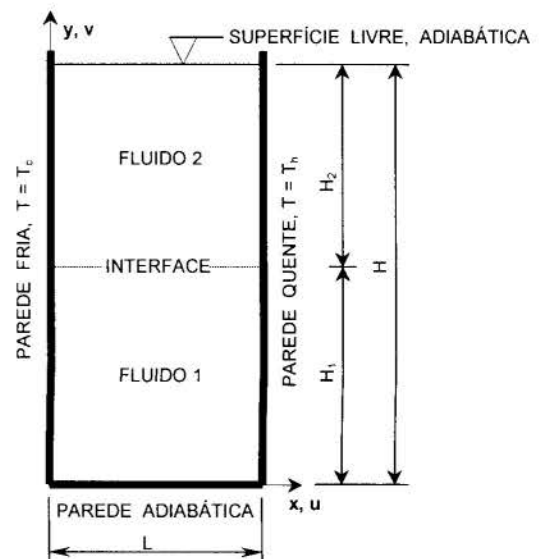


Figura 1 - Cavidade estudada



## 2 - NOMENCLATURA

$c_p$  - calor específico ( $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ )  
 $g$  - aceleração gravitacional ( $m\ s^{-2}$ )  
 $Gr$  - número de Grashof  
 $H$  - altura (m)  
 $L$  - largura (m)  
 $Pr$  - número de Prandtl  
 $t$  - tempo (s)  
 $T$  - temperatura ( $^{\circ}C$ )  
 $u$  - velocidade horizontal ( $m\ s^{-1}$ )  
 $U$  - velocidade horizontal adimensional  
 $v$  - velocidade vertical ( $m\ s^{-1}$ )  
 $V$  - velocidade vertical adimensional  
 $x$  - coordenada horizontal (m)  
 $X$  - coordenada horizontal adimensional  
 $y$  - coordenada vertical (m)  
 $Y$  - coordenada vertical adimensional

### Símbolos Gregos

$\beta$  - coeficiente de expansão volumétrica ( $K^{-1}$ )  
 $\kappa$  - condutividade térmica ( $W\ m^{-1}\ K^{-1}$ )  
 $\mu$  - viscosidade dinâmica ( $kg\ m^{-1}\ s^{-1}$ )  
 $\rho$  - massa específica ( $kg\ m^{-3}$ )  
 $\theta$  - temperatura adimensional  
 $\tau$  - tempo adimensional  
 $\nu$  - viscosidade cinemática ( $m^2\ s^{-1}$ )

### Sub-índice

$c$  - parede fria  
 $h$  - parede quente  
 $1$  - camada inferior  
 $2$  - camada superior

## 3 - FORMULAÇÃO

Visando generalizar a análise teórica, foram empregadas as grandezas adimensionais:

$$\tau = \frac{v_1 t}{H_1^2}, \quad X = \frac{x}{H_1}, \quad Y = \frac{y}{H_1}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c},$$

$$U = \frac{u H_1}{v_1}, \quad V = \frac{v H_1}{v_1}, \quad P = \frac{\rho H_1^2}{\rho_1 v_1^2}. \quad (1)$$

O estudo é baseado nas equações de Navier-Stokes, sendo consideradas as seguintes hipóteses na formulação do problema:

- regime não permanente;
- escoamento bidimensional e laminar;
- escoamento incompressível;
- função dissipação viscosa desprezada;
- propriedades do fluido constantes, exceto a densidade em termos de empuxo;
- sem geração interna de calor;
- efeitos de compressibilidade são desprezados.

Mediante as considerações acima, para cada camada, as equações de conservação na forma adimensional são as seguintes:

- continuidade:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \quad (2)$$

- quantidade de movimento:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}, \quad (3.a)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{Gr_1}{2} \theta + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}, \quad (3.b)$$

onde  $Gr$  é o número de Grashof definido pela relação:

$$Gr_1 = \frac{g \beta_i (T_h - T_c) H_1^3}{v_i^2}, \quad (4)$$

- energia:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr_1} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right), \quad (5)$$

onde  $Pr$  é o número de Prandtl definido pela relação:

$$Pr_1 = \frac{\mu_i c_{p i}}{\kappa_i}, \quad (6)$$

Na interface fluido-fluido, foram assumidas as hipóteses:

- a interface se mantém indeformável;
- velocidade, temperatura, tensão de cisalhamento e fluxo de calor são contínuos através da interface;
- não há fluxo de massa na interface.
- as tensões termo-capilares são desprezadas.

Assim sendo, na interface, são válidas as relações:

$$V_1 = V_2 = 0, \quad (7)$$

$$U_1 = U_2, \quad (8)$$

$$\mu_1 \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)_1 = \mu_2 \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)_2, \quad (9)$$

$$\theta_1 = \theta_2, \quad (10)$$

$$\kappa_1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_1 = \kappa_2 \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_2. \quad (11)$$

As condições de contorno adotadas são:

- na parede horizontal inferior ( $0 < X < 1, Y = 0$ ):

- condição de isolamento:

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad (12)$$

- condição de não escorregamento e impermeabilidade:

$$U = 0 \quad \text{e} \quad V = 0; \quad (13)$$

- na superfície horizontal superior ( $0 < X < 1, Y = 1$ ):



- condição de isolamento:

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad (14)$$

- condição de superfície livre sem tensão termo-capilar:

$$\mu_2 \frac{\partial U}{\partial X} = 0 \quad \text{e} \quad V = 0; \quad (15)$$

c) na parede vertical esquerda ( $X=0, 0<Y<1$ ):

- condição de parede isotérmica fria:

$$\theta = -1, \quad (16)$$

- condição de não escorregamento e impermeabilidade:

$$U = 0 \quad \text{e} \quad V = 0; \quad (17)$$

d) na parede vertical direita ( $X=1, 0<Y<1$ ):

- condição de parede isotérmica quente:

$$\theta = 1, \quad (18)$$

- condição de não escorregamento e impermeabilidade:

$$U = 0 \quad \text{e} \quad V = 0. \quad (19)$$

Tabela 1 – Dimensões da cavidade usada no teste

L (m)	H (m)	H <sub>1</sub> (m)	H <sub>2</sub> (m)
38,0 x 10 <sup>-3</sup>	12,0 x 10 <sup>-3</sup>	6,0 x 10 <sup>-3</sup>	6,0 x 10 <sup>-3</sup>

Tabela 2 - Propriedades físicas dos fluidos

Propriedades	Fluidos	
	FC70	SO 10cSt
Calor específico c <sub>p</sub> (J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	1,05 x 10 <sup>3</sup>	1,51 x 10 <sup>3</sup>
Coefficiente de expansão β (K <sup>-1</sup> )	1,00 x 10 <sup>-3</sup>	1,10 x 10 <sup>-3</sup>
Condutividade térmica κ (W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	7,00 x 10 <sup>-2</sup>	1,34 x 10 <sup>-1</sup>
Densidade ρ (kg m <sup>-3</sup> )	1,94 x 10 <sup>3</sup>	9,35 x 10 <sup>2</sup>
Difusividade térmica λ (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )	3,44 x 10 <sup>-8</sup>	9,51 x 10 <sup>-8</sup>
Gradiente de tensão superficial γ (N m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	-6,0 x 10 <sup>-5</sup>	-6,7 x 10 <sup>-5</sup>
Número de Prandtl Pr (1)	390	105
Tensão superficial σ (N m <sup>-1</sup> )	1,97 x 10 <sup>-3</sup>	1,86 x 10 <sup>-3</sup>
Viscosidade dinâmica μ (kg m <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )	2,60 x 10 <sup>-2</sup>	9,35 x 10 <sup>-3</sup>
Viscosidade cinemática ν (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )	1,34 x 10 <sup>-5</sup>	1,00 x 10 <sup>-5</sup>

#### 4 – VALIDAÇÃO DO PROGRAMA COMPUTACIONAL

Inicialmente, realizou-se um teste do código computacional, para efeito de validação do mesmo. Para tal, foi estudado um caso, cujos resultados experimentais estavam disponíveis em um trabalho publicado por Prakash & Koster (1997). A cavidade estudada por eles é semelhante a apresentada na figura 1, com exceção da razão de aspecto H/L, sendo H<L. Os fluidos utilizados foram óleo de silicone (SO 10cSt) sobre fluorinert líquido (FC70).

As dimensões da cavidade, as propriedades físicas dos fluidos imiscíveis sobrepostos, e o número de Grashof empregado no caso, usado como teste, encontram-se, respectivamente, nas tabelas 1, 2 e 3. A diferença de temperatura empregada entre as paredes verticais foi de 5 K.

Para estudar este caso, foi utilizada uma malha de 1800 elementos triangulares.

A figura 2 mostra, para o regime permanente, o perfil de velocidade horizontal no centro da cavidade. A diferença encontrada entre os valores numéricos e experimentais da velocidade, nesta figura, pode estar associada ao fato de que a formulação empregada, no presente trabalho, não leva em conta as tensões termo-capilares que ocorrem na interface fluido-fluido e também na superfície livre. Estas tensões são responsáveis pelo aumento ou diminuição da velocidade dentro cavidade e, para uma análise minuciosa, a sua influência deve ser considerada.

No presente trabalho, objetivando a simplificação do modelo, as tensões termo-capilares não foram consideradas, contudo, os valores do perfil de velocidade horizontal, no centro da cavidade, mostram-se em razoável concordância, conforme pode ser observado na figura 2.

Tabela 3 - Número de Grashof em cada camada de fluido

Camada de Fluido	
Inferior - FC70 Gr <sub>1</sub>	Superior - SO 10cSt Gr <sub>2</sub>
59,0	116,5

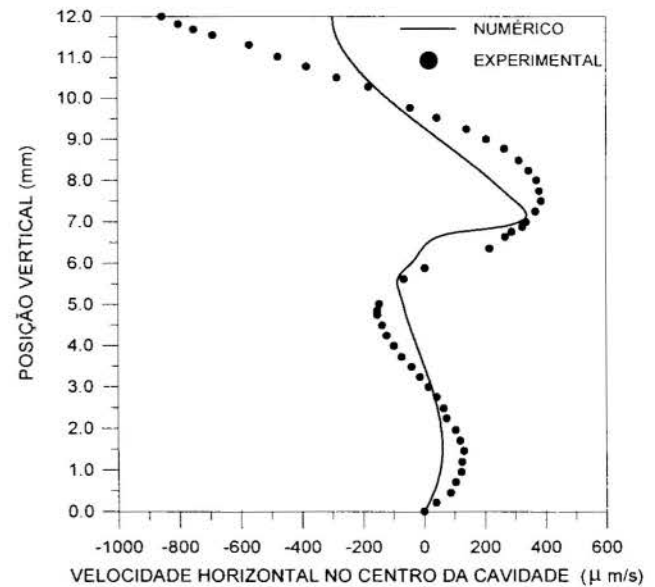


Figura 2- Comparação entre os resultados do trabalho atual e os resultados experimentais de Prakash & Koster (1997)

## 5 – RESULTADOS

A cavidade mostrada na figura 1 foi estudada, numericamente, com vários valores de diferença de temperatura entre as paredes verticais, variando de 1 a 20 K. As propriedades físicas dos fluidos imiscíveis adotados encontram-se na tabela 2, os números de Grashof para as respectivas diferenças de temperatura na tabela 5, as dimensões da cavidade na tabela 4 e a malha empregada na discretização da geometria apresenta-se na figura 3.

Outras malhas mais refinadas foram testadas para a geometria em questão, porém os resultados encontrados não apresentaram diferença significativa. Então, tendo-se em vista o custo computacional, foi adotada a malha da figura 3.

As figuras 4 e 5 mostram respectivamente as isoterms e linhas de corrente, desenvolvidas dentro da cavidade, após o sistema atingir o regime permanente. Nestas figuras, a diferença de temperatura entre as paredes verticais isotérmicas é de 1 K.

Na figura 4, devido a baixa velocidade do escoamento imposto pela pequena diferença de temperatura entre as paredes, as isoterms mantêm-se, praticamente, paralelas às paredes verticais, em quase toda a cavidade, caracterizando uma transferência de calor, predominantemente, por condução. O fato das isoterms estarem quase normais à linha da interface nos revela que a transferência de calor, de uma camadas para outra, é muito pequena.

Na figura 5, observamos três células de escoamento. A célula de cima e a de baixo estão girando no sentido anti-horário, enquanto que a célula do meio gira no sentido horário, permitindo o acoplamento mecânico entre as duas camadas de líquidos. O fato da célula, que gira no sentido horário, estar na camada de cima, revela-nos que o escoamento da camada de baixo está se impondo sobre o escoamento da camada de cima, ou seja o transporte líquido de quantidade de movimento está se dando no sentido de baixo para cima.

As figuras 6 e 7 apresentam as isoterms e linhas de corrente, após o sistema atingir o regime permanente, e com a diferença de temperatura entre as paredes verticais de 20 K.

Comparando as figuras 4 e 6, observamos na figura 6 a influência da intensificação do escoamento, causada pelo aumento da diferença de temperatura entre as paredes, sobre o campo das isoterms. Agora, o calor transferido, através do transporte de fluidos, tem uma parcela maior na transmissão de calor entre as paredes. Nesta figura, as isoterms estão inclinadas na região da interface, demonstrando que está ocorrendo um fluxo de calor no sentido da camada de baixo para a camada de cima, devido o acoplamento térmico.

Através das figuras 5 e 7, verificamos que, embora tenha havido uma intensificação do escoamento, causado pelo aumento da diferença de temperatura entre as paredes, a forma do escoamento praticamente não se alterou.

A figura 8 apresenta, para diversas diferenças de temperaturas entre as paredes verticais, o perfil de velocidade horizontal em cada posição vertical no centro da cavidade, ou seja, em  $X=1/2$  e  $0 \leq Y \leq 1$ . Nesta figura, observamos que a velocidade aumenta, à medida que aumenta a diferença de temperatura, contudo, as posições verticais em que ocorrem os pontos de máxima, mínima e inversão de velocidade não se alteram. Próximo à parede horizontal inferior a velocidade é sempre nula, devido a condição de não-escorregamento imposta pela equação 13. As maiores velocidades correm na camada superior por se tratar de um líquido menos viscoso e ainda possuir uma superfície livre.

A figura 9 mostra o fluxo de calor, entre as paredes verticais, para diversas diferenças de temperatura. Para este caso estudado, o fluxo de calor teve um comportamento quase que linear em relação a diferença de temperatura das paredes.

Tabela 4 – Dimensões da cavidade usada na geração dos resultados

L (m)	H (m)	H <sub>1</sub> (m)	H <sub>2</sub> (m)
$6,0 \times 10^{-3}$	$12,0 \times 10^{-3}$	$6,0 \times 10^{-3}$	$6,0 \times 10^{-3}$

Tabela 5 - Número de Grashof em cada camada de fluido

Diferença de temperatura $\Delta T$ (K)	Camada de Fluido	
	Inferior - FC70 Gr <sub>1</sub>	Superior - SO 10cSt Gr <sub>2</sub>
1	11,8	23,3
5	59,0	116,5
10	118,0	233,0
20	236,0	466,0

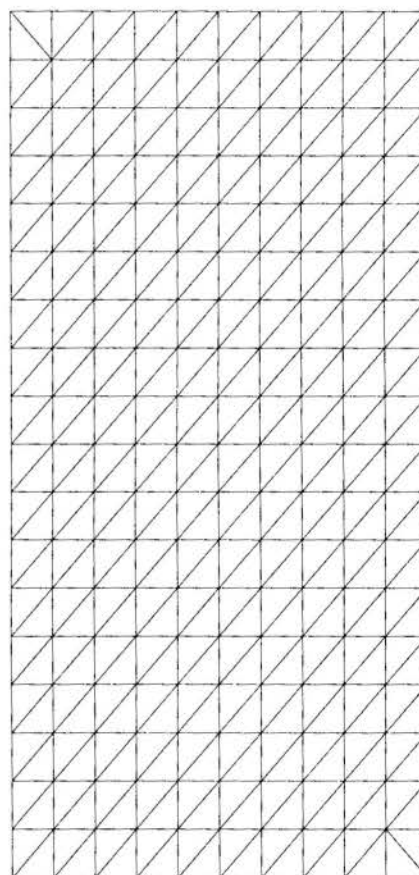


Figura 3 - Malha utilizada: 360 elementos

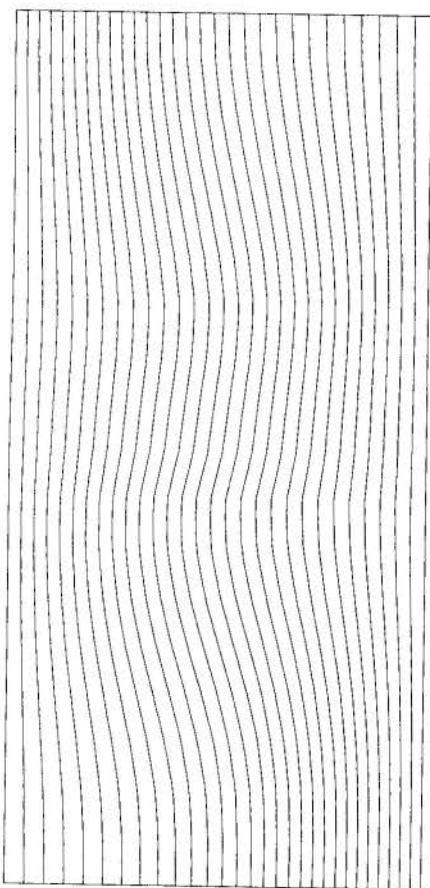


Figura 4 – Isothermas,  $T_h - T_c = 1$  K

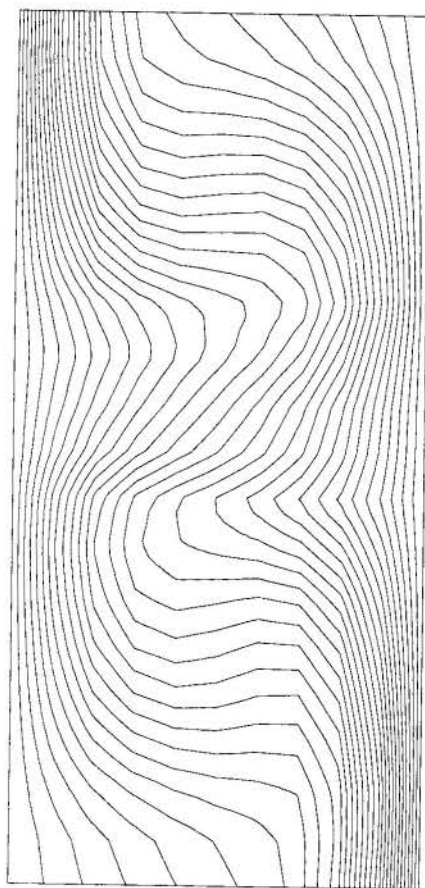


Figura 6 – Isothermas,  $T_h - T_c = 20$  K

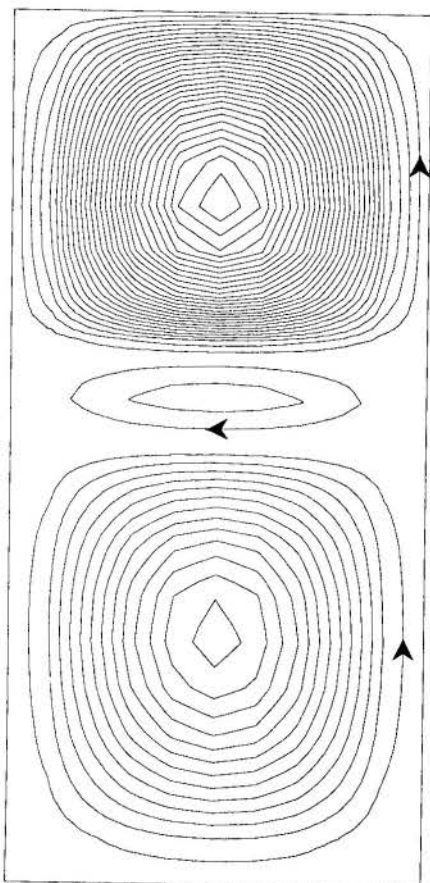


Figura 5 - Linhas de Corrente,  $T_h - T_c = 1$  K

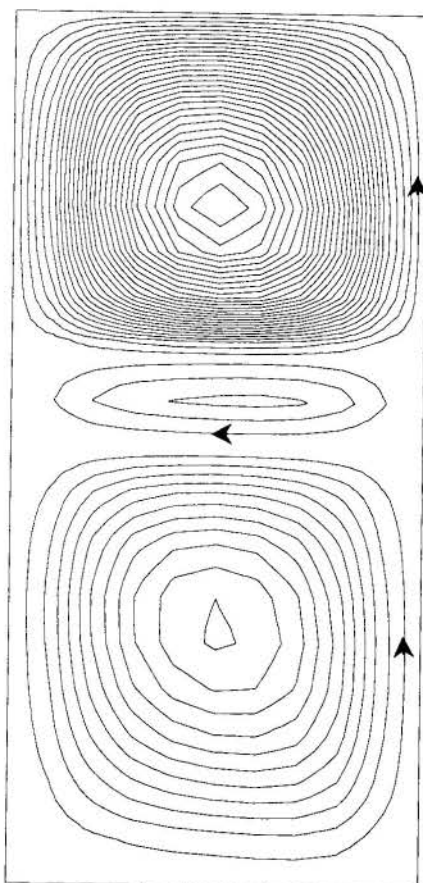


Figura 7 - Linhas de Corrente,  $T_h - T_c = 20$  K

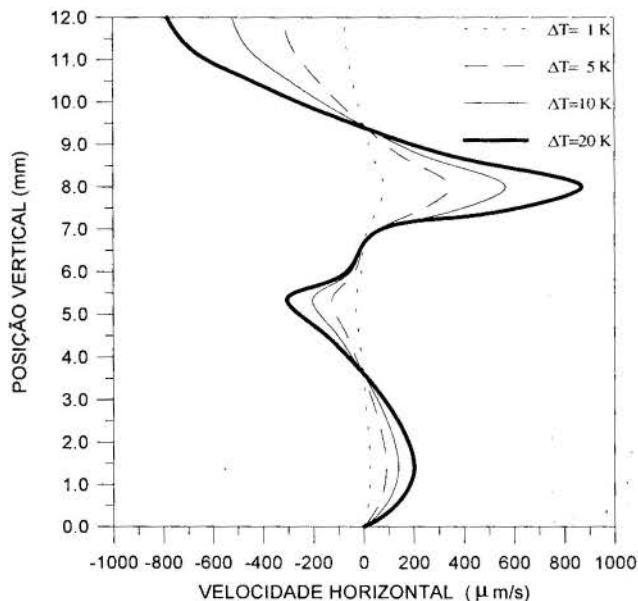


Figura 8 - Velocidade horizontal no centro da cavidade

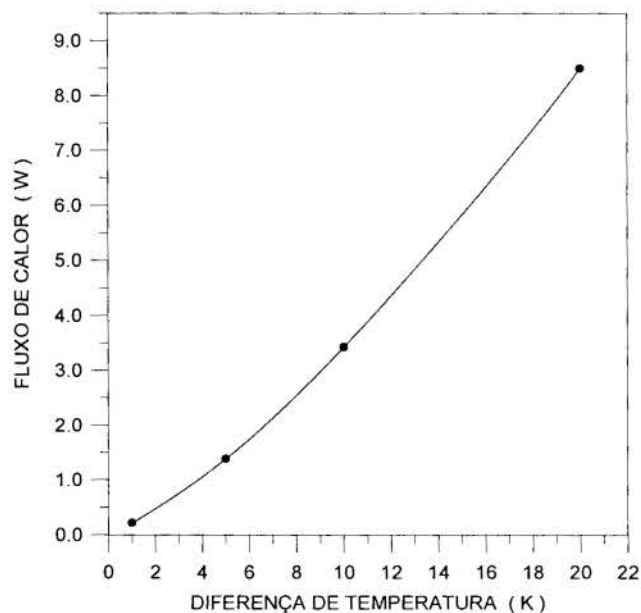


Figura 9 - Fluxo de calor para diversas diferenças de temperaturas entre as paredes verticais

## 6 - CONCLUSÃO

A principal diferença na modelagem de um sistema composto de apenas um fluido e um outro composto por dois ou mais fluidos imiscíveis superpostos está nas condições de interface.

Na interface líquido-líquido ocorrem dois tipos de acoplamentos: o mecânico e o térmico.

O acoplamento mecânico se dá via transferência da quantidade de movimento e continuidade da velocidade. Já o acoplamento térmico ocorre através da continuidade da temperatura e balanço de transferência de calor.

Quanto às forças responsáveis pelo escoamento, dentro da cavidade, elas podem ser de empuxo causado pela diferença de densidade na presença de campo gravitacional (forças de Boussinesq) somadas às forças decorrentes da tensão termo-capilar presentes na interface, superfície livre e superfícies não-isotérmicas.

No presente trabalho, visando uma formulação mais fidedigna, as tensões termo-capilares não foram consideradas, os resultados encontrados na validação do programa são coerentes com aqueles obtidos experimentalmente.

Através dos resultados obtidos neste estudo foi possível observar como dois fluidos imiscíveis superpostos se interagem numa cavidade cuja altura é o dobro da largura, permitindo analisar por meio das linhas de correntes e isotermas o acoplamento mecânico e térmico das camadas.

## 7 - AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES pelo suporte financeiro concedido para execução deste trabalho.

## 7 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bargash, M and Vasseur, P., 1993, "Natural Convection in a Shallow Cavity Containing Two Superposed Layers of Immiscible Liquids", Numerical Heat Transfer, Part A, Vol.24, p. 373.
- Oosthuizen, P. H. and Kuhn, D., 1984, "Unsteady Convective Flow in a Circular Container Half-filled With Liquid and Half-filled with a Gas", The Winter Annual Meeting of The ASME, Vol. 39, pp. 1-11.
- Prakash, A. and Koster, J. N., 1994, "Convection in Multiple Layers of Immiscible Liquids in a Shallow Cavity - I", Multiphase Flow, Vol. 20, No. 2, pp. 383-396.
- Prakash, A. and Koster, J. N., 1996, "Steady Rayleigh-Bénard Convection in a Two-layer system of Immiscible Liquids", Journal of Heat Transfer, Vol. 18, pp. 366-373.
- Prakash, A. and Koster, J. N., 1997, "Steady Natural Convection in a Two-layer system of Immiscible liquids", International Journal of Mass Transfer, Vol. 40, pp. 2799-2812.
- Villers, D., and Platten, J. K., 1988, "Thermal Convection in Superposed Immiscible Liquid Layers", Applied Scientific Research, Vol. 45, pp.145-152.
- Villers, D., and Platten, J. K., 1990, "Influence of Interfacial Tension Gradients on Thermal Convection in Two Immiscible Liquid Layers", Applied Scientific Research, Vol. 47, p. 191.
- Wang, P., Kahawita, R. and Nguyen, D. L., 1994, "Numerical Simulation of Buoyancy-Marangoni Convection in Two Superposed Immiscible Liquid Layers With a Free Surface", Heat Mass Transfer, Vol. 37, No. 7, pp. 1111-1122.



## NATURAL CONVECTION FLOW VISUALIZATION IN A THERMAL CAVITY HEATED FROM LATERAL SIDE

**Ricardo A. V. Ramos & Edson Del Rio Vieira**

DEM/FEIS/UNESP - Ilha Solteira-SP

**Luiz Fernando Milanez**

DE/FEM/UNICAMP - Campinas-SP

### SUMMARY

*A hydrodynamic flow visualization technique based on scattering phenomena generated by neutrally-buoyant solid micro-particles when intensely illuminated has been implemented in this work to aid the study of laminar natural convection in a closed thermal cavity. The lower and upper horizontal sides were kept insulated by means of Styrofoam plates. In the left vertical side there are four protruding heat sources, simulating electronic components and the right vertical side was kept at constant temperature. The rear side is also insulated and the front side is made of a special Plexiglas. The image processing permits to obtain qualitative information about the flow and will be used to validate numerical results.*

### INTRODUCTION

Natural convection cooling of electronic devices has received much attention in the last two decades, this because of the reduction of the components size, that increases the heat flux per volume unit and consequently the temperature levels. Both the flow structure and the temperature field in this problem are very complicated and need an arduous work to improve the heat transfer and to reduce the failure rate.

Several approaches have been utilized to analyze this problem. Numerical schemes are frequently applied and sometimes accompanied by experimental results. Many experiments are conducted by measuring the temperature field, generally with the use of thermocouples, and flow visualization has sometimes been used to provide important qualitative information about the flow. Following this tendency, experimental and numerical approaches are presented in this work to understand the problem of natural convection in a cavity (30x200x150mm) with heat sources, as shown in Figure 1.

The main goal of this work is the search for an experimental flow visualization technique adequate to this kind of problem, determining the ideal illumination, type of tracers, adequate chemical photographic film and exposure time, in order to capture images of good quality for scientific proposes.

### FLOW VISUALIZATION TECHNIQUES

In choosing an experimental technique designed to study some specific problem, cost and quality results play important roles in the technique selection. Experimental flow visualization permits to obtain a rapid, low cost and expressive qualitative and quantitative information about the problem under study. The literature shows many applications of flow visualization, including the study of natural convection in enclosures, as reported by Merzkirch (1987) and Freymuth (1993).

Natural air convection flow in cavities can be studied with the help of the *smoke trace*, a technique commonly utilized in aerodynamics studies in wind tunnel. Just after the smoke (or vapor of kerosene or a similar product) has been introduced into the air flow, it makes the flow visible, as reported by Yin *et al.* (1973), Semas & Lee (1981) and Chu *et al.* (1976). All these investigators used tobacco smoke with particles in the range between 0.2 and 0.4  $\mu\text{m}$ . This technique requires a gentle and careful smoke injection into the cavity in order to not promote significant perturbations. Furthermore, after the smoke trace injection, a certain time is needed to ensure stability and steady state of the flow pattern. During this period of stabilization time, the smoke trace is continually dispersed in the air, producing sharpness images.

Because smoke trace produces images with low contrast and very poor accuracy, other flow visualization techniques using air are reported in many other works. Many of these techniques are based on observation of changes of intrinsic physical properties of the medium by optical interferometer systems.

The schlieren optical arrangement is an example; it is sensitive to the first gradient of refractive index (temperature gradient) of the transparent medium. Since the pioneering

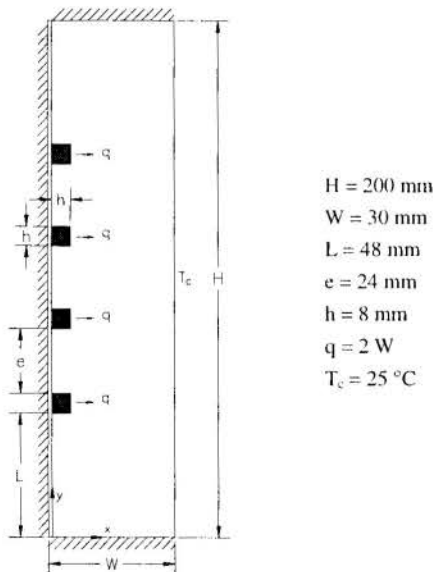


Figure 1: Vertical cavity with protruding heat sources.

interferometer work of August Teopler, in 1864, this technique has been intensely applied to compressible flow and to the determination of the gradient of the concentration in chemical solutions. This technique is named *Teopler's schlieren method* and many variations of this technique can be found in the works of Goldstein (1983) and Merzkirch (1987).

*Laser holographic interferometer* was used by Hsieh & Wang (1994) with a 35 mW He-Ne laser and by Cesini *et al.* (1988) with a 5 W Argon ion laser.

The use of interferometry flow visualization is associated with many problems. The windows of the enclosure must be made of optically flat glass, because *Plexiglas* has refractive index heavily dependent on the internal stresses. The interferometer components and test section should be mounted securely in a vibration free table, requiring the use of expensive large aberration-free lenses; however, a similar schlieren system using convergent concave mirrors can be used.

Generally, flow visualization is easily carried out in a liquid medium than in the air. The visualization of the natural convection flow of a liquid medium confined in a space represents a very difficult experimental problem.

Several flow visualization techniques of natural convection in a liquid medium are reported in the literature. Many of these techniques use solutions with properties called *electrochromic*. When a small electrical current (only few volts and about 10mA or less) is passed through these fluids, it produces a colored reversible trace. The dye streak visualization can be performed in recirculating systems, as observed in natural convection in cavities. Baker (1966), Vedhanayagam (1979) and Kelleher *et al.* (1985), used the so-called *thymol blue method*, and Hendricks & Aviram (1982) used zinc iodide ( $Zn I_2$ ) solution. Since there are no density differences between the fluid elements marked by the color dye and the rest of the fluid, the dye is neutrally buoyant and this technique is indicated to be used for flows dominated by mass forces, as in convective flows. But electrochromic flow visualization technique proved not to be effective because the contrasts between the color dye and the water solution is poor. Additionally, Azevedo & Carvalho (1988) reported that the thymol blue visualization method is unable to capture complete structure of complex convection flows.

Traces in shape of *solid micro-particles* are also applied to the visualization of natural convection flows. These solid particles need to remain neutrally buoyant for an extended period of time under the necessary variation of the water temperature. They should not adhere to the inner surfaces and they need to have good light reflectors.

Different kinds of solid micro-particle traces were utilized by previous researchers in natural convection problems: *aluminum powders*, as described by Keyhani *et al.* (1988a) and Keyhani *et al.* (1988 b) (5 to 20  $\mu m$ ) in ethylene glycol medium and Hsieh & Wang (1994) (5 to 15  $\mu m$ ) in silicone oil medium; *Pliolite resin*, Azevedo & Carvalho (1988) (50  $\mu m$ ) in water; *polyethylene, polystyrene and small hollow glass sphere*, used by Yin *et al.* (1973) in ordinary tap water.

The use of *uncoated thermochromic liquid crystal droplets* (about 50  $\mu m$ ) in glycerol-water solution, that permits to observe simultaneously the particle displacement and temperature field, is also described by Hiller *et al.* (1991).

In this work, solid micro particles in water medium was used.

## EXPERIMENTAL PROCEDURE

**Experimental Apparatus.** In the experimental study, resistive heaters made of *Kanthal* wire were introduced in aluminum beams, simulating protruding heat sources. These beams were mounted on an epoxy plate, insulated with *Styrofoam*. The sources were activated by a DC power supply allowing the power to be varied. The right wall was maintained at a constant temperature by means of a thermal reservoir, within which circulates cold water. The cavity top surface, like the bottom surface, was made of epoxy and held insulated from the environment by the utilization of *Styrofoam* plates and the observation window was made of *Plexiglas*.

Figure 2 shows part of the experimental apparatus.

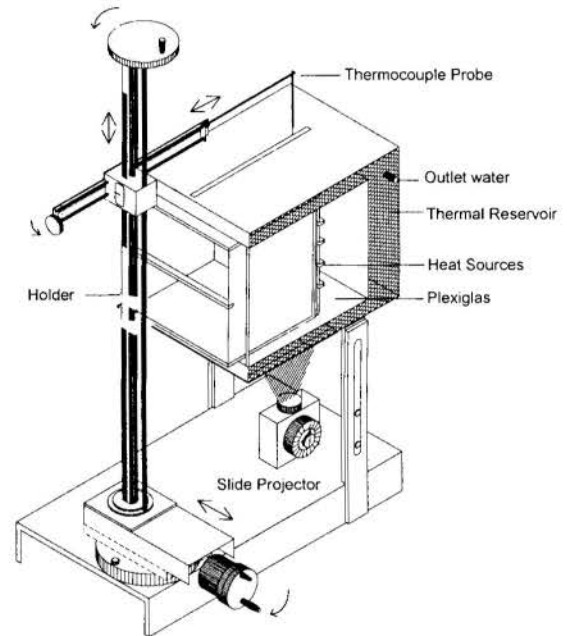


Figure 2: Experimental apparatus.

**Choice of Particles.** Three different solid micro particles were tested in this work. The initial experiments have been conducted using *silicate of aluminum*, about 50  $\mu m$  and relative specific density less than 0.8, but this particle was not adequate for the purposes of this work, because when utilized in water it exhibits a great difference between the densities.

The other solid micro-particle tested was *Optimage NB seeding powder*, 30  $\mu m$  and specific gravity of  $1.0 \pm 0.02$ , suitable for particle image velocimetry (PIV) and Laser Doppler Anemometry (LDA). This particle is polycrystalline in structure resulting in a light scattering efficiency, approximately five times bigger than latex micro-spheres with similar index of refraction.

The third powder used in this experiment was *pliolite* (commercial name of polyvinyltoluene butadiene made by Goodyear Rubber Co.), with density equal to  $1.026 \text{ g/cm}^3$ , and excellent optical properties in light scattering.

The *pliolite* particles used in this work were about 100  $\mu m$ , but unfortunately a bigger dispersion in particle size has been verified.

In these experiments, the solution with water and particles was previously heated before being introduced in the cavity before the heaters were turned on, to diminish the temperature gradient between the source and the water when started heating until the steady state is established.

**Capture System.** The first images were obtained using *Kodak Ektapress Plus Multispeed* color negative professional film (ISO 100 to 1000 non pushed), indicated to daylight or electronic flash. The best results were obtained for ISO 640. After that, high sensibility *Kodak Ektapress Plus 1600 PJC* color negative professional films were used. This high speed chemical photographic film has high sensibility (ISO 1600 non pushed), and it is suitable for photographing with low light intensity. Unfortunately, color negative films developed by conventional process C-41 are not indicated to scientific images because it presents problems in color balance and difficulty when recording high intensity contrast jump.

The problem of choosing a more indicated film for obtaining these images was solved using a negative *Kodak T-MAX P3200* professional roll film for black and white prints. This film is DX coded for a film speed rating of ISO 3200 but, in this work, T-max film developing process it was pushed to ISO 6400 (14 minutes in 21°C using *T-MAX RS Kodak* developer). It is a high-resolution panchromatic film with an extremely fine grain and wide latitude in both speed and contrast, useful for detailed small subjects, when an image of maximum quality is needed in dimly lighted scenes. The images were manually printed in *Kodak Dektol D-76* developer using *Ilford Ilfospeed RC IS3.1M* glossy photographic paper grade 3.

All still photographs were taken with type 135 roll film (negative size 24×36 mm) using a single lens reflex (SLR) *Nikon F4s* camera, up to 5.7 fps (frames per second), equipped with high luminosity lens (*Nikor macro 60 mm/f.1:2.8 AF-D*).

**Illumination.** A perfect agreement between lighting and capture system is essential to obtain scientifically relevant pictures. In addition, contrast pictures with high resolution power are ideal for scanner reproductions.

In this work three thin light sheets were employed. Initial test was carried out using only one *slide projector Kodak Carousel* equipped with 650 W quartz lamp, positioned in the bottom of the cavity, as shown in Figure 2. Due to low intensity light, one more projector was positioned over the top. The shadow between the protruding heat sources was diminished, but not completely removed, using another projector at the right lateral surface of the thermal cavity. A specially prepared high-contrast all opaque black slide, except for a transparent small slit, provides a light sheet. These slides are made by photographing a straight black line in a white sheet paper utilizing extremely high contrast *Kodalith orthochromatic* black and white negative film 6556 type 3 (ISO 6).

**Temperature Measurements.** The temperature along the surface where the heat sources are mounted, were measured by means of a thermocouple probe type J (iron-constantan) with AWG 32 wires, introduced across the flow through an aperture at the top surface, using a special designed positioning system, as presented in Figure 2, and a data acquisition system.

## NUMERICAL PROCEDURE

**Hypotheses.** The flow was considered laminar, two dimensional and in steady state. The physical properties are constants and the Boussinesq approximation was adopted.

**Equations.** The finite control volume method was used for the discretization of the elliptic governing equations:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (1)$$

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \text{Pr} v^* \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (2)$$

$$u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial y^*} + \text{Pr} v^* \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) + \text{Ra Pr T}^* \quad (3)$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = k^* \left( \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \right) + S^* \quad (4)$$

### Nondimensional Parameters:

Distances:  $x^* = x/h$  and  $y^* = y/h$

Velocities:  $u^* = u/(\alpha/h)$  and  $v^* = v/(\alpha/h)$

Pressure:  $P^* = P/[\rho(\alpha/h)^2]$

Temperature:  $T^* = (T - T_{\infty})/(qh^2/k_f)$

Properties:  $k^* = k_s/k_f$  and  $\nu^* = \nu_s/\nu_f$

Modified Rayleigh number:  $\text{Ra} = g\beta qh^5/k_f \alpha \nu$

Source term:  $S^* = 1$  (in the sources) and  $S^* = 0$  (in the fluid)

where:

$f$  and  $s$  are indexes that refer to the fluid and sources;

ⓐ indicates the location ( $f$ , for fluid or  $s$ , for source).

### Boundary Conditions:

$$\text{For } x^* = 0: \frac{\partial T^*}{\partial x^*} = 0, u^* = 0 \text{ and } v^* = 0$$

$$\text{For } x^* = W/h: T^* = 0, u^* = 0 \text{ and } v^* = 0$$

$$\text{For } y^* = 0 \text{ and } y^* = H/h: \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0, u^* = 0 \text{ and } v^* = 0$$

**Numerical Method.** The numerical solution was obtained using the SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) algorithm, due to Patankar (1980).

**Grid.** Irregular grid was used with a better refinement in the region near the sources, where the gradients are more pronounced, and with spacing smoothly growing from this point.

Convergence Criterion. The maximum relative variation for all points (i,j) of the domain between two consecutive iterations (n), for the velocities and temperature, is calculated by:

$$\max \left| \frac{\phi(i, j)^n - \phi(i, j)^{n-1}}{\phi(i, j)^n} \right| \leq 10^{-4} \quad (5)$$

**RESULTS**

The numerical and experimental results were obtained using  $Ra_q = 2.8 \times 10^6$  ( $q = 2.0 \text{ W/cm}^3$ ) and  $T_c = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Figure 3 shows a test realized to choose the grid to be used in the numerical solution (60x350). Figures 4 and 5, show a grid tested and the numerical results for isothermal lines, respectively.

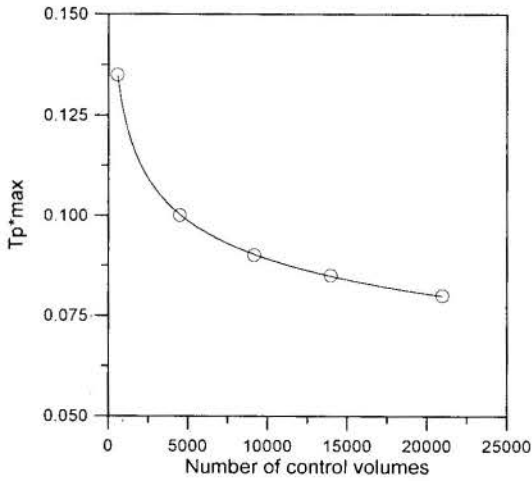


Figure 3: Test to choose the numerical grid.

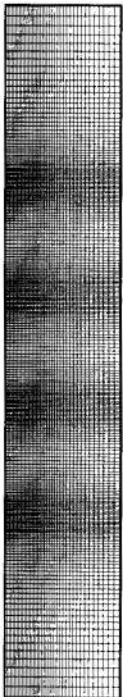


Figure 4: Grid format.



Figure 5: Isothermal lines.

Figure 6 shows the comparison between numerical and experimental results for the temperature distribution in the surface where the heat sources are mounted. Numerical and experimental results for the flow visualization are presented in Figure 7.

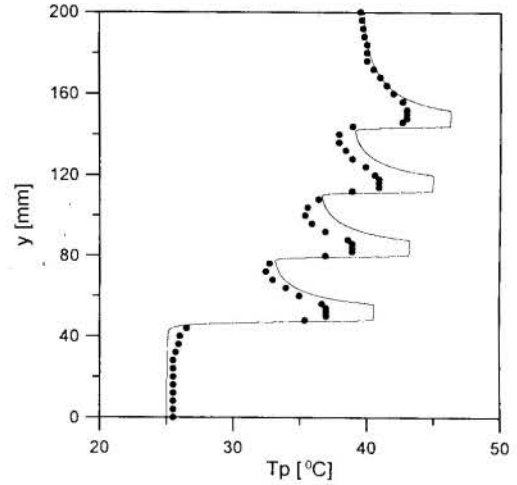
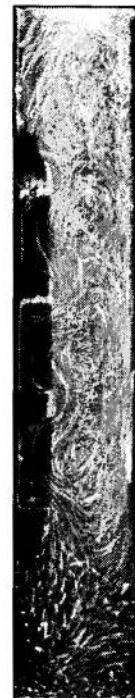


Figure 6: Temperature distribution along the left vertical wall.



Numerical



Experimental

Figure 7: Numerical and experimental flow visualization.

CONCLUDING REMARKS

In this work a preliminary numerical and experimental study of flow visualization has been conducted in order to study the problem of natural convection in enclosures with protruding heat sources. This kind of study is very important for the design and control of electronic devices cooled exclusively by natural convection.



By visualizing the flow field it can be noticed that there exists a high flow movement in the direction of the protruding heat sources, blocking the flow and distorting the stream lines in this region. The particles have ascendent movement near the surface where the heat sources are mounted and descendent movement near the cooled wall, forming recirculation cells in the region over each one of the sources. In the cavity top is observed a high concentration of stream lines due to higher temperatures and velocities, in opposition to the bottom where the temperatures and velocities are lower.

The isothermal lines show the temperature gradients that the flow is subjected, having a similar behavior of boundary layer near the heat sources with thin growing from the lower to the upper source.

The temperature on the surface where heat sources are mounted increases strongly near and over the source, as expected. Although the sources dissipate the same amount of heat, it is observed an increasing in the temperature from the source near the bottom to the source near the top promoted by densities decreasing in this direction. The gap observed between numerical and experimental temperature results can be attributed to the experimental errors, to the thermal contact resistance between the thermocouple probe and the substrate, to the heat loss not considered in the numerical simulation, as well as to the numerical hypotheses made, among others.

The experimental flow visualization images obtained in this work have a qualitative character. Velocity measurements in the flow field can be obtained by using an adequate digital image processing, taking into account the particle trace displacement and the exposure time. This procedure will be carried out in future works together with the improvement of the illumination for diminish the shadow between the sources, as well the implementation of the numerical simulation using the multigrid technique and considering the variation of the physical properties with the temperature. A parametric study considering the aspect ratio of the cavity, the power distribution in the sources and the temperature cooling can also be performed.

#### ACKNOWLEDGMENT

The present work was in part supported by FAPESP.

#### REFERENCES

- Azevedo, L. F. A. & Carvalho, J. G., 1988, "Secondary Flow Observations in Natural Convection Through Open - Ended Inclined Channels", *II Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences*, pp. 199-202, Águas de Lindóia.
- Baker, D. J., 1966, "A Technique for the Precise Measurement of Small Fluid Velocities", *Journal of Fluid Mechanics*, vol.26, pp. 573-576.
- Cesini, G.; Paroncini, M. & Ricci, R., 1988, "Experimental and Numerical Investigation on Natural Convection in Square Enclosures with a Non uniformly Heated Vertical Surface", *ICHMT XX International Symposium of Heat Transfer in Electronic and Microelectronic Equipment*, Dubrovnik.
- Chu, H. H.-S.; Churchill, S. W. & Patterson, C. V. S., 1973, "The Effect of Heater Size, Location, Aspect Ratio, and Boundary Conditions on Two-Dimensional, Laminar, Natural Convection in Rectangular Channels", *Journal of Heat Transfer*, vol. 16, pp. 194-201.
- Freymuth, P., 1993, "Flow Visualization in Fluid Mechanics", *Review of Sciences and Instruments*, vol.64, no.1, pp. 1-18.
- Goldstein, R. J., 1983, "Optical Systems for Flow Measurement: Shadowgraph, Schlieren and Interferometric Techniques" in: *Fluid Mechanics Measurements*, ed. by Goldstein, R. J., pp. 377-422, Hemisphere Publishing Co., Washington.
- Hendriks, F. & Aviram, A., 1982, "Use of Zinc Iodine Solutions in Flow Research", *Review of Sciences and Instruments*, vol.53, no.1, pp. 75-78.
- Hiller, W. J.; Koch, St.; Kowalewski, T. A.; Range, K.; Behnia, M. & Vahl Davis, G., 1991, "Visualization of 3-D Natural Convection: Comparison with Numerical Results", *XI Brazilian Congress of Mechanical Engineering*, pp. 21-24, São Paulo.
- Hsieh, S.-S. & Wang, C.-Y., 1994, "Experimental Study of Three-Dimensional Natural Convection in Enclosures With Different Working Fluids", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.37, no.17, pp. 2687-2698.
- Keyhani, M.; Prasad, V.; Shen, R. & Wong, T.-T., 1988, "Free Convection Heat Transfer From Discrete Heat Sources in a Vertical Cavity", in: *Natural and Mixed Convection in Electronic Equipment Cooling*, ed. by Wirtz, R. A., ASME HTD - vol.100, pp. 13-24.
- Keyhani, M.; Prasad, V. & Cox, R., 1988, "An Experimental Study of Natural Convection in a Vertical Cavity with Discrete Heat Sources", *Journal of Heat Transfer*, vol.110, pp. 616-624.
- Merzkirch, W., 1987, "Flow Visualization", Academic Press, Inc. Orlando.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Washington, D.C., Hemisphere, 197p.
- Sernas, V. & Lee, E. I., 1981, "Heat Transfer in Air Enclosures of Aspect Ratio Less than One", *Journal of Heat Transfer*, vol.103, pp. 617-622.
- Vedhanayagam, M.; Lienhard, J. H. & Eichhorn, R., 1979, "Method for Visualizing High Prantdl Number Heat Convection", *Journal of Heat Transfer*, vol.101, pp. 571-573.
- Yin, S. H.; Powe, R. E.; Scanlan, J. A. & Bishop, E. H., 1973, "Natural Convection Flow Patterns in Spherical Annuli", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.16, pp. 1785-1795.

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DA CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE COM FONTES DE CALOR PROTUBERANTES NA SUPERFÍCIE INFERIOR**

**Ricardo A. V. Ramos**  
DEM/FEIS/UNESP  
Ilha Solteira-SP

**Gabriel C. Campos**  
ETSEI/UPC  
Barcelona-Espanha

**Luiz F. Milanez**  
DE/FEM/UNICAMP  
Campinas-SP

**RESUMO**

*Neste trabalho é feita uma análise experimental da convecção natural em uma cavidade com fontes de calor protuberantes montadas na superfície inferior e resfriada lateralmente. São efetuadas medidas de temperatura utilizando-se termopares fixos sobre a superfície inferior e superior e também por meio de uma sonda que permite medidas no campo do escoamento. É verificado o efeito da dissipação das fontes, da razão de aspecto da cavidade e das temperaturas de resfriamento das paredes laterais, sobre a temperatura do campo de escoamento. Os perfis de temperatura em várias seções transversais do escoamento são comparados e são traçadas algumas linhas isotérmicas do escoamento.*

**INTRODUÇÃO**

Este trabalho aborda um problema de considerável interesse na área de resfriamento de componentes eletrônicos. A constante redução do tamanho dos componentes provoca um aumento cada vez maior do fluxo de calor por unidade de volume e, consequentemente, dos níveis de temperatura. Isso pode causar um aumento na taxa de falha do componente, pois do fator de deterioração térmica (FDT) varia quase que exponencialmente com a temperatura, como mostra a Figura 1. Dentre os fatores ambientais que influenciam na taxa de falha dos componentes, a temperatura é responsável por quase metade das falhas, como mostra a Figura 2.

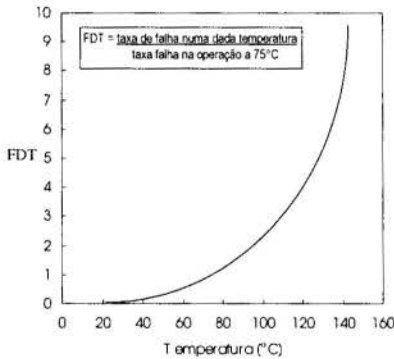


Figura 1: Fator de deterioração térmica de componentes.

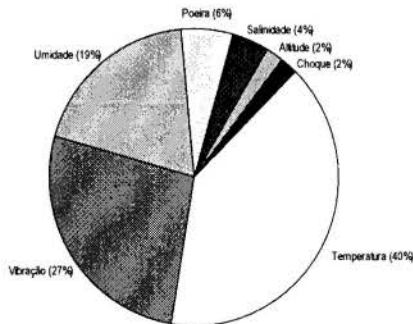


Figura 2: Influência do meio ambiente na taxa de falha.

Entre os vários mecanismos existentes para a remoção do calor, a convecção natural é um do modo que alia simplicidade e segurança de operação por não depender de outros dispositivos.

Existem vários trabalhos sobre este tema, entre eles podemos citar: Kraus & Bar-Cohen (1983), Incropera (1988), Nakayama & Bergles (1990), Peterson & Ortega (1990), Campo et al. (1982), Coyne et al. (1984), Keyhani et al. (1988), Hasnaoui et al. (1992) e Kelleher et al. (1985), entre outros.

**DESCRIÇÃO DO PROBLEMA**

Neste trabalho é feita uma análise experimental da convecção natural em uma cavidade com quatro fontes de calor protuberantes montadas na superfície inferior, simulando componentes eletrônicos. Esta superfície, assim como a superior são mantidas isoladas do ambiente externo e as superfícies laterais são mantidas a uma temperatura constante, inferior a do ambiente. A Figura 3 mostra a descrição do problema.

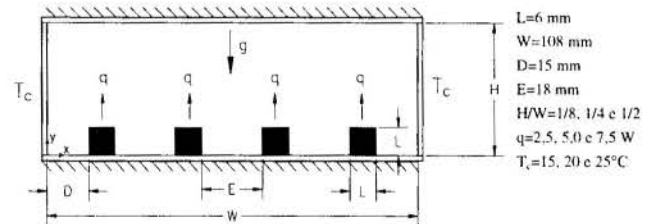


Figura 3: Descrição do problema.

**ANÁLISE EXPERIMENTAL**

**Aparato.** Foi construída uma cavidade com superfícies laterais de alumínio, mantidas a uma temperatura constante por meio de um banho termostático, que faz circular água gelada que passa por uma serpentina de um reservatório com gelo. As superfícies superior e inferior são de epoxi e são isoladas termicamente do ambiente externo por meio de poliestireno.

As fontes são constituídas de um conjunto de resistores liga-

dos em paralelo, isolados eletricamente e revestidos por um perfil de alumínio de seção 6×6 mm, para ter a forma de um componente eletrônico. Na montagem das fontes sobre a placa de epoxi foi utilizada pasta térmica para a melhora da condução de calor.

A cavidade foi montada sobre um suporte, ficando num nível mais elevado e, para que haja uma perfeita rigidez, este suporte foi montado sobre uma base estável, juntamente com o posicionador da sonda do termopar, como mostra a Figura 4.

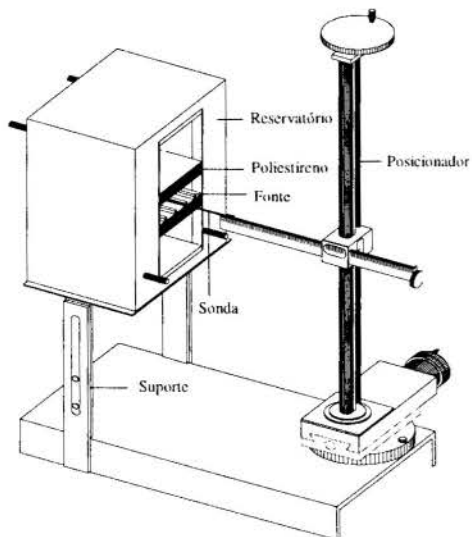


Figura 4: Parte do aparato experimental.

A Figura 5 mostra a montagem feita para a realização do procedimento experimental.

**Procedimento.** A temperatura das paredes laterais foi mantida constante por meio do banho termostático. Testes experimentais visuais mostraram que a temperatura mínima permitida para que não ocorresse a condensação nas paredes foi cerca de 8 °C. A temperatura do banho de referência também foi mantida em 0 °C.

Todas as medidas de temperatura foram feitas por meio de termopares tipo J (Ferro-Constantan) AWG-32, usando um multímetro digital de 4 ½ dígitos, acoplado a um computador e um sistema de compensação (junta fria).

Todos os termopares utilizados foram aferidos com relação a um termômetro de bulbo especial para calibração, com 0,05°C de precisão.

A Figura 6 mostra o posicionamento dos quarenta pontos instrumentados por termopares.

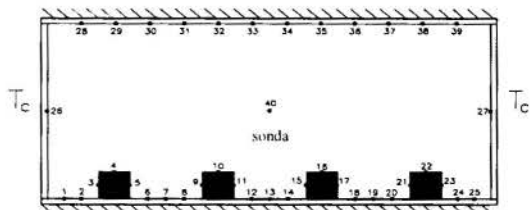


Figura 6: Posicionamento dos termopares.

Foram feitos testes experimentais variando-se a razão de aspecto da cavidade ( $H/W=1/8, 1/4$  e  $1/2$ ), a dissipação nas fontes ( $q=2.5, 5.0$  e  $7.5$  W) e a temperatura das paredes laterais ( $T_c=15, 20$  e  $25$ °C). Foi escolhido um caso básico com  $P=5,0$ W,  $H/W=1/4$  e  $T_c=20$ °C e foi feito um estudo paramétrico mantendo-se sempre dois desses parâmetros fixos e variando-se o outro dentro das faixas estabelecidas, resultando os casos mostrados na Tabela 1.

Tabela 1: Casos experimentais a serem considerados.

Casos	q [W]	H/W	T <sub>c</sub> [°C]
(1)	2,5	0,25	20
(2)	5,0	0,25	20
(3)	7,5	0,25	20
(4)	5,0	0,125	20
(5)	5,0	0,5	20
(6)	5,0	0,25	15
(7)	5,0	0,25	25

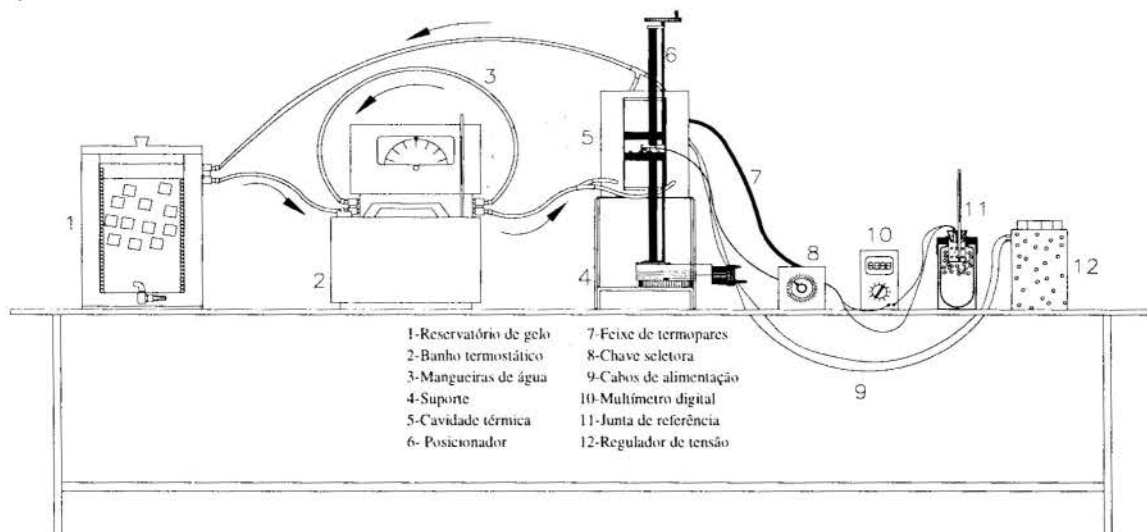


Figura 5: Detalhes da montagem experimental.

Os testes experimentais foram iniciados após ter sido atingido o regime permanente de operação. As medidas foram feitas na seção transversal da cavidade, levando-se em conta a bidimensionalidade do escoamento.

**Erro nas medidas.** Cada medida experimental tem associado um certo erro inerente, seja ele causado por um descuido humano, uma falha de leitura, ou na própria variação dos parâmetros que afetam a grandeza de interesse, neste caso a temperatura. Um determinado resultado só será amplamente aceito se a experiência que conduziu a ele puder ser repetida. Quanto maior for o número de dados disponíveis, menor será a incerteza da leitura. Assim, todos os valores de temperatura foram obtidos com base na média estatística de 60 medidas, levando-se em conta o desvio padrão, durante 30 segundos, em cada ponto de medida. No caso das medidas feitas pela sonda, foi aguardado um tempo adicional após o posicionamento da mesma no ponto de medida, para que se iniciasse o processo de aquisição de dados.

A precisão dos termopares utilizados neste experimento é da ordem de  $0,1^{\circ}\text{C}$ , mas levando-se em conta alguns dos parâmetros mais relevantes na determinação das temperaturas, temos uma precisão de medida em torno de  $0,4^{\circ}\text{C}$ , seguindo um procedimento tradicional de determinação de erros experimentais apresentado por Benedict (1969).

## RESULTADOS

Antes do início de cada processo de medida, foi acompanhado o processo de estabelecimento do regime permanente no escoamento monitorando-se a temperatura no centro da cavidade ( $T_{med}$ ) ao longo do tempo, levando-se, em média, 1 hora e 40 minutos para se atingir esta condição, como mostra a Figura 7.

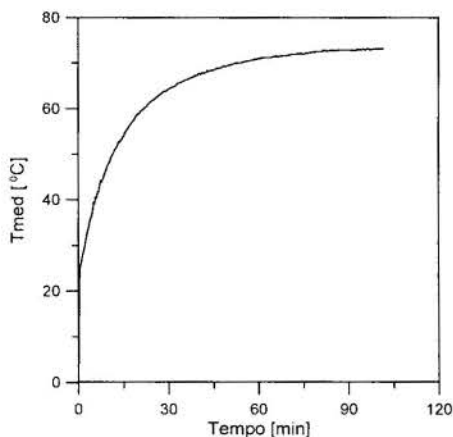


Figura 7: Curva de estabilização da temperatura.

Nas Figuras 8 a 10 são apresentados os perfis de temperatura em várias seções do escoamento ( $y = 0, 1/4H, 1/2H, 3/4H$  e  $H$ ), obtidos por meio da sonda e por termopares instalados nas superfícies inferior e superior da cavidade, em função da potência dissipada, da razão de aspecto e da temperatura de resfriamento das paredes laterais, respectivamente.

A Figura 11 mostra as linhas isotérmicas para o caso básico considerado (caso 2), obtidas usando interpolação dos dados experimentais obtidos pelas medidas no campo do escoamento.

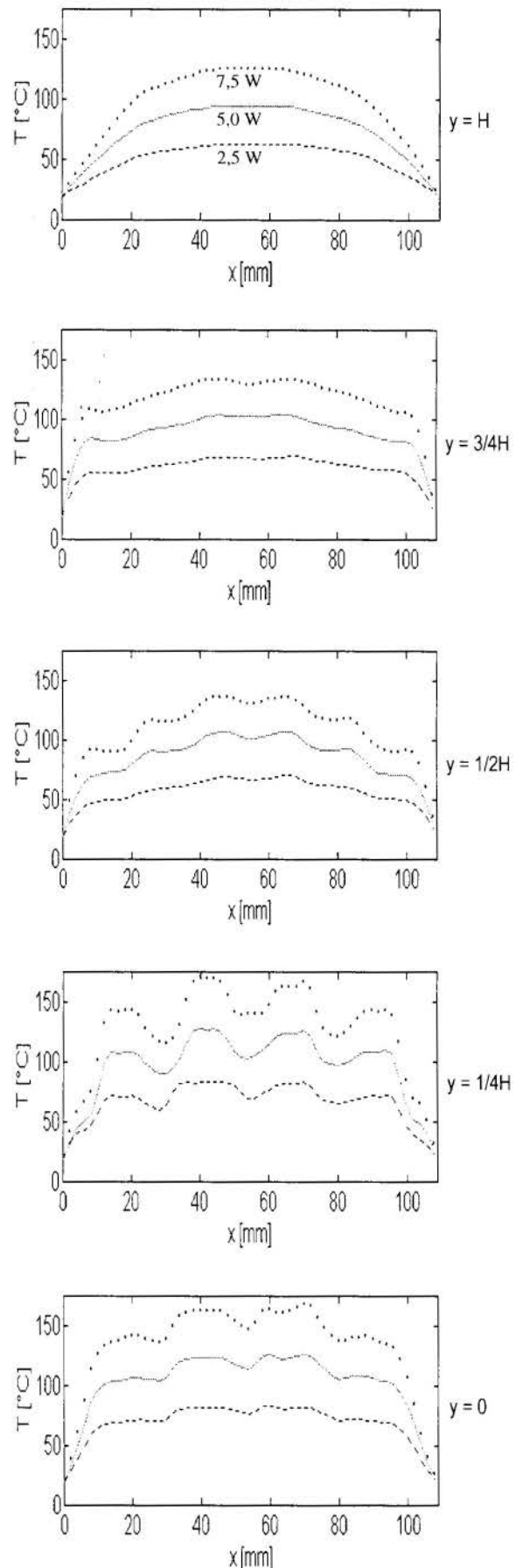


Figura 8: Perfis de temperatura em várias seções do escoamento, em função da potência dissipada.



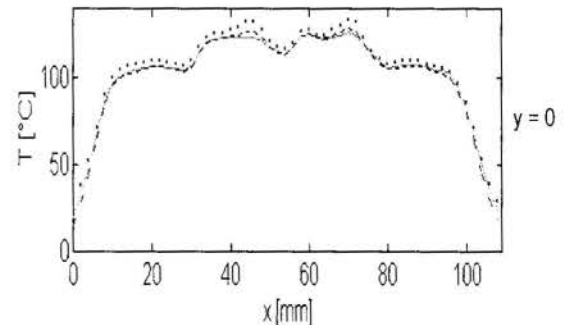
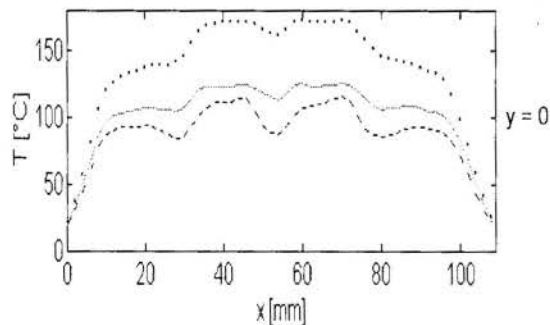
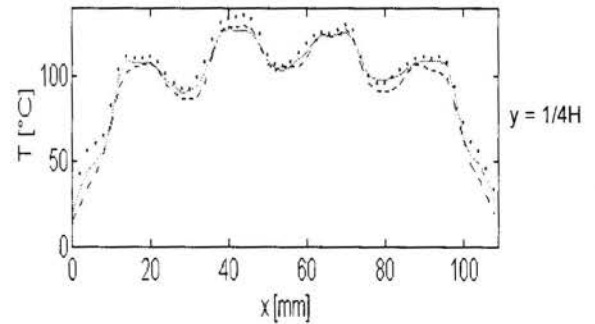
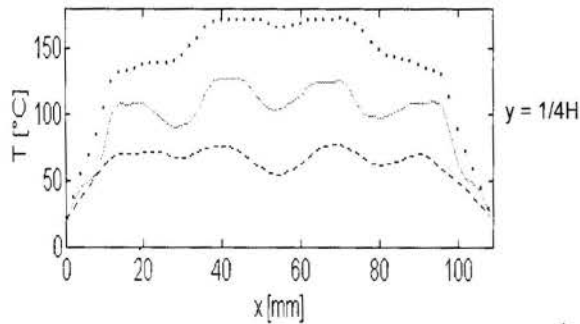
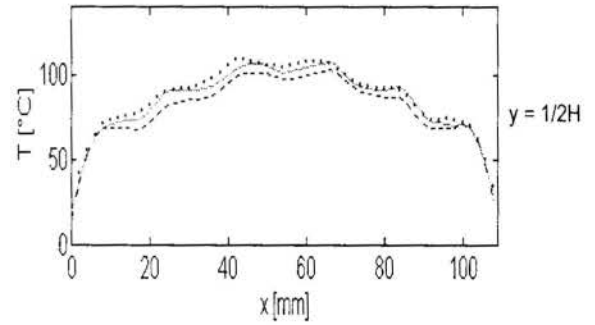
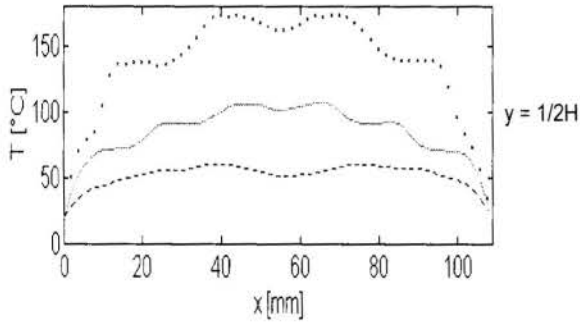
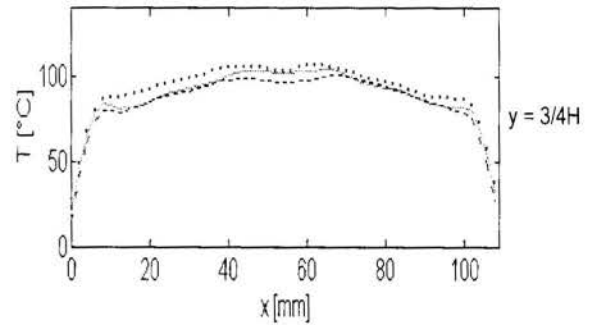
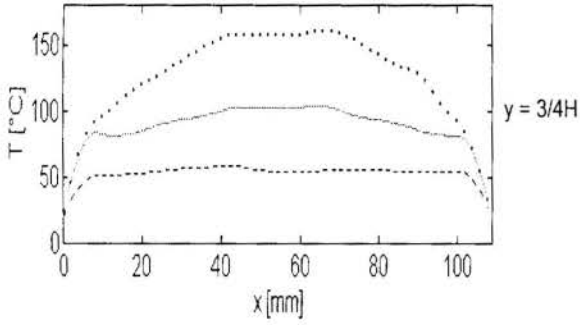
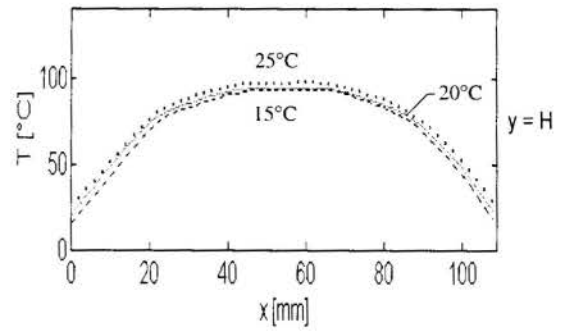
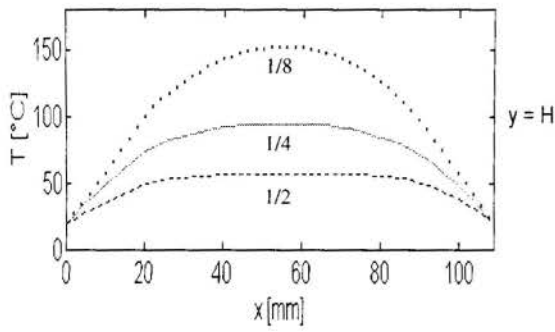


Figura 9: Perfis de temperatura em várias seções do escoamento, em função da razão de aspecto.

Figura 10: Perfis de temperatura em várias seções do escoamento, em função da temperatura de resfriamento.

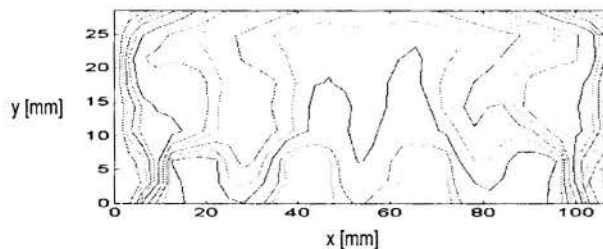


Figura 11: Linhas isotérmicas (caso 2).

## CONCLUSÕES

Analisando-se os resultados obtidos verifica-se que a forma dos perfis de temperatura nas seções do escoamento, independentemente do caso considerado, vai se achatando à medida que se caminha da posição inferior ( $y=0$ ) para a superior ( $y=H$ ). Isto ocorre porque os gradientes de temperatura são reduzidos neste sentido. Os perfis são bastante simétricos em relação ao plano vertical que passa pelo ponto  $x=W/2$  e as maiores temperaturas ocorrem nas fontes centrais. Verifica-se também que a temperatura de resfriamento das paredes laterais praticamente não influencia a temperatura das fontes. À medida que se aumenta a potência, aumentam-se os níveis de temperatura. O mesmo acontece quando se diminui a razão de aspecto.

Quanto as linhas isotérmicas, verifica-se que as mesmas contornam as fontes e são mais próximas nas paredes verticais devido aos menores gradientes de temperatura. A utilização de um maior número de pontos de medida de temperatura possibilitaria uma maior definição dos contornos, mas os resultados ora obtidos mostram a forma qualitativa do campo de temperatura.

Através do estudo paramétrico, levando-se em conta o efeito da dissipação nas fontes, da razão de aspecto e da temperatura de resfriamento, sobre a temperatura máxima do escoamento, pode-se concluir que a configuração que apresentaria menores níveis de temperaturas seria obtida através da utilização de menores taxas de dissipação, de uma temperatura de resfriamento bastante inferior a do ambiente e da maior razão de aspecto possível. Outros fatores que poderiam contribuir para a diminuição dos níveis de temperatura seriam o aumento do espaçamento entre as fontes e o posicionamento das fontes com maior dissipação próximas das paredes resfriadas.

Como sugestão para trabalhos futuros pode ser feita a visualização experimental do escoamento utilizando a técnica da fumaça, bem como pode-se medir o campo de velocidades através de um anemômetro de fio quente. Adicionalmente, pode ser feito um estudo numérico para posterior comparação dos resultados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Benedict, R. P., Engineering Analysis of Experimental Data, *ASME J. Engineering for Power*, pp.21-30, 1969.
- Campo, W. C., Kerjilian, G. & Shaukatullah, H., Prediction of Component Temperatures on Circuit Cards Cooled by Natural Convection, *Proceedings of the 32<sup>nd</sup> Electronics Components Conference, IEEE, EIA, and CHMT*, pp.150-152, May, 1982.
- Coyne, J. C., An Analysis of Circuit Board Temperatures in Electronic Equipment Frames Cooled by Natural Convection, *ASME HTD*, Vol. 32, pp.59-65, *Proceedings of the 22<sup>nd</sup> National Heat Transfer Conference*, Niagara Falls, NY, August, 1984.
- Hasnaoui, M., Bilgen, E. & Vasseur, P., Natural Convection in Rectangular Cavities Partially Heated from Below, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 6, n<sup>o</sup> 2, 1992.
- Incropera, F. P., Convection Heat Transfer in Electronic Equipment Cooling, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1097-1111, 1988.
- Kelleher, M. D., Knock, R. H. & Yang, K. T., Laminar Natural Convection in a Rectangular Enclosure Due to a Heated Protusion on One Vertical Wall - Part I: Experimental Investigation, *Proceedings of the 23<sup>rd</sup> National Heat Transfer Conference, Heat Transfer in Electronic Equipment*, pp.169-177, Denver, 1985.
- Keyhani, M., Prasad, V. & Cox, R., An Experimental Study of Natural Convection in a Vertical Cavity with Discrete Heat Sources, *J. Heat Transfer*, Vol. 110, pp.616-624, Aug., 1988.
- Kraus, A. D. & Bar-Cohen, A., *Thermal Analysis and Control of Electronic Equipment*, New York, McGraw-Hill, 1983.
- Nakayama, W. & Bergles, A. E., Cooling Electronic Equipment: Past, Present and Future, in *Heat Transfer in Electronic and Microelectronics Equipment*, pp.3-39, 1990.
- Peterson, G. P. & Ortega, A., Thermal Control of Electronic Equipment and Devices, in *Advances in Heat Transfer*, Vol. 20, pp.181-314, 1990.

## ABSTRACT

In this work an experimental analysis of natural convection in a cavity with protruding heat sources in the bottom and cooled laterally, is carried out. Temperature measurements are made by using fixed thermocouples in the lower and upper surfaces and also by means of a probe, permitting displacement in the flow field. The effect of the sources dissipation, cavity's aspect ratio and lateral cooling temperatures, on the flow field temperature, is also verified. The temperature profiles in several transversal sections of the flow are compared and some isotherms lines are obtained.

## SOLUÇÕES SIMILARES EM ESCOAMENTOS SUPERSÔNICOS

**Marcos E. Hatori**  
 Divisão de Aeronáutica-ITA

Centro Técnico Aeroespacial  
 12228-904 - São José dos Campos - SP - Brasil

**José B. Pessoa-Filho**  
 Divisão de Sistemas Espaciais-IAE

## SUMMARY

*The similar solution concept is applied to solve laminar compressible boundary layer equations around the stagnation region of space vehicles flying at supersonic speeds. Air is assumed to behave as a thermally and calorically perfect gas. To improve the convergence rate of the solution procedure two auxiliary systems of equations are defined. The solution procedure is applied to predict the heat flux at the stagnation region of VLS (Satellite Launcher Vehicle) during its ascending flight.*

## INTRODUÇÃO

O vôo atmosférico de veículos espaciais à altas velocidades provoca o aquecimento das suas superfícies. Tal aquecimento decorre do atrito entre o veículo e o ar atmosférico. Esse fenômeno acarreta níveis elevados de temperatura que podem causar danos a estrutura do veículo e a carga útil comprometendo, portanto, o êxito da missão. Com o objetivo de avaliar esse aquecimento um grande número de trabalhos foram produzidos ao longo das últimas décadas. A literatura sobre o assunto inclui artigos clássicos (Van Driest, 1952, 1956; Cohen e Reshotko, 1956), revisões (DeJarnette e Cheatwook, 1987; Tauber, 1989) e artigos recentes (Olynick e Henline, 1996).

Relativamente as atividades espaciais no Brasil é de interesse para o CTA/IAE, dentre outros, o projeto VLS (Veículo Lançador de Satélites) o qual tem por objetivo colocar pequenos satélites em órbitas de 700 km em torno da terra. A Figura 1 mostra a altitude e número de Mach atingidos pelo VLS durante parte de sua trajetória ascendente. Vale observar que o mesmo desenvolve altas velocidades na parte densa da atmosfera terrestre, ou seja, entre zero e 90 km de altitude. Devido a onda de choque destacada que se forma à frente do VLS, a temperatura do ar na região do "nariz" chega a 1.500 K, causando um aquecimento da ordem de 0.1 MW/m<sup>2</sup> (Toro, 1994).

Com a finalidade de avaliar com maior precisão os níveis de aquecimento sobre o VLS é apresentado neste trabalho a solução das equações de camada limite compressível em torno da região de estagnação de corpos rombudos em escoamento supersônico. Para solução das equações de camada limite utiliza-se o conceito de solução similar. Dessa forma, obtém-se o fluxo de calor no ponto de estagnação durante a trajetória ascendente do VLS. Nos itens que seguem são apresentados a formulação do problema, o método de solução e os resultados obtidos.

## FORMULAÇÃO

A Figura 2 representa esquematicamente alguns dos fenômenos que ocorrem quando se tem um corpo rombudo movendo-se através do ar com velocidade supersônica. Uma onda de choque destacada do corpo é formada. Ao passar atra-

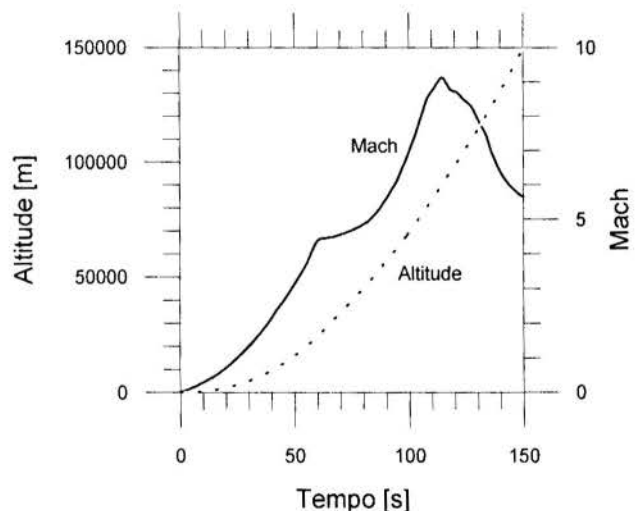


Figura 1 - Trajetória do VLS.

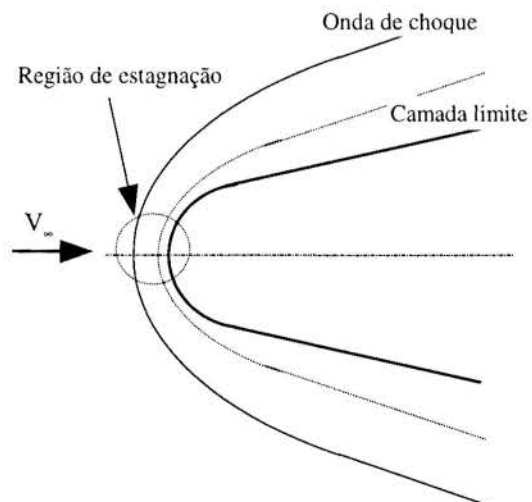


Figura 2 - Escoamento supersônico sobre um corpo rombudo.





$$f' = \frac{\partial f}{\partial \eta} = \frac{u}{u_e}, \quad g = \frac{h}{h_e} = \frac{T}{T_e} \quad (10.a, b)$$

Substituindo-se as Eqs. (8)-(10) nas equações da quantidade de movimento e energia, Eqs. (2) e (4), e efetuando-se uma série de manipulações algébricas (Capítulo 6, Anderson Jr., 1989; Cohen e Reshotko, 1956) obtém-se o seguinte conjunto de equações para o escoamento compressível em torno do ponto de estagnação de um corpo com simetria axial em escoamento supersônico

Equação da quantidade de movimento na direção  $x$ :

$$(C f'')' + f f'' = \frac{1}{2} \left[ (f')^2 - g \right]. \quad (11.a)$$

Equação da energia:

$$(C g')' + f g' = 0, \quad (11.b)$$

onde  $C$  é dado por

$$C = \frac{\rho \mu}{\rho_e \mu_e}. \quad (12)$$

Vale observar que as simplificações introduzidas na obtenção das Eqs. (11) tiveram por objetivo, fundamentalmente, eliminar qualquer dependência em  $\xi$ . Sob o ponto de vista físico a hipótese mais restrigente na obtenção das Eqs. (11) foi assumir  $Pr=1,0$ . Com isso,  $f$  e  $g$  tornam-se funções de uma única variável independente,  $\eta$ . As Eqs. (11) estão sujeitas às seguintes condições de contorno

$$f(0)=0, \quad f'(0)=0, \quad f'(\infty)=1, \quad (13.a, b, c)$$

$$g(0) = T_w / T_e, \quad g(\infty) = 1. \quad (13.d, e)$$

## SOLUÇÃO NUMÉRICA

Com o objetivo de resolver numericamente o sistema de equações diferenciais ordinárias, Eqs. (11) - (13), utilizou-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem (Cheney e Kincaid, 1985). Dessa forma, o sistema de duas equações diferenciais ordinárias de segunda e terceira ordens, Eqs. (11) e (13), é transformado num sistema de cinco equações de primeira ordem, ou seja

$$f' = Y, \quad f(0) = 0, \quad (14.a)$$

$$C Y' = Z, \quad Y(0) = f'(0) = 0, \quad (14.b)$$

$$Z' = \frac{1}{2} (Y^2 - g) - f \frac{Z}{C}, \quad Z(0) = f''(0) = s, \quad (14.c)$$

$$C g' = W, \quad g(0) = T_w / T_e, \quad (14.d)$$

$$W' = -\frac{1}{C} f W, \quad W(0) = g'(0) = t. \quad (14.e)$$

Note que as condições iniciais das Eqs. (14.c) e (14.e) são desconhecidas. Os valores dessas funções são conhecidas no limite superior do domínio e são dadas pelas Eqs. (13.c) e (13.e).

Dessa forma, o procedimento de solução das Eqs. (14) é iterativo, ou seja, arbitra-se valores iniciais para  $s$  e  $t$ , resolve-se o sistema de equações verificando se as condições de contorno são satisfeitas, ou seja

$$f(\infty) = 1, \quad g(\infty) = 1. \quad (15.a, b)$$

Por esse método, os valores de  $s$  e  $t$  são encontrados por tentativa e erro. Considerando-se que nas aplicações de interesse necessita-se das soluções dessas equações para vários instantes da trajetória, o procedimento do tipo tentativa e erro torna-se inviável. Com o objetivo de tornar o procedimento de cálculo mais rápido e eficiente define-se as funções  $\phi$  e  $\psi$ , tal que

$$\phi(s) \equiv f'(\eta_w, s, t') - 1 = 0, \quad \psi(t) \equiv g(\eta_w, s', t) - 1 = 0. \quad (16.a, b)$$

O problema fica então reduzido a encontrar as raízes  $s$  e  $t$  das Eqs. (16). Tal é feito utilizando-se o método de Newton-Raphson (Cheney e Kincaid, 1985), como segue

$$s^{i+1} = s^i - \left( \frac{\phi(s)}{\frac{d\phi(s)}{ds}} \right)_i, \quad t^{i+1} = t^i - \left( \frac{\psi(t)}{\frac{d\psi(t)}{dt}} \right)_i. \quad (17.a, b)$$

Vale lembrar que  $\phi(s)$  e  $\psi(t)$  são avaliados pelas Eqs. (16) utilizando-se os valores de  $f'(\eta_w, s', t')$  e  $g(\eta_w, s', t)$  obtidos da solução das Eqs. (14). Para obtenção das derivadas que aparecem nas Eqs. (17) deriva-se as Eqs. (14.a, b, c) em relação à  $s$ , e as Eqs. (14.d, e) em relação à  $t$ . Mais um vez, por limitação de espaço, os detalhes dessa derivação serão omitidos. Das Eqs. (14.a, b, c) resultam

$$\frac{dF}{d\eta} = \bar{Y}, \quad F(0) = 0, \quad \text{onde } F = \frac{df}{ds} \quad \text{e} \quad \bar{Y} = \frac{dY}{ds}. \quad (18.a)$$

$$C \frac{d\bar{Y}}{d\eta} = \bar{Z}, \quad \bar{Y}(0) = 0, \quad \text{onde } \bar{Z} = \frac{d\bar{Z}}{ds}, \quad (18.b)$$

$$\frac{d\bar{Z}}{d\eta} = 2Y\bar{Y} - \frac{f}{C}\bar{Z} - \frac{Z}{C}F, \quad \bar{Z}(0) = \frac{df''(0, s, t)}{ds} = 1. \quad (18.c)$$

Na obtenção das equações acima assumiu-se que tanto o parâmetro  $C$  como a função  $g$  eram independentes de  $s$ . Tal hipótese reduz o sistema a três equações. Derivando-se a Eqs. (14.d, e) em relação à  $t$ , obtém-se

$$C \frac{d\bar{G}}{d\eta} = \bar{W}, \quad \bar{G}(0) = 0, \quad \text{onde } \bar{G} = \frac{dg}{dt} \quad \text{e} \quad \bar{W} = \frac{dW}{dt}, \quad (19.a)$$

$$\frac{d\bar{W}}{d\eta} = -\frac{1}{C} f \bar{W}, \quad \bar{W}(0) = 1. \quad (19.b)$$

Assumiu-se na obtenção das equações acima a hipótese de  $C$  e  $f$  serem independentes de  $t$ . Dessa forma, as Eqs. (17) podem ser reescritas como

$$s^{i+1} = s^i - \left( \frac{f'(\eta_w, s, t)}{Y(\eta_w)} \right)_i, \quad t^{i+1} = t^i - \left( \frac{g(\eta_w, s, t)}{W(\eta_w)} \right)_i. \quad (20.a, b)$$

Portanto, a resolução das equações de camada limite envolve a solução simultânea de três sistemas de equações diferenciais ordinárias, quais sejam, Eqs. (14), Eqs. (18) e

Eqs. (19). Vale observar que as condições iniciais para os sistemas de equações auxiliares, Eqs. (18) e (19), são conhecidas. Além disso, a integração dessas equações envolve o conhecimento de  $f(\eta)$ ,  $C(\eta)$ ,  $Y(\eta)$  e  $Z(\eta)$ .

O procedimento de cálculo pode ser resumido da seguinte forma: *i)* Arbitra-se valores iniciais para  $s$  e  $t$  e resolve-se numericamente as Eqs. (14); *ii)* Utilizando-se os resultados obtidos para as funções  $f(\eta)$ ,  $C(\eta)$ ,  $Y(\eta)$  e  $Z(\eta)$  resolve-se agora as Eqs. (18) e (19); *iii)* Atualiza-se os valores de  $s$  e  $t$  utilizando-se as Eqs. (20); *iv)* Repete-se os procedimentos anteriores até que os seguintes critérios de convergência se verifiquem

$$\left| \frac{s^{i+1} - s^i}{s^{i+1}} \right| \leq Tol, \quad \left| \frac{t^{i+1} - t^i}{t^{i+1}} \right| \leq Tol. \quad (21.a, b)$$

O procedimento descrito acima não preclui um "chute" inicial "inteligente." Entretanto, uma vez obtida a solução para um determinado ponto da trajetória, esses valores de  $s$  e  $t$  são utilizados como *chute inicial* para o próximo ponto. O procedimento é automatizado de tal modo que permite a avaliação de uma trajetória inteira de modo bastante rápido.

## RESULTADOS

**Resultados da literatura.** Com o objetivo de resolver os sistemas de equações diferenciais ordinárias representadas pelas Eqs. (14), (18) e (19) implementou-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem (Cheney e Kincaid, 1985) através de um programa de computador em linguagem FORTRAN. Na integração numérica utilizou-se uma malha não uniforme com  $\Delta\eta^I=0.05$  e  $\Delta\eta^{I+1}=1.01 \times \Delta\eta^I$ , ou seja, a malha se tornava mais esparsa à medida que aumentava-se  $\eta$  de zero à  $\eta_\infty=6.0$ . Como critério de convergência das Eqs. (21) utilizou-se  $Tol = 1,0 \times 10^{-8}$ .

Para se avaliar a correção do procedimento de cálculo comparou-se os resultados obtidos pela rotina desenvolvida neste trabalho com outros disponíveis na literatura (Hankey, 1988; Cohen e Reshotko, 1956). Uma análise das Eqs. (14) revela que o parâmetro independente desse sistema de equações é  $T_w/T_e$ . A Tabela 1 mostra  $f'(0)$  e  $g(0)$  para vários valores de  $T_w/T_e$ . Seguindo Hankey (1988) utilizou-se  $C(\eta)=1$ . Os resultados obtidos neste trabalho são exatamente os de Hankey (1988).

**Efeito de  $C$  sobre  $f(\eta)$  e  $g(\eta)$ .** Com o objetivo de investigar os efeitos do parâmetro  $C$ , Eq. (12), sobre as distribuições de velocidade e temperatura ao longo da camada limite assume-se na solução dos sistemas de equações diferenciais ordinárias que o produto  $\rho\mu$  varia ao longo da camada limite. Neste caso,  $\rho$  é avaliado a partir da Eq. (5), e  $\mu$  é avaliado usando a equação de Sutherland (Anderson Jr., 1989)

$$\frac{\mu}{\mu_{ref}} = \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^{3/2} \frac{T_{ref} + S}{T + S}, \quad (22)$$

onde  $\mu_{ref}=1,789 \times 10^{-5}$  kg/ms,  $T_{ref}=288$  K e  $S=110$  K. As unidades de  $\mu$  e  $T$  são, respectivamente, kg/ms e K.

A Tabela 2 mostra os valores de  $f'(0)$  e  $g'(0)$  para  $C$  variável. Seguindo o modelo da Tabela 1 esses parâmetros são avaliados para quatro diferentes valores de  $T_w/T_e$ . Comparando-

se os resultados da Tabela 2 com os da Tabela 1 verifica-se que o erro máximo cometido ao se assumir  $C(\eta)=1$  é da ordem de 10%.

As Figuras 4.a e 4.b mostram as distribuições de velocidade,  $f(\eta)$ , e temperatura,  $g(\eta)$ , ao longo da camada limite para dois valores de  $T_w/T_e$ . Os resultados são mostrados tanto para  $C(\eta)=1$ , como para  $C(\eta)$  variável. Verifica-se que o efeito de  $C(\eta)$  sobre as distribuições de velocidade e temperatura não ultrapassa 10%.

**Efeito de  $T_w/T_e$  sobre a espessura da camada limite.** A análise do efeito de  $T_w/T_e$  sobre as espessuras das camadas limite térmica e dinâmica deve ser efetuada com cautela. Das Figs. 4.a e 4.b pode-se concluir, a princípio, que o decréscimo de  $T_w/T_e$  leva a um acréscimo na espessura da camada limite. Por exemplo, definindo-se a espessura (adimensional) da camada limite dinâmica como sendo o valor de  $\eta_d$  no qual  $u(\eta_d)/u_e=0,99$  e a espessura (adimensional) da camada limite térmica como sendo o valor de  $\eta_t$  no qual  $T(\eta_t)/T_e=0,99$ , para  $T_w/T_e \leq 1,0$ , ou  $(T(\eta_t) - T_w)/(T_e - T_w)=0,99$ , para  $T_w/T_e > 1,0$  obtém-se os valores mostrados na Tabela 3. Da Tabela 3, parece lógico concluir que o aumento de  $T_w/T_e$  tem o efeito de diminuir a espessura da camada limite. Fisicamente, contudo, nada mais distante da realidade. É sabido que um dos efeitos do aumento da temperatura de parede em escoamentos supersônicos é o de aumentar a espessura da camada limite em decorrência da diminuição da densidade (Anderson Jr., 1989). Portanto, a análise levada a cabo a partir do parâmetro adimensional  $\eta$  é enganosa e deve ser evitada. Neste caso, a análise deve ser efetuada a partir dos parâmetros dimensionais, ou seja, da coordenada  $y$ . A partir da Eq. (8.b) obtém-se a seguinte expressão relacionando  $y$  a  $\eta$

$$y'_d = \frac{\sqrt{2\xi}}{\rho_e u_e r} \int_0^{\eta'_d} g(\eta) d\eta. \quad (23)$$

Utilizando-se a definição de  $\xi$ , Eq. (8.a), e as hipóteses que em torno do ponto de estagnação  $r=x$ ,  $u_e = \beta x$ , a Eq. (23) torna-se

$$y'_d = \sqrt{\frac{\mu_e}{2\beta\rho_e}} \int_0^{\eta'_d} g(\eta) d\eta. \quad (24)$$

Onde o índice  $d$  e o expoente  $t$  referem-se, respectivamente, à camada limite dinâmica e térmica. O parâmetro  $\beta$  é dado por (Anderson Jr., 1989)

$$\beta = \frac{1}{R_N} \sqrt{\frac{2(p_e - p_\infty)}{\rho_e}}, \quad \text{para } M_\infty > 1, \quad (25.a)$$

$$\beta = \frac{v_\infty}{R_N} \left( 1,5 - 0,378 M_\infty^2 - 0,02625 M_\infty^4 \right), \quad \text{para } M_\infty \leq 1, \quad (25.b)$$

sendo  $R_N$  o raio de curvatura "nariz" do veículo. Neste trabalho utilizou-se  $R_N = 0,180$  m. A integração da Eq. (24) foi efetuada pelo método dos trapézios. Para obtenção dos valores dimensionais é necessário definir as condições antes do choque normal, ou seja,  $M_\infty$ ,  $T_\infty$  e  $p_\infty$  que assumiram os seguintes valores, respectivamente, 3, 225,5 K e 1390,0 N/m<sup>2</sup>. Essas são as condições para um dado ponto da trajetória do VLS. Conhecendo-se esses valores e utilizando-se as relações de choque normal (Anderson Jr., 1989), com  $\gamma=1,4$ , obtém-se  $p_e$  e  $\rho_e$ .

Os resultados de  $\eta_d$ ,  $\eta'_d$ ,  $y_d$  e  $y'_d$  são mostrados na Tabela 3. Verifica-se claramente que, como esperado, a diminuição de  $T_w/T_e$  tem o efeito de diminuir a espessura da camada limite. Para as condições simuladas as espessuras das camadas limites térmica e dinâmica são da ordem de 1 mm.

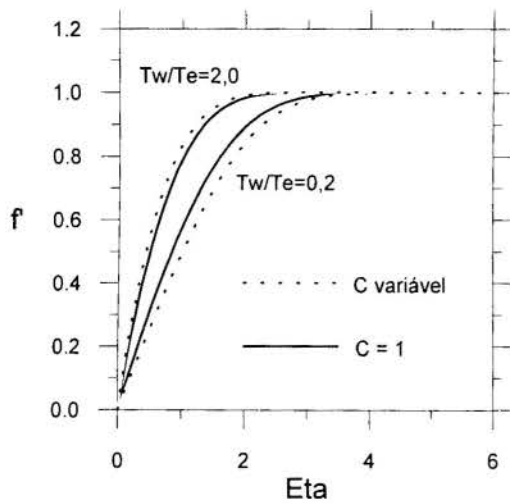


Figura 4.a - Efeito de  $C(\eta)$  e  $T_w/T_e$  sobre  $f(\eta)$ .

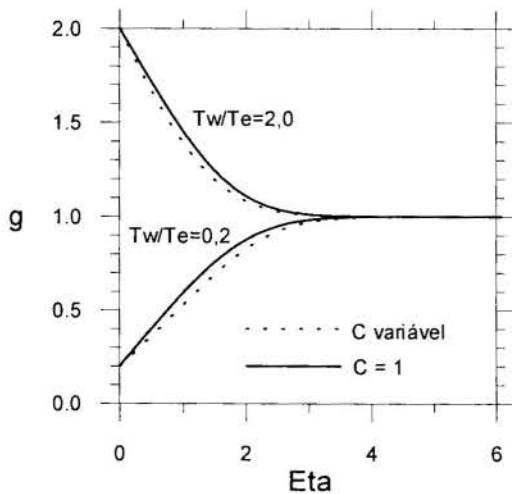


Figura 4.b - Efeito de  $C(\eta)$  e  $T_w/T_e$  sobre  $g(\eta)$ .

Tabela 1 - Resultados para  $f'(0)$  e  $g'(0)$  com  $C(\eta)=1$ .

$T_w/T_e$	2,0	1,5	0,6	0,2
$f'(0)$	1,23481	1,08492	0,79519	0,65496
$g'(0)$	-0,57289	-0,27844	0,20913	0,40359

Tabela 2 - Resultados para  $f'(0)$  e  $g'(0)$  com  $C(\eta)$  variável.

$T_w/T_e$	2,0	1,5	0,6	0,2
$f'(0)$	1,10898	1,02399	0,83756	0,72444
$g'(0)$	-0,52846	-0,26658	0,21784	0,44002

Tabela 3 - Efeito de  $T_w/T_e$  sobre as espessuras de camada limite.

$T_w/T_e$	2,0	1,5	0,6	0,2
$\eta_d$	1,9	2,4	3,0	3,3
$y_d [mm]$	0,84	0,85	0,75	0,67
$\eta^l$	2,9	3,0	2,9	3,4
$y^l [mm]$	1,14	1,03	0,72	0,70

**Vão ascendente do VLS.** Uma vez avaliada a correção do procedimento de cálculo desenvolvido, faz-se a aplicação do mesmo para calcular o fluxo de calor no ponto de estagnação do VLS durante sua trajetória ascendente, mostrada na Figura 1. O fluxo de calor na parede é dado por

$$q_w = - \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (26)$$

Utilizando-se as Eqs. (8) e considerando-se que em torno da região de estagnação  $r \approx x$  e  $u_e = \beta x$ , obtém-se a seguinte expressão para o fluxo de calor na parede

$$q_w = -k_w \rho_w T_e g'(0) \sqrt{\frac{\beta}{2 \rho_e \mu_e}} \quad (27)$$

onde o índice  $w$  refere-se à parede. Dessa forma  $k_w$  e  $\rho_w$  são avaliados na temperatura  $T_w$  e  $\beta$  é obtido das Eqs. (25).

A Figura 5 mostra os resultados obtidos para o fluxo de calor no ponto de estagnação para a trajetória do VLS entre zero e 150 segundos. Os resultados são mostrados para duas temperaturas de parede e  $Pr=1,0$ . Com o propósito de avaliar os resultados obtidos neste trabalho apresenta-se também na Figura 5 os resultados de Van Driest (1956). Para  $T_w=500 K$  há, inicialmente, uma perda de calor da parede para o meio ambiente em decorrência do decréscimo de temperatura ambiente com a altitude. Como no modelo de cálculo  $T_w$  é mantido constante, calor somente vai ser transferido ao "nariz" do VLS a partir do momento em que  $T_e > T_w$ . O ponto da trajetória onde se dá o fluxo de calor máximo é o mesmo tanto pelos resultados de Van Driest (1956) como pelos resultados do presente trabalho, ou seja, 25 km ( $M_\infty \approx 4,5$ ). Entretanto, o pico do fluxo de calor calculado neste trabalho é cerca de 10% superior ao de Van Driest (1956). A partir dos 50 km observa-se uma significativa diminuição no nível de aquecimento. Tal resulta, basicamente, do fato da atmosfera tornar-se rarefeita.

Para  $T_w=300 K$ , observa-se que o fluxo de calor máximo é cerca de 50% superior daquele obtido para  $T_w=500 K$ . Mantidas as demais condições constantes, a diminuição de  $T_w$  acarreta num aumento do fluxo de calor máximo no ponto de estagnação. Neste caso, os resultados deste trabalho e os de Van Driest diferem em 20%. Do ponto de vista físico, o adequado seria a solução simultânea das equações de camada limite com o problema de transferência de calor ao longo da parede do veículo. Dessa forma, o requisito de  $T_w$  constante seria eliminado e o resultado assim obtido estaria em consonância com a física do problema. Outro aspecto importante a ser ressaltado diz respeito a hipótese feita de que o ar se comporta como um gás caloricamente e termicamente perfeito. Para a trajetória do VLS essa hipótese permanece válida até uma altitude de aproximadamente 90 km, ou seja, na parte densa da atmosfera terrestre aonde se dá a maior parte da carga térmica. Entretanto, pode-se mostrar que os valores obtidos para uma altitude superior a 90 km, permanecem válidos em função do fato de que a pressão após a onda de choque,  $p_e$ , é o fator determinante no aquecimento. Pode-se mostrar que para uma dada condição " $\infty$ "  $p_e$  permanece praticamente inalterado seja para a hipótese de gás termicamente e caloricamente perfeito ou para o caso de gás real (Anderson Jr., 1989; Pessoa-Filho, 1997).

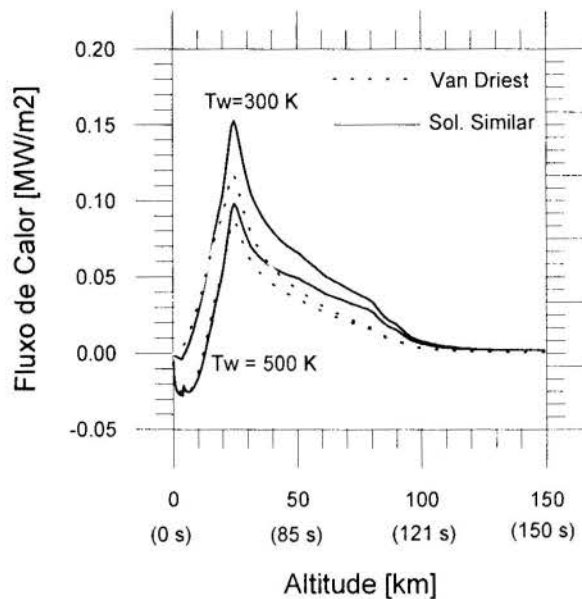


Figura 5: Fluxo de calor no ponto de estagnação do VLS.

## CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um procedimento de solução para as equações de camada limite compressível na região de estagnação de um corpo rombudo em escoamento supersônico. O regime de escoamento considerado foi laminar tendo sido utilizado o conceito de solução similar. Considerando-se a aplicação de interesse, que envolve a solução das equações de camada limite para vários pontos de uma dada trajetória, definiu-se dois sistemas de equações auxiliares que objetivaram acelerar o processo de convergência das equações de camada limite. Os resultados obtidos foram comparados com outros resultados fornecidos na literatura tendo sido observada excelente concordância. Posteriormente, o método de solução foi aplicado ao problema envolvendo o voo ascendente do Veículo Lançador de Satélites (VLS).

Dentre as limitações da metodologia apresentada, vale destacar: *i)* O procedimento somente se aplica aos casos em que o ar possa ser considerado como um gás caloricamente e termicamente perfeito; *ii)* O número de Prandtl é limitado a unidade; *iii)* O método somente se aplica à região de estagnação; *iv)* A temperatura de parede permanece constante durante toda a trajetória o que, certamente, não corresponde a realidade física do problema. Tais limitações deverão ser investigadas pelos autores durante o desenvolvimento do presente estudo.

## AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de registrar seus agradecimentos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo suporte fornecido aos autores durante a execução deste trabalho.

## REFERÊNCIAS

- Anderson Jr., J. D., 1989, Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics," McGraw-Hill.
- Cheney, W., and Kincaid, D., 1985, "Numerical Mathematics and Computing," Brooks/Cole Publishing Company.
- Cohen, C. B., and Reshotko, E., 1956, "Similar Solutions for the Compressible Laminar Boundary Layer with Heat Transfer and Pressure Gradient," NACA Report 1293.
- DeJarnette, F. R., e Cheatwood, F. M., 1987, "A Review of Some Approximate Methods Used in Aerodynamic Heating Analyses," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 1, Nº 1, pp.35-50.
- Hankey, W. L., 1988, "Re-Entry Aerodynamics," AIAA Education Series.
- Lees, L., 1956, "Laminar Heat Transfer over Blunt-Nosed Bodies at Hypersonic Flight Speeds," *Jet Propulsion*, Vol. 26, pp. 259-269.
- Levy, S., 1954, "Effect of Large Temperature Changes (Including Viscous Heating) upon Laminar Boundary Layers with Variable Free-Stream Velocity," *Journal of Aeronautical Sciences*, Vol. 21, Nº 7, pp. 459-474.
- Olynick, D. R., e Henline, W. D., 1996, "Navier-Stokes Heating Calculations for Benchmark Thermal Protection System Sizing," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 33, Nº 6, pp. 807-814.
- Pessoa-Filho, J. B., 1997, "Aquecimento do Ponto de Estagnação do Sara Durante Reentrada Atmosférica," *Nota Técnica CTA/IAE, NT-146/ASE/1997*.
- Tauber, M. E., 1989, Review of High-Speed, Convective, Heat-Transfer Computation Methods," *NASA TN-2914*.
- Toro, P. G. T., 1994, "VLS-PT01 - Determinação dos Parâmetros Térmicos, de Aquecimento Aerodinâmico e Distribuição de Temperatura na Parede," *Relatório de Desenvolvimento CTA/IAE, 590-600000/BO003*.
- Van Driest, E. R., 1952, "Investigation of Laminar Boundary Layer in Compressible Fluids Using the Crocco Method," *NACA TN 2579*.
- Van Driest, E. R. 1956, "The Problem of Aerodynamic Heating," *Aeronautical Engineering Review*, pp. 26-41.



## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO AXIAL EM DUTOS DE SEÇÃO TRANSVERSAL NÃO CIRCULAR

**Francisco D. Rocamora Jr.**

Dept. de Energia Nuclear, Instituto de Estudos Avançados - IEAv/CTA  
12231-970 - São José dos Campos - SP - Brasil

**Marcelo Assato, Edimilson J. Braga, Maximilian S. Mesquita**

**Marcelo J.S. de Lemos**

Dept. de Energia, Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA/CTA  
12228-900 - São José dos Campos - SP - Brasil

### RESUMO

*Este trabalho apresenta soluções numéricas para o escoamento axial laminar incompressível em dutos de seção transversal qualquer. A equação de transporte para escoamento totalmente desenvolvido é resolvida utilizando-se um sistema de coordenadas complacente com a fronteira. Nas fronteiras, o uso de segmentos permite a divisão do domínio em blocos distintos, facilitando o tratamento de geometrias complexas. São mostrados resultados para diversas geometrias mapeando-se o plano físico (x,y) ao plano computacional ( $\eta,\xi$ ). Utilizando-se linhas de simetria apropriadas, o cálculo de apenas uma fração da seção transversal também é apresentado. Os resultados numéricos mostram a importância do arranjo da malha perto de fronteiras onde prevalece uma condição de contorno de Newman. A influência da malha perto de junções de segmentos de uma mesma fronteira é também apresentada.*

### INTRODUÇÃO

Em equipamentos termoidrúlicos, em geral, é comum a ocorrência de escoamentos em canais formados por barras cilíndricas arranjadas de maneira periódica. Estas células periódicas podem ser tratadas como dutos de seção transversal cuja geometria depende do arranjo das barras, podendo ser quadrada, triangular, etc., como em núcleos de reatores nucleares, trocadores de calor, geradores de vapor, etc. Na eventualidade dessas barras se tocarem, podem ainda ser formadas geometrias do tipo tricúspede, quadricúspede, etc., dependendo do número de barras envolvidas e do arranjo original. De maneira geral, a investigação de escoamentos em dutos é de fundamental importância tanto do ponto de vista de projeto como de análise de segurança, principalmente em reatores nucleares. Soluções numéricas para escoamentos e transferência de calor em dutos podem ser encontradas na literatura tanto para escoamentos laminares (Dong et al., 1991; Maliska et al., 1986) como turbulentos (Rapley, 1985).

Em geral, dutos de seção transversal qualquer podem ser tratados numericamente por um dos seguintes sistemas de coordenadas: a) *coordenadas ortogonais regulares* usando aproximações do tipo degrau para os volumes de controle de fronteira que não podem ser descritos por uma linha coordenada constante, b) *coordenadas curvilíneas ortogonais* também usando aproximações para as fronteiras não ortogonais, c) *coordenadas curvilíneas não-ortogonais* complacentes com as fronteiras (*body-fitted*). Para um sistema de coordenadas não ortogonal, a curvatura da malha torna a formulação menos conservativa, i.e., os resultados serão sensíveis à precisão com que os termos de curvatura são calculados (Vinokur, 1974). Estudos anteriores em dutos quadricúspedes e em feixes de barras enfatizam a vantagem de uma escolha apropriada da malha na melhoria dos resultados. Apesar das dificuldades, a relativa facilidade de implementação de sistemas de coordenadas não-ortogonais em programas existentes favorece sua cada vez maior utilização.

Assim, considerando as vantagens do uso de coordenadas complacentes com o contorno na análise termoidrúlica de passagens complexas, este trabalho objetiva reportar os resultados numéricos obtidos para escoamentos laminares em dutos com diversas seções transversais utilizando um sistema de coordenadas curvilíneas complacentes com as fronteiras e o recurso de segmentação de fronteiras, os quais facilitam o tratamento de geometrias complexas.

### FORMULAÇÃO NUMÉRICA

A formulação numérica utilizada aqui encontra-se detalhada em trabalhos anteriores (de Lemos, 1992a, 1992b, 1994) e, portanto, é feito aqui apenas um breve comentário. Para um escoamento completamente desenvolvido em um duto, a forma vetorial da equação de momentum axial (na direção  $z$ ) para escoamento laminar, regime permanente e seção transversal uniforme é:

$$\nabla \cdot (-\underline{t}_z) = S_U \quad (1)$$

onde  $\underline{t}_z$  em (1) é o vetor contendo as tensões de cisalhamento na direção  $z$  dado por:

$$\underline{t}_z = \mu \left[ \frac{\partial U_z}{\partial x} \underline{i} + \frac{\partial U_z}{\partial y} \underline{j} \right] \quad (2)$$

e os vetores unitários  $\underline{i}$  e  $\underline{j}$  correspondem às direções  $x$  e  $y$  no plano físico, respectivamente. Na Eq. (2) a velocidade axial  $U_z$  é função apenas de  $x$  e  $y$ . Além disso, para escoamentos completamente desenvolvidos, o termo fonte na Eq. (1) é dado por:

$$S_U = -\frac{\partial P}{\partial z} \quad (3)$$

onde  $P$  é a pressão constante no plano  $x$ - $y$  e  $z$  é a coordenada na direção axial do duto.

Para resolver a Eq. (1) num sistema de coordenadas complacente com a fronteira, a malha computacional é gerada no plano físico fornecendo os valores de  $x_{ij}$  e  $y_{ij}$  correspondendo aos seus pontos associados no plano computacional. Após a geração da malha, todos os parâmetros geométricos necessários para se estimar os fluxos através das fronteiras dos volumes de controle são prontamente calculados.

De maneira geral, o contorno de um corpo bi-dimensional pode ser definido por quatro fronteiras  $\Gamma$  mapeadas com um sistema de coordenadas generalizadas  $(\eta, \xi)$ . Considerando-se que fronteiras opostas correspondem a dois valores limites para  $\eta$  e  $\xi$ , condições de contorno de *Dirichlet* podem ser especificadas em todas as quatro fronteiras como:

$$\begin{aligned} \eta &= \eta_s \text{ em } \Gamma_s (\text{sul}); \eta_n \text{ em } \Gamma_n (\text{norte}) \\ \xi &= \xi(x, y) \text{ nas fronteiras } \textit{leste} \text{ e } \textit{oeste} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_e \text{ em } \Gamma_e (\textit{leste}); \xi_w \text{ em } \Gamma_w (\textit{oeste}) \\ \eta &= \eta(x, y) \text{ nas fronteiras } \textit{norte} \text{ e } \textit{sul} \end{aligned} \quad (5)$$

A malha computacional, obtida através do mapeamento de uma geometria bi-dimensional genérica, é calculada resolvendo-se um sistema de equações elípticas para  $(\eta, \xi)$  sujeitos às condições de contorno das Eqs. (4) e (5). A equação em diferenças finitas para  $x_{ij}$  fica:

$$\begin{aligned} x_{i,j} = \frac{1}{2(\alpha + \gamma)} \{ &\alpha(x_{i+1,j} + x_{i-1,j}) + \gamma(x_{i,j+1} + x_{i,j-1}) - \\ &\frac{\beta}{2} [(x_{i+1,j+1} - x_{i+1,j-1}) - (x_{i-1,j+1} - x_{i-1,j-1})] \} \end{aligned} \quad (6)$$

e uma expressão similar é obtida para  $y_{ij}$ . Na Eq. (6) os parâmetros  $\alpha, \beta$  e  $\gamma$  são associados com as métricas necessárias para a transformação de coordenadas em questão (veja, por exemplo, Anderson et. al., 1984). A solução da Eq. (6) é obtida pelo método das *Sobre-relaxações Sucessivas* o qual encontra-se bem descrito em vários livros-texto sobre métodos numéricos em mecânica dos fluidos e consiste basicamente na solução ponto a ponto das equações envolvidas. No presente trabalho, um coeficiente de relaxação de 1.6 foi usado para ambas as coordenadas.

O critério de convergência utilizado na solução da Eq. (6) leva em consideração os erros relativos para  $x$  e  $y$ ,  $\epsilon_{ij}$ , definido como:

$$\epsilon_{i,j} = \left\| \left[ \frac{x_{i,j} - x_{i,j}^*}{x_{i,j}^*}, \frac{y_{i,j} - y_{i,j}^*}{y_{i,j}^*} \right] \right\| \quad (7)$$

onde o super-escrito "\*" na Eq. (7) indica valores da iteração anterior e o operador  $\cdot A, B \cdot$  significa o maior entre  $A$  e  $B$ . Para cada varredura do domínio computacional a Eq. (7) foi calculada para cada ponto  $(ij)$ . Os dois sistemas foram

considerados resolvidos quando o erro máximo absoluto foi menor que  $1 \times 10^{-6}$ .

A discretização da equação de momento, Eq. (1), usando o volume de controle mostrado na Figura 1 e considerando o vetor  $\vec{t}_z$  constante nas faces do volume de controle, fornece:

$$\int_V [\nabla \cdot \vec{t}_z + S_U] dV = (\vec{t}_z \cdot \vec{A})_e + (\vec{t}_z \cdot \vec{A})_w + (\vec{t}_z \cdot \vec{A})_n + (\vec{t}_z \cdot \vec{A})_s + S_U V_{ij} \quad (8)$$

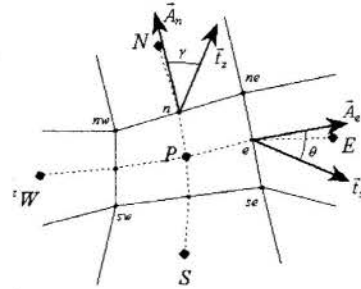


Figura 1 - Notação para a discretização da equação de momento.

Na Eq. (8) os quatro primeiros termos do lado direito indicam o produto escalar do vetor  $\vec{t}_z$  pelo vetor área  $\vec{A}$ , nas quatro faces do volume mostrado na Figura 1. Para a fronteira leste, por exemplo, o vetor  $\vec{A}_e$  é dado por:

$$\vec{A}_e = (y_{ne} - y_{se}) \vec{i} - (x_{ne} - x_{se}) \vec{j} \quad (9)$$

A substituição das Eqs. (2) e (9) na Eq. (8) fornece finalmente uma equação de discretização conectando a velocidade  $U_z$  no ponto  $P$  à velocidade nos pontos vizinhos na malha. De modo a completar este procedimento, as derivadas com respeito a  $x$  e a  $y$  na Eq. (2) são também transformadas para o domínio computacional  $(\eta, \xi)$ .

A Eq. (1), na sua forma discretizada, é resolvida com condições de contorno de aderência nas paredes do duto (condição de *Dirichlet*) ou gradiente nulo nas linhas de simetria (condição de *Newman*). Para a viscosidade molecular  $\mu$  e para o gradiente de pressão  $S_U$  são assumidos valores unitários. Com estas considerações, a Eq. (1) pode ser escrita como:

$$\nabla \cdot (\nabla U_z) = -1 \quad (10)$$

Os resultados mostrados a seguir são ainda adimensionalizados pela velocidade média definida como:

$$\bar{U} = \frac{1}{A_d} \int_{A_d} U dA \quad (11)$$

onde  $A_d$  é a área da seção transversal do duto.

O método usado para a solução da Eq. (8) é também o de *Sobre-relaxação Sucessiva* utilizado para a geração da malha. Muitas iterações são realizadas para a obtenção da solução, monitorando, além do erro relativo definido de maneira similar a Eq. (7), o resíduo da Eq. (8) em cada ponto  $ij$ . O sistema foi

considerado resolvido quando ambos, o erro relativo e o resíduo, foram menores que  $1 \times 10^{-6}$ .

**RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Casos-teste utilizando o método acima descrito foram apresentados em Padilha Jr, 1991, e Padilha Jr. & de Lemos, 1992. Neste trabalho são apresentados resultados que mostram o uso de *fronteiras segmentadas*, i.e., cada fronteira  $\Gamma_x$  (onde  $x$  denota *norte, sul, leste* ou *oeste*) é dividida em um número de segmentos (retas ou arcos) aos quais podem ser atribuídas condições de contorno distintas de simetria ou parede que resultam na geometria final da seção transversal do duto, conforme ilustrado na Figura 2. A Tabela 1 lista os casos investigados.

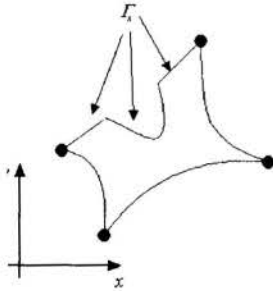


Figura 2 - Exemplo de fronteira com 3 segmentos.

A Figura 3 mostra as malhas geradas para os casos *a*), *b*) e *c*). Os perfis de velocidade ao longo da diagonal do duto são mostrados na Figura 4. Observa-se que para o caso *c*), onde ocorre o maior grau de não-ortogonalidade da malha, o perfil de velocidade obtido desloca-se um pouco em relação aos casos *a*) e *b*), para os quais a malha tem um menor grau de não-ortogonalidade. Os casos *a*) e *b*) apresentam uma boa concordância apesar de ter sido usada a condição de contorno de simetria no plano médio do duto para o caso *b*).

A Figura 5 mostra as malhas geradas para os casos *d*), *e*) e *f*) nos quais são utilizadas fronteiras segmentadas, conforme ilustrado na Figura 2. Na Figura 6 são mostrados os perfis de velocidade obtidos ao longo da mediatriz da seção. Observa-se um deslocamento das curvas para os casos *e*) e *f*) (1/2 seção e 1/4 de seção), em relação ao caso *d*) (seção inteira). Isto se deve possivelmente ao fato de serem utilizadas condições de contorno de simetria ao longo da mediatriz para os casos *e*) e *f*) em conjunto com um alto grau de não-ortogonalidade da malha, especialmente nas junções entre parede e linhas de simetria.

Tabela 1 - Geometria dos Dutos investigados.

Caso	Geometria/Características da malha	Tamanho da malha
Circular		
a)	Seção inteira	20x20
b)	1/2 Seção	20x20
c)	1/2 Seção	20x20
Arranjo Quadrado Tipo I		
d)	Seção inteira	44x44
e)	1/2 Seção	22x44
f)	1/4 de Seção	22x22

Arranjo Quadrado Tipo II		
g)	Seção inteira	44x44
h)	1/2 Seção	22x44
i)	1/4 de Seção	22x22
j)	1/2 Seção - alta distorção ( $\alpha=1.5$ )	22x44
k)	1/2 Seção - baixa distorção ( $\alpha=0.8$ )	22x44

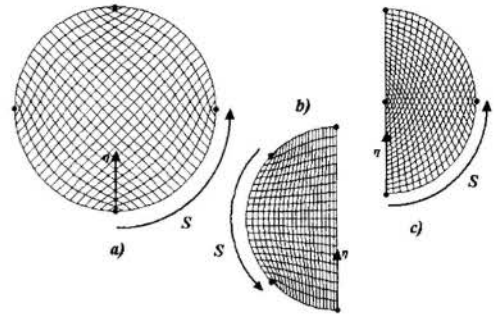


Figura 3 - Malhas para a Seção Circular do Duto.

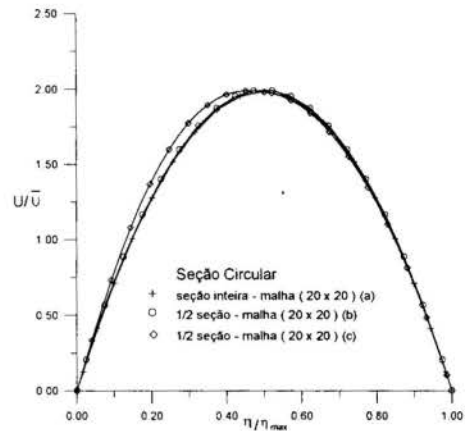


Figura 4 - Perfil de velocidade para seção circular do duto.

As malhas geradas para os casos *g*), *h*) e *i*) são mostradas na Figura 7. A Figura 8 mostra os perfis de velocidade ao longo da mediatriz da seção. Observa-se uma assimetria que também pode ser atribuída parte à não-ortogonalidade da malha e parte às condições de contorno.

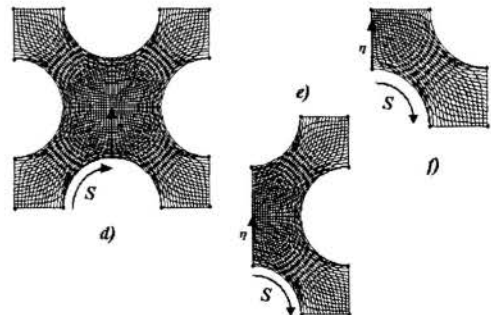


Figura 5 - Malhas para a Seção Quadrada do Duto tipo I.

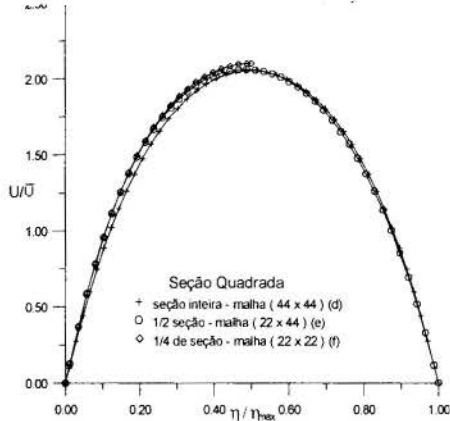


Figura 6 - Perfil de velocidade para seção quadrada do duto tipo I.

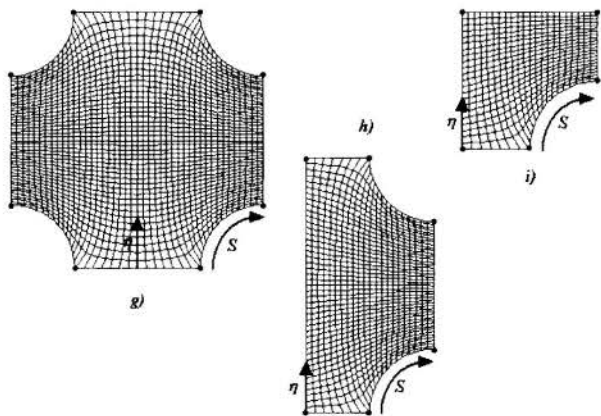


Figura 7 - Malhas para a Seção Quadrada do Duto tipo II.

Para os casos apresentados até aqui a distribuição dos pontos internos foi obtida espaçando-se igualmente os pontos de fronteira ao longo de cada segmento. O grau de não-ortogonalidade pode, até certo ponto, ser modificado através da compressão dos pontos de fronteira para um determinado segmento. A Figura 9 mostra duas malhas (casos *j* e *k*) obtidas utilizando-se uma função de compressão da forma :

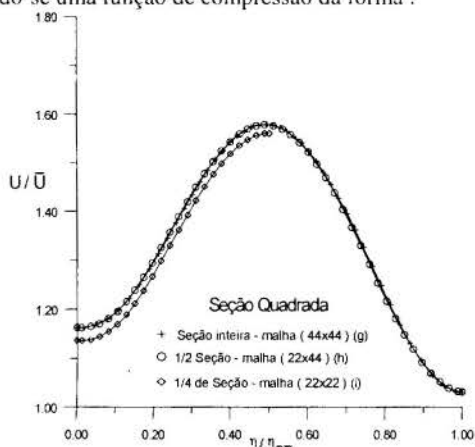


Figura 8 - Perfil de velocidade para seção quadrada do

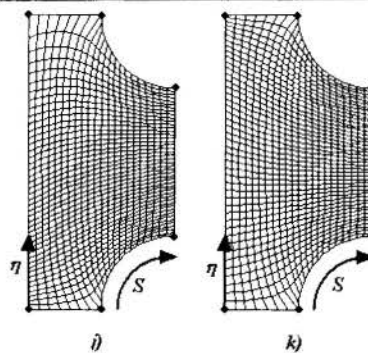


Figura 9 - Malhas distorcidas para a Seção Quadrada do Duto tipo II.

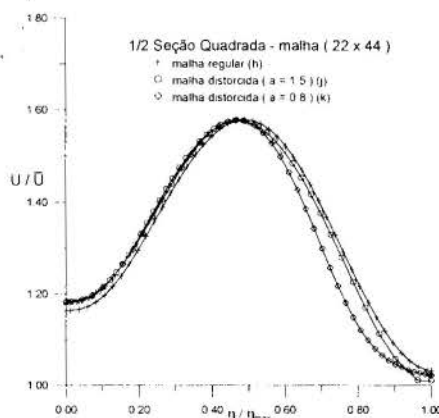


Figura 10 - Perfil de velocidade para seção quadrada do duto tipo II com malha distorcida.

$$x_i = \left[ x_{i-1}^\alpha + \left( \frac{S_{max}}{N_b} \right)^\alpha \right]^{1/\alpha} \quad (12)$$

onde  $x_i$  é a coordenada do *i*-ésimo ponto em um segmento de fronteira,  $S_{max}$  é o comprimento do respectivo segmento e  $N_b$  é o número de pontos do segmento. Na Figura 10 são mostrados os perfis de velocidade ao longo da mediatriz da seção para os casos *h*), *j*) e *k*). Esta Figura mostra que os resultados são fortemente sensíveis ao grau de não-ortogonalidade da malha.

A título de ilustração, a Figura 11 mostra a visualização tri-dimensional da velocidade  $U_z$  para os casos *e*) e *h*).

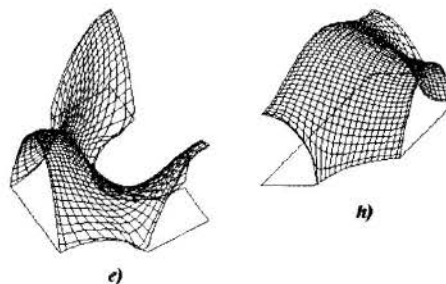


Figura 11 - Visualização Tri-dimensional da velocidade axial para os casos *e*) e *h*).



Utilizando-se o recurso de segmentação de fronteira foi obtida uma grande flexibilidade no tratamento numérico de geometrias bi-dimensionais. Os resultados apresentados indicam que a solução numérica utilizando-se coordenadas generalizadas (e.g.,  $Jacobiano \neq 1$ ), é dependente do grau de não-ortogonalidade da malha, sugerindo que bastante cuidado deve ser exercido na utilização desta técnica. Medidas para diminuir o grau de distorção dos volumes de controle nas fronteiras podem melhorar a qualidade dos resultados.

Este trabalho também fornece subsídios para a solução de escoamento turbulento bi-dimensional com recirculação através do desenvolvimento de um programa em coordenadas generalizadas que permite o tratamento de geometrias complexas pelo recurso de segmentação de fronteiras.

#### AGRADECIMENTOS

Os Autores são gratos ao CNPq pelo apoio financeiro durante o preparo deste trabalho.

#### REFERÊNCIAS

Anderson, D. A., Tannehill, J. C., Pletcher, R. H., 1984, "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", McGraw-Hill, NY.

de Lemos, M.J.S., 1992a, "Computation of Laminar Flows in Sub-Channels of Rod Arrays using Generalized Coordinates", *Proc. of Joint ANS/ASME Nuclear Energy Conf.*, ASME, pp. 104-112, Aug. 23-26, San Diego, CA, USA.

de Lemos, M.J.S., 1992b, "Numerical Investigation of Laminar Flow in Ducts with Cusped Corners", *Proc. of 10<sup>th</sup> Nat. Heat Transfer Conf.*, pp. 223-233, June 25-27, Genova, Italy.

de Lemos, M.J.S., 1994, "The Effect of Grid Non-Orthogonality In Predicting Axial Flow And Wall Shear Stress In Ducts With Cusped Corners", *Anais do 5<sup>o</sup> ENCIT*, pp. 317-320, ABCM, 4-7 de Dezembro, São Paulo, SP, Brasil.

Dong, Z. F., Ebdian, M. A., Campo, A., 1991, "Numerical Analysis of Convection Heat Transfer in the Entrance Region of Cusped Ducts", *Num. Heat Transfer - Part A*, Vol. 20, pp. 459-472.

Maliska, C. R., Silva, A. F. C., 1986, "Local Effects of High Non-Orthogonal Grids in the Solution of Heat Transfer Problems in Cusped Corners", *Num. Grid Gen. In Comp. Fluid Dynamics*, Häuser & Taylor eds., Pineridge Press, Swansea, UK.

Padilha Jr., A.L.A., 1991, Estudo do Escoamento Axial Sobre Feixe de Barras, *Tese de Mestrado*, Dept. de Energia, ITA/CTA.

Padilha Jr., A.L.A., de Lemos, M.J.S., 1992, Solution of Axial Flow Over Bare Rod Bundles, *Proc. of Intern. Mobility Tech. SAE/Brazil Conf.*, Paper SAE # 921509E, Oct 13-14, São Paulo, SP, Brasil.

Rapley, C. W., 1985, "Turbulent Flow in Ducts with Cusped Corners", *Int. J. Num. Meth. Fluids*, Vol. 5, pp. 155-167.

Vinokur, M., 1974, "Conservative Equations for Gas Dynamics in Curvilinear Coordinates", *J. Comp. Phys.*, Vol. 14, pp. 105-125.

This work presents numerical solutions for the incompressible laminar axial flow in ducts of general cross section. The transport equation for fully developed flow is solved using a boundary fitted coordinate system. The use of segmentation to represent the boundaries allows the partition of the flow domain making the treatment of complex geometries easier. Results for several geometries mapping the physical domain  $(x,y)$  in to the computational domain  $(\eta,\xi)$  are presented. Making use of appropriate symmetry lines, solutions for only a fraction of the cross section are also presented. The numerical results show the importance of grid arrangement close to boundaries where a Newman boundary condition prevails. The influence of the grid close to junction of segments in the same boundary is also presented.

**VARIAÇÃO DA VELOCIDADE DE ESCOAMENTO  
DE AR INDUZIDO POR CONVECÇÃO NATURAL  
EM UM CANAL VERTICAL**

**George S. Marinho\*,  
Samuel W. Celere, Antônio M. Santos.**

\* Departamento de Engenharia Mecânica - CT - UFRN  
59072-970 - Natal - RN - Brasil  
Dpto. Engenharia Mecânica - EEŠC - USP  
13250-970 - São Carlos - SP - Brasil

**RESUMO**

*Experimentos foram realizados para estudo do efeito da separação das paredes de um canal vertical na velocidade de escoamento de ar induzido por convecção natural devido ao aquecimento produzido por uma placa plana colocada em seu interior. A posição do trocador de calor foi variada em relação às coordenadas vertical e horizontal do canal, cujas paredes móveis permitiam várias configurações geométricas. A análise dos dados obtidos nos ensaios possibilitou a determinação das posições do trocador no canal para as quais são associadas as maiores velocidades de escoamento de ar.*

**INTRODUÇÃO**

A transferência de calor por convecção natural em canais é um tema que vem se fazendo presente na literatura técnica já há algum tempo. Desde o trabalho experimental pioneiro de Elenbaas (1942) até o primeiro trabalho numérico, de Bodoia e Osterle (1962), a análise do problema foi feita sem muitas pretensões quanto à aplicação prática dos resultados. Entretanto, depois do surgimento do transistor nos anos 60 e o conseqüente aumento do mercado de equipamentos eletrônicos individuais, observou-se um aumento significativo dos estudos sobre o problema, que passou de curiosidade científica à necessidade técnica: a maior densidade de componentes por área exigia taxas de transferência de calor maiores, sob pena de se comprometer a integridade física dos sistemas. O problema tomou-se crítico com o surgimento dos primeiros computadores pessoais, nos anos 70. A partir daí houve uma diversificação dos aspectos considerados nos estudos sobre o aumento da taxa de transferência de calor em canais. A convecção natural, que até então havia recebido pouca atenção por parte dos pesquisadores, passou a ter maior relevância, já que, quando combinada à convecção forçada permitia aumentos de até 10% na taxa de transferência, como haviam demonstrado Acrivos em 1958, Mori em 1961 e Lloyd e Sparrow em 1970, citados por Burmeister (1983).

A viabilidade do aproveitamento da convecção natural como forma de se beneficiar os processos de convecção forçada depende da correta combinação de vários parâmetros intrínsecos ao fenômeno. Como esses parâmetros exercem influência mútua, a análise do problema continua muito complexa. Entretanto, há um consenso entre os pesquisadores no que diz respeito à importância dos aspectos geométricos no aumento da taxa de transferência de calor em trocadores situados no interior de canais verticais. Marsters (1975) determinou um aumento de até 50% na taxa de transferência de calor devido ao confinamento de um cilindro horizontal entre paredes verticais. Haaland e Sparrow (1983) consideraram numericamente o efeito *chaminé* como forma de induzir passivamente o aumento do fluxo de ar através de um canal vertical e, desse modo, aumentar a taxa de transferência de calor. Sparrow et al. (1983) determinaram experimentalmente aumentos de até 60% na taxa de transferência de calor por convecção

natural devido ao confinamento de um cilindro em um canal vertical. Oosthuizen (1984) obteve resultados numéricos semelhantes aos de Haaland e Sparrow (1983), identificando aumentos na taxa de transferência de calor idênticos aos de Marsters (1975). Sammakia et al. (1985), utilizando um anemômetro de filme quente, analisaram a uniformidade da velocidade de escoamento de ar na entrada de um canal vertical aquecido e detectaram variações máximas de  $\pm 0.1 \text{ cm/s}$  ao longo da seção do canal. Ravine e Richards (1988) realizaram a primeira investigação experimental sobre os efeitos da razão geométrica na convecção natural em um canal vertical com aquecimento discretizado e concluíram que a condição de escoamento laminar é perfeitamente aplicável para números de Rayleigh maiores que 145. Santos e Celere (1995) investigaram experimentalmente a influência da variação da posição de uma placa plana aquecida em um canal cilíndrico vertical no aumento da velocidade de escoamento de ar e, conseqüentemente, na taxa de transferência de calor, com o objetivo de promover o condicionamento térmico de ambientes.

Além de aumentos nas taxas de transferência de calor em equipamentos eletrônicos, os resultados dos estudos sobre a convecção natural em canais verticais podem ser aplicados no condicionamento de ambientes habitáveis. Nesse caso, a velocidade constitui um parâmetro fundamental para a análise da influência dos aspectos geométricos no fluxo de ar induzido pelo aquecimento do canal. Na literatura técnica consultada, observou-se que a maioria das investigações experimentais que tratam do problema do escoamento de ar em canais é realizada em túneis de vento. Com exceção de LaPica et al. (1993), todos os demais trabalhos consideraram uma velocidade prescrita na entrada do canal e analisaram os efeitos da variação da razão geométrica na taxa de transferência de calor. O presente trabalho trata da análise experimental do efeito da separação das paredes de um canal vertical na velocidade de escoamento de ar induzido por convecção natural devido ao aquecimento assimétrico e discretizado produzido por uma placa plana colocada em seu interior. O estudo teve por objetivo a determinação dos pontos de máximo e de mínimo da velocidade de entrada de ar no canal em função da posição do trocador de calor.

## PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Para a realização dos experimentos utilizou-se material de baixo custo e fácil aquisição no comércio local. Para a medição dos parâmetros atinentes ao processo utilizou-se instrumentação comum à maioria dos laboratórios de universidades.

**Canal de Escoamento.** A figura 1 apresenta o esquema do canal construído para confinamento do fluxo de ar induzido por aquecimento produzido pelo trocador de calor. As paredes, com camadas duplas de compensado naval, podiam ser deslocadas umas em relação às outras, permitindo modificar a área da seção de escoamento de ar e, dessa forma, obter diferentes valores de razão geométrica. O canal de escoamento foi confinado em uma câmara de estabilização térmica e esta, por sua vez, foi confinada em uma sala de estabilização. Os equipamentos para monitoração e gravação dos sinais produzidos pelos instrumentos de medição foram montados em uma ante-sala, ao lado da sala de estabilização, de modo a minimizar as interferências externas sobre o ambiente de experimentação.

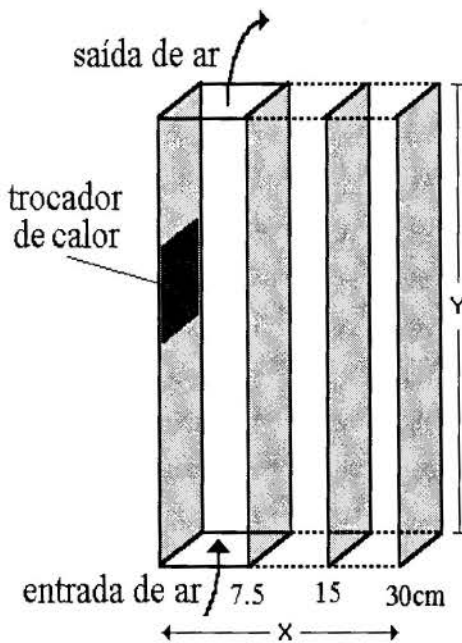


Figura 1: Canal de escoamento de ar.

**Medição da Velocidade de Escoamento de ar.** Para a determinação da velocidade de escoamento de ar na entrada do canal utilizou-se um sistema de medição do tipo anemômetro de fio quente, especialmente desenvolvido para operação nas condições do experimento, ou seja, velocidade induzida por baixas potências de aquecimento (Rocha et al., 1996).

**Trocador de Calor.** Construiu-se um trocador de calor do tipo placa plana, de alumínio, com dimensões 12.5cm x 26.8cm e 6mm de espessura, dotado de uma resistência elétrica embutida que era alimentada através de uma fonte digital de corrente contínua.

**Medição de Temperatura.** Foram utilizados seis termopares do tipo T (cobre-constantan) para determinar a distribuição de temperatura na superfície do trocador de calor. Os sinais gerados pelos termopares foram eletronicamente compensados e gravados em computador, após a conversão A/D obtida por um sistema de aquisição de dados de 16canais/12bit.

**Metodologia.** A razão geométrica é definida pela relação entre o afastamento das paredes (X) e a altura (Y) do trocador de calor no canal,

$$RG = X/Y \quad (1)$$

A velocidade de escoamento de ar na entrada do canal ( $V_{AR}$ ) foi determinada pela substituição do sinal ( $\epsilon$ ) produzido pelo anemômetro de fio quente, e registrado pelo computador, na equação de calibração (Rocha et al., 1996), definida por

$$\epsilon = 0.3527 + 0.079 \cdot \text{Exp}[-(V_{AR} / 0.695)] \quad (2)$$

Na representação gráfica dos dados obtidos nos ensaios, considerou-se um valor de velocidade adimensionalizado, obtido através da seguinte equação,

$$V = V_{AR} / V_{MÉDIA} \quad (3)$$

onde  $V_{MÉDIA}$  é a média das velocidades obtidas nos ensaios com o trocador de calor em cada posição em relação ao eixo Y. Assim, determinou-se uma  $V_{MÉDIA}$  para a posição inferior, dada pela média das velocidades de todos os ensaios com o trocador fixado em  $Y = 23.4$ cm, o mesmo acontecendo para os casos  $Y = 50.2$ cm e  $Y = 77$ cm.

Foram realizados ensaios para nove valores de razão geométrica, obtidos em função da combinação de três valores de separação entre as paredes (7.5, 15 e 30cm) e três valores de altura de fixação do trocador em uma das paredes do canal (23.4, 50.2 e 77cm). Em cada uma das nove posições ensaiadas, o trocador de calor foi submetido a três valores subsequentes de potência de aquecimento (8.7, 24.5 e 48.3W). A tabela 1 apresenta os valores das razões geométricas considerados nos ensaios.

Tabela 1 - Razões geométricas

altura do trocador no canal Y (cm)	afastamento entre as paredes do trocador X (cm)	razão geométrica X/Y
superior (77cm)	30	0.40
	15	0.20
	7.5	0.10
média (50.2cm)	30	0.60
	15	0.30
	7.5	0.15
inferior (23.4cm)	30	1.28
	15	0.64
	7.5	0.32

Em ensaios preliminares, observou-se que o tempo para o trocador de calor atingir o regime térmico (~ 2h) era menor que o tempo para o estabelecimento do regime de fluxo de ar no canal (~ 2.5h). Com base nesses dados, determinou-se um tempo de 4.0h para cada ensaio.

O regime térmico foi considerado como estabelecido quando a diferença máxima de temperatura indicada pelos termopares fixados no trocador de calor era de aproximadamente 0.1°C, conforme o recomendado por Sparrow et al. (1983).

## RESULTADOS E ANÁLISE

A análise dos resultados foi feita com base nos valores obtidos quando do estabelecimento do regime térmico permanente. As tabelas 2, 3 e 4 apresentam os valores de velocidade obtidos nos ensaios.

Tabela 2 - Velocidade de escoamento de ar na entrada do canal (trocador de calor aquecido a ~ 50°C - potência 8.7W)

Posição Y	X = 7.5cm	X=15cm	X=30cm
superior 77cm	4.3cm/s	1.4cm/s	1.0cm/s
média 50.2cm	1.8cm/s	2.7cm/s	1.4cm/s
inferior 23.4cm	4.7cm/s	4.7cm/s	2.2cm/s

Tabela 3 - Velocidade de escoamento de ar na entrada do canal (trocador de calor aquecido a ~ 87°C - potência 24.5W)

Posição Y	X = 7.5cm	X=15cm	X=30cm
superior 77cm	5.5cm/s	2.7cm/s	2.0cm/s
média 50.2cm	2.2cm/s	4.3cm/s	2.7cm/s
inferior 23.4cm	5.9cm/s	6.3cm/s	3.5cm/s

Tabela 4 - Velocidade de escoamento de ar na entrada do canal (trocador de calor aquecido a ~ 135°C - potência 48.3W)

Posição Y	X = 7.5cm	X=15cm	X=30cm
superior 77cm	6.7cm/s	3.9cm/s	3.7cm/s
média 50.2cm	3.5cm/s	5.5cm/s	3.9cm/s
inferior 23.4cm	7.5cm/s	7.9cm/s	5.1cm/s

As figuras 2, 3 e 4 mostram os gráficos obtidos para a relação entre a velocidade adimensional e a razão geométrica.

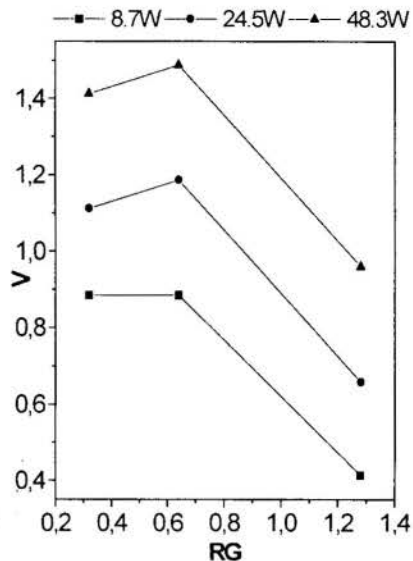


Figura 2 - Trocador na posição inferior (Y = 23.4cm)

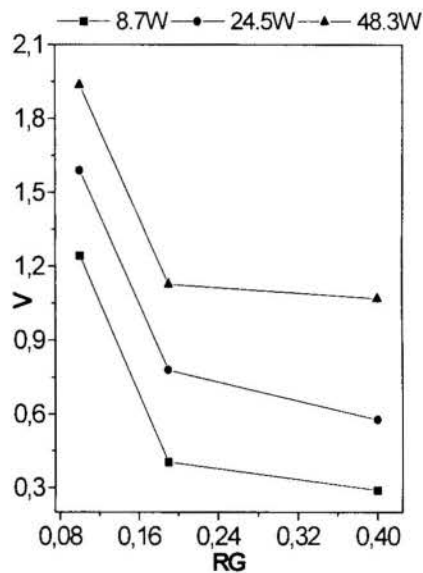


Figura 3 - Trocador na posição média (Y = 50.2cm)

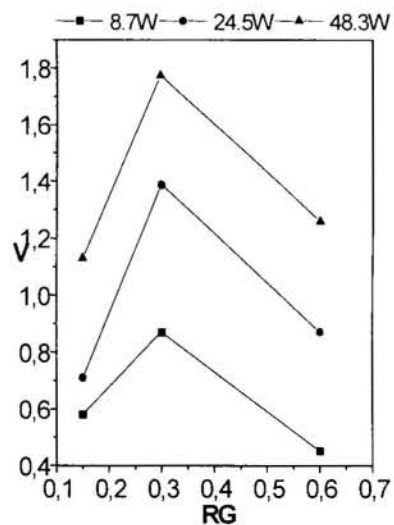


Figura 4 - Trocador na posição superior (Y = 77cm)



Analisando-se as figuras 2, 3 e 4 pode-se constatar uma forte dependência da velocidade de escoamento de ar na entrada do canal em relação à razão geométrica. Em comparação aos resultados obtidos por Sparrow et al. (1983), que associaram a maior taxa de transferência de calor obtida para o trocador situado na posição inferior do canal à maior velocidade de escoamento induzido nessa posição, os resultados aqui obtidos mostraram que existe um limite para a área da seção de escoamento de ar, abaixo do qual o fluxo é prejudicado. Acima desse limite, a indução do fluxo volta a ser beneficiada, como pode ser visto nas figuras 2 e 3, que mostram um aumento na velocidade quando a área de escoamento de ar passa de  $93.7\text{cm}^2$  para  $187.3\text{cm}^2$ , respectivamente equivalentes aos espaçamentos de  $X = 7.5\text{cm}$  e  $X = 15\text{cm}$ .

Observou-se uma queda brusca na velocidade quando a separação entre as paredes atingiu o valor máximo ( $X = 30\text{cm}$ ). Isso porque, na posição de maior abertura, há uma maior quantidade de ar no canal para uma mesma potência de aquecimento e, portanto, uma menor indução de fluxo.

Os maiores valores de velocidade de escoamento de ar para o trocador fixado na posição superior ( $Y = 77\text{cm}$ ) foram obtidos na configuração de menor abertura do canal ( $X = 7.5\text{cm}$ ), como se vê na figura 4. Esse resultado não contraria aquele obtido por Sparrow et al. (1983) nem por Sparrow e Ansari (1983), já que se trata de uma situação onde a área de abertura de passagem de ar através do canal está abaixo do limite que beneficia a indução de fluxo.

Com o trocador situado na posição superior, uma menor área do canal é aquecida e, assim, a diferença de temperatura entre a superfície do trocador e o ar é maior. Ao entrar em contato com o trocador, o ar sofre uma brusca variação de temperatura, elevando-se no canal em consequência da força de empuxo gerada pela diferença de densidade. Entretanto, a área do canal acima do trocador é muito menor do que nas situações anteriores, conseqüentemente a taxa de renovação de ar no interior do canal ocorre em um tempo menor, ou seja, a uma velocidade maior. Quando as paredes são afastadas até a posição horizontal intermediária ( $X = 15\text{cm}$ ), o efeito do aquecimento do ar é minimizado devido a uma maior perda de calor através da abertura superior do canal. Como a quantidade de ar no interior do canal aumentou para uma mesma potência de aquecimento do trocador, a velocidade de escoamento diminuiu, fato que se repetiu quando as paredes estavam na posição de maior separação ( $X = 30\text{cm}$ ).

Observando-se a figura 2 constata-se que houve um aumento da velocidade de escoamento de ar em função da potência, como era de se esperar, já que uma maior potência significa uma temperatura mais elevada do trocador e, conseqüentemente, um maior aquecimento do ar no interior do canal. Ao ser aquecido, o ar sofre uma diminuição de densidade, o que provoca o seu deslocamento para fora do canal de escoamento e a entrada de ar não aquecido através da base do canal. Resultados idênticos com relação a esse aspecto também foram obtidos nas demais situações ensaiadas, como pode ser constatado através da análise das figuras 3 e 4.

As tabelas 2, 3 e 4 mostram que, para todas as separações de paredes ensaiadas, os maiores valores de velocidade de escoamento de ar no canal corresponderam às situações onde o trocador de calor encontrava-se fixado na posição inferior ( $Y = 23.4\text{cm}$ ), resultado semelhante ao obtido por Sparrow e Ansari (1983) e Sparrow et al. (1983), e que está associado ao *efeito chaminé*.

## CONCLUSÕES

A análise dos dados obtidos nos ensaios permitiu que se chegasse às seguintes conclusões:

- a) as velocidades de escoamento de ar no canal foram baixas (máxima  $\sim 8\text{cm/s}$ ) devido às baixas potências de aquecimento do trocador de calor;
- b) a velocidade de escoamento de ar no canal aumentou em função do aumento da potência de aquecimento do trocador de calor;
- c) as maiores velocidades de escoamento de ar corresponderam à fixação do trocador de calor na posição inferior do canal ( $Y = 23.4\text{cm}$ ), devido ao *efeito chaminé*;
- d) para o trocador fixado nas posições inferior ( $Y = 23.4\text{cm}$ ) e média ( $Y = 50.2\text{cm}$ ) do canal, houve um aumento no fluxo de ar quando a distância entre as paredes aumentou de  $X = 7.5\text{cm}$  para  $X = 15\text{cm}$ ;
- e) há um limite para a distância de separação das paredes do canal, abaixo do qual a indução de fluxo de ar é prejudicada;
- f) a aplicação do aquecimento assimétrico e discretizado no condicionamento de ambientes é uma opção viável para a obtenção do aumento do rendimento de processos de transferência de calor, apesar da complexidade da relação entre a razão geométrica e a velocidade impedir a generalização dos resultados obtidos; e
- g) a complexidade da relação entre a razão geométrica e a velocidade de escoamento de ar no canal dificulta a determinação do valor do espaçamento crítico através de outra forma que não seja a empírica.

Os resultados obtidos nos ensaios deixaram evidente a importância do estudo da relação entre o aspecto geométrico e a indução de fluxo de ar em canais verticais. O conhecimento dessa relação é imprescindível para qualquer aplicação da convecção natural no aumento da taxa de transferência de calor em equipamentos ou processos e no condicionamento de ambientes. O condicionamento de ambientes por convecção natural necessita essencialmente de renovação de ar. A taxa de renovação é função direta da velocidade com que o ar é induzido a entrar no ambiente. No caso de canais verticais, a velocidade é função direta da potência de aquecimento e varia de modo singular em função da razão geométrica, o que faz de cada situação um caso particular e daí a importância da análise experimental.

## AGRADECIMENTOS

Ao CNPq e à CAPES, pelo financiamento da pesquisa.

Aos Professores

Woodrow N. L. Roma, SHS-EESC/USP, e  
Fernando M. Catalano, LAE-EESC/USP.

Aos Técnicos do LAT e LAE/EESC/USP.

## REFERÊNCIAS

Bodoia, J.R. e Osterle, J.F., 1962, "The Development of Free Convection Between Heated Vertical Plates", ASME, Journal of Heat Transfer, Vol.84, pp.40-44.

Burmeister, L.C., 1983, "Convective Heat Transfer", New York, John Wiley & Sons, 771p.

Elenbaas, W., 1942, "Heat Dissipation of Parallel Plates by Natural Convection", Physica, Vol.9, pp.1-28.

Haaland, S.E. e Sparrow, E.M., 1983, "Solutions for the Channel Plume and Parallel-Walled Chimney", Numerical Heat Transfer, Vol. 6, pp.155-172.

La Pica, A.; Rodonó, G. e Volpes, R., 1993, "An Experimental Investigation on Natural Convection of Air in a Vertical Channel", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.36, pp.611-616.

Marsters, G.F., 1975, "Natural Convective Heat Transfer from a Horizontal Cylinder in the Presence of Nearby Walls", The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol.53, pp.144-149.

Oosthuizen, P.H., 1984, "A Numerical Study of Laminar Free Convective Flow Through a Vertical Open Partially Heated Plane Duct", ASME, HTD, Fundamentals of Natural Convection-Electronic Equipment Cooling, Vol.32, pp.41-48.

Ravine, T.L. e Richards, D.E., 1988, "Natural Convection Heat Transfer from a Discrete Thermal Source on a Vertical Surface", ASME, Journal of Heat Transfer, Vol. 110, pp.1007-1009.

Rocha, A.C.B.; Marinho, G.S.; Hildebrand Jr., L. e Celere, S.W., 1996, "Construction and Calibration of a System for Measuring Low Air Flow Velocities in Natural Convection Heat Transfer Processes", Anais, VI Congresso de Engenharia e Ciências Térmicas, Florianópolis - SC, Brasil, Vol.3, pp.1097-1102.

Sammakia, B.; Carey, V.P. e Gebhart, B., 1985, "Measurements and Calculations of Transient Mixed Convection in Air", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.28, pp.1837-1846.

Santos, P.R.P. e Celere, S.W., 1995, "Simulação de Fluxo Térmico Induzido", Anais, Encontro Nacional de Modelos de Simulação de Ambientes, USP, Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, São Paulo-SP, Brasil, pp.283-298.

Sparrow, E.M.; Mendes, P.S.; Ansari, M.A. e Prata, A.T., 1983, "Duct-Flow Versus External-Flow Natural Convection at a Short Wall Attached Horizontal Cylinder", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.26, pp.881-889.

Sparrow, E.W. e Ansari, M.A., 1983, "Natural Convection and Radiation from a Finned Horizontal Tube with Vertical and Horizontal Shrouding Surfaces", M.Sc.Thesis, The Graduate School of The University of Minnesota, USA.

## ABSTRACT

An experimental investigation was developed to analyse the influence of the aspect ratio geometric parameter on natural convection induced air flow velocities in a vertical channel with an asymmetric discrete heating source. The results allows to identifying the values of the aspect ratio that promote the enhancement of the air velocity through the channel.

## UMA FORMULAÇÃO PARA O CÁLCULO DO COEFICIENTE DE ATRITO EM CAMADAS LÍMITES TURBULENTAS COM SEPARAÇÃO

**Erb F. Lins**

**Daniel O. Cruz**

**André L.A. Mesquita**

Universidade Federal do Pará

Departamento de Engenharia Mecânica

Grupo de Turbomáquinas

66075-900 Belém-PA-Brasil

E-mail: gtDEM@amazon.com.br

### RESUMO

*No presente trabalho um procedimento empregando a equação integral de camada limite será utilizado, juntamente com uma nova expressão para o perfil de velocidade, na análise de escoamentos turbulentos. Uma velocidade característica do escoamento a qual não se anula no ponto de descolamento, e que considera os efeitos do gradiente de pressão além da influência da tensão de cisalhamento na parede será utilizada. Os resultados obtidos serão comparados com dados experimentais, assim como com o modelo de turbulência de Cebeci-Smith mostrando um bom desempenho.*

### INTRODUÇÃO

O estudo do escoamento na camada limite turbulenta é de grande importância no tratamento de muitos problemas de engenharia como, por exemplo, no cálculo de perdas em turbomáquinas e no dimensionamento de trocadores de calor os quais devem ser analisados de forma precisa e barata. Nesse contexto a formulação integral da camada limite pode ser empregada fornecendo uma alternativa simples e acurada para a análise desses fenômenos. Muitos autores (Whitfield et al (1981), Strawn et al (1984), Moses (1969)) aplicaram a formulação integral da camada limite, de diferentes formas, no tratamento de vários tipos de escoamentos turbulentos obtendo resultados satisfatórios. Esses procedimentos contudo, apresentam dificuldades na descrição do escoamento próximo ao ponto de descolamento, limitando a sua aplicação aos escoamentos onde não ocorra separação.

No presente trabalho será apresentada uma extensão da formulação integral válida na região de separação da camada limite. Uma versão da lei da parede aplicável no ponto de descolamento será utilizada, além de uma velocidade característica do fenômeno que não se anula quando a tensão na parede tende a zero, como acontece com a clássica velocidade de fricção. Uma comparação com resultados experimentais assim como com o modelo algébrico de Cebeci-Smith será apresentada mostrando bons resultados.

### A FORMULAÇÃO INTEGRAL DE CAMADA LIMITE

A formulação integral é obtida através da equação de camada limite (Schlichting, 1968) a qual é mostrada abaixo

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

onde  $u$  e  $v$  representam as velocidades na direção de  $x$  e  $y$  respectivamente,  $P$  é a pressão,  $\rho$  a massa específica,  $\nu$  a viscosidade cinemática e  $\overline{u'v'}$  é a tensão turbulenta. A Eq. (2) representa a equação da conservação de massa para o caso incompressível, bidimensional e estacionário. Integrando-se a Eq. (1) na direção de  $y$  nos limites de  $y=0$  a  $y=\delta$  onde  $\delta$  é a espessura da camada limite, temos com auxílio da Eq. (2) a seguinte relação:

$$\frac{d\theta}{dx} + \frac{1}{U} \frac{dU}{dx} (2\theta + \delta^*) = \frac{C_f}{2} \quad (3)$$

na obtenção da equação acima foram empregadas as seguintes condições de contorno:

$$u(x, \delta) = U(x) \quad (4)$$

$$u(x, \theta) = 0 \quad (5)$$

Na Eq. (3)  $C_f$  é o coeficiente de atrito na parede  $U(x)$  é a velocidade de escoamento potencial e  $\theta$  e  $\delta^*$  representam as espessuras da quantidade de movimento e de deslocamento as quais são definidas abaixo:

$$\theta = \int_0^{\delta} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad (6)$$

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad (7)$$

A Eq. (3) constitui uma grande simplificação em relação ao sistema composto pelas Eqs. (1)-(2) pois esse conjunto de equações diferenciais parciais foi transformado em uma única equação diferencial ordinária de primeira ordem. A equação diferencial Eq. (2) necessita, contudo de uma relação adicional que descreva o perfil de velocidade, pelo menos de forma aproximada, para ser resolvida. A obtenção de uma relação que

expresse adequadamente o perfil de velocidade é de grande importância na precisão dos resultados a serem obtidos utilizando-se a Eq. (3). Um procedimento muito empregado é a combinação da lei da parede logarítmica juntamente com a função de Coles para a região da esteira. Essa metodologia, apesar de fornecer bons resultados, somente pode ser utilizada nas regiões de escoamento longe do ponto de descolamento onde a lei logarítmica clássica é válida, o que limita muito a sua aplicação em problemas práticos. Com objetivo de contornar essa dificuldade será empregada aqui uma versão da lei da parede, válida ao longo de todo o escoamento inclusive na região de separação (Cruz e Freire, 1998), a qual é mostrada abaixo:

$$u = \frac{2}{k} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho} + \frac{dP}{\rho dx}} y + \frac{u_r}{k} \ln \left[ \frac{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho} + \frac{dP}{\rho dx}} y - \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}}{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho} + \frac{dP}{\rho dx}} y + \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}} \right] - \frac{u_r}{k} \ln \left( \frac{dP}{\rho dx} \frac{v}{4u_r^3} \right) \quad (8)$$

onde  $u_r = \sqrt{\tau_w/\rho}$ ,  $\tau_w$  é a tensão de cisalhamento na parede e  $k = 0,41$ , o parâmetro  $u_r$  é uma velocidade de referência definida através da raiz da seguinte equação algébrica (Cruz e Freire, 1998)

$$u_r^3 - \frac{\tau_w}{\rho} u_r - v \frac{dP}{\rho dx} = 0 \quad (9)$$

As Eq. (8) e Eq. (9) representam uma generalização da formulação da lei da parede logarítmica clássica pois, longe do ponto de descolamento quando  $\frac{\tau_w}{\rho} \gg \frac{dP}{\rho dx}$  as Eqs. (8)-(9) assumem a seguinte forma:

$$\frac{u}{u_r} = \frac{1}{k} \ln \left( y \frac{u_r}{v} \right) + \frac{2}{k} \quad (10)$$

$$u_r = u_r \quad (11)$$

Ou seja a clássica lei da parede logarítmica é recuperada. Na região próxima ao ponto de descolamento onde  $\tau_w = 0$  tem-se que o sistema de equações composto pelas Eq. (8)-(9) pode ser reescrito como sendo:

$$\frac{u}{u_r} = \frac{2}{k} \sqrt{y \frac{u_r}{v}} + \frac{\ln 4}{k} \quad (12)$$

$$u_r = \sqrt[3]{v \frac{dP}{\rho dx}} \quad (13)$$

como se pode notar a lei logarítmica desaparece na região de separação sendo substituída pela Eq. (12), do mesmo modo, a velocidade de fricção ( $u_r$ ) não pode mais ser utilizada como velocidade característica do fenômeno já que agora  $\tau_w = 0$ , portanto a velocidade característica do fenômeno no ponto de descolamento é descrita pela Eq. (13).

Para que se possa obter o perfil de velocidade ao longo de toda a região da camada limite devemos somar à lei da parede

(Eq. (8)) a chamada função de Coles para a região da esteira (Coles, 1956) a qual é mostrada abaixo:

$$\frac{\Pi(x)}{k} \left( 1 - \cos \pi \left( \frac{y}{\delta} \right) \right) \quad (14)$$

na equação acima o parâmetro  $\Pi$  foi alterado segundo White (1986) para levar em consideração os efeitos decorrentes do gradiente de pressão externo, passando a ser descrito pela seguinte relação:

$$\Pi(x) = 0,8 \left( 0,5 + \frac{\delta^*}{u_r^2} \frac{dP}{\rho dx} \right)^{0,75} \quad (15)$$

A combinação das Eqs. (8), (9), (14) e (15) fornece a seguinte expressão para o perfil de velocidade

$$u = \frac{2}{k} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho} + \frac{dP}{\rho dx}} y + \frac{u_r}{k} \ln \left[ \frac{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho} + \frac{dP}{\rho dx}} y - \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}}{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho} + \frac{dP}{\rho dx}} y + \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}} \right] - \frac{u_r}{k} \ln \left( \frac{dP}{\rho dx} \frac{v}{4u_r^3} \right) + \frac{0,8}{k} \left( 0,5 + \frac{\delta^*}{u_r^2} \frac{dP}{\rho dx} \right)^{0,75} \left( 1 - \cos \pi \left( \frac{y}{\delta} \right) \right) \quad (16)$$

## RESULTADOS E ANÁLISE

Os resultados obtidos utilizando-se as Eq. (3) e Eq. (16) para o cálculo do escoamento na camada limite turbulenta foram comparados com os dados experimentais de Simpson (1981) para a região de descolamento. Os dados obtidos por Simpson são largamente conhecidos e utilizados como referência neste tipo de comparação, retratando com detalhe o processo de separação turbulenta existente sobre perfis aerodinâmicos, como pode ser visto na figura abaixo:



Figura 1: Experimento de Simpson.

Nas figuras 2, 3, 4 e 5 são mostradas comparações entre os perfis de velocidade experimentais com os resultados obtidos com a presente teoria. Os valores calculados reproduzem adequadamente os resultados experimentais tanto longe quanto próximo ao ponto de descolamento. Esses bons resultados se devem principalmente à utilização da Eq. (8) para a descrição do perfil de velocidade na região próxima à parede, pois propicia uma adaptação suave aos efeitos decorrentes de desaparecimento da tensão de cisalhamento na parede e a conseqüente perda de validade da lei da parede logarítmica clássica. Isso pode ser atestado observando-se a figura 5 a qual mostra um perfil de velocidade próximo ao ponto de descolamento. Vale ressaltar, contudo o ajuste feito na função de Coles (Eq. (15)) para escoamentos com forte gradiente de pressão adverso.



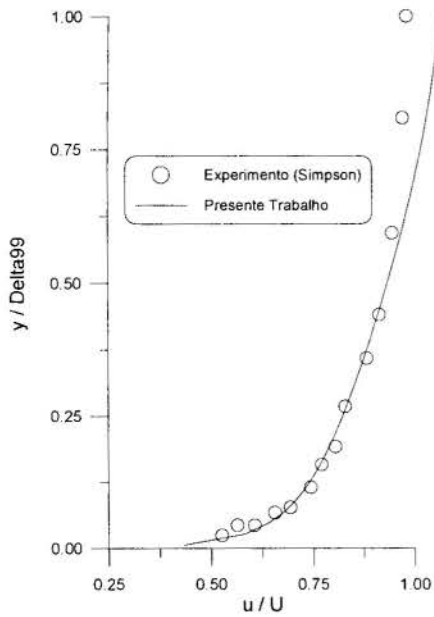


Figura 2 - Perfil de velocidade para X = 1.632 m

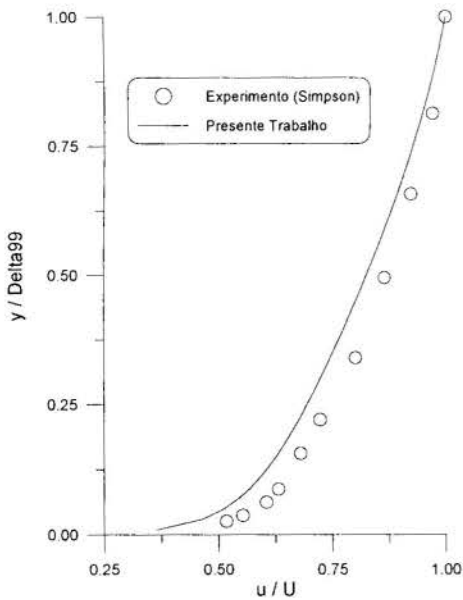


Figura 3 - Perfil de velocidade para X = 2.197 m

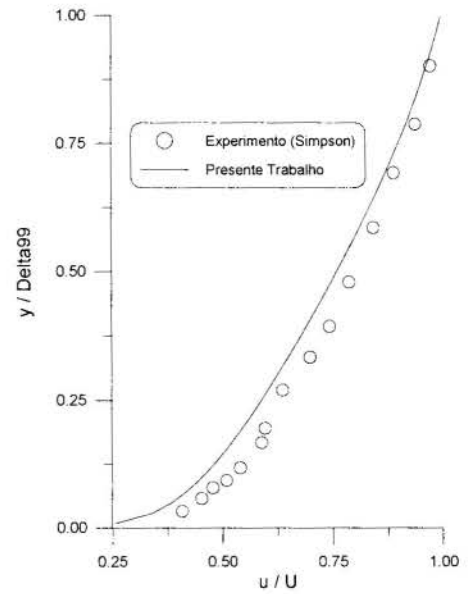


Figura 4 - Perfil de velocidade para X = 2.673m

Uma comparação entre os valores das espessuras de quantidade de movimento, de deslocamento e da camada limite com os resultados da formulação aqui proposta pode ser vista nos gráficos 6, 7 e 8 respectivamente, novamente a concordância entre os experimentos e o resultado teórico é boa. A discrepância encontrada, principalmente no cálculo da espessura da camada limite, em relação aos experimentos na região longe do ponto de descolamento é provavelmente devido a relação da Eq. (15) não reproduzir o valor indicado por Coles para o parâmetro  $\Pi$  ( $\Pi=0.55$ ) no limite com  $\frac{\delta^*}{u_\tau^2} \frac{dP}{\rho dx} \Rightarrow 0$  como seria de se esperar

longe da região de separação. Ainda deve-se levar em conta as características do experimento realizado por Simpson, no qual foi utilizada transpiração de ar para controle do perfil nas regiões iniciais do escoamento, situação não prevista pela equação utilizada. Apesar disso, esses resultados ainda são comparáveis aos encontrados na literatura apropriada (Schetz, 1984), e melhoram gradativamente ao longo do escoamento. Poderemos notar a seguir que para o cálculo do coeficiente de atrito na parede, que é o objetivo da presente formulação, a influência desses erros foi minimizada.

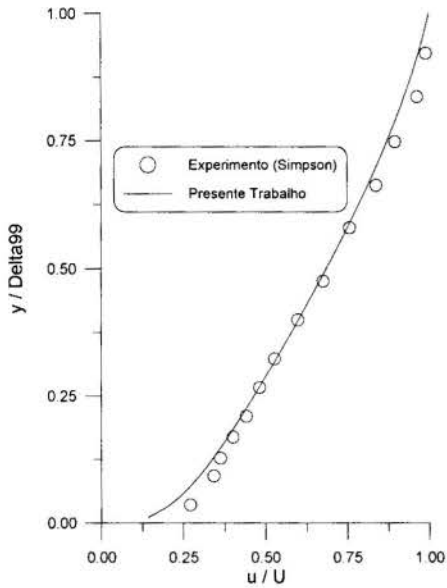


Figura 5 - Perfil de velocidade para  $X = 3.010$  m

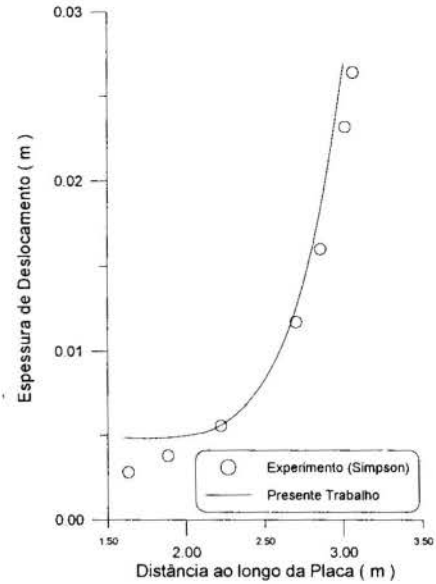


Figura 7 - Comparação da espessura de deslocamento prevista com dados experimentais

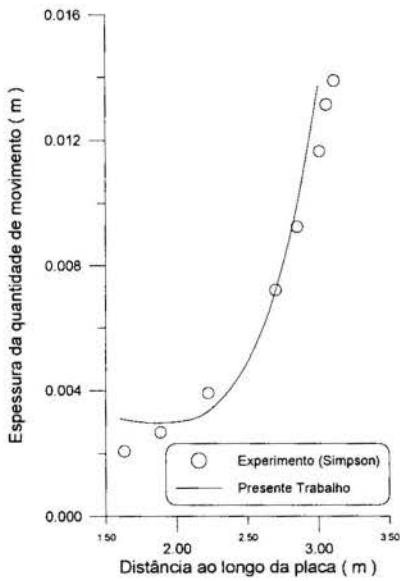


Figura 6 - Comparação da espessura de quantidade de movimento prevista com dados experimentais

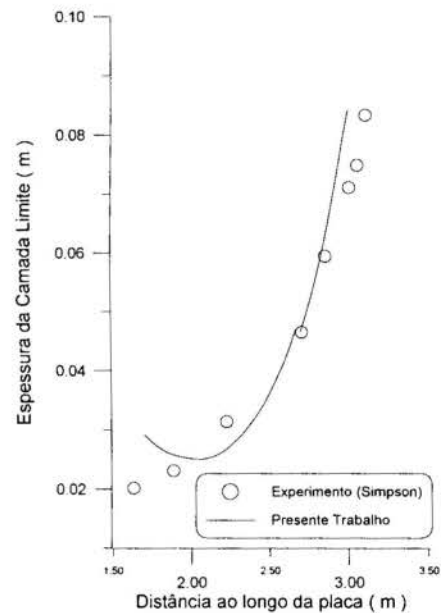


Figura 8 - Comparação da espessura da camada limite prevista com dados experimentais

Os valores do coeficiente de atrito  $C_f$  experimentais juntamente com os valores previstos pela presente formulação assim como os resultados da formulação diferencial utilizando-se o modelo de Cebeci-Smith (1974) são mostrados na figura 9. Os valores calculados com o modelo de Cebeci-Smith descrevem com certa precisão os dados experimentais principalmente na região longe da separação, não fornecendo contudo bons resultados quando a tensão na parede tende a zero. Os valores obtidos com a presente formulação são comparáveis aos resultados obtidos com a formulação diferencial ao longo de quase todo o escoamento sendo que na região de separação os resultados aqui obtidos mostram um desempenho superior.

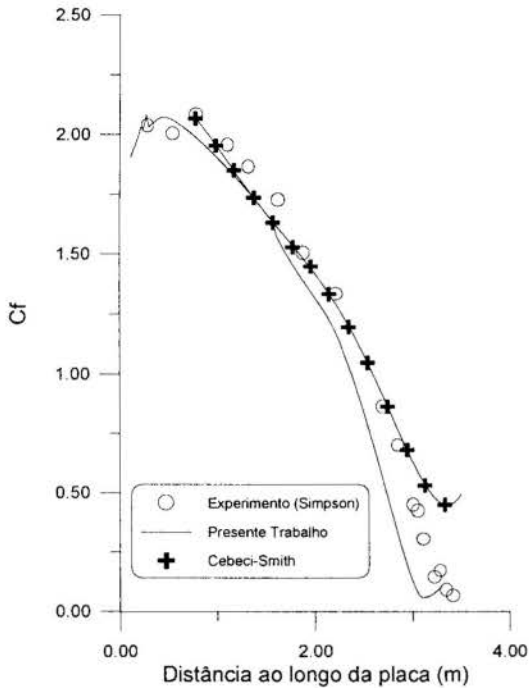


Figura 9 - Comparação entre o coeficiente de atrito previsto com dados experimentais e com o modelo de Cebeci-Smith

## CONCLUSÃO

No presente trabalho um procedimento utilizando a equação integral da camada limite foi empregado no cálculo de escoamentos turbulentos. Uma expressão para o perfil de velocidade válida ao longo de todo o escoamento, tanto longe quanto próximo ao ponto de descolamento, foi apresentada juntamente com uma velocidade característica que não se anula quando a tensão de cisalhamento tende a zero, como acontece com a clássica velocidade de fricção ( $u_\tau$ ).

Foi mostrado que, apesar de sua simplicidade, a presente formulação reproduz satisfatoriamente os resultados experimentais apresentando valores comparáveis aos de formulação mais sofisticada. Isto indica que o procedimento aqui proposto pode ser utilizado na solução de muitos problemas de engenharia fornecendo uma boa relação entre o custo computacional e precisão dos resultados. Uma extensão para o caso térmico da presente formulação também pode ser feita a qual forneceria uma forma simples para o cálculo do coeficiente de troca de calor na parede.

## REFERÊNCIAS

- Cebeci, T. e Smith, A. M. O., 1974, "Momentum Transfer in Boundary Layers". Hemisphere.
- Coles, D., "The Law of Wake in Turbulent Boundary Layers", 1956, Journal of Fluid Mechanics, pp. 191-226.
- Cruz, D. O. A. e Freire, A. P. S., "On Single Limits and The Asymptotic Behaviour of Separating Turbulent Boundary Layers", 1998, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 41, pp. 2097-2111.
- Schetz, Joseph A., 1984, "Foundations of Boundary Layer Theory for Momentum, Heat and Mass Transfer", Prentice-Hall Inc., New York.

Simpson, R. L., Chew, Y. T. e Shivaprasad, B. G., 1981, "The Structure of a Separating Turbulent Boundary Layer. Part I Mean Flow and Reynolds Stresses". Journal of Fluid Engineering, Vol. 113, pp. 23-51.

Strawn, R. C., Fuziger, J. H. e Kline, S. J., 1984, "A New Technique for Computing Viscous-Inviscid Interactions in Internal Flows", Journal of Fluid Engineering, Vol. 106, pp. 79-84.

White, F. M., 1986, Fluid Mechanics, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, p. 408.

Whitfield, D. L., Swafford, T. W. e Jacocks, J. L., 1981, "Calculation of Turbulent Boundary Layers with Separation and Viscous-Inviscid Interaction", AIAA Journal, Vol. 19, pp. 1315-1322.

## ABSTRACT

*In this work a method using the boundary layer integral equation and also a new expression for the velocity profiles, that can be used of the separation region, will be applied to analyze turbulent flows. A characteristic velocity that takes into account the effects of the shear stress at the wall as well as the influence of the pressure gradient will be used. A comparison of the results with Simpson's experimental data for separating turbulent boundary layer and the Cebeci-Smith turbulence model will be done, showing good agreement.*

## COMBINED NATURAL CONVECTION AND RADIATION IN VENTED VERTICAL SLOTS ASYMMETRICALLY HEATED

S. Belharat\*, G. Lauriat\*\* and G. Desrayaud\*

\* INSSET, Université de Picardie, 48 rue Raspail BP 422, 02109 Saint-Quentin, France

\*\* Université de Marne-la-Vallée, Bât Lavoisier, Champs-sur-Marne, 77454 Marne la  
Vallée Cédex 2, France

### SUMMARY

*A numerical study has been performed for natural convection in a two-dimensional, vented slot filled with air. One of the vertical side walls is maintained at uniform cold temperature, while the other vertical wall of finite thickness and thermal conductivity is immersed into a hot fluid reservoir. Conjugate boundary layers along both sides of the immersed wall are considered. The key geometrical parameters are the spacing between the vertical walls, the size of the inlet and outlet vents and their locations. The effect of surface radiation on the flow field and heat transfer is examined for various cold wall temperatures.*

### INTRODUCTION

Natural convection flows between vertical plates and within differentially heated cavities have been the subject of many analytical, numerical and experimental investigations because of their applications in thermal control of electronic equipment, energy conservation in buildings, nuclear technology for safety purpose, and many others fields. The dynamical boundary conditions in closed enclosures are well defined and recent studies have brought attention regarding the mathematical formulation of pressure and flow fields at the entrance and exit of vertical channels (see for example Nakamura et al., 1982, Miyamoto et al., 1989; Martin et al., 1991). On the other hand, little research works were conducted in the area of vertically vented enclosures. According to Sefcik et al. (1991) the vertical venting designation indicates that the buoyancy-driven flow and heat transfer are restricted by vents at the top and bottom boundary walls of the enclosure. Such a geometrical configuration is encountered in many applications ranging from the cooling of electronic equipment to the passive solar heating of buildings (Trombe walls for example). It can be added that the vented enclosure problem is generally complicated by the increase in geometrical parameters required to describe the channel and, for most of applications, by the asymmetrical thermal boundary conditions. In the studies of Sparrow and Azevedo (1985) and Sefcik et al. (1991) the channel consisted of a heated wall maintained at constant temperature while the remaining walls were insulated. Hence, the problem formulation resembles the classical vertical plate channel, except that the flow field strongly depends on the opening sizes and locations which exert a strong influence on flow rate and flow structure that generally reveals recirculation zones.

In the aforementioned papers, the effect of radiative exchanges between the heated wall and the other walls was neglected. This assumption is not valid for many practical applications in which the thermal equilibrium of the unheated walls results from a balance between heat transfers by natural convection and thermal radiation. In addition, the conductive heat transfer through the vertical unheated wall may significantly affect the chimney effect in the vented enclosure.

The purpose of the present study is to consider a more realistic configuration for which internal and external natural convection flows interact as well as radiative exchanges amongst surfaces. We consider a vertical channel with uniform, rectangular cross-section bounded by an isothermally cooled wall

and by an unheated wall connected to a plenum chamber through vents located at the top and bottom parts of the unheated wall. Figure 1 shows schematically a side view of the enclosure. This research program was first conducted to provide an assessment of the efficiency of protective glazing used to prevent condensation of water vapor on stained-glass windows in historic buildings because inside glass pitting is the result of repeated condensations. The capability of such a device for preventing condensation depends on the flow rate in the clearance between the protective glazing and the stained-glass window and on the convective heat flux transferred from the air flow to the stained-glass window. The key geometrical parameters which control the buoyancy-driven flow and thermal efficiency of the device are the spacing between the two vertical walls, the widths of inlet and outlet vents and their locations while the buoyancy force depends strongly on the difference in temperature between the building inside and outside.

### MATHEMATICAL FORMULATION

The present work is a numerical simulation of buoyancy-driven flows and heat transfer both within a vented enclosure and along the rear side of the right-hand vertical wall of finite thickness, as schematically depicted in Fig.1. Hence, we are considering conjugate heat transfer on the two sides of a vertical wall separating a vented enclosure having a cooled vertical wall and an infinite reservoir filled with a hot fluid (humid air).

Since the flow and heat transfer are governed by elliptical, partial differential equations, the solution is sensitive to the assumptions used for modeling inlet and outlet flow conditions. The influence of inlet conditions on natural convection in vertically open channels were discussed in several papers, but no clear consensus came out about the best pressure boundary condition to be retained at high Grashof numbers, e.g. assumption of zero pressure defect or inviscid assumption and use of the Bernoulli equation (Nakamura et al., 1982, Miyamoto et al., 1989). In some other works, the computational domain was extended to bypass the problem of prescribing the boundary conditions at the channel inlet (Martin et al., 1991). Similar procedures were also used for open or partially open cavities. In the present study, extension of the computational domain far from the vents is required for two reasons. First, the shear stresses are not small in the regions close to the vents since the hot fluid does not penetrate axially into the channel. Second, any realistic



thermal boundary condition can be applied at the outside surface of the bounding wall because large changes in the natural convection heat transfer coefficient occur from the top to the bottom. The computational domain for the solution is also shown in Fig. 1: it is closed with three fictive boundaries, all open to allow fluid to move in and out. These boundaries have to be located far enough from the vented enclosure in order not to perturb significantly both the flow inside and the external flow along the bounding wall. Temperatures of fluid coming into the domain are set to the hot temperature since the main flow direction is downward. On the bottom boundary, temperature gradients are set to zero for fluid going out of the domain.

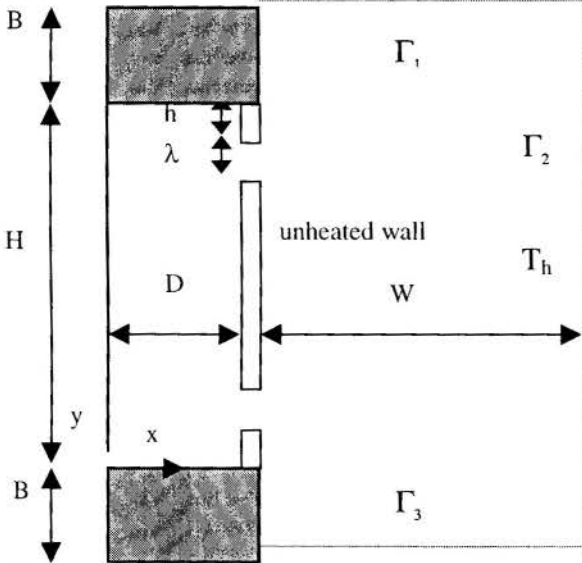


Figure 1- Geometry of the vented slot and computational domain (dashed lines)

**Governing equations.** In order to simplify the mathematical formulation and to reduce the number of dimensionless parameters, radiative exchanges amongst surfaces are neglected at first. It is assumed that the flow is laminar, steady and that the Boussinesq approximation can be applied (i.e. the thermophysical properties of the fluid are constant except for the density in the buoyancy term). With the above assumptions, the equations in the fluid domain are cast in dimensionless form by scaling lengths, velocity and temperature difference  $(T - T_0)$  by  $H$ ,  $\alpha/H$  and  $(T_h - T_c)$  respectively, where  $H$  is the height of the enclosure,  $\alpha$  the thermal diffusivity and  $T_0 = (T_h + T_c)/2$  is the reference temperature. For the coordinates shown in Fig. 1, the dimensionless governing equations in the flow region can be written as:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2a)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \text{Ra}_H \text{Pr} \theta \quad (2b)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (3)$$

Equations (1)-(3) are to be solved subject to the following hydrodynamic and thermal boundary conditions when radiative exchanges are neglected:

- along the cooled wall at uniform temperature

$$\theta_c = -0.5; U = V = 0 \quad \text{at } X = 0 \quad \text{and } 0 \leq Y \leq 1 \quad (4a)$$

- at the adiabatic end walls of the vented enclosure

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0; U = V = 0 \quad \text{at } Y = 0, 1 \quad \text{and } 0 \leq X \leq D^* \quad (4b)$$

- along the walls of the reservoir

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0; U = V = 0 \quad \text{at } X = D^* + e^* \quad (4c)$$

$$\text{and } -B^* \leq Y \leq 0; 1 \leq Y \leq 1+B^*$$

- at the boundaries of the computational domain (indicated as  $\Gamma_1, \Gamma_2$  and  $\Gamma_3$ )

$$\theta = 0.5; U = V = 0 \quad \text{at } \Gamma_2 \quad (4d)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0; U = \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad \text{at } \Gamma_1 \text{ and } \Gamma_3 \quad (4e)$$

The conduction problem in the unheated wall is governed by the two-dimensional conduction equation, which in dimensionless form, reads

$$\left( \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial Y^2} \right) = 0 \quad (5)$$

The thermal boundary conditions at the two surfaces of the unheated vertical wall are determined by a balance between conduction and convection as

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial X} &= N_k \frac{\partial \theta_w}{\partial X} \\ \theta &= \theta_w \end{aligned} \right\} \text{at } X = D^* \quad \text{and } X = D^* + e^* \quad (6)$$

$$\begin{aligned} 0 &\leq Y \leq h^*; \\ h^* + \phi &\leq Y \leq 1 - (h^* + \phi) \\ 1 - h^* &\leq Y \leq 1 \end{aligned}$$

In the above set of equations it can be seen that the geometry of the problem is characterized by four dimensionless lengths ( $D^*$ ,  $e^*$ ,  $h^*$  and  $\lambda^*$ ).  $B^*$  and  $W^*$  are only related to the size of the external computational domain, and should be taken to be sufficiently large to have a negligible influence on the solution.

From a physical point of view, the relevant dimensionless parameters are the Rayleigh number based on the height of the vented enclosure,  $\text{Ra}_H = g\beta(T_h - T_c)H^3/\alpha\nu$ , the Prandtl number,  $\text{Pr} = \nu/\alpha$ , the height-to-length aspect ratio,  $A = H/D$  or  $A = 1/D^*$ , the dimensionless thickness of the bounding wall,  $e^*$ , the dimensionless height of the parts above and below the vents,  $h^*$ , the dimensionless width of the vents  $\lambda^*$ , and the thermal conductivity ratio,  $N_k = k_w/k_f$ , the ratio of the thermal conductivity of the wall to that of air.

**Solution procedure.** The governing equations were solved in primitive variables using a control volume method and employing the SIMPLER algorithm for the velocity-pressure coupling (Patankar, 1980). The momentum and energy equations were cast in transient form and the time-integration was performed using an ADI scheme until a steady final state was obtained. At high Rayleigh numbers, a streamline second-order upwinding was introduced to damp out spurious oscillations caused by the advection terms (QUICK scheme). Under-relaxation parameters were used for velocities and temperatures to control the advancement of the solution filed.

The numerical code was extensively validated against benchmark problems to check its validity. Calculations were first performed for flow and heat transfer in differentially heated cavities of various aspect ratios. These comparison tests are not discussed here. Second, partitioned enclosures were

considered since this geometry is more closely related to that of the problem under consideration. Hence, Table 1 presents comparisons between the numerical results of Zimmerman and Acharya (1987) in a square enclosure of width  $L$  with perfectly conducting horizontal end walls and finitely conducting vertical baffles of width  $D/L$ . As it can be seen, the numerical results are in good agreement for various Rayleigh numbers and for two conductivity ratios,  $N_k = 2$  and  $N_k = 500$ . Finally, a comparison between the present results and those of Nakamura et al. (1986) for natural convection-radiation interaction in an air-filled enclosure with  $A = 5$  is shown in Table 2. Here, for the vertically partitioned cavity, the vertical wall is located at cavity midplane. The total and radiative Nusselt numbers for different hot wall emissivities ( $\epsilon_h$ ) are reported in Table 2 for a partitioned cavity having an emissivity of the partition,  $\epsilon_p$  on each of the sides.

Table 1-Comparisons of mean Nusselt numbers at the hot wall [Z.& A. : Zimmerman and Acharya (1986), present]

		D/L = 0.05		D/L = 0.1		D/L = 0.2	
$Ra_H$	$N_k$	Z-A	present	Z-A	present	Z-A	present
$10^4$	2	1.25	1.25	1.22	1.22	1.18	1.18
	500	1.25	1.24	1.22	1.21	1.20	1.20
$10^5$	2	2.95	2.95	2.90	2.90	2.75	2.76
	500	2.74	2.73	2.69	2.69	2.52	2.57
$3.5 \cdot 10^5$	2	4.61	4.69	4.58	4.65	4.43	4.49
	500	4.18	4.17	4.14	4.18	4.01	4.09

Accuracy of the results for the vented-slot configuration was then determined by a sequence of calculations carried out by increasing the grid density. The mesh was graded with the smallest elements near the solid walls and in the neighborhood of the inlet and outlet vents. An estimate for the grid size along the vertical side walls of the enclosure was made by calculating the order of magnitude of the dimensionless boundary layer thickness ( $d^* = A^{1.75}/Ra_H^{0.25}$ ) and by assuring that at least four points are in the boundary layer. Grid tests were conducted to ensure that the results were independent of both grid density and size of the exterior computational domain. Based on the results of such grid testing, the solutions discussed in the next sections were obtained by utilizing  $148 \times 80$  grid points (streamwise  $\times$  cross-stream directions), how large  $B^*$  and  $W^*$  were. It should be noted that in the farfield from the vented slot, the grid was non-uniformly distributed with control volumes of much larger size.

Table 2-Comparisons of convective ( $Nu_c$ ) and total ( $Nu_t$ ) mean Nusselt numbers along the hot wall [N et al.: Nakamura et al.]

$Ra_H = 6.21 \cdot 10^4$				N. et al.		present	
$\epsilon_H$	$\epsilon_p$	$Nr$	$T_o/T_h$	$Nu_c$	$Nu_t$	$Nu_c$	$Nu_t$
0.03	0.03	6.36	0.866	1.33	1.39	1.31	1.36
1	0.33	6.36	0.866	1.24	1.47	1.23	1.44
1	1	6.36	0.866	1.09	3.89	1.08	3.84

## RESULTS AND DISCUSSION

**Pure natural convection.** All of the computations were conducted in air-filled slots ( $Pr = 0.71$ ) and both the thermal conductivity ratio and thickness of the unheated-wall were kept constant ( $N_k = 40$ ,  $e^* = A/1000$ ). Also, the present results are for vents very close to the top and bottom end surfaces ( $h^* = D^*/2 = 1/2A$ ). Therefore, the study was on the effect of three dimensionless parameters :  $A$ ,  $\lambda^*$  and  $Ra_H$ . Solutions were obtained for Rayleigh numbers ranging from  $10^8$  to  $5 \cdot 10^{11}$ , aspect ratios from  $A = 20$  to  $A = 100$ , and for three widths of the vents ( $\lambda = 0.5D$ ,  $D$  and  $1.5 D$  or in dimensionless form  $\lambda^*$

$= 1/2A$ ,  $1/A$  and  $3/2A$ ). These parameter values correspond with the practical problem under investigation (removal of condensation of humid air on historic stained-glass windows).

Figure 2 displays the velocity and temperature fields within a air-filled slot of aspect ratio  $A = 80$ , the widths of the vents being equal to the spacing ( $\lambda^* = D^*$ ). It should be noted that the aspect ratio of the enclosure has been reduced to  $A = 15$  for graphical purpose (in order to make possible plots over the whole extent of the slot). The computations show that hot fluid penetrates into the enclosure through the upper vent and proceeds downstream along the cold surface. When the primary inlet flow approaches the bottom of the enclosure, it turns towards the outlet vent. Small recirculating regions are predicted along the unheated wall at large spacings and/or high Rayleigh numbers only. In the range of aspect ratios investigated, the flow can be considered as fully developed with relatively high velocities over a large part of the height. Since the temperature of the unheated wall sets between the hot and cold temperatures, a boundary layer flow develops along its outside surface. Thus, the thermal equilibrium of the unheated wall is determined from a conjugate problem: natural convection on both sides of the wall and heat conduction through the wall.

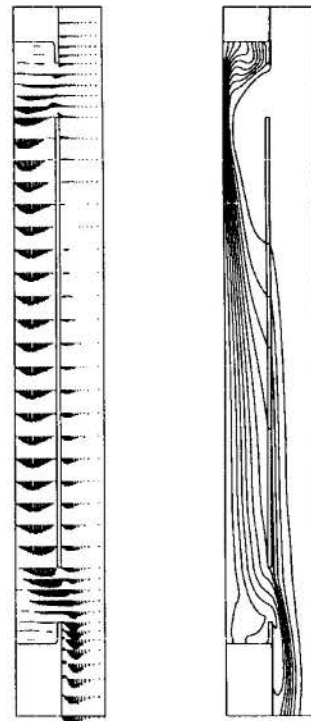


Figure 2 - Velocity and temperature fields within the vented slot and along the unheated-wall ( $A = 80$ ,  $\lambda^* = 1/A$ ,  $Ra_H = 10^{10}$ ).

If the aim of the vented enclosure device is to maintain the unheated wall at a temperature as close as possible to the temperature of the reservoir, the intensity of the external boundary layer flow rate is thus a reliable indication of its efficiency.

Figure 3 show the temperature profiles and the vertical component of the velocity at the mid-height of a slot with  $A = 100$  for various Rayleigh numbers. For these cases, the size of the vents is  $\lambda^* = D^*$ . When increasing  $Ra_H$ , the flow is intensified within the vented slot while it is decreased in the external boundary layers (Fig. 3a). The internal velocity profile exhibits the feature of a fully-developed channel flow at a short distance from the inlet vent (Fig. 2) and presents a cubic shape at low Rayleigh numbers because the heat transfer between the

cold wall and the unheated wall is mainly by conduction, as it can be seen in Fig. 3b where a linear temperature profile is displayed over the spacing. Therefore, it can be concluded that more fluid enters the vented enclosure as  $Ra_H$  increases. As a result, the temperature of the unheated wall increases with  $Ra_H$  and the slope of the temperature profile indicates that the cooling of the stream of hot air occurs mainly at the cold wall for high Rayleigh number.

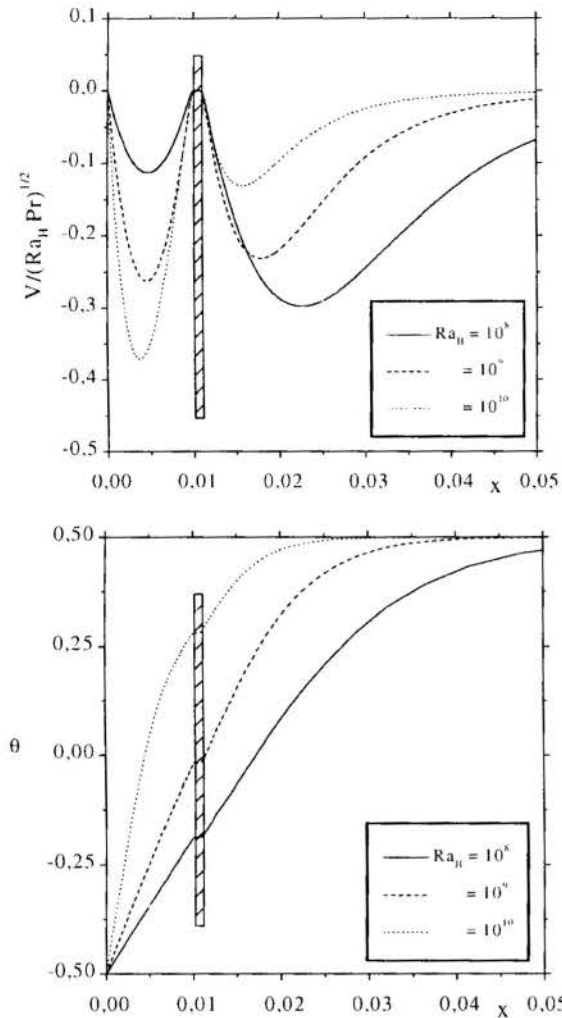


Figure 3 - Profiles of vertical velocity component (a) and temperature distributions (b) at mid-height of the vented slot for various  $Ra_H$  ( $A = 100$ ,  $\lambda^* = 0.01$ ).

According to the traditional form for presenting heat transfer results for natural convection in channels, we utilize the Nusselt number  $Nu_D$  and the dimensionless group  $Ra_D/A$ , both of which are based on the spacing  $D$ . Therefore, the average Nusselt number for the vertical walls was evaluated from

$$Nu_D = h D/k_f, \quad h = (Q/H) / (T_h - T_c)$$

where  $Q$  is the rate of heat transfer per unit-length of depth from  $y = 0$  to  $H$ . This presentation yields indeed a better correlation of the data as it is shown in Fig. 4 where the Nusselt numbers at the cold wall and at the left-hand side of the unheated wall are presented as a function of  $Ra_D/A$  which spans five order of magnitude. For all of the data reported in Fig. 4, the width of the vents was kept equal to the spacing. At low values of  $Ra_D/A$ , the average heat transfer at the unheated wall is nearly constant while it increases linearly at the cold wall. The explanation for this outcome is that conduction heat transfer dominates. The differences in the two Nusselt numbers represent mainly the convective heat transfer at the cold wall due to the weak air-flow rate through the vents. When

increasing  $Ra_D/A$ , the vertical circulation of hot air intensifies and the temperature of the unheated wall increases. Therefore  $Nu_D$  tends towards zero since in the limit  $Ra_D/A \rightarrow \infty$  the unheated wall is at the reservoir temperature. In that limit, the external boundary layer flow vanishes. On the other hand, convective transfer at the cold wall increases without limit. At  $Ra_D/A = 10^5$ , it can be assumed that the cooling of the hot air entering through the top vent occurs at the cold wall only. Obviously, the thermal resistance of the unheated wall plays an important role on the  $Nu$ -variations with  $Ra_D/A$ . In the present study, the conjugate problem is for a low thermal resistance ( $N_k = 40$ ,  $e^* = 0.01$ ) so that there is no discernible difference between the present results and those for  $N_k \rightarrow \infty$ .

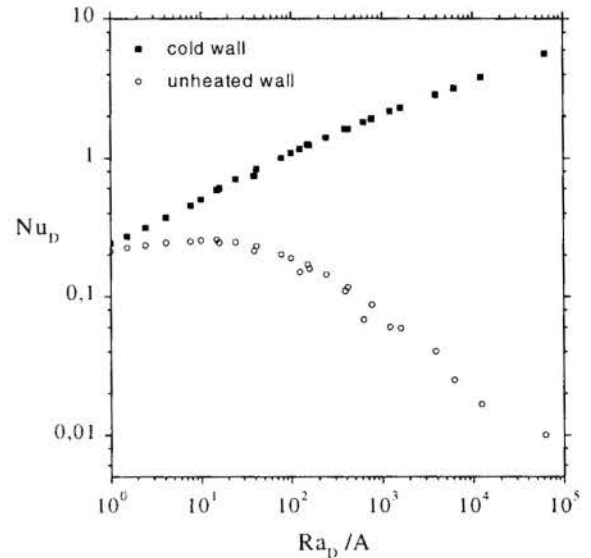


Figure 4 - Variations in mean Nusselt numbers at cold wall and unheated wall as a function of  $Ra_D/A$  ( $\lambda^* = 1/A$ ).

The flow rate through the vented slot is shown in Fig. 5 as a function of  $Ra_H$  for various sizes of the vents. It is observed that the increases in the flow rate is more important at low Rayleigh numbers, as depicted by the decrease in the slope of the curves when increasing  $Ra_H$ . On account of the aspect ratio considered, the viscous effects are dominant at low  $Ra_H$  while the head losses at the inlet and outlet vents become increasingly important at high  $Ra_H$ . For practical purpose, it should be noted here that  $Ra_H = 10^{10}$  and  $A = 100$  correspond, for example, to an air-filled slot of 4 m height and a temperature difference of 15°C. Figure 5 illustrates also the effect of the size of the vents. The effects of the size of the vents were investigated in order to find the optimum vent size for a fixed spacing. Results have shown that sizes of the vents larger than the spacing are unnecessary because viscous stresses are the main cause of the reduction of the flow rate. On the other hand, the flow rate could be noticeably increased at high enough  $Ra_H$  provided that the size of the vents are of the order of the spacing and located very close to the top and bottom walls of the enclosure. Figure 5 shows indeed that the flow rate is almost independent of the ratio spacing/width of the vents at low  $Ra_H$ . When increasing  $Ra_H$  the effects of  $\lambda^*$  increases and use of wider vents is required in order to compensate the head-loss effects at the vents. However, increase in width of the vents cannot produce a substantial increase in the flow rate when the vent sizes are larger than the spacing. In conclusion, the present computations show that a ratio  $\lambda/D$  of the order of one can be considered as an almost optimal design for vented slots of large aspect ratio. The velocity profiles displayed in Fig.6 support such a conclusion.

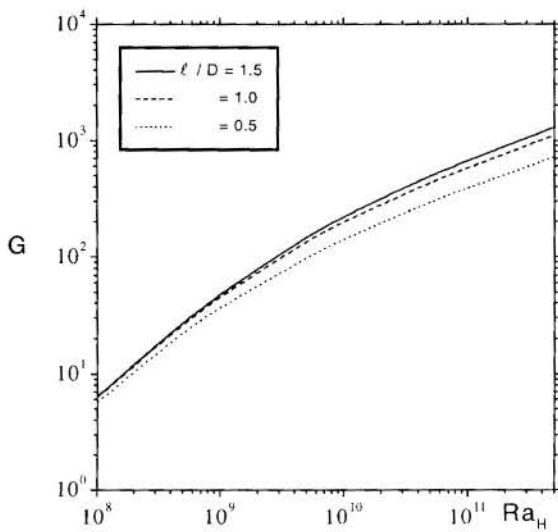


Figure 5 - Variations of the flow rate as a function of  $Ra_H$  for various sizes of the vents ( $A = 100$ ).

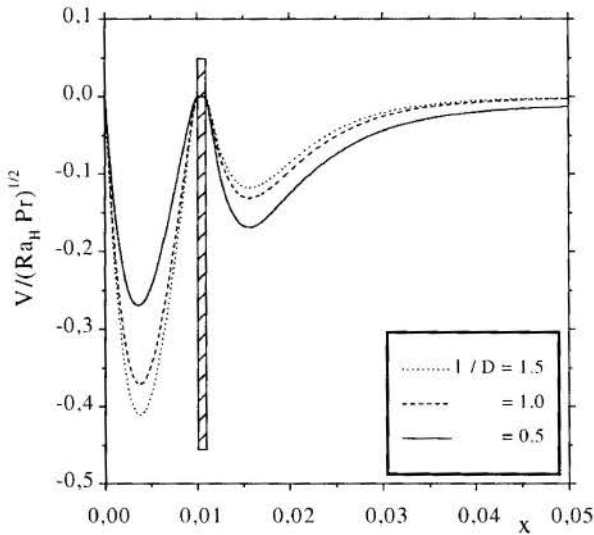


Figure 6 - Velocity profiles at mid-height ( $Ra_H = 10^{10}$ ,  $A = 100$ ,  $\lambda/D = 1$ ).

**Natural convection-radiation interaction.** When surface radiation is considered, the thermal boundary conditions at the solid walls must include the contribution of the net radiative flux. By assuming that all of the solid surfaces are diffuse and grey, the dimensionless net radiative flux,  $Q_{r,j}$ , at an elementary surface  $dA_j$  located on the left-hand side of the unheated wall (cold face) is obtained by solving the linear system of algebraic equations

$$\sum_{j=1}^{NS} \left( \frac{\delta_{ij}}{\epsilon_j} - F_{ij} \frac{1-\epsilon_j}{\epsilon_j} \right) Q_{r,j} = \frac{1}{\theta_0^4} \sum_{j=1}^{NS} F_{ij} (\Theta_i^4 - \Theta_j^4) \quad 1 \leq i \leq NS \quad (7)$$

where  $F_{ij}$  is the view factor between two elementary surfaces  $dA_i$  and  $dA_j$ ,  $\epsilon_j$  the emissivity of  $dA_j$ ,  $\theta_0$  the dimensionless reference temperature ( $\theta_0 = T_0/\Delta T$ ), and  $\Theta_j = \theta_j + \theta_0$ . In Eq. (7) the radiative flux is scaled by  $\sigma T_0^4$ .

The net radiative flux at an elementary surface  $dA_i$  located on the right hand side of the unheated wall (face toward the infinite reservoir assumed to be a blackbody at  $T_h$ ) can be written in the following dimensionless form:

$$Q_{r,i} = \epsilon_i \left[ (\Theta_i/\theta_0)^4 - (0.5/\theta_0 + 1)^4 \right] \quad (8)$$

The thermal boundary conditions at the solid surfaces are determined by a balance between conduction, radiation and convection. Therefore, equations (4b) and (6) take the forms:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial Y} &= \theta_0 N_r Q_r; \quad U = V = 0 \quad \text{at } Y = 0, l \quad \text{and } 0 \leq X \leq D^* \quad (9a) \\ \frac{\partial \theta}{\partial X} &= N_k \frac{\partial \theta_w}{\partial X} + \theta_0 N_r Q_r \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{at } X = D^* \text{ and } X = D^* + e^* \\ \theta = \theta_w \end{array} \right. \quad (9b) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &\leq Y \leq h^* \\ h^* + \Theta &\leq Y \leq 1 - (h^* + \Theta) \\ 1 - h^* &\leq Y \leq 1 \end{aligned} \right\}$$

where  $N_r = \sigma T_0^3 H/k_f$  is the well-known radiation parameter.

When including surface radiation in the problem formulation, three additional dimensionless parameters are introduced ( $N_r$ ,  $\theta_0$  and  $\epsilon_i$ ). Therefore, the problem depends on 4 geometrical parameters and 6 flow parameters. Consequently, it seems preferable to investigate the effect of radiative exchanges through a configuration of practical importance in order to shed light on the effect of radiation. In this section, we are thus considering a vented-window problem with application to the device used to prevent condensation of humid air on stained-glass windows in historic buildings. The calculations discussed here were carried out for a 4 m-high vented slot with a spacing  $D = 0.05$  m. The sizes of the two vents were  $\lambda = 0.05$  m and their location was at 0.02 m from the top and bottom end surfaces. The computations were done for three outside cold temperatures ( $T_c = -5^\circ\text{C}$ ,  $0^\circ\text{C}$  and  $+5^\circ\text{C}$ ) while the hot temperature of the reservoir (inside of the building) was  $T_h = 15^\circ\text{C}$ . The emissivities of the different surfaces were all fixed at  $\epsilon_i = 0.95$ . For these practical cases, the aspect ratio is  $A = 80$ , the Rayleigh number based on the enclosure height are ranged from  $8.10^{10}$  to  $17.10^{10}$  according to the temperature difference. The radiation parameter is about  $N_r = 185$ , the conductivity ratio  $N_k \approx 40$  and the thickness of the unheated wall  $e = 4$  mm (stained-glass window). Other computations were carried out for enclosures the height of which varying from  $H = 2$  m to  $H = 6$  m ( $40 \leq A \leq 120$ ). Similar conclusions were drawn.

In order to demonstrate the effect of surface radiation, the heat flux through the vented enclosure and the flow rates through the vents are reported in Tables 3 and 4. Without radiation (Table 3), small conductive heat fluxes through the stained-glass window were predicted owing to the high values of the Rayleigh number considered. Indeed, the heat flux is mainly convected through the vents. On the other hand, a steep increase of the conductive heat flux through the stained-glass window is obtained by considering surface radiation. Such an increase is very large in comparison with the increases of the heat fluxes convected through the vents.

Comparison between Tables 3 and 4 shows that the convective part of the heat flux at the stained-glass window (total heat flux minus radiative heat flux,  $\Sigma - R$ ) is almost unaffected by surface radiation and that the radiative flux sets approximately at the 60% of the total heat flux (Table 4). Furthermore, the heat flux convected through the bottom outlet vent can be considered negligible due to the high aspect ratio of the vented enclosure ( $A = 80$ ). Indeed, combined heat transfer of convection and radiation on the cold wall is then almost equal to the sum of the conductive heat flux through the stained-glass window and of the heat flux of hot air supplied through the inlet vent.

Although the flow rate systematically increases with radiation, the maximum velocity in the vented enclosure decreases (Table 5) because the downwards flow occupies the whole spacing and resembles a channel flow. However, except



for the disappearance of the upward flow, the general features of the flow can be considered as unchanged under the effect of surface radiation, i.e. vortices at the top and bottom part of the vented enclosure and at the vertical wall below the outlet vent are still present. In fact, the main effect of radiation is on the external boundary layer (i.e. on the right-hand side immersed in the hot ambient air): since the average temperature of the stained-glass window is lowered under the influence of surface radiation, the external boundary layer flow is significantly enhanced.

Table 3 - Heat flux and flow rate (G) for different outside temperatures without surface radiation.

$T_c$ °C	$10^{-10}$ $R_{aH}$	heat Flux (W)		Inlet outlet		$10^3$ G ( $m^3/s$ )
		Cold wall	Stained-glass	vent	vent	
5	7.88	76.3	3.4	71.8	1.1	11.49
0	12.3	128.2	5.4	125.5	-2.7	13.25
-5	17.1	185.5	7.3	187.9	-9.2	14.76

Table 4 - Total heat flux and flow rate (G) for different outside temperatures with surface radiation.  $R$  = radiative part of the heat flux ;  $\Sigma$  total heat flux at the stained-glass window.

$T_c$ °C	heat flux (W)		Inlet outlet		$\Sigma$	$10^3$ G ( $m^3/s$ )
	Cold wall	Stained-glass	vent	vent		
5	190.6	99.7	87.3	3.7	190.6	14.10
	$R$ 116.3		$R$ 116.3			
0	297.9	145.5	156.2	-3.4	298.3	16.63
	$R$ 172.5		$R$ 172.4			
-5	408.3	189.1	235.8	-16.4	408.4	18.68
	$R$ 226.8		$R$ 226.7			

Table 5 - Comparison of velocity maxima with (NC-R) and without (NC) radiation for different outside temperatures ( $U_i$  and  $U_o$  : velocity maxima at the inlet and outlet vents,  $V_{max}$  : velocity maximum within the vented enclosure)

$T_c$ °C		$10^2 U_i$ (m/s)	$10^2 U_o$ (m/s)	$10^2 V_{max}$ (m/s)
5	NC	38.14	36.31	53.57
	NC-R	46.80	46.09	49.64
0	NC	43.97	42.00	67.02
	NC-R	55.23	54.64	61.50
-5	NC	49.25	46.66	78.78
	NC-R	61.97	61.96	72.61

Figure 7 shows the longitudinal temperature profiles along the right-hand side of the stained-glass window for different cold wall temperatures, with and without radiation. By neglecting surface radiation, the hot air which penetrates into the enclosure through the upper vent imposes its temperature at the upper half of the stained-glass window, whatever the cold wall temperature,  $T_c$ , is. However, noticeable effects of  $T_c$  are seen between the temperature profiles at the lower half of the window. When surface radiation is considered, the temperature profiles are shifted away on the main part of the window-height because surface radiation produces two opposite effects: first, the temperature of the stained-glass window decreases owing to the low temperature of the cold wall and small width of the vented enclosure; second, the recirculating region which exists when neglecting radiation along the rear side of the stained-glass window can be considered as a buffer zone in which an increase of the temperature of the bottom part of this wall is seen. When such a buffer zone no longer exists, because of surface radiation, the bottom temperature of the stained-glass window decreases.

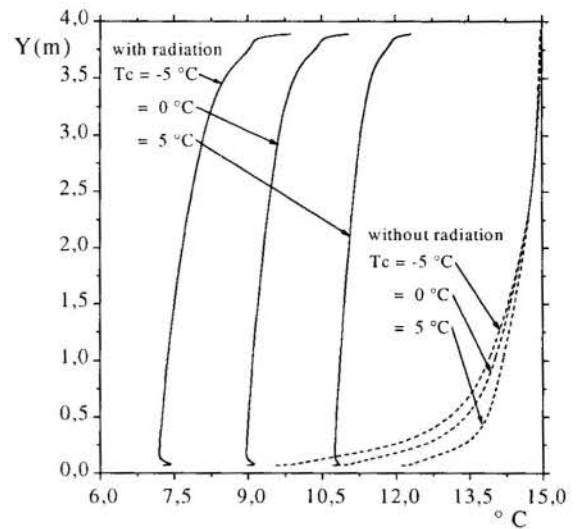


Figure 7 - Temperature profiles along the internal side of the stained-glass window for various outside temperatures without and with radiation

## CONCLUSION

A numerical study of natural convection-radiation interaction in a vented slot has been conducted. Influences of the width of the vent and of the spacing between the two vertical walls were investigated. It was found that there are minimum sizes of the vents and of the spacing below which the flow rate decreases abruptly. Surface radiation was shown to have a large effect on the temperature field within the enclosure and to produce a large reduction in the efficiency of the device for the cases studied.

**Acknowledgements:** This work was supported by research grants from the Picardie region (pôle modélisation) and from the IDRIS-Computer Center (French National Institute for Advances in Scientific Computations, Grants no 970714 and 981030).

## REFERENCES

- Martin L., Raithby, G.D., and Yovanovich, M.M., 1991, "On the low Rayleigh number asymptote for natural convection through an isothermal, parallel-plate channel", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 113, pp. 899-905.
- Miyamoto, M., Kuehn, T.H., Goldstein, R.J. and Katoh, Y., 1989, "Two-dimensional laminar natural convection heat transfer from a fully or partially open square cavity", *Numerical Heat Transfer*, Part A, Vol. 15, pp. 411-430.
- Nakamura, H., Yutaka, A., and Naitou, T., 1982, "Heat Transfer by Free Convection Between Two Parallel Flat Plates", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 5, pp. 95-106.
- Nakamura, H., Asako, Y. and Hirata, H., 1986, "Combined free convection and radiation heat transfer in rectangular cavities with a partition wall", *Heat Transfer Japanese Research*, 1986, p. 60-81.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corp., Washington, DC.
- Sefcik, D.M., Webb, B.W., and Heaton, H.S., 1991, "Natural convection in vertically vented enclosures", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 113, pp. 912-918.
- Sparrow, E.M., and Azevedo, L.F.A., 1985, "Vertical-channel natural convection spanning between the fully-developed limit and the single-plate boundary-layer limit", *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 28, No. 10, pp. 1847-1857.
- Zimmerman, E. and Acharya, A., 1987, "Free convection heat transfer in a partially divided vertical enclosure with conducting end wall", *International Journal of Heat Mass Transfer*, vol. 30, n°2, pp. 319-331

## COMPARISON BETWEEN THE CONVECTIVE HEAT TRANSFER CHARACTERISTICS OF IMPINGING ARRAYS OF JETS AND SPRAYS

**Ricardo Hernandez Pereira, Sergio Leal Braga and José Alberto dos Reis Parise**

Department of Mechanical Engineering

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

22453-900 - Rio de Janeiro - RJ - Brazil / e-mail: slbraga@mec.puc-rio.br

### SUMMARY

*The heat transfer characteristics of square arrays of impinging water sprays were investigated experimentally. Results were compared to a correlation available in the literature for the area average heat transfer coefficient of impinging arrays of submerged jets. It is shown that the spray impingement technique may provide the same heat transfer coefficient obtained with impinging jets under much smaller coolant flow rates per unit of heated area. Coolant pumping power required by both techniques do not appear to differ to a large extent.*

### INTRODUCTION

The continuous heating, cooling and drying in the industrial processing of various products usually rely on the extremely high heat transfer coefficients obtained with impinging jets. This transport technique finds extensive use in drying of textiles and paper, tempering of glass and plastic materials, quenching of metallic parts and cooling of electronic components, gas turbine blades and pistons of heavily loaded internal combustion engines.

During the past forty years much has been done to characterize the impingement flow hydrodynamics and its heat transfer characteristics. Submerged (mainly gas) jets were, probably due to large technological demand for experimental data, deeply investigated. A huge volume of information may be found in the extensive reviews available (Martin, 1977; Button and Wilcock, 1978; Downs and James, 1987; Jambunathan et al., 1992; Viskanta, 1993). Only recently has the research community begun to assess the literature dealing with free surface liquid jet impingement heat and mass transfer. Webb and Ma (1995) summarize this recent work. The impingement of liquid jets experiencing phase change (boiling) has also been investigated as it may greatly enhance the already high cooling capabilities of liquid jets. Wolf et al. (1993) review a significant part of the information available on liquid jet impingement boiling.

Attention has also been given to the impingement of liquid sprays under boiling conditions. Liquid spray impingement may maintain nucleate boiling even when the heat dissipating surface has a sufficiently high temperature to promote the transition boiling regime under conventional boiling arrangements (Grissom and Wierum, 1981; Sawyer et al., 1997). Typical industrial applications include quick freezing of food, where cryogenic liquids are widely employed (Awonorin, 1989), and the quenching of metallic parts (Bolle and Moureau, 1977; Hall and Mudawar, 1996). Although spray impingement under boiling conditions has been extensively studied (e.g., Mudawar and Deiters, 1994; Yang et al., 1996; Graham and Ramadhyani, 1996; Bernardin and Mudawar, 1997), there is very little prior work on impinging sprays in the single phase heat transfer regime (Oliphant et al., 1996).

Arrays of impinging jets are currently used to extend the high transport characteristics of single jets to the processing of large surface products. Although these jet arrangements lead to

high area average heat transfer coefficients, they invariably also result in a highly non-uniform distribution of local transfer coefficients over the impingement surface (Gardon and Akfirat, 1966; Slayzak et al., 1994a, 1994b; Huber and Viskanta, 1994a, 1994b; Pan and Webb, 1995). Non-boiling spray impingement, on the other hand, may promote a fairly uniform distribution of local heat transfer coefficients over the heat dissipating surface (Mudawar and Estes, 1996). Such uniformity would hardly be obtained with single or multiple (arrays) impinging jets.

The comparison between single-phase jet and spray impingement cooling techniques appear to be limited. Oliphant et al. (1996) conducted measurements on the area average heat transfer from a electrically heated surface to water impinging from a single spray and three different jet arrays. Their spray was generated by a commercially available, full-cone, air-assisted atomizer. It was shown that, for the establishment of a given area average heat transfer coefficient, the spray impingement technique requires a mass flow rate of coolant per unit area of the heat dissipating surface that may be approximately ten times smaller than that required by arrays of impinging jets. Coolant pumping power required by both techniques was not compared.

The present work aims to further compare both impingement cooling techniques. Experimental results of the area average heat transfer coefficient obtained with water impinging from square arrays of sprays were obtained. No previous work assessing the heat transfer characteristics of arrays of sprays could be found in the literature by the authors. Results are compared to predictions of a well established correlation for the average heat transfer coefficient of impinging arrays of axisymmetric submerged jets. Not only the coolant consumption per unit of heated area is used as a basis for the comparison. The pumping power required by both techniques is also examined.

### EXPERIMENTAL APPARATUS

Figure 1 represents schematically the experimental apparatus employed in the investigation of the heat transfer characteristics of impinging square arrays of sprays. Water was collected from the laboratory water supply into a small tank. From there it passed through a flow meter before being

admitted in a high pressure pump. Water was filtered before being supplied to the spray nozzles mounted above the test section. A by-pass valve, connecting the pump suction and discharge lines, controlled the water flow rate to the test section.

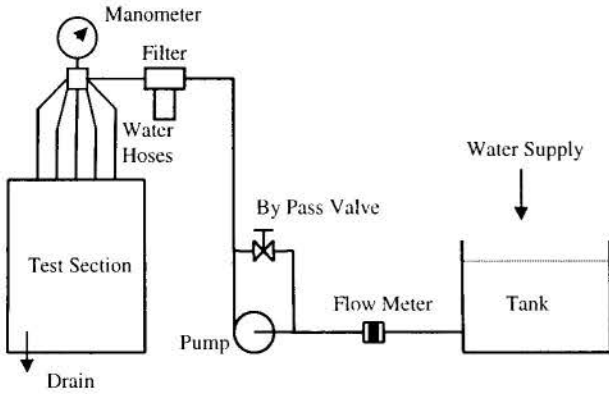


Figure 1: Experimental Apparatus

**Heater Assembly.** Figure 2 shows the heater assembly. It contained the test section, a 140mm long copper block positioned above bricks. All of its surfaces were well insulated, with the exception of the one exposed to the spray impingement. Glass wool was employed for the thermal insulation of the test section. The heater assembly, consisting of the test section, bricks and glass wool insulation, was all enclosed in a plastic box.

The heater assembly sizing was based on numerical simulations of heat conduction in the apparatus. The test section was long enough to allow for the presence of one-dimensional heat conduction through a significant length of the copper block. Provided steady state heat transfer was obtained, measurements of the temperature distribution along the test section allowed for both determining the conduction heat flux and the average heat-dissipating surface temperature.

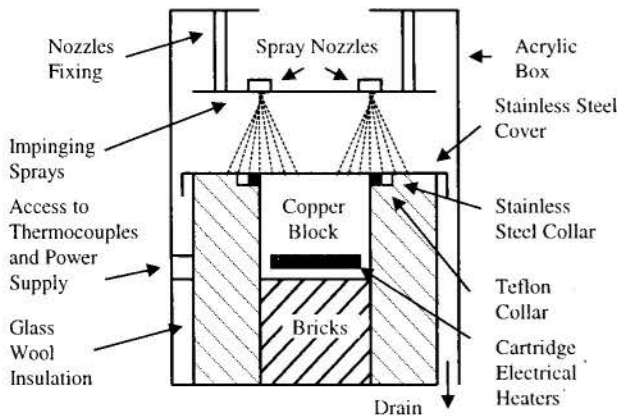


Figure 2: Heater Assembly

Straight lines were fit through the measured temperature distributions. The heat fluxes were calculated by multiplying the fitted slopes by the copper thermal conductivity. The average heat dissipating surface temperature was obtained by extrapolating the linear temperature distributions to the surface exposed to the spray impingement.

One cannot state the exposed surface is isothermal. In reality there is a temperature distribution that is a function of the local heat transfer distribution on the test section surface.

However, the adoption of a single average value of temperature for the surface exposed to impingement, obtained from measurements of the temperature distribution along the test section, is a common procedure in experimental studies of spray impingement (e.g., Grissom e Wierum, 1981; Choi e Yao, 1987; Mudawar e Deiters, 1994; Estes e Mudawar, 1995; Hall e Mudawar, 1996).

An outer Plexiglas box, in which the heater assembly was installed, allowed for both the observation of the impingement pattern and collection of the spent water. A hole, drilled in the bottom of this outer Plexiglas box, allowed for the drain of the heated water.

The spray nozzles employed were mounted on a Plexiglas plate. This plate could be positioned at different distances from the impingement surface. By varying the distance between the spray nozzles plate and test section, it was possible to modify the impingement pattern on the test section.

A Teflon collar, press fit between the copper test section and an outer stainless steel collar, did not allow for leakage of water to the interior of the heater assembly. A thin plate of stainless steel, attached to the Teflon collar, was placed to allow for a satisfactory drainage of water from the impingement region and to protect the glass wool against water exposure.

Ten high temperature cylindrical cartridge heaters were press fit into holes drilled at the bottom of the test section. The heaters were 100mm long and, together, could dissipate the maximum power of 10 kW in the copper block. Electric power cables and thermocouples wiring entered the heater assembly through a PVC tube attached to both the outer Plexiglas box and the inner plastic container. The electric power fed into the test section was controlled by adjusting the voltage on the heaters. All the experimental runs were performed using a AC power supply. Further details of the experimental apparatus are given by Pereira (1998).

**Test Section.** The flow pattern that is established under square arrays of impinging sprays is a repetitive one. If the heat transfer characteristics of one of those modules of symmetry is determined, then the results can be used to predict the behavior of an indefinitely long array. Figure 3 illustrates the test section. It had a 100x100mm square cross section.

Experimental runs were made with the apparatus operating with four or five spray nozzles. During runs with four spray nozzles, these were positioned above the edges of the square heat dissipating surface. The results obtained correspond to those of an array with the distance between adjacent nozzles equal to 100mm. One more nozzle was positioned above the center of the test section for the runs with five sprays. With this arrangement the results referred to an array with nozzle to nozzle distance equal to 70.7mm. Three different models of commercially available full-cone spray nozzles were used during the experimental runs. These nozzles are known as plain-orifice because they rely exclusively on the high liquid discharge velocity (high pressure liquid supply) to promote liquid atomization.

A total of sixteen calibrated K-type thermocouples were installed in 1mm diameter holes drilled along the test section. Each of these holes had a depth of 20mm. The thermocouples wires, encased by an stainless steel shield and insulated by magnesium oxide, had a diameter of 0.5mm. Their output was continuously registered by a digital OMB-TEMPSCAN-1100 data acquisition system. Three of the thermocouples were positioned close to the cartridge heaters, points of highest temperatures of the test section, for safety reasons. The maximum temperature was set at 500°C. A safety device was installed to shut down the power supply once this limits had

been reached, thus protecting the cartridge heaters and the copper block.

Thermocouple positioning was planned not only to determine the temperature distribution along the test section, but also to check if one-dimensional temperature distribution was really obtained. Figure 3 shows that the thermocouples were installed at varying cross-sectional locations along the test section.

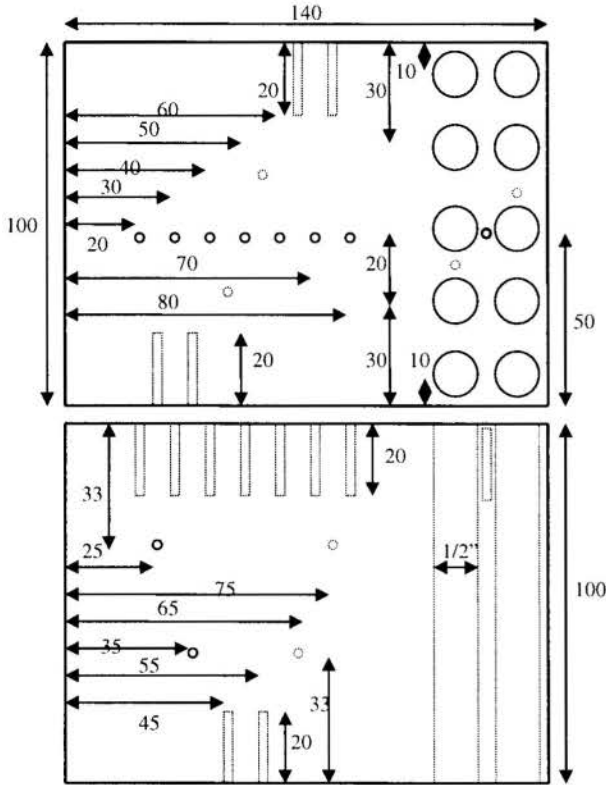


Figure 3: Test Section (all dimensions in mm)

#### DATA REDUCTION

Results were obtained with experimental runs employing four or five spray nozzles, out of three different models available. Arrays of five different nozzle-to-impingement surface distances were investigated (20, 50, 80, 100 and 145mm). The coolant mass flow rate was varied over a wide range (10 to 200 g/s). A total of 230 experimental points were obtained under single phase convective heat transfer.

The average coolant mass flow rate per unit of heat dissipating surface,  $G$ , was calculated using Eq. (1).

$$G = \lambda \frac{\dot{m} k}{F^2} \quad (1)$$

The total water mass flow rate,  $\dot{m} k$ , was determined from the flow meter readings (Figure 1). The cross sectional area of the test section was equal to  $F^2$ . The factor  $\lambda$  accounted for the fact that the totality of the coolant mass flow rate did not impinge on the test section. For the tests conducted with four nozzles,  $\lambda$  was equal 0.25. In runs conducted with five sprays,  $\lambda$  was equal to 0.4.

The pump rating per unit of impingement surface,  $p''$ , was calculated from:

$$p'' = \frac{G \Delta P}{\rho} \quad (2)$$

where  $\rho$  is the water density and  $G$  is given by Eq. (1). The pressure drop across the nozzles was measured using the manometer installed upstream the nozzles discharge (Fig. 1).

The area average heat transfer coefficient obtained with spray impingement was calculated using Eq. (3).

$$h = \frac{q''}{T_{ST} - T_L} \quad (3)$$

where  $T_{ST}$  is the average temperature of the test section surface,  $T_L$  is the impinging water temperature and  $q''$ , the heat flux. Both  $T_{ST}$  and  $q''$  were determined from the measured temperature distribution along the test section.

#### JET ARRAY CORRELATION

The correlation proposed by Martin (1977) for the area average heat transfer coefficient in impinging arrays of submerged jets, Eq. (4), was adopted for the comparison with spray arrays results. Several authors have, since it was originally published in 1977, highlighted its reliability (e.g., Hollworth and Dagan, 1980; Huber and Viskanta, 1994a, 1994b), provided that the conditions to which it applies are respected (negligible cross flow, range of validity of dimensionless parameters).

$$\frac{Nu}{Pr^{0.42}} = K(H/d, f) R(H/d, f) F(Re) \quad (4a)$$

where

$$K(H/d, f) = \left[ 1 + \left( \frac{H/d}{0.6/\sqrt{f}} \right)^6 \right]^{-0.05} \quad (4b)$$

$$R(H/d, f) = 2\sqrt{f} \frac{1 - 2.2\sqrt{f}}{1 + 0.2\left(\frac{H/d}{6} - 6\right)\sqrt{f}} \quad (4c)$$

$$F(Re) = \frac{1}{2} Re^{0.667} \quad (4d)$$

The Nusselt and Reynolds numbers,  $Nu$  and  $Re$ , are given by Eqs. (5) and (6), respectively. The distance between jets discharge orifices and impingement surface is  $H$  and  $d$  is the nozzle diameter.

$$Nu = \frac{hd}{k} \quad (5)$$

$$Re = \frac{\rho wd}{\mu} \quad (6)$$



The ratio between the total area of jet discharge nozzles to the impingement surface area is  $f$ . Nozzle discharge velocity is denoted by  $w$ .

Martin (1977) shows that the optimum geometrical arrangement is obtained when  $f=0.0152$  and  $H/d=5.43$ . These aspect ratios allow for the highest heat transfer coefficient for a given pump rating per unit of impingement surface area. Under these circumstances Eq. (4) reduces to:

$$\frac{hd}{k} = 0.08638Pr^{0.42} Re^{0.667} \quad (7)$$

The coolant pump rating per unit of impingement surface area,  $p''$ , is given by Eq. (8); and jet discharge velocity,  $w$ , by both Eqs. (9) and (10):

$$p'' = \frac{\Delta P \dot{V}}{A} \quad (8)$$

$$w = \frac{\dot{V}}{fA} \quad (9)$$

$$w = Cd \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (10)$$

where  $\Delta P$  is the pressure drop through the jet nozzles,  $\dot{V}$  is the volumetric flow rate,  $Cd$  the nozzles discharge coefficient and  $A$  the impingement surface area.

Substituting Eqs. (9) and (10) in Eq. (8),  $w$  can be expressed in terms of  $p''$ ,  $Cd$ ,  $\rho$  and  $f$ , Eq. (11).

$$w = \left( \frac{2p'' Cd^2}{\rho f} \right)^{0.333} \quad (11)$$

$Cd$  is assumed to have the value of a well shaped nozzle, and to be equal to 0.95 (Bean, 1971). Eq. (9) may also be expressed in the following way:

$$w = \frac{G}{\rho f} \quad (12)$$

where  $G$  is the coolant mass flow rate per unit of heat dissipating surface area. Evaluating water properties at the film temperature of 40°C (Bejan, 1995), which is also representative of the conditions obtained during experimental runs with spray impingement, Eqs. (11) and (12) may be replaced into Eq. (7) to yield, respectively, Eqs. (13) and (14).

$$h = 829.6d^{-0.333} p''^{0.222} \quad (13)$$

$$h = 218.1d^{-0.333} G^{0.667} \quad (14)$$

It is expected that, for a given value of  $h$ , Eq. (13) would in fact underpredict the real value of  $p''$ . The main reason for that is the assumption regarding the value of  $Cd$ . A discharge coefficient equal to 0.95 can only be obtained with carefully built nozzles. This may not be the case in most situations. Hollworth and Dagan (1980) measured, in their experimental

investigation of impinging gas jets, values of  $Cd$  in the proximity of 0.8. Many arrangements of arrays of impinging jets do not use nozzles, but thin plate orifices (Martin, 1977) for fluid discharge. Under these circumstances  $Cd$  may be as low as 0.6. It should also be noted that friction losses through delivery piping was not considered in both Eqs. (13) and (2).

## DISCUSSION

Equations (13) and (14) are plotted, for three different values of  $d$  (1, 2 and 4mm) in Figures 4 and 5. The results obtained experimentally with spray impingement were also included in the same figures.

### Mass flow rate of water per unit of impingement surface area.

Figure 4 represents the dependence between the area average heat transfer coefficient to the variation of the average mass flow rate of coolant per unit of impingement surface area. The experimental points obtained during spray impingement runs are plotted for the three different nozzles employed (Type "A", "B" and "C") and the two nozzle-to-nozzle spacing (100mm in runs employing four nozzles and 70.7mm in those with five sprays). Eq. (14) is also plotted using, for the same range of  $G$  values obtained experimentally with spray impingement, three different values for jet diameter (1, 2 and 4mm).

Observing, initially, only the jet array correlation plots, it is noticed that, for a given value of  $G$ ,  $h$  increases with decreasing  $d$ . Therefore, the construction of jet arrays with the smallest possible value of  $d$  appears to be desirable. Technological difficulties in the operation of reduced diameter nozzles (which are difficult to machine and can be easily clogged) limit their value to about 1mm. This is also the smallest value of  $d$  usually adopted for experimental investigations of jet impingement (e.g., Hollworth and Dagan, 1980; Huber and Viskanta, 1994a, 1994b). The smallest selected value for  $d$  was, therefore, also equal to 1mm.

Comparing the curves for jet impingement with the results of spray arrays it can be noticed that, for a given value of  $h$ , spray arrays require a much smaller coolant mass flow than arrays of impinging jets. Note that, for a value of  $h$  equal to 4.0 kW/m<sup>2</sup>.K, spray impingement requires about 1 kg/m<sup>2</sup>.s of water. Jet arrays, on the other hand, require for the same value of  $h$ ,  $G$  in the vicinity of 4 kg/m<sup>2</sup>.s. This represents a fourfold increase in  $G$ . These results agree with those reported for single spray impingement (Oliphant et al., 1996).

It is also worth noting that spray arrays points represented in Figure 4 appear to align with the jet array correlation. This indicates that  $h$  obtained with impinging spray arrays must be roughly proportional to  $G^{2/3}$ , in the same way as predicted by Eq. (14) for impinging jet arrays.

### Coolant pumping power per unit of impingement surface area.

Figure 5 represents the dependence between  $h$  and  $p''$ . The spray arrays experimental points plotted here are the same previously shown in Fig. 4. The jet arrays correlation was also evaluated here for  $d$  equal to 1, 2 and 4mm.

Concentrating once again in Martin's (1977) correlation plots, it can be noticed that smaller values of  $d$  are also desirable in what concerns  $p''$ . For a given pump rating per unit of heat dissipating area, jet arrays of smaller  $d$  provide a higher value of  $h$  ( $h \propto d^{-1/3}$ , Eq. 13).

Now, comparing spray arrays points with jet predictions, it can be noted that, for a given value of  $h$ , there appears to be no significant difference between  $p''$  requirements of both techniques. When  $p''$  is smaller than about 1 kW/m<sup>2</sup>, jet arrays

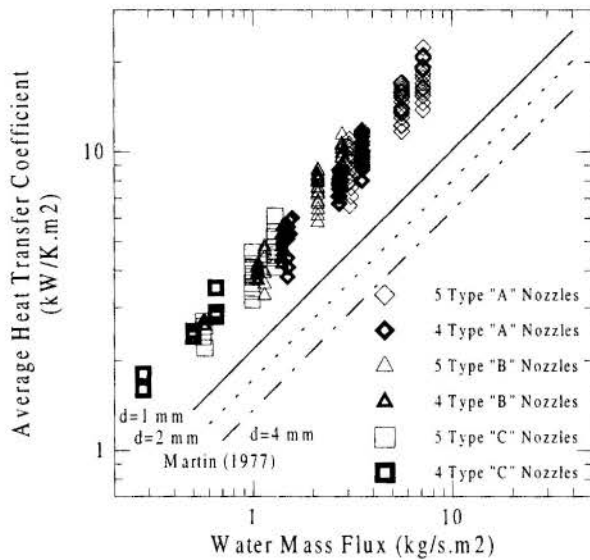


Figure 4: Comparison of jet and spray arrays under the same coolant mass flow rate per unit of heat dissipating area.

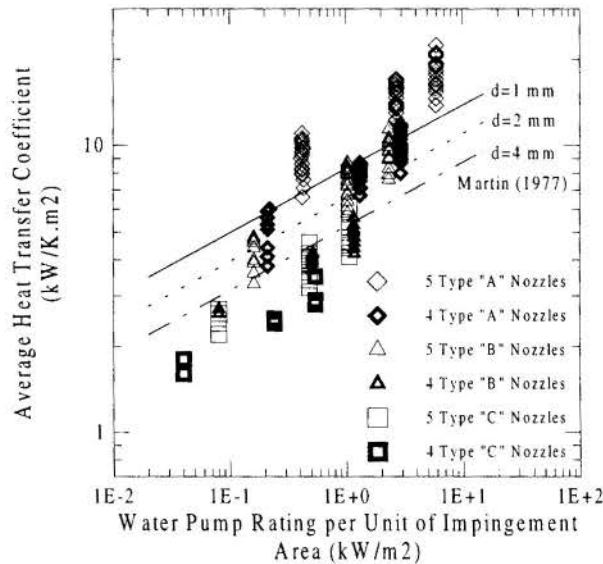


Figure 5: Comparison of jet and spray arrays under the same pump rating per unit of heat dissipating area.

provide, for a given  $p''$ , a higher area average heat transfer coefficient than impinging arrays of sprays. For a value of  $p''$  superior to  $1 \text{ kW/m}^2$ , jet arrays appear to require a higher pump rating than spray arrays.

It also can be noted, from Figure 5, that spray impingement points do align with a steeper slope than jet impingement correlation predictions ( $h \propto p''^{2/9}$ , Eq. 13). This also indicates that, for a given value of  $p''$  (higher than the ones investigated experimentally), spray arrays may actually provide a higher value of  $h$  than the ones obtained with jet impingement.

It should be mentioned, once more, that values of  $p''$  estimated for arrays of impinging jets may be underestimated. Nozzles with a discharge coefficient lower than the assumed value of 0.95 will require, for a given value of  $h$ , a value of  $p''$

higher than the ones represented in Figure 5. The superiority of impinging arrays of sprays would, in this case, be evident.

## CONCLUSIONS

The single phase convective heat transfer characteristics of impinging square arrays of sprays were investigated experimentally and compared to the predictions of a well known correlation for submerged jet arrays. It was shown that spray arrays may provide area average heat transfer coefficients comparable to those obtained with arrays of impinging jet but, requiring for that, a smaller coolant mass flow rate and pumping power.

The apparent greater capabilities of impinging sprays may be offset in applications of the technique by the high cost and constant maintenance required by spray nozzles.

## ACKNOWLEDGMENTS

Authors are grateful to the *Spraying Systems Co. (Brazil)* for donating the spray nozzles employed. They are indebted to CAPES (Brazilian Ministry of Education) for the financial support.

## REFERENCES

- Awonorin, S.O. (1989); Film Boiling Characteristics of Liquid Nitrogen Sprays on a Heated Surface; *Int. J. Heat Mass Transfer*; vol. 32; pp. 1853-1864.
- Bean, H.S. (1971); Fluid Meters, Their Theory and Application; *American Society of Mechanical Engineers*.
- Bejan, A. (1995); Convection Heat Transfer; *John Wiley & Sons*.
- Bernardin, J.D.; Mudawar, I. (1997); Film Boiling Heat Transfer of Droplet Streams and Sprays; *Int. J. Heat Mass Transfer*; vol. 40; pp. 2579-2593.
- Bolle, L.; Moureau, J.C. (1977); Spray Cooling of Hot Surfaces: A Description of the Dispersed Phase and a Parametric Study of Heat Transfer Results; *Two-Phase Flows and Heat Transfer*; vol. 3; pp. 1327-1346.
- Button, B.L.; Wilcock, D. (1978); Impingement Heat Transfer - A Bibliography 1890-1975; *Previews of Heat and Mass Transfer*; vol. 4; pp. 83-98.
- Choi, K.J.; Yao, S.-C. (1987); Mechanisms of Film Boiling Heat Transfer of Normally Impacting Spray; *Int. J. Heat Mass Transfer*; vol. 30; pp. 311-318.
- Downs, S.J.; James, E.H. (1987); Jet Impingement Heat Transfer - A Literature Survey; *ASME Paper 87-HT-35*.
- Estes, K.A.; Mudawar, I. (1995); Correlation of Sauter Mean Diameter and Critical Heat Flux for Spray Cooling of Small Surfaces; *Int. J. Heat Mass Transfer*; vol. 38; pp. 2985-2996.
- Gardon, R.; Akfirat, J.C. (1966); Heat Transfer Characteristics of Impinging Two-Dimensional Air Jets; *ASME J. Heat Transfer*; vol. 88; pp. 101-108.
- Graham, K.M.; Ramadhyani, S. (1996); Experimental and Theoretical Studies of Mist Jet Impingement Cooling; *ASME J. Heat Transfer*; vol. 118; pp. 343-349.
- Grissom, W.M.; Wierum, F.A. (1981); Liquid Spray Cooling of a Heated Surface; *Int. J. Heat Mass Transfer*; vol. 24; pp. 261-271.
- Hall, D.D.; Mudawar, I. (1996); Optimization of Quench History of Aluminum Parts for Superior Mechanical Properties; *Int. J. Heat Mass Transfer*; vol. 39; pp. 81-95.

Hollworth, B.R.; Dagan, L. (1980); Arrays of Impinging Jets with Spent Fluid Removal through Vent Holes on the Target Surface - Part 1: Average Heat Transfer; *ASME Journal of Engineering for Power*; vol. 102; pp. 994-999.

Huber, A.M.; Viskanta, R. (1994a); Effect of Jet-Jet Spacing on Convective Heat Transfer to Confined, Impinging Arrays of Axisymmetric Air Jets; *Int. J. Heat Mass Transfer*; vol. 37; pp. 2859-2869.

Huber, A.M.; Viskanta, R. (1994b); Comparison of Convective Heat Transfer to Perimeter and Center Jets in a Confined, Impinging Array of Axisymmetric Air Jets; *Int. J. Heat Mass Transfer*; vol. 37; pp. 3025-3030.

Jambunathan, K.; Lai, E.; Moss, M.A.; Button, B.L. (1992); A Review of Heat Transfer Data for Single Circular Jet Impingement; *Int. J. Heat and Fluid Flow*; vol. 13; pp. 106-115.

Martin, H. (1977); Heat and Mass Transfer Between Impinging Gas Jets and Solid Surfaces; *Advances in Heat Transfer*, vol. 13, pp. 1-60.

Mudawar, I.; Deiters, T.A. (1994); A Universal Approach to Predicting Temperature Response of Metallic Parts to Spray Quenching; *Int. J. Heat Mass Transfer*; vol. 37; pp. 347-362.

Mudawar, I.; Estes, K.A. (1996); Optimizing and Predicting CHF in Spray Cooling of a Square Surface; *ASME J. Heat Transfer*; vol. 118; pp. 672-679.

Oliphant, K.; Webb, B.W.; McQuay, M.O. (1996); An Experimental Comparison of Liquid Jet Array and Spray Impingement Cooling in the Non-Boiling Regime; *6<sup>o</sup> Congresso Latino Americano de Transferência de Calor e Massa*; Florianópolis, SC, Brasil; vol. II; pp. 687-692.

Pan, Y.; Webb, B.W. (1995); Heat Transfer Characteristics of Arrays of Free-Surface Liquid Jets; *ASME J. Heat Transfer*; vol. 117; pp. 878-883.

Pereira, R.H. (1998); Resfriamento de Superfícies com Arranjos de Jatos Pulverizados; Master's Dissertation; Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-Rio; Rio de Janeiro, Brazil (in Portuguese).

Sawyer, M.L.; Jeter, S.M.; Abdel-Khalik, S.I. (1997); A Critical Heat Flux Correlation for Droplet Impact Cooling; *Int. J. Heat Mass Transfer*; vol. 40; pp. 2123-2131.

Slayzak, S.J.; Viskanta, R.; Incropera, F.P. (1994a); Effects of Interaction Between Adjacent Free Surface Planar Jets on Local Heat Transfer from the Impingement Surface; *Int. J. Heat Mass Transfer*; vol. 37; pp. 269-282.

Slayzak, S.J.; Viskanta, R.; Incropera, F.P. (1994b); Effects of Interactions Between Adjoining Rows of Circular, Free-Surface Jets on Local Heat Transfer from the Impingement Surface; *ASME J. Heat Transfer*; vol. 116; pp. 88-95.

Viskanta, R. (1993); Heat Transfer to Impinging Isothermal Gas and Flame Jets; *Experimental Thermal and Fluid Science*; vol. 6; pp. 111-134.

Webb, B.W. e Ma, C.-F. (1995); Single-Phase Liquid Jet Impingement Heat Transfer; *Advances in Heat Transfer*; vol. 26; pp. 105-217.

Wolf, D.H.; Incropera, F.P.; Viskanta, R. (1993); Jet Impingement Boiling; *Advances in Heat Transfer*; vol. 23; pp. 1-132.

Yang, J.; Chow, L.C.; Pais, M.R. (1996); Nucleate Boiling Heat Transfer in Spray Cooling; *ASME J. Heat Transfer*; vol. 118; pp. 668-671.

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO DO AR EM SILOS

Oleg A. Khatchatourian, Nelson A. Toniazzi  
 Departamento de Física, Estatística e Matemática  
 Universidade de Ijuí-Unijuf  
 Caixa Postal 560 - 98.700-000 - Ijuí - Rs - Brasil

### RESUMO

*Foi desenvolvido um modelo matemático do escoamento do ar em sistemas de armazenagem de grãos baseado nas relações entre velocidade e gradiente de pressão obtidas experimentalmente para grãos de soja e elaborado um aplicativo que utiliza a técnica dos elementos finitos para calcular os parâmetros de silos com diferentes geometrias. Mostra-se a dependência significativa destas relações do teor de umidade e da variedade do grão. Foram realizadas simulações numéricas da distribuição do ar (isóbaras e linhas de corrente) para esquemas construtivos de silos usados na região, o que permite a apresentação de algumas sugestões com vistas a melhorar o processo de aeração.*

### INTRODUÇÃO

Minimizar as perdas pós - colheita e preservar a qualidade de grãos armazenados em períodos de estocagem é uma necessidade, principalmente se considerarmos a situação sócio-econômica do país e região, na qual há uma sensível escassez de alimentos (grãos) e recursos no período de entre-safras.

Uma massa de grãos armazenados pode ser considerada como um nicho ecológico onde organismos vivos e não vivos interagem entre si e a sua conservação depende muito das interações que acontecem entre as variáveis físicas, químicas e biológicas deste meio.

Juntamente com a secagem e o controle fitossanitário, a aeração é um meio pelo qual se pode conservar a qualidade de grãos armazenados durante um período de tempo.

A aeração ou ventilação é realizada pela circulação forçada do ar ambiente pela massa de grãos. O ar é insuflado ou aspirado por meio de um ventilador e em seguida é distribuído na massa de grãos. Inicialmente, acontece o resfriamento dos grãos e amenização da temperatura destes em relação ao ar. Quando a aeração se processa por longo tempo, o efeito obtido poderá ser a secagem. A maior resistência ao fluxo de ar num sistema de aeração é causada pela massa de grãos. Essa resistência ao escoamento do ar depende dos parâmetros do fluxo de ar, das características da superfície do produto (rugosidade), da forma e do tamanho das impurezas presentes na massa, da configuração e do tamanho dos espaços intersticiais na massa, do tamanho e quantidade de grãos quebrados e da altura da camada do produto. Trabalhos realizados por Shedd (1953), Brooker (1961 e 1969), Bunn e Hukill (1963), Pierce e Thompson (1975), Ribeiro et al. (1983), Khatchatourian e Toniazzi (1995) sobre escoamento do ar em silos abordam alguns desses parâmetros.

A eficiência de um sistema de aeração, está no fato de se ter a possibilidade de controlar o processo do escoamento do ar e conseguir manter o fluxo de ar uniforme em todas as direções do silo. Quando o fundo do silo não é perpendicular às suas paredes laterais ou quando as seções transversais são variadas, podem surgir regiões com variações bruscas de direção e de intensidade do fluxo. Nessas regiões não se verifica a linearidade entre as perdas de pressão estática e o incremento de altura.

Hoje há uma tendência de produzir silos com capacidade de armazenamento maior e com diferentes formas. Para silos com geometrias complexas e com diferentes sistemas de distribuição de ar é necessário ter *softwares* adequados para melhor prever a distribuição do fluxo, uma vez que nessas condições a obtenção de dados empíricos é uma tarefa muito difícil e dispendiosa economicamente.

O presente trabalho tem por objetivos:

- estabelecer um modelo matemático para o cálculo dos campos de pressão estática e velocidade do ar em qualquer região de uma massa de grãos que esteja sob processo de aeração;
- desenvolver um algoritmo e um programa computacional para o cálculo de distribuição dos parâmetros ( velocidade e pressão) em silos com diferentes geometrias e sistemas de distribuição de ar;
- obter as relações experimentais entre velocidade do ar e a pressão estática para o escoamento em uma massa de grãos de soja com vários teores de umidade para intervalos de variação dos parâmetros utilizados em armazenamentos atuais;
- realizar simulações numéricas de silos reais e projetados para detectar as regiões críticas do ponto de vista de seu funcionamento.

### MODELO MATEMÁTICO

Excluindo a influência da transferência de calor, neste trabalho nos limitaremos ao estudo do escoamento isotérmico do ar no silo (com temperatura de equilíbrio). Para o escoamento incompressível de fluidos viscosos desprezando as forças volumétricas, o sistema inicial inclui as equações de continuidade e de momento linear nas formas:

$$\operatorname{div} \vec{w} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D \vec{w}}{D t} = - \operatorname{grad} P + \mu \Delta \vec{w} \quad (2)$$

O último termo da equação (2) apresenta para deslocamentos em meios porosos a força de arraste de atrito. Para escoamentos laminares e turbulentos, a dependência do fator de atrito em



relação ao número de Reynolds é bem diferente. Por exemplo, a perda de pressão para um escoamento laminar é proporcional à velocidade do fluxo (equação de Blake-Kozeny) e para escoamentos turbulentos é proporcional ao quadrado da velocidade (equação de Burke-Plummer). Os valores do número de Reynolds modificado ( $Re'$ ) que ocorrem em escoamentos nos silos ficam na faixa de 5 a  $10^3$ , isto é, no intervalo dos escoamentos no regime de transição.

A equação de Ergun:

$$\frac{\Delta P}{L} = 150 \frac{V_{\infty} \mu (1-\varepsilon)^2}{D_p^2 \varepsilon^3} + 1,75 \frac{V_{\infty} \mu (1-\varepsilon)}{D_p \varepsilon^3} \quad (3)$$

que é uma combinação linear das equações de Blake-Kozeny e de Burke-Plummer, permite fazer cálculos para este intervalo, mas tem que ser transformada para satisfazer às condições de continuidade nos limites do intervalo de transição.

O escoamento do ar em diferentes partes de silo com geometria complexa ocorre em condições de vários números de Reynolds e, desse modo, fica difícil desenvolver um aplicativo para os usuários utilizando as equações de Navier-Stokes.

Por isso, junto com a equação de continuidade modificada:

$$\frac{\partial (\varepsilon \rho_a)}{\partial t} + \text{div}(\rho_a \vec{w}) = 0 \quad (4)$$

usaremos a equação da quantidade de movimento na forma:

$$\rho \vec{w} = - \frac{K_0}{\mu} \cdot \{ \text{grad } P - \rho \text{ grad } \Omega \} \quad (5)$$

onde:

$\rho_a$  = massa específica do ar seco;

$\vec{w}$  = velocidade superficial;

$\varepsilon$  = porosidade;

$\mu$  = viscosidade;

$P$  = pressão;

$K_0$  = permeabilidade do meio poroso;

$\Omega$  = potencial das forças volumétricas.

A equação (5) para o escoamento laminar apresenta-se como a lei de Darcy na forma vetorial.

Considerando o fluido incompressível e desprezando as forças volumétricas, temos o sistema:

$$\text{div } \vec{w} = 0 \quad (6)$$

$$\rho \vec{w} = - \frac{K_0}{\mu} \cdot \text{grad } P \quad (7)$$

Evidentemente, usar a equação (7) em condições de transição não é correto mas admitimos que a colinearidade dos vetores  $\vec{w}$  e  $\text{grad } P$  conservam-se para o regime de transição. Isto significa que a equação (7) está satisfeita em cada ponto do escoamento para diferentes valores do coeficiente de proporcionalidade  $K = \frac{K_0}{\mu}$  que se chama coeficiente de

permeabilidade. Em cada ponto do escoamento não uniforme o coeficiente de permeabilidade varia, sendo uma função do número de Reynolds, isto é, da velocidade e, conseqüentemente, através da equação (7) é uma função da pressão (gradiente de pressão).

Para determinar estas funções, usaremos as relações empíricas entre a velocidade e o gradiente de pressão na forma proposta por Shedd (1953) para o escoamento unidimensional do ar em grãos:

$$V = A(\Delta P / \Delta x)^B \quad (8)$$

onde:

$V$  é a velocidade média do escoamento;

$\Delta P / \Delta x$  é a queda de pressão por unidade de altura da massa de grãos;

$A$  e  $B$  são constantes empíricas.

Considerando-se a análise feita anteriormente, pode-se esperar que o coeficiente  $B$  varie entre 1 e 0,5, o que corresponde ao escoamento laminar e turbulento respectivamente.

Substituindo na equação (8)  $\Delta P / \Delta x$  por gradiente de pressão e admitindo para um escoamento bidimensional a dependência entre o módulo da velocidade do escoamento e a pressão em um ponto considerado, como:

$$V = A(|\text{grad } P|)^B \quad (9)$$

Por outro lado, usaremos a equação vetorial (7) modificada:

$$\vec{w} = -K(Re') \text{ grad } P \quad (10)$$

onde:

$K$  é o coeficiente de permeabilidade (é função do número de Reynolds, da variedade dos grãos, do teor de umidade, etc.)

Isto implica que as linhas de corrente (que, para o caso estacionário, coincidem com as trajetórias das partículas do ar) e as isóbaras são ortogonais.

Comparando as equações (9) e (10), temos:

$$A(|\text{grad } P|)^B = K |\text{grad } P|, \quad (11)$$

de onde o coeficiente de permeabilidade pode ser expresso:

$$K = A(|\text{grad } P|)^{B-1} = A[(\partial P / \partial x)^2 + (\partial P / \partial y)^2]^{(B-1)/2} \quad (12)$$

Substituindo os componentes da velocidade escritos na forma:

$$u = -K \frac{\partial P}{\partial x}; \quad v = -K \frac{\partial P}{\partial y} \quad (13)$$

na equação da continuidade para o escoamento irrotacional e incompressível temos:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( -K \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( -K \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 0 \quad (14)$$

A equação (14) se apresenta como uma equação não-linear (quase harmônica) e junto com as condições de contorno:

$$P = P_c \text{ (condição de contorno de Dirichlet)} \quad (15)$$

$$\vec{n} \cdot \text{grad } P = 0 \text{ (condição de contorno de Neumann)} \quad (16)$$

onde  $\vec{n}$  é o vetor normal de contorno nas paredes e piso do silo, descreve o problema de distribuição do ar em silo.

Passando para a pressão relativa:

$$p = \frac{P - P_a}{P_{max} - P_a}$$

onde  $P_{max}$  é pressão máxima do ar na entrada do silo ( caso tiverem fontes de ar com pressões iniciais distintas), reduzimos o problema à seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0 \quad (17)$$

com condições do contorno:

$$p = p_f \text{ para } S_1 + S_2; \quad h \cdot \text{grad } p = 0 \text{ para } S_3,$$

onde:

$p_f = 0$  para superfícies livres dos grãos ;

$p_f = 1$  para as entradas do ar com pressão máxima;

$S_1 =$  superfície livre dos grãos;

$S_2 =$  superfície de entrada do ar;

$S_3 =$  superfície de contato dos grãos com as paredes do silo.

Se na equação (17) substituir a relação (12), pode-se obter a equação diferencial parcial não linear de 4ª ordem que foi resolvida numericamente pelo Brooker (1969) para geometria simples de silo.

Neste trabalho utiliza-se o processo iterativo com resolução da equação (17) em cada passo pelo método dos elementos finitos, usando para cálculo do coeficiente K a distribuição da pressão do passo imediatamente anterior.

## ESTUDO EXPERIMENTAL

Para obtenção das relações entre a vazão do ar e perdas da pressão nos grãos (os valores experimentais dos parâmetros A e B) foi construído um sistema experimental (figura 1) constituído por um ventilador centrífugo de ¼ HP de potência com duas hélices para insuflar o ar através da camada de grãos, um medidor de vazão (placa de orifício), uma câmara de distribuição e um tubo de PVC com diâmetro de 0,203 m e altura de 2,75 m que serviu como receptáculo dos grãos. Foram realizados experimentos preliminares para calibração da placa de orifício no intervalo inteiro da variação da vazão.

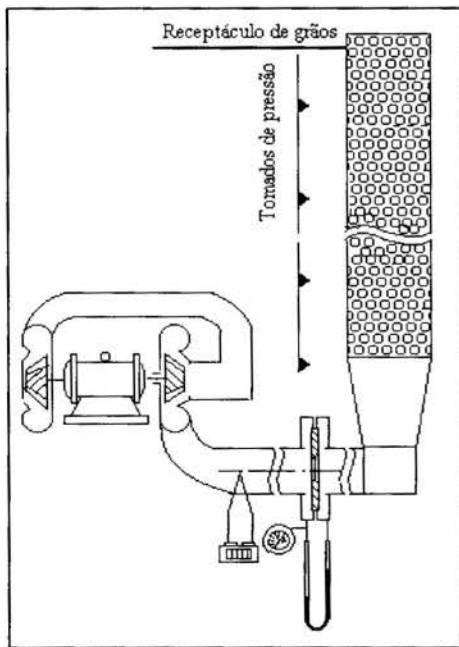


Figura 1 - Sistema experimental

## RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os dados obtidos experimentalmente referem-se ao comportamento dos grãos de soja com relação à resistência oferecida à passagem do ar pela massa. Verificamos que a variação da pressão estática a uma dada altura da camada de grãos é maior quanto maior for o valor da vazão. Para um dado valor da vazão, a relação entre a pressão estática e a altura da camada de grãos é linear, independentemente do teor de umidade. Esse comportamento mostra, que para as pequenas alturas das camadas de grãos estudadas e o modo utilizado para encher o receptáculo, a compactação dessas é aproximadamente uniforme. Esses resultados estão de acordo com o trabalho apresentado por Shedd (1953).

Através da figura 2 mostramos a relação entre o fluxo de ar e a queda de pressão para diferentes teores de umidade dos grãos:

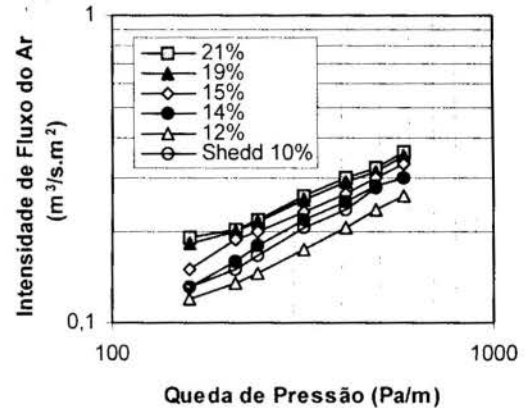


Figura 2 - Dados experimentais da perda de pressão estática por metro da camada de soja em função da vazão, com diferentes teores de umidade

O receptáculo dos grãos foi enchido livremente com "canecas", tendo em seu interior um espalhador/amortecedor da queda dos grãos, com o objetivo de reduzir o efeito da compactação dos grãos na coluna.

Após o final de cada conjunto de leituras da pressão estática e vazão, o receptáculo era descarregado e carregado novamente com o lote apresentando um teor de umidade diferente.

Foi utilizado um lote de grãos de soja, constituído de uma mistura de diversas variedades o que assemelha-se à soja armazenada em silos quando a finalidade é a industrialização, ou seja, a fabricação de ração, óleo e outros derivados. Os teores de umidade dos lotes de soja trabalhados foram de 12%, 14%, 15%, 19% e 21%.

Para o controle da vazão, foi utilizada uma válvula na tubulação entre o ventilador e o diafragma. A intensidade de fluxo de ar (vazão por unidade de área) varia numa faixa de 6,5 m³/min.m² a 21,7 m³/min.m².

A medidas da variação da pressão estática foram efetuadas a cada 0,5 m de altura da camada de grãos.

Podemos observar que, para a faixa estudada, a relação proposta por Shedd (1953) descreve razoavelmente bem a dependência entre a vazão e a queda de pressão.

Verificamos, também, que o aumento do teor de umidade provoca uma redução da queda de pressão no intervalo estudado. Esses resultados estão de acordo com os dados apresentados por Haque et al. (1982). A redução da pressão estática para teores de umidade maiores pode ser explicada pelo fato de que o peso específico da amostra de soja utilizada tenha diminuído e a

porosidade tenha aumentado, facilitando a passagem do ar pela massa de grãos. As medições da porosidade feitas para diversos teores de umidade de soja demonstram isto, conforme tabela 1.

As dependências dos fatores de atrito para diferentes teores de umidade do grão obtidas experimentalmente estão agrupadas satisfatoriamente sobre os dados de outros autores apresentados na literatura (Sissom e Pitts, 1988) e ficam na faixa de transição.

Tabela 1 - Porosidade para diferentes teores de umidade de soja

Umidade(%)	12,0	14,0	15,0	19,0	21,0
Porosidade	0,389	0,396	0,398	0,408	0,412

Os dados obtidos experimentalmente e ajustados pelo método dos mínimos quadrados, usando a relação (8), são apresentados na tabela 2.

Tabela 2 - Coeficientes A e B para a soja com diferentes teores de umidade

Teores de Umidade( %)	Coeficiente A	Coeficiente B
12	0,0049	0,6224
14	0,0105	0,5267
15	0,0094	0,5544
19	0,0133	0,5112
21	0,0198	0,4551
10 (Shedd)	0,0034	0,7108

As dependências de A e B em relação à umidade dos grãos apresentadas na forma linear e ajustadas pelo método dos mínimos quadrados foram inseridas no aplicativo realizado.

Os resultados do estudo experimental permitiram ampliar o intervalo de aplicação da equação (8), levar em conta as variações da umidade do grão e aplicar esta equação para outras variedades de grãos.

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Foram realizadas as simulações numéricas variando o teor de umidade do grão, o sistema de distribuição do ar no silo (número de fontes/ entradas de ar) e a geometria do silo.

Na figura 3 é mostrado o esquema de um silo típico produzido e utilizado na região do Rio Grande de Sul que foi simulado neste trabalho.

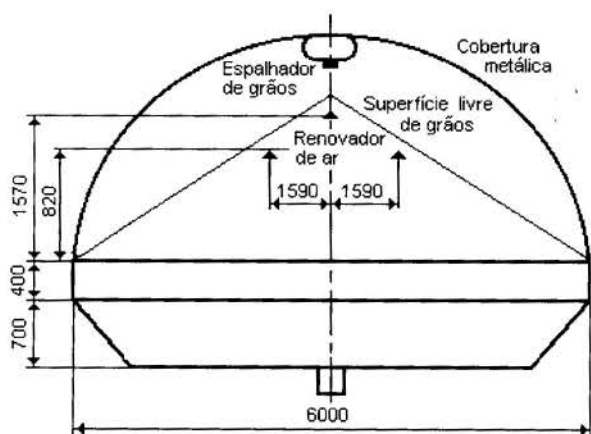


Figura 3 - Esquema do silo estudado

Na figura 4, mostra-se a comparação de isóbaras obtidas para diferentes teores de umidade e dos cálculos baseados nas relações de Shedd (1953), ajustadas por Brooker (1969). A diferença obtida mostra que os dados de Shedd não podem ser usados para cálculos de qualquer variedade do grão em estudo e com teores de umidade diferentes.

Podemos ver a influência significativa do teor de umidade sobre a distribuição da pressão no silo. O aumento do teor de umidade provoca uma redistribuição das posições das isóbaras, deslocando estas em direção a regiões com taxas de velocidades maiores, ou seja, na direção onde as áreas transversais são menores.

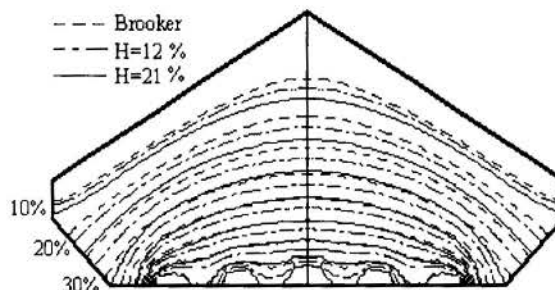


Figura 4 - Distribuição das isóbaras no silo com 5 fontes

Para uma melhor compreensão deste comportamento, foram feitos cálculos para esquemas simplificados de silos com seções transversais na forma retangular e de trapézio (figura 5).

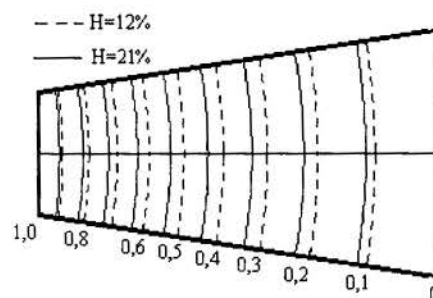


Figura 5 - Distribuição das isóbaras em silo com seção transversal na forma de trapézio,  $A_4/A_5 = 2$

Como era esperado, constatamos que a queda de pressão para o silo de seção retangular é linear, ou seja, a taxa de queda de pressão é constante. Para o silo com seção na forma de trapézio, a taxa de queda de pressão é variável (figura 6). No início do escoamento, as velocidades são maiores e a queda de pressão é mais rápida do que no caso do silo com seção transversal retangular.

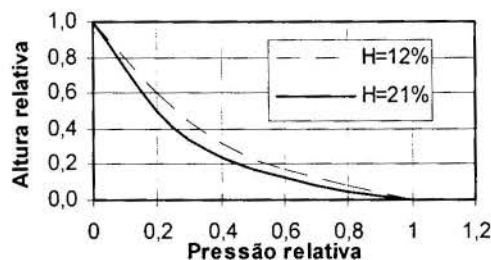


Figura 6 - Queda de Pressão Relativa ( $\Delta P/\Delta P_{max}$ ) ao longo da altura do silo, para diferentes teores de umidade,  $A_4/A_5 = 4$

O aumento do teor de umidade aumenta a taxa de queda de pressão nesta região, mas à medida que a seção transversal se amplia, a taxa de queda de pressão diminui.

Este comportamento está relacionado com a influência das velocidades e da umidade sobre o coeficiente de permeabilidade  $K$  que pode ser apresentado na seguinte forma, combinando as equações (8) e (12):

$$K = A \left( \frac{A}{V} \right)^{\frac{1-B}{B}} = A^{\frac{1}{B}} \cdot \frac{1}{V^m} \quad (18)$$

onde  $m = \frac{1-B}{B}$ ,  $B < 1$ .

Os dados experimentais obtidos (figura 7) mostram, que para o intervalo estudado de velocidade e umidade, o valor de  $m$  cresce com o aumento do teor de umidade.

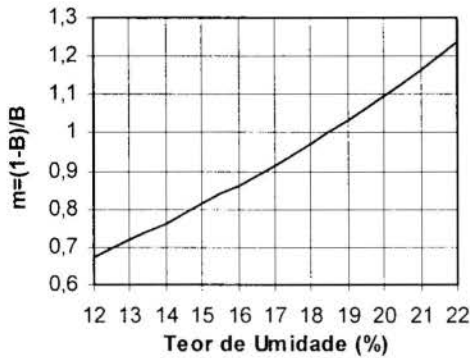


Figura 7 - Os valores de  $m$  com relação ao teores de umidade do grão

Isto provoca uma redução do valor de coeficiente de permeabilidade  $K$  com o aumento da velocidade, ou seja, dificulta a passagem do ar através dos grãos.

A figura 8 mostra a influência da variação da área da seção transversal sobre o coeficiente  $K$  relativo para diferentes teores de umidade.

Como podemos ver, a redução da área (que corresponde ao aumento da velocidade) no intervalo [0,2: 1,0] provoca queda mais rápida do valor relativo de  $K$  para os teores de umidade elevados.

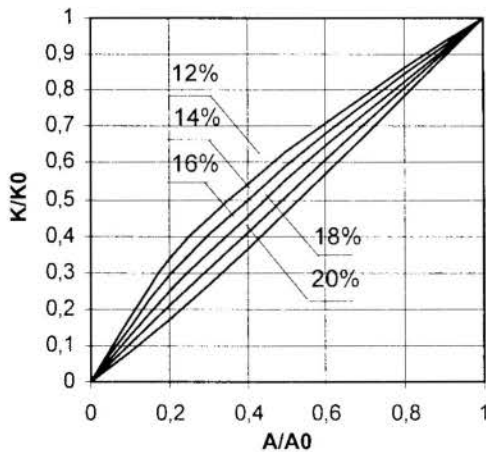


Figura 8 - Variação da área de seção transversal com relação ao coeficiente  $K$  relativo, para diferentes teores de umidade

As distribuições das linhas de corrente calculadas para esquema básico do silo variando o número de fontes/entradas de ar (3 e 7), estão apresentadas nas figuras 9 e 10.

Observamos que o aumento do número de fontes de ar no silo permite obter um fluxo mais uniforme: no entanto, o aumento destas superior a 5 para o silo estudado não provoca significativamente a uniformidade para o fluxo de ar.

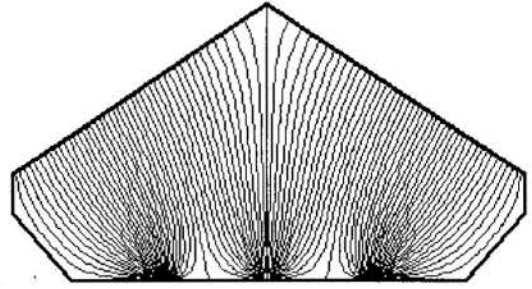


Figura 9 - Distribuição das linhas de fluxo no silo (3 fontes)

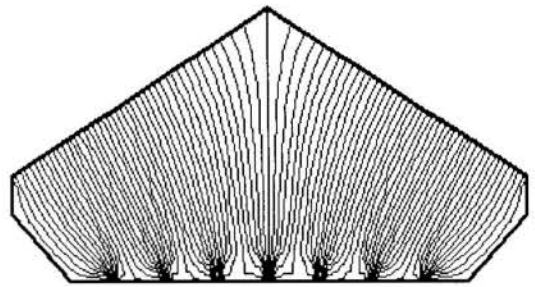


Figura 10 - Distribuição das linhas de fluxo no silo (7 fontes)

Com objetivo de mostrar a possibilidade usar o aplicativo desenvolvido para análise do escoamento do ar nos silos existentes e projetados de várias geometrias, apresentamos a distribuição de pressão (figura 11) e de linhas de corrente (figura 12) para diferentes esquemas de injeção do ar, mantendo o mesmo número de fontes.

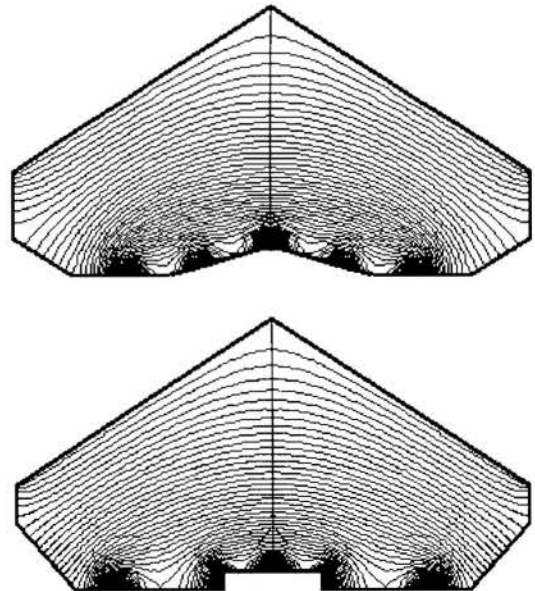


Figura 11 - Distribuição das isóbaras para diferentes posições das fontes (5 fontes)



As simulações feitas mostram que o aplicativo desenvolvido permite detectar regiões com intensidades de fluxo diferentes no interior do silo em estudo, possibilitando que sejam dadas sugestões para melhorar as condições de aeração.

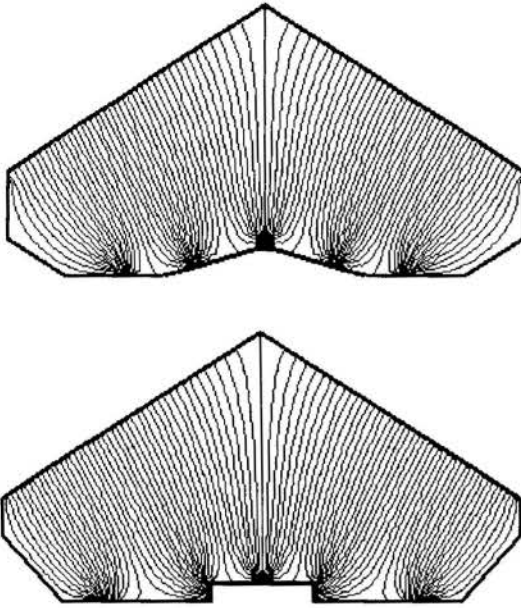


Figura 12 - Distribuição das linhas de corrente para diferentes posições das fontes (5 fontes)

## CONCLUSÕES

Foi desenvolvido o modelo matemático do escoamento do ar em sistemas de armazenagem de grãos baseado nas relações entre velocidade e gradiente de pressão obtidas experimentalmente para grãos de soja. Foi mostrada a dependência significativa destas relações do teor de umidade e da variedade do grão.

Foi elaborado um aplicativo que utiliza a técnica dos elementos finitos para calcular os parâmetros de silos com diferentes geometrias. O aplicativo pode ser utilizado para a otimização dos sistemas projetados de distribuição de ar ou para definir as regiões de risco nos silos existentes.

Foram realizadas simulações numéricas da distribuição do ar (isóbaras e linhas de corrente) para esquemas construtivos de silos usados na região, o que permite a apresentação de algumas sugestões com vistas a melhorar o processo de aeração.

Quanto às perspectivas de trabalho futuro, a continuidade do presente projeto poderá permitir:

1. Complementar o modelo desenvolvido com o objetivo de considerar os fenômenos de transferência de calor e massa durante o processo de aeração (seca-aeração).
2. Estudar o efeito quantitativo da compactação dos grãos em processos de seca-aeração.
3. Aperfeiçoar o modelo para casos axi-simétrico e tridimensional.
4. Obter as relações empíricas para outras espécies de grãos cultivadas na região.
5. Desenvolver equipamentos experimentais para o estudo do processo de seca-aeração e a identificação de variáveis do modelo matemático.

## REFERÊNCIAS

- Brooker, D. B., 1961. "Pressure patterns in grain-drying system established by numerical methods", Transactions of the ASAE, St. Joseph, Michigan, 4, pp. 72-77.
- Brooker, D. B., 1969. "Computing air pressure and velocity distribution when air flows through a porous medium and nonlinear velocity-pressure relationship exist", Transaction of the ASAE 12, pp.118-120.
- Bunn, J. M. and Hukill, W. V., 1963. "Pressure pattern prediction for non-linear air flow through porous medium", Transactions of the ASAE, St. Joseph, Michigan, 6, pp. 32-36.
- Hukill, W.V. and Ives, N.C., 1955. "Radial airflow resistance of grain", *Agricultural Engineering*, 36, pp.332-335.
- Khatchatourian, O., Toniazzi, N., 1995, "Mathematical Model of Air Flow in Silos", *Proceedings, International Conference on Urgent Problems of Mathematical Modeling and Computer-Aided Design in Mechanical Engineering / Model-Project' 95* /, pp.70-74, Kazan, Russia.
- Khatchatourian, O., Toniazzi, N., Oro, N., 1995, "Modelagem e Simulação do Escoamento do Ar em Silos", *Anais, 18º Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*, Vol. 2, pp. 615-619, Curitiba - PR, Brasil.
- Pierce, R.O and Thompson, T.L., 1975, "Airflow pattern in coaxial-shaped piles of grain", Transactions of the ASAE, St. Joseph, Michigan, 18, pp.946-949.
- Ribeiro, C. A., Fortes, M., Hara, T., 1983, "Escoamento de Ar em Silos", *Revista Brasileira de Armazenamento*, Viçosa, 891.20, pp.28-31.
- Shedd, C. K., 1953, "Resistance of grains and seeds to air flow", *Agricultural Engineering*, St Joseph, Michigan, 34:9, pp. 616-619.
- Sissom, L. E., Pitts, D. R., 1988, "Fenômenos de transporte", Guanabara, São Paulo.

## ABSTRACT

The mathematical model of the air flow in systems of storage of grains based on the empirical relationships between the velocity and pressure gradient for soy grains was proposed. An application using the technique of the finite elements to calculate the parameters of silos with different geometries was elaborated. It was shown that the dependence of these relationships on the humidity and on the variety of the grain is significant. Numerical simulations of the air distribution (isobars and streamlines) for constructive outlines of silos used in the region was carried out. This allows us to improve the aeration process.

**SECAGEM DE FRUTOS DE CAFÉ EM UM SECADOR DE BANDEJAS VIBRADAS COM RECICLO CONTÍNUO DOS FRUTOS**

<sup>2</sup>Freitas, Andréa Oliveira; <sup>1,4</sup>Finzer, José Roberto Delalibera; <sup>1</sup>Limaverde, José Romário; <sup>3</sup>Limaverde, José Romário Jr.

<sup>1</sup>Professor PPG-EQ/UFU; <sup>2</sup>Discente do PPG-EQ/UFU; <sup>3</sup>Discente EQ/UFU;

<sup>4</sup>Professor URI – Universidade Regional Integrada – Campus Erechim – RS.  
UFU – Universidade Federal de Uberlândia – Departamento de Engenharia Química

SUMÁRIO

*Neste trabalho descreve-se o comportamento da dinâmica de um leito formado por frutos de café ao escoarem sobre múltiplas bandejas vibradas, dispostas em série no interior de um túnel vertical de secagem, e através de um transportador de canecas com possibilidade de operar em diversas velocidades, utilizando um variador eletrônico de velocidade do motor que aciona o transportador. Um alimentador vibratório efetua a alimentação dos grãos no secador. Faz-se um estudo do desempenho do secador na secagem de frutos de café, sobretudo na quantificação do tempo de processamento requerido para atingir o conteúdo de umidade de armazenamento que é de 12% (b.u).*

INTRODUÇÃO

Os frutos de café provenientes da colheita podem ser submetidos diretamente a secagem ou então processados em via úmida, o que consiste em: separação de impurezas; eliminação da polpa; eliminação de mucilagem (goma açucarada rica em lectina que impregna os grãos) por fermentação natural ou por meios mecânicos (atrato com água sob pressão) e quimicamente empregando-se hidróxidos, seguindo a secagem (Matiello, 1991). Contudo este processo requer um controle rigoroso, na colheita dos frutos maduros, distinguindo os verdes e aqueles que já secaram parcialmente na planta e que não podem ser processados nas máquinas que retiram a polpa externa dos frutos. No Brasil, principalmente com o café “arábica” é efetuada a secagem de todo o fruto, imediatamente após a colheita.

A secagem ao sol de frutos de café apesar de não requerer investimentos em equipamentos necessita longo tempo de secagem (até 30 dias), o que depende das condições climáticas. O custo da mão-de-obra é elevado e microorganismos podem proliferar sobre a casca dos frutos “Colletotrichum coffeanum”, ou sobre as superfícies de secagem: “Aspergillus niger; Penicillium sp; Rhizopus”, atuando no sentido de prejudicar a qualidade do produto. Em secadores, com ar percolando o leito formado pelos frutos, o conteúdo de umidade dos frutos deve ser reduzido até cerca de 12% (bu), no qual os mesmos podem ser conservados satisfatoriamente na estocagem. Contudo, o tempo de secagem depende do tamanho dos frutos, grau de maturação e do conteúdo de umidade dos mesmos.

O controle da secagem pode ser efetuado monitorando a temperatura dos frutos. Quando os frutos são provenientes de lotes com grande porcentagem de frutos verdes a temperatura inicial dos mesmos não pode ultrapassar 40°C, devido a ocorrência de oxidação. Após esta etapa inicial, se existir, a temperatura dos frutos pode ser mantida até 45°C. Como, com o decorrer do tempo, a temperatura das partículas vai se aproximando da temperatura do ar de secagem, é necessário diminuir a temperatura do ar gradativamente (Matiello, 1991).

Geralmente, os secadores de café operam em batelada com recirculação dos frutos até que o conteúdo de umidade situe-se no valor desejado (Clarke & Macrae, 1987).

SECADOR DE MÚLTIPLAS BANDEJAS VIBRADAS COM DISPOSITIVO DE RECICLO

O secador de bandejas vibradas com dispositivo de reciclo, representado esquematicamente na Figura 1, consiste de um túnel vertical com dimensões 0,33m x 0,18m x 1,30m com quatro bandejas dispostas no seu interior. As bandejas possuem dimensões 0,26m x 0,14m x 0,22m e são constituídas por chapas perfuradas (furos de 0,0075 m) recobertas por uma tela que possui 11 aberturas por polegada, confeccionada com arame de 0,0006 m de diâmetro. As bandejas são inclinadas 3° em relação à horizontal. A comunicação entre elas é efetuada por vertedouros (indicados por C), dispostos lateralmente no túnel de secagem. Cada vertedouro possui uma cortina de borracha de dimensões 0,14m x 0,07m para amortecer a queda dos grãos e é responsável pela alimentação da bandeja subsequente. As bandejas são suportadas por um eixo vibratório (A), o qual é conectado ao sistema de vibração (F). O motor de 560 W, o qual é conectado a um excêntrico, é acoplado a um variador eletrônico de velocidade (Movi-

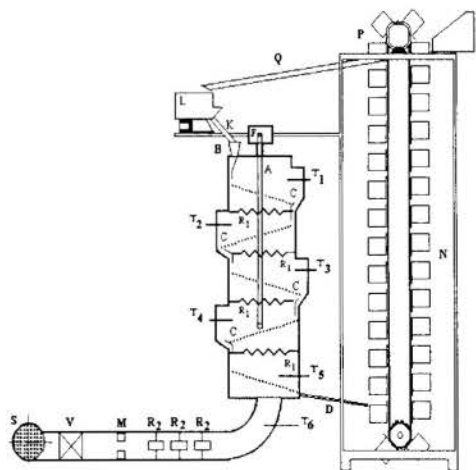


Figura 1 - Esquema do secador de múltiplas bandejas vibradas com dispositivo de reciclo.

tron-MT2596-P) que possibilita variar a frequência de vibração. Ao longo do túnel de secagem foram instalados seis termopares de cobre-constantan, fixados no interior de sondas de aço inoxidável. Os frutos de café são alimentados no topo do secador (B) e sua descarga efetuada em uma calha (D) disposta na base. Os frutos são conduzidos em um elevador de canecas (N), de dimensões 3,2m x 0,7m x 0,6m, fixadas em duas correias de aço. Um motor de 560 W é conectado às correias e acoplado a um variador eletrônico de velocidade. As canecas (66 unidades de dimensões 0,16m x 0,08m x 0,08m) são espaçadas de 0,015 m. Na calha (Q) o café escoava para o alimentador vibratório (L): *NE Alimentadores-CE-5b*. O conjunto é completado por uma série de resistências elétricas (R), um medidor de orifício (M), uma válvula de controle da vazão de ar (V) e um soprador (S) de 2,3 kW. Apenas uma fração de ar fornecido pelo soprador é admitida na câmara de secagem, sendo uma parcela descarregada na válvula de controle. As bandejas do secador foram projetadas para operar com o ar percolando através do leito de secagem em correntes cruzadas com o leito de partículas. As partículas escoam horizontalmente sobre a superfície das bandejas e ao atingirem os vertedouros deslocam-se verticalmente em direção à bandeja subsequente. O reciclo dos frutos de café é efetuado até atingir a umidade desejada. Parte das partículas da descarga são coletadas em um recipiente cilíndrico de plástico com diâmetro de 0,03 m e altura de 0,05 m, o qual possui um termopar inserido no centro possibilitando a quantificação da temperatura dos grãos.

#### DINÂMICA DO LEITO

O comportamento dos frutos de café ao escoarem sobre as bandejas foi verificado utilizando pulsos de entrada (alimentação de partículas marcadas) e monitoramento da concentração dessas partículas na descarga do secador (D). Os frutos de café parcialmente desidratados, com conteúdo de umidade de 12% (bu), foram caracterizados, apresentando os valores médios unitários: volume de  $0,727 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ ; massa de  $0,406 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ ; densidade de  $560 \text{ kg/m}^3$  e diâmetro da esfera de mesmo volume de 0,0112 m. As condições operacionais foram: pulso de entrada no alimentador vibratório de 100 partículas marcadas (cor cinza); amplitude e frequência de vibração 0,0025 m e 6,2 Hz ( $\Delta\omega^2/g = 0,40$ ; onde  $\omega$  é a frequência angular em rd/s); carga total de café nas bandejas foi de 0,6 kg; sendo a velocidade e temperatura do ar de secagem 1,8 m/s e 58°C. A Tabela 1 mostra os resultados obtidos.

Tabela 1: Resultados da dinâmica do leito.

Tempo (min)	Número de partículas marcadas coletadas	Massa das partículas marcadas (g)	Taxa mássica de descarga (g/min)	Concentração das partículas marcadas $C \cdot 10^{-2}$ (g/g)
0	-	-	-	-
2	1	0,406	96,00	0,423
3	16	6,496	108,00	6,015
4	28	11,368	98,00	11,600
5	16	6,496	82,68	7,857
6	12	4,872	89,26	5,458
7	11	4,466	82,35	5,423
8	6	2,436	69,90	3,485
9	3	1,218	66,60	1,829
10	3	1,218	72,80	1,673

Os resultados da dinâmica do leito para as condições vibracionais de operação indicam a existência de dispersão dos grãos ao escoarem ao longo das bandejas e ou através dos vertedouros. Isto mostra que existe escoamento preferencial dos frutos durante o trajeto, com provável efeito sobreposto de mistura dos grãos.

Para amenizar a dispersão dos tempos de residência de partículas individuais, planejou-se a secagem com ar escoando a maior velocidade, 2,4 m/s, porém com amplitude de vibração de  $1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  e frequência de 10,7 a 5,5 Hz. A variação da frequência de vibração durante os experimentos é necessária para evitar a tendência das partículas escoarem com maior velocidade a medida que perdem umidade e diminuem de tamanho. A carga total de café no circuito, expressa em base seca, era de 1,84 kg.

Quando a secagem dos frutos encontrava-se em um estágio bem avançado (após 22 horas de operação), partículas de café marcadas foram colocadas no alimentador do elevador de canecas e quantificou-se o tempo gasto para que cada partícula retornasse ao local de alimentação. Os resultados são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2: Tempo de um ciclo completo percorrido por amostras de frutos de café.

Tempo de secagem (h)	Tempo de um ciclo (min)			Tempo médio individual de residência (min)
	1ª passagem	2ª passagem	3ª passagem	
22	6,0	7,0	6,8	7,0
23	5,5	-	-	-
25,5	7,0	-	-	-

Os resultados indicam uma certa uniformidade no escoamento, bastante distintos dos resultados indicados na Tabela 1. A influência de velocidade do ar foi maior do que a da vibração imposta ao leito. Para comprovar o desempenho do secador outros ensaios de dinâmica foram efetuados com alimentação simultânea de dez partículas marcadas. Os resultados são mostrados na Tabela 3.

Tabela 3: Tempo de permanência de frutos de café (entrada de pulso), min.

Massa de partículas marcadas ( $\text{kg} \cdot 10^{-3}$ )	Tempo de secagem			
	24,5 h	25,0 h	25,5 h	26,0 h
0,3467	5,42	14,46	8,0	17,0
0,4434	5,21	6,45	6,46	7,42
0,5550	5,21	19,35	8,12	8,56
0,4897	6,18	7,02	9,36	5,15
0,4052	6,57	6,08	5,41	5,03
0,5628	6,40	6,50	9,50	6,56
0,5273	7,03	4,17	6,54	7,07
0,6981	6,20	5,13	4,25	7,37
0,5003	6,12	4,50	7,30	7,23
0,4519	6,29	12,58	7,12	10,57

A média aritmética do tempo de residência das partículas foi de 7,50 min. Como no final da secagem existem em média cerca de 1,33 kg de café no sistema e a taxa de

escoamento das partículas era de  $2.22 \cdot 10^{-3}$  kg/s, o tempo médio de residência pode ser estimado em 9,9 min. Esta análise mostra a existência de uma diferença entre os tempos de residência com os dois métodos utilizados, sendo a média aritmética entre as duas medidas de 8,7 minutos.

### SECAGEM DOS FRUTOS DE CAFÉ

A massa inicial de grãos de café alimentada no secador foi de 5,54 kg e o conteúdo de umidade da mesma de 2,012 kg de água/kg de café seco. A secagem do café foi realizada durante 28 horas. As condições operacionais são indicadas na Tabela 4.

Tabela 4: Condições iniciais e operacionais dos ensaios de secagem.

Velocidade do elevador de canecas	2.7 rpm
Velocidade do ar de secagem	2.4 m/s
Amplitude de vibração	$1 \cdot 10^{-3}$ m
Frequência de vibração (variável)	10,7 Hz (início) 5.5 Hz (final)
Temperatura máxima dos frutos de café	45°C
Umidade inicial dos frutos de café, $X_0$	2.012 kg H <sub>2</sub> O/ kg café seco
Tamanho inicial médio dos frutos de café	$1 \cdot 10^{-2}$ m
Massa inicial de café úmido	5.54 kg

A secagem dos frutos de café foi realizada em 3 etapas de 8, 8 e 12 horas respectivamente, somando um total de 28 horas de processamento. No início do processo de secagem, frutos de café foram alimentados ao alimentador vibratório do secador e após 30 minutos a alimentação tinha sido completada. Durante a operação, frutos de café foram coletados na descarga do secador em intervalos de aproximadamente 20 minutos, para análise da temperatura e da umidade das partículas sólidas.

Os ensaios de secagem foram realizados operando com alimentação de ar de secagem através da base do túnel de secagem, com velocidade igual a 2,4 m/s. A temperatura do ar de secagem foi controlada manualmente, alterando-se a voltagem da fonte de energia elétrica que alimenta as resistências elétricas externas ( $R_2$ ), por intermédio de um variador de voltagem, cuja capacidade é de 10kW. Quando o ar passa através de uma bandeja, ocorre uma diminuição na sua temperatura, devido a transferência simultânea de calor e de massa na secagem das partículas. Essa variação da temperatura foi registrada pelos termopares instalados no interior do secador, e estes valores estão mostrados na Figura 2.

O referencial para o aquecimento do ar de secagem era a temperatura dos grãos na descarga do secador, não permitindo que a mesma ultrapassasse 45°C. A variação da temperatura dos grãos de café foi registrada por meio de um termopar, inserido no coletor cilíndrico supracitado, sendo estes valores discriminados na Figura 3.

Durante o processamento do café, em intervalos de tempo, foram registradas as temperaturas de bulbo seco e de bulbo úmido do ar ambiente. Os valores obtidos estão dispostos na Figura 4.

Utilizando-se a técnica de soluções saturadas de sais (Young, 1967) foram obtidas isotermas de adsorção dos frutos de café para as temperaturas de 32 e 50°C (Linhares, 1997). A modelagem indicada por Ono & Yoshida (1986), permite transformar as

isotermas em uma única curva generalizada utilizando o conceito do Potencial de Adsorção " $\Lambda_d$ " indicado pela Eq. (1).

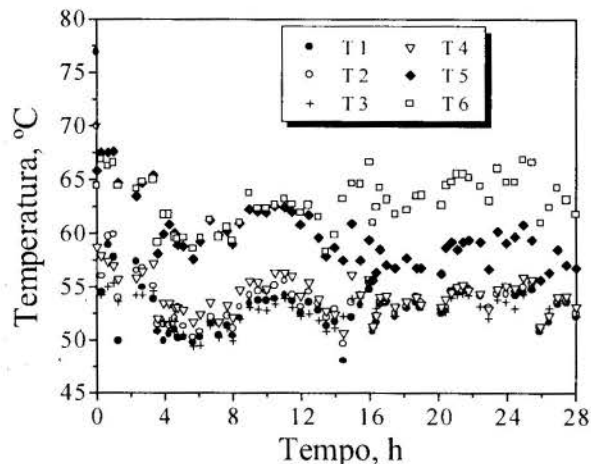


Figura 2 – Temperatura do ar no secador.

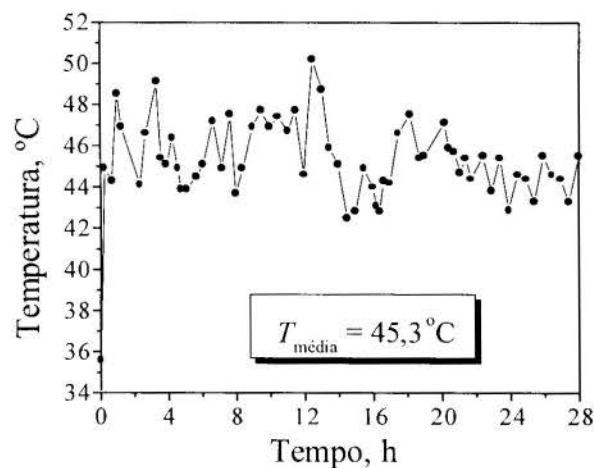


Figura 3 – Temperatura dos grãos de café na descarga do secador.

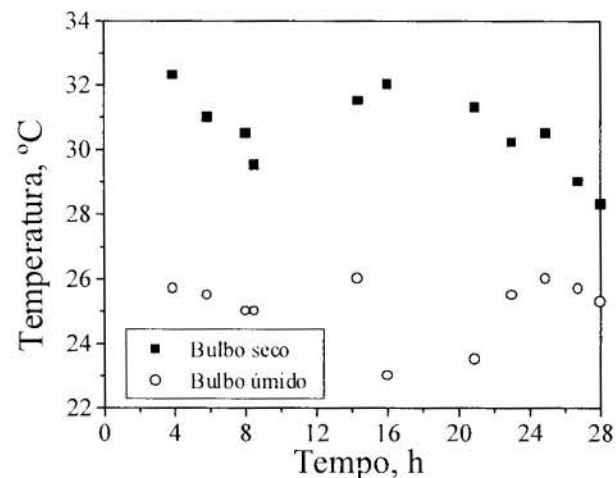


Figura 4 – Temperaturas de bulbo seco e de bulbo úmido do ar ambiente.



$$A_d = RT \times \ln\left(\frac{1}{a}\right) \quad (1)$$

onde:  $A_d$  é o Potencial de Adsorção [J/kg];  $R$  é a constante dos gases 8.31441 [J/mol K];  $T$  é a temperatura [K] e “ $a$ ” é a atividade de água do café, que é igual à umidade relativa do ar “ $\varphi$ ” no equilíbrio com os frutos de café. Os resultados obtidos são mostrados na Figura 5.

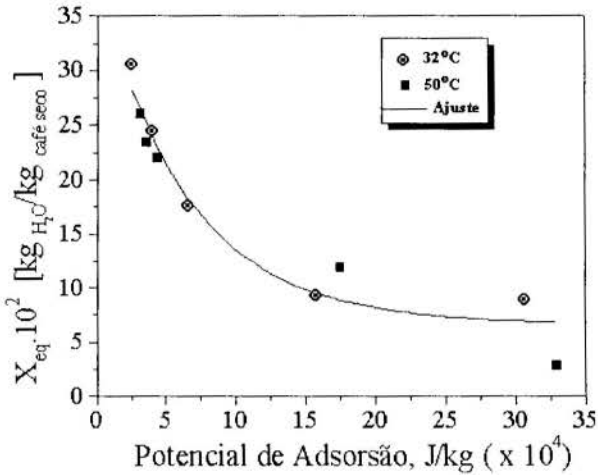


Figura 5 – Isoterma generalizada de equilíbrio de grãos de café.

Os pontos experimentais da Figura 5 foram ajustados à uma função exponencial de primeira ordem resultando na Eq. (2).

$$X_{eq} = 6.68 + 21.52 \times \left[ \frac{-(A_d - 25911.6)}{65060.25} \right] \quad (2)$$

No tratamento dos dados experimentais utilizou-se equações da psicrometria indicados a seguir (ASHRAE, 1985).

A umidade absoluta  $Y$  (razão de umidade) corresponde à massa do vapor de água contida numa massa de ar seco, expressa pela Eq.(3).

$$Y = \frac{m_v}{m_a} \quad (3)$$

A massa de vapor de água pode ser expressa pelo produto: número de moles de água pelo peso molecular da água ( $n_v \cdot M_v$ ); do mesmo modo a massa de ar seco é dada por ( $n_a \cdot M_a$ ). Além disso, utilizando a lei dos gases perfeitos, o número de moles dos constituintes pode ser expresso pela Eq. (4).

$$n_v = \frac{P_v \times V}{RT} \quad \text{ou} \quad n_a = \frac{P_a \times V}{RT} \quad (4)$$

Os vários constituintes do ar seco podem ser considerados como sendo um único gás, e assim a pressão total do gás úmido ( $P$ ) é a soma das pressões parciais do ar seco e do vapor de água o que se representa pela Eq. (5).

$$P = P_a + P_v \quad (5)$$

Combinando as Eq. (3), (4) e (5), e substituindo os valores dos pesos moleculares do ar e do vapor de água, tem-se a Eq. (6).

$$Y = 0.62198 \times \left( \frac{P_v}{P - P_v} \right) \quad (6)$$

A umidade relativa é a relação entre a fração molar do vapor de água existente em uma amostra de ar úmido,  $x_v$ , e a fração molar do vapor de água em uma amostra de ar saturado,  $x_{vs}$ , em uma mesma temperatura e pressão, como mostra a Eq. (7).

$$\varphi = \frac{x_v}{x_{vs}} \Big|_{T, P} \quad (7)$$

A pressão parcial do vapor de água é igual ao produto da sua fração molar pela pressão total da mistura gasosa, dada pela Eq. (8).

$$P_v = x_v \times P \quad (8)$$

Substituindo a Eq. (8) no numerador e no denominador da Eq. (7), tem-se a Eq. (9).

$$\varphi = \frac{P_v}{P} \quad (9)$$

A Eq. (10) permite calcular a umidade absoluta do ar úmido em função das temperaturas de bulbo seco ( $T$ ) e de bulbo úmido ( $T_w$ ) do ar (ASHRAE, 1985).

$$Y = \frac{(2501 - 2.381 \times T_w) \times Y_w - (T - T_w)}{2501 + 1.805 \times T - 4.186 \times T_w} \quad (10)$$

Utilizando os dados da Figura 4 e as Eq. (6), (9) e (10) obtém-se os dados de umidade relativa do ar na entrada do secador mostrados na Figura 6.

Durante o processamento dos grãos de café, era coletada uma porção de grãos na descarga do secador para que se pudesse fazer medidas da temperatura e do conteúdo de umidade das partículas sólidas. As umidades  $X$ , em kg de água/ kg de café seco foram determinadas em estufa a temperatura de 105°C até peso constante.

Utilizando os dados da Figura 6 e as Eq. (1) e (2) obteve-se os dados de equilíbrio dos frutos de café em função da temperatura e do conteúdo de umidade do ar de secagem. Com os dados obtidos e os do conteúdo de umidade dos frutos de café (obtidos em estufa), foi construída a curva do adimensional de umidade ( $X'$ ) em função do tempo, veja a Figura 7, onde:

$$X' = (X - X_{eq}) / (X_0 - X_{eq}) \quad (11)$$

Ao final das 28 horas de secagem o conteúdo de umidade dos frutos de café foi de 0,145 kg H<sub>2</sub>O/kg café seco, o que corresponde a um percentual de 12,64 em base úmida. Esta umidade é adequada para armazenar os grãos de café. O tempo de

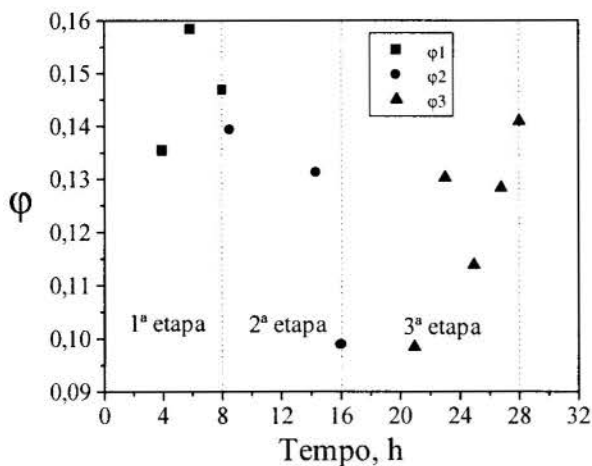


Figura 6 – Umidade relativa nas três etapas de processamento, em função do tempo.

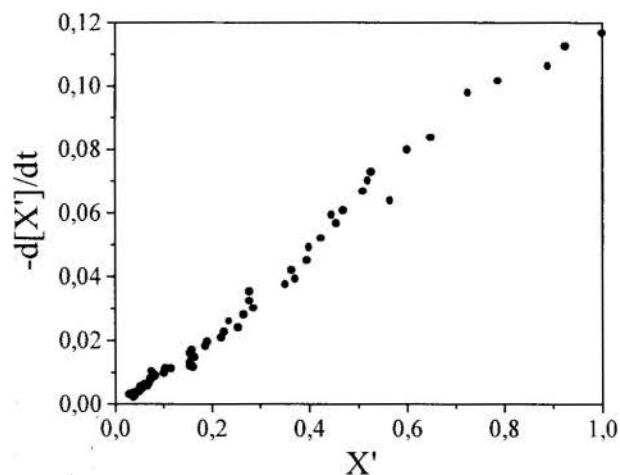


Figura 8 – Derivada da curva adimensional de secagem.

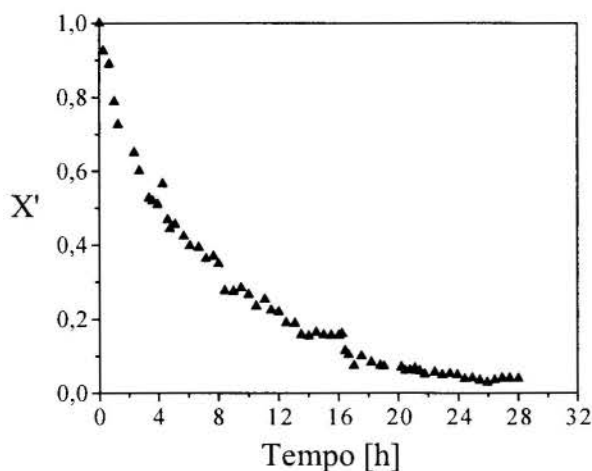


Figura 7 – Curva adimensional de secagem dos grãos de café.

### CONCLUSÕES

A operação do secador de bandejas vibradas com velocidade de escoamento do ar de 2,4 m/s, e condições vibracionais: amplitude  $1.10^{-3}$  m e frequência de 10,7 a 5,5 Hz possibilitou um escoamento com pouca dispersão das partículas como mostrado na Tabela 3. Em 28 horas de secagem pode-se obter os frutos de café com o conteúdo de umidade requerido para o armazenamento, o qual é inferior ao tempo de processamento dos secadores convencionais. A curva de taxa de secagem obedece uma relação linear e mostra que a secagem acontece no período de taxa de secagem decrescente.

### REFERÊNCIAS

- ASHRAE 1985. "Handbook – Fundamentals". Atlanta.
- Clarke, R. J. & Macrae, R. 1987, "Coffee". London, Elsevier Science Publishers Ltd. Vol. 2.
- Linhares, D. O. 1997. "Influência do Conteúdo de Umidade na Preservação do Café" - Relatório de Iniciação Científica. Universidade Federal de Uberlândia.
- Matiello, J. B. 1991. "O café do cultivo ao consumo". Editora Globo.
- Ono, T. & Yoshida, T. 1985. "Designing of dryer in tobacco manufacturing process". Drying 86. Hemisphere Publishing Corporation. Washington. Vol. 2. Pp. 630 – 636.
- Young, J. F. 1967. Humidity control in laboratory using salt solutions – a review. J. Appl. Chem. Vol. 17 (9): pp. 241 – 245.

### SUMMARY

In this work the dynamics behavior of a coffee bed is described. These coffee berries flow on multiple vibratory trays, serially disposed inside a vertical drying tunnel, and through a bucket-elevator transporter operating in several speeds, using an electronic regulator of speed. A vibratory feeder introduces the grains in the dryer. A performance study of the dryer was made for the drying of coffee berries. This study quantified the drying time the coffee fruits, requested to reach the humidity storage, 12% (b.u).

secagem de 28 horas é inferior às 30 horas de secagem nos secadores convencionais, os quais processam frutos com umidade inicial de 40% (bu), aproximadamente, contra a umidade de 66,7% (bu) dos frutos procesados neste trabalho.

Os pontos experimentais da Figura 7 foram ajustados à uma exponencial de primeira ordem a qual após derivada em função do tempo forneceu a Eq. (12). Utilizando esta equação e os dados da Figura 7 foram gerados dados para confeccionar a Figura 8.

$$\frac{dX'}{dt} = 0,11665 \times \exp\left(\frac{-t}{7,78506}\right) \quad (12)$$

A curva expressa pelos pontos experimentais da Figura 8 indica que toda a secagem do café acontece no período de taxa de secagem decrescente e a curva de secagem apresenta-se linear. Isto conduz a equações simples para expressar a cinética de secagem dos frutos de café.

## ESTUDO TEÓRICO DO SECADOR PNEUMÁTICO VERTICAL

Antonio Mauricio Martelli Trejo & Severiano da Silva Lima Filho

Departamento de Engenharia Mecânica  
 Universidade Federal do Pará  
 66075-110 - Belém - Pa - Brasil

### RESUMO

É proposto um modelo global para o estudo do secador pneumático vertical. Para isto, foi necessário comparar os modelos fluidodinâmicos de Soo e Gidaspow, várias correlações empíricas para estimar  $Nu$ , verificar a influência do atrito partícula-parede do tubo e, da aglomeração, nas variáveis térmicas do secador. O modelo foi comparado com os modelos de Rocha (1988) e Faria (1986) e, com seus respectivos dados experimentais. Verificou-se que o modelo de Soo representa melhor os resultados experimentais dentro das seguintes faixas -  $\epsilon$ : 0,999;  $Y$ :  $3,50 \cdot 10^{-2}$  -  $25,66 \cdot 10^{-2}$  kg/kg;  $X$ :  $0,967 \cdot 10^{-2}$  -  $7,47 \cdot 10^{-2}$  kg/kg;  $T_c$ : 104,8 - 189,0 °C;  $T_s$ : 15,9 - 46,3 °C;  $W_s$ : 8,7 - 53,0 kg/h;  $W_c$ : 86,1 - 146,2 kg/h;  $P$ : 95.391 - 95.939 KPa;  $d_p$ : 0,24 - 0,55 mm;  $\rho_s$ : 2.500 - 2.715 kg/m<sup>3</sup>;  $C_{p_s}$ : 754,0 - 799,7 J/kg K.

### INTRODUÇÃO

Nos secadores pneumáticos verticais, o material em forma particulada e transportado pelo gás, neste caso ar atmosférico aquecido, ao mesmo tempo que é submetido ao processo de secagem. O processo torna-se complexo devido as interações partícula-partícula, partícula-fluido e partícula-parede do tubo. Tudo isto, pode afetar a transferência de calor e massa, assim como a perda de pressão.

Os modelos fluidodinâmicos mais simples desenvolvidos para o transporte pneumático em fase diluída tem sido aplicados na modelagem do secador pneumático. Estes modelos não levam em consideração a interação partícula-partícula; a interação partícula-fluido é considerada através da força de arrasto devido a diferença das velocidades médias entre ambas fases, e, por último, a interação partícula-parede é considerada como proveniente da força de atrito causada pela parede do tubo ao movimento das partículas. Muitas vezes, este atrito não é levado em consideração quando a concentração volumétrica de material por volume do tubo é baixa, por exemplo 0,001.

A abordagem mais simples, no desenvolvimento destes modelos, consiste em considerar a partícula como isolada das outras, muitas vezes referenciado como modelo da "partícula individual". Andrieu & Bressat (1982) e Faria (1986), por exemplo, utilizam este modelo. Outra abordagem, também, muito utilizada, considera ambas fases como dois meios contínuos interpenetrantes que interagem entre si. Como por exemplo, o modelo de Soo (1967), empregado por Kmiec (1986), e o de Gidaspow (1978), apud Arastoopour & Gidaspow (1979), utilizado por Rocha (1988). No caso do secador pneumático, estes últimos modelos tem sido muito utilizados fornecendo bons resultados com relação aos dados experimentais. Porém, no trabalho de Arastoopour & Gidaspow (1979), é mostrado que há diferenças entre ambos modelos, especialmente com relação à concentração de material e velocidade da partícula. Razão pela qual é feita, neste trabalho, uma comparação entre ambos modelos. Estes últimos modelos serão referenciados simplesmente como modelo de Soo e modelo de Gidaspow.

Existem muitas correlações empíricas para estimar o coeficiente de transferência de calor. Uma das mais utilizada é de Ranz & Marshall, desenvolvida para uma partícula individual. Rocha (1988), comparou várias correlações, e concluiu que a correlação de Torrezan et al. (1983), desenvolvida para uma população de partículas, fazia com que os resultados teóricos se aproximassem mais dos experimentais. Isto gera dúvidas na escolha da correlação.

Últimamente, Kemp & Bahu (1992), analisaram a influência do material introduzido de forma aglomerada no secador. Seus resultados teóricos mostraram que seu modelo subestimava a taxa de secagem, especialmente na zona de aceleração, quando comparados com os resultados experimentais. Isto foi atribuído à aglomeração do material. Motivo pelo qual introduziram um fator que leva-se em consideração o efeito da aglomeração de material nas equações que descrevem o processo.

Portanto, este trabalho tem como objetivo principal desenvolver um modelo computacional que inclua algumas das sugestões dadas isoladamente na literatura. Para realizar isto, foram comparados os modelos fluidodinâmicos simples de Gidaspow e Soo, levando em consideração o atrito partícula-parede do tubo. Também são comparadas as correlações de Froessling, Ranz & Marshall, Kemp et al, Bandrowski & Kaczmarzyk e Torrezan et al. para o cálculo do coeficiente de transferência de calor, e por analogia, o de massa e, finalmente, é verificado o efeito do aglomerado, nas temperaturas e umidades do gás e do material.

### MODELAMENTO DO SECADOR

**Hipóteses do modelo.** As hipóteses que são comumente adotadas na modelagem do secador pneumático vertical são:

Fluidodinâmica.

1. O escoamento é unidimensional e em regime permanente.
2. As partículas são sólidas, esféricas, lisas, inertes e não contraem.
3. As partículas estão distribuídas uniformemente na seção transversal do tubo.
4. O arrasto das partículas é devido principalmente à diferença entre as velocidades médias de ambas fases.
5. Não há interação partícula-partícula.

Transferência de calor e massa.

1. A área superficial das partículas para a transferência de calor e massa são iguais.
2. A temperatura do sólido é considerada igual à da sua superfície e quando haja umidade igual à temperatura de bulbo úmido do gás.
3. O material é não higroscópico.
4. A umidade a ser evaporada é superficial.
5. A geração de calor devido ao atrito das partículas com a parede do tubo é desprezada.

**Modelos Fluidodinâmicos.** A equação da continuidade para as fases fluida e sólida, respectivamente:

$$\frac{d}{dz}(\varepsilon \rho_{g,u} u_g) = 0 \quad \frac{d}{dz}[(1-\varepsilon) \rho_{s,u} u_s] = 0 \quad (1.2)$$

Onde  $\rho_{s,u} = \rho_s(1+X)$  e  $\rho_{g,u} = \rho_g(1+Y)$  são as massas específicas do material e do gás, respectivamente, contendo cada uma, um determinado conteúdo de umidade  $X$  e  $Y$ ;  $u_s$  e  $u_g$  constituem, respectivamente, as velocidades da partícula e do gás;  $\varepsilon$  é a porosidade.

Equação da mistura gás-sólido:

$$(1-\varepsilon) \rho_{s,u} \frac{du_s}{dz} + \varepsilon \rho_{g,u} \frac{du_g}{dz} = -\frac{dP}{dz} - \left[ (1-\varepsilon) \rho_{s,u} + \varepsilon \rho_{g,u} \right] g - \frac{2 \left[ \rho_{s,u} (1-\varepsilon) u_s^2 f_s + \rho_{g,u} \varepsilon u_g^2 f_g \right]}{D} \quad (3)$$

Onde  $g$  é a força da gravidade;  $P$  constitui a pressão;  $f_s$  e  $f_g$  representam, respectivamente, os fatores de atrito para a fase sólida e fluida; e  $D$  representa o diâmetro do tubo.

Equação da quantidade de movimento para a fase sólida segundo Soo:

$$\rho_{s,u} (1-\varepsilon) u_s \frac{du_s}{dz} = (1-\varepsilon) f_D - (1-\varepsilon) \rho_{s,u} g - \frac{2}{D} \left[ \rho_{s,u} (1-\varepsilon) u_s^2 f_s \right] \quad (4)$$

Onde  $f_D$  representa a força de arrasto por volume.

E segundo Gidaspow:

$$-\frac{1}{2} \rho_{s,u} (1-\varepsilon) \frac{d}{dz} (u_g - u_s)^2 = (1-\varepsilon) f_D - (1-\varepsilon) \rho_{s,u} g - \frac{2}{D} \left[ \rho_{s,u} (1-\varepsilon) u_s^2 f_s \right] \quad (5)$$

**Equações constitutivas.** A força de arrasto,  $f_D$ , é dada por:

$$f_D = \left( \frac{A_{f,s}}{V_s} \right) C_D \rho_{g,u} \frac{(u_g - u_s)^2}{2} \varepsilon^{-(k+4.7)} \quad (6)$$

Onde  $\varepsilon^{-(k+4.7)}$  corrige o coeficiente de arrasto para uma partícula isolada.

Onde:

$$k = \begin{cases} 0.64 & \text{Re}_s < 500 \\ 300/\text{Re}_s & \text{Re}_s > 500 \end{cases}$$

E  $A_{f,s} = \pi d_s^2/4$  e  $V_s = \pi d_s^3/6$  são a área frontal e o volume para uma partícula esférica, respectivamente.

O fator de atrito para a fase gasosa,  $f_g$ , em tubo rugoso é dado pela correlação de Haaland, citado por White (1995):

$$\frac{1}{f_g^{1/2}} = 1.8 \log \left[ \left( \frac{e/D}{3.7} \right)^{1.11} + \frac{6.9}{\text{Re}_g} \right] \quad (7)$$

Onde  $e$  é a rugosidade do tubo;  $\text{Re}_g = \varepsilon \rho_g u_g D / \mu_g$  e  $\mu_g$  é a viscosidade do gás.

O fator de atrito para a fase sólida,  $f_s$ , é dado pela correlação empírica de Özbelgue (1984):

$$f_s = 0.0054 \left( \frac{W_s / W_g \rho_g}{\rho_s} \right)^{-0.115} \left[ \frac{u_g d_s}{(u_g - u_s) D} \right]^{0.339} \quad (8)$$

Onde  $W_s$  e  $W_g$  são as vazões mássicas do material e do gás, respectivamente; e  $d_s$  é o diâmetro da partícula.

O coeficiente de arrasto,  $C_D$ , é dado pela correlação empírica de Haider & Levenspiel (1989):

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}_s} \left( 1 + 0.1806 \text{Re}_s^{0.6459} \right) + \frac{0.4251}{1 + \frac{6880.95}{\text{Re}_s}} \quad (9)$$

Onde  $\text{Re}_s = \varepsilon \rho_g (u_g - u_s) d_s / \mu_g$ .

**Modelamento da transferência de calor e massa.** A área interfacial total,  $A$ , num elemento infinitesimal, para a transferência de calor e massa é dada pela expressão de Strumillo & Kudra (1986):

$$dA = \frac{6W_s}{u_s d_s \rho_s} dz \quad (10)$$

Considerando que toda a massa de umidade evaporada é transferida da partícula para o gás, tem-se:

$$\frac{dX}{dz} = -k_y \rho_g (Y_{sat} - Y) \frac{6}{u_s \rho_s d_s} \quad (11)$$

$$\frac{dY}{dz} = -\frac{W_s}{W_g} \frac{dX}{dz} \quad (12)$$

Onde  $Y_{sat}$  é a umidade do gás na saturação e  $k_y$  representa o coeficiente de transferência de massa.

No balanço de transferência de calor para a partícula é considerado que toda a energia transferida do gás para a partícula é utilizada para evaporar a umidade superficial, elevar a temperatura do vapor da temperatura do sólido à do gás e variar a entalpia da partícula sólida como é mostrado na Eq. (13).

$$\frac{dT_s}{dz} = \left( \frac{A_s}{m_s} \right) \frac{1}{u_g} \left\{ \frac{h(T_g - T_s)}{C_{p_{s,s}} + C_{pl,s} X} - \frac{\left[ k_y \rho_g (Y_{sat} - Y) \left[ \Delta H_{v,s} + C_{p_{v,g}} (T_{v,g} - T_{v,s}) \right] \right]}{C_{p_{s,s}} + C_{pl,s} X} \right\} - \frac{C_{pl} T_s}{C_{p_{s,s}} + C_{pl,s} X} \frac{dX}{dz} \quad (13)$$

Onde  $T_s$  é a temperatura do sólido;  $h$  representa o coeficiente de transferência de calor.  $\Delta H_{v,s}$  constitui o calor latente de vaporização à  $T_s$ ;  $T_{v,g}$  e  $T_{v,s}$  são as temperaturas do vapor no gás e na partícula, respectivamente;  $C_{p_{v,g}}$ ,  $C_{pl}$  e  $C_{p_s}$  representam, respectivamente, os calores específicos à pressão constante do vapor à  $T_g$ , da água e da partícula;  $m_s$  e  $A_s$  são a massa e a área de uma partícula, respectivamente.

No balanço para a fase fluida a energia cedida por esta é igual à transferida para a partícula e perdida para o meio ambiente, porém, a energia transferida pela massa da umidade evaporada faz com que a queda de temperatura do gás seja menor como mostra a Eq. (14).



$$\frac{dT_g}{dz} = \left( \frac{A_s}{m_s} \right) \frac{W_s}{W_g u_s} \left[ \frac{-h(T_g - T_s) + w_D C_{p_{v,g}} T_{v,g}}{C_{p_{as,g}} + C_{p_{v,g}} Y} \right] \quad (14)$$

$$\frac{C_{p_{v,g}} T_g + \Delta H_{v,g} dY}{C_{p_{as,g}} + C_{p_{v,g}} Y} \frac{dq_\infty}{dz} = \frac{dq_\infty}{W_g (C_{p_{as,g}} + C_{p_{v,g}} Y)}$$

Onde  $w_D$  é a taxa de transferência de massa;  $C_{p_{as}}$  representa o calor específico do gás seco e  $q_\infty$  é a perda de energia para o meio ambiente.

**Modelamento da aglomeração.** O aglomerado é modelado fazendo uma analogia com os parâmetros geométricos de uma partícula esférica. Primeiro é definida uma área superficial para o aglomerado, que possui um limite máximo associado à área superficial de todas as partículas que o compoem e, um limite mínimo relacionado à área da partícula esférica do mesmo tamanho do aglomerado.

A aglomeração é introduzida nas equações através de fatores de aglomeração, que podem ser definidos como razões área/volume ou área/massa do aglomerado, esta última utilizada por Kemp & Bahu (1992). Porém neste trabalho será utilizada a primeira definição. Estes fatores são considerados constantes para um aglomerado de um dado tamanho.

O fator de aglomeração para a força de arrasto,  $fa_D$ :

$$fa_D = \frac{A_{f,s}/V_s}{A_{f,ag}/V_{ag}} = \frac{d_{ag}}{d_s} \quad (15)$$

O fator de aglomeração para a transferência de calor e massa,  $fa_H$ , compreendido entre os valores extremos da área superficial para o aglomerado real, são:

$$fa_{H,max} = \frac{A_s/V_s}{2A_{ag}/V_{ag}} = \frac{1}{2} \left( \frac{d_{ag}}{d_s} \right) e \quad fa_{H,min} = \frac{A_s/V_s}{n_s V_s/V_{ag}} = \frac{\rho_s}{\rho_{ag}} \quad (16,17)$$

Neste último caso, pode-se dizer, ainda, que o valor mínimo para  $fa_{H,min}$  será atingido quando  $\rho_{ag} = \rho_s$ , com o que  $fa_{H,min} = 1$ . Pois, a tendência é  $\rho_{ag}$  atingir o valor de  $\rho_s$ . Note que  $\rho_{ag}$  é menor que  $\rho_s$  devido aos vazios ou interstícios preenchidos pelo ar dentro do aglomerado. Em alguns casos  $\rho_{ag}$  pode ser tomado, como uma primeira aproximação, como a massa específica aparente do sólido num recipiente (Kemp & Bahu, 1992).

A massa específica do material quando em forma aglomerada toma o valor de  $\rho_{ag}$  e quando disperso em partículas toma o valor de  $\rho_s$ . Portanto, é necessário incluir um fator que leve em consideração esta variação, denominado de fator de aglomeração para a massa específica, expresso pela razão entre  $\rho_s$  e  $\rho_{ag}$ , assim:

$$fa_{mc} = \rho_s / \rho_{ag} \quad (18)$$

Segundo Kemp & Bahu (1992), a dispersão dos aglomerados em partículas individuais significa que os fatores de aglomeração variam com o tempo, portanto, é necessário incluir um tempo  $t_{ag}$  no qual o aglomerado estará completamente dividido nas partículas que lhe deram origem. A taxa de desintegração do aglomerado é considerada constante com o tempo, motivo pelo qual os fatores de aglomeração podem ser diminuídos linearmente na faixa de  $t = 0$  e  $t = t_{ag}$  através de uma equação algébrica do tipo:

$$fa = xt + y \quad (19)$$

Estes fatores tomam o valor igual a 1 quando os aglomerados tornam-se partículas individuais, por outro lado aumentam seu valor com o aumento do tamanho do aglomerado.

Os coeficientes da Eq. (19) podem ser obtidos pelos valores dados na tabela 1.

Tabela 1 - Valores máximos e mínimos para os fatores de aglomeração

tempo	força de arrasto $fa_D$	transferência de calor e massa $fa_H$	massa específica $fa_{mc}$
$t = 0$	$fa_{D,max}$	$fa_{H,max} = \frac{fa_{D,max}}{2}$	$fa_{mc,min} = \rho_{ag}$
$t = t_{ag}$	$fa_{D,min} = 1$	$fa_{H,min} = 1$	$fa_{mc,max} = \rho_s$

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

**Comparação dos modelos fluidodinâmicos.** Nas figuras 1 e 2 é mostrada uma comparação entre os modelos através dos perfis estimados para a porosidade,  $\epsilon$ , e a velocidade da partícula,  $u_s$ , respectivamente. Observa-se que a porosidade atinge valores mais elevados quando estimados a partir do modelo de Soo do que quando utilizado o de Gidaspow, para uma mesma distância,  $z^*$ , adimensional. Este comportamento se repete na velocidade da partícula, figura 2, pois esta depende da porosidade, ver Eq. (2).

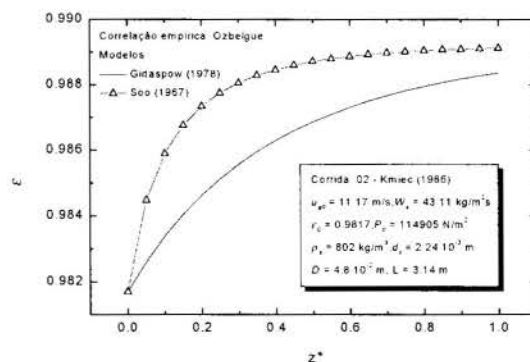


Figura 1 - Variação da porosidade,  $\epsilon$ , conforme os modelos de Soo e Gidaspow.

Esta diferença no perfil da porosidade  $\epsilon$ , conseqüentemente, no da velocidade da partícula é devido a como é definida em cada um dos modelos a transferência de quantidade de movimento no termo convectiva das Eqs. (4) e (5). O modelo de Soo, Eq. (4), leva em consideração somente a velocidade da partícula, a qual aumenta ao longo do tubo; enquanto que o modelo de Gidaspow, Eq. (5), utiliza a velocidade relativa entre as fases, que diminui ao longo do percurso.

Na figura 3 é mostrado o perfil para perda de pressão. Nota-se que a diferença é praticamente insignificante. Isto leva a acreditar que, em se tratando da perda de pressão e quando a  $\epsilon \geq 0.999$ , qualquer um dos modelos é adequado para sua estimativa. Porém, o comportamento do perfil da porosidade e da velocidade das partículas mostrado nas figuras 1 e 2, leva a acreditar que as variáveis térmicas serão afetadas significativamente.

Uma variação menor na porosidade indica maior concentração de partículas, portanto, uma maior área para se efetuar a transferência de calor e massa. Este efeito pode ser observado na temperatura do ar atmosférico,  $T_g$ , figura 4. A queda maior no perfil da temperatura do ar é dada pelo modelo de

Gidaspow, afastando-se dos dados experimentais de Rocha (1988). Já o perfil estimado pelo modelo de Soo se ajusta mais adequadamente aos dados experimentais.

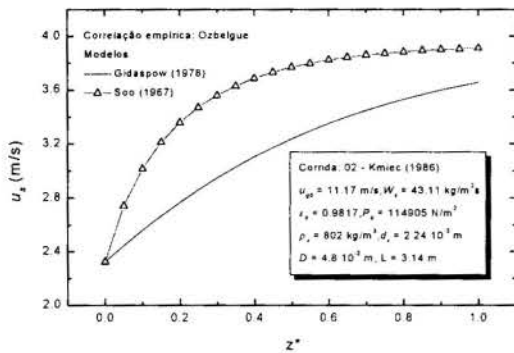


Figura 2 - Variação da velocidade da partícula,  $u_p$ , conforme os modelos de Soo e Gidaspow.

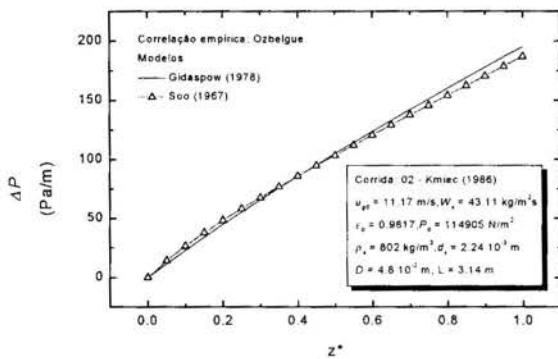


Figura 3 - Variação da perda de pressão,  $\Delta P$ , conforme os modelos de Soo e Gidaspow.

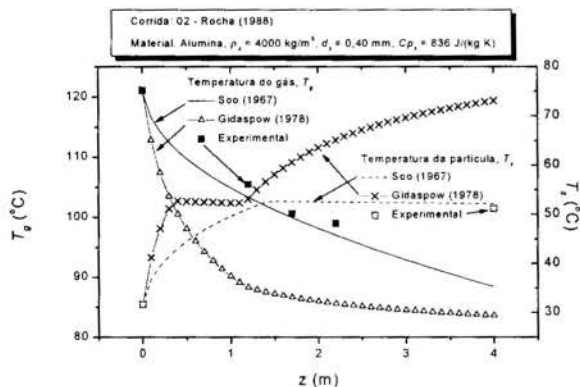


Figura 4 - Variação da temperatura do ar,  $T_g$ , e da partícula,  $T_p$ , conforme os modelos de Soo e Gidaspow. Correlação empírica: Ranz & Marshall,  $\epsilon_0 = 0,999$ ,  $P_0 = 95,900$  KPa,  $X_0 = 2,84 \cdot 10^{-2}$  Kg/Kg,  $Y_0 = 7,91 \cdot 10^{-3}$  Kg/Kg,  $T_{g0} = 121,1$  °C,  $T_{p0} = 31,7$  °C,  $W_s = 11,60 \cdot 10^{-3}$  Kg/s e  $W_R = 3,944 \cdot 10^{-2}$  Kg/s.

Na figura 5, observa-se que, também, o perfil da razão de umidade do ar,  $Y$ , estimado pelo modelo de Soo se ajusta melhor aos dados experimentais. Nota-se, também, que o valor final do conteúdo de umidade,  $X$ , e temperatura,  $T_s$ , do material são reproduzidas pelo modelo de Soo, figuras 5 e 4, respectivamente. Portanto, para  $\epsilon \geq 0,999$ , o modelo de Soo fornece resultados mais adequados aos experimentais do que o modelo de Gidaspow.

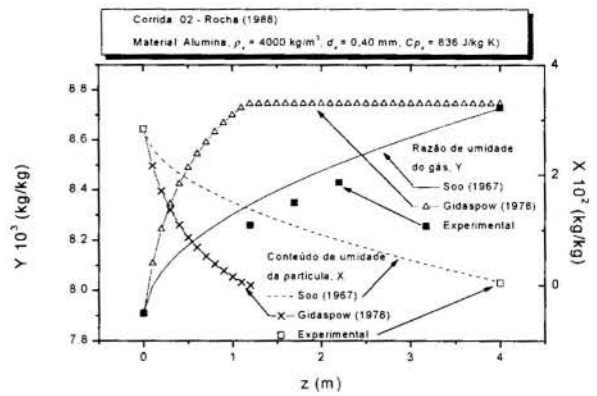


Figura 5 - Variação da razão de umidade do ar,  $Y$ , e conteúdo de umidade da partícula,  $X$ , conforme os modelos de Soo e Gidaspow. Dados ver figura 4.

**Comparação das correlações empíricas para Nu.** Foi realizada uma comparação entre as correlações de Froesling, Ranz & Marshall, Kemp *et al*, Bandrowski & Kaczmarzyk e Torrezan *et al*, utilizando para isto os dados experimentais de Rocha (1988). Verificou-se que para a porosidade inicial utilizada,  $\epsilon = 0,999$ , os resultados obtidos através das correlações empíricas desenvolvidas para partículas individuais se ajustaram melhor aos dados experimentais. Espera-se que, provavelmente, para concentrações maiores, as correlações de Bandrowski & Kaczmarzyk e Torrezan *et al* podem fornecer melhores resultados.

Na figura 6 é mostrada uma comparação típica entre as correlações citadas anteriormente utilizando a temperatura do ar como parâmetro de comparação. Observa-se, que para as condições utilizadas, o perfil obtido através da correlação de Kemp *et al* se ajustou melhor aos dados experimentais do que as outras.

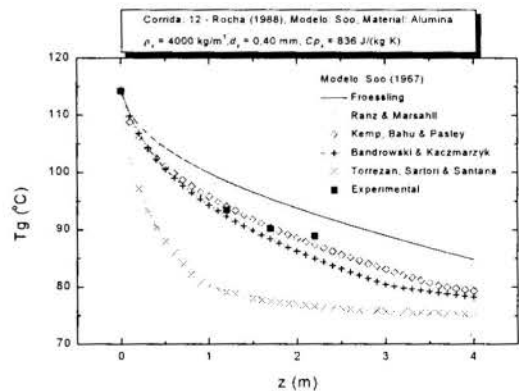


Figura 6 - Comparação de várias correlações utilizando a temperatura do ar,  $T_g$ , como parâmetro de comparação. Correlação empírica: Ranz & Marshall,  $\epsilon_0 = 0,999$ ,  $P_0 = 95,782$  KPa,  $X_0 = 3,0 \cdot 10^{-2}$  Kg/Kg,  $Y_0 = 6,48 \cdot 10^{-3}$  Kg/Kg,  $T_{g0} = 114,2$  °C,  $T_{p0} = 30,0$  °C,  $W_s = 10,35 \cdot 10^{-3}$  Kg/s e  $W_R = 3,74 \cdot 10^{-2}$  Kg/s.

**Efeito do atrito nas variáveis térmicas.** Nas figuras 7 é mostrada o efeito do atrito das partículas com a parede do tubo na temperatura do ar. Observa-se que na região denominada de zona de aceleração sua influência não significativa. Isto deve-se ao fato de que o atrito é proporcional ao quadrado da velocidade da partícula. Como a velocidade da partícula é baixa nesta zona, então o efeito do atrito será pequeno. É no final do tubo onde percebe-se uma queda maior na temperatura do ar.

**Comparação com os modelos de Rocha e Faria.** O modelo desenvolvido neste trabalho é comparado com os dados obtidos

através dos modelos desenvolvidos por Rocha (1988) e por Faria (1986).

Para comparar os resultados é necessário ressaltar as seguintes diferenças entre os modelos globais citados acima.

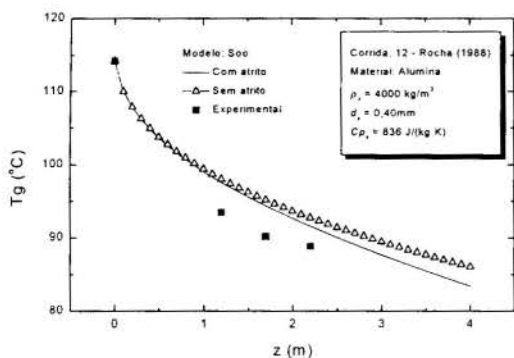


Figura 7 - Influência do atrito partícula-parede do tubo na temperatura do ar. Dados ver figura 6.

**Modelo fluidodinâmico utilizado.** Neste trabalho é utilizado o modelo de Soo enquanto que Rocha (1988) utiliza o de Gidaspow e Faria (1986) o modelo de Mujumdar, citado por Rocha (1988), baseado na abordagem da partícula individual.

**Atrito da partícula.** Neste trabalho é considerado o atrito das partículas com a parede do tubo através de um fator de atrito obtido de forma semelhante ao de um fluido enquanto que os modelos de Rocha (1988) e de Faria (1986) isto não é levado em consideração.

**Correlação empírica para a estimativa do coeficiente de transferência de calor.** Neste trabalho é utilizada a correlação de Ranz & Marshall, Rocha (1988) utiliza a de Torrezan et al e Faria (1986) a de Kramers.

**Área superficial total das partículas.** Neste trabalho a forma como é estimada a área superficial total das partículas. Eq. (12), faz com que esta varie ao longo do tubo. Isto é consistente com a variação da concentração volumétrica das partículas sólidas. A forma utilizada por Rocha (1988) e Faria (1986) a mantém praticamente constante.

**Temperatura de bulbo úmido.** Neste trabalho é permitida que a temperatura de bulbo úmido varie ao longo do tubo conforme as condições do ar vão mudando através de correlações específicas, embora esta permaneça quase constante. Rocha (1988) e Faria (1986) a consideram constante.

**Perda de energia para o meio ambiente.** Neste trabalho assim como no de Rocha (1988) é considerada a perda de energia para o meio ambiente. Porém, No modelo de Rocha (1988) a perda de energia para o meio ambiente é relacionada diretamente à variação da entalpia do ar enquanto que neste trabalho não, pois a variação da entalpia deste é composta pela parcelas relacionadas à transferência de energia para a fase sólida e à perda de energia. No trabalho de Faria (1986) não é levado em consideração este fator.

**Temperatura do material particulado.** Neste trabalho são consideradas 3 fases para a temperatura do material. A primeira consiste em elevar a temperatura da fase úmida do seu valor inicial até a temperatura de bulbo úmido. Eq. (15). A segunda fase é caracterizada pela existência de umidade na partícula e pela temperatura constante, numericamente igual à temperatura de

bulbo úmido ( $T_s = TBU$ ), à qual a partícula é mantida. A terceira fase é caracterizada pela inexistência de umidade na partícula e pelo aumento da sua temperatura, portanto a Eq. (15) se reduz ao primeiro termo à direita da igualdade.

No código computacional desenvolvido por Rocha (1988) observa-se que a segunda fase não é considerada e as equações utilizadas para a terceira fase ainda contém termos relacionadas com a transferência de energia para a evaporação da umidade.

No código computacional desenvolvido por Faria (1986) não é prevista a terceira fase, deixando desta forma a temperatura do material fixa quando atinge um determinado valor.

**Rugosidade do tubo de secagem.** Neste trabalho o tubo de secagem é considerado rugoso enquanto que Rocha (1988) e Faria (1986) o consideram liso.

Nas figuras 8 e 9 é mostrada uma comparação entre o modelo desenvolvido neste trabalho e o de Rocha (1988), em conjunto com seus dados experimentais. Observa-se que os resultados obtidos para a temperatura do ar, figura 8, utilizando o modelo proposto neste trabalho, aparentemente, se ajustam melhor aos dados experimentais do que os obtidos pelo modelo de Rocha (1988). Por outro lado, os dados experimentais para a umidade foram reproduzidos mais adequadamente pelo modelo de Rocha (1988), figura 9.

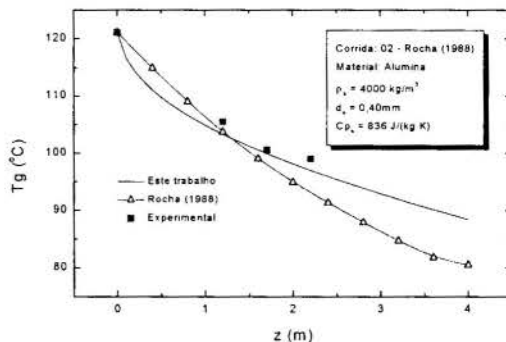


Figura 8 - Perfil da temperatura do ar estimado a partir do modelo proposto neste trabalho e o de Rocha (1988). Dados ver figura 4.

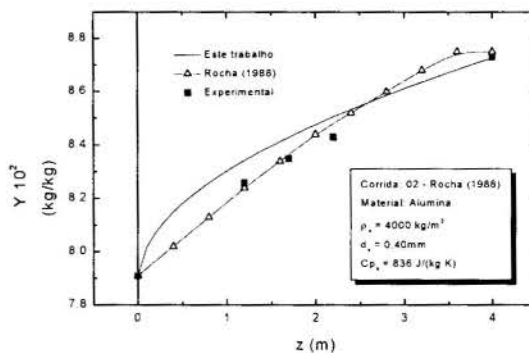


Figura 9 - Perfil da umidade do ar estimado a partir do modelo proposto neste trabalho e o de Rocha (1988). Dados ver figura 4.

A diferença na queda de temperatura do ar logo no início, figura 8, se deve provavelmente a que a área superficial total das partículas é maior, quando estimado pelo modelo proposto neste trabalho do que o modelo de Rocha (1988). No final, a área estimada pelo modelo de Rocha (1988) é maior, ocasionando uma queda maior na temperatura do ar.

Nas figuras 9 e 10 é mostrada uma comparação entre o modelo desenvolvido neste trabalho e o de Faria (1986) em conjunto com seus dados experimentais. Neste caso, observa-se que nenhum dos dois modelos consegue fornecer resultados que se ajustem adequadamente aos dados experimentais. Acredita-se que a correlação utilizada para estimar o coeficiente de transferência de massa não seja adequada para os baixos valores do conteúdo de umidade utilizado no material por Faria (1986), da ordem de  $10^{-3}$ , se comparado com o utilizado por Rocha (1988), da ordem de  $10^{-2}$ .

Com tudo, espera-se que o modelo proposto neste trabalho forneça melhores resultados que o de Rocha (1988) e Faria (1986), devido às modificações introduzidas no modelo. Especialmente à área superficial total do material que varia ao longo do tubo.

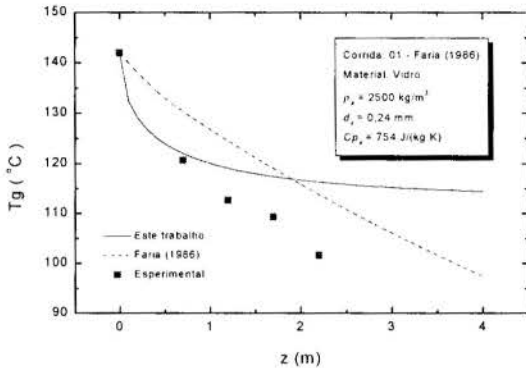


Figura 10 - Perfil da temperatura do ar estimado a partir do modelo proposto neste trabalho e o de Faria (1986). Correlação empírica: Ranz & Marshall,  $\epsilon_0 = 0,999$ ,  $P_0 = 95$  KPa,  $X_0 = 2,5 \cdot 10^{-3}$  Kg/Kg,  $Y_0 = 2,47 \cdot 10^{-3}$  Kg/Kg,  $T_{g0} = 142$  °C,  $T_{w0} = 23,9$  °C,  $W'_s = 12,11 \cdot 10^{-3}$  Kg/s e  $W'_g = 3,385 \cdot 10^{-2}$  Kg/s.

**Influência da aglomeração.** Nas figura 11 é mostrada uma simulação típica da influência do aglomerado na temperatura do ar. Verificou-se que o tempo de desaglomeração,  $t_{ag}$ , possui um efeito maior nas variáveis do secador do que o tamanho do aglomerado,  $f_{aj}$ .

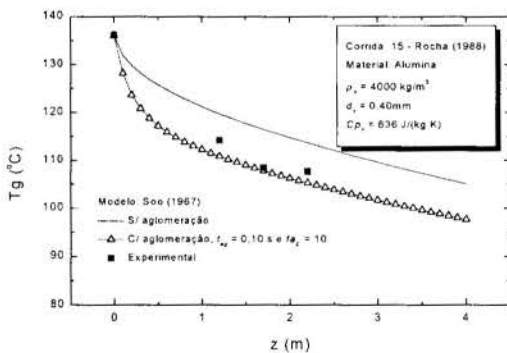


Figura 11 - Influência da aglomeração na temperatura do ar para um  $t_{ag} = 0,10$  s e  $f_{aj} = 10$ . Correlação empírica: Ranz & Marshall,  $\epsilon_0 = 0,999$ ,  $P_0 = 95,735$  KPa,  $X_0 = 5,78 \cdot 10^{-2}$  Kg/Kg,  $Y_0 = 7,03 \cdot 10^{-3}$  Kg/Kg,  $T_{g0} = 136,1$  °C,  $T_{w0} = 24,7$  °C,  $W'_s = 7,71 \cdot 10^{-3}$  Kg/s e  $W'_g = 3,844 \cdot 10^{-2}$  Kg/s.

Nas figura 11 observa-se que para um tamanho 10 vezes maior do que a partícula original ( $f_{aj} = 10$ ) e para um tempo de desaglomeração de 10 segundos ( $t_{ag} = 10$  s), os perfis estimados se aproximam mais dos dados experimentais do que quando não é levado em consideração o aglomerado. No caso da temperatura, figura 11, o perfil estimado se ajustou aos dados experimentais.

## CONCLUSÕES

Para a seguinte faixa de valores -  $\epsilon$ : 0,999;  $Y$ :  $3,50 \cdot 10^{-2}$  -  $25,66 \cdot 10^{-2}$  kg/kg;  $X$ :  $0,967 \cdot 10^{-2}$  -  $7,47 \cdot 10^{-2}$  kg/kg;  $T_g$ : 104,8 - 189,0 °C;  $T_s$ : 15,9 - 46,3 °C;  $W_s$ : 8,7 - 53,0 kg/h;  $W_g$ : 86,1 - 146,2 kg/h;  $P$ : 95,391 - 95,939 KPa;  $d_s$ : 0,24 - 0,55 mm;  $\rho_s$ : 2,500 - 2,715 kg/m<sup>3</sup>;  $C_{ps}$ : 754,0 - 799,7 J/kg K, o modelo fluidodinâmico de Soo baseado na abordagem do meio contínuo e levando em consideração o atrito das partículas permitiu obter os melhores resultados.

As correlações empíricas desenvolvidas para uma partícula individual para a estimativa de  $Nu$ , forneceram os melhores resultados do que aquelas que levam em consideração sua concentração. E observou-se que a aglomeração possui um efeito significativo nas variáveis do secador pneumático, portanto, deve ser levada em consideração.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andrieu, J; Bressat, R. 1982. "Experimental and Theoretical Study of a Pneumatic Dryer". 3rd. Inter. Drying Symp. Birmingham. U. K. pp 10-19.
- Arastoopour, H & Gidaspow, D. 1979. "Vertical Pneumatic Conveying using Four Hydrodynamic Models". Ind. Eng. Chem.Fundam., vol. 18, n. 2.
- Faria, L. 1986. "Estudo Experimental do Secador Pneumático Vertical". Dissertação Mestrado. Campinas: Universidade Estadual de Campinas.
- Haider, A & Levenspiel, A. 1989. "Drag Coefficient and Terminal Velocity of Spherical and Non-spherical Particles". Powder Technology, vol. 58. pp. 63-70.
- Kemp I.c.; Bahu, R. E. 1992. "Modelling Agglomeration Effects in Pneumatic Conveying Dryers". Drying '92. Elsevier Science Publishers B, p. 444-453.
- Kmiec, A. 1986. "Study on Hydrodynamics of Flows in a Pneumatic Flash Dryer. Drying of Solids". Recent International Developments. Editor: A Mujumdar. A Halsted Press Book.
- Özbelge, T. L. 1984. "Solids Friction Factor Correlation for Vertical Upward Pneumatic Conveying". International Journal of Multiphase Flow, vol. 10, n. 4, pp. 459-465.
- Rocha, S. C. dos. S. 1988. "Contribuição ao Estudo da Secagem Pneumática Vertical: Simulação e Influência dos Coeficientes de Transferência de Calor Gás-Partícula". Tese Doutorado. São Paulo: Universidade de São Paulo.
- Strumillo, C; Kudra, T. "Drying: Principles, Applications and Design". Switzerland: Gordon & Breach Science Publishers, S. A. 1986.

## SUMMARY

A global model of the pneumatic dryer is presented. In order to attain this, a comparison between the fluidynamics models of Soo and Gidaspow and some correlations for the  $Nu$  was done. It was, also, verified the influence of the particle-wall interaction and de agglomeration on the drier variables. Our results were compared against Rocha's (1988) and Faria's (1986) simulation results and their respective experimental datas. Good results were obtained with Soo's model, especially in the following range -  $\epsilon$ : 0,999;  $Y$ :  $3,50 \cdot 10^{-2}$  -  $25,66 \cdot 10^{-2}$  kg/kg;  $X$ :  $0,967 \cdot 10^{-2}$  -  $7,47 \cdot 10^{-2}$  kg/kg;  $T_g$ : 104,8 - 189,0 °C;  $T_s$ : 15,9 - 46,3 °C;  $W_s$ : 8,7 - 53,0 kg/h;  $W_g$ : 86,1 - 146,2 kg/h;  $P$ : 95,391 - 95,939 KPa;  $d_s$ : 0,24 - 0,55 mm;  $\rho_s$ : 2,500 - 2,715 kg/m<sup>3</sup>;  $C_{ps}$ : 754,0 - 799,7 J/kg K.



## ANÁLISES ENERGÉTICA E EXERGÉTICA DO SISTEMA DE COGERAÇÃO DA USINA “VALE DO ROSÁRIO”

**Eduardo R. Barreda del Campo**  
 Centro de Eficiência Energética  
 Universidad de Oriente- Cuba  
**Antônio Fernando Bordonal**  
 Usina Vale do Rosário

**Silvia Azucena Nebra**  
 Departamento de Energia  
 FEM - UNICAMP  
**Ricardo Roxo**  
 Usina Vale do Rosário

### RESUMO

*No presente trabalho é feita uma descrição do sistema de cogeração de uma usina açucareira brasileira que fornece excedentes de energia à rede elétrica, calculando-se além das propriedades termodinâmicas dos diferentes fluxos do sistema, os balanços de massa, energia e exergia. É feita uma comparação das eficiências de primeira e segunda lei, mostrando a utilidade desta última na avaliação de um sistema real, e como elemento importante na decisão de melhoras dos esquemas térmicos ao evidenciar os equipamentos de maiores irreversibilidades e conseqüentemente a perda de oportunidades de geração de energia elétrica.*

### INTRODUÇÃO

Embora a cogeração seja conhecida desde o século passado, sua difusão é relativamente recente. Esta tecnologia teve uma grande aceitação no setor sucro - alcooleiro, em razão da sua adequação: o combustível utilizado é um rejeito de fabricação e os “produtos”: vapor e energia elétrica, são utilizados no próprio processo. O fato que o combustível do sistema seja um rejeito de fabricação faz com que energia elétrica possa ser cogerada no setor, a preço competitivo.

Nestes últimos anos as usinas estão enfrentando um novo desafio: a geração de energia elétrica para venda externa. Esta questão, colocada também a nível internacional (Villada Duque, 1996), inclui desdobramentos tais como a necessidade de um gerenciamento melhor do sistema de cogeração na planta, incluindo o controle de custos (Barreda del Campo,

Carqueira and Nebra, 1997) e também a pesquisa de novas tecnologias na combustão do bagaço (Souza Santos, 1997a; McBurney and Mc Burney, 1997), assim como na própria geração de energia elétrica (Ogden et al., 1990; Bridgwater, 1995; Souza Santos, 1997b; Larson, 1993).

Com o intuito de contribuir a um melhor gerenciamento de sistemas já em funcionamento, é realizada neste trabalho uma análise de primeira e segunda lei do sistema de cogeração da Usina “ Vale do Rosário”, situada na Fazenda Invernada, Morro Agudo, São Paulo.

O trabalho visa identificar as fontes de maiores irreversibilidades do sistema, assim como estabelecer uma comparação com outros sistemas de cogeração descritos na literatura na base de figuras de mérito características da tecnologia de cogeração.

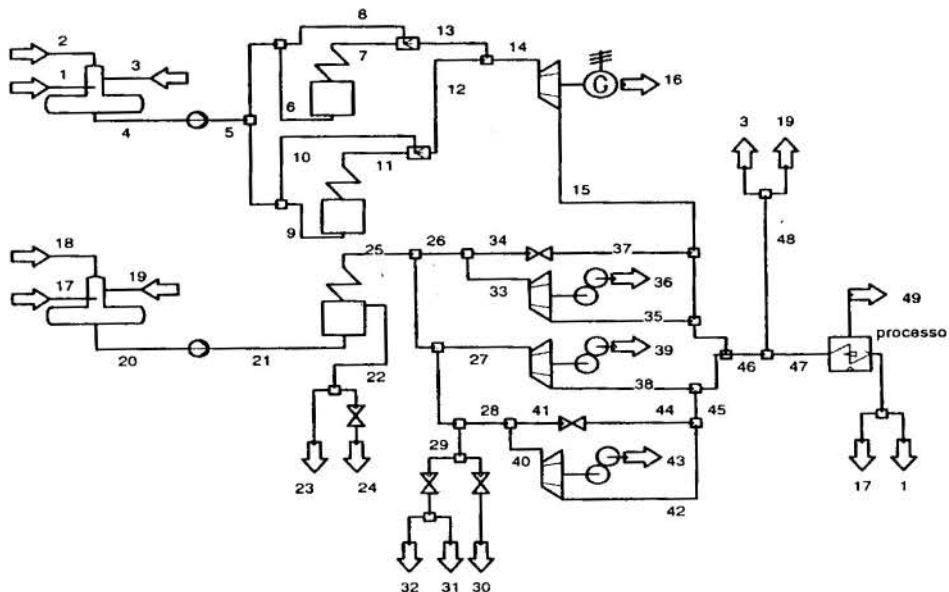


Figura 1- Esquema simplificado do sistema de cogeração .

## DESCRIÇÃO DA INSTALAÇÃO

Os dados desta descrição correspondem às instalações em funcionamento durante o ano de 1997.

O sistema de cogeração (Figura 1) objeto de nossa análise, é constituído pelos subsistemas de: geração de vapor, de energia elétrica e de energia mecânica (moendas). A geração de vapor, possui sete caldeiras, cinco delas, consideradas de média pressão ( 2,06 MPa man., 300 °C ), estas caldeiras foram indicadas na Fig 1 como se fossem uma única. Elas alimentam as turbo moendas e turbobombas do sistema de média pressão e que fornecem a maior quantidade de vapor para processo, assim como para outros consumidores tais como o sistema de hidrolização do bagaço, utilizado depois como matéria prima na elaboração de alimento animal, a secagem de levedura, levedura termolizada com vapor superaquecido, assim como centrifugas, secadores de açúcar e cocedores a vácuo com vapor saturado. As outras duas caldeiras, consideradas de alta pressão ( 4,3 MPa man., 430 °C), são destinadas a fornecer vapor para o sistema de geração de energia elétrica e a turbobomba do sistema de alta.

O sistema de geração de eletricidade é formado por cinco turbogeradores de 4 MW cada um, tendo-se uma capacidade instalada de 20 MW (este sistema é indicado na Fig 1 como se fosse um único turbogerador). Com esta capacidade a usina é capaz de satisfazer a demanda interna e vender o excedente de sua produção, em torno de 4 MW.

Em termos de processamento, a usina tem uma capacidade de 1000 ton/h de cana, possui três sistemas de moagem, dois deles com seis moendas cada um e por último um difusor. Os três contam com sistema de preparo de cana formados por: picadora, niveladoras e desfibradoras, o difusor tem a mais um sistema para eliminar parte da água contida na cana chamado "rolo desaguador" (todas as moendas trabalham com 2,06 MPa man., 280 °C na entrada e 147 kPa man., na saída). Nos três casos a cana abandona o sistema de moagem com uma umidade de 49 a 51 %.

Do vapor que é enviado ao processo, uma parte dele retorna ao sistema como condensado. O sistema de condensado de alta pressão é formado pelo condensado proveniente do vapor consumido pelos pré- evaporadores , e o condensado do sistema de baixa é formado pelo condensado do vapor vegetal produzido no pré- evaporador. Estes condensados são misturados com a água de reposição nos desaqueadores dos sistemas de alta e baixa respectivamente.

No sistema existem cinco válvulas redutoras de pressão, com o objetivo de ter uma maior flexibilidade operacional do sistema de distribuição de vapor e abastecer as necessidades dos diferentes consumidores. Dois destas válvulas encontram-se no Tandem 1 e no difusor , as quais reduzem a pressão de 2,06 MPa (man) para 147 kPa (man), fornecendo vapor de baixa para processo, as outras três válvulas estão relacionadas com os diferentes consumidores, uma delas reduz de 2,06MPa (man) para 1,67 MPa (man) para fornecer vapor para o hidrolizador de bagaço e as outras duas de 2,06 MPa (man) para 980 kPa (man) para o consumo de vapor das secadoras de açúcar, centrifugas e para o secador de levedura.

## DADOS E SIMULAÇÃO DO SISTEMA

Foram obtidas medições práticas naqueles pontos onde a instrumentação era confiável. Outros dados tiveram que ser assumidos levando em conta a experiência e critérios técnicos dentro do setor, sendo todos os dados posteriormente corroborados através dos balanços de massa e energia. As avaliações foram feitas na base dos dados da safra de 1996, onde era conhecida a produção de vapor das caldeiras, a energia elétrica produzida , assim como o consumo de cada uns dos elementos de preparo de cana e moinhos por tonelada de cana processada. Foi necessário implementar uma metodologia para determinar o consumo de vapor de cada tandem, assim como das turbobombas de água de alimentação do sistema de baixa e alta pressão e os turbogeradores

Tabela 1- Parâmetros dos principais fluxos do sistema

Fluxo	Pressão [Mpa]	Temperatura [ °C ]	Massa [ kg/s ]	Entalpia [ kJ/kg ]	Entropia [ kJ/kgk ]	Ex. Especif. [kJ/kg]
1	24	105,0	36,108	440,26	1,3629	38,47
2	24	25,0	3,415	104,98	0,3669	0,14
3	24	135,0	2,582	2733,62	7,1129	617,45
4	24	126,1	41,633	529,63	1,5929	59,27
5	460	126,9	41,633	536,25	1,5978	64,42
7	440	430,0	19,542	3279,41	6,8242	1249,33
11	440	430,0	19,648	3279,41	6,8242	1249,33
14	440	387,5	39,804	3178,83	6,6766	1192,75
15	24	128,8	39,804	2720,31	7,0801	613,94
17	9,43	97,9	42,129	410,62	1,2842	32,30
18	24	25,0	38,3	104,98	0,3669	0,14
19	24	135,0	9,654	2733,62	7,1129	617,45
20	12	104,8	90,083	529,63	1,5997	57,24
21	225	127,4	90,083	536,58	1,6049	62,64
22	220	217,2	2,809	2799,05	6,3015	924,83
25	215	280,0	84,651	2972,47	6,6447	995,91
29	215	280,0	0,422	2972,47	6,6447	995,91
49	24	161,0	112,675	2788,43	7,2431	633,44

No caso dos turbogeradores, determinou-se inicialmente a eficiência térmica pela primeira lei da termodinâmica, já que são conhecidos os parâmetros do vapor na entrada e saída de cada equipamento, sendo também conhecida a potência gerada em cada um. Logo foi determinado o consumo específico de vapor das turbinas. Para o grupo turbogerador, além da eficiência térmica, teve-se em conta a eficiência do redutor e o gerador.

No caso das turbomoendas, para a determinação do consumo de vapor dos tandens, tinham - se os dados referentes às condições do vapor (t.P) na entrada e saída dos mesmos, para determinar o consumo de vapor, na base dos dados disponíveis determinou-se a razão:  $kg_{vapor}/kW$ , sendo conhecido como dado do fabricante os  $kW/(t\text{ cana moída})$ , com o dado das toneladas de cana processadas em cada um dos elementos, assim como o tempo trabalhado, foi possível obter os  $kg_{vapor}/hr$  consumidos em cada Tandem.

Ficava por definir o consumo de vapor dos diversos consumidores externos (Hidrolizador, levedura termolizada) e outros internos (secadores de levedura, centrifugas, secadores de açúcar e cocedor a vácuo), mostrados na Tabela 2. Neste caso foram utilizados os dados de cada um dos fabricantes dos equipamentos, referentes a consumo específico de vapor, indicado por tonelada de produto, sendo que a quantidade de produto produzida ou processada é controlada na planta.

Para a realização dos balanços de massa e energia foi utilizado o simulador IPSE (Sim Tech Simulation Technology, Graz, Austria), que simula diferentes processos térmicos, que podem ser montados a partir de um banco de diferentes elementos: turbinas, geradores, válvulas, caldeiras, etc. O simulador trabalha com um conjunto de equações clássicas de balanço de massa e energia. O sistema estudado neste trabalho foi montado como pode ser apreciado na Figura 1, mediante a definição dos equipamentos básicos ligados entre si através de linhas de vapor ou água líquida, segundo as propriedades do fluxo que passa por elas.

Tabela 2 - Consumo de vapor dos diversos consumidores externos à planta de cogeração.

Hidrolizador	Levedura termolizada	Secador de Levedura
0.107 [kg/s]	0.0937 [kg/s]	0.221[kg/s]
Centrifugas	Secadores de açúcar	Cocedor a vácuo
2.29 [kg/s].	0.424 [kg/s]	0.0937 [kg/s]

Depois de varias simulações lograram-se os resultados que representam o funcionamento do sistema de cogeração da planta mostrados nas Tabelas 1, 3, 4 e 5.

Tabela 3 - Parâmetros das Turbomoendas

Equipo	$\eta_{mt}$ %	$\eta_{st}$ %	$\eta_r$ %	$\eta_m$ %	pot moinho [kW]
Tandem I	98.0	42.0	95.0	98.0	3491.386
Tandem II	"	"	"	"	3479.744
Difusor	"	"	"	"	2302.36

Tabela 4 - Parâmetros das turbobombas

Equipo(turbo-bombas)	$\eta_{mt}$ %	$\eta_{st}$ %	$\eta_b$ %	$\eta_{mb}$ %	pot. [kW]
bomba de baixa	99.0	55.0	70.0	99.0	633.0
bomba de alta	96.0	55.0	70.0	96.0	287.378

Tabela 5 - Parâmetros dos Turbogeneradores

Equipo	$\eta_m$ %	$\eta_{st}$ %	$\eta_{eg}$ %	$\eta_{mg}$ %	pot [kW]
TG1 a TG4	96.0	74.0	95.0	96.85	3223.759
TG5	"	"	"	"	3225.533

O próximo passo foi calcular o consumo de bagaço das caldeiras, para isso levaram-se em conta os fluxos de vapor saturado e superaquecido gerados, as extrações contínuas para manter o nível de concentração de sais, o PCI do bagaço (7655 kJ/kg) e as eficiências das mesmas, adotando-se 77 %. O resultado obtido foi que o consumo total de bagaço foi de 1078430 t/safra, sendo o excedente de 128682.85 t/safra o que representa 10,66 % do bagaço produzido.

### EFICIÊNCIAS DE PRIMEIRA E SEGUNDA LEIS DA TERMODINÂMICA

Foi definida a eficiência de primeira lei para cada um dos equipamentos fundamentais do sistema: turbomoendas, turbogeradores e turbobombas, de acordo com a primeira lei como:

$$\eta = \frac{W_{MEC}}{m_v \times \Delta h_{ISO}} \quad \text{ou} \quad \frac{W_E}{m_v \times \Delta h_{ISO}} \quad (1)$$

Os resultados são mostrados a seguir na Tabela 6.

Para a eficiência de Segunda Lei destes equipamentos foram utilizadas duas definições: a "racional" ( $\Psi'$ ), discutida por Kotas (1985), e a definição que inclui as perdas mecânicas de transmissão ( $\Psi$ ). Ambas reportadas na Tabela 6.

O cálculo destas exergias foi feito mediante a Eq.(2), onde primeiro é necessário definir um estado de referência que em nosso caso foi o de água líquida a 25 °C e 101.3 kPa. :

A equação para o cálculo da exergia é:

$$E_X = h - h_o - T_o(s - s_o) \quad (2)$$

A definição de eficiência "racional" (Kotas, 1985) é:

$$\Psi' = \frac{\Delta H_{REAL}}{E_{X_1} - E_{X_2}} \quad (3)$$

Ou incluindo as perdas de transmissão mecânica:

$$\Psi = \frac{W_E}{E_{X_1} - E_{X_2}} \quad \text{ou} \quad \Psi = \frac{W_{MEC}}{E_{X_1} - E_{X_2}} \quad (4)$$

Tabela 6 - Eficiências de Primeira e Segunda Lei para os turbo-acionados

Equipamento	$\eta$	$\Psi$	$\psi$
Turbogeradores	65.0	79.0	69.0
Turbomoendas (Tanden I e II)	38.3	49.4	45.1
Preparo e Rolo desag.(Difusor)	35.3	49.4	45.1
Turbobomba de alta	52.7	63.0	60.0
Turbobomba de baixa	54.5	62.0	61.5

A eficiência de primeira lei resulta menor que a de segunda lei nestes casos devido a que para ambas eficiências o numerador é o mesmo, mas no caso da de primeira lei o denominador considera um salto térmico ideal, que numericamente é maior que a variação do fluxo de exergia real no equipamento, ou seja, as condições de comparação na definição de eficiência segundo a primeira lei para estes equipamentos, são mais restritivas que no caso da segunda lei

No caso das caldeiras a eficiência "racional" de Segunda Lei é calculada considerando no numerado a diferença das exergias dos fluxos de vapor (e água de extração) que saem, menos o de água que entra, e no denominador, a exergia do bagaço alimentado:

$$\eta = \frac{Ex_{VSC} + Ex_{VS} + Ex_{EXT,CON} - Ex_{AGUA,ENT}}{Ex_{BAG}} \quad (5)$$

A exergia do bagaço foi calculada segundo a equação proposta por Szargut.(1988), que leva em conta a umidade do bagaço (conteúdo de água em estado líquido):

$$Ex_{BAG} = \beta(C_I + LZ_W) + Ex_W Z_W \quad (6)$$

O valor da exergia calculada foi de  $E_{NBAG} = 10259.335$  kJ/kg. As eficiências para as caldeiras são mostradas a continuação.

Tabela 7 - Comparação das eficiências de Primeira e Segunda Lei para as caldeiras.

Equipamento	$\eta$	$\Psi$
Caldeira I, III, IV e V (Baixa Pressão)	77.0	22.0
Caldeira II (Baixa pressão)	77.0	22.1
Caldeira VI e VII (Alta Pressão)	77.0	24.8

A grande diferença entre ambas eficiências na Tabela 7 é devida a suas próprias definições: a eficiência de primeira lei é definida como o calor útil absorvido pelo vapor em relação ao calor desprendido pelo combustível. Já no caso da segunda lei, ela pode ser interpretada como a relação entre a potência teórica máxima que poderia ser extraída do vapor que sai da caldeira e a exergia do bagaço.

A eficiência de segunda lei põe em evidência as irreversibilidades o perdas que acontecem desde a liberação do calor pelo combustível durante o processo de combustão, que é claramente irreversível, até que seja absorvido pela água. De toda a potencialidade de geração de trabalho (exergia) contida no combustível, a mesma perde-se através das trocas irreversíveis de calor, dadas fundamentalmente pela grande diferença de temperatura entre os gases de combustão e a água nos tubos da caldeira, além das perdas produto da diferença de temperatura entre os gases quentes e

o meio e os gases quentes e o vapor no caso que exista também vapor superaquecido. A segunda lei, no caso das caldeiras enfatiza e infere onde o homem pode atuar para diminuir estas perdas e elevar estas eficiências, seja melhorando o processo de combustão, ou a troca de calor mediante limpeza de superfícies de troca ou a elevação dos parâmetros de geração do vapor. Mais ela é também muito clara, ainda tendo condições ideais de operação das caldeiras o máximo (teórico) que poderá ser aproveitado da energia contida no bagaço para a produção de potência elétrica, nas condições atuais será, no caso das caldeira de baixa, 22 %, e no caso das caldeiras de alta, 25 %.

#### CRITÉRIOS DE DESEMPENHO BASEADOS NA PRIMEIRA LEI DA TERMODINÂMICA

Com a finalidade de comparar um sistema de cogeração de uma usina suco - alcooleira com outros tipos de sistemas, foram calculados alguns critérios de desempenho, seguindo a proposta de HORLOCK (1987).

O Fator de Utilização de Energia (FUE), é dado por:

$$FUE = \frac{W_{ELET} + W_{TB,ALTA} + W_{TB,BAIXA} + W_{TAN,I} + W_{TAN,II} + W_{DP} + Q_{U,SIST}}{(m_{CI-VII} \times PCI)} \quad (7)$$

Este parâmetro seria uma eficiência de primeira lei do sistema como um todo.

Um parâmetro apresentado por HUANG ( 1996 ) refere-se à economia de energia de combustível (Índice de Poupança de Energia), obtida por sistemas de cogeração em comparação a plantas convencionais que produzem separadamente energia elétrica e térmica. Este índice é definido pela sigla ESI. Para o caso de nosso sistema este índice fica definido como:

$$ESI = \frac{m_{CI-VII} \times PCI}{W_{ELET} + W_{MEC} + Q_{U,SIST}} \quad (8)$$

$$\eta_{TERM} \quad \eta_{CALD}$$

Sendo que para as eficiências dos sistemas de comparação foram adotados os valores  $\eta_{TERM} = 0.4$ ,  $\eta_{CALD} = 0.77$  e o calor útil calculado para o sistema,  $Q_{U,SIST} = 284682.81$  kW.

Então a razão de poupança de energia do combustível é definida como:

$$RPEC = 1 - ESI \quad (9)$$

Outro parâmetro apresentado, e baseado no conceito de Combustível Destinado à Produção de Potência (FCP), que é definido simplesmente como a razão de combustível para processo em relação à potência produzida (elétrica e/ou mecânica) e é dado por :

$$FCP = \frac{(m_{CI-VII} \times PCI) - Q_{U,SIST}}{W_{ELET} + W_{MEC}} \quad (10)$$

Então a eficiência de geração de potência para o sistema define-se como:

$$E = \frac{1}{FCP} \quad (11)$$



No livro "Cogeneration-Combined Heat and Power (CHP)" (Horlock, 1987) é dedicado o capítulo 2 à discussão destes critérios ou índices para diferentes tipos de sistemas e são mostrados alguns dos valores destes coeficientes para diversos casos. Na Tabela 8 a continuação constam alguns deles junto aos correspondentes ao sistema analisado neste trabalho.

Tabela 8 - Critérios de desempenho de sistemas térmicos.

Exemplo	FUE	1/FCP ( E )	RPEC	FCP
Planta de extração condensação	0.48	0.43	0.057	2.33
Planta de contra - pressão	0.85	0.75	0.235	1.33
Turbina a gás com caldeira de recuperação	0.85	0.77	0.265	1.30
Ciclo combinado com sistema de contra - pressão	0.82	0.75	0.318	1.33
<b>Usina "Vale do Rosário"</b>	<b>0,75</b>	<b>0,57</b>	<b>0,046</b>	<b>1,76</b>

Como pode-se observar nesta Tabela 8 o fator de utilização da energia (FUE), do sistema analisado neste trabalho é ligeiramente inferior ao dos sistemas expostos à exceção da planta de extração - condensação, isto é devido fundamentalmente a que nas plantas expostas, as caldeiras são de combustível líquido, cuja eficiência é muito maior que as caldeiras que queimam bagaço.

No caso da eficiência na geração de potência ( E ), de 57 %, também é mais baixa, mais este valor reflete o fato que um sistema de cogeração de uma usina açucareira tem um perfil completamente diferente aos outros, sendo que uma boa parte da energia disponível é utilizada na produção de vapor, o que se vê claramente no índice FCP, muito maior que nos outros tipos de sistemas de cogeração. Por esta mesma razão o valor do índice (PHR), para sistemas de cogeração definido pela relação entre a quantidade de potência elétrica e/ou mecânica produzida e o calor destinado ao processo, no caso desta planta foi de 0,095.

No caso da poupança de energia do combustível (RPEC), observa-se uma economia de 4,6 % no combustível em relação a sistemas que produzem separadamente potência e calor, o que justifica uma vez mais as vantagens da cogeração neste caso. Outra vez, este índice é mais baixo que nos outros tipos de sistemas em razão do perfil diferente deste, mais voltado à geração de vapor (calor) que energia elétrica, que em razão de utilizar um combustível menos "nobre" apresenta uma menor eficiência nas caldeiras.

## CONCLUSÕES

Uma metodologia de análise de sistemas de cogeração foi apresentada, aplicada ao caso da Usina Suco - Alcooleira "Vale do Rosário". Esta Usina embora tenha características típicas do Setor, inclui alguns equipamentos que podem ser considerados "de tecnologia avançada" em relação à média, como caldeiras com pressão de 4,30 MPa e o uso do difusor substituindo moendas.

Os resultados obtidos põem de manifesto alguns aspectos importantes no gerenciamento destes sistemas: no conjunto, a eficiência das caldeiras têm uma grande importância no

desempenho global, uma alta eficiência (de primeira lei) é condição necessária. Outro aspecto é a necessidade de instrumentação adequada, para o monitoramento do funcionamento dos equipamentos, particularmente as caldeiras e turbinas.

As eficiências de segunda lei obtidas põem de manifesto a limitação do nível de pressão da caldeira para a geração de energia elétrica: incremento substancial na geração só poderá ser obtido com a elevação dos níveis de pressão praticados. As baixas eficiências dos acionamentos mecânicos diretos, via turbinas de menor porte, põem de manifesto a questão das perdas energéticas (e exergéticas) neles; considerando apenas aspectos termodinâmicos, a sua substituição por acionamentos com motores elétricos de boa eficiência seria aconselhável, embora nestes casos seja necessário discutir custos também.

Finalmente, com o objetivo da energia elétrica vir a ser um "produto" a mais da planta, uma análise do processo de fabricação de açúcar e álcool visando a redução de consumo de vapor, se faz necessária, com o intuito de aproveitar a maior quantidade de bagaço que sobraria, na geração de energia elétrica.

## NOMENCLATURA

$e_{ex}$	- Exergia específica
$EX_1$	- Fluxo de exergia na entrada
$EX_2$	- Fluxo de exergia na saída
$h$	- Entalpia do vapor ou da água nas condições do processo
$h_0$	- Entalpia de referência
$kg_v$	- Kilogramas de vapor
$m_{Cl-VII}$	- fluxo total de bagaço consumido pelas caldeiras
$m_{Cl-VII}$	- fluxo total de bagaço consumido pelas caldeiras
$Q_U$	- Calor útil
$s$	- Entropia do vapor ou da água nas condições do processo
$s_0$	- Entropia de referência
$t_c$	- Tonelada de cana
$\eta$	- Eficiência
$W$	- Potência
$\Delta h_{iSO}$	- Salto térmico isoentálpico.
$\Delta H_{REAL}$	- Salto térmico real
$\beta$	- É uma razão que é função das frações em massa de hidrogênio, carbono, oxigênio e nitrogênio presentes no bagaço

## SUBÍNDICES

AGUA.ENT	- água na entrada da caldeira
$b$	- bombeamento
BAG	- bagaço consumido na caldeira
CALD	- caldeiras
E	- elétrica
EXT CON	- extrações contínuas
eg	- gerador elétrico
MEC	- mecânica
mb	- mecânica da bomba
mg	- mecânica do gerador
mt	- mecânica da turbina
r	- redutor
SIST	- sistema
SI	- Isoentrópica da turbina
TAND	- Tandem
T B ALTA	- Turbobomba de alta pressão
T B BAIXA	- Turbobomba de baixa pressão
TERM	- térmica
VSC	- vapor superaquecido
VS	- vapor saturado
$\eta_m$	- Eficiência do moinho

## ABSTRACT

A description of the cogeneration system of a Brazilian Sugar Industry is made in this work, which furnishes surplus of electric energy to the grid. The thermodynamic properties of the flux of the system are calculated, besides the mass, energy and exergy balances. A comparison is done, between the first and second law efficiencies, showing the convenience of the latest one in the evaluation of a real system, as an important point in the decision of improvements in the thermal schemes pointing out the equipments that present more irreversibility and consequently the lost of opportunities of electric energy generation.

## REFERÊNCIAS

Barreda del Campo, Cerqueira and Nebra. 1997, "Thermoeconomic Analysis of The Cogeneration System of a Cuban Sugar Cane Mill". Proceedings of FLOWERS'97. Florence World Energy Research Symposium "Clean Energy for the New Century", July 30 - August 1.

Bridgwater, A. V., 1996, "The Technical and Economic feasibility of Biomass Gasification for power Generation" Fuel, Vol 74, No 5, pp 631 - 653

Horlock, J. H., 1987, "Cogeneration - Combined Heat and power (CHP)" Krieger Publishing Company, Malabar, Florida.

Huang, F. F., 1996, "Performance Assessment Parameters of a Cogeneration System", Proceedings of ECOS'96. Efficiency, Costs, Optimization, Simulation and Environmental Aspects of Energy Systems, June 25 - 27, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden.

Kotas, T. J., 1985, "The Exergy Method of Thermal Plant Analysis". Butterworths, London.

Larson, E. D., 1993, "Technology for Electricity and Fuels from Biomass", Annu Rev. Energy Environ. 18, pp 567 - 630

McBurney, B and McBurney, J. C., 1997, "Designing Bagasse Fired Boilers for Low Emissions". Int. Sugar Jnl., 1997, Vol. 99, No. 1178

Ogden, J. M., et al., 1990, "Cogeneration Applications of Biomass Gasifier/Gas Turbine Technologies in the Cane Sugar and Alcohol Industries", Proceedings of the Conference held at the Massachusetts Institute of Technology Cambridge, Massachusetts, March 26 - 28.

Souza-Santos, M. L., 1997a, "A Study on Pressurized Fluidized-Bed Gasification of Biomass Through the Use of Comprehensive Simulation". Accepted by the "Fourth International Conference on Technologies and Combustion for a Clean Environment", 7 - 10 July, 1997, Lisboa, Portugal

Souza-Santos, M. L., 1997b, "Use of Comprehensive Simulation for a Study on Fluidized-Bed Gasification of Sugar-Cane Bagasse" Paper accepted for the XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 8 - 12 de Dezembro, 1997, Bauru, SP, Brasil

Szargut, J., Morris, D. R. And Steward, F. R., 1988, "Exergy Analysis of Thermal, Chemical, and Metallurgical Processes", Hemisphere publishing Corporation.

Villada, D.F., 1996, "Modelo Económico de Optimización Energética para Cogeneración en un Ingenio Cañero" Int. Sugar Jnl., Vol. 98, No. 1169

## SISTEMA AUTOMATIZADO PARA AVALIAÇÃO DE CENTRAIS HIDRELÉTRICAS

Geraldo L. Tiago Filho, Augusto N. C. Viana & Eraldo C. dos Santos.

Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Laboratório Hidromecânico para Pequenas Centrais Hidrelétricas - EFEI / LHPCH. Av. BPS, 1303, Bairro Pinheirinho, 37500 - 000, Itajubá – MG – Brasil, e-mails: [tiago@iem.efei.rmg.br](mailto:tiago@iem.efei.rmg.br); [augusto@iem.efei.rmg.br](mailto:augusto@iem.efei.rmg.br); [eraldo@iem.efei.rmg.br](mailto:eraldo@iem.efei.rmg.br)

### RESUMO

O presente trabalho visa apresentar o desenvolvimento de um sistema automatizado para avaliação de centrais hidrelétricas – SACH, que realiza o monitoramento e avalia as condições de funcionamento e operação de centrais, através de ensaios de recepção de seus grupos geradores. O sistema utiliza modernas técnicas de aquisição de dados e realiza uma interface entre os instrumentos de medição (transdutores de sinais, sensores e medidores) e um computador, que compões o sistema. O SACH foi desenvolvido com objetivo específico de fornecer a curva de recepção destes grupos em tempo real e interativo em forma de gráfico e tabelas, de maneira a validar o sistema desenvolvido. O mesmo foi aplicado em uma bancada de ensaios em laboratório e o resultado final é apresentado no decorrer do trabalho.

### INTRODUÇÃO

Tradicionalmente os testes e ensaios em máquinas hidráulicas tem sido feito através de instrumentos e procedimentos operacionais manuais, ou seja, a pressão lida em manômetros de Bourdon ou manômetro de coluna d'água ou de mercúrio; a rotação, do conjunto gerador, é feita por meio de um tacômetro digital ou de contato; a vazão por meio de sondas de Pitot, molinetes ou vertedores. Estes procedimentos para atender as exigências de precisão das normas, requerem a repetição de uma mesma medida várias vezes, o que causa uma demora considerável para a consolidação de apenas um ponto na curva de recepção do ensaio.

Entretanto, com o avanço tecnológico atual e o desenvolvimento de aplicativos específicos, os processos manuais tendem a ser substituídos por procedimentos automatizados que processam as leituras dos dados em maior quantidade, menor tempo e custo. Pois, com uso de sistema informatizado existem vantagens como: a velocidade de aquisição, armazenamento e processamento de grande número de dados e, conseqüentemente, menor incerteza por ponto. Assim sendo, torna-se necessário a utilização de instrumentos elétricos / eletrônicos, como: sensores, transdutores e medidores, para a obtenção dos sinais dos instrumentos em tempo real, onde pode-se acompanhar todos os fenômenos transitórios no momento do ensaio. Contudo, esta técnica apresenta alto custo que aumenta proporcionalmente ao grau de incerteza do instrumento. Além do que, os instrumentos necessitam ser calibrados e/ou recalibrados de acordo com padrões existentes, no início de cada ensaio no local onde os mesmos serão utilizados, para que exista maior credibilidade das suas informações.

Será descrito todas as características para o desenvolvimento de um sistema computacional para a aquisição de dados em uma central em pleno funcionamento. Inicialmente será dada uma breve noção da bancada de ensaios do laboratório, em seguida serão mostrados os procedimentos operacionais (equacionamento e o sistema), para obtenção das diversas grandezas envolvidas na avaliação de uma central hidrelétrica e no final serão mostrados os resultados dos ensaios no laboratório e conclusões iniciais do trabalho.

### EQUACIONAMENTO PARA OBTENÇÃO DA CURVA DE RECEPÇÃO E DESCRIÇÃO DOS INSTRUMENTOS

A curva de recepção e/ou de comissionamento de grupo hidrogerador que tem como objetivo mostrar o rendimento do grupo gerador em função da variação da potência gerada e obtida com o conjunto gerador a rotação e queda constantes e é apresentada na forma: rendimento total,  $\eta_t$  [%] versus vazão,  $Q$  [ $m^3/s$ ], conforme mostra a curva de recepção esquematizada na Figura 1.

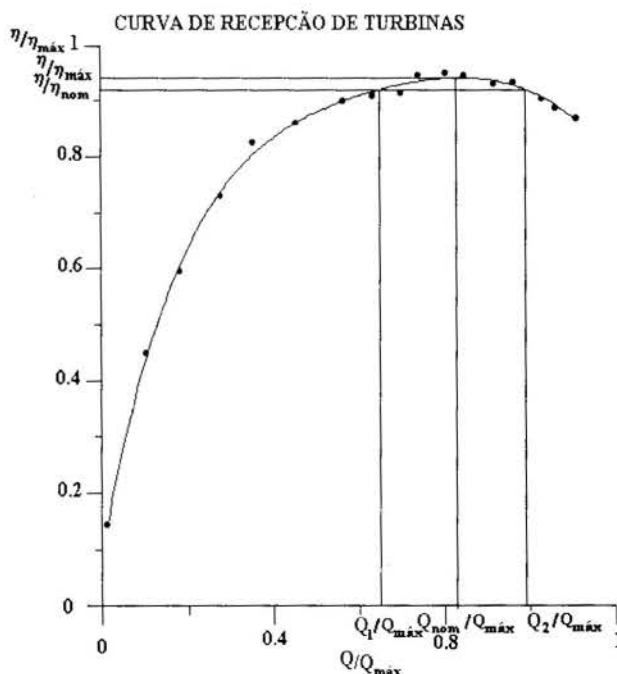


Figura 1 – Curva de recepção de turbinas

Uma aplicação deste gráfico é verificar se o equipamento atende as condições nominais de rendimento máximo.  $\eta_{\max}$  [%] e vazão nominal,  $Q_{\text{nom}}$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ], garantidas pelos fabricantes. Também permite definir a faixa operacional de funcionamento, vazão mínima operacional,  $Q_1$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ] e vazão máxima operacional,  $Q_2$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ], do grupo gerador em função de um decréscimo admissível do rendimento,  $\Delta\eta_{\text{adm}}$  [%].

Ensaio periódico de recepção permitem o acompanhamento do rendimento de grupos hidrogeradores e, conseqüentemente, detectar a ocorrência de prováveis problemas.

Conforme esquematizado na Figura 2, nos ensaios de recepção as grandezas medidas são: vazão de admissão da turbina,  $Q$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ], rotação da turbina,  $n$  [rpm], posição do ângulo de abertura do distribuidor da turbina,  $\alpha$  [°], carga estática na entrada da turbina,  $H_e$  [mca], altura de sucção,  $H_s$  [mca], nível d'água a jusante da turbina,  $z$  [m], posição dos instrumentos em relação ao eixo da turbina,  $a$  [m] e potência elétrica do gerador,  $P_{el}$  [kW]. Em posse desses valores, calcula-se a carga estática total ou altura de queda líquida,  $H$  [m.c.a.], potências hidráulicas  $P_h$  [kW], e de eixo  $P_{\text{eixo}}$  [kW], rendimento do grupo gerador,  $\eta_{gg}$  [%].

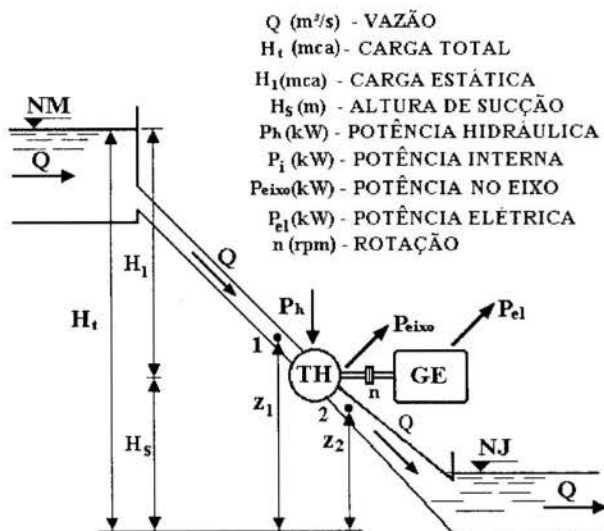


Figura 2 – Grandezas medidas em um ensaio de recepção de turbinas.

Além destas, há necessidade de determinar algumas grandezas auxiliares, que dependem das condições do local do ensaio, como: massa específica da água,  $\rho_{\text{água}}$  [ $\text{Kg}/\text{m}^3$ ], que é calculada em função da temperatura do ar,  $T_{\text{ar}}$  [°C] e da temperatura média da água,  $T_{\text{méd}}$  [°C]; aceleração da gravidade local,  $g$  [ $\text{m}/\text{s}^2$ ], calculada em função da altitude,  $Z$  [m], da latitude do local do ensaio,  $\varpi$  [°] e da pressão barométrica local,  $P_{\text{bar}}$  [mmHg].

A seguir são descritos os procedimentos e instrumentos usados na medição informatizada dos parâmetros de ensaio obtidos através do sistema de aquisição desenvolvido no presente trabalho.

### Vazão

A vazão de adução da turbina,  $Q$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ], é um dos parâmetros de maior dificuldade de medição em ensaio, tanto no

laboratório quanto em campo, mesmo existindo diversos métodos para a medição desta grandeza.

Nos sistema desenvolvido, devido ser um instrumento portátil de medição, sua flexibilidade e facilidade de instalação, optou-se pela utilização de um medidor de vazão por ultrassom, extrusivo, que deve ser instalado na tubulação de adução existente, caso a mesma apresente as condições adequadas, conforme mostrado na Figura 3, na qual o medidor está instalado em uma tubulação de 2", existente no laboratório.

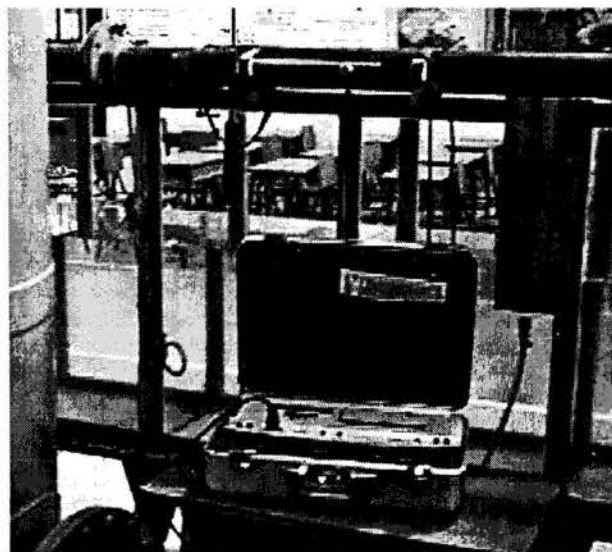


Figura 3 - Medidor de vazão ultrassônico instalado na bancada do LIHC.

O aparelho utiliza dois transmissores / receptores de ultrassom, com habilidade de transmitir e receber sinais, que são fixados em lados opostos da tubulação. Através da emissão de ondas no tempo e considerando todas as características da tubulação usada, como diâmetro externo, espessura da parede, espessura do revestimento, bem como as velocidades sônicas do tipo de fluido, do material da tubulação e do revestimento, mede-se a vazão em função de parâmetros pré - estabelecidos.

Neste instrumento, pode-se obter a vazão através de duas formas, a primeira é a leitura direta no visor do medidor e a segunda é se registrar os sinais de saída do medidor, que pode ser em corrente, em frequência e impressos por uma saída RS232. O sinal, após processado, fornece os valores de vazão da tubulação.

Entretanto o ultrassom extrusivo, é um instrumento que apresenta uma faixa de erro grande, em torno de 3 a 5 % (valores fornecidos pelo fabricante do instrumento) e que podem aumentar na programação das características da tubulação. Por esta razão, para a validação das medidas, há necessidade de comparar as grandezas com um padrão. No campo isso nem sempre é possível, o que se propõe é, nas centrais, utilizar o método de Gibson para convalidar as medidas efetuadas. Trata-se de um método desenvolvido com base no fenômeno do golpe de ariete (Bortoni, 1997), onde far-se-á uma rejeição da carga a 10 % posição de abertura do distribuidor da turbina, mede-se o transitório hidráulico em dois pontos distintos da tubulação forçada e, por procedimento de integração obtém-se a vazão no instante anterior ao fechamento do distribuidor.

Uma outra possibilidade para obtenção desta grandeza é a utilização de molinetes que, através da medição da velocidade de giro do rotor, fornece a velocidade do fluxo em um determinado ponto da seção. Após várias medidas em posições pré -



determinadas, calcula-se a vazão da seção do tudo, canal ou câmara de carga da central.

### Carga Total

Para obtenção da carga total ou altura de queda líquida, que é a pressão em metros de coluna de água,  $H$  [mca], utiliza-se a equação da energia (1), em função da vazão da adução da máquina, diâmetros de entrada e saída da turbina e nível de jusante da máquina,  $Z$  [m]. Esta grandeza é a soma das alturas (cargas) potencial, piezométrica e dinâmica em uma determinada seção (ABNT - 228, 1974).

$$H = \frac{P_1}{\rho_{H_2O} \cdot g} + (Z + a - y) + \left[ \frac{8 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot g \cdot D_1^5} \cdot \left( 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^4 \right) \right] \pm e_H \quad [\text{mca}] \quad (1)$$

A primeira parcela da Eq. (1), referente a carga estática, que é medida seguindo as especificações das normas ABNT NB - 228 (1974) e NBR - 10280 (1988), utilizando-se um transdutor de pressão, instalado na tomada de pressão na entrada da turbina, como visto na foto da Figura 4. Este instrumento é caracterizado por sua construção baseada em um sensor piezoresistivo em estado sólido, ou seja, um semicondutor em miniatura responsável pela saída de sinais de tensão em milivolts proporcional a pressão aplicada. O sinal emitido é conduzido até a placa de aquisição e processado pelo sistema de avaliação de centrais hidrelétricas.

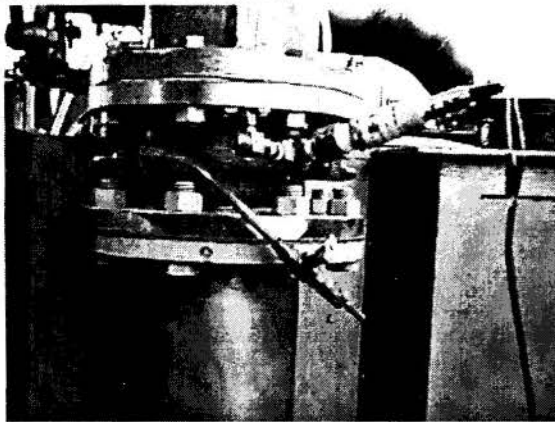


Figura 4 - Transdutor de pressão instalado na tomada de pressão da turbina.

A segunda parcela da Equação (1) expressam a altura potencial ou carga de posição,  $Z$  [m]; cota de posição do instrumento de medida,  $a$  [m], são medidos na instalação e, o nível de jusante,  $y$  [m], obtido por um transdutor de nível. A parcela referente a vazão,  $Q$  [m³/s] é medida pelo ultrassom ou pelo molinete. Os diâmetros da seção de entrada da turbina,  $D_1$  [m] e saída do tubo de sucção,  $D_2$  [m], são fornecidos pelo projeto da máquina. E a última parcela referente ao erro percentual da carga total,  $e_H$  [mca], dado em função dos desvios padrões das medidas e da equação de calibração dos instrumentos é calculada pelo sistema desenvolvido.

### Potência Hidráulica

A partir dos valores da vazão e da carga total ou altura de queda líquida calcula-se a potência hidráulica,  $P_h$  [kW], da turbina conforme a Eq. (2).

$$P_h = \rho_{H_2O} \cdot g \cdot Q \cdot H \cdot 10^{-3} \quad [\text{kW}] \quad (2)$$

Onde  $\rho_{H_2O}$  é a massa específica da água, calculada de acordo com a Eq. (3), de Herbst e Rögener (IEC - 41, 1991), expressa em função da temperatura média da água,  $t_m$  [°C], medida no início e no final de cada ensaio por termopares ou por termômetro de ponta.

$$\rho_{H_2O} = 1000,14 + 0,0094 \cdot t_m - 0,0053 \cdot t_m^2 \quad [\text{kg/m}^3] \quad (3)$$

A aceleração da gravidade local,  $g$  [m/s²], é função da latitude,  $\varpi$  [°] e da altitude,  $z$  [m], central, obtida em levantamentos de cartas geográficas ou por GPS e é calculada pela Eq. (4), de acordo com a norma IEC - 41 (1991).

$$g = 9,7803 \cdot (1 + 0,0053 \cdot \text{sen}^2 \varpi) - 3 \cdot 10^{-6} \cdot z \quad [\text{m/s}^2] \quad (4)$$

### Potência de Elétrica

A determinação desta grandeza pode ser feita de duas maneiras: a primeira ocorre a partir da aquisição de dados e pré - processamento dos sinais, por transdutores de potência elétrica ativa e reativa, visto na Figura 5, instalados no quadro elétrico da central. A segunda é através da leitura direta nos Wattímetros, em conexão Aron, instalados no barramento do quadro de comandos da central.

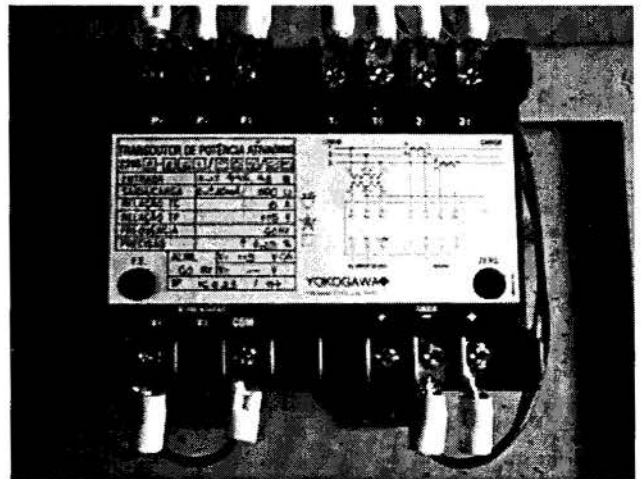


Figura 5 - Transdutor de potência elétrica ativa.

### Rendimento Elétrico

Nos ensaios de recepção realizados no laboratório, o rendimento elétrico foi calculado em função da potência elétrica gerada,  $P_{el}$  [kW], e que foi obtida pelo transdutor de potência ativa, em função do fator de potência do gerador,  $\cos \phi$ , mostrado na Figura 5.

Para o laboratório foi determinada a equação da curva do rendimento elétrico, do gerador, em função da potência elétrica gerada, pela regressão dos pontos obtidos nos ensaios eletrodinâmicos do gerador que resulta nas curvas de funcionamento do equipamento, Figura 6.

Oteve-se a regressão polinomial da curva do rendimento elétrico adotando-se um fator de potência unitário,  $\cos \phi = 1$  e pela interpolação dos pontos digitalizados da mesma, Eq. (5).

$$\eta_{el} = \frac{\left[ \frac{A + B \cdot P_{el} + C \cdot P_{el}^2}{1 + D \cdot P_{el} + E \cdot P_{el}^2} \right]}{100} \quad [\%] \quad (5)$$

Onde **A**, **B**, **C**, **D** e **E** são os coeficientes da curva para o gerador elétrico da bancada ensaiada, sendo os seus respectivos valores iguais a:  $A = 52,940236$ ;  $B = 39,760809$ ;  $C = 1,590042$ ;  $D = 0,20357539$  e  $E = 0,044816703$ .

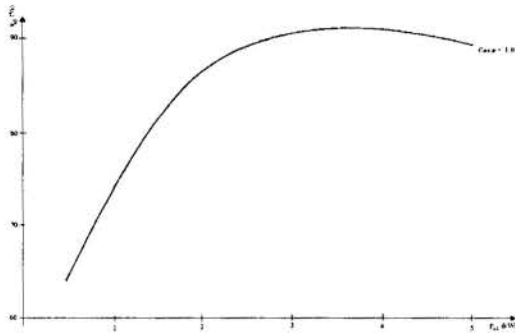


Figura 6 – Curva do gerador elétrico ensaiado no laboratório.

### Potência de Eixo

A potência de eixo da turbina,  $P_{eixo}$  [kW], é calculada de acordo com a Eq. (6), e depende do fornecimento do rendimento elétrico do gerador,  $\eta_{el}$  [%].

$$P_{eixo} = \frac{P_{el}}{\eta_{el}} \quad [kW] \quad (6)$$

### Rendimento do Grupo Gerador

Para instalações onde tem-se conhecimento dos valores da potência de eixo e da potência hidráulica, por processos manuais ou automatizados, calcula-se o rendimento total da turbina,  $\eta_t$  [%], pela Eq. (7).

$$\eta_t = \frac{P_{eixo}}{P_h} \cdot 100 \quad [\%] \quad (7)$$

Quando não se tem nenhuma informação do gerador, determina-se o rendimento total do grupo gerador, que é calculado em função da potência hidráulica da turbina, Eq. (2), e da potência elétrica gerada, obtida pelo transdutor de potência ativa, conforme Eq. (8).

$$\eta_{gg} = \frac{P_{el}}{P_h} \cdot 100 \quad [\%] \quad (8)$$

### Rotação

É obtida através da média das leituras feitas diretamente por um tacômetro óptico ou de contato; ou através de um dínamo taquimétrico (tacogerador) que fornece um sinal de tensão contínua correspondente ao valor real da velocidade da máquina elétrica a qual está acoplado. Ele possui ímãs permanentes de AlNiCo no estator, com a função de produzir um campo magnético. No rotor bobinado é gerada uma tensão contínua de

amplitude proporcional à rotação e polaridade que depende do sentido de giro. A Figura 7, mostra o tacogerador instalado no eixo turbina O sinal de tensão é adquirido e processado pelo sistema de aquisição de dados.



Figura 7 - Tacogerador instalado no eixo entre a turbina e o gerador.

### CALIBRAÇÃO DOS INSTRUMENTOS

De acordo com Mioduski (1982), calibrar é o desenvolver um conjunto de operações de forma a estabelecer, sob condições especificadas, uma relação entre os valores indicados por um instrumento (ou sistema) de medição e os valores correspondentes as grandezas estabelecidas por padrões.

Baseado neste conceito efetua-se a calibração ou recalibração periódica de todos os instrumentos utilizados em ensaios, tanto no laboratório quanto no local do ensaio, de forma a obter-se valores de referência padrões.

### SISTEMA PARA AVALIAÇÃO DE CENTRAIS HIDRELÉTRICAS DESENVOLVIDO

O sistema de avaliação de centrais hidrelétrica - SACH, foi desenvolvido com as características de um sistema generalizado de medição, de acordo com o fluxograma mostrado na Figura 8. Sendo possível ensaiar instalações hidrelétricas com qualquer tipo de turbina hidráulica fabricada no Brasil.



Figura 8 – Sistema de aquisição de dados

O sistema de medição do SACH é composto pelos seguintes instrumentos e equipamentos:

- Instrumentos, sensores e medidores de aquisição de dados, citados acima; que emitem sinais, de corrente ou tensão, proporcional aos fenômenos aos quais estão submetidos;

- Um sistema de tratamento de sinais, que tem como objetivo ampliar o sinais, filtrá-los e processá-los, conduzindo-os para os indicadores das medidas, resultando sinais de tensão proporcionais aos valores das grandezas, composto por: um módulo condicionador que realiza a função de unidade controle no sistema de medição, pois recebe os sinais de saída dos diversos instrumentos e os envia para a placa de aquisição de dados; uma placa de alimentação com função de alimentar e ampliar e os sinais de saída dos instrumentos que necessitam de uma alimentação, em tensão ou corrente, diferente da realizada pelo módulo condicionador; uma placa de aquisição PCL – 816 – DA – I. Sendo este o elemento do sistema de tratamento de sinais, responsável pela conversão dos sinais de analógicos para digitais;

- Um indicador que é o elemento do sistema de medição que recebe o sinais tratados e os transforma em dados a serem processados pelos usuários (Noronha, 1996). O sistema desenvolvido neste trabalho tem como base os diversos módulos do aplicativo *Data Acquisition System Laboratory (DASYLab®)*, que é um aplicativo, em ambiente *Microsoft® Windows™*, para análises de sistemas, controle de processos, sistema de aquisição de dados e simulação de projetos automatizados. (DASYTEC®, 1996). No sistema desenvolvido, este aplicativo é o elemento de indicação e de pré - análise dos resultados, devido a sua grande versatilidade, como a montagem de sistemas baseado em programação por diagrama de blocos, iterativamente e sem grandes dificuldades. Além da indicação e análise, ele é utilizado para a calibração ou recalibração dos instrumentos no local do ensaio, processamento de sinais e um pré - tratamento de dados dos valores aquisitados.

## SACH

No sistema desenvolvido, o ensaio inicia-se, a partir da abertura dos aplicativos DASYLab®, onde é aberto o arquivo "Calibra", que é utilizado para calibração e/ou recalibração dos instrumentos necessários ao ensaio. Após o processo de calibração é aberto o arquivo "SACHS", responsável pela aquisição, análise, pré - processamento e armazenamento dos sinais no aplicativo de aquisição.

Após a abertura do arquivo de aquisição, abre-se o arquivo do Sistema de Avaliação de Centrais Hidrelétrica - SACH, que realiza o tratamento final dos dados. Neste arquivo são determinadas as condições locais e da instalação a ser ensaiada.

No arquivo SACHS, a partir da configuração do indicador de aquisição, são gerados cinco arquivos, como 160 pontos, para cada grandeza obtida, em cada posição de abertura do distribuidor da turbina ou do injetor ou pá diretriz. Sendo que cada arquivo deverá ser salvo com nomes em seqüência alfanumérica e dentro do diretório de trabalho, que é criado pelo sistema.

Após a aquisição dos arquivos para uma determinada abertura do distribuidor, todos os arquivos do diretório de trabalho são importados automaticamente para o arquivo de tratamento de sinais, onde são processados.

O início dos ensaios dar-se-á a partir da escolha do tipo de turbina, feita na tela inicial do sistema mostrada na Figura 9. Em seguida, o operador fornece, para o sistema, as características geográficas locais como: altitude, latitude; atmosféricas como pressão barométrica, temperatura do ar e da água; da instalação,

diâmetros da seção de adução e do tubo de sucção; cotas de posição do instrumento e de referência da instalação e os erros dos instrumentos de medição utilizados (fornecidos pelos fabricantes dos instrumentos). Feito isto o sistema calcula os parâmetros adicionais da instalação, como: aceleração da gravidade local, massa específica média da água e erros nas leituras e por vínculo são geradas as tabelas dos parâmetros lidos e calculados, de onde são retirados pontos para a plotagem das curva de recepção de turbinas.

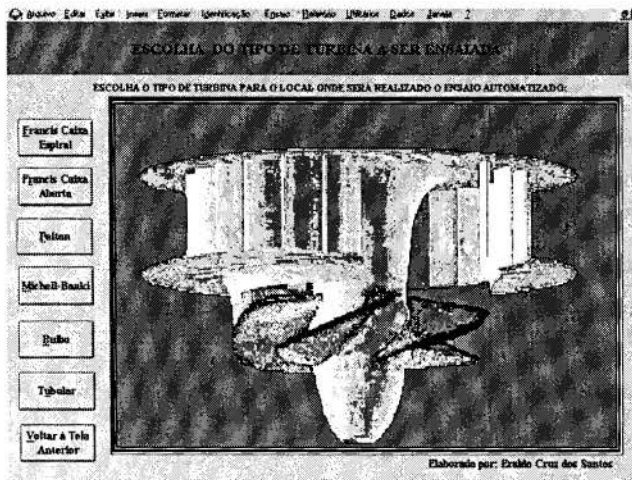


Figura 9 - Tela Inicial do Sistema.

Todo o processo, da obtenção a confecção dos gráficos, é interativo sendo possível fazer, além de uma análise inicial de cada ponto do gráfico, o acompanhamento de sua evolução durante o ensaio e, se necessário, retornar a execução de um ou mais pontos que não estejam seguindo a tendência da curva de recepção de turbinas.

## BANCADA DE ENSAIOS

Com o objetivo de verificar o sistema e a metodologia desenvolvida foram realizados no Laboratório Hidromecânico Didático Científico da Escola Federal de Engenharia de Itajubá, mostrada na Figura 10, um ensaio de recepção em um grupo gerador existente, composto por uma turbina hidráulica do tipo Francis com caixa espiral e eixo horizontal, de 5 [kW] de potência nominal. O circuito, da bancada é alimentado por uma bomba centrífuga de 40 cv. A turbina aciona um gerador elétrico, o qual é passível de entrar em paralelo com a rede da concessionária local, através de um painel de comando. Na Figura 10, é uma foto que mostra uma visão parcial do banco ensaio deste trabalho.

A bancada foi montada de forma que as grandezas pudessem ser obtidas de forma manual ou automaticamente e com comparação das metodologias de obtenção. O nível de jusante foi medido através de um piezômetro ou um transdutor de posição para nível; A vazão foi medida através de um medidor Venturi e em um medidor de vazão ultrassônico. A carga estática na entrada da turbina foi medida por um manômetro de Bourdon, instalado na entrada e na saída da turbina e por transdutores de pressão. A rotação foi medida por um tacômetro óptico e por um tacogerador, instalado no eixo da turbina. Para o município de Itajubá, a aceleração da gravidade foi tomada como sendo 9,785 [m/s<sup>2</sup>]. A potência de eixo, foi obtida através do rendimento do gráfico do gerador elétrico.

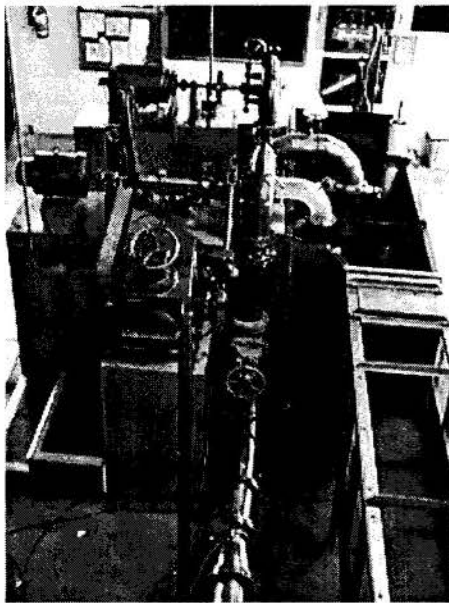


Figura 10 - Foto do banco de ensaio .

## RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A Figura 11, é a curva de recepção resultante do ensaio realizado na turbina de 5 [kW] do laboratório. A partir dos processamento dos pontos obtidos nos ensaios, chega-se ao rendimento total máximo para a turbina: que no caso da turbina ensaiada é de 67.5 [%], para uma vazão nominal de 0.0602 [m<sup>3</sup>/s], com a posição de abertura do distribuidor da turbina em 70 [%], sendo mantidos constante a rotação em 1807 [rpm] e a carga total em 10,07 [m].

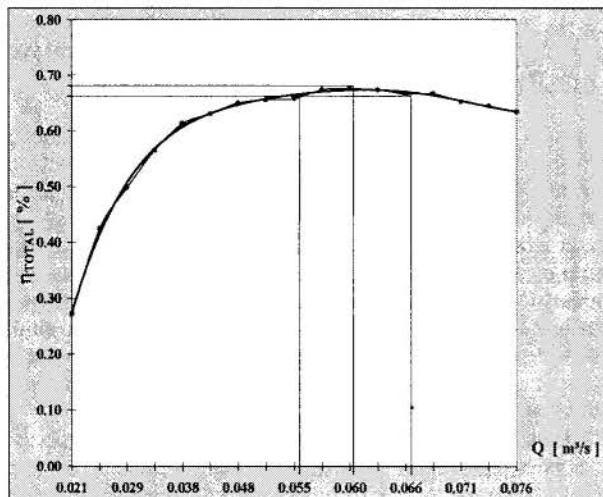


Figura 11 – Curva de recepção das turbinas do LHDC.

A faixa operacional da turbina, definida em função da queda máxima admissível de rendimento em torno de 10 [%], levando-se em conta o coeficiente de Thoma ( $\sigma$ ) foi de: vazão mínima ( $Q_1$ ) de 0.05418 [m<sup>3</sup>/s] e vazão máxima ( $Q_2$ ) de 0.06622 [m<sup>3</sup>/s], que correspondem de 63 a 85 [%] de posição de abertura do distribuidor da turbina. No caso deste ensaios o erro global está em fase de processamento.

## CONCLUSÃO

A partir dos procedimentos de ensaios manuais de recepção de turbinas hidráulicas, desenvolveu-se um sistema automatizado para avaliação das condições de funcionamento de centrais hidrelétricas, inicialmente testado em laboratório e para uma posterior validação em condições reais.

Tendo em vista que o objetivo principal do sistema automatizado é o de registrar o maior número possível de dados, em menor tempo, com baixo custo e o mínimo de incertezas, assim para validar e alcançar maior confiabilidade, comparou-se os resultados obtidos pelo mesmo, com os fornecidos pelo processo manual clássico, sendo que estes ensaios foram realizados paralelamente, para as mesmas condições ambientais, faixa de operação e nível de confiança, conforme mostrado na figura 11, os resultados mostraram-se bastante satisfatórios.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos o apoio da Fundação de Apoio a Pesquisa de Minas Gerais, FAPEMIG, a qual financia o desenvolvimento da presente pesquisa e aos senhores Adilson Nestor Garrafoli Jr. e Luiz Antônio Duarte, alunos curso de Engenharia Mecânica da EFEI, pelo acompanhamento nos ensaios.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

\_\_\_\_ ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT - NB 228 - Ensaio de Recepção de Turbinas Hidráulicas - Procedimento, Rio de Janeiro, Editora ABNT, 1974;

\_\_\_\_ ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT - NBR - 10280 - Determinação de Parâmetros Básicos de Turbinas Hidráulicas para Pequenas Centrais Hidrelétricas - PCH - Procedimento, Rio de Janeiro, Editora ABNT, maio, 1988;

\_\_\_\_ IEC - 41 - "International Code for the field acceptance of hydraulic turbines", 1991;

Bortoni, E. C., et al., - "Modernização do Método de Gibson para Medições de Vazões" - Anais do IV Encontro Latino Americano de Fluidomecânica, Volume I, pp. 91 - 96. Itajubá, Minas Gerais, 1997.

Giller, M., et. al., 1996 - "Método de Aplicação Geral para Cálculo de Incertezas sem Correlações Estatísticas" - Anais do II Seminário Internacional de Metrologia Elétrica - II SEMENTRO, pp. 165 - 170, Curitiba, Paraná.

Mioduski, A. L. - Elementos e Técnicas Modernas de Medição Analógica e Digital, Rio de Janeiro - RJ, Editora Guanabara dois S. A., 1982.

\_\_\_\_ DASYTEC®, 1996 - DASYLab® - Data Acquisition System Laboratory - Manual do Usuário.

Santos, Eraldo C., et. al., - Relatório de Pesquisa: "Técnicas Informatizadas para Diagnósticos de Centrais de Geração Elétricas", 1998.



## AN OPTIMIZATION STRATEGY FOR COGENERATION IN ELECTRIC ENERGY SPOT MARKETS

D. Moitre<sup>1</sup> M. Carnero<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Grupo de Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia (GASEP)

<sup>2</sup> Departamento Ciencias Básicas.

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto.

Campus Universitario - (5800) Río Cuarto, Córdoba, Argentina

### SUMMARY

*Cogeneration is the simultaneous production of heat and electric energy for industrial processes departing from the same primary source of energy. The current structure of the wholesale competitive Electric Energy Market (MEE), established for the Argentine electric industry allows the cogenerators to sell their production surplus at short-term market price (or spot price). This work presents an analysis, via a Game Theory, of the strategies adopted by the cogenerators to make its offers to the MEE, simulating the operation upon a testing system extracted from technical literature.*

### INTRODUCTION

The production of electricity from fossil fuels is a process relatively inefficient. The performance of the most advanced and sophisticated combined cycle gas/steam can become in the order of 52% (Central Costanera, 1996), which means that at present more than 48% of the calorific power of the fuel is being wasted, a lot is not recovered, but some may be devoted for industrial uses through cogeneration, which is the simultaneous production of electric and heat energy for industrial processes from the same primary source of energy (El-Wakil, 1984).

In the last decade, the national electric industry as well as that of other Latin American countries, developed from a structure of Electric Energy Market (MEE), vertically integrated, towards one vertically and horizontally segmented, via a competence scheme when there is no natural monopoly (generation area), or in case it exists, under a regulated scheme (transmission and distribution area) which supports and facilitates competence in the other segments (Moitre, *et al.*, 1996/a).

It consists at some services from the southern region, the Patagonic sub-system and by a subsystem in the central region, both conforming the Argentina System of Interconnection (SADI). During the last years, the growth rate has experimented a sharp fall, a situation which was reverted during 1996 placed in the order of 7.3% annual average.

This market, composed by a the Wholesale Electric Market (MEM) at the Central System and the Patagonic Wholesale Electric System (MEMSP), includes different commercial and financial agreements, through contracts of different type and duration, shared risks, transactions in the short-term, etc. The nucleus of these agreements is a spot market in which the electric energy is valued and commercialized, requiring communication between its agents and the Control Center for its functioning, a role that is performed in our country by the CAMMESA, as an organism in charge of the SADI dispatch, programming the operation with the objective of minimizing the expected value of the cost of operation plus failure at the generators units (Moitre, *et al.*, 1996/b).

The present legal framework in Argentina takes into account the

possibility of cogenerators offering its surplus in the spot market, being dispatched when it is technically and economically possible.

### A MEE SPOT MODEL

The problem of the optimal economic dispatch of the active power of an thermal system composed by NG generators units and NCG cogenerators units which must provide a DE schedule electric demand through LT transmission lines with thermic restrictions on its transport capacity, being  $P_k^{\max}$  the thermic limit of the k line of transmission, affected by the loss of power PL of the transmission network, and a DTj schedule heat demand for each j cogenerator unit, can be posed as a non-linear optimization problem subject to five sets of restrictions associated to the production - demand balance, to the obligation at satisfying the schedule heat demand of each cogenerator unit, to the technological characteristics of the generators and cogenerators units, on the PGi and PCGj decision variables respectively, and the capacity at the transmission network (Wood, *et al.*, 1984).

$$\begin{aligned} & \text{Min} \left\{ \sum_{i=1}^{NG} C_i(PG_i) + \sum_{j=1}^{NCG} C_j(PCG_j) \right\} \\ & \text{s.a.} \\ & \sum_{i=1}^{NG} PG_i + \sum_{j=1}^{NCG} PCG_j = P_L + DE + \sum_{j=1}^{NCG} DT_j \\ & DT_j \leq PCG_j; j = 1, \dots, NCG \\ & PCG_j \leq PCG_j^{\max}; j = 1, \dots, NCG \\ & PG_i^{\min} \leq PG_i \leq PG_i^{\max}; i = 1, \dots, NG \\ & P_k \leq P_k^{\max}; k = 1, \dots, LT \end{aligned} \quad (1)$$

The necessary conditions of first order of Karush - Khun - Tucker (Bazaraa, *et al.*, 1993) when the restrictions on the

transmission are not active are in the form:

$$\begin{aligned}
 &\text{For } i = 1, \dots, \text{NG} \\
 &fp_i \frac{dC_i}{dPG_i} = \lambda, \quad \text{if } PG_i^{\text{Min}} < PG_i < PG_i^{\text{Max}} \\
 &fp_i \frac{dC_i}{dPG_i} \geq \lambda, \quad \text{if } PG_i = PG_i^{\text{Min}} \\
 &fp_i \frac{dC_i}{dPG_i} \leq \lambda, \quad \text{if } PG_i = PG_i^{\text{Max}} \\
 &\text{For } j = 1, \dots, \text{NCG} \\
 &fp_j \frac{dC_j}{dPCG_j} = \lambda, \quad \text{if } PCG_j^{\text{Min}} < PCG_j < PCG_j^{\text{Max}} \quad (2) \\
 &fp_j \frac{dC_j}{dPCG_j} \geq \lambda, \quad \text{if } PCG_j = DT_j \\
 &fp_j \frac{dC_j}{dPCG_j} \leq \lambda, \quad \text{if } PCG_j = PCG_j^{\text{Max}} \\
 &\sum_{i=1}^{\text{NG}} PG_i + \sum_{j=1}^{\text{NCG}} PCG_j = P_L + DE + \sum_{j=1}^{\text{NCG}} DT_j \\
 &P_k < P_k^{\text{max}}; k = 1, \dots, \text{LT}
 \end{aligned}$$

If we call LIN to the set of active restrictions of the transmission lines, the conditions (2) are modified, now resulting in:

$$\begin{aligned}
 &\text{For } i = 1, \dots, \text{NG} \\
 &fp_i \left[ \frac{dC_i}{dPG_i} + \sum_{k \in \text{LIN}} \mu_k \frac{\partial P_k}{\partial PG_i} \right] = \lambda, \\
 &\text{if } PG_i^{\text{Min}} < PG_i < PG_i^{\text{Max}}, \text{ or} \\
 &fp_i \left[ \frac{dC_i}{dPG_i} + \sum_{k \in \text{LIN}} \mu_k \frac{\partial P_k}{\partial PG_i} \right]_{P_i = P_i^{\text{Min}}} \geq \lambda, \\
 &fp_i \left[ \frac{dC_i}{dPG_i} + \sum_{k \in \text{LIN}} \mu_k \frac{\partial P_k}{\partial PG_i} \right]_{P_i = P_i^{\text{Max}}} \leq \lambda, \\
 &\text{For } j = 1, \dots, \text{NCG} \\
 &fp_j \left[ \frac{dC_j}{dPCG_j} + \sum_{k \in \text{LIN}} \mu_k \frac{\partial P_k}{\partial PCG_j} \right] = \lambda, \\
 &\text{if } DT_j + PCG_j^{\text{Min}} < PCG_j < PCG_j^{\text{Max}}, \text{ or} \\
 &fp_j \left[ \frac{dC_j}{dPCG_j} + \sum_{k \in \text{LIN}} \mu_k \frac{\partial P_k}{\partial PCG_j} \right]_{PCG_j = DT_j} \geq \lambda, \quad (3) \\
 &fp_j \left[ \frac{dC_j}{dPCG_j} + \sum_{k \in \text{LIN}} \mu_k \frac{\partial P_k}{\partial PCG_j} \right]_{PCG_j = PCG_j^{\text{Min}}} \leq \lambda, \\
 &\sum_{i=1}^{\text{NG}} PG_i + \sum_{j=1}^{\text{NCG}} PCG_j = P_L + DE + \sum_{j=1}^{\text{NCG}} DT_j \\
 &P_k < P_k^{\text{max}}; k \in \text{LIN} \\
 &P_k = P_k^{\text{max}}; k \in \text{LIN} \\
 &\mu_k \geq 0; k \in \text{LIN}
 \end{aligned}$$

The marginal costs at the thermal units are then affected by the temporal and spatial quantification at the transmission losses

via the penalization factors of the corresponding generation bus, which are defined in the classical economic dispatch of active power by:

$$fp_i = \left[ 1 - \frac{\partial P_L}{\partial PG_i} \right]^{-1} \quad (4)$$

and by:

$$fp_j = \left[ 1 - \frac{\partial P_L}{\partial PCG_j} \right]^{-1} \quad (5)$$

for the cogeneration bus.

If the restrictions upon the transmission capacity are not active, in the optimum for each schedule stage, all the thermal units operate at the same penalized marginal cost, the  $\lambda$  of the system or market price, within its technological limits, except for the ones which generate their maximum and minimum power and operate respectively, at a penalized marginal cost of at least or, at the greatest, the market price, keeping a balance between the production and the demand.

If we call "restricted marginal cost" to the one which results from adding the product of the multiplier  $\mu$  corresponding to the line that reaches its thermic limit for its "incremental thermic capacity", a product which will be called "congestion marginal cost", then in the optimum for each schedule stage, the thermal units operate at the same penalized restricted marginal cost, the market price, within its technological limits, except for the ones that generate their own minimal and maximum power and operate, respectively, at a restricted penalized marginal cost of at least, or at the highest, the market price, keeping the balance between production and demand in the schedule stage.

## COGENERATION AT A MEE SPOT

When a conventional system such as a boiler produces steam for industrial processes or for the generation of electric energy, there exists no difficulty in estimating the cost of vapor. However, when a cogeneration system produces process steam, it is not easy to estimate its cost. Different methods have been proposed: the incremental, the lost kw, the available energy. These methods can be classified in two groups, depending on whether the estimation is made on the basis of the energetic content or on the basis of the available energy.

There is no generalized method that could be used in all the situations: some are particularly suitable for the decision concerning the investment in the cogeneration and others when the cogeneration system is already at work (Li, *et al.*, 1985). Different researchers have dealt with the problem of optimizing the decisions of investment of a cogeneration system and its operation, under different MEE structures (Ghoudjehbaklov, *et al.*, 1987; Foster, 1987; Puttgen, *et al.*, 1984; Moschi, *et al.*, 1991; Harie, *et al.*, 1992; Venkatesh, *et al.*, 1995). This work assumes that the investment decisions have already been taken, employing a mathematical model to simulate the system operation, which optimizes it in the sense that minimizes the operating cost, under a wholesale competitive MEE structure as the one that is currently found in Argentina and other countries in the Latin American Continent.

A wholesale competitive MEE is considered in which its agents offer their production trying to maximize its benefits to the Control Center, which administrates it intending to minimize the cost of fuel. The production costs are represented by:

$$C(P) = a + bP + cP^2 \left[ \frac{\$/h}{h} \right] \quad (6)$$

and the energy prices by:

$$Pr(P) = b + 2cP \left[ \frac{\$/MWh}{h} \right] \quad (7)$$

The cogenerators are obliged to supply its own heat demand (i.e., their need of steam process) at a cost that will be supposed to have been already determined by some of the previously mentioned methods; while the decision to participate in the spot market to supply the electric demand is reflected upon the price functions which declare to the dispatch center in an intent to maximize its benefits. Thus, the economic behavior of the cogenerators can be analyzed using the Game Theory (Fundenberg, *et. al.*, 1991; Binmore, 1992).

In our work, it involves a non-cooperative game with players represented by the cogeneration utilities that by means of different pure strategies, the prices which declare for their production surplus, have the intention of maximizing their profits, that is, their benefits:

$$B_k = \sum_{j \in \Omega_k} \left\{ \begin{aligned} & \left[ a_j + b_j DT_j + c_j DT_j^2 \right] - \\ & \left[ a_j + b_j PCG_j + c_j PCG_j^2 \right] + \\ & \lambda (PCG_j - DT_j) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

where  $\Omega_k$  is the group of cogeneration units which belongs to the  $k$  utility and  $\lambda$  is the market price for the energy unit produced.

The *payoff function* of the player  $k$  is of the form:

$$\pi_k: \prod_{j=1}^{NCG} E_j \rightarrow \mathfrak{R} \quad (9)$$

where  $E_j$  is the set of pure strategies of the player  $j$ .

A *Nash equilibrium* in a game of  $n$  players is an  $n$ -tuple of pure strategies  $(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$  so that, for all player  $i$  and for all pure strategy  $\tau_i$ :

$$\pi_i(\sigma_1, \dots, \tau_i, \dots, \sigma_n) \leq \pi_i(\sigma_1, \dots, \sigma_i, \dots, \sigma_n) \quad (10)$$

## STUDY CASE

In this section an example is presented to simulate the dispatch of a MEE, making use of the IEEE 30-bus system, conformed by forty-one lines of transmission in 132 kv, twenty load bus and six generation bus (Alsac *et. al.*, 1974). Two of them correspond to cogeneration units {CG1, CG2} and the other four to generation units {G1, G2, G3, G4}; the corresponding curves of generation cost [\$/h] are shown in the Appendix.

It will be assumed that there are two cogeneration utilities, denoted by  $\Omega_1 = \{CG1\}$  and  $\Omega_2 = \{CG2\}$ , defining two pure strategies for each of these players:

- LOW  $\Leftrightarrow$  to offer generation at a price of 75% of the marginal cost of the unit.
- HIGH  $\Leftrightarrow$  to offer generation at a price 25% over the

marginal cost of the unit.

Four runnings were made employing the MATPOWER® simulator version 2.0 under MATLAB® version 5.1, corresponding to the possible combinations of the pure strategies proposed for the schedule electric demand and heat demands specified:

Table I. Schedule demands

DT <sub>1</sub>	DT <sub>2</sub>	DE
10 MW	15 MW	200 MW

The results corresponding to the base case (dispatch at a marginal cost) are shown below:

Table II. Economic Optimal Dispatch (base case)

Unit	Power [MW]	CMg [\$/MWh]
CG1	24.86	4.243
CG2	22.37	4.119
G1	45.42	3.817
G2	59.87	3.845
G3	24.88	4.111
G4	51.24	4.101

The strategic form of the game corresponding to the study case obtained from (8) and (9) results in:

Table III. Payoff Matrix

$\Omega_1 \Rightarrow$	$\Omega_2 \Rightarrow$	LOW	HIGH
LOW		7.47	0.00
HIGH		10.42	-0.72
	LOW	11.48	17.14
	HIGH	-3.14	-13.22

The first observation that springs is that for the two players the strategy LOW strongly dominates the strategy HIGH. This means that for each player it is better to offer the generation at a price of 75% of the marginal cost of the unit, independent from what the other player makes.

Estimating the minimax and maximin values of the payoff matrix of the first player  $\Omega_1$  and the second player  $\Omega_2$ , the following is obtained:

$$\begin{aligned} \bar{m}(\Omega_1) &= m(\Omega_1) = 11.48 \\ \bar{m}(\Omega_2) &= m(\Omega_2) = 7.47 \end{aligned} \quad (11)$$

The *security level* of a player is the greatest profit that the player can ensure with independence from what the other players make: from (11) it is concluded that (LOW, LOW) is a seat point of both matrixes, consequently 11.48 [\$/h] is the security level of the player  $\Omega_1$  and LOW is the security strategy. Analogically 7.47 [\$/h] is the security level of the player  $\Omega_2$  and LOW is a security strategy (Binmore, 1992).

A rational player will never use a strongly dominated strategy, for this, when looking for the Nash equilibrium of a two-players game, we can start suppressing all the rows and columns which correspond to the strongly dominated strategies. On the other side, it is easy to prove that (LOW, LOW) is a Nash equilibrium, because each pure strategy of the pair is an optimal answer to the other.

Finally, the effect of these strategies upon the market price relative to the base case is shown in the following table:

Table IV. Variations in the Market Price

$\Omega_1$ ↓	$\Omega_2 \Rightarrow$	LOW	HIGH
LOW		-6.31%	1.1%
HIGH		-3.04%	2.12%

## CONCLUSIONS

The current structure of the Argentine MEE consider the possibility of the cogenerators acting as its agents, and offering their surplus of the production of the spot market departing from the definition of a price curve.

In this work a methodology based on the non-cooperative game theory was employed to simulate the economic behavior of the MEE agents, the cogenerators, analysing the different strategies that can use to maximize their benefits through the possibility of fixing the price which is offered of their production surplus to the market, simulating the operation in the IEEE-30 bus system.

From the results obtained for the study case proposed, it is concluded that the optimal strategies to offer the production surplus from the two cogeneration utilities, is that both define their prices in the order of 75% of the marginal costs of the base cost, which will let them increase their net benefits in 11.48 [\$/h] and 7.47 [\$/h] with respect to the base case, respectively. As they are security strategies, the results are obtained by each company respectively, independent from the prices which the other defines. On the other hand, as it is a Nash equilibrium, both strategies are simultaneously optimal so as to maximize their benefits. Different from the others, their use on the part of the cogenerators is reflected in a decrease in the order of 6.31% with respect to the base case, the Market price, which favorably affects the price of energy the users pay.

The use of this methodology in this context constitutes a powerful tool for the analysis and definition of prices of the production surplus of the cogenerators, contributing to the process of decision-making of the MEE agents.

## REFERENCES

- Alsac, O.; Stott, B. (1974) Optimal load flow with steady state security. *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol PAS 93*, No. 3, pp 745-751.
- Bazaraa, M.; Sherali, H.; Shety, C. (1993) *Nonlinear Programming, Second Edition*. Wiley.
- Binmore, K. (1992) *Teoría de Juegos*. McGraw-Hill.
- Central Costanera S.A. (1996) *Documento de Trabajo*. Bs. As. Argentina.
- El-Wakil, M. (1984) *Power Plant Technology* McGraw – Hill.
- Foster, D. (1987) Economic Performance Optimization of a combined Heat and Power Station. *Proceedings of Institute of Mechanical Engineers, Vol 201*, No. A3, pp 201-206.
- Fudenberg, D. ; Tirole, J.. (1991) *Game Theory*. MIT Press.
- Ghoudjehbaklou, H.; Puttgen, H. (1987) Optimization Topics related to small Power Producing Facilities operating under Energy Spot Pricing Policies. *IEEE Trans. on Power Systems, Vol 2*, May 1987, pp 296-302.
- Haurie, A.; Loulou, R.; Savard, G. (1992) A two-player Game Model of Power Cogeneration in New England *IEEE Trans. on Automatic Control, Vol 37*, No. 9, pp 1451-1456.
- Li, K. ; Priddy, A. (1985) *Power Plant System Design*. Wiley
- Moitre, D.; Aromataris, L.; Hernández, J. (1996/a) Evolución de los Mercados de Energía Eléctrica Argentino y Chileno *Resúmenes de las Sesiones Técnicas del Congreso: Transiciones Energéticas en México, Centro y Sudamérica*. México.D.F.; pp. 19-20.
- Moitre, D.-Aromataris, L.-Hernández, J. (1996/b) Programación de la Operación de los Mercados de Energía Eléctrica Argentino y Chileno. *IX Congreso y Exposición Internacional de la Energía Eléctrica*. Buenos Aires, Argentina.
- Moslehi, K.; Khadem, M.; Bernal, R. (1991) Optimization of Multiplant Cogeneration System operation including electric and steam network. *IEEE Trans. on Power Systems, Vol 6*, May 1991, pp 296-302.
- Puttgen, H.; MacGregor, P. (1989) Optimun Scheduling procedure for cogenerating small Power Producing Facilities. *IEEE Trans. on Power Systems, Vol 3*, August 1989, pp 957-964.
- Venkatesh, B.; Chankong, V. (1995) Decision Models for management of Cogeneration Plants. *IEEE Trans. on Power Systems, Vol 10*, August 1995, pp 1250-1256.
- Wood, A. & Wollenberg, B. (1984) *Power Generation, Operation, and Control*. Wiley.

## APPENDIX

Technical-economic characteristics of the thermal units.

Table A1. Specific Consume curves

Unit	a	b	c
CG1	0	3.00	0.025
CG2	0	3.00	0.025
G1	0	2.00	0.020
G2	0	1.75	0.0175
G3	0	1.00	0.0625
G4	0	3.25	0.0083



Table AII. Thermal unit technological limits

Unit	Pmin [MW]	Pmax [MW]
CG1	0	30
CG2	0	40
G1	0	80
G2	0	80
G3	0	50
G4	0	55

### ACKNOWLEDGEMENTS

The first author wants to express his acknowledgement to the CONICOR, PID 4252 and the Secretary of Science and Technique of the National University of Río Cuarto, Res. Rect. N° 037/98, for all the economic support provided in the frame of the Research Program, years 1997/98.

### BIOGRAPHIES

**Diego Moitre** was born in Arroyo Cabral, Córdoba, Argentina. He graduated as Electrical-Mechanical Engineer and as Bachelor in Mathematics from the National University of Río Cuarto (UNRC), Argentina, and obtained the degree of Master in Sciences of Engineering from the Catholic University, Chile. He is an Associate Professor in the Faculty of Engineering at the UNRC. His interests are oriented to the planning and economic operation of the Electric Power Systems. He is a member of the GASEP.

<http://www.unrc.edu.ar/hojas/gasep.html>

E-mail: [dmoitre@ing.unrc.edu.ar](mailto:dmoitre@ing.unrc.edu.ar).

Tel.: 54 58 676246/ 676248

Fax: 54 58 676246/ 676248

**Mercedes Carnero** was born in Córdoba, Argentina. She graduated as Chemical Engineer from the National University of Río Cuarto, Argentina. At the present time she takes part in the Post-Graduate Program in Engineering. She is an Research Assistant in the Faculty of Engineering at the UNRC. Her interests are oriented to the applications of the optimization methods in Engineering.

E-mail: [mcarnero@ing.unrc.edu.ar](mailto:mcarnero@ing.unrc.edu.ar).

## ENVIRONMENTAL/ ECONOMIC OPTIMAL DISPATCH USING GENETIC ALGORITHMS

J.L. Hernández, D. Moitre, L. Aromataris, G. Rodriguez

Grupo de Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia (GASEP)  
 Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Río Cuarto.  
 Campus Universitario - (5800) Río Cuarto. Córdoba, Argentina

### SUMMARY

*The conventional plants of thermal generation fed by fossil fuels emit solid and gaseous contaminants to the atmosphere during the operation. In our country, the National Government fixed the standards of emission for conventional thermal plants, that are controlled by the ENRE. The protection of the environment is carried forward by the industry from the design and installation of control systems of the contaminant emissions in thermal plants and by means of the utilization of fuels with a low potential of emission. Another alternative that complements the former consist in programming the operation with strategies that control or minimize the emission of SO<sub>2</sub> and NO<sub>x</sub>. The third method has called the attention of many researchers during the last twenty years, who have proposed different strategies to attack the problem. The objective of the work is to present an evaluation of the behavior of a genetic algorithm developed to solve the problem of the environmental economic dispatch (EED) in a test system modeled from the Interconnected System of the Province of Córdoba, Argentina.*

### INTRODUCTION

In the last decade, the electric national industry evolved from a structure of Market of Electric Energy (MEE), integrated vertically, towards one which is segmented vertically and horizontally, via a scheme of competition when a natural monopoly does not exist (generation sector), or, in case of existing, under a regulated scheme (transmission and distribution sector) that sustains and facilitates the competition in remaining segments (Moitre, *et. al.*, 1996/a). This competitive MEE, is supervised by the CAMMESA, with a management of the demand mostly oriented by the prices and a spinning reserve smaller than the traditional in the old structure, planning the operation of the Argentine System of Interconnection (SADI) with the objective of minimizing the expected value, over the hydrologies, of the cost of operation plus failure of the generators units. The main organism of State Control, National Regulator of Electricity Entity (ENRE) has among others, the function of protecting the environment and public security (Boletín Oficial, 1992). To perform the control actions over distinct agents of the market, it makes use of tools such as Environmental Diagnoses, control of the Environmental Management plan of companies, Register of Emissions and Environmental Auditing.

All electric power generation plants produce in the phase of construction as well as in that of operation, shocking actions on the Natural environment: atmosphere, land and soil, water, flora, fauna, etc., and the Socioeconomic environment: use of the territory, economic infrastructure, population, cultural values, etc., that have a repercussion on them with distinct degrees of intensity. In particular, conventional plants of thermal generation fed by fossil fuels emit solid and gaseous contaminants to the atmosphere during the operation. The first type is produced in the form of volatile ashes, principally by solid fuels, and in a minor proportion by liquid fuels being practically nonexistent in the case of gaseous fuel. The second type corresponds to the oxides, fundamentally, of sulfur and nitrogen. The sulfur oxide (SO<sub>2</sub>) originates in the sulfur content

of the sulfur of the fuel being used, particularly coal and fuel-oil. The ones from nitrogen (NO<sub>x</sub>), partially originate in the contents of nitrogen of the fuel, and in a greater extent by its presence in the air used in the combustion. Both gaseous contaminants are the originators of the so-called "acidic rain". The protection of the environment is carried forward by the industry from the design and installation of control systems of the contaminant emissions in thermal plants and by means of the utilization of fuels with a low potential of emission. Another alternative that complements the former consist in programming the operation with strategies that control or minimize the emission of SO<sub>2</sub> and NO<sub>x</sub> (Talaq, *et. al.*, 1994; El-Keib, *et. al.*, 1994; Cipriano, *et. al.*, 1996). The emergent techniques of optimization, in their different variants (Fogel, 1994; Goldberg, 1989) have been applied to the problem of the economic dispatch (ED) of a power system (Yang, *et. al.*, 1995; Chen, *et. al.*, 1995; Sheble, *et. al.*, 1994), and particularly to a subsystem of the central area of the SADI (Moitre, *et. al.*, 1996/b; Hernández, *et. al.*, 1996; Moitre, *et. al.*, 1996/c; Moitre, *et. al.*, 1997; Riubrugent, *et. al.*, 1997), with promissory results.

### ELECTRIC GENERATION: THE PROBLEM OF ENVIRONMENTAL CONTAMINATION

The environmental contamination produced by the electric industry is a theme in which national governments have started to play a more active role, through the promulgation of legislation for its regulation and the establishment of the corresponding mechanisms of control. Thus, for example, the "Act of the Clean Air" of 1990 (Congr. Amend., 1990) introduced in the United States of North America obliges the generators to reduce gradually the rate of the emissions of SO<sub>2</sub> and NO<sub>x</sub> in two phases or steps: The first from January 1st, 1995 until December 31st, 1999 and the second from January 1st, 2000 onwards. This Law imposes strict restrictions that produce an impact on present practices concerning power system planning and operation. In our country, the National Government (Secretaría de Energía, 1993) fixed the standards of emission for

conventional thermal plants, that are controlled by the ENRE. The following tables show, approximately, the emissions of gaseous and solid contaminants corresponding to the year 1994, discriminated by the type of fuel and by area of the SADI (Chenlo, *et al.*, 1995), so as to have a notion of the extent of magnitude of the problem in our country:

Table I: Emission of SO<sub>2</sub> [Ton/year]

Area	Gas	F. Oil	G. Oil	Coal	Total
Lit.	130.7	1.218.2	0.31	7.389.3	8.738.7
Cuyo	29.9	493	0.22	---	523.2
NOA	188.5	---	0.23	---	188.7
NEA	---	1.1	3	---	4.1
Com.	35.5	---	---	---	35.5
Bs As	357.6	790.1	---	---	1.147.7
C Fed	852.2	2.475.3	1	---	3.328.5
EPEC	53.8	161.3	5.6	---	220.7
Total	1.648.4	5.139.1	10.3	7.389.3	14187.1

Table II: Emission of NO<sub>x</sub> [Ton/year]

Area	Gas	F. Oil	G. Oil	Coal	Total
Lit.	1.965.1	1.110.8	9.2	4.944.4	8.029.5
Cuyo	669.8	449.6	6.6	---	1.126
NOA	4.171.9	---	6.8	---	4.178.7
NEA	---	1	89.7	---	90.7
Com.	3.626.6	---	---	---	3.626.6
Bs As	5.373.7	720.4	110.9	---	6.205
C Fed	12807.3	2.257	29.7	---	15.094
EPEC	1.380	147	166.8	---	1.693.8
Total	29994.4	4.685.9	419.9	4.944.4	40044.7

Table III: Emission of solid material [Ton/year]

Area	Gas	F. Oil	G. Oil	Coal	Total
Lit.	119.9	231.3	0.72	6.189.6	6.541.5
Cuyo	25.1	93.6	0.52	---	119.2
NOA	206.1	---	0.54	---	206.6
NEA	---	0.22	7.1	---	7.3
Com.	106.7	---	---	---	106.7
Bs As	327.8	150	8.7	---	486.5
C Fed	781.2	469.9	2.3	---	1.253.5
EPEC	63	30.6	13.2	---	106.8
Total	1.629.7	975.6	33.1	6.189.6	8.828

Generally, the emission of atmospheric contaminants can be reduced by means of the following methods (or the combination of them):

- Installation of systems of treatment of the smokes of combustion.
- Utilization of fuels of low potential of emission.
- Programming of the operation of the power system by means of strategies that point to limit the contamination.

The first method generally requires the design and installation of new equipment, while the second may need the modification of the existing equipment resulting, in both cases, in increments in the costs of capital. The third method has called the attention of many researchers during the last twenty years, who have proposed different strategies to attack the problem (Talaq, *et al.*, 1994). The principal effort has been made in the sense of diminishing the emission of gaseous contaminants with a global

focus (that is, to reduce the total production of emissions), as well as with a local focus (to reduce the contamination to the soil level in certain areas). The basic strategies could be summarized in the following way:

- Minimize the emissions, subject to the restrictions associated with the technological characteristics of the generating units, to the production - demand balance and the transmission capacity.
- Minimize the emissions, subject to the restrictions associated with the cost of production, to the technological characteristics of the generating units, to the production - demand balance and to the transmission capacity.
- Minimize the total cost of production, subject to the restrictions associated with the technological characteristics of the generating units, to the production- demand capacity, to the transmission capacity and to the limit of emission.

Different variants of these basic strategies can be obtained depending on the focus employed to reduce the emission (total or global). The emission function to be used depends, among other things, on the type of contaminant: in the case of SO<sub>2</sub> it is accepted that the emissions are proportionate to the consumption fuel of the thermal units, which leads to the quadratic functional form in the output power of the unit being different from the case of NO<sub>x</sub> which shows a highly non- linear behaviour in the output power of the thermal unit. In this work the last strategy was followed when a genetic algorithm was designed to solve the problem of optimal economic/environmental dispatch of a power system, since the present practices of dispatch in the SADI (Cammesa, 1995) have as objective the minimization of the total cost of production, taking into account its hydrothermal nature (which conducts to the minimization of the expected value on the hydrologies)

## MATHEMATICAL MODEL OF THE ENVIRONMENTAL/ECONOMIC OPTIMAL DISPATCH

The problem of the environmental/economic optimal dispatch of the active power of a thermal power system composed by N generating units without restrictions over the emissions and M-N generating units (N < M) with restrictions over the emissions of SO<sub>2</sub>, that supplies a D schedule demand, considering the losses of transmission P<sub>L</sub>, can be formulated as a problem of non linear optimization, subject to three sets of associated restrictions to the limitation of the emissions, to the balance production-demand, and to the characteristics of the generator units over the variables of decision (Wood, *et al.*, 1984):

$$\text{Min} \left\{ \sum_{i=1}^N C_i + \sum_{i=N+1}^M C_i \right\}$$

s.a.

$$\sum_{i=N+1}^M E_i \leq \sigma \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^M P_i = P_L + D$$

$$P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max}, i = 1, \dots, M$$

The objective function, the production total cost of M thermal units, as well as the function of emission of SO<sub>2</sub> are modeled as

the sum of quadratic functions :

$$\begin{aligned} C_i (P_i) &= a + b P_i + c P_i^2 \\ E_i (P_i) &= \alpha + \beta P_i + \gamma P_i^2 \end{aligned} \quad (2)$$

of the active power to  $P_i$  generated by the  $i$ -thermal unit .

The first restriction fixes a limit to the  $SO_2$  emissions for each of the  $M-N$ , the second gives an account of the equilibrium between the offer and the demand that exists over every schedule step, while the others limit the production of  $M$  units in terms of the technological limits.

The necessary conditions of first order of Karush- Khun- Tucker (Bazaraa, *et. al.*, 1993), for the case in which the environmental restriction is inactive, are in the form of:

$$\begin{aligned} \text{Fork} &= 1, \dots, M \\ f_{P_k} \frac{dC_k}{dP_k} &= \lambda, \quad \text{if } P_k^{\min} < P_k < P_k^{\max} \\ f_{P_k} \frac{dC_k}{dP_k} &\geq \lambda, \quad \text{if } P_k = P_k^{\min} \\ f_{P_k} \frac{dC_k}{dP_k} &\leq \lambda, \quad \text{if } P_k = P_k^{\max} \\ \sum_{i=1}^M P_i &= P_L + D \\ \sum_{i=N+1}^M E_i &< \sigma \end{aligned} \quad (3)$$

The penalty factors  $f_{P_i}$  are defined in the economic classical dispatch of active power only for the generation bus, by the expression :

$$f_{P_i} = \left[ 1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \right]^{-1} \quad (4)$$

If the environmental restriction is inactive, in the optimum for every schedule step, all the units operate to equal incremental penalized cost, the  $\lambda$  of the system or market price, between the technological limits, except for the ones that generate their minimum and maximum power, that operate, respectively, to an incremental penalized cost of at least the market price, keeping the equilibrium between production and demand, with the emission of  $SO_2$  under the established limit. If the environmental restriction is active, in optimum for every schedule step,  $N$  units without limitations over the emissions operate to equal incremental penalized cost, the market price, between the technological limits, except for the ones that generate the minimum and maximum power, that operate, respectively, to an incremental penalized cost of at least the market price. If we call "cost with externality" to the cost that arises of adding the schedule emission pondered by the multiplier  $\mu$  to the cost of fuel, results then that in optimum for every schedule step,  $M-N$  units with limitations over the emissions operate to equal cost with incremental penalized externality, the market price, within the technological limits, except for the ones that generate the minimum and maximum power, that operate, respectively, to a cost with incremental penalized externality of at least the market price, keeping the equilibrium between production and demand, with the emission of  $SO_2$  in the established limit.

For the case in which the environmental restriction is active,

the necessary conditions of first order of Karush - Khun - Tucker are in the form of:

$$\begin{aligned} \text{Fork} &= 1, \dots, N \\ f_{P_k} \frac{dC_k}{dP_k} &= \lambda, \quad \text{if } P_k^{\min} < P_k < P_k^{\max} \\ f_{P_k} \frac{dC_k}{dP_k} &\geq \lambda, \quad \text{if } P_k = P_k^{\min} \\ f_{P_k} \frac{dC_k}{dP_k} &\leq \lambda, \quad \text{if } P_k = P_k^{\max} \\ \text{Fork} &= N + 1, \dots, M \\ f_{P_k} \left[ \frac{dC_k}{dP_k} + \mu \frac{dE_k}{dP_k} \right] &= \lambda, \quad \text{if } P_k^{\min} < P_k < P_k^{\max} \\ f_{P_k} \left[ \frac{dC_k}{dP_k} + \mu \frac{dE_k}{dP_k} \right] &\geq \lambda, \quad \text{if } P_k = P_k^{\min} \\ f_{P_k} \left[ \frac{dC_k}{dP_k} + \mu \frac{dE_k}{dP_k} \right] &\leq \lambda, \quad \text{if } P_k = P_k^{\max} \\ \mu &\geq 0 \\ \sum_{i=1}^M P_i &= P_L + D \\ \sum_{i=N+1}^M E_i &= \sigma \end{aligned} \quad (5)$$

For the units with restrictions over the emissions, the corresponding  $\mu$  represents the "shadow price" of the externality.

#### ESTIMATION OF THE LOSS OF POWER BY TRANSMISSION AND THE PENALTY FACTORS

An approximation of the flow of power widely used is the lineal flow (L.F). The method demands finding a solution of the system [20] :

$$\|B_x\| [\Theta] = [P] \quad (6)$$

From the angles of phase, calculated for every bus of the system of equations (6), the losses of transmission are estimated by :

$$P_L = \sum_{i,j} 2 \left[ 1 + \cos(\theta_i - \theta_j) \right] \frac{r_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} \quad (7)$$

being,  $r_{ij}$  y  $x_{ij}$  the resistance and the inductive reactance of the line of transmission between the bus  $i$  and the bus  $j$ , respectively.

Conceptually, it is possible to interpret the penalty factors in generating bus from two different views (Moitre, *et. al.*, 1995). The calculation of the  $f_{P_i}$  of the reference bus, can be made from the Jacobian corresponding to a Newton-Raphson load flow, or from an approximation of a linear load flow.

The second method demands finding, the solution of the system :

$$\|A\|^t \left[ \frac{\Delta P_L}{\Delta P} \right] = \left[ \frac{\partial P_L}{\partial \delta} \right] \quad (8)$$

where the matrix of coefficients is the transpose of the matrix of



admittance of bus, eliminated the row and the column corresponding to the bus of reference. Each term of the right side of ( 8 ) is in the form:

$$\frac{\partial P_{L_{ij}}}{\partial \delta_j} = \sum \frac{\partial P_{L_{ij}}}{\partial \delta_j} \quad (9)$$

where :

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{L_{ij}}}{\partial \delta_i} &= 2 |E_i| |E_j| \text{sen}(\delta_i - \delta_j) \text{Re}(y_{ij}) \\ \frac{\partial P_{L_{ij}}}{\partial \delta_j} &= -2 |E_i| |E_j| \text{sen}(\delta_i - \delta_j) \text{Re}(y_{ij}) \end{aligned} \quad (10)$$

and the sum was made in all bus i attached by a line of transmission to the bus j.

### OPTIMIZATION TECHNIQUE: GENETIC ALGORITHMS

The fundamental focus on optimization consists in formulating a quantitative index, the objective function, that represents the value of a decision, and to improve iteratively the value assumed by it by means of an adequate selection between the available alternatives. The majority of the classical numerical methods employed in optimization generate a finite deterministic succession of test solutions, feasible or not, with searching directions based on the gradient or on operators of a superior order that produce, in the case that the objective is "smooth", successions of test solutions that converge asymptotically to optimum local solutions. The techniques of evolutive optimization constitute an efficient and strong alternative to try the problems that arise in the engineering application. In particular, the use of Genetic Algorithms (GA) is not new for its basic principles were proposed in the seventies (Holland, 1975).

An GA is a searching algorithm based on the mechanisms of natural genetics that simulates evolution of "organisms" (solutions) through the survival of the fittest, until arriving at an optimum solution, widening its scope of application in engineering (IEEE, 1996). The GA must combine the evaluation of the solution, by means of the adoption of a quality criterion of itself with the interchange of genetic information of the intermediate solutions. For this it uses three basic operators: selection, crossing and mutation. On the other hand a codification of the genetic information is needed as genes in a chromosome. In this work the codification in a fixed group of chromosomes has been chosen which are composed by bits where each strip represents an individual of a population that is also considered fixed.

To reach a solution to this problem the process is started with a first population of individuals generated at random. The fitness function is applied to these individuals thus evaluating the ones that show a better performance which will have a greater probability of surviving while the individuals of a minor quality will tend to disappear in accordance to the evolution. Once the best individuals are selected the operators of crossing and of mutation are applied to generate a new population in which the same operators will be applied. A criterion of detention will determine when the solution is satisfactory for the problem. The canonic scheme of an GA is the following :

*Procedure AG {*  
*t = 0;*  
*Initiate population p (t) ;*  
*Select p (t) ;*

*While (no detention) {*  
*cross p (t) ;*  
*mutate p (t) ;*  
*select p (t) ;*  
*t = t + 1 ;*  
*}*

### ALGORITHM DEVELOPMENT

The algorithm is structured on the basis of deterministic techniques (LF), which allow the estimation of the losses and the penalty factors of the system under study, together with evolving techniques (GA) that determine the solution without environmental restrictions which are incorporated by means of iterative techniques in  $\mu$ , if the environmental restriction is active. In this work an GA dedicated to the DE already validated on the same power system (Moitre, *et. al.*, 1996/c; Moitre, *et. al.*, 1997; Riubrugent, *et. al.*, 1997) was used as the base for development in which all the modifications were made which permit the consideration of new restrictions.

### CASE OF STUDY

In this section an example is presented to illustrate the behavior of the GA developed in applications to the economic/environmental dispatch of a thermal power system. The network diagram of this test system is represented in the following figure :

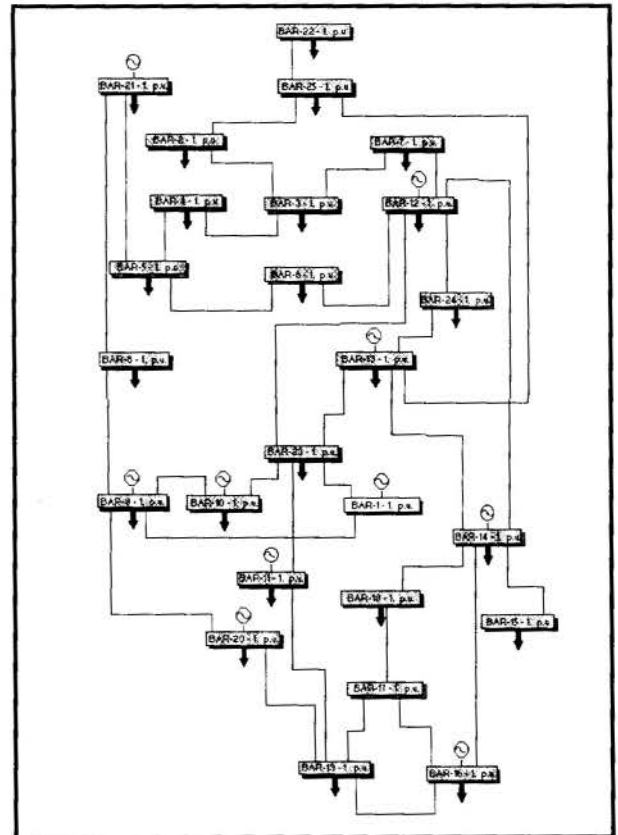


Figure 1: Test System

The dispatch of the central area of the MEE is considered, modeling itself as a system conformed by 17 thermal units of the Provincial Company of Energy of Córdoba (EPEC), specifically 5 vapor turbines (IV) and 12 gas turbines (TG), whose data are given in detail in the Appendix. From these data, via an

statistical adjustment the corresponding curves of specific consumption were obtained [Kcal/h] , whose parameters are detailed in the Appendix.

These machines are part of the eight thermal stations which produce the 67% of the energy generated by the company, being the remaining 33 % generated by the hydraulic stations spread all over the territory in Córdoba. This generator units produces annually approximately 1, 250 GWh, which represents a 31 % of the provincial demand to the SADI.

It was considered that the last TG of Villa María was subjected to the restrictions in the emission of SO<sub>2</sub>, which varied from 6 Kg/h to 14 Kg/h making runs for three levels of system demand: 320 MW, 327 MW and 350 MW. In the level corresponding to the lower level of demand, the superior limit of emission is of 10 Kg/h, because it is the minimum value of  $\sigma$  that activates the restrictions, that is, for values higher than 10 Kg/h the necessary first order conditions are given by (3) and for values lower than 10 Kg/h the first order conditions are given by (5). In the case corresponding to the remaining levels of demand, the necessary first order conditions are given by (5).

The results are shown in the following figure, parametrized in the demand:

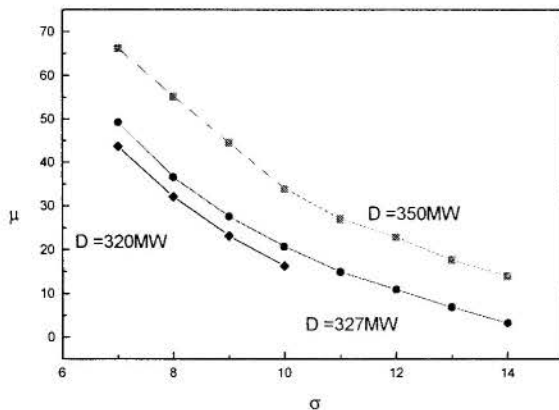


Figure 2 : shadow price [KCal/Kg] vs. emission [Kg./h]

## CONCLUSIONS

The impact of the environmental restrictions on the EED can be seen in Figure 2, in terms of the shadow price of the externality and the limit of emission tolerated. From this it is deduced that in the case that such restriction is active, all decrease in the emission of SO<sub>2</sub> produces a non-linear increase in the cost of externality that has an increment in the same sense as the demand. Concerning the developed GA the inclusion of the modification did not modify the behaviour shown by its nucleus (Moitre, *et. al.*, 1996/b; Hernández, *et. al.*, 1996; Moitre, *et. al.*, 1996/c; Moitre, *et. al.*, 1997; Riubrugent, *et. al.*, 1997). The effect on it by increasing the number of machines with and without restrictions still needs to be studied .

## REFERENCES

- Bazaraa, M.; Sherali, H.; Shety, C. Nonlinear Programming, Second Edition. Wiley. (1993)
- Boletín Oficial Ley 24065, Buenos Aires., Argentina (1992).
- CAMMESA "Procedimientos para la programación de la operación, el despacho de cargas y el cálculo de precios". Tomos I y II. Buenos Aires, Argentina. (1995).
- Chen, P.; Chang, H. "Large-scale economic dispatch by genetic algorithm". 1995 IEEE/PES Winter Meeting New York .
- Chenlo Castro, J.; Postiglioni, O. Ingeniería Sanitaria y Ambiental N° 21. (1995), pp 61-63.
- Cipriano, A.; Ramos, M.; Vidal, R.; Mery, D. "Sistema de procesamiento paralelo y su aplicación al despacho económico con restricciones ambientales". Anales del 7mo. Congreso Latinoamericano de Control Automático. Buenos Aires, Argentina. (1996), Vol. I, pp. 115-121.
- Congressional Amendment to the Constitution, H. R. 3030/S. 1490 (1990).
- El-Keib, A. A.; Ma, H. E.; Hart, J.L. "Economic dispatch in view of the clean air act of 1990". IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 9, No. 2, (1994) pp. 972-978.
- Fogel, D. B. "An introduction to simulated evolutionary optimization". IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 5, No. 1. (1994) . pp 3-14.
- Goldberg, D. E. Genetic Algorithms, Addison-Wesley, N. Y., (1989).
- Hernández, J.; Brignone, S.; Ruetsch, L.; Moitre, D.; Aromataris, L. "Planificación de la Operación de Sistemas de Energía vía Optimización Evolutiva". Anales del 7mo. Congreso Latinoamericano de Control Automático. Buenos Aires, Argentina, (1996) Vol. I, pp. 266-271.
- Holland, J. H. Adaption in Natural and Artificial Systems. Cambridge, MIT Press. (1975)
- IEEE Trans. on Industrial Electr., Vol 43, No 5, .Special Section on Genetic Algorithms for Industry. (1996).
- Moitre, D. ; Aromataris, L. "Evaluación y Uso de los Factores de Penalización en los Mercados de Energía Eléctrica Argentino y Chileno". Revista Energía y Computación, Vol. IV, N° 1. Colombia. (1995) pp 15-18.
- Moitre, D.; Aromataris, L.; Hernández, J. "Evolución de los Mercados de Energía Eléctrica Argentino y Chileno" Resúmenes de las Sesiones Técnicas del Congreso: Transiciones Energéticas en México, Centro y Sudamérica. México, D.F. (1996/a), pp. 19-20.
- Moitre, D.; Brignone, S.; Ruetsch, L.; Maldonado, F.; Hernández, J.; Aromataris, L. "Técnicas Emergentes en la Optimización de Sistemas de Suministro de Energía Eléctrica". Ponencias del Segundo Congreso Latinoamericano de Distribución de Energía Eléctrica. Viña del Mar, Chile. (1996/b).
- Moitre, D.; Hernández, J.; Maldonado, F.; Ruetsch, L.; Aromataris, L. "Optimización del Despacho Económico de un Sistema de Suministro de Energía Eléctrica combinando técnicas determinísticas y estocásticas". Resúmenes de las Sesiones Técnicas del Congreso: Transiciones Energéticas en México, Centro y Sudamérica. México, D. F. (1996/c), pp. 23-24.
- Moitre, D.; Hernández, J.; Aromataris, L. "Programación de la Operación Óptima Económica de Sistemas Eléctricos de

Potencia sujeta a restricciones energéticas: una aplicación de algoritmos genéticos". IEEE-RVP'97. México. D. F. (1997).

Riubrugent, J.; Moitre, D.; Hernández, J.; Aromataris, L. "Control de Sistemas de Potencia: aplicación de algoritmos genéticos a la programación de la operación". SIE'97. La Habana, Cuba. (1997).

Secretaría de Energía, Res. N° 154/93 y Res. N° 182/95. Bs. As. Argentina.

Sheble, G. B.; Brittig, K. "Refined Genetic Algorithm - economic dispatch example". IEEE Trans. on Power Systems, Vol 10, No 1., (1994), pp. 117-124.

Talaq, J.H.; El-Hawary, M. E.; El-Hawary, F. "A summary of environmental / economic dispatch algorithms". IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 9, No. 3. (1994), pp. 1508-1516.

Wood, A. & Wollenberg, B. Power Generation, Operation, and Control. Wiley. (1984)

Yang, H.; Yang, P.; Huang, CH. "Evolutionary programming based economic dispatch for units with non-smooth fuel cost functions". 1995 IEEE/PES Winter Meeting, New York.

## APPENDIX

Table AI: Specific consumption of 2 TG at General Levalle

Power [MW]	Specific consumption [KCal/h]
5	24878.5
10	37080
15	49992
20	63614

Table AII: Specific consumption of 2 TG at Dean Funes, 4 TG at Villa María and 2 TG at Río Cuarto.

Power [MW]	Specific consumption [KCal/h]
5	29162
10	41017
15	53352

Table AIII: Specific consumption of 1 TG at San Francisco

Power [MW]	Specific consumption [KCal/h]
5	24622
10	37209
15	50275.5

Table AIV: Specific consumption of 1 TG at San Francisco

Power [MW]	Specific consumption [KCal/h]
5	24622
10	37209
15	50275.5
20	63824

Table AV: Specific consumption of 2 TV at Pilar.

Power [MW]	Specific consumption [KCal/h]
5	30191
10	40050
15	50122.5
20	60410
25	70912.5
30	81630
40	103712
50	126650
60	150450
70	175112
75	187762.5

Table AVI: Specific consumption of 1 TV at Pilar

Power [MW]	Specific consumption [KCal/h]
5	24066.5
10	33237
15	43863
20	55944
25	69477.5
30	81630

Table AVII: Specific consumption of 1 TV at Pilar

Power [MW]	Specific consumption [KCal/h]
5	23316
10	33745
15	45559.5
20	58758
25	73342.5
30	89310

Table A VIII: Curves of specific consumption schedule

Name	Type	a	b	c
D. Funes 1	TG	17787	2227	9.60
D. Funes 2	TG	17787	2227	9.60
R. Cuarto 1	TG	17787	2227	9.60
R Cuarto 2	TG	17787	2227	9.60
D. Funes	TV	18118	2051	14.10
Pilar 1	TV	14931	1671	18.95
Pilar 2	TV	14271	1670	27.69
S. Franc 1	TG	17787	2222	9.60
S. Franc 2	TG	12516	2373	9.61
Levalle 1	TG	13387	2227	14.20
Levalle 2	TG	13387	2227	14.20
Pilar 3	TV	20548	1907	4.29
Pilar 4	TV	20548	1907	4.29
Va. Maria 1	TG	17787	2227	9.60
Va. Maria 2	TG	17787	2227	9.60
Va. Maria 3	TG	17787	2227	9.60
Va. Maria 4	TG	17787	2227	9.60

## **ACKNOWLEDGEMENTS**

The authors want to express their acknowledgement to the CONICOR, PID 4252 and the Secretary of Science and Technique of the National University of Río Cuarto, Res. Rect. N° 037/98, for all the economic support provided in the frame of the Research Program, years 1997/98.

## **BIOGRAPHIES**

**Diego Moitre** was born in Arroyo Cabral, Córdoba, Argentina. He graduated as Electrical-Mechanical Engineer and as Bachelor in Mathematics from the National University of Río Cuarto (UNRC), Argentina, and obtained the degree of Master in Sciences of Engineering from the Catholic University, Chile. He is an Associate Professor in the Faculty of Engineering at the UNRC. His interests are oriented to the planning and economic operation of the Electric Power Systems. He is a member of the GASEP.

<http://www.unrc.edu.ar/hojas/gasep.html>

E-mail: [dmoitre@ing.unrc.edu.ar](mailto:dmoitre@ing.unrc.edu.ar).

Tel.: 54 58 676246/ 676248

Fax: 54 58 676246/ 676248

**José Luis Hernández** was born in Río Cuarto, Córdoba, Argentina. He graduated as Electrical-Mechanical Engineer from

the National University of Río Cuarto, Argentina. At the present time he takes part in the Post-graduate Program in Engineering of the National University of La Plata, Argentina. He is Associate Professor in the Faculty of Engineering at the UNRC. His interests are oriented to the informatic applications in Electric Power Systems. He is a member of the GASEP.

E-mail: [jlh@ing.unrc.edu.ar](mailto:jlh@ing.unrc.edu.ar).

**Luis Aromataris** was born in Mendoza, Argentina. He graduated as Electrical-Mechanical Engineer from the National University of Río Cuarto, Argentina. At the present time he forms part of the Post-graduate Program in Engineering of the National University of La Plata, Argentina. He is Associate Professor in the Faculty of Engineering at the UNRC. His interests are oriented to the planning and economic operation of Electric Power Systems. He is a member of the GASEP.

E-mail: [laromataris@ing.unrc.edu.ar](mailto:laromataris@ing.unrc.edu.ar).

**Gustavo Rodríguez** was born in Río Cuarto, Córdoba, Argentina. At the present time he is an advanced student of the career of Electrical Engineering in the National University of Río Cuarto, Argentina. He is a Research assistant in the GASEP.

E-mail: [grodriguez@ing.unrc.edu.ar](mailto:grodriguez@ing.unrc.edu.ar).



## HYDROGEN UTILIZATION FOR THE REDUCTION OF IRON ORE IN THE BRAZILIAN AMAZONIA: PROSPECTIVE NATURAL RESOURCES PRESERVATION

L. C. De Lima

N.A.S. Arantes

LEDIF - Department of Mechanical Engineering  
Federal University of Uberlândia

UNIT - Centro Universitário do Triângulo  
38400 000 Uberlândia MG

### SUMMARY

*In average 20% the annual energy consumption of Brazil corresponds to the use of wood under the form of either charcoal or fuelwood. The utilization of fuelwood is decreasing and the utilization of charcoal is growing at the same rate (about 2.5%) yearly. The growing demand for charcoal is forcing the charcoal-based iron and steel industry to move to the north of Brazil where wood is still abundant. The objective of the present study is to demonstrate the feasibility of using electrolytic hydrogen instead of charcoal or coke for the reduction of iron ore in the Program Grande Carajás - Amazonia. Technical, economic and environmental aspects will be considered. This study can be beneficial to the Amazon region since natural resources will be preserved.*

### INTRODUCTION

Brazil is one of the biggest iron and steel manufacturers in the world and it is estimated that its production of iron will be about 50 million tons by the end of the Century (Leal and Torres, 1990).

The Brazilian iron industry is characterized by its high utilization rate of renewable resources for the production of pig iron. The charcoal blast furnaces are responsible for one third of the country's total pig iron production. About 3 m<sup>3</sup> of charcoal is required for the production of 1 ton of pig iron in blast furnaces. Charcoal is considered to be a renewable resource since it is produced from wood. Approximately 10 m<sup>3</sup> of charcoal (Leal and Torres, 1990) can be produced from 1 ha of an afforested area, but this productivity, depends on planting and felling rates, felling techniques and efficiency of charcoal making process. Unfortunately, in many regions of the world, a wood consumption rate is much higher than the natural renewal rate, which results in deforestation. It has been estimated that some of the Brazilian states lost more than 90% of their primary forests.

In the world perspective, there is a clear trend of shifting iron industry from developed countries, such as U.S., Japan and Western Europe, to the less developed countries, which have cheap labor and natural resources. This will result in increase in wood consumption and consequently in an increased rate of deforestation in such countries.

On the other hand, Brazil is the world leader in utilization of renewable energy sources (hydropower, sugar cane for alcohol production and wood). Hydropower makes 30% of total energy consumption in Brazil. More than 90% of electricity is actually produced from hydropower, with more than 40 GW of installed capacity. Technically exploitable potential of hydropower is estimated to be more than 100 GW in the Amazonia region (D'Ajuz et al., 1989). Since hydropower is used for both base load and peak load, the capacity factor is about 0.6. Some of this installed capacity can

be used in electrolyzer plants to produce hydrogen during off-peak hours, without impairing the normal supply of the electric system. Off-peak electricity from existing hydropower plants should be very cheap (about \$ 0.01/kWh), since there is no fuel consumption and capital costs are included in the price of electricity sold to the consumers. It can be estimated that produced hydrogen would cost less than \$ 10/GJ (\$ 0.1 /Nm<sup>3</sup>). Hydrogen is being considered to be an ideal fuel for the post-fossil fuels era. Hydrogen can be produced from water using any and all primary energy sources, particularly solar energy (in its direct and indirect forms). Hydrogen actually complements the renewable energy sources and presents them to the consumer in a convenient form and at the desired time. It is relatively inexpensive to produce; it can be converted to other forms of energy very efficiently; and it is the cleanest fuel because its combustion product is basically water vapor. Hydrogen can be used in every application in which fossil fuels are being used today. Hydrogen can be successfully used in iron ore reduction instead of coke and charcoal. Hydrogen application in iron ore reduction has many advantages, such as:

- it does not create any pollution (no carbon dioxide, no unburned hydrocarbons, no sulfur oxides, no ash, etc);
- overall heat consumption is less than in coke or charcoal fueled blast furnaces;
- produced iron does have less impurities (such as phosphorus and sulfur) which usually occur if coke or charcoal are used.

It is therefore proposed here to investigate the possibility of using part of the available hydropower capacity installed in the Grande Carajás Program (Amazonia) to generate hydrogen, which than can be used in iron industry, substituting excessive use of charcoal. Electrolytic hydrogen production is already developed, mature and very efficient technology (up to 90%). Hydrogen application in iron making process has advantages, as discussed above. However, it has not been used on large scale because of hydrogen high costs, but some preliminary studies show that in Brazilian case this technology can be cost

effective (De Lima et al., 1992). Undoubtedly, it is environmentally more acceptable than existing iron producing technology, because it produces no pollution and it preserves Brazil's biggest natural resource - its tropical forests.

The main objectives of the proposed study are:

- to investigate technical and economical feasibility of using electrolytically produced hydrogen instead of charcoal in Brazilian iron industry;
- to estimate environmental benefits which could result from the implementation of the proposed technological change.

#### CHARCOAL USE IN BRAZIL

Although charcoal and fuelwood come from the same origin, they are different since charcoal is manufactured, transported, sold commercially, competing with available fuels such as coke, oil and electricity. As observed by Wood and Baldwin (1985), charcoal is the general term for a range of carbonized materials, with varying combustion properties. It is made by rising the temperature of wood beyond the point at which many of its organic components become chemically unstable and begin to break down. The detail of this process, called pyrolysis, are still incompletely understood. Most of the newly formed materials are vaporized. The material left behind is a black, porous charcoal that retains the original form of the wood but one fifth the weight, one half the volume, and about one third original of the energy content. Despite the large net energy loss, however, charcoal typically has a calorific value of 32-33 MJ/kg, compared to the original wood's value of 18-19 MJ/Kg.

In Brazil charcoal has significant use in domestic and industrial sectors. More than 80% of its production is used by the steel, iron, ferro alloys and cement industries. The iron ore smelting industry uses about 75% of the produced charcoal in Brazil (Abracave, 1996).

The high industrial use for charcoal in Brazil has two significant reasons. The first one is that coal is not abundant and it is found at small quantities only in the south region of Brazil. Even so its quality is not high (> 40% ash) and it can be used only for nonmetallurgical purposes as steam production in cement, ceramics, paper and pulp industries. The other reason is that there is still abundant natural resources, particularly in the northern part of Brazil. However the current consumption of wood for the production of iron even with the addition of reforested wood is far above the sustainable yield, causing widespread stock cutting, threatening wood shortages, and provoking environmental damages.

According to Ackerman and De Almeida (1990), due to cheap prices and extensive availability of wood and low labor wage, wood in form of charcoal continues to be an attractive fuel to iron, steel, aluminum, ferro alloys and cement industries. For smelting iron ore it is necessary to use charcoal or coke for providing not only heat but also carbon for its chemical reduction. Charcoal fired iron production is an ancient technology and the resulting deforestation an ancient problem. Coke typically contains more mineral impurities than charcoal and therefore produces lower quality iron. Moreover, coke-fired smelting requires higher temperatures, making it practical only in larger furnaces.

The production of iron, steel and aluminum in Brazil is supposed to increase at a rate of about 2.5% in the following years. This will result in more demand of wood and charcoal and consequent greater utilization of native and reforested wood. The south and central regions of Brazil are not able anymore to attend such demand at least in terms of natural resources. In terms of afforested area there is a substantial

contribution and currently it participates with 50% of the total produced charcoal. But it is still not enough. On the other hand some researchers (Wood and Baldwin, 1985) affirm that government oriented reforestation programs in various developing countries encounter problems such as: creation of unrealistic expectation by project planners; failure to attract the interest and active involvement of potential fuelwood and charcoal consumers; failure to arrange adequate protection against fires and preservation of animals; and showed inadequate or inconsistent strategies at the national level for the production, transformation, transport and use of the wood produced including the appropriate legal framework to promote reforestation.

For example, reforested area by the charcoal iron and steel industry in Brazil was 58.488 ha in 1987, 125.000 ha in 1990, 80.067 ha in 1992; 37.026 ha in 1994 and 30.351 ha in 1995. This is a clear evidence that reforestation program is dependent of government incentives. Still after Ackerman and De Almeida (1990) the quantity of wood required for charcoal production will increase at an annual average of 2.6% till year 2010. This will cause a collapse of the charcoal-using industries installed in the south and central regions of Brazil. As a consequence it will be more economic to move the pig iron industry to eastern Amazonia where native wood for charcoal and iron ore are abundant.

The program of occupation of the eastern Amazonia launched by the Brazilian government in the 70's (the Grande Carajás Program) is a long term program aiming the settlement of many industrial and agrarian projects in that region. Due to the existence of the world's largest high-grade iron ore deposit, at least eight pig iron smelting projects were approved along the railway Carajás-São Luis, being two in Marabá and the others in Açailândia. After Hall (1987) the pig iron smelting industries will need at least 50 million tons of wood for charcoal-making. During the first seven years, when the reforestation program starts producing, that demand of wood will be supplied by native wood.

#### DISPOSABLE HYDROELECTRICITY IN THE AMAZONIA

The Brazilian Amazonia faces a continued process of occupation and exploitation of natural resources. Another interesting aspect is that in the Amazonia there are about 100 GW of available hydroelectricity which in its turn will eventually give support to the industrialization of raw materials.

D'Ajuz et al. (1989) affirm that the Brazilian National Energy Sector has established the following decisions: (1) to use alternative energy sources for generating electricity close to consumption centers; (2) to study the viability of utilizing the large hydraulic resources of Amazonia and the transmission of great blocks of energy over long distances; (3) to modify the natural development tendency of the country, by restricting the consumption growth in the South and Southeast regions and by producing incentive to the North region of Brazil.

The first established decision of using alternative energy sources for generating electricity close to consumption centers is a difficult task then the most common methods of producing electricity close to consumption centers are all based on fossil fuels such as coal and oil, fuelwood or nuclear fuel.

It happens that Brazil does not have sufficient reserves of coal and oil and the excessive utilization of wood is not environmentally acceptable to the production of electricity near consumption centers.

The second and third decisions are more feasible and in fact are under implementation. Besides other objectives of

regional development the Brazilian Government has started the construction of three hydropower plants in the regions where it was settled the Grande Carajás Program. One is the Altamira complex which comprehend the construction of the Babaquara hydropower plant and the Kararaó hydropower plant. The other is the Tucuruí hydropower plant. Kararaó will have capacity of 11 GW, Babaquara 7 GW and Tucuruí 7.3 GW.

Preliminary studies have shown that at least 2 GW will have to be stored for a posterior utilization in the Kararaó power plant (D'Ajuz et al., 1989). This quantity of disposable energy could be utilized by the iron industry for the direct reduction of iron ore in the Grande Carajás Program. Electric energy used close to a power plant has a final price of about its production cost, since it does not require expensive electric network for its transmission. The price of an electric energy supply close to a power plant at off-peak hours may be estimated to be around \$ 0.01 per kWh (Vaz de Campos, 1987) and this value can be assumed to the case of electric production and hydropower plants in the eastern Amazonia.

### HYDROGEN PRODUCTION IN THE AMAZONIA

It is proposed herein to use part of the available hydroelectricity generated in the region of the Grande Carajás Program to produce hydrogen which will be used by the pig iron industry instead of charcoal. This will contribute to the preservation of the Amazonian rain forest. 2 GW of disposable hydroelectricity will furnish about 16,000 Gwh yearly and this total could be used by electrolyzer plants for the production of hydrogen. Since hydrogen can be easily stored and transported, a high capacity factor (up to 90%) of the hydrogen plants can be assumed. Production of hydrogen from water by electrolysis is a fundamentally simple process and the technology is already developed and mature. Tarnay (1984) affirmed that there are several existing large electrolyzer installations producing hydrogen and oxygen. For example the Trail plant in Canada produced 140 million cubic meters of hydrogen per year. The oxygen is used for metallurgical operations and the hydrogen for production of fertilizers. The Nangal plant in India produces annually 220 million cubic meters of hydrogen for fertilizer facilities and 15 tons of heavy water. In Egypt in the Aswan Dam project were is produced 170 million cubic meters of hydrogen per year. The Norsk plant in Norway produced 790 million cubic meters of hydrogen per year. There are several large electrolyzer plants in German, Italy, Canada, USA, and in other countries including Brazil there are smaller installations for the production of hydrogen.

Still according to Tarnay (1984), in general, there are three basic types of electrolyzer in use today. The unipolar tank, the bipolar filter press and the solid polymer electrolyte. In the United States, two advanced water electrolyzer have been developed recently: The Teledyne Energy System's Model HS 200 alkaline electrolyte unit, and the General Electric's Model 250 solid polymer electrolyte unit, both with conversion efficiencies from 0.85 to 0.92. In Canada, the Electrolyser Corporation Ltd. manufactures advanced unipolar Stuart cells, and in Europe the Norsk Hydro Company is manufacturing advanced bipolar filter electrolyzer which can compete with the U.S. electrolyzer. According to a study provided by Rist-Frost Associates for the Potsdam Electrolytic Hydrogen Facility, the General Electric unit is recognized as the most effective for the hydrogen purity, available factory support and advancement of state of the art in electrolysis, the Norsk Hydro unit for the best operating efficiency, the Teledyne unit for the quality of hydrogen gas output and the

cost of facility, and the Electrolyser Corporation's unit for its single and reliable design.

The electrolyzer is the main part of the electrolysis plant, but other elements are also required such as a direct-current supply, a feed-water supply, electrolyte circulation, gas separation and purification, cooling, inert gas supply, process control and a power supply for auxiliary plants (Tarnay, 1984). Feed water has to be supplied at the rate of about 1 liter/Nm<sup>3</sup> of hydrogen and the cooling system requires 40-60 liters of cooling water for each Nm<sup>3</sup> of produced hydrogen. In average one Nm<sup>3</sup> of hydrogen can be produced with 4.4 kWh of electricity. Therefore this disposable 16,000 Gwh annually in the Grande Carajás Program can be transformed into 2 to 3.6. 10<sup>9</sup> Nm<sup>3</sup> of hydrogen (other part of electric energy would be used for the purpose heating fuel). Taking into account the assumed price of off-peak electricity in the GCP as \$ 0.01 per Kwh the cost of hydrogen will be less than \$ 0.1 per normal cubic meter.

### HYDROGEN FOR IRON PRODUCTION IN THE AMAZONIA

The Brazilian production of pig iron in 1995 was 25.3 million tons (Abracave, 1996). From that total 7.5 million tons was produced with charcoal. The estimated consumption of charcoal was about 22.7 million cubic meters. On average 3 m<sup>3</sup> of charcoal is necessary to produce 1 ton of pig iron. The production of raw steel in 1995 was 25.4 million tons. From that total only 3.7 million tons was produced by charcoal, which correspond to 7.6 million cubic meters. On average 2 m<sup>3</sup> of charcoal is necessary to produce 1 ton of raw steel.

In 1995 it was consumed in Brazil 31 million cubic meters of charcoal, 48% of that total was originated from native resources and 52% from reforestation program. Steel integrated plants consumed 25%; independent producers of pig iron 50%; ferro alloys industries 9%; cement industries 5%; primary metals industries 2% and others 9%. In that year the iron and steel industry consumed 26.2 million cubic meters of charcoal, which correspond to about 52 million cubic meters of wood or 32.5 million tons of wood. In the future, only the pig iron industry programmed to the Grande Carajás Program will need 50 million tons of wood annually for iron ore smelting. Together with the increasing need of charcoal in other regions of Brazil this certainly will result in a continued depletion of the remaining native forest of this country.

Besides some suggestions of charcoal savings such as bringing new investment in the mills up to the level of the most efficient current production and advances in technological aspects as for example waste gas preheating ore and air in combustion chamber it would be very interesting to see the possibility of using hydrogen for the reduction of iron ore instead of charcoal in the GCP. This will eventually reduce charcoal utilization and produce environmental benefits. In the conventional blast furnaces 100 Nm<sup>3</sup> of hydrogen used as a reductant can replace approximately 0.3 m<sup>3</sup> of charcoal and after Astier et al (1980) such a possibility has been studied and without large technical changes cold or hot hydrogen could be injected through the tuyeres thus replacing heavy fuel-oil and charcoal or coke.

There are many developed and under research processes of iron ore reduction which can be adapted to hydrogen utilization. As highlighted by Zervas, McMullan and Williams (1995) over the past thirty years there have been two separate lines of development in primary iron-making technology. The mainstream has centered on the blast furnace, which still remains the principal process unit for iron production



throughout the world. The dominant alternative technologies are based on direct reduction and smelting which emerged during the late 1960 s and early 1970 s, and in which iron oxide feedstocks are reduced to metallic iron by reducing gases, often at temperatures below the melting point of iron itself, and avoiding the use of coke or charcoal. Direct reduction processes convert iron ore in the form of fines, pellets, sinter, etc., into sponge iron and it can be divided into two classes according to the fuel used: natural gas or coal. The natural-gas based processes are the most easily adaptable to hydrogen utilization. In fact, as said by Astier et al. (1980), the use of hydrogen as a reductant gas in the DR route will even simplify the direct reduction process since it makes the reducing gas production unit (the gas reformer where the natural gas is reformed to produce CO and H<sub>2</sub>) unnecessary. This possibility looks much more attractive than hydrogen injection in the blast furnace.

Among various commercially available reformed natural gas direct reduction (DR) processes the most known are: Midrex DR process; HYL DR process; Armco DR process; Purofer DR process; Fior DR process; Reduction shaft DR process (The processes description will not be made in the present article due to space limitation. The reader is suggested to consult the article of Davis et al., 1982 where all the commercial DR technology and economics are shown). In average all DR process require approximately 10-12 GJ for the production of one ton of sponge iron. Exception is made to the fluid bed FIOR process requiring 15GJ. Once adapted to hydrogen the difference among those processes would be the consumption of hydrogen, the consumption of electric energy, investment cost and technological improvements. For example, the Midrex process would require 110 kWh of electric energy and 625 Nm<sup>3</sup> of electrolytic hydrogen for the production of 1 ton of sponge iron. The HYL process 90 kWh and 640 Nm<sup>3</sup> respectively. The Armco process 20 kWh and 700 Nm<sup>3</sup> and the Purofer process, 120 kWh and 750 Nm<sup>3</sup>, respectively. The Reduction Shaft process would require about 535 Nm<sup>3</sup> of hydrogen and 1100 kWh of electric energy for the production of 1 ton of sponge iron.

The Reduction Shaft process is especially interesting then 40% of the energy necessary for the production of 1 ton of sponge iron will be electric. The electric energy works heating hydrogen and iron ore below the melting temperature of the iron ore. Electrolytic hydrogen will act as reductant removing oxygen from the iron ore which usually is hematite (Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>). The reaction will be Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> + 3H<sub>2</sub> → 2Fe + 3H<sub>2</sub>O. Different from other processes the residues will be water vapor being environmental sound.

Considering the Reduction Shaft process as the most appropriated for the production of sponge iron in the eastern Amazonia due to the balanced use of cheap electric energy and electrolytic hydrogen as reductant the available 16,000 Gwh will be broken in 6,400 Gwh for heating electricity and 8,640 Gwh (90% efficiency) for hydrogen production: 8,640 Gwh will produce 1.96.10<sup>9</sup> Nm<sup>3</sup> hydrogen (4.4 kWh/Nm<sup>3</sup>) which in its turn will produce 3.67 . 10<sup>6</sup> tons of sponge iron (535 Nm<sup>3</sup>/tsp + 1110 kWh/tsp).

Following calculation of Stuart (1991) the cost of one Nm<sup>3</sup> of hydrogen for the case of the eastern Amazonia will about 6.6 cents. This cost is divided in 4.4 cents for electricity, 0.7 cents cost of labor, feedwater and maintenance and 1.5 cents capital related costs.

Following calculation of Davis, McFarlin and Pratt (1982) the cost of one ton sponge iron produced in the Grande Carajás Program will be \$ 145.12. That cost when broken up will be composed of \$45.26 for 1.4 ton of iron ore, \$ 35.38 for 535 Nm<sup>3</sup> of electrolytic hydrogen; \$ 11.60 for electric energy; \$ 4.00 for labor, \$ 4.90 cost of maintenance and \$ 2.52 for other

costs. Depreciation, taxes, total fixed costs and 15% for return on investment will form \$41.46. The Brazilian cost of one ton of pig iron produced with charcoal is about \$ 155.00. Half of that value is the price of 3.4 m<sup>3</sup> of charcoal necessary for the production of 1 ton pig iron in blast furnace.

Considering that in one hectare of afforested area in average it is produced 10 m<sup>3</sup> of charcoal in larger pieces which is usable in the blast furnace process (Charcoal fines do not permit gas circulation and do not have mechanical resistance to support iron ore) the total of 3.67 10<sup>6</sup> ton of sponge iron produced by electrolytic hydrogen will replace 12.48 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup> of charcoal which in its turn will replace about 1.24 10<sup>6</sup> hectares of afforested area each year. This will result in the preservation of native forest. Other environmental benefit will be the reduction in CO<sub>2</sub> emissions and this will correspond to about 8 10<sup>6</sup> tons CO<sub>2</sub> yearly not emitted by charcoal fired blast furnaces projected in the eastern Amazonia.

## CONCLUSION

The program of occupation and exploitation of the Brazilian eastern Amazonia seems to be an irreversible process. Many charcoal fired pig-iron smelting projects were implemented and are under implementation, previewing consumption of wood at about 50 million tons annually. The depletion of the Amazonia rain-forest certainly will be mitigated if those iron smelting projects be, at least partially, converted to the electrolytic hydrogen iron ore reduction. This technology is still available, economically competitive and environmentally sound.

## REFERENCES

- ABRACAVE - Associação Brasileira de Florestas Renováveis, Statistical Yearbook, 1996.
- Ackerman, F. and De Almeida, P.E.F., 1990, "Iron and Charcoal - The Industrial Fuelwood Crisis in Minas Gerais", Energy Policy, pp. 661-668, September.
- Astier, J.; Krug, J.C. and De Lassat, Y., 1980, Technico-Economic Potentialities of Hydrogen utilization for Steel Production, III World Hydrogen Energy Conference, vol. 3, pp. 1707-1723, Tokyo, Japan, 23-26 June.
- D'Ajuz, A.D.; Ellery Filho, E.H.; Conti, A.M. and Mattos, M.C., 1987 Electrical Energy Transmission from Amazon Region: Hydrogen as a Promising Alternative in Brazil, Int. J. Hydrogen Energy, vol. 14, n. 8, pp. 515-523.
- Davis, C.G., McFarling, J.F. and Pratt, H.R., 1982, Direct-Reduction Technology and Economics, Ironmaking and Steelmaking, vol. 9, n. 3, pp. 93-129.
- De Lima, L.C., 1991, Readiness of Brazil to be the First Country to Utilize Hydrogen as Energy Carrier: The Amazon Issue, Report to the Clean Energy Research Institute, University of Miami, USA, 64 pages.
- De Lima, L.C., Barbir, F. and Veziroglu, T.N., 1992, Electrolytic Hydrogen Produced Steel Instead of Charcoal Produced Steel in the Brazilian Amazonia, 9<sup>th</sup> World Hydrogen Energy Conference, vol. 3, pp. 1837-1844, Paris, France, 22-25 June.
- Hall, A. 1987, Agrarian Crisis in Brazilian Amazonia: The Grande Carajás Programme, Journal of Development Studies, vol. 23, pp. 522-552.
- Leal, F.L. and Torres, B., 1990, The Iron and Steel Industry in Brazil, Iron and Steelmaking, vol. 17, n. 1, pp. 1-3.
- Stuart, A.K., 1991, A Perspective on Electrolysis, Proceedings: Transition Strategies to Hydrogen as an Energy



Carrier - First Annual Meeting of the National Hydrogen Association, EPRI GS 7248, Washington, USA, Mar.

Tarnay, D.S., 1984, Hydrogen Production at Hydro Power Plants, Hydrogen Energy Progress, V. vol. I, Pergamon Press, vol. I, pp. 323-333, Toronto, Canada.

Vaz de Campos, E.F.P., 1987, The Integration of Hydrogen Technologies with the Energy Utilities, Int. J. Hydrogen Energy, vol. 12, pp. 847-853.

Zervas, T.; McMullan, J.T. and Willians, B.C. , 1996, Developments in Iron and Steel Making, Int. J. Energy Research, vol. 20, pp. 69-91.

Wood, T.S. and Baldwin, S., 1985, Fuelwood and Charcoal Use in Developing Countries, Ann. Rev. Energy, vol. 10, pp. 407-429.

## AVALIAÇÃO TERMOECONÔMICA DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO DE CENTRAL DE UTILIDADES DE INDÚSTRIA QUÍMICA

Maurilo de Sousa Teixeira (teixmaur@usp.br)– (1)  
 Silvio de Oliveira Júnior (olivsilj@dce03.ipt.br)– (1,2)

(1) EPUSP – Departamento De Engenharia Mecânica;  
 (2) IPT – Agrupamento De Engenharia Térmica;  
 05508-901, São Paulo, SP, Brasil.

### RESUMO

Este trabalho apresenta a análise exergetica e termoeconômica de três sistemas de cogeração de uma instalação química que deve produzir vapor e eletricidade. Estas comparações são desenvolvidas para dois cenários: os sistemas geram vapor e eletricidade para a instalação e o sistema exporta eletricidade. Na análise termoeconômica são utilizados os métodos de partição de custos da igualdade e extração.

### INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo avaliar em base exergetica os custos de produção de vapor e eletricidade numa instalação química, bem como a viabilidade de ampliar a capacidade de sua produção visando a possibilidade de implantar sistema de cogeração nesta instalação, garantindo autonomia energética e posição privilegiada para investimentos futuros.

São comparados os custos atuais de produção de vapor e eletricidade com os valores obtidos através do emprego da análise termoeconômica dos sistemas de cogeração sugeridos para esta instalação. Este estudo se apoia na nova realidade da matriz energética nacional com a disponibilidade de gás natural proveniente de importações dos países vizinhos, como também com relação às privatizações do setor elétrico brasileiro e empresas distribuidoras do gás natural. Este novo cenário requer que o setor industrial tome certas precauções para que o mesmo não seja surpreendido no futuro.

Conforme dados obtidos pelo departamento de energia da indústria no relatório do ano de 1996, os valores médios dos consumos de eletricidade e vapor de processo foram:

- eletricidade → 3.886,41 MWh/mês
- vapor de processo → 14.942,00 ton/mês

Sendo assim, desenvolve-se a avaliação da implantação de cogeração de energia empregando três configurações distintas, quantificando parâmetros tais como eficiências e custos de produção, para que sirvam como diretrizes para a indústria quanto à melhor opção de investimento. Avaliam-se também as possibilidades da indústria em questão se tornar exportadora de energia para indústrias de sua vizinhança ou concessionária de eletricidade.

### DESCRIÇÃO DA INSTALAÇÃO

A central de utilidades da indústria química analisada possui três caldeiras para suprir a demanda de usuários em dois níveis de pressão, sendo que os ramais de distribuição de vapor são interligados para que sejam atendidas possíveis oscilações de carga térmica. Apresenta-se na figura 1 um esquema simplificado da instalação, incluindo a caldeira C4 de 40 ton/h

como uma primeira opção de investimento para ampliação da capacidade de produção de vapor.

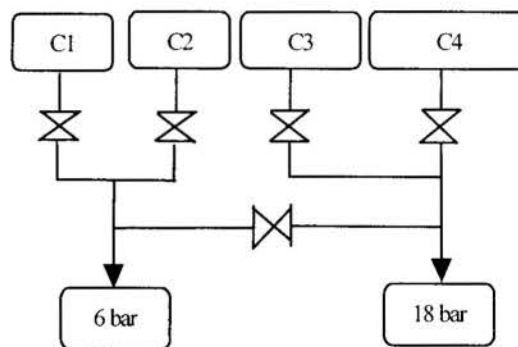


Figura 1 - Esquema da linha de distribuição de vapor

### OPÇÕES DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO

Apresenta-se então 3 configurações típicas de sistemas de cogeração de energia, que podem ser empregadas: ciclo com turbina a gás, ciclo a vapor e ainda a combinação dos dois ciclos anteriores numa única configuração. Considerando como primeira análise o ciclo a vapor, verifica-se a necessidade da aquisição de uma turbina a vapor extração/condensação e de uma caldeira de pressão mais elevada, onde se considera que a capacidade de geração de energia elétrica seja de 5MW. A figura 2 apresenta um esquema simplificado desta configuração.

No que se refere ao ciclo a gás, a necessidade de investimento consiste na aquisição de um turbogerador, sendo que os gases de exaustão do mesmo são direcionados a uma caldeira de recuperação produzindo assim 14 ton/h de vapor e ainda com opção de queima suplementar para atender a demanda da instalação. Esta configuração pode ser melhor avaliada na figura 3. A combinação destes dois ciclos numa única configuração é apresentada na figura 4. Para o ciclo combinado deve-se adquirir um grupo turbogerador, caldeira de recuperação, turbina a vapor extração/condensação e equipamentos auxiliares.

No sistema de cogeração apresentado na figura 2, o vapor gerado pela caldeira C4 a 42 bar e 300°C alimenta uma turbina a vapor extração/condensação, sendo que 10 ton/h deste vapor é extraído a 18 bar para atender ao processo 1 e 30 ton/h do vapor é extraído a 6 bar para atender ao processo 2.

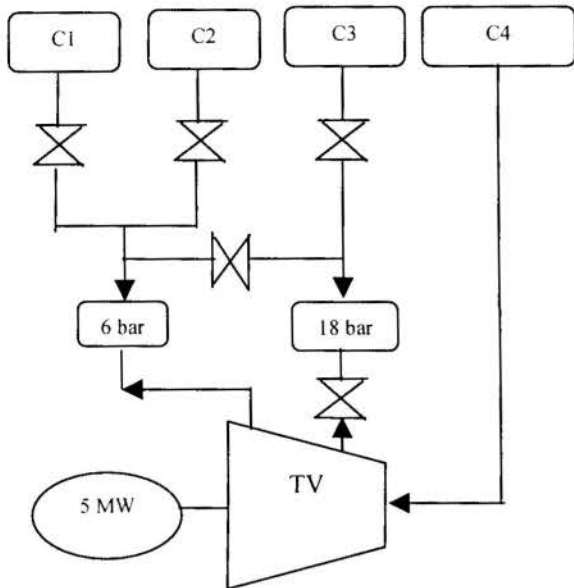


Figura 2 - Fluxograma da linha de distribuição de vapor incluindo turbina a vapor

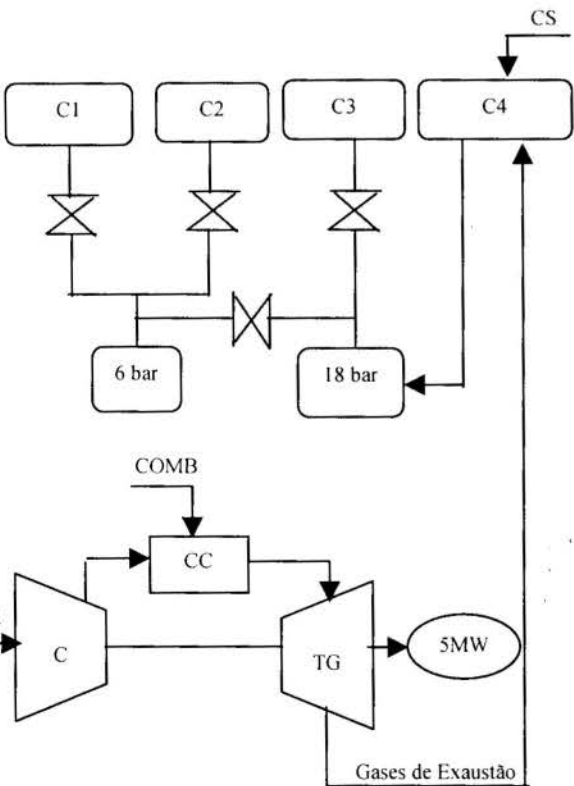


Figura 3- Fluxograma da linha de distribuição de vapor incluindo turbina a gás / Caldeira de recuperação (C4).

Na figura 3, ar é admitido no compressor da turbina a gás onde se mistura ao combustível na câmara de combustão produzindo gases a temperatura de 1295 °C que são expandidos na turbina propriamente dita, gerando 5MW de potência elétrica. Os gases de exaustão da turbina a gás são direcionados a uma caldeira de recuperação gerando vapor saturado de processo a 20 bar.

Na figura 4, apresenta-se um ciclo combinado para cogeração de energia. Nesta configuração ar é admitido pelo compressor da turbina a gás, misturado ao combustível na câmara de combustão gerando gases a alta temperatura que são expandidos na turbina propriamente dita. Tais gases após a expansão são direcionados a uma caldeira de recuperação devido ao alto nível de temperatura a que se encontram, diminuindo desta forma o consumo de combustível necessário para a geração de vapor na caldeira. Este vapor é direcionado a uma turbina a vapor extração/condensação onde 10 ton/h do mesmo é extraído a 18 bar para atender ao processo 1 e 30 ton/h é extraído a 6 bar para atender ao processo 2. Os ramais são interligados para absorver as oscilações na demanda térmica.

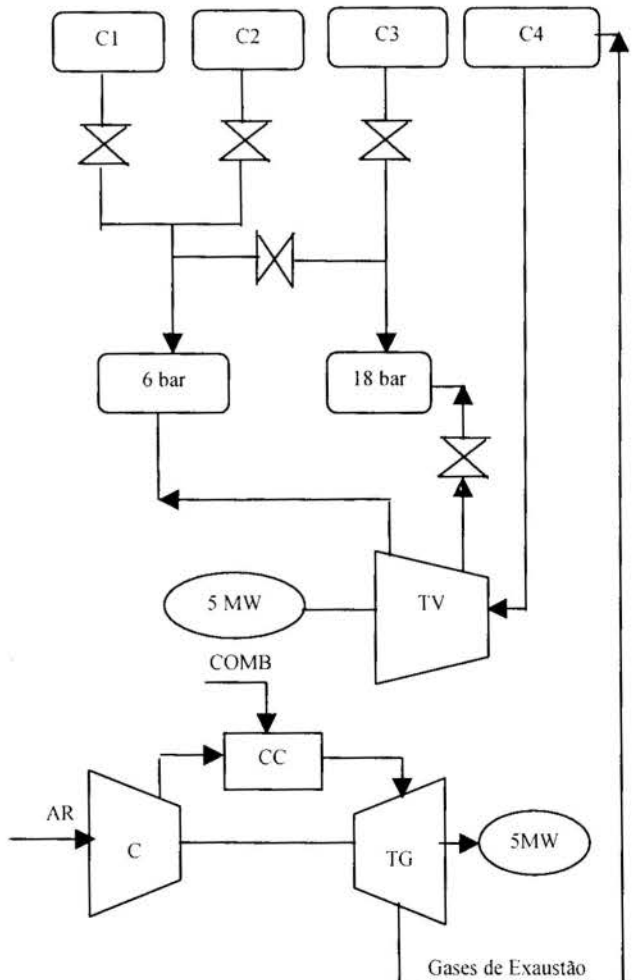


Figura 4 – Fluxograma da linha de distribuição de vapor incluindo ciclo combinado proposto

A seguir desenvolve-se a análise exérgica das três configurações propostas bem como a avaliação dos custos associados aos vetores exérgicos, tendo em vista obter um enfoque mais apurado do melhor investimento.

## ANÁLISE EXERGÉTICA

A eficiência ( $\eta$ ) de um sistema de cogeração bem como de um sistema de ciclo combinado é definida como:

$$\eta = \frac{\text{efeito útil}}{\text{consumo de energia}} \quad (1)$$

Desta forma, tais eficiências em base energética ( $\eta_e$ ) e exergética ( $\eta_b$ ) podem ser escritas como:

$$\eta_e = \frac{W + \sum \Delta H_{\text{proc}}}{m_{\text{comb}} \text{PCI}} \quad (2)$$

$$\eta_b = \frac{W + \sum \Delta B_{\text{proc}}}{m_{\text{comb}} b_{\text{comb}}} \quad (3)$$

De maneira similar, pode-se avaliar através da definição da equação (1) as respectivas eficiências dos principais componentes do sistemas de cogeração e ciclo combinado apresentados anteriormente. Oliveira (1998) define um fator  $f_i$  de cada componente como a relação entre a exergia total consumida pelo mesmo e a exergia consumida pela instalação.

$$f_i = \frac{\text{exergia consumida pelo componente } i}{\text{exergia consumida total}} \quad (4)$$

Com as definições de eficiências e dos fatores de cada equipamento específicos, pode-se chegar a uma equação geral para a eficiência global do sistema ( $\eta_{bG}$ ) relacionando-os. Para a configuração de cogeração proposta na figura 2, (tv = turbina a vapor, B = bomba, proc = processo, comb = combustível), tem-se:

$$\eta_{bG} = \frac{W_{\text{tv}} - W_B + \sum \Delta B_{\text{proc}}}{B_{\text{comb}}} \quad (5)$$

Rescrevendo a equação acima em função de (3) e (4) tem-se:

$$\eta_{bG} = \eta_{b_{\text{tv}}} f_{\text{tv}} - f_b + \sum \eta_{b_{\text{proc}}} f_{\text{proc}} \quad (6)$$

Com relação a configuração proposta pela figura 3, (tg = turbina a gás, c = compressor), tem-se:

$$\eta_{bG} = \eta_{b_{\text{tg}}} f_{\text{tg}} - f_c + \sum \eta_{b_{\text{proc}}} f_{\text{proc}} \quad (7)$$

Da mesma forma, para o ciclo combinado proposto na figura 4 tem-se:

$$\eta_{bG} = (\eta_{b_{\text{tg}}} f_{\text{tg}} - f_c) + (\eta_{b_{\text{tv}}} f_{\text{tv}} - f_b) + \sum (\eta_{b_{\text{proc}}} f_{\text{proc}}) \quad (8)$$

É importante observar que a eficiência exergética e o parâmetro  $f_i$  avaliados para os componentes que compõem a instalação sinalizam a qualidade do desempenho dos mesmos,

enquanto que a eficiência exergética do sistema serve como um critério de estimativa da efetividade da utilização do combustível. Vale ainda destacar que o parâmetro  $f$  indica quais os equipamentos consomem mais exergia dentro do sistema, sendo que em caso de otimização quais aqueles que devem ser melhor observados tanto em relação a desempenho quanto a custo.

## ANÁLISE TERMOECONÔMICA

Para uma instalação industrial qualquer é fundamental que os custos de produção sejam bem definidos. Uma metodologia usualmente utilizada (Bejan et al. 1996) adota métodos de partição de custos onde são associados aos produtos: os custos dos insumos e equipamentos requeridos para sua obtenção. A combinação da análise termodinâmica com um método econômico permite realizar a partição de custos de forma racional.

Para sistemas de cogeração a combinação da análise exergética com métodos de partição de custos permite avaliar criteriosamente os custos de produção de eletricidade e energia térmica, associando aos vetores energéticos o conceito de exergia.

A equação básica utilizada no balanço de custos numa análise termoeconômica para os sistemas de cogeração propostos é assim definida (prod. = produto, ins = insumo, equip = equipamento):

$$C_{\text{prod}} B_{\text{prod}} = C_{\text{ins}} B_{\text{ins}} + C_{\text{equip}} \quad (9)$$

Como exemplo, aplicando esta análise à caldeira (eq. 10) e turbina a vapor (eq. 11) da figura 2, tem-se:

$$C_{\text{va}} B_{\text{va}} = c_{\text{comb}} B_{\text{comb}} + C_{\text{cald}} \quad (10)$$

$$c_e W_{\text{el}} + c_{\text{vb}} B_{\text{vb}} = c_{\text{va}} B_{\text{va}} + C_{\text{turb}} \quad (11)$$

Para a determinação dos custos de produção específicos dos vetores energéticos, ou seja  $c_e$  e  $c_{\text{vb}}$ , dispõem-se apenas de uma equação. Desta forma, é necessário utilizar um método de partição de custos para chegar aos valores finais.

A escolha do melhor método de partição depende do objetivo da empresa com relação à melhor forma de distribuir os custos dos sistemas nos produtos da mesma. A opção de ser auto-suficiente ou exportadora também refletirá consideravelmente nesta escolha. Caso a indústria seja auto-suficiente, a mesma deve quantificar os dois vetores energéticos em critério de igualdade, ou seja o custo da eletricidade deve ser igual ao custo do vapor de processo para a turbina a vapor e o custo da eletricidade deve ser igual ao custo dos gases de exaustão que alimentam a caldeira de recuperação, pois os mesmos são essenciais à sua linha de produção. Caso a indústria seja exportadora, deve-se utilizar o método da extração, onde o custo do vapor de alta deve ser igual ao custo do vapor de processo na turbina a vapor e o custo do combustível deve ser igual ao custo dos gases de exaustão na turbina a gás, pois este método valoriza melhor o produto a ser comercializado pela indústria.

Neste trabalho são analisados dois métodos de partição de custos (tv = turbina a vapor, tg = turbina a gás):



- Método da Igualdade:

$$c_{el} = c_{vb} \text{ (TV)}, c_{el} = c_{ge} \text{ (TG)} \quad (12)$$

- Método da Extração:

$$c_{va} = c_{vb} \text{ (TV)}, c_{comb} = c_{ge} \text{ (TG)} \quad (13)$$

Sendo assim, é possível agora desenvolver as análises exérgicas e termoeconômicas detalhadamente para os sistemas de cogeração propostos para a indústria em questão.

## ANÁLISE DE RESULTADOS

A avaliação das três configurações de sistema de cogeração propostos é feita a seguir. Alguns dados básicos para tais instalações são:

- Estado termodinâmico de referência:  $T_o = 298 \text{ K}$ ;  $P_o = 1 \text{ bar}$
- Combustível utilizado: gás natural ( $PCI = 48160 \text{ kJ/kg}$ )
- Relação de pressão  $p$ / turbina a gás: 10:1
- Eficiência isentrópica do compressor e turbina: 85%
- Temperatura na entrada da turbina a gás: 1295 K
- Relação de ar para turbina a gás: 275%
- Relação de ar para queima adicional na caldeira de recuperação: 120%
- Relação de ar para caldeira do ciclo Rankine: 120%
- Temperatura dos gases de exaustão da turbina a gás: 788 K
- Pressão de condensação da turbina a vapor: 0,05 bar
- Eficiência isentrópica dos estágios da turbina a vapor: 85%
- Eficiência isentrópica das bombas: 80%
- Eficiência do gerador e dos mecanismos de transmissão: 95%
- Pressão de operação do consumidor 1: 18 bar
- Temperatura média do consumidor 1: 177°C
- Pressão de operação do consumidor 2: 6 bar
- Temperatura média do consumidor 2 : 130°C

## RESULTADOS DA ANÁLISE EXERGÉTICA

Os parâmetros  $f_i$  e  $\eta_{ex}$  para cada componente do sistema de cogeração da figura 2 são listados na tabela 1. Quanto aos valores obtidos para o parâmetro  $f$ , pode-se notar que a turbina e o processo 2 são os componentes do sistema que mais consomem a exergia fornecida pelo combustível. Numa possível análise de otimização, maior atenção deve ser dada a esses dois componentes. Quanto à eficiência exérgica específica de cada componente, é importante destacar a diferenciação quantitativa da eficiência da caldeira em base exérgica com relação à eficiência em base energética, que normalmente é da ordem de 80%. Esta diferença está baseada nas irreversibilidades termodinâmicas associadas ao processo de combustão ocorrido na caldeira e a diferença finita de temperatura entre os produtos de combustão e o vapor gerado pela mesma. Estas irreversibilidades não são contabilizadas pela eficiência de primeira lei.

A tabela 2 relaciona os parâmetros  $f$  e  $\eta_{ex}$  para cada componente do sistema de cogeração da figura 3. É importante notar como a queima suplementar de combustível interfere sensivelmente nos valores dos parâmetros analisados. Esta consideração deve ser rigorosamente avaliada quando se for decidir pela melhor opção de implantação de sistema de cogeração. O parâmetro  $f$  para a câmara de combustão é

unitário pois neste componente do sistema é que ocorre o fornecimento de energia. Para o compressor e a turbina o valor de  $f$  diminui com a queima suplementar, já para a caldeira de recuperação e os processos 1 e 2 este valor aumenta. Isto se deve ao fato da queima suplementar ser realizada para aumentar a disponibilidade de vapor de processo para a instalação em questão.

Tabela 1 – Parâmetro  $f$  e  $\eta_{ex}$  dos componentes do sistema de cogeração da figura 2.

Equipamento	$f$	$\eta_{ex}$
Caldeira	-	0,3332
Turbina	0,1501	0,8929
Processo 1	0,0487	0,9085
Processo 2	0,1513	0,8626
Bomba	0,0010	0,8146
Desaerador	0,0165	0,7552
Preaquecedor	0,1193	0,2006

Tabela 2 – Parâmetro  $f$  e  $\eta_{ex}$  dos componentes do sistema de cogeração da figura 3 sem e com queima suplementar (qs) de combustível.

Equipamento	$f$	$f_{qs}$	$\eta_{ex}$	$\eta_{ex(qs)}$
Compressor	0,4011	0,3683	0,9016	0,9016
Câmara de Combustão	-	-	0,8023	0,8023
Turbina	0,7967	0,7315	0,9160	0,9160
CR	0,2964	0,3540	0,6597	0,5897
Processo 1	0,0397	0,0424	0,8919	0,8919
Processo 2	0,1064	0,1136	0,8344	0,8344

Na tabela 3 é importante observar como a eficiência exérgica da caldeira de recuperação é superior à eficiência exérgica da caldeira convencional da tabela 1. Isto ocorre porque na caldeira de recuperação existe a recuperação dos gases de exaustão provenientes da turbina a gás, diminuindo as irreversibilidades devido ao processo de combustão.

Tabela 3 – Parâmetro  $f$  e  $\eta_{ex}$  dos componentes do ciclo combinado (Turbina a gás + CR + turbina a vapor).

Equipamento	$f$	$\eta_{ex}$
<b>BRAYTON</b>		
Compressor	0,1906	0,9016
Câmara de Combustão	-	0,8015
Turbina	0,3783	0,9159
<b>RANKINE</b>		
CR	0,6655	0,5024
Turbina	0,1507	0,8929
Processo 1	0,0489	0,9084
Processo 2	0,1518	0,8624
Bomba	0,0020	0,7659
Desaerador	0,0166	0,7548
Preaquecedor	0,1197	0,2403

Na tabela 4, fica bem clara a diferenciação entre adotar como critério de desempenho de sistemas de cogeração, definições

baseadas na Primeira Lei da Termodinâmica com relação às definições baseadas na Segunda Lei da Termodinâmica. As eficiências exergeticas, embora possuam valores quantitativos menores fornecem uma avaliação qualitativa mais apurada e próxima da realidade, pois as mesmas quantificam as irreversibilidades associadas aos processos de conversão de energia inerentes ao sistema. Nota-se que para o ciclo Rankine o valor da eficiência energética é superior aos outros dois ciclos, porém quando se compara as eficiências em base exergetica se observa que este ciclo possui a menor eficiência. Isto ocorre porque na configuração turbina a gás e caldeira de recuperação e na configuração para ciclo combinado ocorre recuperação de energia dos gases de exaustão da turbina a gás.

Tabela 4 – Determinação das eficiências energéticas e exergeticas dos sistemas de cogeração propostos.

Configuração	$\eta_{en}$	$\eta_{ex}$
Turbina a gás + CR	0.6106	0.4049
Rankine	0.7975	0.3088
Ciclo Combinado	0.7386	0.4484

## RESULTADOS DA ANÁLISE TERMOECONÔMICA

Na análise termoeconômica desenvolvida para os três sistemas de cogeração propostos neste trabalho são utilizados custos de equipamentos usualmente comercializados.

Os custos dos principais equipamentos utilizados considerando capacidade de geração de 5 MW de eletricidade e 40 ton/h de vapor:

- Turbina a gás: US\$ 1.950.000
- Turbina a vapor extração/condensação: US\$ 2.500.000
- Caldeira convencional p/ ciclo Rankine: US\$ 1.650.000
- Caldeira de recuperação: US\$ 1.100.000
- Componentes auxiliares: US\$ 277.000

Nesta análise, procura-se avaliar os custos específicos de produção dos vetores energéticos considerando em primeira mão que o objetivo da indústria em questão seja apenas atender sua demanda de energia tanto elétrica quanto térmica. Feito isto, se estende a análise considerando agora o interesse da indústria em questão de negociar tais vetores energéticos em parceria com indústrias da vizinhança ou ainda com as próprias concessionárias de energia elétrica. Conforme já foi mencionado anteriormente neste texto, a potência elétrica requerida pela indústria em questão é de 5MW e a produção de vapor é de 40 ton/h. Destas 40 ton/h, 25 % corresponde ao consumo da linha de produção de 18 bar sendo o restante do vapor produzido consumido pela linha de produção de 6 bar. Desta forma, deve-se dimensionar o sistema de cogeração considerando a opção de auto-suficiência para atender esta necessidade.

Alguns parâmetros econômicos utilizados na análise termoeconômica são:

- Custo do combustível: R\$10.40/MWh
- Período de amortização do investimento: 10 anos
- Capacidade operacional média: 80%
- Fator de carga: 0.80
- Taxa de juros do mercado: 12% ao ano

A indústria em questão apresentou no seu balanço financeiro do ano de 1996, custos específicos de produção de eletricidade e vapor :

- Custo de eletricidade: R\$68,00/MWh
- Custo de vapor: R\$17,40/ton

Pode-se agora comparar estes valores com os valores obtidos através das análises termoeconômicas para os sistemas de cogeração em questão, verificando a atratividade de cada opção de investimento.

A tabela 5 apresenta os custos específicos de produção de eletricidade e vapor de processo para as configurações das figuras 2 e 3 respectivamente, considerando os métodos da igualdade e extração como critério de partição de custos.

Tabela 5 – Custos específicos de produção de eletricidade e vapor considerando auto-suficiência energética.

Método →	Igualdade		Extração	
	Eletric R\$/MWh	Vapor R\$/ton	Eletric R\$/MWh	Vapor R\$/ton
Ciclo Rankine	31,15	7,78	31,04	7,80
Turbina a gás + CR	40,06	9,90	69,35	17,15

Nota-se pela análise da tabela anterior, que os valores dos custos específicos de produção dos vetores energéticos do sistema de cogeração considerando a. configuração da figura 2 ou seja a configuração onde se emprega um ciclo Rankine, se verifica que os custos específicos de produção considerando cogeração de energia são extremamente atrativos quando comparados com os custos atuais de produção da indústria em questão. O mesmo já não se pode dizer quanto a configuração da figura 3 porque embora o custo de produção de eletricidade e vapor de processo considerando o critério da igualdade sejam bem menores comparados aos custos atuais de produção da indústria, para o critério da extração isto já não ocorre.

A tabela 6 apresenta os custos específicos de produção de eletricidade e vapor de processo para a configuração da figura 4, considerando os métodos da igualdade e extração como critério de partição de custos.

Tabela 6 – Custos específicos de produção de eletricidade e vapor considerando auto-suficiência energética.

Configuração	Ciclo combinado		
	Eletricid TG R\$/MWh	Eletricid TV R\$/MWh	Vapor R\$/ton
Igualdade	43,49	40,30	10,05
Extração	76,19	50,24	8,39

Com relação ao ciclo combinado, nota-se através da avaliação da tabela 6 que os custos de produção dos vetores energéticos quando se considera o método da extração são superiores aos valores apresentados pela indústria em questão. Mesmo considerando o método da igualdade para esta opção de investimento, os custos de produção de eletricidade e vapor embora sejam atrativos quando comparados com os valores

apresentados pela indústria, são maiores do que os custos da configuração da figura 2.

Uma maneira mais atrativa de avaliar a implantação de sistema de cogeração numa indústria, consiste na hipótese da iteração da mesma tanto com parceiros industriais mais próximos à sua instalação quanto com a concessionária de eletricidade, pois assim pode-se distribuir melhor os vetores energéticos produzidos pela mesma. Desta forma, apresenta-se a seguir alguns valores preliminares dos custos de produção de eletricidade e vapor considerando agora equipamentos de capacidade de produção maior para as opções dos sistemas de cogeração apresentados. Como estimativa para o novo sistema, considera-se que a indústria produzirá 17.0 MW, o que permitirá que a mesma aumente a oferta de eletricidade para a concessionária. Nesta configuração o preço da turbina é de US\$ 4.400.000.

A tabela 7 apresenta os custos específicos de produção de eletricidade e vapor de processo para as configurações das figuras 2 e 3 respectivamente, considerando os métodos da igualdade e extração como critério de partição de custos, sendo que a indústria exporta energia elétrica.

Tabela 7 – Custos específicos de produção de eletricidade e vapor considerando exportação de energia.

Método → Configuração	Igualdade		Extração	
	Elétric R\$/MWh	Vapor R\$/ton	Elétric R\$/MWh	Vapor R\$/ton
Ciclo Rankine	35.4	8.84	37.93	7.80
Turbina a gás + CR	40.06	9.90	69.35	17.15

A tabela 8 apresenta os custos específicos de produção de eletricidade e vapor de processo para a configuração da figura 4, considerando os métodos da igualdade e extração como critério de partição de custos, considerando que a indústria exporta energia elétrica.

Tabela 8 – Custos específicos de produção de eletricidade e vapor considerando exportação de energia.

Configuração Método	Ciclo combinado		
	Elétricid TG R\$/MWh	Elétricid TV R\$/MWh	Vapor R\$/ton
Igualdade	20.36	40.77	10.17
Extração	30.19	50.75	8.51

É importante salientar que esta análise termoeconômica consiste de um estudo preliminar, onde o objetivo básico é apontar à indústria em questão a atratividade da cogeração de energia como uma opção de investimento para atenuar os custos de produção dos vetores energéticos da mesma. Uma vez decidido implantar cogeração deve-se levantar rigorosamente as condições operacionais da instalação, verificando desta forma as melhores configurações de equipamentos bem como suas respectivas condições operacionais. A comparação dos custos atuais de produção de eletricidade e vapor de processo com os valores obtidos pelo sistema de cogeração será um critério crucial de decisão.

## CONCLUSÕES

Uma análise termoeconômica deve estar sempre acoplada a uma análise exergética detalhada, pois esta ferramenta termodinâmica representa a maneira mais racional possível de avaliar fluxos de energia em diferentes formas seja de trabalho ou calor considerando uma única referência. Da mesma forma, esta ferramenta ajuda ao projetista verificar como a energia está sendo utilizada em cada processo específico e quais são os equipamentos e processos que contribuem mais com a sua degradação. Isto serve também como uma forma de priorizar medidas de otimização visando a obtenção de diminuição de custos.

Dentro desta análise de viabilizar a melhor opção de investimento, deve-se ainda considerar fatores tais como flexibilidade operacional, confiabilidade dos equipamentos envolvidos, disponibilidade dos equipamentos, disponibilidade de combustíveis, qualidade da mão de obra para operação do sistema, poluição ambiental, entre outros mais. Embora a questão econômica sempre será a questão chave na hora da decisão final. Considerando a análise de custos percebe-se a importância de agregar valores aos diferentes processos de conversão de energia, objetivando a otimização desde a melhor configuração de projeto até o melhor ponto de operação. A escolha do método de alocação de custos relacionado a energia mais adequado depende da política econômica da indústria em questão e sua interação com o mercado.

## REFERÊNCIAS

Bejan, A., Tsatsaronis, G. & Moran, M., 1996, "Thermal Design and Optimisation" John Wiley & Sons, Inc., NY.

De Oliveira Júnior, S., 1998, "Exergy Analysis of Cogeneration and Combined Cycle Plants", Proceedings of the Int. Conference: Efficiency, Costs, Optimisation, Simulation and Environmental Aspects of Energy Systems (ECOS'98), Nancy, France.

## ABSTRACT

This paper presents the exergy and thermoeconomic analysis of three cogeneration systems of a chemical plant that must produce steam and electricity. These comparisons are developed for two scenarios: the systems generate steam and electricity for the plant and the systems export electricity. In the thermoeconomic analysis the equality and extraction cost partition methods are utilised.

## MODELAGEM DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO UTILIZANDO TURBINAS A GÁS

**Júlio S. Antunes, \*José L. Silveira, \*José P. Balestieri**

Dep. Matemática, \*Dep. Energia

Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP

12500-000 - Guaratinguetá - SP - Brasil

### SUMÁRIO

*O propósito deste trabalho é apresentar um algoritmo que selecione, dimensione e especifique sistemas de turbinas a gás associados com caldeiras de recuperação. O algoritmo seleciona sistemas de turbinas a gás comercialmente disponíveis no mercado visando operação em paridade térmica, efetua-se análise econômica mediante análise energoeconômica ( maior receita anual esperada em termos de gasto anual com energia), e em fase final, efetua-se análise exergoeconômica ( análise do sistema que implique no menor custo de manufatura exergético).*

### NOMENCLATURA

$C_{comb}$ = custo do combustível	US\$/kWh
$C_{el}$ = custo de produção de eletricidade	US\$/kWh
$C_{ex}$ = custo exergético de produção de eletricidade	US\$/kWh
$CM_{cc}$ = custo de manutenção da caldeira de vapor convencional	US\$/kWh
$CM_{cr}$ = custo de manutenção da caldeira de recuperação	US\$/kWh
$CM_{ex}$ = custo de manufatura exergético	US\$/ano
$CM_{stg}$ = custo de manutenção da turbina a gás	US\$/kWh
$C_{oleo}$ = custo do óleo combustível BPF	US\$/kWh
$C_p$ = calor específico do gás a pressão constante	kJ/kg °C
$C_v$ = custo da produção de vapor	US\$/kWh
$C_{vc}$ = custo de produção de vapor por caldeira convencional	US\$/kWh
$C_{vex}$ = custo exergético de produção de vapor	US\$/kWh
$E_c$ = fluxo de calor dos gases de escape	kW
$E_{comb}$ = potência suprida no combustível	kW
$E_{cr}$ = fluxo de calor recuperado	kW
$E_p$ = eletricidade produzida	kW
$E_r$ = eletricidade requerida	kW
$E_v$ = energia consumida do processo	kW
$E_{v'}$ = fluxo de calor na forma de vapor	kW
$exe$ = exergia específica ( entrada )	kJ/kg
$exs$ = exergia específica ( saída )	kJ/kg
$f$ = fator de anuidade	1/ano
$GP_{el}$ = ganho anual devido produção de eletricidade	US\$/ano
$GP_v$ = ganho anual devido a produção de vapor	US\$/ano
$H$ = período equivalente de utilização [ horas/ano ]	
$H_d$ = fluxo de calor residual	kW
$h_l$ = entalpia do líquido saturado	kJ/kg
$HR$ = Heat Rate	BTU/kWh
$h_v$ = entalpia do vapor saturado seco	kJ/kg
$I_{cc}$ = Investimento na caldeira de vapor convencional	US\$
$I_{cr}$ = investimento na caldeira de recuperação	US\$
$I_{pl}$ = investimento total no sistema a ser instalado	US\$
$I_{rrev}$ = irreversibilidade	kW
$I_{stg}$ = investimento no sistema de turbina a gás	US\$
$K$ = período de amortização de capital	anos
$m_f$ = vazão mássica dos gases de exaustão	kg/s
$m_g$ = massa de gás natural	Nm <sup>3</sup> /s

$m_{gas}$ = vazão mássica dos gases de exaustão	m <sup>3</sup> /s
$m_v$ = vazão mássica de vapor	kg/s
$PCI$ = poder calorífico inferior	kJ/m <sup>3</sup>
$P_{el}$ = preço da eletricidade comprada da rede	US\$/kWh
$Per$ = perdas de energia no sistema	kW
$P_{vel}$ = preço de venda de eletricidade excedente	US\$/kWh
$r$ = taxa de juros	%
$Re$ = receita anual esperada	US\$/ano
$T$ = taxa de manutenção em base exergética	
$T_4$ = temperatura dos gases de exaustão	°C
$T_a$ = temperatura ambiente	°C
$T_e$ = temperatura dos gases de escape	°C
$W_{eixo}$ = potência no eixo da turbina	kW
$W_b$ = potência da bomba	kW
$\eta_{cc}$ = eficiência da caldeira de vapor convencional	
$\eta_{cr}$ = eficiência da caldeira de	
$\eta_e$ = eficiência do gerador elétrico	
$\eta_G$ = eficiência global	
$\eta_{gc}$ = eficiência da geração de calor	
$\eta_{ge}$ = eficiência da geração de energia elétrica	
$\eta_t$ = eficiência térmica da turbina	
<i>Notação:</i>	
$Y$ - função exergética em base incremental	kW
$Y_{i,j}$ - j-ésima entrada à i-ésima unidade	
$Y_{i,k}$ - k-ésima saída da i-ésima unidade	
$p$ - processo	
$o$ - condição ambiente	
$cc$ - câmara de combustão	
$b$ - bomba	

### 1. INTRODUÇÃO

A forte penetração das unidades de ciclo a gás e combinado no mercado internacional tem suscitado o emprego desses sistemas nos projetos de cogeração industrial: a grande diversidade de máquinas catalogadas por diferentes fabricantes possibilita a apresentação de um amplo leque de alternativas, as quais devem ser analisadas tanto do ponto de vista técnico quanto econômico para a seleção daquelas que mais adequadamente respondem às necessidades de um determinado processo produtivo.



Cogeração consiste na produção simultânea de eletricidade (ou energia mecânica) e calor útil a partir da queima de um único combustível. É amplamente empregada nas indústrias, mas também é usado no setor comercial e residencial. Nos últimos anos tem recebido considerável atenção como técnica de conservação de energia primária.

As tecnologias de cogeração são classificadas de acordo com a ordem relativa de geração de potência e calor, de acordo com a ordem relativa do fluxo energético. Assim sendo, tem-se sistemas que operam com fluxos de calor em temperaturas mais elevadas, que são utilizados prioritariamente na geração de eletricidade, sendo a energia residual deste processo destinada para a geração térmica, na forma de vapor para uso direto em processo.

O que pretende-se com este trabalho é desenvolver um código computacional com o objetivo de selecionar, dimensionar e especificar sistema de cogeração empregando turbina a gás acoplada a gerador elétrico para geração de eletricidade e caldeira de recuperação para produção de vapor a partir de energia térmica dos gases de escape da turbina. O código computacional em fase final faz uma análise econômica dos sistemas de cogeração selecionados.

A metodologia aplicada para o desenvolvimento do código computacional foi a desenvolvida por Silveira et al (1995a, 1995 b) para estudo da viabilidade técnica e econômica da instalação do sistema de cogeração proposto. Numa primeira etapa efetua-se a análise energética das configurações possíveis de acordo com a disponibilidade de máquinas comercialmente disponíveis no mercado sempre buscando operação em paridade térmica. Em seguida, efetua-se o estudo da viabilidade econômica na qual são determinados os custos de produção de eletricidade e calor útil, de maneira a escolher a melhor opção em termos de economia anual esperada (análise energoeconômica), para a instalação pretendida.

Em outra etapa efetua-se análise dos sistemas selecionados utilizando-se aspectos da Segunda Lei da Termodinâmica, associando ao conceito de exergia a fatores econômicos (Silveira, 1998).

## 2. DESENVOLVIMENTO

### 2.1 Sistema de cogeração estudado

O esquema de cogeração estudado é constituído de uma turbina a gás. A turbina a gás é constituída basicamente por um compressor axial, onde o ar é comprimido politropicamente até a pressão da combustão, a câmara de combustão com um ou mais queimadores e a turbina a gás, na qual os gases quentes resultantes da combustão são expandidos na turbina, produzindo trabalho mecânico que é transformado em energia elétrica no gerador acoplado. Após a expansão na turbina os gases quentes passam através de um difusor axial, facilitando a conexão à caldeira de recuperação. A figura 1 abaixo mostra o esquema de cogeração estudado.

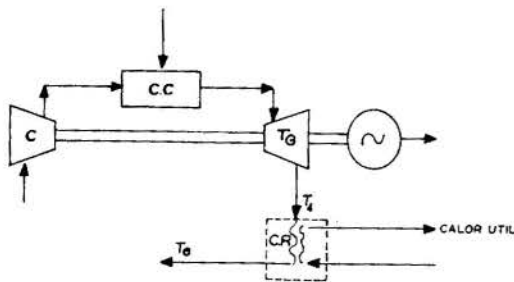


Figura 1. Sistema de cogeração estudado.

Cabe salientar que em sistemas que operam segundo esse esquema, os gases de exaustão da turbina estão disponíveis em temperaturas entre 250 e 650° C (Biasi, 1993).

### 2.2 Análise energética

A análise energética se baseia nos Princípios da Termodinâmica de acordo com procedimentos indicados por Wu (1991) e Taki et al. (1991). As equações utilizadas para seleção e dimensionamento dos sistemas possíveis de turbina a gás comercialmente disponíveis devem atender a produção dos requisitos de pressão e vazão mássica de vapor. Pelo balanço de energia na caldeira de recuperação tem-se:

$$\eta_{cr} = E_v/E_c \quad (1)$$

$$E_v = m_v \cdot (h_v - h_l) \quad (2)$$

$$E_c = m_{gas} \cdot C_p \cdot (T_4 - T_e) \quad (3)$$

Após a escolha dos possíveis sistemas de turbinas a gás, passa-se ao dimensionamento dos sistemas de turbina a gás selecionados, para esse fim são utilizadas as equações:

$$E_p = W_{cixo} \cdot \eta_e \quad (4)$$

$$\eta_t = 1/HR \quad (5)$$

$$E_{comb} = E_p / \eta_t \quad (6)$$

$$m_g = E_{comb} / PCI \quad (7)$$

$$E_{cr} = m_f \cdot C_p \cdot (T_4 - T_e) \quad (8)$$

$$H_d = m_f \cdot C_p \cdot (T_4 - T_a) \quad (9)$$

$$\eta_{ge} = \eta_t \cdot \eta_e \quad (10)$$

$$\eta_{gc} = E_{cr} / E_{comb} \quad (11)$$

$$\eta_G = \eta_{ge} + \eta_{gc} \quad (12)$$

### 2.3 Análise econômica

A viabilidade econômica da instalação de sistema de cogeração com turbina a gás depende do custo de produção de eletricidade cobrir os custos suplementares em relação aos sistemas de atendimento convencional.

Para o estudo da viabilidade econômica foi adaptada a metodologia encontrada em Silveira, (1995 a), e as equações de custos anualizadas são dadas por:

$$C_{el} = \frac{(Ipl - Icr) \cdot f}{H \cdot E_p} + \frac{C_{comb} \cdot (E_{comb} - E_c - Per/2)}{E_p} + CMstg \quad (13)$$

$$C_v = \frac{Icr \cdot f}{H \cdot E_v} + \frac{C_{comb} \cdot (E_c + Per/2)}{E_v} + CMcr \quad (14)$$

$$q = 1 + r/100 \quad (15)$$

$$Ipl = (Istg + Icr) \cdot 1,3 \quad (16)$$

Na eq.(16) o fator 1,3 se refere ao percentual estimado para custos de obras civis e custos da instalação.

Os ganhos devido à produção de eletricidade e vapor, incluindo os ganhos de venda de eletricidade excedente, quando for o caso, podem ser calculados pelas equações:

No caso de excedente:

$$GPel = E_r \cdot H \cdot (P_{el} - Cel) + (E_p - E_r) \cdot H \cdot (P_{vel} - Cel) \quad (17)$$

Se houver déficit de energia elétrica,

$$GPel = E_p \cdot H \cdot (P_{el} - Cel) \quad (18)$$

$$GPv = E_v \cdot H \cdot (Cvc - Cv) \quad (19)$$

$$Cvc = \frac{Icc \cdot f}{H \cdot E_v} + \frac{C_{oleo}}{cc} + CMcc \quad (20)$$

$$Re = GPel + GPv \quad (21)$$

Com as equações acima, determina-se o "pay-back" para cada sistema, escolhendo-se o melhor sistema o qual apresentar o menor período de amortização de capital, ou ainda o que apresentar a maior receita anual esperada para um período equivalente de dez anos.

## 2.4 Análise Exergoeconômica

A análise de sistemas energéticos através do uso de modelos matemáticos que associam parâmetros termodinâmicos e de custos é definido como Termoeconômica. Ela tem sido utilizada como ferramenta auxiliar nas decisões de operação e de seleção de equipamentos. Neste trabalho esta ferramenta será utilizada para analisar sistemas que empregam turbinas a gás.

O custo de manufatura exergético é constituído basicamente de custo de produção dos insumos relacionados a calor de processo e de energia elétrica (comprada da rede ou produzida na cogeração), dependendo do sistema energético considerado (Silveira, 1998). Para a análise pretendida é necessário construir o diagrama funcional apresentado na última página deste artigo (figura 2), e a construção do diagrama de custo associado a manufatura (figura 3).

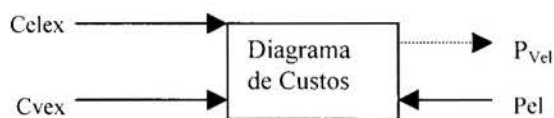


Figura 3 – Diagrama de Custos

O custo de manufatura exergético é determinado pela soma dos custos de geração das distintas energias terciárias. O excedente de energia é representada no diagrama pela linha pontilhada e o déficit de energia é representada pela linha cheia. Equações para os custos exergéticos são:

$$CMex = Celex \cdot H \cdot Y_{p,1} + Cvex \cdot H \cdot Y_{p,2} + Pel \cdot H \cdot (E_r - Y_{p,1}) \quad (22)$$

$$CMex = Celex \cdot H \cdot Y_{p,1} + Cvex \cdot H \cdot Y_{p,2} - P_{vel} \cdot (Y_{p,1} - E_r) \quad (23)$$

A equação (22) é utilizada quando existe excedente de energia e a equação (23) quando há déficit de energia.

$$Celex = \frac{(I_{pl} - I_{cr}) \cdot f \cdot T}{H \cdot Y_{p,1}} + \frac{C_{comb}}{Y_{p,1}} \cdot (Y_{cc,1} - Y_{p,2}) \quad (24)$$

$$Cvex = \frac{I_{cr} \cdot f \cdot T}{H \cdot Y_{p,2}} + \frac{P_{el} \cdot Y_{b,2}}{Y_{p,2}} + \frac{C_{comb}}{Y_{p,2}} \cdot (Y_{cc,1} - Y_{p,1}) \quad (25)$$

Com,

$$Y_{p,1} = E_p$$

$$Y_{p,2} = m_v \cdot (exs - exc)$$

$$Y_{cc,1} = E_{comb}$$

$$Y_{b,2} = W_b$$

$$exs = (hs - ho - To \cdot (ss - so))$$

$$exc = (he - ho - To \cdot (se - so)) \quad (26)$$

## 3. DESCRIÇÃO DO ALGORITMO PROPOSTO

O código computacional baseado no algoritmo elaborado neste trabalho pode ser aplicado para análise de esquemas de cogeração empregando turbinas a gás associada com caldeira de recuperação em indústrias, e estabelecimento do setor

terciário. Pode ser utilizado para pequenas instalações como também grandes instalações de potência. O código computacional é muito amigável, com janelas que descrevem cada etapa de utilização tornando sua utilização bastante versátil. Ele está dividido em duas partes, na primeira parte o usuário entra com valores correspondentes ao fluxo mássico e pressão de vapor necessários ao processo, dados relativos a localidade da instalação como: altitude, temperatura média máxima e umidade relativa. Com estes dados, através das equações apresentadas no item 2.2 (análise energética), o programa seleciona os possíveis sistemas de turbinas a gás, para as condições iniciais fornecidas pelo usuário, tendo como base de dados, valores do catálogo, Biasi (1993) (com cerca de 200 máquinas comercialmente disponíveis).

A seleção do sistema de turbina a gás apresenta dados da turbina selecionada, como: nome do fabricante, código, ano de fabricação, peso, dimensão, potência de eixo, Heat Rate, razão de pressão, rotação, vazão mássica dos gases de exaustão, temperatura dos gases de exaustão, e em alguns casos a temperatura de entrada dos gases na turbina.

No dimensionamento de cada sistema selecionado são feitas correções devido as condições locais (altitude, temperatura e umidade relativa) e correção da temperatura dos gases de escape pelo "Pinch Point", de modo a evitar condensação dos gases de exaustão no equipamento de recuperação de calor. Para o dimensionamento de cada sistema selecionado são calculados valores como: eficiência da geração de energia elétrica, eficiência da geração de calor e eficiência global.

Na segunda parte do código computacional, na análise de investimento, o usuário deve entrar com valores de custos operacionais, como: custo de energia elétrica paga a concessionária da rede local, preço de venda de energia elétrica excedente (se for o caso), taxa de juros anual praticada, preço do combustível (no caso gás natural), preço do óleo BPF, período de utilização do sistema (em horas anuais), e a electricidade requerida pelo estabelecimento. De posse desses valores o código computacional calcula o benefício líquido anual, isto é a receita, e o tempo de retorno ("pay back") para cada sistema de turbina a gás selecionado, com base nas equações dadas no item 2.3 (análise econômica).

Para finalizar esta etapa, o código computacional apresenta a escolha dos melhores sistemas de turbinas a gás selecionados, com base no menor período de amortização de capital em anos ("pay-back") ou na maior receita anual esperada (fixando um valor de "pay back").

Para a análise exergoeconômica, o algoritmo calcula as exergias e as irreversibilidades em cada ponto do ciclo selecionado anteriormente. Numa última etapa, o código determina qual o melhor sistema de turbina a gás, através da análise do custo de manufatura exergético.

## 4. ALGORITMO SIMPLIFICADO

A seguir é descrito o algoritmo simplificado utilizado neste trabalho para determinação da seleção, dimensionamento e especificação dos sistemas de turbinas a gás, bem como a análise econômica dos sistemas selecionados.

1. Entrada de dados:  $P_v$  (pressão de vapor saturado),  $m_v$ ,  $T_a$ , umidade relativa, altitude.
2. Chamada da rotina para cálculo das propriedades termodinâmicas
3. Escolha dos sistemas de turbina a gás:
  - Variação de  $T_4$  de 350 a 650°C.
  - Cálculo de  $m_{gas}$  pela equação (1).
  - Consulta ao banco de dados de turbina a gás.

- O sistema escolhido deve satisfazer a T4 e  $m_{gas}$ .
4. Dimensionamento dos sistemas de turbina a gás escolhidos:
    - Influência da altitude, da temperatura e da umidade relativa, sobre a potência de eixo, vazão mássica dos gases, *Heat Rate* e T4.
    - Correção de Te pelo "Pinch Point".
    - Equações para dimensionamento de (4) a (12).
  5. Análise de Investimento para determinação de "Pay-back" ótimo:
    - Entrada de dados para análise de Investimento:  $P_{el}$ ,  $P_{Vel}$ ,  $r$ ,  $C_{comb}$ ,  $C_{oleo}$ ,  $H$ ,  $Er$ .
    - Para  $k = 0.1$ , calcula-se a Receita.
    - Se  $Receita \leq 0$  então  $k = k + 0.01$
    - Repete-se os cálculos até que se tenha  $Receita \geq 0$  ("Pay-back" ótimo).
  6. Chamada da rotina para calculo das exergias.
  7. Calculo do custo de manufatura exergetico pelas equações: 22 a 26.
  8. Determinação dos melhores sistemas de turbinas a gás mediante análise dos custos de manufaturas exergeticos.
  9. Determinação dos melhores sistemas mediante análise do "pay-back".
  10. Impressão dos resultados.

Máquina	$Ep \cdot 10^3$ [kW]	$m_g$ [m <sup>3</sup> /h]	$\eta_{ge}$ %	$\eta_{gc}$ %	$\eta_G$ %
1	0.91	470	18.7	69.3	88.0
2	1.20	512	22.9	65.3	88.2
3	1.20	520	22.6	64.4	87.0
4	1.31	529	24.0	68.3	92.3

Condições locais: 640 m, 30° C, 76% de umidade

#### Análise Ergoeconômica

Dados de Entrada:

- Preço de energia elétrica paga concessionária: 0.08 US\$/kWh
- Preço de venda de energia elétrica excedente: 0.035 US\$/kWh
- Taxa de juros anual: 12 %
- Preço do combustível – Gas Natural: 0.011 US\$/kWh
- Preço do Óleo BPF: 0.013 US\$/kWh
- Período de utilização em horas ano: 7000
- Eletricidade requerida: 2000 kW

Baseado no *pay-back* e na receita anual máxima para um período de 10 anos de retorno os **melhores** sistemas de turbinas a gás são apresentados na tabela 3.

## 5. APLICAÇÃO E RESULTADOS

Para a validação do código computacional proposto foram efetuados testes com os estudos realizados por Silveira (1995 a ) no Hospital de Clínicas da UNICAMP. Foram estudados diversos casos; a título de exemplo apresenta-se o seguinte problema: Utilização de turbina a gás e caldeira de recuperação em substituição a produção de vapor nas caldeiras convencionais sendo que o limite de geração corresponde à máxima demanda é avaliada em 3600 kg/h de vapor a pressão de 0.76 MPa.

Dados de Entrada:

- Fluxo mássico de vapor = 1.01 kg/s
- Pressão de vapor = 0.76 MPa
- Altitude = 640 m
- Temperatura Ambiente = 30 °C
- Umidade relativa = 76 %

A tabela 1 abaixo mostra os sistemas de turbinas a gás selecionados.

Tabela 1- Sistemas de Turbinas a Gás selecionados:

MAQUINA	NOME DO FABRICANTE	CÓDIGO
1	Kawasaki Heavy Industries	M1A-01
2	Kawasaki Heavy Industries	M1A-13
3	ABB	GT1
4	European Gas Turbines	HURRICANE

A tabela 2 abaixo mostra os resultados obtidos para análise energética, corrigidos pelas condições locais, das turbinas selecionadas.

Tabela 2 – Performance dos sistemas selecionados

Tabela 3 – Melhores sistemas de turbinas a gás com base no *pay-back* e na receita anual máxima.

NOME DO FABRICANTE	CÓDIGO	<i>Pay-back</i> anos	Receita 10 <sup>5</sup> US\$/ano
European Gas Turbines	Hurricane	4.9	1.8
Kawasaki Heavy Industries	M1A-13	5.4	1.4
ABB	GT1	5.5	1.3
Kawasaki Heavy Industries	M1A-01	6.5	0.8

#### Análise Exergoeconômica

A tabela 4 abaixo mostra os melhores sistemas de turbinas a gás, em ordem crescente, de custo de manufatura exergetico.

Tabela 4 – Melhores sistemas de turbinas a gás com base no custo de manufatura exergetico (US\$/ano)

NOME DO FABRICANTE	CÓDIGO	Irrev.	$C_{mex}^*$ 10 <sup>3</sup>
Kawasaki Heavy Industries	M1A-01	3473	1764
Kawasaki Heavy Industries	M1A-13	3598	1767
ABB	GT1	3673	1770
European Gas Turbines	HURRICANE	3675	1800

## 6. CONCLUSÕES

Pelo teste apresentado acima, após feita análise em nível ergoeconômico, verifica-se que o melhor sistema de turbina a gás será aquele que apresentar o menor "pay-back", no caso, a máquina HURRICANE da European Gas Turbines.; em nível exergoeconômico, o código apresenta outro sistema como sendo o melhor, no caso, a máquina M1A-01 da Kawasaki Heavy Industries, pois exergoeconômicamente o melhor

sistema será aquele que apresentar o menor custo de manufatura exergetica. Deve observar que este fato esta associado ao sistema que apresenta menor índice de irreversibilidade total, ou seja:

- A análise energoeconômica seleciona os sistemas com menores períodos de amortização de capital investido ou "pay back", não considerando os níveis de irreversibilidades associadas.
- Já a análise exergetica utilizada neste trabalho, considera como melhor sistema aquele que apresenta menores índices de irreversibilidades.

A grande vantagem relativa do presente código computacional é a sua rapidez e eficácia na escolha, seleção e análise dos sistemas de turbinas gás, já que o mesmo faz consulta a um banco de dados com mais de duzentos máquinas comercialmente disponíveis no mercado num tempo muito pequeno, corrigindo inclusive os níveis de performance para as condições locais da instalação.

Finalmente a comparação entre método energoeconômico e exergetico mostra a racionalidade em escolher sistemas com menores índices de degradação da energia.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Biasi, V. (publisher), 1993. "For Proje Planning, Design and Construction", Gas Turbine World - The 1992-93 Handbook, Vol. 14, Pequot Publishing, Washington.

Silveira, J. L.; Walter, A. C. S. and Luengo, C. A., 1995 a, "A Case Study of a Compact Cogenerator System for a Hospital - Technoeconomic Analysis", Proceedings of 3<sup>rd</sup> Asian-Pacific International Symposium on Combustion and Energy Utilization, Vol. 3, pp756-762, Hong Kong.

Silveira, J. L.; Walter, A. C. S. and Luengo, C. A., 1995 b, "Cogeneration For Small Users: Case Studies For Brazilian Tertiary Sector", Proceedings of ASME COGEN TURBO POWER '95, 9<sup>th</sup> Congress and Exposition on Gas Turbine in Cogeneration and Utility, Industrial and Independent Power Generation, pp. 1-7, IGTI - International Gas Turbine Institute, Vienna.

Taki, Y.; Babus'Haq, R. F.; Elder, R. L. and Propert, S. D., 1991. "Design and Analysis of a Compact Gas Turbine for CHP System", Heat Recovery Systems and CHP, Vol. 11, N.2/2, pp. 149-160, Pergamon Press Publishing, London.

Wu, C., 1991, "Power Optimization of an Endoreversible Brayton gas Heat Engine", Energy Conversion Management, Vol. 31, N. 6, pp. 561-565, Pergamon Press Publishing, London.

Silveira, J. L., 1998. "Uma Contribuição para a Modelagem Termoeconômica: Otimização da Operação e do Projeto de Sistemas Energéticos", Tese de Livre Docência, FEG-UNESP, Brasil.

## ABSTRACT

In this paper a computational code to select the gas turbine cogeneration system is presented. The technical and economical studies are presented to permit the choice of the best system commercially available. In the first step the energoeconomic method for this study is applied in payback period base. Finally, the exergetico method is applied in irreversibility base.

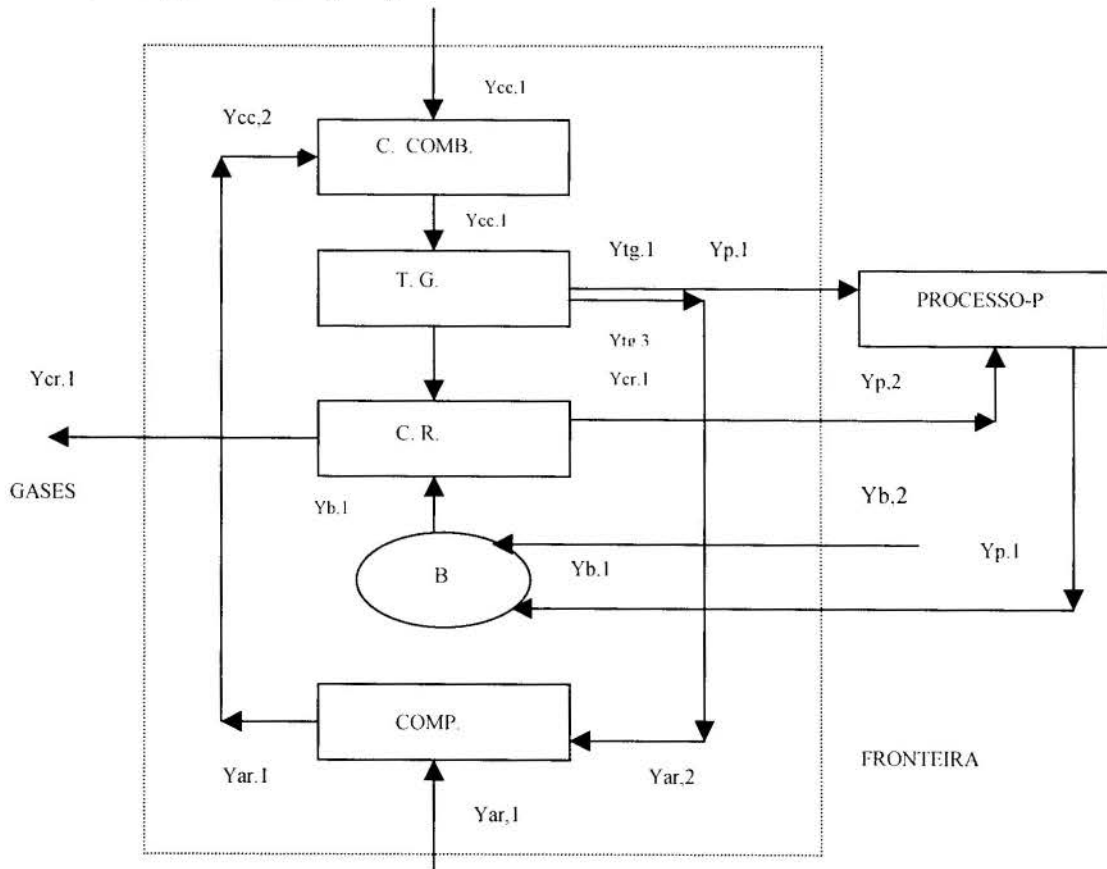


Figura 2 - Diagrama Funcional



**ANÁLISE EXERGÉTICA COMPARATIVA DE SISTEMAS DE RECUPERAÇÃO DE ENERGIA DOS GASES EFLUENTES DE CALDEIRAS A BAGAÇO DE CANA**

M.E. de Paiva Souza<sup>1</sup>, S.A. Nebra<sup>2</sup> and W.L.R Gallo<sup>2</sup>

1 - Divisão de Mecânica e Eletricidade. Instituto de Pesquisas Tecnológicas - 01064-970 - São Paulo - SP - Brasil.

2 – Faculdade de Engenharia Mecânica, Univ. Estadual de Campinas - 13083-970 - Campinas – SP – Brasil

RESUMO

*Este trabalho compara as eficiências energética e exergética de dois sistemas que recuperam energia de gases efluentes de chaminé de caldeira a bagaço de cana. O primeiro sistema consiste de caldeira e secador de bagaço e o segundo de caldeira e preaquecedor de ar de combustão. Os balanços de massa e energia foram sistematizados para calcular o aumento da produção específica da caldeira de acordo com a diminuição da umidade do bagaço ou com o aumento da temperatura do ar de combustão na alimentação da caldeira, respectivamente. As eficiências energéticas e exergéticas foram determinadas, no primeiro sistema, para diferentes umidades do bagaço alcançadas no secador e no segundo, para diferentes temperaturas do ar de combustão.*

INTRODUÇÃO

Este trabalho compara as eficiências termodinâmicas, energéticas e exergéticas, de dois sistemas de recuperação de energia de gases efluentes de gerador de vapor a bagaço de cana. O primeiro consiste de um gerador de vapor e secador de bagaço. (ver figura 1) e o segundo, de gerador e preaquecedor de ar de combustão. (ver figura 2).

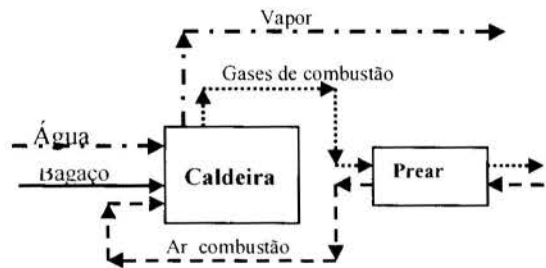
Este trabalho é uma continuidade do desenvolvido no Manual de Conservação de Energia na Indústria do Açúcar e do Alcool. IPT(1990), cujo título é Recuperação dos Gases de Chaminé de Caldeira (Apêndice D). Neste, os balanços de massa e energia estão sistematizados para o cálculo das produções específicas do gerador de vapor de acordo com a umidade do bagaço que o alimenta, no primeiro sistema, ou da temperatura do ar de combustão, no segundo sistema, em função das temperaturas dos gases de combustão efluentes do sistema.

A partir das variáveis obtidas desses balanços foram calculadas as exergias dos fluxos de entrada e saída dos dois sistemas necessários ao cálculo de suas eficiências energéticas e exergéticas e da irreversibilidade no secador para várias temperaturas de saída dos gases de cada sistema.

A apresentação deste trabalho será feita na seguinte ordem:

- Hipóteses feitas para comparação dos dois sistemas e para elaboração dos seus balanços de massa e energia .
- Avaliação das exergias dos fluxos de bagaço, gases de combustão.

- Definições das eficiências energética e exergética dos sistemas e da irreversibilidade no secador.
- Apresentação e discussão dos resultados.

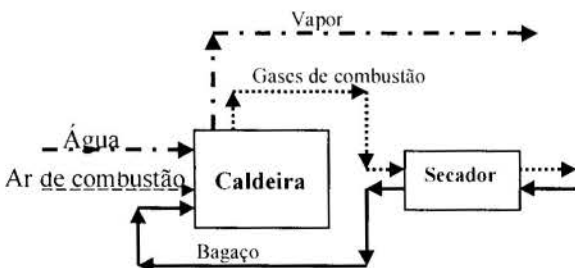


**Figura 2** – Esquema do sistema Caldeira Preaquecedor de ar de combustão (Segundo sistema)

HIPÓTESES

As hipóteses adotadas que permitiram a comparação entre os sistemas e o cálculo do aumento da produção específica da caldeira em função da quantidade de energia recuperada dos gases de chaminé e do tipo de recuperador utilizado são:

- A variável que foi mantida constante para comparação entre os dois sistemas, caldeira secador e caldeira preaquecedor de ar de combustão, foi a temperatura dos gases de combustão na saída dos mesmos
- A temperatura dos gases de combustão que saem da chaminé da caldeira foi mantida constante para qualquer umidade do bagaço que alimenta a caldeira, no primeiro sistema, e para qualquer temperatura do ar de combustão que alimenta a caldeira, no segundo sistema. Essa hipótese é conservadora, pois quanto menor for a umidade do bagaço ou maior a temperatura do ar de combustão que alimenta a caldeira, maior será a temperatura de chama da sua fornalha.



**Figura 1-** Esquema do sistema Caldeira Secador de bagaço (Primeiro sistema)

Consequentemente, maior será o fluxo de radiação transferido para os tubos de água da caldeira e a temperatura de saída dos gases de combustão na sua chaminé deverá ser menor.

- No balanço de energia da caldeira foram consideradas (apêndice D, IPT(1990)):

1. Perda associada à entalpia dos gases de combustão na saída da chaminé da caldeira.

2. Perda associada à entalpia da água de purga da caldeira (na forma de uma porcentagem do vapor produzido na caldeira).

3. Perda associada à entalpia das cinzas que deixam a caldeira (função da umidade do bagaço na alimentação da caldeira)

4. Perda associada à entalpia do material particulado na saída da chaminé da caldeira (função da umidade do bagaço que alimenta a caldeira e da energia total fornecida à mesma).

5. Perda associada à energia por radiação e convecção através das paredes da caldeira (função basicamente da energia total fornecida e da energia útil obtida da mesma), ASME(1965).

- O excesso de ar necessário para queima do bagaço só é função da umidade do mesmo (Tabela 1).

**Tabela 1** – Coeficiente de excesso de ar de combustão em função da umidade do bagaço

Umidade do Bagaço kg <sub>água</sub> /kg <sub>bagaço úmido</sub>	Coefficiente de Ar m <sub>ar utilizado</sub> /m <sub>ar estequiométrico</sub>
0,50	1,70
0,45	1,55
0,40	1,40
0,35	1,325
0,30	1,25
0,25	1,215
0,20	1,175

- A menor umidade do bagaço alcançada através do processo de secagem é limitada pela temperatura dos gases de combustão na saída do secador, que não pode ser menor que sua temperatura de saturação adiabática, neste ponto, mais 30°C (Mujumdar, 1987).
- O modelo termodinâmico admitido para a secagem é adiabático e foi dividido em duas fases:
  - Na primeira fase, os gases de combustão que entram no secador se resfriam para elevar a temperatura do bagaço até a temperatura de equilíbrio termodinâmico com a água líquida ( temperatura de saturação adiabática dos gases), sem que ocorra evaporação da água incorporada ao bagaço
  - Na segunda fase, o resfriamento dos gases ocorre somente para evaporar a umidade contida no bagaço, sem elevação da sua temperatura. Esta hipótese é razoável, uma vez que o mecanismo preponderante de secagem do bagaço é o de evaporação na superfície,

quando suspenso em uma corrente gasosa, ou seja, a resistência a migração da água no interior das fibras do bagaço, para a faixa de umidade e temperatura trabalhada, é desprezível (Valença e Massarani, 1982; Nebra e Macedo, 1989).

- A perda de carga nos recuperadores do dois sistemas foi considerada desprezível e a pressão de operação igual a atmosférica.
- Para efeito de cálculo da exergia física do bagaço, este foi considerado um sólido ideal, e a umidade incorporada a ele um líquido ideal.

## AVALIAÇÃO EXERGÉTICA DOS PRINCIPAIS FLUXOS

### Exergia do Bagaço, $e_c$ (kJ/kg de bagaço úmido).

O bagaço, para o cálculo de sua exergia, foi tratado como um combustível e sua exergia química foi calculada pela correlação dada para a madeira por Szargut e alii (1988).

### Exergia química do bagaço, $e_c^q$ (kJ/kg de bagaço úmido)

$$e_c^q = PCI_u \cdot \{1,0412 + 0,2160(h/c) - 0,2499(o/c)[1 + 0,7884(c/h)] + 0,045(n/c)\} / [1 - 0,3035(o/c)] + 50,0 \cdot u \quad (1)$$

onde:

$$PCI_u = PCI_s \cdot (1 - u) \quad (2)$$

$PCI_u$  e  $PCI_s$  são o poder calorífico inferior do bagaço úmido (kJ/kg.bag. úmido) e o poder calorífico inferior do bagaço seco (kJ/kg bag seco), (IPT, 1990).

$c$ ,  $h$ ,  $n$ , e  $o$  são as análises elementares de carbono, hidrogênio, nitrogênio e oxigênio do bagaço seco (kg/kg bag. seco).  $u$  é a umidade do bagaço, kg água/kg bag. úmido.

### Exergia física do bagaço, $e_c^f$ (kJ/kg de bagaço úmido).

O bagaço foi considerado um sólido ideal assim como a sua umidade um líquido ideal, então:

$$e_c^f = \int_{T_{re}}^{T_c} c_{p_c} dT - T_{re} \cdot \int_{T_{re}}^{T_c} \frac{c_{p_c}}{T} dT \quad (3)$$

onde:

$T_{re}$  é a temperatura ambiente considerada igual a 298K.

$T_c$  é a temperatura do bagaço na saída do secador. K

$cp_c$  é calor específico do bagaço, kJ/(kg bag.úmido.K), dado por:

$$cp_c = (1 - u)cp_{bs} + u \cdot cp_{H_2O} \quad (4)$$

e  $cp_{bs}$  é o calor específico do bagaço seco igual a 1,76 kJ/(kg bag. seco.K), (IPT(1990)).

$cp_{H_2O}$  é o calor específico da água líquida, (kJ/kg.K). Hougen et alii (1973).

Substituindo-se a eq. (4) em (3) obtém-se:

$$e_c^f = \{(1-u)cp_{bs} + u.cp_{H_2O}^H - T_{re} \cdot [(1-u)cp_{bs} \cdot \ln(T_c / T_{re})] / (T_c - T_{re}) + u.cp_{H_2O}^S\} \cdot (T_c - T_{re}) \quad (5)$$

onde:  $cp_{H_2O}^H$  e  $cp_{H_2O}^S$  são os valores específicos médios para cálculo de entalpia e entropia da água líquida, respectivamente, calculados pela equações (12) e (13) à temperatura  $T_c$  (K).

A exergia do bagaço pode, então, ser escrita, como (Kotas (1985):

$$e_c = e_c^q + e_c^f \quad (6)$$

### Exergia dos gases de combustão úmidos, $e_{gu}$ (kJ/kg de bagaço úmido).

Os gases de combustão foram considerados uma mistura de gases ideais.

Número de moles dos gases de combustão (kmol/kg bagaço úmido)

$$N_{gu} = N_{CO_2} + N'_{O_2} + N_{N_2} + N_{H_2O} \quad (7)$$

onde os números de moles dos componentes dos gases de combustão,  $CO_2$ ,  $O_2$ ,  $H_2O$ ,  $N_2$ , por unidade de massa de combustível úmido que alimenta a caldeira, obtidas da estequiometria da reação de combustão completa, kmol/kg de comb. úmido, são (IPT (1990)):

$$\begin{aligned} N_{CO_2} &= \frac{3,67 \cdot (1-u) \cdot c}{M_{CO_2}} \\ N'_{O_2} &= \frac{(1-1/\lambda) \cdot [32 \cdot \lambda \cdot (1-u) \cdot (c/12 + h/4 - o/32)]}{M_{O_2}} \\ N_{H_2O} &= \frac{9 \cdot (1-u) \cdot h + u + 4 \cdot 29 \cdot w \cdot [32 \cdot \lambda \cdot (1-u) \cdot (c/12 + h/4 - o/32)]}{M_{H_2O}} \\ N_{N_2} &= \frac{(1-u) \cdot [105,28 \cdot \lambda \cdot (c/12 + h/4 - o/32)]}{M_{N_2}} \end{aligned} \quad (8)$$

$\lambda$  é o coeficiente de excesso de ar e  $M_i$  é a massa molecular do  $i$ ésimo componente dos gases de combustão.

No caso da utilização da secagem, na saída do secador, é necessário adicionar aos gases de combustão, o número de moles de vapor de água adquiridos durante o processo, então, o número de moles de vapor de água nos gases de combustão por unidade de massa de bagaço que alimenta a caldeira, na saída do secador é:

$$N_{H_2O}'' = N_{H_2O} + \frac{(u_c - u)}{(1-ue) \cdot M_{H_2O}} \quad (9)$$

$u_c$  e  $u$  são a umidade do bagaço na entrada do sistema e na alimentação da caldeira.

Exergia química dos gases de combustão,  $e_{gu}^q$ , kJ/kg de comb. úmido

$$e_{gu}^q = [x_{CO_2} \epsilon_{CO_2}^q + x_{O_2} \epsilon_{O_2}^q + x_{H_2O} \epsilon_{H_2O}^q + x_{N_2} \epsilon_{N_2}^q + R \cdot T_{re} \cdot (x_{CO_2} \ln x_{CO_2} + x_{O_2} \ln x_{O_2} + x_{H_2O} \ln x_{H_2O} + x_{N_2} \ln x_{N_2})] \cdot N_{gu} \quad (10)$$

$x_i$  é a fração molar ( $N_i/N_{gu}$ ) e  $\epsilon_i^q$  a exergia química (kJ/kmol) de cada componente dos gases de combustão, cujos valores foram obtidos do Kotas (1985) e  $R$  é a constante do gás ideal igual a 8,3144 kJ/kmol.K.

Exergia física dos gases de combustão,  $e_{gu}^f$ , (kJ/kg comb úmido que alimenta a caldeira).

$$e_{gu}^f = (T - T_{re}) \cdot \{(N_{CO_2} \cdot M_{CO_2}) \cdot cp_{CO_2}^H + (N_{H_2O} \cdot M_{H_2O}) \cdot cp_{H_2O}^H + (N_{O_2} \cdot M_{O_2}) \cdot cp_{O_2}^H + (N_{N_2} \cdot M_{N_2}) \cdot cp_{N_2}^H - T_{re} \cdot [(N_{CO_2} \cdot M_{CO_2}) \cdot cp_{CO_2}^S + (N_{H_2O} \cdot M_{H_2O}) \cdot cp_{H_2O}^S + (N_{O_2} \cdot M_{O_2}) \cdot cp_{O_2}^S + (N_{N_2} \cdot M_{N_2}) \cdot cp_{N_2}^S]\} \quad (11)$$

onde:

$T$  é a temperatura dos gases de combustão (K),

$$cp_i^H = \frac{\int_{T_{re}}^T cp_i \cdot dT}{(T - T_{re})} \quad (12)$$

$$cp_i^S = \frac{\int_{T_{re}}^T \left( \frac{cp_i}{T} \right) \cdot dT}{(T - T_{re})} \quad (13)$$

e  $cp_i$  é o calor específico (kJ/kg.K) para cada componente  $i$  dos gases e para a água líquida em função da temperatura, dado por.

$$cp_i = d_1 + d_2 \cdot T + d_3 \cdot T^2 + d_4 \cdot T^3$$

e os coeficientes de  $d_1$  a  $d_4$ , para cada componente dos gases, vapor de água (onde  $i$  é substituído por  $v$ ),  $CO_2$ ,  $N_2$ ,  $O_2$  e da água líquida (onde  $i$  é substituído por  $H_2O$ ) foram obtidos de Hougen et alii (1973).

A exergia dos gases úmidos é, (Kotas, 1987):

$$e_{gu} = e_{gu}^q + e_{gu}^f \quad (14)$$

### DEFINIÇÕES DAS EFICIÊNCIAS DOS SISTEMAS E DA IRREVERSIBILIDADE NO SECADOR

#### Eficiência energética para os sistemas

A eficiência energética do sistema foi definida como a razão entre a energia útil obtida pelo sistema e a energia fornecida na entrada do sistema. A energia elétrica necessária para o

acionamento dos fluxos que passam através dos recuperadores foi considerada desprezível frente a energia fornecida pelo bagaço.

$$\eta_{en} = \frac{PE \cdot (h_{vs} - h_{ae})}{PCI_{ue}} \quad (15)$$

onde :

PE é a produção específica do sistema (kg vapor/ kg de bagaço úmido na entrada do sistema)

$h_{vs}$ ,  $h_{ae}$  são as entalpias do vapor produzido no sistema e da água de alimentação da caldeira (kJ/kg).

$PCI_{ue}$  é o poder calorífico inferior do bagaço úmido na entrada do sistema (kJ/kg bagaço úmido).

### Eficiência exergética para os sistemas

$$\eta_{ex} = \frac{PE \cdot [(h_{vs} - h_{ae}) - T_{re} (s_{vs} - s_{ae})]}{e_{ce}} \quad (16)$$

onde:

$s_{vs}$ ,  $s_{ae}$  são as entropias do vapor produzido no sistema e da água de alimentação da caldeira (kJ/kgK).

$e_{ce}$  é a exergia específica do bagaço úmido na entrada do sistema. ( kJ/kg de bagaço úmido na entrada do sistema).

### Irreversibilidade no secador, $i_{ss}$ , (kJ/kg de bagaço na entrada do secador).

A irreversibilidade no secador será calculada por unidade de massa de bagaço úmido que entra no sistema. O seu valor será a soma da irreversibilidade gerada no equipamento mais a gerada pelos gases na saída do secador quando estes entram em equilíbrio com o ar ambiente. Esta definição é mais razoável porque os gases efluentes do secador não poderão mais ser utilizados para outros fins, destruindo sua exergia no ambiente.

$$i_{ss} = e_{ce} - \frac{m_c}{m_{ce}} (e_{guc} - e_{cs}) \quad (17)$$

Onde:

$$\frac{m_c}{m_{ce}} = \frac{(1 - u_e)}{(1 - u)} \quad (18)$$

é a razão entre as massas de bagaço na alimentação da caldeira ( $m_c$ ) e na alimentação do sistema ( $m_{ce}$ ).

$e_{guc}$  e  $e_{cs}$  são as exergias específicas dos gases na entrada do secador e do bagaço na saída do secador (kJ/kg de bagaço que alimenta a caldeira.)

### APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A seguir serão apresentados os resultados obtidos com a simulação dos dois sistemas ( com secador e com prear) tomando como base para os dados de entrada uma caldeira que foi monitorada em uma Usina de Açúcar e Álcool do estado de São Paulo, sem nenhum tipo de recuperador de energia dos gases de combustão na chaminé da caldeira. Os dados de entrada comuns para a simulação dos dois sistemas foram:

- Pressão na caldeira, 19 bar abs.

- Temperatura do vapor produzido na caldeira, 284°C
- Vazão de bagaço na alimentação da caldeira, 15873kg a 50% de umidade b.u./h
- Temperatura da água de alimentação, 95°C
- Pressão da água de alimentação, 19 bar abs.
- Composição elementar do bagaço, base seca: carbono 0.467, oxigênio 0.465, hidrogênio 0.058, nitrogênio não foi detectado e teor de enxofre total menor que 0.0001, cinza 0.01.
- O poder calorífico inferior do bagaço com 50% de umidade base úmida, calculado pela eq. (2), 8880 kJ/kg bag. úmido.
- Umidade do bagaço na alimentação da caldeira, 0.502 kg água/(kg bagaço úmido).
- A taxa de água de purga da caldeira, 0,02 kg água/ (kg de vapor produzido).
- Temperatura de saída dos gases de combustão na chaminé da caldeira, 320°C.
- As temperaturas do ar de combustão e do bagaço na entrada dos sistemas foram adotadas igual a 25°C.
- A exergia do bagaço a 50% de umidade nas condições ambientes (25°C e 1 bar), calculada pela eq (1), 10115 kJ/kg bag úmido.

As tabelas 2 e 3 mostram, respectivamente, os resultados da simulação do sistema caldeira secador de bagaço e do sistema caldeira preaquecedor de ar de combustão, em função das temperaturas de saída dos gases de combustão do sistema, mantendo-se constante a temperatura dos gases na saída da chaminé da caldeira, 320°C, para qualquer umidade do bagaço obtida com a secagem ou para qualquer temperatura do ar de combustão obtida com o preaquecimento..

**Tabela 2-** Resultados para o sistema caldeira secador de bagaço, em função da temperatura de saída dos gases de combustão do sistema, mantendo-se a temperatura dos gases na saída da caldeira igual a 320°C.. O coeficiente de excesso de ar utilizado para cada umidade do bagaço que alimenta a caldeira está dado na tabela 1.

Temp. gases saída sistema	Umidade bagaço saída secador	Temp. Bagaço saída secador	Produção esp. sistema	$\eta_{En}$	$\eta_{Ex}$	$I_{ss}$
°C	Base úmida (kg/kg)	°C	kgvapor/ kgbag50%			kJ/(kg bag 50%)
105	0.2	67.3	2.87	0.83	0.270	1808
129	0.25	67.8	2.83	0.82	0.266	1912
156	0.3	68.4	2.78	0.81	0.261	2030
188	0.35	68.9	2.68	0.78	0.253	2169
222	0.4	69.3	2.58	0.75	0.243	2332
260	0.45	69.5	2.45	0.71	0.230	2520
320	0.5	25	2.23	0.65	0.21	2580

Observando-se a tabela 2 e comparando-se as eficiências quando se alimenta a caldeira com bagaço a 20% de umidade b.u. (devido a secagem) e quando se alimenta com bagaço a 50% (só caldeira sem secador) o aumento da eficiência energética é de 27.7% e o da exergética é de 28.6%. O que equivale a uma economia de bagaço a 50% de umidade b.u. na entrada do sistema de 22.26%. quando se mantém a produção de vapor na caldeira com alimentação de bagaço seco a 20%, igual a da caldeira sem secador (ver IPT(1990)).

A irreversibilidade no secador diminui quando se aumenta a quantidade de água evaporada do bagaço.



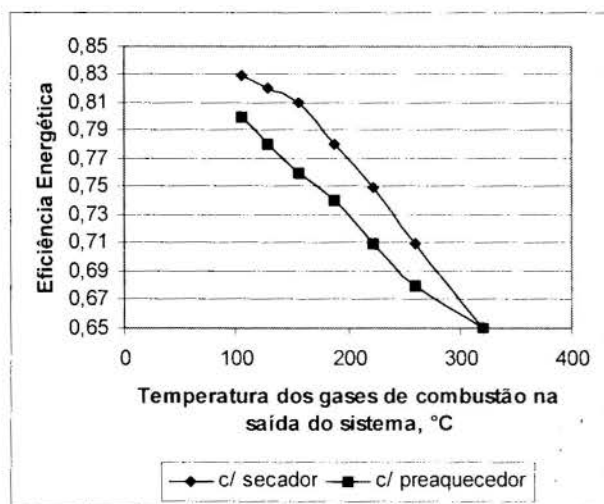
**Tabela 3-** Resultados para o sistema caldeira preaquecedor de ar de combustão em função da temperatura de saída dos gases de combustão do sistema, mantendo-se a temperatura dos gases na saída da caldeira igual a 320°C. O coeficiente de excesso de ar utilizado foi de 1,7.

Temp. gases saída sistema °C	Temp Ar comb. saída do prear °C	Produção esp. kgvapor/kgbag50%	$\eta_{En}$	$\eta_{Ex}$
105	306	2,75	0,80	0,259
129	277	2,68	0,77	0,252
156	243	2,62	0,76	0,247
188	203	2,54	0,74	0,239
222	160	2,45	0,71	0,231
260	109	2,36	0,68	0,222

Observando-se a tabela 3 e comparando-se as eficiências quando se alimenta a caldeira com ar de combustão a 306° (devido ao prear) e quando se alimenta com ar a 25°C (só caldeira sem prear) o aumento da eficiência energética é de 23,30% e o da exérgica é de 23,33%. O que equivale a uma economia de bagaço a 50% na entrada do sistema de 18,8% ao se manter a produção de vapor na caldeira com ar preaquecido, igual a da caldeira sem preaquecedor (ver IPT(1990)).

A última linha das tabelas 2 e 3 corresponde ao caso base em que não existe recuperador. A irreversibilidade é gerada pela destruição de exérgia dos gases de escape da chaminé da caldeira.

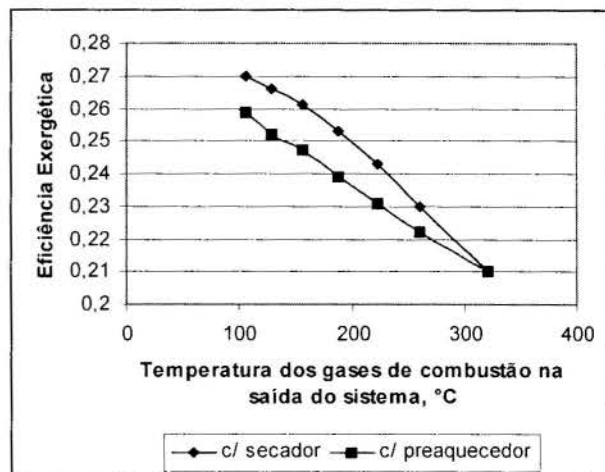
Na figura 3 e 4 foram plotados os valores das eficiências energéticas e exérgicas, respectivamente, para cada um dos sistemas, com secador de bagaço e com preaquecedor de ar de combustão, em função da temperatura dos gases de combustão na saída de cada sistema.



**Figura 3 –** Eficiência energética dos sistemas com secador de bagaço e com preaquecedor de ar de combustão.

Observando-se as figuras 3 e 4 verifica-se que o sistema com secador de bagaço apresenta sempre valores maiores de eficiência, quando comparado ao sistema com preaquecedor de ar de combustão. Isto se deve principalmente ao maior excesso de ar de combustão utilizado no sistema com prear. Para a temperatura dos gases de combustão igual a 105°C na saída dos sistemas que recuperam energia de gases via secagem do bagaço e via

preaquecimento do ar de combustão, observa-se que a diferença percentual entre as eficiências energéticas é de 3,75% e entre as eficiências exérgicas, de 4,25% a favor da recuperação via secagem.



**Figura 4 –** Eficiências exérgicas dos sistemas só com secador de bagaço e só com preaquecedor de ar de combustão

As diferenças de eficiências entre os dois sistemas, no entanto são pequenas, por isso um estudo termoeconômico para avaliação do custo do vapor produzido em cada sistema está sendo elaborado, para que mais informações estejam disponíveis para a tomada de decisão entre um ou outro sistema.

## CONCLUSÃO

A recuperação de energia de gases de combustão na chaminé da caldeira via secagem de bagaço se mostrou um pouco mais eficiente sob o ponto de vista termodinâmico que a via preaquecimento do ar de combustão.

Um estudo termoeconômico, no entanto, ainda se faz necessário para avaliação do custo do vapor para cada uma das formas de recuperação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMERICAN SOCIETY of MECHANICAL ENGINEERS – ASME, 1965. "Performance test code steam generating units". ASME/PTC. 4.1. New York
- COPERSUCAR, 1983. "Seminário sobre bagaço de cana. Piracicaba", fev. 30p.
- Hougen, O. A. et alii, 1973. Princípios dos processos químicos. Lisboa, s.c.p. Pt2.
- Hugot, E., 1976. "Manual para ingenieros azucareros". 4. Ed. México, Compañia Editorial Continental. 803p.
- INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS – IPT, 1990. "Conservação de energia na indústria de açúcar e do álcool: Manual de recomendações". São Paulo, 723p. (IPT publ. 1817.).
- Kotas, T. J, 1985. "The Exergy Method of thermal plant analysis". London: Butterworth, 296 p.
- Mujumdar, A.S., 1987. "Handbook of Industrial Drying". McGill University, Montreal, Quebec, Canadá: Marcel Dekker, Inc. New York and basel. 913p.
- Perez, N.P., 1982. "Bagaço de cana: biomassa alternativa ao óleo". STAB, 1(1): 37-41, set/out.
- Sant'Anna, R.J., 1986. "Procedimentos para cálculo de eficiência de caldeiras". São Paulo, IPT.

Szargut J., Morris D.R., Steward, 1988. "Exergy analysis of thermal, chemical and metallurgical processes." New York, Hemisphere Pub. Co.

Valença, G., Massarani, G., 1982, " Secagem de bagaço de cana ". In: Congresso Latino Americano de Transferência de Calor e Massa, 1, La Plata, nov., Anais.

Nebra, S. and Macedo, J.C.. 1989 " Pneumatic drying of bagasse", Int. Sugar Journal, v. 191, n. 1081, pp 3-12.

#### ABSTRACT

This work compares the energy and exergy efficiencies of two systems with energy recovering from the sugar cane boiler effluents gases. The first system is a boiler with a sugar cane bagasse dryer and the second is a boiler with a combustion air preheater. The mass and energy balances were systematized to calculate the increase of the boiler specific vapor production according to the bagasse humidity decrease or the increase of the temperature of combustion air in the boiler feed, respectively.

The energy and exergy efficiencies were determined, in the first system, for different bagasse humidities achieved in the dryer and in the second, for different temperatures of the combustion air.

## ANÁLISE COMPARATIVA DE TECNOLOGIAS PARA EXPANSÃO DE CENTRAIS DE COGERAÇÃO

**José Antonio Perrella Balestieri**  
 Câmpus de Guaratinguetá - Fac. Engenharia  
 UNESP - Universidade Estadual Paulista  
 12500-000 - Guaratinguetá - SP - Brasil  
 perrella@feg.unesp.br

### RESUMO

O planejamento de centrais de cogeração envolve as fases de projeto (busca de soluções alternativas que satisfaçam as necessidades energéticas de uma unidade de processo), operação (análise do comportamento do sistema como um todo, em condições plenas e parciais de carga) e expansão (incorporação de novas alternativas de geração que garantam o atendimento das necessidades em conformidade como o projeto original). A partir de um modelo de otimização em rede de grafos, cinco cenários são estabelecidos para a análise comparativa de alternativas tecnológicas que possam ser incorporadas à solução original com base em restrições de ordem técnica e econômica; o cenário original apresenta condições relativas ao estado da arte das máquinas térmicas e estrutura de preços dos energéticos e equipamentos, servindo de base comparativa para os demais cenários. Avaliam-se as condições para o aproveitamento de biomassa, óleo combustível e gás natural em tecnologias relativas a caldeiras de alta e média pressões, turbinas a gás com caldeiras de recuperação e diferentes aproveitamentos com turbinas a vapor. Os resultados são expressos em termos das condições técnico/econômicas desejáveis para que cada tecnologia seja preferida em relação às demais.

### INTRODUÇÃO

A análise de expansão em centrais de cogeração aproveita uma grande diversidade de modelos que vêm sendo apresentados na literatura; desde a década de 1950 se observa um interesse acentuado nos estudos quantitativos do problema de expansão de capacidade (Manne, 1961). As principais questões tratadas em um problema de decisão relativo à expansão de capacidade envolvem a definição do porte das novas unidades, o tempo em que se fará a inserção das mesmas e também sua localização.

A expansão de quaisquer unidades consiste na adição, ao longo do tempo, de adições de capacidade, seja pela ampliação das unidades existentes quanto pela aquisição de novas unidades que, em conjunto, devem atender à sempre crescente função de demanda em certos intervalos de tempo, tal como está ilustrado na figura 1; sempre que a demanda alcança a capacidade instalada, uma expansão de  $x$  unidades de capacidade deve ser providenciada.

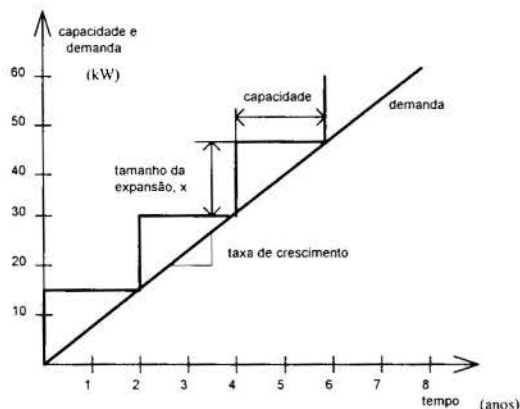


Figura 1- O processo de expansão da capacidade

As principais decisões associadas ao problema de expansão dizem respeito às seguintes questões:

- capacidades possíveis de serem implantadas
- tempos de expansão relativos a cada alternativa
- localização de alternativas e tipo de unidade de geração

Considerando-se a central de cogeração como uma unidade auxiliar de geração de utilidades energéticas e naturalmente associada à unidade de processo é natural que a análise esteja voltada principalmente ao primeiro item, notadamente quanto à possibilidade de emprego de tecnologias emergentes que possam contribuir para a melhoria de eficiência e redução dos custos associados ao processo de geração energética.

### EXPANSÃO DE CENTRAIS DE COGERAÇÃO

A pesquisa de rotas alternativas em projetos constitui um elemento importante para a atratividade do empreendimento e por esse motivo vem sendo tratado com relativa frequência na literatura. Um modelo de otimização formulado para a solução do problema de averiguar rotas alternativas para a expansão de centrais de cogeração a partir daquele proposto por Berman, Ganz e Wagner (1994) é aqui utilizado para a análise da questão; baseado em programação linear ou seu equivalente em rede de grafos, incorporam-se elementos estocásticos na medida em que são definidos diferentes cenários, os quais são analisados simultaneamente para pesquisa das soluções.

De acordo com esse modelo, a expansão de uma central de cogeração pode ser feita considerando-se o emprego de gás natural, óleo combustível ou biomassa (*in natura* ou gaseificada) em conjuntos turbina a gás/caldeira de recuperação e/ou caldeiras de alta e média pressão, possibilitando dessa forma uma boa diversidade de opções correntemente disponíveis ou em fase adiantada de desenvolvimento (figura 2); a tabela 1 identifica

fisicamente cada uma das alternativas representadas pelos arcos representativos dos componentes da central de cogeração matematicamente representada na figura 2.

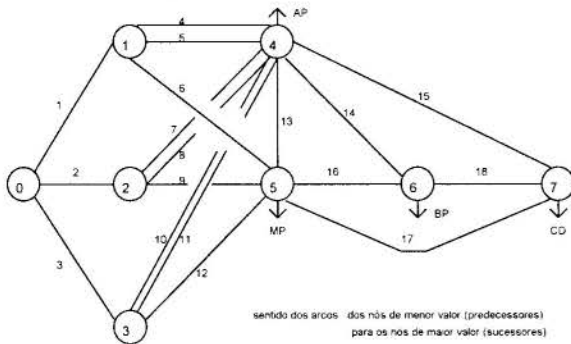


Figura 2 - Estrutura utilizada para análise de expansão em centrais de cogeração

Tabela 1- Representação dos arcos da rede de grafos da figura 2

arco	nós i-j	Representação
1	0-1	gás natural
2	0-2	óleo combustível/óleo leve nas turbinas a gás
3	0-3	biomassa/biomassa gaseificada nas turbinas a gás
4	1-4	turbina a gás/caldeira de recuperação com gás natural
5	1-4	caldeira de Alta Pressão queimando gás natural
6	1-5	caldeira de Média Pressão queimando gás natural
7	2-4	turbina a gás/caldeira de recup. com óleo combustível
8	2-4	caldeira de Alta Pressão queimando óleo combustível
9	2-5	caldeira de Média Pressão queimando óleo combustível
10	3-4	turbina a gás/caldeira de recup. c/ biomassa gaseificada
11	3-4	caldeira de Alta Pressão queimando biomassa
12	3-5	caldeira de Média Pressão queimando biomassa
13	4-5	turbina a vapor/expansão alta-média pressão
14	4-6	turbina a vapor/expansão alta-baixa pressão
15	4-7	turbina a vapor/expansão alta pressão-condensação
16	5-6	turbina a vapor /expansão média-baixa pressão
17	5-7	turbina a vapor/expansão média pressão-condensação
18	6-7	turbina a vapor/expansão baixa pressão-condensação

A formulação básica, cujos coeficientes devem ser alterados de acordo com os cenários apresentados no item que se segue, pode ser matematicamente expressa pelo equacionamento apresentado a seguir.

$$\text{Max} \sum_G P_e x_{jts} - \sum_F P_f x_{jts} - \sum_N \frac{CI}{FRC} + \delta F$$

sujeito a:

$$\sum_I x_{is} - \sum_J w_{js} x_{jts} = 0 \text{ para Demanda} = 0$$

$$\sum_I x_{is} - \sum_J w_{js} x_{jts} = \text{cte. para Demanda} \neq 0$$

$$\sum_J a_j x_{jts} \geq G_{jts}$$

$$\delta x_{kts} \leq x_{kts} \leq \delta \bar{x}_k$$

$$\delta \in [0,1]$$

sendo:

$P_e$	custo da energia cogera	(US\$/kg)
$P_f$	custo do combustível consumido	(US\$/kg)
$w$	eficiência de conversão da energia	(-)
CI	investimento em equipamentos	(US\$/kg)
FRC	fator de recuperação de capital	(ano <sup>-1</sup> )
M	custo de manutenção do sistema	(US\$/ano)
x	vazão de vetores energéticos	(kg/ano)
a	fator de conversão termelétrico	(kW ano/kg)
G	demanda elétrica do processo	(kW)

A unicidade de função objetivo, baseada exclusivamente na maximização do benefício líquido (maximizar receitas e minimizar despesas com investimento e custos operacionais), se deve ao fato de a expansão atuar com valores prospectivos em uma escala temporal de médio ou longo prazos, os quais nem sempre validam a incorporação de outros objetivos; análises que contam com variáveis ambientais têm sido propostas para esses casos mas constituem exceção (Amagai e Leung, 1991).

Com base no exposto, foram propostas cinco situações distintas, as quais foram formuladas visando analisar questões de interesse para fundamentar a análise de expansão em uma central de cogeração. Para a primeira caso analisado, admitiu-se que os valores praticados ou previstos para a prática do mercado, em disputa aberta, contariam com os seguintes índices (Balestieri, 1997 / Costa, 1997 / Gustavsson, 1997 / Larsson e Marrison, 1997):

- eficiência de conversão - w (kg<sub>vapor</sub>/kg<sub>combustível</sub>)  
 caldeira alta pressão - óleo : 13,0 : 1  
 caldeira média pressão - óleo : 13,0 : 1  
 caldeira média pressão - biomassa : 2,5 : 1  
 turbina a gás - gás natural : 8,0 : 1  
 turbina a gás - biomassa gaseificada: 3,0 : 1
- preço dos combustíveis (em US\$/kg) com dois cenários, cada um com dois intervalos de tempo  
 gás natural : s1= (0,18/0,19) e s2=( 0,19/0,20)  
 óleo (CAP) : s1= (0,10/0,12) e s2=(0,12/0,15)  
 óleo (CMP) : s1= (0,08/0,10) e s2=(0,10/0,12)  
 biom. *in natura* : s1= (0,030/0,032) e s2=(0,032/0,035)  
 biom. gaseificada: s1= (0,075/0,080) e s2=(0,080/0,085)  
 sendo: CAP - caldeira de alta pressão  
 CMP - caldeira de média pressão

Com base nesses índices e na simulação empregando o código computacional LINDO 5.0, obtém-se os resultados apresentados na tabela 2, cuja representação em rede de grafos é apresentado na figura 3.

Tabela 2 - Resultados alcançados no Caso 1 (vazões em 10<sup>6</sup> kg/ano)

its	arcos da rede de grafos (i)				
	2	8	9	14	15
i11	48,46	39,23	9,23	10,00	500,00
i21	51,54	40,77	10,77	15,00	500,00
i12	52,61	40,31	12,31	12,00	500,00
i22	56,92	41,54	15,38	20,00	500,00

Nota: no termo  $x_{its}$  i representa o arco, t representa o período de tempo, s representa o cenário

A partir desses resultados, pode-se inferir que a solução obtida é robusta, isto é, consiste em uma solução que se mantém inalterada nos diversos cenários e condições temporais, com variações unicamente na quantidade requerida para o atendimento das necessidades impostas (essa qualidade de solução é sempre desejável de ser obtida em problemas de expansão pela segurança que oferece ao analista no que diz respeito à decisão acerca das rotas a serem adotadas na situação em estudo).

Com esses resultados, verifica-se uma disponibilidade de geração elétrica de 50,15/50,22 MW no primeiro cenário e de 50,18/50,30 MW no segundo cenário, garantindo em quaisquer casos margem de excedentes que vai de 25,18 MW a 10,30 MW nos casos extremos. Para o Caso 2, consideram-se as mesmas condições do Caso 1 a menos da variação de custos no óleo combustível, conforme se verifica nos valores apresentados abaixo:



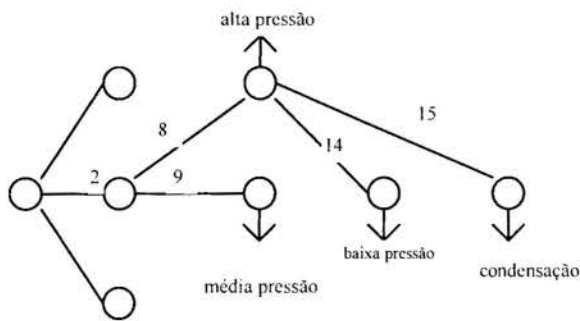


Figura 3 - Resultados do Caso 1

- eficiência de conversão -  $w$  ( $\text{kg}_{\text{vapor}}/\text{kg}_{\text{combustível}}$ )
  - caldeira alta pressão - óleo : 13,0 :1
  - caldeira média pressão - óleo : 13,0:1
  - caldeira média pressão - biomassa : 2,5 :1
  - turbina a gás - gás natural : 8,0:1
  - turbina a gás - biomassa gaseificada: 3,0:1
- preço dos combustíveis (em US\$/kg) com dois cenários, cada um com dois intervalos de tempo
  - gás natural :  $s_1 = (0,18/0,19)$  e  $s_2 = (0,19/0,20)$
  - óleo (CAP) :  $s_1 = (0,10/0,12)$  e  $s_2 = (0,12/0,15)$
  - óleo (CMP) :  $s_1 = (0,10/0,12)$  e  $s_2 = (0,12/0,15)$
  - biom. *in natura* :  $s_1 = (0,030/0,032)$  e  $s_2 = (0,032/0,035)$
  - biom. gaseificada:  $s_1 = (0,075/0,080)$  e  $s_2 = (0,080/0,085)$

Nessa nova situação, o Caso 2 apresenta a exclusão das caldeiras de média pressão, decorrendo disso a necessidade de incorporar a turbina a vapor referente ao arco 13 de modo a garantir o suprimento de vapor a todas as fontes consumidoras: a tabela 3 e a figura 4 ilustram os resultados alcançados. Da mesma forma que no caso anterior, a solução obtida é robusta, valendo as mesmas observações tecidas para o Caso 1: nesse caso, a adoção de mais uma turbina a vapor aumenta significativamente a produção elétrica, que se eleva para 103,00/106,50 MW no cenário inferior e 107,80/112,88 MW no cenário superior, com excedentes elevados.

Tabela 3 - Resultados alcançados no Caso 2 vazões em  $10^6$  kg/ano

its	arcos da rede de grafos (i)				
	2	8	13	14	15
i11	48,46	48,46	120,00	10,00	500,00
i21	51,54	51,54	140,00	15,00	500,00
i12	52,61	52,62	160,00	12,00	500,00
i22	56,92	56,92	200,00	20,00	500,00

Nota: no termo  $x_{its}$  i representa o arco, t representa o período de tempo, s representa o cenário

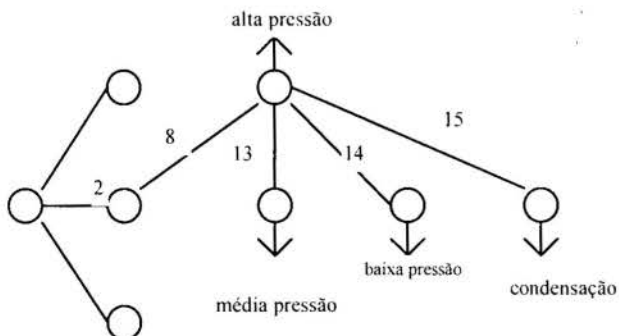


Figura 4 - Resultados do Caso 2

Para o Caso 3, considera-se pertinente avaliar as condições pelas quais o gás natural - e como consequência direta os conjuntos turbina a gás/caldeira de recuperação representados pelo arco 4 - pode ser recomendado; para tanto, foram testadas algumas condições de eficiência de conversão de energia e custo dos combustíveis, sendo que os resultados que confluíram para a concretização dessa hipótese são os que seguem:

- eficiência de conversão -  $w$  ( $\text{kg}_{\text{vapor}}/\text{kg}_{\text{combustível}}$ )
  - caldeira alta pressão - óleo : 13,0 :1
  - caldeira média pressão - óleo : 13,0:1
  - caldeira média pressão - biomassa : 2,5 :1
  - turbina a gás - gás natural : 10,0:1
  - turbina a gás - biomassa gaseificada: 3,0:1
- preço dos combustíveis (em US\$/kg) com dois cenários, cada um com dois intervalos de tempo
  - gás natural :  $s_1 = (0,09/0,10)$  e  $s_2 = (0,10/0,11)$
  - óleo (CAP) :  $s_1 = (0,13/0,15)$  e  $s_2 = (0,15/0,16)$
  - óleo (CMP) :  $s_1 = (0,13/0,15)$  e  $s_2 = (0,15/0,16)$
  - biom. *in natura* :  $s_1 = (0,030/0,032)$  e  $s_2 = (0,032/0,035)$
  - biom. gaseificada:  $s_1 = (0,075/0,080)$  e  $s_2 = (0,080/0,085)$

A melhoria tecnológica referendada pelo aumento de 8:1 para 10:1 na eficiência de conversão de energia, que poderia ser obtida por melhorias tecnológicas dos equipamentos, por si não favorece a entrada dos conjuntos turbina a gás/caldeira de recuperação, tampouco com o aumento da eficiência elétrica dos mesmos (impôs-se um aumento de 43% para 48% sem resultados): isso seria, portanto, desejável mas não suficiente para que a competição entre as fontes combustíveis favorecesse o consumo de gás natural na análise de expansão.

A partir de uma política de preços que sinalize para uma inversão na relação de custos dos combustíveis favorecendo o gás natural (atente-se para o fato de que a análise de expansão não contempla aspectos ambientais, conforme já explicado, atendo-se exclusivamente à questão de custo, eficiência e disponibilidade das fontes combustíveis), prevê-se sua entrada como solução robusta (tabela 4), o que implica disponibilidade do produto na quantidade demandada pelo mercado e a disposição dos órgãos reguladores de sinalizar positivamente para essa tendência; questões como o posterior aproveitamento em outros setores de atividade da fonte combustível deslocada devem fazer parte do contexto dessa análise setorial.

Tabela 4 - Resultados alcançados no Caso 3 vazões em  $10^6$  kg/ano

its	arcos da rede de grafos (i)				
	2	8	13	14	15
i11	63,00	63,00	120,00	10,00	500,00
i21	67,00	67,00	140,00	15,00	500,00
i12	68,40	68,40	160,00	12,00	500,00
i22	74,00	74,00	200,00	20,00	500,00

Nota: no termo  $x_{its}$  i representa o arco, t representa o período de tempo, s representa o cenário

Na análise do quarto caso, procurou-se analisar as condições para as quais a biomassa poderia se tornar competitiva em relação às demais tecnologias em consideração; para isso, foram estabelecidas as seguintes considerações:

- eficiência de conversão -  $w$  ( $\text{kg}_{\text{vapor}}/\text{kg}_{\text{combustível}}$ )
  - caldeira alta pressão - óleo : 13,0 :1
  - caldeira média pressão - óleo : 13,0:1
  - caldeira média pressão - biomassa : 4,0 :1
  - turbina a gás - gás natural : 8,0:1
  - turbina a gás - biomassa gaseificada: 3,0:1

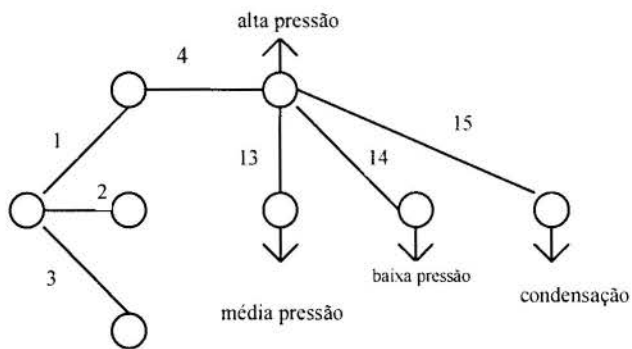


Figura 5 - Resultados do Caso 3

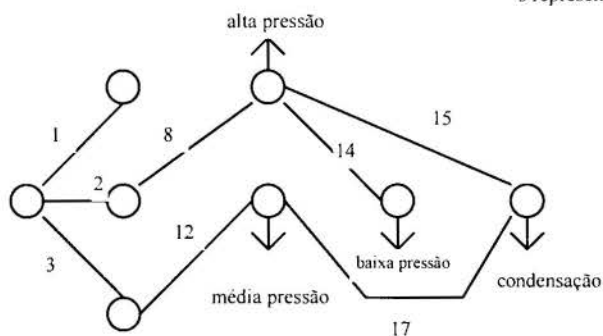
- preço dos combustíveis (em US\$/kg) com dois cenários, cada um com dois intervalos de tempo
  - gás natural :  $s_1 = (0,09/0,10)$  e  $s_2 = (0,10/0,11)$
  - óleo (CAP) :  $s_1 = (0,13/0,15)$  e  $s_2 = (0,15/0,16)$
  - óleo (CMP) :  $s_1 = (0,13/0,15)$  e  $s_2 = (0,15/0,16)$
  - biom. *in natura* :  $s_1 = (0,028/0,032)$  e  $s_2 = (0,032/0,035)$
  - biom. gaseificada:  $s_1 = (0,075/0,080)$  e  $s_2 = (0,080/0,085)$

Foram consideradas melhorias tecnológicas (a eficiência de conversão na caldeira de média pressão com queima de biomassa passou de 2,5:1 para 4,0:1, algo possível com a atual tecnologia para biomassas específicas, como a casca de coco) e a redução do custo da biomassa *in natura* no primeiro intervalo de tempo do cenário 1, gerando-se solução não-robusta (tabela 5); a figura 6 ilustra as configurações obtidas no cenário i11 e nos demais cenários.

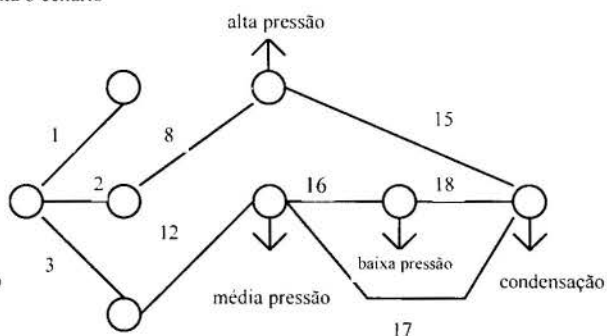
Tabela 5 - Resultados alcançados no Caso 4  
vazões em  $10^6$  kg/ano

its	arcos da rede de grafos (i)								
	2	3	8	12	14	15	16	17	18
i11	21,92	86,25	21,92	86,25	10,00	275,00	xx	225,00	xx
i21	5,00	151,25	5,00	151,25	xx	50,00	240,00	225,00	225,00
i12	4,77	155,50	4,77	155,50	xx	50,00	240,00	225,00	225,00
i22	5,38	167,50	5,38	167,50	xx	50,00	240,00	225,00	225,00

Nota: no termo  $x_{its}$  i representa o arco, t representa o período de tempo, s representa o cenário



(a)



(b)

Figura 6- Resultados do Caso 4 (a) cenário (b) demais cenários

Em função da necessidade de se investigar esse aspecto atual da tecnologia de geração, uma última e interessante questão a ser aqui contemplada diz respeito às oportunidades do sistema de gaseificação de biomassa: a partir dos valores estabelecidos para o Caso 1 foram consideradas algumas variações, conforme se apresenta abaixo:

- eficiência de conversão -  $w$  ( $\text{kg}_{\text{vapor}}/\text{kg}_{\text{combustível}}$ )
  - caldeira alta pressão - óleo : 13,0 : 1
  - caldeira média pressão - óleo : 13,0 : 1
  - caldeira média pressão - biomassa : 2,5 : 1
  - turbina a gás - gás natural : 8,0 : 1
  - turbina a gás - biomassa gaseificada : 3,0 : 1
- preço dos combustíveis (em US\$/kg) com dois cenários, cada um com dois intervalos de tempo
  - gás natural :  $s_1 = (0,18/0,19)$  e  $s_2 = (0,19/0,20)$
  - óleo (CAP) :  $s_1 = (0,10/0,12)$  e  $s_2 = (0,12/0,15)$
  - óleo (CMP) :  $s_1 = (0,08/0,10)$  e  $s_2 = (0,10/0,12)$
  - biom. *in natura* :  $s_1 = (0,030/0,032)$  e  $s_2 = (0,032/0,035)$
  - biom. gaseificada:  $s_1 = (0,075/0,080)$  e  $s_2 = (0,080/0,085)$

No Caso 5 (tabela 6 e figura 7), o custo de investimento do conjunto turbina a gás/caldeira de recuperação associado ao

sistema de gaseificação de biomassa, originalmente avaliado como sendo duas vezes superior ao do similar com turbinas a gás teve sua relação reduzida para cerca de 1,5 vezes, assim com o custo do combustível produzido nesse sistema apresentou reduções decorrentes da difusão da tecnologia e do deslocamento dessa fonte combustível na escala de custos diferenciais; além disso, considerou-se que a eficiência de conversão se elevou de 3:1 para 5:1 em face de novos desenvolvimentos (emprego de catalisadores, projeto conceitual do gaseificador, escolha da biomassa e suas condições ao entrar no gaseificador, etc.).

Tabela 6 - Resultados alcançados no Caso 5  
vazões em  $10^6$  kg/ano

its	arcos da rede de grafos (i)				
	3	10	13	14	15
i11	126,00	126,00	120,00	10,00	500,00
i21	134,00	134,00	140,00	15,00	500,00
i12	136,80	136,80	160,00	12,00	500,00
i22	148,00	148,00	200,00	20,00	500,00

Nota: no termo  $x_{its}$  i representa o arco, t representa o período de tempo, s representa o cenário

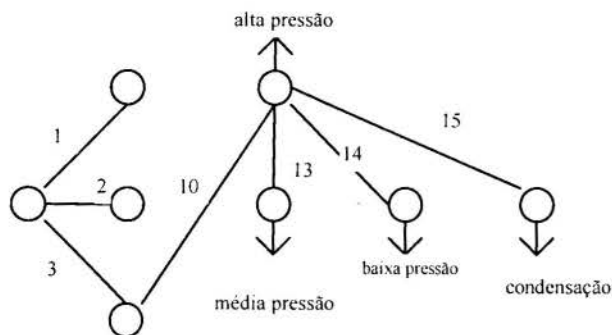


Figura 7 - Resultados do Caso 5

## CONCLUSÕES

Com base na cenarização aqui desenvolvida a partir de um modelo de otimização baseado em programação linear-inteira e tendo por objetivo a função benefício líquido como única regra de orientação para a pesquisa de rotas alternativas ótimas da análise de expansão, é possível verificar que os aprimoramentos tecnológicos, assim como reduções no custo operacional, associados ou não a reduções no custo de investimento, podem representar a diferença entre a viabilidade técnica e econômica de uma certa tecnologia ou sua supressão no âmbito da análise de uma central de cogeração.

Cabe sinalizar que muitos dos preços e fatores de eficiência de conversão podem ocultar, num certo momento, resultados que em outra unidade de tempo podem se tornar realidade; tais fatos validam a metodologia que sinaliza para a necessidade de se utilizar o recurso da construção de cenários para a avaliação de certas hipóteses, por garantir uma grande flexibilidade na pesquisa de índices que devem ser alcançados para o aproveitamento de tais tecnologias.

O constante acompanhamento das inovações que estão surgindo, associado a uma análise crítica da pertinência do aproveitamento das mesmas em centrais de cogeração, irá permitir que o projeto originalmente desenvolvido com a tecnologia disponível no momento de sua realização apresente pontos de tangência (laços) com os quais seja possível inserir, num processo de continuidade, as novas tecnologias, garantindo assim que o projeto seja desenvolvido segundo os conceitos de modularidade, atendendo às necessidades de expansão à medida em que as curvas de demanda assim o obriguem.

## REFERÊNCIAS

Anagai, H., Leung, P. The trade-off between economic and environmental objectives in Japan's power sectors. *The Energy Journal*, vol. 12, no. 3, pp. 95-100, 1991.

Balestieri, J.A.P. Planejamento de centrais de cogeração: projeto, operação e expansão. *Fac. Eng. Mecânica -UNESP, Tese (Livre Docência)*, 1997.

Berman, O., Ganz, Z., Wagner, J.M. A stochastic optimization model for planning capacity expansion in a service industry under uncertain demand. *Naval Research Logistic*, v. 41, p. 545-564, 1994.

LINDO versão 5.0- versão educacional; LINDO SYSTEMS INC., Chicago, Illinois, 1991.

Consonni, S., Larsson, E.D. Biomass-gasifier/aeroderivative gas turbine combined cycle - Part B- performance calculations

and economic assessment. *Journal Eng. Gas Turbine and Power*, v. 118, p. 516-525, 1996.

Costa, M.H.A. Análise da viabilidade de sistemas de cogeração com gás natural. Guaratinguetá, Faculdade de Engenharia- UNESP, Dissertação (Mestrado), 1997.

Garcia-Bacaicoa, P., Bilbao, R., Arauzo, J., Salvador, M.L. Scale-up of downdraft moving bed gasifiers (25-300 kg/h) - design, experimental aspects and results. *Bioresource Technology*, v. 48, p. 229-235, 1996.

Gustavsson L., Energy efficiency and competitiveness of biomass-based energy systems. *Energy*, v. 22, n.10, p. 959-967, 1997.

Larsson, E.D., Williams, R.H. Biomass-gasifier steam injected gas turbine cogeneration. *Journal Eng. Gas Turbine and Power*, v. 112, p. 157-163, 1990.

Larsson, E.D., Marrison, C.I. Economics scales for first-generation biomass-gasifier/gas turbine combined cycle fueled from energy plantations. *Journal Eng. Gas Turbine and Power*, v. 119, p. 285-290, 1997.

Matsumoto, Y., Yokoyama, R., Ito, K. Optimal multistage expansion planning of a gas turbine cogeneration plant. *ASME COGEN TURBO POWER*, 7, ASME/IGTI, Proceedings, Houston - Texas, EUA, p. 43-49, 1992.

Manne, A.S. Capacity expansion and probabilistic growth. *Econometrica*, v.29, n. 4, p. 632-649, 1961.

Schwarzenback, A., Wunsch, A.K. Flexible power generation systems and their planning. *ABB Review*, n. 6, p. 19-26, 1989.

## ABSTRACT

Cogeneration systems planning can be conceived as the integration of the following phases: design (where some alternative solutions are proposed to satisfy the energetic needs of a process plant), operation (analysis of the system behavior in nominal or off-design conditions) and expansion (by analyzing the emerging technologies of generation that will warranty the satisfaction of the future needs of the plant in accordance to the original project). Based on a generalized network programming, five scenarios were stated for a comparison among the competing alternative solutions that can be incorporated to the original scheme, restricted by some technical and economic conditions; the basic scenario is composed by some state-of-the-art technology in thermal machines and price structure for the fuels. Biomass, fuel oil and natural gas use are evaluated in terms of its technical and economic possibilities for different technologies such as high and medium pressure boilers, gas turbines with heat recovery steam generators and some different steam turbines possibilities. Results were expressed as the desirable technical and economic conditions to be reached in each technology for being preferred to the others.

## VIABILIDADE DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO EM INDÚSTRIA QUÍMICA

Moisés Henrique de Andrade Costa e José Antonio Perrella Balestieri

Campus de Guaratinguetá - Fac. Engenharia  
 UNESP - Universidade Estadual Paulista  
 12500-000 - Guaratinguetá - SP - Brasil  
 perrella@feg.unesp.br

### RESUMO

Com a maior penetração do gás natural na matriz energética brasileira, as indústrias dos setores químico, papel e celulose e alimentos e bebidas, por apresentarem melhores condições em termos de suas proporções na demanda de diferentes formas de energia, são algumas das que tem se proposto à prática da cogeração a partir dessa fonte combustível. A análise do histórico do consumo de uma grande indústria química do subsetor fotográfico revelou a possibilidade de se empregar ciclos combinados ou unidades Diesel para o atendimento integral das necessidades térmicas, tendo o gás natural como fonte combustível, mantidas as atuais unidades de refrigeração por compressão de vapor, ou ciclos a vapor ou a gás no caso da completa substituição por unidades de refrigeração por absorção para o mesmo combustível. Em termos de atratividade econômica, uma análise segundo o método da taxa interna de retorno ponderou cada uma das alternativas de acordo com valores praticados no mercado, indicando para os sistemas com motores de combustão interna e ciclo combinado com *chiller* de compressão e ciclos a gás com *chiller* de absorção prazos de retorno entre um e quatro anos, revelando ser interessante o investimento em cogeração para a unidade industrial em análise.

### INTRODUÇÃO

A oferta de gás natural com custos competitivos e disponibilidade garantida no Vale do Paraíba, região do Estado de São Paulo conhecida por sua elevada densidade industrial, tem favorecido a prática da cogeração e muitas empresas tem se disposto a avaliar suas potencialidades.

Do ponto de vista nacional, esse é também um fator importante, haja vista o deslocamento dos investimentos em geração elétrica por parte das concessionárias que se fará com sua efetiva implementação, o aumento da confiabilidade de suprimento energético aos processos industriais associados, pelo cunho de uso racional das fontes combustíveis (principalmente as fósseis) e, conseqüência deste último, redução nas emissões de poluentes atmosféricos.

Especialmente nas indústrias que trabalham em processos contínuos, nas quais quaisquer eventos indesejáveis, como pequenos picos de energia e/ou *black-outs*, podem causar grandes perdas financeiras e de material, assim como perda de tempo para a retomada da produção, a viabilidade técnica e econômica da cogeração deve ser analisada; com a oportunidade de contar com o gás natural a partir da construção de *city gates* em diversas cidades ao longo do eixo Rio-São Paulo, essa possibilidade é vista com grande interesse.

Combustível composto basicamente de metano (95% em média) e que promove queima completa com baixos níveis de emissão de poluentes quando comparado a outros combustíveis, como carvão e óleo BPF, por exemplo, o uso do gás natural pode ser recomendado tanto para queimadores em caldeiras quanto para turbinas a gás e motores de combustão interna, revelando um amplo leque de possibilidades para o planejamento da geração combinada de energia.

Este trabalho apresenta os resultados de uma análise realizada em uma indústria química do subsetor fotográfico, procurando evidenciar especialmente os sistemas de cogeração mais recomendáveis para a garantia de uma geração energética adequada às propostas de produção da empresa.

### COGERAÇÃO

Na sua forma mais simplificada, um sistema de cogeração é formado basicamente por uma fonte primária de combustível, que alimenta uma máquina ou aparelho térmico o qual transformará a energia química do combustível, liberada pelo processo de combustão, em energia mecânica de eixo no contexto de um ciclo térmico. A energia mecânica será transformada em energia elétrica, através de um gerador elétrico. A energia térmica dos gases quentes provenientes da combustão pode ser utilizada de forma direta (como em sistemas de secagem de grãos por exemplo) ou ser convertida numa outra forma energética útil, tal como vapor.

A energia elétrica e térmica produzidas suprem as necessidades de um processo industrial. Uma observação direta do diagrama demonstra o objetivo de máximo aproveitamento da energia inicial fornecida pelo combustível, através da recuperação da parcela que se perderia em calor dos gases quentes de escape. Um detalhe do acoplamento do sistema de cogeração ao processo pode ser visto na figura 1.

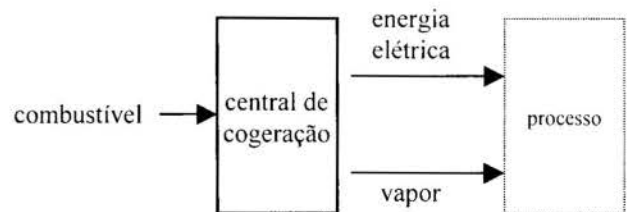


Figura 1 - Sistema de cogeração (visão macroscópica).

Existe um variedade de sistemas que combinam com a descrição acima, com variações na capacidade, complexidade e tecnologia utilizada. Os combustíveis também podem variar, de acordo com a disponibilidade, preço ou fatores políticos de certas localidades num dado momento. Não é objetivo deste trabalho detalhar e discutir os diferentes sistemas de cogeração, por isso



nos limitaremos à apresentação e discussão de formas básicas dos mesmos, quais sejam:

- Ciclo a gás simples: o gerador de energia mecânica é uma turbina a gás, associada ou não a caldeiras de recuperação;
- Ciclo a vapor: o gerador de energia mecânica é uma turbina a vapor, associado a um gerador de vapor convencional.
- Ciclo combinado, obtido pela utilização conjunta de outros ciclos, com turbinas a gás ou motores de combustão interna e turbinas a vapor para a produção de energia mecânica;
- Ciclo com motor de combustão interna como gerador de energia mecânica, especialmente os motores Diesel.

Os ciclos mencionados apresentam características próprias e adaptam-se melhor a diferentes necessidades de suprimento de energia, de acordo com cada processo industrial. Tais ciclos serão enfocados em detrimento a outros sistemas, devido às suas altas eficiências na produção de energia e pleno domínio de suas tecnologias.

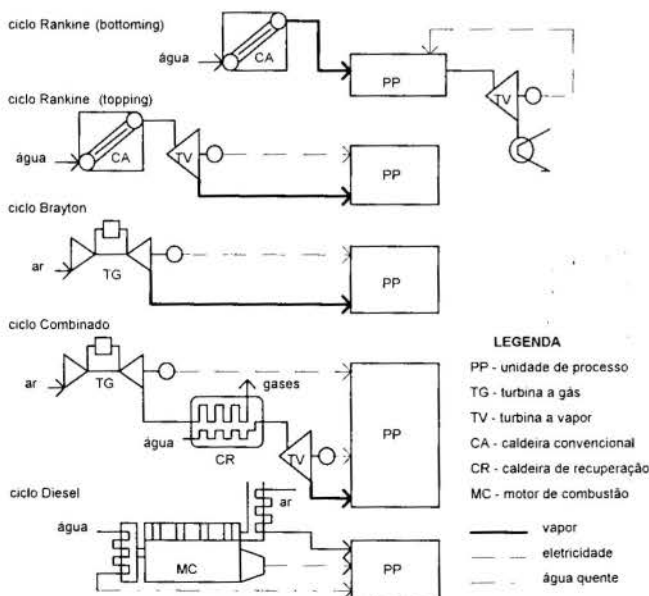
Diferentes sistemas de cogeração fornecem energia elétrica e térmica em diferentes quantidades e proporções. A razão entre as quantidades elétrica e térmica, em termos das potências geradas pelo sistema, é um dos parâmetros mais importantes pelo cunho que empresta à distinção dos ciclos de cogeração. Este parâmetro é fundamental para a definição do sistema mais adequado para uma dada aplicação.

De modo geral, os ciclos a vapor apresentam as mais elevadas produções térmicas proporcionalmente às capacidades elétricas, ao contrário dos ciclos de combustão interna: a tabela 1 ilustra valores médios de uma ampla gama de equipamentos disponíveis no mercado, correspondentes aos sistemas apresentados na figura 2.

Tabela 1 – Relação entre potências elétrica/térmica produzida em ciclos térmicos

a vapor	a gás	combinado	motor
0.10 a 0.30 <sup>a</sup>	0.30 a 0.80	0.60 a 1.50	0.80 a 2,40
0.40 a 1.50 <sup>b</sup>			

Nota: (a) turbinas de contrapressão e (b) de condensação  
Fonte: Balestieri, 1994



## CARACTERÍSTICAS DO PROCESSO INDUSTRIAL

Apresentam-se a seguir informações que darão base à posterior análise da viabilidade técnica e econômica da aplicação da tecnologia de sistemas de cogeração a uma unidade industrial existente; esquematicamente, pode-se representar o sistema de envio de energia entre a casa de utilidades e o processo produtivo conforme a figura 3.

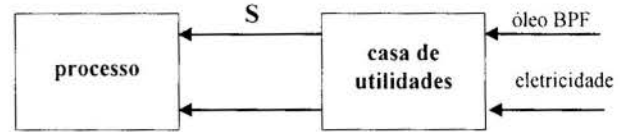
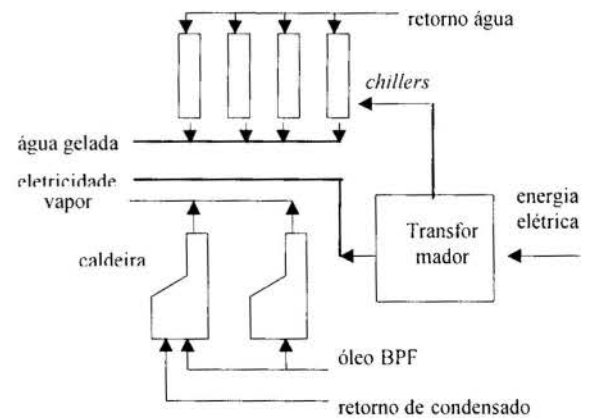


Figura 3 - Envio de energia entre a casa de utilidades e o processo produtivo.

Dentre as utilidades enviadas ao processo produtivo, destacam-se o vapor, a água gelada e eletricidade. As atuais condições de suprimento dessas utilidades são as seguintes:

- **Vapor:** gerado vapor saturado seco, a pressão de 0,55 MPa, em 2 caldeiras aquatubulares com capacidades individuais de 5 t/h; o processo produtivo consome 7,5 t/h de vapor. Todo vapor suprido ao processo é transformado em condensado, que é retornado à casa de utilidades.
- **Fluido refrigerante:** basicamente se utiliza uma solução de água e monoetileno glicol na proporção de 20% da massa da água, resfriado em quatro chillers de compressão à temperatura de -0,5°C com vazão individual de 160 m<sup>3</sup>/h. Tal solução refrigerante é usualmente tratada como "água gelada"; a operação da fábrica se faz com até três unidades na maior parte do ano, com um consumo de 1800 TR (6336kW). Nos dias quentes a quarta frigorífica é acionada, provendo mais 600 TR (2112 kW) ao sistema.
- **Energia elétrica:** a energia elétrica é recebida exclusivamente da concessionária, inicialmente em alta tensão (69 kV) e transformada internamente nos vários níveis de tensão necessários, quais sejam: 3300 V para suprir os motores de média tensão das grandes frigoríficas; 440 V para alimentação de todas as outras cargas de potência da fábrica; os motores dos chillers consomem individualmente mais de 520 kW.

Esquematicamente, a casa de utilidades da fábrica em questão poderia ser descrita conforme a figura 4; são apresentados na seqüência gráficos indicando o consumo de energia mês a mês



na unidade fabril (figuras 5 e 6).

Figura 4 – Esquema geral da casa de utilidades

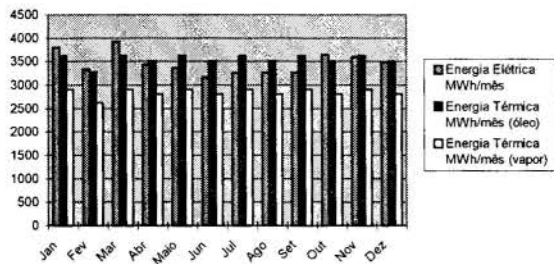


Figura 5- Consumo de energia térmica e elétrica em base mensal

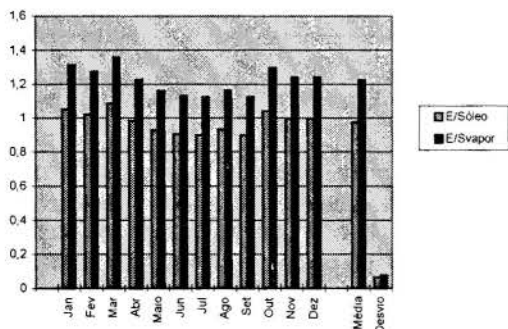


Figura 6 – Proporção entre potências elétrica e térmica

Os seguintes valores são relevantes para o processo:

- consumo anual de energia elétrica: 41506 MWh
- consumo elétrico médio : 3458.83 +- 227.29 MWh/mês
- maior consumo de energia elétrica : 3926 MWh (março)
- menor consumo de energia elétrica: 3168 MWh (junho)
- maior relação E/S<sub>vapor</sub> (e o mês): 1.36 (março)
- relação E/S<sub>vapor</sub> (pela média anual) = 1.22
- consumo anual de energia térmica (óleo BPF): 42517 MWh
- consumo anual de energia térmica (vapor): 34014 MWh
- consumo médio de en. térmica (vapor): 2834 MWh/mês

Para efeito desta análise, consideram-se: energia elétrica consumida pelo processo industrial (E<sub>i</sub>) de 5998 kW, parcela relativa às quatro frigoríficas de compressão (E<sub>p</sub>) de 3710 kW e energia térmica consumida pelo processo (S<sub>p</sub>) de 6148 kW, todos 10% superiores às máximas alcançadas.

Vale destacar que a energia térmica da água gelada já foi considerada no total de energia elétrica, já que os *chillers* de compressão são acionados por essa forma energética. O maior valor de E/S em março ocorreu por conta de um adicional de energia elétrica ao quarto *chiller* por causa do verão.

Da avaliação da figura 5 se observa que a tendência de maior consumo de energia elétrica está presente no final do ano, com a entrada do verão; uma avaliação mais detalhada dos dados indica que o maior consumo de energia elétrica supera o menor numa taxa de 24%, evidenciando a influência do quarto *chiller*. Nesses meses, o consumo térmico permaneceu equilibrado.

Como última informação, os atuais *chillers* de compressão trabalham com COP=4.0; esse valor representa uma relação favorável para esse tipo de equipamento, fato preponderante para sua grande utilização na produção de água gelada.

### PROPOSTA DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO

São apresentadas a seguir as configurações propostas para a unidade industrial em questão, considerando-se a possibilidade de utilização de sistemas de refrigeração tanto por compressão quanto por absorção; as figuras 7 a 12 ilustram os sistemas tal como originalmente concebidos para análise.

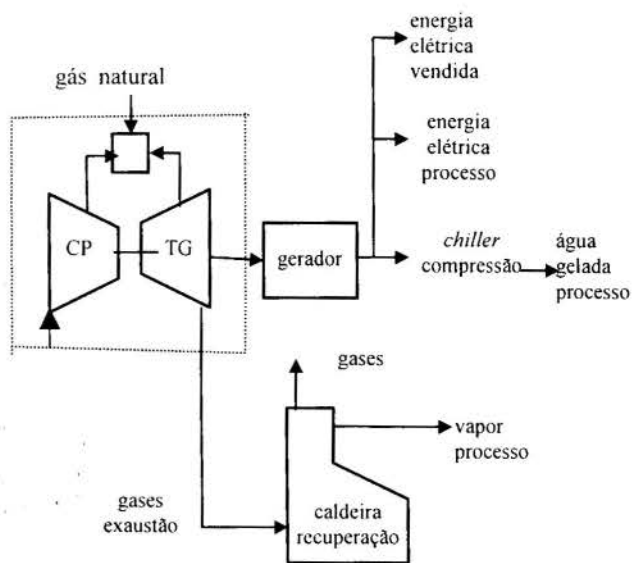


Figura 7 – Configuração 1: ciclo a gás ou motor Diesel com *chiller* de compressão

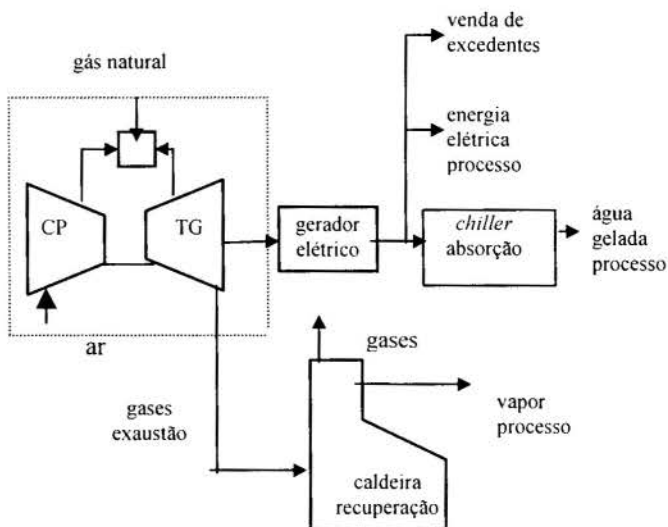


Figura 8 – Configuração 2: ciclo a gás ou motor Diesel com *chiller* de absorção

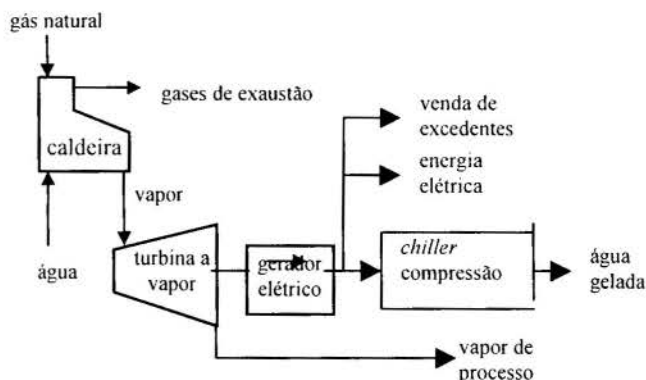


Figura 9 – Configuração 3: ciclo a vapor com *chiller* de compressão

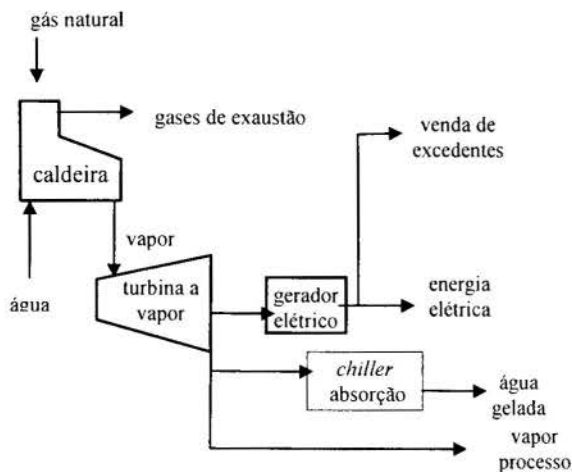


Figura 10 – Ciclo a vapor com *chiller* de absorção

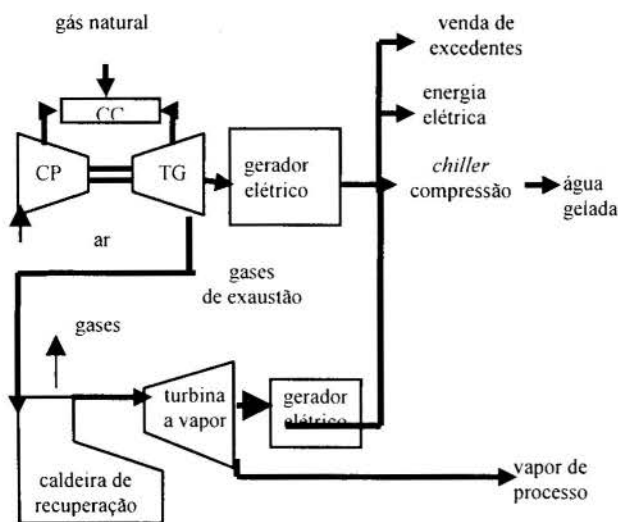


Figura 11 – Ciclo combinado com *chiller* de compressão

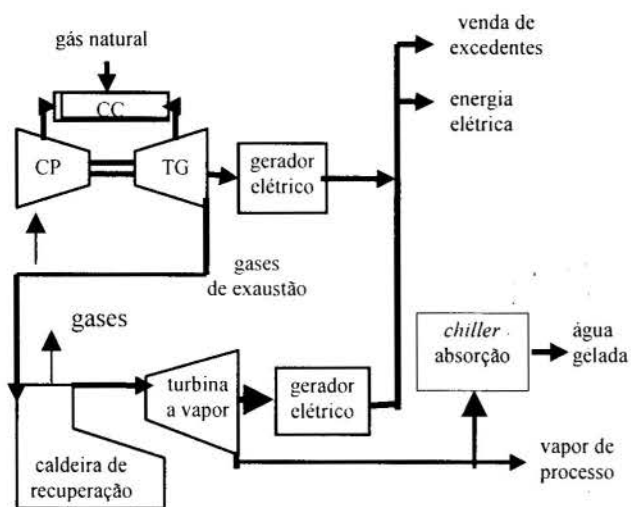


Figura 12 – Ciclo combinado com *chiller* de absorção

A partir dessas configurações foram analisados equipamentos comerciais disponíveis para a aplicação (para motores de combustão interna e conjuntos a gás) considerando queima de gás natural; o poder calorífico inferior dessa fonte combustível foi tomada com base nos valores fornecidos pela COMGÁS, a concessionária local do produto, de  $9672 \text{ kcal/m}^3$  ( $40487 \text{ kJ/m}^3$ ), o que equívale a  $62288 \text{ kJ/kg}$  quando se considera a densidade do produto ( $0,65 \text{ kg/m}^3$ ).

Considerando-se os valores apresentados para a análise, nos quais são verificadas as necessidades energéticas da unidade industrial, bem como as configurações propostas para suprimento energético a partir de diferentes ciclos térmicos, indicam-se abaixo critérios para sua seleção:

- atendimento da demanda de energia elétrica e térmica requerida pelo processo fabril;
- o sistema de cogeração deve atender às demandas elétrica e térmica em sua configuração básica, ainda que com excedentes, com o mínimo de modificações ou sistemas auxiliares;
- excedentes de energia elétrica são aceitos até um valor de 50% da demanda prevista pelo processo (possibilidade de venda);
- excedentes de energia térmica que possam ser produzidos pelos sistemas de cogeração em suas diversas configurações não serão aceitos, pois para o caso em estudo não se tem aplicação para esse excedente.

Das configurações propostas, foram selecionados para uma análise mais detalhada os seguintes sistemas, todos queimando gás natural, os sistemas de absorção compostos de água e amônia e de acordo com os critérios anteriormente assinalados:

- **Caso 1-** Motor de combustão interna, gerando energia elétrica e vapor pela recuperação dos gases de escape e produção de água gelada por sistema de compressão; o motor em questão é o modelo 3 AT 12V, da Waukesha;
- **Caso 2-** Ciclo combinado turbina a gás e turbina a vapor para geração de energia elétrica, com caldeira de recuperação para geração de vapor e água gelada por compressão; a turbina a gás considerada nesse caso foi o modelo Rolls-Royce UST-4000.
- **Caso 3-** Ciclo a gás gerando vapor com caldeira de recuperação de calor e resfriamento por absorção. O modelo sugerido para essa opção também foi Rolls-Royce UST-4000; deduziu-se, nesse caso, da parcela de consumo elétrico o consumo das quatro frigoríficas de compressão.

As tabelas 2, 3 e 4 apresentam os resultados da análise técnica efetuada tendo por base os casos considerados; apresentam-se valores referentes às demandas térmica de vapor e água gelada ( $S_p$ ) e elétrica ( $E_t$ ) do processo, capacidade de produção térmica ( $S_{sc}$ ) e elétrica ( $E_{sc}$ ) do sistema de cogeração, excedentes térmicos ( $S_{exc}$ ) e elétricos ( $E_{exc}$ ) produzidos e a vazão de gás natural ( $M_{gn}$ ) consumido para tanto. No Caso 3, analisou-se o comportamento do sistema como um todo para diferentes valores de COP, de acordo com a faixa razoável para sistemas de absorção. Tecnicamente, o Caso 1 se apresenta como aquele que melhor atende às necessidades energéticas da empresa, suprimindo eletricidade às frigoríficas de compressão atuais, além de ser a que apresenta índices de investimento mais baixos, como se verá na análise econômica a seguir.

Tabela 2– Resultados da análise do Caso 1

$E_t$ (kW)	$S_p$ (kW)	$E_t/S_p$	Modelo	$E_{sc}$ (kW)	$S_{sc}$ (kW)	$E_{sc}/S_{sc}$	$E_{exc}$ (kW)	$S_{exc}$ (kW)	$M_{gn}$ (kg/h)
5998	6148	0.97	3 AT12-V	6600	6165	1.07	167	7	1246

Tabela 3– Resultados da análise do Caso 2

$E_t$ (kW)	$S_p$ (kW)	$E_t/S_p$	$E_{sc}$ (kW)	$S_{sc}$ (kW)	$E_{sc}/S_{sc}$	$E_{exc}$ (kW)	$S_{exc}$ (kW)	$M_{gn}$ (kg/h)
5998	6148	0.97	8857	6200	1.43	2859	52	1671

Tabela 4– Resultados da análise do Caso 3

$E_t$ (kW)	CO P	$S_{ch}$ (kW)	$S_p$ (kW)	$E_t/S_p$	$E_{sc}$ (kW)	$S_{sc}$ (kW)	$E_{sc}/S_{sc}$	$E_{exc}$ (kW)	$S_{exc}$ (kW)	$M_{gn}$ (kg/h)
3710	0.5	16896	23044	0.16	3952	11350	0.35	242	-11694	746
3710	0.7	12067	18215	0.20	3952	11350	0.35	242	-6865	746
3710	0.9	9387	15535	0.24	3952	11350	0.35	242	-4185	746
3710	1.1	7680	13828	0.27	3952	11350	0.35	242	-2478	746
3710	1.3	6478	12646	0.29	3952	11350	0.35	242	-1296	746

O Caso 2, com ciclo combinado gás/vapor, é o que melhor atende às possibilidades de geração com venda de excedentes elétricos, ainda que sua viabilidade econômica ainda tenha de ser atestada. O ciclo a gás do Caso 3 incorpora frigoríficas de absorção, reduzindo a quantidade de energia elétrica demandada, contudo com um déficit térmico, o qual poderá ser contornado pela aplicação de queimadores suplementares na caldeira de recuperação.

Para a análise econômica dos três casos, serão considerados os seguintes valores para os custos de investimento:

- Motor de combustão interna: US\$ 3.990.000,00
- Ciclo combinado: US\$ 26.041.000,00
- Ciclo a gás: US\$ 7.340.544,00

Para as frigoríficas de compressão e absorção, utilizaram-se os valores médios, respectivamente, de 100 e 300 (US\$/kW), conforme levantamento feito junto ao mercado; tais valores são considerados superiores aos praticados em outros países, especialmente pelos impostos que incidem nos equipamentos principais, custos com transporte e seguro, além da falta de uma maior concorrência entre os fabricantes ou revendedores no país.

A atratividade de cada caso é alcançada para a seguinte condição (Hess, 1991):

$$E = FRC(K_f - K_e) \geq I$$

sendo:

- $E$  - economia obtida com a central de cogeração (US \$/kW)
- $I$  - investimento adicional com cogeração (US\$/kW)
- FRC - fator de recuperação de capital (US \$/ano)
- $K_f$  - custo anual total (eletricidade comprada e energia térmica produzida) (US \$/kW ano)
- $K_e$  - custo operacional da central de cogeração em um ano (US \$/kW ano)

$$FRC = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i}$$

$i$  - taxa anual de atratividade

$n$  - tempo de amortização (assumido como 20 anos)

$$K_f = t(P_c + \frac{P_f}{\frac{E'}{S'} \eta_{cald}}) + pp$$

$$K_e = t(\frac{P_e}{\eta_{el}}) + u$$

$t$  - tempo de operação (h/ano)

$P_c$  - preço da energia comprada da concessionária (US\$/kWh)

$P_f$  - preço do combustível (US \$/kWh)

$pp$  - preço da potência da caldeira (US\$/kW ano)

$(E'/S')$  - potência/calor de geração da caldeira

$u$  - custo de manutenção (US\$/kWh)

$\eta_{cald}$  - eficiência da caldeira (%)

$\eta_{el}$  - eficiência elétrica (%)

Agrupando-as, tem-se:

$$E = FRC\{t[P_c - u + (\frac{\eta_{sc} - \eta_{el} - \eta_{cald}}{\eta_{el}\eta_c})P_f] + pp\} \geq I \quad (5)$$

sendo:  $\eta_c$  - eficiência global da configuração (%)

Considerando-se os valores constantes na tabela 5 para o estudo em questão, foram obtidos os índices econômicos desejados, os quais se encontram resumidos na tabela 6.

Tabela 5 – Valores considerados na análise econômica

Parâmetro	Caso 1	Caso 2	Caso 3
$t$ (h/ano)	8640	8640	8640
$p_e$ (US\$/kWh)	0.05	0.05	0.05
$p_{f0}$ (US\$/kWh)	0.014	0.014	0.014
$p_{f0}$ (US\$/kWh)	0.010	0.010	0.010
$p_p$ (US\$/kW.ano)	70	70	70
$\eta_{cald}$ (%)	80	80	80
$E_{sc}/S_{sc}$	1.07	1.43	0.35
$E_t/S_p$	0.97	0.97	0.32
$\eta_{el}$ (%)	32	50	32
$u$ (US\$/kWh)	0.029	0.029	0.029
$\eta_c$ (%)	85	85	85



Tabela 6 – Resultados da análise econômica

	<i>payback</i> (anos)	TIR (%)
Caso 1	0,83	20
Caso 2	2,29	5
Caso 3	2,13	4

### CONCLUSÕES

Pela avaliação das tabelas anteriores, fica evidente que o ciclo de cogeração do Caso 1, baseado em motores de combustão interna, apresenta menor investimento para instalação e menor *pay-back* em relação às demais. O ganho com a venda de energia elétrica excedente produzida pelo Caso 2 (ciclo combinado) não foi considerada nesta análise por desejar-se analisar comparativamente, sob as mesmas condições, todos os sistemas; no entanto, esse fato é tido como característica estratégica a ser utilizado posteriormente, de acordo com as decisões da empresa.

Uma outra importante característica importante desses sistemas, que não foi explorada em nossas considerações, é a alta confiabilidade de garantia de suprimento de energia ao processo. Motores de combustão interna alternativos apresentam confiabilidade equivalente às turbinas a gás aeroderivativas, algo em torno de 98%, que aliado à configuração apresentada no Caso 1, com três motores para totalizar a potência requerida pelo processo, reduzem fortemente a probabilidade de todos se encontrarem indisponíveis ao mesmo tempo, possibilitando que processos críticos tenham seu suprimento energético com baixo risco de falha.

### REFERÊNCIAS

Berman, I.M. Cogeneration, combined cycles and synthetic fuels: an overview. *Power Engineering*, v. 87, n. 11, p. 42-50, 1983.

Brown, H.L. *et al.* Energy analysis of 108 industrial processes. Fairmont Press, 1985.

George, J.P. La cogeneración: le gas naturel au service de la performance économique. *Revue de l'Energie*, n. 430, 1991.

Hess, H. Combined heat and power: high value energy with maximum fuel exploitation. *Heating and Ventilation Engineer*, v. 63, n.703, p. 17-20, 1990.

Porter, R.W., Mastanaiah, R. Thermal-economic analysis of heat-matched industrial cogeneration systems. *Applied Energy* v.7, n.2, p. 171-187, 1982.

Najjar, Y.S., Akyurt, M. Combined cycles with gas turbine engines. *Heat Recovery Systems CHP*, v. 14, n. 2, p. 93-103, 1994.

Smith, B., Ball, D.F. Evaluation of capital-expenditure appraisal techniques for combined heat and power projects. *Applied Energy* v. 45, p. 269-277, 1993.

### ABSTRACT

The increasing penetration of natural gas in the Brazilian energetic market, some industries as pulp and paper, chemical and that ones related to the food and beverage processes are some of the ones that are more interested in the cogeneration practice based on the burning of this fossil fuel. An analysis of a photographic chemical industry consumption data revealed that combined cycles and Diesel units were the most suitable for thermal following strategy, considering that the four compression chillers must be maintained, and steam or gas cycles in the case of a complete substitution for absorption chillers and the same strategy. The economic attractiveness was done according to the internal return rate and payback, revealing that the investment can be returned in short time.

## UMA AVALIAÇÃO QUANTITATIVA DAS VANTAGENS AMBIENTAIS DA COGERAÇÃO NO BRASIL

Flávio Neves Teixeira, Electo Silva Lora e Luiz Augusto Horta Nogueira

Escola Federal de Engenharia de Itajubá  
37500-000 - Itajubá - M.G. - Brasil

### SUMÁRIO

*Neste artigo é feita uma comparação dos impactos ambientais para os casos de suprimento de uma determinada demanda de energia térmica e elétrica utilizando a cogeração com turbinas a gás e a geração em termelétricas convencionais. O combustível utilizado para cogeração é o gás natural e para os sistemas convencionais, gás natural, óleo combustível e carvão mineral. Analisa-se as emissões de CO<sub>2</sub>, SO<sub>2</sub>, NO<sub>x</sub> e particulados em relação aos fatores de emissão vigentes, quantificando-se os custos energéticos e ambientais afim de mostrar que a internalização dos custos ambientais evidencia as vantagens da cogeração reduzindo o consumo de combustível e as emissões atmosféricas dos poluentes produzidos.*

### INTRODUÇÃO

A cogeração, ou produção combinada de energia térmica e elétrica a partir da queima de um mesmo combustível e uso seqüencial do calor residual, representa uma tecnologia de conversão energética com alto desempenho e reduzidas perdas podendo empregar ciclos com turbinas a vapor, a gás e motores alternativos e atendendo consumidores industriais e comerciais cujas demandas situam a partir de centenas de KW elétricos e com demandas térmicas acima e/ou abaixo da temperatura ambiente.

Além dos aspectos tecnológicos, que indicam uma vantagem da cogeração vis a vis outras formas de suprimento de energia elétrica, no caso particular do Brasil as limitações econômicas das concessionárias de eletricidade faz com que estes sistemas de produção combinada de energia elétrica e térmica, tenha uma particular importância uma vez que os mesmos apoiam-se principalmente no capital privado gerando um estímulo à competição na oferta energética, além de proporcionar um fornecimento garantido, confiável e de qualidade (Suani et al., 1995). Outras razões para que essa alternativa seja reforçada são as crescentes restrições ambientais relacionadas às hidroelétricas de grande porte, ou às termelétricas nucleares e àquelas alimentadas por combustíveis fósseis (Walter, 1996).

Também deve ser mencionado que a nova legislação normativa e tarifária a ser introduzida no setor energético brasileiro (com a regulamentação da compra dos excedentes de energia elétrica de autoprodutores e com a introdução do produtor independente de energia juntamente com a garantia de livre acesso aos sistemas de transmissão e distribuição), a possibilidade do emprego de gás natural e de combustíveis não fósseis como os derivados de biomassa e o desenvolvimento de novas tecnologias de equipamentos de cogeração incluindo turbinas a gás e motores de combustão interna têm destacado estes sistemas como um importante vetor na matriz energética brasileira. Estes aspectos levam em conta que estas unidades permitem uma geração descentralizada com unidades menores e modulares próximas ao ponto de consumo (o que reduz custos de transmissão), apresentando custo reduzido e menores prazos para a implantação, maior flexibilidade, elevada eficiência energética (maior fator de utilização de combustível) e, finalmente, menores impactos ambientais.

Porém para o planejamento de centrais de cogeração, alguns condicionantes prioritários devem ser atendidos: oferta do combustível utilizado, disponibilidade de recursos técnicos para operação e manutenção, seleção criteriosa do tipo de equipamento a instalar, do número total e de suas capacidades, a confiabilidade e disponibilidade dos sistemas, atendimento dos requisitos de economicidade e redução dos níveis de emissão de poluentes (Teixeira, 1997).

Considerando esses fatores, o trabalho visa comparar os impactos ambientais para os casos de suprimento de uma determinada demanda de energia elétrica e térmica utilizando a cogeração com turbinas a gás e a geração em termelétricas convencionais. A análise parte do princípio de que, existindo a necessidade de expansão do sistema elétrico brasileiro, é mais conveniente utilizar a cogeração com combustíveis menos poluentes, principalmente os biocombustíveis e o gás natural, do que a geração em termelétricas convencionais a carvão, por exemplo.

Como combustíveis no caso da cogeração com turbinas a gás, considerada-se o gás natural. No caso das termelétricas convencionais, utilizou-se dos combustíveis empregados pelos setores analisados, a saber: na indústria de papel e celulose, o combustível é uma mistura de resíduos do processo (cavacos, cascas, resíduos e licor negro); na indústria de açúcar e álcool, o combustível empregado é o bagaço de cana e na indústria petroquímica, o óleo combustível, o gás natural e o carvão mineral, sendo este último utilizado para fins de comparação.

A avaliação é feita para os padrões de emissão vigentes considerando os seguintes contaminantes: CO<sub>2</sub>, SO<sub>2</sub>, NO<sub>x</sub> e particulados. No trabalho cada setor (com seus respectivos subsetores) é analisado do ponto de vista energético, ambiental e econômico. Dos resultados fica claro que a internalização dos custos ambientais permite demonstrar as vantagens ambientais da cogeração.

### APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

A produção e consumo de energia geram diferentes tipos de impactos sociais e ambientais, dependendo da fonte primária escolhida e das respectivas tecnologias de conversão adotadas. Entretanto, as tradicionais análises de custo dos energéticos não

levam em conta estes impactos e, por consequência, criam uma distorção em favor de fontes de energia e/ou tecnologias de conversão menos adequadas, do ponto de vista social e ambiental (Bajay et al., 1997).

Segundo estes autores, o termo utilizado para expressar os impactos sociais e ambientais é 'externalidade', no sentido de que eles são externos às transações comerciais. A monetarização destas externalidades dá origem aos custos externos ou custos sociais e ambientais. Assim, qualquer esforço para 'internalizar' estas externalidades exige que os custos de produção sejam calculados a partir de dois componentes: custos privados (custos de capital, operação e manutenção, combustíveis) e custos externos, os quais não tem sido incorporados, mas impostos para a sociedade e o meio ambiente.

Uma questão fundamental para estes aspectos é *como os custos externos devem ser tratados na avaliação econômica de sistemas energéticos?* Bajay et al. (1997) cita dois deles: *custo do dano e custo de controle*. O primeiro refere-se à identificação e quantificação dos tipos de danos ambientais e, então, tais danos são valorados monetariamente. Ou seja, representa o custo dos impactos ambientais para a sociedade ou, em outras palavras, o benefício da proteção ambiental. No segundo caso, estima-se o custo para reduzir a poluição ou diminuir o dano ambiental, ou seja, representa o custo monetário da proteção ambiental.

De acordo com Frangopoulos et al. (1995), 'decisões particulares para produzir e consumir eletricidade refletirá melhor os desejos da sociedade para a qualidade ambiental mediante a internalização dos custos externos de produção de eletricidade'. Isto seria dizer que o custo total de geração é a soma dos custos energéticos mais os custos ambientais internos mais os custos ambientais externos. O primeiro termo representa os custos de utilidades (energéticos, O&M) e de capital (equipamentos); o segundo representa o custo de proteção ambiental (prevenção, controle). O terceiro termo é, representado pelos custos não pagos.

Buscando sinalizar estes efeitos, vários estados americanos têm utilizado de distintas abordagens na tentativa de contabilizar estas externalidades. Estes estudos englobam todas as etapas da cadeia de produção energética para uma dada tecnologia, identificando a emissão e dispersão dos principais poluentes em cada uma das etapas e seus efeitos sobre a saúde pública (aumento da incidência de doenças pulmonares, irritação nos olhos e garganta) e o ecossistema (contaminação dos solos e da água com consequentes perdas na lavoura). Observa-se entretanto que a quantificação destas externalidades é um processo complexo e que tem gerado controvérsias sobre as limitações das abordagens utilizadas. Para a quantificação monetária das emissões atmosféricas neste trabalho, utilizou-se de um valor médio adotado por alguns estados norte-americanos, apresentado por Bajay et al. (1997) e que constam na Tabela 1. Também são apresentados nesta tabela os fatores de emissão para o CO<sub>2</sub>, SO<sub>2</sub>, NO<sub>x</sub> e particulados (MP) para cada combustível utilizado neste artigo.

## METODOLOGIA UTILIZADA

Conforme já mencionado sobre a necessidade do aumento da capacidade de geração elétrica e, do limitado recurso financeiro das concessionárias de energia para esta expansão, espera-se que uma parte em potencial venha a ser complementada com a cogeração devido suas vantagens já citadas anteriormente. Neste trabalho é considerado que a energia elétrica a ser complementada à capacidade hidrelétrica é utilizando geração térmica convencional afim de evidenciar que se esta

complementação fosse também térmica porém, utilizando-se da cogeração, os benefícios econômicos e ambientais ficam evidentes.

Tabela 1 – Fatores de emissão (ton poluente/ton combustível) e valores monetários para as emissões atmosféricas de alguns poluentes

Combustível	CO <sub>2</sub>	SO <sub>2</sub>	NO <sub>x</sub>	MP
Cavacos (a)	0,9	0,00004	0,001	0,0036
Cascas (a)	0,9	0,00004	0,001	0,0036
Resíduos (a)	0,9	0,00004	0,001	0,0036
Licor negro (b)	1,38	0,068	0,0001	0,1125
Gás natural (b)	2,683	0,001	0,0068	0
Óleo combustível (b)	3,156	0,0018	0,0073	0,001
Carvão mineral (a)	3,16	0,04752	0,00195	0,2515
Bagaço (c)	0,78	0,0	0,0006	0,0078
Custo emissão (R\$/ton) (d)	20,0	2021,6	6343,8	3804,0

(a) EPA, 1995; (b) Perrella, (1995); (c) Lora (1998); (d) Bajay et al. (1997)

As principais indústrias onde essa tecnologia é importante são: petróleo e petroquímica, papel e celulose, siderúrgica, cimento, têxtil, açúcar e álcool e alimentos. No setor terciário pode-se citar: shopping centers, hospitais, centros comerciais, hotéis e supermercados.

Neste trabalho foram analisados os benefícios da inserção da cogeração na matriz energética brasileira das seguintes indústrias: petroquímica, papel e celulose e açúcar e álcool. Em todos estes setores já é prática, no Brasil, a utilização da cogeração utilizando como combustíveis subprodutos e resíduos inerentes aos seus processos. Porém existem estudos apontando que uma utilização mais ampla da produção combinada de energia elétrica e térmica nestes segmentos proporcionariam um potencial excedente de geração que poderia ser introduzido no sistema elétrico brasileiro a curto e médio prazo, utilizando de tecnologias já disponíveis e dominadas pelas empresas brasileiras que fornecem os equipamentos utilizados nestes estudos (Walter, 1996; Martins, 1996; Nogueira, 1997).

O setor petroquímico foi dividido da seguinte forma: precursores petroquímicos (eteno, propeno, butadieno e benzeno), amônia, uréia, metanol, etilbenzeno e estireno, polietileno de baixa densidade (PEBD) e polietileno de alta densidade (PEAD). De acordo com os dados de demanda elétrica e térmica levantados por Martins (1996) para este setor no Brasil, pôde-se avaliar um excedente de energia elétrica a partir da utilização da cogeração com turbinas a gás queimando gás natural e recuperando os gases de escape numa caldeira de recuperação para o atendimento das necessidades térmicas de cada processo. Para isto utilizou-se de um programa desenvolvido para a seleção e configuração de sistemas de cogeração que considera o atendimento de demandas de potências elétrica e térmica (calor e/ou frio) (Teixeira, 1997).

Para a determinação do excedente gerado, considerou-se o sistema trabalhando em paridade térmica, ou seja, a geração de energia elétrica é consequência do abastecimento de calor de processo. A seguir o programa realiza uma análise econômica para a melhor configuração da central e são então computados os dados de consumo de combustível, os custos operacionais e os custos ambientais. O próximo passo foi avaliar qual seria os custos para a geração convencional das utilidades aplicando três situações para cada produto: utilizando-se gás natural, óleo combustível e carvão mineral. Calcula-se então o consumo de combustível, os níveis de emissão e os custos de emissão de poluentes de cada combustível considerado. Finalmente compara-se ambas situações: cogeração e geração térmica convencional.



O setor de papel e celulose foi dividido em quatro categorias de acordo com a ANFPC (1996): A – fabricantes de celulose; B – fabricantes de papel (exceto sanitários); C – fabricantes de papel sanitário; D – plantas integradas (fabricantes de papel e celulose). Para os segmentos A e D, devido a grande disponibilidade de resíduos nas próprias fábricas (licor negro, cavaços, cascas e resíduos), a utilização da cogeração é elevada. Sendo assim, a análise foi feita da seguinte forma: de acordo com os dados de demanda elétrica e térmica, do consumo de combustível e da produção para uso final dos produtos fornecidos pela ANFPC (1996) e pelo BEN (1996) avaliou-se qual é a geração de utilidades possível (considerando a cogeração com turbinas a vapor) utilizando apenas os combustíveis residuais. O déficit elétrico e térmico foi complementado incorporando a cogeração com turbinas a gás e utilizando como combustível o gás natural.

Para os segmentos B e C, o cenário é um pouco diferente pelo fato da disponibilidade de combustível residual ser muito pequena (compra-se a celulose dos subsetores A ou D). Então avaliou-se a quantidade de calor que poderia ser gerado com estes resíduos e, para o déficit de calor bem como para a energia elétrica necessária utilizou-se de plantas de cogeração com turbinas a gás queimando gás natural. Da mesma forma que para o setor anterior, comparou-se os valores obtidos para cada uma das formas de geração, em cada um dos segmentos, analisando-se posteriormente, esses resultados.

O setor sucroalcooleiro é formado pelas usinas (que produzem açúcar e álcool ou só açúcar) e pelas destilarias (que produzem só álcool) sendo um setor onde a cogeração já é expressiva. De acordo com Suani et al. (1995), a situação de auto-suficiência de eletricidade e calor através da produção combinada varia segundo as regiões do país: no centro-sul, a auto-suficiência é de aproximadamente 90%; no norte-nordeste este valor situa-se na faixa de 75%. Para esta indústria, o vapor é produzido nas caldeiras que queimam os subprodutos da cana e é alimentado nas turbinas acionadoras das moendas e nos turbo-geradores, para a produção de energia mecânica e elétrica, respectivamente, aproveitando o vapor de baixa na saída das turbinas para vapor de processo.

Essa geração a partir dos subprodutos da cana - bagaço, pontas e folhas – é limitada pelo montante de biomassa, o qual é economicamente recuperado e transportado até a unidade de geração. Atualmente há excedente de bagaço nas plantas de açúcar e álcool que é vendido a outras indústrias e que representa um potencial significativo para a geração de eletricidade excedente neste setor.

Por esta razão, diversos estudos tem sido realizados para a determinação do potencial de cogeração para este setor, utilizando tanto de tecnologias já maduras (com turbinas a vapor de contrapressão ou de extração/condensação) como também de tecnologias a serem viabilizadas economicamente a médio prazo (sistemas BIG-STIG – “Biomass Integrated Gasifier / Steam Injection Gas Turbine”) (Suani et al., 1995; Walter, 1996; Nogueira, 1997).

Para o estudo em questão, utilizou-se do estudo realizado por Walter (1996) o qual determinou o potencial de cogeração para este setor considerando a seguinte alternativa: sistemas de cogeração com dupla extração e condensação do vapor remanescente - CEAT – sendo que a geração de vapor é feita a 8,0 MPa. A partir do valor do potencial excedente que pode ser gerado, analisou-se os impactos ambientais provenientes da queima da biomassa empregada e comparou-se com os impactos da geração deste potencial por meio de combustíveis fósseis tais como o gás natural, o óleo combustível e o carvão mineral.

Neste tópico apresenta-se os dados utilizados para a análise dos setores considerados com o objetivo de evidenciar o benefício da implantação da cogeração tanto no que diz respeito à redução do consumo de combustível como também e, por consequência, à redução das emissões atmosféricas, utilizando as metodologias descritas anteriormente.

Setor Petroquímico. Os dados de produção e das demandas de potência elétrica e térmica para cada produto analisado deste setor são apresentados na Tabela 2 (Martins, 1996). De acordo com esses dados e, utilizando-se o programa para a seleção e configuração de sistemas de cogeração empregando turbinas a gás, pôde-se determinar o consumo de combustível para o atendimento das necessidades energéticas e o nível de emissão para cada subsetor desta indústria e, enfim, o custo da emissão dos poluentes considerando os dados da Tabela 1. Também consta na Tabela 2 o nível de excedentes que pode ser gerado neste setor empregando as tecnologias utilizadas neste trabalho, além do tempo de retorno do investimento em cada planta respectiva. As turbinas selecionadas para cada estudo de caso são: 1) precursores petroquímicos: 2 TG Mitsubishi 501F; 2) amônia: 2 TG Dresser-Rand DR-61G PLUS; 3) uréia: 2 TG Solar MARS 100; 4) metanol: 2 TG Mitsubishi MF61 + 1 TG Mitsubishi MFT8; 5) etilbenzeno e estireno: 1 TG ABB GTM7 + 1 TG ABB GT10; 6) polietileno de baixa densidade (PEBD): 3 TG Solar MARS 100; polietileno de alta densidade (PEAD): 2 TG Solar MARS 100.

Após feita a análise para os sistemas de cogeração, avaliou-se a geração térmica e elétrica (esta incluindo o potencial excedente de energia elétrica calculado no item anterior) admitindo-se serem feitas separadamente conforme já detalhado anteriormente. Para estes cálculos, adotou-se para a geração de calor uma eficiência de 85% e para geração de eletricidade 30%. Os consumos de combustíveis e os custos das emissões atmosféricas para estas condições são apresentadas na Tabela 3, considerando a análise para os seguintes combustíveis: gás natural, óleo combustível e carvão mineral.

Indústria de Papel e Celulose. Os dados utilizados para este setor constam na Tabela 4, sendo fornecidos pela ANFPC (1996). Para a determinação dos consumos específicos de cada setor, utilizou-se dos dados apresentados por Brown et al. (1985) que determinou estas grandezas para vários segmentos industriais e, uma vez definido o porte da indústria, pode-se obter o valor das demandas termelétricas. A quantidade de licor negro (PCI: 12,67 GJ/ton) produzido pelo setor no ano base de estudo foi de 7375000 toneladas sendo que 1505000 toneladas (20,4%) foram utilizadas para a geração elétrica e 5870000 toneladas (79,6%) para geração térmica (BEN, 1996). Para os setores A e D parte da demanda de energia elétrica é suprida por um sistema de cogeração com turbina a vapor e parte da demanda térmica proveniente do vapor de baixa na saída da turbina. Para os setores B e C nenhuma geração de eletricidade foi considerada, gerando-se apenas parte do vapor de processo. A análise foi assim realizada tendo em conta que a quantidade de combustíveis residuais fornecida pela ANFPC (1996) não garante a autosuficiência do abastecimento das demandas termelétricas, sendo que os déficits de geração foram complementados por sistemas de cogeração empregando turbinas a gás queimando gás natural. Os dados de consumo de combustíveis e os custos de emissão são também apresentados na Tabela 4.



Uma observação a ser feita nesta Tabela é que como os déficits de EE e calor para os segmentos A, B e D são muito altos, resolveu-se fazer a análise para o ciclo de cogeração com turbinas a gás em relação a 20% da capacidade, ou seja, equivale dizer que seriam necessárias 5 centrais do mesmo porte para o atendimento das demandas deficitárias globais. Além disso, os valores utilizados refletem melhor as capacidades utilizadas por este setor. Então os valores em parênteses no subitem déficit da Tabela 4 refere-se ao valor utilizado para a unidade com turbina a gás. Também nesta tabela são apresentados os resultados da planta de cogeração empregando turbinas a gás. Os acionadores escolhidos foram: A) celulose: 4 TG Mitsubishi MF111B; B) papel: 4 TG Rolls Royce AVON; C) papel sanitário: 5 TG Rolls Royce AVON; D) integradas: 4 TG ABB GT8C + 2 ABB GT10.

**Indústria de Açúcar e Alcool.** Para a realização da análise deste setor utilizou-se de dados apresentados por Walter (1996). O potencial técnico-econômico de produção de energia elétrica excedente a partir de subprodutos de cana de açúcar utilizando a tecnologia CEAT conforme descrita anteriormente é apresentado na Tabela 5.

Tabela 5 - Potencial de produção de energia elétrica excedente a partir de subprodutos de cana

Sistema	Tamanho da usina (ton cana/hora)	Número de usinas em 1995	Potencial técnico-econômico (MW)
CEAT	125,0	167	3663,6

O período de produção anual deste setor foi considerado sendo 3650 h/ano para o período de safra e 3360 para a entressafra. De acordo com estes dados, pode-se determinar a produção de cana e de bagaço (considerada como 25% da produção de cana) que posteriormente, através dos índices de emissão dos principais poluentes do bagaço, apresentados na Tabela 1, determina-se também a emissão total e o custo da emissão para o potencial considerado. Compara-se estes níveis de emissão com a condição deste potencial ser gerado também em usinas termelétricas convencionais utilizando gás natural, óleo combustível e carvão mineral. Estes dados são apresentados na Tabela 6.

### ANÁLISE DOS RESULTADOS

De acordo com os resultados das Tabelas 2, 3, 4 e 6, os seguintes resultados imediatos podem ser observados:

- geração de excedentes que podem ser incorporados na matriz energética brasileira, reduzindo os gastos de expansão pelo setor energético e, pelo outro lado, aumentando a receita do investidor;
- tempos de retorno dos investimentos (TR) de curtos e médios prazos, traduzidos pela redução dos custos operacionais dos sistemas de cogeração em relação aos sistemas convencionais;
- redução do consumo de combustível, das emissões de poluentes atmosféricos e, conseqüentemente dos custos de emissão.

Afim de mostrar a relação entre os custos ambientais anuais e a capacidade de geração elétrica de cada um dos setores analisados, foram elaboradas as figuras 1, 2 e 3.

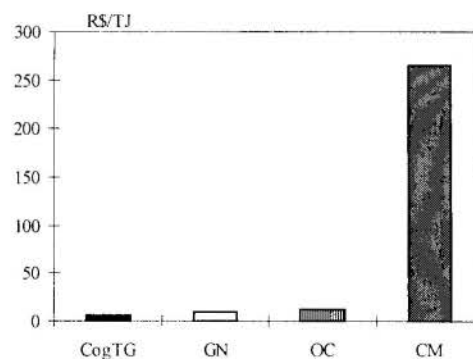


Figura 1 - Resultados dos custos ambientais em relação à geração de EE (TJ/ano) para o setor petroquímico

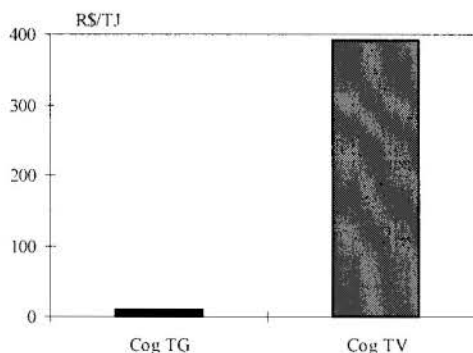


Figura 2a - Resultados dos custos ambientais em relação à geração de EE (TJ/ano) para o setor de papel e celulose

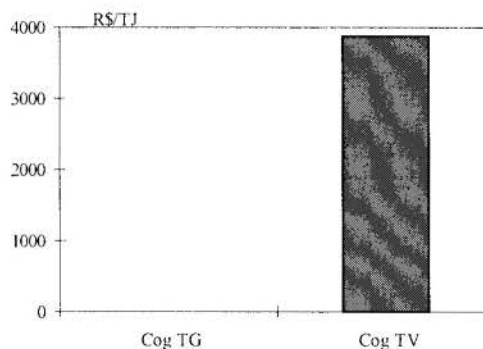


Figura 2b - Resultado do custo ambiental do CO<sub>2</sub> em relação à geração de EE (TJ/ano) para o setor de papel e celulose

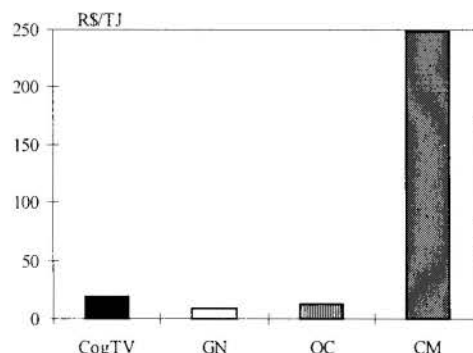


Figura 3 - Resultados dos custos ambientais em relação à geração de EE (TJ/ano) para o setor de açúcar e álcool

Tabela 2 - Dados de demandas de utilidades e resultados obtidos das centrais de cogeração para o setor petroquímico

	Precusores	Amônia	Uréia	Etilbenzeno/ Estireno	Metanol	PEBD	PEAD
Produção (ton/ano):	4801805	1291703	1211000	811200	228720	683000	632000
Demanda EE (MW):	19,0	25,4	2,2	7,0	26,9	31,9	9,7
Demanda CALOR (MW):	401,8	64,3	31,0	51,2	43,5	25,4	31,3
Excedente EE (MW):	298,2	28,7	19,2	31,6	3,5	0,2	11,7
Consumo combustível (ton/ano):	655938,4	110177,2	49066,7	82395,7	68183,2	73600	49066,7
Tempo retorno (anos):	2,7	2,7	5,2	4,2	2,1	2,7	3,0
Custo emissão (mil R\$/ano):							
CO <sub>2</sub> :	35198	5912	2633	4421	3659	3949	2633
SO <sub>2</sub> :	1326	223	99	167	138	149	99
NO <sub>x</sub> :	28296	4753	2117	3554	941	3175	2117
MP:	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3 - Resultados obtidos das centrais termelétricas consideradas para o setor petroquímico

		Precusores	Amônia	Uréia	Etilbenzeno/ Estireno	Metanol	PEBD	PEAD	
Gás Natural	Demanda EE:	317,2	54,1	21,4	38,6	33,1	32,1	21,4	
	(MW): CALOR:	401,8	64,3	31,0	51,2	43,5	25,4	31,3	
PCI = 51,2 (GJ/ton)	Cons. Comb. EE:	639356	109045	43134	77803	66718	64702	43074	
	(ton/ano): CALOR:	285839	45743	22053	36424	30946	18070	22267	
	Custo de CO <sub>2</sub> :	49646	8306	3498	6129	5241	4441	3506	
	emissão SO <sub>2</sub> :	1870	313	132	231	197	167	132	
	(mil R\$/ano): NO <sub>x</sub> :	39911	6677	2812	4927	4213	3571	2819	
	MP:	0	0	0	0	0	0	0	
Óleo Combustível	Cons. Comb. EE:	775381	132245	52311	94356	80912	78467	52238	
	(ton/ano): CALOR:	346653	55475	26745	44173	37530	21914	27004	
	PCI = 42,2	Custo de CO <sub>2</sub> :	70823	11849	4990	8744	7476	6336	5002
	(GJ/ton) emissão SO <sub>2</sub> :	4083	683	288	504	431	365	288	
	(mil R\$/ano): NO <sub>x</sub> :	51961	8693	3661	6415	5485	4649	3670	
	MP:	4268	714	301	527	451	382	301	
Carvão Mineral	Cons. Comb. EE:	1601503	273114	108046	194887	167118	162069	107894	
	(ton/ano): CALOR:	715990	114580	55241	91236	77515	45262	55775	
	PCI = 20,4	Custo de CO <sub>2</sub> :	146466	24504	10320	18083	15461	13103	10344
	(GJ/ton) emissão SO <sub>2</sub> :	222633	37247	15686	27487	23501	19918	15723	
	(mil R\$/ano): NO <sub>x</sub> :	28668	4796	2020	3539	3026	2565	2025	
	MP:	2217159	370938	156217	273735	234042	198354	156584	

Tabela 4 - Dados de demanda de utilidades e do consumo de combustíveis para o setor de papel e celulose

	A - Fabricantes de celulose	B - Fabricantes de papel	C - Fabricantes de papel sanitário	D - Integradas (papel e celulose)
Produção (ton/ano):	1811152	1977359	456259	4198112
Demanda EE (MW):	184,5	175,7	40,5	557,2
Demanda CALOR (MW):	1549,9	634,25	146,4	3524,7
<b>Planta cogeração com turbinas a vapor (A, D) e térmica convencional (B, C):</b>				
Consumo de combustível (TEOC):				
Cavacos:	153088	112221	17068	329132
Cascas:	71234	6214	0	235420
Resíduos:	104262	4542	0	13236
Licor negro (a):	184592	0	0	268026
Licor negro (b):	720270	0	0	1045826
Déficits (MW):				
EE (utilizado TG):	132,1 (26,4)	175,7 (35,1)	40,5 (40,5)	481,2 (96,2)
CALOR (utilizado TG):	466,2 (93,2)	496,7 (99,3)	127,0 (127,0)	1898,1 (96,2)
Custo de emissão (mil R\$/ano):				
CO <sub>2</sub> :	5146491,9	368814,5	51187,8	7774627,9
SO <sub>2</sub> :	205078,4	15,4	2,13	297784,6
NO <sub>x</sub> :	1396,5	409,8	56,9	2363,2
MP:	343157,9	1475,3	204,8	499470,2
<b>Planta de cogeração com TG:</b>				
Excedente EE (MW):	31,9	23,2	32,4	164,2
Consumo combustível (ton/ano):	140242,9	154054,7	192568,4	564707,4
Tempo de retorno (anos):	3,25	2,64	2,73	2,56
Custo de emissão (mil R\$/ano):				
CO <sub>2</sub> :	7653,7	8266,6	10587,9	37678,9
SO <sub>2</sub> :	288,4	311,4	398,9	1419,5
NO <sub>x</sub> :	6152,9	6645,6	8511,7	30290,5
MP:	0	0	0	0

(TEOC): tonelada equivalente de óleo combustível (PCI óleo combustível: 42,22 GJ/ton); (a) Licor negro utilizado para geração elétrica; (b) Licor negro utilizado para geração térmica.

Tabela 6 - Dados do consumo de combustível e do custo de emissão para o estudo de caso do setor sucroalcooleiro

		Consumo combustível		Custo de emissão (mil R\$/ano)			
		(ton/ano)	CO <sub>2</sub>	SO <sub>2</sub>	NO <sub>x</sub>	MP (a)	MP (b)
Bagaço:		19048437,5	297155,6	0	72503,7	565190,0	57968,2
Gás natural:	EE	3134095,3	168175,6	6335,9	135198,1	0	
	CALOR	1106151,3	59356,1	2236,2	47717,0	0	
Óleo combustível:	EE	3800883,0	239911,7	13831,0	176018,0	14458,6	
	CALOR	1341488,1	84674,7	4881,5	62124,0	5103,0	
Carvão mineral:	EE	7850494,6	496151,3	754169,0	97113,8	7510615,3	
	CALOR	2770762,8	175112,2	266177,3	34275,5	2650805,4	

(a) particulado sem controle; (b) particulado com lavador de gás

A Figura 1, relativa ao setor petroquímico, mostra claramente que a geração combinada de energia térmica e elétrica empregando turbinas a gás fornece o menor custo específico de emissão e, que a pior condição se refere ao caso da geração em termelétricas convencionais utilizando-se carvão mineral. Esta condição fortalece ainda mais as vantagens da cogeração tanto no que diz respeito à redução do consumo de combustível, como também nas quantidades de poluentes emitidos e do custo destas emissões. Para o resultado da indústria de papel e celulose, figuras 2a e 2b, analisou-se em separado as emissões do CO<sub>2</sub> pois seu valor era muito maior do que a emissão dos demais poluentes. Observou-se que a cogeração com turbinas a gás empregando gás natural apresenta um custo específico de emissão bem menor do que a cogeração com turbinas a vapor utilizando como combustível os resíduos de processo. Para o setor sucroalcooleiro, Figura 3, o bagaço mostrou ser um pouco mais contaminante do que o gás natural e o óleo diesel.

Em relação a utilização de biocombustíveis para a satisfação das demandas energéticas, cabe mencionar que estes apresentam menores poderes caloríficos do que os combustíveis fósseis e, por isso, necessitam de maiores quantidades para uma mesma geração. Porém como o custo destes combustíveis é muito baixo ou nulo pelo fato de serem resíduos do próprio processo, é economicamente viável a utilização desses combustíveis para a cogeração.

Além disso, por se tratarem de ser biocombustíveis, enquanto da plantação de árvores, matéria prima para a produção de papel e celulose e de cana de açúcar, matéria prima para a produção de álcool e açúcar, as emissões de CO<sub>2</sub> devem ser desconsideradas pois o processo de fotossíntese absorve este contaminante.

## CONCLUSÕES

Este estudo permite mostrar que uma maior utilização dos sistemas de cogeração na matriz energética brasileira traria benefícios claros, tanto no que diz respeito à redução do consumo de combustível como também dos níveis de emissão dos contaminantes atmosféricos e, por consequência, dos custos dessas emissões. Além disso, esses sistemas são viáveis em relação aos aspectos técnicos e econômicos tendo em vista um menor tempo de retorno do projeto, permitindo a geração de excedentes de energia elétrica que pode ser incorporado na capacidade instalada do país e que representa um lucro agregado para o autoprodutor, além do benefício do autosuprimento.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Associação Nacional dos Fabricantes de Papel e Celulose, ANFPC, 1996, Boletim Anual, São Paulo.

Brown, H.L., Hamel, B.B., Hedman, B.A., 1985, Energy Analysis of 108 Industrial Processes, Fairmont Press, Atlanta.

Coelho, S.T., Ieno, G.O., Zylbersztajn, D., 1995, "Aspectos Técnicos e Econômicos da Inserção da Cogeração de Eletricidade na Matriz Energética Brasileira", Anais do II Congresso Brasileiro de Planejamento Energético, pp. 438-443, UNICAMP, Campinas.

Lora, E.E.S., 1998, "Controle da Poluição do Ar na Indústria Açucareira", mimeo, Escola Federal de Engenharia de Itajubá, EFEI.

Ferreira, A.L., Bajay, S.V., 1997, "A Internalização dos Custos Ambientais e Sociais da Geração de Energia Elétrica: Experiência Internacional e Perspectivas Para o Brasil", Anais do III Congresso Latino Americano de Geração e Transmissão de Energia Elétrica, pp. 62-66, Campos de Jordão.

Frangopoulos, C.A., Caralis, Y.C., 1996, "A Method for Taking Account Environmental Impacts in the Economics Evaluation of Energy Systems", Anais do ECOS'96, pp. 485-494, Stockholm.

Martins, A.R.S., 1996, "Estudo do Potencial de Cogeração da Indústria Petroquímica no Brasil", Dissertação de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá, EFEI, Itajubá.

Ministério das Minas e Energia, "Balanço Energético Nacional", Brasília, 1996.

Nogueira, L.A.H., 1997, "Cogeração e Sustentabilidade Energética no Brasil", MME/OLADE/GTZ.

Peixoto, M.M., Balestieri, J.A.P., 1995, "Alocação Ótima de Fontes Energéticas em Centrais de Cogeração", Anais do II Congresso Brasileiro de Planejamento Energético, pp. 433-437, UNICAMP, Campinas.

EPA, 1995, "Compilation of Air Pollutant Emission Factors".

Teixeira, F.N., 1997, "Seleção de Ciclos e Configurações de Sistemas de Cogeração", Dissertação de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá, EFEI, Itajubá.

Walter, A.C.S., 1996, "Avaliação e Localização do Potencial Brasileiro de Produção de Eletricidade a Partir de Subprodutos da Cana-de-Açúcar", Anais do VII Congresso Brasileiro de Energia, pp. 571-582, Rio de Janeiro.

## ABSTRACT

In this paper a comparison between environmental impacts for the cases of supplying of a thermal and electrical demand using gas turbine cogeneration or electricity generation in conventional thermal plants is done. The fuel assumed for cogeneration is natural gas and for the thermal plants, fuel oil and coal are considered too. CO<sub>2</sub>, SO<sub>2</sub>, NO<sub>x</sub> and particulate matter emissions are analysed on the base of available emission factor data. In the paper energy and environmental costs are quantified to show that environmental cost internalization, shows the advantages in the reduction of both fuel consumption and atmospheric emissions.

**ANÁLISE TERMODINÂMICA E ECONÔMICA DE CICLOS COM  
BIOMASSA GASEIFICADA EM SISTEMAS DE COGERAÇÃO PARA  
A INDÚSTRIA MADEIREIRA.**

**Paulo C. Oliveira , Marco A.R. Nascimento, Luiz A.H.Nogueira**

Departamento de Engenharia Mecânica  
Escola Federal de Engenharia de Itajubá  
37.500 000 - Itajubá - MG - Brasil

*SUMÁRIO*

*Os ciclos de potência, que utilizam turbinas a gás e gaseificadores de biomassa, representam uma interessante alternativa para a auto produção de energia elétrica e calor de processo em indústrias, principalmente, naquelas onde a disponibilidade de resíduos é significativa, como é o caso das madeireiras. No presente trabalho, faz-se uma análise termodinâmica e econômica dos ciclos Simples e STIG, com cogeração, utilizando biomassa gaseificada associado à turbinas a gás, com o intuito de se determinar os pontos de operação para o ciclo, atendendo aos critérios termodinâmicos e econômicos.*

**INTRODUÇÃO**

Perante ao atual estado de desenvolvimento, os ciclos térmicos com cogeração e turbinas a gás utilizando biomassa gaseificada, têm se mostrado como uma alternativa interessante para incrementar a auto produção de energia elétrica e calor de processo, em segmentos industriais, que demandam estes vetores energéticos, principalmente onde a geração de resíduos de biomassa é significativa e a custos praticamente desprezíveis, como o caso das indústrias madeireiras, aqui representadas pelas serrarias, indústria de compensados e indústria de aglomerados.

No presente trabalho, baseando-se em modelagens termodinâmicas, desenvolveu-se um programa computacional que permite simular pontos de operação que atendam aos critérios termodinâmicos e econômicos para o ciclo simples e o ciclo com injeção de vapor, denominado STIG (Steam Injected Gas Turbine) os quais empregam turbinas a gás e aproveitam os resíduos de biomassa gerados no processo de beneficiamento da madeira. Os resultados da análise termodinâmica são apresentados, de forma que permitam a verificação da potência elétrica e do calor útil gerados em função da relação de pressão do ciclo (RP) e da temperatura dos gases na entrada da turbina (TET).

Na análise econômica, foi utilizado como indicador econômico para o investimento, o tempo de retorno, relacionando-o ao fator de capacidade e aos parâmetros (TET) e (RP) mencionados anteriormente. E finalmente, realizou-se um estudo paramétrico onde é permitido avaliar o comportamento do tempo de retorno frente a variações nos custos do combustível fóssil, utilizado na complementação térmica, tarifa de energia elétrica, investimento e variações na taxa de juros.

**INDÚSTRIA MADEIREIRA**

É o ramo da atividade que possui, atualmente, uma posição expressiva na produção de madeira beneficiada no Brasil processando por volta de 14% do total da madeira advinda do setor florestal que engloba também o fornecimento para os setores de Celulose e Carvão Vegetal, conforme dados da Sociedade Brasileira de Silvicultura (1990).

As indústrias deste setor, produzem grande quantidade de resíduos no processo de beneficiamento da madeira, constituído, entre outros, de pó de serra, costaneiras e peças fora dos padrões

de qualidade. Foram utilizados, conforme tabela a seguir, os seguintes valores baseados nos dados da FAO (1990) para o percentual de geração de resíduos em função do volume recebido para o beneficiamento.

Tabela 1 - Percentual de geração de resíduos

Tipo de indústria	Percentual de geração de resíduos
Serrarias	50
Fábrica de compensados	40
Fábrica de aglomerados	30

Estas indústrias demandam energia elétrica, para acionamento das máquinas, e calor em algumas etapas do processamento, principalmente, na secagem do produto final a fim de atingir padrões de unidade que elevem a qualidade destes produtos. A tabela 2, a seguir, mostra o consumo médio de energia elétrica e térmica por metro cúbico de madeira processada e as respectivas potências demandadas para cada modalidade de indústria, segundo dados da FAO (1990). Para a determinação destas potências considerou-se um volume de 200m<sup>3</sup> processados diariamente, de modo contínuo, utilizando-se do valor do percentual de geração de resíduos conforme tabela 1.

Tabela 2 - Consumos específicos e demandas de eletricidade e calor de processo para cada segmento da indústria madeireira

	Calor		Eletricidade	
	Específico o (kWh/m <sup>3</sup> )	Potência (kW)	Específica (kWh/m <sup>3</sup> )	Potência (kW)
Serrarias	472	3.933	72	600
Compensados	1541	12.842	230	1.917
Aglomerados	819	6.825	180	1.500

O calor de processo deve ser entregue para o sistema na forma de vapor saturado com temperatura compreendida na faixa de 100 a 150°C.

**CICLOS DE POTÊNCIA A SEREM ESTUDADOS**

Ciclo Simples de Turbina a Gás. Este ciclo é o mais simplificado, conforme mostra a Figura 1. O ar necessário para a gaseificação é fornecido por um blower (soprador). Os gases gerados no



gaseificador submetem-se a um processo de resfriamento para que seja feita a limpeza dos mesmos antes de serem enviados à câmara de combustão. Neste ciclo e no ciclo STIG, como será visto, é introduzido um trocador de calor entre o gaseificador e o compressor de gases (combustível), com a finalidade de aproveitar o calor sensível dos gases na saída do gaseificador pré-aquecendo a água de alimentação da caldeira de recuperação.

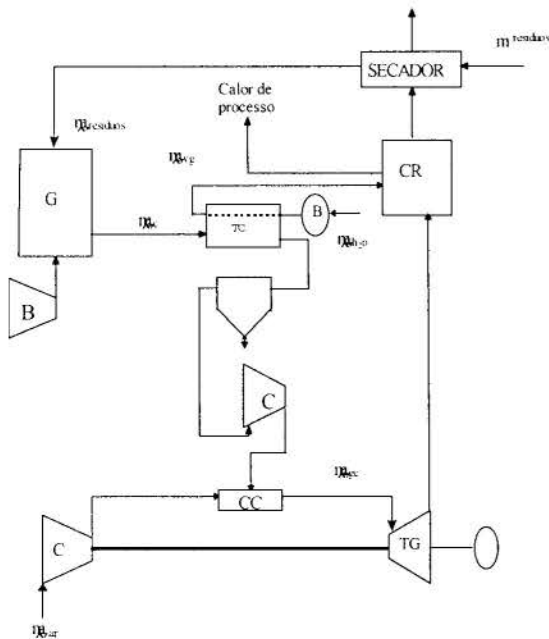


Figura 1 - Ciclo simples de turbinas a gás

Após o resfriamento e limpeza, é realizado a compressão destes gases para que sejam introduzidos na câmara de combustão juntamente com o ar a alta pressão, fornecido pelo compressor principal. Estes ao deixarem a câmara de combustão, estão sob a forma de gases produtos da combustão em alta temperatura e expandem-se na turbina gerando eletricidade. Na saída da turbina, normalmente, os gases estão a alta temperatura, portanto podem ser introduzidos em uma caldeira de recuperação, onde se permite gerar vapor para o processo de beneficiamento da madeira. Devido a alta demanda de calor de processo, estas indústrias, geralmente, necessitam de uma complementação térmica através da queima suplementar utilizando um combustível fóssil na caldeira de recuperação. Nos ciclos propostos, são utilizados gases da combustão, na saída da caldeira de recuperação, a uma temperatura suficiente para promover a secagem dos resíduos, antes de serem enviados ao gaseificador propriamente dito.

- Ciclo de turbina a gás com injeção de vapor. Este ciclo diferencia-se do anterior, basicamente, na injeção de vapor, oriundo da caldeira de recuperação, que ocorre no ar da descarga do compressor conforme mostra a Figura 2. Portanto, é obtido um fluxo de massa de fluido de trabalho maior, através da turbina, em relação ao compressor, contribuindo desta forma para o aumento da potência líquida e da eficiência do ciclo. Com a injeção de vapor, ocorre um aumento do calor específico à pressão constante ( $C_p$ ), o que contribui, moderadamente, para o incremento de trabalho no ciclo. Além do aumento na potência específica e da eficiência do ciclo, a injeção de vapor,

na câmara de combustão, auxilia na diminuição de emissão de  $No_x$  (Boyce, 1982, Larson e Williams, 1987, Fraize e Kinney, 1979).

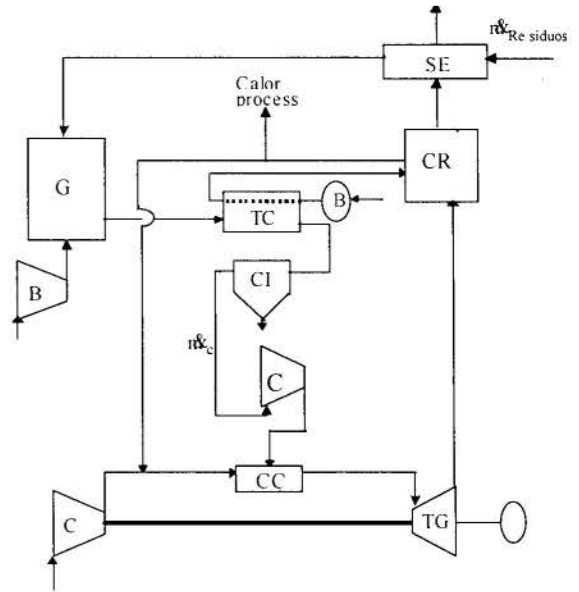


Figura 2 - Ciclo de turbina a gás com injeção de vapor

## RESULTADOS DA ANÁLISE TERMODINÂMICA

A seguir, apresentam-se os resultados da análise termodinâmica, onde podem ser verificados a potência elétrica (Pot) e o calor útil ( $C_{ug}$ ) gerados a partir de resíduos de biomassa para o ciclo Simples. É possível obter-se diferentes valores para os vetores energéticos, mencionados acima, através de combinações entre a temperatura dos gases na entrada da turbina e relação de pressão do ciclo, conforme mostram as tabelas 3, 4 e 5.

Tabela 3 - Potência elétrica e calor útil produzido pelo ciclo a partir dos resíduos de biomassa em uma serraria

RP	TET=1200 K		TET=1300 K		TET=1400 K	
	Pot (kW)	C <sub>ug</sub> (kW)	Pot (kW)	C <sub>ug</sub> (kW)	Pot (kW)	C <sub>ug</sub> (kW)
10	1533	1570	1515	1977	1498	1769
15	1739	1305	1721	1421	1702	1519
20	1873	1121	1855	1246	1826	1350
25	1970	981	1952	1113	1933	1222
30	2046	866	2028	1005	2009	1119

Tabela 4 - Potência elétrica e calor útil produzido pelo ciclo a partir dos resíduos de biomassa na indústria de compensados

RP	TET=1200 K		TET=1300 K		TET=1400 K	
	Pot (kW)	C <sub>ug</sub> (kW)	Pot (kW)	C <sub>ug</sub> (kW)	Pot (kW)	C <sub>ug</sub> (kW)
10	1226	1256	1212	1341	1198	1415
15	1391	1044	1376	1136	1361	1215
20	1498	897	1484	996	1468	1080
25	1576	784	1562	890	1547	977
30	1636	692	1622	804	1607	895

Tabela 5 - Potência elétrica e calor útil produzido pelo ciclo a partir dos resíduos de biomassa na indústria de aglomerados

RP	TET=1200 K		TET=1300 K		TET=1400 K	
	Pot (kW)	Cug(kW)	Pot (kW)	Cug(kW)	Pot (kW)	Cug(kW)
10	919	942	909	1006	898	1061
15	1043	783	1032	852	1021	911
20	1123	673	1113	747	1101	810
25	1186	588	1171	667	1060	733
30	1227	519	1217	603	1205	671

## ANÁLISE ECONÔMICA

A formulação a seguir permite avaliar a viabilidade econômica em se implantar um ciclo de potência com cogeração. Para este estudo, foi utilizado o indicador econômico tempo de retorno. É importante ressaltar que esta análise deve ser considerada como uma estimativa preliminar, pois a determinação exata dos custos é difícil, e só pode ser obtida diretamente com os fornecedores dos equipamentos, ou melhor, após a implantação efetiva do projeto, quando já incidiu uma série de custos referentes as taxas, seguros, transportes, entre outros.

Relação de custos. A fim de se avaliar a viabilidade, para que seja implantado um sistema de cogeração, é necessário determinar os custos de investimento, operacional anual com cogeração e sem cogeração.

Para o custo operacional anual sem cogeração, considera-se que toda a energia elétrica é comprada, possivelmente, de uma concessionária, assim como o combustível, que seria queimado em uma caldeira para produzir calor de processo. Portanto a relação que define o custo pode ser vista a seguir:

$$\text{\$C}_{\text{conv}} = [Y_e^c W_d + \frac{Y_c Q_u}{\epsilon_b}] H \quad (1)$$

onde :

$Y_e^c$  - Preço de compra de energia elétrica ,(US\$/MW)

$W_d$  - Demanda média de potência elétrica. (MW)

$Y_c$  - Preço do combustível: (US\$/TON)

$Q_u$  - Demanda média de energia térmica,(MW)

$\epsilon_b$  - Rendimento do sistema convencional,(-)

$H$  - Número de horas anuais de operação.(-)

O custo operacional anual com cogeração está diretamente relacionado à política de operação adotada para o funcionamento do sistema. Neste estudo, o combustível utilizado para geração de eletricidade e parte do calor de processo é o resíduo de madeira, obtido a partir do beneficiamento da madeira, que é produzido de forma constante ao longo do tempo. Também é considerado constante a demanda de energia elétrica e calor de processo, pelas indústrias em estudo, e a geração destes através dos ciclos propostos ao longo do tempo. Torna-se necessário saber se a quantidade de energia produzida, (elétrica e calor), é suficiente para atender a demanda do processo. Caso não seja possível, a complementação de energia será feita comprando-se de uma concessionária. O mesmo ocorre com o calor, onde a necessidade de complementação térmica será feita mediante a queima de combustível fóssil, na caldeira de recuperação, adquirido a preço de mercado. Por outro lado, se houverem excedentes de energia, estes serão negociados com a

concessionária. Portanto, o custo operacional anual com cogeração, segundo as suas respectivas condições, pode ser expresso de acordo com formulação a seguir:

a) Quando a energia elétrica produzida, pela planta de cogeração, for maior que a energia requerida pelo processo, tem-se:

$$\text{\$C}_{\text{cog}} = \left[ \frac{Y_c Q_u}{\epsilon_b} + \frac{Y_r^{\text{Bio}} Q_r}{\epsilon_b} - Y_e^c (W_{\text{cog}} - W_d) \right] H + O \& M_{\text{ad}} \quad (2)$$

onde:  $Y_r^{\text{Bio}}$  - Custo do resíduo de biomassa,(US\$/GJ)

b) Quando o consumo de energia elétrica, pelo processo das indústrias, for maior que a planta é capaz de produzir, tem-se:

$$\text{\$C}_{\text{cog}} = \left[ \frac{Y_c Q_u}{\epsilon_b} + \frac{Y_r^{\text{Bio}} Q_r}{\epsilon_b} - Y_e^c (W_d - W_{\text{cog}}) \right] H + O \& M_{\text{ad}} \quad (3)$$

O custo de investimento ou custo de capital é a parcela associada aos investimentos necessários à implantação do empreendimento energético, fundamentalmente correspondente aos preços dos equipamentos que foram obtidos a partir de contato com fabricantes, fazendo-se analogia com outras plantas do gênero e utilizando-se estimativas de custo, apresentadas por Bohem (1987), o qual emprega relações do tipo:

$$C = C_r * (S/S_R)^m \quad (4)$$

Sendo C o preço do equipamento a determinar.  $C_r$  o preço de um equipamento de referência válido para uma capacidade de referência  $S_R$  (ambos tabelados), S a capacidade do equipamento onde se deseja determinar o custo e m o fator de escala na correlação entre custo e o porte do equipamento (também tabelado). Para os componentes onde foram admitidos seus preços, utilizou-se os seguintes critérios:

a) Instrumentação e controle foram admitidos como 4% do custo de investimento conforme mencionou Ree e Waldheim (1996).

b) Secador de biomassa foi admitido como 5% do custo de investimento.

c) O preço da caldeira de recuperação foi admitido como 17% do preço da turbina, conforme mencionou Walter e Llagostera(1995).

Desta maneira, o custo global de investimento em equipamentos será o somatório dos preços dos equipamentos que compõem o sistema.

Na implantação efetiva de uma planta, com a finalidade de gerar energia, incide uma série de custos além do investimento em equipamentos. Estes se traduzem em transporte, taxas, obras civis, montagem, entre outros. Tais custos não são de fácil determinação e assumem valores diferentes para cada planta, pois dependem de uma série de condições, como localidade, legislação vigente em cada país ou estado, incentivos, disponibilidades locais, o possível aproveitamento de uma infra-estrutura já existente (obra civil, equipamentos auxiliares) e etc. Para estes custos adicionais, neste estudo, foi considerado um percentual de 50% do custo de investimento em equipamentos. De posse dos custos, mencionados anteriormente, e taxa de juros corrente, pode-se determinar o tempo de retorno para o investimento da seguinte forma:

$$TR = \frac{-\ln\left(1 + \frac{i}{100}\right)}{\ln\left(1 - \frac{i}{100} * \frac{\$C_{inv}}{\Delta CO_{cog}}\right)} \quad (5)$$

onde:

$i$  - Taxa de juros, (%)

$\$C_{inv}$  - Custo de investimento, (mil US\$)

$\Delta CO_{cog}$  - Economia anual devido a cogeração, (mil US\$)

Para o estudo da viabilidade econômica realizado neste trabalho, utilizou-se dos seguintes valores:

Item	
Preço do combustível fóssil	150 US\$/ton
Preço do resíduo de biomassa	0 US\$/ton
Preço da energia elétrica para venda	35 US\$/MWh
Preço energia elétrica para compra	60 US\$/MWh
Preço tarifa de demanda contratada	5000 US\$/MW
Taxa de juros ou atratividade	5 %
Vida útil dos equipamentos	20 Anos
Fator de operação e manutenção	5 %
Valor residual dos equipamentos ao fim da vida útil	5 %

## RESULTADOS DA ANÁLISE ECONÔMICA

Para a obtenção destes resultados, foram admitidas uma série de condições, conforme menciona-se a seguir:

- As potências das turbinas especificadas são 1500, 1235 kW (Kawasaki) e 900 KW (Yanmar) para a serraria, indústria de compensados e aglomerados respectivamente.

- Considerou-se o mesmo custo de investimento para o ciclo simples e STIG.

- O custo dos gaseificadores foram obtidos em função das capacidades térmica, segundo o fabricante (TPS).

- Para o ciclo STIG não existem turbinas nas faixas de potências obtidas perante a simulação termodinâmica, no entanto, pressupondo que, futuramente, haja interesse por parte dos fabricantes em confeccionar estas, seja por questões ambientais ou mesmo econômicas, será feita a análise considerando a sua existência.

- O custo dos resíduos de biomassa será desprezado.

- As turbinas a gás, selecionadas para as três indústrias, trabalharam com temperaturas dos gases, na entrada da turbina, à 1300K e uma relação de pressão igual a 10. No entanto, existe uma série de outros pontos de operação para o ciclo. É importante ressaltar que cada ponto refere-se a um conjunto específico de equipamentos, visto que a turbina a gás deve trabalhar no ponto de projeto. Entretanto, será considerado que não ocorrerá variação no preço destes componentes para diferentes pontos de operação das turbinas, discriminados anteriormente. Pontos estes simulados, compreendendo os seguintes intervalos: Relação de Pressão de 10 a 30; Temperatura dos Gases na entrada da turbina de 1000 a 1500K.

- Será considerado um consumo de 10 KWh/m<sup>3</sup> no condicionamento dos resíduos de biomassa gerados no processo, para enviá-los ao gaseificador em condições adequadas (tamanho).

Descrição dos resultados obtidos. Os resultados obtidos no ciclo STIG não se mostraram satisfatórios devido a pequena economia obtida dos custos operacionais, para planta que opera com

cogeração, assim o tempo de retorno para o investimento fica indeterminado, segundo a equação (5). Tal fato justifica-se, principalmente, devido estas indústrias requererem calor de processo além do obtido somente a partir da cogeração. Portanto, há necessidade em se fazer queima suplementar a fim de suprir esta demanda. Além disso, quando se opta por trabalhar com um ciclo STIG, tem-se a necessidade de suprir a quantidade de vapor a ser injetada na turbina a gás, o que normalmente é feito na condição de superaquecido e com pressões um pouco superiores à pressão do ar na entrada da câmara de combustão, propiciando maior consumo de combustível fóssil e conseqüentemente maiores custos, quando comparado ao ciclo simples de turbinas a gás.

A seguir, é verificado o tempo de retorno para o ciclo simples, nas três modalidades de indústria em estudo conforme mostram as figuras 3, 4 e 5. O tempo de retorno é relativamente elevado, principalmente, devido ao alto custo de investimento perante as potências instaladas.

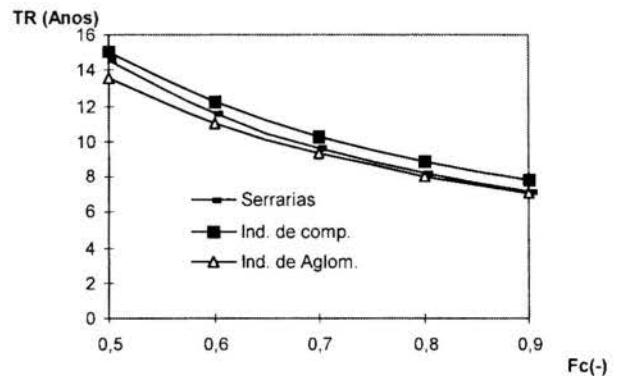


Figura 3 - Tempo de retorno (TR) para investimento, em função do fator de capacidade, para TET=1300K e relação de pressão=10.

Conforme pode ser visto na figura 3, que mostra o comportamento do tempo de retorno para o investimento em função do fator de capacidade, como era esperado, a medida que aumenta-se o número de horas anuais trabalhadas levar-se-á menores tempo de retorno para o investimento.

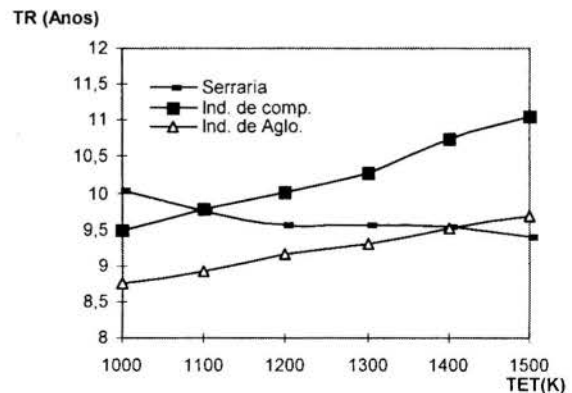


Figura 4 - Tempo de retorno para investimento em função temperatura dos gases, na entrada da turbina a gás, para fator de capacidade=0,7 e relação de pressão do ciclo=10.

A figura 4 apresenta um comportamento diferenciado para indústrias de compensados e aglomerados em relação às serrarias, por apresentarem tempos de retorno ascendentes, à medida que, a temperatura na entrada da turbina a gás é aumentada. Isto ocorre

devido a um limite de temperatura imposto à caldeira recuperação. Por questões construtivas, conforme mencionou V. Ganapathy (1991), a caldeira deve operar à temperatura máxima de 1200 K. Este comportamento, a princípio, mostra-se contraditório pois, à medida que se aumenta a temperatura na entrada da turbina a gás ocorrerá maior produção de eletricidade e calor de processo, implicando em menor quantidade complementar destes vetores energéticos e consequentemente, menor custo operacional que se traduz em um decréscimo no tempo de retorno para o investimento. Entretanto, para melhor entendimento, neste ponto, menciona-se, sucintamente, a forma que o sistema opera: primeiramente, é verificado se a quantidade de vapor produzida pela caldeira, através dos gases de escape da turbina, é suficiente para suprir a demanda. Caso não seja, faz-se uma injeção de combustível fóssil e calcula-se a nova temperatura dos gases. Se esta temperatura for maior que 1200K, é injetado uma quantidade extra de ar para que este limite não seja suplantado e verifica-se, por processo iterativo, a quantidade de vapor gerada. É importante ressaltar, que o aporte de calor para caldeira, com injeções de combustível e ar, se forem necessários, ocorre devido ao aumento da temperatura dos gases e sua massa, sendo o primeiro bem mais sensível. Então, se a quantidade de vapor a ser produzida, não for atingida para temperatura dos gases inferior a 1200K, ocorre um consumo de combustível fóssil maior. Desta forma, quanto maior a temperatura na entrada da turbina, para mesma relação de pressão, maior será a temperatura na sua saída e mais rapidamente se atinge o limite imposto pela caldeira, e se ainda não estiver satisfeita a demanda de vapor, o maior consumo de combustível, traduzido em custo, suplanta o ganho com o aumento da potência elétrica produzida resultando em tempo de retorno maior para o investimento.

A figura 5 mostra que a medida que aumenta-se a RP do ciclo incrementa-se significativamente a energia elétrica gerada que traduzida em custo afeta de modo expressivo na economia operacional. Somente na serraria gera-se excedentes de energia que são negociados a 35 US\$/MWh, ao passo que nas demais deixa-se de comprar o incremento de energia obtido a 60 US\$/MWh fazendo com que estas curvas sejam mais sensíveis.

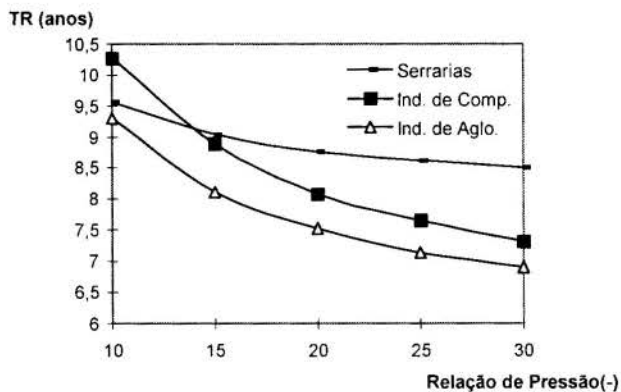


Figura 5 - Tempo de retorno para investimento, em função da relação de pressão do ciclo, para fator de capacidade=0.7 e TET= 1300K.

É importante observar que considerando  $R_p=10$ ,  $TET=1300K$  e fator de capacidade=0.7, a indústria de aglomerados se mostra a mais interessante para

implementação desta tecnologia, ou seja, é a que apresenta o menor tempo de retorno para o investimento. A seguir será feito um estudo sensibilidade envolvendo os parâmetros principais que influenciam de forma significativa na atratividade dos ciclos de potência propostos.

## ESTUDOS PARAMÉTRICOS

A partir dos resultados obtidos com valores admitidos para os parâmetros juros, custo de investimento, tarifa de energia elétrica, combustível fóssil utilizado na complementação térmica apresenta-se uma análise paramétrica para cada modalidade de indústria em estudo. Estes estudos medem o impacto em relação à variações incrementais dos parâmetros mencionados anteriormente na solução global. Nesta análise as variações incrementais foram feitas reduções de -20%, -10% e aumentos de 10%, 20% nos dados do caso base conforme mostra a tabela 6.

Tabela 6 - Variação de parâmetros para estudo de sensibilidade

Variável em estudo	Caso base	Percentual de variação			
		-20%	-10%	10%	20%
Juros(%)	10	8	9	11	12
Combustível (\$/ton)					
Geração de calor:	150	120	135	165	180
Tarifa de compra de energia elétrica	50	40	45	55	60
Custo de investimento(mil\$)	CI	0.8.CI	0.9.CI	1.1.CI	1.2.CI

A seguir podem ser vistas as figuras 6, 7 e 8 que permitem cotejar o tempo de retorno frente as variações propostas na tabela (6).

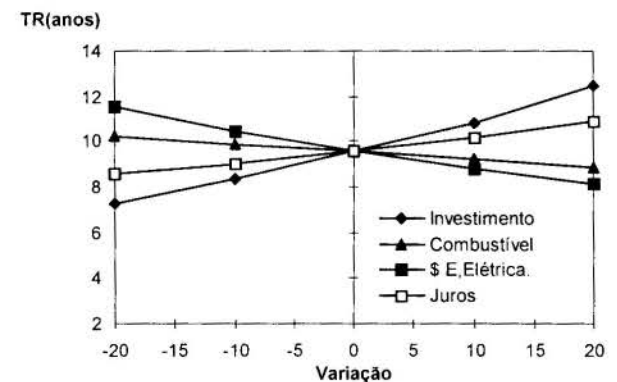


Figura 6 - Sensibilidade do tempo de retorno para o caso da serraria

Como pode ser visto na figura 6 o comportamento no tempo de retorno frente a variações no custo de investimento. Caso o custo de investimento decresça em 20% do valor base ocorrerá uma diminuição no tempo de retorno, originalmente em 9,56 anos passando a 7,26 anos, tornando, desta forma, o empreendimento mais atrativo.



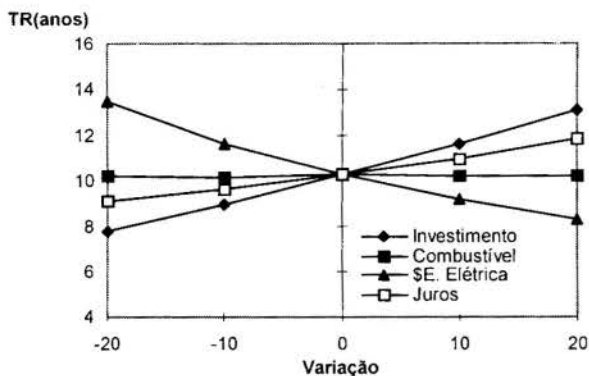


Figura 7 - Sensibilidade do tempo de retorno para o caso da indústria de compensados

Para a indústria de compensados como pode se ver na figura 7 o tempo retorno é também bastante sensível à variações no preço das tarifas de energia. Caso o preço das tarifas aumente 20% faz com que o tempo de retorno caia de 10,27 para 8,3 anos.

Com relação ao custo de investimento considerando um decréscimo de 20% no mesmo é possível atingir 7,76 anos frente aos 10,27 obtido no caso base.

A indústria de aglomerados apresenta um comportamento bastante similar as demais sendo que uma retração no custo de investimento de 20% e um aumento no preço de energia 20% implica em tempo de retorno de 7,07 e 7,71 anos respectivamente, tendo em vista que este situava-se originalmente em 9,3 anos.

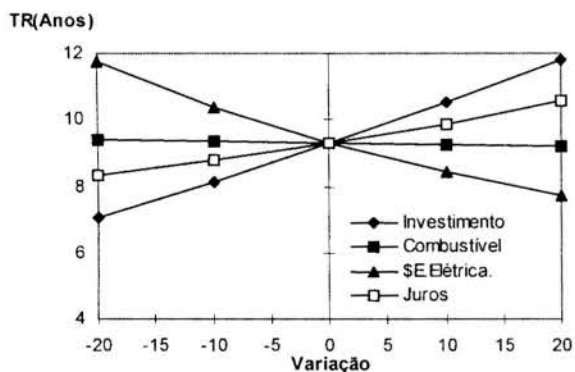


Figura 8 - Sensibilidade do tempo de retorno para indústria de aglomerados

Os resultados desta análise de sensibilidade mostraram valores similares para os distintos segmentos estudados, onde se evidencia a maior influência das tarifas de energia elétrica e do custo de investimento, sobre a economicidade do sistema de cogeração.

## CONCLUSÕES

Este estudo tem por finalidade mostrar que a utilização de biomassa gaseificada com turbinas a gás em sistemas de cogeração, para indústria madeireira, processando 200m<sup>3</sup> de madeira diariamente, ainda não se mostra muito atraente, devido, principalmente, ao alto custo de investimento frente as potências geradas a partir dos resíduos provenientes do processamento da madeira. Porém, conforme pode ser visto nas curvas do estudo de sensibilidade, ocorre uma retração no tempo de retorno devido ao aumento nas tarifas de energia, queda no custo de investimento e redução na taxa de juros. A queda no custo de investimento, é

uma tendência bastante provável, tendo boas perspectivas na geração de potência em ciclos que utilizam biomassa gaseificada. Caso isto venha a se confirmar e os gaseificadores passarem a ser produzidos em série, naturalmente, pode se obter menores custos. As turbinas a gás também possuem tendência de queda nos preços. Desta forma, é possível uma retração no custo de investimento já que a participação do gaseificador e turbina a gás no custo com equipamentos é expressivo situando-se por volta de 76%.

O aumento das tarifas de energia é uma tendência natural para o cenário brasileiro, pois estas ficaram reprimidas em função de uma série de planos econômicos. Com relação a taxa de juros, caso haja interesse por parte do governo em conceder incentivos à implementação desta tecnologia, seja por questões ambientais ou econômicas, é provável, que surjam financiamentos com taxas melhores. Portanto, existe uma série de fatores coadjuvantes para a implementação desta tecnologia e futuramente, pode vir a ser uma realidade, principalmente, aplicando-se a potências maiores, onde as vantagens da cogeração se façam sentir.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- FAO, 1990, "Energy Conservation in the Mechanical Forest Industries", Forestry paper 93, Roma.
- GANAPATHI, 1991, "Waste Heat Boiler Deskbook", The Fairmont Press, Lilburn, GA, pp.6-20.
- LARSON, E.D. and WILLIAMS, R.H., 1990, "Biomass-Gaseifier Steam Inject Gas Turbine Cogeneration", Journal of Engineering for Gas Turbine and Power, Transactions of the Asme, Vol. 112, pp.158-168.
- SOCIEDADE BRASILEIRA DE SILVICULTURA, 1990, "A Sociedade Brasileira e Seu Patrimônio Florestal", São Paulo.
- BOYCE, M.P., 1982, "Gas Turbine Engineering Handbook", Gulf Publishing Company, Houston, Texas.
- NOGUEIRA, L.A.H., 1996, "Sistemas BIG (Biomass Integrated Gaseification) com turbinas a Gás para Geração Termelétrica", Itajubá, pp.19-29.

## ABSTRACT

Gas turbines fueled by biomass loom as an interesting alternative to meet electricity and steam to those industries that have a huge availability of residues, such as wood industry. This work aims at making a thermodynamical and economical assesment of simple cycle gas turbine and steam injected gas turbine cycle integred with gasifiers in order to determine the operational parameters in the wood industry.

## UM ESTUDO DO IMPACTO DO ESQUEMA TARIFÁRIO DA CONCESSIONÁRIA SOBRE A SELEÇÃO DE ACIONADORES PARA SISTEMAS DE COGERAÇÃO

**Flávio Neves Teixeira, Luiz Augusto Horta Nogueira e André Ramon Silva Martins**

Escola Federal de Engenharia de Itajubá

37500-000 - Itajubá - M.G. - Brasil

### SUMÁRIO

*Este trabalho apresenta uma análise dos aspectos energéticos e econômicos do impacto da opção tarifária para a energia elétrica a ser eventualmente adquirida da concessionária sobre concepção e a operação de um sistema de cogeração, tomando-se em conta as curvas de consumo em patamares para as demandas de eletricidade, calor e frio e considerando-se as distintas tarifas praticadas pelo setor elétrico brasileiro, ou seja, convencional, horosazonal azul e horosazonal verde. Dos resultados fica claro que a configuração recomendável para o sistema de cogeração muda tanto em relação à quantidade de equipamentos e de suas capacidades como também na forma de atendimento das demandas, em função do tipo de tarifa adotada.*

### INTRODUÇÃO

A cogeração, ou produção combinada de energia térmica e elétrica a partir da queima de um mesmo combustível e uso sequencial do calor residual, representa uma tecnologia de conversão energética com alto desempenho e reduzidas perdas para o ambiente. O crescimento da oferta de gás natural no Brasil vem incrementando as possibilidades da utilização de turbinas a gás e motores alternativos a gás em sistemas de cogeração, que permitem o uso racional e econômico deste combustível para fins energéticos.

Também como vantagens dos sistemas de produção combinada de energia elétrica e térmica pode-se destacar (Nogueira, 1996, Walter et al., 1996):

- as turbinas a gás e motores alternativos permitem o atendimento das necessidades energéticas de consumidores industriais e comerciais cujas demandas situam a partir de centenas de kW elétricos e com demandas térmicas acima e/ou abaixo da temperatura ambiente;
- o atual estágio de desenvolvimento de sistemas que permitem utilizar combustíveis não fósseis, como os derivados de biomassa, em gaseificadores associados a turbinas a gás e motores de combustão interna com recuperação do calor residual em caldeiras de recuperação;
- a possibilidade da geração descentralizada com unidades menores e modulares próximas ao ponto de consumo (o que reduz custos de transmissão), apresentando custo reduzido e menores prazos para a implantação e elevada eficiência energética (maior fator de utilização de combustível);
- a nova legislação normativa e tarifária que está sendo implementada no setor energético brasileiro, com a regulamentação da compra dos excedentes de energia elétrica de autoprodutores e com a introdução do produtor independente de energia juntamente com a garantia de livre acesso aos sistemas de transmissão e distribuição;
- as limitações econômicas das concessionárias de eletricidade faz com que estes sistemas de produção combinada de energia elétrica e térmica tenha uma particular importância, uma vez que eles apoiam-se principalmente no capital privado gerando um estímulo à competição na oferta energética, sendo apontada como

uma das maneiras de associar a iniciativa privada na busca de saídas para o descompasso entre a oferta e a demanda de energia;

- outra razão para que essa alternativa seja reforçada são as crescentes restrições ambientais relacionadas às hidroelétricas de grande porte, ou às termoclétricas nucleares e àquelas alimentadas por combustíveis fósseis para a geração apenas de energia elétrica;

Porém para o planejamento de centrais de cogeração, alguns condicionantes prioritários devem ser atendidos: oferta do combustível utilizado, disponibilidade de recursos técnicos para operação e manutenção, seleção criteriosa do tipo de equipamento a instalar, do número total e de suas capacidades, a confiabilidade e disponibilidade dos sistemas, atendimento dos requisitos de economicidade e redução dos níveis de emissão de poluentes (Teixeira, 1997).

Considerando esses fatores, o trabalho visa mostrar quais os impactos na concepção de um sistema de cogeração quando se consideram as distintas tarifas praticadas pelo setor elétrico brasileiro. De início pode-se concluir que para cada tipo de tarifação - convencional, horosazonal azul e horosazonal verde - a unidade de cogeração muda seu perfil tanto em relação à quantidade de equipamentos e de suas capacidades como também do atendimento das utilidades, permitindo uma transação de déficits e excedentes entre os produtores de energia elétrica e as concessionárias, possibilitando vantagens para ambos os lados.

Neste trabalho utiliza-se de uma metodologia para a especificação e operação ótimas de sistemas de cogeração, cujo objetivo é encontrar o menor custo para a produção energética e atendendo às demandas de energia elétrica, calor de processo e frio dadas 'a priori' (Teixeira, 1997).

### CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

O quadro sócio-econômico brasileiro dos últimos anos, por diversos motivos, tem apresentado um contínuo crescimento da demanda de energia elétrica, exigindo a expansão do sistema para atendê-las. Tendo em vista o atual ritmo de crescimento do consumo industrial e comercial e também que a capacidade de atendimento desta expansão, mediante tecnologias convencionais por parte do setor elétrico tradicional, vem se mostrando cada

vez mais limitada, inclusive apontando-se riscos de déficit a médio e curto prazo, a expansão da cogeração parece encontrar seu momento propício de crescimento destacando-se como um dos principais e, com certeza, mais racionais meios para inserir novas unidades de produção de energia elétrica à capacidade instalada no Brasil.

Como o consumo de energia elétrica ocorre de modo desigual ao longo do tempo, o custo de seu fornecimento está relacionado diretamente com o período de atendimento das cargas. Por exemplo, durante os meses de baixa hidraulicidade e nos horários de ponta, devido à menor disponibilidade de energia ou à elevada concentração da demanda, é mais alto o custo da energia produzida. Buscando sinalizar estes custos para o consumidor, a partir de meados dos anos oitenta, foi implantada no Brasil uma estrutura tarifária horosazonal para a energia elétrica, com valores distintos para a energia e a potência conforme o período em que se dá o consumo. Esse modelo tarifário tem como objetivo induzir o consumidor a utilizar a energia elétrica de uma forma mais racional, promovendo seu uso durante os períodos de menor demanda (maior disponibilidade) e, por consequência, de custo mais barato, bem como induzindo à redução dessa demanda nos períodos de ponta. Deste modo, a tarifa atualmente cobrada pelas concessionárias da maioria dos consumidores industriais brasileiros leva em conta tanto as horas do dia (horas de ponta e fora de ponta), bem como os dias da semana (dias úteis, final de semana e feriados), além dos meses do ano (meses úmidos e secos) (DNAEE, 1985).

Assim, no planejamento básico de sistemas de cogeração, uma das tarefas de projeto mais importante é determinar a configuração ótima da central pela seleção criteriosa do número total e capacidade dos equipamentos, bem como as demandas máximas de energia da concessionária, ou seja, determinar otimamente tanto a energia a ser comprada como também o valor máximo de demanda contratada e, eventualmente a energia a ser vendida, sempre dentro dos condicionantes tarifários dados pelas concessionárias.

## METODOLOGIA APLICADA

A configuração básica do sistema de cogeração adotado inclui motores Diesel (M), caldeira de recuperação (Rec), caldeira de processo (Proc), 'chiller' de compressão (C), 'chiller' de absorção (A) e interconexão com a concessionária (compra ou venda de energia elétrica), conforme Figura 1. Desse modo, as capacidades dos equipamentos e a política operacional para a unidade de cogeração são determinadas simultaneamente afim de minimizar o tempo de retorno.

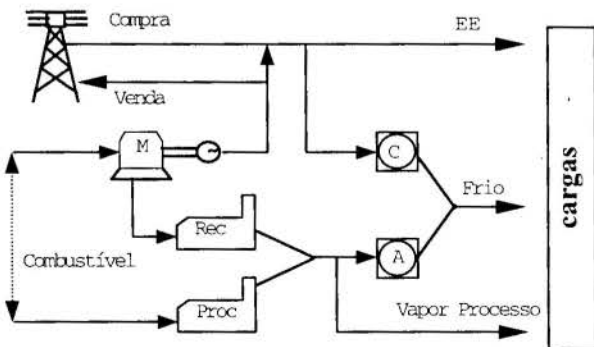


Figura 1 – Esquema geral da central de cogeração estudada

A modelagem das cargas térmicas (baixa e alta temperatura) e elétricas, foi desenvolvida levando-se em conta 8 períodos tarifários distintos e constantes durante todo o ano de acordo

com a tarifação praticada pelas concessionárias de energia. A modelagem dos acionadores primários foi feita utilizando-se de uma aproximação linear para simular a dependência do desempenho e da disponibilidade de calor útil em função do consumo de combustível, permitindo-se considerar acionadores primários comercialmente disponíveis e operando inclusive com cargas parciais.

A metodologia segue a abordagem sugerida pelos trabalhos realizados por Ito e seus colaboradores tal como Ito et al. (1994). O primeiro passo foi designar quais tipos de acionadores primários e equipamentos seriam considerados. O método permite a possibilidade da instalação de quantos acionadores forem necessários para o atendimento das demandas, permitindo-se ainda a seleção de até três equipamentos com diferentes desempenhos.

As caldeiras de recuperação e de processo e os 'chillers' de compressão e de absorção são os equipamentos que completam o sistema de cogeração e são considerados de modo unitário, com uma capacidade correspondente às demandas e que serão instalados de acordo com a necessidade ou não. Por exemplo, se existir pelo menos um motor Diesel, existe naturalmente a possibilidade de recuperação de calor e, portanto, a possibilidade da implantação de uma caldeira de recuperação. Caso essa caldeira de recuperação a ser eventualmente instalada não atenda isoladamente toda a demanda de calor, uma alternativa seria conjugá-la com uma caldeira de processo (na modelagem desenvolvida não foi considerada a queima suplementar). Se existe demanda de frio e disponibilidade de calor, possivelmente a melhor opção seja produzir frio pelo sistema de absorção; caso contrário (disponibilidade de energia elétrica), possivelmente a melhor opção seja a produção de frio pelo sistema de compressão; ou ainda, havendo tanto disponibilidade de calor como também de eletricidade, talvez a melhor opção seja produzir por ambos os sistemas, acompanhando as curvas de demanda e de oferta e tendo-se em conta os distintos valores das tarifas de energia elétrica horosazonais e custos de combustível, pois pode-se ainda utilizar combustíveis diferentes para a unidade de cogeração e para a geração de calor (Teixeira, 1997).

Um pressuposto básico é que os dados de demanda de eletricidade, de calor de processo e de frio tem de ser conhecidos a 'priori' ou pelo menos estimados com uma margem razoável de confiança. Assim, a escolha do parque ótimo de equipamentos de um determinado cenário é feita em relação a esses dados de entrada aos quais são associados os custos operacionais e os correspondentes custos de capital dos equipamentos cuja função objetivo é minimizar o tempo de retorno do investimento, calculado pela equação 1:

$$TR = \frac{-\ln\left(1 + \frac{i}{100}\right)}{\ln\left(1 - \frac{i}{100} \cdot \frac{CI}{\Delta CO}\right)} \quad (1)$$

sendo:

i: taxa de atratividade;

CI: custo com equipamentos;

$\Delta CO$ : economia anual devido a implantação do sistema de cogeração.

## ESTUDO DE CASO

Neste trabalho considerou-se uma distribuição de demandas representativas a um shopping center, cujos valores são



apresentados na Tabela 1, em função dos períodos em que se dão tais consumos, a saber:

- 1 - PS DU FP: Período seco, dia útil, fora de ponta;
- 2 - PS DU PO: Período seco, dia útil, ponta;
- 3 - PS DU NO: Período seco, dia útil, noturno;
- 4 - PS FS: Período seco, fim de semana;
- 5 - PU DU FP: Período úmido, dia útil, fora de ponta;
- 6 - PU DU PO: Período úmido, dia útil, ponta;
- 7 - PU DU NO: Período úmido, dia útil, noturno;
- 8 - PU FS: Período úmido, fim de semana;

A legislação tarifária vigente não considera ainda um preço diferenciado para os períodos noturno e fim de semana. Sendo assim, os valores utilizados para estes períodos são os mesmos que aqueles praticados para o período fora de ponta, respeitando a sazonalidade. O valor das tarifas empregadas no estudo de caso são apresentados na Tabela 2 (AAE, 1997).

Tabela 1 - Dados de demandas elétricas e térmicas em função dos períodos tarifários considerados

	Potência elétrica (MW)	Potência térmica (MW)	
		Calor	Frio
PS DU FP	1,5	1,4	5,0
PS DU PO	1,0	1,3	4,0
PS DU NO	0,3	0,0	1,0
PS FS	1,5	1,8	4,2
PU DU FP	1,5	1,4	6,0
PU DU PO	1,2	1,5	5,4
PU DU NO	0,3	0,0	1,0
PU FS	1,5	2,0	6,0

De acordo com a Tabela 2, pode-se notar que conforme o tipo de tarifa contratada, para um mesmo subgrupo - A3a, pode-se obter benefícios. A tarifa convencional (Conv.) apresenta o mesmo valor de demanda contratada para ambas as sazonalidades porém, também o faz para os períodos de consumo. As tarifas horosazonais azul (H. Azul) e verde (H. Verde) induzem o consumidor a reduzir seus consumos no horário de ponta.

Tabela 2 - Valores das tarifas de demandas e consumos em relação aos subgrupos estudados (AAE, 1997)

	Conv.	H. Azul	H. Verde
<b>Demanda A3a (R\$/MW):</b>			
Ponta:	4330,0	11430,0	3820,0
Fora de ponta:	4330,0	3820,0	3820,0
<b>Consumo A3a (R\$/MWh):</b>			
Ponta seca:	63,34	74,97	339,34
Ponta úmida:	63,34	69,40	333,78
Fora de ponta seca:	63,34	36,66	35,66
Fora de ponta úmida:	63,34	31,52	31,52
Preço venda (R\$/MWh)	35,00	35,00	35,00

Tendo em vista esta distribuição tarifária, realizou-se um estudo de caso para as demandas da Tabela 1, empregando a metodologia comentada anteriormente e, comparando-se duas situações para cada um dos segmentos tarifários apresentadas na Tabela 2, ou seja:

a) considerando toda a energia elétrica suprida pela compra da concessionária, respeitando os períodos tarifários, gerando o calor de processo em uma caldeira convencional e satisfazendo as necessidades de frio utilizando 'chillers' de compressão que necessita de energia elétrica para o seu acionamento;

b) considerando um sistema de cogeração empregando motores alternativos queimando gás natural e, gerando parcial ou totalmente as necessidades elétricas e térmicas além de permitir as variantes descritas anteriormente.

Os dados utilizados para essas análises são apresentados na Tabela 3 a seguir, maiores detalhes podem ser encontrados em (Teixeira, 1997):

Tabela 3 - Dados utilizados nos cálculos energéticos e econômicos

	Valor	Unidade
Preço do combustível para geração de calor:	187,3	R\$/ton
PCI do combustível para geração de calor:	51,2	GJ/ton
Preço do combustível para cogeração:	187,3	R\$/ton
PCI do combustível para cogeração:	51,2	GJ/ton
Taxa de atratividade (i):	10	(%)
Fator de operação e manutenção (O&M):	5	(%)
Pressão atmosférica local:	1,03	atm
Temperatura atmosférica local:	288	K

## RESULTADOS

Os resultados das simulações são apresentados nas Tabelas 4, 5 e 6. Como a demanda energética apresenta significativa sazonalidade, o sistema de cogeração deve apresentar uma certa flexibilidade de operação afim de permitir a compra ou venda de energia elétrica e a geração de calor tanto pela caldeira de recuperação como também pela caldeira auxiliar, de acordo com as possibilidades de oferta e necessidades de demanda.

Esse pressuposto pode ser observado nas Figuras 4, 5, e 6. Para a situação em que se considerou a tarifação convencional, para os períodos 1, 4, 5, 6 e 8 os quatro motores alternativos trabalham com carga máxima e, dessa forma, garantem o fornecimento total de energia elétrica, incluindo a fração consumida pelo 'chiller' de compressão, gerando ainda um certo excedente elétrico (mesmo considerando o valor da energia comprada a 35 R\$/MWh), além de garantir as necessidades térmicas, ou seja, a demanda de calor e a fração de calor consumida pelo 'chiller' de absorção sem gerar excedentes deste vetor. Para o período 2, a performance é semelhante porém o motor de menor capacidade trabalha com carga parcial uma vez que as demandas deste período são menores. Para os períodos 3 e 7, devido às baixas necessidades energéticas, bastou apenas que uma unidade dos acionadores primários entrasse em operação para satisfazer as demandas.

O resultado para as situações em que se considerou as tarifas horosazonal azul e verde também apresentaram essas características de modulação das cargas em função das necessidades energéticas, acompanhando o preço da energia em cada período e também o custo do combustível gasto para a geração das utilidades afim de se obter a melhor configuração possível, obedecendo a função objetivo.

Uma outra análise que pode ser feita é acompanhando as curvas de excedentes/déficits gerados para cada situação, conforme mostrado na Figura 2. De acordo com essa figura, pode-se notar que para as condições de tarifação convencional e horosazonal azul, os sistemas trabalharam com excedentes de energia, que são considerados vendidos a 35,0 R\$/MWh conforme Tabela 2. Essa condição leva em conta que custo com combustível, mais a receita proveniente da venda desses excedentes fornece uma condição mais favorável do que utilizar de aportes elétricos comprando de uma concessionária. Para o caso da tarifa verde, foi mais conveniente utilizar de uma capacidade instalada menor e consumir os déficits da concessionária.



Tabela 4 - Resultados do estudo de caso para o suprimento energético considerando a tarifa convencional

<b>Motor alternativo 1:</b>	3 - Valmet 2300DSJGE			<b>Caldeira convencional:</b>	Capacidade: 0,6 MW			
<b>Motor alternativo 2:</b>	1 - Valmet 2300DSGE			<b>Chiller compressão:</b>	Capacidade: 3,8 MW			
<b>Caldeira de recuperação:</b>	Capacidade: 2,9 MW			<b>Chiller absorção:</b>	Capacidade: 2,3 MW			
	<b>PS DU FP</b>	<b>PS DU PO</b>	<b>PS DU NO</b>	<b>PS FS</b>	<b>PU DU FP</b>	<b>PU DU PO</b>	<b>PU DU NO</b>	<b>PU FS</b>
En. elétrica cogerada (MW):	2,28	2,14	0,60	2,28	2,28	2,28	0,48	2,28
Calor útil cogrado (MW):	2,89	2,67	0,50	2,89	2,89	2,89	0,14	2,89
Calor complementar (MW):	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,55	0,60
Frio compressão (MW):	2,76	1,95	0,25	2,55	3,76	3,31	0,00	3,76
Frio absorção (MW):	2,24	2,05	0,75	1,65	2,24	2,09	1,00	2,24
Custo operac cog (mil R\$):	196,7	28,9	20,3	143,2	158,4	26,9	14,8	128,7
Custo operac conv (mil R\$):	403,3	65,1	26,0	287,4	320,1	62,7	18,5	241,2
Economia (mil R\$):	206,7	36,2	5,7	144,2	161,7	35,8	3,8	112,4
Investimento (mil R\$):	2625,0			Tempo de retorno investimento (anos): 5,05				

Tabela 5 - Resultados do estudo de caso para o suprimento energético considerando a tarifa horosazonal azul

<b>Motor alternativo 1:</b>	3 - Valmet 2300DSJGE			<b>Caldeira convencional:</b>	Capacidade: 0,6 MW			
<b>Motor alternativo 2:</b>	1 - Valmet 3067DSJGE			<b>Chiller compressão:</b>	Capacidade: 3,3 MW			
<b>Caldeira de recuperação:</b>	Capacidade: 3,2 MW			<b>Chiller absorção:</b>	Capacidade: 2,8 MW			
	<b>PS DU FP</b>	<b>PS DU PO</b>	<b>PS DU NO</b>	<b>PS FS</b>	<b>PU DU FP</b>	<b>PU DU PO</b>	<b>PU DU NO</b>	<b>PU FS</b>
En. elétrica cogerada (MW):	2,60	2,06	0,52	2,60	2,60	2,43	0,80	2,60
Calor útil cogrado (MW):	3,21	2,46	0,32	3,21	3,21	2,98	0,43	3,21
Calor complementar (MW):	0,00	0,03	0,00	0,20	0,00	0,00	0,23	0,60
Frio compressão (MW):	2,28	2,21	0,53	1,78	3,28	3,18	0,00	3,28
Frio absorção (MW):	2,72	1,79	0,47	2,42	2,72	2,22	1,00	2,72
Custo operac cog (mil R\$):	191,2	30,2	22,7	140,7	151,8	26,8	12,2	124,1
Custo operac conv (mil R\$):	278,0	83,8	17,0	199,2	203,7	79,6	12,6	156,2
Economia (mil R\$):	86,8	53,7	-5,7	58,5	51,9	52,8	0,4	32,1
Investimento (mil R\$):	2847,0			Tempo de retorno investimento (anos): 16,73				

Tabela 6 - Resultados do estudo de caso para o suprimento energético considerando a tarifa horosazonal verde

<b>Motor alternativo 1:</b>	3 - Valmet 2300DSJGE			<b>Caldeira convencional:</b>	Capacidade: 0,6 MW			
<b>Caldeira de recuperação:</b>	Capacidade: 2,2 MW			<b>Chiller compressão:</b>	Capacidade: 4,8 MW			
				<b>Chiller absorção:</b>	Capacidade: 1,3 MW			
	<b>PS DU FP</b>	<b>PS DU PO</b>	<b>PS DU NO</b>	<b>PS FS</b>	<b>PU DU FP</b>	<b>PU DU PO</b>	<b>PU DU NO</b>	<b>PU FS</b>
En. elétrica cogerada (MW):	1,80	1,65	0,68	1,80	1,80	1,80	0,00	1,80
Calor útil cogrado (MW):	2,22	2,01	0,67	2,22	2,22	2,22	0,00	2,22
Calor complementar (MW):	0,01	0,00	0,00	0,41	0,01	0,11	0,60	0,60
Frio compressão (MW):	3,75	2,93	0,00	2,94	4,74	4,15	0,10	4,74
Frio absorção (MW):	1,25	1,07	1,00	1,26	1,26	1,25	0,90	1,26
Custo operac cog (mil R\$):	207,2	30,7	16,8	152,4	160,3	60,0	12,4	128,2
Custo operac conv (mil R\$):	269,5	265,6	18,3	193,5	195,7	246,2	12,4	149,4
Economia (mil R\$):	62,2	234,9	1,6	41,0	35,5	186,2	0,0	21,2
Custo do investimento (mil R\$):	2183,3			Tempo de retorno investimento (anos): 5,10				

Obs: A) O preço das caldeiras de recuperação e auxiliar e dos 'chillers' de compressão e absorção foram calculados através de relações paramétricas em função de suas capacidades; B) Custo operac cog: corresponde ao custo do sistema de cogeração considerando a energia em déficit (demanda contratada e consumo) ou excedente (receita) além dos consumos de combustível para os acionadores e para a caldeira auxiliar; C) Custo operac conv: corresponde ao custo do sistema que compra toda a demanda de energia elétrica da concessionária (demanda contratada e consumo) além do consumo de combustível para caldeira convencional.

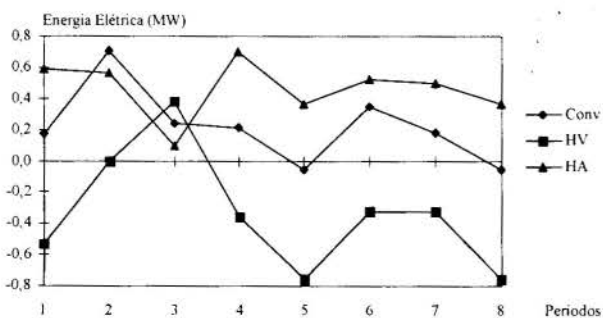


Figura 2 - Curvas de excedentes/ déficits

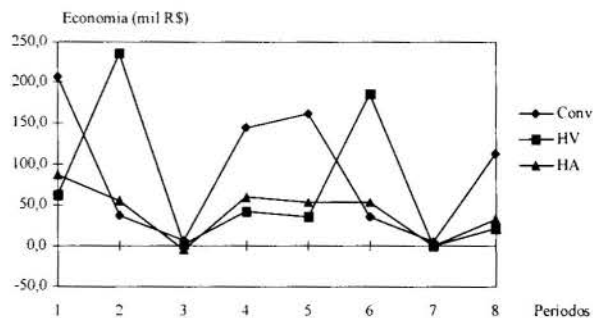


Figura 3 - Comportamento da economia anual devido a cogeração para cada tipo de tarifa analisada

Estas condições reforçam ainda mais a necessidade de um bom planejamento para a escolha da configuração do sistema de cogeração. Ou seja, a escolha dos acionadores primários deve ser feita com um bom critério de racionalidade. A operação da planta deve ser conduzida observando-se sempre todos os custos envolvidos e os preços de energia de acordo com cada período de tarifação afim de tirar o maior proveito da política tarifária.

Sendo assim, de acordo com a equação 1, o custo do investimento e a economia que se tem ao implantar um sistema de cogeração são os parâmetros que irão refletir no tempo de retorno do investimento. A Figura 3 apresenta as curvas dessa economia anual.

Pode-se notar que durante o ano, para os três casos, há uma grande variação desta economia devido a modulação das cargas de acordo com as necessidades. Para os casos de pequeno consumo essa economia não é observado pois o sistema de cogeração está trabalhando com um pequeno fator de capacidade.

E finalmente cabe observar que para as tarifas convencional e horosazonal verde os tempos de retorno se mostraram algo atraentes. Para o caso da tarifa azul, a relação entre o calor útil e a potência elétrica cogeraados pelos acionadores ensaiados não se adequaram com os valores das tarifas elétricas o que originou em um prazo de retorno maior, traduzidos pelo maior investimento e menor economia devido a cogeração.

## CONCLUSÕES

Este trabalho tem como objetivo mostrar os vários condicionantes que podem interferir na configuração de um sistema de cogeração. A vantagem principal da introdução dessas unidades é a sua capacidade de redução de custos operacionais e recuperação energética pelo uso de energia em cascata, tornando-se possível desta forma, aumentar a eficiência total de utilização energética.

Quando se planeja sistemas cujas demandas apresentam significativa sazonalidade, é importante investigar com detalhes a política operacional correspondente a tais flutuações. Ainda que, do ponto de vista termodinâmico, um sistema de cogeração possa parecer atrativo, do ponto de vista econômico pode acontecer dessa viabilidade não acontecer. Por isso, no planejamento fundamental de sistemas de cogeração, uma das tarefas mais

importantes é determinar a configuração ótima da central pela seleção criteriosa do número total e capacidades dos equipamentos, bem como as demandas máximas de utilidade, ou seja, determinar otimamente tanto a energia a ser comprada como também o valor máximo de demanda contratada, levando-se em conta as diferentes tarifações vigentes. No caso particular de sistemas de cogeração, espera-se que o órgão regulador estabeleça em breve uma legislação específica sobre a demanda a ser contratada para autoprodutores.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AAE, Agência de Aplicação de Energia, 1997, Boletim de Preços de Energéticos, São Paulo

DNAEE, 1985, "Nova Tarifa de Energia Elétrica - Metodologia e Aplicação", MME, Brasília.

Ito, K., Matsumoto, Y., Yokoyama, R., 1994, "Optimal Sizing of a Gas Turbine Cogeneration Plant in Consideration of Its Operational Strategy", Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 116, pp. 32-38.

Nogueira, L.A.H., 1996, "Cogeração: uma Introdução", brochura, EFEI, Itajubá.

Teixeira, F.N., 1997, "Seleção de Ciclos e Configurações de Sistemas de Cogeração", Dissertação de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá, EFEI, Itajubá.

Walter, A.C.S., Llagostera, J.I., Gallo, L.W.R., 1996, "Cogeração", brochura, UNICAMP, Campinas

## ABSTRACT

*In this work the effect of tariff price scheme on the feasibility of cogeneration systems is evaluated, using a model taking into account power, useful heat and cooler loads for 8 time periods along the year. Three different tariffs have been analysed: a conventional one and two representing possibilities of load modulation ("horosazonal azul" and "horosazonal verde"). A case study is developed for a shopping center, showing that besides the well known optimal selection and sizing of equipment, a proper selection of tariff scheme is determinant on the cogeneration feasibility.*

## ESTUDO DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO E GERAÇÃO TERMOELÉTRICA ATRAVÉS DA ANÁLISE TERMOECONÔMICA

**Silas Vieira**

CESP - Cia. Energética de São Paulo  
01301-100 - São Paulo - SP - Brasil

**Silvio de Oliveira Júnior**

IPT/EPUSP  
Cidade Universitária  
05508-901 - São Paulo - SP - Brasil

### RESUMO

*Este trabalho apresenta a avaliação termoeconômica de sete módulos de geração termoeletrica e cogeração, escolhidos com base no binômio "tecnologia - combustível". Cada configuração é analisada em três condições de operação, ou seja, com fator de capacidade máximo, com meia carga e com 25 % da carga elétrica nominal. A análise termoeconômica será conduzida para a valorização dos custos específicos dos produtos gerados (eletricidade e vapor ou gases de escape), aplicando-se os métodos de partição da igualdade e da extração, para as condições de cogeração e da eletricidade, na geração como central termoeletrica.*

### INTRODUÇÃO

A pouca tradição no desenvolvimento e na implantação de empreendimentos termoeletricos no Brasil traz como dificuldade inerente a obtenção de dados e de custos de investimentos devido à diversidade de configuração, origem, formação e base técnico-econômica existentes. A exceção é encontrada no sul do país, que com um parque gerador a carvão nacional de 1.040 MW instalados, já possui capacitação e um conjunto de informações técnico-econômicas disponível de alto nível. As diversidades tendem a ser maiores quando se observa que uma mesma tecnologia pode apresentar diferentes modularizações e configurações de equipamentos.

Se, como afirmado acima, há dificuldades para obtenção de dados referentes a unidades de potência termoeletricas, a dificuldade é ainda maior quando os dados desejados são referentes a unidades de cogeração de energia elétrica e de calor.

Foram analisadas nesse trabalho algumas configurações consagradas de módulos para geração combinada de energia elétrica e de calor, sendo considerado também o mesmo módulo gerando apenas eletricidade.

A cogeração tem despertado o interesse especial dos empresários dos mais diversos setores industriais, e não apenas dos setores tradicionalmente envolvidos, casos das indústrias sucro-alcooleira e de papel e celulose. Essa nova atenção à cogeração quer seja para atingir a auto-suficiência ou para a comercialização do excedente de eletricidade, ainda carecem de maior clareza no que diz respeito à legislação.

Nesse contexto, na necessidade do desenvolvimento de análises adequadas para comparar entre si as mais diversas alternativas térmicas de geração conjunta de energia elétrica e de calor, a utilização da metodologia através da Segunda Lei da Termodinâmica, utilizando a análise da exergia e da termoeconomia, se mostra peculiar e apropriada. Com efeito, e do demonstrado no presente trabalho, a análise termoeconômica permite caracterizar efetivamente a performance das conversões energéticas que ocorrem numa unidade de geração de eletricidade e de calor, quantificando o valor dos fluxos de energia que percorrem este sistema.

### ANÁLISE TERMOECONÔMICA DOS MÓDULOS DE GERAÇÃO ELÉTRICA E DE COGERAÇÃO

Cada módulo será analisado em três condições de operação, a saber: com o fator de capacidade máximo, com operação em meia carga (50 %) da potência nominal, e operando com apenas 25 % da carga nominal. Visto que as curvas de rendimento, tanto das configurações com turbina a gás como as com turbina a vapor, não serem lineares, optou-se pela utilização dos dados demonstrados em EPRI (1993).

Através da análise exérgica de uma unidade de potência é possível caracterizar de que maneira a exergia disponível no combustível é utilizada e destruída durante os processos de conversão de energia. A exergia disponível é devida à queima de um combustível, empregado como insumo energético.

Será desenvolvida a análise termoeconômica para as configurações de tecnologias e respectivos combustíveis que serão considerados nesta avaliação e apresentados na Tabela I. A escolha das configurações foi realizada a partir de módulos usuais e padronizados, contemplando também, nos custos, o aproveitamento dos gases de escape e vapor d'água, na utilização de processos de cogeração.

A valorização econômica dos fluxos termodinâmicos que percorrem estes ciclos será efetuada para as três condições acima citadas, sempre com enfoque para o aproveitamento do vapor ou dos gases de escape para a cogeração.

Para a definição dos Custos de Capital investidos nos equipamentos, foi utilizado o Fator de Recuperação de Capital (FRC) considerando uma taxa de juros de 12 % ao ano e vida útil de 20 anos. O investimento considerado será o investimento total sem os Juros Durante a Construção (JDC).

O Custo Exérgico ( $c_{ex}$ ) que entra no sistema, fornecido pelo combustível é calculado a partir da seguinte Equação:

$$c_{comb} = \frac{c_{comb}}{\phi \text{ PCI}} \quad (1)$$

TABELA 1 - RESUMO DAS CONFIGURAÇÕES DE GERAÇÃO ANALISADAS

MÓDULO	TECNOLOGIA DE GERAÇÃO	POTÊNCIA (MW)	COMBUSTÍVEL UTILIZADO			
			TIPO	CUSTO COMERCIAL (US\$/kg)	EXERGIA QUÍMICA (kJ/kg)	CUSTO EXERGÉTICO (US\$/MWh)
1	Ciclo Brayton Simples	85	Gás Natural	0,1505	52.052	10,40
2	Ciclo Brayton Simples	168	Gás Natural	0,1505	52.052	10,40
3	Ciclo Combinado	442	Gás Natural	0,1505	52.052	10,40
4	Ciclo Rankine	400	Carvão da Colômbia	0,0460	28.011	5,90
5	Ciclo Rankine	500	Carvão de Candiota	0,0120	14.643	2,95
6	Ciclo Rankine	400	Óleo Combustível Ultraviscoso	0,0650	42.976	5,45
7	Ciclo Diesel	13	Óleo Combustível Leve	0,1549	43.749	12,74

Os cálculos econômicos para a definição dos custos específicos dos fluxos exergéticos foram conduzidos com base na seguinte Equação Geral do balanço de custo:

$$\sum Ex_s c_{ex} = \sum Ex_e c_{ex} + CC_{equip} \quad (2)$$

Serão utilizados nesses cálculos, três critérios para valorização do custo específico do fluxo de exergia, a saber:

- Método da Igualdade: considera-se que o custo específico dos gases de escape tem o mesmo valor que a energia elétrica produzida no gerador, ou seja, o custo da turbina é repartido entre a eletricidade e o vapor/gases de escape:

$$c_{igual} = \frac{Ex_e c_{comb} + CC_{tot}}{Ex_s + W_{ger}} \quad (3)$$

- Método da Extração: o custo específico dos gases de escape tem o mesmo valor do combustível fornecido ao módulo, ou seja, o custo da turbina é descarregado para o custo da eletricidade:

$$c_{extr} = c_{comb} \left( \frac{Ex_e - Ex_s}{W_{ger}} \right) + \frac{CC_{tot}}{W_{ger}} \quad (4)$$

- Método da Eletricidade: apenas a eletricidade é valorizada, sendo os gases de escape considerados como subproduto sem valor comercial.

$$c_{elett} = \frac{Ex_e c_{comb} + CC_{tot}}{W_{ger}} \quad (5)$$

Para os módulos em Ciclo Combinado, os custos obtidos através dos balanços termoeconômicos serão:

- Balanço para o Ciclo a Gás:

$$Ex_{comb} c_{comb} + CC_{turb} = W_1 c_{el1} + Ex_{ge} c_{ge} \quad (6)$$

- Balanço para o Ciclo a Vapor:

$$Ex_{ge} c_{ge} + CC_{Rankine} = W_2 c_{el2} + Ex_{vb} c_{vb} \quad (7)$$

No Ciclo a Gás, aplicando o método da igualdade, onde o custo específico dos gases de escape tem o mesmo valor do custo da eletricidade gerada, tem-se:

$$c_{el1} = c_{ge} = \frac{Ex_e c_{comb} + CC_{turb}}{W_1 + Ex_{ge}} \quad (8)$$

e no Ciclo a Vapor:

$$c_{el2} = \frac{c_{el1}}{\eta_{ex(Rankine)}} + \frac{CC_{Rankine}}{W_2} \quad (9)$$

onde a eficiência exergética ( $\eta_{ex}$ ) é dada pela seguinte expressão:

$$\eta_{ex} = \frac{W_2 + Ex_{vb}}{Ex_{ge}} \quad (10)$$

Na aplicação do método da extração, ou seja, onde os gases de escape tem o mesmo valor que o combustível utilizado, no ciclo a gás será:

$$c_{extr1} = \frac{c_{comb} (Ex_{comb} - Ex_{ge})}{W_1} + \frac{CC_{turb}}{W_1} \quad (11)$$

e no ciclo a vapor:

$$c_{extr2} = \frac{c_{comb}}{\eta_{ex(Rankine)}} + \frac{CC_{Rankine}}{W_2} \quad (12)$$

O custo médio da eletricidade gerada no ciclo combinado é dado pela equação a seguir:

$$c_{elett} = \frac{c_{el1} W_1 + c_{el2} W_2}{W_1 + W_2} \quad (13)$$

Se, entretanto, os gases de escape não forem utilizados, significando que seu valor será nulo, sendo valorizada apenas a energia elétrica, o custo específico será dado por:

$$c_{elett} = \frac{Ex_e c_{comb} + CC_{tot}}{W_1 + W_2} \quad (14)$$

Ressalte-se que no caso onde não haverá cogeração a geração de energia elétrica será superior ao sistema com cogeração, uma vez que a totalidade do vapor gerado será utilizado na turbina a vapor.

Todos os valores de investimentos para os módulos aqui utilizados tiveram como fonte principal o documento produzido pelo EPRI (1993), com exceção do módulo de 500 MW queimando carvão da mina de Candiota, onde os dados foram obtidos junto à Eletrosul (1997), e do módulo em Ciclo Diesel cujo custo de investimento considerado foi obtido em PROMON (1995), através do custo específico de geração.

Como simplificações adotadas para o desenvolvimento dos cálculos aqui apresentados, em todas as configurações, não foram consideradas as perdas de carga e as perdas de calor ao longo dos processos, e o combustível utilizado nos módulos com turbina a



gás e em ciclo combinado, o gás natural foi considerado como sendo composto apenas por metano.

Os preços considerados para os combustíveis líquidos derivados do petróleo, ou seja, o óleo combustível leve tipo IB e o óleo combustível ultraviscoso tipo 9A, foram os constantes na Portaria n.º 145, de 03.07.97, estabelecidos pelo Ministério de Estado da Fazenda.

Com referência ao carvão de Candiota, o preço utilizado é o estabelecido pela Eletrobrás, para esse combustível. Para o carvão da Colômbia, o preço foi o que consta no relatório da

PROMON (1995). O preço considerado para o gás natural e utilizado nos cálculos, foi o valor de referência extra-oficial.

## CARACTERIZAÇÃO DOS MÓDULOS DE GERAÇÃO

Nas Tabelas 2 até 5 são apresentados os custos de investimentos e as principais características técnicas dos módulos termoeletrônicos, divididos por tecnologia de geração. Estes dados balizaram as análises termoeconômicas aqui desenvolvidas.

TABELA 2 - CARACTERÍSTICAS E DADOS DOS MÓDULOS COM TURBINAS A GÁS

DADOS OPERACIONAIS E TÉCNICOS		85 MW	168 MW
Custo Total de Investimento	US\$ * 10 <sup>3</sup>	34.701,73	58.693,06
Fluxo de Massa de Combustível	kg/s	4,9	8,8
Fluxo de Massa do Ar de Combustão	kg/s	293,6	422,8
Fluxo de Massa dos Gases de Combustão	kg/s	298,5	431,6
Poder Calorífico Inferior	kJ/kg	50.050	50.050
Relação de Pressão		12,6	15,2
Temperatura dos Gases na Saida da Turbina	K	783	860
Temperatura Ambiente	K	298	298

Fonte: Black & Veatch, 1994

TABELA 3 - CARACTERÍSTICAS E DADOS DO MÓDULO CICLO COMBINADO

DADOS OPERACIONAIS E TÉCNICOS		
Custo Total de Investimento	US\$ * 10 <sup>3</sup>	202.401,46
CICLO TURBINA A GÁS		
Potência (2 turbinas)	MW	336
Fluxo de Massa dos Gases de Combustão	kg/s	863,2
Preço do Combustível	US\$/kg	0,1505
Relação de Pressão		15,2
Temperatura Ambiente	K	298
CICLO TURBINA A VAPOR		
Potência (1 turbina)	MW	106
Pressão do Vapor na Saida da Caldeira	bar	80
Pressão do Vapor na Saida da Turbina	bar	4
Temperatura do Vapor de Baixa Pressão	K	520

Fonte: Black & Veatch, 1994

TABELA 4 - CARACTERÍSTICAS E DADOS DOS MÓDULOS RANKINE

DADOS OPERACIONAIS E TÉCNICOS		Carvão da Colômbia <sup>(1)</sup>	Carvão de Candiota <sup>(2)</sup>	Óleo Ultra Viscoso <sup>(1)</sup>
Custo Total de Investimento	US\$ * 10 <sup>3</sup>	434.629,87	700.000,00	363.016,34
Eficiência da Caldeira	%	85	85	85
Eficiência do Gerador	%	98	98	98
Eficiência da Turbina	%	75	75	75
Poder Calorífico Inferior	kJ/kg	26.277	13.814	40.181
Pressão de Vapor na Entrada da Turbina	bar	165	165	220
Pressão de Vapor na Saida da Turbina (Cogeração)	bar	4	4	4
Temperatura Ambiente	K	298	298	298
Temperatura de Entrada de Vapor na Turbina	K	811	811	811
Temperatura de Saida de Vapor na Turbina	K	493	493	473

Fonte: <sup>(1)</sup>Black & Veatch, 1994 ; <sup>(2)</sup>Eletrosul, 1997

TABELA 5 - CARACTERÍSTICAS E DADOS DO MÓDULO DIESEL

DADOS OPERACIONAIS E TÉCNICOS		
Custo Total de Investimento	US\$ * 10 <sup>3</sup>	9.243,00
Número de Cilindros	unidades	18
Potência por Cilindro	kW	720
Fluxo de Massa Gases de Combustão	kg/kWh	7,25
Poder Calorífico Inferior	kJ/kg	41.211
Temperatura dos Gases de Exaustão	K	623
Temperatura Ambiente	K	298

Fonte: PROMON, 1994

### ANÁLISE COMPARATIVA DOS MÓDULOS

O cálculo dos custos do fluxo de exergia através da aplicação dos princípios da termoeconomia permite que se identifique os custos envolvidos em cada equipamento analisado, o que possibilita, de forma clara, a identificação e a comparação entre todos componentes, e seus efeitos no custo final do produto. Essa identificação permite que se tenha, de forma objetiva, a identificação do componente de maior custo e, portanto, possível de otimização.

As Tabelas 6 até 8 a seguir apresentadas, compilam as informações referentes às várias configurações analisadas, permitindo melhor observação e sensibilidade dos resultados obtidos através da aplicação dos conceitos de exergia e de termoeconomia.

O critério escolhido para o parâmetro de comparação foi o agrupamento dos módulos obedecendo ao fator de disponibilidade de operação. O fator de disponibilidade deve ser entendido como a simulação desses módulos operando em um regime de complementação termoeétrica num sistema hidrotérmico.

Assim, o despacho de carga desses módulos para o sistema, ou seja, a condição de operação que esses módulos devem seguir, respeitado o critério de menor custo, sem o vertimento de água dos reservatórios, será distribuído em três tipos de regime distintos e possíveis.

Como explicado anteriormente, em todas as configurações analisadas, os cálculos foram efetuados considerando a operação desses módulos com o aproveitamento do vapor/gases de escape para utilização no processo. Portanto, os gases de escape das

turbinas a gás e do motor diesel seriam aproveitados numa caldeira de recuperação bem como o vapor na saída das turbinas a vapor, seriam utilizados.

Cabe aqui ressaltar que a cogeração é prática difundida em vários setores industriais, no entanto, nem sempre se busca uma otimização no uso dos combustíveis empregados, o que provoca perdas desnecessárias e indesejáveis nessas unidades industriais devido à ocorrência de eventuais desequilíbrios entre os requisitos de potência térmica e mecânica (ou elétrica)

A prática da cogeração está mais difundida no setor sucro-alcooleiro, embora a utilização do bagaço de cana não seja efetuada da forma mais adequada. Tal setor detém o maior potencial de cogeração do estado de São Paulo.

A maior disseminação da cogeração ainda não foi conseguida por problemas principalmente de ordem financeira, porque a tarifa a ser paga pela concessionária compradora da energia elétrica excedente, por força legal, não pode ultrapassar o Custo Marginal da Expansão da Geração de Longo Prazo praticado pelo setor elétrico, situado atualmente em US\$ 40,00/MWh. Este valor é em função dos cálculos que a Eletrobrás pressupõe que balizarão os investimentos em Usinas Termoeletricas a Gás Natural.

Na Tabela 6, que apresenta os valores na condição de fator de disponibilidade máximo, os custos específicos dos sistemas de cogeração apresentam valores abaixo do Custo Marginal de Expansão da Geração, em ambos métodos de partição de custos. A observação dos custos de geração apenas da eletricidade demonstra que os valores obtidos permanecem abaixo dos atuais US\$ 40,00/MWh, exceto no Ciclo Rankine com carvão importado da Colômbia.

Considerando os custos mostrados na Tabela 6, se comparados com as tarifas convencionais atualmente praticadas para os grandes consumidores de energia elétrica, mostrados na Tabela 9, observa-se então, que os obtidos através da análise termoeconômica se mostram competitivos.

Com o fator de disponibilidade de 50 %, apresentados na Tabela 7, os valores obtidos através da partição de custos pelo método da igualdade, se mantém abaixo dos valores das tarifas convencionais acima descritas. A exceção é dada pelo Ciclo Diesel.

A Tabela 8, que mostra os custos específicos para a condição de operação com fator de disponibilidade de 25 %, apresenta significativo aumento nos valores do Ciclo Brayton operando em ciclo simples, que utiliza gás natural, principalmente no método da extração, dado o preço comercial desse combustível.

TABELA 6 - CUSTOS ESPECÍFICOS DE ELETRICIDADE E VAPOR/GASES DE ESCAPE - (FATOR DE DISPONIBILIDADE MÁXIMO)

MÓDULO	MÉTODO DA IGUALDADE		MÉTODO DA EXTRAÇÃO		MÉTODO DA ELETRICIDADE (US\$/MWh)
	ELETRICIDADE (US\$/MWh)	VAPOR/GASES DE ESCAPE <sup>(1)</sup> (US\$/t)	ELETRICIDADE (US\$/MWh)	VAPOR/GASES DE ESCAPE <sup>(1)</sup> (US\$/t)	
1	20,56	1,52	30,64	2,27	40,97
2	20,10	1,70	28,08	2,38	36,65
3	23,56	7,00	34,06	10,72	28,96
4	27,84	11,53	37,13	15,38	44,42
5	21,17	8,77	29,47	12,21	36,66
6	25,01	10,33	34,03	14,05	38,86
7	30,24	1,02	35,25	1,19	38,90

Notas: (1) Módulos 1, 2 e 7 se referem aos gases de escape; Módulos 3, 4, 5 e 6 se referem ao vapor

TABELA 7 - CUSTOS ESPECÍFICOS DE ELETRICIDADE E VAPOR/GASES DE ESCAPE - (FATOR DE DISPONIBILIDADE = 0,50)

MÓDULO	MÉTODO DA IGUALDADE		MÉTODO DA EXTRAÇÃO		MÉTODO DA ELETRICIDADE (US\$/MWh)
	ELETRICIDADE (US\$/MWh)	VAPOR/GASES DE ESCAPE <sup>(1)</sup> (US\$/t)	ELETRICIDADE (US\$/MWh)	VAPOR/GASES DE ESCAPE <sup>(1)</sup> (US\$/t)	
1	30,00	2,22	56,86	4,21	71,13
2	29,70	2,52	52,74	4,47	65,17
3	38,63	13,61	61,59	18,04	49,43
4	35,27	14,61	48,28	20,00	59,18
5	30,74	12,73	43,84	18,16	55,68
6	31,17	12,87	43,42	17,93	51,19
7	49,82	1,68	55,71	1,88	57,74

Notas: (1) Módulos 1, 2 e 7 se referem aos gases de escape; Módulos 3, 4, 5 e 6 se referem ao vapor

TABELA 8 - CUSTOS ESPECÍFICOS DE ELETRICIDADE E VAPOR/GASES DE ESCAPE - (FATOR DE DISPONIBILIDADE = 0,25)

MÓDULO	MÉTODO DA IGUALDADE		MÉTODO DA EXTRAÇÃO		MÉTODO DA ELETRICIDADE (US\$/MWh)
	ELETRICIDADE (US\$/MWh)	VAPOR/GASES DE ESCAPE <sup>(1)</sup> (US\$/t)	ELETRICIDADE (US\$/MWh)	VAPOR/GASES DE ESCAPE <sup>(1)</sup> (US\$/t)	
1	56,11	4,15	145,22	10,75	165,52
2	55,10	4,67	128,72	10,91	145,86
3	81,39	33,32	150,28	43,26	111,05
4	51,98	21,53	73,37	30,39	92,40
5	52,26	21,65	76,17	31,65	98,48
6	45,02	18,59	64,56	26,66	78,93
7	168,12	5,66	180,48	6,08	181,49

Notas: (1) Módulos 1, 2 e 7 se referem aos gases de escape; Módulos 3, 4, 5 e 6 se referem ao vapor

TABELA 9 - TARIFAS DE FORNECIMENTO DE ENERGIA ELÉTRICA (CONVENCIONAL)

	DISCRIMINAÇÃO	CONSUMO (R\$/MWh)
A2	88 a 138 kV	31,76
A3	69 kV	34,24
A3a	30 a 44 kV	69,10
A4	2,3 a 25 kV	71,64

## CONCLUSÕES

Empreendimentos termoeletrônicos se tornam atraentes porque são projetos que envolvem capital menos intensivo quando comparado à opção hidroelétrica, baixo tempo de maturação do projeto, facilidade de modularização de equipamentos, custos dos equipamentos preponderantemente menores em relação aos custos de obras civis.

Os critérios de partição aqui utilizados para a obtenção dos custos específicos, baseados no conceito da Segunda Lei da Termodinâmica, demonstram que o custo definido pela exergia e não pela energia, traz o benefício da valorização efetiva das utilidades produzidas. A utilização do método da exergia para a quantificação do desempenho de uma unidade térmica de

potência torna possível a identificação da magnitude e as reais causas de perdas termodinâmicas em cada equipamento.

As Tabelas de 6 a 8, anteriormente apresentadas, demonstram que através da aplicação da termoeconomia, a análise comparativa entre as opções tecnológicas de módulos térmicos de potência e cogeração é mais representativo uma vez que a comparação é efetuada sobre a máxima capacidade de realizar trabalho dos combustíveis utilizados.

O método de partição pela igualdade, onde o vapor e a energia elétrica cogerada tem o mesmo valor, pode ser do interesse da indústria que emprega cogeração e não gera excedente de energia elétrica. Inversamente, o método da extração é mais apropriado para aquelas indústrias onde há excedente de energia elétrica.

## LISTA DE SÍMBOLOS

**c, C** : custo específico (\$/kJ), custo (\$ ou \$/s)

**CC** : custo de capital (\$)

**ex, Ex** : exergia específica (kJ/kg), fluxo de exergia (kW)

**PCI** : poder calorífico inferior (kJ/kg)

**T** : temperatura (K)

- W** : potência (kW)  
 **$\eta$**  : rendimento  
 **$\varphi$**  : relação entre exergia química e poder calorífico inferior

#### **SUBSCRITO**

- comb** : referente ao combustível em base exergética  
**e** : entrada  
**el** : referente a energia elétrica  
**eletr** : referente ao método de partição de custos considerando apenas a eletricidade como produto  
**equip** : equipamento  
**ex** : exergia  
**extr** : referente ao método de partição de custos por extração  
**ge** : gases de escape na saída da turbina a gás  
**ger** : gerada, gerador  
**igual** : referente ao método de partição de custos por igualdade  
**s** : saída  
**tot** : total  
**turb** : turbina  
**v** : referência genérica ao vapor  
**vb** : vapor de baixa pressão

#### **BIBLIOGRAFIA**

- Bejan, A., Tsatsaronis, G., Moran, M., 1996, "Thermal Design & Optimization", John Wiley, New York.  
 Black & Veatch, 1994, "BHP New Ventures Southeast Brazil

Project - Capital and Operating Cost Data for Power Generation Options", Final Report, São Paulo.

Eletrosul, 1997, Florianópolis. (comunicação pessoal).

EPRI, 1993., "TAG Technical Assessment Guide - Electricity Supply - 1993", vol. 1. Rev. 7. Palo Alto.

Kotas, T. J., 1985, "The Exergy Method of Thermal Plant Analysis", Butterworths, London.

Peral Cespedes, J. F., Oliveira Júnior, S., 1995, "Cogeração no Setor Terciário: Análise Exergética e Termoeconômica". in: *Workshop Potencialidades das Tecnologias de Cogeração em São Paulo, Brasil*, São Paulo.

PROMON/PSR, 1995. "Elaboração de Estudos Visando Formulação de um Plano Diretor de Usinas Termoeletricas no Estado de São Paulo", Relatório Geral, São Paulo.

Vieira, S., 1998, "Estudo de Configurações de Sistemas Térmicos de Geração de Energia Elétrica Através da Análise de Exergia e de Termoeconomia", Dissertação de Mestrado, Instituto de Eletrotécnica e Energia, Universidade de São Paulo, São Paulo.

#### **ABSTRACT**

This paper presents the thermoeconomic evaluation of seven power and heat generation modules, based on the binomial "technology - fuel." Each module configuration is analysed in three operation conditions: maximum capacity factor, half power load and 25 % of the nominal electric load. The thermoeconomic analysis evaluates the products costs of electricity and steam or hot gases (gas turbine or diesel engine), using the equality and extraction cost partition methods.



**EFICIÊNCIA E GERAÇÃO DE ENTROPIA EM SISTEMAS DE TUBOS ALETADOS COLETORES DE ENERGIA SOLAR**

**Marcio Bueno dos Santos**

Laboratório de Integração e Testes - LIT  
 Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE  
 12227-010 São José. dos Campos - SP - Brasil

**Sergio Mourão Saboya**

Departamento de Energia - Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA

**SUMÁRIO**

*Este artigo estuda a eficiência de coletores solares de tubos aletados usados em satélites artificiais e a relação desta eficiência com a geração de entropia nas aletas. O modelamento matemático do problema de transferência de calor no coletor leva a um sistema não linear de equações integro-diferenciais, que foi resolvido numericamente. Esta solução dá a eficiência do coletor, a qual é apresentada em função dos parâmetros físicos e geométricos do coletor. Mostra-se também que a mínima geração de entropia nas aletas, num coletor cujas características são submetidas a restrições, corresponde a uma eficiência ótima, isto é, a um valor da eficiência que é vantajosa do ponto de vista da coleta de energia solar.*

**INTRODUÇÃO**

Sistemas de tubos aletados têm uma ampla gama de utilização em satélites artificiais, tanto como dispositivos de coleta de energia, como para controle térmico. A ausência de convecção no espaço torna de crucial importância o tratamento o mais realista possível da radiação trocada entre as superfícies que constituem o sistema. Os usuais e simplificados modelos de corpos negros e cinzas não são satisfatórios e, além disso, não permitem a análise de superfícies seletivas.

Uma formulação fisicamente realista do problema consiste no emprego do chamado "modelo de duas bandas" para a radiação solar (Sparrow e Cess, 1978). Exemplos de aplicação de tal modelo, em configurações diferentes da do presente artigo, são mostradas em Franca (1983), Saboya (1987) e Saboya e Saboya (1996).

Os objetivos do presente artigo são:

- a) determinar a eficiência de coletores solares de tubos aletados;
- b) determinar a eficiência ótima utilizando-se como critério de projeto a mínima geração de entropia, numa configuração dos parâmetros do sistema submetida a restrições.

A figura 1 esquematiza um sistema coletor de tubos aletados. A radiação solar,  $H_{sol}$ , incide direta e perpendicularmente à aleta, ao mesmo tempo que atinge as superfícies dos tubos. No presente trabalho considerou-se que  $H_{sol}$  incide apenas em um dos lados do aparato, sendo o outro adiabático. A energia coletada na superfície da aleta é transferida por condução até os tubos, onde, juntamente com a parcela de energia solar que atinge a superfície destes, é transmitida ao fluido em escoamento neles. Trata-se, pois, de um problema de interação radiativa entre as superfícies dos tubos e da aleta, acoplado com condução na aleta. A formulação matemática leva a um sistema de equações integro-diferenciais não lineares de significativa complexidade, e que exige uma solução numérica.

Atualmente existe um grande interesse na análise de problemas térmicos utilizando-se a 2ª lei da termodinâmica como critério de projetos. Isto é mostrado nos trabalhos de Bejan (1982), Bejan (1996a), Bejan (1996b), Bejan et al. (1996). Estes trabalhos discutem diversos problemas nos quais o método é

aplicado e apresentam vasta bibliografia sobre o assunto. Entretanto, nos problemas que envolvem radiação térmica, provavelmente devido à complexidade matemática já referida, os resultados são escassos, destacando-se os artigos de Edgerton (1980) e Petela (1964). Nenhum desses artigos trata, entretanto, do problema de quantificar, isto é, calcular a geração de entropia que é o passo indispensável ao tentar-se uma possível otimização.

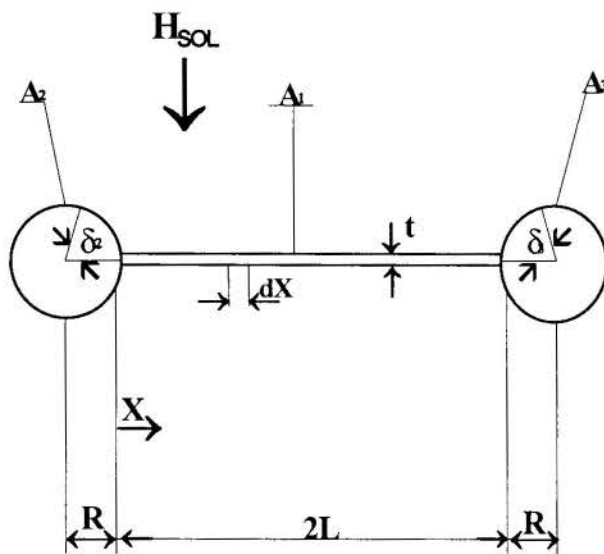


Figura 1 - Sistemas radiantes de tubos aletados

Na presente pesquisa, a solução do sistema integro-diferencial forneceu as distribuições de temperaturas nas aletas e possibilitou o cálculo da eficiência do coletor. Em seguida, utilizando-se ainda os resultados da solução numérica, foi calculada a geração interna de entropia na aleta do coletor. O conhecimento da geração de entropia é necessário para a realização de projetos otimizados de sistemas aletados, objetivando-se determinar condições de mínima geração de

entropia. Mostrou-se que essas condições correspondem a situações vantajosas do ponto de vista da coleta de energia solar.

## FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A formulação matemática do problema de transferência de calor no sistema é apresentada nas equações (1) a (5) abaixo. Para esta formulação considerou-se regime permanente, meios não participantes, reflexão e emissão difusa e ausência de convecção nas superfícies. A solução deste sistema fornece as informações necessárias para o cálculo das taxas de transferência de calor e da geração de entropia.

Nas equações apresentadas o índice  $s$  refere-se às ondas curtas e o índice  $i$  ao infravermelho. Os índices numéricos referem-se às superfícies radiantes do sistema, definidas na figura 1.

Em termos adimensionais as equações integrais das radiosidades nas superfícies são:

$$\beta_{s1} = (1 - \varepsilon_{s1}) \left[ \int_{\delta_2=0}^{\delta_2(X)} \beta_{s2} dF_{dA_1 \rightarrow dA_2} + \int_{\delta_3=0}^{\delta_3(X)} \beta_{s2} dF_{dA_1 \rightarrow dA_3} + H \right] \quad (1)$$

$$\beta_{s2} = (1 - \varepsilon_{s2}) \left[ \int_{x=x(\delta_2)}^2 \beta_{s1} dF_{dA_2 \rightarrow dA_1} + \int_{\delta_3=0}^{\delta_3(\delta_2)} \beta_{s2} dF_{dA_2 \rightarrow dA_3} + H \cdot \text{sen}(\delta_2) \right] \quad (2)$$

$$\beta_{i1} = \varepsilon_{i1} \theta^4 + (1 - \varepsilon_{i1}) \left[ \int_{\delta_2=0}^{\delta_2(X)} \beta_{i2} dF_{dA_1 \rightarrow dA_2} + \int_{\delta_3=0}^{\delta_3(X)} \beta_{i2} dF_{dA_1 \rightarrow dA_3} \right] \quad (3)$$

$$\beta_{i2} = \varepsilon_{i2} + (1 - \varepsilon_{i2}) \left[ \int_{x=x(\delta_2)}^2 \beta_{i1} dF_{dA_2 \rightarrow dA_1} + \int_{\delta_3=0}^{\delta_3(\delta_2)} \beta_{i2} dF_{dA_2 \rightarrow dA_3} \right] \quad (4)$$

Nas equações acima já se levou em conta que, devido à simetria,  $\beta_{s3} = \beta_{s2}$  e  $\beta_{i3} = \beta_{i2}$ .  $dF_{dA_k \rightarrow dA_j}$  são os fatores de forma ( $k, j = 1, 2, 3$ );  $\delta_2(X)$ ,  $\delta_3(X)$ ,  $\delta_3(\delta_2)$  e  $X(\delta_2)$  levam em conta os respectivos limites de

visibilidade entre os tubos e aleta. Uma discussão completa da determinação dos fatores de forma encontra-se em Sotos e Stockman(1964). Aplicando-se a conservação da energia ao elemento  $dx$  (figura 1) obtém-se a equação diferencial da distribuição de temperaturas na aleta, apresentada abaixo também em forma adimensional.

$$\frac{d^2 \theta}{dX^2} = Nc \left[ \frac{\varepsilon_{i1}}{1 - \varepsilon_{i1}} (\theta^4 - \beta_{i1}) - \frac{\varepsilon_{s1}}{1 - \varepsilon_{s1}} \beta_{s1} \right] \quad (5)$$

As condições de contorno da equação (5) são:

$$\begin{aligned} X = 0 & \quad \theta = 1 \\ X = 1 & \quad d\theta/dX = 0 \end{aligned}$$

A taxa total adimensional de transferência de calor do sistema de tubos aletados é:

$$NQ_{tot} = NQ_1 + NQ_t \quad (6)$$

onde:

$$NQ_1 = \int_0^1 Nq_{rad1} dX \quad (7)$$

$$NQ_t = \frac{R}{L} \int_0^2 \left[ \frac{\varepsilon_{i2}}{1 - \varepsilon_{i2}} (1 - \beta_{i2}) - \frac{\varepsilon_{s2}}{1 - \varepsilon_{s2}} \beta_{s2} \right] d\delta_2 \quad (8)$$

A eficiência de primeira lei do coletor ( $\eta_c$ ), é definida como a razão entre a taxa total de transferência de calor absorvida pelo sistema pela taxa de energia solar incidente que chega no coletor:

$$\eta_c = \frac{NQ_{tot}}{\left(1 + \frac{R}{L}\right) H} \quad (9)$$

A Segunda lei da termodinâmica em termos de geração de entropia é (Bejan, 1982):

$$Sg = S_2 - S_1 - \int_1^2 \frac{dQ}{T} \geq 0 \quad (10)$$

Na equação (10)  $S_2 - S_1$  é a variação de entropia do sistema e  $dQ/T$  é a transferência de entropia para o sistema provocada pela transferência de calor.  $Sg$  mede a irreversibilidade do processo entre os estados 1 e 2 de um sistema: -quanto maior  $Sg$  "mais" irreversível é o processo. Nos processos reversíveis  $Sg=0$ . A equação (10) aplicada à aleta (Bejan, 1982 ou Bejan, 1988) é:

$$Sg_1 = \int_0^L \frac{q_{rad1}}{T(x)} w dx - \frac{Q_1}{T_h} \quad (11)$$

Em (11) a primeira parcela do lado direito é a irreversibilidade devida à transferência de calor por radiação na aleta, e a segunda é a irreversibilidade devida à condução.

Em termos adimensionais a equação (11) fica da seguinte forma:

$$NSg_1 = Nc \left[ \int_0^1 \frac{Nq_{rad_1}}{\theta} dX - NQ_l \right] \geq 0 \quad (12)$$

onde:

$$Nq_{rad_1} = \left[ \frac{\epsilon_{i1}}{1 - \epsilon_{i1}} (\theta^4 - \beta_{i1}) - \frac{\epsilon_{s1}}{1 - \epsilon_{s1}} \beta_{s1} \right] \quad (13)$$

Nas equações (1) a (13) tem-se:

$$X = \frac{x}{L}; \quad \theta = \frac{T}{T_b}; \quad Nc = \frac{L^2 \sigma T_b^3}{kt}; \quad \beta = \frac{B}{\sigma T_b^4};$$

$$H = \frac{H_{sol}}{\sigma T_b^4}; \quad NQ_1 = \frac{Q_1}{Lw\sigma T_b^4}; \quad NQ_l = \frac{Q_l}{Lw\sigma T_b^4};$$

$$NSg_1 = \frac{Sg_1 L}{kt} \frac{L}{w}; \text{ sendo:}$$

L o comprimento da aleta,  $T_b$  a temperatura na base da aleta e na superfície dos tubos (constante), t a espessura da aleta, k a condutividade térmica,  $\sigma$  a constante de Stefan-Boltzmann, B a radiosidade,  $H_{sol}$  radiação solar incidente, w a dimensão longitudinal do sistema,  $Q_l$  taxa de transferência de calor no tubo,  $Q_1$  é o calor transferido na base ou raiz da aleta,  $Q_{rad_1}$  é o fluxo de calor de radiação na aleta,  $Sg_1$  é a geração de entropia na aleta e  $\epsilon_{ij}$  e  $\epsilon_{sj}$  são as emissividades das superfícies no infravermelho e no solar, respectivamente. Para obter-se maiores detalhes desta formulação consulte-se Santos (1996) ou Santos e Saboya (1997).

## MÉTODO NUMÉRICO DE SOLUÇÃO

O sistema constituído pelas equações (1) a (5), que é um sistema integro-diferencial não linear, é formado por duas partes que são desacopladas matematicamente. A primeira parte, formada pelas equações (1) e (2), que são as equações das radiosidades no espectro solar (ondas curtas), é linear. A segunda, pelas equações (3), (4) e (5), que são as equações das radiosidades no espectro infravermelho (ondas longas) e pela equação diferencial e respectivas condições de contorno, é não linear, devido à presença do termo  $\theta^4$ .

O desacoplamento da parte linear em relação ao resto do sistema permite que as equações (1) e (2) possam ser resolvidas separadamente, fornecendo o "input" necessário para a parte não linear. A solução da parte linear foi obtida através do método das substituições sucessivas (Saboya, 1987), utilizando-se a regra de Simpson para a integração numérica. O tratamento da parte não linear é mais complicado, pois exige a solução simultânea das equações integrais (3) e (4) e da equação diferencial (5). O procedimento utilizado foi combinar o método das substituições sucessivas nas equações integrais com uma solução iterativa da equação diferencial. Para tanto foi feita uma linearização do termo  $\theta^4$  (Saboya, 1987), baseada num desenvolvimento em série de Taylor em torno de uma estimativa,  $\theta_c$ , do valor da temperatura  $\theta$ . Para esta estimativa as equações (3), (4) e (5) formavam um sistema linear, no qual aplicavam-se às equações integrais as substituições sucessivas e à equação diferencial o método de diferenças finitas. Em cada iteração era verificado se o

valor de  $\theta_c$  era igual a  $\theta$  dentro de uma tolerância especificada. Caso não fosse fazia-se  $\theta$  igual a  $\theta_c$  e repetia-se o processo até obter-se a convergência. Maiores detalhes do método podem ser obtidos em Saboya(1987).

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

**Eficiência de coletores.** A seguir será feita a apresentação de resultados obtidos através do método numérico apresentado anteriormente, para uma faixa de valores de Nc e R/L, com os respectivos valores de  $\epsilon_1=0,2$ ,  $\epsilon_s=0,8$  e  $H=1,5$ .

A eficiência do coletor é mostrada na figura 2. Pode-se observar que ela decresce com o crescimento de Nc para um dado R/L, isto é, para Nc pequenos tem-se maior eficiência. Por outro lado, a eficiência cresce com o crescimento de R/L para um dado Nc, isto é, para R/L maiores tem-se maior eficiência do coletor. Isto resulta do aumento das taxas de transferência de calor do tubo com o aumento de sua área. Maiores diferenças nos valores

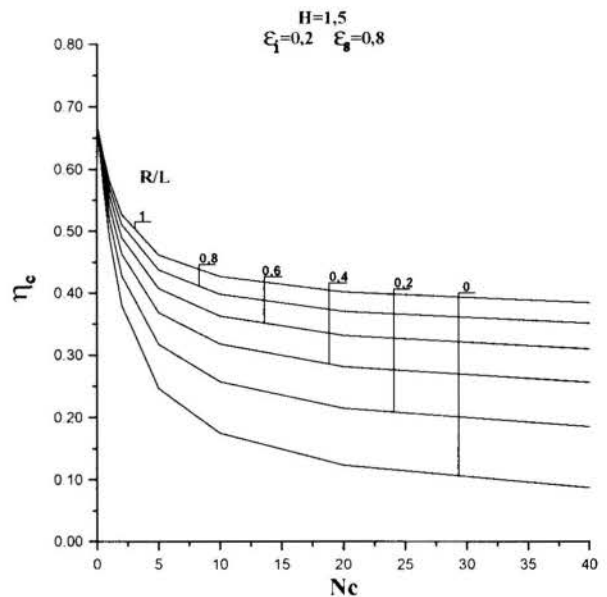


Figura 2 – Eficiência de coletores

da eficiência do coletor ocorrem para altos valores de Nc. Isto se deve ao baixo valor do desempenho da aleta (figura 3). Nestas condições prevalece o efeito dos tubos, que coletam uma parcela muito maior de energia em relação às aletas. Um melhor esclarecimento deste comportamento é feito pela análise da figura 4, que mostra o efeito dos tubos na eficiência do coletor. Este efeito é mostrado pela relação entre a eficiência do coletor,  $\eta_c$ , e a eficiência,  $\eta_{co}$ , de uma placa plana (um coletor sem tubos, portanto) com as mesmas características radiativas e mesmo Nc. Observe-se que este efeito é significativo para valores de Nc acima de 1. Para Nc's maiores que 1 o efeito do tubo tende a ocasionar uma maior variação de  $\eta_c/\eta_{co}$  com R/L, quanto maior for o Nc. Esta maior variação resulta da predominância das taxas de transferência de calor no tubo sobre as taxas de transferência de calor na aleta. Em outras palavras: o desempenho da aleta nestas condições tende a diminuir, tornando-se pequeno com R/L grandes.

Outros resultados nos quais são analisados os efeitos de variações de H e das emissividades são encontrados em Santos(1996).

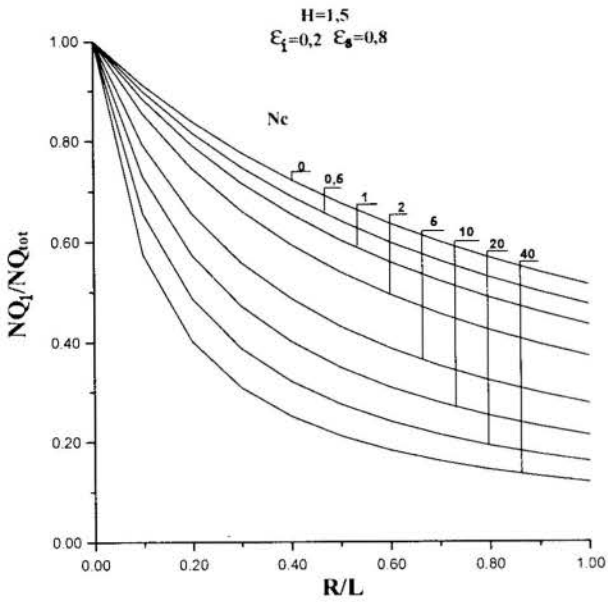


Figura 3 – Desempenho das aletas absorvedoras

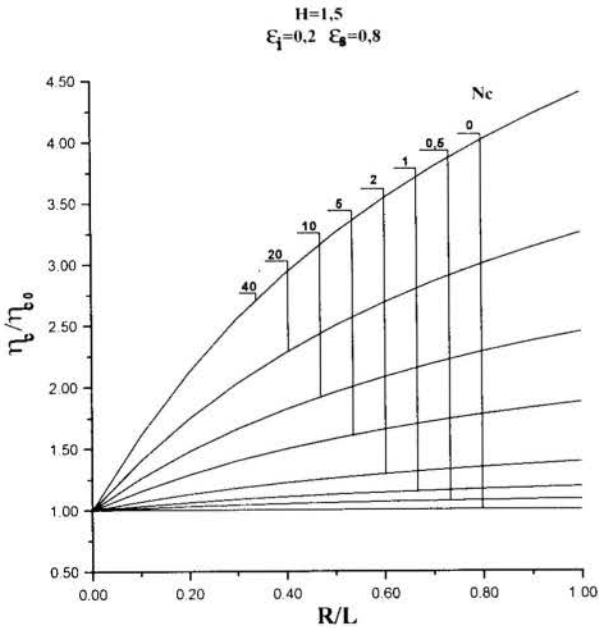


Figura 4 – Efeito dos tubos nas eficiências de coletores

no mínimo uma certa eficiência, mas deseja utilizar materiais mais baratos (materiais com  $Nc$ 's maiores, admitindo-se que a variação em  $Nc$  seja provocada pela condutividade térmica e que materiais com condutividades térmicas menores sejam mais caros). Na figura 5 tem-se o exemplo de tal situação. As restrições impostas são  $Nc \geq 0.725$  e  $\eta_c \geq 0.587$ . O ponto de mínima geração de entropia que satisfaz as restrições está destacado na figura 5 e é  $NSg_1 = 0.086$ . Mas a observação mais importante é que este ponto, corresponde à relação  $NQ_1/NQ_{tot}$  máxima, isto é, ao melhor desempenho possível das aletas de sistemas coletores que obedecem às restrições impostas. Este fato pode ser melhor entendido examinando-se a figura 6, que é uma versão simplificada da figura 5. Na figura 6 a região hachurada é a região das restrições que satisfaz o problema. O sentido do aumento das diversas grandezas é indicado pelas setas. Um estudo dessa figura mostra claramente que o mínimo valor da geração de entropia para sistemas coletores, satisfazendo às restrições, é também o valor máximo de  $NQ_1/NQ_{tot}$ . O ponto indicado pela estrela é a solução do problema e tem como parâmetros ótimos  $Nc = 0.7250$  e  $R/L = 0.65$ , e que corresponde a um coletor cuja a eficiência é  $\eta_c = 0.587$ . Outros exemplos de projetos otimizados similares estão em Santos (1996).

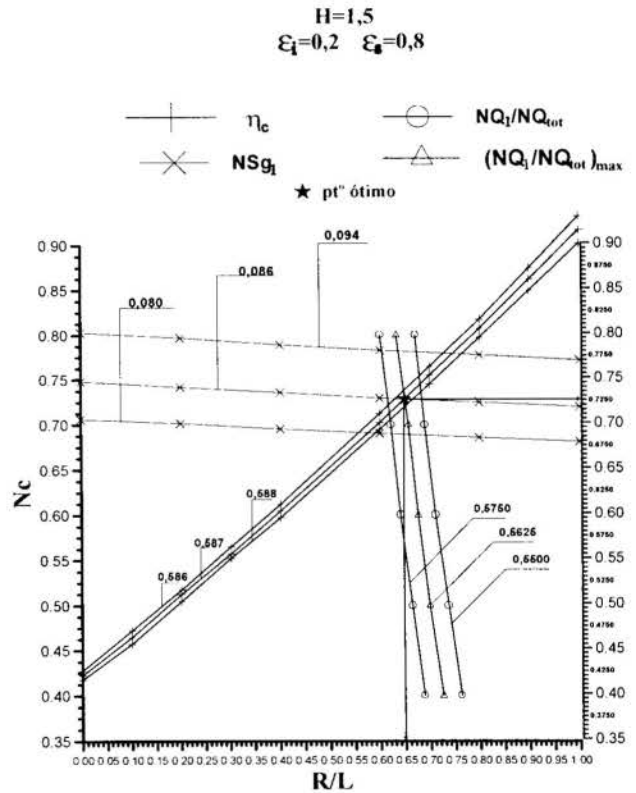


Figura 5 – Ponto de mínima geração de entropia

**Geração de entropia na aleta.** O estudo da geração de entropia nas aletas dá oportunidade à determinação mínimas dessa geração em coletores que são submetidos a certas restrições nos valores dos seus parâmetros físicos e geométricos. Deseja-se, por exemplo que num coletor tenha-se  $Nc \geq \text{constante}$  e  $\eta_c \geq \text{constante}$  e que também a geração de entropia seja mínima. Este problema corresponde a uma situação (descrita em termos adimensionais) em que o projetista necessita que o coletor tenha



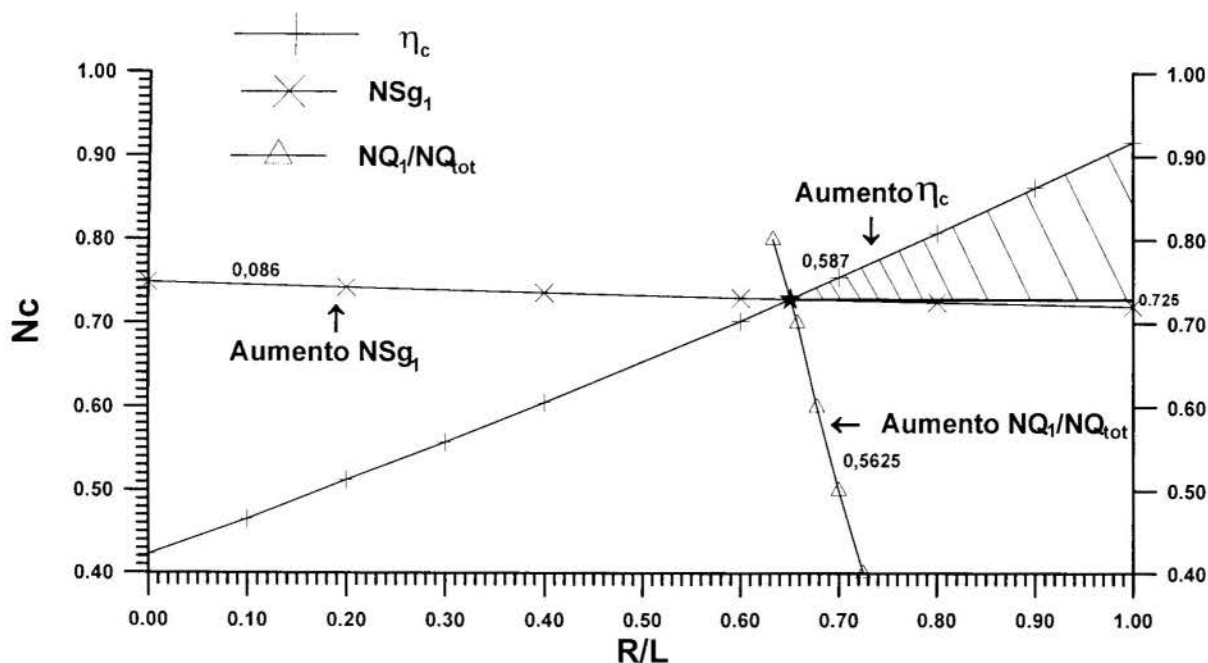


Figura 6 – Solução do problema de otimização em sistemas coletores

## CONCLUSÕES

Os resultados obtidos mostraram que o método da minimização da geração de entropia aplicada a problemas de radiação conduz a parâmetros de projeto que são favoráveis ao desempenho do coletor. Mostrou-se que o mínimo da geração de entropia, no caso em que existem restrições nos parâmetros físicos e geométricos do sistema, leva a um valor da eficiência do coletor o qual corresponde a um máximo no desempenho da aleta. Estabeleceu-se, portanto, uma ligação entre um parâmetro típico de projeto – a eficiência do coletor – com uma grandeza resultante da segunda lei da termodinâmica – a geração de entropia. Isto mostra que o projetista pode efetivamente utilizar o critério de minimização de entropia como ferramenta.

Os resultados das eficiências apresentadas em função dos parâmetros físicos e geométricos do sistema também são úteis, pois esclarecem a importância relativa que estes parâmetros têm no desempenho do coletor, permitindo ao projetista uma maior flexibilidade na especificação do sistema desejado. Nesse particular cumpre destacar a importância dos tubos na eficiência do coletor e a sua relação com o desempenho da aleta (figura 4).

## REFERÊNCIAS

- Bejan, A., 1982. "Entropy Generation through Heat and Fluid Flow", Wiley, New York.
- Bejan, A., 1988. "Advanced Engineering Thermodynamics", Wiley, New York.
- Bejan, A., Tsatsaronis, G. and Moran, M., 1996. "Thermal Design and Optimization", Wiley, New York.
- Bejan, A., 1996a. "Entropy Generation Minimization: The New Thermodynamics of Finite-Size Devices and Finite-Time", Processes, *Journal of Applied Physics*, Vol 79, nº 3, pp 1191-1218.
- Bejan, A., 1996b. "Entropy Generation Minimization", CRC Press, Boca Raton.

Edgerton, R. H., 1980. "Second Law and Radiation", *Energy Int. Journal*, 5, 693.

Franca, L.L.C.P., 1983. "Aplicação do Modelo de Duas Bandas na Formulação de um Aparato em Forma de Colméia de Abelha para Absorver Energia Solar", Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC, Rio de Janeiro.

Petela, R., 1964. "Exergy of Heat Radiation", *Journal of Heat Transfer*, 86, pp. 187-192.

Saboya, S.M., 1987. "Análise Térmica de Coletor Solar com Absorvedor Aletado". Tese de Doutorado, ITA, São José dos Campos.

Saboya, S.M. e Saboya, F.E.M., 1996. "Eficiência de Coletores Solares com Absorvedores Aletados", *VI Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas (ENCIT96)*, Florianópolis, SC, Vol. III, pp. 1621-1626.

Santos, M. B., 1996. "Análise Térmica e de Geração de Entropia em Sistemas de Tubos Aletados", Tese de Doutorado, ITA, São José dos Campos.

Santos, M. B. e Saboya, S.M., 1997. "Geração de Entropia em Sistemas Radiantes de Tubos Aletados", *XII Congresso Brasileiro De Engenharia Mecânica (COBEM 97)*, Bauru, SP, Anais (CD), Associação Brasileira de Ciências Mecânicas.

Sotos, C.J. and Stockman, N.O., 1964. "Radiant-Interchange View Factors and Limits of Visibility for Differential Cylindrical Surfaces with Parallel Generating Lines", NASA TN D-2556.

Sparrow, E.M. and Cess, R.D., 1978. "Radiation Heat Transfer", Augmented Edition, Hemisphere, Washington.

## SUMMARY

This paper studies the efficiency of a finned tube solar collector used in artificial satellites and the relation of this efficiency with the entropy generation in the fin. The mathematical modeling of heat transfer in the collector leads to a non-linear integro-differential system of equations, which is solved numerically. The

solution gives the efficiency, which is presented as function of geometrical and physical characteristics of the collector. It is also shown that a minimum entropy generation in the fins, in a collector, whose characteristics are subjected to constraints, corresponds to an optimum efficiency, that is, an efficiency value advantageous to collector performance.

## MAXIMUM SECOND LAW EFFICIENCY IN SOLAR EJECTOR REFRIGERATORS

Jose V. C. Vargas\*, George Stanescu\*, John S. Fleming\*\*, Jose M. M. Silva\*\*\*, Oswaldo H. G. Branco\*

\* Mechanical Engineering Department, Federal University of Parana, 81531-990 - Curitiba - PR - Brazil, \*\* Mechanical Engineering Department, University of Strathclyde, Glasgow G1 1XJ, Scotland, UK, \*\*\* LAC/COPEL Power Company of Parana, 80001-970 - Curitiba - PR - Brazil

### SUMMARY

This paper considers the basic thermodynamics problem of how to extract maximum refrigeration effect from a solar ejector refrigerator. The existence of an optimal refrigerant flow rate for maximum refrigeration is investigated. The analysis proceeds relating the entropy generation rate, the physical and operating parameters, and constrains of the system, through fundamental heat transfer principles. Afterwards, a thermodynamics analysis determines the optimal characteristics that lead to minimum entropy generation. The second law efficiency is identified as the appropriate figure of merit for the thermodynamic optimum.

### INTRODUCTION

The method of entropy generation minimization has emerged during the last two decades as a distinct subfield in heat transfer (e.g., Bejan, 1982, 1988, 1996). The method consists of the simultaneous application of heat transfer and thermodynamics principles in the pursuit of realistic models of heat transfer processes, devices, and installations. By "realistic" models we mean models that account for the inherent irreversibility of heat, mass, and fluid flow processes. In engineering, the entropy generation minimization method is known also as thermodynamic optimization and thermodynamic design. It has been applied extensively, for example, to the optimization of the storage and retrieval of solar energy (e.g., Adebisi and Russell, 1987; Krane, 1987; Charach, 1993; Bellecci and Conti, 1994; Bejan, 1994).

The importance and growth of this field are further illustrated by the emergence of a similar activity more recently in physics. The physics work is usually referred to as thermodynamics in finite time (Andresen et al., 1984), and its methodology is precisely the same combination of heat transfer and thermodynamics. Some of the most fundamental results refer to the optimization of power plants and refrigeration plants with heat transfer irreversibilities. In the power generation area, the focus was on the regime for the production of maximum instantaneous power (Chambadal, 1957; Novikov, 1957; El-Wakil, 1962, 1971; Curzon and Ahlborn, 1975), which is equivalent to the regime of minimum entropy generation rate (see Bejan, 1996, pp. 227-232).

In the refrigeration area the models that have been optimized based on this method had power input and heat rejection to the ambient (Bejan, 1989), as in the case of the vapor compression cycle (Klein, 1992; Radcenco et al., 1994). They were optimized by maximizing the refrigeration load (rate of heat extraction from the cold space), which is the same as minimizing the rate of entropy generation of the cold space of the refrigeration plant.

In this paper it is considered the basic thermodynamics problem of how to extract maximum refrigeration effect from a solar ejector refrigerator. The actual installation is shown schematically in Fig. 1. A single-phase stream of water is heated up by a solar collector, which has the mass flow rate  $\dot{m}$  and the initial temperature  $T_w$ . The liquid water has a nearly constant specific heat,  $c_w$ . The temperature of this stream decreases as it serves as heat input to the solar refrigerator. The goal is to maximize the refrigeration effect  $\dot{Q}_L$ , or to minimize the total rate of entropy generation of the solar refrigerator. A previous study has dealt with the optimal area allocation in heat driven

refrigerators for maximum refrigeration effect through an endoreversible model, i.e., without analyzing the characteristics of the working fluid (Bejan et al., 1995).

### THEORY

The hot heat exchanger shown in Fig. 2 has a hot water side and a refrigerant side, such that the refrigerant receives the heat input, i.e., the fluid that later completes the refrigeration cycle. The refrigerator operates irreversibly. The mass flow rate of this second stream,  $\dot{m}_r$ , is not fixed. The transfer of heat from the hot water to the refrigerant stream occurs across a surface of area  $A$ , which is considered to be constrained. The temperature difference across this surface is responsible for the irreversibility of the hot heat exchanger, that causes a reduction in the refrigeration effect. It is assumed the rest of the refrigerator operates reversibly, in order to study and minimize the hot heat exchange irreversibility. Figure 2 shows the details of the assumed configuration. The pressure drops of the two streams are also assumed negligible.

The design issue in this problem is to identify the optimal coupling between  $\dot{m}$  and  $\dot{m}_r$ , given  $A$  is constrained. It should be noted that this is not obvious, once the refrigerant experiences a change of phase, i.e., vaporizes over an intermediate section of the heat exchanger, at constant temperature, therefore, the  $\dot{m}_r$  stream show abrupt changes in slope, in contrast to the smooth distribution of the hot water temperature.

An equally important concern is with respect to the heat transfer surface  $A$ . On the water side the fluid is single-phase, and the heat transfer coefficient is well documented by the technical literature and fairly uniform along the surface. On the other hand, on the refrigerant side, the heat transfer coefficient differs considerably from one section to the other, i.e., surface  $A_1$  over which the liquid refrigerant is heated to the boiling point, the surface  $A_b$  over which the  $\dot{m}_r$  stream boils, and, the surface  $A_s$  where the refrigerant is superheated. The heat transfer surface constraint is expressed as

$$A = A_1 + A_b + A_s \quad (1)$$

Each section is characterized by distinct overall heat transfer coefficients,  $U_1$ , for the liquid section,  $U_b$ , for the boiling section, and  $U_s$  for the superheating section.

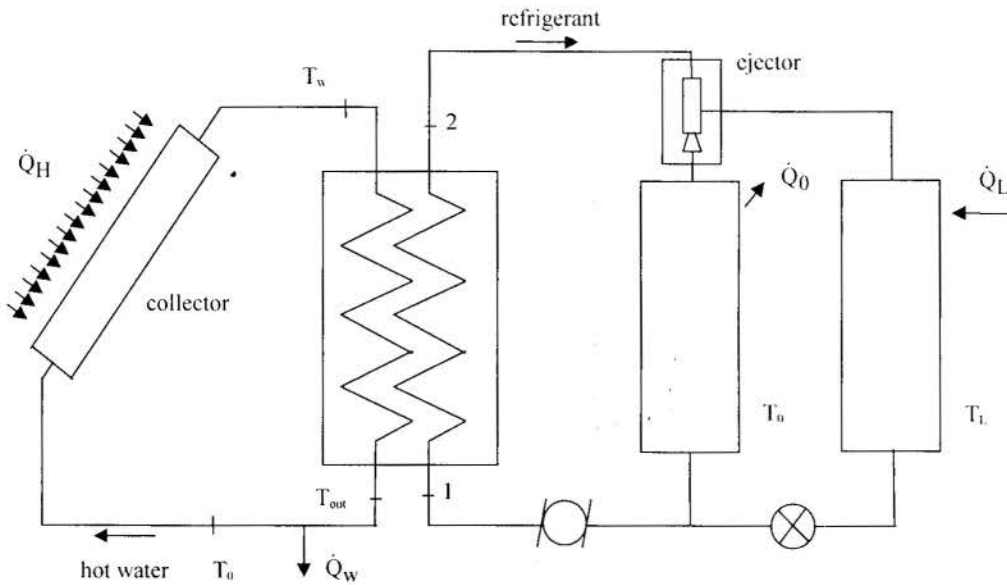


Figure 1 - Solar ejector refrigerator.

The optimization parameter  $\dot{m}_r$ , an important operating parameter for the equipment. The existence of a maximum refrigeration effect with respect to  $\dot{m}_r$  is expected based on the analysis of two limits. When  $\dot{m}_r \rightarrow 0$ , the end temperature of the refrigerant stream matches the hot water maximum temperature,  $T_w$ , however the exergy flow rate of this stream is null because there is no flow, thus  $\dot{Q}_L$  is zero because its only exergy source is the exergy brought by the  $\dot{m}_r$  stream into the reversible compartment. When  $\dot{m}_r \rightarrow \infty$ , the end temperature of the refrigerant stream is almost the same as inlet temperature, therefore there is no flow exergy received by the  $\dot{m}_r$  stream, and no refrigeration effect  $\dot{Q}_L$ . This asymptotic behavior at those two limits imply the existence of an intermediate (and optimal) flow rate  $\dot{m}_r$  that maximizes the refrigeration effect,  $\dot{Q}_L$ , of the refrigerator, and its efficiency as well.

The method of finite-time thermodynamics or entropy generation minimization (EGM) combines thermodynamics with fundamental heat transfer principles. The analysis that follows consists on relating the entropy generation rate, the physical and operating parameters, and constraints of the system, through fundamental heat transfer principles. Afterwards, a thermodynamics analysis determines the optimal characteristics that lead to minimum entropy generation.

### HOT HEAT EXCHANGER ANALYSIS

The heat transfer analysis starts with the solar collector shown in Figs.1 and 2. Without loss of generality, it is considered that the water enters the collector at ambient temperature  $T_0$ , once the water stream that leaves the hot heat exchanger is considered to be cooled down to ambient temperature as well. The collector model is described analytically by

$$\dot{Q}_H = G_T A_c [a - b(T_H - T_0)] \quad (2)$$

where  $A_c$  is the collector area,  $G_T$  is the irradiance at the collector surface, and  $a$  and  $b$  are two constants that can be calculated as shown by Sokolov and Hershgal (1991). Equation (2) represents a flat-plate collector with partial heat loss to the ambient. The group  $[a - b(T_H - T_0)]$  is known as the collector efficiency, and

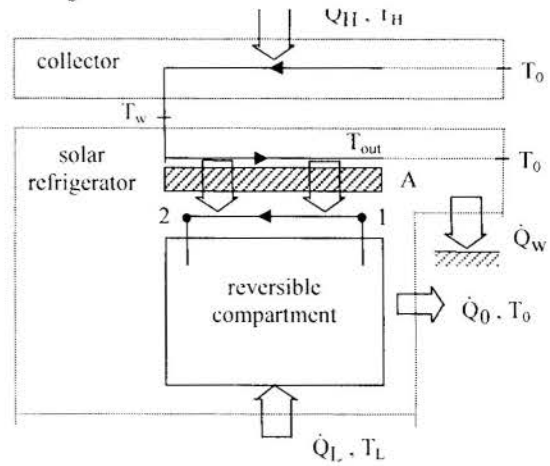


Figure 2 - Problem sketch.

$$T_{st} = T_0 + a/b \quad (3)$$

is the stagnation (i.e., the ceiling) temperature of the collector. When  $T_H = T_{st}$  the heat output  $\dot{Q}_H$  is zero. Sokolov and Hershgal (1993) demonstrated that when the collector and heat exchanger are specified, there exists an optimal collector temperature for maximum refrigeration effect, i.e., an optimal coupling between the solar collector and the refrigerator. However, neither a resources nor a internal operating parameters optimization were performed. They assumed a given resources distribution and optimized the coupling temperature. The proposition here is to optimize the refrigerant flow rate, identifying the optimal distribution of finite resources and then the effect of the collector size, on these optimum is investigated.

A balance of energy between the collector and the water stream delivers the following nondimensional equation:

$$\tau_{st} - \tau_H = \mu_w(\tau_w - 1) \quad (4)$$



where  $\tau_i = T_i / T_0$  and  $\mu_w = \dot{m} c_w / b A_c G_T$ . Equation (4) relates the hot water inlet temperature,  $T_w$ , to the collector's physical and operating parameters.

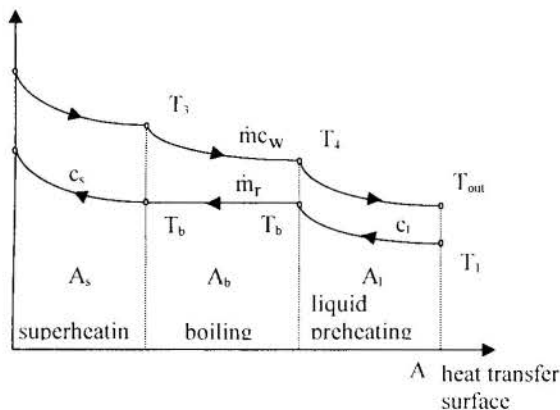


Figure 3 - Hot heat exchanger counterflow streams.

The hot water stream and the refrigerant stream run in counterflow, as it is shown in Fig.3. It is furtherly assumed that the refrigerant enters the heat exchanger as a subcooled liquid ( $T_1, P_1 = P_r$ ). The model also assumes refrigerant flow rates small enough, such that the refrigerant stream boils completely and is superheated before leaving the heat exchanger ( $T_2, P_2 = P_r$ ). Thus, the three sections of the refrigerant side define three sequential counterflow heat exchangers, i.e.,  $A_l, A_b$  and  $A_s$  in Fig.3.

The operation of the hot heat exchanger is described by the effectiveness - NTU method (Bejan, 1993). Instructed by Fig.3, the effectiveness relations for the superheater ( $T_w, T_3, T_b, T_2$ ) and preheater ( $T_4, T_{out}, T_1, T_b$ ) are written as

$$\varepsilon_i = \frac{1 - \exp[-NTU_i(1 - C_{min,i} / C_{max,i})]}{1 - (C_{min,i} / C_{max,i}) \exp[-NTU_i(1 - C_{min,i} / C_{max,i})]} \quad i=s,l \quad (5)$$

where  $C = \dot{m} c_w$  or  $\dot{m} r c_r$ , for the hot water stream or refrigerant stream, respectively and  $NTU_i = (UA)_i / C_{min,i}$ . It is assumed in the refrigerant stream, an average specific heat at constant pressure, i.e.,  $c_s = 1/2 [c_s(T_2) + c_s(T_b)]$ , and  $c_l = c_l(T_b)$ , namely, the specific heat of the liquid at saturation temperature.

In the superheating section, using the effectiveness definition it is written

$$T_3 = T_w - (C_{mins} / C_{hs}) \varepsilon_s (T_w - T_b) \quad (6)$$

$$T_2 = T_b + (C_{mins} / C_{cs}) \varepsilon_s (T_w - T_b) \quad (7)$$

where  $C_{min,i}$  is the smallest of the two capacity rates  $C_{hi}$  (water - hot stream) and  $C_{ci}$  (refrigerant - cold stream).

Analogously, for the preheating section, it is written

$$T_{out} = (1 - \varepsilon_l C_{min,l} / C_{hl}) T_4 + (C_{min,l} / C_{hl}) \varepsilon_l T_1 \quad (8)$$

$$T_4 = T_1 + (C_{cl} / C_{min,l}) (T_b - T_1) / \varepsilon_l \quad (9)$$

In the boiling section the temperature on the cold side is uniform,  $T_b$ . In this case, it is written

$$\varepsilon_b = 1 - \exp[-NTU_b] \quad (10)$$

$$T_4 = T_3 - \varepsilon_b (T_3 - T_b) \quad (11)$$

where

$$NTU_b = (UA)_b / \dot{m} c_w \quad (12)$$

From a balance of energy in the boiling section, it is written another relation for  $T_3$  and  $T_4$ :

$$T_3 - T_4 = (C_{cs} h_{fg}) / (C_{hs} c_s) \quad (13)$$

The collector and hot heat exchanger are therefore mathematically modeled by a set of ten equations: a balance of energy between the collector and the water stream (Eq. (4)), three effectiveness - NTU relations given by Eqs. (5) and (10), and six equations that relate the end temperatures of the three sections, namely, Eqs. (6)-(9), (11) and (13). These equations can be rewritten nondimensionally, by referencing all the temperatures to the ambient temperature:

$$\tau_3 = \tau_w - (C_{mins} / C_{hs}) \varepsilon_s (\tau_w - \tau_b) \quad (14)$$

$$\tau_2 = \tau_b + (C_{mins} / C_{cs}) \varepsilon_s (\tau_w - \tau_b) \quad (15)$$

$$\tau_{out} = (1 - \varepsilon_l C_{min,l} / C_{hl}) \tau_4 + (C_{min,l} / C_{hl}) \varepsilon_l \tau_1 \quad (16)$$

$$\tau_4 = \tau_1 + (C_{cl} / C_{min,l}) (\tau_b - \tau_1) / \varepsilon_l \quad (17)$$

$$\tau_4 = \tau_3 - \varepsilon_b (\tau_3 - \tau_b) \quad (18)$$

$$\tau_3 - \tau_4 = C_{cs} h_{fg} / (C_{hs} c_s T_0) \quad (19)$$

The total surface constraint defined by Eq. (1) is rewritten in terms of a total number of heat exchanger units:

$$NTU = (C_{mins} / C_{hs}) NTU_s + (U_s / U_b) NTU_b + (C_{min,l} / C_{hl}) (U_s / U_l) NTU_l \quad (20)$$

where

$$NTU = U_s A / (\dot{m} c_w), \text{ constant} \quad (21)$$

To account for the distribution of the refrigerant along the heat exchanger surface, in the numerical implementation of Eq. (20), the area fractions are introduced as

$$x = A_s / A, \quad y = A_b / A, \quad 1 - x - y = A_l / A \quad (22)$$

such that  $x = (C_{mins} / C_{hs}) NTU_s / NTU$ ,  $y = (U_s / U_b) NTU_b / NTU$  and  $1 - x - y = (C_{min,l} / C_{hl}) (U_s / U_l) NTU_l / NTU$ .

## REFRIGERATOR THERMODYNAMICS ANALYSIS

The refrigerator has to be optimized such that the maximum refrigeration effect is obtained. It has been assumed that all irreversibilities happen in the hot heat exchanger in this analysis, as shown in Fig. 2. The first law and the second law of thermodynamics for the steady-state operation of the system shown in Fig. 2 are

$$\dot{Q}_w + \dot{Q}_0 = \dot{m} (h_w - h_0) + \dot{Q}_L \quad (23)$$

$$\dot{S}_{gen} = -\dot{Q}_L/T_L + (\dot{Q}_W + \dot{Q}_0)/T_0 + \dot{m}(s_0 - s_w) \quad (24)$$

Combining these two statements, it is obtained

$$\dot{Q}_L (T_0/T_L - 1) = \dot{m} e_{x,w} - T_0 \dot{S}_{gen} \quad (25)$$

where  $e_{x,w}$  is the initial specific flow exergy of the hot gas,  $e_{x,w} = (h_w - T_0 s_w) - (h_0 - T_0 s_0)$ . The final flow exergy of the  $\dot{m}$  stream is zero, by definition, because  $\dot{m}$  reaches thermomechanical equilibrium with the ambient. The term  $\dot{Q}_L (T_0/T_L - 1)$  is the exergy content of the heat transfer ( $\dot{Q}_L$ ,  $T_L$ ,  $T_0$ ), ( $-E_{QL}$ ), that must be deposited in the  $T_L$ -cold space.

Equation (25) shows that ( $-E_{QL}$ ) is equal to the flow exergy decrease in the hot water stream, minus the product  $T_0 \dot{S}_{gen}$  that accounts for the destroyed exergy. The next step of the analysis is to focus on the hot heat exchanger only, writing the first and the second laws of thermodynamics for that part of the equipment:

$$\dot{m}(h_w - h_0) - \dot{m}_r (h_2 - h_1) - \dot{Q}_W = 0 \quad (26)$$

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}(s_0 - s_w) + \dot{m}_r (s_2 - s_1) + \dot{Q}_W/T_0 \geq 0 \quad (27)$$

Combining equations (26) and (27), it is obtained

$$T_0 \dot{S}_{gen} = \dot{m} e_{x,w} - \dot{m}_r (e_{x,2} - e_{x,1}) \quad (28)$$

Equation (28) demonstrates that the destroyed exergy is the difference between the exergy brought by the hot water and the exergy picked up by the refrigerant stream. Combining equations (25) and (28), it is obtained

$$\dot{Q}_L (T_0/T_L - 1) = \dot{m}_r (e_{x,2} - e_{x,1}) \quad (29)$$

which shows that the exergy content of  $\dot{Q}_L$  is equal to the net flow exergy into the reversible compartment of Fig. 2. Alternatively, Eq. (29) could have been found by writing the first and second law statements for the reversible compartment.

The most direct way of maximizing  $\dot{Q}_L$  is by simply maximizing the flow exergy picked up by the refrigerant stream, using Eq. (29). The properties at state 1 usually result from the design of the refrigerator cycle, thus the maximization of  $\dot{Q}_L$  can be obtained by maximizing the exergy flow rate at state 2.

The appropriate figure of merit for the thermodynamic optimum is the maximum second law efficiency

$$\begin{aligned} \eta_{II} &= (-E_{QL}) / (\dot{m} e_{x,w}) = \dot{Q}_L (T_0/T_L - 1) / (\dot{m} e_{x,w}) \\ &= \dot{m}_r (e_{x,2} - e_{x,1}) / (\dot{m} e_{x,w}) \end{aligned} \quad (30)$$

To evaluate the flow exergy change in the refrigerant stream, three parts are considered:

$$e_{x,2} - e_{x,1} = (e_{x,2} - e_{x,g}) + (e_{x,g} - e_{x,f}) + (e_{x,f} - e_{x,1}) \quad (31)$$

where  $e_x = h - T_0 s$ .

Equation (30) is rewritten by assuming the incompressible liquid model for the refrigerant as follows:

$$\eta_{II} = (C_c / C_h) (v+z) / (\tau_w - 1 - \ln \tau_w) \quad (32)$$

where  $v$  and  $z$  are functions that depend on the model adopted for

the superheated refrigerant.

$$v = \tau_2 - \tau_b - \ln(\tau_2/\tau_b) \quad (\text{ideal gas model}) \quad (33a)$$

$$v = (h_2 - h_g)/(c_s T_0) - (s_2 - s_g)/c_s \quad (33b)$$

(actual superheated refrigerant properties)

$$z = (h_{fg}/c_s T_0) (1 - 1/\tau_b) + c_l/c_s (\tau_b - \tau_1 - \ln(\tau_b/\tau_1)) \quad (34)$$

## NUMERICAL METHOD AND RESULTS

The numerical problem consisted of solving the nonlinear system (4), (5), (10), (14) – (20) to obtain  $\tau_2$  and maximize  $\eta_{II}$ . Some selected parameters were held constant and others were varied to generate the results shown in Figs. 4 - 7. Each point on the plotted curves was determined as the solution of the above system of equations for a set of fixed parameters ( $\tau_H$ ,  $\tau_{st}$ ,  $\tau_L$ ,  $\mu_a$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_b$ ,  $T_0$ ). Once the set of fixed parameters is defined, the system is solved for  $\tau_2$ . This system is represented in compact form by the residual vector  $\mathbf{R} = 0$ . A Newton-Raphson method with appropriate initial guesses was used for both maximization problems. A tolerance for the Euclidean norm of the residual vector  $\|\mathbf{R}\|_2 \leq 10^{-8}$  was imposed to achieve convergence in all solutions. We have used as initial guess the last converged solution for the previous set of fixed parameters. In this way convergence was achieved with little computational time.

The results were obtained based on the simplifying assumption that the overall heat transfer coefficient has the same value in each of the three sections of the heat exchanger, i.e.,  $U_s = U_b = U_l$ . The pressure of the refrigerant stream crossing the hot heat exchanger was  $P_c = 18$  bar, and the ambient temperature was chosen as  $T_0 = 298.15$  K. A nondimensional refrigerant mass flow rate has been defined as  $M = \frac{\dot{m}_r}{\dot{m}}$ .

Figure 4 illustrates the optimal value of  $M$ , which maximizes the second law efficiency of the entire system, which also shows that, in the model adopted with the actual properties of the refrigerant, the variation of  $M$  has a noticeable effect on the optimum ( $\eta_{II,max}, M_{opt}$ ). The ideal gas model underestimates the efficiency in about 10 % around the optimal conditions. The two curves merge at a certain value of  $M$ , where the superheating section vanishes, where  $x = 0$ . The numerical results discussed next are based on the tabulated properties of the refrigerant, i.e., ammonia.

The same effect of  $M$ , is pursued further in Fig. 5, where the ordinate shows how the superheating area behaves as  $M$  varies. The superheating area decreases as  $M$  increases and eventually vanishes at a certain value of  $M$ . In the case studied,  $\tau_1$  and  $\tau_b$  have close values, therefore the refrigerant enters the hot heat exchanger and immediately begins the change of phase and there is practically no preheating area and  $x + y = 1$ . In the case documented in Figs. 4 - 7, the thermodynamic optimum occurs when the superheating section is present.

The existence of the thermodynamic optimum – the optimal ratio  $M$  – is fundamental. It means that any stream can be matched optimally to another stream, such that most of the exergy carried originally by the hot stream is captured by the cold stream. In the next phase of the study, the effect of the main boundary parameters of the arrangement is examined systematically. The purpose of this sensitivity study was to identify how significantly they influence the thermodynamic optimum. In other words, it is sought to document the robustness of the results that are based on the optimization of a single case.

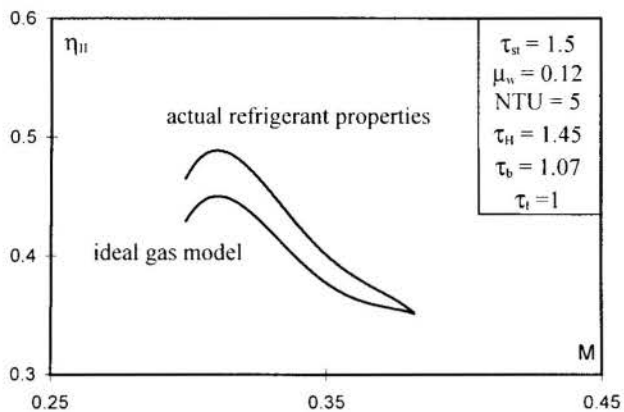


Figure 4 - Effect of refrigerant flow rate on second law efficiency.

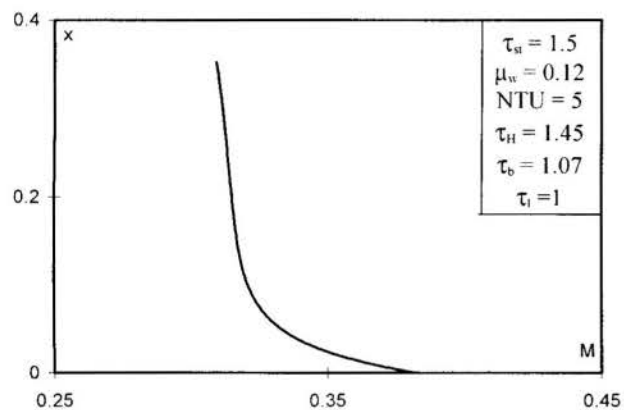


Figure 5 - Hot heat exchanger area distribution.

This work begins with Fig. 6, which shows how the optimum responds to changes in the overall size of the heat transfer area (NTU). The key observation concerns  $\eta_{II, max}$  and  $M_{opt}$ : the optimal thermodynamic performance is practically insensitive to changes in NTU, when NTU is sensibly greater than 6. The relative allocation of heat transfer is practically insensitive to NTU up to NTU = 4, then it starts to respond to increases in NTU. The area fraction swept by boiling refrigerant,  $A_b$  (or  $y$ ), increases monotonically at the expense of  $A_c$ .

The effect of varying the collector size,  $A_c$ , which is inversely proportional to  $\mu_w$  is documented in Fig. 7. As  $\mu_w$  increases, or  $A_c$  decreases, the hot heat exchanger water inlet temperature,  $\tau_w$ , decreases, thus it is observed a corresponding increase in  $\eta_{II, max}$ , but  $M_{opt}$  decreases as well, in a logical balance that can be accessed only with the insight provided by the model developed in this study. A larger boiling section is also required as  $\mu_w$  increases.

## CONCLUSIONS

The basic thermodynamics problem of how to extract maxi-

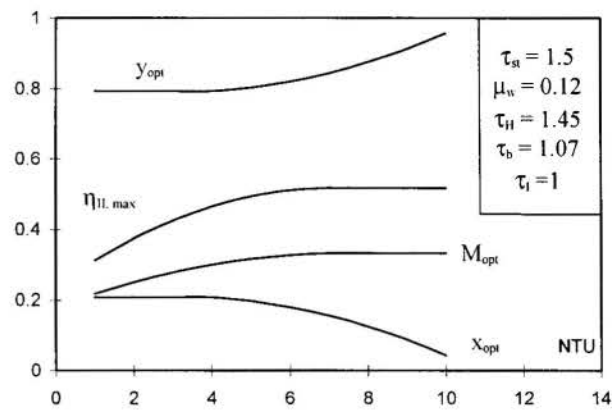


Figure 6 - Effect of total size on efficiency and optimal parameters.

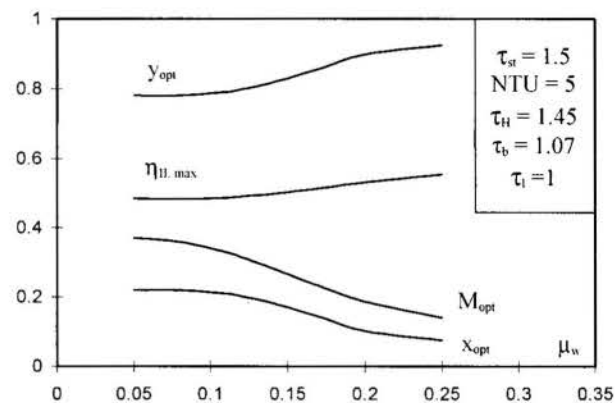


Figure 7 - Effect of collector size (inversely proportional to  $\mu_w$ ) on efficiency and optimal parameters.

imum refrigeration effect from a solar ejector refrigerator has been considered. The method of entropy generation minimization – EGM (Bejan, 1996) was utilized to model the hot heat exchanger of the refrigerator and to obtain the second law efficiency of the entire system. Appropriate dimensionless groups were identified and the generalized results reported in dimensionless charts.

Based on the results of Figs. 4 – 7, the main conclusions of this study are summarized as follows:

1. There exists a fundamental refrigerant mass flow rate such that maximum refrigeration effect is obtained in a solar ejector refrigerator, no matter how complicated the actual design may be;
2. The refrigerator should not be treated as an ideal gas in the superheating section, since it underestimates the system efficiency at the optimal conditions;
3. The model can be used in the design of solar ejector refrigerators to dimension both the collector and hot heat exchanger for maximum second law efficiency, and therefore optimal operation.

## REFERENCES

- Adebiji, G., and Russell, L. D., 1987, "A Second Law Analysis of Phase-Change Thermal Energy Storage Systems", *ASME HTD*, Vol.80, pp. 9-20.
- Andresen, B., Salamon, P., and Berry, R. S., 1984, "Thermodynamics in Finite Time", *Phys. Today*, Sept., pp.62-70.
- Bejan, A., Kearney, D. W., and Kreith, F., 1981, "Second Law Analysis and Synthesis of Solar Collector Systems", *ASME Journal of Solar Energy Engineering*, Vol.103, pp.23-30.
- Bejan, A., 1982, *Entropy Generation through Heat and Fluid Flow*, John Wiley and Sons, New York.
- Bejan, A., 1988, *Advanced Engineering Thermodynamics*, John Wiley and Sons, New York.
- Bejan, A., 1989, "Theory of Heat Transfer-Irreversible Refrigeration Plants", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.32, pp.1631-1639.
- Bejan, A., 1993, *Heat Transfer*, John Wiley and Sons, New York.
- Bejan, A., 1994, "Second Law Aspects of Solar Thermal Energy Conversion", *International Conference on Comparative Assessments of Solar Power Technologies (SOLCOM-1)*, Jerusalem, Feb. 14-18.
- Bejan, A., 1996, *Entropy Generation Minimization*, CRC Press, Boca Raton, FL.
- Bejan, A., Vargas, J. V. C., and Sokolov, M., 1995, "Optimal Allocation of a Heat-Exchanger Inventory in Heat Driven Refrigerators", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.38, pp.2997-3004.
- Bellici, C., and Conti, M., 1994, "Phase Change Energy Storage: Entropy Production, Irreversibility and Second Law Efficiency", *Solar Energy*, Vol.53, pp.163-170.
- Charach, Ch., 1993, "Second Law Efficiency of an Energy Storage-Removal Cycle in a Phase-Change Material Shell-and-Tube Heat Exchanger", *ASME Journal of Solar Energy Engineering*, Vol.115, pp.240-243.
- Chambadal, P., 1957, *Les Centrales Nucleaires*, Armand Colin, Paris, pp.41-58.
- Curzon, F. L., and Ahlborn, B., 1975, "Efficiency of a Carnot Engine at Maximum Power Output", *Am. J. Phys.*, Vol.43, pp.22-24.
- El-Wakil, M. M., 1962, *Nuclear Power Engineering*, McGraw-Hill, New York, pp.162-165.
- El-Wakil, M. M., 1971, *Nuclear Energy Conversion*, International Textbook Company, Scranton, PA, pp.31-35.
- Klein, S. A., 1992, "Design Considerations for Refrigeration Cycles", *Int. J. Refrig.*, Vol.15, pp.181-185.
- Krane, R. J., 1987, "A Second Law Analysis of the Optimum Design and Operation of Thermal Energy Storage Systems", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.30, pp.43-57.
- Novikov, I. I., 1958, "The Efficiency of Atomic Power Stations", *J. Nuclear Energy II*, Vol. 7, pp.125-128, translated from *Atomnaya Energiya*, 1957, Vol.3, No.11, p.409.
- Radenco, V., Vargas, J. V. C., Bejan, A. and Lim, J. S., 1994, "Two Design Aspects of Defrosting Refrigerators", *Int. J. Refrig.*, Vol.18, pp.76-86.
- Sokolov, M., and Hershgal, D., 1991, "Operational Envelope and Performance Curves for a Compression-Enhanced Ejector Refrigeration System", *ASHRAE Trans.*, Vol.97, No.2, pp.394-402.
- Sokolov, M., and Hershgal, D., 1993, "Optimal Coupling and Feasibility of a Solar-Powered Year-Round Ejector Air Conditioner", *Solar Energy*, Vol.50, pp.507-516.



## THE COUPLING BETWEEN ENVIRONMENTAL IMPACT AND THE SECOND LAW ANALYSIS OF WATER HEATERS

Marques, M. G. (\*) and Pinho, C. (\*\*)

(\*) Unidade de Térmica Industrial

Instituto de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial

(\*\*) Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

### SUMMARY

*Domestic water heaters have a good thermal performance but a low exergetic efficiency. This means that the environmental evaluation of energy conversion appliances should simultaneously quantify their exergetic behaviour. Three new emission indexes are proposed: The mass flow rate of pollutant per useful exergetic power in the outlet hot water; the irreversibility rate of the appliance per mass flow rate of the pollutant; and the entropy generation rate per mass flow rate of the pollutant. With these indexes any energy conversion apparatus can be the object of a simultaneous exergetic and environmental evaluation.*

### INTRODUCTION

In the domestic gas water heater appliances heat is transferred from hot combustion gases towards water flowing inside the heat exchanger pipes. These appliances usually work on a on-off basis in the domestic environment according to hot water demands of the user. Under steady-state regime their working thermal and environmental parameters are ruled by strict european standards (EN 26). Common heaters are very simple devices equipped with atmospheric pre-mixed burners where the primary combustion air, around 30 % of stoichiometric, is entrained by moment sharing between a gas jet created at an injector orifice and the surrounding atmospheric air. They have no hot water accumulation capabilities and this means frequent start-up and shut down procedures with the consequent increase of pollutants emissions well above steady state values. However, unsteady state analysis is rather difficult to carry on and, as the present legislation ignores this aspect, it was decided to keep it out of the present study.

Research work on this field concentrates essentially on three domains: those which lead to the development of new constructive options to reduce pollutants emissions, those where the chemical kinetics of pollutant formation is deeply studied and finally interdisciplinary works on the environmental assessment of this kind of appliances. Typical of the first situation are the studies of Torregiani (1992) where the author presents an overall account of new developments on gas burners to reduce NO<sub>x</sub> emissions on domestic and industrial equipment, Wood (1994) who made a comparative study of different NO<sub>x</sub> reduction techniques and the synergetic effects of the simultaneous reduction of NO<sub>x</sub> and unburned hydrocarbons, HC. Srive (1995) also describes several techniques for NO<sub>x</sub> reduction while Goettling et al. (1997) present the most recent technologies for NO<sub>x</sub> reduction and forecasts of expected future emission levels. On the second domain, the NO<sub>x</sub> formation at the surface of radiant burners was studied by Williams et al. (1992) while Martin and Brown (1990) have concentrated their efforts on the N<sub>2</sub>O formation and its further effect in the atmosphere. The environmental impact of domestic appliances has been deeply studied, Brookman (1974) developed a model for pollutant dispersion in domestic systems, Dewerth (1974) investigated emissions from domestic natural-gas fired appliances, Elkins (1974) studied indoor CO and NO<sub>x</sub> levels and Keeler (1974)

studied the incidence of respiratory disease in households due to cooking appliances.

From the analysis of the european legislation as well as the above mentioned references on this subject it is observed that all the emission factors or parameters are mainly based on the ratio between the amount of pollutant being emitted and the amount of fuel burned. But a given water heater, boiler or furnace has its own energetic performance and the better they are the lower is the burden they impose on the environment. Actual emission factors do not give any further insight of the effect of energetic quality of appliances on the environment. On the other, end plain energetic analysis and second law analysis as performed by Borel (1984), Kotas (1985), Bejan (1988) and Bejan et al. (1997), do not take into account the environmental impact of the appliances being analysed.

A combined assessment of both the environmental impact and the exergetic efficiency of an energy conversion device, like the water heaters of this study, has never been carried out and is the main objective of the present work.

### EXPERIMENTAL PROCEDURE

Water heaters were installed inside a wooden cabinet to simulate a typical kitchen furniture. Commercial butane or propane consumption was measured with an orifice plate connected to a Honeywell model ST3000 differential pressure transducer. The water flow rate was measured by a turbine flow meter, and t type thermocouples were placed at the water inlet and outlet. For the analysis of the gaseous combustion products a sampling probe, in AISI 304 stainless steel, was placed immediately above the heat exchanger outlet. With this disposition the dilution effects of tertiary combustion air, coming through the anti-draught chimney of the heaters, were eliminated. Inside the probe there was a type k thermocouple to measure combustion gases temperature; this layout was chosen to reduce radiation errors in temperature measurement.

Sampled combustion gases after being cooled until 15 °C flowed through a teflon built positive displacement pump having a standard volume flow rate of 18 l/min and afterwards were sent to a distribution collector. The flow was then distributed to several analysers. A ADC CO<sub>2</sub> infra-red analyser, model RF2B 18139, working in the 0-25 % (v/v)

range and having an accuracy of  $\pm 0.5\%$  (fsd); a ADC CO infra-red analyser, model RF2B 18140, working in the 0-0.5 % (v/v) range and having an accuracy of  $\pm 0.5\%$  (fsd); a paramagnetic Servomex O<sub>2</sub> analyser, model 570A, working in the 0-100 % (v/v) range and having an accuracy of  $\pm 0.1\%$  (fsd); a chemiluminescence Émission NO<sub>x</sub> analyser, model AC20 M, working in the 0-500 ppm (v/v) range and having an accuracy of  $\pm 1\%$  (fsd) and a Signal FID unburned hydrocarbons (HC) analyser, model 3030P, working in the 0-4000 ppm (v/v) and having an accuracy of  $\pm 0.5\%$  (fsd). Experimental data were collected by a Keithley Metrabyte data acquisition system installed into a 80486, 66 MHz, personal computer. Detailed information about the testing procedure can be found in Marques (1997).

### STANDARD EMISSION FACTORS

The characterisation of pollutant emissions is carried out through emission indexes according to the european legislation, the EN 297:1994/prA5:1997. This standard presents limit values for the ratio of pollutant emitted per energy input (mg/kWh) for NO<sub>x</sub> and CO and in the case of NO<sub>x</sub> five emission classes are defined.

The environmental behaviour of tested appliances is discussed in Marques (1997). In this work only emission indexes for NO<sub>x</sub>/H<sub>in</sub> are shown in Fig. 1 at minimum and maximum water flow rate and for propane.

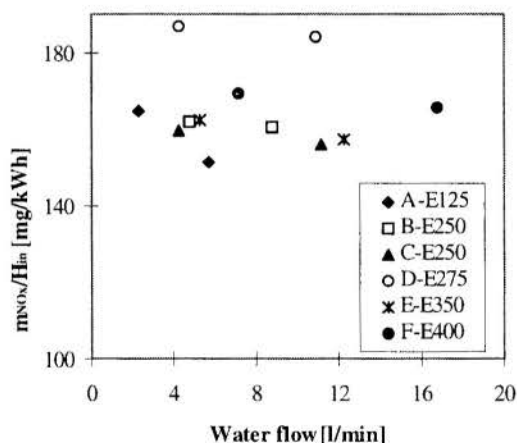


Fig 1. NO<sub>x</sub> emission indexes for tested appliances burning propane.

The majority of the water heaters fall into class 3 which has an emission limit of 180 mg/kWh (EN 297:1994/prA5:1997) for NO<sub>x</sub> while the E-D275 falls into the next class, class 2, which has an emission limit of 240 mg/kWh. All these appliances have emission indexes well above the most restrictive class to be established in the future european legislation, 84 mg/kWh for NO<sub>x</sub>.

### THERMAL-ENVIRONMENTAL ANALYSIS

Considering what has been previously said the analysis of the water heaters behaviour from an environmental point of view should also be supported by a simultaneous analysis of the thermal performance, not only according to the first law

but also taking into account the second law of Thermodynamics. According to a first law analysis these water heaters show a good performance, Pilão (1996), Pilão and Pinho (1997) and Marques (1997), having thermal efficiencies in the 75-90 % range, but a second law analysis carried out in this work shows a very deceptive performance, Fig. 2. All the appliances have exergetic efficiencies around 6% with the exception of D-E275 which has exergetic efficiencies of the order of 10 %. This D-E275 heater is an extrapolation of former E-250 models, like the B-E250 and C-E250, uses the same heat exchanger, furnace and burners but slightly larger fuel injectors, and is able to work in a more efficient way, although at the cost of higher absolute pollutant emission levels. However, this approach has some advantages as it will be seen afterwards.

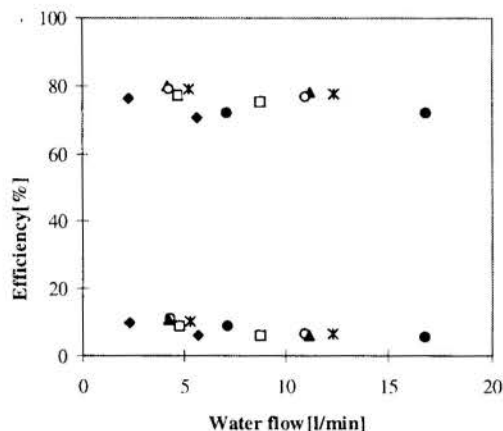


Fig. 2. Thermal and exergetic efficiencies of tested water heaters. Upper symbols refer to thermal efficiency while lower symbols refer to exergetic efficiency. Symbols have the same meaning as in Fig. 1.

So, the energetic situation of an energy converter can never be dissociated from its environmental performance; a bad energy converter means a pollution increment, as to fulfil a given energetic duty, extra pollutant energy converters will be required. Looking at a single machine or installation, calculating the emissions indexes to compare with standard reference values without seeking whether such appliances fulfil their energetic roles is a misleading analysis because no one knows the soundness of the energy conversion principles of such appliances and consequently their true impact in the environment. This must be made through different emission indexes:

- Mass flow rate of emitted pollutant per useful exergetic power in the outlet hot water flow;
- Ratio between the irreversibility of the appliance and the mass flow rate of emitted pollutant, or;
- Entropy generation rate of the appliance per mass flow rate of emitted pollutant.

### BASIS FOR EXERGETIC ANALYSIS OF THE HEATERS

For the exergetic analysis under steady state working conditions a combined first and second law of Thermodynamics evaluation gives a general equation, (Borel, 1984), (Kotas, 1985) and (Bejan, 1988),

$$\dot{E}_{xq} - \dot{W} = \left( \sum_{out} \dot{m}_{Pi} k_{Pi} + \sum_{out} \dot{m}_w k_{wo} - \sum_{in} \dot{m}_{Ri} k_{Ri} - \sum_{in} \dot{m}_w k_{wi} \right) + \left( \sum_{out} \dot{m}_{Pi} \epsilon_{aPi} - \sum_{in} \dot{m}_{Ri} \epsilon_{aRi} \right) + \dot{i}$$

where  $\dot{E}_{xq} = \dot{Q}_f \left( 1 - \frac{T_a}{T_f} \right)$  is the thermal exergy flow exchanged with a heat source at  $T_f$ ,  $\dot{W}$  is the mechanical power,  $\dot{i}$  is the irreversibility rate,  $k$  is the co-enthalpy or physical exergy and  $\epsilon$  is the chemical exergy.

In the present analysis combustion reactants and products were supposed perfect gases while the water was assumed an incompressible fluid. Chemical exergy data were obtained from Kotas (1985), or Bejan (1988), and because the environment temperature used in the calculations  $T_a = 0^\circ\text{C}$ , is different from the thermochemical reference temperature of  $T_0 = 25^\circ\text{C}$ , the following conversion equation, suggested by Kotas (1985), was used,

$$\epsilon_a = \epsilon_0 \frac{T_0}{T_a} - \Delta h_0 \frac{T_0 - T_a}{T_0}$$

The reactants co-enthalpy entering in the burner is very small compared with the chemical exergy of the fuel and was then neglected. This means that  $\sum_{in} \dot{m}_{Ri} k_{Ri} = 0$  and

$\sum_{in} \dot{m}_{Ri} \epsilon_{aRi} = \dot{m}_f \epsilon_{af}$ . On the other end, it was assumed that the control volume involving the appliances under analysis also included that region close to the exhaust where the combustion products mixed with the environment gases, Kotas (1985) and Bejan (1988). Then  $\sum_{out} \dot{m}_{Pi} k_{Pi} = 0$  and

$\sum_{out} \dot{m}_{Pi} \epsilon_{aPi} = 0$ . The thermal and mechanical exergy terms are also nil. The exergetic balance is then

$$\dot{i} = \dot{m}_f \epsilon_{af} - \dot{m}_w (k_{wo} - k_{wi})$$

and considering the co-enthalpy definition of Borel (1984) and the fact that the water is considered an incompressible fluid,

$$\dot{i} = \dot{m}_f \epsilon_{af} - \dot{m}_w c_w \left( (T_{wo} - T_{wi}) - T_a \ln \frac{T_{wo}}{T_{wi}} \right)$$

Dividing both terms of this equation by the input chemical exergy  $\dot{m}_f \epsilon_{af}$  and using Kotas's definition of exergy loss factor  $\eta_p = \dot{i} / (\dot{m}_f \epsilon_{af})$  and the exergy efficiency  $\eta_{ex} = \dot{m}_w (k_{wo} - k_{wi}) / (\dot{m}_f \epsilon_{af})$  we get  $\eta_p + \eta_{ex} = 1$ . Finally considering the Guoy-Stodola relation, the entropy increase is easily calculated from the irreversibility  $\dot{\Pi} = \dot{i} / T_a$ .

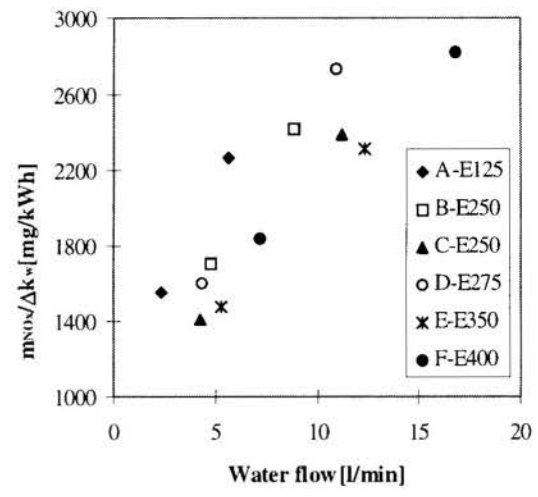


Fig.3. Mass flow of emitted pollutant per unit of useful exergy.

**PROPOSED EMISSION INDEXES**

After the calculation of the exergy balance of the water heaters which was also required for the data shown in Fig. 2, the three proposed emission indexes are presented in Figs. 3 to 5 for the tested analysers burning propane.

It can be seen that values for the first emission index (mass flow rate of emitted pollutant per useful exergetic power in the outlet hot water flow) are very high due to the low exergy increase of the water being heated in the appliance. Another interesting factor is the increase of the emission index when moving from smaller heaters towards larger ones. This trend is explained by the lower exergetic efficiencies of larger heaters which have proportionally higher external surface areas promoting stronger heat losses to the environment.

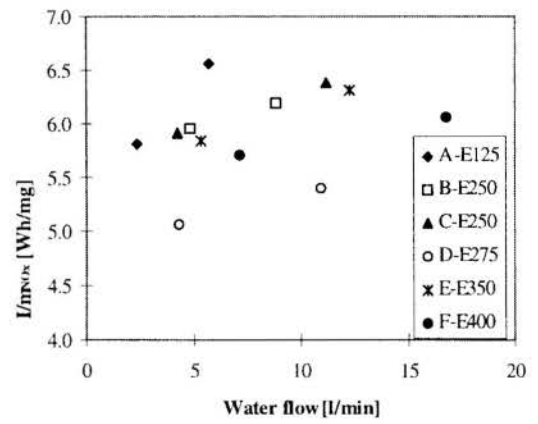


Fig. 4. Lost irreversibility power per unit mass of emitted pollutant.

For this second index (ratio between the irreversibility of the appliance and the mass flow rate of emitted pollutant) results are rather dispersed as the order of magnitude of irreversibility is around the same for all the appliances and no clear trend can be seen. The same can be said about the third emission index, Fig. 5,

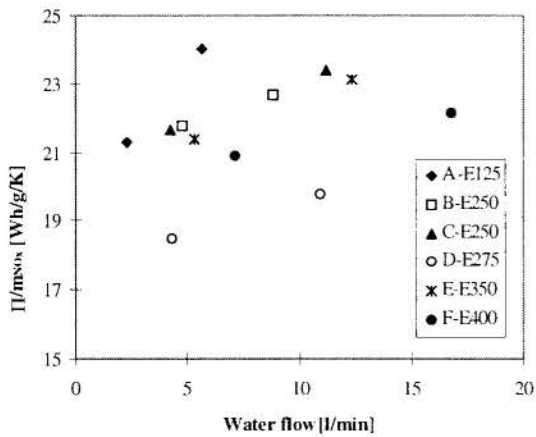


Fig. 5. Entropy generation rate per unit mass of emitted pollutant.

In this last case (entropy generation rate of the appliance per mass flow rate of emitted pollutant) there is also no clear trend for the tested appliances. However there is an interesting conclusion to be extracted from the comparative analysis of the presented emission indexes, and concerning the D-E275 heater. According to Fig. 1 this appliance is the worst of all, having an emission index well above the average. But on the other end, looking at Fig. 2 it can be seen that this heater is slightly better than the others for equivalent water flow rates. This results on lower irreversibility losses to fulfil its thermal duty and consequently on smaller irreversibility and entropy emission indexes, as is clearly observed in Figs. 4 and 5. Although this heater has higher emission levels it produces hot water more efficiently than the others and in a global evaluation it is fulfilling its duties in a more environmental friendly way.

## CONCLUSIONS

Emission indexes for domestic gas-fuelled water heaters are presented, for propane burning experiments. From a simultaneous energetic and exergetic analysis it is shown that although having high thermal efficiencies their exergetic efficiencies are very low. This gives an argument to go a step further on the evaluation of these appliances, through a combined assessment of exergetic and environmental performance. An appliance being evaluated by a conventional emission index can have a totally different ranking position when considered from a different point of view. This reinforces the idea of having more than a single emission index for the analysis of any energy conversion device and that the evaluation of any energy conversion appliance should never be dissociated from the evaluation of its energetic/exergetic performance.

## REFERENCES

- Bejan, A., 1988, "Advanced Engineering Thermodynamics", John Wiley & Sons, New York.
- Bejan, A., Tsataronis, G. and Moran, M., 1997, "Thermal Design and Optimization", John Wiley & Sons, New York.
- Borel, L., 1984, "Thermodynamique et Énergétique", Presses Polytechniques Romandes, Lausanne.

Brookman, G., 1974, "Measuring the environmental impact of domestic gas-fired heating system", 67<sup>th</sup> Air Pollution Control Association Annual Meeting, Denver.

Dewerth, D., 1974, "An investigation of emissions from domestic natural-gas fired appliances", 67<sup>th</sup> Air Pollution Control Association Annual Meeting, Denver.

Elkins, R., 1974, "A study of CO and NO<sub>x</sub> levels in the indoor environment", 67<sup>th</sup> Air Pollution Control Association Annual Meeting, Denver.

EN 26, 1997, "Gas-fired instantaneous water heaters for sanitary uses production, fitted with atmospheric burners", CEN, Brussels.

EN 297:1994/prA3:1996/prA5:1997, 1997, "Gas-fired central heating boilers. Type B11 and B11BS boilers, fitted with atmospheric burners of nominal heat input not exceeding 70 kW, Final Draft", CEN, Brussels.

Goettling, D.R., Schuler, O. and Gass, J., 1997, "How to correct NO<sub>x</sub> -emissions of burners in boilers and furnaces to exclude the influence of humidity, temperature and pressure of the combustion air. - A proposal for a standardised correction formula", 4<sup>th</sup> European Conference on Industrial Furnace and Boilers, Porto.

Keller, M., 1974, Survey of the incidence of respiratory disease in households using gas and electric cookery", 67<sup>th</sup> Air Pollution Control Association Annual Meeting, Denver.

Kotas, T., 1985, "The Exergy Method of Thermal Plant Analysis", London, Butterworths.

Marques, M.G.A.P.M., 1997, "Caracterização das Emissões de Poluentes Produzidos por Esquentadores Domésticos a Gás", Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para obtenção do grau de Mestre em Poluição Atmosférica.

Martin, R. and Brown, N.J., 1980, "Nitrous Oxide Formation and Destruction in Lean, Premixed Combustion", *Combustion and Flame*, Vol. 80, p. 238-255.

Pilão, R. M. B. R., 1996, "Estudo do comportamento térmico de esquentadores Domésticos a Gás", Dissertação apresentada à Universidade do Porto para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, na especialidade de Engenharia Térmica.

Pilão, R. and Pinho, C., 1997, "Thermal Behaviour of Small Gas-fuel Water Heaters", 4<sup>th</sup> European Conference on Industrial Furnaces and Boilers, Porto, Portugal.

Strive, L., 1995, "Reduction of pollution during combustion in gas-fired process boilers", 3<sup>rd</sup> European Conference on Industrial Furnaces and Boilers, Lisbon, Portugal.

Torrighiani, T., 1992, "Developments of Domestic and Industrial Gas Burners", *La Rivista dei Combustibili*, Milano, Vol. 46, 7-8, p. 235-251.

Williams, A., Woolley, R. and Lawes, M., 1992, "The formation of NO<sub>x</sub> in Surface Burners", *Combustion and Flame*, Vol. 89, p. 157-166.

Wood, S., 1994, "Select the Right NO<sub>x</sub> Control Technology", *Chemical Engineering Progress*, p. 32-38.

## NOTATION

- $c_w$  - specific heat of water, (J/kg/k)
- $\Delta h_0$  - enthalpy of combustion, (J/kg)
- $\dot{E}_{xq}$  - thermal exergy flow, (W)
- $\epsilon_a$  - chemical exergy at ambient temperature  $T_a$ , (J/kg)
- $\epsilon_0$  - chemical exergy at reference temperature  $T_0$ , (J/kg)



$\epsilon_{af}$ - chemical exergy of fuel,	(J/kg)
$\epsilon_{aPi}$ - chemical exergy of product,	(J/kg)
$\epsilon_{aRi}$ - chemical exergy of reactant,	(J/kg)
$h$ - enthalpy,	(J/kg)
$\dot{H}_{in}$ - input energy,	(W)
$\dot{i}$ - irreversibility rate,	(W)
$k$ - physical exergy (co-enthalpy),	
$k = (h - h_a) - T_a(s - s_a),$	(J/kg)
$\dot{\Pi}$ - co-enthalpy of input water,	(J/kg)
$k_{wO}$ - co-enthalpy of output water,	(J/kg)
$\dot{m}_f$ - mass flow of fuel,	(kg/s)
$\dot{m}_{Pi}$ - mass flow of product,	(kg/s)
$\dot{m}_{Ri}$ - mass flow of reactant,	(kg/s)
$\dot{m}_w$ - mass flow of water,	(kg/s)
$\dot{\Gamma}$ - Entropy generation rate,	(W/K)
$\dot{Q}$ - thermal power,	(W)
$s$ - entropy,	(J/kg/K)
$T$ - temperature,	(K)
$T_a$ - ambient temperature,	(K)
$T_O$ - reference temperature,	(K)
$\eta_{ex}$ - exergetic efficiency,	(-)
$\eta_p$ - exergy loss factor,	(-)
$\eta_{ex}$ - exergy efficiency,	(-)
$\eta_t$ - thermal efficiency,	(-)

**INSTALACION PILOTO DE VENTILACIÓN PARA EL ESTUDIO DE EFICACIAS DE CAPTACION DE EMISIONES PROCEDENTES DE BAÑOS DE TRATAMIENTOS DE SUPERFICIES**

**Enrique González-Ferradás; Agustín Miñana-Aznar; Antonia Baeza-Caracena;  
Francisca Morales-Mateo**

Departamento de Ingeniería Química. Universidad de Murcia  
Campus de Espinardo. 30071 Murcia. España.

**Francisco Marzal-Martínez**

Departamento de Ingeniería Mecánica y Energética. Universidad de Murcia.  
Campus de Cartagena. 30203 Cartagena. Murcia. España.

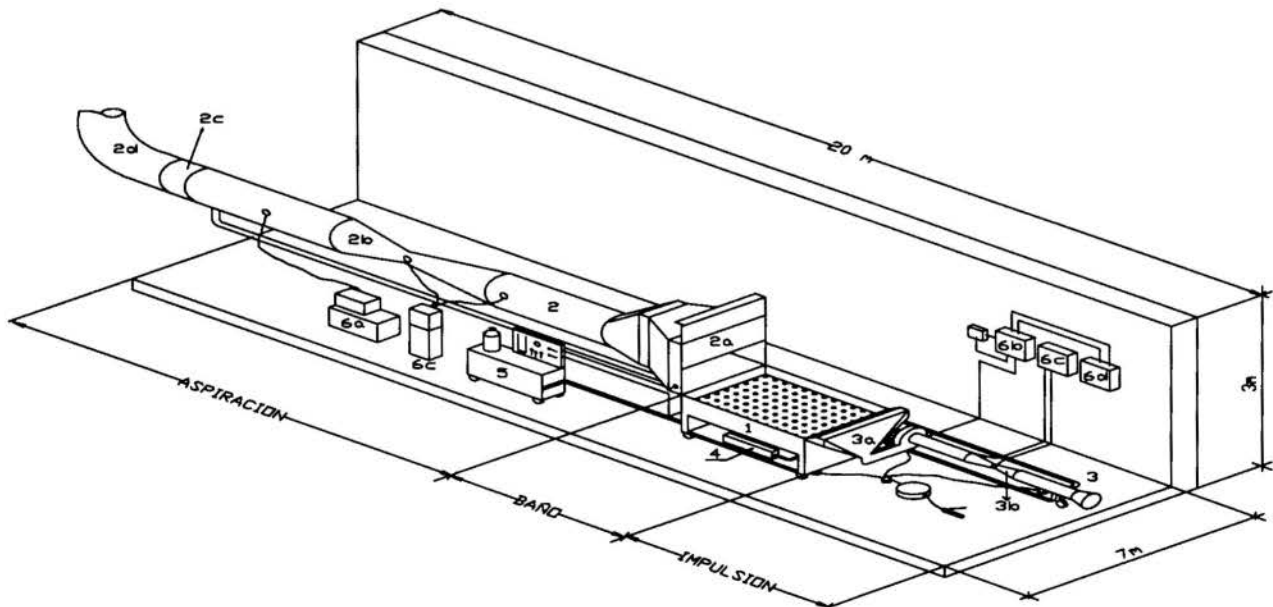
RESUMEN

*La complejidad mecánica de los flujos de aire en la ventilación por impulsión-aspiración (push-pull) utilizada en los baños de tratamiento de superficies, obliga al empleo de dispositivos experimentales que permitan la visualización de las diferentes corrientes de aire implicadas, siendo además necesario utilizar gases trazadores para evaluar cuantitativamente su eficacia. Con esta finalidad se ha construido una instalación piloto a escala real consistente en un baño rectangular de 1.6 m de anchura y longitud variable entre 1.2 y 1.8 m. La superficie del baño puede calentarse entre la temperatura ambiente y 100 °C y dispone de 460 orificios conectados a sistemas de generación de humos o de hexafluoruro de azufre. El primero posibilita la visualización de los flujos generados por la impulsión. La medida de las concentraciones de hexafluoruro de azufre permite determinar la eficacia de captación del sistema. En esta comunicación se describen los diferentes componentes de la instalación así como algunas consideraciones sobre su comportamiento.*

INTRODUCCION

Para controlar las emisiones de contaminantes procedentes de baños de tratamiento de superficies se utilizan (INRS, 1989) sistemas de simple aspiración o combinados con impulsión

(push-pull). Los primeros consisten en configuraciones de entrada de aire -denominadas genéricamente campanas de aspiración- conectadas a ventiladores tubulares helicoidales. Este sistema genera campos de velocidad omnidireccionales en los dominios del baño, lo que hace disminuir rápidamente la eficacia



1. Baño. 2. Sistema de aspiración. 2.a. Elemento primario de aspiración. 2.b. Venturi. 2.c. Ventilador. 2.d. Chimenea. 3. Sistema de impulsión. 3.a. Elemento de impulsión de aire. 3.b. Venturi. 4. Bomba de generación de humo. 5. Equipo de generación de F<sub>6</sub>S. 6. Sistemas de control. 6.a. Espectrofotómetro de infrarrojos. 6.b. Variadores de frecuencia de los ventiladores. 6.c. Medidores de caudal. 6.d. Control de temperatura del baño.

Figura 1 - Esquema general de la instalación piloto

de captación conforme aumenta la distancia a la entrada de aspiración, no siendo recomendable su implantación para longitudes de baño superiores a 1 ó 1.2 m (ACGIH, 1992).

En los sistemas push-pull, la impulsión de aire en forma de cortina circula paralelamente a la superficie del baño arrastrando a las emisiones hacia la aspiración (Hugues, 1990), provocando una circulación cuasi direccional -flujo de pared- que, adecuadamente configurada, permite obtener eficacias de captación elevadas (Niemela *et al.*, 1991).

Cabe también señalar que las corrientes aleatorias en los recintos interiores, provocadas por la circulación de personas, equipos o procedentes del exterior, distorsionan los campos de velocidad creados por los sistemas de aspiración, pero lo hacen en menor medida (Klein, 1987) sobre los flujos de impulsión.

Aunque la configuración del sistema push-pull puede parecer elemental, no lo es la descripción de los diferentes flujos implicados, y menos aún si se pretenden abordar aspectos cuantitativos, dado el elevado número de variables geométricas y de operación que influyen de manera decisiva en su comportamiento (Flanigan *et al.*, 1974; Woods y McKarns, 1995).

En esta trabajo se describe una instalación piloto construida para evaluar el comportamiento cualitativo y cuantitativo (Turk *et al.*, 1968; Hampl, 1985; Farant *et al.*, 1986; Mosovsky, 1995) de sistemas de simple aspiración y de push-pull.

### INSTALACION PILOTO

En la Figura 1 se representa esquemáticamente el conjunto de la instalación que consta de los elementos descritos a continuación.

#### Baño de tratamiento de superficies.

En él ocurre el proceso que genera la fuente superficial de contaminante. Su desplazamiento bajo el elemento primario de captación, posibilita el estudio de tres longitudes diferentes: 1.2, 1.53 y 1.8 metros. Una red de distribución situada por debajo de ella (Figura 2) es alimentada por el gas trazador. La introducción en cada uno de los orificios de la superficie del baño se efectúa a través de una obstrucción idéntica -aguja hipodérmica de 0.5 mm de diámetro interior, soportada por un tapón de silicona- la cual permite obtener una distribución uniforme de los caudales.

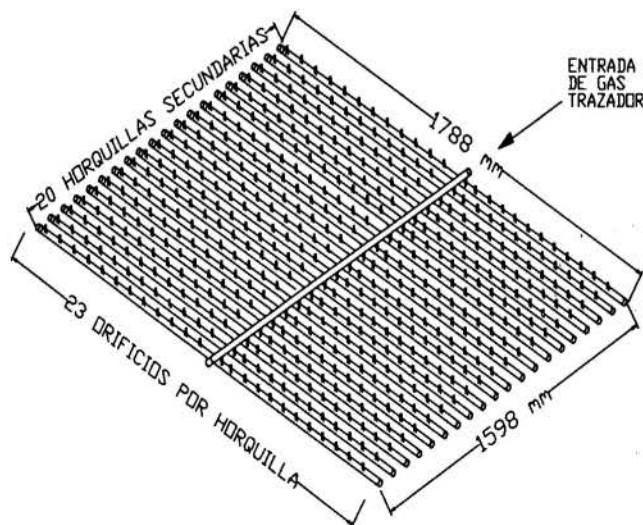


Figura 2 - Red de distribución de gas trazador

Un sistema de resistencias eléctricas acopladas en serie (Figura 3), permite simular el calentamiento superficial del baño entre la temperatura ambiente y 100°C. Construida con hilo resistivo NICHROME 80, de 2.20 mm de diámetro y resistividad 0.285 ohmios/metro, permite alcanzar hasta 6000 vatios. La temperatura de calefacción es seleccionada con un regulador digital E5CS-X de OMRON, el cual mantiene la temperatura detectada con una sonda PT 100, previamente calibrada. Todo el conjunto está cubierto por una lámina de mica perforada, la cual permite uniformizar la temperatura superficial del baño.

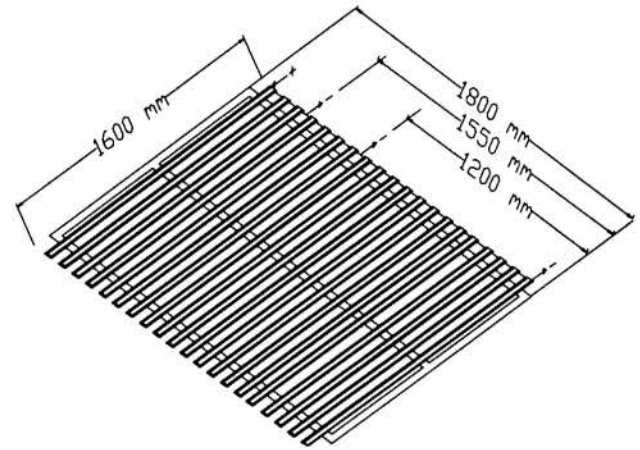


Figura 3 - Resistencia calefactora

#### Sistema de aspiración.

En la Figura 4 se representa con mayor detalle el elemento primario de aspiración, de 1.60 m de anchura, disponiendo de una compuerta deslizante que permite variar la altura de la entrada hasta 60 cm. Este elemento está conectado a una conducción de 60 cm de diámetro, donde se sitúan: una compuerta de regulación del caudal del tipo SF GO de DITER; un venturi para la medida de caudal -calibrado en el intervalo 0.08 a 2.5 m<sup>3</sup>/s-, determinándose la diferencia de presiones con un manómetro diferencial DIGITRON modelo P200-UL; un ventilador SP TBT/2-400 de 1100 w de potencia y cuya regulación de la velocidad de giro -hasta 2800 r.p.m- se realiza con un variador de frecuencia AGUT VAT-2FC. El sistema acaba en una chimenea que evacua los gases trazadores.

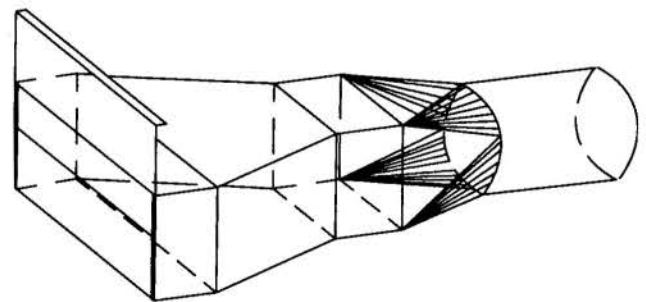
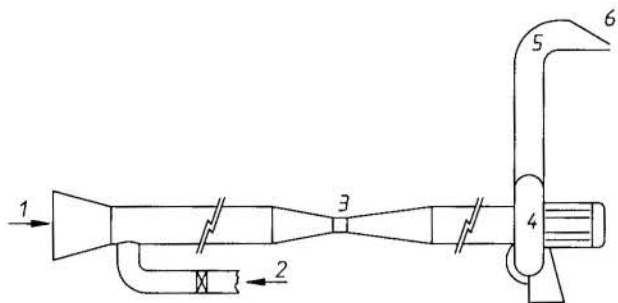


Figura 4 - Elemento primario de captación

#### Sistema de impulsión.

La cortina de aire que, uniformemente distribuida en su origen, recorre la superficie del baño, se genera en el sistema de impulsión (Figura 5). Un sistema oleohidráulico permite su

elevación, lo que posibilita la variación de la altura del soplado entre 100 y 200 mm sobre la superficie del baño.



1. Entrada de aire. 2. Entrada de humo. 3. Venturi. 4. Ventilador. 5. Colector. 6. Ranura de impulsión.

Figura 5 - Sistema de impulsión

Provisto de entrada de humo, éste que procede de un equipo generador ROSCO 1500, es enviado hacia la boquilla de impulsión, posibilitando la observación de los flujos generados en ésta. En las experiencias preliminares, el humo también podía ser introducido, a través de un difusor, en la cámara inferior de la superficie del baño y alimentar así uniformemente a los orificios de la misma, haciendo factible la visualización de los efectos de los distintos flujos sobre los penachos emergentes. Un venturi permite, previo calibrado, conocer el caudal de impulsión mediante su conexión a un manómetro diferencial. El aire de impulsión procede de un ventilador centrífugo SP CB-130 de 1100 w de potencia, 2800 r.p.m. y caudal máximo 0.4 m<sup>3</sup>/s. La velocidad de giro se regula mediante un variador de frecuencia AGUT VAT-2FC.

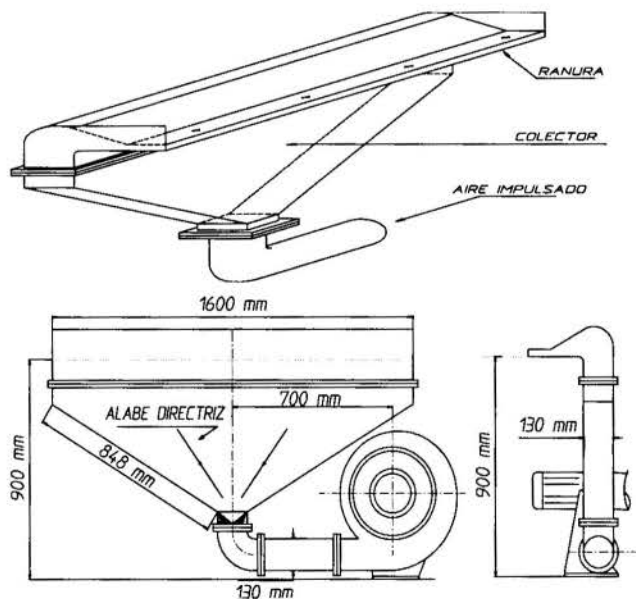


Figura 6 - Colector del aire impulsado

La forma constructiva y la adecuación de álabes directrices de flujo en el colector de impulsión (Figura 6), dirige, reorienta y distribuye el aire impulsado por el ventilador hacia la ranura de impulsión. Alimentada por el colector, la ranura está formada por dos labios que, accionados manualmente, permiten una apertura de entre 5 y 50 mm. La no uniformidad en la distribución de la velocidad de salida del aire por la ranura, conlleva la utilización

de la misma como soporte de boquillas de distinta geometría (número de orificios, diámetro, distancia intercentros, etc) y diferentes ángulos de inclinación (Figura 7).

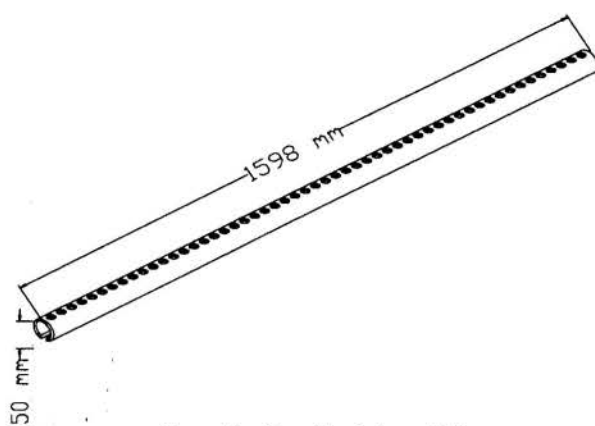


Figura 7 - Boquilla de impulsión

### CONTROL DE CAUDAL DE GAS TRAZADOR

El hexafluoruro de azufre puro, procede de una botella (Figura 8), controlándose la presión de salida con un manorreductor (1). El caudal se regula mediante una válvula de aguja NUPRO serie S de SWAGelok (2). Un manómetro de vidrio en U, conteniendo agua, actúa de válvula de seguridad (3) para prevenir sobrepresiones en la línea. A continuación se dispone de un indicador de caudal constituido por un estrechamiento, cuyos extremos se conectan a un manómetro diferencial MAGNEHELIC (4) de escala hasta 50 cm.c.agua, manteniendo de este modo, una indicación constante del flujo de hexafluoruro. El contrastado del mismo, realizado con un caudalímetro electrónico de burbuja GILIAM con célula para flujo bajo entre 1 y 250 cc/min (5), permite relacionar la diferencia de presiones con el caudal. El caudal de trazador así obtenido se mezcla con otro de aire (20 l/min) procedente de una bomba de membrana MILIPORE X5522050, lo cual facilitará el desplazamiento del gas trazador. Por último, una bifurcación regulada con válvulas de esfera permite enviar el gas bien al interior del elemento primario de captación (6) o a la red de distribución de los orificios de la superficie del baño (7).

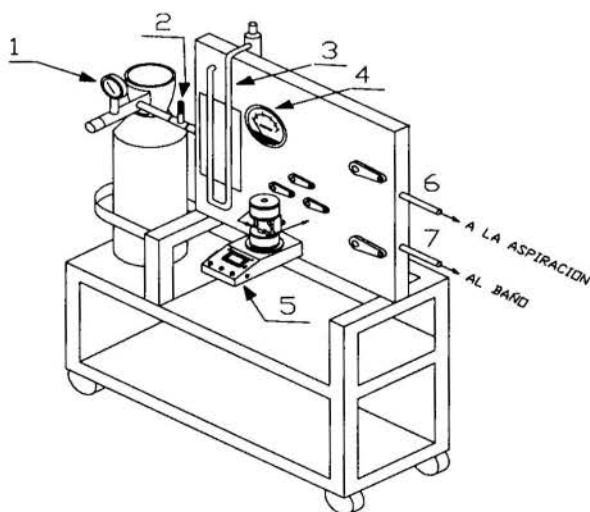


Figura 8 - Equipo de control de gas trazador



## OTROS EQUIPOS DE CONTROL

La determinación de las concentraciones de gas trazador diluido en aire se realiza cerca del ventilador de aspiración, utilizando un espectrofotómetro de infrarrojos BRUEL & KJAER modelo 1302. Las medidas de la velocidad del aire se realizan con un termoanemómetro ALNOR GGA-65P COMPUFLOW, y el calibrado de los venturís con tubos de Pitot. También se utilizan tubos de humo DRÄGER para visualizar los flujos.

## SECUENCIA OPERATIVA UTILIZANDO HUMO

El humo generado puede ser inyectado, por medio de la correspondiente red de distribución, bien a través de los 460 orificios de la superficie del baño o bien directamente a través del sistema de impulsión (Figura 9). En uno u otro caso, modificando las variables de operación (caudales de aspiración e impulsión, temperatura, etc.) y, mediante la observación directa de los flujos, una vez alcanzado el régimen estacionario, se lleva a cabo la determinación visual de la máxima eficacia. Las Figuras 10 y 11 muestran algunos de los flujos involucrados.

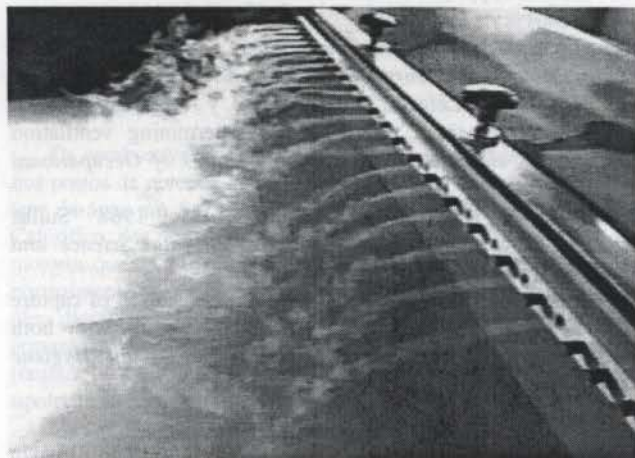


Figura 9 - Chorros procedentes de las boquillas de impulsión

## ASPIRACION



Figura 10 - Aspiración preferente por el centro del elemento primario de captación utilizando push-pull

## ASPIRACION



## IMPULSION

Figura 11 - Formación de torbellinos en las proximidades de los laterales del baño

## SECUENCIA OPERATIVA UTILIZANDO GAS TRAZADOR

La determinación de la eficacia del sistema de ventilación se realiza mediante la medida de la concentración de gas trazador existente en cada momento en el conducto de aspiración. Efectivamente, la relación entre la concentración capturada del  $F_2S$  emitido desde el baño y la total inyectada en el conducto de aspiración, permite determinar la eficacia de cada disposición de ventilación. Todas las medidas se realizan una vez alcanzado el régimen estacionario, previa ventilación general entre cada una de ellas para eliminar el contaminante acumulado en la nave.

Resultados típicos de esta técnica se recogen en la Figura 12. En ella se representa la influencia de corrientes cruzadas de 0.4 a 0.7 m/s, actuando perpendicularmente a la dirección de la impulsión-aspiración. El baño de 1,8 m de longitud y 1,6 metros de anchura, calentado a 50 °C, con una altura de la ranura de aspiración de 0.30 m, utiliza una boquilla de impulsión constituida por 53 orificios de 20 mm de diámetro inclinada 45° con respecto a la horizontal. El caudal de aspiración se ha mantenido constante a 0.249 m<sup>3</sup>/s. La temperatura ambiente es de 27°C.

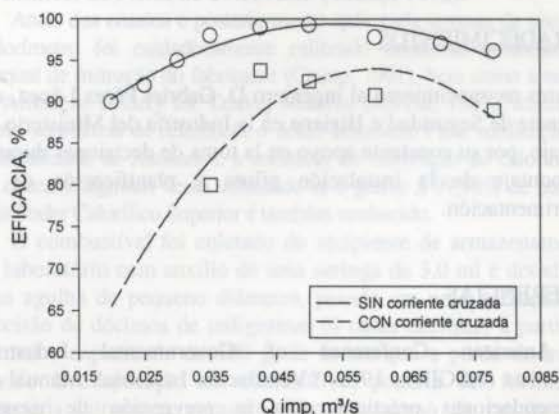


Figura 12 - Disposición push-pull sin/con corrientes cruzadas

## SECUENCIA OPERATIVA CON DIFUSOR TUBULAR

Para el estudio de las zonas del baño en las que se producen pérdidas de contaminante se ha diseñado un tubo difusor -en PVC- de 11 mm de diámetro que, cerrado por los extremos, está dotado de 153 orificios de 1 mm, alimentándose con el gas trazador por su zona central (Figura 13). El tubo puede situarse en diferentes zonas del baño, evaluando en cada una de ellas la eficacia de captación. De esta manera se obtiene un perfil de eficacias que permite evaluar el comportamiento del sistema.

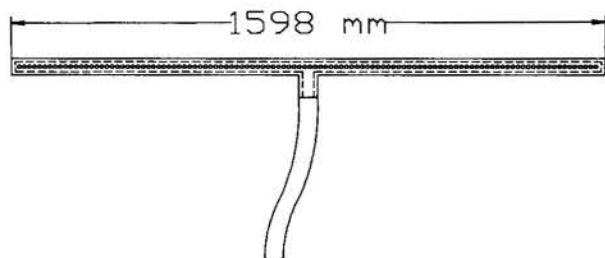


Figura 13 - Difusor tubular de gas trazador

En la Figura 14 se representa uno de los ensayos, observándose que para este caso las pérdidas se producen entre las longitudes de baño comprendidas entre 200 y 700 mm a partir de la impulsión, posiblemente debidas al choque de la cortina de aire sobre la superficie del baño.

Qasp: 0.264 m<sup>3</sup>/s Qimp: 0.03 m<sup>3</sup>/s Tbaño: 50 °C Tamb: 26 °C  
Eficacia de referencia: 98.8 %

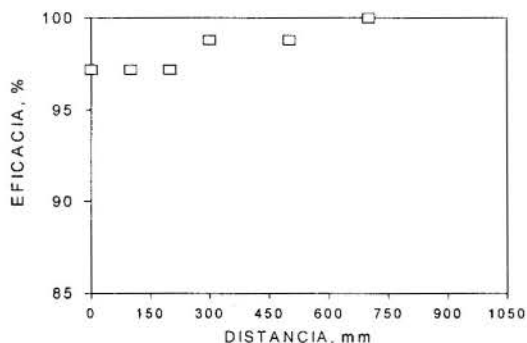


Figura 14 - Mecanismo de la emisión de contaminante en una disposición push-pull

## AGRADECIMIENTOS

Nuestro reconocimiento al ingeniero D. Gabriel Pérez López, del Gabinete de Seguridad e Higiene en la Industria del Ministerio de Trabajo, por su constante apoyo en la toma de decisiones durante el montaje de la instalación piloto y planificación de la experimentación.

## REFERENCIAS

American Conference of Governmental Industrial Hygienists (ACGIH)., 1992, "Ventilación Industrial. Manual de recomendaciones prácticas para la prevención de riesgos profesionales", I Edición en español. Generalitat Valenciana. Direcció General de Treball.

Farant, J.P.; Mckinnon, D.L. y Mckenna, T.A., 1986, "Tracer gas as a ventilation tool: methods and instrumentation", *Ventilation '85 Edited by Goodfellow, H.D.*. Elsevier Science Publishers. Amsterdam. pp. 263-274.

Flanigan, L.J.; Talbert, S.G.; Semones, D.E. y Kim, B.C., 1974, "Development of design criteria for exhaust systems for open surface tanks", *National Institute for Occupational Safety and Health (NIOSH): contract n° HSM 099-71-61*. Cincinnati, Ohio.

Hampl, W. y Shulman, S., 1985, "Use of tracer gas techniques for industrial exhaust hood efficiency evaluation. Application of sulfur hexafluoride for hood controlling particulate emissions", *American Industrial Hygiene Association Journal*, Vol. 5, pp. 379-386.

Hughes, R.T., 1990, "An overview of push-pull ventilation characteristics", *Applied Occupational Environment Hygiene*, Vol.3, pp. 156-161.

Institut National de Recherche et de Sécurité (INRS), 1989, "Guide pratique de ventilation. 1. L'assainissement de l'air des locaux de travail". 30, Rue Olivier-Noyer 75680 Paris Cedex 14.

Klein, M.K., 1987, "A demonstration of NIOSH push-pull ventilation criteria", *American Industrial Hygiene Association Journal*, Vol 3, pp. 238-246.

Mosovsky, J.A., 1995, "Sulfur hexafluoride tracer gas evaluations on hood exhaust reductions", *American Industrial Hygiene Association Journal*, Vol. 1. pp. 44-49.

Niemela, R., Lefevre, A., Muller, J.P. y Aubertin, G., 1991, "Comparison of three tracer gas for determining ventilation effectiveness and capture efficiency", *Annals of Occupational Hygiene*, Vol 35, n° 4, pp. 405-417.

Turk, A., Edmonds, S.M. y Mark, H.L., 1968 "Sulfur hexafluoride as a gas air tracer", *Environmental Science and Technology*, Vol.2, pp. 44-48.

Woods, J.N. y Mckarns, J.S., 1995, "Evaluation of capture efficiencies of large push-pull ventilation systems with both visual and tracer techniques", *American Industrial Hygiene Association Journal*, Vol. 12, pp. 1208-1214.

## ABSTRACT

The knowledge of the captation capacity in a local extraction ventilation system, where the capture of the pollutant is carried out near the generation source, is one of the most important parameters in order to check its performance. So that, a real scale pilot installation has been used. The emission of gasses, fog, and vapours emitted in industrial baths could be simulated. Several configurations could be assayed by means of changes in the geometrical and operational conditions. The efficiency of the pollutant captation has been determined using both lateral aspiration and push-pull technique. In both cases, qualitative (usin visual observation of the flows of smoke) and quantitative (using F<sub>6</sub>S as tracer gas) determinations haven been carried out. Moreover, an interpretation of the pollutant leak mechanism, from the bath surface, is also reported.



## DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DO PODER CALORÍFICO DE COMBUSTÍVEIS ORGÂNICOS LÍQUIDOS EM FUNÇÃO DA UMIDADE

**Aristóteles Alves Lyrio, Elias Antônio Dalvi e Renata da Cruz Araújo Vieira**

Departamento de Engenharia Mecânica  
Universidade Federal do Espírito Santo  
29060-970 - Vitória-ES - Brasil

### SUMÁRIO

*O presente trabalho apresenta os resultados experimentais referentes às medições do Poder Calorífico Superior (PCS) e respectivas determinações do Poder Calorífico Inferior (PCI) de combustíveis orgânicos líquidos comercializados em postos de combustíveis na área da Grande Vitória no estado do Espírito Santo nas condições em que são comercializados. Visando determinar a influência da umidade sobre o PCS e o PCI, experimentos foram realizados com os mesmos combustíveis contendo teores de água na faixa de 0 a 70 % obtendo-se uma correlação que relaciona o PCS e a umidade u.*

### INTRODUÇÃO

Os combustíveis orgânicos líquidos comercializados no Brasil nos postos de revenda ao consumidor, muitas vezes contêm algum teor de água em sua massa que promove a diminuição do Poder Calorífico dos mesmos, podendo comprometer a potência dos motores que os utilizam. Como exemplo dessa ocorrência, tem-se normalmente em empresas que consomem grandes quantidades de óleo diesel, a realização de centrifugação à saída dos tanques de armazenamento, no momento do abastecimento de suas frotas (ônibus, caminhões, locomotivas, dentre outros, conforme a tipologia da empresa), para diminuição da umidade nele contida.

Na realização do presente trabalho, foram medidos experimentalmente os Poderes Caloríficos Superiores (PCS's) dos combustíveis orgânicos líquidos como gasolina, óleo diesel, álcool etílico e querosene de aviação (QAV1), em condições de isenção de água e também em condições contendo teores de água adicionados controladamente no laboratório, de forma a se ter uma grande faixa de conteúdo percentual (m/m) de água no combustível. Os resultados obtidos conduziram ao estabelecimento de uma correlação que permite a obtenção do Poder Calorífico em função do teor de água, aqui denominado de umidade.

Adicionalmente, tais resultados foram comparados com os resultados do trabalho de Lyrio et al. (1992), contemplando resíduos orgânicos sólidos, constituídos de casca de côco, madeira inservível, galhos resultantes da poda de árvores e bagaço de cana, conduzindo a conclusões importantes nesta área.

### MATERIAIS E MÉTODO EXPERIMENTAL

**Materiais.** Os materiais analisados experimentalmente foram gasolina, óleo diesel e álcool etílico comercializados nos postos de combustíveis automotivos da região da Grande Vitória e querosene de aviação (QAV1) que abastece aeronaves no aeroporto de Goiabeiras em Vitória - ES.

Várias amostras desses combustíveis foram adquiridas de 4 (quatro) diferentes fornecedores que os comercializam nos postos de combustíveis espalhados na Região Metropolitana de Vitória, bem como das empresas de abastecimento de aviões no aeroporto de Vitória.

Esses combustíveis, de origens diferentes, foram ensaiados inicialmente nas condições em que são comercializados. Após, foram tornados isentos de água e de álcool como é o caso da gasolina, através do método de separação gravimétrica. Testes experimentais foram realizados utilizando-se várias amostras de cada tipo de combustível, originários de fornecedores comerciais diferentes, identificando-se cada amostra com as seguintes anotações: tipo de combustível, data de coleta, data de testes, posto de origem e teor de água. Para cada combustível e respectiva origem, foram realizados no mínimo cinco testes de medição do PCS, para cada teor de água contido em sua massa.

Inicialmente as medições experimentais foram realizadas para cada combustível com zero por cento de teor de água. A seguir, foram procedidos testes com 10% de água, 20% e assim por diante até o valor de 70%, além do qual, a combustão na bomba calorimétrica quase sempre não se realizava. Ensaio com teores de água intermediários aos indicados, também foram realizados.

**Metodologia das Análises e Determinações.** O método empregado na medição do Poder Calorífico Superior utilizou uma bomba calorimétrica a volume constante, desenvolvida e construída pelo Laboratório de Combustíveis Alternativos (LCA) do Instituto de Física da UNICAMP (Ciamp, 1992).

Antes dos ensaios e posteriormente após cada semana de testes, o Calorímetro foi cuidadosamente calibrado conforme estabelece o Manual de Instrução do fabricante (Ciamp, 1991), bem como a norma da American Society for Testing Material (ASTM, 1985), utilizando como substância de referência o ácido benzóico. Para verificação da repetibilidade de resultados, a constante de calibração do calorímetro foi checada algumas vezes utilizando-se o grafite a 99,98% de pureza, cujo Poder Calorífico Superior é também conhecido.

O combustível foi coletado do recipiente de armazenamento do laboratório com auxílio de uma seringa de 3,0 ml e dotada de uma agulha de pequeno diâmetro, pesado em uma balança com precisão de décimos de miligramas (4 casas decimais à partir da grama) e capacidade de 100 g, de forma que a perda de massa devido à evaporação do combustível poderia ser facilmente detectada durante a pesagem. Neste processo de pesagem, a agulha da seringa foi mantida vedada por uma tampa própria, não se verificando durante o processo de pesagem do combustível qualquer variação da massa do mesmo. Cuidadosos testes foram realizados para a gasolina e o álcool que são os combustíveis

mais voláteis dentre os combustíveis analisados, confirmando que o processo de pesagem não implicou em qualquer perda detectável de combustível.

A seguir, injetava-se o combustível da seringa para uma cápsula fechada vazia, do tipo cápsula de remédio adquirida em farmácia de manipulação, cuja massa e poder calorífico superior tinham sido previamente determinados, de forma que não se verificasse qualquer variação na massa do combustível durante o seu carregamento na cápsula. Isto também foi comprovado através de cuidadosos testes realizados com a gasolina e o álcool.

Após o carregamento da cápsula contendo o combustível em processo de ensaio, colocava-se a mesma no cadinho, alojando-o em seguida em seu suporte dentro da bomba calorimétrica. A bomba era então fechada e carregada com oxigênio a 30 atm de pressão, conforme estabelece a norma (ASTM, 1985).

Para os ensaios com o combustível contendo água, foi utilizado o mesmo processo, pesando-se a água com auxílio de outra seringa, sendo então descarregada na cápsula antes ou após o combustível. Desta forma determinava-se o percentual em massa de água contido no combustível, constatando-se que essa ordem de carregamento da água na cápsula não alterava os resultados das medições do PCS.

A energia térmica liberada pela combustão da cápsula e do combustível nela contido era transferida para água do calorímetro, cuja variação de temperatura foi medida por uma sonda constituída de um termopar conectado a um "plotter" do equipamento para registro dessa variação no decorrer do tempo.

A equação (1) indica a forma de determinação do PCS a partir dos resultados das medições efetuadas quando se tem uma única substância na bomba calorimétrica, como por exemplo, a cápsula vazia.

$$PCS_{CAP} = (K \cdot \Delta\theta_{CAP}) / m_{CAP} \quad (1)$$

onde K é a constante de calibração do calorímetro,  $\Delta\theta_{CAP}$  é a variação de temperatura decorrente da combustão do combustível (cápsula) no interior da bomba calorimétrica e registrada graficamente no "plotter" do calorímetro e  $m_{CAP}$  é a massa do combustível (cápsula).

Para as medições do combustível dentro da cápsula, o PCS é obtido de forma similar considerando-se a massa do conjunto: cápsula-combustível, conforme consta da equação (2).

$$PCS_{CONJ} = (K \cdot \Delta\theta_{CONJ}) / m_{CONJ} \quad (2)$$

$$m_{CONJ} = m_{CAP} + m_{COMB} \quad (3)$$

A determinação do PCS do combustível utiliza o princípio de conservação de energia: a energia liberada no processo de ensaio pela combustão do conjunto (cápsula+combustível) é igual a soma das energias liberadas pela cápsula e pelo combustível.

$$PCS_{COMB} = (m_{CONJ} \cdot PCS_{CONJ} - m_{CAP} \cdot PCS_{CAP}) / m_{COMB} \quad (4)$$

quando adiciona-se água ao combustível dentro da cápsula a massa da mistura combustível e água é dada por:

$$m_M = m_{COMB} + m_A \quad (5)$$

o teor de água é definido pela equação:

$$u = m_A / m_M \quad (6)$$

portanto, a massa de água a ser adicionada à massa de combustível para se obter determinado teor de água pré-estabelecido é dada por:

$$m_A = m_{COMB} \cdot u / (1 - u) \quad (7)$$

e, conseqüentemente, a massa a ser ensaiada é dada por:

$$m_M = m_C / (1 - u) \quad (8)$$

A determinação do PCS do combustível com teor de água em sua massa se processa trocando a massa do combustível na equação (4) pela massa da mistura dada na equação (5).

Uma alteração dos procedimentos de carregamento da bomba calorimétrica com o combustível em processo de ensaio foi realizada, eliminando-se a cápsula, ou seja, carregando-se o combustível diretamente no cadinho de quartzo. Cuidados especiais foram tomados com os combustíveis ensaiados, principalmente com a gasolina e o álcool, por serem os mais voláteis. Dessa forma os parâmetros referentes ao conjunto cápsula e combustível ( $m_{CONJ}$ ,  $\Delta\theta_{CONJ}$  e  $PCS_{CONJ}$ ) na equação (2) passam a ser os valores referentes ao próprio combustível e, as equações (3) e (4) perdem o significado.

Os resultados obtidos utilizando-se os dois métodos de carregamento da bomba calorimétrica foram muito próximos, situando-se dentro da faixa de erro das medições, determinada em  $\pm 3\%$ . Foram realizados para cada combustível e cada teor de água nele contido um mínimo de 5 (cinco) ensaios, sendo 3 (três) com a utilização da cápsula e 2 (dois) ou 3 (três) sem utilização da cápsula. Os resultados apresentados nas tabelas 2, 3, 4 e 5 foram obtidos das médias das medições realizadas para cada combustível para uma mesma umidade.

Os valores do PCI para o combustível isento de água foram calculados a partir dos valores respectivos do PCS, utilizando-se a equação abaixo (ASTM, 1985):

$$PCI_{hs} = PCS_{hs} - 9 \cdot H \cdot Q_v \quad (9)$$

onde o subíndice  $hs$  indica amostra sem água, H é o teor de hidrogênio do combustível, (Considine, "Energy-Technology Handbook", 1977) e  $Q_v$  é o calor latente de vaporização da água igual a 572 kcal/kg (2393 kJ/kg). Deve-se observar que o termo subtrativo ( $9 \cdot H \cdot Q_v$ ) na equação (9) representa o calor necessário à evaporação da água formada a partir do hidrogênio da amostra.

A bomba calorimétrica mede o Poder Calorífico Superior (PCS) porque nela a água evaporada é condensada, tendo em vista a elevada pressão em seu interior e que o processo se completa quando sua temperatura retorna ao valor inicial anterior ao processo de combustão.

Os PCI,s (Poder Calorífico Inferior, também denominado de calor líquido de combustão) dos combustíveis ensaiados com certo percentual u de água, foram obtidos dos respectivos PCS,s com o mesmo teor de água conforme a equação:

$$PCI_{hu} = PCS_{hu} - 9 \cdot H \cdot Q_v \cdot (1-u) - u \cdot Q_v \quad (10)$$

onde o subíndice  $hu$  indica que o combustível contém certo teor de água correspondente à fração u, em massa (m/m). O primeiro e segundo termos subtrativos da equação (10), são decorrentes, respectivamente, da evaporação da água formada a partir do hidrogênio contido no combustível e do teor de água u, contido na amostra.

## RESULTADOS EXPERIMENTAIS

As equações (9) e (10) de determinação do Poder Calorífico Inferior requerem o conhecimento do teor de hidrogênio do combustível em análise. Na Tabela 1, tem-se o valor da percentagem (m/m) de carbono e hidrogênio contido em cada combustível analisado a partir da sua composição média (Ministério da Agricultura, 1980), considerando ausência de impurezas.



Tabela 1 - Teores médios de carbono e hidrogênio dos combustíveis ensaiados

Combustível	Carbono (%)	Hidrogênio (%)
Gasolina	84,2	15,8
Álcool etílico	52,2	13,0
Óleo diesel	84,7	15,3
Querosene	84,6	15,4

Na Tabela 2 são apresentados para a gasolina, os valores do PCS para diversos valores do teor de água  $u$  contidos em cada combustível, resultantes das medições realizadas no presente trabalho e os respectivos valores do PCI determinados através das equações (9) e (10) para os mesmos valores de  $u$ .

Tabela 2 - Dados da gasolina

u	PCS		PCI		PCS <sub>bu</sub> /PCS <sub>bs</sub>
	(kcal/kg)	(kJ/kg)	(kcal/kg)	(kJ/kg)	
0,0	10783	45146	9970	41741	1,00
0,1	9368	39224	8579	35919	0,87
0,2	8123	34010	7358	30806	0,75
0,3	7537	31555	6796	28453	0,70
0,4	6332	26509	5615	23508	0,59
0,5	5174	21664	4482	18764	0,48
0,6	4098	17157	3429	14358	0,38
0,7	3004	12576	2359	9878	0,28

As Tabelas 3, 4 e 5 apresentam os dados do óleo diesel e querosene de aviação (QAV1) e álcool, respectivamente.

Tabela 3 - Dados do óleo diesel

u	PCS		PCI		PCS <sub>bu</sub> /PCS <sub>bs</sub>
	(kcal/kg)	(kJ/kg)	(kcal/kg)	(kJ/kg)	
0	10808	45251	10020	41953	1,00
0,1	9706	40635	8939	37428	0,90
0,2	8496	35570	7751	32453	0,79
0,3	7418	31056	6695	28030	0,69
0,4	6299	26372	5597	23435	0,58
0,5	5475	22923	4795	20077	0,51
0,6	4008	16781	3350	14025	0,37

Tabela 4 - Dados do querosene

u	PCS		PCI		PCS <sub>bu</sub> /PCS <sub>bs</sub>
	(kcal/kg)	(kJ/kg)	(kcal/kg)	(kJ/kg)	
0,0	11210	46934	10417	43615	1,00
0,1	9529	39894	8758	36667	0,85
0,2	8520	35670	7771	32535	0,76
0,3	7847	32854	7120	29812	0,70
0,4	6838	28630	6134	25680	0,61
0,5	5157	21590	4474	18733	0,46
0,7	3139	13142	2501	10469	0,28

Tabela 5 - Dados do álcool

u	PCS		PCI		PCS <sub>bu</sub> /PCS <sub>bs</sub>
	(kcal/kg)	(kJ/kg)	(kcal/kg)	(kJ/kg)	
0	6766	28327	6097	25525	1,00
0,1	6210	26001	5551	23240	0,92
0,2	5551	23241	4901	20520	0,82
0,3	4740	19845	4100	17166	0,70
0,4	3920	16412	3290	13773	0,58
0,5	3556	14888	2935	12290	0,52
0,6	2246	9404	1635	6846	0,33
0,7	2034	8516	1433	5999	0,30

As tabelas anteriores contemplam apenas os dados de umidade múltiplos de dez, embora muitos testes com valores intermediários também tenham sido realizados.

O erro determinado para os dados do Poder Calorífico Superior dos combustíveis ensaiados constantes das Tabelas 2, 3, 4 e 5 é de 3%. Entretanto, a incerteza dos valores determinados através das equações (9) e (10) depende, além das incertezas dos dados experimentais do PCS e do teor de água, também das incertezas dos dados do teor de hidrogênio contido em cada combustível apresentado na Tabela 1, os quais, à exceção do álcool etílico, correspondem a valores obtidos da mistura de hidrocarbonetos que entram na composição média de cada um.

Verifica-se para tais combustíveis um comportamento similar relativamente à variação do PCS em função do teor de água neles contido. Isto fica evidente nas Figuras 1, 2, 3 e 4, que se seguem, cujos dados ali plotados para cada combustível, se correlacionam, respectivamente, através das equações (11), (12), (13) e (14), que representam as melhores curvas passando pelos respectivos dados, obtidas pelo método dos mínimos quadrados.

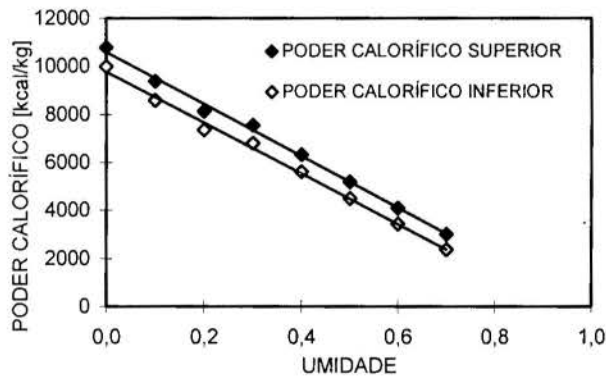


Figura 1 - Poder Calorífico Superior e Inferior da gasolina em função do teor da água contido em sua massa

A equação (11) indica a reta que melhor se aproxima dos dados da Figura 1 para a gasolina.

$$PCS_{bu} = PCS_{bs} \cdot (1,00 - 1,025 \cdot u) \quad (11)$$

Analogamente, os dados da Figura 2 para o álcool etílico são melhor representados pela equação da reta dada em (12):

$$PCS_{bu} = PCS_{bs} \cdot (1,00 - 1,048 \cdot u) \quad (12)$$

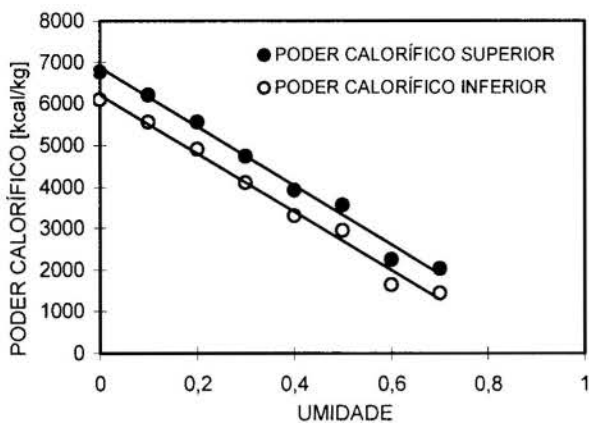


Figura 2 - Poder Calorífico Superior e Inferior do álcool etílico em função do teor de água contido em sua massa

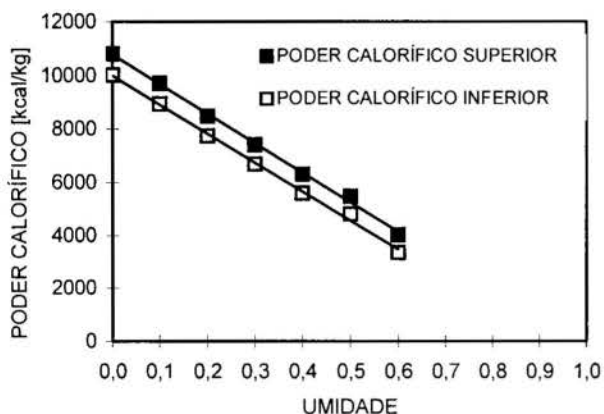


Figura 3 - Poder Calorífico Superior e Inferior do óleo diesel em função do teor de água contido em sua massa

Para os dados do óleo diesel destacados na figura 3, tem-se a correlação dada pela equação (13).

$$PCS_{bu} = PCS_{bs} \cdot (1,00 - 1,026 \cdot u) \quad (13)$$

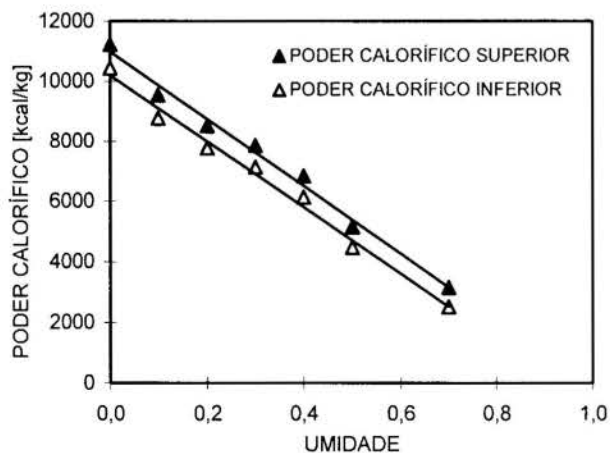


Figura 4 - Poder Calorífico Superior e Inferior do querosene em função do teor de água contido em sua massa

A correlação dada na equação (14) representa a melhor reta que se aproxima dos dados da Figura 4 para o querosene.

$$PCS_{bu} = PCS_{bs} \cdot (1,00 - 1,01 \cdot u) \quad (14)$$

## ANÁLISE E CONCLUSÕES

**Análise dos Resultados Obtidos.** Os resultados apresentados nas Tabelas 2, 3, 4 e 5 foram obtidos para cada teor  $u$  de água contido no combustível, a partir da média das medições efetuadas, envolvendo pelo menos 5 (cinco) medições, ou seja, pelo menos 3 (três) experimentos usando o método da cápsula e pelo menos 2 (dois) experimentos usando o método de carregamento direto no cadinho da bomba calorimétrica. Tais resultados foram coincidentes dentro da margem de erro verificada.

Os resultados relativos aos ensaios de cada combustível como o mesmo se apresentava ao ser adquirido, não constam das Tabelas apresentadas tendo em vista que os teores de água determinados em cada combustível, em geral ficou na faixa de 0,0 a 6,5%. Entretanto, considerando a margem de erro de 3%, esse tipo de resultado satisfaz, para cada combustível, a correlação entre o PCS e o teor de água nele contido, representadas pelas equações (11), (12), (13) e (14), respectivamente para a gasolina, álcool, óleo diesel e querosene.

Considerando o conjunto de todos os dados obtidos neste trabalho, tem-se a apresentação da Figura 5, que também indica uma forte correlação linear entre os PCS e o teores de água dos combustíveis analisados. Esta correlação já era esperada, tendo em vista o comportamento similar que os Poderes Caloríficos dos combustíveis analisados apresentam em relação à umidade, com equações quase coincidentes, permitindo que os dados plotados para todos os combustíveis na Figura 5, não apresentem espalhamento significativo.

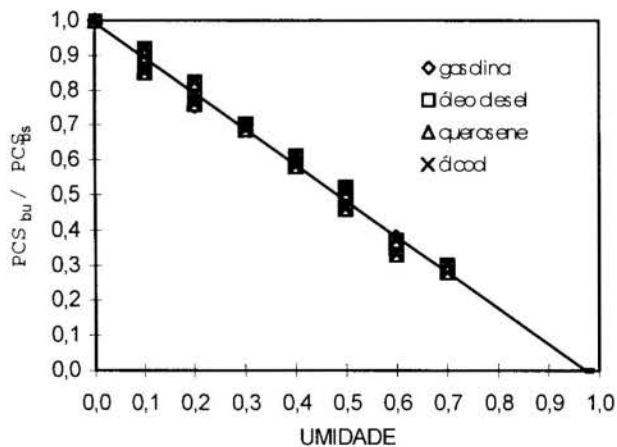


Figura 5 - Correlação entre o PCS e a umidade dos combustíveis analisados

A reta que melhor representa estes dados é dada pela equação (15) abaixo:

$$PCS_{bu} / PCS_{bs} = 1,00 - 1,025 \cdot u \quad (15)$$

Lyrio et al (1992), analisando o comportamento do PCS de resíduos sólidos orgânicos como madeira, bagaço de cana, casca de coco e casca de árvores de algumas espécies, observaram um comportamento semelhante ao indicado na Figura 5, obtendo uma correlação similar, representada pela equação (16) abaixo:

$$PCS_{bu} / PCS_{bs} = 1,00 - 1,05.u \quad (16)$$

Considerações teóricas sobre a variação do PCS de qualquer combustível em função da umidade pode ser realizada a partir da análise das equações (2), (5), e (7), quando se observa a metodologia que usa o combustível diretamente no cadinho da bomba calorimétrica, ou seja, com  $m_{cap} = 0$  na equação (3) e ainda, a mesma massa do combustível para qualquer teor de umidade nele contida, acarretando o mesma variação de temperatura.

Substituindo as equações (5) e (7) na equação (2) obtém-se:

$$PCS_{bu} / PCS_{bs} = 1 - u \quad (17)$$

Na Figura 6 tem-se a representação gráfica das equações (15), (16) e (17), indicando visualmente a diferença entre a correlação obtida no presente trabalho para os combustíveis líquidos orgânicos analisados, a correlação para os resíduos sólidos orgânicos (Lyrio et al., 1992) e a curva teórica obtida conforme as considerações acima observadas.

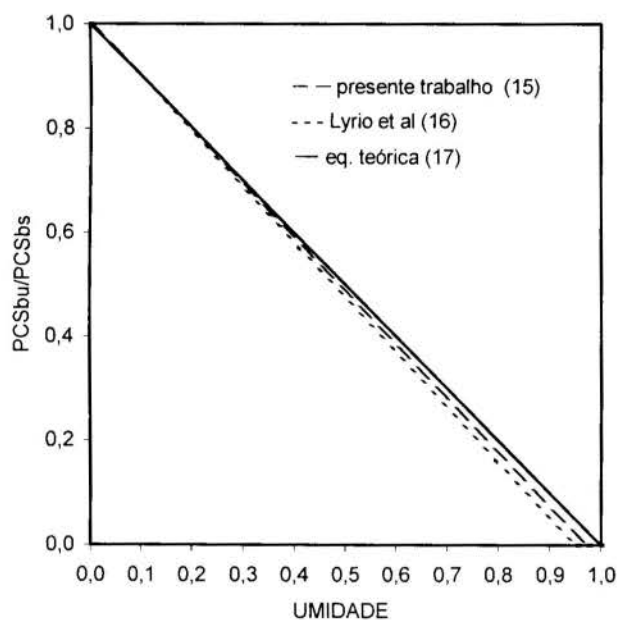


Figura 6 – Correlações entre  $(PCS_{bu}/PCS_{bs})$  em função da umidade

A análise da figura 6 indica que os dados experimentais se afastam da curva teórica a medida que a umidade aumenta, segundo a equação (18), onde  $\alpha > 1,0$  para os dados experimentais e  $\alpha = 1,0$  para a curva teórica.

Este afastamento é dado pela equação abaixo:

$$\begin{aligned} \Delta(PCS_{bu}/PCS_{bs}) &= [(PCS_{bu}/PCS_{bs})_T - (PCS_{bu}/PCS_{bs})_{EXP}] = \\ &= (1,0 - u) - (1,0 - \alpha.u) \end{aligned}$$

resultando na equação (18):

$$\Delta(PCS_{bu}/PCS_{bs}) = u \cdot (\alpha - 1) \quad (18)$$

A equação (18) mostra que a diferença entre as curvas experimentais, equações (15) e (16), e a curva teórica, equação (17), é uma função linear da umidade contida no material orgânico ensaiado.

Os resultados apresentados por Lyrio et al. (1992) para os resíduo sólidos orgânicos indicam valores de  $PCS_{bs}$  na faixa entre 4.300 e 4.400 kcal/kg, enquanto que no presente trabalho tem-se valores elevados para gasolina, óleo diesel e querosene na faixa de 10.780 a 11.210 kcal/kg e para o álcool etílico o valor de 6.760 kcal/kg. Quando se observa os valores de  $\alpha$  dados nas equações (11, 12, 13, 14) do presente trabalho e o valor de  $\alpha$  dado na equação (16) obtida por Lyrio et al. (1992) e se compara com os valores dos  $PCS_{bs}$  dos combustíveis aqui analisados e dos resíduos sólidos orgânicos analisados por Lyrio et al. (1992), verifica-se a tendência de valores mais elevados do  $PCS_{bs}$ , corresponderem a valores menores de  $\alpha$  (mais próximos da curva teórica,  $\alpha = 1,0$ ) e vice-versa, o que é corroborado com as temperaturas mais elevadas no interior da bomba calorimétrica quando o  $PCS_{bs}$  é elevado, vide equação (1). Entretanto, para se inferir uma generalização neste sentido torna-se necessário a realização de ensaios de uma gama muito maior de materiais orgânicos, visando a determinação de correlação que possa comprovar esse argumento.

Esta análise indica qualitativamente que, elevados teores de água no material orgânico ensaiado inibe a sua combustão no interior da bomba calorimétrica, tendo em vista a evidência obtida nos ensaios realizados, constatando-se a presença de combustível não queimado em mistura com a água formada no processo de ensaio, quando a umidade do combustível era aumentada.

Entretanto, a Figura 6 indica que, qualquer das três curvas aproximam-se bastante dos dados experimentais quando a umidade não é extremamente elevada, ou seja, para  $u < 50\%$  tem-se  $\Delta(PCS_{bu}/PCS_{bs}) < 2,5\%$ , quando se compara a curva teórica dada pela equação (17) e a correlação experimental dada pela equação (16) que é a pior situação.

**Conclusões.** A umidade de um combustível influencia fortemente o poder calorífico do mesmo, cujo decréscimo ocorre, na melhor das hipóteses, na mesma proporção do aumento da umidade, como é apresentada pela curva teórica dada pela equação (17).

O teor de umidade (definido segundo a equação (6)) verificado nos combustíveis analisados, situou-se na faixa de 0,0 a 6,5%, possibilitando um decréscimo máximo no PCS da ordem de 7,0% em relação ao PCS do mesmo combustível sem umidade. Portanto, torna-se de grande importância o controle da umidade dos combustíveis de uma maneira geral, a fim de se evitar perda significativa do PCS que é o indicador direto da energia total liberada pelo combustível no processo de combustão.

Para teores de umidade de até 50% pode-se adotar a curva teórica dada na equação (17) como uma boa aproximação para cálculo do poder calorífico superior dos combustíveis ensaiados, bem como dos resíduos sólidos orgânicos constituídos de madeiras, cascas de árvores, cascas de côco e bagaço de cana, verificando-se que o decréscimo do PCS é uma função linear de acréscimo da umidade, na mesma proporção, ou seja, um acréscimo de 10% na umidade acarretará um decréscimo de 10% no PCS, um acréscimo de 20% na umidade diminuirá o PCS de 20% e assim por diante.

Finalmente, deve ser observado que os resultados experimentais apresentados nas tabelas e figuras do presente trabalho indicam que o objetivo inicial foi plenamente alcançado, comprovando que a curva teórica representada pela equação (17), para a determinação do PCS de um combustível contendo água, constitui-se numa boa aproximação. Com respeito ao PCI, sua determinação é uma consequência direta da aplicação da equação (10) desde que se conheça o teor de hidrogênio e de umidade do mesmo. A equação (10) e as Figuras 2, 3, 4 e 5, indicam que os decréscimos do PCI em função da umidade se processam nas mesmas proporções dos decréscimos do PCS. Consequentemente, a equação (17), associada a Figura 6, se aplicam igualmente aos

valores do PCI dos combustíveis analisados, trocando-se apenas a relação  $PCS_{bu}/PCS_{bs}$  por  $PCI_{bu}/PCI_{bs}$ .

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASTM, D 3178-85, 1985, "Standard Test Methods for Gross Calorific Value of Coal and Coke by the Isoperibol Bomb Calorimeter".
- Bazzo, E., 1992, "Geração de Vapor", Florianópolis, SC, pp. 18-26.
- Ciampi, G. J. S., 1991, "Bomba Calorimétrica", Manual de Instrução, Grupo de Combustíveis Alternativos, Unicamp, Campinas, SP.
- Ciampi, G. J. S., 1992, "Desenvolvimento de um Calorímetro para Determinação do Conteúdo Energético de Combustível Sólido", Tese de Mestrado, Unicamp, Campinas, SP.
- Coisidini, D. M., 1977, "Energy", Technology Handbook, Mc Graw-Hill, New York, NY, pp. 1-63 – 1-70.
- Lima, A. F., Jara, E. R. P. e Afonso, V. A., 1988, Celulose e Papel, pp. 129-168, Vol. 1, 2ª edição, SENAI/IPT, São Paulo, SP.
- Lyrio, A. A., Dalvi, E. A., Emmerich, F. G., 1992, "Aproveitamento Energético de Materiais de Lixo Triados na Usina de Lixo de Vitória", Anais do IV ENCIT, Rio de Janeiro, RJ.
- Ministério da Agricultura, 1980, Curso Prático sobre Combustão e Combustíveis, Brasília, DF, pp. 32-53.
- Ministério da Agricultura, 1984, Proposta de Utilização Energética de Florestas e Resíduos Agrícolas, Brasília, DF, pp. 123-135.
- Wylen, G. J. V. Sonntag, R. E., 1976, Fundamentos da Termodinâmica Clássica, 2ª edição, Edgard Blücher, São Paulo, SP, pp. 354-384.

#### ABSTRACT

This work presents experimental results for higher heating value (HHV) and lower heating value (LHV) of organic liquid fuels sold in gas stations situated at Vitória Metropolitan Area in the state of Espírito Santo, Brazil. Experiments were conducted showing the influence of fuel water contents on the HHV and LHV such as gasoline, diesel oil, kerosene and alcohol, covering a wide range of humidity ( 0 to 70%). A correlation between higher heating value and the water content in the fuel was determined for the experimental data obtained. The main conclusion of the present work has shown that the content of water in the fuel makes its higher heating value to decrease in the same proportion as the value of the humidity ( ratio between mass of water and mass of fuel plus mass of water ), and so, it is very important to control the level of humidity in the fuel in order to avoid significant losses of heat released during the fuel combustion .



## Study of the Effect of a Flap Valve on the Collection Efficiency of a Cyclone Separator Under High Solid Loadings

Fábio Luís Fassani and Leonardo Goldstein Jr

Department of Fluids and Thermal Engineering

State University of Campinas

13083-970 Campinas, SP Brazil

### SUMMARY

*In this paper, it was studied the effect of a flap valve on the collection efficiency of a cyclone separator, when there is reverse flow up its dipleg, for operation under very high solid loadings. The solid particles were FCC (fluid catalyst cracking), the solid loading varied up to 25 kg of FCC / kg of air, with average air inlet velocities of 5, 17 and 28 m/s. A trend of increasing collection efficiency with loading was found, up to 12 kg of FCC / kg of air, above which the efficiency decreased. The results indicated the existence of an ideal flap valve counterweight which maximizes efficiency at each loading condition.*

### INTRODUCTION

In the petroleum industry, where a fluid catalyst cracking process is employed, cyclones operate under very high solids loadings. Their use is specified for allowing operation in steady state, cycling the catalyst back to the process and preventing its emission to the atmosphere. When the cyclone is located inside the catalyst regenerator, care has to be taken to prevent reverse flow up its dipleg, which can cause a decrease in collection efficiency. A flap valve is frequently installed in the cyclone dipleg to hinder such a flow.

Although it is known from practice that solids loading affects the efficiency in applications with loadings even higher than 10 kg of FCC / kg of air, the study of this influence was so far restricted to loadings under 1 kg of FCC / kg of air.

### BACKGROUND

The effect of solids loading was regarded as small by ter Linden (1949), who stated that there could be a small increase on efficiency with increasing solid loadings. The phenomenon was explained assuming that the coarser particles carry the finer ones to the circumference of the cyclone, where they are collected. Stern, Caplan and Bush (1955) correlated data from several sources and reported an increase in collection efficiency with solid loading in the range of  $1.868 \times 10^{-3}$  to  $186.8 \times 10^{-3}$  kg of solid / kg of gas. Mori, Suganuma and Tanaka (1968) tested several particles and two gas velocities, observing the same trend. For higher solid loadings, between  $1.868 \times 10^{-3}$  and  $1.868$  kg of solids / kg of gas, Zenz (1975), and Tawari and Zenz (1984) observed increasing collection efficiencies, more remarkable for the smaller particles, with increasing solid loadings. Patterson and Munz (1989) studied the effect of concentration, as well as flow temperature, on the collection efficiency. An increase on solid loading caused an increase in collection efficiency, more noticeably for higher temperatures. Hoffmann, Arends and Sie (1991) observed that the effect of solid loading upon collection efficiency was more pronounced for lower velocities. With solid loading varying from  $4.0 \times 10^{-3}$  to  $106.0 \times 10^{-3}$  kg of solid / kg of gas, Hoffmann, van Santen, Allen and Clift (1992) noted an increase on collection efficiency. No differences were observed by Scheid and Massarani (1992) when varying the solid loading

from  $0.3163 \times 10^{-3}$  to  $41.0 \times 10^{-3}$  kg of solid / kg of gas. Tuzla and Chen (1992) assessed the collection efficiency of a cyclone operating in a circulating fluidized bed with loadings between 1.143 and 4.571 kg of solid / kg of gas. Their results indicated a reduction on collection efficiency with increasing solid loadings, more noticeable for smaller particles. The cyclone in Tardin and Goldstein's work (1994) was also applied to a circulating fluidized bed, and no variation was found in the collection efficiency up to 0.816 kg of solid / kg of gas. In the range from 1.633 to 6.531 kg of solid / kg of gas there was a slight increase in efficiency, for tests with particles of 484 and 807  $\mu\text{m}$  average diameter, and no variation with the 356  $\mu\text{m}$  particles. The highest solid loadings, up to 20.0 kg of solid / kg of gas, reported in the open literature are due to Fassani and Goldstein (1998), where a tendency of increasing collection efficiency was observed for increasing solid loadings, up to 12 kg of solid / kg of air, with a reduction tendency thereafter. In the solid loading range tested, collection efficiency was higher for 18 m/s than for a 27 m/s inlet air velocity.

A cyclone operates with its dipleg opening to an atmospheric collecting vessel or to a pressurized reactor, as in a catalyst regenerator, with the possibility of a reverse flow up the dipleg, which has a negative influence on the collection efficiency. Zenz (1975) studied the problem, and reported a widespread use of flap valves. Although their use is recommended, there is not, to our knowledge, published literature about the actual effect on the collection efficiency.

The purpose of this work is to provide information concerning the collection efficiency of a cyclone operating with reverse flow up its dipleg, under the influence of a flap valve, for high solid loadings, up to 25 kg of FCC / kg of air. The air inlet velocities were 7.0; 18.0 and 27.0 m/s.

### EXPERIMENTAL

The experimental setup is shown in Fig. 1. It was made up of a 0.154 m diameter cyclone, with a flap valve, coupled to a solid particles storage hopper, a feeding system, with an injector, a bag filter, a collection chamber, and pressure, temperature, and flow measuring instruments. Figure 2 shows the schematic diagram of the reverse flow tangential inlet cyclone used in the tests, including its main dimensions.

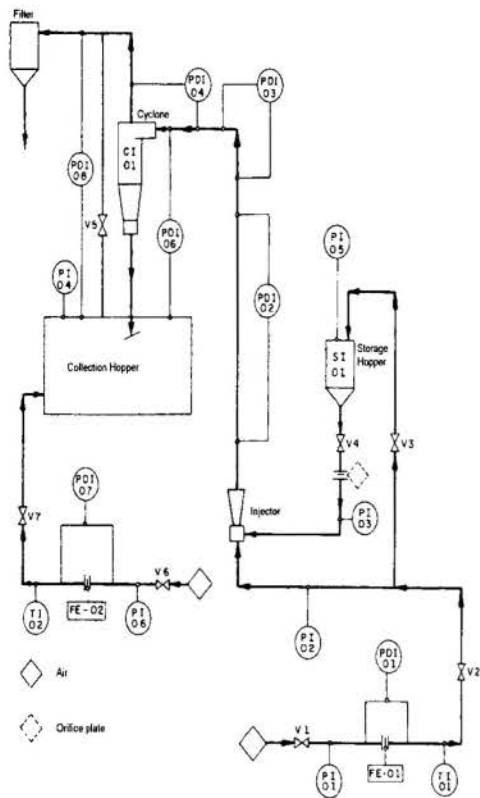


Fig. 1 Experimental Setup

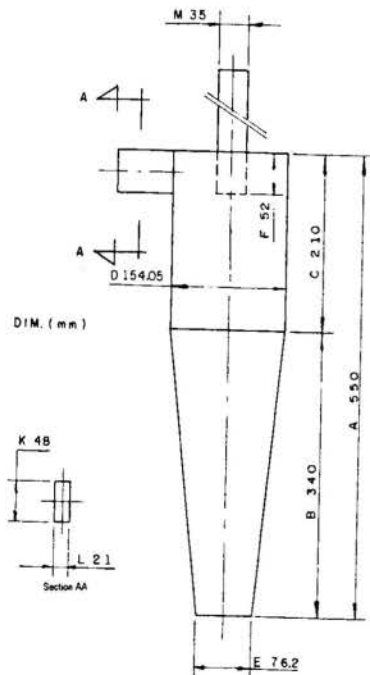


Fig. 2 Cyclone Schematic Diagram

The flap valve, as shown in Fig. 3, was controlled by counterweights, chosen such that the valve would open only when the weight of the solid particles stored up the cyclone dipleg was just enough to counterbalance and exceed the counterweight moment.

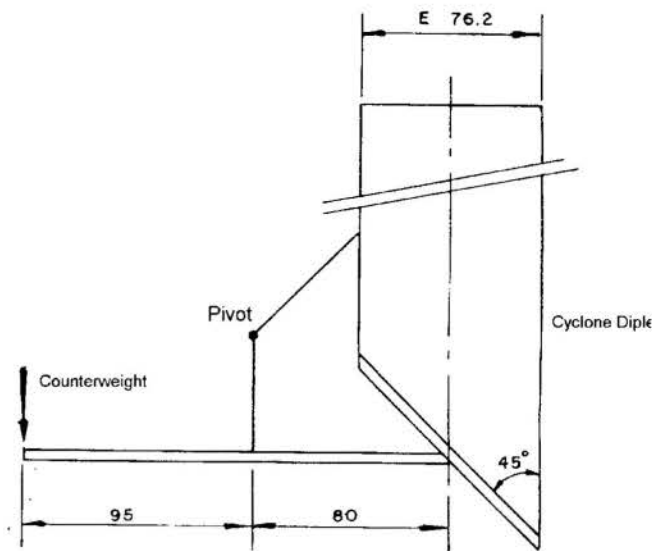


Fig. 3 Flap Valve Schematic Diagram

The solid particles used were FCC, whose physical properties are shown in Table 1. The granulometric distribution of the feeding FCC particles is given in Fig. 4.

Table 1 Physical Properties of the FCC Particles

Apparent density (kg / m <sup>3</sup> )	1310
Skeletal density (kg / m <sup>3</sup> )	2350
Bulk density (kg / m <sup>3</sup> )	700 to 750
Arithmetic mean diameter (μm)	56.21
Sauter mean diameter (μm)	35.95
Sphericity	0.8

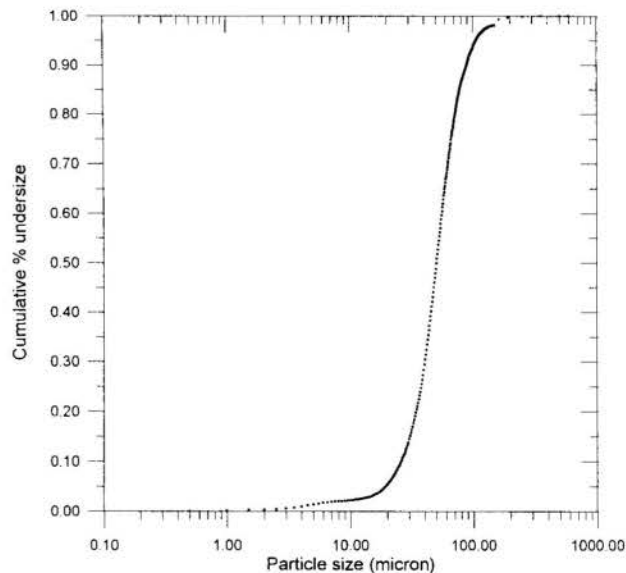


Fig. 4 FCC Particle Size Distribution

The tests were performed under average environment conditions of 924.6 mbar barometric pressure, 19°C dry bulb temperature and 75% relative humidity.

Air at 6.0 bar abs. and 13 - 25.5 °C was provided to the system by a compressed air station. The pressure and mass

flow rate were controlled by valve V-2 and the injector. After the flow was steady, pressures and temperatures were measured, initially to assess the cyclone pressure drop for clean air conditions. Next, the storage hopper was pressurized to the same pressure as in the cyclone entrance. Solid particles were then introduced into the airflow by opening valve V-4, located at the storage hopper bottom. The test ended when the solids inventory in the storage hopper was exhausted. The mass of solids collected was weighed and a stopwatch measured the test duration.

The overall collection efficiency  $\eta$  is defined as the ratio of the mass of solids collected by the cyclone to the incoming solids mass. It was measured for solid loadings ( $c$ ) up to 25.4 kg of FCC / kg of air, with air inlet velocities ( $V$ ) of 7, 8 and 27 m/s.

The flap valve operated with different counterweights ( $p$ ) on its arm, from 0.199 to about 0.500 kg. The uncertainty in the collection efficiency determination was estimated as 0.2 per cent.

## RESULTS AND DISCUSSION

The collection efficiency of a cyclone operating without a reverse flow up its dipleg and, consequently, without the need of a flap valve being applied, was studied by Fassani and Goldstein (1998), for high solid loadings, as summarized in Fig. 5. For tests with gas velocities of 18 and 27 m/s a tendency of increasing collection efficiency with solid loading was observed, up to 12 kg of solid / kg of air, with a decreasing tendency thereafter.

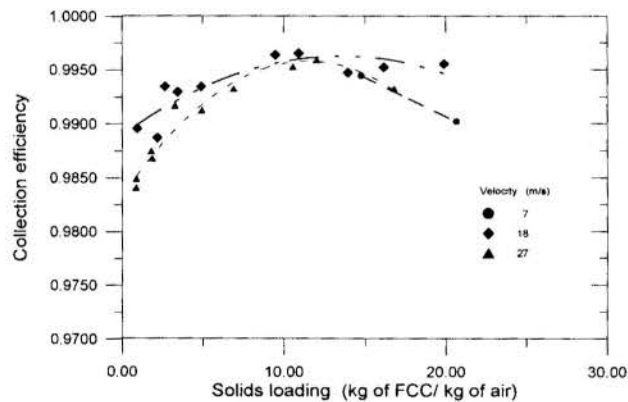


Fig. 5 Cyclone Collection Efficiency as a Function of Solid Particles Loading – No Reverse Flow

The performance results of a cyclone with reverse flow up its dipleg are presented in Figs. 6 to 11.

Counterweights from 0.199 to 0.336 kg were placed in the flap valve arm for the 18 m/s tests, as shown in Fig. 6. The efficiencies obtained with the 0.199 kg counterweight increased with solid loading up to about 12 kg of FCC / kg of air, decreasing thereafter. The same trend was observed with the 0.282 and 0.336 kg counterweights. Despite the data dispersion, which is typical of this type of experiment, there is indication that an optimal counterweight exists for each solid loading, that is, a counterweight for which the collection efficiency is the highest. The value of this efficiency depends on the counterweight which is used.

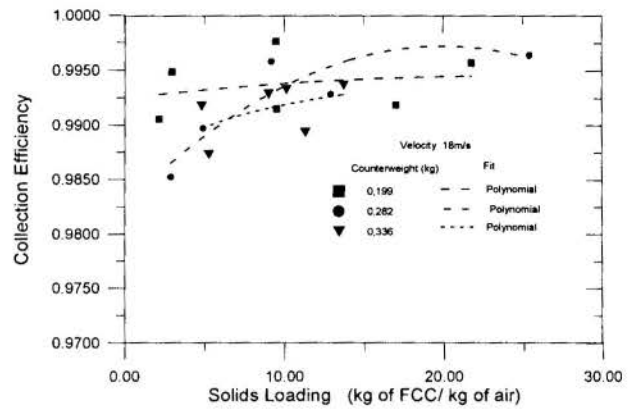


Fig. 6 Cyclone Collection Efficiency – Reverse Flow. Air Inlet Velocity=18.0 m/s

The collection efficiency dependency on solids loading is, for a given counterweight, similar to the situation with no reverse flow.

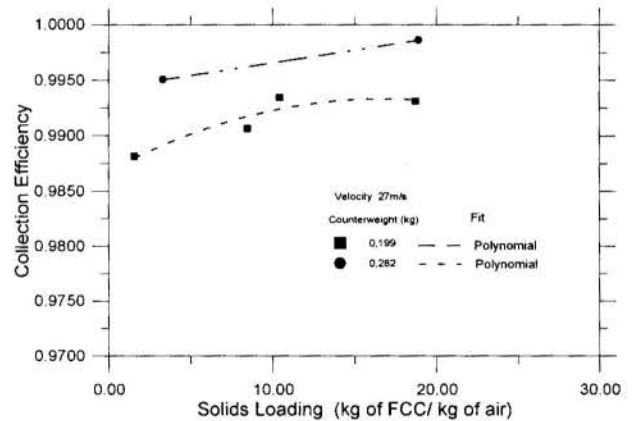


Fig. 7 Cyclone Collection Efficiency – Reverse Flow. V=27.0 m/s

The same behavior was exhibited in the 27 m/s tests, as shown in Fig. 7, although, in this case, higher efficiencies were obtained with the 0.282 kg counterweight rather than with 0.199 kg.

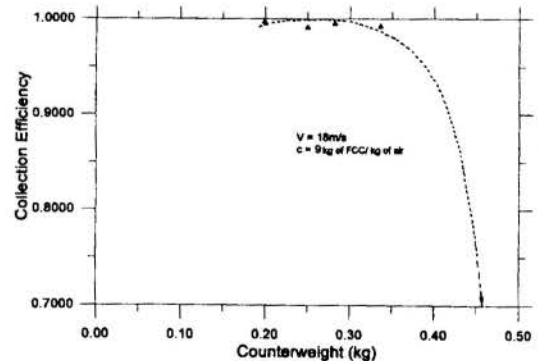


Fig. 8 Cyclone Collection Efficiency as a Function of the Counterweight. V=18 m/s ; c=9.0 kg of FCC / kg of air

Figures 8 and 9 show the collection efficiency for different counterweights at a given solid loading and air velocity. The use of counterweights seems to improve, in general, the collection efficiency when there is a reverse flow up the dipleg. It was observed, however, that a counterweight

heavier than 0.5 kg caused the cyclone to choke, since the flap valve did not open enough<sup>1</sup>. In this case, the collection efficiency goes to zero, as shown in the figures. As it can be seen, for a given flow condition, there is an optimum counterweight that maximizes collection efficiency.

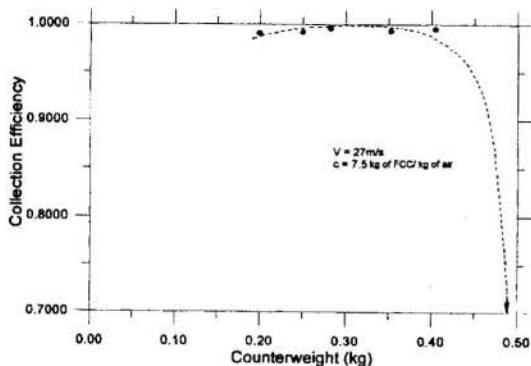


Fig. 9 Cyclone Collection Efficiency as a Function of the Counterweight.  $V = 27 \text{ m/s}$ ;  $c = 7.5 \text{ kg of FCC/kg of air}$

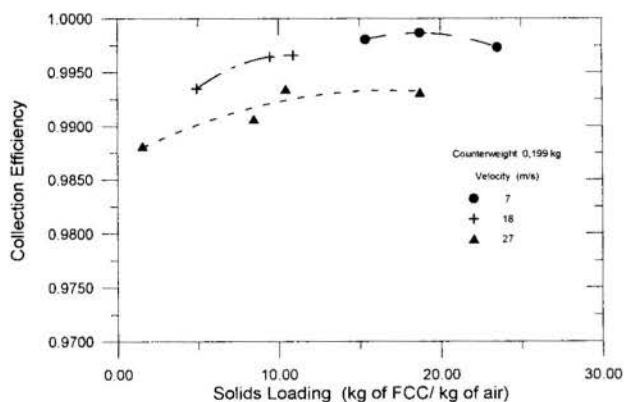


Fig. 10 Cyclone Collection Efficiency as a Function of Inlet Air Velocity.  $P = 0.199 \text{ kg}$

In Figures 10 and 11, attention is given to the effect of the inlet air velocity on the collection efficiency, for counterweights of 0.199 and 0.282 kg, respectively. As it can be seen in Fig. 10, the efficiency decreases as the velocity goes higher, for all solid loadings tested. On the other hand, Fig. 11 indicates an opposite behavior for the 0.282 kg counterweight, as was seen before, showing an inversion of the velocity effect on the collection efficiency.

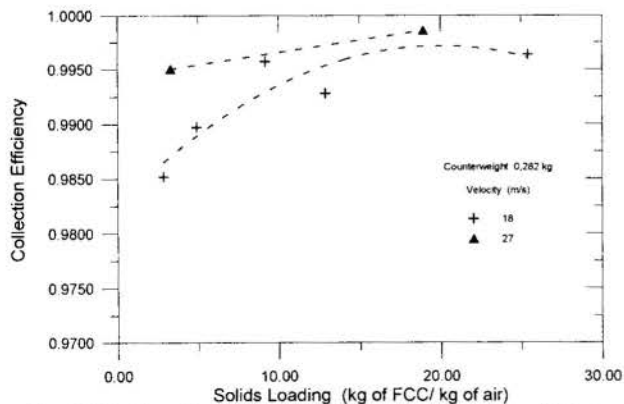


Fig. 11 Cyclone Collection Efficiency as a Function of Inlet Air Velocity.  $P = 0.282 \text{ kg}$

## CONCLUSIONS

In this paper, it was studied the effect of using a flap valve on a cyclone separator collection efficiency when there is reverse flow up its dipleg, for operation under very high solid loadings.

The use of counterweights improved the collection efficiency; although from a given value on, it caused the cyclone to choke. For each flow condition there is a counterweight that maximizes the collection efficiency.

The cyclone collection efficiency increased with solid loadings, up to about 12.0 kg of FCC / kg of air, decreasing thereafter.

The inlet air velocity effect on increasing or decreasing the collection efficiency depends upon the counterweight employed in the flap valve

## REFERENCES

- Fassani, F. L., and Goldstein, L., "A Contribution to the Study of the Solids Loading Effect on the Pressure Drop and collection Efficiency of a Cyclone Separator", submitted to *Powder Technology*
- Hoffmann, A. C., Arends, H., and Sie, H., 1991, "An Experimental Investigation Elucidating the Nature of the Effect of Solids Loading on Cyclone Performance", *Filtration & Separation*, May/June, pp.188-193.
- Hoffmann, A.C., van Santen, A., Allen, W.K., and Clift, R., 1992, "Effects of Geometry and Solid Loading on the Performance of Gas Cyclones", *Powder Technology*, 70, pp. 83-91.
- Mori, Y., Suganuma, A., and Tanaka, S., 1968, "On Collection Efficiency of Gas Cyclone in Coarse Particle Range", *Journal of Chemical Engineering of Japan*, Vol.1, No.1, pp. 82-86.
- Patterson, P. A., and Munz, R. J., 1989, "Cyclone Collection Efficiencies at Very High Temperatures", *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol.67, April, pp. 321-328.
- Scheid, C. M., and Massarani, G., 1992, "Influência da Concentração de Sólidos e de Sangrias no Desempenho de Ciclones a Gás", XX Encontro Nacional Sobre Meios Porosos (ENEMP), 20-22 de outubro, UFSCar, 10p.
- Stern, A. C., Caplan, K. J., and Bush, P. D., 1955, *Cyclone Dust Collectors*, American Petroleum Institute, New York, N.Y., 67 p.
- Tardin Jr., P. R., and Goldstein Jr., L., 1994, "Considerações sobre o Desempenho de um Ciclone Operando em um Leito Fluidizado Circulante a Frio". Anais do III Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste-Belém-PA, Brasil, Junho, pp.179-183.
- Tawari, T. D., and Zenz, F. A., 1984, "Evaluating Cyclone Efficiencies from Stream Compositions", *Chemical Engineering*, April 30, pp. 69-73.
- ter Linden, A. J., 1949, "Investigations into Cyclone Dust Collectors", *Inst. of Mech. Eng. J.*, Vol.150, pp.233-251.
- Tuzla, K., and Chen, J., 1992, "Performance of a Cyclone under High Solid Loading", *AIChE Symposium Series*, Vol.88, No.289, pp. 130-136.
- Zenz, F. A., 1975, *Manual on Disposal of Refinery Wastes: Volume on Atmospheric Emissions*, API Publication 931.

<sup>1</sup> Data point  $(\eta, p) = (0, 0.5)$  is not shown in the figures.



## ESCOAMENTO HOMOGÊNEO E TRANSIENTE DA MISTURA ÓLEO-REFRIGERANTE PELA FOLGA RADIAL EM COMPRESSORES ROTATIVOS DE PISTÃO ROLANTE

**José L. Gasche**

Departamento de Engenharia Mecânica  
Universidade Estadual Paulista – UNESP  
15385-000 – Ilha Solteira – SP – Brasil

**Rogério T. S. Ferreira, Álvaro T. Prata**

Departamento de Engenharia Mecânica  
Universidade Federal de Santa Catarina  
88040-900 – Florianópolis – SC – Brasil

### SUMÁRIO

*Neste trabalho, o vazamento de gás refrigerante pela folga radial em compressores rotativos de pistão rolante é estimado considerando o escoamento de uma mistura composta de óleo e gás refrigerante. O aspecto transiente do escoamento é considerado introduzindo-se a variação temporal da diferença entre as pressões de compressão e de sucção e da velocidade tangencial do pistão rolante. Estes parâmetros são obtidos aqui através da modelagem do processo de compressão do gás e da dinâmica do pistão rolante. Os resultados mostram que a quantidade de gás refrigerante que vaza pela folga radial pode ser de 40 a 250 % maior do que aquela prevista pelo modelo de Gasche et al. (1998), que considera o escoamento de óleo puro.*

### INTRODUÇÃO

A eficiência volumétrica do compressor de pistão rolante está associada ao vazamento de gás refrigerante, volume morto, aquecimento do gás de sucção, retorno do gás pela válvula de descarga e óleo lubrificante. Entre eles, o vazamento de gás refrigerante é a principal causa da perda de eficiência volumétrica. O maior vazamento ocorre na folga existente entre a superfície interna do cilindro e a superfície externa do pistão rolante, conhecida como folga radial. Krueger (1988) estima que por volta de 30 % da perda total de gás refrigerante são devidas a este vazamento. Portanto, um bom entendimento de seu mecanismo torna-se importante para calcular a eficiência volumétrica do compressor.

Durante a operação de compressão a folga radial é preenchida com óleo que serve tanto como lubrificante quanto como selante, para prevenir o vazamento de gás refrigerante da câmara de compressão para a câmara de sucção, ver Figura 1. Gasche (1997) apresenta uma ampla discussão sobre os vários aspectos associados ao vazamento de gás refrigerante pela folga radial e propõe um primeiro modelo para calcular este vazamento, usando o escoamento estacionário de óleo puro por esta folga.

O escoamento do óleo lubrificante pela folga radial é essencialmente produzido pela diferença de pressão entre as câmaras de compressão e de sucção e pela velocidade tangencial do pistão rolante, que é causada pela sua rotação. No compressor real estes parâmetros não são constantes durante o processo de compressão. Gasche *et al.* (1994) apresenta resultados mostrando a importância da velocidade tangencial na modelagem deste escoamento. Um segundo modelo é apresentado por Gasche *et al.* (1998), no qual estes parâmetros são introduzidos no modelo do escoamento pela folga radial, tomando o modelo mais realista. Entretanto, Gasche *et al.* (1998) considera o escoamento apenas de óleo, sem levar em conta o efeito do gás refrigerante dissolvido nas propriedades físicas da mistura resultante.

Neste trabalho, o escoamento da mistura óleo-refrigerante pela folga radial é modelado como um escoamento monofásico, homogêneo e transiente, considerando os valores instantâneos da diferença de pressão entre as câmaras de compressão e de sucção e da velocidade tangencial do pistão rolante. Estes parâmetros são obtidos aqui através das modelagens do processo de compressão do gás e da dinâmica do pistão rolante.

Com respeito à eficiência volumétrica do compressor, o vazamento de gás pode ser computado usando a vazão da mistura e a diferença de solubilidade do gás refrigerante no óleo que

ocorre nas condições das câmaras de compressão e de sucção. Finalmente, se todos os outros componentes de perda de massa são conhecidos, a eficiência volumétrica do compressor pode ser calculada.

### FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Um esquema do mecanismo de compressão do compressor rotativo de pistão rolante é ilustrado na Figura 1. A folga radial é mostrada na parte inferior desta figura. A geometria usada para estudar o escoamento da mistura pela folga radial é a mesma que foi usada por Costa *et al.* (1990) e é mostrada na Figura 2.

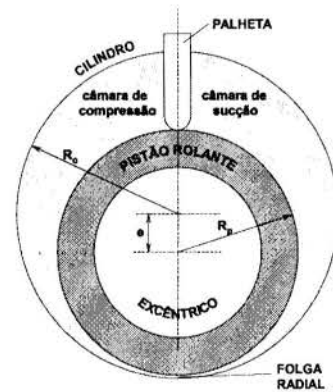


Figura 1 - Mecanismo de compressão

Em seu trabalho, Gasche. (1996) inclui uma análise do efeito das forças inerciais no escoamento de óleo pela folga radial e mostra que estas forças não são importantes para a modelagem do escoamento de óleo pela folga radial. Portanto, usando o sistema de coordenadas cilíndricas, a equação do *momentum* na direção  $\theta$  para escoamento incompressível, considerando o equilíbrio somente entre as forças de pressão e viscosas, pode ser escrita como:

$$\frac{dp}{d\theta} = \frac{d}{dr} \left( \mu r \frac{du}{dr} \right) \quad (1)$$

na qual  $\mu$  é a viscosidade da mistura,  $p$  é a pressão e  $u$  é a componente da velocidade na direção  $\theta$ .

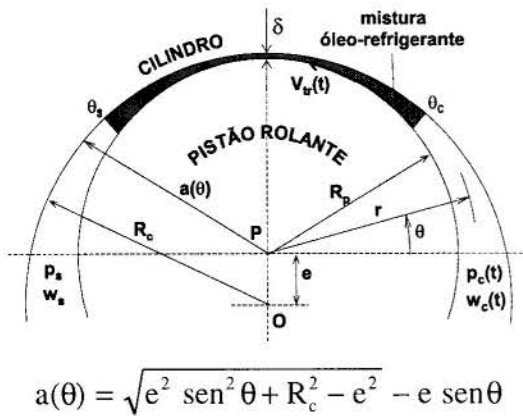


Figura 2 - Geometria do problema

A Equação 1 pode ser localmente integrada duas vezes na direção  $r$ , de  $R_p$ , onde  $u=V_{tr}(t)$ , a  $a(\theta)$ , onde  $u=0$ , resultando na seguinte equação:

$$u = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{d\theta} \left[ r - a(\theta) - (R_p - a) \frac{\ln(r/a)}{\ln(R_p/a)} \right] + \frac{V_{tr}(t)}{\ln(R_p/a)} \ln(r/a) \quad (2)$$

onde  $V_{tr}(t)$  é a velocidade tangencial do pistão rolante. Por outro lado, a equação da continuidade pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u) = 0 \quad (3)$$

na qual  $\rho$  é a densidade da mistura e  $v$  a componente da velocidade na direção  $r$ . Integrando esta equação na direção  $r$ , de  $R_p$  a  $a(\theta)$ , usando o perfil de velocidade dado pela Equação 2, a equação da continuidade reduz-se a:

$$\left( \frac{a^2 - R_p^2}{2} \right) \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{d}{d\theta} \left[ -\frac{\rho}{\mu} \frac{dp}{d\theta} f_1(\theta) + \rho V_{tr}(t) f_2(\theta) \right] = 0 \quad (4)$$

onde  $f_1(\theta)$  e  $f_2(\theta)$  são parâmetros geométricos dados por:

$$f_1(\theta) = (a - R_p) \left[ \frac{a - R_p}{2} - \left( \frac{R_p - a}{\ln(R_p/a)} - R_p \right) \right] \quad (5)$$

$$f_2(\theta) = \left[ \frac{R_p - a}{\ln(R_p/a)} - R_p \right] \quad (6)$$

A equação diferencial ordinária de segunda ordem para a pressão, Equação 4, pode ser resolvida especificando ambas as pressões de compressão e de sucção,  $p_c(t)$  e  $p_s$ , e a velocidade tangencial do pistão rolante,  $V_{tr}(t)$ . A pressão de compressão é obtida através da modelagem do processo de compressão do gás refrigerante e a velocidade tangencial resulta do modelo da dinâmica do pistão rolante. A pressão de sucção é considerada constante neste trabalho. Estes parâmetros são obtidos considerando a compressão do R22 e os resultados são mostrados

nas Figuras 3 e 4. Maiores detalhes desta formulação podem ser encontrados em Gasche (1996).

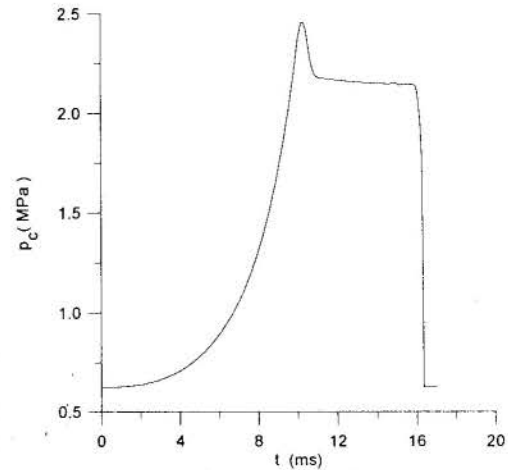


Figura 3 - Pressão de compressão durante uma revolução completa do pistão rolante

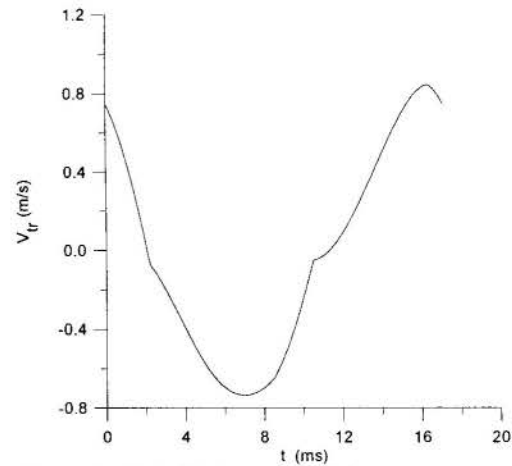


Figura 4 - Velocidade tangencial durante uma revolução completa do pistão rolante

## METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

Neste modelo, o escoamento transiente da mistura é considerado monofásico, ou seja, sem a formação de bolhas de gás refrigerante, e homogêneo, no qual as propriedades físicas da mistura são supostas uniformes ao longo do escoamento. A formulação do problema é idêntica àquela apresentada por Gasche *et al.* (1998) para o escoamento transiente de óleo puro. A única diferença reside no cálculo das propriedades físicas, que agora é efetuado em função da concentração de gás refrigerante no óleo e da temperatura e pressão da mistura. Duas metodologias são empregadas para determinar o valor da concentração a ser usado no cálculo das propriedades físicas. Na primeira, considera-se a mistura saturada com refrigerante na pressão de descarga (ou pressão da carcaça) e na temperatura do mistura dentro da bomba,  $w_d = w_d(p_d, T_{mist})$ . Assume-se, portanto, que não existe tempo suficiente para o óleo da carcaça liberar ou absorver refrigerante ao entrar na câmara de compressão. Na Segunda metodologia, determina-se o perfil de concentração considerando a temperatura da mistura na bomba e a pressão de compressão durante uma revolução completa do pistão rolante,

$w_c = w_c(p_c, T_{mist})$ , e calcula-se uma concentração média no tempo, dada pela Equação 7.

$$\bar{w} = \frac{1}{t_{ciclo}} \int_0^{t_{ciclo}} w_c(p_c, T_{mist}) dt \quad (7)$$

A equação diferencial para a pressão, Equação 4, e as condições de contorno associadas são discretizadas usando uma metodologia de volumes finitos. Malhas desencontradas com respeito à pressão são usadas para a velocidade  $u$ . A integração numérica do termo de gradiente de pressão é efetuada usando um esquema de diferença central. As equações algébricas são resolvidas através de uma combinação do *Tri-Diagonal Matrix Algorithm* e a metodologia Gauss-Seidel. Maiores detalhes sobre a discretização bem como sobre outros aspectos da metodologia numérica e solução podem ser encontradas em Gasche (1996). A malha final utilizada para gerar os resultados a serem apresentados aqui possui 120 pontos nodais na direção  $\theta$  e 500 intervalos de tempo. Um comprimento de canal de  $\pi/3$  rad foi usado para representar o espaço da folga radial preenchida com a mistura óleo-refrigerante, considerando  $\theta_c = \pi/3$  e  $\theta_s = 2\pi/3$ , ver Figura 2. Outros comprimentos de canal também foram usados sem afetar significativamente os resultados mostrados aqui. Óleo lubrificante SUNISO 4GSD, com propriedades físicas ( $\mu$  e  $\rho$ ) dadas por Sakurai e Hamilton (1984), foi usado para gerar os resultados apresentados. As dimensões do compressor utilizado também são apresentadas por Gasche (1996). Neste trabalho, a vazão líquida de gás refrigerante é calculada por:

$$\dot{m}_{R22} = \dot{m}_{mist}(t) \frac{w_c(t) - w_s}{1 - w_s} \quad (8)$$

onde  $w_c(t)$  e  $w_s$  são as solubilidades do gás refrigerante na temperatura da mistura e nas pressões de compressão e de sucção, respectivamente. A vazão instantânea da mistura é representada por  $\dot{m}_{mist}(t)$ . A solubilidade do R22 no óleo lubrificante SUNISO 4GSD também é dada por Sakurai e Hamilton (1984).

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

### Escoamento da Mistura considerando $w_d = w_d(p_d, T_{\text{óleo}})$ .

As Figuras 5 a 8 mostram as vazões instantâneas da mistura e de R22 para o ciclo do pistão rolante, considerando folgas radiais de 10 e 100  $\mu\text{m}$  e temperaturas da mistura de 80, 100 e 120 °C. A pressão de descarga usada é de 2,145 MPa.

Ao contrário do que acontecia no caso do escoamento de óleo puro, analisado por Gasche *et al.* (1998), em virtude da presença de gás refrigerante no óleo, um aumento da temperatura da mistura causa uma redução na vazão. O crescimento da viscosidade com a temperatura aumenta o atrito e, conseqüentemente reduz a vazão. Note-se que a viscosidade é função de ambas, temperatura e concentração, e as tendências são inversas. Um aumento de temperatura, para concentração constante, tende a reduzir a viscosidade. Entretanto, o aumento de temperatura também tende a reduzir a concentração de gás refrigerante, o que provoca um aumento da viscosidade. Para as temperaturas e concentrações usadas aqui, o efeito resultante é o crescimento da viscosidade. Em conseqüência da diminuição da vazão da mistura, a redução da vazão de R22 é ainda maior, visto que o aumento da temperatura reduz a concentração de refrigerante no óleo e, com isto, a diferença de concentração  $w_c(t) - w_s$  da Equação 8. Nota-se, também, uma maior redução da

vazão quando a temperatura sobe de 80 para 100 °C do que de 100 para 120 °C.

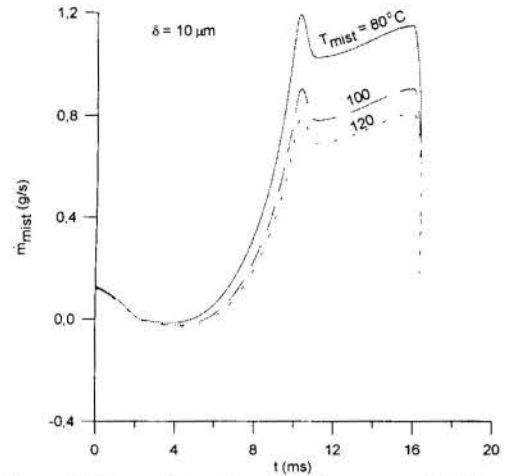


Figura 5 - Vazão instantânea da mistura para  $\delta = 10 \mu\text{m}$

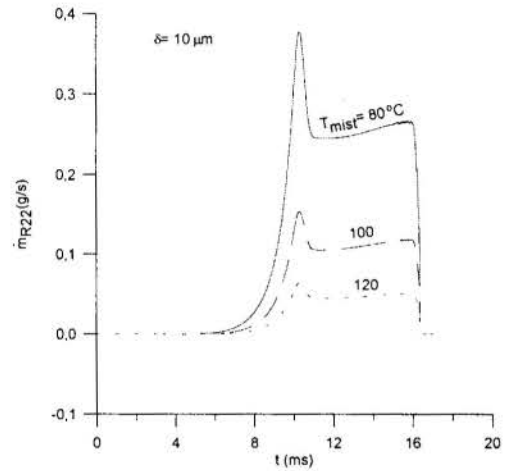


Figura 6 - Vazão instantânea de R22 para  $\delta = 10 \mu\text{m}$

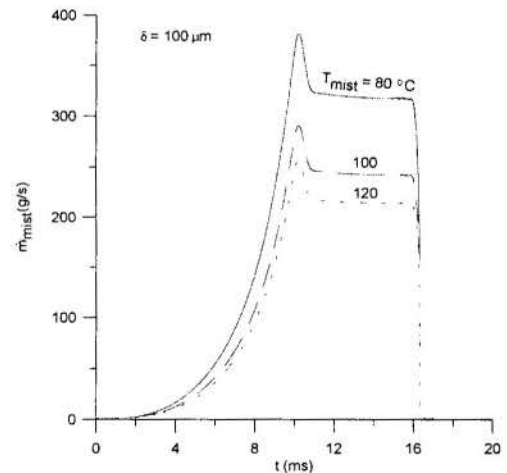


Figura 7 - Vazão instantânea da mistura para  $\delta = 100 \mu\text{m}$

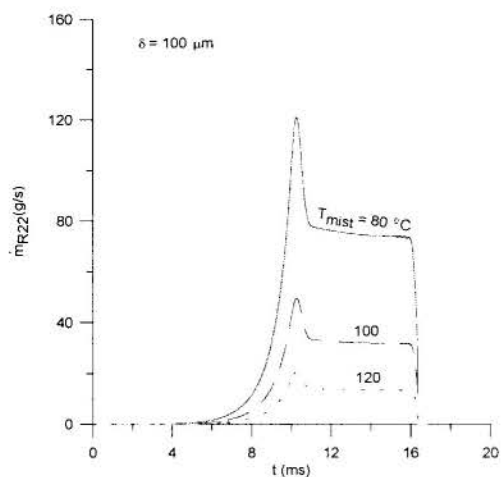


Figura 8 - Vazão instantânea de R22 para  $\delta=100 \mu\text{m}$

A Tabela 1 apresenta as vazões totais da mistura e de refrigerante para o ciclo do pistão rolante, enquanto que as Figuras 9 e 10 mostram os mesmos resultados na forma gráfica. Note-se que a vazão da mistura e sua taxa de variação aumentam com o crescimento da folga, porém, decrescem com o aumento da temperatura. Observa-se, também, que o efeito da redução da vazão de refrigerante com o aumento da temperatura é mais intenso devido à redução simultânea da vazão da mistura e da concentração de refrigerante. Em relação ao modelo de escoamento de óleo puro apresentado por Gasche *et al.* (1998), o modelo do escoamento da mistura majora as vazões de ambos, mistura e refrigerante. Os aumentos são da ordem de 500, 200 e 70% para as temperaturas de 80, 100 e 120 °C. Isto é um forte indicativo da importância de se considerar o refrigerante dissolvido no óleo e, conseqüentemente, o escoamento da mistura.

Na Tabela 1 nota-se a presença de porcentagens maiores do que 100% para a relação entre a massa de R22 que vaza pela folga radial e a massa de R22 comprimida pelo pistão rolante, o que é fisicamente inadmissível.

Tabela 1 - Vazões totais da mistura e R22 em gramas

massa da mistura durante o ciclo (g)						
$\delta$ ( $\mu\text{m}$ )	temperatura da mistura (°C)					
	80	100	120			
10	0,009	0,007	0,006			
20	0,050	0,038	0,034			
40	0,282	0,215	0,190			
60	0,776	0,591	0,523			
80	1,59	1,21	1,07			
100	2,78	2,12	1,87			
massa de R22 durante o ciclo (g)						
$\delta$ ( $\mu\text{m}$ )	% - razão para a massa de R22 comprimida					
	80 °C		100 °C		120 °C	
10	0,002	0,8	0,0008	0,4	0,0004	0,2
20	0,011	4,6	0,005	2,0	0,002	0,8
40	0,060	26	0,026	11	0,011	4,7
60	0,164	71	0,070	31	0,030	13
80	0,335	146	0,144	63	0,061	27
100	0,585	254	0,252	110	0,106	46

Observe-se que isto está ocorrendo para os maiores valores de folga, 80 e 100  $\mu\text{m}$ . Dois fatores podem estar contribuindo para isto. Primeiramente, estes valores de folga radial dificilmente ocorrem na prática, além de não serem constantes ao longo do ciclo do pistão; Gasche (1996) também explora este aspecto. Em segundo lugar, o modelo utilizado para tratar a mistura, que

calcula a concentração na pressão de descarga, pode não ser adequado. Assim, outro modelo de mistura deve ser testado e é este o assunto tratado no próximo item.

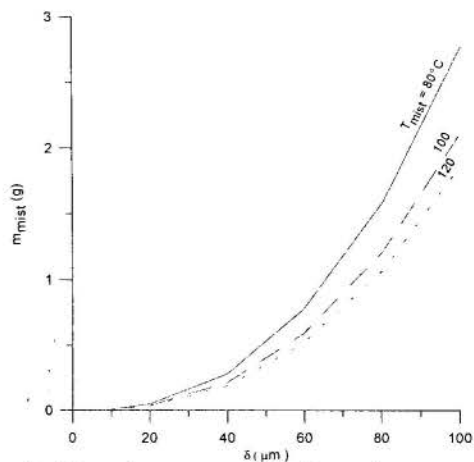


Figura 9 - Massa de vazamento da mistura durante um ciclo

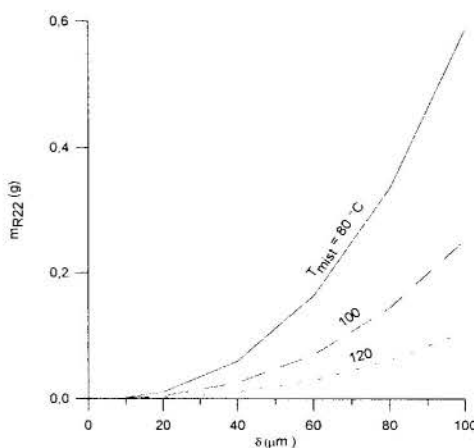


Figura 10 - Massa de vazamento de R22 durante um ciclo

#### Escoamento da Mistura considerando $\bar{w}$ .

Neste modelo, as propriedades físicas da mistura são calculadas pela concentração média, dada pela Equação 8. A Tabela 2 e as Figuras 11 e 12 mostram os resultados obtidos por este modelo.

Tabela 2 - Vazões totais da mistura e R22 em gramas

massa da mistura durante o ciclo (g)						
$\delta$ ( $\mu\text{m}$ )	temperatura da mistura (°C)					
	80	100	120			
10	0,0045	0,0046	0,0049			
20	0,026	0,027	0,028			
40	0,148	0,150	0,157			
60	0,408	0,412	0,433			
80	0,836	0,846	0,887			
100	1,46	1,48	1,55			
massa de R22 durante o ciclo (g)						
$\delta$ ( $\mu\text{m}$ )	% - razão para a massa de R22 comprimida					
	80 °C		100 °C		120 °C	
10	0,0010	0,4	0,0006	0,3	0,0003	0,1
20	0,0056	2,4	0,0032	1,4	0,0016	0,7
40	0,031	14	0,018	7,8	0,009	3,9
60	0,086	37	0,049	21	0,025	11
80	0,176	77	0,101	44	0,050	22
100	0,308	134	0,176	77	0,088	38



Neste caso, a influência da temperatura no escoamento da mistura é bem menor; observa-se um leve crescimento da massa total, comportamento este semelhante ao do escoamento de óleo puro estudado por Gasche *et al.* (1998). O comportamento da massa total de refrigerante é idêntico. Contudo, a magnitude da massa total situa-se intermediariamente em relação aos modelos de escoamento de óleo puro e da mistura com concentração  $w_d$ . O aumento da massa total de refrigerante em relação àquela dada pelo modelo de escoamento de óleo puro é da ordem de 250, 100 e 40% para as temperaturas de 80, 100 e 120 °C, respectivamente.

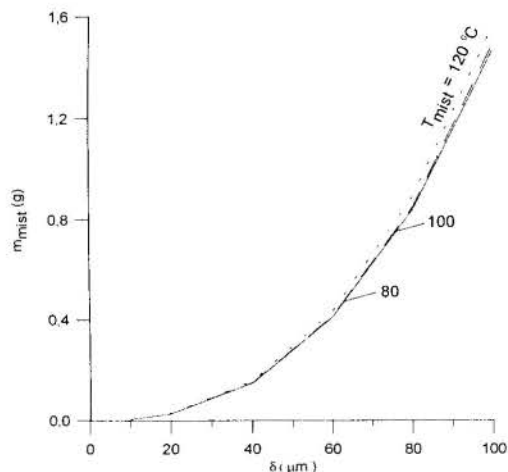


Figura 11 - Massa de vazamento da mistura durante um ciclo

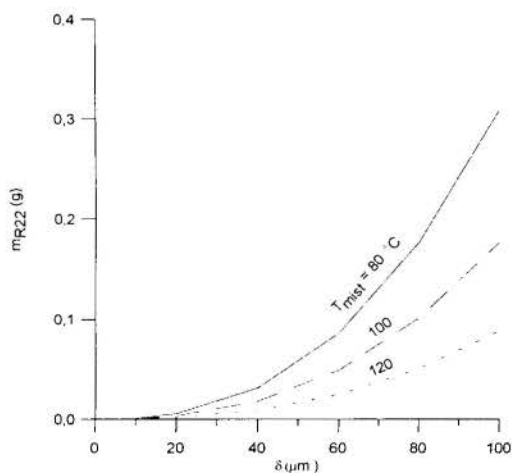


Figura 12 - Massa de vazamento de R22 durante um ciclo

Mesmo para este modelo, para  $\delta=100 \mu\text{m}$  e  $T=80 \text{ }^\circ\text{C}$ , a massa total de vazamento de refrigerante resulta num valor maior do que a massa total de refrigerante comprimido pelo pistão. O caminho natural para o aperfeiçoamento do modelo é introduzir a variação da folga radial durante o ciclo do pistão rolante. Este modelo também é desenvolvido por Gasche (1996).

É interessante confrontar os resultados obtidos pelos três modelos até agora implementados: escoamento de óleo puro,  $w=0$ , escoamento da mistura com concentração na pressão de descarga,  $w_d$ , e escoamento da mistura com concentração média,  $\bar{w}$ .

#### Comparação entre os três modelos.

As Figuras 13 a 18 apresentam as vazões totais de líquido (óleo ou mistura) e refrigerante obtidas pelos três modelos desenvolvidos para calcular o escoamento transiente pela folga

radial: o modelo de Gasche *et al.* (1998) para o escoamento de óleo puro e os dois modelos de escoamento monofásico e homogêneo considerando  $w_d$  e  $\bar{w}$  como sendo as concentrações de refrigerante no óleo.

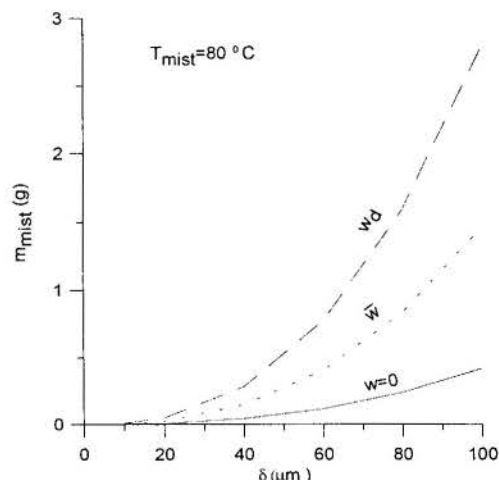


Figura 13 - Massa total de vazamento da mistura para  $T_{mist}=80 \text{ }^\circ\text{C}$

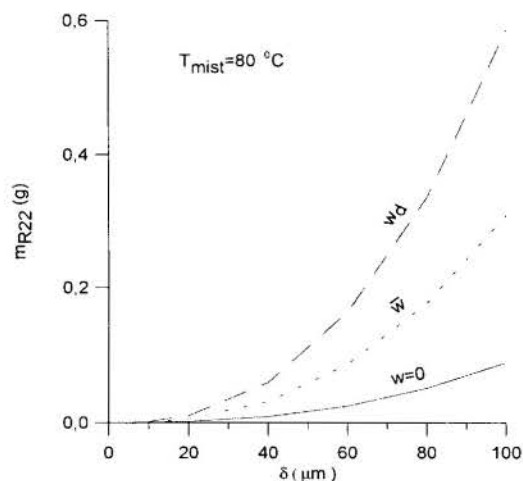


Figura 14 - Massa total de vazamento de R22 para  $T_{mist}=80 \text{ }^\circ\text{C}$

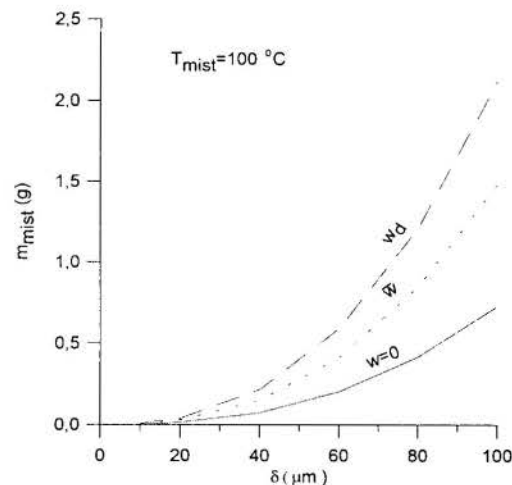


Figura 15 - Massa total de vazamento da mistura para  $T_{mist}=100 \text{ }^\circ\text{C}$

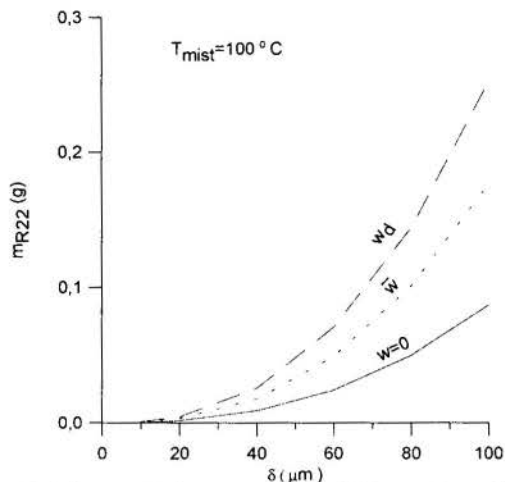


Figura 16 – Massa total de vazamento de R22 para  $T_{mist}=100\text{ }^{\circ}\text{C}$

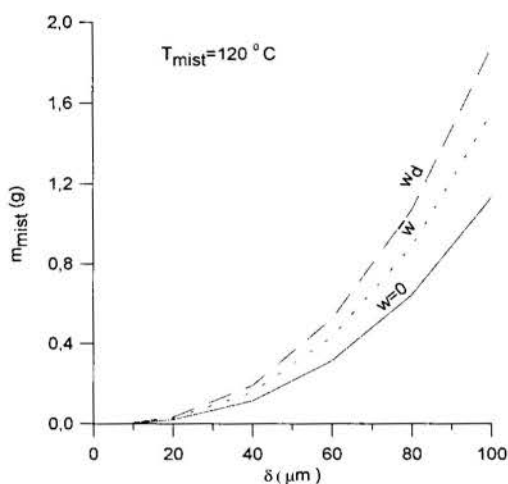


Figura 17-Massa total de vazamento da mistura para  $T_{mist}=120\text{ }^{\circ}\text{C}$

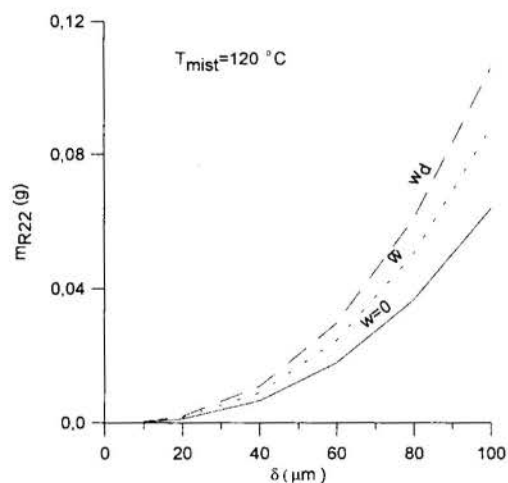


Figura 18 - Massa total de vazamento de R22 para  $T_{mist}=120\text{ }^{\circ}\text{C}$

## CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta um modelo para o vazamento de gás refrigerante pela folga radial de compressores rotativos de pistão rolante, baseando-se no escoamento de uma mistura composta de óleo e gás refrigerante dissolvido. O escoamento transiente é

modelado como monofásico e homogêneo, onde as propriedades físicas da mistura são assumidas uniformes ao longo do escoamento e calculadas com base numa determinada concentração de refrigerante,  $w_d=w_d(p_d,T_{mist})$  e  $\bar{w}$ . Para a primeira hipótese, concentração igual a  $w_d$ , observa-se um aumento da vazão de refrigerante da ordem de 70 a 500 % em relação ao vazamento previsto pelo modelo de escoamento de óleo puro, dado por Gasche *et al.* (1998). Considerando uma concentração média,  $\bar{w}$ , o aumento da vazão de refrigerante em relação ao previsto pelo modelo de escoamento de óleo puro é menor, variando de 40 a 250 %. Desta forma, o modelo aqui apresentado mostra a importância de se considerar o efeito do gás refrigerante dissolvido no cálculo das propriedades físicas do óleo que preenche a folga radial. Os resultados ainda mostram que é muito importante conhecer, com maior precisão, o valor da concentração de refrigerante dissolvido no óleo, visto ser esta uma variável fundamental no cálculo do vazamento de gás.

## REFERÊNCIAS

- Costa, C. M. F. N.; Ferreira, R. T. S.; Prata, A. T., 1990, "Considerations About the Leakage Through the Minimal Clearance in a Rolling Piston Compressor", *International Compressor Engineering Conference at Purdue*, West Lafayette, V. II, p. 853-863.
- Gasche, J. L., Ferreira, R. T. S., Prata, A. T., 1994, "Influence of the Roller Velocity on the Flow of Lubricating Oil in a Rolling Piston Compressor", *International Compressor Engineering Conference at Purdue*, West Lafayette, V. I p. 347-352.
- Gasche, J. L., 1996., "Escoamento de Óleo e Refrigerante pela Folga Radial de Compressores Rotativos de Pistão Rolante", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, Brazil.
- Gasche, J. L., Ferreira, R. T. S., Prata, A. T., 1997, "Escoamento de Óleo e Refrigerante pela Folga Radial de Compressores Rotativos de Pistão Rolante", *XIV COBEM – Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Bauru-SP, proceedings in CD ROM.
- Gasche, J. L., Ferreira, R. T. S., Prata, A. T., 1998, "Transient Flow of the oil Through the Radial Clearance in Rolling Piston Compressors", *International Compressor Engineering Conference at Purdue*, West Lafayette, aceito para publicação.
- Krueger, M., 1988, "Theoretical Simulation and Experimental Evaluation of an Hermetic Rolling Piston Rotary Compressor", Master Thesis in Mechanical Engineering, School of Mechanical Engineering, Purdue University, West Lafayette.
- Sakurai, E., Hamilton, J. F., 1984 "The Prediction of Frictional Losses in Variable-Speed Rotary Compressors", *International Compressor Engineering Conference at Purdue*, West Lafayette, p. 331-338.

## ABSTRACT

*In this work, the refrigerant gas leakage through the radial clearance in Rolling Piston Compressors is estimated by considering the oil-refrigerant gas mixture flow. The transient aspect of the flow is considered by introducing time variation of pressure difference between the compression and the suction chambers and the tangential velocity of the rolling piston in the flow model. These parameters are obtained here by modeling the compression process of the gas and the rolling piston dynamics. The results show that the amount of the refrigerant gas leakage through the radial clearance can be 40 to 250 % greater than the results obtained with the model considering pure oil flow.*

LOW-FLOW LIMIT IN SLOT COATING

Márcio da S. Carvalho<sup>1</sup>  
 Engineering Technology & Process Science  
 Imation Corporation  
 55144-1000 – St.Paul – MN - USA

SUMMARY

The region of acceptable quality in the space of operating parameters of a coating process is usually referred to as coating window. The limits of a coating window are set by different coating defects like ribbing, rivulets and air entrainment. It is very important to determine the coating window boundaries for different coating methods such that the operating conditions can be chosen to lie within the stable region of the parameter space. An important limit for slot coating process is the low-flow limit. It corresponds to the maximum web speed (production rate) at a given film thickness, or the minimum film thickness at a given web speed, at which the two-dimensional, steady state flow in the coating bead remains stable. In this work, the low-flow limit was determined by both theory and experiments. The theoretical approach consisted of solving the complete Navier-Stokes equations with free surfaces to describe the liquid flow on the coating bead. The differential equations were solved by Galerkin's method with finite element basis functions. The minimum layer thickness at a given set of parameters was determined by the turning point encountered on the solution path as the layer thickness was diminished. The minimum film thickness was measured experimentally by determining the flow rate at which the coating bead breaks leading to stripes of coated and uncoated web.

INTRODUCTION

Slot coating is largely used in the manufacturing process of many different products such as adhesive and magnetic tapes, paper, imaging films, and many others. This method belongs to a class of coating methods known as *pre-metered coating*: The thickness of the coated liquid layer is set by the prescribed flow rate fed into the coating die and it is independent of the process variables, making this class of method ideal for high precision coating. However, the liquid flow in the application region (coating bead), and therefore the quality of the coated film, is strongly affected by operating parameters such as line speed, liquid properties and the geometry of the die.

The region of acceptable coating quality in the space of operating parameters of a coating process is usually referred to as *coating window*. It is very important to determine coating windows for the different coating methods in order to predict whether a given method can be used to coat a product at a prescribed production rate. Coating windows can be constructed either from extensive experimentation or from theoretical modeling of the coating flow. The experimental approach is generally very expensive. In contrast, with a reliable theoretical model, many aspects of coating quality can be computed over large ranges of variables at relative low cost. However, because theoretical models are rarely complete, enough of the predictions should be compared with experiments in order to validate them.

Figure 1 shows a two-dimensional cross section of a slot coating bead. The coating liquid is pumped through the feed slot and bridges between the coating die and the substrate, forming the coating bead. The coating bead is surrounded by two gas-liquid interfaces. It is clear that physics sets the operating parameters at which this two-dimensional free surface flow exists. In order to sustain the coating bead at higher speeds, vacuum is usually applied on the back of the upstream meniscus (Beguin, 1954).

Higgins & Scriven (1980) extended the work of Ruschak (1976) and analyzed the operating parameters at which capillary and viscous forces could be balanced over a two-dimensional cross section of

the coating bead of a slot coater. The results of their viscocapillary model led to a feasible window in the plane of vacuum pressure and web speed. Since then, several experimental and theoretical analyses that determine the vacuum limits for stable operation have been reported in the literature (Sartor 1990, Gates 1996). However, vacuum pressure is usually not a limitation in slot coating process. In the coating windows presented in the literature, there is always a range of vacuum at which the coating bead is stable at Capillary numbers below a critical value.

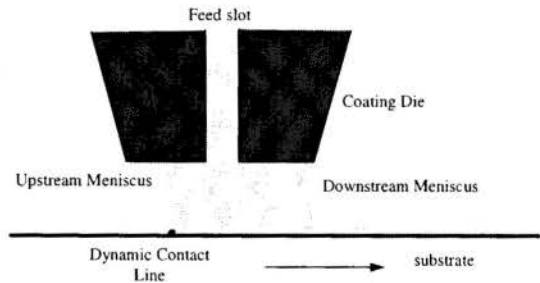


Figure 1: Sketch of the coating bead of a slot coater.

A more important limit for a slot coating process, from a practical point of view, is what is generally referred to as *low-flow limit*. This limit corresponds to the maximum web speed possible at a given film thickness, or the minimum film thickness at a given web speed, at which the flow is stable. The basic mechanism that defines this limit can be well described by the viscocapillary model. The main flow under the die land is a combination of a Couette and a Poiseuille contribution, as sketched in Figure 2. At a given coating gap and constant speed, the flow rate associated with the Couette contribution is constant. As the film thickness (and therefore the flow rate) decreases, the Poiseuille contribution and therefore the adverse pressure gradient in the downstream meniscus region has to increase. The minimum flow rate possible

<sup>1</sup> Present Address: Department of Mechanical Engineering. Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro. 22453-900 – Rio de Janeiro – Brazil.

(minimum film thickness) is determined by the maximum pressure gradient possible at the downstream meniscus. The pressure gradient can be estimated by analyzing the pressure difference between points 1 and 2 (see Figure 2). It is approximately determined by the radius of curvature of the liquid / gas interface  $R$  and the surface tension of the liquid  $\sigma$ .

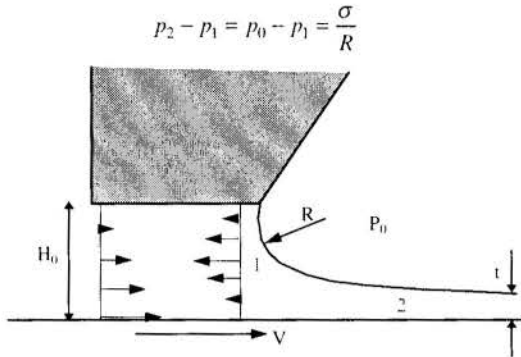


Figure 2: Sketch of flow close to the downstream meniscus.

The maximum pressure gradient occurs at the minimum radius of curvature possible. If the shape of the free surface is assumed to be cylindrical, the smallest radius that can be fit between the die and the web is given by:

$$R = \frac{H_0 - t}{2}$$

Ruschak (1976) extended the work of Landau and Levich (1942) and showed that the pressure drop across the downstream meniscus can be related to the film thickness, web speed and liquid properties:

$$p_0 - p_1 = 1.34 Ca^{2/3} \frac{\sigma}{t}$$

The operating parameters that set the low-flow limit can be determined by combining the three previous equations:

$$Ca = \frac{\mu V}{\sigma} = 0.65 \left( \frac{2}{\frac{H_0}{t} - 1} \right)^{3/2} \quad (1)$$

It is clear from the equation that, at a fixed coating gap, the minimum possible film thickness increases as the Capillary number  $Ca \equiv \mu V / \sigma$  increases, i.e. higher production speeds require thicker wet layers.

Because the viscocapillary model was derived from the Landau-Levich equation, it is only valid at low Capillary numbers, i.e. typically low speed and / or low viscosity. However, many coating processes do not occur at low capillary numbers. Experiments by Sartor (1990) have shown examples where the viscocapillary model fails to predict the correct maximum coating speed. It is important to establish what is the range of validity of the viscocapillary model and moreover to find the low-flow limit outside this range.

In this work, the low-flow limit at different operating conditions, including high Capillary numbers, was determined by both theory and experiments. The theoretical approach consisted of solving the complete Navier-Stokes equations with free surfaces to describe the liquid flow on the coating bead by the Galerkin / finite element method. At each operating condition (liquid properties, coating gap and web speed), first-order, pseudo-arc-length continuation was used to construct a solution path as the flow rate fed into the die was diminished or the web speed raised. The low flow limit corresponded to the parameters at which a turning point on the solution path occurred. The experimental procedure followed a path similar to the theoretical calculations. A coating bead was established at each condition. Then, the flow rate into the die was slowly decreased until the coated layer broke

into stripes of coated and uncoated web. The experiments were done using liquids with different viscosity in order to cover a wide range of Capillary numbers.

## THEORETICAL MODEL

**Governing Equations and Boundary Conditions.** The Navier-Stokes system for viscous free surface flows is described in detail by Kistler and Scriven (1983). The particular case of the flow on a slot coater bead was first presented by Sartor (1990). This section recapitulates the governing equations and lays out the boundary conditions used.

Figure 3 shows the domain used in this analysis. The velocity and pressure fields are governed by the momentum and continuity equations, which in dimensionless form are

$$Re \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (2)$$

For a Newtonian liquid, the total stress is  $\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T$ . The Reynolds number  $Re = \rho V H_0 / \mu$  measures the ratio of inertia to viscous forces.  $V$  is the web velocity,  $H_0$  is the gap, i.e. the distance between the coating die and the substrate.

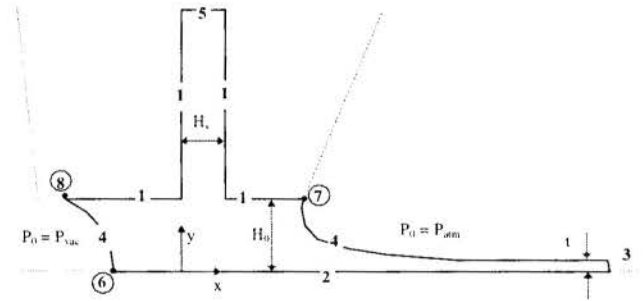


Figure 3: Flow domain with boundary conditions.

The no-slip and no-penetration conditions applies at the die walls and at the substrate:

$$\mathbf{v} = 0, \quad \text{at the die walls (1)} \quad (3)$$

$$\mathbf{v} = V \mathbf{i}, \quad \text{at the substrate (2)} \quad (4)$$

$V$  is the web speed. At the outflow plane (3), the directional derivative of velocity is set to zero:

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{v} = 0. \quad (5)$$

At the free surfaces (4), the traction in the liquid balances the capillary pressure and there is no mass flow across the gas-liquid interface:

$$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{Ca} \frac{dt}{ds} - \mathbf{n} P_0, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (6)$$

$\mathbf{t}$  is the unit vector tangent to the interface and  $P_0$  is the pressure of the air. At the downstream free surface, the air pressure is usually atmospheric, i.e.  $P_0 = P_{ATM}$ . At the upstream gas-liquid interface, vacuum is usually applied in order to stabilize the coating bead, i.e.  $P_0 = P_{VAC}$ . The Capillary number  $Ca = \mu V / \sigma$  measures the ratio between viscous and capillary forces ( $\sigma$  is the liquid surface tension).

At the inflow plane (5), i.e. at the die feeding slot, the flow is assumed to be fully developed:

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{v} = 0; \quad \mathbf{j} \cdot \mathbf{v} = -\frac{6Q}{H_s} \left[ \left( \frac{x}{H_s} \right) - \left( \frac{x}{H_s} \right)^2 \right]. \quad (7)$$

$Q$  is the flow rate fed into the coating die. It defines the thickness  $t$  of the liquid layer deposited onto the substrate:  $t = Q / V$ .



At the dynamic contact line (6), the Navier slip condition was used instead of the no-slip condition and a dynamic contact angle  $\theta_d = 110^\circ$  was imposed:

$$\frac{1}{\beta} \mathbf{t}_w \cdot (\mathbf{v} - V \mathbf{i}) = \mathbf{t}_w \cdot (\mathbf{n}_w - \boldsymbol{\sigma}); \quad \mathbf{n}_w \cdot \mathbf{n}_{fs} = \cos(\theta_d) \quad (8)$$

$\beta$  is the slip coefficient,  $\mathbf{t}_w$  and  $\mathbf{n}_w$  are the unit tangent and normal vector to the wall, and  $\mathbf{n}_{fs}$  is the unit vector normal to the free surface.

The static contact line attached to the downstream free surface (7) is pinned at the sharp edge of the die, i.e. the position  $\mathbf{x}_{sd}$  of the downstream static contact line is fixed:

$$\mathbf{x}_{sd} = \mathbf{X}_{edge} \quad (9)$$

The upstream static contact line (8) is free to move along the die face, i.e. the  $y$ -coordinate of the upstream static contact line is fixed. In this case, the static contact angle  $\theta_s$  of the free surface with the die face has to be specified:

$$\mathbf{j} \cdot \mathbf{x}_{su} = H_0; \quad \mathbf{n}_w - \mathbf{n}_{fs} = \cos(\theta_s) \quad (10)$$

**Solution Method.** Because of the free surfaces, the flow domain at each parameter is unknown *a priori*. In order to solve this free boundary problem by means of standard techniques for boundary value problems, the set of differential equations and boundary conditions posed in the unknown domain (eqs.2-10) has to be transformed to an equivalent set defined in a known reference domain. This transformation is made by a mapping  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\xi)$  that connects the two domains, as sketched in Figure 4.

The mapping used here is the one presented by de Santos (1991). He showed that a functional of weighted smoothness can be used successfully to construct the sorts of maps involved here. The inverse of the mapping that minimizes the functional is governed by a pair of elliptic differential equations identical with those encountered in diffusional transport with variable diffusion coefficients. The coordinates  $\xi$  and  $\eta$  of the reference domain satisfy

$$\nabla \cdot (D_\xi \nabla \xi) = 0; \quad \nabla \cdot (D_\eta \nabla \eta) = 0. \quad (11)$$

Boundary conditions are needed in order to solve the second-order partial differential equations (11). Along solid walls and synthetic inlet and outlet plates, the boundary is located by imposing a relation between the coordinates  $x$  and  $y$  from the equation that describes the shape of the boundary and stretching functions are used to distribute the points along the boundaries. The free boundaries (gas-liquid interfaces) are located by imposing the kinematic condition (eq.6-b). The discrete version of the mapping equations are generally referred to as mesh generation equations.

The Navier-Stokes system and the mapping (mesh generation) equations were solved by the Galerkin / finite element method. Biquadratic basis functions were used to represent both the velocity and the mapping from the reference to the physical domain. The basis functions used to represent the pressure field were piecewise, linear and discontinuous. Details on the weak formulation of this class of problems can be found elsewhere (Kistler and Scriven, 1983; Carvalho and Scriven, 1997).

Once all the variables are represented in terms of the basis functions, the system of partial differential equations reduces to simultaneous algebraic equations for the coefficients of the basis functions of all the fields. This set of equations is non-linear and sparse. It was solved by Newton's method:

$$\mathbf{u}_{(k+1)} = \mathbf{u}_{(k)} + \delta \mathbf{u} \\ \mathbf{J}(\delta \mathbf{u}) = -\mathbf{R}$$

$\mathbf{u}$  is the vector of the unknowns coefficients of the basis functions for the velocity, pressure and nodal positions.  $\mathbf{R}$  is the vector of weighted residuals, and  $\mathbf{J}$  is the Jacobian matrix of sensitivities of the residuals to the unknowns, i.e.

$$J_{ij} = \frac{\partial R_i}{\partial u_j}$$

The linear system of equations at each Newton iteration was solved using a frontal solver.

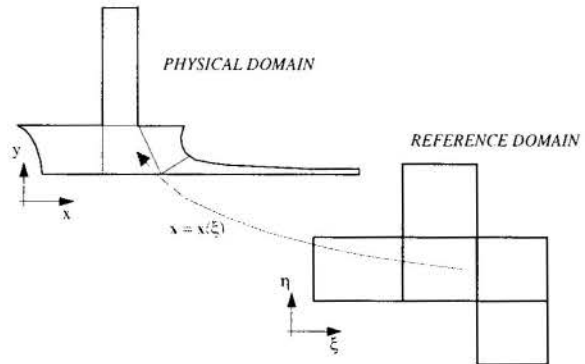


Figure 4: Mapping from the reference domain to the physical domain.

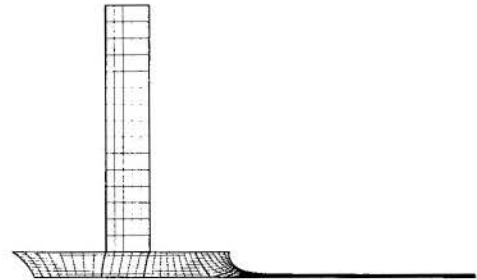


Figure 5: Representative mesh used to discretize the problem: 411 elements and 8373 unknowns.

Newton's method converges quadratically close to the solution. However, it can fail to converge if the initial guess is not close enough to the solution or if the solution does not exist for a given set of parameters. In order to improve the likelihood of convergence and to obtain solutions around turning points, a pseudo-arc-length continuation method, as described by Keller (1977) was used.

The domain was divided into 411 elements with 8373 unknowns. A representative mesh is shown in Figure 5.

## RESULTS

The dimensionless parameters that govern the flow in a slot coating bead are:

- Gap to film thickness ratio:  $G \equiv \frac{H_0}{t}$
- Reynolds Number:  $Re \equiv \frac{\rho V H_0}{\mu}$
- Capillary Number:  $Ca \equiv \frac{\mu V}{\sigma}$
- Vacuum Pressure:  $V_{vac} = \frac{P_{vac} H_0}{\sigma}$
- Dimensionless Slot Height:  $S = \frac{H_s}{H_0}$

In order to relate the effect of the web speed solely to one of the dimensionless parameters (Capillary number), it is useful to define the Property number  $P \equiv Re/Ca = \rho\sigma H_0/\mu^2$ , that is a function of the liquid properties and the coating gap.

The operating conditions at the low-flow limit were determined by two different approaches. In the first, the coated layer thickness was fixed and the web speed increased until a turning point on the solution path was encountered. The critical Capillary number at the chosen gap-to-thickness ratio was calculated from the value of the web velocity at the turning point. The second approach consisted of following the solution path at a fixed web speed. The flow rate, and therefore the film thickness, was decreased until a turning point was encountered. The critical gap-to-thickness ratio was calculated from the value of the flow rate at the turning point. The theoretical predictions show that the two approaches are equivalent and lead to the same critical pair of Capillary number and gap-to-thickness ratio.

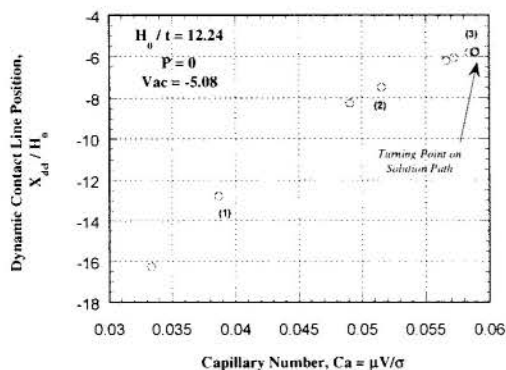


Figure 6: Path of flow states at fixed film thickness. The states are characterized by the position of the dynamic contact line.

Figure 6 shows a path of solutions computed at  $H_s/H_0 = 1.75$ ,  $H_0/t = 12.24$ ,  $P = 0$  (no inertia) and  $Vac = -5.08$ . The flow states are characterized by the position of the dynamic contact line. It is pulled closer to the feeding slot as the web speed rises. A turning point occurs at  $Ca = 0.0589$ . Above that speed, a two-dimensional, steady-state solution could not be found. In practice this would signal the low flow limit. As the Capillary number increases, the downstream meniscus becomes more curved (smaller radius of curvature) in order to increase the adverse pressure gradient under the free surface. Figure 7 details the shape of the downstream free surface. At the turning point, i.e.  $Ca = 0.0589$ , the angle between the gas-liquid interface and the die face is very close zero. The hypothesis that the static contact line is pinned at the sharp edge of the die is probably not valid at such conditions. In practice, if the web speed is raised above this critical value, the meniscus would recede and the coating bead would break.

Figure 8 shows the solution path obtained at a Capillary number of  $Ca = 0.33$ ,  $H_s/H_0 = 1.75$ ,  $P = 0$  and  $Vac = -13.5$ . The plot shows how the position of the dynamic contact line varies with the flow rate fed into the die, i.e. the film thickness deposited on the substrate. As the coated film becomes thinner, the dynamic contact line is pulled towards the die feeding slot. A two-dimensional, steady state solution could not be found at a gap-to-thickness ratio above  $H_0/t = 5.33$ . Again, the turning point marked the low-flow limit at this particular Capillary number.

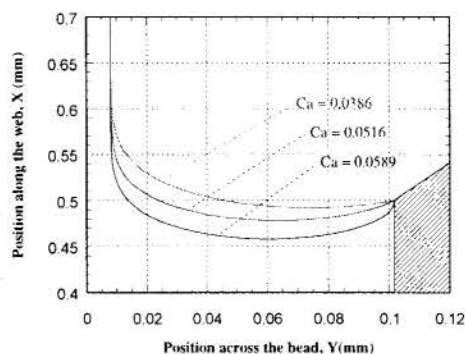


Figure 7: Downstream free surface shape as a function of Capillary number.

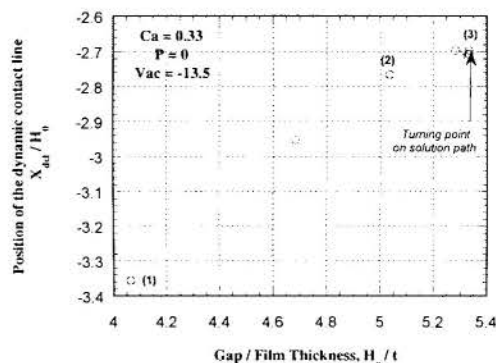


Figure 8: Path of flow states at fixed Capillary number. The states are characterized by the position of the dynamic contact line.

Solution paths similar to those presented in Figures 6 and 8 were constructed at different gap to film thickness ratio, Capillary numbers, and Property numbers. The slot height was kept constant and equal to  $H_s/H_0 = 1.75$ . The parameters at which the turning point occurs in each solution path at vanishing Property number are mapped in Figure 9. They correspond to the low-flow limit. The plot also shows the critical conditions predicted by the viscocapillary model. As expected, the simple model is very accurate at low Capillary numbers ( $Ca < 0.01$ ). At these conditions, the predictions of the full Navier-Stokes equation are virtually the same as the viscocapillary model. The discrepancy between the two theoretical models increases with Capillary number. The viscocapillary model underpredicts the critical ratio of gap to film thickness (overpredicts the critical film thickness). The relative difference is around 10% at  $Ca \approx 0.1$  and as high as 30% at  $Ca = 1$ .

The critical parameters at which the turning points occur on the solution path, when inertial effects are considered, are illustrated in Figure 10. Again, the solid line represents the viscocapillary model predictions. At low Capillary numbers, the low flow limit is virtually insensitive to the Property number, i.e. inertial effects are not important. At larger Capillary numbers ( $Ca > 0.3$  for the cases analyzed here), the critical gap-to-thickness ratio is strongly dependent on the Property number. Inertial effects delay the onset of the low-flow limit to thinner film thickness.

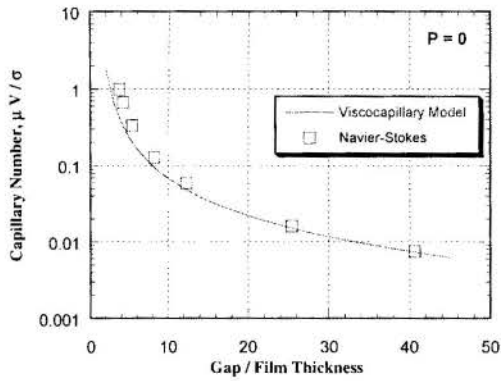


Figure 9: Comparison of low-flow limit predictions by the viscocapillary model and Navier-Stokes equations. Inertial effects were neglected, i.e.  $P = 0$

An interesting phenomenon occurs when inertial effects become significant. Above a certain Capillary number, the relationship between the critical Capillary number and critical gap-to-thickness ratio changes. At low Capillary numbers, the minimum possible film thickness that can be coated increases with web speed. The relation is approximately given by the viscocapillary model, i.e., eq.(1). At high Capillary numbers, the critical ratio of gap to film thickness that sets the low flow limit increases with Capillary number. The minimum possible film thickness that can be coated decreases with web speed. The actual coating window for slot coating is larger than the one presented in the literature. The practical consequence of this behavior is very important: thinner films can be achieved by raising the line speed.

At a fixed coating gap and film thickness, there are two ranges of Capillary number at which the coating bead exists,  $Ca < Ca_1^*$  and  $Ca > Ca_2^*$ . The first limit  $Ca_1^*$  is the one presented before in the literature and that can be fairly well predicted by the simple viscocapillary model. This limit is the low Capillary number limit. The second limit  $Ca_2^*$  is the limit found when inertial effects were incorporated into the theoretical model. This limit is the high Capillary number limit.

As discussed before, the low flow limit occurs when the downstream meniscus recedes into the coating bead in order to decrease the radius of curvature of the free surface. When inertia becomes significant, the momentum of the liquid tends to counteract this receding action. Figure 11 illustrates this behavior by showing how the free surface shape changes as the line speed is raised, at Property number  $P = 762$  and gap-to-thickness ratio  $H_0/t = 5.08$ . At these conditions, the coating bead exists at all Capillary numbers explored, a turning point on the solution path was not found up to  $Ca = 1.006$ . The length necessary for the coated film to achieve its final thickness is much longer than that obtained when inertial effects are not taken into account (compare Figure 7 and 11).

First, as the web speed is raised, and consequently as the Capillary number increases, the radius of curvature of the downstream free surface decreases and so does the angle between the meniscus and the die face at the static contact line. At higher Capillary numbers, an opposite effect occurs: as the web speed increases, inertial forces push the meniscus away from the coating bead, increasing the radius of curvature of the downstream meniscus and the angle between the free surface and the die face. The free surface becomes more stable (further away from the low flow limit in the parameter space) as the line speed is raised.

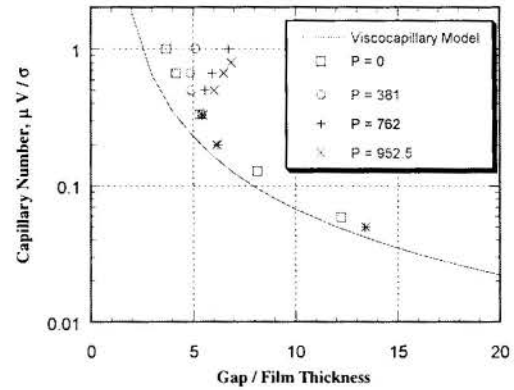


Figure 10: Inertial effects on the low-flow limit.

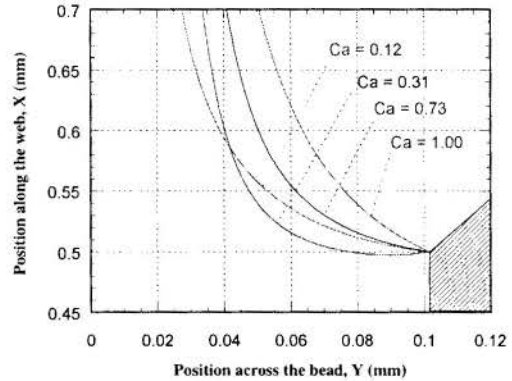


Figure 11: Downstream free surface shape at different Capillary numbers.  $P = 762$ .

## EXPERIMENTAL ANALYSIS

In order to validate the theoretical predictions presented in the previous section, experiments were conducted to obtain the critical ratio of gap to film thickness above which the coating bead could not be sustained. In order to investigate the extended coating window predicted by the Navier-Stokes equations, the experiments were performed in a range of Capillary number from 0.08 to 3.

**Experimental Procedure.** The experimental set-up is sketched in Figure 12. The coating liquid, composed of solid particles dissolved in an organic solvent, was fed to the coating die using a gear pump. The flow rate was controlled by the pump speed. A polyester film was used as the substrate. The web speed varied from  $V = 30$  ft/min (0.15 m/s) up to  $V = 350$  ft/min (1.78 m/s). Most of the deposited solvent evaporated before winding the substrate into a roll, leaving a solid coating over the substrate. However, at high speeds, some of the solvent was still present on the web. A scraper blade was used to remove the remaining solvent. In order to cover a wide range of Capillary numbers, solutions with different viscosity were used. The viscosity of the coating liquid was easily controlled by changing the concentration of solid particles on the solution. The viscosity range explored in this work extended from  $\mu = 13$  cP to  $\mu = 75$  cP. The surface tension of the liquid was  $\sigma = 25$  dyn/cm. The gap between the coating die and the substrate was fixed during the experiments at  $H_0 = 4$  mils (101.6  $\mu\text{m}$ ).

The critical gap-to-film thickness ratio at different line speeds was obtained using the following procedure:

- The pump speed was set such that the thickness of the coated film was large, typically  $H_0/t \approx 3$ . A vacuum pressure was applied at the upstream free surface in order to establish the bead.
- At constant web speed and vacuum, the rotation of the pump was decreased in small steps, until a uniform and continuous coating could not be formed. Typically one or two small stripes of uncoated substrate would appear. This point was considered to be the onset of the low-flow limit. The minimum film thickness was calculated from the flow rate and web speed. If the flow rate was diminished even more, alternating stripes of coated and uncoated substrate would form across the entire width of the web, a coating defect known as rivulet.

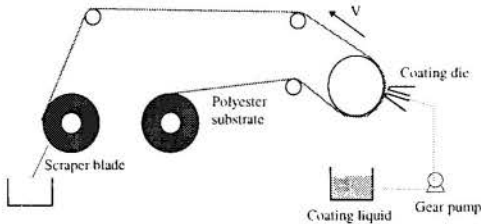


Figure 12: Sketch of the experimental set-up.

**Results.** The results of the experiments are summarized in Figure 13, which shows the critical gap-to-thickness ratio at different Capillary numbers obtained with four different coating solutions.

The scatter of the data can be attributed to the fact that the stability of the coating bead depends on the intensity of the disturbance that it is subjected to, and that these disturbances were not well controlled during the experiments. It is very hard to control and quantify the fluctuations on the line speed, vacuum pressure, pump speed and the localized imperfections of the substrate, and eventual bubbles in the solution fed into the die.

The experimental results follow the same trend as the theoretical predictions. There are two distinct regimes. A low Capillary number regime, at which the minimum film thickness increases with line speed; and a high Capillary number regime, at which the minimum film thickness decreases with line speed. The data points obtained with the liquid of viscosity  $\mu = 22$  cP extend from one regime to the other.

However, the experiments indicate that the transition from the low Capillary number regime to the high Capillary number regime occurs at much smaller Property number  $P$ . With the coating gap used during the experiments, the Property number associated with the solution of viscosity  $\mu = 22$  cP is  $P = 5.2$ . This value is two orders of magnitude smaller than the values used in the theoretical predictions ( $P = 500$ ). The explanation for this discrepancy is still under investigation.

#### FINAL REMARKS

Slot coating is one of the preferred methods for high precision coating. An important limitation of this method occurs when thin films are coated at relatively high speeds. This *low-flow* limit is caused by the receding action of the downstream free surface as the flow rate is reduced or the line speed raised. The operating parameters at which the coating bead breaks had been determined by previous researchers. However, the results were limited to low Capillary number flows.

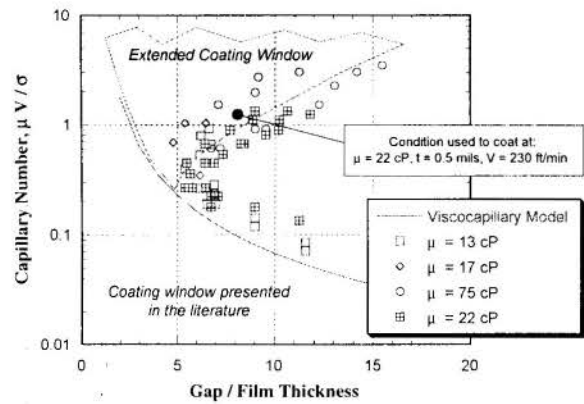


Figure 13: Measurements of critical gap-to-thickness ratio as a function of Capillary number.

In this work, the existence of a two-dimensional coating bead that leads to a continuous deposited liquid layer was studied by solving the complete Navier-Stokes equations with free surfaces. Unlike previous work, this approach is not limited to low Capillary numbers and Stokes approximation, i.e. no inertial effects. The theoretical predictions were validated by experimental measurements.

Both the theoretical and experimental results show that the behavior of the coating bead at large Capillary numbers is drastically different than at low Capillary numbers. At high Capillary number, the minimum film thickness that can be coated actually decreases by increasing the coating speed. This change in behavior is caused by the liquid inertia that counteracts the receding action of the downstream free surface as the line speed is raised or the flow rate reduced. The main conclusion of this work is that the operating parameter range at which slot coating can be used, i.e. the coating window of the process, is larger than the one reported in the literature, broadening the applicability of this coating method.

#### REFERENCES

- Beguin, A. E., 1954, "Method of Coating Strip Material". U.S. Pat. 2,681,294.
- Carvalho, M. S. and Scriven, L. E., 1997, "Flows in Forward Deformable Roll Coating Gaps". *Journal of Computational Physics*, **138**, pp.449-479.
- Gates, I. D., 1996, "Stability Analysis of Slot Coating Flows". Presented at *AICHE 1996 Spring National Meeting*, New Orleans.
- Higgins, B. G. and Scriven, L. E., 1980, "Capillary pressure and viscous pressure drop set bounds on coating bead operability". *Chem. Eng. Sci.* **35**, pp.673-682.
- Keller, H. B., 1977, "Numerical solution of bifurcation and nonlinear eigenvalue problems", in P. H. Rabinowitz (ed.), *Applications of Bifurcation Theory*.
- Kistler, S. F. and Scriven, L. E., 1983, "Coating Flows", in J. R. A. Pearson and S. M. Richardson (eds), *Computational Analysis of Polymer Processing*, Applied Science Publishers, London, p.243.
- Landau, L. and Levich, B., 1942, "Dragging of a liquid by a moving plate". *Acta Physicochimica*, **17**, pp.42-54.
- Ruschak, K. J., 1976, "Limiting flow in a pre-metered coating device". *Chem. Eng. Sci.* **31**, pp.1057-1060.
- Sartor, L., 1990, "Slot coating: Fluid mechanics and die design". PhD Thesis. University of Minnesota.



## SIMULATION OF FUZZY CONTROL FOR HEAT RECOVERY SYSTEMS FROM SOLID BED COOLING

Antonio C. Caputo and Pacifico M. Pelagagge

Department of Energetics,  
Faculty of Engineering, University of L'Aquila  
67040 Montelucio, L'Aquila, Italy

### SUMMARY

*A fuzzy logic controller of the collected air temperature in heat recovery systems from moving solid beds has been presented in this paper. Controller development and tests have been carried out with reference to an actual grate cooler from a sintering plant of the Ilva Steel works in Taranto, Italy. Cooling is performed by blowing fresh air underneath the bed and heat recovery is obtained by hoods collecting the permeating hot air. However, nearly continuous fluctuations of both the solid inlet temperature and flow rate, in conjunction with the practical unfeasibility of direct measurements of such parameters, make the attainment of a constant temperature of the recovered air very difficult, this one being the only parameter that can be monitored for process control. In this situation fuzzy logic shows advantages over conventional control techniques either in terms of robustness and ease in implementing the control rules. The paper describes development and optimization of the control system along with simulations of his performances resorting to a previously developed unsteady-state real-time heat exchange model of cooling bed operation.*

### INTRODUCTION

Moving beds of solid particulate which have to be cooled for process requirements often represent a relevant source of waste energy in several industrial areas (chemical, metallurgical, etc.). The growing concern towards energy saving makes heat recovery policies very effective in reducing production costs. For instance, the most important energy saving improvement in the iron and steel industry is waste energy recovery due to the high quantities involved (Horio et al., 1982). In fact, with reference to sintering plants, 20-30% of the total heat input of about 2000 MJ/t sinter is discharged into the atmosphere as sensible heat of exhaust cooling air (Tanaka, 1980). Heat recovery from air-cooled moving solid beds is usually accomplished by one or more hoods collecting the waste hot air. Nevertheless, the recovery of a constant quality heat results in a particularly hard task as in many process plants operating conditions of cooling beds rarely are of the steady-state type. That is, fluctuations of the solid inlet temperature ( $T_{si}$ ) and flow rate ( $F_{si}$ ) are very frequent causing large variations of the thermal load at the bed inlet. As a consequence, control actions on the cooling air flow rate underneath the bed have to be undertaken in order to guarantee a constant target temperature of the collected air ( $T_c$ ), according to the state of the bed at any given time. Implementation of the cooling air control law using  $T_{si}$  and  $F_{si}$  fluctuations as input variables is hampered by complex transient phases in the heat exchange behaviour which propagate along the cooling bed, especially when multiple hoods plant arrangements are considered. Furthermore, being the real time  $T_{si}$  and  $F_{si}$  variations difficult to measure, only the transient value of the collected air temperature ( $T_{ac}$ ) provides an effective guide-parameter for the control system. As a result, the control air flow rate ( $F_c$ ) may be adjusted depending on real-time values of the collected air temperature:  $F_c = CF(T_{ac} - T_i)$ . In this application no easy analytical model to directly correlate  $T_{ac}$  to  $F_c$  may be obtained, able to account for real time conditions of the bed. Therefore, in order to define the control function (CF), methods based on traditional PID rules, response surfaces, neural networks or expert systems show inadequate performances due to complexities of heat exchange phenomena and large variability ranges of both operating conditions and heat recovery plant arrangements. Fuzzy logic seems to be the most appropriate approach when no adequate mathematical model for a given problem

is easily found or when non-linearities and multiple parameters exist as in the present application (Von Altrock, 1995). Having this in mind, in the paper a heat recovery control algorithm based on fuzzy theory has been developed where the CF can be regarded as a set of heuristic decision rules.

However, in order to carry out the fuzzy controller synthesis and off-line tests, in absence of appropriate experimental data, a moving bed heat exchange dynamic simulation model developed in a previous study (Caputo et al., 1997) has been used, able to capture the expected  $T_{ac}$  trend during  $T_{si}$  and  $F_{si}$  transient phases for given  $F_c$  values. The dynamic simulation model was based on a two-dimensional time-dependent schematization of the air-cooled solid bed. Computer implementation of the model was carried out by using VisSim language which provides a highly integrated development environment with visual, interactive, hierarchical, and time-dynamic mathematical tools for both linear and non-linear systems. Obviously, using this model in traditional control system is impractical due to the required computational effort. In this study the fuzzy logic control has been implemented through the FuzzyTech tool kit (Inform GmbH, 1996) which may be easily integrated with the VisSim model, also supporting graphical development of membership functions, inference rules, and defuzzification processes, besides simulation and optimization of the fuzzy control system. The overall VisSim/FuzzyTech model allows for a detailed representation of the cooling bed control system enabling real time optimization of controller parameters by graphically modifying rules and membership functions even while the simulation is running. The developed fuzzy control may be then directly implemented in real heat recovery systems by accepting in input the measured  $T_{ac}$  value and producing in output the required control signal for the cooling air throttling equipment.

In the study reference to an actual iron-ore sintering plant of the Taranto Ilva steel works has been made for operating conditions definition and control algorithm validation (Caputo et al., 1996; Pelagagge et al., 1997a-b). Fuzzy control development phases have been outlined in the paper and the computer implementation has been briefly described. Tests of the fuzzy controller have been then carried out by simulations on different architectures and operating conditions of the heat recovery system.

Development of the fuzzy logic control system has been carried out with reference to heat recovery arrangements based on single hood or double series hoods. Such arrangements allow for the highest amount of recovered heat (Pelagagge et al., 1997a-b) also showing, nevertheless, the major control problems. In the first case the cooling air fed underneath the hood is throttled on the basis of the measured values of the collected air temperature (figure 1).

In the latter case both uniform (figure 2a) and non-uniform (figure 2b) cooling air flow rate schemes have been considered, where the preheated air produced from the second hood is used as controlling stream for the first hood. However, different control criteria have to be adopted for uniform and non-uniform arrangements, respectively throttling the preheated air or the air blown under second hood, according to the collected air temperature in the first hood. In the case of uniform air flow rate a further cooling of the collected air inside first hood by mixing with fresh air may be also required. This occurs when, even feeding the whole flow rate collected by the second hood,  $T_{ac}$  values higher than  $T_1$  are obtained.

In all of the three heat recovery arrangements, the overall cooling air flow rate ( $F_{ai}$ ) has been considered constant with the aim of avoid blowers regulation, pursuing the constant efficiency of the blowers station. In order to respect the solid cooling requirement, discrete modulation of  $F_{ai}$  may be however obtained by switching on-off single blowers.

From a control view point, the practical knowledge absence of both the process transfer function and the value of some of the input parameters hampers use of conventional PID criteria, as controller tuning needs a trial-and-error approach and great number of time consuming simulations of the bed operation with different operating parameters. Moreover, the control system of a given heat recovery plant shows unstable behaviour when design parameters are modified (i.e. the hood length is changed), requiring the repetition of the entire tuning process. Also neural network or expert system based controllers are not readily implementable because the system training phase asks for extensive simulations of the bed behaviour in various operating conditions.

On the contrary, the synthesis of a fuzzy controller appears as effectively viable thanks to the feature of linguistically formulating the required non-linearity of the control action. The advantages of fuzzy control over other applicable techniques may be resumed as follows:

- straightforward synthesis of the control system, without a mathematical model of the process,
- no need to estimate the bed operating condition,
- easy adaptability to changes in the layout of the heat recovery arrangement,
- speeding up of the control system development cycle,

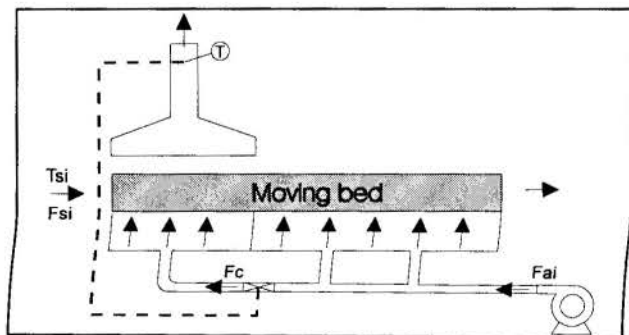


Figure 1 - Single hood heat recovery plant

- control strategy optimization is favoured by linguistic representation,
- incorporating engineering know-how improves robustness.

In all of the examined cases, the control variable is the air flow rate  $F_c$  (see figures 1 and 2) blown underneath the first hood. In double series hoods arrangements, however,  $F_c$  temperature also affects the cooling process.

To sum up, the control criteria are:

single hood system

the air flow rate underneath the hood is regulated, defining at the same time the air flow rate in the remaining bed, as an overall constant flow rate is assumed (figure 1);

double series hoods systems

uniform air flow rate

the preheated air produced from second hood is used as controlling stream for first hood (figure 2a);

non-uniform air flow rate

the air flow rate blown to second hood is regulated, also defining, as in single hood system, the cooling air fed under the remaining bed (figure 2b).

Control air flow rate is determined by linguistic rules from the input variable, represented by the temperature of the collected air. This input variable is at the same time the controlled variable that should be maintained at the predetermined value fixed by heat recovery requirements. As already pointed out, the control system does not assume any input from variables actually influencing the cooling process (i.e. sinter inlet temperature and flow rate) that cannot be measured.

Development of the fuzzy controller has been performed following the steps outlined below.

a) Definition of linguistic variables. The deviation of collected air temperature  $T_{ac}$  from the set point  $T_1$  is defined in terms of a linguistic variable as:

$$\Delta T = T_{ac} - T_1 \quad (1)$$

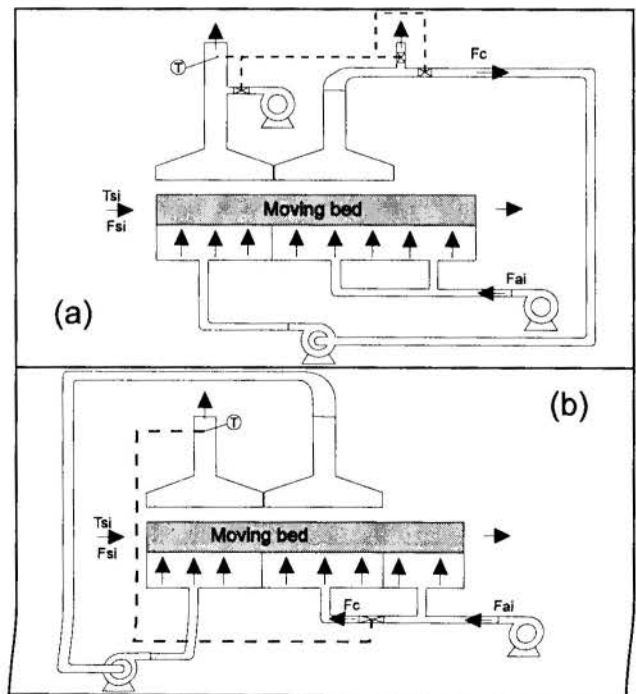


Figure 2 - Double series hoods heat recovery plants

(a) uniform cooling air flow rate

(b) non-uniform  $T$  cooling air flow rate

The intensity of the required control action is expressed by the gain  $K$  which furnishes the real-time value of the control air flow rate  $(F_c)_{new}$  modifying the previous value  $(F_c)_{old}$ :

$$(F_c)_{new} = (F_c)_{old} * [K + 1] \quad (2)$$

being  $K$  depending on  $\Delta T$ . Therefore, the new  $F_c$  value is obtained by adding the change in the value to the old one, i.e. implementing an incremental algorithm as happens in conventional discrete time controllers. This enables to obtain the control law of the air flow rate variation whatever the transient is. The entire control flow rate updating process is repeated each time the air temperature inside the hood is sampled.

b) Definition of membership functions and fuzzification. Both linguistic variables are defined in terms of membership functions referring to the following attributes: strongly negative, negative, weakly negative, zero, weakly positive, positive and strongly positive. Lambda-shaped membership functions have been adopted. Tuning of membership functions has been performed by trial and observation procedure resorting to the built-in functions of the FuzzyTech programming environment during several runs of the bed simulation model.

The actual shape of the functions has been defined in order to obtain a non-linear control response, which should be the more intense as the greater is the difference between the measured air temperature and the target value, but in a less than proportional manner in order to avoid system instability.

In particular, the maximum range of  $\Delta T$  variation was determined in the two extreme cases of minimum or maximum sinter inlet flow rate and temperature respectively, in correspondence of the nominal cooling flow rate value, obtaining collected air temperatures of  $T_i \pm 150$  °C in the case of single hood and  $T_i \pm 90$  °C with double series hoods. The corresponding required control air flow rate was obtained with the gain  $K$  in the range  $\pm 0.08$ . The temperature range obtained with series hoods is much narrower due to the preheating of the cooling air recirculated from the second hood. In order to guarantee control robustness, a non-linearity degree has been introduced defined as the difference with the linear hypothesis in which the membership functions are identical and evenly distributed over the definition range. For  $\Delta T$  non-linearity degrees of 500% and 450% have been respectively considered in single and double hoods cases, while the non-linearity in  $K$  definition has been set at 100%.

As an example, figures 3 and 4 show  $\Delta T$  and  $K$  membership functions in the case of the single hood system; double hood membership functions are defined in a similar way.

c) Definition of inference rules. The influence of  $\Delta T$  on the control variable  $F_c$  is achieved through the following simple rules:

- IF  $\Delta T$  = strongly negative THEN  $K$  = strongly negative
- IF  $\Delta T$  = negative THEN  $K$  = negative
- IF  $\Delta T$  = weakly negative THEN  $K$  = weakly negative
- IF  $\Delta T$  = zero THEN  $K$  = zero
- IF  $\Delta T$  = weakly positive THEN  $K$  = weakly positive
- IF  $\Delta T$  = positive THEN  $K$  = positive
- IF  $\Delta T$  = strongly positive THEN  $K$  = strongly positive

The same unit weight (i.e. the rule degree of support, DoS) has been assigned to the rules in order to obtain a system behaviour symmetric with respect to the equilibrium condition  $\Delta T = 0$ .

d) Definition of defuzzification criteria. The crisp value of gain  $K$  is calculated adopting the centre of maximum (COM) defuzzification algorithm (Ross, 1995).

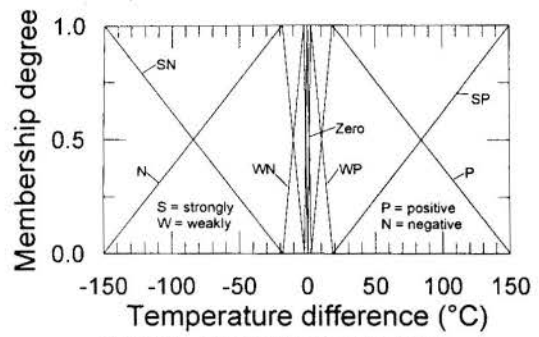


Figure 3 -  $\Delta T$  membership functions

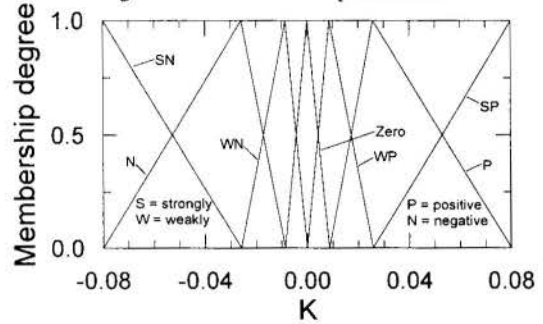


Figure 4 -  $K$  membership functions

However, in the real system significant time delays may exist in both the measurement of the air temperature and the actual regulation of the control flow rate. Therefore, in the controller model the  $K$  value is sent to the air flow dampers actuators through a suitable and adjustable time delay which represents both the actuator dynamics and the time required to the new flow rate value to establish in the bed, given the average flow velocity and the ductwork length. Obviously, the delay connected to flow rate recirculation affects double series hoods arrangements only. A further delay is imposed on the measured temperature signal received by the controller to account for hood dimensions and temperature sensor location.

The overall simulation model architecture is depicted in figure 5. The cooling bed model computes at each time step the temperature of the collected air on the basis of the current values of the solid inlet temperature ( $T_{si}$ ) and flow rate ( $F_{si}$ ), which may be arbitrarily defined or imposed in a random fashion during the simulation run.  $T_{ac}$  value is transferred to the fuzzy controller after the defined delay and compared with the target value in order to obtain the value of the input variable  $\Delta T$ .

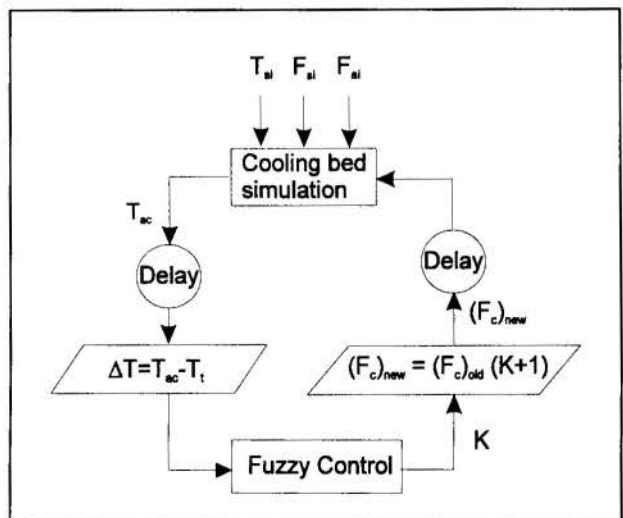


Figure 5 - Simulation model architecture



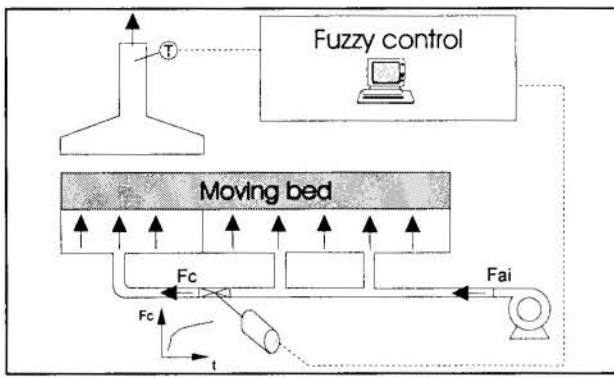


Figure 6 - In-plant system architecture

This variable is at first fuzzified resorting to the described membership functions, then the inference rules are fired. After the defuzzification phase, the crisp value of the process gain  $K$  is used to calculate the new flow rate according to Eq. (2). After a delay, this new value is passed to the simulation model in order to estimate the bed response in the subsequent sampling interval. The described approach may be immediately implemented in the real system adopting the control architecture depicted in figure 6.

### FUZZY CONTROL TESTS

Performances of the control system have been evaluated for the three plant architectures (figures 1 and 2) either in terms of start-up transients and during bed operation, by imposing different variation laws (steps and ramps) of sinter inlet temperature and flow rate. In case of flow rate fluctuations, a constant advancement speed of the bed has been assumed resulting in variations of the bed height ( $H$ ). As reference scenario for fuzzy control tests the cooling bed of a sintering plant for blast furnace feeding located in the Taranto Ilva steel works (Caputo et al., 1996) has been considered. Bed operation was characterized by the following parameters:

- cooling bed 110 m long, 4 m wide, 0.8 m high;
- average overall cooling air flow rate of 500 kg/s, at 20 °C ambient air temperature (the start-up of additional blowers may increase  $F_{ai}$  up to 620 and 740 kg/s);
- sinter temperature at bed outlet less than 70 °C;
- sinter inlet temperature ranging from 500 to 600 °C;
- target collected air temperature  $T_i = 380$  °C;
- bed advancement speed ranging from 0.02 to 0.03 m/s;
- sinter inlet flow rate ranging from 110 to 180 kg/s.

Different hood arrangements have been tested; results presented in this work refer to a single hood 30 m long and two 15 m long hoods for series systems. Delays in temperature sensing, dampers actuation and air recirculation have been fixed each one at 2 s in the simulation runs. Also the temperature sampling interval has been set at 2 s.

**Single hood system.** The case of plant start-up is depicted in figure 7 starting from the empty bed condition. The control system is switched on as soon as the sinter has occupied the entire space below the hood. Different steady-state sinter inlet temperatures, bed height and initial cooling air flow rate are shown in the figure in order to point out differences in the system response. In particular, (a) and (c) inlet thermal load conditions are associated with low cooling air flow rate, while (b) and (d) conditions with high air flow rate. In the worst case (curve d, lower inlet thermal load and higher cooling flow rate) the time required to reach the target temperature is 94 s from switch-on of the control system, while the time required to steadily attain the  $380 \pm 0.5$  °C value from the initial overshoot to 381.5 °C is 534 s.

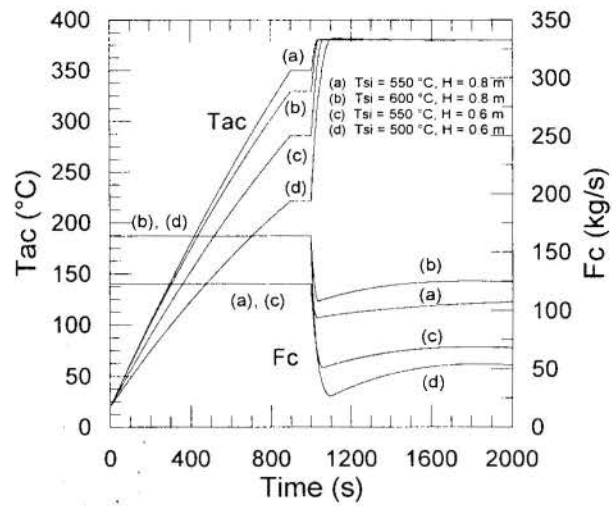


Figure 7 - Start-up transient, single hood

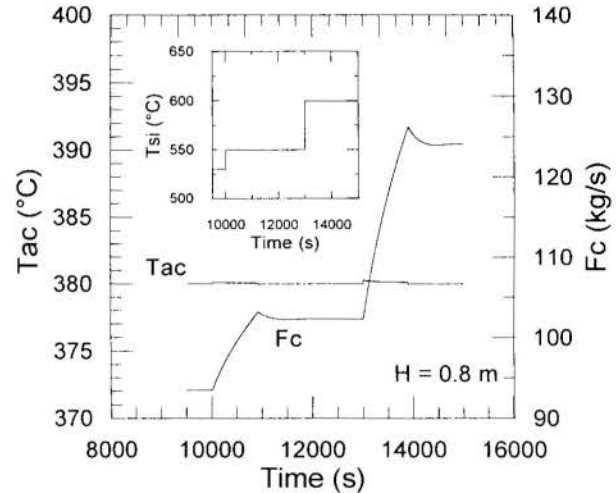


Figure 8 - Step in  $T_{si}$ , single hood

The resulting performance assesses the fuzzy system ability in quick control actions. The heat recovery system may achieve the desired target temperature in less than two minutes from control switch-on, irrespective of the bed initial operating conditions. Subsequent collected air temperature variations during the further settling period are practically negligible. In figure 8 the control system behaviour is shown when step variations of the sinter inlet temperature are imposed. The transient duration is composed of the time required by the perturbation to cross the entire hood length and the duration of the perturbation itself. A further settling interval is required as the solid under the hood is cooled by varying air flow rate. Therefore, the transient duration is significantly influenced by hood length and bed advancement speed apart than from the system dynamics. However, even if the  $T_{ac}$  and  $F_c$  transient duration is in the order of 500 s, for practical applications the duration is much lower as the  $T_{ac}$  fluctuations are negligible during such transients proving the system's fast response and precision. In fact, collected air temperature oscillations are well inside the  $380 \pm 0.5$  °C range being  $T_{si}$  step variations of 20 and 50 °C respectively.

Figure 9 describes instead the control system response to ramp variations in the sinter inlet temperature. Much lower  $T_{ac}$  fluctuations respect to step cases are experienced during the transient phases. A practically constant  $T_{ac}$  value has been obtained for all of ramp transients of either  $T_{si}$  and  $F_{si}$ , which more strictly represent the actual bed behaviour.



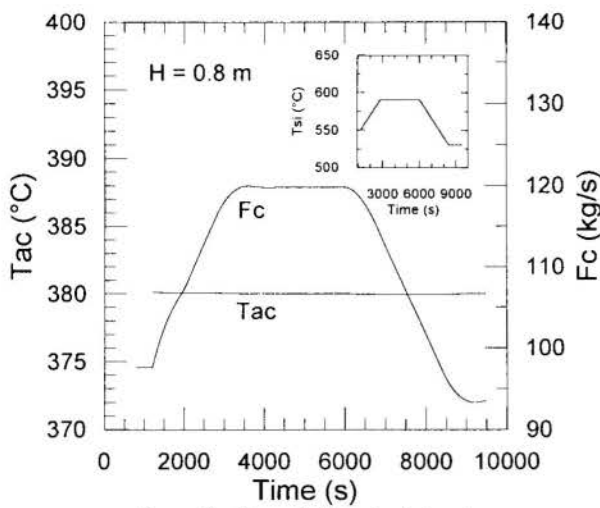


Figure 9 - Ramp in  $T_{si}$ , single hood

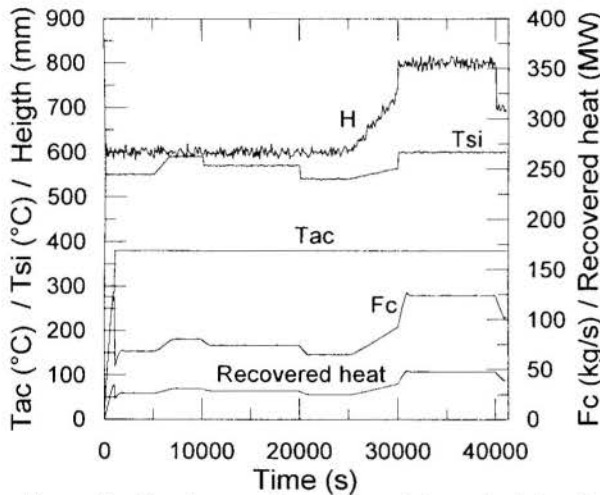


Figure 10 - Simultaneous  $T_{si}$  and  $F_{si}$  variations, single hood

Finally, figure 10 shows the control system performance with contemporary variations of sinter temperature and bed height. Random fluctuations of small amplitude are superimposed to long-period variations of  $T_{si}$  and  $H$ , in order to realistically simulate the uneven material distribution of the hot sinter falling on the grate cooler from the rotary crusher at the end of the sintering bed. The simulation extended over 12 hours of continuous operation. The response to such a complex bed behaviour shows how the control system may satisfactorily perform under the much less demanding conditions that are likely to be encountered during normal bed operation.

**Double series hoods systems.** In this system, with respect to the single hood arrangement, two different regulation periods for a given inlet perturbation may be observed: a first one connected to the temperature variations occurring in the first collection hood, and a second one due to temperature variations of the recirculation air caused by the passage of the sinter under the second hood. In overall the transients are longer also due to the warmer cooling air causing a less efficient heat transfer through the bed.

**a) uniform flow rate.** Figure 11 shows the system behaviour during the start-up transient. The entire transient lasts about 200 s from the instant in which the bed enters the area under second hood (50 s of which are required for the bed to surpass the hood) and the control system is switched on. In the considered example the maximum deviation of  $T_{ac}$  respect to  $T_i$ , after control system

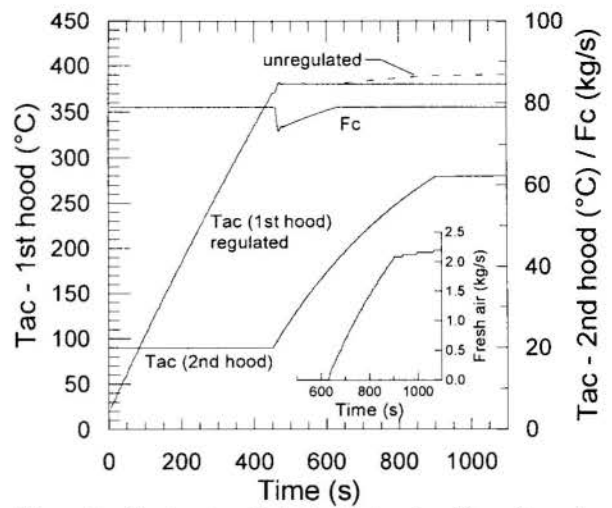


Figure 11 - Start up transient, double hood, uniform flow rate

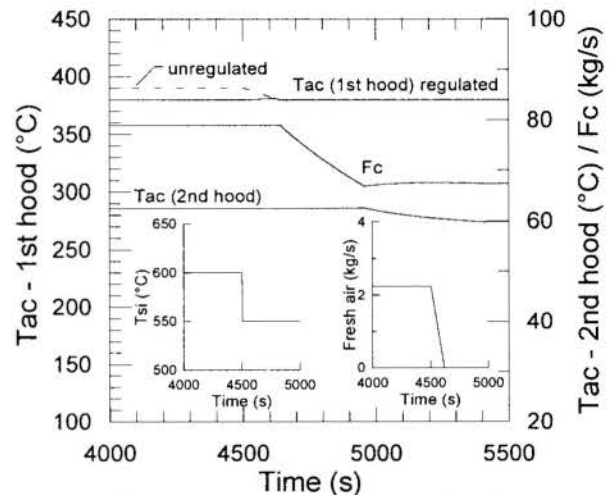


Figure 12 -  $T_{si}$  variation, double hood, uniform flow rate

switch-on, is only +1.17 °C and is reached after nearly 10 s, while the following oscillations are within the range  $380 \pm 0.5$  °C. Figures 12 and 13 depict respectively the case of a step perturbation on sinter inlet temperature and bed height. In both cases negligible variations of  $T_{ac}$  are obtained, but the transients are longer. As  $F_c$  is throttled downstream the capture hood, only a little and indirect control on cooling air temperature is allowed causing transient durations of about 1000 s. In the cases of figures 11 and 12 the requirement of fresh air mixing in order to limit the  $T_{ac}$  value may be observed. The unregulated case (dashed line) represents, in fact, the  $T_{ac}$  that would be obtained without fresh air injection.

**b) non-uniform flow rate.** Compared to the uniform flow rate case, this heat recovery scheme is characterized by roughly the same duration of transients, but also by wider oscillations of collected air temperature. In fact, in this case the regulation carried out on air flow rate under the second hood causes greater excursions of recirculation air temperature which may reach higher absolute values.

As the control system at plant start-up may be switched on either as soon as the sinter exits from the first (control criterion 1) or from the second hood (control criterion 2), a comparison of the two approaches is depicted in figure 14. In the latter case the heat recovery is started later, but the transient is smoother as the final collected air temperature is nearer to the target value. In the worst case, starting from the instant of control system

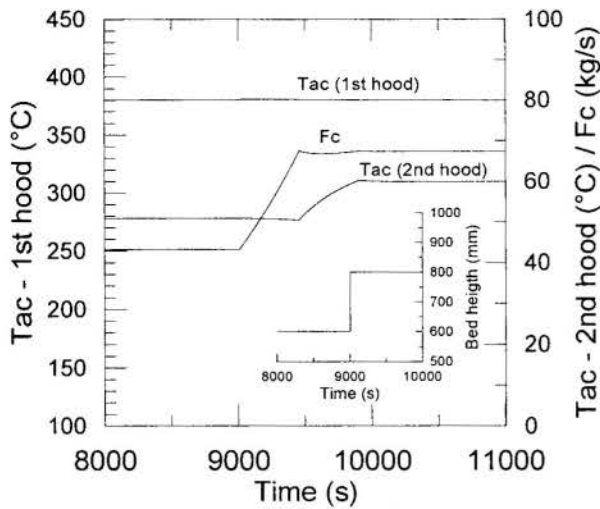


Figure 13 -  $F_{si}$  variation, double hood, uniform flow rate

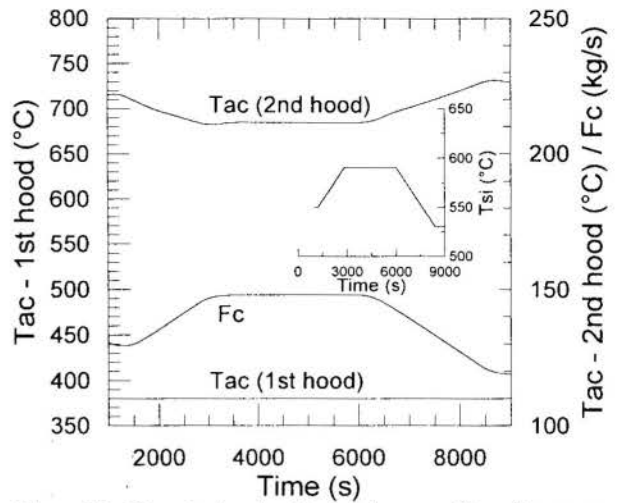


Figure 15 -  $T_{si}$  variation, double hood, non-uniform flow rate

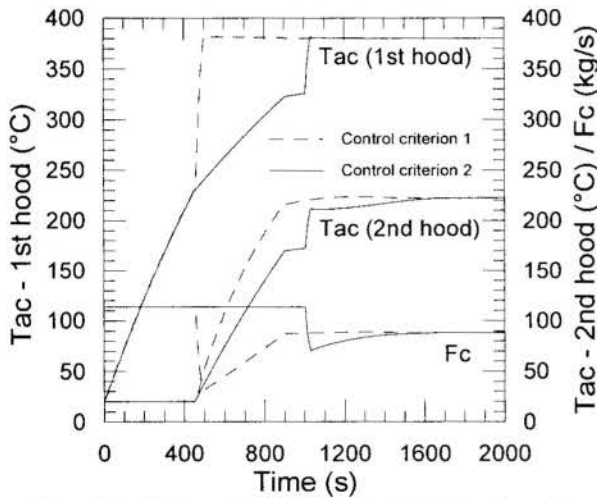


Figure 14 - Start up, double hood, non-uniform flow rate

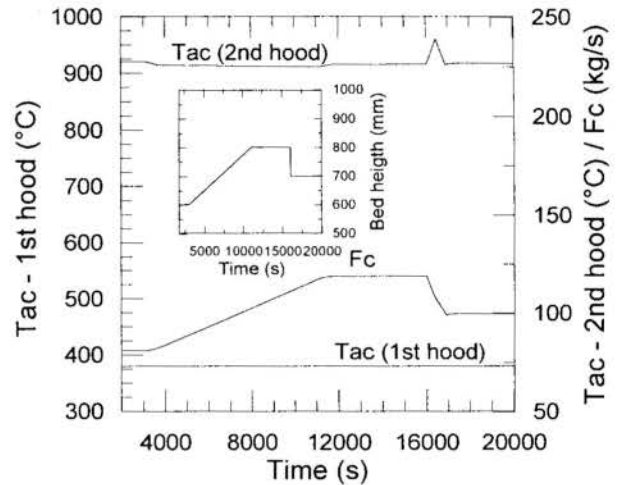


Figure 16 -  $F_{si}$  variation, double hood, non-uniform flow rate

switch-on, the target temperature is reached after 45 s, the overshoot temperature of 382.7 °C is reached after 51 s, after 57 s temperature is inside the range  $380 \pm 2$  °C, after 411 s in the range  $380 \pm 1$  °C and reaches  $380 \pm 0.5$  °C after 448 s. Effects of sinter temperature and bed height variations are depicted in figure 15 and 16. Respect to the uniform flow rate case, transients are shorter (e.g. in figure 15 about 250 s after reaching the steady state  $T_{si}$ ).

To sum up, the initial  $T_{ac}$  correction to the range  $380 \pm 2$  °C after any kind of input disturbance may be obtained almost immediately (in about a minute), while the subsequent stabilisation to a theoretical steady state (i.e. inside the range  $380 \pm 0.5$  °C) is obtained in time intervals of 500 - 1000 s. Therefore, from the practical application stand point the system shows a very high robustness, precision, and response velocity, for any conceivable perturbation.

## CONCLUSIONS

A temperature control system for heat recovery from solid cooling beds has been presented in this paper based on fuzzy logic. Industrial applications of cooling beds are usually characterized by high variability of both solid inlet temperature and flow rate, which are difficult to measure. Control actions on the cooling air flow rate have been then defined by using transient values of the collected air temperature. Resorting to fuzzy sets theory high robustness, precision and response velocity of the control system have been obtained.

Fuzzy control capabilities have been pointed out under severe operating conditions, where complex transients phases in the heat exchange behaviour propagate along the bed. As a result, in all of the examined heat recovery schemes (single or double hoods, with uniformly or non-uniformly distributed air flow rate) the temperature of the collected air has been quickly brought and maintained in the range  $T_i \pm 0.5$  °C whatever fluctuations of the bed inlet thermal load are. Finally, the proposed control system may be readily implemented in the real heat recovery plant.

## REFERENCES

- Caputo, A.C., Cardarelli, G., and Pelagagge, P.M., 1996, "Analysis of heat recovery in gas-solid moving beds using a simulation approach", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 89-99.
- Caputo, A.C. and Pelagagge, P.M., 1997, "Heat recovery from moving cooling beds: transient analysis by dynamic simulation", 32nd IECEC Conference, Honolulu, Hawaii, July 27 - August 1. (to be published in *Applied Thermal Engineering*).
- Horio, K., Kitamura, N., Ariake, Y., 1982, "Waste Energy Recovery at Kashima Steel Works", *Iron and Steel Engineer*, Vol. 59, No. 7, pp. 30-36.
- INFORM GmbH, 1996, *FuzzyTECH 4.2, Reference Manual*, Aachen, Germany.
- Pelagagge, P.M., Caputo, A.C., and Cardarelli, G., 1997a, "Optimization criteria of heat recovery from solid beds", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 17, No. 1, pp. 57-64.
- Pelagagge, P.M., Caputo, A.C., and Cardarelli, G., 1997b, "Comparing heat recovery schemes in solid bed cooling", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 17, No. 11, pp. 1045-1054.
- Ross, T.J., 1995, "Fuzzy Logic with Engineering Applications", McGraw Hill.
- Tanaka, N., 1980, "Waste Heat Recovery from Sintering Plants", *Transactions ISIJ*, Vol. 20, No. 3, pp. 200-203.
- Von Altrock, C., 1995, "Fuzzy Logic and Neurofuzzy Applications Explained", Prentice Hall.

**SIMULAÇÃO DA OPERAÇÃO DE UM FORNO DE REFINO DE COBRE,  
UTILIZANDO O MÉTODO DE ZONAS PARA CÁLCULO DAS POTÊNCIAS  
TROCADAS POR RADIAÇÃO**

**Francisco Domingues Alves de Sousa e Marcos Noboru Arima**  
Agrupamento de Engenharia Térmica/DME  
Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo - IPT  
05508-901 - São Paulo - SP - Brasil

**RESUMO**

*Neste trabalho foi desenvolvido um modelo matemático que permite avaliar as potências trocadas entre as partes internas de um forno de refino de cobre com capacidade de 400 t/ciclo, com o qual foi possível verificar a influência de diferentes condições de operação nas potências líquidas transferidas para a carga em processamento, para as paredes e abóbada e ainda calcular as temperaturas internas e externas do revestimento do forno. Os resultados obtidos apresentaram desvios pequenos em relação a valores experimentais medidos para duas diferentes situações, ao longo do ciclo de operação do forno.*

**INTRODUÇÃO**

O forno, objeto deste trabalho, tem seção transversal interna aproximadamente retangular com dimensões de 2,5 m de altura por 5,0 m de largura e comprimento interno de aproximadamente 12,5 m. O revestimento refratário do forno é constituído por blocos refratários cromo-magnesianos, sendo a espessura da abóbada de 0,375m. O aquecimento do forno é feito através da combustão de óleo combustível pesado em dois queimadores instalados numa das paredes do topo do forno, sendo a exaustão dos gases feita por um canal circular existente na parede de topo oposta à dos queimadores, o qual se conecta a uma chaminé.

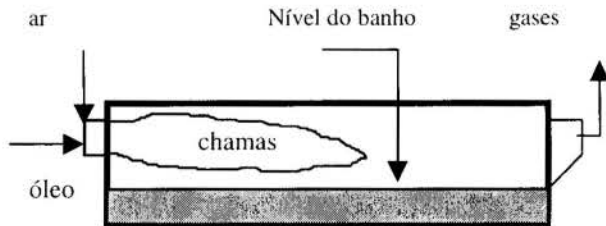


Figura 1 - Representação esquemática do forno

O forno opera em ciclos, com duração de aproximadamente 21 horas, constituídos pelas seguintes etapas: carregamento (6h), fusão (4h), oxidação (2h), redução (2h), escorificação (1h) e descarga (6h).

A motivação para a realização deste trabalho foi a necessidade de reduzir a duração do ciclo e, com isto, aumentar a produção do forno, mediante técnicas de intensificação do processo de combustão. A aplicação de tais técnicas, entretanto, poderia acarretar aumentos de temperatura proibitivos em algumas regiões da abóbada, motivo pelo qual era necessário dispor de um modelo, mesmo que simplificado, que permitisse calcular não apenas os incrementos ocorridos na potência transferida para a carga em processamento, mas também os incrementos na potência transferida para as paredes e abóbada, bem como os aumentos nas respectivas temperaturas interna e externa. É importante mencionar que as técnicas de intensificação foram previstas apenas para as etapas de carregamento, fusão e

oxidação, motivo pelo qual as comparações foram feitas apenas com os dados de operação relativos a essas etapas.

**DADOS RELATIVOS AO FORNO**

Condições de operação atuais. Vazão total de óleo combustível fornecida aos queimadores: 0,4895 kg/s, durante a etapa de carregamento; 0,5385 kg/s, durante as fases de fusão e oxidação. Considerando o poder calorífico superior do óleo utilizado (43.450 kJ/kg), as potências liberadas pela sua combustão são, respectivamente: 21.280 kW, para a etapa de carregamento e 23.360 kW, para as outras duas etapas. Nas três etapas, o coeficiente de ar,  $\lambda$ , definido como a relação entre a vazão de ar real e a vazão de ar estequiometricamente necessário para a combustão, tem valor igual a 1,09.

Propriedades relativas aos refratários e à carga

Tabela 1 - Condutividade térmica de refratário (\*)

Temperatura (°C)	Condutividade Térmica [kW/m.K]
600	0,0035
800	0,0044
1000	0,0035
1200	0,0033

(\*) cromo-magnesiano

Temperatura máxima admissível para o material: 1700 °C (1973K).

Emissividade: 0,85 (não especificada a temperatura).

Valores de propriedades utilizados no modelo

Emissividade da superfície externa das paredes e abóbada: 0,92.

Emissividade da superfície interna das paredes e abóbada: 0,90.

Condutividade térmica do refratário das paredes e abóbada: 0,0035 kW/m.K.

Emissividade da carga (no estado sólido ou líquido): 0,90.

Entalpia de fusão do cobre: 204,7 kJ/kg.

Temperatura de fusão do cobre: 1083 °C (1356 K).

Calor específico do cobre sólido (médio, entre 273 e T K), dado pela seguinte expressão:

$$C_p = 0,358 + 96,2 \cdot 10^{-6} T \text{ [kJ/kg.K]} \quad (1)$$

### CÁLCULO DAS TROCAS DE CALOR ENTRE A FASE GASOSA, A ABÓBADA E A CARGA

A determinação das potências trocadas entre os gases de combustão que escoam no interior do forno, as paredes, a abóbada e a carga de cobre, considerando que existem interações entre todos esses elementos, é bastante complexa, principalmente pelo fato dessas trocas ocorrerem principalmente por radiação térmica.

Foi adotado o chamado método de zonas, devido a Hottel (1967), para o cálculo das trocas de calor por radiação.

Considerando o pequeno prazo existente para a elaboração deste trabalho foram utilizados, para verificação dos resultados obtidos pela aplicação do método, valores médios das vazões de ar e óleo fornecidos aos queimadores, das temperaturas da superfície externa da abóbada (medidas pelo processo de termografia) e das temperaturas dos gases à saída do forno, para cada etapa do processo de refino, fornecidos pelo usuário do forno. Adicionalmente, foi admitida uma curva de evolução da temperatura média da carga ao longo das etapas de carregamento e fusão.

**Zoneamento do forno.** Para a aplicação do método de zonas, é necessário dividir o forno num certo número de superfícies e volumes de gás, os quais são tratados, a partir daí, como tendo propriedades uniformes. Novamente, devido à exigüidade de tempo, foi adotado um zoneamento que, apesar de muito grosseiro, produz resultados suficientemente bons para os propósitos deste trabalho, conforme a nossa experiência. A figura 2 mostra o zoneamento adotado.

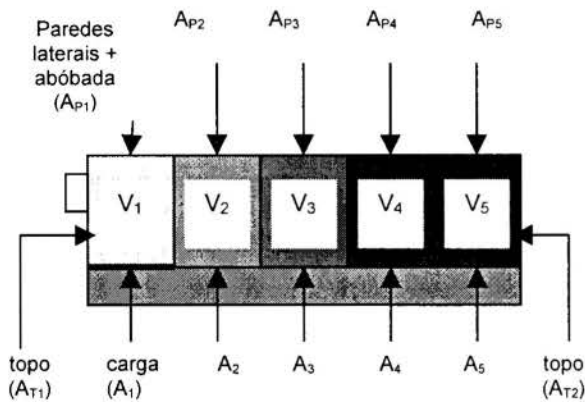


Figura 2 - Representação do zoneamento do forno

**Procedimento de cálculo.** A aplicação do método requer, inicialmente, o cálculo das chamadas áreas diretas de troca de calor entre pares de superfícies, entre volumes e superfícies e entre pares de volumes, respectivamente,  $S_j S_i$ ,  $G_k S_j$  e  $G_k G_m$ , na presença do meio interveniente. Estes parâmetros foram calculados a partir dos resultados apresentados no trabalho de Hottel (1958), com valores dos coeficientes de absorção de radiação de cada volume  $V_i$  ( $K_i$ ), estimados a partir das concentrações de  $CO_2$ ,  $H_2O$  e fuligem previstos pelo modelo de combustão apresentado à frente.

O procedimento evoluiu para o cálculo das chamadas áreas globais de troca de calor entre pares de superfícies, entre volumes e superfícies e entre pares de volumes, respectivamente,  $S_i S_j$ ,  $G_k S_j$  e  $G_k G_m$ .

O passo seguinte é escrever as equações dos balanços de energia para as áreas  $A_{T1}$  e  $A_{T2}$ ,  $A_{P1}$  a  $A_{P5}$ ,  $A_1$  a  $A_5$  e para os

volumes  $V_1$  a  $V_5$  resultando, portanto, um sistema de 17 equações não lineares (existem termos em  $T^4$  e em  $T$ ).

Para uma superfície genérica,  $A_i$ , o balanço de energia é:

$$\sum_j (S_j S_i) * E_{s,j} + \sum_k (G_k S_i) * E_{g,k} - A_i * \epsilon_i * E_{s,i} + h_i * A_i * (T_{g,i} - T_{s,i}) = Q_{liq,i} \quad (2)$$

No primeiro membro da expressão 2, o primeiro e o segundo termos representam as potências radiativas recebidas pela zona de superfície  $A_i$ , providas das outras superfícies e dos volumes de gás, respectivamente; o terceiro termo representa a potência emitida por essa superfície para todas as direções de um semi-espaço e o terceiro termo representa a potência trocada, por convecção, entre essa superfície e o volume de gás que lhe é adjacente: O segundo membro representa a potência líquida trocada por essa superfície.

Para um volume genérico,  $V_i$ , o balanço de energia é:

$$\sum_k (G_k G_i) * E_{g,k} + \sum_j (S_j G_i) * E_{s,j} - 4 * K_i * V_i * E_{g,i} - Q_{c,i} + Q_{c,i} - \sum_j h_i * A_{s,i} * (T_{g,i} - T_{s,i}) = 0 \quad (3)$$

No primeiro membro da expressão 3, o primeiro e o segundo termos representam as potências radiativas recebidas pela zona de gás  $V_i$ , providas dos outros volumes de gás e das superfícies, respectivamente; o terceiro termo representa a potência emitida por esse volume para todas as direções do espaço; o quarto termo representa a variação de entalpia dos fluxos de massa que entram e saem desse volume; o quinto termo representa a potência liberada pela reação de combustão no seu interior e o sexto termo representa as potências trocadas entre esse volume e as superfícies que lhe são adjacentes.

Em ambas as expressões,  $E = \sigma T^4$ , representa a potência emissiva do corpo negro à temperatura da zona considerada,  $h_i$  representa o coeficiente de troca de calor por convecção entre um volume e uma superfície,  $T$  representa a temperatura absoluta de uma zona e  $\sigma$  é o coeficiente de Stefan-Boltzman ( $5,767 \cdot 10^{-11} \text{ kW/m}^2 \cdot \text{K}^4$ ).

Se nas equações acima puderem ser prescritos os valores de  $Q_{liq,i}$  para as doze superfícies e os valores de  $Q_{c,i}$  e  $Q_{c,i}$  para os cinco volumes de gás, recai-se num sistema em que as incógnitas são as temperaturas de todas as zonas.

Naturalmente, para a avaliação das propriedades radiativas, especialmente os valores dos coeficientes de absorção de radiação dos volumes de gás  $V_i$  ( $K_i$ ), dos quais dependem todos os valores dos coeficientes das equações, é necessário arbitrar uma distribuição inicial de temperatura ao longo da fase gasosa no interior do forno, posteriormente reiterada pela resolução do sistema de equações, a qual é obtida pela aplicação do método de Newton-Raphson modificado. Os diversos passos do procedimento de cálculo podem ser vistos em Sousa (1995).

A seguir, são descritos os critérios para a prescrição inicial dos termos  $Q_{liq,i}$ ,  $Q_{c,i}$  e  $Q_{c,i}$ .

**Modelo de combustão.** Para o cálculo do termo  $Q_{c,i}$  da equação 2, é necessário adotar um modelo que descreva o progresso da reação de combustão das gotas de óleo ao longo do comprimento do forno.

Como feito por vários autores, adotou-se um modelo que, em suma, considera que a resistência para que ocorra a reação de combustão é unicamente devida à mistura entre o jato central de névoa de óleo e o jato anular de ar que o circunda. Este modelo considera que a evaporação superficial das gotas e a



própria reação de combustão dos vapores ao seu redor são resistências de ordem de grandeza menor que a considerada.

Estes modelos têm sido validados contra resultados experimentais obtidos em fornalhas de testes, como por exemplo nos trabalhos de Johnson (1971), Gabriel (1982), e outros realizados na IFRF, em IJmuiden, Holanda.

As chamas atualmente utilizadas no forno em questão são plenas (o ar, em excesso relativamente à condição estequiométrica, é fornecido unicamente através dos bocais dos queimadores). Para essas chamas plenas adotou-se o modelo proposto por Van Dongen (1983) para cálculo de  $\alpha(z)$ , fração da massa de combustível já convertida até a abscissa  $z$ , medida ao longo do comprimento do forno, a partir do bocal do queimador. Tal modelo é descrito pela seguinte expressão:

$$\alpha(z) = 1 - \exp \left[ -4,605 * \left( \frac{z + z_0}{L_{ch} + z_0} \right)^2 \right] \quad (4)$$

onde:

- $z_0$  é obtido mediante o conhecimento da fração convertida para  $z=0$  (saída do bocal do queimador) e
- $L_{ch}$  é a abscissa, medida sobre o eixo do jato, na qual a concentração de combustível no ar é a estequiométrica. Este valor, denominado por alguns autores "comprimento de chama" é, normalmente, muito maior que o comprimento visível da chama.
- parâmetro  $\alpha(z)$  é normalmente denominado "burn-out" na bibliografia especializada em combustão.

Para a determinação de  $L_{ch}$  foi utilizada a seguinte expressão, proposta por Thring (1953), válida para chamas plenas, constituídas por um "spray" de combustível líquido circundado por jato de ar, ambos sem rotação.

$$L_{ch} = 5,25 \cdot D_{eq} \cdot \left\{ \frac{1}{2,4 \cdot C_{\infty}} - \ln \left[ 1,7 \cdot \left( 1 - \frac{C'_{\infty}}{C_T} \right) \right] \right\} \quad (5)$$

- $C_T$  é a concentração mássica de óleo na mistura com ar, em condição estequiométrica.
- $C_{\infty}$  é a concentração mássica de óleo na mistura com ar, à saída do bocal do queimador.

Para o óleo combustível utilizado, a relação (ar/combustível) estequiométrica foi calculada, resultando o valor 13,892 kg de ar/ kg de óleo. A partir deste valor pode-se calcular  $C_T$ , resultando 0,0671 e  $C_{\infty} = 0,0619$ .

A expressão para calcular  $D_{eq}$  é:

$$D_{eq} = 2 \cdot m_o / \sqrt{\rho_{ch} \cdot \pi \cdot I_o} \quad (6)$$

onde  $m_o$  é a vazão mássica de óleo efluente do bocal que produz o "spray",  $I_o$  é o fluxo de quantidade de movimento do escoamento de óleo à saída desse bocal e  $\rho_{ch}$  é a densidade do meio gasoso que circunda o "spray".

Com a vazão de óleo em cada queimador,  $m_o = 0,269$  kg/s (fases de fusão e oxidação) e com o diâmetro do bocal de saída do óleo,  $d_o = 2,5$  mm, pode-se calcular a velocidade do óleo,  $v_o = 56$  m/s e o fluxo de quantidade de movimento do jato de óleo, que resulta  $I_o = 15$  N.

Com estes valores e  $\rho_{ch} = 0,199$  kg/m<sup>3</sup> (correspondente à temperatura do meio gasoso de 1500 °C), pode-se calcular  $D_{eq} = 0,1757$  m. Colocando esses valores na expressão 5, obtém-se  $L_{ch} = 8,0$  m. Conforme assinalado por Thring, esse valor é estimativo podendo apresentar desvios de 20% em relação ao valor real.

Na seção de saída do bocal de descarga de ar dos queimadores, a temperatura da mistura (ar + névoa) é próxima de 400°C que é a temperatura de ignição de misturas de vapores das frações mais leves do óleo com ar. Foi adotado exatamente este valor para a temperatura nessa seção. A partir dessa hipótese pode-se calcular, utilizando a equação de conservação de energia aplicada à região do bloco refratário do queimador, a fração da vazão mássica de combustível queimada no seu interior e, portanto,  $\alpha(0)$ , que resulta 0,138. Com este valor e  $z=0$ , na expressão 4, obtém-se  $z_0 = 0,218 \cdot L_{ch}$ . Os valores de  $\alpha(z)$ , calculados ao longo do comprimento da chama, estão mostrados na figura 3, a seguir.

A partir dos valores apresentados na figura 3 e, considerando que o comprimento de cada um dos cinco volumes de gás nos quais foi dividido o interior do forno é de cerca de 2,5m, pode-se estimar  $Q_{c,i}$  em cada um desses volumes. Essa estimativa foi feita para as fases de carregamento e de fusão, resultando os valores representados na figura 4.

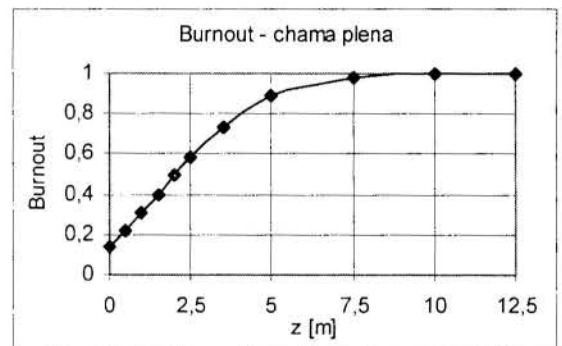
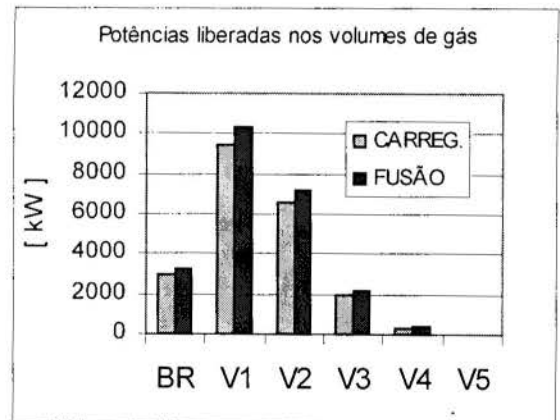


Figura 3 – "Burn-out" ao longo do comprimento do forno.



(BR se refere ao volume do bloco refratário do queimador)

Figura 4 – Potências liberadas em cada volume ao longo do forno

Condições de contorno para os volumes  $V_1$  e  $V_5$ . O termo  $Q_{c,i}$  da equação 3 pode ser representado por:

$$Q_{c,i} = \sum_{sa} (m_{sa} \cdot H_{sa}) - \sum_{en} (m_{en} \cdot H_{en}) \quad (7)$$

onde  $m_{sa}$  e  $m_{en}$  representam as vazões mássicas de  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $CO_2$ ,  $CO$ ,  $H_2O$  etc. que saem e entram respectivamente no volume considerado e  $H_{sa}$ ,  $H_{en}$ , as respectivas entalpias específicas.

- No caso do volume  $V_1$ , tendo sido adotada a temperatura dos gases à saída do bocal cônico dos queimadores,  $T_{sc} = 400^\circ C$

e calculado  $\alpha(0) = 0,138$ , é imediato calcular, para esse volume, o segundo termo da equação 7.

- No caso do volume  $V_5$ , a temperatura, para cálculo das entalpias à saída, é igual à do próprio volume (hipótese de propriedades uniformes em cada zona).

Como se conhece a evolução da temperatura dos gases emergentes do forno ao longo do ciclo de operação (valores registrados pelo usuário), pode-se calcular, para o volume  $V_5$ , o primeiro termo do segundo membro da equação 7, em qualquer instante desse ciclo e compará-lo com o valor previsto pelo modelo.

**Condições de contorno para as superfícies  $A_{p1}$  a  $A_{p5}$ .** O modelo calcula para cada zona de superfície, topos ( $A_{t1}$  e  $A_{t2}$ ) e pórticos ( $A_{p1}$  a  $A_{p5}$ , que correspondem a segmentos da abóbada + paredes laterais), a temperatura média da superfície interna e a potência líquida perdida por cada uma dessas zonas. A potência líquida perdida é calculada pelo procedimento exposto a seguir.

- Arbitra-se a temperatura média da superfície externa de cada zona;
- Calcula-se a potência perdida por convecção,  $Q_{conv,i}$  por:

$$Q_{conv,i} = h_{ext} \cdot A_{pi} \cdot (T_{ext,i} - T_{amb}) \quad (8)$$

- Calcula-se a potência perdida por radiação,  $Q_{rad,i}$  por:

$$Q_{rad,i} = \epsilon_{ref} \cdot \sigma \cdot (T_{ext,i}^4 - T_{amb}^4) \quad (9)$$

- Finalmente calcula-se o termo  $Q_{liq,i}$  da expressão 2, por:

$$Q_{liq,i} = Q_{conv,i} + Q_{rad,i} \quad (10)$$

- Esse primeiro valor de  $Q_{liq,i}$  é utilizado nas equações 2 referentes às superfícies  $A_{pi}$ , permitindo que o sistema de equações (2 e 3) calcule um primeiro conjunto de valores das temperaturas internas da abóbada,  $T_{pi}$ .

- Com a espessura e a condutividade térmica média do material refratário da abóbada,  $e_{ref}$  e  $k_{c,ref}$ , o programa recalcula novos valores de  $T_{ext,i}$ , utilizando a equação 11, a seguir.

$$Q_{cond,i} = Q_{liq,i} = k_{c,ref} \cdot A_{pi} \cdot (T_{int,i} - T_{ext,i}) / e_{ref} \quad (11)$$

O modelo, aplicado a diferentes instantes, permite calcular, além de  $Q_{liq,i}$ , as temperaturas externas de cada zona e, portanto, pode-se compará-las com os resultados das termografias.

**Condições de contorno para a superfície da carga ( $A_1$  a  $A_5$ ).** Considerando que durante o início da etapa de carregamento a conformação das superfícies é muito complicada, uma vez que existe ainda pouco líquido na parte cilíndrica do fundo do forno e, portanto, os próprios valores das áreas superficiais da carga estão variando, decidiu-se aplicar todo o procedimento de cálculo apenas a partir do instante 3,5 h do início desta etapa, a partir do qual o nível de cobre fundido já atingiu a parte inicial das paredes laterais e, portanto, a área superficial da carga não varia mais.

Tendo em vista que os lingotes são alimentados apenas por duas portas de carga que estão na direção das zonas  $A_2$  e  $A_4$  e ainda que existe fusão desde o início do processo de carregamento, pode-se imaginar, de maneira muito simplificada, que a configuração da carga, ao longo das últimas 2,5 h da

operação de carregamento, seja como mostrado na figura 5. Os valores das massas de material sólido e fundido mostradas nessa figura correspondem ao instante 3,5 h após o início do carregamento.

Considerando ainda que, na situação retratada nessa figura coexistem as duas fases do metal, é razoável admitir que toda a potência transferida para as superfícies  $A_1$ ,  $A_3$  e  $A_5$  não provoque elevação de suas temperaturas. O líquido dessas regiões transfere essa potência aos lingotes submersos das zonas  $A_2$  e  $A_4$  por convecção. Por outro lado, como o material está sendo alimentado de forma seccionalmente contínua às pilhas das zonas  $A_2$  e  $A_4$ , pode-se imaginar que nessas superfícies ocorram temperaturas entre 20 e 1083°C (temperatura de fusão do cobre).

Adotou-se, então, durante as últimas 2,5 h da etapa de carregamento, a seguinte distribuição de temperaturas na superfície da carga:

- $T_{A1} = T_{A3} = T_{A5} = \text{constante} = 1083^\circ\text{C}$
- $T_{A2} = T_{A4} = \text{constante} = 550^\circ\text{C}$

Para a etapa de fusão, são admitidas as mesmas temperaturas para todas as zonas da carga (temperatura de fusão do cobre). Daí por diante a potência transferida à superfície da carga provocará aumento da temperatura do metal líquido.

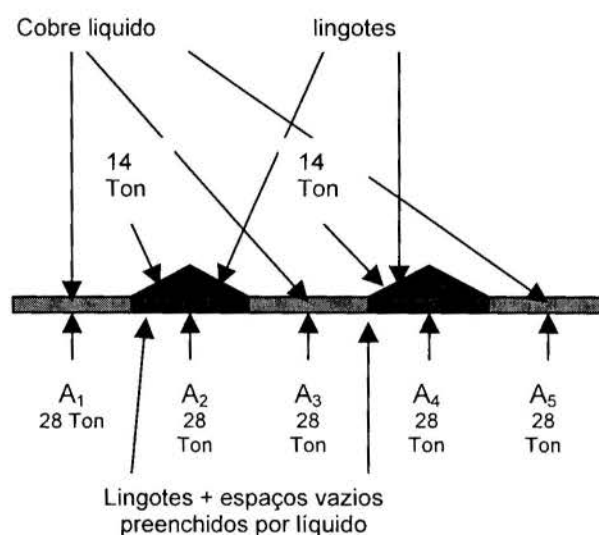


Figura 5 – Conformação idealizada da carga durante parte final do carregamento. Obs.: os valores das massas de material, em toneladas, indicadas em cada zona, correspondem ao instante 3,5h após o início do carregamento.

**Coefficientes de absorção dos volumes de gás.** O coeficiente  $K_i$  de cada volume de gás depende da sua temperatura, do teor de  $\text{CO}_2$  e  $\text{H}_2\text{O}$  e também do teor de fuligem. Rigorosamente, em cada passo do processo iterativo, esses coeficientes deveriam ser recalculados. No entanto, decidiu-se trabalhar com apenas um conjunto de valores, conforme mostrado na tabela 2, a seguir.

Tabela 2– Coeficientes de absorção dos volumes de gás

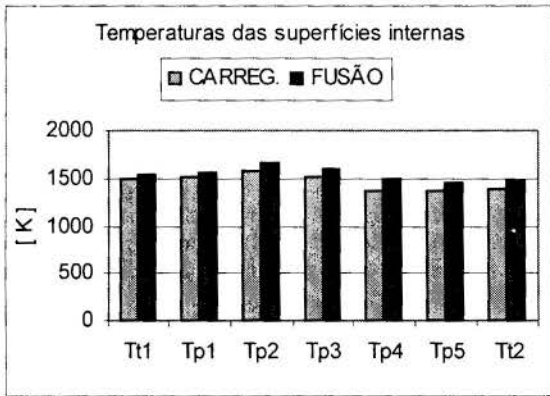
Etapa	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$
Carregamento e fusão	0,66	0,80	0,66	0,30	0,22

## RESULTADOS OBTIDOS PELA APLICAÇÃO DO MODELO

Ao se elaborar o modelo apresentado, o objetivo não era o de representar, de forma completa, todo o processo ocorrido ao longo de um ciclo do forno, uma vez que este processo se dá em regime transitório e o modelo elaborado se aplica apenas a

condições de regime permanente. Dada a exigüidade de tempo, o objetivo inicialmente proposto era apenas ter um modelo que pudesse ser aplicado a curtos intervalos de tempo e que permitisse comparar valores das potências transferidas à carga e temperaturas das superfícies internas da abóbada do forno para diferentes condições de operação.

As figuras 6 a 10 mostram os resultados obtidos para chamas plenas nos instantes correspondentes a 3,5 h após o início do carregamento e 1 h após o início da etapa de fusão (temperatura da superfície da carga = 1356 K)



( $T_i$  e  $T_p$  se referem às superfícies  $A_i$  e  $A_p$ , respectivamente)  
 Figura 6 – Temperaturas das superfícies internas do forno

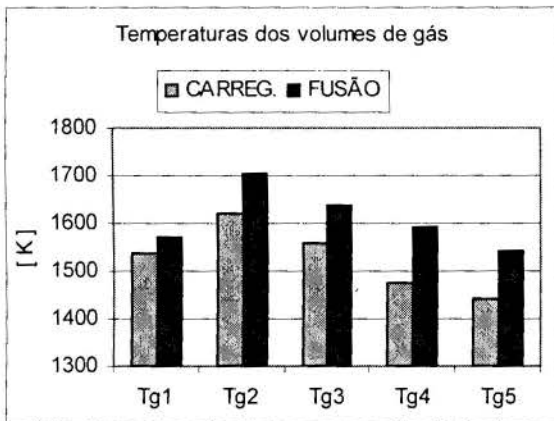
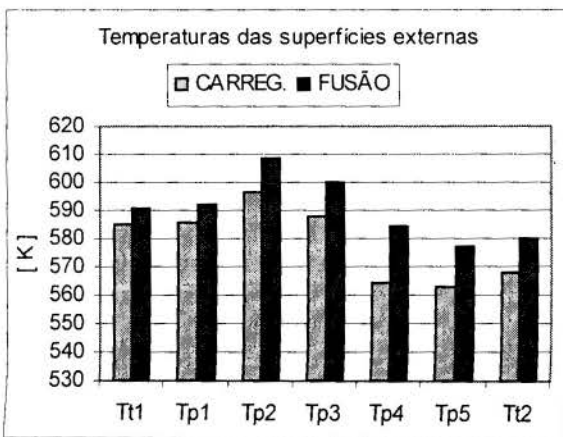
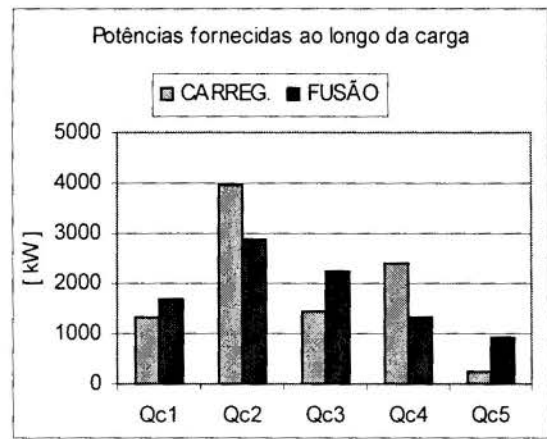


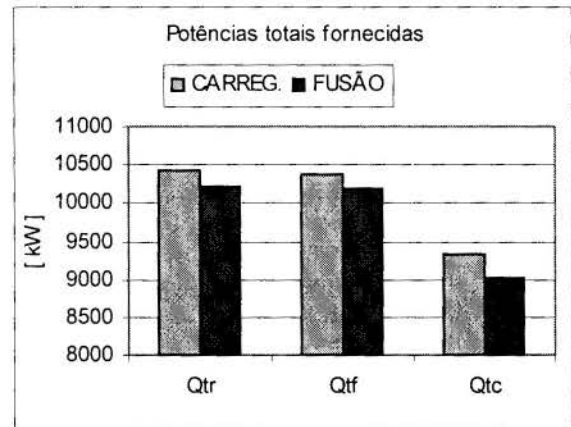
Figura 7 – Temperaturas dos volumes de gás



( $T_i$  e  $T_p$  se referem às superfícies  $A_i$  e  $A_p$ , respectivamente)  
 Figura 8 – Temperaturas da superfície externa do forno



( $Q_{c1}$  a  $Q_{c5}$  se referem às superfícies  $A_1$  a  $A_5$ , respectivamente)  
 Figura 9 – Potências fornecidas ao longo da carga



$Q_{tr}$  = potência total fornecida à carga + perda por superfícies  
 $Q_{tf}$  = potência total fornecida ao forno – entalpia dos gases  
 $Q_{tc}$  = potência total fornecida à carga  
 Figura 10 – Valores das potências totais calculadas

### COMPARAÇÃO DE VALORES PREVISTOS PELO MODELO E MEDIDOS NA OPERAÇÃO DO FORNO

Existem três variáveis de operação do forno, medidas pelo usuário, cujos valores, em princípio, podem ser comparados com os correspondentes calculados pelo modelo: temperatura dos gases efluentes do forno, potência fornecida à carga mais a perda por paredes e temperaturas da superfície externa da abóbada. Tais comparações serão feitas nas situações correspondentes aos seguintes instantes: 3,5 horas após o início do carregamento, uma hora após o início da fusão e no final da etapa de fusão.

Temperatura dos gases efluentes do forno. Os valores medidos, através de um termopar instalado na parte do canal de gases solidário ao forno, ao longo de alguns ciclos, foram fornecidos através de registro gráfico. Desse registro foram retirados valores correspondentes aos instantes antes mencionados.

Na tabela 3 estão indicados os valores de temperatura dos gases de exaustão, medidos e previstos pelo modelo. Nessa tabela, é possível verificar que o erro de previsão das temperaturas de saída dos gases está ao redor de 5% do valor absoluto destas.

Tabela 3 – Temperatura de saída dos gases

INSTANTE	Temperatura dos gases medida	Temperatura dos gases prevista pelo modelo (*)	Desvio = medido – previsto
3,5 h após início do carregamento	1093 °C (1366K)	1167 °C (1440K)	- 74 °C
1 h após início da etapa de fusão	1200 °C (1473K)	1267 °C (1551K)	- 67 °C

(\*) esta temperatura corresponde à do volume  $V_5$  (método de zonas)

Potência fornecida à carga mais potência perdida pelas paredes. A partir dos valores medidos da temperatura dos gases à saída do forno e, considerando ainda que  $\lambda = 1,09$  (típico de operação nas fases de carregamento e fusão) e as vazões de óleo típicas: 0,4895kg/s para a etapa de carregamento e 0,5380 kg/s para a etapa de fusão, pode-se calcular imediatamente a entalpia desse fluxo de gases,  $\Sigma(m_{as} \cdot H_{as})$  e, conseqüentemente, a potência fornecida à carga mais paredes.

O modelo calcula a potência transferida a cada zona de carga e a cada zona de superfície, realizando a totalização, como visto nas figuras 9 e 10. Observe-se que, neste caso, a potência total transferida (carga + paredes),  $Q_{tr}$  não é calculada pela diferença entre a potência total fornecida e a entalpia do fluxo de gases de exaustão, valor este denominado  $Q_{if}$ . A tabela 4, a seguir mostra esses valores

Tabela 4 – Potências fornecidas

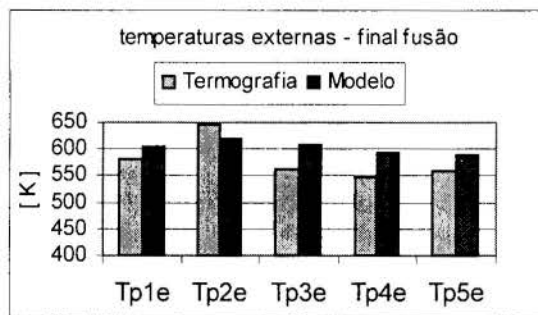
Parâmetro	3,5 h - carga	1 h - fusão
$\Sigma(m_{as} \cdot H_{as})$ (operação) [kW]	10.120	12.360
Potência total fornecida [kW] (*)	21.280	23.360
$(Q_{tr})$ (Real) [kW]	11.160	11.000
$(Q_{tr})$ (modelo) [kW]	10.400	10.200
Desvio (%) (**)	+ 6,8	+ 7,3

(\*) calculada a partir das vazões de óleo combustível típicas

(\*\*) Desvio = 100. (valor real - valor previsto pelo modelo)/valor real

Como se pode verificar pela tabela acima, os erros de previsão das potências transferidas são pequenos.

Temperaturas da superfície externa da abóbada. Os valores previstos pelo modelo não são diretamente comparáveis com os valores obtidos pela termografia da abóbada, uma vez que, no modelo, a superfície externa da abóbada foi considerada lisa (sem a presença das nervuras metálicas de sustentação, existentes no forno real, as quais alteram a distribuição das temperaturas externas). No entanto, ainda assim, os resultados da termografia e os resultados produzidos pelo modelo, para o instante correspondente ao final da etapa de fusão, apresentam concordância razoável, como pode ser visto na figura 11.



( $T_{p1}$  a  $T_{p5}$  se referem às superfícies  $A_{p1}$  a  $A_{p5}$ , respectivamente)

Figura 11 – Comparação de valores das temperaturas externas

## CONCLUSÕES

Apesar da grande simplificação representada pelo zoneamento utilizado (pequeno número de zonas de grandes dimensões), pelo modelo de combustão adotado, que considera como determinante da velocidade da reação de combustão apenas a mistura dos jatos, pelo fato de se ter considerado a mistura de gases mais fuligem como um gás cinzento e, considerando ainda que os valores de  $K_i$  foram calculados para uma distribuição arbitrária da concentração de fuligem ao longo do comprimento do forno, o modelo produziu resultados que concordam relativamente bem com os dados da operação real.

## AGRADECIMENTO

À Praxair Peru S/A, patrocinadora do trabalho, pela permissão para sua publicação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Thring, M.W. and Newby, M.P. "Combustion length of enclosed turbulent jet flames". 4<sup>th</sup> International Symposium on Combustion, 1953, pp. 789-796.
- Hottel, H.C. and Sarofim, A. F. "Radiative Transfer" Mc Graw Hill, 1967.
- Hottel, H.C. and Cohen, E.S. "Radiant heat exchange in a gas-filled enclosure: allowance for nonuniformity of gas temperature" *AiChE Journal*, 4 (1), March 1958, pp. 3-14.
- Sousa, F.D.A. "Trocas de calor entre chamas e superfícies", cap. 7 do curso de combustão ministrado no IPT em 1995.
- Van Dongen, F.G. "Heat transfer in gas-fired furnaces. A semi-empirical model combining the zone method for radiation and an integral technique for the flow pattern". *Journal of the Institute of Energy*, v 56, n° 429, Dec. 1983, pp. 184-190.
- Gabriel, C.T. "Radiative heat transfer from synthetic fuel and coal-slurry flames" B.S.Ch.E.- Thesis submitted to the Department of Chemical Engineering – MIT- 1982.
- Johnson, T.R. "Application of the zone method of analysis to the calculation of heat transfer from luminous flames" Thesis submitted to the Department of Chemical Engineering and Fuel Technology – University of Sheffield, U.K. in 1971, for the degree of Doctor of Philosophy.

## ABSTRACT

A simple mathematical model has been developed which allows the prediction of the heat exchanged among the internal parts of a large copper refining kiln, which yields 400 ton per batch (21 hours long). With this model it was possible to predict the influence of different operating conditions on the net heat transferred to the load, walls and roof as well as to calculate the internal and external kiln surface temperatures. The results achieved compared very well with measured values for two different instants of the kiln operation cycle.



## MODELAGEM TEÓRICA E EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO TÉRMICO DE MOTOR ACIONADOR DE VENTILADORES AXIAIS DE SOPRO LIVRE

**Magalhães Filho, P.; Barbosa, E. A.**

Departamento de Energia - FEG - E-mail: pfilho@feg.unesp.br

Universidade Estadual Paulista

12500-000 - Guaratinguetá - SP - BRASIL

### SUMÁRIO

*O comportamento térmico de um motor elétrico envolve a troca de calor por condução e convecção, e neste trabalho o corpo da máquina elétrica é analisado como um corpo homogêneo submetido a uma única fonte de calor em seu interior. Foram testados em bancos de ensaios, conjuntos comerciais, tendo como referência o diâmetro de 0,300 m para o impulsor e a potência elétrica nominal de 100 W. Os resultados são apresentados através de parâmetros adimensionais, de forma a serem universalizados, sendo comentadas alternativas de projeto que permitem diminuir a temperatura média do motor, o aumento da vazão livre de ar que gera o conforto térmico do usuário, mantendo-se a mesma faixa de consumo de energia elétrica.*

### TIPOS E CARACTERÍSTICAS DE VENTILADORES AXIAIS

Ventiladores axiais incluem todas as classes de aparelhos de movimentação de ar, onde o fluxo através do impulsor é substancialmente paralelo ao eixo sobre o qual é montado. Esses podem se constituir de um impulsor mais simples montado na ponta do eixo do motor (Fig. 1) ou ser montado no interior de aro guia (Fig. 2).

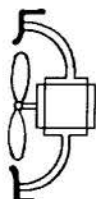


Figura 1 - Montagem simples

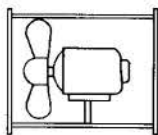


Figura 2 - Montagem no interior de aro guia

Os aparelhos de sopro livre são representações mais simples dos ventiladores axiais existentes. O impulsor consiste basicamente de pás montadas em um disco como um cubo, formando um ângulo com o plano de rotação, contendo normalmente pás de simples curvatura, de grande área, ou em forma de aerofólio e o diâmetro do cubo varia de acordo com o uso. Tais aparelhos são usados quando se deseja movimentar o ar sem ajuda de tubulações, operando em fluxo livre ou contra pressões moderadas, e são freqüentemente instalados do lado de fora de uma parede para exaurir o ar inconveniente ou renovar o ar do recinto.

Outra aplicação é para circular o ar dentro do ambiente, uma vez que a sensação de conforto térmico aumenta com a

movimentação do ar, e esses ventiladores têm a finalidade de produzir um efeito de resfriamento no verão, normalmente do tipo portátil, sendo colocado sobre uma parede ou mesa.

Existem também montagens específicas utilizadas para dissipação do calor gerado em equipamentos e trocadores de calor. No projeto de ventiladores axiais utiliza-se muitas variáveis, e cada uma é tratada mais independentemente possível (Jorgensen, 1970).

Esses impulsores têm suas pás montadas formando um ângulo entre 20 e 30° com o plano de rotação. O ângulo maior desenvolve mais pressão e capacidade para um determinado diâmetro externo e rotação, mas também requer maiores potências. O melhor ângulo, que é o ângulo dado para a maior eficiência, depende da aplicação e das características desejadas.

Temos que considerar também o número de pás, que depende da pressão requerida. Para baixas pressões o número de pás varia de 2 a 4. Como a pressão também aumenta com o número de pás, impulsores de alta pressão podem ter até mais de 20 pás.

Para rotores operando na condição de descarga livre, não consideramos que haja grandes diferenças na pressão estática entre dois pontos do ambiente, contudo, estes devem soprar uma vazão de ar em um espaço onde a pressão estática é maior.

Para se ter um conjugado resistivo do impulsor no ponto de funcionamento do motor acionador, podemos modificar essas condições, o que poderá resultar numa menor performance aerodinâmica (Magalhães, 1978).

Ventiladores de sopro livre têm eficiência total de 10 a 50 %, dependendo da precisão usada no projeto. Os efeitos da folga entre o aro guia e a extremidade do impulsor, depende do tipo de rotor, do seu diâmetro externo, bem como da maneira como o ventilador é instalado (Eck, 1973). O efeito da folga na extremidade atua na pressão estática, na vazão e na potência de acionamento. Para se reduzir o consumo de energia, deve-se otimizar a folga entre a extremidade das pás e o aro guia (Venter et al., 1992).

Quanto aos materiais utilizados para a fabricação, esses são principalmente os aços, as ligas de alumínio e os plásticos. O aço é usado para pás de espessura única e/ou pás ocas. O alumínio fundido é também utilizado devido ao fato de ser leve. O plástico é comumente usado em ventiladores de uso doméstico, para pequenos equipamentos, na indústria automobilística e na eletro-eletrônica.

## O MOTOR ACIONADOR

Os ventiladores para uso doméstico são regulamentados por normas de segurança que condicionam o fabricante a especificar o conjunto motor-impulsor. Porém, é desejo do fabricante oferecer um conjunto com boas características operacionais, excelente qualidade com mínimo custo. Para isto, o conjunto deve ser otimizado de tal forma que a relação  $V/P_{el}$  seja a maior possível para um determinado diâmetro externo do impulsor (IEC, 1974), garantindo uma vazão mínima de ar para o usuário (Tab. 1), implicando em menor potência solicitada ao motor e, conseqüentemente, diminuição do material ativo na sua fabricação.

Tabela 1 - Relação mínima: vazão / potência

		Diâm. Externo em mm			
		300	400	500	600
Vazão	m <sup>3</sup> /min	30	60	90	150
Fator de Serviço	m <sup>3</sup> /minW	0.75	0.9	1,0	1.1

A maioria dos motores elétricos, monofásicos ou polifásicos, empregados no acionamento de aparelhos de movimentação de ar para conforto térmico é do tipo assíncrono, fazendo parte do grupo dos motores de indução. Tais motores são de construção simples, custo reduzido, vida útil longa e de fácil manuseio e manutenção. O enrolamento do rotor desse tipo de motor não possui ligação elétrica com a linha de alimentação, sendo as correntes rotóricas geradas pela indução eletromagnética, baseando-se seu funcionamento nas propriedades dos campos magnéticos gerados por esse sistema, ou de campo magnético permanente.

Entre os elementos comuns a todos os tipos de motores estão as partes estruturais, tais como: carcaça, tampas frontal e traseira, eixo, buchas ou mancais, guias de ar, sistema de troca de calor, etc.

Em motores de indução, o núcleo do estator é normalmente constituído por um pacote de chapas de aço silício separadas por camadas de verniz. O pacote de chapas poderá constituir-se de uma única peça ou ser subdividida em vários pacotes menores, montados sobre o eixo com pequenos intervalos entre eles, a fim de permitir a passagem do ar de refrigeração. Em motores de baixa potência são usadas chapas de aço com baixo teor de carbono, tratadas termicamente para crescimento do grão e para deposição de uma camada de óxido isolante na superfície. Os fios que compõem o enrolamento são de cobre, de seção circular, isolados com camadas de verniz. O núcleo do rotor é basicamente igual ao do estator.

Em se tratando de motores pequenos e do tipo gaiola, o material do núcleo do rotor passa a ser o alumínio fundido, não possuem escovas, são de imã permanente e pólos sombreados, apresentam grande durabilidade e eficiência entre 17 e 35% no ponto de funcionamento (Siskind, 1979), dependendo da potência. Quando o motor de pólos sombreados é usado em aplicações requisitando o movimento de ar, tal como em ventiladores, sopradores e circuladores, não necessitamos do impulsor de ar de resfriamento interno, normalmente presente nesse tipo de motor em outras situações, a fim de que o aumento de temperatura possa ser mantido em valores razoáveis, pois teremos uma considerável quantidade de ar capaz de resfriá-lo.

O conjugado disponível em motores de indução diminui à medida que a velocidade aumenta, a partir de uma certa velocidade. O formato específico de curva conjugado versus

rotação de motores de indução de rotor do tipo gaiola é mostrado na Fig. (3).

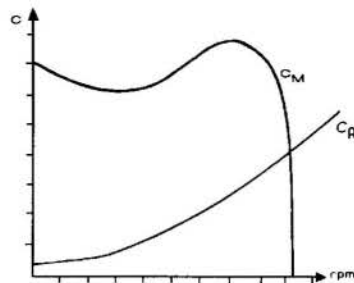


Figura 3 - Curva conjugado x rotação

É comum a introdução do conceito de conjugado básico para expressar os diversos valores do conjugado do motor acionador em percentuais desse conjugado básico. Associa-se o conjugado básico com aquele que ocorre à potência nominal e rotação nominal. O sistema de acionamento operará no ponto em que ocorra a interseção das curvas do conjugado do motor com o conjugado resistivo do impulsor (Fig. 3).

No caso de uma carga pulsante, onde o conjugado resistivo varia com o tempo, o sistema ajustar-se-á a tais situações dentro de certos limites ou perderá estabilidade. Para haver estabilidade a Eq. (1) deve ser satisfeita.

$$\frac{\partial C_M}{\partial \omega} > \frac{\partial C_R}{\partial \omega} \quad (1)$$

Para acelerar um sistema do repouso até sua velocidade de regime, é necessário suprir o motor de energia suficiente para fornecer energia cinética às partes girantes e suprir as perdas do sistema. Do ponto de vista do motor, desprezando-se as perdas por atritos e ventilação, e supondo-se o motor acelerado em vazio, isto é, com conjugado resistente nulo, as perdas por Efeito Joule, somente no rotor, serão iguais a energia cinética de que as partes girantes estarão dotadas quando atingirem a velocidade de funcionamento.

A potência (P) cedida pelo eixo ao impulsor será:

$$P = P_g \frac{\omega}{\omega_s} = (1 - S)P_g \quad (2)$$

No período de aceleração em qualquer rotação, ou seja em qualquer instante, enquanto o primeiro termo da Eq. (2) representa a potência empregada na aceleração da carga, o segundo representa a parcela da potência consumida como perda por Efeito Joule.

Essas perdas serão maiores quando somadas ao calor desenvolvido na partida, considerando as perdas mecânicas do próprio motor ou quando este partir contra um conjugado resistente não nulo. Na seleção do motor, uma atenção particular deve ser dada às condições de inércia e a freqüência de partidas.

**O Isolamento dos Enrolamentos.** As perdas de energia, elétrica e mecânica, nos motores são devido à transformação dessas formas de energia em calor, o que produz aquecimentos indesejáveis em algumas partes das máquinas, e para assegurar sua confiabilidade deve-se limitar esse aquecimento, através do projeto e construção

adequada dos seus componentes e uma exploração cuidadosa de determinadas características.

O problema mais importante e o mais difícil de resolver consiste em assegurar o nível necessário de isolamento nos enrolamentos perante a elevação da temperatura a que se fez referência, pois os materiais usados tendem a se degradar até mesmo à temperaturas relativamente pouco elevadas. Por esta razão, o que limita a carga máxima admissível num motor é a temperatura admitida pelos isolantes utilizados. Os materiais isolantes utilizados na construção de máquinas elétricas dividem-se, segundo o seu comportamento perante o calor, em classes Y, A, E, B, F, H e C (Kostenko et al., 1969).

Os materiais fibrosos de celulose e seda não impregnados nem mergulhados em líquido isolante, e também outros materiais cujo comportamento corresponde a estes, pertencem à classe Y e devem resistir sem deterioração a temperatura de até 90 °C. À classe A pertencem os materiais fibrosos de celulose ou seda que foram impregnados ou mergulhados em líquido isolante, bem como outros materiais de comportamento análogo perante o calor. A resistência ao calor dos materiais da classe A corresponde a uma temperatura de 105 °C. Certas películas organo-sintéticas, bem como outros materiais que resistem à temperatura de 120 °C, sem perda de qualidade integram a classe E. Os isolantes à base de mica, amianto e fibra de vidro utilizados com aglutinantes orgânicos, misturas impregnadas sintéticas e silicone, formam as classes B, F, e H, resistindo respectivamente às temperaturas de 130 °C, 155 °C e 180 °C. Acima dessa última temperatura situa-se a classe C, integrando os materiais cerâmicos, o vidro e o quartzo, utilizados sem aglutinantes orgânicos.

Além de resistirem ao calor, os isolantes devem possuir preços compatíveis e satisfazer outras exigências, que aumentam em importância com a potência e tensão nominal da máquina elétrica (Fritzgerald et al., 1975), que para o motor do presente caso são:

- resistência ao choque térmico resultante do aquecimento até a temperatura de serviço;
- resistividade do material à quente; resistência ao choque térmico resultante do resfriamento até a temperatura ambiente;
- resistência quando exposto à umidade;
- resistência à vibração, ao esforço mecânico e uma elasticidade que o material deve conservar durante a ação prolongada do aquecimento de serviço.

## DISSIPACÃO DE CALOR

As partes aquecidas de uma máquina elétrica dissipam calor no ambiente por condução, convecção e radiação. O aumento da dissipação de calor nas superfícies internas das máquinas elétricas expostas a um fluxo de ar é, praticamente, devido ao aumento do coeficiente de troca de calor por convecção, tornando-se um problema difícil devido às grandes diferenças na construção de máquinas elétricas e pela complexibilidade de fenômenos aerodinâmicos nos condutos internos.

A máquina elétrica é um corpo não-homogêneo e em seu interior há diferentes fontes de calor. Porém, para os objetivos desta análise, o motor será associado a um corpo homogêneo submetido a uma única fonte de calor em seu interior.

O motor apresenta diferentes aumentos de temperatura em suas diferentes partes, mas em primeira aproximação, pode-se assumir que após um determinado tempo, os aumentos de temperatura ficam proporcionais entre si. Usualmente o maior

interesse recai na temperatura dos enrolamentos do estator, onde está o sistema isolante, e onde concentrar-se-á esta análise.

Para um intervalo de tempo infinitesimal, a quantidade de calor gerado no interior do motor menos a quantidade de calor dissipado, resultará na quantidade de calor que aumentará a temperatura do conjunto (Eq. 3).

$$Q_g dt - Q_d (T_m - T_a) dt = c m d(T_m - T_a) \quad (3)$$

Fazendo  $C = c m$  e  $\theta = T_m - T_a$ , teremos:

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{Q_d}{C} \theta = \frac{Q_g}{C} \quad (4)$$

A Eq. (4) é uma equação diferencial linear de primeira ordem, tendo como solução:

- para  $t = 0$ ,  $T_m = T_a$   $\therefore \theta = 0$ , teremos:

$$\theta = \frac{Q_g}{Q_d} \left( 1 - e^{-\frac{Q_d}{C} t} \right) \quad (5)$$

- para  $\frac{d\theta}{dt} = 0$ ,  $\theta = \theta_{\max}$ , teremos:

$$\theta = \theta_{\max} \left( 1 - e^{-\frac{Q_d}{C} t} \right) \quad (6)$$

A Eq. (6) representa o comportamento térmico do motor na situação considerada.

Em motores onde o principal fluxo de ar para resfriamento está localizado junto a superfície externa do estator, a Eq. (3) pode ser melhor analisada fazendo:

$$Q_g dt - U A \theta dt = C d\theta \quad (7)$$

Tendo-se  $\frac{d\theta}{dt} = 0$ ,  $\theta = \theta_{\max}$ , e conhecendo-se o valor

máximo que a diferença de temperatura irá atingir:

$$Q_g = U A \theta_{\max} \quad (8)$$

Substituindo a Eq. (8) na Eq. (7), teremos:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta_{\max} - \theta}{\tau} = \frac{\theta_{\max} - \theta}{\frac{C}{U A}} \quad (9)$$

Integrando a Eq. (9), e sabendo que para  $t = 0$ ,  $\theta = \theta_0$ , teremos a seguinte solução:

$$\theta = \theta_{\max} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + \theta_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (10)$$

A análise da Eq. (10) quando  $\theta_0 = 0$ , isto é, a temperatura interna do motor está inicialmente em equilíbrio com o ambiente, leva a conclusões importantes:

- se  $t = \tau$ , então  $\theta = \theta_{\max.} (1 - e^{-1})$

- a Eq. (9) indica que a variação de temperatura com o tempo em cada ponto da curva de aquecimento é função linear da temperatura. Se não houvesse dissipação de calor, a constante de tempo,  $\tau$ , seria o tempo necessário para que o corpo homogêneo atingisse  $\theta_{\max.}$ , que para  $\theta = 0$ , tem-se:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta_{\max.}}{\tau}$$

o que permite achar experimentalmente a constante de tempo através da curva de aquecimento. Por outro lado a análise das equações apresentadas permite escrever para qualquer curva de aquecimento, que:

$$\frac{\theta_{\max.}}{Q_g} = \frac{\tau}{C}$$

ou seja, aumentado-se a quantidade de calor gerado no interior do corpo homogêneo, aumenta-se a máxima temperatura que este corpo atingirá, pois sua constante de tempo permanece inalterada. A rigor, a variação da constante de tempo só ocorre quando são mudadas as condições de transferência de calor.

De modo geral, quanto mais intensa for a refrigeração do motor, menor a sua constante de tempo, ou seja, mais rapidamente ele atinge sua temperatura de regime.

A maioria das máquinas elétricas, com exceção das máquinas de tração, são designadas para operações em regime de trabalho contínuo, que é o caso do motor do ventilador estudado neste trabalho.

Para o cálculo fundamental de tais motores, consideramos que o aumento de temperatura atinge um valor estável, não ultrapassando os valores permitidos segundo a classe do isolante utilizado.

De acordo com o método de resfriamento, os motores elétricos podem ser do tipo com resfriamento natural e do tipo com auto-ventilação interna induzida ou forçada. A direção do fluxo de ar que passa sobre as partes aquecidas, pode ser estabelecida através do desenho esquemático do motor e pode-se distinguir dois casos: radial e axial. O sistema de ventilação empregado no motor em estudo, concentra-se nas partes interna e externa do estator, sendo do tipo axial-induzido com tomada de ar frio pela parte traseira e saída frontal.

## COMPORTAMENTO EXPERIMENTAL DO CONJUNTO MOTOR-VENTILADOR

### Escolha do Conjunto e a Determinação do Conjugado Resistivo.

O conjunto selecionado para os testes integra a linha de produção seriada da empresa ARNO, do parque industrial do MERCOSUL, e utiliza um motor acionador do tipo já indicado, acoplado a um impulsor de 0,300 m de diâmetro nominal e consumindo uma potência elétrica na faixa de 100 W. Tal escolha se deu pelo fato desse conjunto satisfazer a relação potência consumida versus vazão de ar, conforme Tab. (1).

A determinação do conjugado resistivo,  $C_R$ , sendo de grande importância para o funcionamento do conjunto (Eq. 1), foi feita através de ensaios utilizando motor de imã permanente, acionado por corrente contínua, devido ao fato deste tipo de motor desenvolver um conjugado que, dentro de certa faixa de rotação, tem perdas por Efeito Joule menores que 3 %.

A escolha das rotações para os pontos de funcionamento foi feita confrontando as curvas do conjugado resistivo,  $C_R$ , com as curvas do conjugado motor,  $C_M$ , fornecidas pelo fabricante, sendo selecionadas as seguintes rotações: 1.550, 1.440 e 1.280 rpm.

Dimensões e Características Principais do Motor e os Testes de Aquecimento. Conhecida a ordem de grandeza da corrente exigida para cada rotação selecionada, teoricamente o valor de  $\theta_{\max.}$  foi previsto para o motor acionador normal da linha de produção seriada, e o conjunto foi instrumentado com termopares para determinação das temperaturas médias em partes do motor acionador, conforme Fig. (4).

Na Fig. (5) é apresentada a seção transversal do estator contendo as dimensões principais para o cálculo das superfícies em contato com o fluxo de ar de resfriamento, sendo o comprimento do pacote igual a 23 mm. A superfície total de troca de calor, A, foi determinada em 14.776,94 mm<sup>2</sup>.

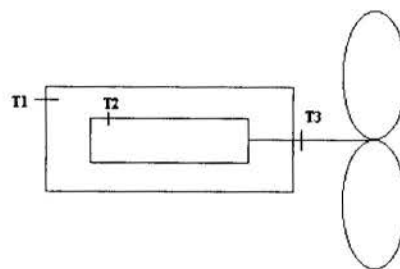


Figura 4 - Localização dos termopares

O pacote ativo do motor, que compreende rotor-estator-enrolamento, é envolvido pela carcaça, Fig. (6), suportada por um pino central, permitindo uma área de passagem para o ar de resfriamento, no sentido axial, determinada em 2.434,60 mm<sup>2</sup>.

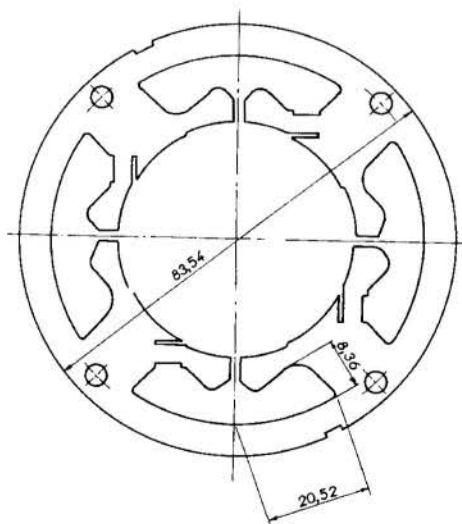


Figura 5 - Seção transversal do estator



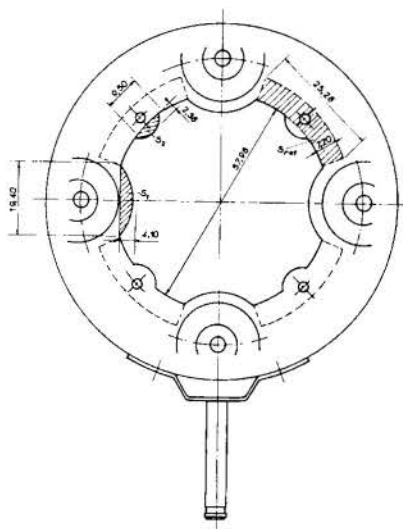


Figura 6 - Carcaça envolvente do pacote ativo

Os componentes do motor acionador foram avaliados, individualmente, e estão relacionados na Tab. (2).

Tabela 2 - Massa e calor espec. dos componentes

	m (g)	c (kJ/kg.K)
Enrolamento de Cobre	98,92	0,394
Rotor de Alumínio	216,49	0,870
Eixo, Estator de Aço	898,00	0,460
Massa Total	1.213,41	
Calor Específico Médio		0,528

Para as rotações selecionadas foram executados os testes de aquecimento cujos resultados são apresentados na Fig. (7), relacionando o tempo (t) com a temperatura da superfície do estator ( $T_2$ ).

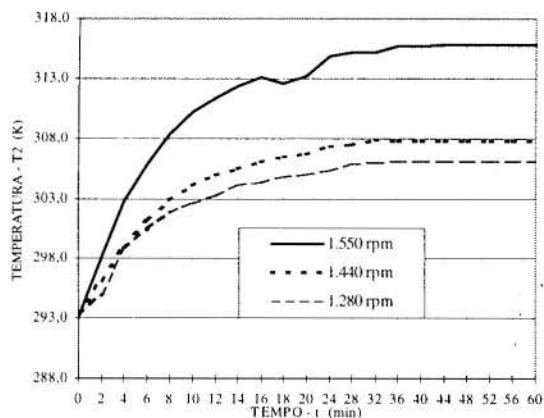


Figura 7 - Aquecimento da superfície do estator

## RESULTADOS COMPARATIVOS E COMENTÁRIOS

Baseado nos ensaios do conjunto foram calculados os parâmetros  $\tau$  e  $U$ , cujos valores são apresentados na Tab. (3).

Tabela 3 - Parâmetros térmicos

Rotação (rpm)	$\tau$ (s)	$U$ (W/K m <sup>2</sup> )
1.550	516	83,79
1.440	560	77,66
1.280	696	62,12

Com os valores obtidos das dimensões e características dos componentes do motor acionador, a solução da Eq. (10) nos permite avaliar o seu comportamento térmico que, para o coeficiente global de transmissão de calor variando numa faixa entre 60 e 100 W/K m<sup>2</sup>, fornece os parâmetros adimensionais,  $\theta/\theta_{\text{máx}}$  e  $t/\tau$ , apresentados na Fig. (8), viabilizando a modelagem teórica proposta.

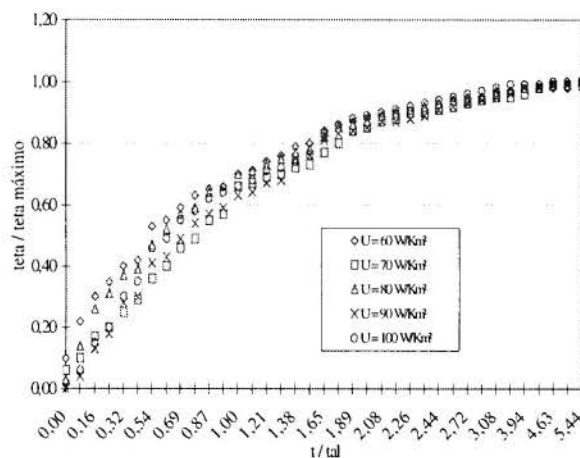


Figura 8 -  $\theta/\theta_{\text{máx}}$  versus  $t/\tau$

Concluindo, os resultados mostram que o resfriamento de motores elétricos de pequena potência podem ser estudados através de modelo matemático, que considera a máquina elétrica como sendo um corpo homogêneo, submetida a uma fonte de calor em seu interior.

A otimização de um conjunto motor-impulsor do tipo utilizado para conforto térmico, pode ser conseguida aumentando-se a velocidade de passagem do ar pelo corpo do motor, pois durante os ensaios foram executadas alterações na carcaça, aumentando a área frontal de passagem de ar, representado pela região hachurada da Fig. (6), o que possibilitou um decréscimo de 6 K na temperatura máxima de regime na superfície do estator. Normalmente em motores que utilizam auto-ventilação interna induzida com direção axial de fluxo de ar, a tomada de ar é feita na parte traseira do conjunto, no entanto em situações específicas, no caso em estudo, a localização dessa tomada pode ser mudada para as laterais da carcaça que envolve o motor, proposta esta que resultou numa diminuição média de mais 3 K na temperatura máxima atingida (Amorim, 1997). A diminuição da temperatura de trabalho representa ganho de potência o que permite o aumento do conjugado resistivo e, conseqüentemente aumenta-se a velocidade do ar, proporcionado com isso maior conforto térmico.

## SIMBOLOGIA

$\theta_0 = T_{m\text{ INICIAL}} - T_a$   
 $\theta_{M\text{ÁX.}} = T_{m\text{ MÁX.}} - T_a$   
 $\omega_s =$  velocidade síncrona  
 $\tau =$  constante de tempo  
 $\omega =$  velocidade assíncrona  
 $A =$  superfície de dissipação de calor  
 $c =$  calor específico  
 $C_M =$  conjugado motor  
 $C_R =$  conjugado resistivo do impulsor  
 $m =$  massa do corpo homogêneo  
 $P =$  potência de eixo  
 $P_{el} =$  potência elétrica absorvida  
 $P_g =$  potência do campo girante  
 $Q_d =$  fluxo de calor dissipado por unidade de temperatura  
 $Q_g =$  fluxo de calor gerado no interior do motor  
 $S =$  escorregamento  
 $t =$  tempo  
 $T_1 =$  temperatura do ar na entrada  
 $T_2 =$  temperatura da superfície do estator  
 $T_3 =$  temperatura do ar na saída  
 $T_a =$  temperatura ambiente  
 $T_m =$  temperatura do corpo homogêneo  
 $T_{m\text{ INICIAL}} =$  temperatura do corpo homogêneo para  $t = 0$   
 $T_{m\text{ MÁX.}} =$  temperatura máxima do corpo homogêneo  
 $U =$  coeficiente global de transmissão de calor  
 $V =$  vazão de ar para conforto

discussing to allow the decrease of the average motor temperature, the increase of the air free flow keeping itself the same electrical energy consumption.

## REFERÊNCIAS

- Amorim, E. B., 1997, "Considerações Sobre a Influência do Fluxo de Ar de Resfriamento no Motor Acionador de Ventiladores Axiais de Sopro Livre", Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP, SP, Brasil.
- Eck, B., 1973, "Fans", Pergamon Press, Oxford.
- Fitzgerald, A. E., Kingley Jr, C., Kusko, A., 1975, "Máquinas Elétricas", McGraw-Hill, São Paulo.
- I.E.C. - International Electrotechnical Commission, 1974, "34-1 - Rotating Electrical Machines".
- Jorgensen, R., 1970, "Fan Engineering", Buffalo Forge Company, New York.
- Kostenko, M. and Piotrovsky, L., 1969, "Electrical Machines", F. L. Publishing, Moscow.
- Magalhães Filho, P., 1978, "Roteiro de Cálculo Aerodinâmico para Rotores Axiais de Sopro Livre de Pequena Potência para Conforto", Dissertação de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI, MG, Brasil.
- Siskind, S. C., 1979, "Electrical Machines - Direct and Alternation Current", 2ª Ed., McGraw-Hill, New York.
- Venter, S. J. and Kroger, D. G., 1992, "The Effect of Tip Clearance on the Performance of an Axial Flow Fan", *Energy Conversion*, Vol. 33, n.º 2, pp. 89-97.

## ABSTRACT

The electrical motor thermal behaviour results of the heat transfer by conduction and convection and in this paper the electrical machine is analyzing like a homogeneous body with an only internal heat source. The commercial set was testing and selected 0,300 m to the impeller diameter and 100 W to the nominal electrical power. The results are showing by dimensionless parameters, and design alternatives were

## COMPARAÇÃO ENTRE O TEMPO DE AQUECIMENTO DE PLACAS DE ALUMÍNIO EM UM FORNO QUANDO SE UTILIZA AR AQUECIDO E GASES DE COMBUSTÃO DE GÁS NATURAL

Magalhães Sobrinho, P.; Silveira, J.L.; Carvalho Júnior, J.A.; Magalhães Filho, P.  
 UNESP - Universidade Estadual Paulista, DEN - Departamento de Energia  
 Campus de Guaratinguetá, Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333  
 12500-000, Guaratinguetá, SP, Brasil, Fone: +55 12 5252800  
 sobrinho@feg.unesp.br; joseluz@feg.unesp.br; joao@yabae.cptec.inpe.br; pfilho@feg.unesp.br

### SUMÁRIO

Neste trabalho estuda-se o comportamento e a forma de armazenagem térmica em placas de alumínio destinadas a laminação, quando tem-se uma fonte de calor elétrica ou através da queima de gás natural. No estudo são comparados os resultados experimentais com resultados obtidos empregando modelo de elementos finitos no caso do ar e assim levantado o comportamento para o gás resultante da queima do gás natural. O trabalho foi possível através de uma parceria entre a UNESP e a empresa ALCAN Alumínio do Brasil.

### INTRODUÇÃO

Devido ao aumento do custo da energia elétrica e aos problemas ambientais cada vez maiores, associados à queima de combustíveis fósseis poluentes, combustíveis alternativos e novas tecnologias têm sido sempre procuradas para a geração de energia útil na indústria (Evans, 1997; Gottib, 1993). Com o advento da possibilidade da utilização do gás natural como combustível em larga escala no Brasil, diversas empresas estão buscando a redução de seus custos operacionais, através de conversões de equipamentos associados aos processos.

Através de um trabalho de parceria entre a ALCAN Alumínio do Brasil Ltda - Unidade de Pindamonhangaba - e a UNESP - Campus de Guaratinguetá, criou-se a oportunidade de um estudo visando a análise do comportamento da armazenagem térmica nas placas destinadas a laminação de alumínio hoje utilizando fonte elétrica de calor e suas implicações no caso da conversão dos fornos para gás natural.

O estudo se baseia nos fornos elétricos de pré-aquecimento do tipo "soaking pit" para preparação de placas, cujo esquema é mostrado na Figura 1.

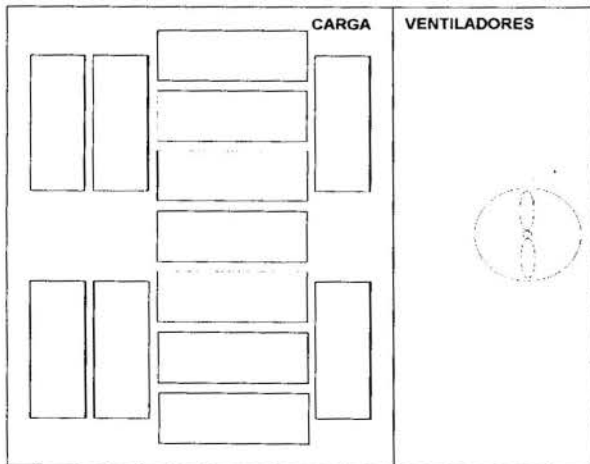


Figura 1 - Layout genérico do forno tipo "Soaking Pit".

Tais fornos apresentam as seguintes características (ALCAN, 1985):

- capacidade: 170 ton.,
- seção útil: 5100 x 3900 mm<sup>2</sup>,
- temperatura do lingote: máx 625 ± 5° C,
- potência das resistências: 4.000 kW.

### ANÁLISE DO COMPORTAMENTO TÉRMICO NO AQUECIMENTO DAS PLACAS DE ALUMÍNIO

#### Considerações Iniciais

Neste trabalho o aquecimento das placas terá como base para modelagem teórica as seguintes considerações:

1. Fornecimento de calor sensível para placas planas .
2. O metal é o material a ser aquecido, sendo o coeficiente de condutividade térmica variável com a temperatura.
3. A resistência oferecida ao fluxo de calor pela película convectiva é da mesma ordem de grandeza, ou menor, que a resistência oferecida pelo material das placas, e sob essas condições ocorrerão gradientes de temperatura dentro do material e o modelo para predizer a resposta transiente deve incluir os efeitos da condução axial e transversal dentro do material ( condutividade finita do material).
4. Propriedades dos fluidos constantes e determinadas à temperatura média da mistura.
5. Coeficiente de transferência de calor na parede para fluxo de calor constante com distribuição não uniforme (Kays, 1980).
6. O aquecimento pelas bordas menores das placas é desprezado.
7. Velocidade do fluido variável ao longo das placas.
8. Para o n° de Prandtl próximo a unidade considera-se o perfil de velocidade do fluido completamente desenvolvido.
9. Distribuição de temperatura inicial uniforme no material armazenador.

#### Equações Governantes

São as seguintes as equações consideradas:

- Equação unidimensional de conservação de energia para o fluido, devido a se considerar apenas a variação da temperatura do fluido ao longo da placa.

- Equação bi-dimensional de condução de calor para o material a ser aquecido, devido a consideração do não aquecimento pelas bordas menores.

A Figura 2 mostra a placa genérica considerada, sendo:

- e=metade da distância entre as placas;
- L=metade da espessura da placa;
- C=comprimento da placa.

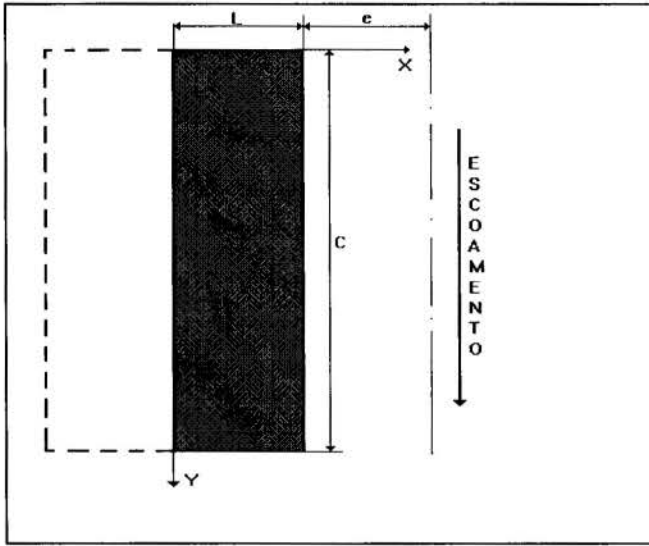


Figura 2 - Caracterização da placa estudada

A equação unidimensional para conservação de energia para o fluido será:

$$m_f C_f \frac{\partial t_f}{\partial y} = \frac{h \cdot A}{C} (t_m - t_f) - C \cdot z \rho_f C_f \frac{\partial t_f}{\partial \theta} \quad (1)$$

onde:

- A = área da placa em contato com o fluido
- $m_f$  = vazão mássica do fluido
- C = comprimento da placa
- $C_f$  = calor específico do fluido
- h = coeficiente de película
- $t_m$  = temperatura do material
- $t_f$  = temperatura do fluido
- z = profundidade
- $\rho_f$  = massa específica do fluido
- $\theta$  = tempo

Se admitirmos que o fluido passa com uma determinada velocidade pelo volume considerado, cuja magnitude torna desprezível a taxa de acumulação de energia pelo fluido, baseado no layout do processo (velocidade variando de 4 m/s a 8 m/s, na entrada, chegando a atingir valores próximos a 40m/s na saída, para um comprimento de placa em torno de 5 m), temos:

$$m_f C_f \frac{\partial t_f}{\partial y} = \frac{h \cdot A}{C} (t_m - t_f) \quad (2)$$

Para o material, um sólido onde os termos de dissipação viscosa e compressibilidade são nulos, onde a massa específica é constante, e onde não existe geração interna de calor, a equação da energia em função de temperatura do material é a seguinte, Bird (1980):

$$\frac{\partial t_m}{\partial \theta} = \alpha_m \nabla^2 t_m \quad (3)$$

onde:

$\alpha_m$  = difusividade térmica do material

Para a descrição teórica do fenômeno considerando a distribuição de temperatura simétrica numa seção longitudinal, considerando que o sólido possui propriedades físicas uniformes e independentes da temperatura, a equação geral da condução de calor, que estabelece a distribuição de temperatura e transmissão de calor por condução, se reduz à equação de Fourier na forma bi-dimensional, como descreve Carslaw e Jaeger (1959), em coordenadas cartesianas:

$$\frac{\partial^2 t_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t_m}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha_m} \frac{\partial t_m}{\partial \theta} \quad (4)$$

As condições para a solução simultânea das equações (2) e (4) são:

- Condição inicial

$$\theta = 0$$

$$t_f = t_m = t_0$$

-Condições de contorno

$$\theta > 0$$

$$y = 0 \Rightarrow \frac{\partial t_m}{\partial y} = 0; t_f = t_f(\theta); 0 < x < L$$

$$y = C \Rightarrow \frac{\partial t_m}{\partial y} = 0 \quad 0 < x < L$$

$$x = 0 \Rightarrow \frac{\partial t_m}{\partial x} = 0; 0 \leq y \leq C$$

$$x = L \Rightarrow K_m \frac{\partial t_m}{\partial x} = h(t_f - t_m); 0 \leq y \leq C$$

onde:

- $K_m$  = condutibilidade térmica do material
- $t_0$  = temperatura inicial do processo

### Adimensionalização das Equações para o Fluido e para o Material

Considerando a Figura 3,  $A = C \cdot z$ . Substituindo em (2), temos:

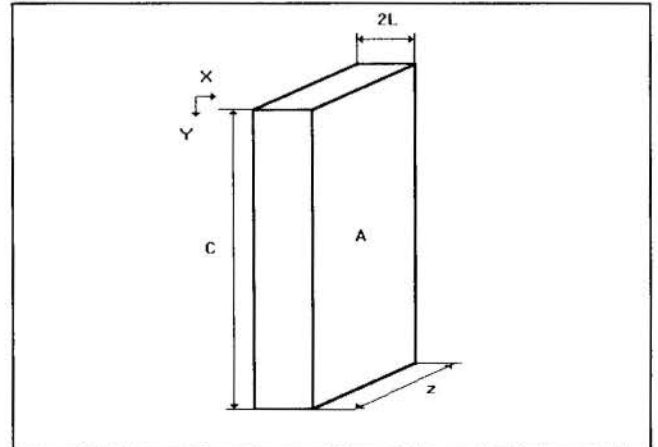


Figura 3 - Dimensões da placa em estudo



$$\frac{\partial t_f}{\partial y} = \frac{h \cdot z}{m_f C_f} (t_m - t_f) \quad (5)$$

onde:

$z$  = largura da placa

Fazendo a temperatura do fluido igual a

$$T_f = \frac{t_f - t_0}{t_{fi}(\theta) - t_0},$$

onde:

$t_{fi}(\theta)$  = temperatura inicial do fluido,

a temperatura do material igual a

$$T_m = \frac{t_m - t_0}{t_{fi}(\theta) - t_0},$$

as dimensões da placa iguais a

$$Z = \frac{z K_m}{m_f C_f}, \quad Y = \frac{y}{C}, \quad X = \frac{x}{L}, \quad W = \frac{L}{C},$$

e considerando  $L$  como dimensão característica para os números de Biot ( $Bi$ ) e Fourier ( $Fo$ ), teremos as equações (2) e (4) na seguinte forma:

$$\frac{\partial T_f}{\partial Y} = Bi \frac{Z}{W} (T_m - T_f), \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 T_m}{\partial X^2} + W^2 \frac{\partial^2 T_m}{\partial Y^2} = \frac{\partial T_m}{\partial Fo}, \quad (7)$$

As condições para solução das equações (6) e (7) serão:

Condições iniciais:

$$Fo = 0$$

$$T_f = T_m = 0$$

Condições de contorno:

$$Fo > 0$$

$$Y = 0 \Rightarrow T_f = 1 \Rightarrow \frac{\partial T_m}{\partial X} = 0, \text{ para } 0 < X < 1$$

$$Y = 1 \Rightarrow \frac{\partial T_m}{\partial X} = 0, \text{ para } 0 < X < 1$$

$$X = 0 \Rightarrow \frac{\partial T_m}{\partial Y} = 0, \text{ para } 0 < Y < 1$$

$$X = 1 \Rightarrow \frac{\partial T_m}{\partial Y} = Bi(T_f - T_m), \text{ para } 0 < Y < 1$$

### Cálculo do Coeficiente de Película para o Processo de Aquecimento Utilizando Ar Aquecido por Energia Elétrica

Para o cálculo do coeficiente de película no processo de aquecimento por ar, tomou-se por base os dados atuais de operação

da unidade industrial da ALCAN, operando com fornos elétricos. A vazão de ar circulante é de  $730 \times 10^3 \text{ Nm}^3/\text{h}$  (dois ventiladores por forno, cada um fornecendo  $365 \times 10^3 \text{ Nm}^3/\text{h}$ ) sendo que a temperatura do ar varia até  $50^\circ\text{C}$  ao passar através das placas.

Baseado nos ensaios realizados e na simulação numérica, foram obtidas as temperaturas do ar de aquecimento, da superfície e do interior do material. Analisados estes dados observou-se não haver diferença significativa entre as temperaturas da superfície e do interior do material ao longo do processo de aquecimento.

Empregada a condição de Biot  $< 0,1$ , o gradiente de temperatura dentro do material armazenador é insignificante, podendo ser utilizado um sistema concentrado para a análise do processo (Arpaci, 1966). A Figura 4 mostra que o número de Biot médio do processo é  $0,08731$ , atendendo a condição de Arpaci.

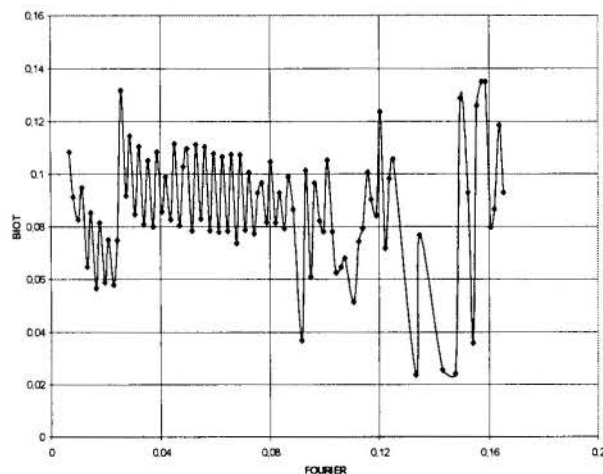


Figura 4 - Comportamento do número de Biot durante o processo utilizando ar e energia elétrica.

Assim, temos a equação para o cálculo do coeficiente de película:

$$h = \frac{\ln\left(\frac{t_\infty - t_m}{t_\infty - t_0}\right) \cdot \rho_m \cdot C_m \cdot V}{A \cdot \theta}, \quad (8)$$

onde:

$C_m$  = calor específico do material

$t_\infty$  = temperatura do escoamento livre do fluido

$V$  = volume da placa

$\rho_m$  = massa específica do material

O carregamento do forno estudado é composto de 13 placas de liga de alumínio tendo cada uma um volume de  $2,51 \text{ m}^3$  e  $8,25 \text{ m}^2$  de área de contato com o fluido, e condutibilidade térmica média de  $162 \text{ [W / m K]}$ . O valor médio encontrado para o coeficiente de película no processo foi de  $48,5 \text{ [W/m}^2 \text{ K]}$ .

Em função dos dados obtidos experimentalmente e conhecida a potência elétrica disponível no forno durante o processo, foram traçadas as curvas mostradas na Figura 5, podendo-se observar o comportamento do carregamento das placas. Do tempo total de aquecimento, 50% ( $Fo = 0,1$ ) do tempo total é dedicado a homogeneização da temperatura das placas

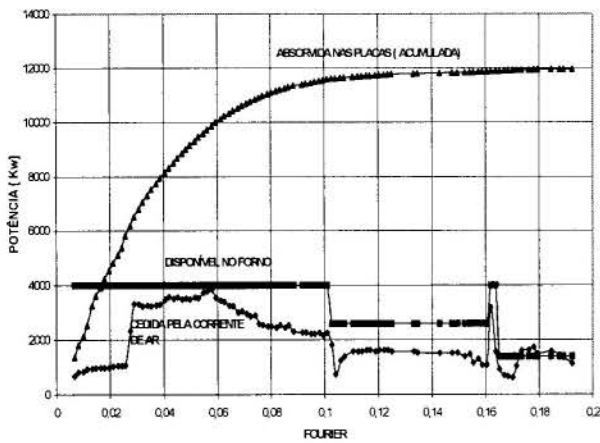


Figura 5 - Potência x número de Fourier para o processo de aquecimento de placas por meio de ar e energia elétrica.

**MODELAGEM NUMÉRICA**

Na modelagem numérica empregou-se o método de elementos finitos através do software ANSYS. A modelagem foi dividida em análise térmica, destinada ao levantamento do comportamento da temperatura no interior da placa, e de escoamento, visando a obtenção do coeficiente de película teórico para o ar e para a mistura de gases resultante da combustão do gás natural (GNP).

Na análise térmica foi utilizado um modelo transiente-bidimensional empregando as considerações apresentadas anteriormente e adotado como referência para o material as características da liga de alumínio ABNT 3004, conforme ALCAN (1985). Nesta análise empregaram-se elementos sólidos térmicos bi-dimensionais de 4 nós, em uma malha conforme apresentada na Figura 6. Na malha empregada considerou-se meia placa, conforme adotado por ocasião do estabelecimento das equações governantes, caracterizadas na Figura 2.

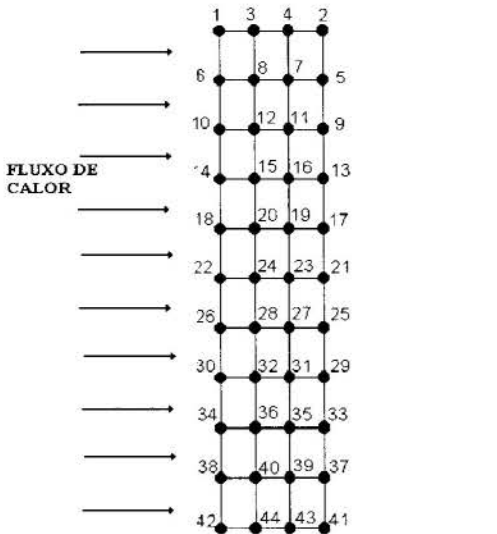


Figura 6 - Malha de elementos finitos

Para a análise de escoamento, visando a obtenção do perfil de velocidade do fluido no interior do canal, foi empregado um modelo turbulento, onde foram utilizados elementos bi-dimensionais de 4 nós, capazes de solucionar problemas de distribuição de temperatura e escoamento em uma região, através da utilização do código FLOTRAN CFD

Neste caso considerou-se a disposição geral das placas no interior do forno buscando reprodução das condições reais de layout, conforme ALCAN (1985).

**DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE PELÍCULA PARA O PROCESSO COM AQUECIMENTO POR MEIO DE MISTURA RESULTANTE DE QUEIMA DE GÁS NATURAL**

Para os parâmetros de cálculo teórico do coeficiente de película para a mistura resultante da queima do gás natural, foi efetuado um estudo com o objetivo de aumentar a eficiência do processo. Chegou-se a uma vazão de alimentação de ar (ar de renovação ou de queima) de cerca de 20% da vazão total do gás circulante no forno. A razão de equivalência encontrada foi de 0,83, o que corresponde a 20% de excesso de ar, ultrapassando com segurança os requisitos para combustão completa do GNP. É importante salientar que para essa configuração há inserção de massa no forno, sendo que parte dos gases deverá ser exaurida do forno.

A composição volumétrica do GNP, conforme COMGÁS (1997) é: CH<sub>4</sub>: 89,35%; C<sub>2</sub>H<sub>6</sub>: 8,03%; C<sub>3</sub>H<sub>8</sub>: 0,78%; C<sub>4</sub>H<sub>10</sub>: 0,07%; C<sub>5</sub>H<sub>12</sub>: 0,01%; CO<sub>2</sub>: 0,48% e N<sub>2</sub>: 1,28%. Devido ao seu teor mínimo, o C<sub>5</sub>H<sub>12</sub> foi considerado como C<sub>4</sub>H<sub>10</sub> para efeito de cálculo.

Para o cálculo das propriedades termodinâmicas do gás resultante da queima do gás natural, foi utilizado o programa termoquímico de equilíbrio NASA SP-293 (Gordon e McBride, 1971), onde foi considerado para a chama um excesso de ar na ordem de 20%. A composição final do gás nas temperaturas de processo atual foi obtida: H<sub>2</sub>O: 15,67%; CO<sub>2</sub>: 8,24%; N<sub>2</sub>: 72,79% e O<sub>2</sub>: 3,29%. Estes parâmetros foram utilizados no cálculo do coeficiente de película.

Inicialmente baseado no modelo de elementos finitos, desenvolvido para cálculo da velocidade do fluido no canal, coube o cálculo das propriedades do fluido nas temperaturas desejadas, levando em consideração a composição final da mistura após a queima, utilizando a mesma malha empregada para o caso de ar apenas.

Para a determinação da viscosidade da mistura utilizou-se a equação (9), apresentada por Perry e Chilton (1973):

$$\mu_{mist} = \frac{\sum x_i \mu_i (m_i)^{0,5}}{\sum x_i (m_i)^{0,5}} \tag{9}$$

onde :

- x<sub>i</sub> = fração molar do componente da mistura
- μ<sub>i</sub> = viscosidade do componente
- m<sub>i</sub> = massa molar do componente

Utilizando os valores das velocidades para a mistura de gases, obtidas através do código FLOTRAN CFD, e utilizando como dimensão característica a distância média entre as placas (0,248 m), foi encontrado para o processo que o número de Reynolds (Re) variou entre 1,1 x 10<sup>5</sup> e 2,51 x 10<sup>5</sup>. O aquecimento por meio de mistura resultante de queima de GNP nas temperaturas de processo apresenta uma faixa de variação de Prandtl (Pr) entre 0,7 e 0,73.

Baseado em Kays (1980) e observando todas as condições impostas na modelagem elaborada, e para as faixas de variação de Re e Pr acima mencionadas, foi obtida a equação para determinação no número de Nusselt (Nu), conforme a equação (10):

$$Nu = e^{0,785837 \ln(Re) - 3,95976} \quad (10)$$

Através deste procedimento foi encontrado para a mistura um coeficiente de película médio de 50,9 [W/m<sup>2</sup> K].

## RESULTADOS

Os resultados obtidos através da modelagem numérica para o cálculo da velocidade de escoamento do fluido são apresentados na Tabela 1.

Para o cálculo do comportamento da temperatura na placa, os resultados são apresentados em dois grupos, na forma adimensional, nos quais foram consideradas formas diferenciadas de aquecimento, uma sendo de fluxo variável, Figura 7, e outra de fluxo constante com distribuição não uniforme, Figura 8.

Tabela 1 - Velocidades médias do ar e da mistura de gases resultante da queima de GNP nas temperaturas de processo

TEMPERATURA [ ° C ]	VELOCIDADE MÉDIA AR [ m/s ]	VELOCIDADE MÉDIA GASES [ m/s ]
100	21,43	21,76
150	21,43	21,44
200	21,42	21,42
250	21,41	21,39
300	21,38	21,37
350	21,36	21,38
400	29,90	29,90
450	42,92	42,89
500	42,84	42,83
550	42,80	42,83
600	42,82	42,82
620	42,81	42,86

A mudança do fluido ar para gases provenientes da queima de GNP, resultou em uma redução estimada de 4,97% no tempo total do processo de aquecimento, considerando que a potência fornecida para o aquecimento da massa de alumínio se mantivesse a mesma.

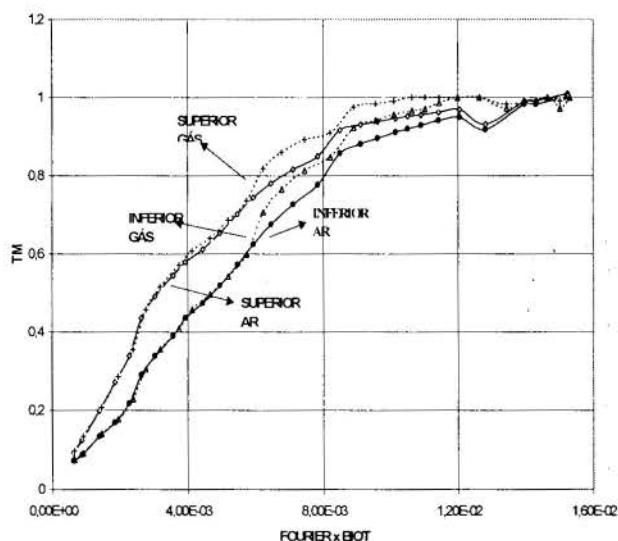


Figura 7 - Variação da temperatura média na placa aquecida com um fluxo de calor variável.

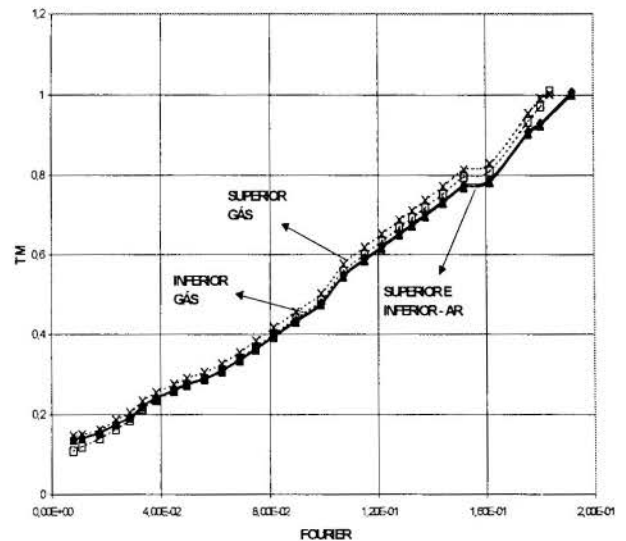


Figura 8 - Variação da temperatura média na placa aquecida com fluxo de calor constante com distribuição não uniforme, para o ar e para a mistura de gases.

## ESTUDO DE VIABILIDADE ECONÔMICA

No estudo de viabilidade econômica da conversão do forno para gás natural, tomou-se por base o consumo de energia elétrica e o seu custo por kWh, o gasto anual com gás natural considerando o poder calorífico inferior do GNP, conforme COMGÁS (1997) em 8447 Kcal/Nm<sup>3</sup>, a receita anual esperada, e o investimento necessário. Sendo assim, foi encontrado um "payback", ou período de amortização de capital investido, de 2,01 anos.

## CONCLUSÕES

Baseado nos resultados apresentados, e considerando somente o tempo de processo, a conversão dos fornos já se torna viável economicamente, pois o tempo de processo pode ser reduzido em cerca de 1 hora, o que traria um ganho significativo. Entretanto outros fatores são bastante relevantes como o custo da energia, função dos preços praticados para a tarifa de eletricidade, para produzir o calor necessário para o aquecimento, e principalmente a segurança quanto ao fornecimento desta energia. A situação em que o Brasil se encontra hoje, quanto a disponibilização de energia elétrica, é preocupante, e a curto prazo não temos uma solução alternativa.

Este trabalho seguirá com uma análise mais abrangente quanto à viabilidade técnico econômica de conversão dos fornos para gás natural, pois temos ainda a possibilidade do emprego, associado a esta conversão, de técnicas de cogeração de energia através do emprego de motor a combustão interna e turbina a gás, visando a produção de energia elétrica. Também serão considerados o reaproveitamento dos gases de exaustão para geração de água gelada e o aquecimento do ar destinado à queima no forno.

Em relação ao período de amortização de capital investido, pode-se concluir que se torna um investimento altamente viável, considerando o tempo de processo menor, o que poderá acarretar um aumento na produção anual de alumínio, viabilizando ainda mais o investimento.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALCAN Alumínio do Brasil S.A., 1985, "Dados técnicos dos fornos de pré aquecimento tipo "soaking pit".

Arpaci, V.S., 1966, "Conduction Heat Transfer", Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts.

Bird, R.B., Stewart, W.E., Lighthfoot, E.N., 1980, "Fenómenos de Transporte", Editorial Reverté, Barcelona.

Carlaw, H.S. J.C. Jaeger, 1959, "Conduction of Heat in Solids", Oxford University Press, London

COMGÁS, 1997, "Gás Natural - Mais energia para o Vale do Paraíba".

Evans, G., 1997, "Developments in industrial cogeneration", Power Engineering Journal, vol.11, n. 3, pp 117-122.

Gordon, S. and Mc Bride. B.J., 1971, "Computer program for calculation of complex chemical equilibrium compositions, rocket performance, incident and reflected shocks, and Chapman Jouguet Detonations, Report NASA SP-273, NASA Lewis Research Center.

Gottlieb, J.W., 1993, "New Cogeneration Frontiers", Independent Energy, vol. 23, n. 7, pp. 62-67, Marier Communications, Milaca.

Kays, W.M., Crawford, M.E., 1980, "Convective Heat and Mass Transfer", 2ª ed, McGraw-Hill, New York.

Perry R.H and Chilton, C.H., 1995, ed.: "Chemical Engineers' Handbook", McGraw-Hill Book Company, New York.

Shmidt, F.W., Willmott, A.J., 1981, "Thermal Energy Storage and Regeneration", McGraw-Hill Book Company, New York.

## **ABSTRACT**

This paper analyzes the thermal storage characteristics of aluminum plates during their preparation for lamination. Two types of heat sources are considered: an electrical power source and a combustion process carried out with natural gas. In the first case, air is heated by the electrical power source and in the second case hot combustion products become available. Theoretical results were obtained using the finite element method. Theoretical and field results compare well for heating by air. The study was part of a technical cooperation between UNESP and ALCAN - Alumínio do Brasil.



## APLICAÇÃO DO MÉTODO DO LOBO ESTENDIDO AO PROJETO DE CALDEIRAS ESCOCEAS

**Flávio Tambellini e Leonardo Goldstein Jr.**

Faculdade de Engenharia Mecânica / DETF

Universidade Estadual de Campinas

Caixa Postal 6122

13083-970 - Campinas - SP - Brasil

### SUMÁRIO

*O projeto termo-hidráulico de uma caldeira flamotubular do tipo escocesa é usualmente executado de maneira empírica. Este trabalho propõe um procedimento de cálculo baseado em princípios fundamentais e no modelo de Lobo Estendido, levando em conta as trocas de calor por radiação e convecção tanto na fornalha como nos tubos de convecção. Ele permite a otimização do projeto em termos do atendimento das especificações e da minimização dos custos.*

### INTRODUÇÃO

As caldeiras flamotubulares foram os primeiros geradores de vapor de ampla aplicação industrial. São ainda hoje largamente utilizadas, dominando praticamente, no Brasil e na Europa, a faixa de menores capacidades e pressões de operação, em processos tipicamente de calefação.

As caldeiras escocesas constituem o tipo de caldeira flamotubular de maior emprego. Elas foram concebidas inicialmente para serviço marítimo, porque reúnem as vantagens das caldeiras multitubulares e a compacidade assegurada por uma fornalha interna. Elas consistem de um corpo cilíndrico com um ou mais tubulões de grande diâmetro, que constituem a fornalha propriamente dita, e tubos de menor diâmetro regularmente distribuídos com 1, 2, 3 ou 4 voltas de chama, constituindo a zona convectiva, conforme a Fig. (1).

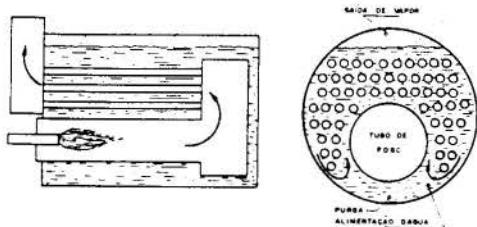


Figura 1 – Esquema de uma caldeira flamotubular

Os tubos são envolvidos pelo casco, que comporta a água, sendo que esta entra, geralmente à temperatura ambiente e sai no estado de vapor.

Elas podem ter câmara de retorno posterior do tipo molhado ou de alvenaria. No primeiro caso, a câmara tem jaqueta de água; no segundo caso é usado revestimento de lã de rocha com chapa metálica. Estas caldeiras não necessitam de alvenaria e tem dimensões reduzidas comparadas com outras caldeiras flamotubulares.

As caldeiras escocesas são muito competitivas até 10 t/h de capacidade de produção de vapor e pressões de 14 kgf/cm<sup>2</sup> (1,37

MPa). Podem chegar a 25 t/h e 18 kgf/cm<sup>2</sup> (1,77 MPa) com rendimento térmico de 90%, sendo esses dados referentes ao poder calorífico inferior.

### ETAPAS DO PROJETO TERMO-HIDRÁULICO

As etapas usuais do projeto termo-hidráulico de uma caldeira compreendem: a especificação, o dimensionamento, a verificação e a otimização.

Na especificação de uma caldeira flamotubular são fixadas as condições de operação que devem ser atendidas pelo equipamento, bem como os requisitos de padronização e manutenção eventualmente estabelecidos como dados de entrada.

Estabelecidas as condições do processo, é preciso gerar uma geometria para a caldeira, ou seja, diâmetro da fornalha, comprimento da fornalha, número de tubos, diâmetro dos tubos, número de trajetos, para que se tenha uma área de troca térmica que atenda às condições de processo.

O processo de verificação consiste em calcular o calor transferido, a perda de pressão e o rendimento térmico da caldeira, para verificar se a geometria proposta no item anterior atende às condições de processo especificadas.

Na fase de otimização, o objetivo é escolher a caldeira “ótima”, isto é, escolher entre as geometrias verificadas aquela que proporciona a caldeira de menor custo e que atenda às condições de processo e demais condições impostas.

Os principais custos envolvidos que devem ser levados em consideração compreendem: o custo de material empregado, que está relacionado com a área de troca térmica, o custo de energia elétrica, que está relacionado com a potência dos ventiladores que movimentam os produtos da combustão e o custo de consumo de combustível, que está relacionado com o rendimento térmico do equipamento.

### O MÉTODO DO LOBO ESTENDIDO

O método do Lobo Estendido é baseado em Lobo e Evans (1939), constituindo uma versão mais geral e que permite uma etapa de otimização do projeto.

O método Lobo Estendido compreende as seguintes hipóteses:

- A transferência de calor por radiação é desprezível na direção axial;
- O gradiente de temperatura na direção radial é desprezível;
- O escoamento dos produtos da combustão é pistonado, ou seja, o perfil de velocidades é uniforme ao longo da caldeira;
- A fornalha é dividida em fatias isotérmicas;
- A temperatura dos gases deixando a fatia é igual à temperatura média dos gases na fatia e
- A combustão é completa.

O método permite calcular o rendimento térmico a partir dos dados de entrada e das equações de transferência de calor e verificar a caldeira "ótima", conforme o menor custo.

## DADOS DE ENTRADA

Os dados de entrada são: demanda de vapor de água  $\dot{m}_v$ , pressão de trabalho, geometria da caldeira (comprimento e diâmetro da fornalha  $L_f$  e  $D_f$ , número e diâmetro dos tubos de convecção  $N$  e  $D_c$ , número de trajetos  $N_{tr}$ ), composição do combustível, excesso de ar, emitância da superfície da parede dos tubos  $\epsilon_w$ , tensão admissível do material do tubo  $\sigma_{adm}$ , pressão crítica da água  $P_{cr}$ , perfil de emissividade da chama ao longo da fornalha, número de fatias  $N_f$  e comprimento da chama  $L_{ch}$ .

## CÁLCULOS INICIAIS

Os cálculos iniciais compreendem o estabelecimento da equação de reação do combustível com o ar, levando-se em consideração o excesso de ar, determinando os produtos da combustão, sendo esta considerada completa, por hipótese.

Para o cálculo da descarga de combustível  $\dot{m}_c$ , admite-se um rendimento inicial  $\eta$  e iguala-se a energia cedida pelos produtos da combustão à energia recebida pela água. Daí:

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{m}_v (H_v - H_{amb})}{\eta \cdot PCI} \quad (1)$$

Onde:  $H_v$  e  $H_{amb}$  são as entalpias da água no estado de vapor saturado e à temperatura ambiente, respectivamente e PCI é o poder calorífico inferior do combustível.

Tendo a descarga do combustível e a razão entre os produtos da combustão e o combustível  $r_{gc}$ , obtida a partir da equação da combustão, calcula-se a descarga dos gases de combustão  $\dot{m}_g$ , tal que:

$$\dot{m}_g = r_{gc} \cdot \dot{m}_c \quad (2)$$

O calor é liberado pelo combustível ao longo do comprimento da chama. Segundo Khalil e Abou-Arab (1978), o calor absorvido pela superfície da fornalha é proporcional à temperatura da chama e conforme o trabalho de Holliday e Thring (1957), pode-se observar uma correlação entre a temperatura do gás e a emissividade da chama ao longo da fornalha.

De acordo com estes dois autores, a parcela de calor do combustível liberado na  $i$ -ésima fatia,  $\phi_i$ , foi calculada da seguinte forma:

$$\phi_i = \frac{\int_{\lambda_{i-1}}^{\lambda_i} \epsilon_{ch}(\lambda) \delta \lambda}{\int_0^{\lambda_i} \epsilon_{ch}(\lambda) \delta \lambda} \quad (3)$$

Onde:  $\epsilon_{ch}$  é a emissividade da chama,  $\lambda$  é o comprimento adimensional, posição ao longo do eixo axial dividido pelo comprimento da chama.

## BALANÇO DE ENERGIA NA FORNALHA

Na fornalha, os cálculos estão divididos em três etapas: balanço de energia na primeira fatia; balanço de energia ao longo das fatias onde existe a chama e balanço de energia onde só existem os produtos da combustão (não existe mais a chama).

**Balanço de Energia na Primeira Fatia.** A Fig. (2) mostra os vários termos que participam do balanço de energia na primeira fatia.

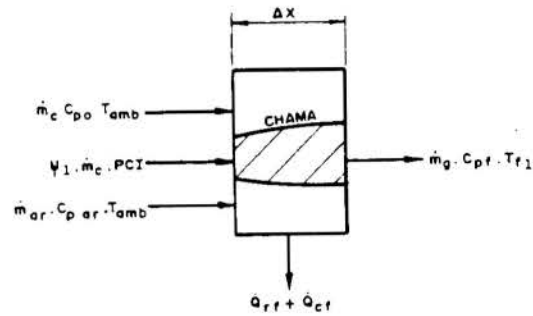


Figura 2 - Transferência de calor na primeira fatia da fornalha

Onde:  $c_{par}$ ,  $c_{po}$  e  $c_{pf}$  são o calor específico do ar, do combustível e dos gases na fornalha;  $\dot{m}_{ar}$  é a descarga de ar;  $\Delta x$  é o comprimento de cada fatia;  $\phi_i$  é a primeira parcela de calor do combustível liberado e  $T_{f1}$  é a temperatura da primeira fatia na fornalha.

A transferência de calor por radiação numa fatia na fornalha  $\dot{Q}_{rf}$  de um gás real para a superfície da parede pode ser dada pela Eq. (4), conforme Hottel (1967):

$$\dot{Q}_{rf} = \pi \cdot D_f \cdot \Delta x \cdot \sigma \cdot \overline{GS} \cdot (T_{f1}^4 - T_w^4) \quad (4)$$

Onde:  $\overline{GS}$  é o fator de troca direta gás-superfície.

O fator de troca direta, na faixa de operação das fornalhas industriais, pode ser dado, conforme a Eq. (5):

$$\overline{GS} = \frac{A}{\frac{1}{\epsilon_g} + \frac{1}{\epsilon_w}} \left[ \frac{1 - (T_w/T_g)^3}{1 - (T_w/T_g)^4} \right] \quad (5)$$

No cálculo do fator de troca direta, onde existe a chama,  $\epsilon_g$  é a emissividade da chama e onde não existe a chama,  $\epsilon_g$  é a emissividade da mistura de dióxido de carbono ( $CO_2$ ) e vapor de água ( $H_2O$ ).

O calor trocado por convecção numa fatia é dado por:

$$Q_{cf} = h_f \cdot \pi \cdot D_f \cdot \Delta x \cdot (T_{f_i} - T_w) \quad (6)$$

Um balanço de energia na primeira fatia, conforme a Fig. (2) junto com as Eqs. (4) e (6), fornece:

$$\begin{aligned} \dot{m}_c \cdot c_{p_o} \cdot T_{amb} + \dot{m}_{ar} \cdot c_{p_{ar}} \cdot T_{amb} + \phi_1 \cdot \dot{m}_c \cdot PCI = \\ \dot{m}_g \cdot c_{p_g} \cdot T_{f_i} + h_f \cdot \pi \cdot D_f \cdot \Delta x \cdot (T_{f_i} - T_w) + \\ \sigma \cdot \pi \cdot D_f \cdot \Delta x \cdot \overline{GS} \cdot (T_{f_i}^4 - T_w^4) \end{aligned} \quad (7)$$

Aplicando o método de Newton-Raphson, obtém-se iterativamente a temperatura do gás na primeira fatia.

O coeficiente de transferência de calor, para o caso do escoamento turbulento, foi calculado pela equação de Dittus-Boelter, conforme Holman (1983):

$$h_f = \frac{0,023 \cdot k_f}{D_f} \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4} \quad (8a)$$

e no caso de escoamento laminar no interior de tubos, foi calculado pela seguinte expressão, conforme Holman (1983):

$$h_f = 3,66 + \frac{0,0668(D_f/L_f) \cdot Re \cdot Pr}{1 + 0,04 \cdot [(D_f/L_f) \cdot Re \cdot Pr]^{1/3}} \quad (8b)$$

#### Balanço de Energia ao Longo da Fatia onde Existe a Chama.

O balanço de energia aplicado numa zona onde existe a chama, conforme a Fig. (3), fornece:

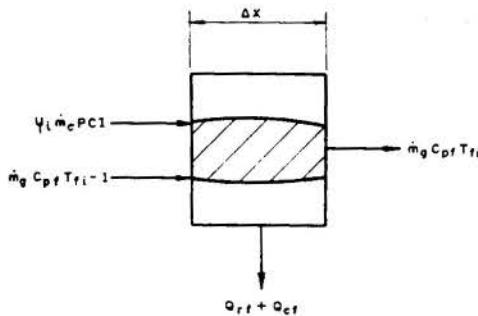


Figura 3 – Balanço de energia ao longo de uma fatia onde existe chama

$$\begin{aligned} \phi_1 \cdot \dot{m}_c \cdot PCI + \dot{m}_g \cdot c_{p_g} \cdot T_{f_{i-1}} = \\ \dot{m}_g \cdot c_{p_g} \cdot T_{f_i} + h_f \cdot \pi \cdot D_f \cdot \Delta x \cdot (T_{f_i} - T_w) + \\ \sigma \cdot \pi \cdot D_f \cdot \Delta x \cdot \overline{GS} \cdot (T_{f_i}^4 - T_w^4) \end{aligned} \quad (9)$$

Utilizando o método de Newton-Raphson, obtém-se, iterativamente, a temperatura do gás na fatia e, finalmente, a transferência de calor por radiação e convecção.

Balanço de Energia Onde só Existem os Produtos da Combustão. O balanço de energia, conforme a Fig. (4), fornece:

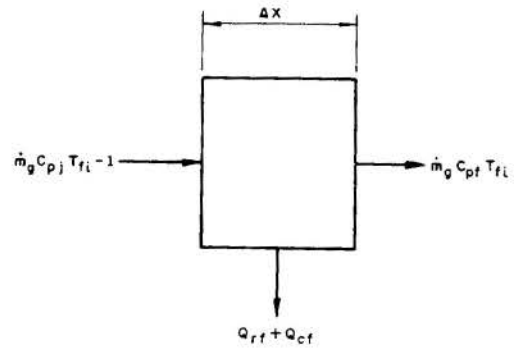


Figura 4 – Balanço de energia numa fatia onde só existem os produtos da combustão

$$\begin{aligned} \dot{m}_g \cdot c_{p_g} \cdot T_{f_{i-1}} = \dot{m}_g \cdot c_{p_g} \cdot T_{f_i} + h_f \cdot \pi \cdot D_f \cdot \Delta x \cdot (T_{f_i} - T_w) + \\ \sigma \cdot \pi \cdot D_f \cdot \Delta x \cdot \overline{GS} \cdot (T_{f_i}^4 - T_w^4) \end{aligned} \quad (10)$$

#### BALANÇO DE ENERGIA NOS TUBOS DE CONVECÇÃO

O balanço de energia nos tubos da região de convecção segue o procedimento análogo ao empregado na fornalha, na região onde só existem os produtos da combustão, conforme a Fig. (5).

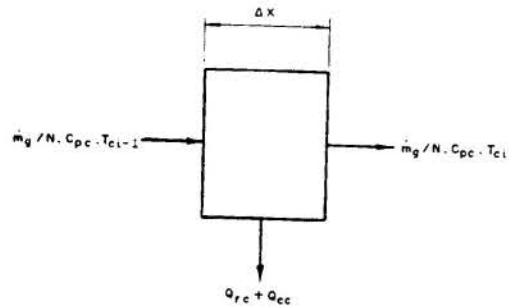


Figura 5 – Balanço de energia numa fatia dos tubos de convecção

#### RENDIMENTO TÉRMICO

O rendimento térmico  $\eta$  é calculado pelo método das perdas:

$$\eta = 1 - \frac{Q_p}{Q_c} \quad (11)$$

Onde  $Q_p$  é o calor total perdido pela caldeira e  $Q_c$  é a energia contida no combustível.

Para caldeiras escocesas, as principais perdas são: a perda na parede por radiação  $Q_{pr}$  e por convecção natural  $Q_{pc}$  para o ambiente e a perda no calor sensível  $Q_{ps}$  dos produtos da combustão que saem pela chaminé.

O valor calculado é comparado com o rendimento admitido anteriormente e, se o erro absoluto estiver fora de uma tolerância pré definida, o valor calculado é usado para o novo cálculo da descarga de combustível através da Eq. (1) e, conseqüentemente, da descarga dos produtos da combustão.

## QUEDA DE PRESSÃO NO CIRCUITO DOS PRODUTOS DA COMBUSTÃO

No cálculo da queda de pressão leva-se em consideração a queda de pressão dos gases por atrito na parede dos tubos e as quedas de pressão localizadas devido à variação de seção do escoamento, bem como à mudança de direção do escoamento dos gases.

## CÁLCULO DO PESO DA FORNALHA E DOS TUBOS

Tendo a geometria da caldeira, calcula-se o peso da fornalha e dos tubos de convecção, sendo que o peso reflete diretamente no custo de investimento, pois está ligado com o peso do material empregado.

## VERIFICAÇÃO DO REGIME DE EBULIÇÃO

A água da caldeira, que envolve a fornalha e os tubos de convecção, passa do estado líquido para o estado de vapor ao receber o calor liberado pela combustão.

No projeto de caldeiras flamatubulares, procura-se trabalhar em regime de ebulição estacionária nucleada, evitando a ebulição pelicular. A correlação de Motinski (1963) é disponível para situar o regime de trabalho, fornecendo o valor do fluxo de calor máximo  $Q_{\max}$  que pode ser obtido, evitando a ebulição pelicular, conforme a Eq. (12):

$$Q_{\max} = 0,367 \cdot P_{cr} \cdot (P_w / P_{cr})^{0,35} \cdot (1 - P_w / P_{cr})^{0,9} \quad (12)$$

Onde:  $P_{cr}$  é a pressão crítica da água e  $P_w$  é a pressão em que a água está submetida.

## OTIMIZAÇÃO DO PROJETO

A caldeira "ótima" visa o menor custo que, como foi visto, compreende dois custos principais: o custo de capital e os custos operacionais.

O custo de capital  $C_c$  levado em consideração foi o do valor da caldeira no mercado nacional, conforme dados da ATA Combustão Técnica S/A, através de correlação com a área total de troca térmica  $A_{st}$  (em  $m^2$ ), segundo a Eq. (13):

$$C_c = 636,595 \cdot A_{st} + 33.974,263 \quad (13)$$

Para se obter o valor do custo de capital mensal  $C_{cm}$ , dividiu-se o custo de capital total pela duração de vida útil da caldeira. Os custos operacionais levados em consideração foram o custo de energia elétrica e o custo do consumo de combustível. O primeiro está relacionado com a potência dos ventiladores e esta com a queda de pressão dos gases no circuito de tubos que compõem a caldeira. O custo da energia elétrica mensal depende da energia consumida pelos ventiladores, e o custo do combustível é função da descarga de óleo BPF consumida e depende do rendimento térmico da caldeira. Os custos foram calculados em dólar.

O custo da energia elétrica mensal  $C_{elm}$  compreende o valor do quilowatt-hora da energia e a potência dos ventiladores, sendo dada pela Eq. (14):

$$C_{elm} = \frac{P_{ot} \cdot (20 / 382,20) \cdot 2,592}{3,6} \quad (14)$$

Onde:  $P_{ot}$  é a potência dos ventiladores.

O custo do consumo de combustível mensal  $C_{om}$  está diretamente relacionado com a descarga de combustível e com o preço dele, conforme a Eq. (15):

$$C_{om} = \dot{m}_c \times (51,58 / 382,20) \times 2.592.000 \quad (15)$$

Todos os custos são dados em dólares. O valor de 382,20 corresponde à cotação do dólar no mês de agosto de 1991, o valor de 20 se refere ao preço da energia elétrica no mesmo período e o valor de 51,58 diz respeito ao preço do óleo BPF, também na mesma data. As outras constantes que aparecem nas Eqs. (14) e (15) se referem à quantidade de meses e conversão de uma unidade para outra.

O custo total mensal  $C_{tm}$  é dado pela soma dos custos de capital e operacionais, ou seja, é a soma das Eqs. (13), (14) e (15), conforme a Eq. (16). A caldeira otimizada corresponde à de menor custo total mensal.

$$C_{tm} = C_{cm} + C_{elm} + C_{om} \quad (16)$$

## APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

As condições de processo adotadas para o exemplo são: descarga de vapor d'água = 3 t/h; pressão do vapor d'água = 8  $kgf/cm^2$  (0,785 MPa); excesso de ar = 10%; tipo de combustível = óleo BPF. O número de tubos em cada passagem variou de 10 a 1600 tubos. O diâmetro dos tubos de convecção variou de 1 pol. (25,4 mm) a 4 pol. (101,6 mm), com incrementos comerciais. Os comprimentos da fornalha utilizados foram de 3,5 m e 6,5 m. Os diâmetros da fornalha foram 0,7 e 1,3 m. Os número de trajetos foram 1, 2 e 3.

Os principais parâmetros testados foram: número de tubos na zona de convecção, diâmetro dos tubos na zona de convecção, número de trajeto de tubos na zona de convecção, comprimento e diâmetro da fornalha.

A influência destes parâmetros se exerce principalmente na temperatura dos produtos da combustão na saída da chaminé, temperatura na saída da fornalha, rendimento térmico da caldeira, perda de pressão dos produtos da combustão ao longo da caldeira, peso da fornalha e dos tubos de convecção e custo.

A Tab. (1) traz os resultados das caldeiras otimizadas, sendo que os custos calculados são os mínimos.

Tabela 1 – Resultados das caldeiras otimizadas

$L_f$ (m)	$D_f$ (m)	$N_{tr}$	Juros (%)	Tempo (ano)	$D_c$ (pol)	$N^{st}$ de Tubos
3,5	0,7	1	6	10	1	310
3,5	0,7	2	6	10	1	125/125
3,5	0,7	3	6	10	1,25	70/70
3,5	0,7	2	6	10	1	120/120
6,5	1,3	2	6	10	1,5	45/45
3,5	0,7	2	6	10	1	200/83
3,5	0,7	3	6	10	1,25	125/58/46
3,5	0,7	2	25	10	1	90/90
3,5	0,7	2	6	5	1	105/105
3,5	0,7	2	6	15	1	140/140



Custo US\$	T <sub>b</sub> (°C)	η (%)
22.544	271,83	88,5
21.808	193,74	92,0
21.865	186,44	92,2
21.924	189,79	91,4
21.995	184,49	91,5
21.897	192,24	92,0
21.964	185,69	92,2
22.774	200,84	91,7
22.496	197,36	91,8
21.564	191,57	92,0

Foram apresentados os resultados dos custos mínimos para os vários parâmetros de entrada em uma tabela, pois existem muitos casos e, conseqüentemente muitas figuras, o que seria impossível de ser feito neste artigo, contudo no trabalho de Tambellini (1992) é possível encontrar os resultados de todos os casos explorados, bem como os detalhes do procedimento dos cálculos.

A temperatura na chaminé T<sub>b</sub> diminui com o aumento do comprimento da fornalha, do número de trajetos, do número de tubos, da razão L<sub>t</sub>/D<sub>t</sub>, do diâmetro da fornalha e com a diminuição do diâmetro dos tubos de convecção.

O rendimento térmico serve para avaliar o desempenho térmico da caldeira, sendo que, em geral, aumenta com o aumento do número de trajetos e com a diminuição do diâmetro dos tubos de convecção.

A análise do custo total mensal mostra que existe um ponto de mínimo; para os casos analisados, por exemplo, para caldeiras com dois trajetos, comprimento de fornalha de 3,5 m e diâmetro de fornalha de 0,7 m, os números de tubos que correspondem aos custos mínimos se situam entre 125/125 e 80/80 tubos, enquanto que o custo total mínimo se situa entre 21.808 e 23.834 dólares.

Para maioria dos casos analisados, os diâmetros dos tubos de convecção menores foram os preferíveis, ou seja, os de 1 pol. (25,4 mm).

Apesar de não se ter nenhuma tabela ou gráfico, a queda de pressão diminui com o aumento do número de tubos, com o aumento do diâmetro dos tubos de convecção, com a diminuição do número de trajetos, com a diminuição da razão L<sub>t</sub>/D<sub>t</sub>. A perda de pressão está relacionada com a potência dos ventiladores para movimentarem o ar.

### COMENTÁRIOS FINAIS

A metodologia de verificação é a do Lobo Estendida, como foi visto ao longo do trabalho.

Trabalhou-se com três custos principais: o custo da energia elétrica, o do material utilizado e o do consumo de combustível. Pôde-se observar que os custos mínimos não variaram muito entre si.

A caldeira de melhor rendimento térmico foi a de 3 trajetos, diâmetro de 1 pol. (25,4 mm) e número de tubos 125/125/125, cujo rendimento térmico foi de 91,92%. Portanto, percebe-se que a caldeira de menor custo não corresponde à de maior rendimento térmico.

A manutenção da velocidade dos produtos da combustão na entrada de cada trajeto de convecção, o que leva a uma redução da quantidade de tubos em trajetos subsequentes, não mostrou vantagem de custo.

Há possibilidade de aplicar métodos mais sofisticados, mas a dificuldade aumenta exponencialmente e as vantagens seriam desprezíveis, sendo justificável num estudo de um caso particular, mas para fins de projeto comercial, a metodologia apresentada é adequada.

O procedimento de cálculo desenvolvido neste trabalho para caldeiras flamotubulares do tipo escocesa, pode ser ampliado para outros tipos de caldeiras, tais como a locomotiva ou locomóvel e a multitubular.

### ABSTRACT

The thermal-hidraulic design of scottish tube shell boilers is usually performed in an empirical procedure based on fundamental principles and on extended Lobo to take radiation and convection heat transfer into consideration. It allows the design to get an optimum design in terms of attending the specifications and minimizing costs.

### REFERÊNCIAS

- Holliday, D. K. and Thring, M. W., 1957, "The Radiation from flames in a Small-Scale-Oil-Fired", *J. of the Institute of Fuel*, pp. 127-136.
- Holman J. P., 1983, "Transferência de Calor", Editora Mc Graw-Hill, São Paulo, pp. 761.
- Hottel, H. C. and Serafim A. F., 1967, "Radiative Transfer", Mc Graw-Hill.
- Khalil, K. H. and Abou-Arab, T. W., 1978, "Heat Transferred and Combustion in Fire Tube Boiler Furnaces", Pergamon Press Ltda, pp. 147-158.
- Lobo, W. E. and Evans, J. E., 1939, "Heat Transfer Radiation Section of Petroleum Heaters", *American Institute of Chemical Engineers*, Vol. 36, N<sup>o</sup> 2, pp. 743-778.
- Motinski, I. L., 1963, "Application of the Rule of Corresponding States for the Calculation of Heat Transfer and Critical Heat Flux", *Teplotengetika*, Vol 4, p. 66, English Art., *Br. Chem. Eng.*, Vol. 8, N<sup>o</sup> 8, p. 580.
- Sisson, L. E. and Pitts, D. R., 1983, "Fenômenos de Transporte", Editora Guanabara Dois, Rio de Janeiro, pp. 761.
- Tambellini, F., 1992, "Otimização do Projeto Termo-hidráulico de Caldeiras Flamotubulares Escocesas", Dissertação de Mestrado, Unicamp, Campinas, SP

## DESIGN OF A GAS-SOLID SHALLOW FLUIDIZED HEAT RECOVERY EQUIPMENT INCLUDING THE DISTRIBUTOR PLATE

Araí A. B. Pécora, Oscar M. H. Rodriguez and Arlindo de Matos  
 College of Mechanical Engineering  
 State University of Campinas - Unicamp  
 13083-970 - Campinas - SP - Brazil

### SUMMARY

*This work presents a methodology for the optimized thermohydraulic design of a gas-solid shallow fluidized heat recovery system including the distributor plate. The methodology offers a complete design procedure, including: specification, generation of geometry, verification and optimization analysis of a shallow gas-solid fluidized bed heat exchanger. The thermal design of a typical case is analyzed and the results present good agreement with the data found in the literature and they demonstrate the importance of the optimized design to obtain simultaneously reduction of the initial investments and operation costs.*

### INTRODUCTION

Nowadays, one can notice the raising production of energy through gasification of solid fuels and combustion of materials of low calorific capacity in fluidized systems. Combustion of those solids as oil shale, coal, rice peel and other fuels with high ash content, results in a considerable amount of discarded solid particles from the reactor with temperatures in the range of 800 to 1000 °C. There is a significant potential of energy recovery from this solid material and researches concerning process optimization still are necessary.

Brookes and Reay [1982] detailed several types of available heat recovery equipments and they mentioned the advantages of the fluidized bed heat exchanger, such as: compact geometry, good heat transfer rate, work in severe atmosphere and easy maintenance.

Among the equipments that can be used for such application we can mention equipments like fixed beds, fluidized beds, moving beds or pneumatic transportation. The choice of the equipment type is a function of parameters as: amount of heat to be removed from the solid, air flow rate, particles properties, available physical space for equipment installation, pressure drop limitations, available liquid to be used as a secondary cooler, need of continuous operation, etc.

Experimental observations show that, for solids belonging to groups A, B and D of Geldart classification, the largest suspension-wall heat transfer coefficient is obtained in dense fluidized beds operating with air velocities around twice the minimum fluidization velocity. The shallow fluidized bed possesses a prominent place due to the great advantage of not presenting bubbles, contemplating in high values of suspension-wall heat transfer coefficient, and supplying small pressure drop in function of the low height of the gas-solid suspension. These equipments are recommended by Elliot and Holme [1976], Aihara et al. [1993] and Virr and Willians [1985].

The design of heat recovery equipments involves determination of gas-particle and suspension-wall heat transfer coefficients. The literature brings a considerable amount of correlations for those coefficients, but we can notice that, as they are very dependent of the particle characteristics and of the gas flow rate, they could not be applied indiscriminately. The recent work of Tardin et al [1997] about heat transfer analysis of an industrial scale fluidized bed heat exchanger with immersed horizontal tubes shows that the correlations of Molerus et al.

[1995] and Andeen and Glicksman [1976] presents the best approach with the data, with less than 20% of deviation.

Vedamurthy et al. [1990] developed an optimization methodology for thermohydraulic design of a conventional fluidized bed heat exchanger. However, the methodology is not presented systematically, but just commented. The results show that optimization of the control parameters results in a compact and economic design.

This work proposes the application of a shallow fluidized bed heat exchanger for heat transfer among hot particles, fluidizing gas and water flowing in tubes immersed in the gas-solid suspension. A methodology is developed for the thermohydraulic design of such equipment and results of the proposed method for a typical case are presented. The proposed model allows optimization of the geometry and power requirements, providing simultaneous reduction of initial investments and operation costs.

### DESIGN METHODOLOGY

The design methodology can be summarized by the following basic stages:

- Specification of the Heat Exchanger;
- Preliminary definitions;
- Dimensioning;
- Verification and
- Optimization Analysis.

Specification. Specification takes into account data of the process and mechanical design, and considerations about the appropriate construction material.

The process data are: mass flow rate; composition and phase of the fluids; inlet and outlet temperatures; heat duty; thermal properties of the fluids; operation pressures; maximum pressure drop; other information that can be important to the process.

Preliminary Definitions. In order to obtain an optimized heat exchanger for cooling hot solid particles, smallest area of platform and acceptable global pressure drop are desired.

Shallow gas-solid fluidized bed system (bed height  $\leq 10$  cm) with water inside the immersed tubes, is recommended according to the literature. In such equipment the hypothesis of vertically uniform temperature and horizontally adiabatic shallow fluidized bed is usually verified.

The average bed temperature ( $T_b$ ) and the exit gas temperature ( $T_{g_o}$ ) are related to the inlet and outlet solid temperature ( $T_{s_i}$  and  $T_{s_o}$ ) as:

$$T_b = \frac{T_{s_i} + T_{s_o}}{2} = T_{g_o} \quad (1)$$

Due to the high values of the particle-to-gas heat transfer coefficients in fluidized beds, the hypothesis of thermal equilibrium between particle and gas is assumed.

According to the literature, a minimum relationship of 6:1 between the length and the width of the bed platform is required to provide a flow just in the direction of the equipment length.

**Dimensioning.** The dimensioning can be divided by the following two stages:

- dimensioning of the heat exchanger;
- dimensioning of the distributor plate.

**Dimensioning of the Heat Exchanger.** At this stage the area of the platform (S), or area of cross section of bed is defined, as:

$$S = \frac{\dot{m}_g}{\rho_g \cdot u_o} \quad (2)$$

where the superficial gas velocity,  $u_o$ , was admitted as twice the particle minimum fluidization velocity,  $u_{mf}$ .

The gas mass flow rate,  $\dot{m}_g$ , is obtained with the following relationship:

$$\dot{m}_g = \frac{\dot{Q}_{d_g}}{c_p \rho_g (T_{g_o} - T_{g_i})} \quad (3)$$

where  $\dot{Q}_{d_g}$  is the desired energy rate transferred to the gas and the energy,  $\dot{Q}_{d_g}$  is obtained through an energy balance in the heat exchanger:

$$\dot{Q}_{d_s} = \dot{Q}_{d_w} + \dot{Q}_{d_g} + \dot{Q}_{rad} \quad (4)$$

where  $\dot{Q}_{d_w}$  is the heat transfer rate for the water flowing inside the tubes and  $\dot{Q}_{rad}$  is the heat transfer rate by radiation and  $\dot{Q}_{d_i}$  is the heat transfer rate removed from the hot particles, therefore:

$$\dot{m}_s c_p (T_{s_i} - T_{s_o}) = \dot{m}_w c_p (T_{w_o} - T_{w_i}) + \dot{m}_g c_p (T_{g_o} - T_{g_i}) + \dot{Q}_{rad} \quad (5)$$

The desired value of the heat transfer rate leaving the solid material is:

$$\dot{Q}_{d_s} = \dot{m}_s c_p (T_{s_i} - T_{s_o}) \quad (6)$$

The fraction of  $\dot{Q}_{d_s}$  removed by the water flow,  $\dot{Q}_{d_w}$ , is estimated about 75% in order to obtain the smallest transfer area with the smallest air discharge. For an initial estimation of the geometry  $\dot{Q}_{rad}$  is considered zero. Therefore  $\dot{Q}_{d_g}$  is considered 25% of the energy rate removed from the solid,  $\dot{Q}_{d_s}$ . Through (2), the area of platform is esteemed. While the required heat transfer area is obtained with the following equation:

$$A = \frac{\dot{Q}_{d_w}}{U_d \cdot DMLT_d} \quad (7)$$

where

$$DMLT_d = \frac{(T_{b_i} - T_{w_o}) - (T_{b_o} - T_{w_i})}{\ln \frac{(T_{b_i} - T_{w_i})}{(T_{b_o} - T_{w_i})}} \quad (8)$$

where the following inlet and outlet temperatures are supposed:

$$T_{b_i} = \frac{T_{s_i} + T_{g_i}}{2} \quad (9)$$

and

$$T_{b_o} = T_{s_o} \quad (10)$$

The estimated overall heat transfer coefficient,  $U_d$ , is obtained through the following relationship:

$$\frac{1}{U_d} = \frac{1}{h_{b_d}} + \frac{1}{h_{w_d}} \quad (11)$$

where  $h_{b_d}$  e  $h_{w_d}$  are the bed-surface and water surface heat transfer coefficients, respectively, for dimensioning. For initial calculation of  $h_{b_d}$  it is necessary to consider the presence of the tubes bundle. Then, according to Botterill [1986]:

$$h_{b_d} = 0.70 \cdot h_{b_{d_{max}}} \quad (12)$$

with  $h_{b_{d_{max}}}$  calculated by Zabrodsky et al. [1976] correlation, for particles of the group B of Geldart:

$$h_{b_{d_{max}}} = 35.8 (\rho_p)^{0.2} (k_g)^{0.6} (d_p)^{-0.36} \quad (13)$$

The immersed tube length,  $L_t$ , is obtained from:

$$L_t = \frac{A}{\pi \cdot d_t \cdot n_t} \quad (14)$$

**Dimensioning of the Distributor Plate.** For the present work conditions the stand-pipe distributor was selected. The bed pressure drop is defined as:

$$\Delta P_b = \rho_b \cdot L_b \cdot g \quad (15)$$

and

$$\rho_b = \rho_s (1 - \varepsilon_b) \quad (16)$$

The orifice diameter was admitted as:

$$d_{or} = 4 \cdot d_p \quad (17)$$

The bed equivalent diameter,  $De$ , is:

$$De = \frac{4S}{2C + 2B} \quad (18)$$

and the distributor plate pressure drop,  $\Delta P_p$ , is defined as:

$$\Delta P_p = \Delta P_b \left\{ 0.01 + 0.2 \left[ 1 - \exp \left( \frac{-De}{2L_b} \right) \right] \right\} \quad (19)$$

or with a minimum in all cases of about 3,44 kN/m<sup>2</sup>, according to the literature.

The number of orifices,  $N_o$ , and wall thickness,  $t$ , of the stand pipe is admitted. The internal diameter of the pipe is:

$$d_{int} = 1.5 d_{or} \sqrt{N_o} \quad (20)$$

The orifice discharge coefficient,  $Cd$ , is calculated by:

$$Cd = 0.82 \left( \frac{t}{d_{or}} \right)^{0.13} \quad (21)$$

and the gas velocity through orifice is calculated by:

$$u_{or} = \sqrt{2Cd^2 \frac{\Delta P_p}{\rho_g}} \quad (22)$$

The number of orifices,  $N_{or}$ , and the number of pipes,  $N_{sp_s}$ , by platform area are, respectively:

$$N_{or} = \frac{u_o}{u_{or}} \frac{4}{\pi \cdot d_{or}^2} \quad (23)$$

and

$$N_{sp_s} = \frac{N_{or}}{N_o} \quad (24)$$

and, finally, the number of stad pipes is:

$$N_{sp} = N_{sp_s} \cdot S \quad (25)$$

The triangular pitch of the pipes, P, and the distance between the orifices and the pipe's head, H, are, respectively, calculated by:

$$P = \frac{l}{\sqrt{N_{sp_s} \cdot \sin 60^\circ}} \quad (26)$$

and

$$H = \frac{1}{g^{0.2}} \left[ \frac{6(u_o - u_{mf})}{\pi \cdot N_{or}} \right]^{0.4} \quad (27)$$

The stand pipes height,  $H_{sp}$ , was admitted as twice the stand pipes pitch.

**Verification.** Verification consists of the termohydraulic performance evaluation of the heat exchanger proposed by the previous procedure. It allows the determination of the real heat transfer rate,  $\dot{Q}_{r_s}$ . If  $\dot{Q}_{r_s} \equiv \dot{Q}_{d_s}$ , and the system is working with acceptable pressure drops, the proposed configuration is adequate. Also the distributor plate geometry is dynamically verified.

The verification steps are: verification of critical geometric parameters; calculation of the real heat duty; verification of distributor plate geometry, calculation of the pressure losses; performance evaluation and optimization analysis.

**Verification of Critical Geometric Parameters.** Knowing the geometry and the process conditions, this verification checks requirements as: allowable physical space; flow arrangement; number of tubes and diameter of the tubes.

**Calculation of the real heat duty,  $\dot{Q}_{r_s}$ :**

$$\dot{Q}_{r_s} = \dot{Q}_{r_w} + \dot{Q}_{r_g} + \dot{Q}_{rad} \quad (28)$$

where

$$\dot{Q}_{r_w} = A \cdot U_r \cdot DMLT_r \quad (29)$$

and the real overall heat transfer coefficient,  $U_r$ , is calculated with:

$$\frac{1}{U_r} = \frac{1}{h_{b_r}} + \frac{1}{h_{w_r}} + R_{wall} + R_f \quad (30)$$

For the initial calculation of  $h_{b_r}$ , the influence of the immersed tubes must be considered. Therefore, according to Elliott et al. [1971], a correction factor,  $f$ , varying from 0.90 to 0.75 according to the tube pitch, will be used:

$$h_{b_r} = f \cdot h_{b_{r_{max}}} \quad (31)$$

For the calculation of the real maximum heat transfer coefficient,  $h_{b_{r_{max}}}$ , the experimental correlation of Andeen and Glicksmann [1976] for shallow fluidized beds will be used.

$$\frac{h_{b_{r_{max}}} \cdot d_t}{k_g} = 900(1 - \varepsilon) \left[ \left( \frac{\dot{m}_g \cdot d_t \cdot \rho_s}{A \cdot \rho_g \cdot \mu_g} \right) \left( \frac{\mu_g^2}{d_p^3 \cdot \rho_s^2 \cdot g} \right) \right]^{0.326} \cdot \left( \frac{\mu_g \cdot c_{p_g}}{k_g} \right)^{0.3} \quad (32)$$

Bed porosity is obtained from the Basu et al. [1978] proposed correlation:

$$\varepsilon = 1 - (1 - \varepsilon_{mf}) \left( 1 + \frac{14.341(u_o - u_{mf})^{0.738} d_p^{1.006} \rho_s^{0.376}}{u_{mf}^{0.937} \rho_g^{0.126}} \right) \quad (33)$$

The fouling factor,  $R_f$ , and conduction resistance,  $R_{wall}$ , are considered worthless for this type of heat exchanger. The water heat transfer coefficient,  $h_{w_r}$ , is obtained from correlations developed for liquid flow inside tubes.

**The real logarithmic mean temperature difference,  $DMLT_r$ .** Pécora and Goldstein [1987] proposed a methodology for obtaining the real log-mean temperature difference,  $DMLT_r$ . An interactive calculation is developed using balance of energy among the three currents: gas, water and solids. Analysis is made in a fluidized bed divided in stages along its length, as shown in fig. 1. A number N of stages is admitted. In each stage, values are arbitrated to the exit temperatures of the particles and of the gas,  $T_{s,n}$ .

The heat transfer rate for the particles, gas and water in each stage is given by:

$$\dot{q}_{s,n} = \dot{m}_s \cdot c_{p_s} \cdot (T_{s,n-1} - T_{s,n}) \quad (34)$$

$$\dot{q}_{g,n} = \frac{\dot{m}_g}{N} \cdot c_{p_g} \cdot (T_{s,n} - T_{g_i}) \quad (35)$$

and

$$\dot{q}_{w,n} = \dot{q}_{s,n} - \dot{q}_{g,n} \quad (36)$$

The water temperature in the exit of each stage,  $T_{w,n}$ , is then obtained:

$$T_{w,n} = \frac{\dot{q}_{w,n}}{\dot{m}_w \cdot c_{p_w}} + T_{w,n+1} \quad (37)$$

This allows calculating the log-mean temperature difference in each stage,  $DMLT_n$ :

$$DMLT_n = \frac{(T'_{s,n} - T_{w,n}) - (T_{s,n} - T_{w,n+1})}{\ln \left( \frac{T'_{s,n} - T_{w,n}}{T_{s,n} - T_{w,n+1}} \right)} \quad (38)$$

where  $T'_{s,n}$  corresponds to the equilibrium temperature between gas and particles before the heat loss to the immersed tubes:

$$T'_{s,n} = T_{g_i} + (T_{s,n-1} - T_{g_i}) \exp \left( \frac{\rho_g \cdot u_o \cdot S \cdot c_{p_g}}{\dot{m}_s \cdot c_{p_s} \cdot N} \right) \quad (39)$$

Then, the water heat transfer rate can be verified by:

$$\dot{q}_{w,n} = \frac{U_r \cdot A \cdot DMLT_n}{N} \quad (40)$$

and the exit temperatures of the particles and gas at each stage,  $T_{s,n}$ , can be verified through equations (34) to (36). Comparing with the values arbitrated at the beginning of the calculations we can decide if more iterations are needed. If there is a significant difference between arbitrated and calculated temperature profiles, new calculations are necessary until an acceptable difference of 10% is obtained. The temperature profiles obtained are like the shown in Fig. 1.



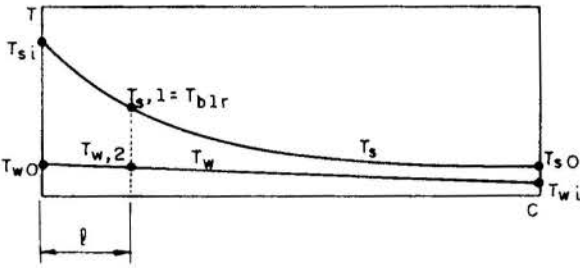
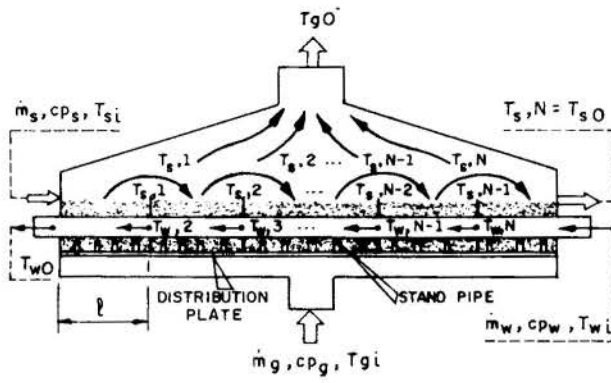


Figure 1 - Shallow fluidized bed divided in stages and temperature profiles.

Therefore, the real log-mean temperature difference,  $DMLT_r$ , is:

$$DMLT_r = \frac{(T_{b_i} - T_{w_o}) - (T_{b_o} - T_{w_i})}{\ln \left( \frac{T_{b_i} - T_{w_o}}{T_{b_o} - T_{w_i}} \right)} \quad (41)$$

where:  $T_{b_i} = T_{s,1}$

Verification of the amount of energy transferred by radiation,

$\dot{Q}_{rad}$ . According to Howard [1989], radiation is worthless for bed temperatures below 600°C but, foreseeing beds working with higher temperatures, the energy transferred by radiation is obtained through the correlation developed by Molerus et al. [1995-II], where:

$$\dot{Q}_{rad} = h_{rad} (T_b - T_{wall}) A \quad (42)$$

The radiative heat transfer coefficient,  $h_{rad}$ , is calculated by the relationship:

$$h_{rad} = 4\sigma \left( \frac{1}{\epsilon_{wall}} + \frac{1}{\epsilon_b} - 1 \right)^{-1} \left[ T_{wall} + \frac{T_b - T_{wall}}{2 \left( 1 + k_g / 2c_p \mu_g \right)} \right]^3 \quad (43)$$

Verification of Distributor Plate Geometry. At this stage, the operation conditions of the generated distributor plate are tested. The distributor plate verification can be summarized by the following stages:

- gas uniform distribution through orifices:

$$\Delta P_r < \frac{\Delta P_p}{100} \quad (44)$$

where

$$\Delta P_r = \rho_g \frac{\left( u_o \frac{S}{A_i} \right)^2}{2g} \quad (45)$$

and

$$A_i = \frac{\pi d_a^2}{4} \quad (46)$$

- stable operation of the orifices:

$$\frac{16 \rho_g u_o}{\left( d_{or}^2 \pi N_{or} C_d \right)^2} > 800 \quad (47)$$

- non formation of severe gas bypassing:

$$\frac{u_{or}}{\sqrt{\frac{2g \Delta P_b}{\rho_g}}} < 1 \quad (48)$$

- total operation of the orifices:

$$\frac{\left( 1 - \frac{2}{\pi} \right) H s p \cdot \rho_s (1 - \epsilon_{mf}) g}{1 - \left( \frac{u_{mf}}{u_o} \right)^2} < \Delta P_p \quad (49)$$

- death zones elimination:

$$\left[ 0.62 (u_j - u_{jmf}) d_{int}^2 \right]^{0.45} + d_{int} > P \quad (50)$$

where

$$u_j = \frac{u_o}{\frac{\pi}{4} d_{int}^2 N s p_s} \quad (51)$$

and

$$u_{jmf} = \frac{u_{mf}}{\frac{\pi}{4} d_{int}^2 N s p_s} \quad (52)$$

- opening ratio:

$$0.5 < 100 N_{or} \frac{\pi}{4} d_{or}^2 < 3 \quad (53)$$

Calculation of the Pressure Losses. The total pressure drop is defined as:

$$\Delta P = \Delta P_b + \Delta P_p \quad (54)$$

Therefore the power required for gas pumping is obtained:

$$\dot{W} = \frac{\Delta P \cdot \dot{m}_g}{\rho_g} \quad (55)$$

Performance Evaluation. if  $\left| \frac{\dot{Q}_{rs} - \dot{Q}_{ds}}{\dot{Q}_{ds}} \right| \leq 10\%$  and  $\Delta P < \Delta P_{dissp}$ ,

the shallow fluidized bed heat exchanger is dimensioned for the desired heat duty and with acceptable pressure drop. Otherwise, a new geometry should be generated and verified.

Optimization Analysis. A computer program in C++ was developed with the presented design methodology and several configurations were tested.

After performance evaluation of all the generated configurations, there must be a couple of potential solutions but probably just some of them are good options. Not using the available pressure drop suggests improvements in the design as the basic cost of a shallow fluidized bed heat exchanger is mostly a function of requested heat transfer area and necessary pumping power to assist the specification. The design parameters used in

the optimization procedure are heat transfer area, platform area, bed depth and blowers' pumping power.

## RESULTS AND DISCUSSION

The proposed procedure was applied to the typical case showed in table 1:

Table 1 - Shallow Fluidized Bed Specification

Fluid	$T_i$ [°C]	$T_o$ [°C]	$\dot{m}_i$ [kg/s]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$c_p$ [kJ/kg K]	$k$ [W/m K]	$\mu$ [kg/m s]
sand <sup>1</sup>	850	60	0.28	2600	0.800	0.35	-
air	60	-	-	0.485 <sup>2</sup> 1.049 <sup>3</sup>	1.005	0.051	3.43·10 <sup>-5</sup>
water	25	80	-	1000	4.187	0.65	5.60·10 <sup>-4</sup>

<sup>1</sup>  $d_p = 200 \mu\text{m}$  and  $\phi = 0.80$  - <sup>2</sup> 455°C - <sup>3</sup> 60°C

With the purpose of verifying the proposed design method, the influence of the superficial gas velocity and tube diameter on the heat transfer area and platform area were evaluated. Fig. 2 shows that a decrease in the heat transfer area and in the platform area were obtained, with the increase in the superficial gas velocity, as observed by Vedamurthy et al (1990). Aihara et al (1993) obtained an equivalent result for Nusselt number, using the correlation of Andeen e Glicksman (1976). As the velocity increases, the bed-wall heat transfer coefficient increases. Consequently, the surface area exhibits the opposite trend.

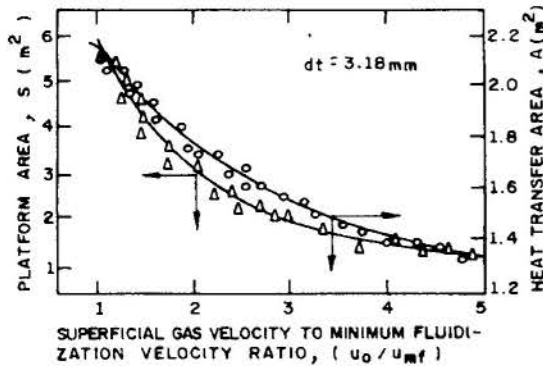


Figure 2 - Heat transfer area and platform area versus superficial gas velocity

Fig. 3 shows the relations between the platform area,  $S$ , and the real heat transfer rate,  $\dot{Q}_r$ , for three different tube diameters. It is noted that, for a fixed tube diameter, the real heat transfer rate decreases as the platform area increases, due to the decrease in the superficial gas velocity with the consequent reduction in the bed-tube heat transfer coefficient. It is observed that an increase in the tube diameter provokes a reduction in the heat transfer rate due to the decrease in the bed-tube heat transfer coefficient, as expected.

Fig. 3 shows that, for two tested configurations, the real heat transfer rate equaled the desired heat transfer rate. Tested situations shown below the line  $\dot{Q}_r = \dot{Q}_d$  represent heat exchangers without enough heat transfer area. Situations above this line represent heat transfer areas bigger than needed.

Fig. 4 shows the influence of the particle diameter on the heat transfer area with a fixed heat duty. The heat transfer coefficient decreases with an increase in solid particle diameter and the heat transfer area exhibits the opposite trend. This qualitative trend is in agreement with the reported findings in the literature (Grewal and Saxena, 1980). The decrease in  $h_b$  with an increase in particle diameter is explained as predominantly due to an increase in the average gas conduction paths between the heat transfer tube and the first row of particles and between particles.

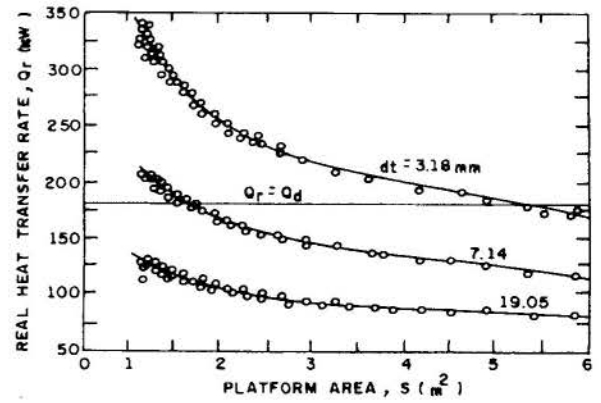


Figure 3 - Heat transfer rate in function of tube diameter and platform area

The increase in the gas conduction path increase the resistance to heat flow. Further, the particle surface area per unit volume of the bed is larger for small particles and therefore small particles are more efficient in exchanging heat with the surface.

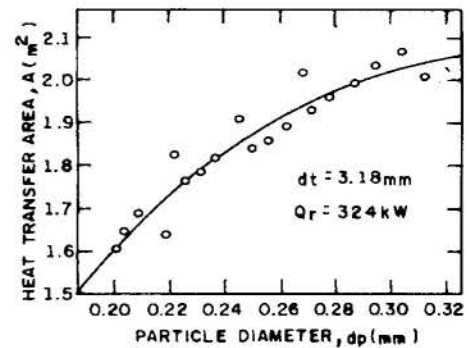


Figure 4 - Heat transfer area in function of particle diameter

Table 2 shows the values obtained for 15 possible configurations for the typical case studied.

The configurations number 14 and 15 are related to pneumatic transport situations and can't be used in shallow fluidized beds. Configurations number 6 and 7 show good results but the gas velocity used was very close to the minimum fluidization velocity, what is not safe to fluidization maintenance. Configuration number 12 has the same advantages of numbers 6 and 7 and provides a safer fluidization condition but the pressure drop is bigger than the others. Configurations 1 and 2 shows the smaller pressure drop and good results too. The others configurations differ in one or more design parameters so, the final chosen configuration is mostly a function of tube costs, pump power required, installation costs, construction and maintenance.

## CONCLUSIONS

This work proposes a methodology for the optimized thermohydraulic design of a heat recovery system with shallow gas-solid fluidized bed. The thermal design of a typical case was analyzed and the possible configurations were discussed. The program developed with this design method presented good performance and showed the influence of the tested parameters conform to the literature.

Table 2 - Potential Solutions for the Shallow Fluidized Bed Heat Exchanger

Nº	n <sub>i</sub>	L <sub>i</sub> [m]	W [W]	$\frac{Q_r - Q_d}{Q_d}$ (%)	C [m]	B [m]	L <sub>b</sub> [m]	d <sub>i</sub> [mm]	S [m <sup>2</sup> ]	A [m <sup>2</sup> ]	$\frac{u_o}{u_{mf}}$	No	Nsp	P [m]
1	23	111.39	96.38	-9.43	4.84	0.81	0.06	4.76	3.91	1.67	1.50	4	767	0.077
2	24	112.54	96.38	-7.76	4.69	0.78	0.06	4.76	3.67	1.68	1.60	1	3069	0.037
3	27	130.76	177.68	-0.36	4.84	0.81	0.10	3.97	3.91	1.63	1.50	1	3069	0.038
4	35	169.51	158.84	9.87	4.84	0.81	0.09	3.18	3.91	1.69	1.50	4	767	0.077
5	20	73.57	296.29	-9.55	3.68	0.61	0.16	7.14	2.25	1.65	2.59	4	767	0.077
6	29	172.01	170.98	-6.03	5.93	0.99	0.09	3.18	5.86	1.71	0.99	3	1023	0.066
7	27	160.15	191.39	-3.65	5.93	0.99	0.10	3.18	5.84	1.59	0.99	1	3069	0.038
8	23	73.99	164.40	-0.35	3.22	0.54	0.09	7.14	1.72	1.65	3.39	1	3069	0.038
9	31	167.85	157.37	1.76	5.42	0.90	0.09	3.18	4.88	1.67	1.19	2	1534	0.054
10	25	76.07	157.59	2.99	3.04	0.50	0.09	7.14	1.54	1.70	3.79	3	1023	0.066
11	22	68.78	373.76	4.41	3.13	0.52	0.21	7.14	1.62	1.54	3.59	4	767	0.077
12	22	66.94	394.17	7.57	3.04	0.50	0.22	7.14	1.54	1.50	3.79	4	767	0.074
13	22	65.25	373.76	10.64	2.97	0.49	0.21	7.14	1.46	1.46	3.99	2	1534	0.053
14	15	46.26	189.73	-11.00	3.08	0.51	0.10	7.14	1.58	1.03	66.55	2	1534	0.053
15	15	45.65	188.58	-10.80	3.04	0.50	0.10	7.14	1.54	1.02	68.35	4	767	0.074

**ACKNOWLEDGEMENTS**

The authors want to acknowledge FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), process 97/12684-7, for financially supporting this work.

**BIBLIOGRAPHY**

Aihara, T., Maruyama, S., Tanaka, K. and Yamaguchi, J., 1993, "Heat Transfer and Fluidization Characteristics of a High-Temperature Shallow Fluidized Bed", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 6, pp. 282-291.

Andeen, B.R. and Glicksman, L.R., 1976, "Heat Transfer to Horizontal Tubes in Shallow Fluidized Beds", *ASME-AIChE Heat Transfer Conference*, ASME paper 76-HT-67, Missouri, USA.

Basu, S. P., Shah, B. and Talwalker, A., 1978, "Fluidization Correlation for Coal Gasification Materials - Minimum Fluidization Velocity and Fluidized Bed Expansion Ratio", *AIChE Symp. Ser.*, Vol. 74, n. 176, pp. 176-186.

Botterill, J.S.M., 1986, "Fluid Bed Heat Transfer", *Gas Fluidization Technology*, Jon Wiley, Chichester.

Brookes, G. and Reay, D. A., 1982, "Comparative Merits of Heat Recovery Equipment", *Heat Recovery Systems*, Vol. 2, n. 1, pp. 31-36.

Elliott, D.E. and Holme, B.G., 1976, "Fluidized Bed Heat Exchangers", *Institute of Chemical Engineers*, U.K.

Elliott, D. E., Healey, E. M. and Roberts, A. G., 1971, *Proc. Conf. Inst. of Fuel and l'Inst. des Combustibles et de l'Energie*, Paris.

Grewal, N. S. and Saxena, S. C., 1980, "Heat Transfer Between a Horizontal Tube and a Gas-Solid Fluidized Bed", *Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 23, pp. 1505-1519.

Howard, J. R., 1989, "Fluidized Bed Technology - Principles and Applications", Adam Hilger, Bristol and New York, England.

Molerus, O., Burschka, A. and Dietz, S., 1995, "Particle Migration At Solid Surfaces And Heat Transfer In Bubbling Fluidized Beds - II. Prediction Of Heat Transfer In Bubbling Fluidized Beds", *Chemical Engineering Science*, Vol. 50, n. 5, pp. 879-885.

Pécora, A. A. B. and Goldshtein, L., 1987, "Recuperação De Calor De Sólidos Particulados", *I Simpósio Brasileiro De Transferência De Calor E Massa*, Unicamp.

Tardin Jr, P. R., Goldstein Jr, L. and Casavechia, L. C., 1997, "An Investigation On Heat Transfer In An Industrial Fluidized Bed Heat Exchanger", *Cobem-97*, Bauru, SP.

Vedamurthy, V. N., Janakirajan, T., Natarajan, S. and Sarathy, C. P., 1990, "Optimization Of The Controlling Design Parameters Of Fluidized Bed Gas-Solid Heat Exchangers", *Mathematical Computing Modelling*, Vol. 14, pp. 832-836.

Virr, M.J. and Willians, H.W., 1985, "Heat Recovery By Shallow Fluidized Beds", *Cep*, pp. 50-56.

Zabrodsky, S.S, Antonishin, N. V. and Pamas, A. L., 1976, "On Fluidized Bed-To-Surface Heat Transfer", *Canadian Journal Of Chemical Engineering*, Vol. 54, pp. 52-58.

**NOMENCLATURE**

- A - heat transfer area [m<sup>2</sup>].
- A<sub>i</sub> - plenum entrance orifice area [m<sup>2</sup>].
- B - bed width [m].
- c<sub>p</sub> - specific heat [J/kg K].
- C - length of the heat recovery [m].
- Cd - coefficient of discharge.
- De - equivalent diameter [m].
- d - diameter [m].
- d<sub>a</sub> - plenum entrance orifice diameter [m].
- d<sub>int</sub> - internal diameter of the stand pipe [m].
- d<sub>p</sub> - particle diameter [m].
- DMLT - log-mean temperature difference [°C].
- f - correction factor due to the tube pitch.
- g - gravity acceleration [m/s<sup>2</sup>].
- h - heat transfer coefficient [W/m<sup>2</sup> °C].
- H - distance between the orifices and the pipe's head [m].
- H<sub>sp</sub> - stand pipes height [m].
- k - thermal conductivity [W/m K].
- l - length of the stage [m].
- L - height [m].
- L<sub>i</sub> - total length of the immersed tube [m].
- m - mass rate [kg/s].

- n<sub>i</sub> - number of immersed tubes in the bed.
- N - number of stages.
- Nsp - number of stand pipes by platform area [1/m<sup>2</sup>].
- Nsp<sub>t</sub> - total number of stand pipes.
- No - number of orifices per stand pipe.
- p - pitch among the tubes (horizontal and vertical) [m].
- P - pitch among the stand pipes [m].
- q̇ - heat transfer rate by stage [W].
- Q̇ - heat transfer rate [W].
- R<sub>wall</sub> - conduction resistance [m<sup>2</sup> °C/W].
- R<sub>f</sub> - fouling factor [m<sup>2</sup> °C/W].
- S - bed platform area [m<sup>2</sup>].
- t - wall thickness of the stand pipe [m].
- T - temperature [°C].
- T' - intermediary gas-solid temperature [°C].
- T<sub>n</sub> - bed temperature at the stage n [°C].
- u - velocity [m/s].
- u<sub>o</sub> - gas superficial velocity [m/s].
- U - overall heat transfer coefficient [W/m<sup>2</sup> °C].
- V - flow rate [m<sup>3</sup>/s].
- W - power required for gas pumping [W].

- φ - particle esfericity
- ε - bed porosity..
- μ - dynamic viscosity [kg/m s].
- ΔP - pressure droop [N/m<sup>2</sup>].
- ΔP<sub>disp</sub> - available pressure droop [N/m<sup>2</sup>].
- ΔP<sub>r</sub> - orifice pressure droop [N/m<sup>2</sup>].
- σ - Stefan-Boltzmann constant.

**Subscripts**

- i - inlet conditions..
- o - outlet conditions.
- or - orifice.
- b - bed.
- d - desired conditions
- g - gas.
- j - orifice outlet.
- max - maximum.
- mf - minimum fluidization .
- n - number of stages.
- p - distributor plate.
- r - real conditions.
- rad - radiation.
- s - solid.
- t - tube.

**Greek symbols**

- ρ - density [kg/m<sup>3</sup>].
- ε - emittance.

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE EXTRAÇÃO DE ÓLEO VEGETAL EM LEITO CONTÍNUO

Krioukov V.G., Luis G. Moreira, Gilmar Veloso, Gilberto Thomas

UNIJUÍ - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul  
Programa de Pós Graduação em Modelagem Matemática  
C.P. 560, CEP 98.700-000, Ijuí - RS - Brasil

### RESUMO

*No trabalho apresenta-se o modelo matemático de extração de óleo vegetal em leito contínuo. O modelo considera: percolação da miscela através do leito; difusão do óleo pela miscela; transferência do óleo da fase poro à fase "bulk"; passagem do óleo entre as fases poro e sólido. O modelo desenvolvido para leito móvel contínuo espelha os processos principais em extrator industrial do tipo "De Smet". Apresenta-se alguns resultados numéricos.*

### INTRODUÇÃO

No Brasil um dos setores importantes da indústria brasileira de alimentos é a produção de óleo vegetal de sementes (soja, arroz, girassol...). Para a extração do mesmo são utilizados dois tipos de equipamentos: contínuos e descontínuos. Atualmente, na indústria brasileira, usam-se instalações contínuas, predominantemente do tipo "Rotocell" e "De Smet". Nestas realizam-se várias operações: preparação da matéria prima, operações de transporte, extração do óleo, evaporação do hexano contido na miscela, etc.

Uma das operações mais importantes e complexas é a extração do óleo (Fig.1), que inclui o movimento em meio poroso e o enriquecimento do hexano, a transferência do óleo da fase poro à miscela, a passagem do óleo da parte sólida da matéria prima para os poros da mesma, etc. Para determinar as características dos extractores, a modelagem matemática praticamente não é usada. Habitualmente, usam-se dados e gráficos baseados em levantamentos empíricos (Hugot, 1977 e Karnofsky, 1986) que condiciona gastos consideráveis para projeção, melhoramento e funcionamento destas instalações. Por isso, a modelagem matemática torna-se necessária para projetar os extractores com maior confiança e determinar os regimes ótimos de funcionamento. Recentemente Majumdar et al (1995) elaboraram o modelo da extração em leito fixo e realizaram as simulações numéricas. Apesar deste tipo de equipamento já não ser utilizado, este modelo é importante para determinar as características do processo de extração e as propriedades da matéria prima. Usando os seus resultados no presente trabalho desenvolve-se um modelo matemático de extração do óleo em leito móvel (contínuo).

### DESCRIÇÃO DOS PROCESSOS

Antes de considerar os processos em leito contínuo descrevemos as propriedades da matéria prima, da miscela na fase poro e da extração do óleo em leito fixo.

A matéria prima é uma massa especialmente preparada de sementes para facilitar a extração. Ela consiste de partículas (com tamanhos menores do que as sementes) e dois tipos de porosidade:

- externa (os espaços entre as partículas);
- interna (os espaços que existem dentro da partícula, as quais podem ser preenchidas por óleo ou por miscela).

A miscela (as vezes chamada a fase "bulk") é uma mistura líquida entre o hexano e óleo. No início da "lavagem" a miscela inclui somente o hexano (que tem a propriedade de extrair óleo da matéria prima) e depois da "lavagem" alguma parte da miscela é ocupada por óleo.

A fase poro é a mistura líquida que penetrou dentro da partícula (nos poros internos); ela tem uma concentração de óleo mais alta do que a fase "bulk".

O leito fixo (Fig. 1), é imaginado como uma coluna vertical, onde a matéria prima fica depositada, na qual a miscela inicial entra no topo. Depois, por percolação ela vai para baixo através dos espaços existentes entre as partículas da matéria prima e capta o óleo das mesmas. A mistura enriquecida, sai na parte inferior do leito. Durante de extração ocorre a difusão oposto ao deslocamento, dentro da fase "bulk".

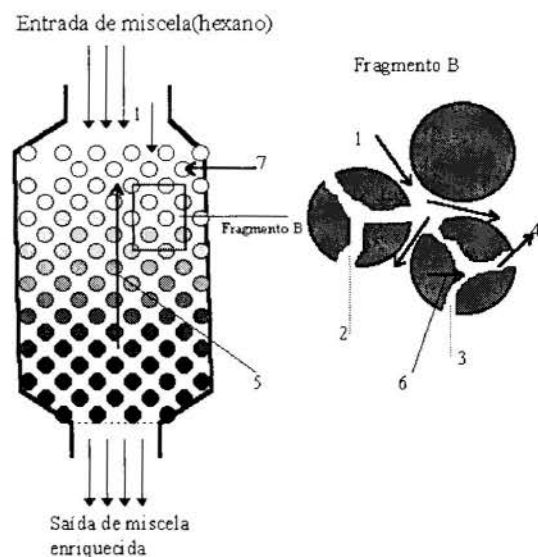


Figura 1 - Esquema principal de processos em leito fixo.

- 1 - Miscela (fase "bulk"); 2; 4 - Fragmento da miscela e difusão do óleo da fase poro; 3 - Fase poro; 5 - Difusão do óleo pela fase "bulk"; 6 - Fase sólida da matéria prima e passagem do óleo à fase poro; 7 - Partícula da matéria prima.



Cada partícula além de fase poro, possui uma fase sólida que contém certa quantidade do óleo. Na diminuição de sua concentração na fase poro o óleo sai da fase sólido. A diferença do leito fixo do leito contínuo é que neste tanto a miscela como a matéria prima se movimentam.

Um exemplo típico da extração em leito móvel é o extrator "De Smet" (fig. 2), que é composto por um corpo horizontal, em forma de vagão ferroviário, onde uma correia transportadora com tela de aço perfurado desloca-se lentamente. Na moega de alimentação, a matéria prima, já recebe o primeiro banho de miscela concentrada, para assentar. A seguir, na medida que avança, a massa recebe banhos através das bombas, cada vez com miscela menos concentrada, até receber hexano puro (último banho). Antes de chegar ao ponto de descarga, a matéria prima sofre um tempo de escorrimento. Neste trabalho é desenvolvido o modelo de extração de óleo vegetal para um fragmento principal (Fig. 3) do extrator "De Smet".

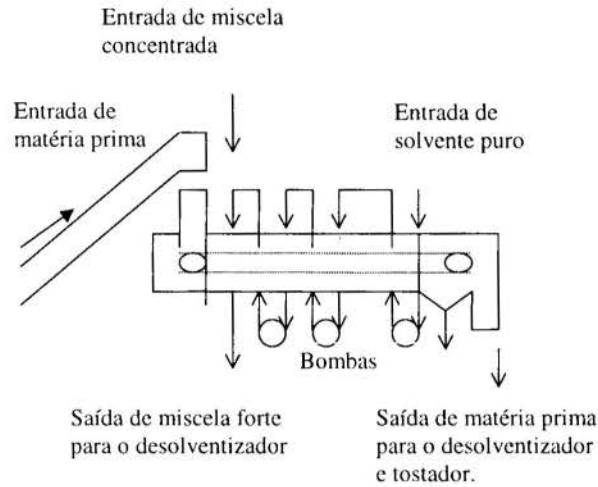


Figura 2 - Esquema da extração em equipamento "De Smet"

**ESQUEMA FÍSICO**

Neste fragmento, a miscela (com velocidade  $V(m/s)$  e concentração de óleo  $C_{en}$ ) sob força da gravidade move-se de cima para baixo. A matéria prima (velocidade  $u(m/s)$ , concentração  $C_{en}^p$ ) move-se sob a ação do transportador cruzando com fluxo de miscela. A extração do óleo em miscela ocorre em campo de suas interações. As velocidades  $u$  e  $V$  são constantes durante todo o processo, mas as grandezas  $C$ ,  $C^p$  são funções das coordenadas  $x$  e  $z$  e do tempo (até o momento de alcançar o estado estacionário).

O esquema físico do leito móvel utilizando o esquema proposto por Majumdar et al (1995), considera os seguintes fenômenos em sua interligação:

- o regime transiente do funcionamento;
- a transferência de óleo da fase poro para fase "bulk" devido a diferença de concentrações;
- transferência do óleo por difusão, em todo o campo de extração, no sentido oposto ao fluxo da miscela;
- passagem do óleo entre as fases sólido e poro;
- o movimento da miscela com velocidade  $V$ ;
- o movimento da matéria prima (com velocidade  $u$ );

São assumidas as seguintes hipóteses simplificadoras: o óleo é considerado um componente simples, e a parede celular foi totalmente rompida; a porosidade externa da matéria prima é constante e uniforme; a porosidade de uma partícula é constante e

uniforme; a temperatura em todo campo é constante e uniforme; no processo de extração não é gerado calor de mistura; existe relação de equilíbrio entre as fases poro e sólido; a difusão entre o óleo e hexano determina-se por processos moleculares e não depende das velocidades da matéria-prima e da miscela.

**MODELO MATEMÁTICO**

Entre os conceitos conhecidos amplamente, o modelo aplica os seguintes conceitos específicos:

- $\epsilon_p$  - porosidade interna da matéria prima onde está a fase poro;
- $\epsilon_b$  - porosidade da matéria prima (espaços ocupados pela fase "bulk");
- $a_p$  - área de contato entre a fase poro e fase "bulk" em unidade de volume da matéria prima (1/m);
- $d_p$  - diâmetro condicional das partículas da matéria prima (m).

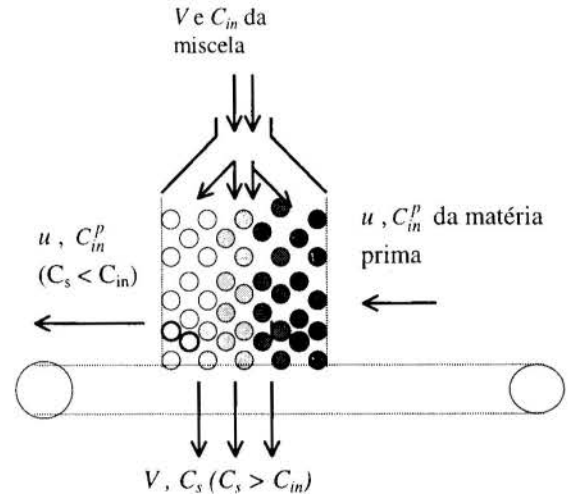


Figura 3 - Fragmento da extração de óleo em campo dos fluxos cruzados.

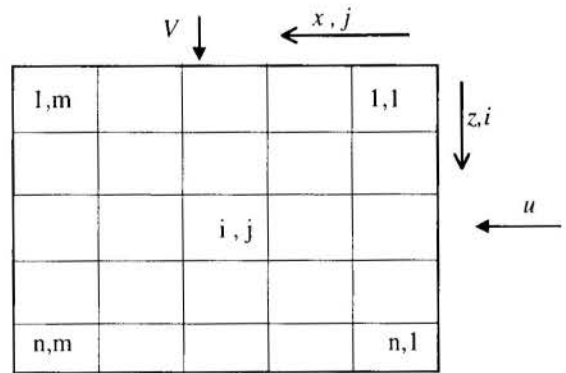


Figura 4 - Esquema de divisão do campo de extração

Determinamos o campo de extração como o retângulo com altura  $L$  (m), na direção  $z$  e largura  $H$  (m), na direção  $x$ . Dividimos este campo uniformemente em elementos  $(i,j)$  de acordo com a Fig. 4, onde  $i = 1...n$  e  $j = 1...m$ . Então cada elemento possui área  $\Delta x \Delta z$  onde:

$$\Delta x = \frac{H}{m} \quad \text{e} \quad \Delta z = \frac{L}{n} \tag{1}$$

Para o elemento (i,j) do campo podemos escrever a correlação inicial para a concentração do óleo na miscela,  $C_{i,j}$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_b \Delta x \Delta z \frac{(C_{i,j}^{\tau+\Delta\tau} - C_{i,j}^{\tau})}{\Delta\tau} &= \varepsilon_b \Delta x \Delta z V (C_{i-1,j} - C_{i,j}) \\ + D_{AB} \Delta x \frac{(C_{i-1,j} - C_{i,j})}{\Delta z} \varepsilon_b - D_{AB} \Delta x \frac{(C_{i,j} - C_{i+1,j})}{\Delta z} \varepsilon_b \\ D_{AB} \Delta z \frac{(C_{i,j-1} - C_{i,j})}{\Delta x} \varepsilon_b - D_{AB} \Delta z \frac{(C_{i,j} - C_{i,j+1})}{\Delta x} \varepsilon_b \\ + (1 - \varepsilon_b) \Delta x \Delta z K_f a_p (C_{i,j}^p - C_{i,j}) \end{aligned} \quad (2)$$

Os termos numerados da equação (2) têm as seguintes significações: 1 - alteração da concentração  $C$  dentro da camada durante o tempo  $\Delta\tau$ ; 2 - alteração da concentração  $C$  por causa do movimento da fase miscela; 3,4,5 e 6 - termos que refletem a difusão do óleo pela miscela; 7 - termo que espelha a transferência de óleo da fase poro para a fase "bulk".

Simplificando(2) e realizando a passagem do limite, obtemos a equação da continuidade de óleo na fase "bulk":

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial \tau} &= -V \frac{\partial C}{\partial z} + D_{AB} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) + \\ &+ \frac{(1 - \varepsilon_b)}{\varepsilon_b} K_f a_p (C^p - C) \end{aligned} \quad (3)$$

onde  $D_{AB}$  é o coeficiente de difusão ( $m^2/s$ ),  $K_f$  é coeficiente de transferência de massa ( $m/s$ ) e  $\tau$  é o tempo ( $s$ ).

A equação inicial para a alteração da concentração da fase poro é o seguinte:

$$\begin{aligned} (1 - \varepsilon_b) \Delta x \Delta z \varepsilon_p \frac{(C_{i,j}^{p(\tau+\Delta\tau)} - C_{i,j}^{p(\tau)})}{\Delta\tau} &= -(1 - \varepsilon_b)(1 - \varepsilon_p) \\ \times \frac{(N_{i,j}^{(\tau+\Delta\tau)} - N_{i,j})}{\Delta\tau} - K_f a_p \Delta x \Delta z (1 - \varepsilon_b) (C_{i,j}^p - C_{i,j}) &+ \\ + u \Delta z C_{i,j-1}^p (1 - \varepsilon_b) \varepsilon_p - u \Delta z C_{i,j}^p (1 - \varepsilon_b) \varepsilon_p \end{aligned} \quad (4)$$

Os termos numerados da equação (4) têm as seguintes significações: 1 - alteração da concentração  $C^p$  durante o tempo  $\Delta\tau$ ; 2 - alteração da concentração do óleo na fase sólida ( $N$ ) durante todo o  $\Delta\tau$ ; 3 - diminuição de  $C^p$  por causa da transferência de óleo da fase poro à fase miscela; 4,5 - alteração da concentração  $C^p$  por causa do movimento da matéria prima.

Depois das transformações simplificadas e considerando a correlação de equilíbrio entre as concentrações  $C^p$  e  $N$ :

$$\frac{dN}{dC^p} = E_d \quad (5)$$

onde  $E_d$  é o coeficiente de equilíbrio que é determinado experimentalmente, obtemos esta equação na forma diferencial:

$$\frac{\partial C^p}{\partial \tau} = - \frac{K_f a_p (C^p - C)}{\varepsilon_p \left[ 1 - \frac{1 - \varepsilon_p}{\varepsilon_p} E_d \right]} - \frac{u \frac{\partial C^p}{\partial x}}{\left[ 1 - \frac{1 - \varepsilon_p}{\varepsilon_p} E_d \right]} \quad (6)$$

Aceitamos para este problema que no início o campo preenchido de miscela  $C_{in}$  e matéria prima com  $C_{in}^p$  uniformes. Também consideramos que na entrada a matéria prima (fig. 4) possui a  $C_{en}^p$  uniforme e constante e que a miscela na entrada  $C_{en}$  também é uniforme e constante; admitimos que durante o processo de extração:

- na saída ( $z=L$ ) a concentração  $C$  não se altera pela coordenada  $z$ ;
- nas linhas de entrada e da saída da matéria prima ( $x=0$ ,  $x=H$ ) a concentração  $C$  não se altera pela variável  $x$ . Neste caso são facilmente determinada as condições iniciais e de contorno:

$$C = C_{in} \quad \text{para } \tau = 0 \quad ; \quad 0 \leq x \leq H; \quad 0 \leq z \leq L$$

$$C^p = C_{in}^p \quad \text{para } \tau = 0 \quad ; \quad 0 \leq x \leq H; \quad 0 \leq z \leq L$$

$$C = C_{en} \quad \text{para } 0 \leq \tau \leq \tau_f; \quad z = 0; \quad 0 \leq x \leq H$$

$$C^p = C_{en}^p \quad \text{para } 0 \leq \tau \leq \tau_f; \quad x = 0; \quad 0 \leq z \leq L$$

$$\frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad \text{para } 0 \leq \tau \leq \tau_f; \quad z = L; \quad 0 \leq x \leq H \quad (7)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad \text{para } 0 \leq \tau \leq \tau_f; \quad x = 0; \quad 0 \leq z \leq L$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad \text{para } 0 \leq \tau \leq \tau_f; \quad x = H; \quad 0 \leq z \leq L$$

No andamento da resolução do sistema das equações (3) e (6) com condições iniciais e contorno (7) é necessário determinar as dependências de  $C(x, z, \tau)$  e  $C^p(x, z, \tau)$ . Onde:

$$Pe_{in} = \frac{V d_p}{D_{AB}}; \quad Re = \frac{V d_p \rho}{\mu}; \quad Sc = \frac{\nu}{\rho D_{AB}} \quad (8)$$

A grandeza  $K_f$  é determinada pela fórmula:

$$K_f = \frac{Sh D_{AB}}{d_p} \quad (9)$$

O número  $Sh$  é calculado pelas expressões:

$$a) Sh = 2,4 Re^{0,34} Sc^{0,42} \quad \text{em } 0,08 < Re < 0,125 \quad (10)$$

$$b) Sh = 0,442 Re^{0,69} Sc^{0,42} \quad \text{em } 0,125 < Re < 5000$$

onde:  $\rho$  - densidade mássica da miscela;  $\mu$  - viscosidade da fase "bulk";  $in$  - índice do valor inicial;  $f$  - índice do valor final.

O algoritmo de resolução deste sistema (3) e (6) das equações diferenciais parciais está baseado no método das linhas

(Lambert, J.D., 1993). De acordo com este método as equações (3) e (6) discretizam-se pelas variáveis espaciais  $x$  e  $z$ , conservando as derivadas temporais. Então para cada elemento interno ( $i, j$ ) obtemos as equações diferenciais ordinárias:

$$\frac{dC_{i,j}}{d\tau} = \frac{V}{\Delta z} (C_{i-1,j} - C_{i,j}) + \frac{D_{AB}}{\Delta z^2} (C_{i-1,j} - 2C_{i,j} + C_{i+1,j}) + \frac{D_{AB}}{\Delta x^2} (C_{i,j-1} - 2C_{i,j} + C_{i,j+1}) + \frac{(1-\varepsilon_b)}{\varepsilon_b} K_f a_p (C_{i,j}^p - C_{i,j}) \quad (11)$$

$$\frac{\partial C_{i,j}^p}{\partial \tau} = - \frac{K_f a_p (C_{i,j}^p - C_{i,j})}{\varepsilon_p \left[ 1 - \frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} E_d \right]} - \frac{u (C_{i,j-1}^p - C_{i,j}^p)}{\left[ 1 - \frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} E_d \right]} \quad (12)$$

Para os elementos de fronteira temos as equações distintas das correlações (11) e (12), pois é necessário considerar as condições de contorno. Por exemplo para o grupo dos elementos ( $i=1, j=2 \dots m-1$ ), temos:

$$\frac{dC_{i,j}}{d\tau} = \frac{V}{\Delta z} (C_{en} - C_{1,j}) + \frac{D_{AB}}{\Delta z^2} (C_{en} - 2C_{1,j} + C_{2,j}) + \frac{D_{AB}}{\Delta x^2} (C_{1,j-1} - 2C_{1,j} + C_{1,j+1}) + \frac{(1-\varepsilon_b)}{\varepsilon_b} K_f a_p (C_{1,j}^p - C_{1,j}) \quad (13)$$

$$\frac{\partial C_{1,j}^p}{\partial \tau} = - \frac{K_f a_p (C_{1,j}^p - C_{1,j})}{\varepsilon_p \left[ 1 - \frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} E_d \right]} - \frac{u (C_{1,j-1}^p - C_{1,j}^p)}{\left[ 1 - \frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} E_d \right]} \quad (14)$$

No presente trabalho para resolver o sistema dessas equações utiliza-se o método de Runge-Kutta.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

Utilizando o aplicativo desenvolvido (linguagem C++) foram realizadas simulações numéricas para as condições extraídas dos trabalhos (Majumdar, 1995 e Karnofsky, 1950) seguintes:

$$C_{en} = 0,1 \text{ e } C_{en}^p = 0,3; \text{ (entrada no campo)}$$

$$C_{in} = 0,1 \text{ e } C_{in}^p = 0,3 \text{ (dentro do campo);}$$

$$u = 3 \text{ mm/s; } H = 0,5 \text{ m; } L = 1 \text{ m.}; d_p = 0,005 \text{ (m);}$$

$$a_p = 34,28 \text{ (1/m); } E_d = 0,2032;$$

$$\varepsilon_b = 0,4; \varepsilon_p = 0,3; D_{AB} = 10^{-5} \text{ (m}^2\text{/s);}$$

$$\mu = 3,2 \times 10^{-2} \text{ (Kg/(m}\cdot\text{s)); } \rho = 800 \text{ (Kg/m}^3\text{).}$$

O campo da extração foi dividido em  $15 \times 20$  elementos que provoca transformação das equações (3), (6) em 600 equações diferenciais ordinárias. Nas fig (5a ... 5e) e (6a...6e) estão mostrados os estados dos campos de extrações  $C$  e  $C^p$  em vários momentos do tempo.

1 - O momento  $\tau=10$  s. No início os valores da concentração do óleo na miscela foram:  $C=10\%$  e  $C^p = 30\%$ , por todo o campo de extração. Por isso devido a grande diferença  $\Delta C=20\%$  nos primeiros momentos ocorre com intensidade considerável o processo de saída do óleo da fase poro à miscela e no momento  $\tau=10$  s temos praticamente por todo o campo de extração  $C \approx 15\%$  e  $C^p \approx 25\%$ . Mas também revelam perto das zonas da entrada da miscela e de matéria prima, os sinais de deformação do quadro uniforme.

2 - O momento  $\tau=30$  s. As concentrações  $C$  e  $C^p$  na parte maior do campo continua aproximar-se conseguindo os valores  $C \approx 18\%$  e  $C^p \approx 22\%$ . Mas aumentam-se a influência da entrada da matéria prima e da miscela. A concentração do óleo na miscela na região da sua entrada diminui-se até  $12\%$  e na região da entrada da matéria prima aumentam-se até  $20\%$ . A concentração do óleo na fase poro nestas regiões possui comportamento semelhante:  $C^p \approx 27\%$  (perto da zona de entrada da matéria prima) e  $C^p \approx 17\%$  (perto da zona de entrada de miscela).

3 - O momento  $\tau=50$  s. As áreas da uniformidade das concentrações,  $C$  e  $C^p$ , formadas por causa da diferença  $C^p - C_{in}$  diminui-se essencialmente deixando na região afastada das zonas de entradas. Nesta região a diferença entre  $C^p$  e  $C$  já praticamente invisível  $C^p \approx 20\%$  e  $C \approx 19\%$  (ou seja, existe o equilíbrio entre  $C^p$  e  $C$ ), ampliando-se as deformações do campo de extração condicionadas dos fluxos cruzados. Observamos que perto da entrada da miscela a concentração  $C$  conseguiu o valor  $C=12\%$  e fica praticamente com uniformidade. Mas a concentração  $C^p$  nesta zona já não é uniforme sendo no intervalo  $C^p \approx (16 \dots 25)\%$ . Na zona de entrada da matéria prima observamos a situação inversa:  $C^p \approx (25 \dots 28)\%$  (ou seja,  $C^p$  está uniforme) mas  $C$  situa-se em intervalo  $C = (13 \dots 23)\%$ .

4 - O momento  $\tau=90$  s. No campo de extração as distribuições das concentrações  $C$  e  $C^p$  estão próximas das distribuições estacionárias, mas no canto afastado das zonas de entrada ainda existe a pequena área da uniformidade  $C$  e  $C^p$ . As tendências nos limites das entradas observadas no momento 50 s esforçam-se a saber: na entrada da miscela temos  $C=11 \dots 13\%$ ;  $C^p=13 \dots 25\%$ ; na entrada da matéria prima  $C=13 \dots 25\%$  e  $C^p=25 \dots 30\%$ .

5 - O momento  $\tau=250$  s. O campo de extração já é estacionário. A área uniforme tinha sumido. A concentração  $C$  no campo pode ser caracterizada da seguinte maneira:

- o mínimo de  $C$  está no ponto de entrada da miscela que é o mais afastado do ponto de entrada da matéria prima.

- o máximo de  $C$  está no ponto contrário.

- a difusão pelo campo influi consideravelmente na distribuição de  $C$  (no caso contrário a  $C$  na zona de entrada tem o valor  $10\%$  mas não, é  $11\%$ ). A concentração  $C^p$  distribui-se pelo campo da mesma forma possuindo máximos e mínimos nos mesmos pontos. Observamos que na zona perto do ponto afastado das entradas, no ponto (0;20) praticamente existe equilíbrio entre  $C$  e  $C^p$  ( $\Delta C$  é pequeno), mas na zona perto do ponto (15;0) os processos de extração ocorrem intensivamente ( $\Delta C$  é grande).

Tempo 10 segundos

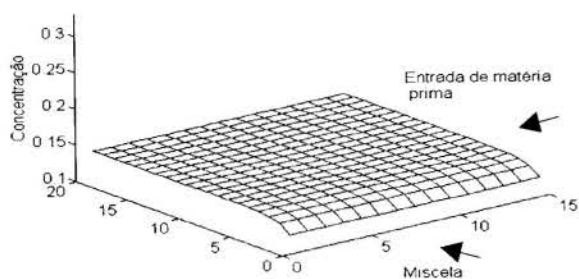


Figura 5a

Tempo 10 segundos

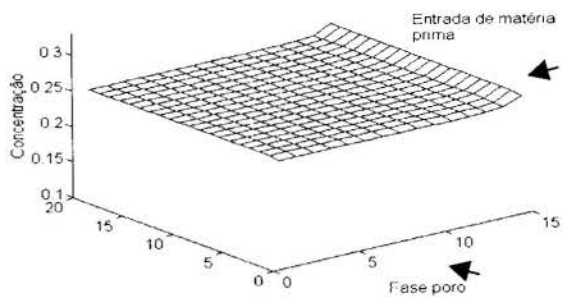


Figura 6a

Tempo 30 segundos

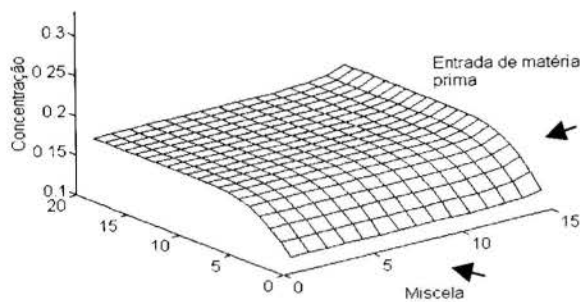


Figura 5b

Tempo 30 segundos

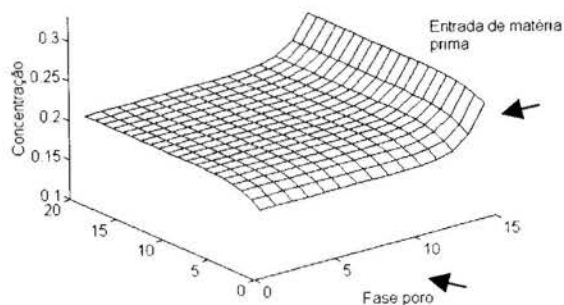


Figura 6b

Tempo 50 segundos

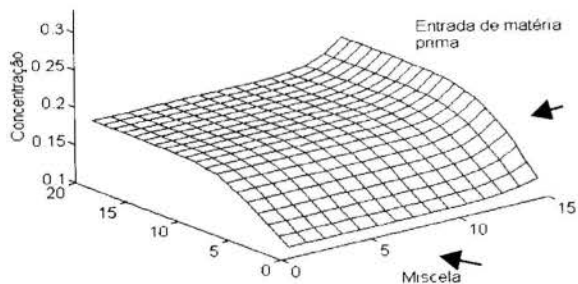


Figura 5c

Tempo 50 segundos

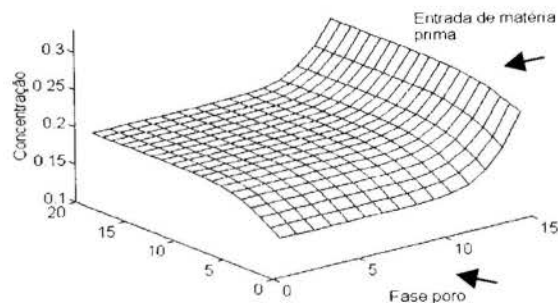


Figura 6c

Tempo 90 segundos

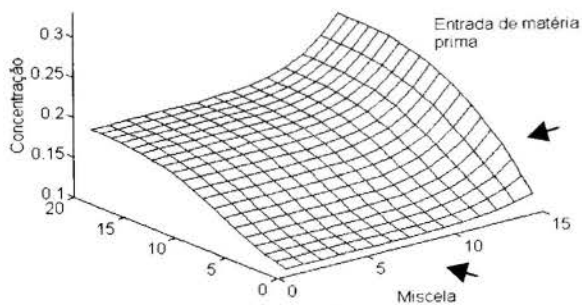


Figura 5d

Tempo 90 segundos

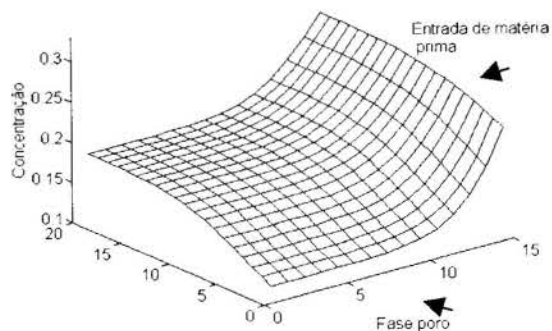


Figura 6d



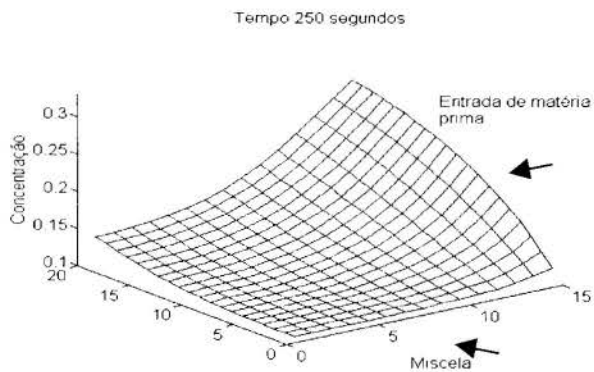


Figura 5c

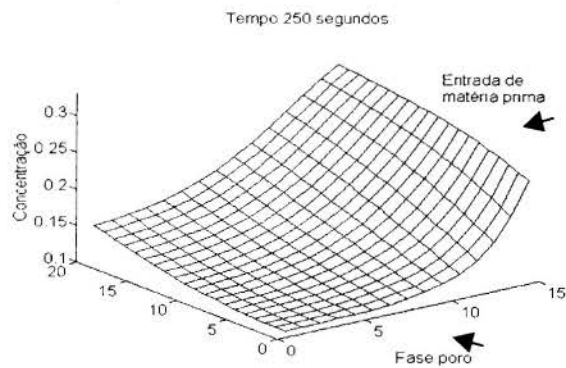


Figura 6c

## CONCLUSÃO

1. Foi desenvolvido o esquema físico e o modelo matemático dos processos de extração do óleo vegetal num fragmento principal do extrator do tipo "De Smet" (extração por esquema "cruzado").
2. Foi criado o algoritmo (utilizando o método de linhas) e aplicativo correspondente para: o leito contínuo.
3. Foram obtidos alguns resultados numéricos que não tem contradições com os fenômenos físico-químicos conhecidos e o aplicativo desenvolvido pode ser utilizado para prever as características da extração no regime transiente e permanente.
4. No trabalho presente foi realizado um passo principal para criação de um modelo matemático completo do processo de extração em instalação do tipo "De Smet" (fig.4).

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio do CNPq (Conselho Nacional da Pesquisa do Brasil) e FAPERGS (Fundação de Amparo a Pesquisa do Rio Grande do Sul).

## REFERÊNCIAS

- Hugot, E., 1977, "Manual da Engenharia Açucareira", Editora Mestre Jon, São Paulo, 1198 p.
- Karnofsky, G., 1986, "Design of Oilseed Extraction", *JAACS*, Vol. 63 n° 8, pp. 1011-1016.
- Karnofsky, G. & Coats, H.B., 1950, "Solvent Extraction II Soaking Theory of Extraction", *JAACS*, pp. 51-53.
- Lambert, J.D., 1993, "Numerical Methods for Ordinary Differential Systems", Editora John Wiley & Sons.
- Manjundar, G.C., Samanta, N. and Sengupta, S.P., 1995, "Modeling Solvent Extraction of Vegetable Oil in a Packed Bed", *JAACS*, Vol. 72 n° 9, pp. 971-979.
- Morçira, L.G., 1998, "Modelagem Matemática do Processo de Extração de Óleo Vegetal por Solvente, em Extrator de Leito Fixo", dissertação de mestrado, 83p.
- Sawistowski, W. and Smith, H., 1967, "Métodos de Cálculo en los Procesos de Transferência de Materia", Editora Alhomba S. A., Madrid, 466 p.

## ABSTRACT

In this work is presented mathematical model of vegetal oil extraction in packed bed and moving bed. The models consider

miscella percolation in bed; oil diffusion in miscella oil transfer of pore phase at "bulk" phase; oil transfer of solid at pore phase.

The moving bed model present the main processes in industrial extractor "De Smet". Numerical results are presented by the both, packed and moving beds.

## DESIGN OPTIMIZATION METHODOLOGY APPLIED TO A MIXER

Carlos F. Favaretto (\*), Michael Morgenroth (\*\*), Vilson C.S. Ferreira (\*)

(\*) LTMF - UFRGS, 90050-170 Porto Alegre, RS, Brazil, vferreir@vortex.ufrgs.br

(\*\*) Acres International Ltd., Niagara Falls, ON, Canada L2E 6W1, mmorgenroth@nf.acres.com

### SUMMARY

The inverse design problem is the optimization of the design geometry to obtain functional performance which depends on this geometry. This work presents an integrated, highly systematic and generally applicable approach to the inverse design problem. In numerical terms the problem is formulated as the multi-dimensional maximization of a target function. This target function is defined as the numerical result of a decision making matrix consisting of a set of criteria, their weighting factors and a mark obtained for each criteria. In this paper the developed methodology is applied to the design of a straight blade turbine mixer centrally placed inside a cylindrical mixing vessel.

### INTRODUCTION

Traditionally, design is governed exclusively by intuition, ingenuity and creativity of the engineer and therefore a good measure of arbitrariness and luck. This approach has yielded most of the ingenious and beneficial technical accomplishments to mankind and probably will continue to do so in the future. In no way shall this be belittled by the following praise and outline of a more methodological design approach nor shall it be denied that every design no matter how methodically conducted can only thrive on intuition, ingenuity and creativity.

However, it is desirable to work methodical wherever possible for the sake of

- transparency
- repeatability
- accountability

Seldom is a design problem posed in a straight forward manner, i.e. a geometry can be directly derived from the required functional behavior of the object. More likely it is posed as an inverted design problem where the functional behavior is dependent on the design geometry or more generally the choice of independent design variables, but the geometry can not be derived from the requirements. Further, no design of practical interest has to fulfill only a single requirement of its functional behavior and seldom are all requirements of equal importance. This type of problem is traditionally solved by trial and error, evolution and experience.

Designs that have to fulfill functional requirements and are related to fluid flow are particularly difficult because of the nonlinear behavior of the fluid mechanics equations.

Figure 1 shows the flow chart of an algorithm that was developed through strong inspiration by methods developed by Marshall et al., 1994. It tackles iteratively the task of optimizing the design.

### DESCRIPTION OF OPTIMIZATION METHOD

If the goodness of a design can be expressed in a single number then the problem of finding the best design can be reduced to the optimization of a target function,  $F$ , which depends on a number of independent design variables,  $n_v$ .

$$F = F(x_1, x_2, \dots, x_{n_v}) \quad (1)$$

The main task of the design optimization is to describe the formulation of a target function that takes account of the varied design requirements in a rigorous manner.

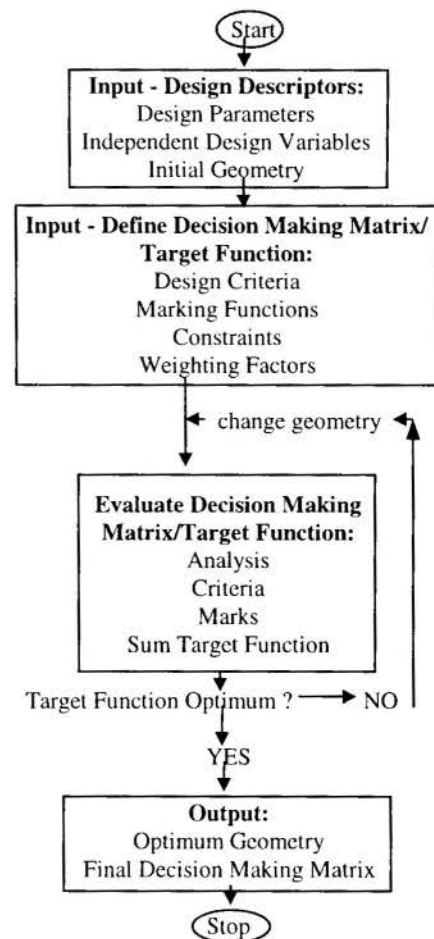


Figure 1 - Flow Chart for Design Optimization

**Definition of Design Descriptors.** The first step in formulating the design problem is to establish a complete set of design variables and fixed parameters, the design descriptors, which describe the pertinent features of all possible solutions to the problem. These may contain geometry, material, color, etc. Given the multitude of possible descriptors one must exercise restraint in only selecting those which significantly determine the function, e.g. where color may be a significant variable in determining the functional behavior of a solar collector it is probably less the case for a tool machine.

Further, since only the design variables determine the dimension of the optimization problem, and therefore its complexity, it is advisable to make as many descriptors into parameters as possible based on previous experience or simple analysis of the physics involved in the design.

**Criteria and Constraints.** The next step is to identify the criteria and constraints for the design, e.g. cost, safety, velocity, stress, efficiency, etc.

The criteria are the standards of judgment for the goodness of the design and must be phrased in a numerical fashion. They will determine which features of the design will be rewarded and which will be penalized. Not enough care can be taken with their selection, marking and weighting.

Constraints limit the possible design solution to a subset of the  $n_v$ -dimensional solution space.

**Target Function.** The target function is the combination of all the criteria established. Its evaluation can be seen as a weighted averaging process.

To evaluate the target function the marking functions as well as the weight factors of each criterion with respect to the others must be known. The value of the target function is a single number that expresses the goodness of one particular selection of design variables in the light of the identified criteria and constraints.

The evaluation of each criterion may require a conventional analysis or analysis by computerized methods, such as Finite Element Analysis (FEA) for stresses and natural frequencies, Computational Fluid Mechanics (CFD) for flow patterns, pressure drop or efficiency or computer based expert systems. This analysis is integral part of the optimization to avoid any need for intermediate user interfacing.

**Optimization.** For optimization of a multidimensional constraint problem a number of algorithms are available from mathematical software libraries. The algorithms suitable for this application have to make due without the explicit evaluation of the function gradient because it is generally not known.

Initially, a Direction Set Method was selected for this work. This method consists of sequential one-dimensional (1D) optimization in all  $n_v$  directions of the solution space of the target function. These directions of 1D optimization are selected such as to gain the largest progress to the maximum for the specific shape of function to be optimized (PRESS et al., 1992, ch 10.5)

To get started the algorithm needs an initial guess of the geometry and a set of basis vectors for the solution space. These are selected as the  $n_v$  unit vectors if no better information about the principal directions of the target function exists. In some cases this algorithm was not able to proceed to the (known) maximum of a target function without an initial guess very close to the actual maximum.

Therefore, the optimization method was changed to a Downhill Simplex Method (Press et al., 1992, ch 10.4). This method needs not only a single starting guess (a  $n_v$ -dimensional vector), but  $n_v+1$  vertices, the corners of a  $n_v$ -dimensional simplex. This simplex is then reflected, stretched and contracted along the target function's topology to arrive at a maximum. This algorithm always proceeded robustly to the maximum of the target function regardless of the initial guess.

## GOVERNING EQUATIONS FOR MIXER

The design optimization was carried out for a single turbine mixer of the flat blade turbine type revolving inside a cylindrical

mixing tank. The geometry and nomenclature of this standard configuration is given in Figure 2.

This definition sketch serves to illustrate the geometrical design descriptors

- DT = tank diameter [m]
- DI = impeller diameter [m]
- NB = number of turbine blades [m]
- Q = height of turbine blades [m]
- HI = height of impeller in tank [m]
- HL = height of liquid in tank [m]

Further parameters describe the fluid type, in the simple case discussed in this work the density,  $\rho$ , and the kinematic viscosity,  $\nu$ , of a Newtonian fluid.

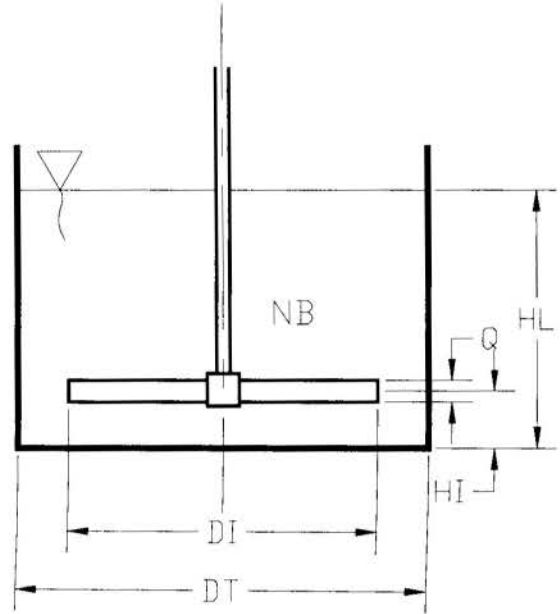


Figure 2 - Definition Sketch of Mixing Tank with Impeller

The first principal quantity of interest is the amount of power consumed by the mixing process. Dimensional analysis according to the Buckingham  $\pi$ -theorem (STERBACEK, 1965 or HOLLAND, 1966) yields a relationship between the non-dimensional numbers

- power number,  $N_p = \frac{P}{\rho \cdot N^3 \cdot DI^5}$  (2)

- Reynolds number,  $Re = \frac{N \cdot DI^2}{\nu}$  (3)

- Froude number,  $Fr = \frac{N^2 \cdot DI}{g}$  (4)

with

P = hydraulic power consumption [W]

N = speed of impeller rotation [rpm]

g = gravity acceleration [ $m/s^2$ ]

Generally, the power number depends on both the Froude and Reynolds numbers

$$N_p = N_p(Re, Fr)$$

(5)

where the dependency on Froude number is merely due to the effect of vortexing of the fluid in the container which makes the mixing less efficient. The Froude number dependency of power consumption can be eliminated by placing suitable baffle plates on or near the wall of the container. The design of suitable baffle plates is considered a secondary design problem which can be

solved independently of the principal design of the tank and impeller. Therefore, it shall not be subject to the further treatment of the design optimization and we obtain the relationship:

$$N_p = N_p(Re) \quad (6)$$

This function,  $N_p$  can be approximated by the product of a geometry dependent factor,  $C_1$ , and a normalized function,  $\phi$ .

$$N_p = C_1 \cdot \phi(Re) \quad (7)$$

The geometry factor,  $C_1$ , the value of the power function at  $Re = 1$ , is tabulated by Sterbacek and Tausk, 1965 and Holland and Chapman, 1966 for a multitude of experimental results dependent on the following geometric variables:

- relative impeller height,  $Q/DI$
- relative impeller diameter,  $DI/DT$
- relative impeller height in tank,  $HI/DT$
- relative liquid level in tank,  $HL/DT$
- number of impeller blades,  $NB$

In the optimization algorithm an interpolation of  $C_1$  at the

interpolation point  $\vec{x}_0$  in the 5D variable space was accomplished by a weighted average of all available data. The weighting factors were selected to reflect a decreasing importance of data further away from the interpolation point, i.e. inverse to

the distance squared between the point  $\vec{x}_0$  and this data point.

$$C_{10} = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n \frac{C_{1i}}{d_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i^2}} & \text{for } d_i \neq 0 \\ C_{1i} & \text{for } d_i = 0 \end{cases} \quad (8)$$

with

$$d_i = |\vec{x}_i - \vec{x}_0|$$

The general shape of the normalized power function,  $\phi$ , can be described by

$$\phi(Re) = \begin{cases} 1 \cdot Re^{-1} & \text{for } Re < 10 \\ 0.214 \cdot Re^{-0.331} & \text{for } 10 \leq Re < 100 \\ 0.040 \cdot Re^{0.036} & \text{for } 100 \leq Re < 1000 \\ 0.013 \cdot Re^{0.198} & \text{for } 1000 \leq Re < 10000 \\ 0.080 & \text{for } 10000 \leq Re \end{cases} \quad (9)$$

The second quantity that is important to know in the mixing process is the time required to obtain a mixed solution. Khang and Levenspiel, 1976 presents results for  $Re > 10000$  and determines the mixing time by observing the decay of the amplitude of concentration of a solution that is admixed into a tank.

Figure 3 shows the general shape of  $\phi$  as well as the mixing rate number,  $M_x$ .

- mixing rate number,

$$M_x = \frac{N}{K} \cdot \left( \frac{DI}{DT} \right)^{2.3} \quad (10)$$

with

$$K = \text{decay exponent [1/s]}$$

The decay exponent,  $K$ , describes the exponential decay over time of the concentration amplitude that a sensor measures if placed at a fixed location in the tank during progressive mixing.

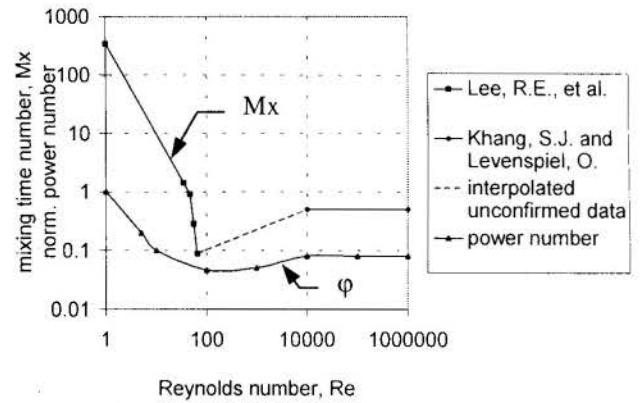


Figure 3 - Normalized Power Function and Mixing Rate Number for Flat Blade Turbine Mixer

It relates the time and remaining concentration fluctuation after addition of a substance of concentration 1 by

$$A = 2 \cdot e^{-K \cdot t_m} \quad (11)$$

with

$$A = \text{final value of fluctuation amplitude [-]}$$

$$t_m = \text{mixing time [s]}$$

Lee et al., 1957 used in their experimental investigations of mixing time a visual observation of dye dispersion. The Reynolds number range covered is  $Re < 65$ . To make the experimental results comparable to the ones by Khang and Levenspiel, 1976 the final amplitude,  $A$ , that is comparable to a completely mixed dye solution (by visual inspection) is considered to be 1%. This makes the equivalent decay exponent

$$K = \frac{-\ln(0.5\%)}{t_m} \quad (12)$$

and data from both publications can be plotted on the same scale as seen in Figure 3.

By interpolation between the known data the relationship of mixing time with the Reynolds number is given by

$$M_x(Re) = \begin{cases} 340 \cdot Re^{-1.54} & \text{for } Re < 46.5 \\ 4.34 \cdot 10^{11} \cdot Re^{-7.0} & \text{for } 46.5 \leq Re < 65 \\ 0.021 \cdot Re^{0.343} & \text{for } 65 \leq Re < 10000 \\ 0.5 & \text{for } 10000 \leq Re \end{cases} \quad (13)$$

## APPLICATION OF DESIGN OPTIMIZATION METHODOLOGY TO MIXER

**Two-Dimensional Design Problem.** The first application of the design methodology shall be the optimization of only impeller diameter,  $DI$ , and speed,  $N$ , for an otherwise fixed mixer configuration. This 2D design problem allows a graphical representation of the target function and therefore a check on the optimization algorithm.

The fixed parameters of a given container and fluid were selected to be

- tank diameter,  $DT = 0.1$  m
- number of mixer blades,  $NB = 6$
- impeller position,  $HI/DT = 0.33$
- impeller blade height,  $Q/DI = 0.25$
- liquid level,  $HL/DT = 1.0$
- fluid: water,  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $\nu = 1.0 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s



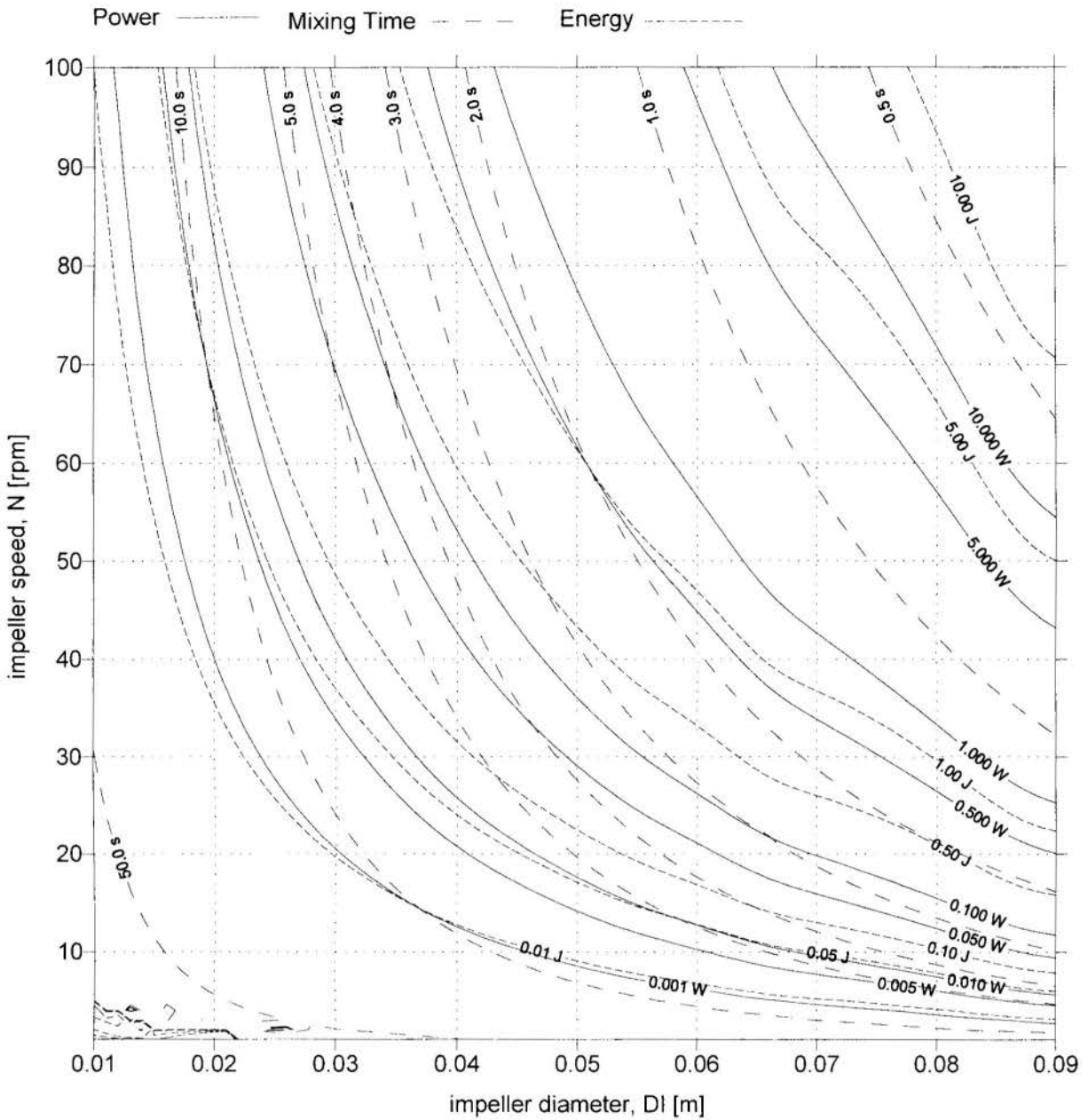


Figure 4 - Lines of Equal Power, Mixing Time and Energy Consumption in 2D Design Problem

Figure 4 shows the lines of equal power mixing time and energy consumption, in the 2D solution space that is bounded by the constraints on the mixer impeller to be between 10% and 90% of the tank diameter.

To define the target function the criteria were selected as

- mixing time to obtain a completely mixed solution
- energy,  $E$ , consumed during this time with

$$E = t_m \cdot P \quad (14)$$

For the marking scheme a scale of one to 10 was selected. The following marking functions,  $M_1$  and  $M_2$ , are designed to translate the values of the criteria into marks that reflect the desired behavior of the mixer. Clearly it is desirable to have both, short mixing time and low energy consumption. Therefore, both marking functions display a negative slope.

To mark the mixing time criterion it is assumed that the mixture consists of reactive components whose individual stability is such that only within the critical time  $t_0$  a reaction can take place and thereafter no benefit results from further mixing.

Therefore the marking function reaches the zero mark at  $t_0$  with no marks gained for longer mixing time.

$$M_1(t_m) = \begin{cases} 10 - \frac{10}{t_0} \cdot t_m & \text{for } t_m < t_0 \\ 0 & \text{for } t_m \geq t_0 \end{cases} \quad (15)$$

The energy consumption on the other hand yields ever lower marks with higher consumption asymptotically approaching zero while at very low energy levels, lower than  $E_0$ , the benefit of even lower energy consumption is insignificant and does not earn higher marks

$$M_2(E) = \begin{cases} 10 & \text{for } E < E_0 \\ 10 \cdot E_0 / E & \text{for } E \geq E_0 \end{cases} \quad (16)$$

Figure 5 shows the graph of the two marking function for

- critical time,  $t_0 = 5$  s
- energy threshold,  $E_0 = 5$  J

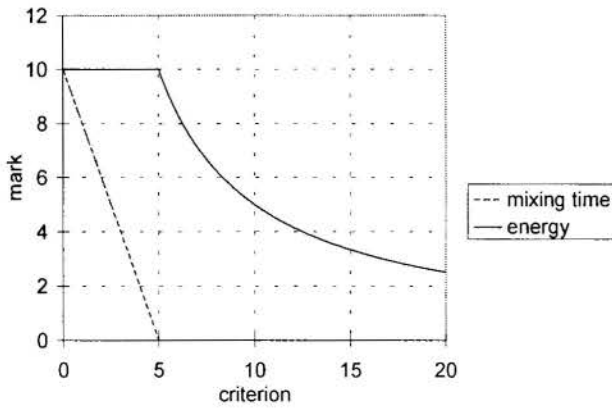


Figure 5 - Marking Functions,  $M_1$  and  $M_2$

The weighting factors,  $WF_1$  and  $WF_2$ , were in this example selected as unity for both criteria, expressing equal importance of mixing time and energy consumption.

The target function,  $F$ , is now defined as

$$F(DI, N) = \sum_{i=1}^{n_c} M_i \cdot WF_i \quad (17)$$

with

$n_c$  = number of criteria

Figure 6, displays the contour plot of the target function,  $F$ .

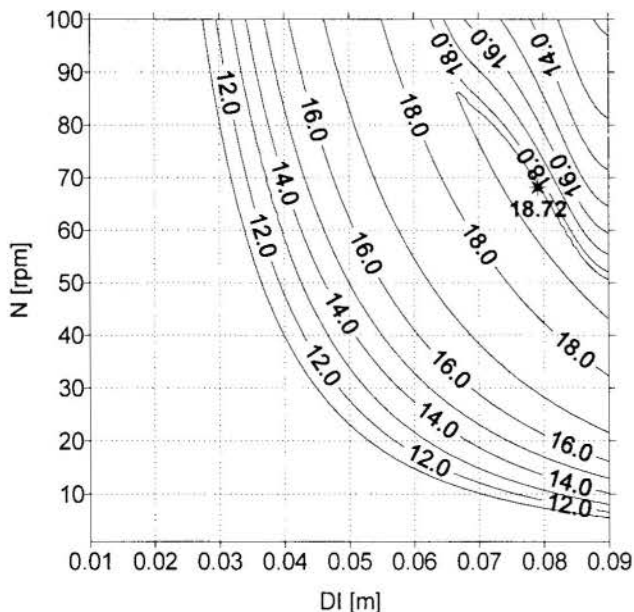


Figure 6 - Contour Plot of Target Function

It can be seen in Figure 6 that the unconstrained target function shows a maximum at

- $DI = 7.93$  cm
- $N = 67.6$  rpm

Depending on the required accuracy and the initial guess it takes different computational effort, i.e. number of evaluations of the target function, ITER. The existing maximum was reached regardless of the initial guess with only marginal influence on the computational effort. For an initial master vertex developed from the point 3.0 cm, 70.0 rpm the influence of the tolerance requirement for the incremental function value, FTOL, on the computational effort is summarized in Table 1.

	FTOL	ITER	DI [cm]	N [rpm]	F
unconstrained	1%	15	7.25	76.0	18.604
	0.1%	31	7.81	69.1	18.706
	0.01%	48	7.87	68.6	18.722
	0.001%	64	7.92	67.8	18.724
	$10^{-6}$	121	7.93	67.6	18.724
	$10^{-8}$	131	7.93	67.6	18.724
$P < 5$ W	0.01%	48	7.95	57.8	18.516
$P < 5$ W and $N > 60$ rpm	0.01%	67	7.80	60.3	18.515

It can be seen that the number of function evaluations increases significantly with an increase in the tolerance requirement. On the other hand, the return on the improvement in the value of the target function and the variables diminishes. A reasonable tolerance requirement was considered to be 0.01%.

Having solved the unconstrained design problem (unconstrained except for the geometry requirement of an impeller smaller than the tank diameter) we can proceed to ask the question what the best design according to our criteria is if the largest available drive can deliver a maximum of 5 W to the mixer. Table 1 also shows the results for the constrained cases. In the power constrained case we will find the best combination of diameter and speed at 7.95 cm and 57.8 rpm.

Additional constraints can be introduced. For example if the minimal drive speed due to transmission restrictions is 60 rpm we will find the best impeller diameter at 7.80 cm and 60.3 rpm

An observation in this context is that the presence of constraints also increases the computational effort significantly.

**Multi-Dimensional Design Problem.** Up to this point the real power of this methodology has not presented itself very well because we could have gained all the insight about optimum design without ever bothering to devise an optimization algorithm.

This notion will falter immediately when we enter the multi-dimensional solution space. Where are the hills and valleys of the target function topology in  $n_c$  dimensions? The tools of graphical representation of the target function will not have the power to solve this question for us.

So the further discussion shall treat the optimization of an open flat blade turbine mixer for a volume of water of 7.85398 liters (incidentally the same volume as in the 2D example to have a point of reference). The six relevant variables are then

- impeller diameter,  $DI$  [m]
- impeller speed,  $N$  [rpm]
- number of blades,  $NB$  [-]
- relative impeller height in container,  $HI/DT$  [-]
- relative impeller blade height,  $Q/DI$  [-]
- relative liquid height in container,  $HL/DT$  [-]

The impeller and tank diameter and the impeller speed influence directly the power, energy and mixing time criteria. The other variables only enter the power and energy criterion via the geometry factor  $C_1$ . This makes for a group of variables with strong and another group with weak influence on the target function. Therefore, we will tackle the problem cautiously with an intermediate step at the 3D design problem with  $DI$ ,  $N$  and  $DT$  as variables. Table 2 summarizes the optimization results.

Following the same strategy as outlined on the 2D problem, i.e. starting from an initial guess of 3.0 cm and 70 rpm at a relative liquid height of 1.0 we go through a sequence of tougher and tougher tolerance requirements to assure a stable target function maximum. As a second check we start the search for the maximum from this just found maximum and confirm it is there, at impeller diameter 8.94 cm, 58.7 rpm and a liquid level of 1.07. Further, the target function has a higher value than what we obtained in the 2D case, i.e. we found a better solution.

Table 1 - 2D Design Optimization

All this indicates that we could be satisfied and implement our optimized design.

Table 2 - 3D Design Optimization

	FTOL	ITER	DI [cm]	N [rpm]	HL/ DT	F
initial			3.00	70.0	1.00	
final	1%	26	8.52	58.7	1.07	18.871
initial			3.00	70.0	1.00	
final	0.01%	75	8.92	58.9	1.03	18.904
initial			3.00	70.0	1.00	
final	10 <sup>-6</sup>	145	8.94	58.9	1.02	18.905
initial			3.00	70.0	1.00	
final	10 <sup>-8</sup>	181	8.94	58.9	1.02	18.905
initial			8.94	58.9	1.02	
final	10 <sup>-6</sup>	131	8.94	58.9	1.02	18.905

However, thinking smarter we can also use the insight we gained on the 2D design and start the search from an initial vertex at the 2D optimum. Table 3 shows the sequence of using the found solution as the new initial vertex and progress in this manner to another stable maximum. All we can do at this point is note that the target function at this maximum at impeller diameter 7.27 cm, 107 rpm and a liquid level of 1.90 has a higher target function value than the previous found which makes that maximum only a local one.

Further quest into solution space starting from 500 rpm yields a maximum at 473 rpm which proves not to be stable by the restart from itself, but converges onto the previously found absolute maximum.

Table 3 - 3D Design Optimization

	FTOL	ITER	DI [cm]	N [rpm]	HL/ DT	F
initial			7.93	67.6	1.00	
final	10 <sup>-6</sup>	197	7.27	82.3	1.90	19.217
initial			7.27	82.3	1.90	
final	10 <sup>-6</sup>	130	7.27	107	1.90	19.397
initial			7.27	107	1.90	
final	10 <sup>-6</sup>	160	7.27	107	1.90	19.397
initial			3.00	500	1.00	
final	10 <sup>-6</sup>	157	2.43	473	1.90	18.307
initial			2.43	473	1.90	
final	10 <sup>-6</sup>	407	7.27	107	1.90	19.397

Having probed the solution space from various locations we conclude that the global maximum is probably at

- impeller diameter, DI = 7.27 cm
- impeller speed, N = 107 rpm
- relative liquid level, HL/DT = 1.90

However, we can not be absolutely sure about this since we do not have comprehensive knowledge about the topology of the target function in the 3D solution space. This means that the art of optimization in multi-dimensional solution space finds itself a bit probing in the dark and has to rely on good engineering judgment and a bit of luck.

This is even more the case now, that we introduce the remaining three variables and optimize the 6D design problem. Table 4 shows a sample solution output for the optimized design after having followed a strategy as described for the 3D optimization of increased tolerance refinement and restart on earlier found solutions.

The found 6D solution again improves the target function value slightly and therefore provides a better solution than the 3D solution.

## CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

In this work a design optimization algorithm was developed. With the use of numerical analysis tools criteria were evaluated and then summed up according to their individual value to the design, expressed in a marking function and weighting factor. The resulting target function, representing the goodness of the design according to the specified criteria, was then maximized using a simplex downhill optimization algorithm. This methodology was successfully applied to the design of an open straight blade turbine mixer centrally mounted in a cylindrical vessel. In this application no advanced numerical simulation was employed, but existing experimental results were interpolated to find values for the criteria of power, energy and mixing time. It certainly is an area of expansion of the algorithm to include numerical simulation, in particular Computational Fluid Dynamics (CFD) of the mixing process. Other expansions may include a variety of mixer types and a wider range of design variables.

Table 4 - 6D Design Optimization

	DI (m)	N(rpm)	NB	HI/DT	HL/DT	F
initial	.07260	107	3.00	.33	1.90	19.396
final	.07260	109.1	3.00	.2814	1.89	19.408
initial	.07260	107	3.00	.33	1.90	19.151
final	.06260	109.1	3.00	.2844	1.89	19.408
initial	.07260	109	3.00	.33	1.90	19.407
final	.07260	109.1	3.00	.2906	1.89	19.408
initial	.07260	107	3.00	.33	1.90	19.396
final	.07260	109.1	3.00	.2789	1.89	18.408
initial	.07260	107	4.00	.43	1.90	19.396
final	.07260	109.1	3.00	.2825	1.89	19.408
initial	.07260	107	3.00	.33	1.90	19.396
final	.07260	109.1	3.00	.2858	1.89	19.408
initial	.07260	107	3.00	.33	1.80	19.370
final	.07260	109.1	3.00	.2855	1.89	19.408

Formulation of the design problem led to a 6D optimization problem which was solved by a strategy of successive optimization of the 2D and 3D subspace. The effects of design constraints were presented for the 2D case only.

However, in this type of optimization where the topology of the target function is unknown it will always remain uncertain if the found optimum is truly a global one or only local.

## ACKNOWLEDGEMENTS

The authors wish to acknowledge the financial support of CNPq and FAPERGS during the course of this work.

## REFERENCES

- Lee, R.E., Finch, C.R., and Woodledge, J.D. 1957 "Mixing of High Viscosity Newtonian and Non-Newtonian Fluids", *Ind. and Eng. Chemistry*, vol 49, 11, pp 1849-1854.
- Sterbacek, Z., Tausk, P. 1965 "Mixing in the Chemical Industry", Pergamon Press, Oxford.
- Holland, F.A., and Chapman, F.S. 1966 "Liquid Mixing and Processing in Stirred Tanks", Reinhold Publishing Co. NY.
- Khang, S.J., and Levenspiel, O. 1976 "The Mixing-Rate Number for Agitator Stirred Tanks", *Chemical Eng.* pp 141-143.
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., and Flannery, B.P. 1992 "Numerical Recipes in FORTRAN", Sec Ed, Cambridge University Press.
- Marshall, R., Hudspith, R.C. and MacHattie, D. 1994 "Engineering Design and Communication", unpublished lecture notes, McMaster University, Hamilton, Canada.

## STUDY OF A VORTEX-TUBE EQUIPPED COLUMN REACTOR FOR SOLID STATE FERMENTATION

**George Stanescu<sup>\*</sup>, Luiz A. O. Rocha<sup>\*\*</sup>, Jorge A. V. Costa<sup>\*\*\*</sup>, Jose V. C. Vargas<sup>\*</sup>**

<sup>\*</sup>Mechanical Engineering Department, Federal University of Parana, 81531-990 - Curitiba - PR - Brazil, <sup>\*\*</sup>Physics Department, Foundation University of Rio Grande, 96201-900 - Rio Grande - RS - Brazil, <sup>\*\*\*</sup>Chemistry Department, Foundation University of Rio Grande, 96201-900 - Rio Grande - RS - Brazil

### SUMMARY

*This paper presents a design improvement for column reactor for solid state fermentation. To optimize the column reactor functioning, a Vortex tube produces either the refrigerating or heating effect, and controls the temperature of air supplied to the reactor. It is shown that a practical temperature control strategy may be elaborated at low costs and low pollution, even when air refrigeration is necessary. Numerical and experimental results are reported for solid state fermentation of cassava wet meal, inoculated with *Aspergillus Niger*, and filamentous fungus *Rhizopus Oligosporus* on a starchy substrate.*

### INTRODUCTION

Studies of solid-state fermentation (SSF) have been largely discussed for a wide variety of microorganisms and wet, water-insoluble solid substrates. Saucedo-Castaneda et al. (1990) proposed a one-dimensional pseudo-homogeneous dynamic model to simulate the metabolic heat generation and heat transfer within a column reactor functioning for SSF of cassava wet meal, inoculated with *Aspergillus Niger*. For optimal operating conditions of the column reactor, the numerical values of Biot and Peclet dimensionless numbers have been estimated into the range 5-10 and 2550- 2750, respectively.

Sangsurasak and Mitchell (1995) studied the generation of metabolic heat, due to growth of the filamentous fungus *Rhizopus Oligosporus* on a starchy substrate, and the transfer of heat within a cylindrical packed-bed bioreactor. The mathematical model has been used to investigate the effects on the bioreactor performance of the geometric ratio of the column reactor, the inlet air temperature and mass flow rate. To maximize the viable biomass density, the numerical simulation predicts superficial air velocities as high as  $0.4 \text{ m s}^{-1}$ , which agrees well with experimental results reported by Ghildyal et al. (1994), Gowthaman et al. (1993), and Yang et al. (1994). For H:D ratios of order 1:1 and below, the model also predicts a negligible death rate of biomass.

Though it describes the process of temperature autostabilisation by *Candida Tropicalis* cells, growing on H-alkanes into a batch and continuous operation reactor with good stirring, the mathematical model described by Arzamastsev and Kristapsons (1993) reveals some very challenging fundamental issues, such as the autostabilisation of temperature and biomass concentration, that limits the growth of microbe population, and the practical value of this interesting phenomenon.

Since for large packed beds the water jackets are of limited effectiveness due to the poor thermal conductivity of substrate, the temperature control of SSF is difficult. An optimal strategy may be to use during fermentation more air streams at optimal temperatures, entering the column reactor at various locations. To simultaneously minimize the overheating in the upper regions of the column reactor, and the overcooling in the lower regions of the column reactor, we use the hot and cold air streams delivered by a Vortex tube. Thus, a practical temperature control strategy may be elaborated at low costs and low pollution, even when air refrigeration is necessary.

The aim of this paper is to describe a mathematical model to study the heat transfer process within a Vortex tube equipped column reactor for SSF, with variable air inlet temperature. Results of numerical simulation of the reactor functioning are tested against experimental values reported by other authors for SSF of cassava wet meal inoculated with *Aspergillus Niger* (Saucedo-Castaneda et al., 1990), and filamentous fungus *Rhizopus Oligosporus* on a starchy substrate (Sangsurasak and Mitchell, 1995).

### PHYSICAL MODEL

We consider in here a general model for the column packed-bed bioreactors for SSF, as shown in Fig. 1. The solid substrate, cassava wet meal inoculated with *Aspergillus Niger* or filamentous fungus *Rhizopus Oligosporus* on a starchy substrate, is modeled as a matrix of homogeneously distributed uniform spheres (Sangsurasak and Mitchell, 1995). Physical properties of the bed are considered constant and the air moves along the vertical and radial directions. A large quantity of metabolic heat is produced during SSF and, since the microbial growth is very sensitive to a rise in temperature, the heat generated must be dissipated from the fermenting media.

Water into fermentor's exterior cooling jacket and the air entering the reactor are both involved in the mixed heat transfer process, accounting for the heat conduction through the bed, the heat convection between the solid substrate, seen as a porous media, and the air flowing across the column reactor, the metabolic heat generation by microbial population, and the internal accumulation of heat.

It has been thought until now that an optimal strategy to control the temperature level within the column reactor, by using air at the optimal growth temperature during the early stage of fermentation, and then decreasing the air temperature as the fermentation proceeds, is not of practical interest if air refrigeration is needed (Sangsurasak and Mitchell, 1995).

Fig. 2 shows a design improvement for SSF column reactor which allows to simultaneously minimize the overheating in the upper region of the column reactor and the overcooling in the lower region. The hot and cold air streams entering the column reactor are supplied by a Vortex tube such that either, the hot and cold gas pressures are large enough to drive the air flow through the porous bed (Rocha et al., 1997).



As shown in Fig. 2, the hot stream enters the reactor at the bottom, while the cold stream is conducted by a central duct to enter the reactor directly into the upper overheated reactor area.

The Vortex tube is built by two concentric pipes of different diameters joined at one end (Fig. 3). The two cylindrical chambers into the pipes are separated by a disk with a central orifice. The other end of the larger pipe is equipped with an outlet valve to control the gas stream discharge, while the gas stream flowing through the smaller pipe discharges freely into the atmosphere. Next to the junction and equally spaced around the larger pipe periphery are nozzles, arranged to discharge tangentially into the tube cylinder. The core of the forced vortex, created into the tube when supplying compressed gas to the nozzles, is cold and is extracted from the end of smaller chamber. The periphery of the vortex is hot and is extracted from the end of the larger chamber, controlled by the valve.

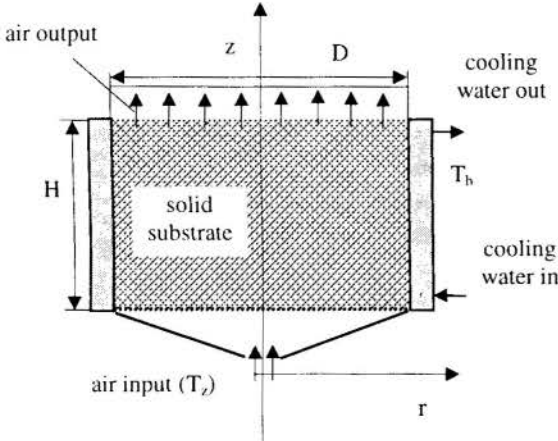


Figure 1 - Schematic view of the column reactor for SSF.

**MATHEMATICAL MODEL**

The mathematical model employed in here to approach the thermal aspects of functioning of the column reactor for SSF, assumes the followings (Arzamastsev and M. Kristapsons, 1993):

- (1) the column reactor bed is considered a porous medium;
- (2) thermal interaction between the solid substrate and the water into the reactor's exterior cooling jacket is modeled by appropriate non homogeneous boundary conditions, (Bejan, 1993);
- (3) thermal interaction between the solid substrate bed, modeled as a matrix of isotropic material, and the air streams entering the reactor, is studied by assuming thermal equilibrium between the solid and fluid;
- (4) volumetric rate of metabolically generated internal heat,  $\dot{q}$ , during the biomass growth, is proportional to the total biomass growth rate,  $\dot{X}$ :

$$\dot{q} \sim \rho(-\Delta H)\dot{X} \tag{1}$$

where  $\rho$  is the bed density and  $\Delta H$  is the reaction heat;

- (5) total biomass growth rate follows the logistic equation (Mitchell et al., 1991):

$$\frac{dX}{dt} = \mu_g X \left( 1 - \frac{X}{X^*} \right) \tag{2}$$

with  $X$  the biomass concentration,  $\mu_g$  the specific growth rate, and  $X^*$  the maximum biomass concentration;

Energy transport over the closed system modeling the SSF column reactor is described by the following time-dependent two dimensional equation for axisymmetric flow of incompressible fluids (Reddy and Gartling, 1994):

$$\rho c \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r k_r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} \tag{3}$$

with  $k_z$  and  $k_r$  the effective thermal conductivity along axial and radial directions, respectively (de Wasch and Froment, 1972, and Kunii and Smith, 1960).

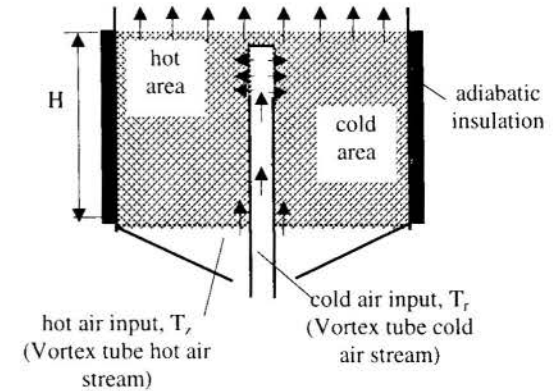


Figure 2 - Schematic view of the Vortex-tube equipped column reactor for SSF.

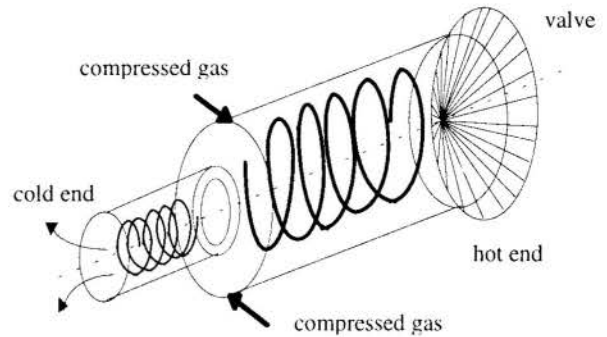


Figure 3 - Schematic view of the Vortex Tube.

**NUMERICAL RESULTS**

To simulate numerically the growth of microbial population when fermentation proceeds, and to test an optimal strategy to control the temperature within the solid substrate, we solve by the fully implicit finite differences method the energy transport equation, Eq. (3), assuming for Eq. (2) the solution:

$$X(r,z,t + \Delta t) =$$

$$\frac{X^* X(r,z,t) \exp\{\mu_g [T(r,z,t)] \Delta t\}}{[X^* - X(r,z,t)] + X(r,z,t) \exp\{\mu_g [T(r,z,t)] \Delta t\}} \quad (4)$$

for small steps  $\Delta t$ .

Temperature variation within the column reactor drawn in Fig. 1, for SSF of a starchy substrate inoculated with filamentous fungus *Rhizopus oligosporus*, has been numerically determined at different locations as shown in Fig. 4. We tested our results against those reported by Sangsurasak and Mitchell (1995) based on the orthogonal collocation method, assuming the same values of the parameters:  $T_z = 310$  K,  $T_b = 298$  K,  $X = 5.2 \cdot 10^{-3}$  kg-biomass·kg-substrate<sup>-1</sup>,  $X^* = 0.1257$  kg-biomass·kg-substrate<sup>-1</sup>,  $(-\Delta H) = 7990$  kJ·kg-biomass<sup>-1</sup>,  $k = 0.1$  W·m<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>,  $\rho = 700$  kg·m<sup>-3</sup>,  $c = 2500$  J·kg<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>, and  $v_z = 0.3$  m·s<sup>-1</sup>. Column reactor height, H, and diameter, D, are equal to 0.3 m and 0.2 m, respectively. Specific biomass growth rate is given by the quadratic function of temperature  $\mu_g = -0.000415 \cdot T^2 + 0.25667 \cdot T - 39.6$  (s<sup>-1</sup>).

$$r = 0 \quad \partial T / \partial r = 0 \quad (5a)$$

$$r = D/2 \quad T = T_b \quad (5b)$$

$$z = 0 \quad T = T_z \quad (5c)$$

$$z = H \quad \partial T / \partial z = 0 \quad (5d)$$

The heavy line in Fig. 4 shows the time dependence of temperature within the column reactor in Fig. 1, while the thin line shows the time dependence of temperature within the Vortex tube equipped reactor in Fig. 2. The finest line shows the time dependence of air streams' temperatures:  $T_r$  in the left column, and  $T_z$  in the right column.

Temperature curves' paths in Fig. 4 agree well with results of Sangsurasak and Mitchell (1995), showing the same tendency of overheating the upper region of the column reactor, while the lower region is overcooled. This yields the conclusion that a strategy is needful to maintain the temperatures within the bed close to the optimal value.

Simulation of SSF of cassava wet meal inoculated with *Aspergillus Niger*, has been done by numerically integrating Eq. (3) for the following values of the parameters:  $T_z = 308$  K,  $T_b = 298$  K,  $X = 8 \cdot 10^{-5}$  kg-biomass·kg-substrate<sup>-1</sup>,  $(-\Delta H) =$

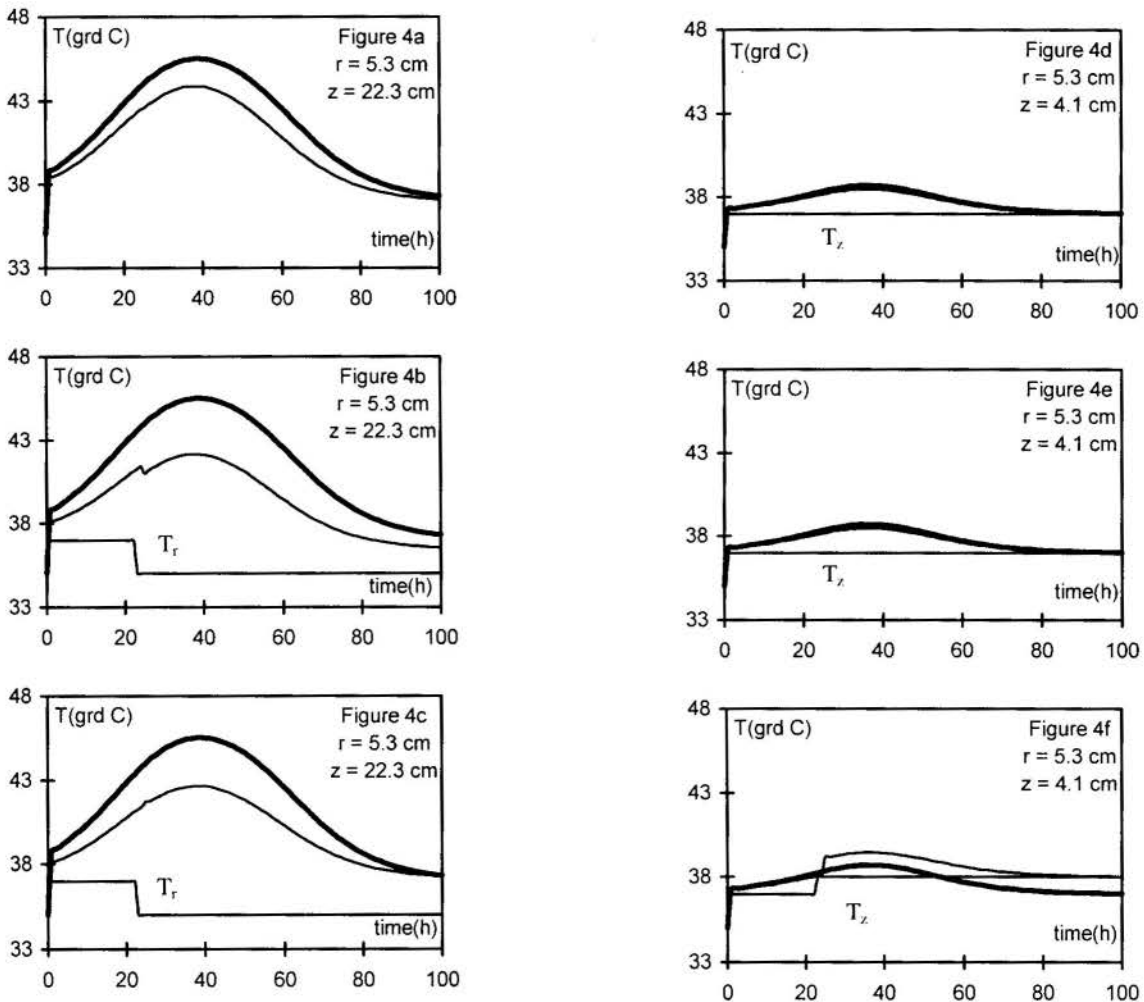


Figure 4 - Numerical results of the two-dimensional dynamic heat transfer model for SSF of the filamentous fungus *Rhizopus Oligosporus* on a starchy substrate.

Results in Fig. 4 are determined for the initial condition  $T(r,z,t=0) = 308$  K, and the following boundary conditions:

$4180$  MJ·kg-biomass<sup>-1</sup>,  $k = 0.1$  W·m<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>,  $\rho = 700$  kg·m<sup>-3</sup>,  $c = 1950$  J·kg<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>, and  $v_z = 0.01$  m·s<sup>-1</sup>. The specific growth rate for *Aspergillus Niger* is evaluated from the Esener's expression

$\mu_g = \exp(18.13 - 8446.29 / T) / [1 + \exp(108.48 - 34080.56 / T)]$  ( $s^{-1}$ ), and the maximum biomass concentration is given by the fourth order polynomial  $X^* = 473 \cdot 10^{-9} \cdot T^4 - 557.1 \cdot 10^{-6} \cdot T^3 + 244.6 \cdot 10^{-3} \cdot T^2 - 474.1 \cdot 10^{-1} \cdot T + 3419$  (kg-biomass·kg-substrate<sup>-1</sup>).

Numerical results shown in Fig. 5 have been calculated based on the initial condition  $T(r, z, t = 0) = 298$  K, and the following boundary conditions:

$$r = 0 \quad \partial T / \partial r = 0 \quad (6a)$$

$$r = D/2 \quad -k \partial T / \partial r = h(T - T_b) \quad (6b)$$

$$z = 0 \quad T = T_r \quad (6c)$$

$$z = H \quad \partial T / \partial z = 0 \quad (6d)$$

with the dimensionless Biot number,  $Bi = hH/k$ , equal to 5.

In Fig. 5 are comparatively shown the results of numerical integration of Eq. (3), and the experimental results reported by

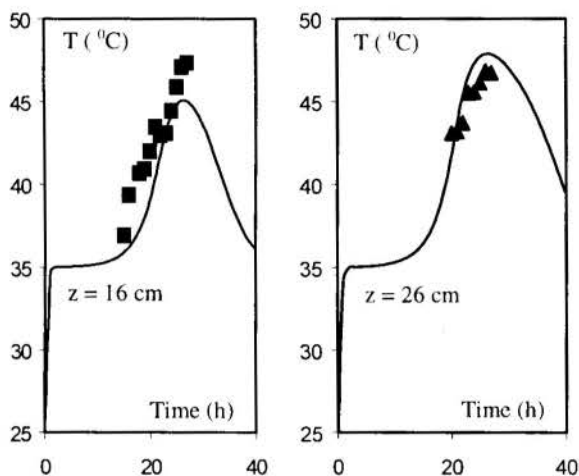


Figure 5 - Variation of calculated (—) and experimental (symbols) axial temperature at different fermentation times, as a function of the reactor length, for SSF of cassava wet meal inoculated with *Aspergillus Niger*.

Saucedo-Castaneda et al. (1990) for SSF of cassava wet meal inoculated with *Aspergillus Niger*. Volumetric rate of metabolically generated internal heat,  $\dot{q}$ , is proportional in this case to the total biomass growth rate,  $\dot{X}$ , and to the maintenance energy,  $mX$ :

$$\dot{q} \sim \rho(-\Delta H)(\dot{X} / 2 + mXY_{CO_2}) \quad (7)$$

where  $Y_{CO_2} = 0.29$  kg-CO<sub>2</sub>·kg-substrate<sup>-1</sup>. There is a good agreement between theoretical and experimental results presented in Figs. 5 and 6.

#### A PRACTICAL TEMPERATURE CONTROL STRATEGY

Mathematical model presented in here, Eqs. (1) - (3), provides numerical results in good agreement with experimental and numerical results reported by other authors for the SSF column reactor functioning. Next, we employ this mathematical model to show how works a temperature control strategy for the Vortex tube equipped column reactor.

Figs. 4b and 4e show the time variation of temperatures within the same reactor at two different locations. Fig. 4b shows the temperature variation in the upper overheated reactor area, with the control strategy switching the air temperature  $T_r$  from

310 K to 308 K, when the fermentation time passes 24 hours. Due to the poor thermal conductivity of the substrate, switching of temperature  $T_r$  of air stream entering directly into the upper overheated reactor area, does not influence the temperature in the lower reactor area, as shown in Fig. 4e. This temperature control strategy diminishes the overheating of the reactor upper region, but does not reduce the overcooling in the lower reactor area.

Figs. 4c and 4f show a temperature control strategy that switches the temperature of cold air stream entering directly into the upper overheated reactor area,  $T_r$ , from 310 K to 308 K, and the temperature of hot air stream that enters the reactor at the bottom,  $T_b$ , from 310 K to 311 K, when the fermentation time passes 24 hours. Now, the temperature in the upper reactor area is practically unaffected, while the temperature in the lower reactor area increases. This suggests that there is also a way to reduce the overcooling in the lower reactor area.

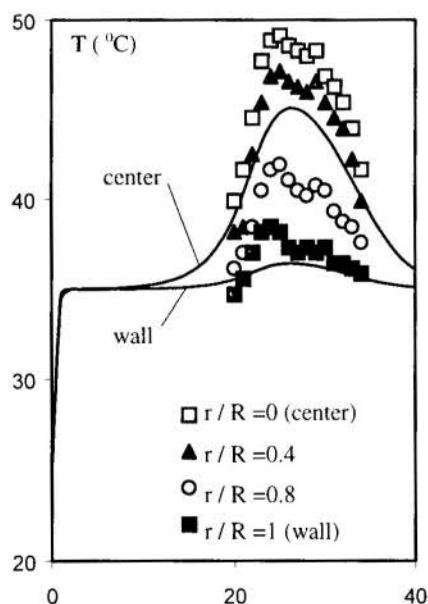
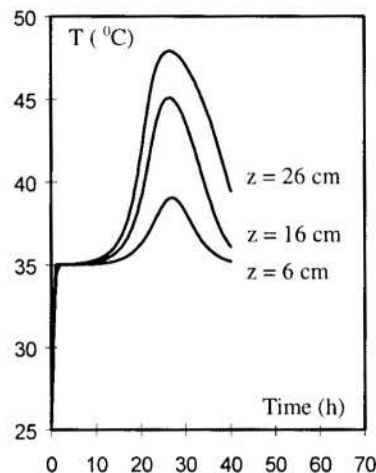


Figure 6 - Comparison between calculated (—) and observed (symbols), (Saucedo-Castaneda et al., 1990), temperature at different reactor radius during fermentation time.

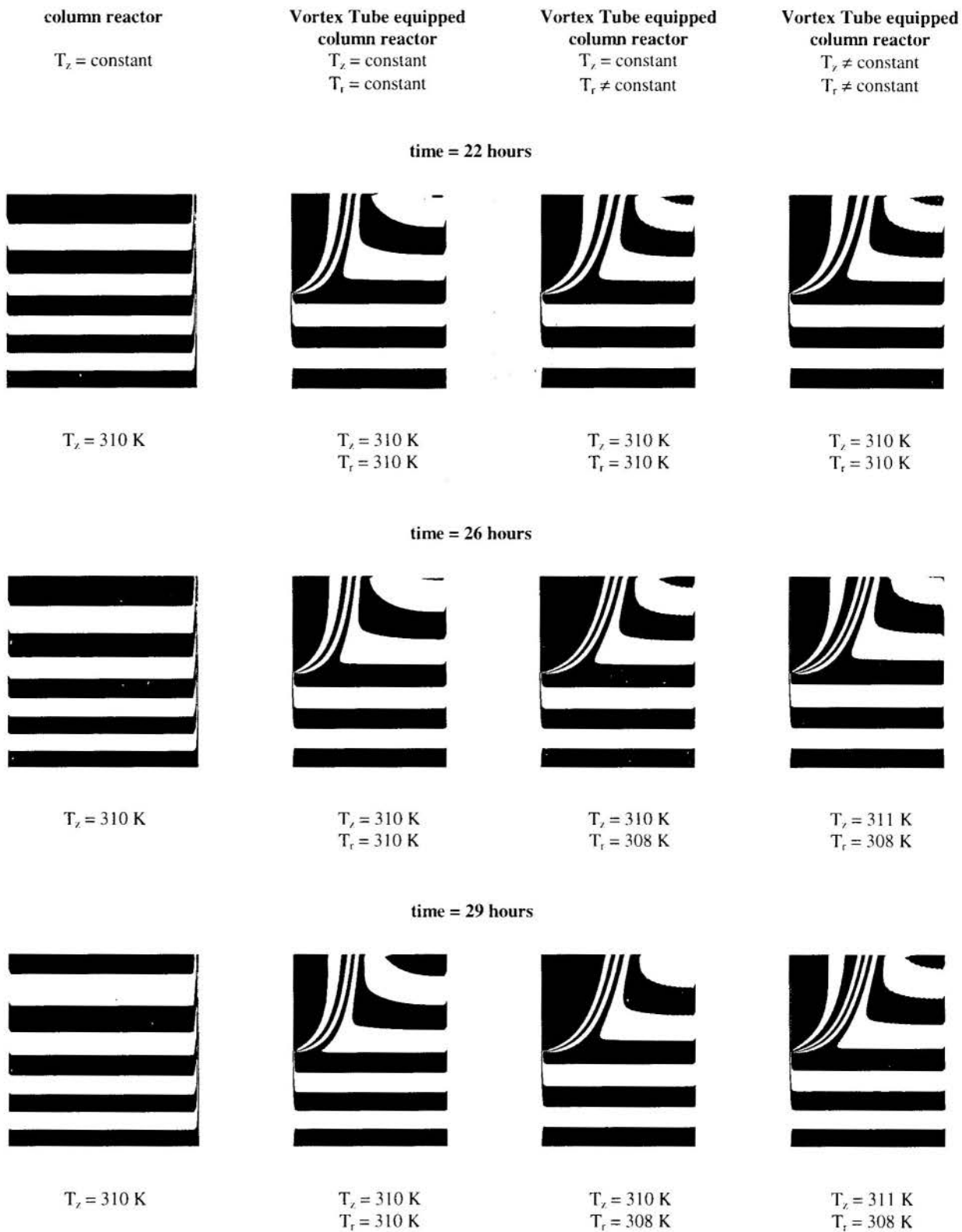


Figure 7 - Patterns of hot and cold spots within the SSF column reactor for various geometrical configurations and temperature control strategies.



## CONCLUSIONS

This paper describes a mathematical model to study the heat transfer process within a Vortex tube equipped column reactor for SSF, with variable air inlet temperature. Results of numerical simulation of the SSF reactor functioning agree well with experimental and numerical results reported by other authors.

A design improvement for SSF column reactor is proposed to optimize the reactor functioning. A Vortex tube is employed to produce either the refrigerating or heating effect, and to control the temperature of air supplied to reactor.

It is shown how a practical temperature control strategy may be elaborated at low costs and low pollution, even when air refrigeration is necessary. This control strategy that uses more air streams at optimal temperatures, entering the column reactor at various locations, is based on a real time data acquisition system which samples the hot and cold spots temperatures as shown in Fig. 7 and switches air streams temperatures  $T_1$  and  $T_2$  when it is necessary.

## REFERENCES

- Arzamastsev, A., and Kristapsons, M., 1993, "Computer simulation of temperature autostabilisation: an analysis of the phenomenon", *Appl. Microbiol. Biotechnol.*, Vol. 40, pp. 77 - 81.
- Bejan, A., 1993, "Heat transfer", John Wiley & Sons, Inc., New York.
- De Wasch, A., and Fromet, G. F., 1972, "Heat transfer in packed beds", *Chem. Eng. Sci.*, **27**, 567.
- Ghildyal, N. P., Gowthaman, M. K., Raghavarao K. S. M. S., and Karanth, N. G., 1994, "Interaction of transport resistances with biochemical reaction in packed-bed solid state fermentators: effects of temperature gradients", *Enzyme Microb. Technol.*, Vol. 16, pp. 253 - 257.
- Gowthaman, M. K., Raghavarao, K. S. M. S., Ghildyal, N. P., and Karanth, N. G., 1993, "Gas concentration and temperature gradients in a packed bed solid state fermentor", *Biotech. Adv.*, Vol. 11, pp. 611 - 620.
- Kunii, D., and Smith, J. M., 1960, "Heat transfer characteristics of porous rocks", *AIChE.J.*, **6**.
- Mitchell, D. A., Greenfield, P. F., and Doelle, H. W., 1991, "An empirical model of growth of *Rhizopus oligosporus* in solid state fermentation", *J. Ferment. Bioeng.*, No. 72, pp. 224 - 226.
- Reddy, J. N., and Gartling, D. K., 1994, "The finite element method in heat transfer and fluid dynamics", *CRC Press, Inc.*, Boca Raton.
- Rocha, L. A. O., Stanesco, G., and Vargas, J. V. C., 1997, "A theoretical and experimental study of the Vortex tube", *Brazilian Congress of Mechanical Engineering, COBEM'97*, 8-12 December 1997, Bauru, SP, Brazil.
- Sangsurasak, P., and Mitchell, D. A., 1995, "Incorporation of death kinetics into a 2-dimensional dynamic heat transfer model for solid state fermentation", *J. Chem. Tech. Biotechnol.*, Vol. 64, pp. 253 - 260.
- Saucedo-Castaneda, G., Gutiérrez-Rojas, M., Raimbult, M., and Viniegra-González, G., 1990, "Heat Transfer Simulation in Solid Substrate Fermentation", *Biotechnology and Bioengineering*, Vol. 35, pp. 802-808.
- Yang, S. S., Chin, L., and Yaun, S. S., 1994, "Oxytetracycline production by *Streptomyces Rimosus*: gas and temperature patterns in solid state column reactor", *World J. Microb. Biotechnol.*, Vol. 10, pp. 215 - 220.

## MODELO TÉRMICO PARA FORNO ROTATIVO UTILIZADO PARA PRODUZIR CLÍNQUER DE CIMENTO PORTLAND

Vanisa C. Duarte, Genésio J. Menon e Rogério J. Silva

Departamento de Mecânica  
Escola Federal de Engenharia de Itajubá (EFEI)  
37500-000 - Itajubá - MG - Brasil

### RESUMO

*Este trabalho apresenta um modelo térmico que avalia a distribuição de temperatura ao longo do forno rotativo destinado a produzir clínquer de cimento Portland. O método de elementos finitos foi utilizado no modelo, sendo empregada uma representação unidimensional e transiente. Considerou-se a perda de calor através da parede de refratário assim como o calor transferido para o sólido e para a parede do forno. A partir dos resultados obtidos foi possível avaliar o comportamento do forno, como ponto de partida para um estudo de co-processamento de resíduos no mesmo.*

### INTRODUÇÃO

Fornos rotativos são equipamentos versáteis que utilizam combustíveis sólidos, líquidos ou gasosos. Entretanto estes fornos apresentam baixa eficiência térmica, principalmente aqueles utilizados para produzir clínquer de cimento Portland. Tais fornos têm uma relação diâmetro/comprimento entre 1/14 e 1/16 nos processos de via seca, e sua baixa rotação permite um alto tempo de permanência do material sólido sob alta temperatura. O fluxo em contracorrente dos gases possibilita a transferência de calor que ocorre por convecção e radiação, fornecendo assim o calor necessário até que sejam atingidas as temperaturas necessárias para o desenvolvimento das reações químicas envolvidas no processo de produção do clínquer.

Este trabalho avalia, com a utilização do método de elementos finitos, a distribuição de temperatura axial e transiente do sólido e da parede ao longo do forno rotativo. Considerou-se neste modelo o calor transferido para o sólido, o calor transferido para a parede do forno, bem como as perdas de calor através da parede. Com os resultados obtidos pôde-se avaliar, preliminarmente, o comportamento do forno, como ponto de partida para um estudo de co-processamento de resíduos no mesmo.

temperatura do sólido. Nestas instalações, os gases que deixam o forno, ainda em temperaturas elevadas (em torno de 1000 °C), cedem calor às partículas sólidas em suspensão que passam pelo sistema de pre-aquecimento, de modo que estas partículas alcancem as temperaturas de início da pre-calcinação do carbonato de cálcio ( $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2$ ), por volta de 800 °C (Silva, 1994).

Na maioria das operações com fornos rotativos o objetivo é orientar as reações específicas do leito, que freqüentemente requerem altas temperaturas, as quais nos fornos de cimento, por exemplo, superam 1400 °C. O calor para elevar a temperatura do leito até o nível requerido para que ocorram as reações é obtido a partir da combustão de combustíveis formados por hidrocarbonetos. Segundo Boateng (1996), a transferência de calor dos gases para o leito é complexa e ocorre por todos os caminhos e processos mostrados na Fig. 2. Considerando-se o complexo escoamento e fenômeno de combustão dos gases, torna-se necessário um estudo rigoroso dos mesmos. O forno rotativo destinado a produzir clínquer de cimento Portland opera num tipo de processo de contracorrente, no qual ocorre uma série complexa de reações endotérmicas e exotérmicas durante a formação do clínquer. Segundo Silva (1994), as matérias-primas utilizadas na moagem do cru apresentam em sua composição mineralógica os seguintes óxidos, C=CaO, S=SiO<sub>2</sub>, A=Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, F=Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, cuja representação é feita com a notação convencional da química do cimento. Estes óxidos reagem formando os quatro compostos básicos que constituem o clínquer, que são C<sub>2</sub>S (Silicato Dicálcico), C<sub>3</sub>S (Silicato Tricálcico), C<sub>3</sub>A (Aluminato Tricálcico) e C<sub>4</sub>AF (Ferro Aluminato Tetracálcico). Em função dos constituintes das matérias-primas, outros componentes também podem ser encontrados na composição do cru e por sua vez também no clínquer. Neste caso, sua presença não se deve apenas às matérias-primas, mas também à incorporação de cinzas presentes em alguns dos combustíveis utilizados. Alguns destes componentes encontrados em maior quantidade são: MgO, SO<sub>3</sub>, H<sub>2</sub>O, K<sub>2</sub>O e Na<sub>2</sub>O, além de outros presentes apenas sob a forma de traços. Para a produção do clínquer com processo via seca, faz-se necessário a passagem do cru por altas temperaturas no interior de um forno, passando pelas fases de aquecimento, calcinação, clínquerização e resfriamento.

O calcário fornece o óxido de cálcio (CaO) necessário à formação dos compostos do clínquer, sob a forma de carbonato de cálcio (CaCO<sub>3</sub>). A sílica (SiO<sub>2</sub>) pode ser fornecida pela areia e pela argila, que em altas temperaturas reagem com o CaO, formando os silicatos de cálcio. A argila fornece, além da sílica, a alumina (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) e o minério de ferro (Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>). Como o que

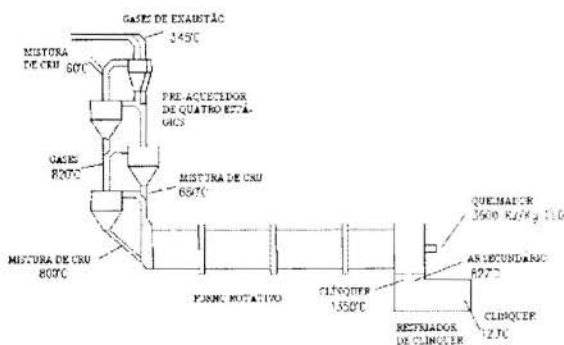


Figura 1 - Esquema do forno rotativo com pré-aquecedor de quatro estágios

O forno rotativo analisado é de via seca com 66 m de comprimento e dotado de um pré-aquecedor de 4 estágios, como mostrado na Fig. 1. O pré-aquecedor é utilizado para aumentar a

interessa nas reações é o óxido de cálcio e não o carbonato de cálcio, é necessário o aquecimento dos materiais, a fim de se atingir as temperaturas da reação de calcinação ( $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2 + 1766 \text{ kJ/kg}$ ), reação esta fortemente endotérmica, sendo esta uma das principais reações químicas que ocorrem durante a formação do clínquer.

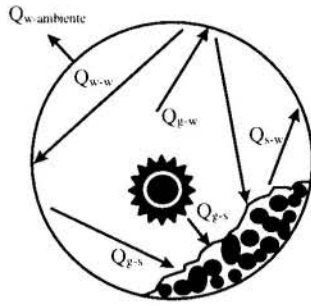


Figura 2 - Processos de transferência de calor no forno rotativo de cimento, seção transversal

Para simplificar as condições dentro do leito, no presente modelo não foram consideradas tais reações, ou seja, não foi considerado a geração de calor no sólido.

Apesar de numerosos modelos de fornos rotativos terem sido propostos, virtualmente todos estes assumem que, para cada posição axial ao longo do forno, o leito é bem misturado no plano transversal; isto é, o material do leito é isotérmico através de qualquer seção transversal do forno. Porém, muitas operações do forno experimentam consideráveis dificuldades na obtenção de um produto uniforme. Um exemplo disto são os fornos de cal, os quais experimentam problemas crônicos na combustão preventiva de partículas maiores enquanto calcinam inteiramente as partículas mais finas. Evidências como estas, assim como a experiência do operador, sugerem que a temperatura do plano transversal é gerada dentro do leito, não uniformemente. Deste modo a suposição de uma boa mistura, embora conveniente para a modelagem do forno rotativo, é claramente deficiente, porque ignora o movimento do leito no plano transversal (Boateng, 1996).

No presente trabalho considerou-se que a transferência de calor dentro do leito ocorre por condução partícula-para-partícula, por convecção/radiação gases-para-sólido, sólido-para-parede, além de serem consideradas as perdas de calor da parede-para-ambiente, como mostrado na Fig. 3. No desenvolvimento do modelo, assumiu-se que o material do leito comporta-se como um contínuo, possuindo uma condutividade térmica constante ao longo do comprimento do forno.

A Fig. 4 mostra uma ilustração de forno rotativo com corte transversal. A camada de colagem no interior do forno é composta pelo material em processo. Segundo Fusaro (1990), por experiência e observações práticas, tal colagem possui espessura de 35 cm. Esta colagem é composta principalmente de silicatos, apresentando alta resistência térmica, sendo sua condutividade térmica entre  $0,58 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  e  $0,87 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  em média, para temperaturas acima de  $300^\circ\text{C}$ . Uma hipótese simplificadora considerada no presente modelo é que esta colagem é uniforme ao longo do comprimento do forno e possui 0,35 m de espessura. Com base nestas informações foi considerado que o sólido possui a mesma condutividade da colagem. O valor adotado para a condutividade térmica do sólido foi  $0,87 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ , sendo considerado independente da temperatura e posição ao longo do comprimento do forno.

Segundo Fusaro (1990), a chapa de aço apresenta 0,3% de carbono e sua espessura varia ao longo do comprimento do forno. No presente modelo a espessura da chapa de aço foi considerada

constante ao longo do forno e com 0,025 m de espessura. A camada de refratários possui espessura 8" a 4", considerando o início e fim de vida útil, respectivamente (Fusaro, 1990). No presente modelo a camada de refratários foi considerada constante ao longo do comprimento do forno, possuindo 0,2 m de espessura.

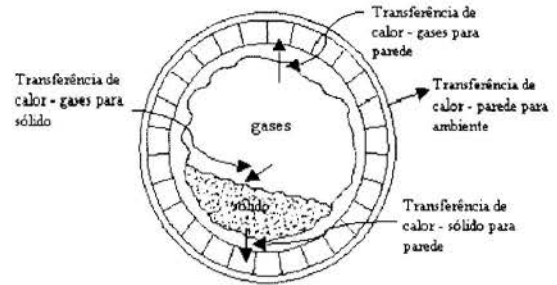


Figura 3 - Processos de transferência de calor considerados no modelo

A Fig. 5 mostra uma ilustração de um forno rotativo com corte longitudinal, onde podemos avaliar os processos de transferência de calor analisados no presente trabalho. A parede do forno será considerada formada pela colagem de sólido, camada de refratários e pela chapa de aço. Será assumido que a transferência de calor por convecção obedecerá a lei de resfriamento de Newton, a qual especifica que a transferência de calor é proporcional a diferença linear de temperatura. A radiação é governada pela lei de radiação do corpo cinza. A transferência de calor por condução obedecerá a lei de Fourier.

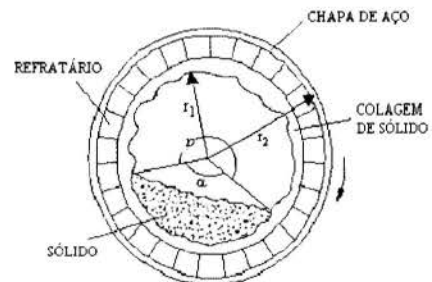


Figura 4 - Forno rotativo com corte transversal

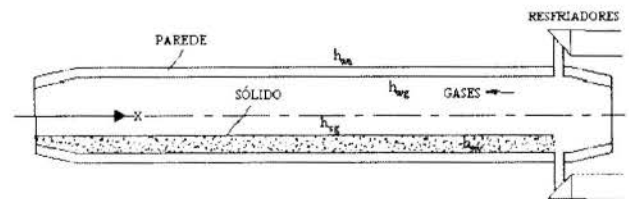


Figura 5 - Forno de cimento com corte longitudinal

## HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

No desenvolvimento deste modelo foram feitas algumas hipóteses a fim de torná-lo tão simples quanto possível enquanto manteve-se a dinâmica essencial do problema. Algumas dessas hipóteses poderiam ser desconsideradas sem aumentar a complexidade computacional. Entretanto, até que medidas mais precisas sejam tomadas, as seguintes hipóteses simplificadoras são feitas:

- (a) Os diâmetros externo e interno do forno são constantes ao longo do forno;
- (b) As temperaturas do sólido e da parede do forno dependem do tempo e da posição  $x$  ao longo do comprimento do forno;
- (c) Os calores específicos são independentes da temperatura e posição;
- (d) As espessuras da chapa de aço, da colagem de sólido e da camada de refratários são consideradas constantes ao longo do comprimento do forno;
- (e) A vazão de massa do sólido é constante ao longo do forno;
- (f) O perfil de temperatura dos gases é considerado conhecido e independente do tempo;
- (g) A condutividade axial do sólido e da parede são constantes ao longo do forno;
- (h) Os coeficientes de convecção/radiação são independentes da posição;
- (i) Os coeficientes de emissividade são independentes da temperatura e posição;
- (j) Não são consideradas as partículas sólidas transportadas pelos gases;
- (k) Não são consideradas as reações químicas que ocorrem durante o processo de formação do clínquer.

### MÉTODOS DE SOLUÇÃO

Um programa computacional foi desenvolvido para obter resultados numéricos para o presente problema. O método de elementos finitos foi utilizado, sendo empregada uma representação unidimensional e transiente. Os valores da densidade do sólido ( $\rho_s$ ), calor específico do sólido à pressão constante ( $c_{ps}$ ), condutividade térmica da parede ( $k_w$ ), densidade da parede ( $\rho_w$ ), calor específico da parede à pressão constante ( $c_{pw}$ ) e do ângulo  $p$ , definido pela Fig. 4, foram encontrados em Spang (1972). A discretização do forno foi feita em 66 elementos, sendo cada elemento com 1 m de comprimento e composto por dois nós, conforme é mostrado na Fig. 7. As temperaturas do sólido e da parede são calculadas para cada nó.

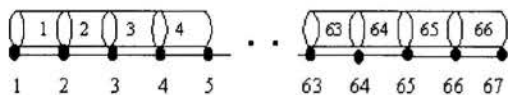


Figura 7 - Divisão do forno em elementos

### FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

**Formulação Genérica de Transferência de Calor e Massa Unidimensional.** Para o desenvolvimento da equação da conservação de energia considerou-se inicialmente um elemento de volume como apresentado na Fig. 8.

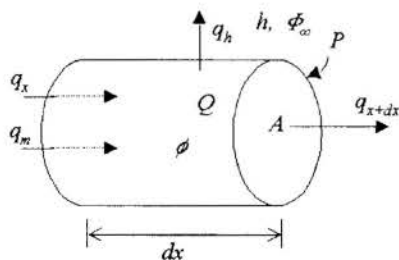


Figura 8 - Volume de controle para condução de calor unidimensional com convecção e transporte de massa

Pela lei de conservação de energia, tem-se:

$$q_x A d\tau + Q A dx d\tau = \Delta u + q_{x+dx} A d\tau + q_h P dx d\tau + q_m d\tau \quad (1)$$

onde:

- $q_x$   $\equiv$  fluxo de calor por condução,
- $A$   $\equiv$  área da seção transversal,
- $d\tau$   $\equiv$  incremento diferencial de tempo,
- $Q$   $\equiv$  geração de calor.

Da lei de Fourier de condução de calor tem-se:

$$q_x = -k \frac{d\phi}{dx} \quad (2)$$

Fazendo o desenvolvimento em série de Taylor do termo  $q_{x+dx}$  e desprezando os termos de ordem superior, vem:

$$q_{x+dx} = - \left[ k \frac{d\phi}{dx} + \frac{d}{dx} \left( k \frac{d\phi}{dx} \right) dx \right] \quad (3)$$

A variação de energia é dada por:

$$\Delta u = c_p (\rho A dx) d\phi \quad (4)$$

O fluxo de calor por convecção/radiação é dado por:

$$q_h = h(\phi - \Phi_\infty) \quad (5)$$

O termo de transporte de massa é dado por:

$$q_m = m c_p d\phi \quad (6)$$

Substituindo as equações (2) a (6) na Eq. (1), dividindo pelo termo  $dx d\tau$  e desprezando o termo de geração de calor, tem-se:

$$\rho c_p A \frac{\partial \phi}{\partial \tau} + m c_p \frac{\partial \phi}{\partial x} = A \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + hP(\Phi_\infty - \phi) \quad (7)$$

A Eq. (7) é a equação diferencial unidimensional básica para a transferência de calor com transporte de massa do presente problema.

Utilizando o método de Galerkin pode-se escrever a Eq. (7) como:

$$\int_0^L R [N]^T dx = \int_0^L \left[ \rho c_p A \frac{\partial \phi}{\partial \tau} + m c_p \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] [N]^T dx + \int_0^L \left[ -A \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + hP(\phi - \Phi_\infty) \right] [N]^T dx = 0 \quad (8)$$

onde:



$[N]^T = \begin{Bmatrix} N_i \\ N_j \end{Bmatrix} \equiv$  matriz função de forma transposta  $\equiv$  função de ponderação.

Sendo:

$$N_i = 1 - \frac{x}{L}, \quad N_j = \frac{x}{L}. \quad (9)$$

Sendo  $\phi = [N]\{\Phi\}$ , logo:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = [B]\{\Phi\}, \quad (10)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_j}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/L & 1/L \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} (N_i \Phi_i + N_j \Phi_j). \quad (12)$$

Substituindo as equações (10) e (12) na Eq. (8) e resolvendo cada integral resulta:

$$\frac{\rho c_p LA}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \frac{\partial \{\Phi\}}{\partial \tau} + \left[ \frac{m c_p}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{kA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{hPL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \right] \{\Phi\} = \frac{hPL\Phi_\infty}{6} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}. \quad (13)$$

A Eq. (13) pode ser escrita na forma compacta:

$$[C^e] \frac{\partial \{\Phi\}}{\partial \tau} + [K^e] \{\Phi\} = \{f^e\}. \quad (14)$$

Usando-se um esquema de diferença finita central o termo  $\frac{\partial \{\Phi\}}{\partial \tau}$  da Eq. (14) pode ser escrito como:

$$\frac{\partial \{\Phi\}}{\partial \tau} = \frac{\{\Phi\}_n - \{\Phi\}_{n-1}}{\Delta \tau}, \quad (15)$$

onde os subscritos "n" e "n-1" da Eq. (15) representam os valores da iteração "n" e "n-1", respectivamente. O incremento de tempo é  $\Delta \tau$ .

**Obtenção do sistema de equações globais para o sólido.** A temperatura do sólido é determinada considerando a transferência de calor por condução partícula-para-partícula, a convecção/radiação gases-para-sólido e sólido-para-parede. Resultando assim o seguinte sistemas de equações globais para o sólido:

$$\left[ [K] + \frac{2}{\Delta \tau} [C] \right] \{\Phi_s\}_n = \frac{2}{\Delta \tau} [C] \{\Phi_s\}_{n-1} + \{F\}, \quad (16)$$

onde:

$$[K] = \sum_{e=1}^{Ne} [k^e], \quad [C] = \sum_{e=1}^{Ne} [c^e], \quad (17)$$

$$[F] = \sum_{e=1}^{Ne} [f^e],$$

$$[k^e] = \frac{m_s c_{ps}}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{k_s A_s}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{h_{sg} P_{sg} L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \frac{h_{sw} P_{sw} L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$[c^e] = \frac{\rho_s c_p L A_s}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\{f^e\} = \frac{h_{sg} P_{sg} L \Phi_g}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{h_{sw} P_{sw} L \Phi_w}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad (20)$$

onde  $A_s$  é a área da seção transversal do sólido. Os coeficientes de convecção/radiação entre o sólido e os gases ( $h_{sg}$ ) e entre o sólido e a parede ( $h_{sw}$ ) são dados por Spang (1972), respectivamente como:

$$h_{sg} = f_2 + \sigma \epsilon_g \epsilon_s (\Phi_g^2 + \Phi_s^2) (\Phi_g + \Phi_s), \quad (21)$$

$$h_{sw} = f_3 + \sigma h \epsilon_w \epsilon_s (\Phi_w^2 + \Phi_s^2) (\Phi_w + \Phi_s), \quad (22)$$

onde:

$$h = 1 + \frac{2h_0 \sin(p/2)}{2\pi - p}. \quad (23)$$

Sendo  $P_{sg}$  o perímetro de contato entre o sólido e os gases e  $P_{sw}$  o perímetro de contato entre o sólido e a parede.

A temperatura dos gases ( $\Phi_g$ ), do sólido ( $\Phi_s$ ) e da parede ( $\Phi_w$ ), para cada elemento, são calculadas como a média das temperaturas dos nós do elemento.

#### Condição inicial para o sólido:

Para  $\tau = 0 [s]$ :  $\phi = \Phi_w$  (temperatura inicial do sólido).

#### Condição de contorno para o sólido:

Para  $x = 0$ :  $\phi = \Phi_{se}$  (temp. do sólido na entrada do forno).

**Obtenção do sistema de equações globais para a parede do forno.** A temperatura da parede do forno é determinada considerando a transferência de calor por condução axial na parede, a convecção/radiação gases-para-parede e a perda de calor por convecção/radiação parede-para-ambiente. Resultando assim o seguinte sistema de equações globais para a parede:

$$\left[ [K] + \frac{2}{\Delta \tau} [C] \right] \{\Phi_w\}_n = \frac{2}{\Delta \tau} [C] \{\Phi_w\}_{n-1} + \{F\}, \quad (24)$$

onde:

$$[K] = \sum_{e=1}^{Ne} [k^e], \quad [C] = \sum_{e=1}^{Ne} [c^e], \quad (25)$$

$$[F] = \sum_{e=1}^{Ne} [f^e],$$

$$[k^e] = \frac{k_w A_w}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{h_{wg} P_{wg} L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \frac{h_{ws} P_{ws} L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \frac{h_{wa} P_{wa} L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$[c^e] = \frac{\rho_w c_p w L A_w}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$\{f^e\} = \frac{h_{wg} P_{wg} L \Phi_g}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{h_{ws} P_{ws} L \Phi_s}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{h_{wa} P_{wa} L \Phi_a}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad (28)$$

onde  $A_w$  é a área da seção transversal da parede e os coeficientes de convecção/radiação entre a parede e os gases ( $h_{wg}$ ), entre a parede e o sólido ( $h_{ws}$ ) e entre a parede e o ambiente ( $h_{wa}$ ) são dados por Spang (1972), respectivamente, como:

$$h_{wg} = f_1 + \sigma(1 - h_o) \epsilon_g \epsilon_w (\Phi_g^2 + \Phi_w^2) (\Phi_g + \Phi_w), \quad (29)$$

$$h_{ws} = h_{sw} = f_3 + \sigma h \epsilon_w \epsilon_s (\Phi_w^2 + \Phi_s^2) (\Phi_w + \Phi_s), \quad (30)$$

$$h_{wa} = f_4. \quad (31)$$

Sendo  $P_{wg}$  o perímetro de contato entre a parede e os gases,  $P_{ws}$  o perímetro de contato entre a parede e o sólido e  $P_{wa}$  o perímetro de contato entre a parede e o ambiente.

#### Condição inicial para a parede:

Para  $\tau = 0$  [s]:  $\phi = \Phi_w$  (temperatura inicial da parede).

#### Condição de contorno para a parede:

Para  $x = 0$  e  $x = l$ :  $\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$ .

As constantes utilizadas nas equações anteriores foram encontradas em Spang (1972).

### VALIDAÇÃO DO MODELO TÉRMICO

Para validação do modelo desenvolvido foi feito um estudo comparativo com um dos casos analisados por Oliveira (1994). Ele considerou um forno de via úmida com 121,92 m de comprimento. No caso comparado, Oliveira (1994) considerou a temperatura inicial do sólido ( $\Phi_s$ ) igual à 500 °C, a vazão mássica do sólido ( $m_s$ ) igual à 7,55 kg/s, a velocidade do sólido igual à 0,0127 m/s e a temperatura da parede, na entrada do forno, foi mantida à 355,89 °C. O fluxo de massa e a velocidade do sólido foram consideradas constantes ao longo do comprimento do forno. Foi utilizado um incremento de tempo ( $\Delta\tau$ ) igual à 360 s. Foram comparadas as distribuições de temperatura do sólido ( $\phi_s$ ) e da parede ( $\phi_w$ ), para os intervalos de tempo de 3 e 10 horas, conforme mostrado na Fig. 9. Outros parâmetros utilizados na validação do modelo podem ser encontrados em Oliveira (1994). Foi possível verificar que os resultados obtidos pelo presente modelo tiveram uma boa aproximação dos seus resultados.

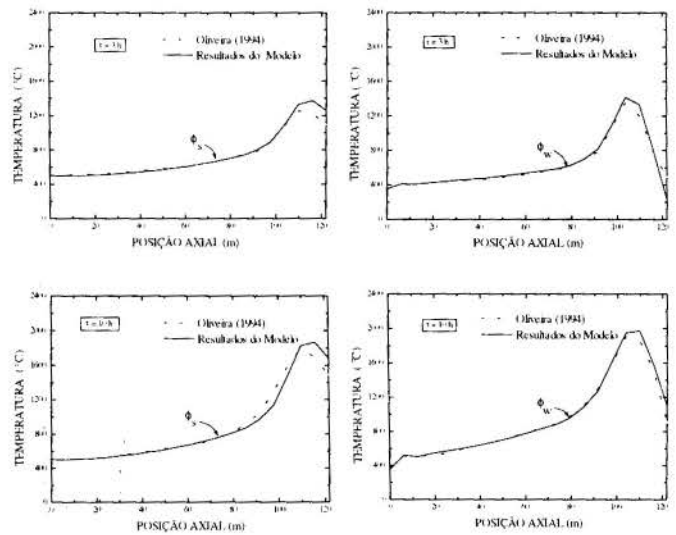


Figura 9 - Distribuição de temperatura VS Posição do forno

### RESULTADOS DO MODELO E CONCLUSÕES

Um modelo transiente de transferência de calor para um forno rotativo destinado a produzir clínquer de cimento Portland foi desenvolvido. Os resultados das distribuições de temperatura do sólido e da parede do forno, obtidos a partir do modelo, são mostrados na Fig. 10. Tais resultados mostram que o presente modelo estima a distribuição de temperatura ao longo do comprimento do forno com razoável precisão.

O perfil de temperatura dos gases (Fig. 10) foi considerado conhecido e independente do tempo, sendo o mesmo obtido em Guruz (1981). Tal perfil indica que os gases entram no forno, em sentido oposto à entrada do sólido, à 1640 °C, aproximadamente, e saem por volta de 1170 °C.

A vazão do sólido foi calculada considerando uma produção do forno de 2500 ton/dia de clínquer. Segundo Silva (1994) a alimentação de cru, na entrada do forno, corresponde a 1,25 vezes à produção de clínquer. Assim foi possível calcular a vazão do sólido, a qual é considerada constante ao longo do comprimento do forno.

As temperaturas inicial do sólido e da parede foram consideradas 800 e 25 °C, respectivamente. A temperatura do material na entrada do forno foi mantida em 800 °C. Os resultados foram obtidos considerando-se vários incrementos de tempo ( $\Delta\tau$ ). Em função da precisão dos resultados e do custo computacional foi adotado  $\Delta\tau = 1$  s. As distribuições de temperatura são apresentadas para os tempos de 1 h, 3 h, 5 h e 8 h (Fig. 10). O modelo atingiu o regime permanente em 8 h, aproximadamente.

Os perfis de temperatura do modelo, após atingido o regime permanente, foram comparados com os resultados encontrados em Guruz (1981). Como já citado anteriormente a reação de calcinação ( $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2 + 1766 \text{ kJ/kg}$ ), reação esta fortemente endotérmica, é uma das principais reações químicas que ocorrem durante a formação do clínquer. A ocorrência desta reação implica em um aquecimento muito lento do sólido. A zona do forno onde ocorre tal reação é denominada zona de calcinação e é limitada pela faixa de temperatura do material entre 800 e 925 °C, Silva (1994). Na Fig. 11 (a) podemos observar que entre 800 e 925 °C temos um desvio entre os dois resultados, sendo a distribuição de temperatura do presente modelo maior do que o resultado de Guruz (1981). Provavelmente os desvios que ocorreram entre os dois modelos são devidos principalmente ao fato de que o modelo térmico desenvolvido por Guruz (1981)

considera as reações químicas que ocorrem durante a formação do clínquer, o que não foi considerado no presente modelo.

Assim pode-se esperar que, a incorporação das reações químicas no presente modelo afetará sensivelmente a temperatura calculada para o sólido e consequentemente a distribuição de temperatura da parede do forno. O que sugere a necessidade de um aprimoramento do modelo desenvolvido.

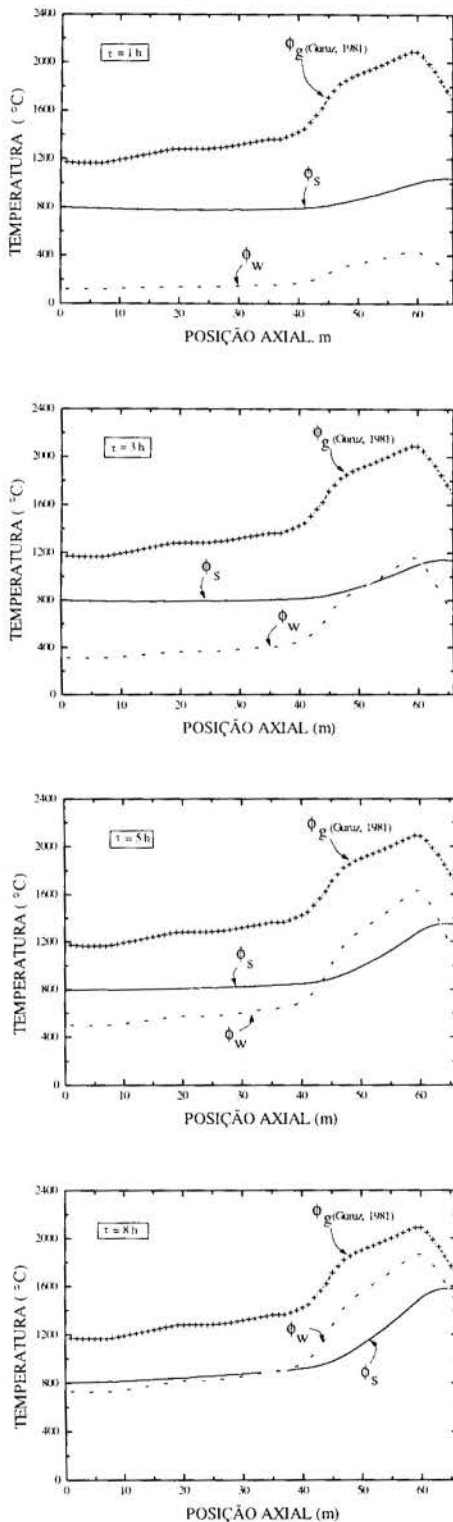


Figura 10 - Distribuição de temperatura VS Posição do forno

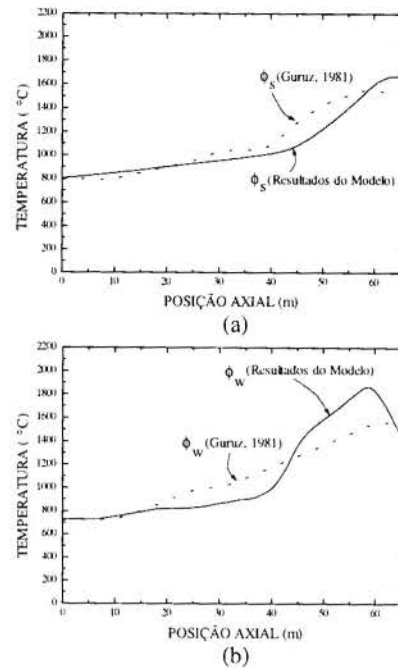


Figura 11 - Distribuição de temperatura do sólido e da parede, comparação de resultados

## REFERÊNCIAS

- Boateng, A. A. and Barr, P. V., 1996, "A Thermal Model for the Rotary Kiln Including Heat Transfer within the Bed", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, pp. 2131-2147.
- Fusaro, L. J., 1990, "Transferência de Calor no Forno Rotativo", Relatório de pesquisa CNPq/ EFEI.
- Ghoshdastidar, P. S. and Unni, V. K. A., 1996, "Heat Transfer in the Non-reacting Zone of a Cement Rotary Kiln", *J. of Engineering for Industry*, Vol. 118, pp. 169-172.
- Guruz, H. K. and Bac N., 1981, "Mathematical modelling of rotary cement kilns by the zone method", *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 59, pp. 540-548.
- Jaluria, Y. and Torrance, K. E., 1986 "Computational Heat Transfer", ed., Hemisphere Publishing Corp.
- Oliveira M., 1994, "Transferência de calor em fornos rotativos de cimento", *Anais do XV CILAMCE Congresso Ibero Latino-Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia*, Belo Horizonte-MG, Vol. 1, pp. 141-150.
- Özsisik, M. N., 1990, "Transferência de Calor Um Texto Básico", ed., Guanabara Koogan S.A.
- Segerlind, L. J., 1976, "Applied Finite Element Analysis", ed., John Wiley & Sons, Inc.
- Silva, R. J., 1994, "Análise Energética de Plantas de Produção de Cimento Portland", Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas-SP, Brasil.
- Spang, H. A., 1972, "A dynamic model of a cement kiln", *Automatica*, Vol. 8, 309-323.

## ABSTRACT

This paper presents a heat transfer model for a rotary kiln used for producing clinker of Portland cement. The temperatures will depend only on position throughout length of the kiln and time. It has been considered the heat loss through wall and the transferred heat to the solids. The finite element method has been utilized on a one-dimensional representation basis. From the results obtained it was possible to evaluate the kiln behavior, as starting point for a study of co-incineration of waste.

## EXPERIMENTAL OBSERVATIONS AND ANALYSIS OF SQUARE ARRAYS OF EQUI-DISTANT MULTIPLE FIRES AFFECTED BY A SHEAR FLOW FIELD

**K. Satoh**

National Research Institute of Fire and Disaster  
Mitaka, Tokyo 181, Japan

**M. Shinohara**

Formerly, Graduate School, Hokkaido University  
Sapporo 060, Japan

**K. T. Yang**

Department of Aerospace and Mechanical Engineering  
University of Notre Dame, Notre Dame, IN 46556, USA

### SUMMARY

*In a recent study, experimental observations of square arrays of equi-distant multiple free-standing fires were carried out. The emphasis was placed on an analysis of the burn-out data of the individual fires in a given array which were directly related to the mutual interactions among the fires in the array. In the present study, the experimental observations and an extended, but similar analysis have been made for the same square fire arrays, in which the individual fires in the array are affected by a simple shear-flow field nearby, but away from the fire array. Both the locations of the air jet which generates the shear-flow field relative to the fire array and the interfire distance were varied for two 3x3 and 5x5 fire arrays so that the effects of the shear-flow field on the dynamics of the fire arrays can be experimentally observed and the relative burn-out data of the individual fires can again be used to determine the effects of the shear-flow field on the fire arrays. This experimental study has been motivated by the likely scenarios in large urban fires caused by earthquakes or other disasters involving multiple fires, shear-flow fields, and destructive fire whirls.*

### INTRODUCTION

It is generally known that in large urban, earthquake, and forest fires, fire whirls, multiple fires, and intense wind shears have been frequently observed. Fire whirls are particularly destructive because of their high burning intensities. In the infamous 1923 Earthquake in Japan, large multiple fires were found to be common occurrences, often accompanied by fire whirls. In one instance, for example, 38,000 lives were lost to the fire at about the same time in a large localized open area in the Tokyo Earthquake. Consequently, the study of the dynamics of multiple fires is important to enable us to gain insight to the physical conditions including wind shears, fire spacings, and number density of multiple fires, under which such destructive phenomena could occur, so that counter measures can perhaps be developed to limit the loss of lives and property damages.

Unfortunately, past studies in either multiple fires or fire whirls are quite limited. For multiple fires, Putman and Speich (1963) attempted to measure the increase in flame heights for different arrangement of a number of multiple fires based on effective point sources, but only jet flames were considered. Thomas et al. (1965) studied the merging of flames when two fires were placed side by side in the range of short flames and obtained a correlation relating the merged flame height to the fire spacing as a result of flame interactions between the

flames. Fire whirls can be generated in the open field or in the laboratory by a variety of means, as reviewed recently by Satoh and Yang (1996, 1997). One conclusion is that the triggering of a fire whirl is essentially a hydrodynamic phenomenon by a flow which imparts a sufficiently high angular momentum to the fire plume. Since as mentioned earlier, large urban and forest fires are known to be characterized by multiple fires clustered in close proximities where fire whirls have often been observed, an interesting and significant issue is then what may be the mechanisms that would cause the fire whirls to occur in such multiple-fire situations.

The present experimental study attempts to address this issue. Since it is deemed necessary for the presence of a shear-flow field which imparts angular momentum to a free-standing fire to trigger a fire whirl, it is not surprising that fire whirls do exist in large urban and forest fires, because of the likely shear-flow fields created by the prevailing wind containing wind shears. This is the primary reason in the present study to incorporate a fan-driven jet flow adjacent to a square multiple-fire array to simulate such wind shears.

### EXPERIMENTS AND OBSERVATIONS

In the present study, a series of laboratory multiple-fire tests were conducted utilizing two separate square arrays of



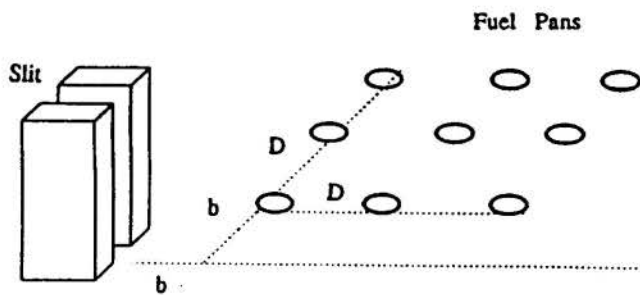


Figure 1 - Schematic of 3x3 Fire Array Geometry and Slit-Wind Generation Device

equi-distant multiple fires, one array of 3x3 individual fires and the other with 5x5 fires. Many more data sets, however, were obtained for the smaller and simpler array. The shear wind external to the test fire was generated by 10 in-line vertically-mounted fans which discharged air flows (winds) through a vertical slit located close to the corner fire of the array so that the wind direction at the slit exit is parallel to one side of the array, as shown in Figure 1. Because of the large number of parameters in the experimental scenario, we chose to concentrate on just a few of them in order to gain some basic insight to the complex phenomena. Each individual fire in the array originated from a steel fuel pan (7.5 cm in diameter and 3 cm in fuel depth) which contained 81 grams of n-heptane prior to ignition. The distance between any two immediate adjacent fuel pans in the array,  $D$ , and the location of the wind slit exit relative to the closest fuel pan (given by dimension  $b$  in Figure 1) were allowed to vary from test to test. The slit has a width of 2.5 cm and a height of 90 cm, and even though the wind speed through the slit could be controlled, it was nevertheless set at a constant 2.0 m/sec, again for simplicity. The corresponding jet Reynolds number is about 3,150. After all the fuels in the array were ignited, the dynamics of the fire plumes were then observed visually and recorded with a video camera, including the occurrence of fire whirls. In addition, quantitative burn-out times after the ignition at each fuel pan were also recorded as an indicator of the average burning rate as affected possibly by the local flow conditions. For each multiple fire test, a single free-standing fire with the same fuel pan and fuel, located at a large distance away from the fire array, was also ignited at the same time, and then continuously observed and recorded to provide a reference point of the flow conditions in the same laboratory space and anything that may be unusual in such conditions. It may be of interest to note that for the single free-standing fires, the burn-out times did not vary much from test to test, only between 1,463 to 1,505 seconds, and no fire whirling was ever observed for the single fire case.

Before the observation results are presented, it is instructive to note the more important findings of a companion study with exactly the same experimental conditions except that there was no shear-flow field (Sato et al., 1998). The significance of that study is that the fire scenarios in the current study has two separate effects, namely, an interaction effect among the individual fires in the array and an shear-wind effect, and yet, the two effects cannot be separated without the knowledge of the interaction effects. The companion study was carried out to provide the multiple-fire interaction effect data so that, together

with the data from the present study, it would be possible to delineate the shear-wind effects. Briefly, in the companion study it was found that interaction effects are strongest for small inter-fuel pan distance  $D$  and decrease asymptotically as  $D$  increases without bound. Under the experimental conditions similar to those in the present study, this asymptotic condition can be essentially achieved with  $D=1.5$  m. Also, only rather weak whirls could be observed and even then, they only occurred fleetingly. Another interesting result was that within the array the strongest interaction occurs between the corner fire and the fire next to it along the boundary, followed by the interaction between the boundary fire next to the corner fire and the fire next to it on the interior side. The next one is between the corner fire and the centrally located fire, and the least is that between the middle fires along two adjacent boundaries.

In the present study, 20 separate fire tests with 3x3 arrays and 3 tests with 5x5 arrays were carried out with different combinations of  $b$  and  $D$  (Figure 1), which were chosen so that the shear-wind effects of fixed  $b$  with varying  $D$  (for the 3x3 array,  $b=0.2$  m with  $D=0.2$  m, 0.3 m, 0.4 m, 0.5 m, 0.7 m, and 1.0 m;  $b=0.3$  m with  $D=0.2$  m, 0.3 m, 0.4 m, 0.5 m, 0.7 m, and 1.0 m;  $b=0.6$  m with  $D=0.3$  m and 0.5 m; and for the 5x5 array,  $b=0.2$  m with  $D=0.5$  m and 0.8 m), and those of fixed  $D$ , but varying  $b$  (for the 3x3 array,  $D=0.3$  m with  $b=0.2$  m, 0.3 m, 0.6 m, 1.0 m, and 1.3 m;  $D=0.5$  m with  $b=0.2$  m, 0.3 m, 0.4m, 0.6 m, and 1.0 m; and for the 5x5 array,  $D=0.8$  m with  $b=0.2$ m and 0.5m) can all be studied. Before the observational results are presented, it is desirable at the outset, to facilitate the discussion of the results later on, to offer a physical scenario on the interaction between the jet flow from the slit and the fire array and its individual fires. It is understandable that the shear flow is the result of the jet which increases its spread, accompanied by decreasing strength, as the distance from the jet exit increases. However, as the jet encounters a fire in the array, it tends to seek to move through the locally available free area with the lowest resistance. This seems to be the mechanism for the sheer flow to lose its jet-flow characteristics and to penetrate into the array, thus affecting other fires in the array through interacting with the prevalent local entrainment into such fires. It is therefore not surprising to find rather complex flow patterns, as suggested by the individual dynamic flame

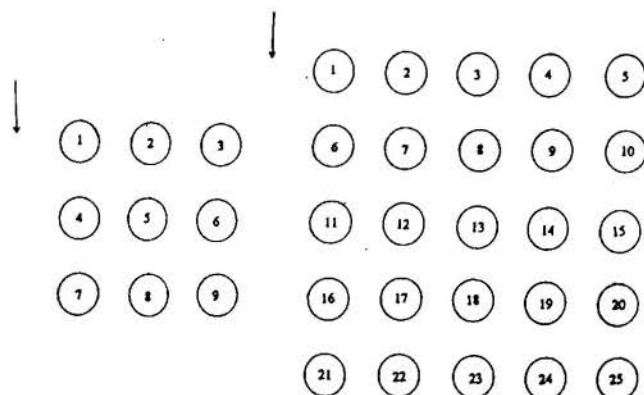


Figure 2 - Fire Designations in 3x3 and 5x5 Arrays

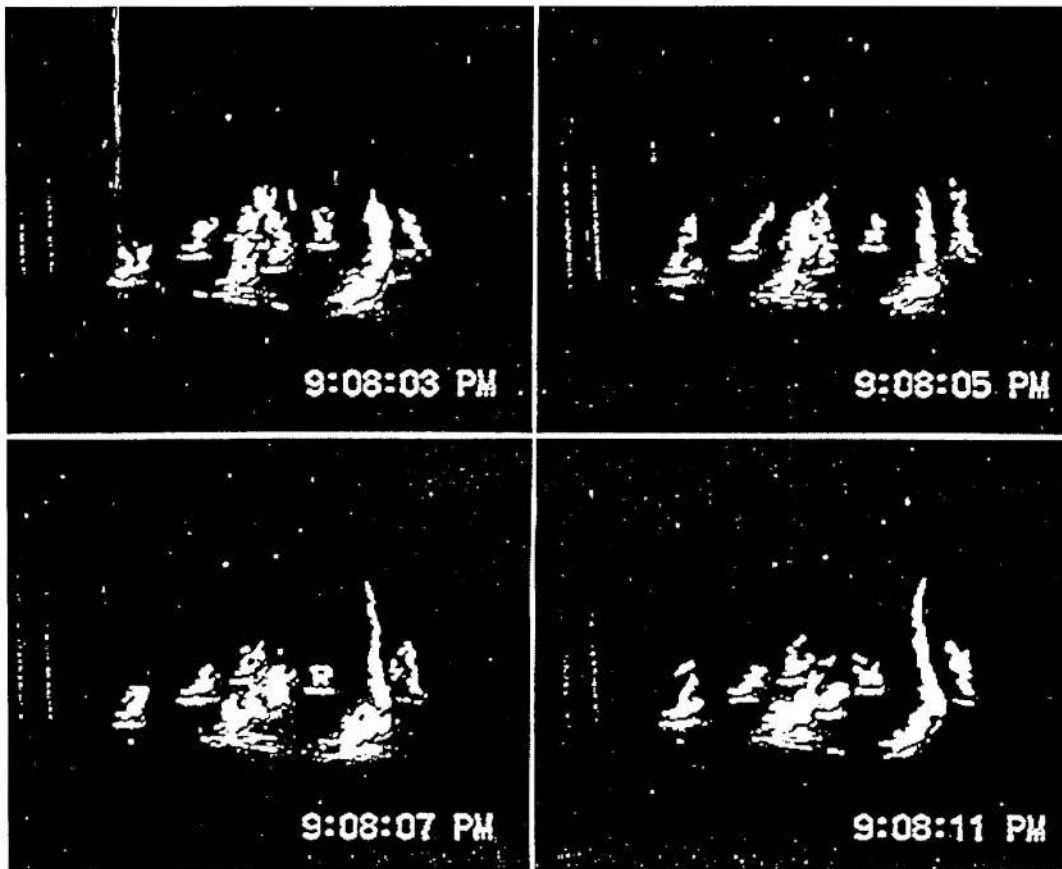


Figure 3 - Time Sequence of 3x3 Array Fires ( $b = 0.3$  m,  $D = 0.7$  m)

movements observed in the experiments. Based on the video records of the array fires, the general dynamics of the fires appeared to be similar to those in the absence of the shear flow (Satoh et al., 1998), undoubtedly because of the relatively low slit velocity (Reynolds number of 3,150) utilized. However, there were several subtle and significant differences that could be delineated. For discussion purposes, it is convenient to refer to Figure 2 which gives the numerical designations of individual fires in each array. Firstly, the presence of the shear-flow effect was quite evident, especially in arrays with  $D > 0.4$  m. For smaller  $D$  values, the array again behaved like an area fire, and the strong direct interactions among the fires overwhelmed the effect of the shear. However, at large  $D$  values ( $> 0.4$  m), complex flow patterns as suggested by the flame dynamics (flame lengths, flame leaning angles, and directions) were clearly discernible. Here the larger open spaces among the fires allowed the shear flow to penetrate into the array, thus disturbing the local flow patterns and affecting the flame dynamics. Secondly, there was also a clear indication by the flame leaning angles that for similar larger  $D$  values, the boundary fires 1, 4, 7 for the 3x3 array (see Figure 2) were affected by the jet flow, especially for fires 4 and 7 as  $b$  increases. Thirdly, the occurrence of fire whirls, indicated by sudden elongated flame heights, accompanied by greatly increased fire noise, was more plentiful in both arrays than those observed in the experiments without the shear-flow field. Also, each whirl lasts much longer duration. Both effects signify the importance of the external shear field to

triggering the fire whirls. However, these fire whirls were still not sufficiently strong to materially affect the burn-out times. Fourthly, the likely fire location for the 3x3 array where the whirl occurs now moved from fire 5 to fire 8, again suggesting the influence of the shear flow and its penetration into the array. Also interestingly, the last fire to burn out, where the average burning rate was the lowest, was at fire 3 for the 3x3 array. This is not surprising as it was indeed the least one to be affected by the shear field. On the other hand, for the 5x5 array, the largest burning fire was fire 20, and this is also expected, since the penetration by the shear flow into the array depth was more difficult due to the large number of fires along the way. Obviously the logistics of showing details of the observations from the video recording here in this paper is difficult, and only typical time sequences of two tests, one for each of the two arrays during the full-burning period, can be shown, as in Figures 3 and 4. The occurrence of fire whirls and also the brief durations can be easily discerned.

#### BURN-OUT TIME DATA ANALYSIS AND DISCUSSIONS OF RESULTS

The burn-out time data for each fire in the array in a given test was recorded on the video tapes and could be easily retrieved. Also, as already mentioned earlier, the burn-out time is a fair representation of the average burning rate for a given fire in the array, since the start-up and the

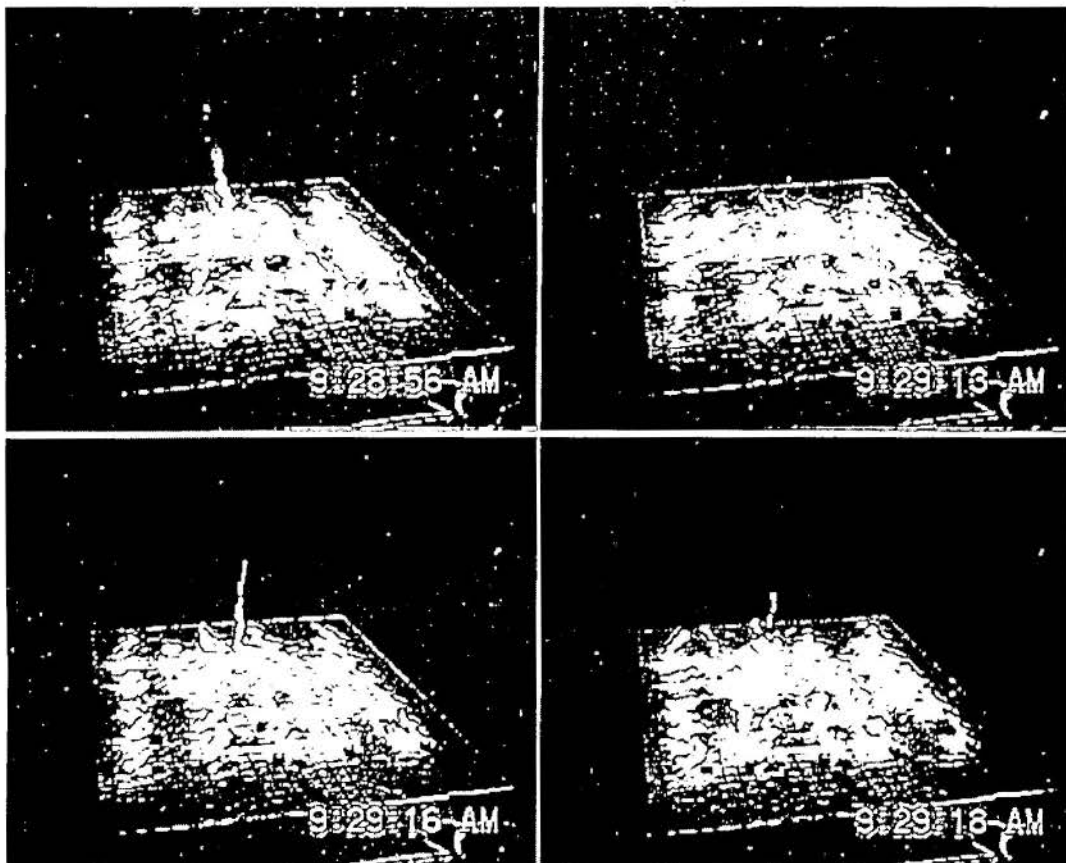


Figure 4 - Time Sequence of 5x5 Array Fires ( $b = 0.2 \text{ m}$ ,  $D = 0.5 \text{ m}$ )

extinguishing periods are only a small portion of the total burning time. As pointed out by Satoh et al. (1998), this burn-out time can be cast into a dimensionless index  $I(m)$  defined by

$$I(m) = [BOT(m) - BOTR] / BOTR \quad (1)$$

where  $BOT(m)$  is the burn-out time of fire  $m$  in the array in seconds in the absence of a shear-flow field, and  $BOTR$  is a reference burn-out time also in seconds, which is that of a free-standing single fire with the same size fuel pan, fuel, and fuel weight. As pointed out earlier,  $BOTR$  ranges between 1,463 seconds and 1,505 seconds, and can be taken to be a known constant. For the array-fire experiments without the shear flow, zero  $I(m)$  indicates that there is no interaction to fire  $m$  from all the other fires in the array, and this can be theoretically achieved as  $D$  approaches infinity, and then the fire  $m$  behaves like a free-standing single fire.  $I(m)$  is always positive and achieves high values when interactions are strong, such as the cases in which  $D$  becomes very small.

In the present study including the effects of a shear-flow field, another similar, but modified index  $IS(m)$  can be utilized in an attempt to sort out the shear-flow effects. This new index is defined as follows:

$$IS(m) = [BOTS(m) - BOT(m)] / BOTR \quad (2)$$

where  $BOTS(m)$  is the burn-out time in seconds from the present study with the shear-flow field, while  $BOT(m)$  remains to be the same as that in equation (1). This index approaches zero in the limiting case when the distance  $b$  becomes very

large such that the shear-flow field does not interact with the fire array at all. It can achieve a high value when the shear effects overwhelm that due to interacting fire plumes in the array. Unfortunately, there are two slight complications in utilizing this index to sort out the shear-flow effects. One is that because of the symmetrical properties of the fires in the absence of shear flows, there is only a relatively small number of fires that need to be dealt with (5 fires in the case of the 3x3 array) in the analysis (Satoh et al., 1998). On the other hand, when the shear flow

$b = 0.3 \text{ m}$ , $D = 0.3 \text{ m}$			$b = 0.6 \text{ m}$ , $D = 0.5 \text{ m}$			
Slit			Slit			
	0.141	0.015	0.010	0.179	0.088	0.203
	0.199	0.100	0.015	0.209	0.181	0.242
	0.289	0.242	0.097	0.199	0.204	0.283
$b = 0.3 \text{ m}$ , $D = 1.0 \text{ m}$			$b = 1.0 \text{ m}$ , $D = 0.5 \text{ m}$			
Slit			Slit			
	0.025	0.062	0.020	0.163	0.082	0.092
	0.371	0.053	0.076	0.072	0.088	0.121
	0.139	0.232	0.160	0.191	0.048	0.018

Table 1 - Typical Shear-Flow Effect Index  $IS(m)$  for Four 3x3 Array Tests

is present, all symmetries are lost. All the fires in the array must be dealt with separately. One rather different and more complex analysis needs to be developed here. The other complication is that the individual fire burn-out times in the absence of the shear-flow field must be known, and it is therefore important that the array fire tests with and without the shear flow be carried out as close to each other as possible to insure that both tests are subjected to essentially the same local conditions in the same laboratory space. The latter constraint was indeed adhered to the best possible way. Thus, by using the data from the separate no-shear wind tests, all the indices IS(m) for every fire in a given array were calculated in accordance with equation (2). The limitation of space herein prevents the presentation of all these data. However, four sets of such data for four 3x3 array tests are shown in Table 1 as typical examples, where the indices given correspond to the locations in the array (see Figure 2). High local indices refer to high shear-flow effects. Any value less than 0.04 is not meaningful, since it is within the variability of burn-out times for a single free-standing fire. The interpretation of these data in terms of the shear-flow effects on the local average burning rates is still somewhat difficult. To make such data more qualitatively meaningful, the present study chose to examine the shear-flow effects in several some-what arbitrary bands of the index levels as follows:

Legend	I(m)	Effects
HH	0.33-0.41	Very Strong
H	0.27-0.33	Strong
HM	0.18-0.27	High Moderate
M	0.10-0.18	Moderate
ML	0.04-0.10	Low Moderate
L	0.01-0.04	Low
O	<0.01	Zero

The complete results in terms of these bands for all the array tests are shown in Table 3. With these data, it is then possible to delineate the effects of the shear-flow alone. The cases of 3x3 array will be considered first. For a small  $b = 0.2$  m, it is expected that the fires in the array will merge into an area fire for  $D = 0.2$  m, for which the burning rates are high because of high inter-fire interactions. The shear-flow effect is concentrated along the boundary fires 7, 8 and 9. However, as  $D$  increases to 0.3 m, more fires along the boundary facing the shear flow, 1, 4 and 7, are directly affected by the shear flow. At  $D=0.4$  m, penetration of the shear flow into the array is already well established, leaving only the two corner fires 3 and 9 unaffected. This is undoubtedly because of the more free area available within the array. When  $D=0.5$  m and 0.7 m, penetration is complete, and the corner fire 7 is now not affected. At  $D=1.0$  m, the fires in the array are almost free-standing, and only fire 4 which is located directly in the path of the shear flow is the only one that is affected. For  $b=0.3$  m, the jet exit is now at a larger distance away from the array, the scenario is essentially the same as those for  $b=0.2$  m, except that the full penetration now occurs at  $D=0.7$  m, and the strength of the shear-flow effect starts to wane at  $D=1.0$  m. For  $b=0.6$  m, the array sits in the position relative to the jet that the

full penetration is achieved even at  $D=0.3$  m. At  $D=0.5$  m, the shear-flow effects for the entire array are seen to be relatively strong and uniform throughout. However, the magnitudes of this effect are decidedly lower at this larger value of  $D$ .

3x3 Array, b = 0.2 m									
D = 0.2 m	0.3 m	0.4 m	0.5 m	0.7 m	1.0 m				
O O O	HM M O	H M O	HH L ML	ML M HM	L L M				
ML ML O	HM M O	HM HM ML	HM ML M	M HM HM	HM O ML				
H HM M	HM M	HH HH O	O M M	O ML M	O M O				
3x3 Array, b = 0.3 m									
D = 0.2 m	0.3 m	0.4 m	0.5 m	0.7 m	1.0 m				
O O O	M L L	HM M O	L O O	HM M M	L ML L				
L ML O	HM ML L	M HM M	H M M	HH ML M	HH ML ML				
H HM HM	H HM ML	HH H HM	M HM M	H HM HM	M HM M				
3x3 Array, b = 0.6 m									
D = 0.3 m	0.5 m								
ML ML ML	M ML HM								
M M ML	HM HM HM								
HM HM HM	HM HM H								
3x3 Array, D = 0.3 m									
b = 0.2 m	0.3 m	0.6 m	1.0 m	1.3 m					
HM M O	M L L	ML ML ML	ML ML ML	L L ML					
HM M O	HM ML L	M M ML	M ML ML	M ML ML					
HH HM O	H HM ML	HM HM HM	M HM HM	M HM M					
3x3 Array, D = 0.5 m									
b = 0.2 m	0.3 m	0.4 m	0.6 m	1.0 m	1.3 m	2.0 m			
HH L ML	L O O	M L M	M ML HM	M ML ML	M O ML	O O O			
HM ML M	H M M	M M M	HM HM HM	ML ML M	ML ML ML	O O O			
O M M	M HM M	HM HM HM	HM HM H	HM ML L	M M ML	O L L			
5x5 Array									
b=0.2m, D=0.5m	b=0.2m, D=0.8m	b=0.5m, D=0.8m							
M M ML ML O	M ML M HM M	O O L L ML							
H ML L L O	L ML L ML L	ML O O HM							
O O O O O	ML O O O O	L O O ML							
O O O O O	M O O O O	O O O ML							
O O O O O	HM O L O O	HM O ML ML							

Table 2 - Local Shear-Flow Effect Index Level Data for All Fire-Array Tests

For the case of fixed  $D=0.3$  m, the shear-flow effects in Table 2, which are due to the relative distances between the array and the jet exit, are also expected. For small  $b=0.2$  m, the shear flow effects still only concentrate along the close-by boundaries. As  $b$  increases, the shear flow begins to penetrate into the array and the locations of fires with the maximum effects also move into the array. At  $b=1.0$  m, the maximum overall effects are achieved, and for  $b>1.0$  m, the effects are seen to start to decrease. For the corresponding case of  $D=0.5$  m, as the array moves away from the jet exit ( $b=0.2$  m and 0.3 m), the location of the maximum effect moves from fire 1 to fire 4 with reduced magnitude. Full penetration is achieved at  $b=0.4$  m with the maximum overall effect ( $>HM$ ) being achieved at about  $b=0.6$  m, and the effect starts to decrease thereafter. At  $b=2.0$  m where the array is so far removed from the slit, shear-flow effect is almost non-existent.

Three 5x5 array-test shear-flow effect index data are also shown in Table 2. First of all, there are so many fires in the array, and the resistance to the shear-flow penetration is high. Therefore in all three cases, penetration into the array is mostly confined to regions close to any of the boundaries. For small  $b$  of 0.2 m and small  $D$  of 0.5 m, only fires 1,2,3,4,6, and 7 are affected with fire 6 having the maximum effect due to the close proximity to the shear flow. As  $D$



increases to 0.8 m, the fire spreads to fires 11, 16 and 21, and the maximum-effect location also moves outward from fire 6 to fire 21. When  $b=0.5$  m and  $D=0.8$  m, the shear-flow effect now moves along the fires 21-25 and 5-25 boundaries, still interestingly without any penetration into the interior of the fire array.

## CONCLUSIONS

The following conclusions can be drawn from the present experimental study:

- (1) The effects of the shear flow on the array-fire dynamics, though relatively weak ( $Re=3,150$ ), can still be discerned. The penetration of the shear flow into the array is deemed responsible for causing complex interior flow patterns.
- (2) The occurrence of fire whirls is found to be much more plentiful with the shear-flow field than those without, and the durations of the whirls are also longer. These observations are compatible with the complex interior flow patterns resulted from the shear-flow penetration.
- (3) The analysis based on a shear-flow effect index  $IS(m)$  gives a credible view of the penetration phenomena, which give rise to the relative levels of the shear-flow effects for different combinations of  $b$  and  $D$ .
- (4) For the  $3 \times 3$  array tests, penetration is small for closely placed fuel pans (small  $D$ 's), in which case the shear-flow effects are limited to the boundary fires facing the shear flow. For a given  $b$  (0.2 m to 0.6 m), penetration increases with  $D$  and achieves a maximum at about  $D=0.7$  m and then decreases. For given  $D$  (0.3 m and 0.5 m), penetration increases with  $b$  and achieves a maximum at about  $D=0.5$  m and then decreases. It is reduced to almost zero beyond  $b=1.3$  m.
- (5) Because of the large number of fires in the  $5 \times 5$  array, interior flow resistance is high, which discourages penetration of the shear flow into the array. In the parameter ranges considered, penetration into the array is minimal and the shear-flow effect is largely limited to the fires on the boundaries.

## NOMENCLATURE

BOTR	burn-out time of reference single fire, sec.
BOT(m)	burn-out time of fire $m$ in array without shear flow, sec.
BOTS(m)	burn-out time of fire $m$ in array with shear flow, sec.
$b$	distance of jet exit to the array (see Figure 1), m
$D$	inter-fuel pan distance, m
$I(m)$	Inter-fire Interaction index for fire $m$
$IS(m)$	shear-flow effect index for fire $m$
$m$	individual fire designation in array

## REFERENCES

- Putnam, A.A. and Speich, C.F., 1963, A model Study of the Interaction of Multiple Turbulent Diffusion Flames, Proceedings of the 9th Symposium (International) on Combustion, 867-877.
- Satoh, K. and Yang, K. T., 1996, Experimental Observations of Swirling Fires, Proceedings of the 1996 International Mechanical Engineering Congress and Exhibition, Atlanta, GA, USA, ASME HTD-Vol. 335, 393-400.
- Satoh, K and Yang, K. T., 1997, Simulations of Swirling Fires Controlled by Channeled Self-Generated Entrainment Flows, Proceedings of Fifth International Symposium on Fire Safety Science, Melbourne, Australia, 201-212.
- Satoh, K, Shinohara, M, and Yang, K. T., 1998, Experimental Observations and Analysis of Square Arrays of Equi-Distant Multiple Fires, Proceedings of the Third Asia-Oceania Symposium on Fire Science and Technology, Singapore, June, 1998, 517-528.
- Thomas, P. H., Baldwin, R. and Heselden, J. M., 1965, Buoyant Diffusion Flames: Some Measurements of Air Entrainment, Heat Transfer, and Flame Merging, Proceedings of the 10th Symposium (International) on Combustion, 983-996.

## MODELAGEM NUMÉRICA DO ESCOAMENTO E DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO INTERIOR DO CILINDRO DE UM COMPRESSOR ALTERNATIVO

**Alessandro G. Catto e Alvaro T. Prata**  
 Departamento de Engenharia Mecânica  
 Universidade Federal de Santa Catarina  
 88040-900 - Florianópolis, S.C. - Brasil

### SUMMARY

This work presents a numerical analysis for the laminar flow and heat transfer inside the cylinder in a reciprocating compressor. Use is made of a finite volume methodology for solving the governing differential equations in a two dimensional axisymmetrical domain that contracts and expands as the piston goes up and down. First an adiabatic cylinder with no mass flux through its boundaries is considered. Next, a constant temperature is prescribe at the cylinder walls and attention is focused on the heat transfer between the cylinder and the gas. It is found that the heat flux is out of phase with the gas-to-wall temperature difference, precluding the use of Newton's law of cooling. The further step taken in the simulation was to incorporate the mass flux through reed type valves. Comparisons with available experiments validated the computations.

### INTRODUÇÃO

O compressor é o componente do sistema de refrigeração que concentra as maiores atenções, e continuamente busca-se características melhores de rendimento, e baixo ruído, dentre outros aspectos. No presente trabalho investiga-se os processos que ocorrem no interior do cilindro do compressor, permitindo assim que se possa avaliar de forma mais precisa o impacto de formas construtivas, características de operação e da transferência de calor sobre o desempenho do mesmo.

Para que se torne possível tal avaliação, se faz necessário o uso de metodologias numéricas aplicada a domínios deformáveis, uma vez que a modelação realiza-se em regime transiente, onde, devido ao movimento alternativo do pistão, altera-se o volume no interior do cilindro a cada passo de tempo. Considerando-se que modelos termodinâmicos de compressores estão disponíveis na literatura desde o século passado, a utilização de modelos diferenciais para o estudo do escoamento no interior de compressores é relativamente recente. Um dos primeiros trabalhos nesta linha disponíveis na literatura é o de Watkins (1973) que desenvolveu modelos para o escoamento laminar. Mais tarde (Watkins, 1977), este procedimento foi estendido para escoamentos turbulentos, onde o modelo k- $\epsilon$  foi adaptado para escoamento compressível, transiente no interior de cilindros. Nesta mesma linha Gosmam e Watkins (1979) compararam seus resultados com correlações globais. Para o caso simples de um cilindro fechado, sem válvulas, a taxa de transferência de calor obtida pelo método de diferenças finitas foi menor do que aquela calculada pelas correlações experimentais. Gosmam e Whitelaw (1979) e Gosmam (1981) obtiveram resultados a respeito do fluxo de calor na cabeça de cilindros de motores, compatíveis com os obtidos experimentalmente por Dao et al. (1973). O modelo adotado era axissimétrico na forma e nas condições de contorno.

Recktenwald (1982 e 1989) modelou o escoamento no interior do compressor e descreveu a transferência de calor considerando uma geometria axissimétrica. As equações de Navier-Stokes foram resolvidas numericamente e para o escoamento turbulento foi utilizado o modelo de turbulência k- $\epsilon$ . O autor explora o fluxo de calor no interior do cilindro e a influência deste sobre o desempenho de compressores

alternativos, afirmando também que a taxa total de transferência de calor não é bem correlacionada com a diferença de temperatura entre o gás e as paredes sólidas do cilindro.

Apesar das evidências de que o fluxo de calor no interior do compressor não é bem correlacionado com a diferença de temperatura entre o gás e as paredes do cilindro, é grande o número de correlações disponíveis na literatura que insistem neste modelo. Exemplos destas correlações podem ser encontrados em Adair et al. (1972), Brok et al. (1980), Polman (1981) e Lee et al. (1982). Fagotti et al. (1994) apresentaram um estudo de alguns modelos de transferência de calor entre o gás e as paredes de um compressor alternativo e mostram que estas correlações apresentam grandes diferenças entre si.

Lawton (1987) mostrou experimentalmente para motores de combustão interna, que o fluxo de calor durante a compressão é muito maior que o fluxo de calor durante a expansão. Apresenta ainda resultados para o fluxo máximo de calor, o qual ocorre cerca de oito graus antes do ponto morto superior, e mostra a presença de um fluxo significativo de calor no sentido da parede para o gás, mesmo quando a temperatura média do gás era maior que a temperatura das paredes. Como alternativa para quantificação deste efeito, Lawton propôs a inclusão de um novo termo na correlação proposta por Annand (1970).

Kornhauser e Smith (1994) em seus estudos da transferência de calor no interior de um cilindro fechado, sugerem o uso de coeficientes de troca de calor por convecção na forma complexa, a fim de resolver o problema da defasagem entre o fluxo de calor e a diferença de temperatura entre o gás e o cilindro.

No presente trabalho as equações diferenciais que governam o escoamento e a transferência de calor de fluidos no interior do compressor são resolvidas e os resultados são comparados tanto com modelos globais como com resultados disponíveis na literatura.

### FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Adotou-se para este trabalho um modelo bidimensional axissimétrico, onde a simetria ocorre tanto na geometria quanto nas condições de contorno. Para que o modelo possa representar as válvulas de sucção e de descarga, ambas estarão posicionadas

na mesma coordenada, ou seja, centradas. Isto se faz possível, pelo fato de que nunca ocorrerá de as duas válvulas estarem abertas simultaneamente. Com este artifício, pode-se então utilizar as dimensões de cada válvula quando cada uma delas estiver em atuação.

Para o modelo adotado, a velocidade do fluido em contato com as paredes do cilindro é igual a zero, e para a superfície do pistão a velocidade imposta no fluido é igual à velocidade de deslocamento do pistão. Enquanto as válvulas estiverem fechadas, fixa-se para a região da válvula velocidade nula; caso alguma das duas válvulas esteja aberta, prescreve-se na região desta, um perfil de velocidade uniforme capaz de proporcionar o mesmo fluxo de massa passante pelo orifício da válvula.

O volume ocupado pelo fluido no interior do cilindro pode ser representado como uma função do ângulo de giro do eixo acionador. No presente trabalho, explorou-se a aplicação de mecanismos do tipo biela-manivela.

**Fluxo de Massa Através das Válvulas.** Para que se possa chegar às expressões para o fluxo de massa através das válvulas, as seguintes hipóteses devem ser adotadas: a) condições de estagnação a montante da válvula; b) fluxo unidimensional e isentrópico; c) equações de fluxo permanente para o cálculo do valor instantâneo do fluxo não permanente; d) válvula aberta é tratada em cada instante como um orifício simples, com uma certa área efetiva da secção de passagem.

**Dinâmica das Válvulas.** Este trabalho trata as válvulas como placas rígidas, dotadas de massa e amortecimento, sendo que estas estão fixadas em molas com uma certa rigidez. As válvulas serão então modeladas como sistemas massa-mola-amortecedor com apenas um grau de liberdade. As forças atuantes são dadas como uma função do diferencial de pressão que ocorre entre as duas faces da palheta, e a força de colamento, a qual atua apenas enquanto a válvula estiver fechada, e é constante e causada pela existência de óleo entre a palheta e a placa de válvulas.

**Modelo Matemático.** Para calcular as forças atuantes sobre a válvula, a fim de descrever o movimento destas, ou para se conhecer os esforços sobre o pistão, deve-se determinar os campos de velocidade e de pressão no interior do cilindro do compressor. Do mesmo modo, para determinar a transferência de calor entre os gases e as paredes do compressor, deve-se possuir os campos de temperatura. Para tanto utilizam-se as equações diferenciais governantes dos problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor.

O modelo matemático adotado para a solução do escoamento e da transferência de calor no interior do cilindro do compressor é composto pelas equações de conservação da massa e da energia, pelas equações de Navier-Stokes e pela equação dos gases perfeitos.

Como o problema em discussão apresenta a geometria cilíndrica, sendo axissimétrico não apenas na forma mas nas condições de contorno, e possuindo a válvula centrada na tampa do cilindro, será utilizado um sistema de coordenadas cilíndricas.

A equação da conservação da massa, pode ser escrita como segue

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

sendo  $\rho$  a massa específica do fluido,  $u$  a componente axial da velocidade e  $v$  a componente radial da velocidade;  $t$  é o tempo,  $x$  e  $r$  são, respectivamente, as coordenadas axial e radial.

As equações para a conservação da quantidade de movimento nas direções axial e radial, bem como a equação da energia são escritas como segue

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v u)}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right] + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x} (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v v)}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right] + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial r} (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) - \mu \frac{v^2}{r^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u T)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v T)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{1}{c_p} \frac{Dp}{Dt} + \frac{\mu}{c_p} \Phi \quad (4)$$

onde  $\Phi$  representa o termo de dissipação viscosa.

A equação do gás completa a formulação do problema e forma um sistema de cinco incógnitas e cinco equações. Por simplicidade, neste trabalho os gases serão tratados como perfeitos.

As equações governantes necessitam sofrer uma transformação, passando de um sistema de coordenadas fixo ( $x, r, t$ ) para um sistema de coordenadas móvel ( $\xi, r, t$ ), que apresenta deformações apenas na direção axial. Esta transformação é desenvolvida por Watkins (1977) e seus passos são apresentados em Catto (1996) e Catto e Prata (1997).

Desta forma, obtém-se respectivamente as equações da continuidade, da conservação da quantidade de movimento nas direções axial e radial, bem como a equação da conservação de energia, escrita no sistema de coordenadas móveis ( $\xi, r, t$ ).

$$\frac{1}{x_p} \frac{\partial(\rho x_p)}{\partial t} + \frac{1}{x_p} \frac{\partial(\rho \tilde{u})}{\partial \xi} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v)}{\partial r} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{1}{x_p} \frac{\partial(\rho x_p u)}{\partial t} + \frac{1}{x_p} \frac{\partial(\rho \tilde{u} u)}{\partial \xi} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v u)}{\partial r} = -\frac{1}{x_p} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{1}{x_p} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \mu \frac{1}{x_p} \frac{\partial u}{\partial \xi} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right] + \frac{1}{3} \mu \frac{1}{x_p} \frac{\partial}{\partial \xi} (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) \quad (6)$$

$$\frac{1}{x_p} \frac{\partial(\rho x_p v)}{\partial t} + \frac{1}{x_p} \frac{\partial(\rho \tilde{u} v)}{\partial \xi} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v v)}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{x_p} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \mu \frac{1}{x_p} \frac{\partial v}{\partial \xi} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right] + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial r} (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) - \frac{1}{3} \mu \frac{v^2}{r^2} \quad (7)$$

$$\frac{1}{x_p} \frac{\partial(\rho x_p T)}{\partial t} + \frac{1}{x_p} \frac{\partial(\rho \tilde{u} T)}{\partial \xi} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v T)}{\partial r} = \frac{1}{x_p} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{1}{x_p} \frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial \xi} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{1}{c_p} \frac{Dp}{Dt} + \frac{\mu}{c_p} \Phi(\xi, r, t) \quad (8)$$

onde  $x_p$  é a posição instantânea do pistão e  $\tilde{u}$  é a velocidade axial do fluido no sistema móvel e é dada por  $\tilde{u} = u - u_g$ ;  $u_g$  é a velocidade local instantânea da malha (Catto e Prata, 1997).

Neste trabalho, o arranjo de variáveis adotado é o desencontrado, onde as variáveis  $\rho$ ,  $T$  e  $P$  são armazenadas no centro dos volumes de controle, enquanto que as velocidades são armazenadas nas interfaces destes volumes de controle. Para avaliação das variáveis nas quatro faces dos volumes de controle utiliza-se o esquema de interpolação WUDS, proposto por Raithby e Torrence (1974).

Neste trabalho utiliza-se a técnica de Correção Simultânea da Densidade e da Velocidade (CSDV), que é recomendada para escoamentos em qualquer regime de velocidade, o qual mantém a massa específica e a velocidade como incógnitas da equação da conservação da massa. Emprega-se também o método SIMPLEC, sendo que o detalhamento destes processos podem ser encontrados em Van Dormaal (1984,1985) e Silva e Maliska (1988). Maiores informações associadas à metodologia numérica, incluindo os aspectos associados às malhas computacionais adotadas e à incerteza da solução numérica, são apresentados em Catto (1996).

## RESULTADOS

O primeiro modelo adotado para simulação é o de um cilindro fechado sem válvulas e adiabático, dotado de um pistão cujo movimento é promovido por um mecanismo biela-manivela. Com isto, o modelo representa apenas os processos de compressão e de expansão do fluido de trabalho. Considerou-se as propriedades do fluido constantes, exceto a densidade, e tomou-se como referência as dimensões do compressor utilizadas por Kornhauser e Smith (1987) em seus trabalhos, e que foram seguidas por Recktenwald (1989). Desta forma, pode-se comparar os resultados, sendo então os parâmetros base para formulação aqueles apresentados na tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros utilizados na simulação, caso base.

Diâmetro	50,80 mm
Raio da Biela	38,10 mm
Razão de Volume	2
Rotação	200 rpm
Fluido de Trabalho	hélio
Constante do Gás	2077 J/kg.K
Calor Específico ( $c_p$ )	5192 J/kg.K
Condutividade Térmica	0,152 W/m.K
Viscosidade Absoluta	$1,99 \times 10^{-5}$ Pa.s
Temperatura Inicial	285 K
Pressão Inicial	$1,222 \times 10^5$ Pa

Valores máximos e mínimos tanto para a pressão como para a temperatura encontrados no interior do cilindro, quando plotados em função do ângulo de giro da manivela, demonstram uma variação muito pequena, quase que imperceptível. A pequena diferença observada entre o valor máximo e mínimo reduz-se à medida que o pistão aproxima-se do PMS. Fica

garantido assim que o fato de se plotar sempre os valores médios das propriedades, não acarreta em perdas significativas de informações, para esta classe de problemas.

Realizou-se ainda a comparação entre os resultados obtidos com o modelo numérico e com o modelo termodinâmico. Esta comparação é apresentada na figura 1 para a pressão. Em virtude da pressão e temperatura serem uniformes no interior do cilindro, o modelo numérico fornece resultados idênticos ao modelo termodinâmico.

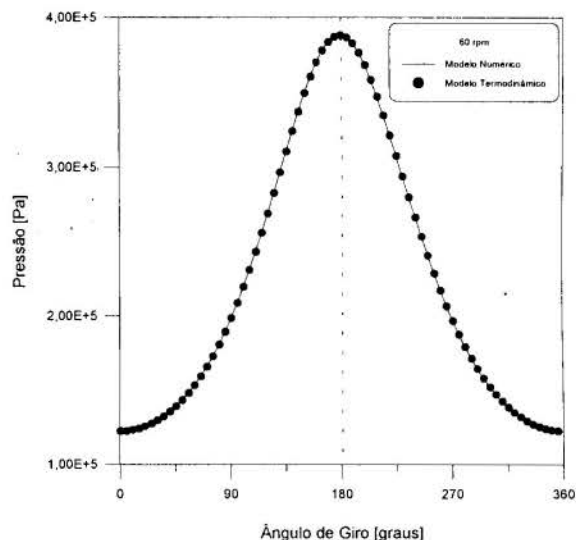


Fig 1 - Comparação entre os modelos numérico e termodinâmico para a pressão no interior do cilindro; 60 rpm.

A seguir serão apresentados resultados da simulação de um cilindro ainda fechado, mas que apresenta temperatura constante e uniforme, prescrita nas superfícies sólidas, ou seja, no pistão, nas paredes e na placa de válvulas. No presente modelo o ciclo deixa de ser isentrópico, apresentando uma perda líquida de calor do gás para as paredes. Esta perda deverá ser de mesma magnitude do trabalho total entregue ao gás.

Para o modelo em questão, verifica-se que a pressão mantém-se uniforme no interior do cilindro, enquanto que a temperatura, ao contrário do modelo adiabático explorado anteriormente, não apresenta esta uniformidade, conforme pode ser visualizado na figura 2.

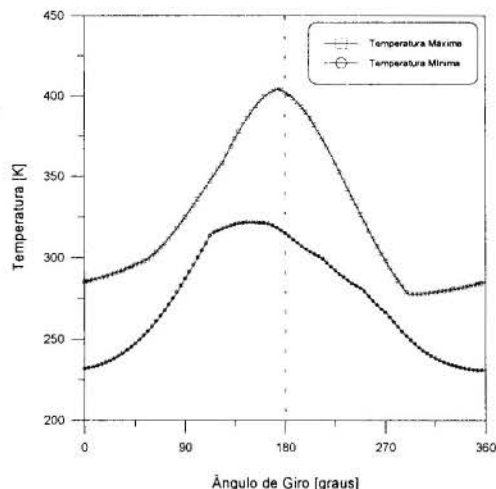


Fig. 2 - Temperaturas máximas e mínimas em função do ângulo de giro; cilindro operando com gás hélio a 500 rpm.



Utilizou-se aqui um cilindro operando com gás hélio, a 500 rpm, tendo suas paredes a uma temperatura constante e igual a 294 K, simulando assim o mesmo compressor adotado por Recktenwald (1989) e Kornhauser e Smith (1994). O gás hélio foi utilizado como fluido de trabalho, pois o mesmo possui comportamento próximo ao de um gás ideal, o que permite que se utilize a equação de estado para os gases perfeitos aplicadas aos fluidos aqui utilizados. Na figura 2 percebe-se a presença de uma diferença de fase em relação ao ângulo de giro do mecanismo acionador. Para a temperatura, esta atinge cinco graus enquanto que para a pressão, a diferença de fase atinge cerca de dois graus.

Uma forma alternativa de explorar as variações de pressão e de temperatura com o ângulo de giro do mecanismo acionador, é através dos diagramas temperatura versus volume e pressão versus volume, conforme apresentado na figura 3. A área limitada pela curva fechada está associada à perda líquida de calor durante o ciclo de compressão.

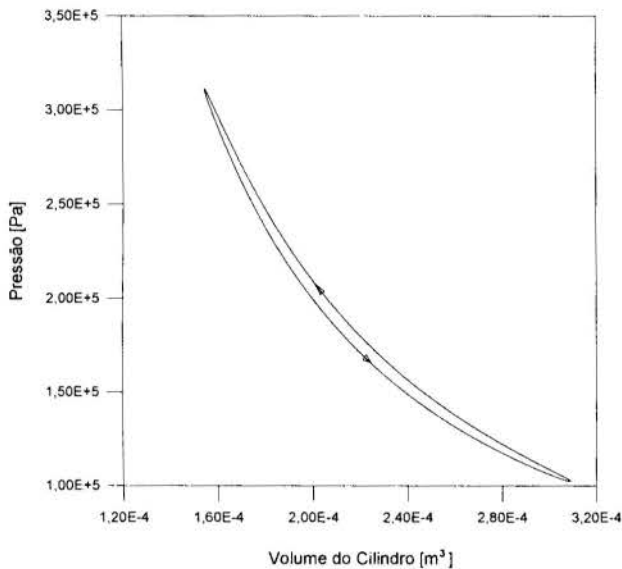


Fig. 3 - Diagrama pressão versus volume para cilindro operando com gás hélio a 500 rpm.

Os resultados numéricos indicam que durante o processo de compressão e expansão dos gases, estes estarão sempre com uma diferença de temperatura entre a região do centro e a região adjacente às paredes do compressor, ou seja, há uma diferença na temperatura do gás em diferentes posições no interior do cilindro, causada pela inércia do mesmo em receber a informação da presença de uma parede com temperatura diferente daquela do restante do fluido. Este atraso na temperatura provoca então uma diferença de fase entre o fluxo de calor e a diferença de temperatura média entre o gás e as paredes.

Para o presente trabalho, adota-se o fluxo de calor como positivo quando este tem o sentido dos gases para as paredes e negativo no sentido inverso. O comportamento do fluxo de calor em função da diferença de temperatura entre o gás e as paredes sólidas está representado na figura 4. Percebe-se nesta figura a existência de fluxo de calor positivo para diferenças de temperaturas negativas assim como fluxos negativos para diferenças de temperaturas positivas.

A figura 5 demonstra a comparação entre o modelo termodinâmico, o modelo numérico e algumas correlações empíricas para avaliação do fluxo de calor entre o gás e as paredes. Percebe-se que a forma de equação proposta por

Kornhauser e Smith é adequada e ainda que modificando-se os coeficientes da proposta de Lawton (1987) os resultados podem ser bastante satisfatórios. A utilização da correlação proposta por Lawton está explorada com maiores detalhes em Catto e Prata (1997) e Fagotti e Prata (1998).

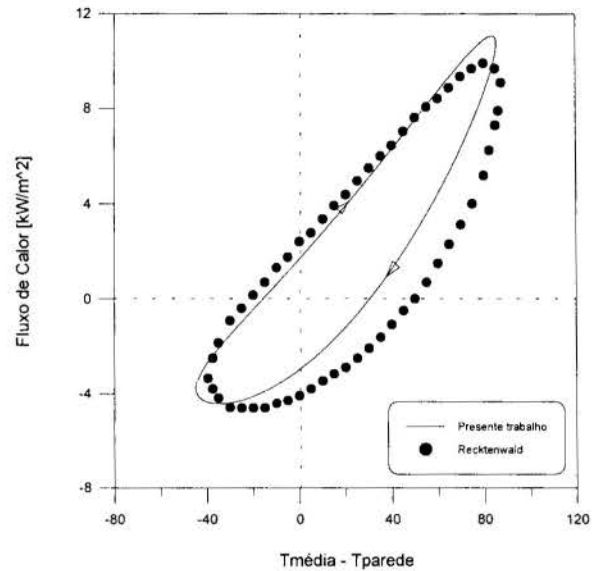


Fig. 4 - Fluxo de calor ( $\text{kW/m}^2$ ) em função da diferença de temperatura entre o gás e o cilindro; gás hélio a 500 rpm.

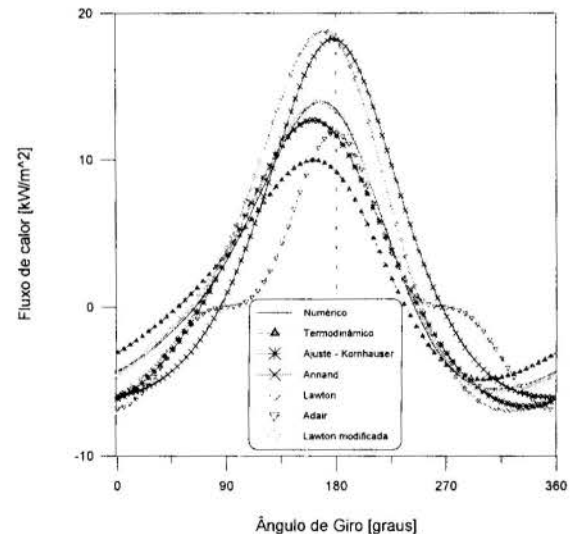


Fig. 5 - Comparação entre o modelo numérico e correlações empíricas para o fluxo de calor instantâneo; gás hélio a 1000 rpm.

O passo seguinte em busca da modelação do gás no interior do cilindro do compressor, deu-se com a implementação de um algoritmo computacional cujo modelo é um cilindro adiabático, contendo orifício centrado na placa de válvulas. Desta forma, incorpora-se no modelo uma válvula que servirá tanto para sucção como descarga do gás, mantendo a axissimetria do modelo.

Neste modelo introduziu-se ainda informações sobre as válvulas, onde estas afetam as condições de contorno impostas ao domínio de cálculo, sendo necessária uma interação fluido-estrutural. O tratamento dado às válvulas ainda se distancia do que realmente ocorre em um compressor alternativo. Isto é particularmente verdadeiro no que se refere à sucção, para o qual

a válvula está montada na parte interna do cilindro. A válvula de sucção provoca uma deflexão do escoamento que entra no cilindro axialmente mas ao encontrar a válvula é desviado radialmente. Existem diversos trabalhos disponíveis na literatura que focalizam apenas o escoamento e a transferência de calor em difusores radiais, modelo simplificado utilizado para descrever alguns processos ocorrentes nas válvulas. Exemplo de tais trabalhos incluem Possamai et al. (1995) e Deschamps et al. (1996).

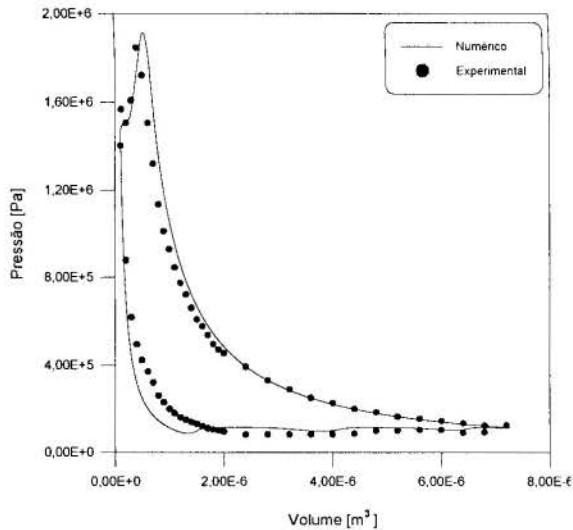


Fig. 6 - Diagrama pressão-volume; cilindro com orifício operando com  $R_v=150$ .

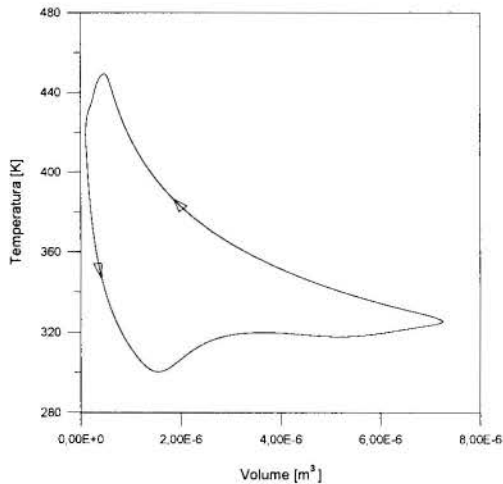


Fig. 7 - Diagrama temperatura-volume; cilindro com orifício operando com  $R_v=150$ .

O modelo aqui adotado segue os seguintes passos na modelagem do escoamento com a presença da válvula:

- (i) Cálculo do campo de velocidades, de pressão e de temperatura;
- (ii) Cálculo da posição da válvula, utilizando para isto um modelo massa-mola-amortecedor;
- (iii) Obtenção das áreas efetivas de fluxo e de força, em função do deslocamento da válvula, através da utilização de curvas obtidas experimentalmente.

- (iv) Cálculo do fluxo de massa através da válvula, testando se é fluxo normal ou refluxo, crítico ou sub-crítico;
- (v) Cálculo da velocidade a ser prescrita no orifício da placa de válvulas como condição de contorno para simular o escoamento no interior do cilindro;
- (vi) Retorno ao item "a" até a convergência neste intervalo de tempo. Em seguida avança-se no tempo e repetem-se os passos anteriores;

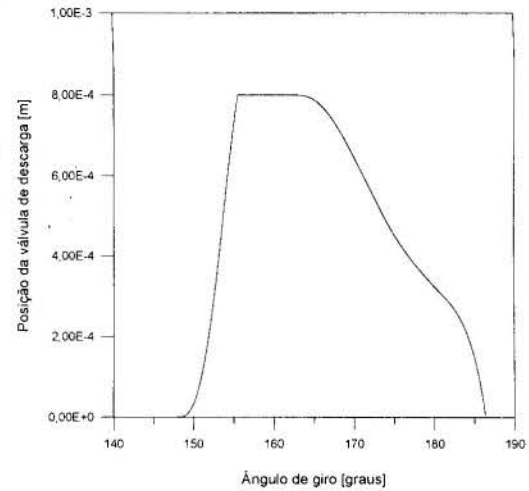


Fig. 8 - Posição da válvula de descarga para um ciclo de compressão em um cilindro com orifício;  $R_v=150$ .

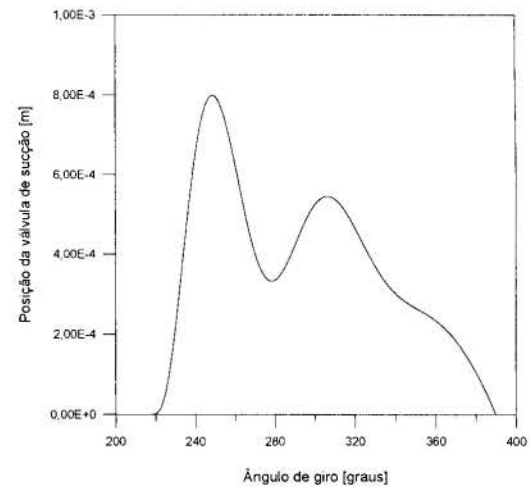


Fig. 9 - Posição da válvula de sucção para um ciclo de compressão em um cilindro com orifício;  $R_v=150$ .

Utilizando esta metodologia, simulou-se um compressor com as dimensões e características de um dos modelos de compressores produzidos pela EMBRACO (Catto, 1996). O primeiro resultado a ser explorado é o diagrama pressão versus volume, ilustrado na figura 6. Além dos resultados numéricos apresentados na figura 6 estão resultados experimentais. Apesar de se considerar o compressor com as simplificações descritas anteriormente, verifica-se uma concordância muito boa entre os resultados numéricos e os experimentais. Um fato que deve ser destacado é a razão de compressão de 150 o que representa uma validação definitiva para a presente metodologia onde o domínio computacional comprime de 150 vezes. A figura 7 mostra o diagrama temperatura versus volume para o mesmo compressor.

O modelo discutido anteriormente prevê a movimentação das válvulas de sucção e descarga a partir dos campos de pressão no interior do compressor. As figuras 8 e 9 foram preparadas para mostrar a posição das válvulas de sucção e descarga em função do ângulo de giro do mecanismo acionador do compressor. É interessante observar a flutuação da válvula de sucção, característica do movimento real de tais dispositivos.

## CONCLUSÃO

Um modelo diferencial baseado na solução das equações da conservação da massa, quantidade de movimento e energia é apresentado para compressores herméticos alternativos. O modelo prevê as principais características do escoamento e da transferência de calor no interior do cilindro do compressor, e permite a identificação de diferentes aspectos associados à expansão e compressão do gás refrigerante.

## REFERÊNCIAS

- Adair, R. P., Qvale, E. B. & Pearson, J. T., 1972, Instantaneous Heat Transfer to the Cylinder Wall on Reciprocating Compressors, Proc. Purdue Comp. Tech. Conf., West Lafayette, IN, pp. 521-526.
- Annand, W. J. D., 1963, Heat Transfer in the Cylinder of Reciprocating Internal Combustion Engines, Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 177, pp. 973-996.
- Annand, W. J. D., Instantaneous Heat transfer Rates to the Cylinder Head Surface of a Small Compression-ignition Engine, Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 185, pp. 976-987.
- Brok, S. W., Toubert, S. and van der Meer, J. S., 1980, Modelling of Cylinder Heat Transfer - Large Effort, Little Effect? Proc. Purdue Comp. Tech. Conf., West Lafayette, IN, pp. 43-50.
- Catto, A. G., 1996, Modelagem Numérica do Escoamento e da Transferência de Calor no Interior do Cilindro de um Compressor Alternativo. Dissertação de Mestrado, Dept. Engenharia Mecânica, UFSC.
- Catto, A. G. and Prata, A. T., 1997, A Numerical Study of Instantaneous Heat Transfer During Compression and Expansion in Piston-Cylinder Geometry, ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, AES-Vol. 37, pp. 441-450, Dallas, USA.
- Dao, K., Uyehara, O. A. and Meyers, P. S., 1973, Heat Transfer Rates at Gas-Wall Interfaces in Motored Piston Engine, SAE Paper n 730632, Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA.
- Deschamps, C. J., Prata, A. T. and Ferreira, R. T. S., 1996, Turbulent Flow Through Reed Type Valves of Reciprocating Compressors", ASME International Mechanical Engineering Congress, AES-Vol. 36, pp. 151-161, Atlanta, November.
- Fagotti, F., Todescat, M. L., Ferreira, R. T. S. and Prata, A. T., 1994, Heat Transfer Models in Compressor Cylinder, Proc. Purdue Int. Comp. Eng. Conf., West Lafayette, IN, pp. 605-610.
- Fagotti, F. and Prata, A. T., 1998, A New Correlation for Instantaneous Heat Transfer Between Gas and Cylinder in Reciprocating Compressors, Proc. Purdue Int. Comp. Eng. Conf., West Lafayette, IN, to appear.
- Gosman, A. D., 1981, Progress in the Development of Multi-Dimensional Computer Models for Reciprocating Engines, New Energy Conservation Technologies and Their Commercialization. Proc. Int. Energy Agency Conf., Berlin, 6-10 April, Springer Verlag.
- Gosman, A. D. and Watkins, A. P., 1979, Predictions of Local Instantaneous Heat Transfer in Idealised Motored Reciprocating Engines. Report N° FS/79/28, Mech. Engineering Dept. Imperial College of Science and Technology, London, UK.
- Gosman, A. D. and Whitelaw, J. H., 1979, Calculation and Measurement of Flow and Heat-Transfer Properties of Reciprocating, Piston-Cylinder Arrangements. Report N° FS/79/25, Mech. Engineering Dept. Imperial College of Science and Technology, London, UK.
- Kornhauser, A. A. and Smith, J. L. Jr., 1987, A Comparison of Cylinder Heat Transfer Expression Based on Prediction of Gas Spring Hysteresis Loss, Fluid Flow and Heat Transfer in Reciprocating Machinery, FED-62, HTD-93, pp. 89-96.
- Kornhauser, A. A. and Smith, J. L. Jr., 1994, Application of a Complex Nusselt Number to Heat Transfer During Compression and Expansion, ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 116, pp. 536-542.
- Lawton, B., 1987, Effect of Compression and Expansion on Instantaneous Heat Transfer in Reciprocating Internal Combustion Engines, Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 201, pp. 175-186.
- Lee, S., Singh, R. and Moran, M.J., 1984, First Law Analysis of a Compressor Using a Computer Simulation Model, Proc. Purdue Comp. Tech. Conf., West Lafayette, IN, pp. 1-10, 1984.
- Polman, J., 1981, Heat Transfer in a Piston-Cylinder System, International Journal Heat Mass Transfer, Vol. 24, pp. 184-187.
- Possamai, F. C., Ferreira, R. T. S. and Prata, A. T., 1995, Pressure Distribution in Laminar Radial Flow Through Inclined Valve Reeds, ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, AES-Vol.34, pp. 107-119, San Francisco, November 12-17.
- Raythby, G. D. and Torrence, K. E., 1974, Upstream-Weighted Differencing Scheme and their Application to Elliptic Problems Involving Fluid Flow, Computers & Fluids, Vol. 2, pp. 191-206.
- Recktenwald, G. W., 1982, A Simulation of a Reciprocating Compressor Based on Instantaneous Mass and Energy Conservation, M.Sc. Thesis, University of Minnesota, USA.
- Recktenwald, G. W., 1989, A Study of Heat Transfer Between the Walls and Gas Inside the Cylinder of a Reciprocating Compressors, Ph.D. Thesis, University of Minnesota, USA.
- Silva, A. F. C. e Maliska, C. R., 1988, Uma Formulação Segregada Em Volumes Finitos para Escoamentos Compressíveis e/ou Incompressíveis em Coordenadas Generalizadas, Anais do II Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Águas de Lindóia, pp. 11-14.
- Van Doormaal, J. P., 1985, Numerical Methods for the Solution of Compressible and Incompressible Flows, PhD. Thesis, University of Waterloo, Canada.
- Van Doormaal, J. P. and Raithby, G. D., 1984, Enhancements of the Simple Method for Predicting Incompressible Fluid Flows. Numerical Heat Transfer, Vol. 7, pp. 147-63.
- Watkins, A. P., 1973, Calculation of Flow and Heat Transfer in the Combustion Chamber of a Reciprocating Engine, M.Sc. Thesis, University of London, Imperial College of Science and Technology, London, UK.
- Watkins, A. P., 1977, Flow and Heat Transfer in Piston/Cylinder Assemblies, Ph.D. Thesis, University of London, Imperial College of Science and Technology, London, UK.

## ANÁLISE EXPERIMENTAL DO AQUECIMENTO POR MICROONDAS DE ETILENO GLICOL COMPARATIVAMENTE AO DA ÁGUA DESTILADA

**Maria H. Farias e Carlos V. M. Braga**  
Departamento de Engenharia Mecânica  
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro  
22453-900 – Rio de Janeiro – RJ – Brasil

### RESUMO

*Este trabalho apresenta a segunda parte de uma pesquisa experimental, que vem sendo desenvolvida numa cavidade ressonante cilíndrica. Em tal cavidade escoo fluido num tubo concêntrico à mesma, para receber energia em forma de microondas. São feitas perturbações (hastes metálicas) na cavidade ressonante, com o objetivo de aumentar a potência incidente sobre a amostra, além da variação do volume desta amostra. Sob estes dois parâmetros de perturbações, compara-se a eficiência de aquecimento em tal cavidade para dois fluidos diferentes: água destilada e etileno glicol.*

### INTRODUÇÃO

O processo de aquecimento por microondas é utilizado na área industrial, científica e médica. Em considerável parte das aplicações deste tipo de energia, a taxa de absorção da energia sob a forma de microondas, pelo material a ser aquecido, está relacionada com a quantidade de água que este material contém.

Porém, apesar de ser a água um fluido que possui alta constante dielétrica na frequência mais comum de utilização de microondas para aquecimento (2450 MHz), existem outros fatores que influenciam na absorção de energia em microondas por este fluido. Isto não é característico somente no aquecimento de água, mas de todos os materiais que estão submetidos às microondas.

É importante conhecer o comportamento dos materiais quando aquecidos por este tipo de energia. Este fato abre um foco para a pesquisa nesta área, o qual é a busca do conhecimento das relações entre o nível de aquecimento e as características do material a ser aquecido, que ainda carecem muito de entendimento. O interesse pela pesquisa neste campo vem crescendo, porém lentamente, pois os problemas relacionados a este processo de aquecimento, em especial quando emprega-se cavidades ressonantes, não são de solução simples.

Alguns parâmetros que são variáveis importantes para o nível de aquecimento do material exposto às microondas em cavidades ressonantes são a geometria da própria cavidade e da amostra, a temperatura inicial do conjunto, a constante dielétrica  $[\epsilon]$  do material, o fator de dissipação ou fator de perdas  $[\epsilon'']$  (que quantifica a capacidade de transformar esta energia em calor), a tangente de perdas, que é a relação entre o fator de perdas e a constante dielétrica do material ( $\tan \delta = \epsilon''/\epsilon$ ), entre outros. Diante destes fatores, pode-se concluir a dificuldade de se monitorar o processo de aquecimento por microondas. Testes experimentais e modelagens matemáticas vêm sendo feitos (I. Plazl et al, 1997) para aproximação do perfil de temperatura de amostras escoantes sendo aquecidas em cavidades distintas.

Em recente trabalho (Farias e Braga, 1997) foi analisada a razão de absorção de potência em microondas pela água destilada numa cavidade ressonante cilíndrica, através da qual escoava o fluido a ser aquecido.

No presente trabalho avalia-se o aquecimento de outro fluido (etileno glicol), com comportamento dielétrico diferente da água destilada, fazendo-se então uma comparação quanto à

eficiência do processo de aquecimento em tal cavidade, bem como os limites para seu uso.

### OBJETIVO

Deseja-se analisar, experimentalmente, uma cavidade ressonante cilíndrica monomodo (modo TM), na qual impõe-se perturbações no campo eletromagnético interno, com o intuito de aumentar-se a absorção de energia em microondas por uma amostra inserida dentro desta cavidade.

As alterações (perturbações) são hastes metálicas localizadas transversalmente à cavidade, cujo módulo de penetração é variável, conforme apresentado esquematicamente na Fig. 1. Além disto, foram utilizados diferentes diâmetros de tubos concêntricos à cavidade, através dos quais escoo o fluido. Os tubos são de vidro Pyrex, cujo material é considerado transparente às microondas. Sua constante dielétrica é baixa ( $\epsilon \approx 4$  à  $T = 20^\circ \text{C}$ , 2450 MHz [Platts, J., 1991]) e, deste modo, as ondas eletromagnéticas o atravessam praticamente sem serem atenuadas.

Para diferentes configurações da cavidade (hastes e volume de fluido escoante), deseja-se obter a relação entre os diâmetros interno da cavidade e o externo do tubo concêntrico que proporcione o maior aproveitamento da potência inserida na cavidade para aquecer o fluido.

### APARATO EXPERIMENTAL

Conforme mostra a Figura 1, o mesmo aparato utilizado por Farias e Braga (1997), foi utilizado neste experimento, ou seja, uma cavidade ressonante cilíndrica de latão, banhada a ouro, de comprimento 120 mm e diâmetro interno 91 mm, acoplada ao magnetron de um forno microondas doméstico, com potência nominal de 700W, trabalhando à frequência de 2450 MHz. O fluido aquecido foi o etileno glicol técnico, que, ao passar por uma análise cromatográfica, foi considerado puro.

Manteve-se do trabalho anterior os mesmos recursos de perturbação da cavidade, isto é, três parafusos (latão, 1/4" [passo de 1,27 mm]) localizados radialmente à cavidade, defasados de



120° entre si, localizados na metade do comprimento da cavidade cilíndrica ( $l/2$ ),

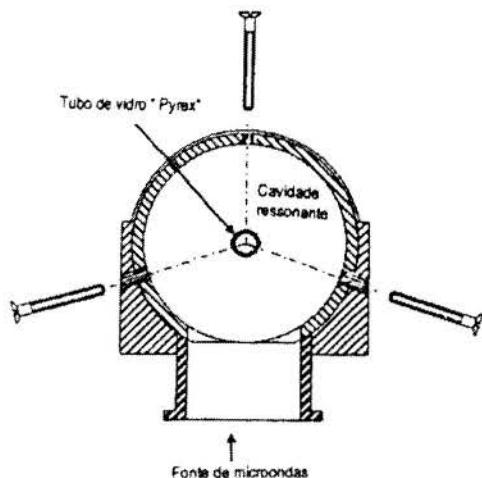


Figura 1 - Cavidade ressonante

### PROCEDIMENTO

Através de uma tubulação, o etileno glicol parte de um reservatório mantido a nível constante, à temperatura ambiente, sob a ação da gravidade, passando pelo tubo concêntrico à cavidade, dentro da qual o fluido absorve energia em microondas. A vazão do fluido foi variada, bem como a penetração das hastes (parafusos) nas diversas vazões.

O parâmetro para a comparação quanto ao efeito da magnitude da perturbação foi a penetração dos parafusos em número de fios. Os três parafusos foram penetrados igualmente em cada medição nas seguintes amplitudes: 29, 19, 9 e 0 fios (sem penetração).

Sob estas condições, mediu-se a vazão de fluido escoante e as temperaturas de entrada e saída do fluido na cavidade. De posse destes dados, fez-se um balanço de energia a partir da equação da primeira lei da termodinâmica, para avaliar-se o nível de potência absorvida pelo fluido, através da equação:

$$\dot{Q}_{abs} = \dot{m}c_p\Delta T \quad (1)$$

onde

$\dot{Q}_{abs}$  é a potência absorvida pelo fluido.

$\dot{m}$  = vazão mássica de fluido

$c_p$  é o calor específico do fluido à pressão constante

$\Delta T$  é a variação de temperatura do fluido entre a entrada e a saída do tubo.

Os dados coletados permitiram comparar os níveis de energia absorvida pelo etileno glicol e pela água destilada (Farias e Braga, 1991), sob os mesmos parâmetros de escoamento, na cavidade ressonante cilíndrica considerada. Construíram-se gráficos comparativos em função da penetração das hastes metálicas e do diâmetro externo dos tubos por onde o fluido escoara.

### RESULTADOS

Com o objetivo de comparar-se o comportamento do processo de aquecimento de dois fluidos diferentes, apresentam-se as características dos mesmos na Tabela 1.

Tabela 1 – Características dielétricas dos fluidos à T = 25°C e 3GHz ( von Hippel, 1954)

	ETILENO GLICOL	ÁGUA DESTILADA
Constante dielétrica	12	76,7
Tangente de perdas	1	0,1570
Fator de perdas	12	12

Também são reapresentados ( Figs. 2 a 4 ) resultados típicos obtidos anteriormente ( Farias e Braga, 1997 ), que indicam o melhor aproveitamento da potência inserida na cavidade, para o caso da água destilada. Neste caso, a perturbação metálica imposta no interior da cavidade contribuiu para o aumento da potência absorvida pelo fluido somente para os dois diâmetros maiores do tubo de vidro "Pyrex". Assim, na Figura 2 são apresentados os resultados da potência absorvida em função da vazão para tubos com diâmetros externos de 5,10 mm e 12,00 mm. Já a Figura 3 mostra o comportamento da temperatura média da água em função da sua vazão para dois diferentes diâmetros do tubo de vidro.

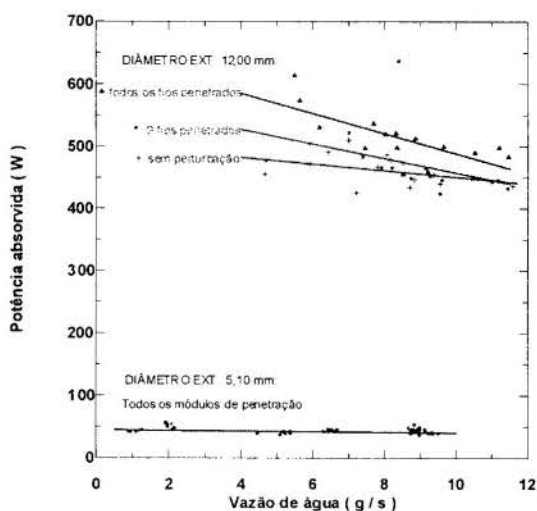


Figura 2 - Potência absorvida pela água em função da vazão média

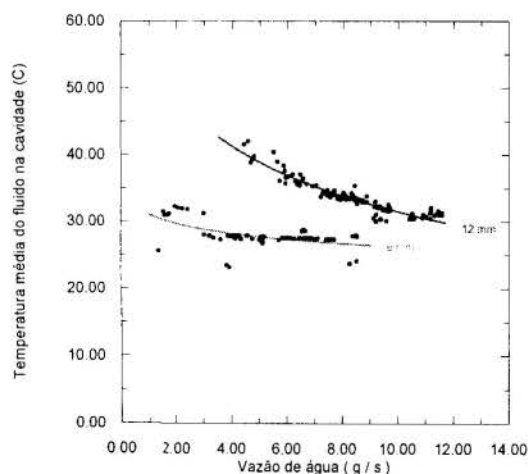


Figura 3 – Temperatura média atingida pela água em função da vazão média

Verifica-se que quanto menor a vazão mássica, maior é a temperatura média (média aritmética entre as temperaturas de entrada e saída do fluido na cavidade) atingida pelo fluido escoante.

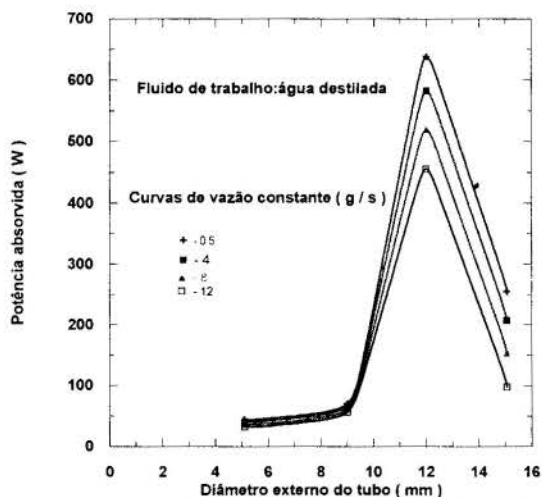


Figura 4 – Comparação das potências absorvidas para os diferentes tubos de vidro

A Figura 4 fornece o comportamento da potência absorvida pela água em função do diâmetro do tubo de "Pyrex" concêntrico, parametrizado pela vazão. Constata-se claramente um diâmetro em que a eficiência do processo de aquecimento é máxima, pois a absorção de potência chegou a cerca de 80% da potência nominal entregue à cavidade.

As Figuras 5 a 8 mostram os resultados obtidos através dos testes realizados com o etileno glicol. A influência das perturbações na potência absorvida pelo fluido em função da vazão é apresentada nas Figuras 5, 6 e 7, que representam os resultados para os diâmetros do tubo de "Pyrex" de 5,10, 12,00 e 15,05 mm, respectivamente.

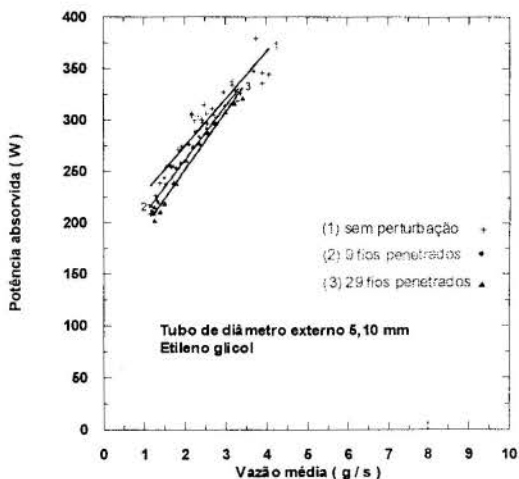


Figura 5- Potência absorvida pelo etileno glicol em função da vazão. Tubo de diâmetro externo 5,10 mm

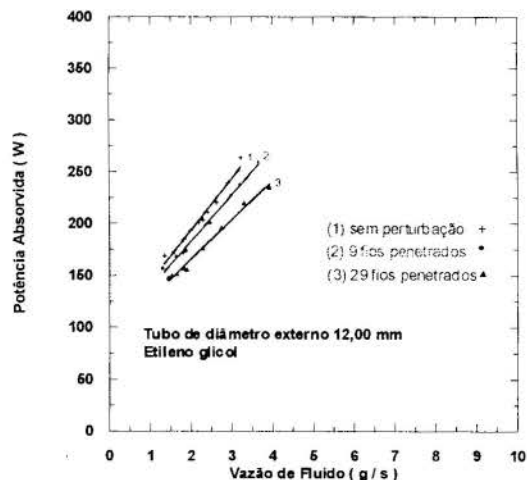


Figura 6 - Potência absorvida pelo etileno glicol em função da vazão. Tubo de diâmetro externo 12,00 mm

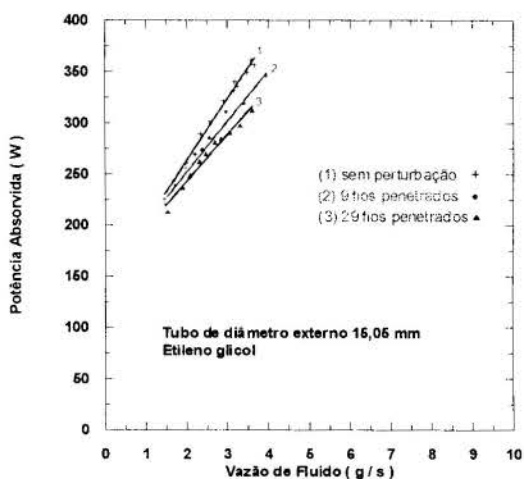


Figura 7 - Potência absorvida pelo etileno glicol em função da vazão. Tubo de diâmetro externo 15,05 mm

Comparando-se a Figura 2 ( água ) com as Figuras 5, 6 e 7 ( etileno glicol ) verificou-se um comportamento oposto da potência absorvida em função da vazão.

Dentro da faixa de vazões experimentadas com o etileno glicol, percebe-se que este fluido absorveu menos potência do que a água destilada.

Para observar-se o comportamento da temperatura média atingida pelo etileno glicol na cavidade, é apresentada a Figura 8.

A temperatura média do etileno glicol com a vazão foi maior nas condições de cavidade com perturbações. Embora a constante dielétrica do etileno glicol seja menor do que a da água, os níveis de temperatura alcançados foram mais altos.

Porém, note-se que o fator de perdas (Tab.1) para os dois fluidos à  $T=25^{\circ}\text{C}$  são iguais. Deve-se considerar que o fator de dissipação (perdas) também é função da temperatura do fluido. Assim, estes dois fluidos não teriam que, necessariamente, apresentar o mesmo comportamento durante o processo de aquecimento.

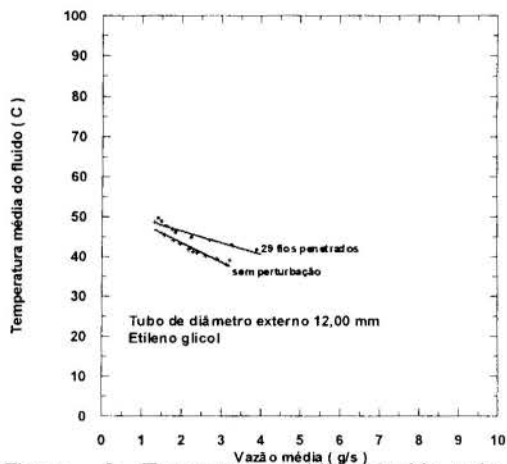


Figura 8- Temperatura média atingida pelo etileno glicol

Os gráficos a seguir ( Figs. 9 e 10 ) mostram a potência absorvida pelo etileno glicol, para vazões constantes, em função dos diâmetros dos tubos, a partir das curvas de ajuste da potência versus vazão, para a penetração máxima das hastes e também para a condição de nenhuma penetração.

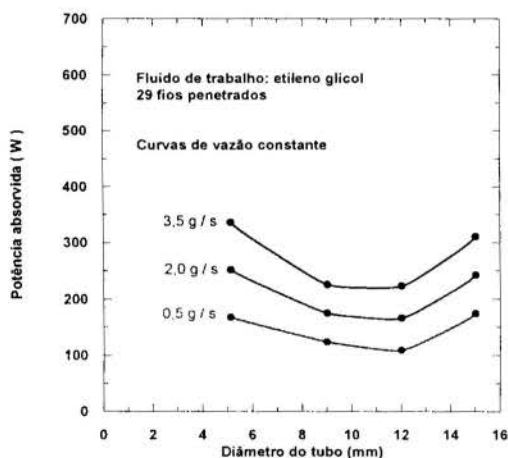


Figura 9 – Curvas comparativas da potência absorvida pelo etileno glicol. Perturbação máxima na cavidade

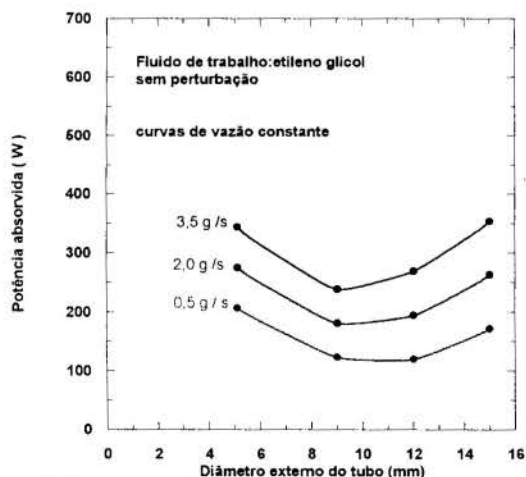


Figura 10 - Curvas comparativas da potência absorvida pelo etileno glicol. Cavidade sem perturbação

Verifica-se que, dentre os tubos empregados no experimento, existem dois ( o de maior e o de menor diâmetros) que proporcionam um melhor aproveitamento da potência disponível na cavidade. Contrariamente ao mesmo resultado obtido para a água ( Fig. 4 ), em que neste caso constatou-se a existência de um diâmetro "ótimo" , para o etileno glicol, verifica-se um diâmetro (9 ou 12 mm ) em que a eficiência do aquecimento é a pior entre todos os diâmetros testados.

Tendo-se em vista os resultados aqui apresentados, constata-se a necessidade de se ter uma maior quantidade de resultados experimentais para que se possa modelar o desenvolvimento do processo de aquecimento por microondas. Uma mesma cavidade de aquecimento requer parâmetros diferentes na sua condição de uso otimizada, em função do material que está sendo aquecido.

## CONCLUSÃO

Este trabalho, dando continuidade à linha de pesquisa intitulada "Análise experimental de fluidos aquecidos por microondas" , tem como objetivo otimizar os parâmetros geométricos da cavidade ressonante cilíndrica para fluidos escoando concentricamente à mesma.

Constata-se que é possível a otimização do aproveitamento da potência inserida na cavidade. Contudo, a partir dos experimentos realizados com o etileno glicol, conclui-se que é necessário experimentar muitos outros fluidos, numa mesma cavidade, e sob mesmas condições de escoamento. O objetivo deste procedimento é investigar a possibilidade de agrupá-los, por características dielétricas ou físicas semelhantes, de acordo com a sua similaridade quanto ao comportamento quando expostos à energia em microondas. Por enquanto tem-se apenas o comportamento singular de somente dois fluidos.

Torna-se assim importante tal averiguação, tendo-se em vista a possibilidade de economizar-se tempo e energia no referido processo de aquecimento, além do aumento da vida útil do próprio equipamento gerador de microondas, em virtude da diminuição da quantidade de energia que tende a voltar ao magnetron, quando não absorvida pelos dielétricos.

## ABSTRACT

*This work presents the second part of an experimental research, which is being developed in a cylindrical resonant cavity. The fluid, which receives microwave energy, flows through a concentric glass tube to the cavity. Disturbances are made (metallic rods) in the cavity, to increase the incident power on the sample besides of the size sample variation.*

*With these parameters of perturbation, it is compared the efficiency of that cavity, considering two different fluids: distilled water and glycol ethylene.*

## REFERÊNCIAS

- Farias, M. H. e Braga, C. V. M, 1997, "Análise experimental do aquecimento de água por microondas", COBEM 1997.
- James, C. R., Tinga, W. R. and Voss, W. G., "Energy Conversion in Closed Microwave Cavities", Microwave Power Engineering, vol. 2, Academic Press, 1968.
- Metaxas, A. C., "Design of a TM<sub>010</sub> Resonant Cavity as a Heating Device at 2.45 GHz" , Journal of Microwave Power, 9(2), 1974.

Osepchuk, J. M., "A History of Microwave Heating Applications", IEE Trans. on Microw. Th. and Tech., vol. MTT-32, n° 9, pp.11200-1224, 1984.

Plazl, I. et al., 1997, "Microwave Heating of the Continuous Flow Catalytic Reactor in a Nonuniform Electric Field", AIChE Journal, Vol. 43, n° 3, pp 754-760.

Platts, J., 1991, "Microwave Ovens", IEEE, State of The Art Digest 4, Peter Peregrinus Ltda., London, 1991.

Rizzi, P. A., Microwaves Engineering- Passive Circuits, Prentice Hall, 1988.

von HIPPEL, A. R., Dielectric Materials and Applications, The Technology Press of MIT, Cambridge, MA and John Wiley & Sons, Inc., New York, 1954.



## ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE DOIS REATORES TRIFÁSICOS EM PRESENÇA DA REAÇÃO DE OXIDAÇÃO DE SO<sub>2</sub> SOBRE CARVÃO ATIVO

E. B. M. MEDEIROS<sup>a</sup>, N. M. LIMA<sup>a</sup>, e A. ZOULALIAN<sup>\*</sup>

<sup>a</sup>Departamento de Eng. Química - UFPE, Recife, PE, Brasil

<sup>\*</sup>Université Nancy I, Faculté des Sciences, 54506 Vandoeuvre lès Nancy Cedex, FRANCE

**ABSTRACT** - The research concerns the comparison of a classical trickle-bed reactor with a three phase reactor called "verlifix" and constituted by the association of a gas-liquid venturi contactor with a fixed reactor. Then, in the case of the SO<sub>2</sub> absorption in water at pH=2, we evaluate the gas liquid mass transfer of the two distributors (classical watering distributor and venturi contactor for the verlifix reactor) and of the whole of the reactors. At the level of the distributors the mass transfer in the venturi contactor is higher than the value obtained with the classical watering distributor. Same results are observed for the verlifix reactor compared to the classical trickle-bed reactor. Finally we study the oxidation of SO<sub>2</sub> in the two reactors filled of activated charcoal particles. For the whole operating conditions the SO<sub>2</sub> conversion into SO<sub>3</sub> is higher in the verlifix reactor. The modelisation of the reactors, with an apparent kinetic rate measured with the same catalyst in a fixed bed immersed in an oxygen saturated liquid phase, shows that the increase of the SO<sub>2</sub> conversions is due not only to the increase of gas-liquid mass transfer but also to the values of the liquid-solid contacting efficiency which are higher in the verlifix reactor.

### INTRODUÇÃO

Os rejeitos na atmosfera em combinação com os gases de combustão domésticos e urbanos podem ter consequências tais como as agressões imobiliária e de monumentos, mas também graves consequências ambientais, tais como a criação de "smog" (Los Angeles - Londres), que provocam as doenças do sistema respiratório e do coração, e as chuvas ácidas que agredem a vegetação e contaminam os lençóis freáticos. O processamento em reator contínuo a leito fixo trifásico tem fornecido bons resultados, podendo constituir-se uma solução para o aproveitamento industrial no controle e tratamento de fumaças industriais antes de sua evacuação, no intuito de respeitar nosso quadro de vida.

Os reatores químicos e contactores polifásicos, utilizando uma fase gasosa e uma fase líquida, estão presentes nas unidades de fabricação das industriais químicas, petroquímicas e paraquímicas como parte integrante de vários processos. Uma análise comparativa é feita através de dois reatores trifásicos, sendo o primeiro um reator clássico do tipo "trickle-bed", e um outro constituído pela associação de um venturi e um leito fixo "VERLIFIX".

O desenvolvimento dos reatores catalíticos a leito fixo irrigado está ligado originalmente aos processos de hidrodesulfurização de frações petrolíferas, essencialmente os destilados pesados que contêm uma quantidade não desprezível de enxofre. Os efluentes gasosos resultantes de sua combustão podem constituir uma fonte importante da poluição atmosférica em razão das quantidades elevadas de SO<sub>2</sub> que podem ser rejeitadas. A utilização dos RCLFA tem em seguida sido estendido a outros processos industriais do petróleo e da petroquímica como a hidrocracagem. Durante os últimos anos, vimos suas aplicações aumentarem também nas industriais químicas e aos processos de tratamento de efluentes gasosos (contendo SO<sub>2</sub>, NO<sub>x</sub>, HF, HCl, etc) e efluentes líquidos de proveniência doméstica ou industrial.

A reação de oxidação de SO<sub>2</sub> sobre carvão ativo em presença de água foi realizada pela primeira vez por Hartman e Coughin (1971) num reator a leito fixo a contra-corrente de

gás e de líquido em regime estacionário. Os autores propõem um modelo baseado na cinética química da reação acompanhada a um efeito de molhamento do catalisador onde a taxa fica compreendida entre 94 e 98,7%.

O estudo realizado por Mata e Smith (1981) colocou em evidência a importância da eficiência de molhamento no processo global. Assim os autores observaram um mínimo de produtividade (em H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>) em vazões intermediárias de líquido. O mínimo foi atribuído a aparição das zonas secas na qual o gás se encontra em contato direto com as partículas. Além disso foi notado um aumento da eficiência de molhamento das partículas com a vazão do líquido.

Berruti et al. (1984) interpretaram de maneira satisfatória os resultados experimentais, obtidos num reator a leito fixo funcionando a co-corrente para baixo de gás e de líquido, por meio de dois modelos diferentes. O primeiro modelo considera que a superfície externa do catalisador é dividida em duas zonas (molhadas e secas) todas duas ativas para a transferência de massa. O segundo modelo supõe que somente uma zona da superfície externa participa da transferência. Segundo o diâmetro das partículas utilizadas, a taxa de molhamento diminui com o aumento do diâmetro, por outro lado fica independente da velocidade superficial do líquido.

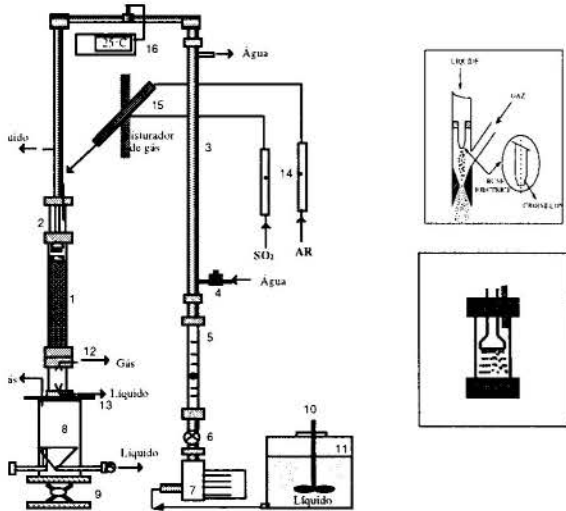
Haure et al; (1990) utilizaram o modelo inicial elaborado por Mata e Smith (1981) para representar seus resultados experimentais obtidos em regime estacionário. Este estudo nos deu uma relação empírica entre a taxa de molhamento e a vazão do líquido. Ela tem boa concordância com as propostas por Herskowitz (1978).

Neste trabalho nós propomos um estudo das performances de um reator catalítico trifásico gás-líquido-sólido a leito fixo clássico ou precedido de um venturi (VERLIFIX) através da absorção de SO<sub>2</sub> onde quantificamos os fenômenos de transferência de massa gás-líquido lado gás.

A determinação do coeficiente global de transferência de massa em fase gasosa foi efetuado por medida estacionária da taxa de absorção de SO<sub>2</sub> em fase líquida.

Descrição do Reator

O esquema do reator experimental com os dois contactores é representado na figura 1. O reator + contactor 1 é denominado verlix e é constituído pela associação de um venturi à jorro e leito fixo, o reator + contacto 2 é denominado um leito fixo clássico.



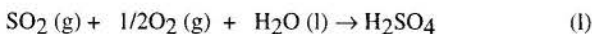
1.leito fixo, 2. Chuveiro ou Venturi, 3. Trocador de calor, 4. eletroválvula, 5. Rotâmetro de líquido, 6. Válvula de alimentação de líquido, 7. Bomba de alimentação, 8.tanque de separação, 9. elevador, 10. Tanque de alimentação, 11. agitador, 12. Amostra de gás, 13. Amostra de líquido, 14. Rotâmetro de líquido, 15. Misturador de gases, 16. Regulador de temperatura.

Figura 1- Reator a leito fixo clássico utilizado na reação de oxidação de SO<sub>2</sub>

Método Experimental

As experiências reacionais são realizadas nos dois sistemas, reator verlix e leito fixo clássico, em sistema aberto para as fases líquida e gasosa à 25°C e pressão atmosférica. A determinação do K<sub>G</sub>S foi efetuada por medida da taxa de absorção física do SO<sub>2</sub>, a pH=2, entre a entrada e saída do reator recheado com partículas de carvão recobertas por um filme de parafina. As medidas foram feitas nas fases gasosa e líquida. A vazão de líquido introduzida pelo buse no convergente do venturi e pelo distribuidor no outro reator, foram fixadas sucessivamente em 6,39 x 10<sup>-5</sup>; 8,89 x 10<sup>-5</sup>; 11,53 x 10<sup>-5</sup> e 14,17 x 10<sup>-5</sup> m<sup>3</sup>/s. A vazão de ar introduzida foi mantida constante em 1,515 x 10<sup>-3</sup> m<sup>3</sup>/s durante todas as experiências.

A reação de oxidação de SO<sub>2</sub> em presença de partículas de carvão ativo e de uma fase líquida (água) é representada pela seguinte equação estequiométrica:



Tendo o ácido sulfúrico como único produto da reação, a análise da concentração na água é suficiente para calcular a conversão de SO<sub>2</sub> (X<sub>SO<sub>2</sub></sub>). Em regime estacionário a expressão para X<sub>SO<sub>2</sub></sub> em relação a medida da concentração de ácido sulfúrico, medida na saída da corrente líquida, é dada por

$$X_{SO_2} = \frac{Q_L C_{SO_4^{2-}}}{Q_G C_{G_0}} \quad (2)$$

onde Q<sub>G</sub> e Q<sub>L</sub> são as vazões do gás e do líquido. C<sub>G0</sub> a concentração de SO<sub>2</sub> na entrada do gás.

A concentração de SO<sub>2</sub> na entrada e na saída do reator é determinada por um analisador de SO<sub>2</sub> com detecção infravermelho, ou por análise (método físico) e por método iodométrico (método químico).

As concentrações dos íons SO<sub>4</sub><sup>2-</sup> e SO<sub>3</sub><sup>2-</sup> na entrada e saída do reator são determinadas por eletroforese QUANTA 4000 em presença de eletrólito do tipo cromato. A detecção é feita por UV inversa e lâmpada de mercúrio 254 nm.

As concentrações dos íons SO<sub>3</sub><sup>2-</sup> na saída do reator são determinadas por eletroforese capilar e por iodometria.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

1. Determinação do K<sub>G</sub>S no venturi (sozinho), no distribuidor (sozinho) e nos reatores verlix e leito fixo + distribuidor.

A determinação do coeficiente global de transferência de massa (K<sub>G</sub>S) em fase gasosa foi feito por medida estacionário da absorção do SO<sub>2</sub> em fase líquida.

Medimos o produto K<sub>G</sub>S obtidos em quatro dispositivos estudados em escoamento gás-líquido com absorção física de SO<sub>2</sub> diluído em ar por uma solução aquosa de H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> a pH=2.

O balanço de massa do SO<sub>2</sub>, em fase gasosa e líquida supondo escoamento pistão num elemento de volume do reator compreendido entre z et z+ dz se escreve :

Balanço em fase gasosa:

$$Q_G (C_G + dC_G) - Q_G C_G + K_G a \Omega dz (C_G - HC_L) = 0 \quad (3)$$

Balanço em fase líquida:

$$Q_L (C_L + dC_L) - Q_L C_L + K_L a \Omega dz (HC_L - C_G) = 0 \quad (4)$$

com as condições limites: z = 0

$$C_G = C_{G,0} \text{ e } C_L = C_{L,0} = 0$$

Integrando analiticamente entre C<sub>G0</sub> e C<sub>Gs</sub> e 0 e L, a solução geral é dada por :

$$K_G S = - \frac{Q_G Q_L}{Q_L + H Q_G} \cdot \ln \left[ \frac{Q_L + H Q_G}{Q_L} \cdot \frac{C_{G,S}}{C_{G,0}} - \frac{H Q_G}{Q_L} \right] \quad (5)$$

A medida da concentração da fase gasosa em SO<sub>2</sub> é efetuada seguindo o valor da composição, seja por intermédio de um analisador de SO<sub>2</sub> com detecção IV, seja por método iodométrico. A determinação da concentração da fase líquida em sulfitos se efetua por dosagem em eletroforese capilar e por iodometria.

K<sub>G</sub>S no venturi (sozinho) e no distribuidor chuveiro (sozinho) :

Na figura 2, podemos comparar o valor de K<sub>G</sub>S obtidos no venturi (sozinho) do reator verlix e no distribuidor (sozinho) do reator leito fixo clássico em relação a análise em fase gasosa. Constatamos que o K<sub>G</sub>S é uma função crescente da vazão de líquido, e que os valores experimentais de K<sub>G</sub>S obtidos no venturi são largamente superiores aos do chuveiro.

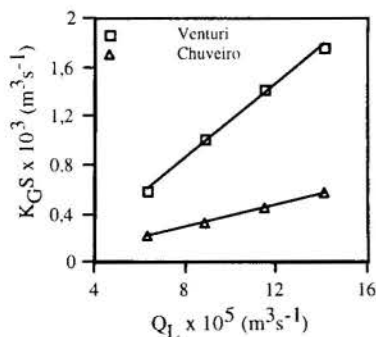


Figura 2 - Evolução do  $K_{GS}$  em função da vazão de líquido

Comparação do  $K_{GS}$  entre os reatores verlix e leito fixo clássico :

A comparação das performances de transferência gás-líquido dos reatores considerados é mostrado na figura 3 onde são representados os diferentes resultados de  $K_{GS}$  obtidos nos reatores verlix e leito fixo clássico.

A figura 3 mostra que os valores de  $K_{GS}$  se encontram mais elevados no reator verlix que no leito fixo clássico. Os resultados não são, de fato surpreendentes devido as observações feitas anteriormente nas experiências de transferência gás-líquido realizada no venturi e no distribuidor chuveiro funcionando em ausência de coluna recheada (figura.4). Além do mais, os estudos efetuados por Kiared (1992) mostraram que as capacidades de transferência gás-líquido, identificadas pelo coeficiente volumétrico global de transferência de massa  $K_{LS}$ , no verlix são superiores aos do leito fixo clássico convencional. Nós constatamos, sem surpresa também, que é idêntico para o  $K_{GS}$ .

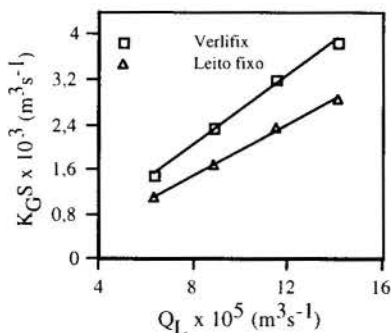


Figura 3 - Evolução do  $K_{GS}$  em função da vazão de líquido

### Modelização da coluna de absorção

O reator verlix é constituído de um venturi seguido de um reator catalítico a leito fixo. Os escoamentos das fases líquida e gasosa nos dois contactores são supostos do tipo ideal pistão.

Considerando que a pressão total e temperatura constantes, e partindo dos balanços de massa em fase gasosa e líquida do  $SO_2$  entre as seções do lado  $z$  e  $z+dz$  (equações 1 e 2), deduzimos

$$C_L = \frac{Q_G}{Q_L} (C_{G,0} - C_G) \quad (6)$$

Substituindo (5) em (1), obtemos :

$$Q_G \frac{dC_G}{dz} + K_{Ga} \Omega [C_G - H \frac{Q_G}{Q_L} (C_{G,0} - C_G)] = 0 \quad (7)$$

Esta equação é do tipo diferencial de primeira ordem cuja solução é dada pela expressão seguinte:

$$C_G = \frac{C_{G,0}}{1+H \frac{Q_G}{Q_L}} [H \frac{Q_G}{Q_L} + \exp\{-\frac{K_{Ga} \Omega}{Q_G} (1+H \frac{Q_G}{Q_L}) z\}] \quad (8)$$

substituindo (.3) em (.5), obtemos :

$$C_L = \frac{C_{G,0} \frac{Q_G}{Q_L}}{1+H \frac{Q_G}{Q_L}} [1 - \exp\{-\frac{K_{Ga} \Omega}{Q_G} (1+H \frac{Q_G}{Q_L}) z\}] \quad (9)$$

Para simplificar as equações, tomamos:

$$\frac{K_{Ga} \Omega}{Q_G} = \frac{1}{HUT} \quad ; \quad \frac{H \cdot Q_G}{Q_L} = R \quad (10)$$

(HUT)<sub>2</sub> - altura da unidade de transferência no leito fixo:

A solução é dada por :

$$C_G = \frac{1}{1+R} [HC_{L,1} + RC_{G,1}] + \frac{1}{1+R} [C_{G,1} - HC_{L,1}] \exp\left[-\frac{1+R}{(HUT)_2} z\right] \quad (11)$$

Em seguida, nós temos :

$$HC_{L,2} = \frac{RC_{G,1} + HC_{L,1}}{1+R} - \frac{R}{1+R} [C_{G,1} - HC_{L,1}] \exp\left[-\frac{1+R}{(HUT)_2} z\right] \quad (12)$$

Utilizando as relações (11) e (12), podemos avaliar as capacidades de transferência no leito fixo.

Desse modo,  $C_{G,1}$  e  $C_{L,1}$  as concentrações de  $SO_2$  respectivamente em fase gasosa e líquida na entrada do leito fixo e  $C_{G,2}$  e  $C_{L,2}$  as concentrações de  $SO_2$  respectivamente em fase gasosa e líquida na saída do leito fixo, temos:

$$C_{G,2} = \frac{1}{1+R} [HC_{L,1} + RC_{G,1}] + \frac{1}{1+R} [C_{G,1} - HC_{L,1}] \exp\left[-\frac{1+R}{(HUT)_2} L_2\right] \quad (13)$$

Onde  $L_2$  é a altura do leito fixo. Dessa maneira, a relação (14) permite estimar (HUT)<sub>2</sub> :

$$HC_{L,2} = \frac{RC_{G,1} + HC_{L,1}}{1+R} - \frac{R}{1+R} [C_{G,1} - HC_{L,1}] \exp\left[-\frac{1+R}{(HUT)_2} L_2\right] \quad (14)$$

Onde  $L_2$  é a altura do leito fixo.

No domínio das vazões de líquido estudados, os valores de (HUT)<sub>2</sub> é uma função decrescente da vazão de líquido. Além disso, os valores em fase gasosa e fase líquida são muito próximos (figura 4).

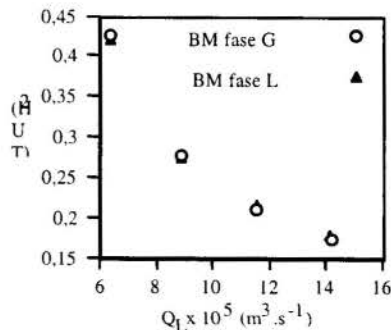


Figura 4 - Comparação entre  $(HUT)_2$  calculado a partir das equações do balanço em fase gasosa e líquida para o verlix

Na figura 5, podemos comparar os valores de  $(HUT)_2$  ao nível do reator leito fixo do verlix e do leito fixo clássico. Constatamos sem surpresa que os valores de  $(HUT)_2$  são muito próximos.

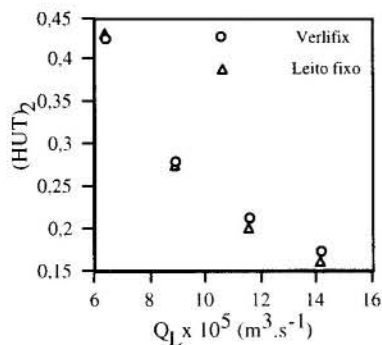


Figura 5 - Comparação entre  $(HUT)_2$  calculado a partir das equações do balanço de massa em fase gasosa e líquida

Oxidação catalítica de  $SO_2$  em reatores verlix e leito fixo clássico recheados de partículas de carvão ativado

Afim de obter uma análise mais completa sobre as performances dos reatores verlix e leito fixo clássico em presença da reação de oxidação de  $SO_2$  a  $pH=2$ , examinamos certos parâmetros sobre a conversão de  $SO_2$ . Muitos autores determinaram a conversão de  $SO_2$  ( $X_{SO_2}$ ) considerando unicamente análise de  $SO_2$  contida na fase gasosa. Em nosso trabalho, seguimos também as concentrações dos íons sulfitos e sulfatos presentes na fase líquida. Na figura 6, mostramos os valores das conversões de  $SO_2$  em  $H_2SO_4$  em função da vazão do líquido.

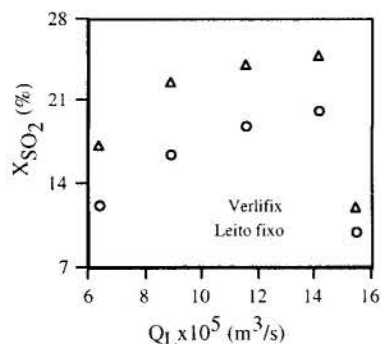


Figura 6 - Influência da vazão de líquido sobre  $X_{SO_2}$  à vazão de gás fixa,  $Q_G = 1,515 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  e  $C_{G0} = 0,3505 \text{ mol/m}^3$

A conversão de  $SO_2$  ( $X_{SO_2}$ ) cresce com a vazão do líquido. Como veremos em seguida, este aumento se deve a taxa de molhamento do catalisador. Esta observação é similar a de Mata e Smith (1981) que, em seus trabalhos colocou em evidência a importância do molhamento no processo de oxidação de  $SO_2$  em presença de carvão ativado. A figura 6 permite também afirmar que a taxa de conversão de  $SO_2$  é mais elevada no reator verlix que no leito fixo clássico. Podemos atribuir este aumento a presença do venturi situado acima do coluna que permite aumentar a capacidade de transferência gás-líquido no conjunto do reator.

#### Estudo cinético da oxidação de sulfito de sódio

A oxidação de  $SO_2$  gasoso, em ausência de fase gasosa, sobre carvão ativo não pode ser facilmente estudada devido ao

envenenamento do catalisador por  $SO_3$  formado. Procuramos precisar a cinética de oxidação de  $SO_2$  dissolvido na água saturada em oxigênio em presença das partículas de carvão ativado funcionando nos dois reatores trifásicos.

A oxidação de sulfito em fase gasosa em presença de vários catalisadores homogêneos foi estudada por grande número de autores. A cinética da reação é relativamente complexa e os autores não estão sempre de acordo com relação as ordens cinéticos do oxigênio dissolvido e do sulfito. Nosso objetivo não é determinar o mecanismo da reação é somente o de precisar um modelo cinético global utilizável, em seguida, para a modelização dos dois reatores trifásicos.

Nas condições estudadas, verificamos (Figura 7) que a conversão de sulfito em sulfato em função da vazão do líquido de alimentação, é independente da concentração inicial de sulfito e depende indiretamente da concentração de oxigênio. Então podemos considerar que nas condições estudadas, as ordens cinéticos aparentes do sulfito e do oxigênio dissolvido são respectivamente iguais a 1 e 0.

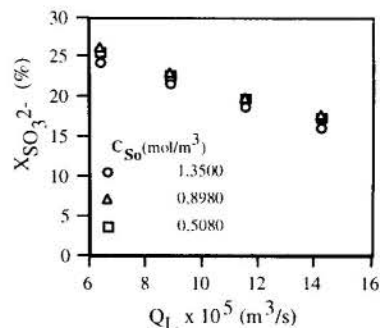


Figura 7 - Evolução da concentração de sulfito em função da vazão de líquido e da concentração de entrada do sulfito (C)

Modelagem da cinética de oxidação do sulfito sobre partículas de carvão ativo

Para avaliar nossos resultados experimentais, supomos que a transformação é isotérmica e que o escoamento do líquido no leito fixo seja ideal pistão. Consideramos também a resistência a transferência externa líquido-sólido.

Com essas hipóteses, os balanços estacionários em sulfito são:

- em fase líquida:

$$Q_L \frac{dC_L}{dz} + k_S a_S \cdot \Omega (C_L - C_{L,S}) = 0 \quad (15)$$

- em fase sólida :

$$k_S a_S (C_L - C_{L,S}) = \eta k_r (1-\epsilon) \cdot C_{L,S} \quad (16)$$

$\eta k_r$  representa a constante de velocidade aparente da reação, a eficiência  $\eta$  traduz o efeito difusional interno.

A equação em fase sólida pode se escrever :

$$k_S a_S (C_L - C_{L,S}) = \eta k_r (1-\epsilon) \cdot C_{L,S} = \frac{C_L}{\frac{1}{k_S a_S} + \frac{1}{\eta k_r (1-\epsilon)}} = k C_L \quad (17)$$

supomos então :

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_S a_S} + \frac{1}{\eta k_r (1-\epsilon)} \quad (18)$$

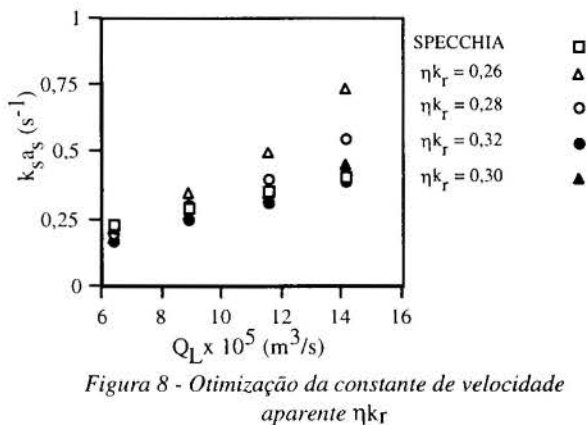


A partir do balanço em fase líquida, obtemos a seguinte equação :

$$\text{Ln} \left( \frac{C_L}{C_{L0}} \right) = L_n (1 - X_{\text{SO}_2}) = -\frac{kV}{Q_L} \quad (19)$$

Para estimar o valor de  $\eta k_r$ , calculamos o valor de  $k$  a partir de cada valor de  $Q_L$  e dos valores experimentais das conversões  $X_{\text{SO}_2}$ .

A partir dos valores experimentais de  $k$  e dando  $\eta k_r$  podemos deduzir  $k_s a_s$  assim os valores obtidos são comparados aos valores calculados a partir a correlação de Specchia et al. (1978). Constatamos a partir dos quatros valores de  $\eta k_r$  testados (Figura 8) que o melhor acordo para o valor de  $\eta k_r$  é  $0,30 \text{ s}^{-1}$ .



### Modelagem dos reatores trifásicos para oxidação catalítica de $\text{SO}_2$ gasoso

A modelagem dos dois reatores é baseada nas hipóteses seguintes:

- o reator é isotérmico
- os escoamentos das fases gasosa e líquida são ideais pistões
- existe antes do leito fixo e no leito fixo uma transferência gás-líquido caracterizada pelos coeficientes de transferência globais
- existe no leito uma transferência líquido-sólido caracterizado por um coeficiente de transferência líquido-sólido determinados pela relação de Specchia et al.
- a reação de oxidação acontece em fase líquida ao seio do catalisador com uma cinética de primeira ordem e a constante de velocidade aparente da reação a  $25^\circ\text{C}$  é igual a  $0,30 \text{ s}^{-1}$ .
- a taxa de molhamento  $f_e$  do carvão ativo pelo líquido pode ser inferior a 1.

Com este conjunto de hipóteses, em regime estacionário, as equações do balanço de massa, ao nível do leito fixo, é dado pelas seguintes equações

- Em fase gasosa :

$$Q_G \frac{dC_G}{dz} = K_G a_s \cdot \Omega \cdot (H C_L - C_G) \quad (20)$$

- Em fase líquida :

$$Q_L \frac{dC_L}{dz} = K_G a_s \cdot \Omega (C_G - H C_L) - f_e \cdot k_s a_s \cdot \Omega (C_L - C_{L,s}) \quad (21)$$

- Em fase sólida :

$$f_e \cdot k_s a_s (C_L - C_{L,s}) = \eta k_r \cdot (1 - \epsilon) \cdot C_{L,s} = \frac{C_L}{\frac{1}{f_e k_s a_s} + \frac{1}{\eta k_r (1 - \epsilon)}} \quad (22)$$

Levando em conta as relações (.3), a equação do balanço na fase líquida, é dada pela seguinte expressão:

$$Q_L \frac{dC_L}{dz} = K_G a_s \cdot \Omega (C_G - H C_L) - \frac{\Omega \cdot C_L}{\frac{1}{f_e \cdot k_s a_s} + \frac{1}{\eta k_r (1 - \epsilon)}} \quad (23)$$

Nas condições limites as equações diferenciais são:

$$\text{à } z = 0 \quad C_G = C_{G1} \quad C_L = C_{L1} = \frac{Q_G}{Q_L} (C_{G0} - C_{G1}) \quad (24)$$

O sistema de equações (20) e (23) é resolvido numericamente pelo método Runge e Kutta. A eficiência de molhamento  $f_e$  é obtida por otimização minimizando o erro absoluto entre a concentração experimental e a concentração calculada. Três concentrações foram consideradas: a concentração de  $\text{SO}_2$  no gás de saída do reator, as concentrações de íons sulfito e sulfato no líquido de saída do reator. Podemos então estimar respectivamente três eficiência de molhamento  $f_{e,G}$ ;  $f_{e,L}$ ;  $f_{e,S}$ .

Os valores de  $f_{e,G}$ ;  $f_{e,L}$ ;  $f_{e,S}$  para os dois reatores trifásicos são mostrados na figura 9.

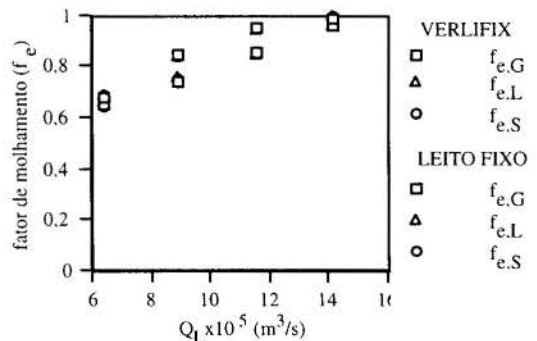


Figura 9 - Comparação das eficiências de molhamento do catalisador para os reator verlix e leito fixo clássico

A taxa de molhamento aumenta com a vazão de líquido, o que é lógico na medida em que a retenção de líquido aumenta igualmente com a vazão de líquido. No domínio da vazão de líquido estudada, a variação da taxa de molhamento é importante pois ela passa de um pouco mais de 60% até 100%.

A taxa de molhamento do leito no reator verlix é superior a encontrada no reator clássico a co-corrente descendente. É certamente a segunda vantagem do venturi situado acima do leito fixo que permite uma melhor repartição do líquido na entrada do reator. Este fenômeno poderá ser acentuado no caso de um reator a leito fixo de maior diâmetro.

Comparamos os valores encontrados da taxa de molhamento com os valores deduzidos pelas correlações de Onda et al. (1967) e Puranik e Vogelpohl (1974) que são respectivamente:

$$f_e = 1 - \exp[-1,45 (\text{Re}_L)^{0,2} \cdot (\text{Fr}_L)^{-0,05} \cdot (\text{We}_L)^{0,2}] \quad (25)$$

$$f_e = 1,05 (\text{Re}_L)^{0,047} \cdot (\text{We}_L)^{0,135} \cdot \left( \frac{\sigma_c}{\sigma} \right)^{0,206} \quad (26)$$

A confrontação entre valores experimentais da taxa de molhamento e as calculadas pelas duas correlações é efetuada respectivamente nas figuras (10) e (11). As diferenças não excedem 20% mas a variação da eficiência de molhamento em função da vazão de líquido é melhor representada pela relação de Puranik do que pela de Onda.

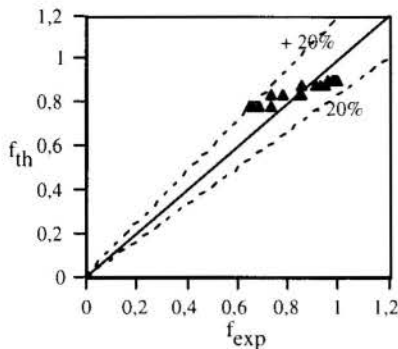


Figura 10 – Comparação dos valores experimentais com os calculados a partir da correlação de Onda et al. (1967)

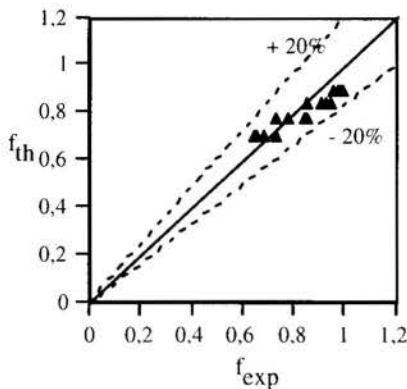


Figura 11 – Comparação dos valores experimentais com os calculados a partir da correlação de Puranik e Vogelpohl (1974)

## CONCLUSÕES

As características globais de transferência gás-líquido foram determinadas nos dois reatores utilizando o método estacionário de absorção física de SO<sub>2</sub>. A condutância global gás-líquido foi obtida para o distribuidor e para o leito fixo. Geralmente a transferência gás-líquido é superior no reator verlix, a transferência gás-líquido ao nível do venturi foi bastante superior aos obtidos ao nível do distribuidor do tipo chuveiro. Nas condições operatórias escolhidas, a transferência global gás-líquido do reator verlix fica superior ao reator clássico.

Em presença da reação de oxidação catalítica, o reator verlix dá igualmente taxa de transformação em ácido sulfúrico superior a do reator leito fixo clássico.

A modelagem do reator permite mostrar que a transformação química entre o SO<sub>2</sub> dissolvido e o oxigênio dissolvido obedece a uma cinética aparente de 1ª ordem em relação ao sulfito. O funcionamento do catalisador está em regime difusional mas a resistência externa ao nível das partículas de carbono não é desprezível diante da resistência interna. Em presença do sistema trifásico, a taxa de molhamento do líquido sobre as partículas de catalisador não é igual a 1. Ela cresce com a vazão de líquido e nas condições operatórias estudadas, ela é mais elevada no reator verlix, o que favorece a transformação química desejada. Estimando o coeficiente de transferência líquido sólido pela correlação de Specchia et al. e a taxa de molhamento do catalisador pela correlação de Puranik e Vogelpohl, o modelo simplificado

desenvolvido permite representar de maneira satisfatória as performances dos dois reatores trifásicos.

## NOMENCLATURA

$a_s$	área específica do catalisador molhado ( $m^2/m^3$ )
$C_L$	concentração em fase líquida ( $mol/m^3$ )
$C_{L0}$	conc. em fase líquida na entrada do venturi ( $mol/m^3$ )
$C_{L1}$	conc. em fase líquida na saída do venturi ( $mol/m^3$ )
$C_{L2}$	conc. em fase líquida na saída do leito ( $mol/m^3$ )
$C_G$	concentração em fase gasosa ( $mol/m^3$ )
$C_{G0}$	conc. em fase gasosa na entrada do venturi ( $mol/m^3$ )
$C_{G1}$	conc. em fase gasosa na saída do venturi ( $mol/m^3$ )
$C_{G2}$	conc. em fase gasosa na saída do leito ( $mol/m^3$ )
$f$	fator de molhamento
$H$	constante de Henry
$k$	constante cinética de 1ª ordem ( $s^{-1}$ )
$k_G$	coeficiente global de transferência do lado gás ( $m/s$ )
$k_s$	coeficiente de transferência de matéria líquido-sólido ( $m/s$ )
$KG_a$	coeficiente global de transferência volumétrica lado gás ( $s^{-1}$ )
$KG_S$	condutância global de transferência em fase gasosa ( $s^{-1}$ )
$L_1$	altura do venturi (m)
$L_2$	altura do leito (m)
$Q_L$	vazão volumétrica do líquido ( $m^3/s$ )
$Q_G$	vazão volumétrica do gás ( $m^3/s$ )
$S$	superfície de troca gás-líquido ( $m^2$ )
$X_{SO_2}$	taxa de conversão de SO <sub>2</sub> (%)
$z$	coordenada axial do reator
$\eta$	fator de eficiência
$\epsilon$	porosidade do leito

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Berruti, F., R.R. Hudgins, and E. Rhodes, "Oxidation of sulfur dioxide in a trickle-bed reactor: a study of reactor modelling", *Can. J. Chem. Eng.* (1984), **62**, 644-651.
- Hartman, M. and R. W. Goughlin, "Oxidation of SO<sub>2</sub> in a trickle-bed reactor packed with carbon", *Chem. Eng. Sci.* (1972), **27**, 867-880.
- Haure, P.M., R.R. Hudgins, and P.L. Silveston, "Steady-state models for SO<sub>2</sub> oxidation in a trickle-bed reactor", *J. Chem. Eng.* (1990), **43**, 121-125.
- Herskowitz, M. and J.M. Smith, "Liquid distribution in trickle-bed reactors", *AIChE J.* (1978), **24**, 439-454.
- Kiared, K., "Etude et analyse de la réaction d'oxydation du dioxyde de soufre (SO<sub>2</sub>) sur charbon actif dans un réacteur triphasé du type verlix", Thèse de Doctorat INPL (1992), Nancy, France.
- Onda, K., H. Takenchi and Y. Kayama, "Effect of packing materials on the wetted surface area", *Kagaku Kogaku* (1967), **31**, 126.
- Puranik, S.S. and V. Vogelpohl, "Effective interfacial area in irrigated packed columns", *Chem. Eng. Sci.* (1974), **29**, 501-507.
- Ramachandran, P.A. and R.V. Chaudhari, "Three phase catalytic reactors", London: Gordon & Breach, (1983).
- Specchia, V., G. Baldi and A. Gianetto, "Solid-liquid mass transfer in cocurrent two-phase flow through packed beds", *Ind. Eng. Chem. Process. Des. Dev.* (1978), **17**, 362-367.

## TRANSFERÊNCIA DE MASSA A PRESSÕES ELEVADAS EM REATOR A LEITO DE LAMA MECANICAMENTE AGITADO

N. M. LIMA<sup>#</sup>, E. B. M. MEDEIROS<sup>#</sup>, D. RONZE\* e A. ZOULALIAN\*

<sup>#</sup>Departamento de Engenharia Química - UFPE, Recife, PE, Brasil

\*Université Nancy I, Faculté des Sciences, 54506 Vandoeuvre lès Nancy Cedex, FRANCE

### SUMMARY

Performances of a three phase catalytic reactor mechanically agitated to high pressure (good selectivity, rate of retention raised, life span of the catalyst increased, etc...) depend on several factors. Presents its survey concerns the influence of the pressure on the hydrodynamics parameters and the mass transfer side gas-liquid at the time of the absorption of a gas in a liquid. It is necessary to know some streamlined features and of transfer for the sparkling phase. These determinations are relatively classic. However few measures have been done when the total pressure of working of the reactor is superior to the air pressure. It is why we propose to not only make these measures of streamlined features and transfer to the air pressure but also to the more elevated pressures in order to specify the possible influence of the total pressure on these features.

### INTRODUÇÃO

A natureza heterogênea complexa dos reatores mecanicamente agitados faz aparecer vários aspectos onde os seus conhecimentos são indispensáveis ao dimensionamento e extrapolação destes tipos de reatores, notadamente ao que se consiste a ligações entre as características hidrodinâmicas e de transferência de massa. O estudo hidrodinâmico e em particular a obtenção da Distribuição de Tempos de Residência (DTR) da fase gasosa foram realizados com a ajuda de um estímulo de traçador (nitrogênio em hélio) pouco solúvel em água. Já para obtermos as características de transferência de massa gás-líquido do reator utilizamos uma metodologia idêntica com um traçador mais solúvel em água (dióxido de carbono). As medidas do coeficiente de transferência volumétrico  $k_L$  nos reatores perfeitamente agitados são numerosas, além dos parâmetros geométricos do reator e das propriedades físico-químicas do fluido, mas na maioria das vezes os autores fazem intervir essencialmente duas grandezas: a velocidade de agitação, e a vazão volumétrica da fase gasosa ou a velocidade superficial do gás. Para pressões superiores à pressão atmosférica, os efeitos da pressão sobre  $k_L$ ,  $a$  e  $k_L a$  são confirmados por diferentes autores. Segundo PHILLIPS (1973)  $k_L$  não é influenciado pela pressão em fermentadores rotativos horizontais. Analisando os resultados de YOSHIDA e ARAKAWA (1968), conclui-se que o efeito possível da pressão (variando de 0,1 à 3 MPa) sobre  $k_L$  nas autoclavés (interface gás-líquido plana) será um artefato ligado ao fenômeno de adsorção do gás na interface gás-líquido podendo forçar a medida do fluxo absorvido logo este é fraco. ALBAL et al. (1983) estudaram o efeito da pressão entre 1,38 à 9,65 MPa sobre  $k_L$  num tanque mecanicamente agitado fechado para a fase gasosa. Baseando-se nas conclusões de SRIDHAR e POTTER (1980), onde o efeito desprezível de  $P$  sobre a área interfacial gás-líquido próximo de 1MPa, concluíram que  $k_L$  não depende da pressão, mesmo adicionando um promotor de turbulência (esfera de vidro de 75 $\mu$ ). LEDAKOWICZ et al. (1985) realizaram seus estudos na mesma instalação que ALBAL et al. (1983) a pressões entre 0,1 e 6 MPa obtendo as mesmas conclusões.

DEIMLING et al. (1984) estudaram o efeito da pressão variando de 1 a 4,5 MPa sobre o coeficiente de transferência  $k_L$  em fases líquidas do tipo Fischer-Tropsch num autoclave de interface plana, não assinalando nenhuma variação de pressão. CHANG (1990) mediu o coeficiente de transferência volumétrico entre 0,1 e 5MPa num autoclave (fechado para fase gasosa). Segundo a natureza do gás, encontraram que sob pressão crescente de hidrogênio, nitrogênio e de metano,  $k_L a$  decresce, cresce ou fica constante segundo a velocidade de rotação da paleta de agitação. Essa variação é explicada pela mudança de  $a$  e de  $k_L a$  com a pressão. BICHARI et al. (1991) mediram por absorção física de CO<sub>2</sub> puro na água, o coeficiente volumétrico  $k_L a$  num tanque agitado fechado para o gás e para o líquido a 5,1 MPa pelo método manométrico. Eles constataram que  $k_L a$  não depende da pressão, sem toda vez verificar a topografia da interface gás-líquido em suas condições de trabalho. A baixas velocidades de rotação as paletas utilizadas deixam pensar que se trata de um regime de interface plana, seus resultados juntamente as conclusões de TERAMOTO et al (1974), DEIMLING et al (1984) e KARANDIKAR et al (1986) relativos a independência de  $k_L$  em relação a pressão. Outros estudos deste tipo relativo aos tanques agitados e as colunas de borbulhamento, foram publicados por OYEVAAR e WESTERTEP (1989) e CHANG (1990). A exceção de CHANG (1990), outros autores verificaram o efeito da pressão sobre  $k_L$  e  $a$ , estes ligados as mudanças das propriedades do líquido. Esses efeitos são geralmente desprezíveis, e  $k_L$  é independente da pressão.

### MONTAGEM EXPERIMENTAL

Em nossas experiências, utilizamos a montagem experimental representada na figura 1, o reator é do tipo tanque em aço inox mecanicamente agitado, com um volume total de 1,5 litros e diâmetro interno de 108 mm. Equipado de um agitador acionado por um dispositivo eletromagnético onde a velocidade de rotação é regulável entre 200 à 2000 rpm, de um distribuidor de gás e um regulador de temperatura controlado por termopares do tipo K (cromo-alumínio).

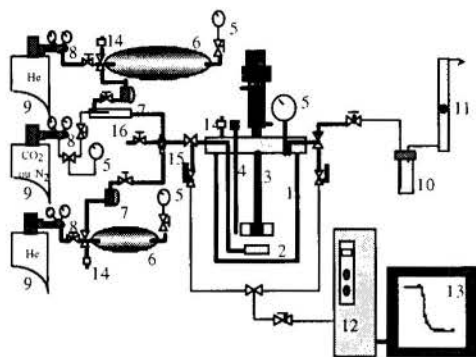


Figura 1 – Montagem experimental utilizada nas medidas de DTR e KLa

1.Reator, 2.Distribuidor de gás, 3.Sistema de agitação, 4.Termopares, 5.Manômetros, 6.Reservatório de gás, 7 e 8.Reguladores de pressão, 9.Cilindros, 10.Separador gás-líquido, 11.Rotâmetros, 12.Detector, 13.Computador, 14.Válvulas de segurança, 15. Válvulas de quatro vias, 16.Misturador de gás.

Composto ainda de três cilindros de gás, um de N<sub>2</sub> ou CO<sub>2</sub> (gás traçador) mais dois de hélio. Cada um equipado de reservatório tampão onde a pressão é controlada por dois captadores de pressão calibrados. Uma válvula de quatro vias permitindo a introdução do gás no reator seja para uma mistura de hélio e traçador ou seja hélio puro. Antes da válvula de quatro vias dispomos de duas válvulas em inox de 1/8 de polegada que permite regular a vazão principal, uma terceira válvula na saída do reator é utilizada com uma perda de carga variável permitindo regular a pressão e a vazão. A aquisição de dados é feita sobre um microcomputador equipado de uma interface Analog Devices RTI-800. O sinal elétrico liberado pelo detector do tipo condutividade térmica é discretizado em intervalos de tempo regulares.

### MODELAGEM E APRESENTAÇÃO DAS MEDIDAS DE TRANSFERÊNCIA

O método utilizado foi o método dinâmico de absorção física de soluto gasoso solúvel na fase líquida. A partir dos resultados obtidos para os dois traçadores, obtemos as características de transferência gás-líquido do soluto transferido. Esta técnica é aplicada em reatores trifásicos permitindo avaliar as características de transferência de massa como também os transportes difusionais do soluto no seio das partículas porosas do sólido contido no reator, (NIIYAMA e SMITH, 1977, BURGHARDT e SMITH, 1979, AHN et al., 1986). No caso de um dispositivo experimental, o reator foi alimentado por uma corrente de hélio, com um estímulo de traçador (CO<sub>2</sub>) realizado na entrada do reator. A partir das informações experimentais é possível avaliar as características de transferência gás-líquido. Para a interpretação das experiências, consideramos o modelo de escoamento representado na figura 2.

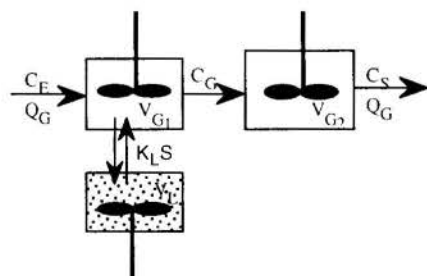


Figura 2 – Modelo do reator para experiências dinâmicas de transferência de massa

Os volumes de gás V<sub>G1</sub>, V<sub>G2</sub> e o volume de líquido V<sub>L</sub> são supostos homogêneos. A soma V<sub>G1</sub>+V<sub>L</sub> representa o volume do reator mecanicamente agitado, V<sub>G2</sub> é o volume do gás situado acima do nível de líquido. CE, CG e CS são respectivamente as concentrações do traçador na entrada, na saída da zona bifásica e na saída do conjunto reator, os balanços de massa do traçador nas três zonas escrevem-se respectivamente:

$$V_{G1} \frac{dC_G}{dt} = K_L S \left[ \frac{C_G}{H} - C_L \right] + Q_G [C_E - C_G] \quad (1)$$

$$V_L \frac{dC_L}{dt} = K_L S \left[ \frac{C_G}{H} - C_L \right] \quad (2)$$

$$V_{G2} \frac{dC_S}{dt} = Q_G [C_G - C_S] \quad (3)$$

Nestas equações, K<sub>L</sub>S representa o coeficiente global de transferência de massa gás-líquido para o soluto transferido. As equações de balanço podem ser resolvidas no domínio da transformada de Laplace. Obtendo então em particular a função de transferência do sistema global, seja:

$$G^*(s) = \frac{K_L a + s}{[\tau_1 s^2 + (\tau_2 K_L a + \frac{K_L a V_L}{H Q_G} + 1)s + K_L a][1 + \tau_2 s]} \quad (4)$$

onde :

$$\tau_1 = \frac{V_{G1}}{Q_G} \quad ; \quad \tau_2 = \frac{V_{G2}}{Q_G} \quad ; \quad K_L a = \frac{K_L S}{V_L} \quad (5)$$

Lembramos que para um traçador não absorvido, a função de transferência se escreve:

$$G(s) = \frac{1}{(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)} \quad (6)$$

G(s) nada mais é que a transformada de Laplace da DTR da fase gasosa que medimos anteriormente utilizando como traçador um gás não absorvido (nitrogênio). Lembrando que estas medidas permitem precisar os valores de dois parâmetros τ<sub>1</sub> e τ<sub>2</sub>. Para estimar as grandezas H e K<sub>L</sub>a, utilizamos os momentos de ordem

I (μ<sub>1</sub>) e a variância (σ) original da função de transferência G\*(s) e G(s).

Em efeito, teremos respectivamente:

$$\mu_1^* = \frac{1}{H} \left( \frac{V_L}{Q_G} \right) + \tau_1 + \tau_2 \quad (7)$$

$$\mu_1 = \tau_1 + \tau_2 \quad (8)$$

$$\sigma^{*2} = \frac{1}{H^2} \left( \frac{V_L}{Q_G} \right)^2 + \frac{2}{K_L a H} \left( \frac{V_L}{Q_G} \right) + \tau_1^2 + \tau_2^2 \quad (9)$$

$$\sigma^2 = \tau_1^2 + \tau_2^2 \quad (10)$$

As relações precedentes permitem obter a constante de Henry do soluto transferido "H" e o coeficiente de transferência volumétrico global K<sub>L</sub>a pelas relações :



$$H = \frac{1}{\mu_1^* - \mu_1} \frac{V_L}{Q_G} \quad (11)$$

$$K_{L^a} = \frac{2(\mu_1^* - \mu_1)}{(\sigma^{*2} - \sigma^2) - (\mu_1^* - \mu_1)^2} \quad (12)$$

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

As grandezas calculadas são o tempo de passagem  $\tau$  do gás no reator, a fração  $\alpha$  e o volume gasoso presente na emulsão gás-líquido, a retenção gasosa  $\epsilon_G$  e o volume do céu gasoso  $V_{Gc}$ .

### Influência da vazão gasosa e da velocidade de agitação

As variações da retenção gasosa em função da vazão de alimentação  $Q_G$  e da velocidade de agitação são apresentadas nas figuras 3 e 4. O efeito da velocidade de agitação é nitidamente mais importante que o da vazão gasosa.

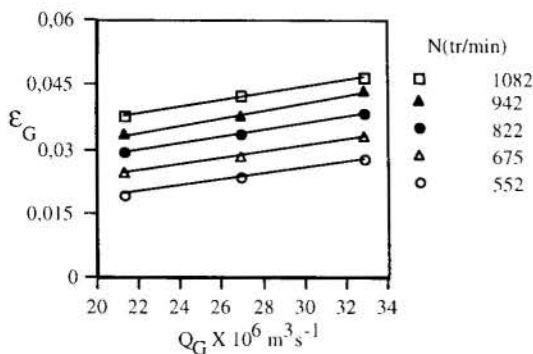


Figura 3 - Variação de  $\epsilon_G$  em função de  $Q_G$

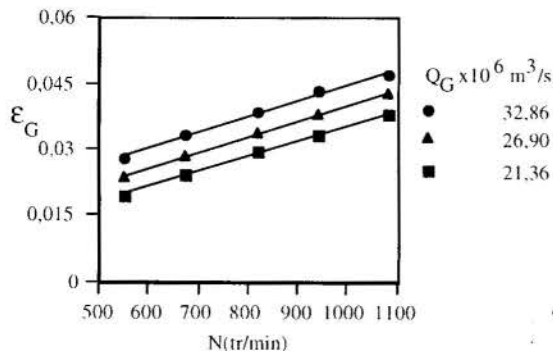


Figura 4 - Variação de  $\epsilon_G$  em função de  $N$

Os valores experimentais da retenção são confrontados pela correlação proposta por SMITH (1991) para os reatores mecanicamente agitados, segundo:

$$\epsilon_G = 0,1 (d_A/D)^{1,25} (Re \cdot Fr \cdot N_A)^{0,35} \quad (13)$$

A figura 5 mostra que nossos valores experimentais são bem representados segundo a correlação de SMITH (1991) a 15%.

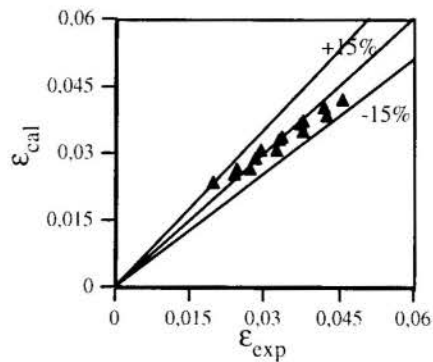


Figura 5 - Comparação dos valores experimentais com os valores calculados pela correlação de Smith (1991)

### Influência da Pressão Total

As medidas de DTR foram efetuadas a pressão atmosférica bem como sob pressões totais compreendidas entre 1 e 40 bar. Para uma mesma vazão gasosa avaliamos o efeito da pressão sobre a retenção gasosa e concluímos sua independência com a pressão total de funcionamento para duas velocidades de agitação diferentes (Figura 6). Em definitivo, a retenção gasosa depende da vazão gasosa e da velocidade de agitação, mas é independente da pressão total, no domínio das pressões testadas

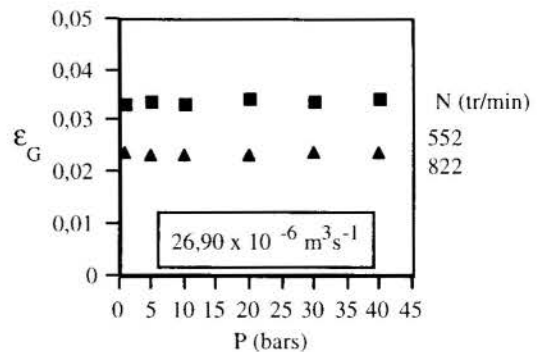


Figura 6 - Variação de  $\epsilon_G$  em função da pressão total ( $Q_G$  e  $N$  fixo)

O coeficiente de transferência volumétrica global  $K_{LS}$  foi medido a pressão atmosférica em função da vazão gasosa e da velocidade de agitação.  $K_{LS}$  aumenta sensivelmente com a velocidade de agitação (Figura 7) e levemente com a vazão volumétrica da fase gasosa (Figura 8). As evoluções são similares as obtidas por MAHFUD (1994) num reator mecanicamente agitado gás-líquido de volume sensivelmente idêntico, utilizando um mesmo traçador dióxido de carbono.

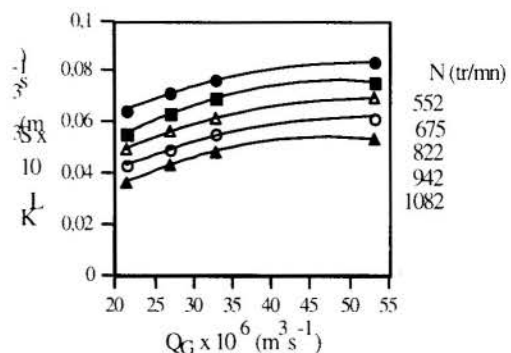


Figura 7 - Influência da vazão gasosa sobre  $K_{LS}$  para  $CO_2$  transferido

## CONCLUSÕES

As medidas da DTR na fase gasosa, nos permitiu dizer que a macro-mistura da fase gasosa dentro do reator estudado pode ser suposta do tipo perfeitamente agitado e que a retenção gasosa é independente da pressão total do sistema entre 1 a 40 bars. A influência da velocidade de agitação é nitidamente mais marcante que a da vazão do gás. Por outro lado, quando fixamos estes parâmetros, observamos que a taxa de retenção e o coeficiente de transferência de massa volumétrico, não dependem da pressão total. Em consequência se admitirmos que a área específica das bolhas de gás depende da pressão, somos conduzidos a uma variação contrária do coeficiente de transferência de massa global em função da pressão total de funcionamento do reator. O coeficiente de transferência global é tal que:  $1/K_L = 1/k_L + 1/HK_G$ , onde  $K_G$  diminui em função da pressão, caso a difusividade do soluto em fase gasosa diminua com a pressão. Se admitirmos que  $k_L$  e  $H$  são independentes da pressão, nos resulta que  $1/K_L$  aumenta em função da pressão. Por outro lado,  $K_L$  diminui em função da pressão e a diminuição é compensada pelo crescimento da superfície de troca que corresponde à uma diminuição do tamanho das bolhas de gás no seio do líquido em função da pressão total aplicada.

## NOMENCLATURA

a	área interfacial gás-líquido ( $m^2/m^3$ )
$C_E$	concentração do traçador na entrada
$C_G$	concentração do traçador na saída da zona bifásica
$C_S$	concentração do traçador na saída do conjunto reator
D	diâmetro interno do reator (m)
DTR	Distribuição de Tempos de Residência
$d_A$	diâmetro da base do agitador (m)
$d_B$	diâmetro médio das bolhas de gás (m)
G(s)	função de transferência do sistema material
H	constante de Henry
$K_L$	coeficiente transferência de massa lado líquido (m/s)
$K_G$	coeficiente transferência de massa lado gás (m/s)
$K_{L_A}$	coeficiente de transferência volumétrica ( $s^{-1}$ )
$K_{L_S}$	coeficiente global de transferência gás-líquido ( $m^3/s$ )
N	velocidade de agitação (tr/min)
P	Pressão (bar)
$Q_G$	vazão volumétrica do gás ( $m^3/s$ )
t	tempo de reação (h)
T	temperature ( $^{\circ}C$ )
$V_G$	volume gasoso ( $m^3$ )
$V_L$	volume do líquido ( $m^3$ )
$V_{G+L}$	volume da emulsão gás-líquido ( $m^3$ )
$V_{G_c}$	volume do gás acima do líquido ( $m^3$ )
Re	número de Reynolds, $N d_A^2 \rho/\mu$
Fr	número de Froude, $N^2 d_A/g$
$N_A$	número de aeração, $Q_G/N d_A^3$
$\alpha$	fração do volume
$\epsilon_G$	retenção gasosa
$\theta$	tempo reduzido
$\tau$	tempo de passagem (s)
$\tau_1$	tempo de passagem na emulsão gasosa (s)
$\tau_2$	tempo de passagem no céu gasoso (s)
$\mu_1$	momento de ordem 1 do gás não absorvido
$\mu_2$	momento de ordem 2 do gás não absorvido

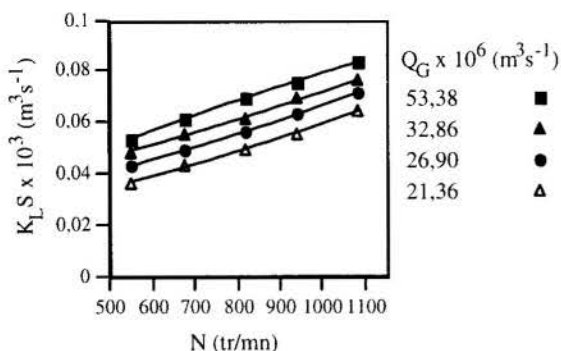


Figura 8 – Influência da velocidade de agitação sobre  $K_{L_S}$  para  $CO_2$  transferido

Nossos resultados são correlacionados a  $\pm 15\%$  (Figura 9) pela correlação proposta por MAHFUD (1994), sendo:

$$K_{L_S} = 8,85 \times 10^{-3} N^{0,6} Q_G^{0,21}$$

Em definitivo, as características de transferência gás-líquido do reator agitado mecanicamente são então da mesma ordem de grandeza que a do reator utilizado por MAHFUD (1994). Sinalando assim, que estes valores são relativamente baixos a alguns valores encontrados na literatura. A paleta de agitação utilizada do tipo hélice, é provavelmente menos eficiente que uma turbina do tipo Rushton.

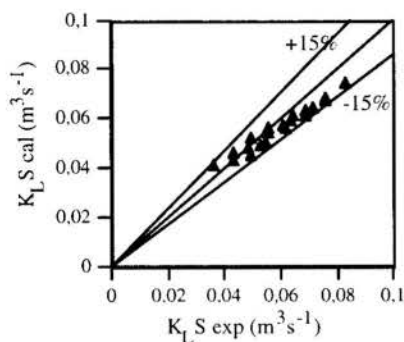


Figura 9 – Interpretação dos resultados experimentais pela correção de MAHFUD (1994)

O volume de líquido, a temperatura, a velocidade de agitação e a vazão volumétrica normal do gás foram fixadas (respectivamente a  $V_L = 1,2 \times 10^{-3} m^3$ ,  $T = 25^{\circ}C$ ,  $N = 552$  tr/min,  $Q_G = 53,38 \times 10^{-6} m^3/s$  TPN) e determinamos  $K_{L_S}$  para diferentes valores de pressão total. No domínio estudado (Figura 10), não observamos nenhuma variação do coeficiente de transferência de massa global. Resultado similar aos obtidos por ALBAL et al. (1983).

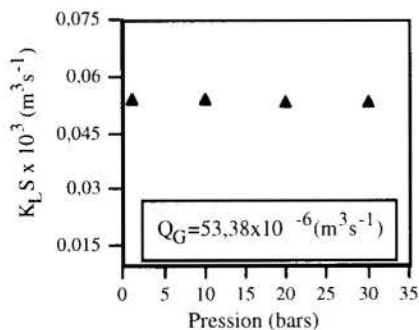


Figura 10 – Evolução de  $K_{L_S}$  em função da pressão para absorção de  $CO_2$

$\mu_1^*$	momento de ordem 1 do gás absorvido
$\sigma^2$	variança da distribuição do gás não absorvido
$\sigma^{*2}$	variança da distribuição do gás absorvido
$\rho$	massa volumétrica ( $\text{kg.m}^{-3}$ )
$\sigma_L$	tensão superficial do líquido ( $\text{N.m}^{-1}$ )
$\mu$	viscosidade dinâmica (Pa.s)

#### Índice

G	gasoso
L	líquido
x	entrada
y	saída
G+L	gás-líquido

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALBAL, R. S., SHAH, Y. T., SCHUMPE, A. e CARR, N. L., "Mass transfer in multiphase agitated contactors", *The Chemical Engineering Journal*, **27**, 61-80 (1983).
- BICHARI, M., ROIZARD, C. et MIDOUX, N., "Détermination des coefficients de transfert de matière côté liquide et côté gaz dans une cuve agitée sous pression" Communication présentée au 3<sup>ème</sup> Congrès de Génie des Procédés. Récents Progrès en Génie des Procédés. Editeurs: G. Antonini et R. Ben Aïm. Techniques et Documentation, Lavoisier, Paris, France. **3**, 159-164, 4-6 Septembre, Compiègne, France (1991).
- BURGHARDT, A. e SMITH, J. M., "Dynamic response of a single catalyst pellet", *Chem. Eng. Sci.*, **34**, 267-273 (1979).
- CHANG, M. Y., "Mass transfer characteristics of gases in liquids and slurries at elevated pressures and temperatures in agitated reactors". Thèse de Ph.D., Université de Pittsburgh, Pennsylvanie, Etats Unis (1990).
- DEIMLING, A., KARANDIKAR, B. M., SHAH, Y. T. e CARR, N. L., "Solubility and mass transfer of CO and H<sub>2</sub> in a Fischer-Tropsch liquids and slurries". *The Chemical Engineering Journal*, **29**, 127-140 (1984).
- KARANDIKAR, B. S., MORSI, B. I., SHAH, Y. T. et CARR, N. L., "Effect of water on the solubility and mass transfer coefficients of CO and H<sub>2</sub> in a Fischer-Tropsch Liquid", *The Chemical Engineering Journal*, **33**, 157-168 (1986).
- LEDAKOWICZ, S., BREHM, A. et OGUZ, H., "Effect of Suspended Inert Solid Particles on Gas-Liquid Mass Transfer in Mechanically Agitated Contactors", *Hungarian Journal of Industrial Chemistry Veszprém*, **13**, 487-501 (1985).
- MAHFUD, "Etude de la réduction du dioxyde d'azote d'un effluent gazeux dans un réacteur gaz-liquide mécaniquement agité", Thèse de Doctorat INPL (1994), Nancy, France.
- NIYAMA, H. et SMITH, J. M., "Adsorption rates of oxygen in aqueous slurries of activated carbon", *AIChE Journal*, **2**, No 4, 592-596 (1977).
- OYEVAAR, M. H. et WESTERTERP, R., "Mass transfer phenomena and hydrodynamics in agitated gas-liquid reactors and bubble columns at elevated pressures: State of the art" *Chem. Eng. Process.*, **25**, 85-98 (1989).
- PHILLIPS, K. L., "Proposed Explanation for Apparent Dependence of Liquid Phase Mass Transfer Coefficients on Pressure". *The Canadian Journal of Chemical Engineering.*, **51**, 371-74(1973).
- SMITH, J. L., Proc. 7th Europ. Congress on Mixing, Eds Bruxelmane M. and Froment G. Ed. Royal Flemish Society of Engineers, Brugge, 18-20, 233-241 (1991).
- SRIDHAR, T. et POTTER, O. E., "Interfacial areas in gas-liquid stirred vessels", *Chemical Engineering Science*, **35**, 683-95 (1980).
- TERAMOTO, M., TAI, S., NISHII, K. et TERANISHI, H. "Effects of pressure on liquid-phase mass transfer coefficients". *The Chemical Engineering Journal*, **8**, 223-226 (1974).
- YOSHIDA, F. et ARAKAWA, S., " Pressure Dependence of Liquid Phase Mass Transfer Coefficients", *AIChE Journal*, November, **14**, n° 6, 962-3 (1968).

## OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO DE ESTERILIZAÇÃO DE ALIMENTOS ENLATADOS EM AUTOCLAVES ESTACIONÁRIAS ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE MODELOS NUMÉRICOS

R. Gedraite<sup>1</sup>, J.L.F. Bastos<sup>2</sup> e C. Garcia<sup>3</sup>

- 1 - Departamento de Engenharia Química e de Alimentos - Escola de Engenharia Mauá  
Telefone: (011)741-3115 - Fax: (011) 741-3131 - E-mail: gedraite@uol.com.br
- 2 - Departamento de Reatores - Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Telefone: (011)816-9165 - Fax: (011) 816-9432 - E-mail: bastos@net.ipen.br
- 3 - Departamento de Engenharia Eletrônica - Escola Politécnica das Universidade de São Paulo  
Telefone: (011)818-5771 - Fax: (011) 818-5718 - E-mail: clgarcia@lac.usp.br

### RESUMO

*Este trabalho discute o desenvolvimento de um modelo numérico, para ser executado em tempo real, levando em consideração as condições de operação de uma autoclave estacionária, com o objetivo de garantir o nível de letalidade previamente estabelecido para microorganismos, reprogramando o tempo de processamento da autoclave. Propõe-se o desenvolvimento de um modelo numérico para previsão da evolução temporal da temperatura no interior do alimento, assumindo-se como condição de contorno o comportamento da temperatura da autoclave.*

### INTRODUÇÃO

O processamento térmico de alimentos industrializados consiste no aquecimento de embalagens em autoclaves pressurizadas, que podem ser estacionárias ou rotativas, verticais ou horizontais, e/ou contínuas ou descontínuas. O processamento térmico deve ser especificado por especialistas que, para cada sistema equipamento/embalagem/alimento definem as condições de processo: tempo de processo, temperatura de processo, temperatura mínima inicial do alimento, perfil de pressão e programa de desaeração da autoclave".

Face a estes requisitos de qualidade e de segurança, grande cuidado é tomado no cálculo destes tempos de processamento, assim como no controle do tempo e da temperatura vigentes durante os mesmos, para evitar que o alimento seja submetido a um sub-processamento ou a um sobre-processamento.

*"Embora os processos possam ser criteriosamente definidos, a sua aplicação no dia-a-dia da produção industrial foge da idealidade. Problemas operacionais como a falta de energia, queda na geração de vapor de água e falha nos sistemas de controle ocorrem com bastante frequência e causam desvios de processo pela flutuação da temperatura do meio de aquecimento. Outros desvios de processo podem ocorrer quando há alteração de parâmetros básicos de processo, tais como: temperatura inicial do produto, tempo de processo mais curto e temperatura do meio de aquecimento uniformemente mais baixa. Quando estes desvios acontecem, o lote - em geral - é reprocessado ou segregado para análise dos registros por um especialista que deve tomar decisões quanto à liberação deste ou o seu descarte. Estes procedimentos são dispendiosos, demorados e quando a opção é feita pelo reprocessamento, resultam num comprometimento da qualidade do alimento"* (GERMER, 1997).

O objetivo deste trabalho é apresentar um modelo numérico, desenvolvido para ser executado em tempo real, e que leve em consideração as condições de operação de uma autoclave estacionária. Este modelo deverá ser empregado em conjunto com o sistema de controle da autoclave, com a finalidade de garantir o nível de letalidade previamente estabelecido para microorganismos.

### DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A esterilização de um produto alimentício depende, em parte, da taxa de penetração de calor no mesmo.

Quando produtos alimentícios são colocados numa embalagem, que por sua vez é colocada numa autoclave e processada termicamente através da condensação do vapor de água saturado, a taxa de transferência de calor para os mesmos depende dos seguintes fatores (TEIXEIRA & BALABAN, 1996):

- a) Coeficientes de transferência de calor;
- b) Propriedades físicas do produto alimentício e da embalagem;
- c) Diferença de temperatura entre o produto alimentício e autoclave; e
- d) Tamanho da embalagem.

Em nosso trabalho estamos interessados em prever a evolução do perfil de temperaturas no interior de purê de batatas, acondicionado em embalagem metálica de geometria cilíndrica.

O purê de batatas usado no trabalho experimental foi obtido pelo cozimento de 2,5 kg de batatas em panela de pressão, durante 20 minutos, sendo a seguir descascadas e esmagadas num espremedor de batatas. A massa obtida foi adicionado um litro de leite, sendo o produto resultante novamente submetido a um cozimento até se obter a consistência desejada. Finalmente, esta pasta foi passada por uma peneira para se obter maior homogeneidade. Nos ensaios experimentais realizados empregou-se embalagem metálica cilíndrica do tipo 300 X 406 (73.3 mm X 111 mm) (LEONHARDT, 1973).

### CONTROLE DO PROCESSO DE ESTERILIZAÇÃO EM TEMPO REAL

O emprego de modelos numéricos capazes de prever as características do produto alimentício em função de alterações nas condições de processo são fundamentais para um bom



desempenho dos sistemas de controle baseados em computador que sejam executados em tempo real.

A principal vantagem advinda do uso de modelos numéricos capazes de estimar o histórico da temperatura do produto é o fato de que se pode aceitar variações na temperatura da autoclave. Assim sendo, na ocorrência de uma diminuição inesperada da temperatura da autoclave, o modelo fornecerá rapidamente o histórico das temperaturas e calculará o valor do nível de letalidade atingido.

Pretende-se neste trabalho que o modelo numérico seja parte integrante de um "software" para auxiliar a tomada de decisões por um sistema de controle baseado em computador. Assim, na ocorrência de uma perturbação na temperatura da autoclave, o modelo deverá prever a resposta correta da temperatura no interior do produto alimentício para este desvio, bem como o efeito correspondente sobre o nível de letalidade acumulado ( $F_0$ ). O modelo numérico deverá, também, gerar informação que permita reprogramar o tempo de processamento, continuando o aquecimento até que a letalidade acumulada alcance o valor pré-estabelecido.

### DESENVOLVIMENTO DO MODELO NUMÉRICO

A equação que governa a transferência de calor para o purê de batatas em uma embalagem de altura H e raio R, com difusividade térmica constante é dada pela seguinte equação diferencial parcial:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (1)$$

onde:

- T = temperatura do corpo;
- t = tempo de processamento;
- r = cota na direção radial;
- y = cota na direção axial; e
- $\alpha$  = difusividade térmica do alimento

A figura 2 mostra um esquema típico de uma embalagem cilíndrica que usa as coordenadas em questão;

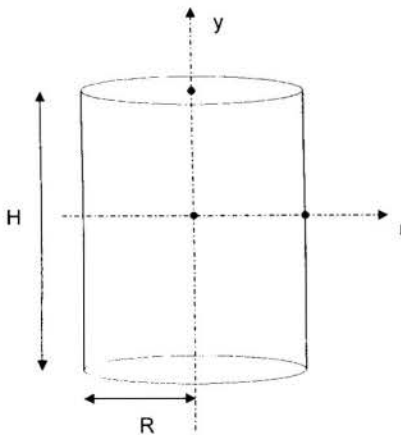


Fig. 2. Sistemas de Coordenadas para uma embalagem cilíndrica

A equação que calcula o nível de letalidade obtido durante o processamento é:

$$F_0 = \int_0^{t_f} \frac{1}{10^z} * dt \quad (2)$$

Onde:

- $T_r$  = temperatura de referência para um dado alimento;
- T = temperatura do alimento;
- $t_f$  = tempo final de processamento; e
- z = diferença de temperatura necessária para reduzir o tempo requerido para diminuir em 10 vezes a população de microorganismos.

Através desta equação observa-se que o nível de letalidade para o alimento que está sendo processado depende do histórico de temperatura desde o início do processamento até o instante em que a embalagem é retirada da autoclave.

No desenvolvimento deste trabalho, consideramos as seguintes hipóteses simplificadoras (TEIXEIRA & BALABAN, 1996):

- (a) A temperatura do produto alimentício é uniforme no instante  $t = 0$ ;
- (b) A temperatura da embalagem cilíndrica é constante depois de  $t = 0$  (não há variação entre dois pontos distintos da embalagem);
- (c) O coeficiente de transferência de calor, externo à embalagem, é muito elevado (isto é, a resistência térmica da superfície é desprezível);
- (d) A difusividade térmica não varia com o tempo, com a temperatura, ou espacialmente no interior do produto alimentício; e
- (e) Não existe "headspace" no interior da embalagem.

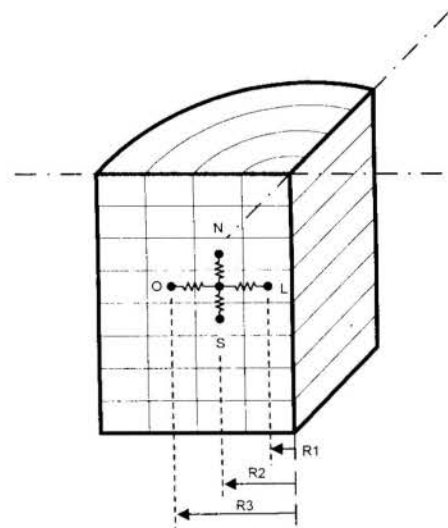


Fig. 3. Discretização típica do conjunto embalagem / produto alimentício.

O modelo matemático foi desenvolvido tomando-se por base a discretização do conjunto embalagem / produto alimentício em um número finito de elementos de volume, supostos isotérmicos (BASTOS, 1994). A figura 3 apresenta uma discretização típica onde são mostradas as conexões do nó "I" com seus vizinhos.

A equação geral de balanço de energia para um nó de difusão "i" é composta pelo termo de variação temporal da temperatura (lado esquerdo da equação) e pelos termos de troca térmica entre o nó "i" e seus vizinhos (não há fonte de calor no interior do produto alimentício (BASTOS, 1994)). Assim, pode-se escrever que:

$$C_i \frac{dT_i}{dt} = G_{IN}(T_N - T_i) + G_{IS}(T_S - T_i) + G_{IL}(T_L - T_i) + G_{IO}(T_O - T_i) \quad (3)$$

A capacitância térmica é calculada pela expressão:  $C = \rho C_p V_i$ , onde  $\rho$  é a densidade e  $C_p$  o calor específico do alimento. As condutâncias térmicas entre os nós são de dois tipos: condutância radial ( $G_r$ ) e condutância axial ( $G_a$ ). Estas condutâncias são determinadas pelas seguintes equações:

$$\phi_{ij} = G_{ij} \cdot (T_j - T_i) \quad (4)$$

$$G_{i,j} = \frac{\pi K dz}{2 \ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (5)$$

$$G_{i,d} = \frac{\pi K dz}{2 \ln \frac{R_3}{R_2}} \quad (6)$$

onde  $k$  representa a condutividade térmica do produto alimentício,  $r_e$  é o raio externo do  $i$ -ésimo nó,  $r_i$  é o raio interno do  $i$ -ésimo nó e  $dz$  é a altura de um nó (na direção axial do conjunto embalagem/produto alimentício).

O sistema de equações gerado é resolvido com o auxílio do código EESW (KLEIN & ALVARADO, 1996) que utiliza uma variante do método de Newton.

## VALIDAÇÃO DO MODELO

Devido à simetria das condições de contorno, a geometria tratada no modelo do produto alimentício é formada por um setor circular de 90° e de altura igual à metade da altura da embalagem. Foi gerada uma malha composta por 100 elementos de volume com 10 subdivisões na direção radial e 10 na direção axial.

A validação deste modelo foi feita pela comparação dos resultados obtidos pela simulação computacional com aqueles apresentados por LEONHARDT (1973). Utilizou-se o mesmo perfil de evolução temporal da temperatura da autoclave para alimentar o modelo matemático.

A figura 4 mostra o comportamento da autoclave e uma comparação entre os resultados numéricos e experimentais.

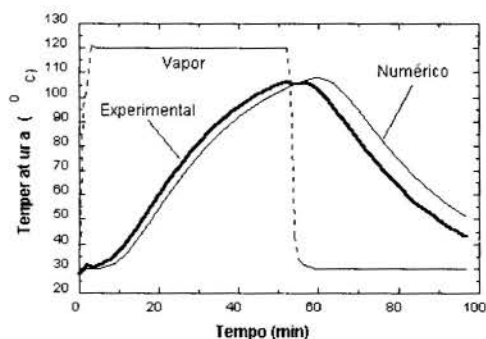


Figura 4 - Comparação entre as temperaturas experimental e numérica do produto alimentício

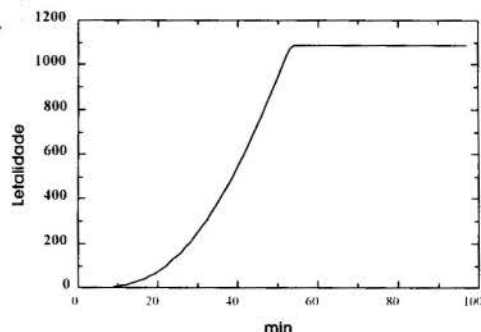


Figura 5 - Nível de letalidade do ponto frio do alimento

A figura 5 mostra a evolução do nível de letalidade para o ponto frio do alimento utilizando-se as temperaturas obtidas pelo modelo. É importante que se ressalte o fato de que ambas referem-se ao ponto mais frio do produto alimentício (isto é, o nó central da embalagem).

Observou-se que o modelo matemático representa, com boa aproximação, o comportamento da temperatura no interior do produto alimentício ensaiado.

## CONCLUSÕES

O modelo matemático desenvolvido é adequado para uso na otimização de processos de esterilização de produtos alimentícios que sejam aquecidos por condução. Este modelo pode ser executado, em tempo real, fornecendo resultados bastante próximos daqueles obtidos experimentalmente por LEONHARDT (1973).

Os autores pretendem implementar este modelo matemático num algoritmo computacional que será usado para otimizar a operação de uma autoclave estacionária instalada no Laboratório Integrado de Engenharia de Alimentos da Escola de Engenharia Mauá.

Este algoritmo deverá ser executado em tempo real, num microcomputador IBM/PC compatível e deverá trocar informações com o sistema de controle já existente na autoclave. A figura 7 apresenta a arquitetura básica do sistema de controle otimizado que se pretende implementar.

computational algorithm associated with a retort control system to optimize the sterilization process.

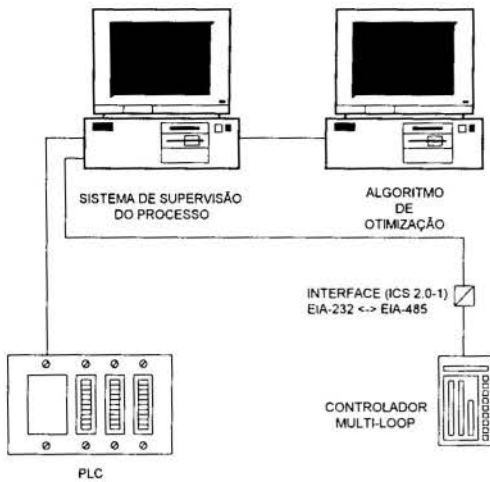


Figura 7 – Sistema de controle da autoclave utilizando o algoritmo computacional.

Este é um primeiro modelo numérico desenvolvido para testar a dinâmica do sistema de controle. Os autores pretendem continuar o trabalho, repetindo o desenvolvimento para alimentos que sejam aquecidos por convecção.

## REFERÊNCIAS

BASTOS, J. L. F. Notas de Aula da Disciplina Análise Termofluido Dinâmica de Reatores Nucleares. Depto. de Reatores do Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, 1994.

GERMER, S. P. M. Avaliação dos desvios no processamento térmico de alimentos em conserva. **Informativo FRUTHOTEC**, v. 3, n. 2, p. 2-3, 1997.

KLEIN, S. A., ALVARADO, F. L. Engineering Equation Solver. Middleton, WI, 1996. Manual do Usuário, F-Chart Software.

LEONHARDT, G. F. CONTRIBUIÇÃO AO CÁLCULO DA TEMPERATURA DE ALIMENTOS QUE SE AQUECEM POR CONDUÇÃO: Cálculo da Temperatura Central e da Temperatura Média para os casos de Latas Cilíndricas e Paralelepípedicas. São Paulo, 1973. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

TEIXEIRA A.A. & BALABAN, M. Notas de Aula do Curso Computer Applications in Thermal Processing of Canned Foods. ITAL, Campinas, 1996.

**ABSTRACT:** *This paper intends to present the use of numerical modelling and computational simulation of temperature profiles inside a can containing a food product which is heated by conduction. This model will be used by a*

## EFFECT OF CHEMICAL PRETREATMENTS AND LACTIC ACID IN CORN WET MILLING

**C. Mónica Haros & Constantino Suárez**

Departamento de Industrias  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
1428 - Buenos Aires - Argentina

### SUMMARY

*The relative effectiveness of potassium hydroxide dipping and ethyl oleate spraying for increasing the rate of water absorption of dent and flint corn during steeping was compared with untreated corn samples. Both pretreatments increased considerably the water absorption rate of both hybrids as compared to the untreated control samples. To evaluate such increase the diffusion coefficients of pretreated and untreated corn samples were estimated. Corn grains steeped in SO<sub>2</sub> aqueous solution and different concentrations of lactic acid give higher absorption rate than the steeped only in SO<sub>2</sub> solution. This effect was more marked for dent than for flint corn. Pretreated flint corn samples with potassium hydroxide gave lower starch yield than control. However, the presence of lactic acid in steepwater increases the starch yield of dent and flint corn.*

### INTRODUCTION

In the manufacture of corn starch, the corn is first softened by steeping for 40-48 hours at temperature range 45-55 °C. Since the pioneer works of Watson and Sanders (1961) and Fan et al. (1965) on the function of sulfur dioxide as a steeping agent, many investigations have been conducted to reduce the time required for steeping by increasing the rate of water absorption. The effect of the concentration of SO<sub>2</sub> during steeping on the starch recovery has been analyzed by Roushdi et al. (1981). They found that samples steeped in low concentrations of SO<sub>2</sub> containing lactic acid give high starch yield with low protein content. Also the separation of hull, fiber and protein from the steeped grains was very easy. On the other hand, Eckhoff and Tso (1991) reported that the application of gaseous SO<sub>2</sub> in corn wet milling and the addition of lactic acid resulted in an increase in the starch yield.

As steeping is a diffusion limited process some investigations were conducted to increase the rate of diffusion. Mistry and Eckhoff (1991) developed an alkali-debranning process where the pericarp was chemically removed. The debranned kernels absorb water more rapidly reducing the time of steeping. Previously, Gunasckaran and Farkas (1988) proposed the use of high - pressure steeping to increase the rate of water absorption.

Incorporation of multiple enzymes into the steeping solution enhanced separation of fractions in wet milling. Steinke and Johnson (1991) using multiple - enzyme preparation (cellulase, hemicellulase, β-glucanase, pectinase and bromelin) together with SO<sub>2</sub> during corn steeping, reduced the steeping time and increased the starch recovery yield.

The objectives of the present study are:

- a) to investigate the effect of different pretreatments, conducted to reduce the resistance of corn pericarp, in the rate of water absorption during corn steeping.
- b) to analyze the effect of lactic acid concentration in the water absorption rate during corn steeping.

- c) to compare the effect of the different treatments in the water absorption rate; for this purpose the diffusion coefficients will be calculated from the analytical solution of unsteady state diffusion equation.

- d) to evaluate the effect of some of the proposed treatments on the starch yields.

### MATERIALS AND METHODS

**Materials.** Corn grains of two commercial hybrids provided by INTA (Pergamino, Buenos Aires) were used in this study: dent corn (PIONEER 3379) and flint corn (CARGILL T-42). The grains were harvested with a moisture content of 10.5% and 13.2% (dry basis) for flint and dent, respectively. The grains were screened to obtain samples of uniform size, free of broken kernels and forcing materials. The fractions retained between screens 8.5-9.0 mm were used for the experiments. Volume measurements of both hybrids were performed using a pycnometer and chlorohexene as a fluid. From the average kernel volumes, the equivalent spherical radius of flint and dent corn was calculated: 3.8±0.1 mm and 4.1±0.1 mm, respectively. The maximum length (including the tipcap), thickness and width of the kernel were measured with a hand gauge for 50 kernels. The mean values were: for flint, length ( $a = 10.1$  mm); width ( $b = 8.4$  mm); thickness ( $c = 4.8$  mm); for dent,  $a = 12.1$  mm,  $b = 8.6$  mm and  $c = 4.6$  mm.

Ethyl oleate was synthesized in the laboratory following the procedure of Hildipgh and Williams (1964).

Dehulled corn kernels were obtained manually by rubbing off the pericarp. To avoid damage to the kernel and to facilitate the dehulling, the grains were steeped in water at room temperature for a few minutes.



Moisture content of the kernels was determined gravimetrically. The corn samples were placed in a vacuum oven at 70°C for 72 hs, using P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> as desiccant.

**Pretreatments.** Two kinds of pretreatments were performed. One consisted in dipping corn samples (about 20g) in 200 ml aqueous solution of potassium hydroxide at different concentrations: 0.2, 0.5 and 1.0% for 5 minutes. During dipping the temperature was held constant at 52°C and the sample gently agitated. After this pretreatment the corn samples were rinsed with tap water to remove any excess of alkali from the surface of the kernel and cooled at room temperature.

The other pretreatment consisted in spraying the grains with an aqueous emulsion of ethyl oleate 1% (v/v). After that the grains were held at 40°C for 20 hours, previous to steeping.

**Steeping Procedure.** Control (unpretreated) and pretreated corn samples were steeped in 0.25% sulfur dioxide aqueous solution prepared by dissolving sodium bisulfite in distilled water. The samples were placed in 50 ml vessels with screw-cap flasks. The grains were gently agitated to reduce film resistance in the liquid.

The steeping temperature was held at 52°C: for this purpose the flasks were immersed in a stirred water bath controlled within 0.5°C. At regular time intervals the flasks were removed from the bath for moisture content determination. The grains were quickly removed from the flasks and superficially dried by manual rolling of the kernels on a large filter paper until they lost the glistening appearance, associated with the presence of a surface film of water. The grains were then weighted to determine the moisture uptake.

**Corn Steeping in Presence of Lactic Acid.** Samples were also steeped for different time intervals in flasks with 0.25% sulfur dioxide but variable contents of lactic acid: 0.2; 0.5 and 1.0% (v/v). The procedure to evaluate the water absorption rate was the same than that recently described. The steeping temperature was also maintained at 52°C.

**Wet Milling Procedure.** A laboratory-scale wet milling process, which is a modification of the method of Neryng and Reilly (1984), was used here for the untreated and pretreated samples. Corn samples (50 g) were batch-steeped in 250 ml of sufficient sodium bisulfite solution to give a SO<sub>2</sub> concentration of 0.25% in distilled water and pH 3.5 - 4.0. The samples were held at 52°C with gently agitation; two steeping times were tested: 24 and 48 hours. After that the steepwater was decanted and the excess of liquid water was removed from the corn by blotting. Steeped corn with 100 ml of added distilled water was ground with a blender for five minutes and screened in turn with 40, 200 and 270 U.S. standart sieves (0.420; 0.074 and 0.053 mm opening, respectively). The material held up by the 40 mesh sieve, mainly fiber and germ, was washed with 300 ml of water. After that, the material was ground somewhat more finely twice more with a mortar and pestle with extra water added (100 ml), screened and washed again with 300 ml of water each time. The material stopped by the 200 and 270 mesh sieves, was washed with distilled water ten times with volumes of 200 ml each time to more completely separate starch from gluten. The starch slurry passing through 200 and 270 mesh sieves was centrifugated at 2000 rpm using centrifuge Rolco 350T, for 20 minutes.

All fractions were dried in a vacuum oven at 60 °C in presence of P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> to a constant weight. The yield of wet-milling fractions was determined as the percentage of initial corn wet solid.

Some samples, untreated and pretreated with alkali (KOH 1.0%), were also steeped with 0.25% sulfur dioxide to which it was added 0.5% (v/v) of lactic acid. The steeping temperature was 52°C: two steeping times were investigated: 24 and 48 hours. The wet milling procedure was the same than that previously described.

**Total Solids Leached Determination.** The mass of solids leached after water steeping in aqueous solution of SO<sub>2</sub> was determined by the method of Steinke and Johnson (1991). A 10 ml sample of the steepwater was placed in a weighed flask and air dried in an oven at 65°C for 24 hs. After that, the sample was fully dried at the same temperature in a vacuum oven until constant weight, in the presence of P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> desiccant. The percent of total solid was referred to the weight of fully wet kernels.

## RESULTS AND DISCUSSION

**Calculation of Moisture Diffusion Coefficient During Steeping.** The moisture gain by corn samples (untreated and pretreated) during steeping in sulfur dioxide aqueous solution (with and without lactic acid), was modeled by means of the analytical solution of Fick's second law. The following assumptions were made:

1. Diffusion coefficient is independent on moisture content
2. The grain does not swell during steeping.
3. Thermal effects are neglected; the diffusion process occurs at constant temperature equal to the steeping water.

According to Luikow (1968), the diffusion in a body of arbitrary shape can be reduced to the analytical solution corresponding to sphere by defining adequate shape factors. Following this idea, Tolaba et al. (1989) found that moisture diffusion in corn kernels can be adequately described introducing a shape factor,  $\Psi$ , in the analytical solution of diffusion equation for sphere:

$$u^* = \frac{(\bar{u} - u_s)}{(u_0 - u_s)} = \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp(-n^2 \pi^2 \Psi F_0) \quad (1)$$

Where:

$u$  = moisture content: kg of water / kg of dry solid

$u_0$  = initial moisture content: kg of water / kg of dry solid

$u_s$  = saturation moisture content, kg of water / kg of dry solid

$F_0 = t R_e^2 / D =$  Fourier number, dimensionless.

$t$  = time, s

$R_e$  = equivalent radius (radius of sphere having the same volume as the grain) . m

$D$  = diffusion coefficient, m<sup>2</sup>/s.

To calculate the shape factor, the following expression was used (Tolaba et al., 1989):

$$\Psi = \frac{1}{(\text{sphericity})^2} = \left[ \frac{8R_e^2}{cd \left( \frac{d}{c} + \frac{\arcsene}{e} \right)} \right]^{-2}$$

being  $a, b, c$  the axes of the ellipsoid:  $a$  = the longest axis;  $b$  = the longest axis normal to  $a$ ;  $c$  = the longest axis normal to  $a$  and  $b$ ;  $d = (a + b)/2$  and  $e = \{(a^2 - d^2)/a^2\}^{1/2}$ . The value of  $\Psi$  obtained from the values of  $a, b, c$  reported in Materials and Methods, for flint and dent corn are: 1.30 and 1.39, respectively.

The diffusion coefficients for untreated and pretreated corn samples during steeping in sulfur dioxide aqueous solutions were

calculated by a non-linear regression technique. This consists in varying the value of D until difference between experimental and predicted moisture contents is a minimum. The saturation moisture contents used for the calculation were 0.623 kg / kg dry solid and 0.717 kg / kg dry solid for flint and dent corn, respectively. They were determined experimentally as the moisture content of the grain at 48 hours of steeping. In Figures 1 and 2 are shown the comparison between experimental and predicted water absorption curves for flint and dent corn, respectively. The values of the diffusion coefficient resulting

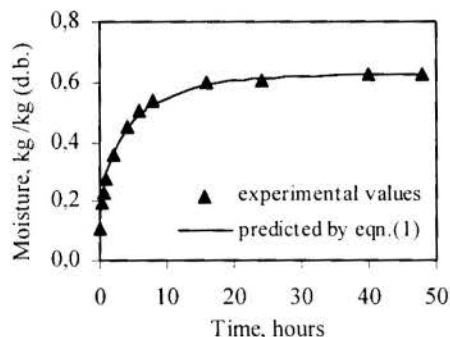


Figure 1 - Water absorption at 52°C for flint corn steeped with 0.25% SO<sub>2</sub>.

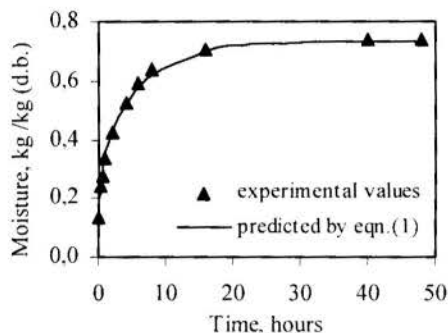


Figure 2 - Water absorption at 52°C for flint corn steeped with 0.25% SO<sub>2</sub>.

from the different pretreatments are reported in Table 1, together with those for the control samples. It can be seen that for the untreated samples the diffusion coefficients for flint corn is lower than for dent corn. The reason for such differences in the water absorption rates between hybrids, is that flint corn is harder than dent corn owing to a larger proportion of horny endosperm in the flint type. According to Watson and Sanders (1961) the hardness of flint endosperm is due to the strong compactation of the starch granules in comparison to the loosely held granules of the floury endosperm.

Table 1 - Diffusion Coefficients of Pretreated Corn Hybrids Steeped in 0.25% Sulfur Dioxide.

Type of Pretreatment	D x 10 <sup>11</sup> (m <sup>2</sup> /s)	
	Dent	Flint
None	4.86 ± 0.09	4.17 ± 0.09
Hand-peeled pericarp	6.01 ± 0.11	5.13 ± 0.08
KOH, 0.2%	5.45 ± 0.19	4.59 ± 0.21
KOH, 0.5%	5.75 ± 0.11	4.70 ± 0.06
KOH, 1.0%	7.19 ± 0.05	6.13 ± 0.10
Ethyl Oleate emulsion, 1%(v/v)	5.85 ± 0.07	5.78 ± 0.12

The effect of the pericarp in the water absorption rate is also reported in Table 1 for both hybrids. In both cases it is observed an increase of about 23% of the diffusion coefficient for dehulled kernels. It is interesting to remark here that the controlling effect of the pericarp for water absorption is much less marked than in the case of corn drying. So, Tolaba et al. (1990) found that during corn drying moisture diffuses five times faster though the endosperm than through the pericarp.

In Table 1 can also be seen the effect of the alkaline pretreatment in the water absorption rate. It is observed an increase in the D values which becomes more marked with the increase of the alkali concentration. This effect can be attributed to the loosening action of the KOH on the pericarp, which reduces the resistance to water entrance into the kernel. In fact, Mistry and Eckhoff (1992) found that among the different alkalis used, sodium hydroxide solution at concentrations 5-10 % is very effective to loose corn pericarp.

It is generally well known, that the ethyl esters of fatty acids increase the drying rate of some waxy fruits such as grapes and berries (Clingleffer, 1986). However, the action of the ethyl esters is not clear: while some authors believe that the esters remove the waxy bloom of fruits such as grapes (Riva and Masi, 1986), others have found that no wax is removed and that the effect is reversible by washing (Grncarevic and Radler, 1971). Suarez (1987) reported experimental evidence of the action of ethyl oleate during corn drying, and found that this ester increases the drying rate of sweet and field corn. In this study, it can be seen from Table 1 that the two hybrids pretreated with ethyl oleate have diffusion coefficients greater than the control.

Effect of Lactic Acid in Corn Steeping. The diffusion coefficient resulting from modelling the water uptake of corn kernels during the steeping sulfur dioxide solution with different concentrations of lactic acid are reported in Table 2. For both hybrids it is observed an increase in the values of the diffusion coefficient when lactic acid is present in the steeping water, being this effect more marked for dent than for flint corn. It can be observed that does not seem to be a marked effect in the water absorption rate when the concentration of lactic acid in the steepwater is increased.

Table 2 - Diffusion Coefficients of Corn Hybrids Steeped in 0.25% SO<sub>2</sub> and Various Concentrations of Lactic Acid.

Type of Pretreatment	D x 10 <sup>11</sup> (m <sup>2</sup> /s)	
	Dent	Flint
None	4.86 ± 0.09	4.17 ± 0.09
0.2% (v/v)	4.88 ± 0.10	3.99 ± 0.08
0.5% (v/v)	5.68 ± 0.12	4.39 ± 0.07
1.0% (v/v)	5.54 ± 0.11	4.40 ± 0.05
Pretreated with KOH (1%) and steeped with Lactic Acid (0.5%, v/v)	6.89 ± 0.08	5.84 ± 0.07

In Table 2 are also reported the diffusion coefficients of dent and flint corn samples pretreated with potassium hydroxide (1%) and steeped in lactic acid at 0.5 % (v/v). It is observed that the pretreatment with alkali increases the rate of water absorption in comparison with those corn samples steeped with lactic acid, but no alkali pretreatment.

Wet Milling Yields. In the previous section the performance of different treatments in the water absorption rate during corn steeping were reported. Now, the effect of some of that treatments

on starch yield will be analyzed. This information is reported in Tables 3 y 4 for flint and dent corn, respectively. In that Tables are also reported the starch yields for steeping times of 24 and 48 hrs. Significant differences were observed in starch yields between alkaline pretreated samples and control samples for flint corn. The alkaline pretreatment reduced starch yield significantly (the standard deviation of starch yield was 0.04%). However the addition of lactic acid to the steepwater increased the starch recovery. On the other hand, in most cases the increase of steeping time has a beneficial effect on starch yields.

Table 3 - Wet Milling Yields (%) from Flint Corn Steeped in 0.25% SO<sub>2</sub> for Different Times and Treatments

Treatment	Steeping Time (hr)	Fiber - Germ (%) <sup>(1)(2)</sup>	Gluten (%) <sup>(1)(2)</sup>	Water Solids (%) <sup>(1)(2)(3)</sup>	Starch Yield <sup>(1)(2)</sup> (%) <sup>(1)(2)</sup>
None	24	7.5	9.9	4.5	57.7
	48	8.3	7.7	5.4	59.1
Pretreated KOH 1%	24	11.9	12.5	3.0	50.2
	48	10.1	10.9	3.9	53.7
0.5% Lac. Acid	24	8.0	4.5	3.6	63.5
	48	7.9	4.6	4.6	63.2
Pretreated KOH 1% and LacAc	24	7.3	4.8	7.2	65.1
	48	7.8	3.8	7.2	65.1

<sup>(1)</sup> Average of two replicates

<sup>(2)</sup> All yields are expressed on a percentage wet solid basis

<sup>(3)</sup> Solid content in steepwater after steeping

In Table 4 are reported starch yields for untreated and pretreated samples dent corn obtained after 24 and 48 hours of steeping. The pretreatment consisted in an alkali steeping followed by a steeping in 0.25% SO<sub>2</sub> and lactic acid 0.5% v/v.

Table 4 - Wet Milling Yields (%) from Dent Corn Steeped in 0.25% SO<sub>2</sub> for Different Times and Treatments

Treatment	Steeping Time (hr)	Fiber - Germ (%) <sup>(1)(2)</sup>	Gluten (%) <sup>(1)(2)</sup>	Water Solids (%) <sup>(1)(2)(3)</sup>	Starch Yield <sup>(1)(2)</sup> (%) <sup>(1)(2)</sup>
None	24	7.3	4.4	--	62.9
	48	7.3	4.4	5.6	63.2
Pretreated KOH 1% and LacAc	24	7.4	3.9	--	66.7
	48	7.9	3.7	7.4	66.8

<sup>(1)</sup> Average of two replicates

<sup>(2)</sup> All yields are expressed on a percentage wet solid basis

<sup>(3)</sup> Solid content in steepwater after steeping

Even though the increase of starch yield was slightly lesser for dent than for flint corn kernels steeped in lactic acid, for both hybrids it is observed a significant increase of the starch yield. Although the role of lactic acid is not well understood some authors attribute its action to the weakness of the endosperm cell walls (Earp et al., 1985; Ruan et al., 1992).

## CONCLUSIONS

The dipping of corn samples (dent and flint) in aqueous solution of KOH for few minutes, previous to steeping, increases considerably the water absorption rate. However, the starch yield resulting from this kind of pretreatment was lower than the control.

The addition of lactic acid into steepwater increase slightly the water absorption rate of both hybrids investigated. It also increased the yield of starch, being this effect more marked for flint corn.

The combined effect of an alkali pretreatment (KOH solution) and the addition of acid lactic into steepwater reduce considerably the steeping time and improve the milling characteristics of both hybrids.

## ACKNOWLEDGEMENT

The authors acknowledge financial support from the Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) and Universidad de Buenos Aires, República Argentina. Also acknowledge to Engineer José L. Robutti and INTA Pergamino who provided the corn samples. The technical assistance of the student Marcelo Bello is greatly appreciated.

## REFERENCES

- Becker, R.A. 1959. "A study of diffusion in solids of arbitrary shape with application to the drying of the wheat kernel". *J. Appl. Polymer Sci.*, Vol. 1, pp. 212-226.
- Clingefer, P.R. 1986. "Grape drying principles in relation to trellis drying". *Dried Fruit News*, Vol. 14, pp. 15-18.
- Earp, C.F., Mc Donough, C.M. and Rooney, L.W. 1985. Changes in the microstructure of the corn kernel during the wet milling steeping process", Research Project Progress Report. Oct. 1, 1984 - March 31, 1995. Corn Refiners Association: Washington, DC.
- Eckhoff, S.R. and Tso, C.C. 1991. "Wet milling of corn using gaseous SO<sub>2</sub> addition before steeping and the effect of lactic acid on steeping", *Cereal Chem.*, Vol. 68, pp. 248-251.
- Fan, L.T., Chem. H.G., Shellenberger, J.A. and Chung, D.S. 1965. "Comparison of the rates absorption of water by corn kernels with and without dissolved sulfur dioxide", *Cereal Chem.*, Vol. 42, pp. 385-396.
- Grcarevic, M. and Radler, F.A. "Review of the surface lipids of grapes and their importance in the drying process", *Am. J. Enol. Vitic.*, Vol. 22, pp. 80-86.
- Gunasekaran, S. and Farkas, D.F. 1988. "High - pressure hydration of corn". *Trans. ASAE*, Vol. 31, pp. 1589-1593.
- Haros, M., Viollaz, P.E. and Suárez, C. 1995. "Effect of temperature and SO<sub>2</sub> on the rates of water absorption of three maize hybrids", *Journal of Food Engineering*, Vol. 25, pp. 473-482.
- Hildipgh, T.P. and Williams, I.P.N. 1964. "The Chemical Constitution of Natural Fats", 4th Edn. London : Chapman and Hall.
- Luikov, A.V. 1968. "Analytical Heat Diffusion Theory", Academic Press.
- Mistry, A.H. and Eckhoff, S.R. 1992. "Alkali debranning of corn to obtain corn bran", *Cereal Chem.*, Vol. 69, pp. 202-205.
- Neryng, A. and Reilly, P.J. 1984. "Laboratory wet milling of ensiled corn kernels", *Cereal Chem.*, Vol. 61, pp. 8-14.
- Riva, M. and Masi, P. 1986. "The influence of drying conditions and pretreatments on permeability to water of grape skin". Page 454 in: *Drying'86*, Arun S. Mujumdar de. Hemisphere Publishing Corporation. Wshington, New York, London.

Roushdi, M., Fahmy, A.A., Mostafa, M. and Kafr El-Sheik. 1981. "Role of lactic acid in corn steeping and its relation with starch isolation".

Ruan, R., Litchfield, J.B. and Eckhoff, S.R. 1992. "Simultaneous and nondestructive measurement of transient moisture profiles and structural changes in corn kernels during steeping using microscopic nuclear resonance imaging", *Cereal Chem.*, Vol. 69, pp. 600-606

Steinke, J.D. and Johnson, L.A. 1991. "Steeping maize in the presence of multiple enzymes I. Static batchwise steeping", *Cereal Chem.*, Vol. 68, pp. 7-12.

Suárez, C. 1987. "Effectiveness of ethyl oleate dipping, steam blanching and other pretreatments on drying of corn kernels". *Lebensm. - Wiss.u.- Technol.*, Vol 20, pp. 123-127.

Tolaba, M.P., Suárez, C., and Viollaz, P.E. 1990. "The use of diffusional model in determining the permeability of corn pericarp", *Journal of Food Engineering*, Vol. 12, pp. 53-66.

Watson, S.A. and Sanders, E.H. 1961. "Steeping studies with corn endosperm sections", *Cereal Chem.*, Vol. 38, pp. 22-33.



## THERMODYNAMIC CONSIDERATIONS OF WATER VAPOR SORPTION BY AMARANTH STARCH

**Andrea N. Calzetta Resio, Roberto J. Aguerre and Constantino Suárez**

Departamento de Industrias  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
1428 - Buenos Aires - Argentina

### SUMMARY

*The equilibrium moisture content of amaranth starch was determined within the range of 4 - 90 % water activity at 25, 35 and 50 °C. A multilayer fractal isotherm was used to model the equilibrium data for the entire aw range; the parameters of the model, the monolayer moisture content, the C - BET constant and the fractal dimension were calculated. The effect of temperature on the equilibrium values was modeled satisfactorily using a simple three parameter equation. The isosteric heat of sorption of water was calculated as a function of moisture content using a two parameter model, based on enthalpy-entropy compensation effect. Integral heats were also calculated and compared with the integral heats of other starches.*

### INTRODUCTION

The resurgence of amaranth grain species today is the result of the perception of its environmental hardness, its utility as a grain and/or vegetable resource, and its high tolerance to arid conditions and poor soils, where cereals cannot grow with ease ( Vietmeyer 1982 ). Amaranth grain contains protein high in lysine, fiber, fat and ash in higher levels than conventional grains ( Saunders and Becker 1984 ). On the other hand, starch is the most abundant carbohydrate component of amaranth ( 48-62% ) according to Saunders and Becker (1984). Amaranth starch granules are small, 1-3  $\mu\text{m}$  in diameter and mainly amylopectin in nature ( Irving and Becker 1985 ). Preparing starch granules from *A. hypochondriacus*, Sugimoto et al. ( 1981 ) found that starch granules are spherical and occasionally polygonal in shape. These authors have also reported amylose contents in amaranth starch of 2- 14%.

Besides the small size of the granules, the starch properties include low gelatinization temperature, good freeze-thaw stability and resistance to mechanical shear ( Zhao and Whistler 1994 ; Myers and Fox 1994 ). The potential use as food and nonfood of amaranth starch has been pointed out by Breene ( 1991 ), among which may be mentioned the following : biodegradable plastics, dusting powders, cosmetics and food stabilizers, thickeners and gelling agents for products such as sauces and soups.

This promising use led to study the interaction of amaranth starch and water from the thermodynamic point of view. There is a relationship between moisture sorption isotherms and the physical, chemical and microbiological stability of the product. However, experimental data on the sorption of water by amaranth starch are scarce in the literature. Moisture sorption isotherms of lime-cooked amaranth flour were reported by Valdez-Niebla et al ( 1993 ) and the monolayer moisture content evaluated from the classical BET theory.

The objectives of this study were : 1) to provide reliable experimental data for the sorption characteristics of amaranth starch using a static method; 2) to investigate the effect of temperature on the equilibrium data; 3) to model the

equilibrium data and its dependence on temperature ; 4) to evaluate differential and integral heats of sorption and their variation with moisture content and 5) to investigate the applicability of a BET-like fractal isotherm to describe the sorptional equilibrium and evaluate the parameters of this model.

### MATERIALS AND METHODS

Samples of *Amaranthus cruentus* were provided by Facultad de Agronomía, Universidad Nacional de la Pampa, Argentina. The starch used in this study was isolated from amaranth grains by the method described by Pérez et al. (1993). The starch isolated by that method has a high degree of purity; determinations of protein, fat and fiber gave the following results, expressed in dry basis : 0.386%, 0.00% and 0.65%, respectively.

#### Measurement of the equilibrium moisture content.

Representative samples, about 2 g, were taken from the bulk of starch powder and were placed in 30 x 30 mm weighing bottles to form a layer about 4 mm high. The bottles were placed in vacuum desiccators ( three weighing bottles for each desiccator ) containing saturated salt solutions selected to give defined constant water activity inside the desiccator. Each salt solution was prepared according to the specifications given by Greenspan ( 1977 ). Adsorption isotherms were determined by the static method : starch samples were allowed to equilibrate at given temperatures 25, 35 and 50 °C, in vacuum desiccators over saturated salt solutions of Na OH, Li Cl, Mg Cl<sub>2</sub>, Mg ( NO<sub>3</sub> )<sub>2</sub>, K Cl and Na Cl. All the samples gained water and the equilibrium was judged to have been attained when the weight of the sample between successive measurements changed by less than 2 mg over 72 hours. No mould growth was observed during equilibration.

Dry weight of amaranth starch was determined by drying to constant weight ( <2 mg in 24 hours ) in a vacuum oven at 70 °C and 7 kPa in presence of magnesium perchlorate as desiccant.

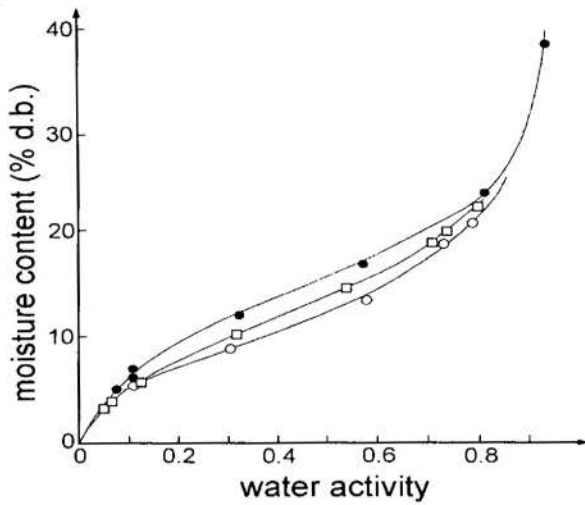


Figure 1- Equilibrium moisture contents at various temperatures: ●, 25 °C; □, 35 °C; ○, 50 °C and full line, as predicted from eqn.(1) .

Use of Fractal Isotherm . The perspective of using sorption equilibrium data as a method of obtaining structural information about the surface , and conversely from the viewpoint of predicting thermodynamic properties of sorbed films on fractal substrates has gained attention in the last years ( Pfeifer et al. 1989 ; Hatzikiriakos and Avramidis 1994).The quantitative measure of surface roughness based on the concept of surface fractal dimension has been increasingly recognized as a promising powerful tool to characterize the morphology of particulate materials. One way to define the fractal dimension is to consider it as a measure of the ability of a solid to fill a three dimensional volume ( Sahouli et al 1996 ). Depending on the degree of irregularities, the surface fractal dimension,  $D$  , varies from 2 to 3 .

One of the methods to evaluate the fractal dimension is from the sorption isotherms. The simplest one estimates  $D$  directly from data of a single full sorption isotherm by applying different mathematical models which take into account the surface roughness or irregularities of the sorbent. Recently, Aguerre et al. ( 1996 ) derived a multilayer adsorption isotherm for fractal surfaces using the same basic postulates of BET theory. The derived equation is :

$$\frac{m}{m_m} = \frac{C \sum_{i=1}^{\infty} a_w^i (2i-1)^{D-2} \sum_{j=1}^{\infty} (2j-1)^{2-D}}{1 + C \sum_{i=1}^{\infty} a_w^i (2i-1)^{D-2}} \quad (1)$$

In eqn. (1)  $m$  and  $m_m$  are the moisture content and the monolayer moisture content , respectively;  $a_w$  is the water activity,  $D$ , the fractal dimension and  $C$ , the BET constant related to the temperature effect on the equilibrium.

Equation (1) predicts that for a fractal surface the film-vapor interphase shrinks with the number of adsorbed layers and provokes a reduction of the adsorbent - sorption capacity with the increase in water activity.

Effect of Temperature on the Sorption Equilibria . The effect of temperature on sorptional behaviour can be modelled using the theoretical equation derived by Aguerre et al (1986) :

$$\psi_T \ln a_w = K_1 K_2^m \quad (2)$$

where :

$$\psi_T = \left( \frac{1}{T_b} \right) - \left( \frac{1}{T} \right)^{-1} \quad (3)$$

$T_b$  is a constant whose dimension is the absolute temperature and  $K_1$  and  $K_2$  are empirical constants to be determined . Equation (2) was derived on the basis of the experimental verification for the water vapor adsorption by biological materials, that the differential entropy is a linear function of the differential enthalpy

Isosteric Heat of Adsorption . The net isosteric heat of water adsorption ,  $q_{st}$  , is defined as the total heat of sorption of water from the material minus the heat of water vaporization. The commonly used method to calculate  $q_{st}$  is from the Clausius-Claperyon equation :

$$q_{st} = \frac{R d \ln a_w}{d \left( \frac{1}{T} \right)} \quad (3)$$

where  $q_{st}$  depends on moisture content and, to a lesser extent, on temperature ( Tolaba and Suárez, 1990 ). The usual method to evaluate  $q_{st}$  consists in plotting the sorption isotherm as  $\ln a_w$  vs  $1/T$  and determining the slope which equals  $q_{st} / R$  . An alternative procedure consists in evaluating  $d \ln a_w / d ( 1/T )$  from eqn. ( 3 ) . Doing that, the result is the following expression :

$$q_{st} = R K_1 K_2^m \quad (4)$$

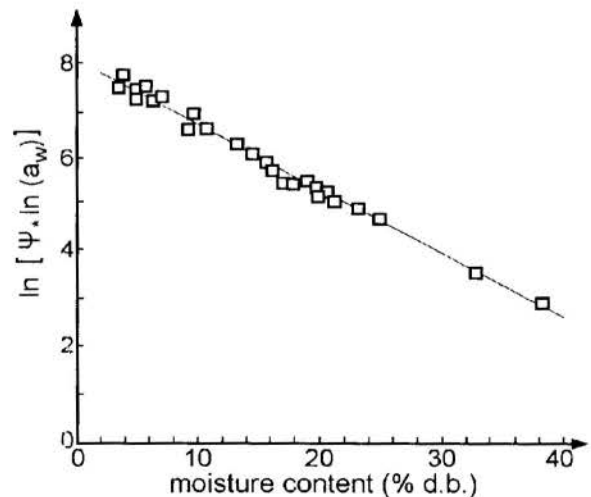


Figure 2 .-Effect of temperature on the equilibrium data : □ , experimental ; full line, predicted

It is interesting to comment that eqn. ( 4 ) is very simple and contrasts with other complex mathematical expressions available in the literature ( Zuritz and Singh, 1985 ). Adamson ( 1960 ) describes the integral heat,  $Q_i$  as :

$$Q_i = \frac{1}{M} \int_0^m (Q_m + L\alpha - RT) \quad (5)$$

where L is the heat of water vaporization and M the molecular weight of water. According to Tolaba et al. ( 1997 ), the necessary energy to remove water from an initial moisture content,  $m_0$ , to different moisture content levels, can be calculated from the relationship :

$$Q_i = \frac{1}{M} \left\{ \frac{R K_1 m_m}{\ln K_2} \left( K_2 \frac{m_i}{m_m} - K_1 \frac{m}{m_m} \right) \right\} + (L - RT)(m_i - m) \quad (6)$$

where M is the molecular weight of water and L, the heat of water vaporization.

## RESULTS AND DISCUSSION

The experimental values of the equilibrium moisture content expressed in per cent dry basis of amaranth starch at different temperatures and water activities are shown in Figure 1. Each data point for each isotherm represents the average of three replications. The equilibrium data for each temperature investigated were modelled by eqn. ( 1 ). The parameters of the equation estimated by nonlinear regression are given in Table I. The adequacy of the fit was checked by the root mean square error, RMSE, :

$$RMSE(\%) = 100 \sum \left\{ \frac{(m_{exp} - m_{pre})^2}{N - p} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

In this expression,  $m_{exp}$  and  $m_{pre}$  are the experimental and the predicted moisture contents respectively, N is the number of data and p the number of parameters. The values of RMSE are also given in Table I. The comparison between experimental

Temperature (°C)	C	$m_m$ dry basis (kg water/kg dry solid)	D	RMS E (%)
25	8.4	0.102	2.9	1.1
35	8.7	0.083	2.6	0.2
50	10.0	0.089	2.8	2.3

Table I - Estimated fractal isotherm parameters for amaranth starch.

isotherms and equation ( 1 ) is shown in Figure 1. As can be seen, the fractal dimensions calculated ranges between 2.6 - 2.9 with an average value about 2.75. The high value of the fractal dimension reveals the large degree of surface roughness for this material and the fact that the sorption surface is far from two dimensional and being closer to a three dimensional one. Fractal dimensions ranging from 2.3 to 3.0 were reported by Nagai and Yano ( 1990 ) for freeze dried and ethanol treated

starches using  $N_2$  and benzene as sorbents, which showed that surface microstructure of treated starches was fractal.

The values of the monolayer moisture content reported in Table I are in average 0.090 kg/kg. This number is very near to 0.1 as occurs for most starch systems over a considerable range of temperatures. As pointed out by van den Berg et al ( 1975 ), this number corresponds closely to one water site per anhydroglucose unit, which that authors found justified in terms of the relevant molecular dimensions. Thus, the accessibility of these sites to water molecules does not seem to be largely affected by the macromolecular conformation

Moisture range (dry basis)	Q (kJ/mol)		
	Amaranth starch	Potato starch <sup>(1)</sup>	Wheat starch <sup>(1)</sup>
0.20 - 0.05	49.03 (0.80)	59.27 (1.01)	58.64 (1)
0.20 - 0.10	46.15 (0.83)	55.67 (1.01)	55.05 (1)
0.20 - 0.15	45.27 (0.82)	51.83 (0.95)	54.72 (1)
	(0.82)	(0.99)	(1)

Table II. Integral heats of adsorption of amaranth starch and other starchy materials.

<sup>(1)</sup> Weisser ( 1985 ).

Values in brackets are the rates of the heats of starches per that of wheat starch.

The temperature shift of food isotherms at constant moisture content with respect to water activity has been shown to be directly related to the rates of the food spoilage reactions ( van den Berg and Bruin 1981; Iglesias and Chirife, 1982). Therefore the results of the present work imply that the quality and stability of amaranth starch may be affected considerably by temperature variations during storage and/or processing. The effect of temperature on the equilibrium data was modelled by eqn. ( 2 ) and  $K_1$ ,  $K_2$  and  $T_\beta$  calculated by a non linear regression program. The comparison between predicted and experimental equilibrium data is shown in Figure 2, where it can be seen a good agreement between them. The values of the parameters resulting from the regression technique are :  $K_1=6777.039$ ,  $K_2=0.8682 \text{ K}^{-1}$  and  $T_\beta=410.5 \text{ K}^{-1}$ .

The calculation of the isosteric heat of sorption was done from eqn. ( 4 ) using the values of  $K_1$  and  $K_2$  above reported. Figure 3 shows the isosteric heats of sorption as a function of the amount of water vapor sorbed. In the same Figure the isosteric heats obtained from the Clausius

Clapeyron equation were plotted. The plot exhibits a steep initial drop in the monolayer region, continues to decrease smoothly as the multilayers are formed and finally approaches to zero at moisture levels of about 20%. According to de Boer ( 1953 ) this kind of curve is an indication of the surface heterogeneity of the material.

The integral heats of sorption of amaranth starch were calculated by means of eqn. ( 6 ). The resulting values for different final moisture levels are given in Table II, where the integral heats of wheat and potato starch reported by Nara ( 1979 ) are given for the purposes of comparison. It can be observed that the integral heats of sorption per mol of sorption water of the three starches decrease with the increasing amount

of water vapor sorbed; the integral heats of amaranth starch resulted comparatively lower than those found for potato and wheat starches.

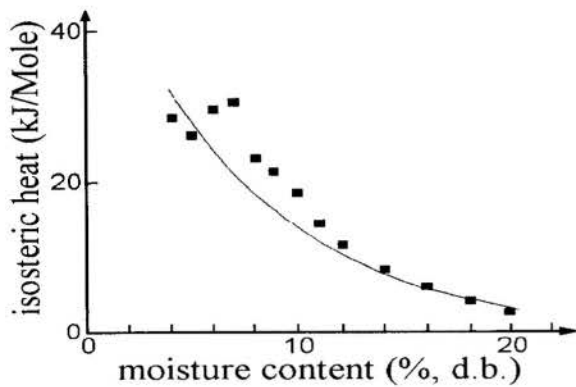


Figure 3 - Isosteric heat of adsorption at various moisture contents: ■, calculated from eqn. (3); full line, calculated from eqn. (4).

Nara (1979) has found that the ratio of the integral heats of sorption per mol of sorbed water of different starches for that of wheat starch corresponded to the ratio of the amorphous portion. Following this idea the ratios calculated on the basis of that of wheat starch, which is postulated to be one, are one for potato starch and 0.82 for amaranth starch (Table II in brackets). These values indicate that the crystallinity of wheat starch is similar to the potato starch, but lower compared to amaranth starch.

## CONCLUSIONS

The isothermal data for the adsorption of water vapor on amaranth starch were reasonably correlated by using a fractal isotherm.

The fractal isotherm provides a simple method to evaluate the geometrical irregularities and roughness of the adsorbent surface. For amaranth starch the fractal dimension ranged between 2.6 - 2.9, which reveals the structural heterogeneity of the material, probably due to the existence of fine pores.

Temperature dependence of the equilibrium data was adequately described over the entire range of moisture contents using a simple three-parameter equation.

A simple mathematical equation was used to calculate the integral heat of adsorption. This magnitude is important to evaluate energy requirements in drying processes.

## ACKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge the financial support of Universidad de Buenos Aires and Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

## REFERENCES

Aguerre, R.J., Suarez, C. and Viollaz, P.E., 1986,

"Enthalpy- entropy compensation in sorption phenomena: application to the prediction of the effect of temperature on food isotherms." *Journal of Food Science*, 51: 1547 - 1549.

Anderson, R.B., 1956, "Modification of the Brunauer, Emmet and Teller equation." *J. Am. Chem. Soc.* 68: 686 - 691.

Breene, W.M., 1991, "Food uses of grain amaranth." *Cereal Foods World*, 36: 426 - 429.

de Boer, J.H., 1953, *The Dynamic Character of Adsorption*. Oxford Clarendon Press.

Greenspan, L., 1977, "Humidity fixed points of binary saturated aqueous solution." *Journal Research of the National Bureau of Standards - A - Physics and Chemistry*, 81 A (1): 89 - 96.

Guggenheim, E.A. 1996, *Application of Statistical Mechanics*. Oxford: Clarendon Press, Ch. 11.

Hatzikiriakos, S. G. and Avramidis, S., 1994, "Fractal dimension of wood surfaces from sorption isotherms." *Wood Science and Technology*, 28 :275-284

Iglesias, H. A. and Chirife, J., 1982, *Handbook of Food Isotherms*. Academic Press, New York.

Irving, D.W., and Becker, R., 1985, "Seed structure and composition of potential new crop." *Food Microstructure*, 4: 43 - 48.

Myers, D.J. and Fox, S.R., 1994, "Alkali wet-milling characteristics of pearled and unpearled amaranth seed." *Cereal Chemistry*, 71: 96- 99.

Nagai, T. and Yano, T., 1990, "Fractal structure of deformed potato starch and its sorption characteristics." *J. Food Sci.*, 55: 1334 - 1337.

Nara, S., 1979, "Study on the heat of wetting of starch." *Starch/Stärke*, 31: 105 - 108.

Perez, E., Bahnassey, Y. and Breene, W., 1993, "A simple laboratory scale method for isolation of amaranth starch." *Stärke*, 45, nr.6, S. 211-214.

Pfeifer, P., Obert, M. and Cole, M. W., 1989 "Fractal BET and FHH theories of adsorption: a comparative study." *Proc. Roy. Soc. Lond.* A423 :169-188.

Sahouli, B., Blacher, S. and Brouers, F., 1996, "Fractal surface analysis by using nitrogen adsorption data: The case of the capillary condensation regime." *Langmuir*, 12 : 2872-2874.

Saunders, R.M. and Becker, R., 1984, "Amaranthus: A potential food and feed resource." in: *Advances in Cereal Science Technology*, Vol. 5 Y. Pomeranz, ed. Ani. Assoc. Cereal Chem.: St Paul MN.

Strauss, V. P., Porcja, R. J. and Chen, S. Y., 1991, "Volume effects of starch-water interactions." In: *Water relationships in Food*, H. Levine and L. Slade, de, Plenum Press, New York.

Sugimoto, Y., Yamada, K. and Sakamoto, S., 1981, "Some properties of normal and waxy-type starches of *Amaranthus hypochondriacus*." *Stärke*, 33: 112 - 116.

Tsami, E., Vagenas, G.K. and Marinos - Kouris, D., 1992, "Moisture sorption isotherms of pectins." *Journal of Food Processing and Preservation*, 16: 151 - 161.

Tolaba, M.P. and Suarez, C., 1990, "Desorption isotherms of shelled maize: whole, dehulled and hulls." *International Journal of Food Science and Technology*, 25 : 435 - 441.

Tolaba, M.P., Suarez, C. and Viollaz, P.E., 1997, "Heats and entropies of sorption of cereal grains. A comparison between integral and differential quantities." *Drying Technology*, 15: 137 - 150.

Valdez - Niebla, J.N., Paredes-Lopez, O., Vargas-Lopez, J.M. and Hernandez-Lopez, D. *Food Chemistry*, 46: 19 - 23.

van den Berg, C. Kaper, F.S., Weldring, J.A.G. and Wolters, Y., 1975, "Water binding by potato starch." *J. Food Technol.*, 10 : 589 - 593.



van den Berg, C. and Bruin, S., 1981, " Water activity and its estimation in food systems: Theoretical aspects." In Water Activity: Influences on Food Quality, L.B. Rockland and G.E. Stewart, eds, Academic Press, New York.

Vietmeyer, N., 1982, " The revival of amaranth", *Ceres*, 15: 43 - 46.

Weisser, H., 1985, " Influence of temperature on sorption equilibria." In Properties of Water in Foods, eds D. Simator and J.L. Multon. Martinus Nijhoff, Dordrecht. pag. 95.

Zhao, J. and Whistler, R.L., 1994, " Isolation and Characterization of starch from amaranth flour." *Cereal Chemistry*, 7: 392 - 393.

## KINETIC PARAMETERS OF STARCH GELATINIZATION IN RICE

Carlos A. Ojeda, Marcela P. Tolaba and Constantino Suárez

Departamento de Industrias  
 Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
 1428 - Buenos Aires - Argentina

### ABSTRACT

*Milled long-grain rice samples were evaluated by differential scanning calorimetry to determine the kinetic of starch gelatinization. The degree of milling of the samples was 10.6 %. The rate constants were calculated and two activation energies were found for different temperature ranges. At temperature below 71.0 °C gelatinization was not completed. It was assumed that below 71.0 °C, gelatinization would only affect the amorphous regions. During the subsequent phase, the crystalline regions destabilized by the amorphous component, begin to gelatinize.*

### INTRODUCTION

One of the methods used for rice parboiling consists of soaking rough rice in hot water to saturate the kernels, draining the excess of water and steaming the saturated rice for several minutes. Finally the parboiled rice is dried in hot air to the desired moisture content. The final product is harder than raw rice and gives a higher yield of head rice upon milling (Raghavendra et al., 1970). Also, the parboiled rice is less susceptible to kernel breakage, less sticky after cooking and requires longer cooking time than raw rice (Ali and Bhattacharya, 1982; Kato et al. 1983). These differences between properties of raw and parboiled rice are due to changes in starch during the parboiling process.

Because starch constitutes the major component of rice, gelatinization appears to be an adequate parameter of the cooking process. The course of starch gelatinization may be followed by different methods.

A method for determining the degree of gelatinization of rice starch or rice flour, based on the amylose / iodine blue value, after dispersion in alkali, has been used by Birch and Priestley (1973). Wirakartakusumah (1981), using differential scanning calorimetry (DSC), determined the degree of gelatinization and the gelatinization temperatures of starch isolated from parboiled rice. Based on the experimental fact that incomplete parboiling results in partial or surface starch gelatinization, Marshall et al (1993) developed an alternative method that measures the percentage of translucent kernels in a given sample of parboiled rice.

Many studies have been reported on the gelatinization kinetics of starch / water systems (Donovan et al, 1983 ; Biliaderis et al , 1986 ; Slade and Levine, 1991, among others). However, very little has been done on gelatinization kinetics of starch in rough rice.

Marshall et al (1993) measured the degree of gelatinization of rough rice by DSC, finding significant differences in gelatinization parameters of whole kernels and those of rice flour. According to Lund and Wirakartakusumah (1984), who studied rice starch gelatinization kinetics by DSC, gelatinization follows first-order kinetics only beyond a certain degree of gelatinization. According to those authors, during the initial phase of gelatinization slightly above 65°C, only the amorphous regions of the starch would be affected by the

heating process and would not follow first-order kinetics.

The present work is an attempt to elucidate the changes that undergoes the starch during the heating of milled rough rice. For this purpose a dynamic method was used to evaluate the kinetic constants of starch gelatinization in milled rough rice.

### MATERIALS AND METHODS

The rice used was an Irga 409 long-grain variety grown in Entre Rios, Argentine. The starch and amylose contents were determined in a previous work being respectively 61.9 and 26 % in dry basis (Falabella et al, 1996).

Rough rice was milled in a bench model Susuki grain testing mill to remove hull and bran. The milling time of brown rice was, for all samples, of 2.5 minutes. The degree of milling (DG) was determined by means of the following equation :

$$DG = \frac{\text{wt of milled rice}}{\text{wt of brown rice}} \times 100$$

The degree of milling used in this study was 10.65%. After that the milled rice was subjected to a process of breakage. Pulverized kernels were prepared by placing milled kernels in a porcelain mortar and hand grinding with a porcelain pestle. Pulverizing was done carefully to avoid heat generation during the process.

As the pulverized sample contained a broad range of particle sizes, it was passed through a series of sieves with mesh sizes from 74 to 250  $\mu\text{m}$ . The particles collected between mesh sizes 74-177  $\mu\text{m}$  were used for the experiments.

The moisture content of rice samples was determined by oven drying at 130°C for one hour.

### Differential Scanning Calorimetry Analysis

The equipment used for the DSC determinations was a Polymer Laboratory Calorimeter. The calorimeter was periodically calibrated by determining the heat of fusion and peak temperature of Indium and comparing the calorimeter

value with the literature value. The experimental value agreed to within  $\pm 2\%$  of the literature value.

Experimental handling was done according to the Rheometric Scientific® Plus V, Version 5.40.

About 6 mg of milled kernels was added to the aluminium pan. The amount of water was such to ensure a constant water/rice ratio equal to 2.

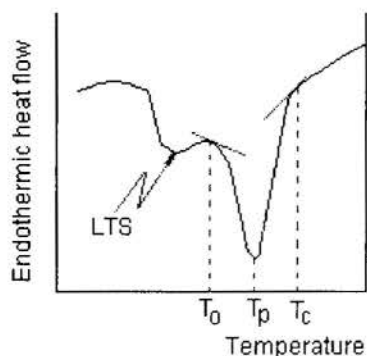
The water was added to the pan by means of a micropipette and the pan was hermetically sealed. The mixture water-flour was maintained at least 1hr in the pan before heating in the calorimeter.

Hermetically encapsulated samples were heated from 35° to 90°C. The heating rate was varied between 1 and 15 m/s. At a minimum, duplicate determinations were done on every sample.

## RESULTS AND DISCUSSION

A typical thermal curve is shown in Figure 1. The gelatinization enthalpy was calculated between  $T_0$  and  $T_c$ , on per kilogram solid basis (see Figure 1). It can be seen the appearance of a low temperature (LTS) shoulder, which seems to be characteristic of milled rice. Marshall (1992) has found that the magnitude of the LTS increases, in relation to the total endotherm, with the increase of the degree of milling.

Figure 1 : Differential scanning calorimetric curve for kernel milled rice:  $T_0$ ,  $T_p$ ,  $T_c$ : onset, peak and conclusion temperatures.



Based on theoretical considerations, Ozawa (1970) derived an analytical expression to obtain kinetic parameters from derivative thermoanalytical curves. According to that author, the relationship between peak temperature,  $T_p$ , and heating rate,  $\beta$ , for a first order reaction is given by (Ozawa, 1970):

$$\ln\left(\frac{\beta}{T_p^2}\right) = \ln\left(\frac{k.R}{E_a}\right) - \frac{E_a}{R.T_p} \quad (1)$$

In eqn (1)  $k$  is the pre-exponential factor.  $R$  the gas constant and  $E_a$  the activation energy of the gelatinization process. When the peak temperature and heating rate are plotted according to eqn (1), it is possible to calculate the activation energy from the slope of the straight line and the pre-exponential from the ordinate at the origin.

In Table 1 are reported the average peak temperatures for

different heating rates obtained for the thermograms in the present analysis. The standard deviations,  $\sigma$ , for the inverse of the average peak temperatures are also reported in Table 1.

Table 1. Average peak temperatures,  $T_p$ , obtained for different heating rates

$\beta$ (K/min)	$T_p$ (K)	$T_p^{-1}(K^{-1}).10^6$	$n^a$
1	331.64	6.78	4
2	335.78	31.50	2
3	337.07	2.18	2
5	337.88	45.16	2
8	339.47	3.43	3
10	343.30	1.74	2
12	348.59	3.03	2
14	354.41	2.98	2
15	361.47	13.88	3

$n^a$ : number of replicates

The kinetic constants,  $E_a$  and  $k$ , were calculated from the experimental values by weighted linear regression. The independent variable chosen was  $\ln(\beta/T_p^2)$  given that the dispersion of this variable was much less than  $T_p^{-1}$ .

When the differential thermal data of Table 1 were plotted as indicated by eqn. (1), two straight line plots were obtained. It must be mentioned that the variance of regression when fitting the data was done with one straight line it was larger than with two straight lines.

Activation energies and the pre-exponential factors for each straight lines are given in Table 2. The comparison between experimental and predicted curves are shown in Figure 2.

Table 2. Kinetics constants for starch gelatinization of milled rice and their 95% confidence interval obtained from eqn.(1).

Temp.range (°C/min)	$E_a$ (kJ/mole)	$k(s^{-1})$
1-5	286.7 $\pm$ 42	4.5 $\times$ 10 <sup>42</sup>
8-15	29.8 $\pm$ 14	170.1

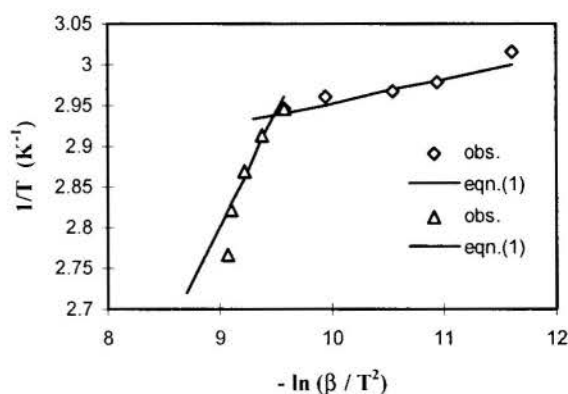


Figure 2. Relationship between heating rate,  $\beta$ , and peak temperature  $T_p$  according to Ozawa (1970). Each point is the average of at least two replications.

The ranges of heating rates used for the estimation of activation energies and pre-exponential factors were 1 to 5 °C/min and 8°C/min to 15 °C/min (see Table 1). The change in

the kinetic constants took place at approximately 71.0 °C.

Values of the enthalpy of gelatinization obtained in this study ranged between 5 and 6.7 J/g. These do not totally agree with the reported by Marshall (1992) for milled rice. However, differences in rice composition as well as degree of milling and particle size may be the cause of such differences. For instance, Marshall (1992) has found that the degree of milling affects the thermophysical properties of rice flour. According to that author, an increase of the degree of milling reduces the gelatinization temperature. Apparently, this is due to the effect of the waxy layers of the kernel that form the pericarp and seed coat. This waxy layers act as a barrier to water diffusion, delaying the gelatinization process.

## CONCLUSIONS

The dynamic method developed by Ozawa (1970), based on the measurement of DSC thermograms, was used to evaluate the kinetic parameters of milled rice gelatinization.

A linear relationship was found between the heating rate and the endotherm peak temperature. For gelatinization temperatures below 71.0 °C the activation energy was considerably larger than those corresponding to the gelatinization temperature higher than 71.0 °C. This result would imply a change in the reaction mechanism. According to Biliaderis et al (1980) an interdependence exists between the energy required to maintain the stability of the crystallites and those related to the conformation of the chains in the amorphous region of the starch. The amorphous parts tend to destabilize the system during heating and provoke the melting of the crystallites at low temperature.

From the above considerations and the results found here it can be hypothesized the following. At temperatures below 71 °C the energy added to the system can only provoke the disorder of the amorphous region of the starch. At temperatures above 71.0 °C, the additional energy given to the system allows the mobility of the chains in the amorphous regions, disrupting the high stability of the crystallites. In that way gelatinization is completed.

## REFERENCES

- Ali, S.Z. and Bhattacharya, K.R. 1982, "Studies on pressure parboiling rice.", *J. Food Sci. Technol.*, 19, 236-242.
- Biliaderis, C.G., Page, C.H., Maurice, T.J. and Juliano, B.O. 1986, "Thermal characterization of rice starch : A polymeric approach transition of granular starch.", *J. agric. Food Chem.*, 34, 6-14.
- Birch, G.G. and Priestley, R.J. 1973, "Degree of gelatinization of cooked rice.", *Die Stärke*, 25, 98-108.
- Donovan, J.W., Lorenz, K. and Kulp, K. 1983, "Differential scanning calorimetry of heat-moisture treated wheat and potato starches.", *Cereal Chemistry* 60, 381-387.
- Falabella, M.C., Viollaz P.E. and Suarez C. 1995, "A study on the hydration rates of three rough rice hybrids.", *Anales del I Congreso Ibero-Americano de Ingeniería de Alimentos*. Campinas, SP, Brasil, 5-9 de noviembre de 1995. Editores : E. Ortega, E. Parada, P. Fito. Pp 152-161.

Kato, H.; Ohta, T., Tsugita, T. and Hosaka, Y. 1983, "Effect of parboiling on texture and flavor components of cooked rice.", *J. Agric. Food Chem.*, 31, 818-823.

Lund, D.B. and Wirakartakusumah, M. 1984. A model for starch gelatinization phenomena. In *Engineering and Food Vol I Engineering Science in the Food Industry*, ed. B. M. Mc Kena. Elsevier Applied Science Publishers, London, pp. 425-431.

Marshall, w.e., Wadsworth, J.L., Verma, L.R. and Velupillai, L. 1993, "Determining the degree of gelatinization in parboiled rice: comparison of a subjective and an objective", *method Cereal Chemistry*, 70, 226-230.

Marshall, W. E. 1992, "Effect of degree of milling of brown rice and particle size of milled rice on starch gelatinization", *Cereal Chemistry*, 69, 632-636.

Ozawa, T. 1970, "Kinetic analysis of derivative curves in thermal analysis.", *Journal of Thermal Analysis*, 2, 301-324.

Raghavendra, Rao, S.N. and Juliano, B.O. 1970, "Effect of parboiling on some physicochemical properties of rice.", *J. Agric. Food Chem.*, 18, 289-294.

Slade, I. and Levine, H. 1991, "Beyond water activity : recent advances based on an alternative approach to the assessment of food quality and safety.", *Crit. Rev. Food Sci. Nutr.*, 30 115-359.

Wirakartakusumah, M. A. 1981. "Kinetics of starch gelatinization and water absorption in rice.", Ph. D. Thesis. University of Wisconsin, Madison, USA.

## Acknowledgments

The authors acknowledge the financial support of the University of Buenos Aires and Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas, CONICET.



## FROM THERMAL SYSTEM IDENTIFICATION TO SIMULATION

Eugène Uwimana

Departamento de Engenharia Mecânica  
 Universidade Federal de Uberlândia  
 38400-902 Uberlândia-MG, Brasil

### SUMMARY

*Experience has been accumulated in producing simulation tools during the last two decades in the area of thermo-fluid systems. But the practical use of these simulation tools is very limited in systems analysis and design because of existing conflicting situation between experimental data, simulated data and data from different other sources. To solve this situation, we have developed a strategy for an optimal integration of data from different sources for analysis and design purposes*

### INTRODUCTION

Any detailed modelling or calculation of different phenomena that take place in any thermal system is subjected to two constraints. First of all, the model and the calculation methodology must provide a good accuracy for the desired particular applications. On the second hand the level of sophistication of the model and the calculation procedures must allow a validation and interpretation of the results at a minimum cost. It is not always easy to find out a just equilibrium point between the two constraints. This paper deals with the techniques of data and information integration for a better analysis and design of thermal systems.

There are two main tasks in any industry with which engineers are ultimately concerned: the operation of new and existing plants and the design of new and modified plants. For the engineer, to be effective in these areas, he must conduct a sophisticated analysis of the process itself. For this reason, specially in thermal engineering area, the engineer will use the modelling methods and calculation tools already developed, data and formulas available in the literature, data provided by the manufacturer and any other relevant information available elsewhere.

There are a lot of empirical relations concerning mass, momentum and heat transfer inside thermal systems components. Unfortunately, these formulas are scattered in specialized journals in the form of graphics, correlations and tables. Serious discrepancies occur between measurement data and computed results obtained using the "best" formula available from the literature. Data from different sources are conflicting. The catalogue data available from the manufacturers are often indicative: the equipment sold is not previously tested and if tested, the experiment standards are very different from the real conditions of plant functioning.

Although the functioning of thermal system components is governed by known equations of conservation, equations of compatibility between components and constitutive equations of different phenomena, only idealized situations have exact solutions. The validity of physical simplifications and mathematical approximations is not always verified.

An alternative solution would be an analysis by direct measurements. A complete and direct experimentation is not always possible. Some parts of a system are partially or completely inaccessible.

Some physical phenomena such as leaks, heat losses, humidity diffusion, friction effects, are hardly measurable with precision. Besides that, there are always uncertainties in measurement data because of limited precision and eventual malfunction of sensors and erroneous interpretation of data.

Saulnier and al. (1981, 1982) have in the past discussed the correction of thermal system model parameters from a limited number of experimental results. They considered that the experimental variables are deterministic (100% reliable) and that the origin of discrepancies between computed responses and experimental values, lies only in parameters uncertainties. This approach is not acceptable because there are always errors in experimental data. To solve this conflicting situation, we have developed a strategy aimed at an optimal integration of data from different sources for a better estimation of the system responses. The technique can be applied at any stage of analysis or design procedure.

### PROBLEM DEFINITION

For any value of a thermal system response, we may schematize the following way a simulated value in the steady state conditions.

$$Q_j = Q_j^c + \delta Q_j^c + \delta Q_j^p \quad (1)$$

$Q_j$  is the real value of a system response (temperature, flow rate, mass fraction, pressure ...).  $Q_j^c$  is the computed response value;

$\delta Q_j^c$  represents the correction due to the computational methods uncertainties and to the modelling strategy used;  $\delta Q_j^p$  represents the correction due to the uncertainties in parameters values used for computations. The following relation will characterize the measurement data

$$Q_j = Q_j^E + \delta Q_j^E \quad (2)$$

$Q_j^E$  is the measured value of the system response  $\delta Q_j^E$  is the required correction due to uncertainties in the experimental procedure.

There will be always discrepancies between the responses values computed using a priori known information and experimentally collected data. The present work deals with the integration of data (1) and (2) for a better reestimation of parameters and for an improvement of the computation of responses values, taking into account various approximations.

## FORMULATION OF INTEGRATION TECHNIQUE

**Input data.** There are four types of input data: experimental responses values ( $Q^E$ ), model equations ( $Q=Q(h)$ ), parameters of the model equations ( $h_0$ ). The random errors affecting the measurement data and the parameters are normally distributed with a zero mean and covariance matrices  $V_E$  and  $V_h$ . We presume that the gross errors have been eliminated using known techniques (Uwimana, 1997, Mah 1991). The theoretical basis for the choice of gaussian distribution is the theorem of central limit (Graybill, 1961). The theorem states that under fairly general conditions the sum of  $n$  independent random variables tends to the normal distribution as  $n \rightarrow \infty$ . In thermal engineering practice, the measurement data do respect the conditions of the central limit theorem.

The variables, which describe the thermal system state  $Q$ , are calculated by solving the equations of the model analysed.

$$f(Q, h, u) = 0 \quad (3)$$

The relation (3) is a set of algebraic/differential equations.  $h$  is the vector of systems parameters (heat transfer coefficients, friction coefficients, ...);  $u$  is the control vector of the system. It includes all known variables which are considered deterministic. The relation (3), may therefore be written in the following manner.

$$Q_j = Q_j(h_1, h_2, \dots, h_N) \quad j=1, 2, \dots, N \quad (4)$$

This way, there is a new information which is added to the measurements data. The a priori known value of  $h$  obtained from: technical literature, theoretical and experimental evaluations. The reliability of these sources is limited. Some results are announced with considerable errors (25%- 200%). The catalogue data available from the manufacturers are often indicative: the equipment sold is not always tested. Even for the benchmark tests, the experiment standards are very different from the real conditions of functioning.

**First and second order correction.** Let us consider a number  $N$  of responses  $Q_j$  ( $j=1, \dots, N$ ) for the system to be analyzed. If we knew the real values of the parameters  $h_i$  ( $i=1, 2, \dots, M$ ) and under the hypothesis that an adequate model has been chosen to represent all thermal and thermodynamic phenomena, we may develop Taylor series.

$$Q_j = Q_j(h_0) + \sum_i^M \frac{\partial Q_j}{\partial h_i} (h_i - h_{0i}) + \frac{1}{2} \sum_{i,k}^M \frac{\partial^2 Q_j}{\partial h_i \partial h_k} (h_i - h_{0i})(h_k - h_{0k}) + \dots \quad (5)$$

We make the hypothesis that the known parameters values  $h_{0i}$  (nominal values) are in the vicinity of the true values  $h_i$ . It is better to shift to the adimensional variables.

The following notation is adopted in the calculations for the responses variables

$$\frac{Q_j^E - Q_j^c}{Q_j^c} = y_j \quad (6a)$$

for the parameters.

$$\frac{h_i - h_{0i}}{h_{0i}} = x_i \quad (6b)$$

and for the sensitivity matrix elements

$$\frac{h_{0i}}{Q_j^c} \frac{\partial Q_j}{\partial h_i} = S_{ij} \quad (6c)$$

$$\frac{h_{0i} h_{0k}}{2Q_j^c} \frac{\partial^2 Q_j}{\partial h_i \partial h_k} = H_{jik} \quad (6d)$$

And the relation (5) became

$$y_j = \sum_{i=1}^M S_{ji} x_i + \sum_{i,k}^M H_{jik} x_i x_k \quad (7)$$

The form of the equation (7) may be simplified in the following move using the relations

$$z^T = (y_1, y_2, \dots, y_N, x_1, x_2, \dots, x_M)$$

$$A_{ji} = -\delta_{ji} \quad i=1, 2, \dots, N; \quad j=1, \dots, N$$

$$S_{ji} \quad i=1, 2, \dots, N+1, \dots, L; \quad j=N+1, \dots, L$$

$$A_{jik} = H_{jik}$$

$$0 \quad \text{for } i \text{ and } k \quad k=1, \dots, N; \quad L=N+M \quad (7a)$$

and the equation (7), takes the following form

$$\sum_i^L A_{ji} z_i + \sum_{j,k}^L A_{jik} z_i z_k = 0 \quad (8)$$

The sensitivity matrix elements are supposed known and the elements  $z_i$  ( $i=1, \dots, L$ ) represent the corrections to be estimated. We do know the values of  $z_k^E$  obtained by replacing in (6)  $Q_j$  and  $h_i$  by the values  $h_{0i}$  and  $Q_j^E$ . Remember that  $h_{0i}$  are a priori known values of parameters and  $Q_j^E$  are experimental data.

$$\frac{Q_j^E - Q_j^c}{Q_j^c} = y_j^E;$$

$$\frac{h_i - h_{0i}}{h_{0i}} = x_i^E;$$

$$z^E = (y_1^E, \dots, y_N^E; x_1^E, \dots, x_M^E) \quad (9)$$

The likelihood function of the data set may be written in the following way

$$L(z/z^E) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} (\det V_z)^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} (z^E - z)^T V_z^{-1} (z^E - z)\right\} \quad (10)$$

where  $V_z$  is the covariance matrix of  $z$ . Having assumed that the vector of errors is a normally distributed random vector with a zero mean value and a known variance-covariance matrix  $V_z$ , the maximum likelihood principle can be mathematically addressed as the following minimization problem, i.e.

$$\text{Min } (z^E - z)^T V_z^{-1} (z^E - z) \quad (11)$$

The constraints applied to this minimization are given in the following relation (12)

$$\sum_i^L A_{ji} z_i + \sum_{i,k}^L A_{jk} z_i z_k = 0 \quad (12)$$

At convergence, the solution  $\bar{z}$  must be considered as the maximum likelihood estimate of  $z$ .

The method to solve the problem (11,12) is the well known Lagrange multipliers method. For the third order corrections, the constraints equation (8) is recalculated including third order elements from Taylor series (5)

Including uncertainties due to modelling. The integration of uncertainties due to the modelling and computational methods imperfections may be overcome by the use of additional variables representing the corrections to be added to the computed values. These terms of correction are of course affected by uncertainties, which have to be taken into account in the adjustment procedure.

Let  $t_l$  be the correction due to the approximation ( $l$ ) made in the model generation. The value of the calculated response is

$$Q_j = Q_j^C(h_1, h_2, \dots, h_M) + \sum S_{jl} t_l + \delta Q_j^P \quad (13)$$

and the term  $S_{jl}$  represents the sensibility of the response  $Q_j$  relative to the approximation  $l$  and may take only values 0 and 1. If the approximation  $l$  is affecting the response  $Q_j$ ,  $S_{jl} = 1$ ;  $S_{jl} = 0$  means that the approximation  $l$  is not affecting the response  $Q_j$ . The corrections  $t_l$  do not depend on parameters  $h$ . The extended vector of data will have the following configuration.

$$z^T = (y_1, y_2, \dots, y_N; x_1, x_2, \dots, x_M; t_1, t_2, \dots, t_J) \quad (14)$$

$$z^E = (y_1^E, y_2^E, y_N^E; x_1^E, x_2^E, x_M^E; t_1^E, t_2^E, \dots, t_J^E) \quad (15)$$

The only difference with the precedent paragraph is the dimension of  $L$  and the form the sensitivity matrix.

$$L = N + M + J \quad A = (-I \ S \ S') \quad (16)$$

## THE SENSITIVITY MATRIX

The sensitivity matrix will be necessary in many steps of adjustment procedure, especially in the determination of uncertainties on computed responses. The sensitivity coefficients will intervene in the selection of parameters to be included in the adjustment procedure.

In the example we analyzed, there were 22 parameters and 8 responses. The total number of sensitivity coefficients is 196 for the first order and 4312 for the second order. And the system is apparently very simple. Fortunately, it is not necessary to compute all the sensitivity coefficients. The analysis of multivariate sensitivity will simplify the selection of the coefficients necessary to the computations.

The sensitivity coefficients of the first order will be evaluated following the approximate scheme.

$$\frac{\partial Q_j}{\partial h_i} = \frac{Q_j(h_1, \dots, h_i + \delta h_i, \dots, h_M) - Q_j(h_1, h_2, \dots, h_M)}{\delta h_i} \quad (17)$$

The procedure to evaluate the sensitivity coefficient of second order is given here after. Let us consider the Taylor series of  $Q$  in the vicinity of nominal values of the parameters.

$$Q(h) = q(h_0) + (h - h_0)^T S(h_0) + \frac{1}{2} (h - h_0)^T H(h_0) (h - h_0) + \dots \quad (18)$$

Where

$$S = \frac{\partial Q}{\partial h} \quad (19)$$

$$H_{ij} = \frac{\partial^2 Q}{\partial h_i \partial h_j} \quad (20)$$

The vector  $h = (h_1, h_2, \dots, h_M)^T$  will represent a new configuration of the  $M$  parameters. Let us permute the places of  $h$  and  $h_0$  in the relation (18).

$$Q(h) = Q(h_0) + (h_0 - h)^T S(h) + \frac{1}{2} (h_0 - h)^T H(h) (h_0 - h) + \dots \quad (21)$$

Adding (18) to (21) and neglecting the high order terms, we get

$$S(h_0) - S(h) + \frac{1}{2} \{H(h_0) + H(h)\} (h - h_0) = 0 \quad (22)$$

on the condition that  $(h - h_0)$  is not equal to zero and is not orthogonal to the left member of the equation (18). Evaluating the equation (22) for each  $h_i$ , we get a matrix equation

$$\Delta S = H(h_0) \Delta h \quad (23)$$

where

$$\Delta S = (\Delta S^1, \Delta S^2, \Delta S^3, \dots, \Delta S^M) \quad (24)$$

$$\Delta S^1 = S(h_1, \dots, h_i + \delta h_i, \dots, h_M) - S(h_1, \dots, h_M) \quad (25)$$

$$\Delta h = \text{diag}(\delta h_i)$$

$\delta h_i$  is an elementary unitary variation of the parameter  $h_i$ . The evaluation of the sensitivity coefficients is based on the hypothesis that the model is perfect. But we know very well that the model is based on many approximations concerning the physics of the problem and the formulation of equations. Therefore, the real sensitivities may differ from the calculated sensitivities and used in the adjustment procedure.

A preliminary calculation of relative sensitivities coefficients has been made for the parameters suspected to be uncertain. We have arrived to the conclusion that the parameters for which values are less than 0.005 should be excluded from the adjustment procedure.

The Quality of the Integration Procedure. To evaluate the quality of the results from the corrections procedure, we have two sources of information. First of all, there are initial data and corrected data (parameters, responses and their respective uncertainties). Secondly, there are results from other benchmark experimental evaluations. It is true that there exist a great number of empirical relations expressing the heat transfer, mass transfer

and pressure drop coefficients. These correlations are not additional sources of information because they are integrated in the a priori known values of the parameters. The adjustment procedure will minimise the following relation

$$J(x,y) = (x^E - x)^T V_x^{-1} (x^E - x) + (y^E - y)^T V_y^{-1} (y^E - y) \quad (26)$$

By replacing  $x$  and  $y$  by their computed values after the final iteration in (11,12), we get

$$J_{\min}(x,y) = (y^C - y^E)(SV_x S^T + V_y)^{-1} (y^C - y^E) \quad (27)$$

In other words,

$$J_{\min}(x,y) = d^T (SV_x S^T + V_y)^{-1} d \quad (28)$$

The vector  $d$  is distributed normally with the covariance matrix

$$C_d = (SV_x S^T + V_y)^{-1} \quad (29)$$

and the quadratic criterion  $J_{\min}$  is chi-square distributed (Uwimana, 1997). To evaluate the adjustment quality, the test on  $J_{\min}$  is used

The test on  $J_{\min}(x,y)$  is conducted the following manner. Given  $\chi^2_{(1-\alpha)}$  the value of the variable in chi-square with  $N$  degrees freedom such that

$$\text{probability}(\chi^2 > \chi^2_{(1-\alpha)}) = \alpha$$

If

$$J_{\min}(x,y) < \chi^2_{(1-\alpha)}$$

the integration is good. If

$$J_{\min}(x,y) > \chi^2_{(1-\alpha)}$$

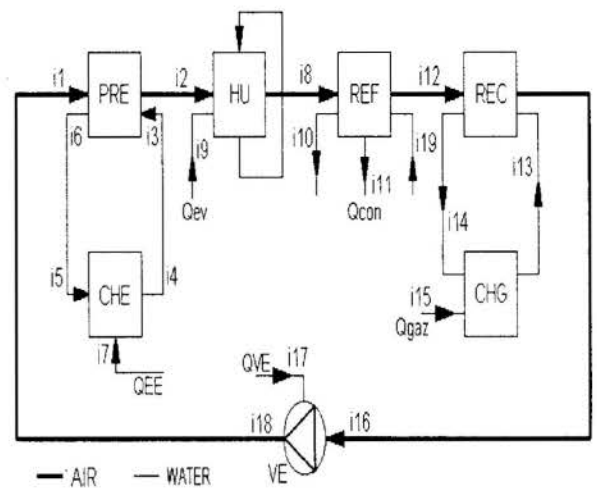
the integration is not successful.

The value of  $J_{\min}$  may not be in the prescribed limits defined by the standard statistical tests. The exact determination of the origin of any abnormal value of  $J_{\min}$  can not be systematized. It is necessary to review in detail the different hypothesis, the different approximations and regressions used. If after adjustment,  $J_{\min}$  is not in the prescribed limits defined by the standard statistical tests, the following cases must be analyzed

- systematic errors in measured data
- underestimation of errors uncertainties;
- wrong linearization of the constraints;
- wrong computation of the sensitivity coefficients;
- systematic errors in the parameters;
- failure in the system model used

#### APPLICATION OF INTEGRATION TECHNIQUE

The figure 1 shows the experimental system we used (Courtesy of National Institute of Standards and Technology) to illustrate the technique. The main components shown are: a preheating coil (PRE), an electric boiler (CHE), a humidifier (HU), a heating coil (REC), a gas boiler (CHG), a cooling coil (REF), a fan system (VE). The different  $i_1, i_2, \dots$  refer to energy flows in the system.



There are four types of input data: parameters evaluated a priori ( $h_0$ ), experimental responses values ( $Q^E$ ), uncertainties ( $V_h, V_Q$ ), model equations ( $Q=Q(h)$ ). The computed values of the system responses are not independent input data of the problem, because they are calculated from the parameters. The model equations are also input data to the correction since they the basis for sensitivity matrices computation.

Parameters and their uncertainties. In principle, the adjustment process should include all "uncertain" parameters whose sensitivity coefficients are different from zero. The parameters with very small sensitivity coefficients may be excluded from the correction process because of the restrictions imposed by the practical possibilities of analyzing a great number of parameters.

The parameters with small values of sensitivity coefficient may be affected by large errors; on the other hand, the accumulation of a great number of small errors may have a significant influence on the computed results.

Measurements data and uncertainties. The quantity, not the quality of measurements data on a thermal system, is always enormous due to the data acquisition and logging facilities now available. Therefore, it is not possible to include in the process of correction all the experimental data available. The selection of data to be included in the adjustment procedure is based on following considerations.

The selection of experimental data for the adjustment procedure is determined by the parameters to be corrected and the availability of reliable model linking the parameters to the responses. In fact, some of the available experimental data are not reproducible from the simulation. The simplest example is the spatial distribution of the output and the input temperatures for the heat exchanger equipment. There is no available model to reproduce the temperature distribution and for that, the computed responses will be the mean temperatures. On the other hand, the most interesting variables are those responsible for the calculation of system performance. Before proceeding to the adjustment procedure, the data must be treated and all gross errors discarded by the techniques developed earlier.

The calculated responses values and their their uncertainties. To have an idea about the uncertainties affecting the computed responses, we have used a very powerful and simple approach we have developed in earlier (Uwimana, 1998) before making detailed fastidious second order or first order decomposition.

Figure 1. A HVAC Test Installation flowchart



$$\sigma_Q^2 < (\Delta Q/Q)^2 \quad (30)$$

where  $\sigma_Q$  is the response variation and  $\Delta Q/Q$  is relative response computed for the variations of the type  $(h_i \pm \sigma_{ij})$ .

Table 1. Differences between measured and computed values and upper limits of uncertainties

Response		$\frac{(C - E)}{E} \%$	$(\Delta Q)/Q$ %
1. Preheating Coil	QPA	6.22	12.01
Preheating coil	QDE	12.00	13.51
2. Humidifier	QHA	6.1	10.32
3. Cooling Coil	QCW	4.5	6.2
Cooling Coil	QCO	3.25	7.08
4. Reheating coil	QRA	3.55	4.45
5. Heat losses		15.18	17.49
6.. Infiltrations		7.62	16.98
7. Exfiltrations		7.17	14.42
8. Intake air humidity		3.25	13.49
		C: Computed value	E: Measured value

If the upper limit is too small compared to the discrepancies between the data, it will be necessary to reanalyze the evaluation of uncertainties and the formulation of the system modelling before any adjustment procedure. Before proceeding to parameters adjustment, we have calculated the upper limits  $(\Delta Q/Q)^2$  of different responses. Data are listed in table 1.

The results of the integration procedure. In the table 2, the discrepancies between corrected data and experimental data have been narrowed judging by the variation of relative deviations before and after correction. If the model used and different hypothesis used to adjust the parameters are correct, the value  $(J_{min}/D_F)$  will approach the unity;  $D_F$  is the number of degrees of freedom. For the data listed in table 2, the value of  $(J_{min}/D_F)$  is equal to 1.06.

It is necessary to give the following precisions about the results of adjustment procedure (table 3).

- These values are between 0 and 1 because of the mathematics we have used in the adjustment procedure. The standard deviation after adjustment does not include eventual errors from the calculation of sensitivity matrix or covariance matrix.
- The correction procedure is a global process and the effects due to some omissions or approximations, made at the level of errors modeling or system modeling can not be separately obtained. For example, it is not known after adjustment how the exclusion of data with low sensitivities (but with perhaps significant uncertainties) may effect the correction of individual parameters or the estimation of standard deviation (SD).
- By comparing the ratios of standard deviations for the responses (recalculated after adjustment), we see that the adjustment improves the quality of computed responses better than the parameters quality (table 3). But this is what we were looking for.

Table 2. Effects of integration technique on parameters values

Component Parameters	Nominal value	Variation %	SD% Before	SD. % After	D*
Filter	K	0.06	0.039	0.64	0.88
	n	0.94	0.021	0.34	0.96

Preheater	$h_a$	63.76	8.3	6.00	3.9	0.67
	$h_w$	4571.0	8.1	3.77	2.72	0.72
	K	0.69	0.014	0.66	0.62	0.94
	n	0.628	0.011	0.45	0.42	0.94
Humidif	K	0.38	0.011	1.7	1.66	0.98
	n	0.5845	0.009	0.4	0.39	0.99
	$h_d$	12.45	10.8	2.00	1.34	0.67
Cooler	K	0.1298	0.010	3.00	2.2	0.74
	n	0.73	0.007	0.6	0.57	0.96
	$h_i$	76.44	13.2	3.25	2.79	0.86
	$h_w$	1712.0	10.7	3.00	2.2	0.74
Reheater	K	0.38	0.08	1.17	1.09	0.94
	n	0.73	0.04	0.52	0.48	0.93
	$h_a$	48.01	13.2	3.25	2.79	0.86
	$h_w$	1223.0	11.4	5.00	3.55	0.71
Losses	$h_p$	4.1	10.1	1.38	1.17	0.85
Infiltration	K	0.0195	2.23	0.91	0.86	0.95
	n	0.539	1.60	1.38	1.35	0.91
Exfiltration	K	0.0184	2.06	2.48	2.4	0.97
	n	0.550	1.35	0.94	0.88	0.94
D* is the ratio of SD before and SD after the adjustment procedure.						

Table 3. Effects of integration procedure on the responses

Response	Energy transfer (kW)	$\frac{(C-E)}{E}$	$\frac{(A-E)}{E}$	Standard Deviation			Ratio D*	
				E	C	A	A/E	A/C
Preheating	QPA	6.22	0.149	1.4	16.1	1.2	0.86	0.07
	QDE	12.01	0.126	2.12	17.1	1.8	0.85	0.10
Humidifier	QCA	6.1	0.058	1.06	8.5	0.74	0.70	0.09
Cooling	QRA	4.5	0.91	2.1	7.2	1.36	0.65	0.19
	QEV	3.25	0.183	1.3	8.1	1.06	0.82	0.13
Reheating	QRA	3.55	0.026	0.62	15.6	0.42	0.68	0.03
Losses	INFIL	7.62	0.008	2.8	12.0	2.29	0.82	0.19
	EXFIL	7.17	0.017	2.7	9.4	2.62	0.97	0.27
		C: Computed	E: Measured	A: Adjusted				

## CONCLUSIONS

In this paper, we have shown how data from different sources of information (experimentation, literature, manufacturer,...) may be integrated in an adjustment procedure based on least squares minimization scheme for a better estimation of the responses. The integration technique has been presented without and with the inclusion of uncertainties due to modeling scheme and computational methods.

The inclusion of uncertainties due to modeling imprecisions is an unusual phenomenon. But we have successfully shown how to deal with them. In the case when the uncertainties from the modeling approximation and computational methods are negligible, the corresponding sensitivity matrix elements are set to zero.

The methodology is not limited to thermal systems. It can be applied to any physical system. We are currently analyzing the eventual limitations linked to sensitivity matrices calculation.

## REFERENCES

- Elmahdy, A.H., Biggs, R.C., Finned Tube Heat Exchanger: Correlation of Dry Surface Heat Transfer Data. ASHRAE Transactions., 85/2, pp 262-273, 1979.

Graybill, F.A., Introduction to Linear Statistical Models. McGraw Hill, 1961.

Mah, R.S.H., Chemical Process Structuring and Information Flows. Butterwoths, 1990.

McQuiston, F., Correlation for Heat, Mass and Momentum Transport Coefficients for Plate Fin Tube Heat Transfer Surfaces with Staggered Tube. ASHRAE Trans., 84/1, p290, 1978.

Saulnier, J.B., Benolol, S., Modèle d'Identification paramétrique en Stationnaire par Filtre de Kalman. Laboratoire de Thermique ENSMA, Poitiers, France, Mai 1981.

Saulnier, J.B., Benolol S., Alexandre A., Two Applications of Thermal Network Correction Techniques. 7th International Heat Transfer Conference, October 1982, Munchen, RFA.

Uwimana, E., Bayesian Inference Techniques for Data Reconciliation Systems. Proceedings of III Congresso IberoAmericano de Ingenieria Mecanica CIDIM 97. Paper 2-148. La Habana, Cuba.

SEBER, G.A .F., Linear Regression Analysis, John Wiley, 1969.

## SIMULATION OF HEAT TRANSFER IN THE TREATMENT OF MALIGNANT TUMORS BY HYPERTHERMIA

**Marcos E.C. Oliveira and Adriana S. Franca**

Departamento de Engenharia Química  
Universidade Federal de Minas Gerais  
R. Espírito Santo, 35 – 6º andar  
30160-030 – Belo Horizonte – MG – Brazil

### SUMMARY

*This paper presents a heat transfer study of a local hyperthermia treatment employing a microwave beam. Two models for evaluating the heat input from a dual beam microwave were presented and compared. The finite element method was used to solve the governing equations. Results show that the variations in microwave power have a significant effect on the heating process. The effects of adjacent physiological structures such as bones and arteries was also determined. An increase in blood perfusion rate in the vicinities of the tumor contributed to a decrease in temperature. Furthermore, an increase in domain size resulted in overheating of healthy tissue.*

### INTRODUCTION

It has been known for over a century that the growth of malignant tumors can be retarded, stopped or even reversed by submitting the affected cells to temperatures in the range of 42°C to 45°C. Such discovery came from observations that the size of malignant tumors decreased in patients which have developed fevers. It was also verified that normal cells were not as sensitive to these temperature ranges. Since then, the treatment of cancer by hyperthermia has been studied. This type of treatment consists on submitting the patient to temperatures in the range cited above, either globally (the entire body of the patient is exposed to high temperatures) or locally (only the affected region is exposed). Global treatment has the disadvantages of the discomfort endured by the patient coupled with the submission of normal cells to rigorous temperature conditions. Thus, local treatment provides a better alternative.

Some of the techniques applied to hyperthermia treatments include radio frequency radiation, ultrasound, optical excitation and microwaves. The use of microwaves presents high potential, since this technique allows a more direct and localized application of heat, thus resulting in higher temperatures only in the region of the tumor and decreasing temperature effects in the normal tissue surrounding the tumor (O'Brien and Mekkaoui, 1993).

The objective of the present study was to simulate a local hyperthermia treatment using microwave heating. The finite element method was used to solve the governing equations. Two models for evaluating the heat source term appearing due to microwave application are discussed and compared.

### METHODOLOGY

**Governing equations.** Heat transfer in a solid medium can be described by the transient energy equation in two dimensions, assuming that the thermophysical properties are temperature dependent. In the case of hyperthermia treatment, this equation can be written as

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p T) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + Q + w \quad (1)$$

where  $k$  is the thermal conductivity,  $\rho$  is the density,  $c_p$  is the specific heat,  $w$  accounts for heat transmission due to blood perfusion, and  $Q$  represents heat sources/sinks in the tissue. Considering a dual beam microwave heating,  $Q$  can be evaluated as (O'Brien and Mekkaoui, 1993)

$$Q = \frac{P}{2A \delta \sinh\left(\frac{\gamma}{\delta}\right)} \cosh\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (2)$$

where  $P$  is the microwave source power,  $A$  corresponds to the area irradiated by the microwaves,  $\gamma$  is the microwave penetration depth, and  $\delta$  is the microwave absorption coefficient (0.94 cm).  $x$  is the spatial coordinate in the direction orthogonal to the direction of heating and  $y$  is the spatial coordinate in the direction of heating measured from the center of the tumor towards the surface.

According to Datta et al. (1992), the heat source term due to microwave application decreases exponentially with the penetration depth, or

$$Q(y) = Q_0 \exp\left[-\left(\frac{y_{\max} - y}{\delta}\right)\right] \quad (3)$$

Considering a dual beam microwave heating of a symmetric body,  $Q$  can be evaluated as

$$Q(y) = 2Q_0 \exp\left(-\frac{y_{\max}}{\delta}\right) \cosh\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (4)$$

where  $y_{\max}$  corresponds to half the size of the domain in the direction of heating and  $Q_0$  is the heat generation rate at the domain surface. The major difference between equations (2) and (4) resides on the presence of the exponential decay term in equation (4). Both models will be employed in this study.

**Discretization domain.** The occurrence of a malignant tumor in a region of the body happens under a variety of conditions. It may be located near bones, arteries, organs, etc. In a local hyperthermia treatment the entire domain is immersed in a liquid bath. Thus, the size and geometry of the bath, of the immersed region, and of the tumor may vary considerably and every possible clinical situation can not be addressed in this study. However, the numerical methodology presented here is capable

of handling variations in geometry and properties of the affected region, location, geometry and size of the tumor, and bath conditions by merely changing the input data files. The first discretization domain used in this study corresponds to a generic domain defined by O'Brien and Mekkaoui (1993) and it is presented in Figure 1 ( $x_{max} = 1$  cm;  $y_{max} = 0.5$  cm). The second discretization domain is presented in Figure 2, corresponding to a generic representation of a body part ( $x_{max} = 1$  cm;  $y_{max} = 0.5$  cm). This region is immersed in a liquid bath and is comprised of several tissues with varying thermophysical properties. Variations in the location of the structures in the domain will differentiate the simulation cases that are presented in Figure 3.

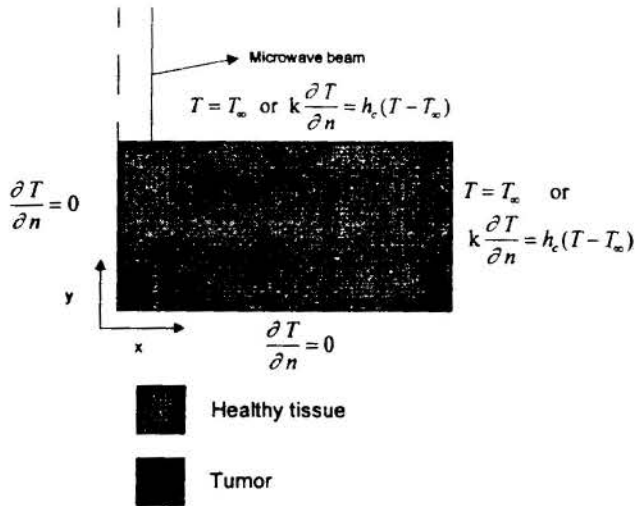


Figure 1 – Discretization domain – Simulation case 1

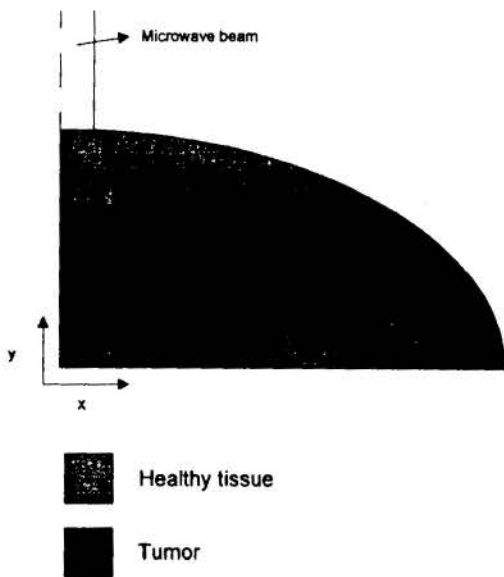


Figure 2 – Second discretization domain

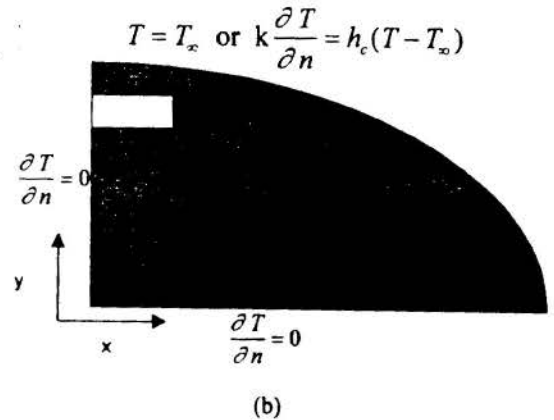
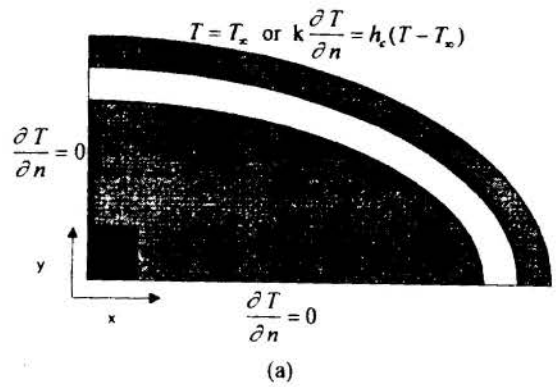


Figure 3 – Simulation cases (a) 2 and (b) 3.

**Finite element formulation.** The development of the finite element formulation for diffusive problems is fairly standard and it is described in detail by Reddy and Gartling (1994).

**Implementation.** A finite element code was developed for the solution of equations (1) and (2)/(4). This code was validated by solving the problem of heat diffusion in a square region with constant properties. The discretization domain is presented in Figure 4 and a comparison of the simulation results with the analytical solution (Osizik, 1980) is presented in Figure 5. The maximum difference between simulation and analytical results was 3.2%. The good agreement between simulation and analytical results demonstrate the validity of the method.



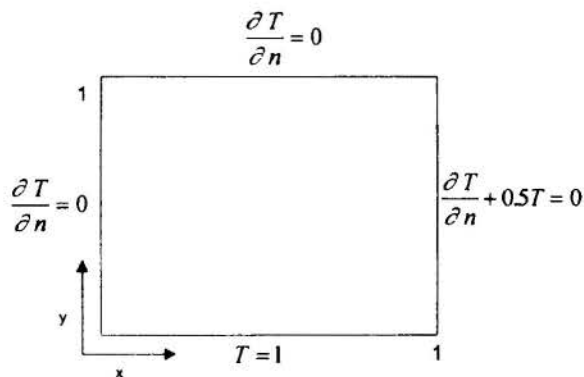


Figure 4 –Discretization domain and boundary conditions – code validation

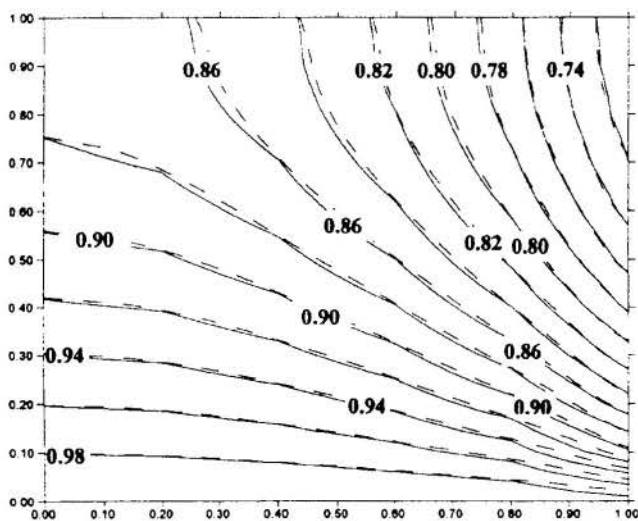


Figure 5 – Simulated (—) and analytical (---) isotherms.

The following section presents the results obtained in the simulation of hyperthermia treatment. Thermophysical properties are displayed in Table 1. Case 1 corresponds to the discretization domain presented in Figure 1 and cases 2 and 3 correspond to the discretization domains presented in Figures 3(a) and 3(b), respectively. All the simulations were run considering two types of boundary conditions at the domain surface. The application of a boundary condition of the first kind ( $T=T_{\infty}$ ) was based on the assumption that the surface temperature of the domain is equal to the bath temperature. The boundary condition of the third kind gives a more realistic approach, since it takes into account heat transfer by natural convection between the body surface and the liquid bath ( $Nu=75.15$  – Kreith, 1977).

Table 1 – Thermophysical properties (O'Brien and Mekkaoui, 1993)

Property	Value	Unit
<b>Blood :</b>		
density	1.05	g/cm <sup>3</sup>
specific heat	0.92	cal/(g.°C)
specific perfusion rate	$1.46 \times 10^{-3} - 1 \times 10^{-1}$	cal/(cm <sup>3</sup> .s)
<b>Tissue:</b>		
density	0.96	g/cm <sup>3</sup>
specific heat	1.75	cal/(g.°C)
thermal conductivity	$1.8 \times 10^{-3}$	cal/(g.s.°C)
<b>Bone:</b>		
density	1.80	g/cm <sup>3</sup>
thermal diffusivity	$1.5 \times 10^{-3} - 1.5 \times 10^{-4}$	cm <sup>2</sup> /s
specific perfusion rate	$1.46 \times 10^{-3}$	cal/(cm <sup>3</sup> .s)
Tumor depth	0.25	cm
Tumor half thickness	0.25	cm
Microwave penetration depth	0.8	cm
Microwave power/area	0.05 - 0.4	cal/cm <sup>2</sup> s
Bath temperature	40	°C
Initial body temperature	37	°C

## RESULTS AND DISCUSSION

In the first simulation (case 1) it was assumed that the bath temperature is maintained constant throughout the tumor heating procedure. The tissue is immersed in the bath and its surface temperature rises instantaneously to the bath temperature. Figure 6 displays the dimensionless temperatures  $((T - T_i) / (T_{\infty} - T_i))$  within the domain plotted at locations from the mid-plane towards the surface.  $T_i$  corresponds to the initial body temperature and  $T_{\infty}$  corresponds to the bath temperature. Initially, the surface temperature is higher than the interior temperatures, but the interior temperatures rise above the surface temperatures as time progresses. Such results confirm the expectation that microwave heating is capable of providing heat at depth in a body. It is clear that as steady state is approached, the center of the domain, which corresponds to the location of the tumor, becomes the hottest region in the domain. Figure 6 also shows a comparison of the two expressions used for evaluating the heat source term – equations (2) and (4). There was good agreement between these equations, with a maximum difference of 3.5%. It is interesting to notice that the equation presented by O'Brien and Mekkaoui (1993) – equation (2) – will lead to higher temperature values when the size of the domain increases. This is due to the fact that the source term in this equation increases significantly with  $y_{max}$ , which does not correspond to the physical situation in study. Such results suggest that equation (4) is more appropriate for solving this problem, since in this case the source term will decrease with  $y_{max}$  due to the effect of the exponential decay term. A qualitative comparison between the results presented in Figure 6 and the results presented by O'Brien and Mekkaoui (1993) shows good agreement. A quantitative comparison was not possible because the exact domain dimensions used in that study were not reported.

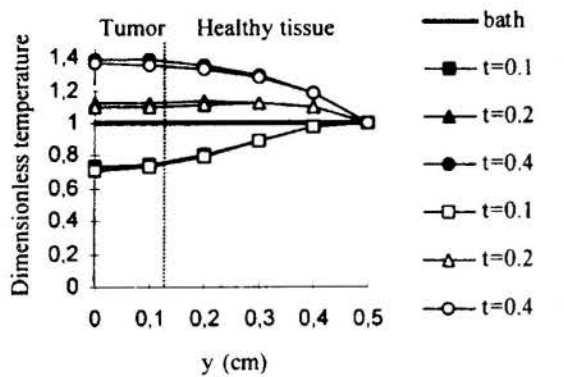


Figure 6 – Comparison between simulation results based on equation (2) (■, ▲, ●) and equation (4) (□, Δ, ○).

The effect of microwave power intensity is presented in Figure 7. These results show that increases in power lead to significant increases in the tumor temperature, thus reducing the treatment time. However, the increase in power intensity also implies in higher risks of overheating healthy tissues.

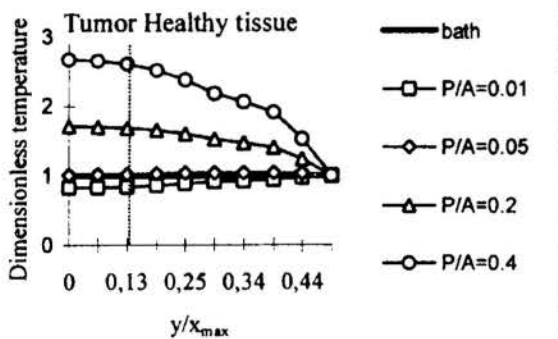


Figure 7 – Effect of microwave power intensity on the heating process ( $P/A$  = power/area).

The influence of bone within the tissue domain was also investigated in this study. Figure 8 displays the temperature profiles obtained for simulation case 2, with a bone enclosing the tumor. A comparison with the profiles obtained without the presence of a bone (Figure 9) reveals that the temperatures attained during the heating period are lower if a bone is present. However, temperatures become higher compared to the absence of bone as the steady state is approached. These results show that the bone has an effect of decreasing the heating rate. However, since it presents higher diffusivity compared to the tissue, higher temperatures were attained as time progressed. The results obtained with a smaller bone piece located in the path of the microwave beam (simulation case 3) are presented in Figure 10. The plot shows that temperatures during heating are also lower compared to the domain without the bone. In this case, the effect of bone diffusivity was not as pronounced as in simulation case 2.

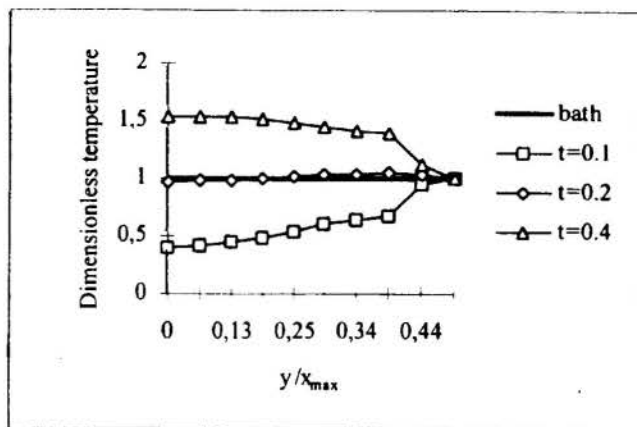


Figure 8 – Simulation case 2 (bone enclosing tumor).

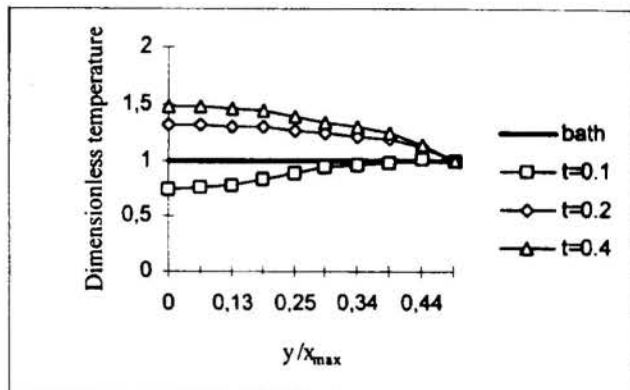


Figure 9 – Tissue only

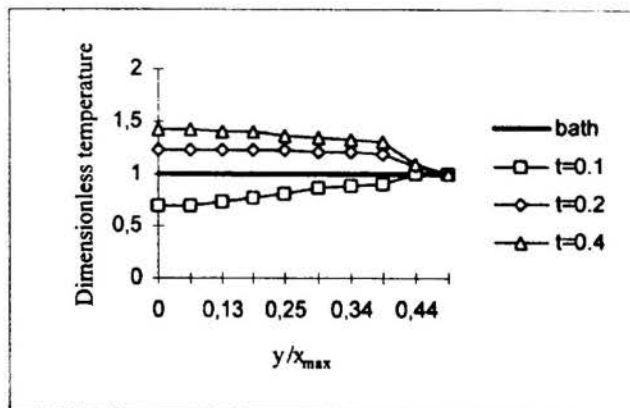


Figure 10 – Simulation case 3 (bone in microwave path).

The effect of variations in blood perfusion rate can be evaluated by analyzing the results presented in Figure 11. The perfusion rate may be varied throughout the tissue domain corresponding to different regions of the body. Based on these results one can infer that the treatment of tumors located at or near regions with high perfusion rates (e.g. arteries) requires higher intensity microwave power.

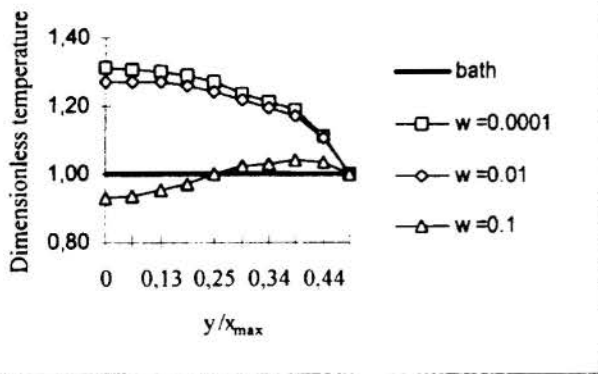


Figure 11 – Effect of blood perfusion rate on the heating process.

Figure 12 displays the heating curves obtained when the simulation domain was increased ten times in both directions. These results indicate overheating of a healthy tissue region located near the body surface. A comparison with the results obtained for a small domain (Figure 9) shows that this technique is more appropriate for handling tumors located near the body surface. Also, the time necessary for attaining the desired temperature levels at the tumor increased considerably, which implies in subjecting the patient to a longer period of treatment. Simulations were also run in order to compare the two types of boundary conditions (prescribed vs. convective) used in the model. The maximum difference between temperatures was 1%, which justifies the application of a prescribed boundary condition.

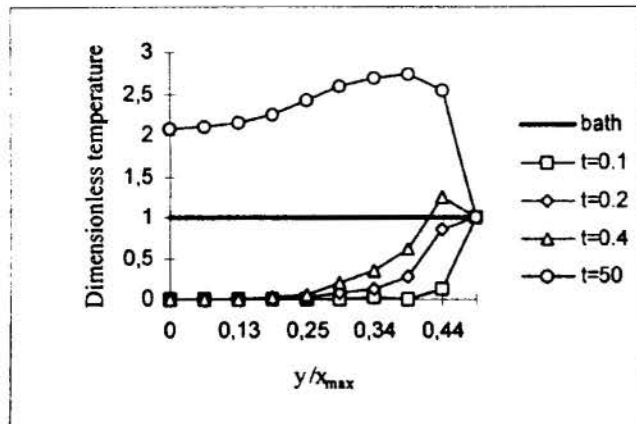


Figure 12 – Effect of increasing the domain size

## CONCLUSIONS

A simulation study of heat transfer in the treatment of tumors was presented. A dual beam microwave was employed as a heat source. Two models for evaluating the heat source term were compared. Results were very similar for a small domain, but the model presented by O'Brien and Mekrouni (1993) could not be employed for larger domains, since the source term increases monotonically with the domain size. Variations in microwave power were shown to have a significant effect on the heating process, with power increases resulting in faster heating. The effect of adjacent structures such as bones and arteries was also studied. The simulation revealed that a bone located around the tumor caused a decrease in heating rate, but also led to higher temperature values as steady state was approached, due to its

higher thermal diffusivity in comparison with the tissue. A study of the effect of blood perfusion rate indicated that the treatment of tumors located in the vicinities of arteries requires higher intensity of microwave power. Also, simulations for a larger domain have shown the occurrence of overheating of healthy tissue, thus limiting this type of treatment to tumors located close to the domain surface.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors acknowledge financial support from CNPq.

## REFERENCES

- Datta, A., Prosetya, H. and Hu, W., 1992, "Mathematical Modeling of Batch Heating of Liquids in a Microwave Cavity", *Journal of Microwave Power and Electromagnetic*, Vol. 27, pp. 38-47.
- Kreith, F., 1977, "Princípios da Transmissão de Calor", Edgard Blucher, 3ª ed., 550p.
- O'Brien, K.T. and Mekkaoui, A.M., 1993, "Numerical Simulation of the Thermal Fields Occurring in the Treatment of Malignant Tumors by Local Hyperthermia", *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 115, pp. 247-253.
- Ozisik, M.N., 1980, "Heat Conduction", John Wiley & Sons, New York, 687 p.
- Reddy, J.N. and Gartling, D.K., 1994, "The finite element method in heat transfer and fluid dynamics", CRC Press, Boca Raton, 390 p.

**AXIAL SEGREGATION PROFILES DURING DIRECTIONAL SOLIDIFICATION**
**Mauricio Fabbri**

 Faculdade de Engenharia - FE  
 Núcleo de Desenvolvimento Tecnológico - NDT  
 Universidade São Francisco - USF  
 13251-900 - Itatiba - SP - Brazil

**SUMMARY**

We describe a control-volume time-adaptive numerical method for handling the diffusion process during the Bridgman directional solidification of a totally miscible alloy, inside a small-bore, finite container. The technique allows for a variable furnace speed during growth. The moving boundary problem is solved by setting the interface translation rate as a function of the alloy's liquidus slope and of the local furnace thermal gradient. Results are described for the as-grown compositional profiles of 20% PbTe-SnTe and HgTe-CdTe, subjected to a steep change in the furnace pull rate during growth.

**INTRODUCTION**

Directional solidification of a totally miscible alloy in a Bridgman furnace is a popular method of growing bulk semiconductor crystals for electro-optical device applications (Brown and Kim, 1991). These materials usually have optical properties which depend on the local composition, thus allowing the design of sensors tuned to a particular spectral range. Nowadays, microdevices can be built by layer deposition in an atomic or molecular gas reactor (HBE, MOCVD), but bulk growth is still required for the manufacture of large substrates, and is much less expensive for industrial fabrication. Interest in bulk techniques was recently regained, mainly due to the increasing importance of growing in space environment (microgravity growth) and the manufacture of large infrared sensors for satellite remote sensing (Crouch, R. K. et al., 1982; Hui, M.-jun et al., 1997). In the so-called Bridgman-Stockbarger (BS) technique, an ampoule charged with the alloy at the desired composition is slowly moved at constant speed  $R$  from the hot to the low temperature zones of a furnace, such that the material solidifies at a nearly constant rate, in a quasi-equilibrium regime. Unfortunately, the resulting axial composition in the solid phase (crystal) is not uniform, due to dependence of the melting temperature on composition (sometimes with large liquidus-solidus separation). Those "segregation" effects (as they are known in metallurgy), are a main concern in the modeling of crystal growth, as well as of metal processing and casting. In the quasi-equilibrium regime, the partition coefficient  $K$  - defined by the ratio of the solid to the liquid composition at the solid-liquid interface - follows closely the alloy's phase diagram (PD) (Tiller, 1991).

The axial bulk segregation profile resulting from a typical diffusion-dominated Bridgman growth inside an ampoule of length  $L$  can be characterized by the solidification Péclet number  $P=RL/D$  - where  $D$  is the mutual diffusion coefficient in the liquid phase alloy (solid diffusion being usually negligible). The limiting cases  $P \gg 1$  (a "semi-infinite" ampoule, or, equivalently, a very small diffusion length) and  $P \ll 1$  (totally mixed melt) lead to compositional distributions very well known since the works of Tiller and Pffan, respectively, in the 50's (see, e.g., Flemings, 1974). Intermediate regimes must be treated by solving numerically Fick's equation with a moving boundary inside a finite domain. Fig.(1) shows typical axial compositional profiles

generated at distinct values of  $P$ , for the case of a semiconductor alloy with a partition coefficient  $K$  less than one (rich liquid ahead of the SL interface).

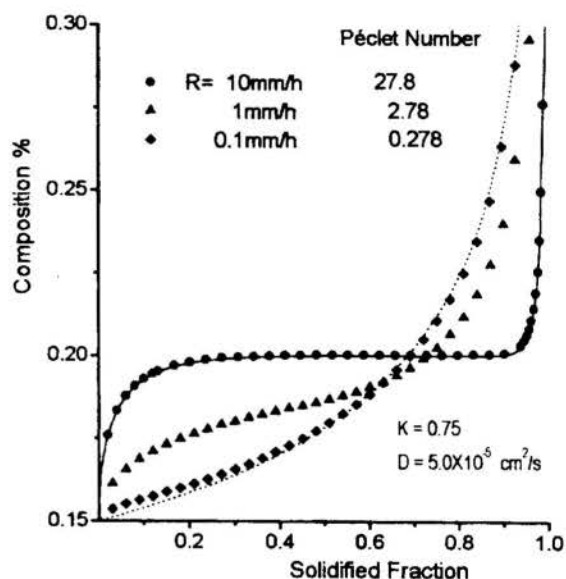


Figure 1 - Typical compositional profiles at distinct values of the solidification Péclet number  $P$ . The solid curve is the STR limit for  $P \gg 1$ . The dashed curve is the normal freezing curve of Pffan/Scheil ( $P \ll 1$ ). The discretized points are numerical solutions obtained with a constant speed moving-boundary finite difference numerical model.

We here describe a control-volume time-adaptive algorithm which handles the general case of a non-constant furnace speed  $R$ , for a diffusional process inside a finite-length ampoule. Having the value of  $R$  altered during growth disturbs the composition field in the liquid. A sudden increase in the furnace translation speed was long ago suggested by Smith, Tiller and Ruther (1955) as a technique to build alternate layers of electrically complementary



materials, like *p-n-p* junctions, when an additional solute is present in the melt. The transient changes in the solid segregation profile can also be traced back to the actual values of *D* and *K* during growth, and this is of special interest for the analysis of space-grown materials.

## NUMERICAL SIMULATIONS

**The associated free-boundary problem.** We consider a thin ampoule of length *L*, inside which the SL interface  $\Gamma$  progress from left to right at an instantaneous speed *V*(*t*). The *x*-axis is fixed, attached to the ampoule, and the Bridgman furnace is moving with instantaneous speed *R*(*t*) - see Fig.(2).

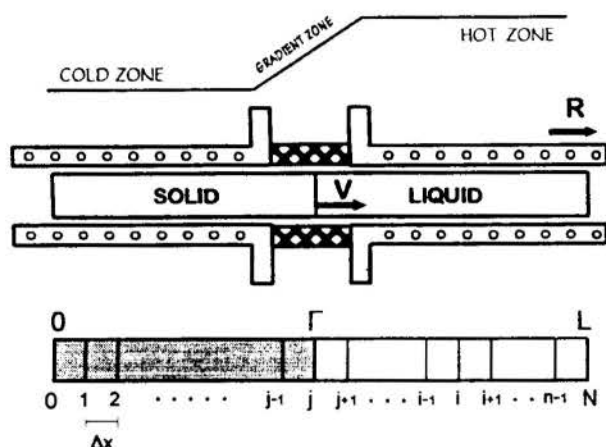


Figure 2 - Scheme of the BS apparatus with a discretization mesh inside the ampoule domain.

In the absence of convection, the rejected solute at the SL interface (or the solute depletion if  $K > 1$ ) spreads into the melt according to Fick's law:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad \Gamma < x < L \quad (1)$$

A constant value for the mutual diffusion coefficient *D* was assumed (in what follows, we denote by *C* the liquid composition). The boundary conditions impose null mass flux at the right end of the ampoule,

$$\left. \frac{\partial C}{\partial x} \right|_L = 0 \quad (2)$$

and a composition gradient proportional to the growth speed *V* at the interface:

$$\left. \frac{\partial C}{\partial x} \right|_{\Gamma} = -\frac{qV}{D} C_T \quad (3)$$

, where  $q=1-K$ . The interface location  $\Gamma$  is such that its temperature and composition are in accordance with the quasi-equilibrium alloy's phase diagram. If  $g_j(C)$  is the liquidus curve, and  $T(x)$  is the thermal furnace profile (which travels at speed *R* in a coordinate system fixed at the ampoule), then, assuming a

perfect furnace-ampoule thermal coupling, the interface location must satisfy

$$\Gamma - \int^{\Gamma} R dt = T^{-1}[g_j(C_T)] \quad (4)$$

, from which the relationship between the interface speed and the furnace translation rate is given by

$$V = \frac{d\Gamma}{dt} = R + \left( \frac{1}{G} \frac{dg_j}{dC} \frac{dC}{dt} \right)_{\Gamma} \quad (5)$$

, where *G* is the furnace temperature gradient. The derivative  $dC/dt$  in Eq.(5) follows the interface position, and is not to be confused with  $\partial C/\partial t$ . We note that, when  $dg_j/dC < 0$  ( $K < 1$ ), solute is continuously rejected to the liquid ( $dC/dt > 0$ ), while for  $dg_j/dC > 0$  ( $K > 1$ ), solute is continuously depleted at the interface front ( $dC/dt < 0$ ); therefore, the interface speed *V* is always less than the furnace translation rate *R* for an undisturbed growth (constant *R*).

The one-dimensional moving boundary problem consists of Eqs.(1), (2),(3) and (5). Usually, the initial condition corresponds to an homogeneous liquid charge of composition  $C_0$ .

**Finite-difference discretization.** Eq. (1) is discretized by the usual first-order in time second-order in space totally implicit scheme:

$$\frac{C_i - C_i^0}{\Delta t} = D \frac{C_{i-1} - 2C_i + C_{i+1}}{\Delta x^2} \quad (6)$$

The superscript 0 denotes values at time *t* (old values). We choose  $\Delta t$  such that the interface always sits in a node, that is,  $V = \Delta x/\Delta t$ ; then the cell Péclet number is  $r = V\Delta x/D$ . For an ordinary node inside the liquid domain, we have

$$-C_{i-1} + (2+r)C_i - C_{i+1} = rC_i^0 \quad j < i < N \quad (7)$$

, where *j* is the interface position at time  $t + \Delta t$ . From the boundary condition Eq.(3), the composition at node *j* satisfies

$$(1+rK)C_j - C_{j+1} = rC_j^0 \quad (8)$$

, while for the last node *N* (Eq.(2)),

$$-C_{N-1} + (1+r)C_N = rC_N^0 \quad (9)$$

For a given value of the interface speed *V*, Eqs.(7-9) are a tridiagonal system that can be solved by the Crout elimination method.

The above finite-difference meshing is conservative and completely equivalent to a control-volume balance (see, e.g., Patankar, 1980, or Maliska, 1995); it was shown by Fabbri (1990) that the numerical scheme maintain its unrestricted stability in the presence of the moving boundary.

**Shooting interactive strategy.** A first-order discretized form of Eq.(5) is employed to achieve consistency between the actual interface speed and the rate of change in composition at the

interface front, for a given furnace translation history  $R(t)$ . The final algorithm is a simple relaxed set of iterations for trial values of  $V(t)$ , as follows:

1. Choose the acceptable error  $\epsilon$
2. Choose the relaxation factor  $\beta$
3. Put  $V=R(t)$
4. Compute  $\Delta t = \Delta x / V$  and  $r = V \Delta x / D$
5. Solve for  $C_i, j \leq i \leq N$
6. Find  $V_1 = V + \frac{g}{G} \frac{C_j - C_j^0}{\Delta t}$
7. If  $|V_1 - V| > \epsilon$ , put  $V = \beta V_1 + (1 - \beta)V$  and GOTO step 4.
8. Else DONE.

The (non-constant) liquidus slope  $dg/dC$  is taken from the alloy's phase diagram; the furnace gradient  $G$  can be position-dependent, as is usually the case for real profiles. The scheme converges in a few iterations for a relaxation factor  $\beta$  around 0.2, even for large Péclet numbers.

**Numerical settings, criteria and timings.** The convergence of the algorithm was tested against the analytical solutions for very large and very small Péclet numbers, at a constant interface speed  $V=R$ . These results are shown in Fig.(1), and were obtained with a 1500-points mesh. The mass conservation was preserved within 0.1%. Further refining of the mesh gave no better results within 0.1%. The acceptable error for the variable-speed interactions was one order of magnitude greater than the machine double-precision tolerance. When implemented in C, a typical run with  $N=1500$  takes less than 15 seconds of CPU time in a Pentium 150MHz.

## RESULTS

Fig.(3) shows the calculated composition profile for a  $Pb_{0.8}Sn_{0.2}Te$ , 5cm-length charge. A mutual diffusion constant  $D$  of value  $5.0 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$  was employed (Kinoshita and Sugii, 1984; Kinoshita and Yamada, 1990); the liquidus curve and the partition coefficient were well approximated by three-degree polynomials. The "normal freezing" curve is obtained for a constant furnace translation rate of 10mm/h. A sudden change in the furnace speed to 15mm/h (5mm/h) at the middle of growth produces a corresponding enhancement (depletion) of the Tin content, as shown by the dashed lines. The corresponding interface speed profiles are shown in Fig.(4). It is worth noting the overshoot ( $V > R$ ) and undershoot ( $V < R$ ) in the interface speed during the transient right after the beginning of the growth perturbation. Typical  $PbSnTe$  growth is carried under  $G \approx 60^\circ\text{C}/\text{cm}$  (as was adopted here), and a sudden increase in the interface speed is likely to cause some constitutional supercooling.

Figs. (5) and (6) show the results for an  $Hg_{0.8}Cd_{0.2}Te$  charge. In this case, there is a large liquid-solidus separation, with a partition coefficient greater than 1 - a continuous depletion of solute is observed in the "normal freezing", constant speed growth. A 212mm charge grown at 2mm/h under  $G=200^\circ\text{C}/\text{cm}$  was employed for reference, as a comparison with the work of Clayton et al. (1982). Again we obtain small regimes with  $V > R$  and  $V < R$  right after the growth perturbation. The rise in the interface speed during the very final stages of growth, as pointed out by Clayton, is due to the combined effect of the null-flux boundary condition at the end of the ampoule and the total depletion of solute in the remaining liquid.

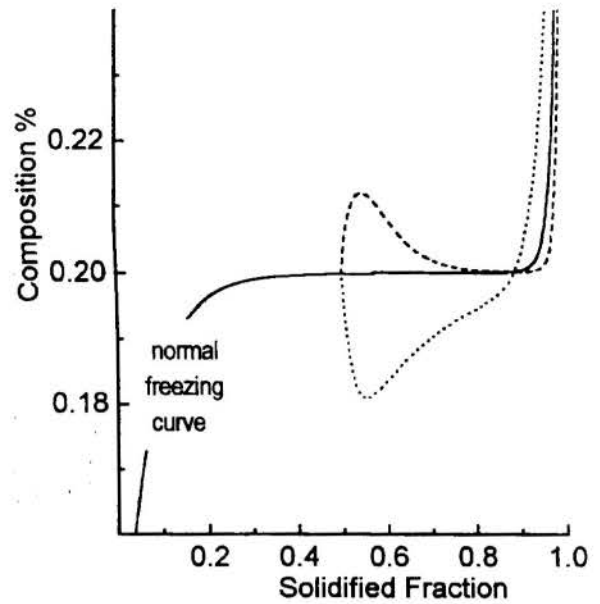


Figure 3 - Axial Tin Telluride content of a  $PbTe-SnTe$  20% growth. The dashed lines show enhancement/depletion of solute after a sudden change in the furnace translation speed.

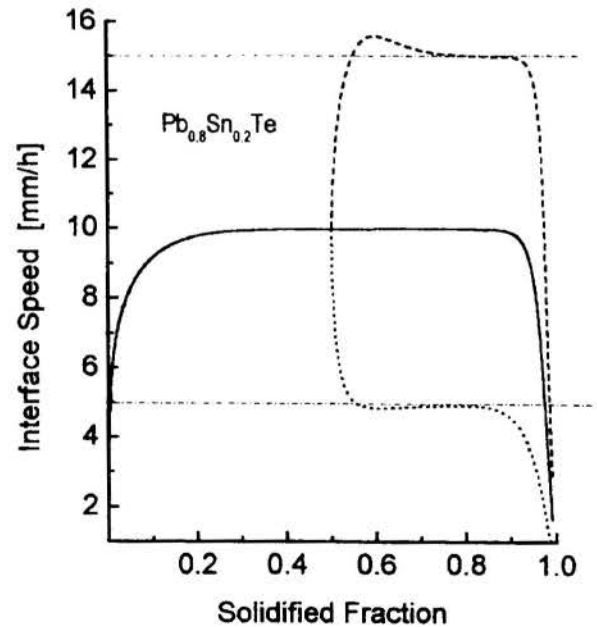


Figure 4 - Interface speed history for  $Pb_{0.8}Sn_{0.2}Te$  growth. The dashed curves show the effect of sudden change in the furnace translation speed. The corresponding effects on the composition profiles are shown in Fig.(3)

At such large solidus-liquidus separation, with corresponding large liquidus slopes, under-depletion (or over-enhancement, in the case  $K < 1$ ) of solute can be expected at low thermal gradients, even at constant furnace speed growth. Fig.(7) shows an hypothetical HgCdTe growth at 10mm/h under small  $G=60^\circ\text{C}/\text{cm}$ . Although the growth would be severely impaired by constitutional supercooling, there is an otherwise unexpected over-depletion in the Cadmium Telluride content at the initial stages of solidification.

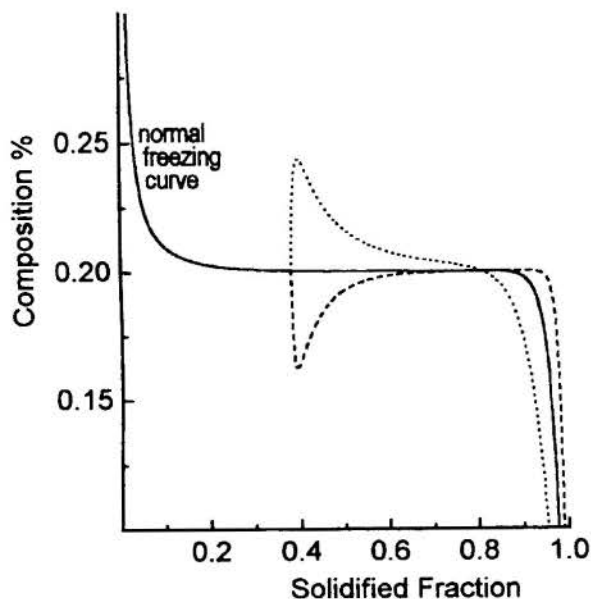


Figure 5 - Axial Cadmium Telluride content of a HgTe-CdTe 20% growth, corresponding to Fig.(3).

### CONCLUSIONS

We have developed an unconditionally stable finite-difference numerical technique for analyzing the diffusive growth of binary crystals by the Bridgman-Stockbarger technique, which is able to handle perturbations in the furnace translation rate. The algorithm is a generalization of the Clayton method first developed for a constant-speed growth of mercury-cadmium-telluride. Analysis of typical growth parameters can be done in a few seconds with a personal computer.

The method is able to handle any given thermal profile, and works with actual features of the alloy's phase diagram, at any range of solidification Péclet number. It allows for the correct prediction of axial composition profiles inside finite-length domains (ampoules). Its main drawbacks are (1) the neglecting of convection effects in the melt and (2) the assumption of perfect thermal furnace-charge coupling. Convection can be a minor effect inside small-bore ampoules, or during growth in microgravity (and without free surfaces). A large heat transfer coefficient can also be assumed during Bridgman growth of semiconductor alloys, and therefore, the perfect thermal coupling hypothesis is a good one as far as an unidimensional model is considered. Extension of the technique to bidimensional geometries is desirable, in which case convective effects and finite heat transfer would have to be considered. The local interface speed plays a fundamental role in the generation of defects by thermal stresses and composition inhomogeneities.

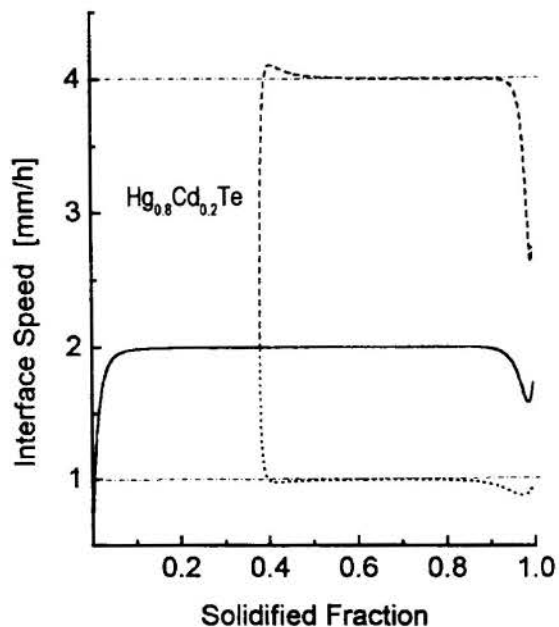


Figure 6 - Interface speed history for  $\text{Hg}_{0.8}\text{Cd}_{0.2}\text{Te}$  growth. The dashed curves show the effect of sudden change in the furnace translation speed. The corresponding effects on the composition profiles are shown in Fig.(5).

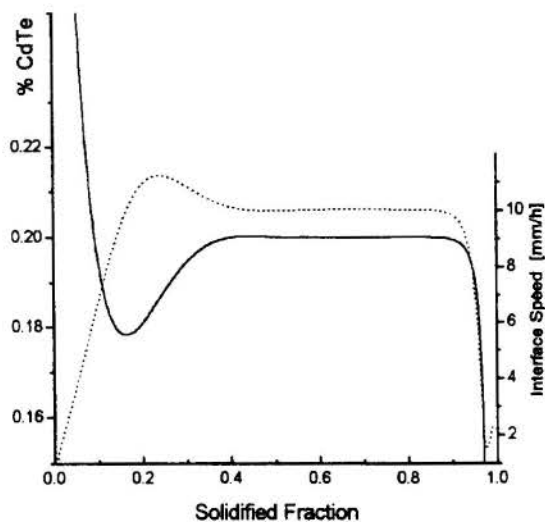


Figure 7 - An over-depletion in CdTe content during an hypothetical 10mm/h  $\text{Hg}_{0.8}\text{Cd}_{0.2}\text{Te}$  growth at  $G=60^\circ\text{C}/\text{cm}$ .

## ACKNOWLEDGEMENTS

This work is supported by FAPESP (*Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo*) and by the PEPCI/USF program (*Programa de Estimulo à Pesquisa Científica da Universidade São Francisco*).

## REFERENCES

- Brown, R.A and Kim, D.-H., 1991, "Modelling Directional Solidification: from Scheil to Detailed Numerical Simulation", *Journal of Crystal Growth* Vol.109, pp.50-65.
- Clayton, J.C. et. al., 1982, "One-Dimensional Analysis of Segregation in Directionally Solidified HgCdTe", *Journal of Crystal Growth* Vol.60, pp.374-380.
- Crouch, R.K. et al., 1982, in: *Materials Processing in the Reduced Gravity Environment of Space*, G.E.Rindone, ed., North-Holland, NY, pp. 611-632.
- Fabbri, M., 1990, "Stability of the Totally Implicit Finite Difference Scheme for the One-dimensional Diffusion Equation with a Moving Boundary", *Computing* Vol.45(4),pp. 333-343.
- Flemings, M.C., 1974, "Solidification Processing", McGraw-Hill, NY, Chap.3.
- Hui, M.-jun et al., 1997, "Impurity Distribution in InSb Single Crystals", *Journal of Crystal Growth* Vol.174, pp. 245-249.
- Kinoshita, K. and Sugii, K., 1984, "PbTe-SnTe Mutual Diffusion Coefficient at just Above the  $Pb_{0.8}Sn_{0.2}Te$  Solidus Temperature", *Journal of Crystal Growth* Vol.67, pp.375-379.
- Kinoshita, K. and Yamada, T., 1990, "Conditions for Diffusion-Controlled Steady-State Growth of  $Pb_{1-x}Sn_xTe$  Under Microgravity", *Journal of Crystal Growth* Vol.99, pp.1276-1280.
- Maliska, C.R., 1995, "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", *Livros Técnicos e Científicos*, RJ, Chap. 1,2, and 3.
- Patankar, S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill, NY, Chap.4.
- Smith, V.G., Tiller, W.A. and Ruther, J.W., 1955, "A Mathematical Analysis of Solute Redistribution During Solidification", *Canadian Journal of Physics* Vol. 33, pp.723-745.
- Tiller, W.A., 1991, "The Science of Crystallization, Vol.2: Macroscopic Phenomena and Defect Generation", Cambridge University Press, NY, Chap.4.



## SÍNTESE E PROJETO DE REDES DE TROCADORES DE CALOR COM CONSIDERAÇÕES FLUIDODINÂMICAS

Alexandre J. M. Vieira, Fernando L. P. Pessoa, Eduardo M. Queiroz

Departamento de Engenharia Química - Escola de Química  
 Universidade Federal do Rio de Janeiro  
 21949-900 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil

### RESUMO

*O presente trabalho apresenta uma proposta para realizar a síntese de redes de trocadores de calor simultaneamente ao projeto dos equipamentos térmicos, levando em consideração características predominantemente fluidodinâmicas e possibilitando a identificação de equipamentos de projeto inviável. Também são feitas considerações a respeito do custo de bombeio para rede de trocadores de calor.*

### INTRODUÇÃO

Tradicionalmente, a síntese de Redes de Trocadores de Calor envolve somente a definição dos pares de troca entre as correntes e a realização de um projeto térmico simplificado, supondo configuração contracorrente e coeficientes de transferência de calor pré-especificados. Não se leva em conta qualquer tipo de informação relativa às quedas de pressão nas correntes, que são consideradas restrições a serem satisfeitas pelo projeto. Tal procedimento pode gerar redes com equipamentos de construção inviável.

Trabalhos recentes buscam envolver considerações fluidodinâmicas no projeto dos equipamentos (Polley e Panjeh Shahi, 1991; Jegede e Polley, 1992; Oliveira, 1995). O presente trabalho se insere nessa linha, apresentando um novo algoritmo de projeto baseado na otimização do Custo Anual Total (CAT) com restrições fluidodinâmicas. Este algoritmo, ao ser acoplado a um programa de síntese de redes de trocadores de calor vinculado à máxima recuperação de energia, baseado na Tecnologia do Ponto de Estrangulamento energético (TPE - "Pinch Technology"), permite o projeto de equipamentos simultâneo à síntese, tornando possível a adoção de medidas corretivas quando do encontro de um projeto inviável.

### CUSTOS

Cabe ressaltar as seguintes observações quanto aos custos calculados no presente trabalho, antes de definir o procedimento de otimização do CAT do equipamento térmico:

**Custo do equipamento térmico instalado (Cequip).** Estimado segundo as relações encontradas em Douglas (1988). Quando, devido a existência de forte interseção de temperatura (indicada através do fator de correção  $F < 0,75$ ), for necessária a divisão do casco de um trocador, será usado o Método das Áreas Iguais (Oliveira, 1995). Neste caso, o custo do equipamento instalado será considerado para o conjunto de cascos, calculado pelo somatório dos custos de cada casco em função da sua área de troca térmica.

**Custo da utilidade (Cutil).** Considera-se que está incluído no custo da utilidade o custo relativo ao seu bombeio.

**Custo de bombeio (Cbombeio).** Engloba o custo da energia elétrica e dos equipamentos usados para impelir as correntes do par de troca. As bombas centrífugas são alocadas a montante de cada trocador, fornecendo a energia mecânica para cada troca individualmente, exceto quando necessária a divisão do casco de um trocador. Neste caso, a bomba hidráulica será localizada a montante do primeiro casco da série, permitindo tratar o conjunto como um único trocador com múltiplas passagens.

No presente trabalho considera-se o uso de bombas centrífugas com eficiência de 80% e preço FOB, motor incluso, de acordo com os dados de custo extraídos de Hall et al. (1988). O fator de instalação  $FIE$  é considerado 1,5; conforme recomendado por Perry (1984).

A anualização do  $Cequip$  e do  $Cbombeio$  é realizada através da aplicação do fator de correção para o custo ("Capital Charge Factor -  $CCF$ "), considerado  $0,333 \text{ ano}^{-1}$ , que corresponde a uma taxa de retorno de capital de 15% em 11 anos.

O CAT do equipamento térmico é definido como o somatório de seus  $Cequip$ ,  $Cutil$  e  $Cbombeio$ , anualizados. O CAT de uma rede de trocadores é calculado através do somatório dos custos anuais totais dos equipamentos térmicos.

### OTIMIZAÇÃO DO CUSTO ANUAL TOTAL

O problema de otimização do CAT de um equipamento térmico, sem mudança de fase nas correntes, pode ser formulado a partir das relações termofluidodinâmicas propostas por Jegede e Polley (1992), que utilizam para o escoamento no lado do casco as equações propostas por Kern (1950). Juntamente com a tradicional equação para a área de troca térmica (A), estas equações relacionam as quedas de pressão no lado do casco e no lado dos tubos ( $\Delta p_c$  e  $\Delta p_t$ ) com os respectivos coeficientes de transferência de calor ( $h_c$  e  $h_t$ ) e velocidades de escoamento ( $v$  e  $u$ ).

Aqui cabe observar que será usado o procedimento proposto por Oliveira (1995) quando houver mudança de fase na corrente quente (desenvolvido para vapor saturado de substâncias puras).

As relações termofluidodinâmicas possibilitam escrever um algoritmo de projeto de equipamentos térmicos direto, isto é, sem a necessidade de simulações sucessivas de "trocadores-tentativa" propostos e modificados ao longo dos cálculos por um projetista experiente. Para tanto, basta que sejam especificadas inicialmente as quedas de pressão de projeto ou as velocidades de escoamento.

Desta forma, é possível escrever uma função objetivo - o CAT do equipamento térmico - descrevendo um compromisso entre o custo do equipamento térmico e o custo de bombeio, com as velocidades de escoamento como graus de liberdade, supondo especificadas as propriedades físicas (constantes) das correntes, as temperaturas de entrada e saída, os diâmetros interno e externo dos tubos, o passo dos tubos e o arranjo da matriz tubular. O termo do custo da utilidade, por ser especificado uma vez definida a combinação e a carga térmica correspondente, pode ser retirado da função objetivo, pois se mantém constante.

Uma restrição imposta às velocidades de escoamento é que estas devem satisfazer as recomendações propostas por Sinnot (1993), apresentadas na Tabela 1. Valores inferiores aos recomendados podem originar problemas de deposição nos tubos e valores superiores podem causar vibração na matriz tubular e erosão. Aqui cabe a observação que, para o um projeto envolvendo consumo de utilidade quente com mudança de fase (por exemplo, aquecedor com vapor saturado), há somente um grau de liberdade - a velocidade de escoamento na corrente de processo - uma vez que é adotada a hipótese de vapor condensando com velocidade desprezível.

Tabela 1 - Velocidades recomendadas.

Tubos	
líquidos	velocidade (m/s)
fluido de processo	1,0 a 4,0
água	1,5 a 2,5
gases	
velocidade (m/s)	
vácuo	50 a 70
pressão atmosférica	10 a 30
altas pressões	5 a 10
Casco	
líquidos	velocidade (m/s)
fluido de processo	0,3 a 1,0

Fonte: Sinnot (1993)

Outra restrição imposta na otimização diz respeito à relação entre o comprimento dos tubos (l) e o diâmetro do casco (Ds). Seguindo a recomendação de Bell (1981), esta relação é mantida na faixa entre 4 e 15, pois valores inferiores podem gerar equipamentos com má distribuição do fluido nos tubos e valores superiores podem apresentar problemas na perda de carga das duas correntes e também de suporte mecânico.

O sistema de equações para otimização do CAT do equipamento térmico, sem mudança de fase nas correntes, é constituído por:

$$\text{Min } F(u, v) = (C_{equip_{anual}} + C_{bombeio}) \quad (1)$$

sujeita a:

$$C_{equip_{anual}} = K_{equip} \cdot A^{0,65} \quad (2)$$

$$K_{equip} = 2,36 \cdot CCF \cdot \left( \frac{M \& S}{280} \right) \cdot 101,3 \cdot \left( \frac{l}{9,29 \times 10^{-2}} \right)^{0,65} \cdot (2,29 + F_c) \quad (3)$$

$$C_{bombeio} = Kb1 \cdot (Pot_n^{0,33} + Pot_c^{0,33}) + Kb2 \cdot (Pot_n + Pot_c) \quad (4)$$

$$Kb1 = 2,36 \cdot CCF \cdot \left( \frac{M \& S}{852} \right) \cdot FIE \cdot \left( \frac{1254}{(746)^{0,33}} \right) \quad (5)$$

$$Kb2 = \left( \frac{M \& S}{852} \right) \cdot \left( \frac{Custo_{eletricidade}}{3,6 \times 10^6} \right) \cdot Fo \quad (6)$$

$$Pot_n = \left( \frac{m \cdot (\Delta p - \Delta p_d)}{\rho \cdot NI} \right)_n \quad (7)$$

$$Pot_c = \left( \frac{m \cdot (\Delta p - \Delta p_d)}{\rho \cdot NI} \right)_c \quad (8)$$

$$\Delta p_n = \Delta p_t + \Delta p_{cab} \quad (9)$$

$$\Delta p_t = Kpt \cdot A \cdot h_t^{3,5} \quad (10)$$

$$\Delta p_c = Kpc \cdot A \cdot h_c^{5,1} \quad (11)$$

$$h_t = Kt2 \cdot u^{0,8} \quad (12)$$

$$h_c = Kc3 \cdot v^{0,55} \quad (13)$$

$$U = \left[ \frac{l}{h_c} + Rf_c + \frac{Do \cdot \ln \left( \frac{Do}{Di} \right)}{2 \cdot k_w} + \left( \frac{Do}{Di} \right) \cdot \left( \frac{l}{h_t} + Rf_t \right) \right]^{-1} \quad (14)$$

$$A = \left( \frac{Q}{U \cdot F \cdot \Delta T_{ln}} \right) \quad (15)$$

$$\Delta p_{cab} = 2,5 \cdot npt \cdot \left( \frac{\rho \cdot u^2}{2} \right) \quad (16)$$

$$npt = \left( \frac{4}{\pi \cdot u \cdot Di^2} \right) \cdot \left( \frac{m}{\rho} \right)_t \quad (17)$$

$$N = ntp \cdot npt \quad (18)$$

$$l = \frac{A}{\pi \cdot N \cdot Do} \quad (19)$$

$$Ds = Do \cdot \left( \frac{N}{K} \right)^{1/n} \quad (20)$$

$$v_{inf} \leq v \leq v_{sup} \quad (21)$$

$$u_{inf} \leq u \leq u_{sup} \quad (22)$$

$$4 \leq \frac{l}{Ds} \leq 15 \quad (23)$$

Nas equações Eq.(2) a Eq.(6), *M&S* é o fator de custo Marshall & Swift, *Fo* é o fator operacional, *Pot<sub>c</sub>* e *Pot<sub>n</sub>* são as potências consumidas no lado do casco e no lado dos tubos, respectivamente. O fator de correção *Fc* é definido em Douglas (1988) para considerar diferenças de custo em relação ao tipo de cabeçote, material e pressão de projeto.

Nas equações Eq.(7) e Eq.(8) *m* é a vazão mássica, *ρ* a densidade do fluido, *Δp* é a queda de pressão de projeto e *Δp<sub>d</sub>* é a queda de pressão disponível, a custo zero, para uso no projeto.

Em Eq.(9), *Δp<sub>n</sub>* é a queda de pressão total nos tubos, resultado da soma da queda de pressão nos tubos com a queda de pressão nos cabeçotes (*Δp<sub>cab</sub>*), esta última calculada através de um formalismo de perda de carga pela Eq.(16), apresentada em Sinnot (1993), função do número de passagens nos tubos (*npt*) e da velocidade de escoamento nos tubos (*u*).

As equações Eq.(10) a Eq.(13) representam as relações termofluidodinâmicas, onde *Kpc*, *Kpt*, *Kt2* e *Kc3* são constantes calculadas em função dos diâmetros interno e externo dos tubos (*Di* e *Do*), do passo nos tubos (*Pt*) e do número de passagens nos tubos (*npt*), além das propriedades físicas (supostas constantes)

das correntes (ver Vieira, 1998).

As equações Eq.(14) e Eq.(15) representam as tradicionais relações para o coeficiente global de transferência de calor ( $U$ ) e para área de troca térmica ( $A$ ), onde  $Rf_c$  e  $Rf_f$  são as resistências de depósito para o lado do casco e para o lado dos tubos,  $k_w$  é a condutividade térmica da parede,  $Q$  é a carga térmica da troca,  $F$  é o fator de correção da  $\Delta T_{ln}$ , que é a média logarítmica das diferenças de temperatura nas extremidades da configuração contracorrente equivalente.

Nas equações Eq.(17) a Eq.(19),  $n_{tp}$  é o número de tubos por passe e  $N$  é o número total de tubos.

A equação Eq.(20) é uma aproximação proposta por Sinnott (1993) para calcular  $Ds$  em função do  $n_{tp}$  e do arranjo da matriz tubular (usados na obtenção dos parâmetros  $n$  e  $K$ ). Esta equação fornece resultado mais próximo da tabela de contagem de Bell (1981), supondo-se inexistente a folga diametral casco-matriz tubular.

Por fim, as equações Eq.(21) a Eq.(23) representam as restrições impostas à otimização.

Uma vez conhecidas as velocidades  $u$  e  $v$  ótimas, outros parâmetros geométricos, como o número de chicanas e o espaçamento entre estas ( $Nb$  e  $Bs$ ), podem ser calculados facilmente (Oliveira, 1995).

A otimização é realizada utilizando a rotina *CONSTR*, disponível no conjunto de otimização do programa *MATLAB*, versão 4.2.c1, desenvolvido pela *MathWorks Inc*.

Ao final da otimização, o custo da utilidade é estimado para a combinação, sendo usado no cálculo do *CAT* do equipamento.

## SÍNTESE COM PROJETO SIMULTÂNEO

O programa usado ao longo do presente trabalho é dividido em três partes distintas:

**Pré-otimização.** Seleção prévia do diferencial de temperatura mínimo ( $d_{min}$ ) a ser utilizado na síntese, baseada no compromisso existente entre os custos fixo e operacional da rede. Aqui é empregada a proposta de Polley e Panjeh Shahi (1992) para o cálculo da meta de área mínima em redes com disponibilidade de energia mecânica nas correntes de processo, sob a forma de queda de pressão disponível total. Nos casos em que não ocorra tal disponibilidade, o presente trabalho propõe empregar o ponto médio da faixa de velocidades recomendadas (Tabela 1), quando então é calculado o custo de bombeio para a corrente, supondo que a queda de pressão é fornecida por uma bomba centrífuga.

**Síntese da rede.** Seleção do par de correntes para troca de calor, empregando as modificações do algoritmo tradicional da

TPE propostas por Liporace (1996). Este algoritmo permite obter a rede vinculada à máxima recuperação de energia com a mínima interferência do usuário, uma vez que também define regras para síntese na região afastada do Ponto de Estrangulamento (PE).

**Projeto.** O projeto otimizado do equipamento térmico é realizado imediatamente após a definição da combinação pelo algoritmo de síntese. Inicialmente, como não é conhecida a topologia da rede, o presente trabalho propõe que o projeto dos equipamentos seja realizado considerando não haver disponibilidade de  $\Delta p_d$ . Desta forma, toda queda de pressão de projeto deve ser fornecida por bombas hidráulicas, caracterizando o pior cenário de custo possível. Uma vez concluído o projeto de todos os equipamentos da rede e conhecida sua topologia, as quedas de pressão totais disponíveis nas correntes podem ser distribuídas pelos equipamentos, de três formas diferentes: em relação à área de troca térmica, à carga térmica ou ao custo do equipamento. Em seguida, os equipamentos são reprojeto e o *CAT* da rede é calculado.

## EXEMPLO - PROBLEMA 4SP1

O exemplo apresentado consiste no problema 4SP1, adicionando-se a informação relativa às quedas de pressão nas correntes. As correntes de processo são consideradas constituídas por água pressurizada, para que não ocorra mudança de fase. As utilidades empregadas são vapor d'água saturado e seco (corrente UQ1) e água de resfriamento (corrente UF1), ambas com temperaturas de entrada e saída fixas. Os dados do problema são apresentados na Tabela 2.

Os resultados obtidos na etapa de pré-otimização, realizada em intervalos de 1 °C, são indicados na Tabela 3. O  $d_{min}$  ótimo de 8 °C é empregado posteriormente na etapa de síntese.

O programa de síntese com projeto simultâneo utiliza as seguintes condições padronizadas: arranjo da matriz tubular triangular,  $Di$  e  $Do$  variando conforme recomendação da TEMA (1968) para a classe B,  $Pt$  fixo em 1,25. $Do$ , trocadores em aço carbono com cabeçotes flutuantes, uso da regra heurística de Rudd para síntese na região afastada do PE e, caso seja identificada a possibilidade, união das correntes divididas quando da síntese ao redor do PE. Estas duas últimas condições são explicadas em detalhes em Liporace (1996).

A Tabela 4 apresenta um resumo dos resultados obtidos para o problema 4SP1 em comparação com as metas estimadas quando da otimização do  $d_{min}$ , considerando as três possibilidades de distribuição das quedas de pressão disponíveis totais nas correntes de processo (em relação à área de troca, ao calor trocado ou ao custo do equipamento). Também apresenta o percentual do *CAT* da rede representado pelo custo de bombeio.

Tabela 2 - Dados do problema 4SP1

Corrente	$T_e$ (°C)	$T_s$ (°C)	$m$ (kg/s)	$C_p$ (J/kg.°C) $\lambda$ (*) (J/kg)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\mu$ (10 <sup>-4</sup> Pa.s)	$k$ (W/m.°C)	$Rf$ (10 <sup>4</sup> m <sup>2</sup> K/W)	$\Delta p_d$ (kPa)
C1	30,0	120,0	4,01	4186	1000	4,50	0,664	0,860	35
C2	80,0	190,0	3,20	4186	1000	4,50	0,664	1,720	105
H1	160,0	85,0	12,96	4186	1000	2,21	0,669	2,580	35
H2	185,0	95,0	13,89	4186	1000	2,21	0,669	3,440	140
UQ1	208,7	208,7	---	1903738 (*)	856,9	1,29	0,660	0,774	---
UF1	30,0	45,0	---	4186	1000	4,50	0,664	1,720	---

A vazão mássica é estimada a partir do produto  $m.C_p$  original, arbitrando-se o calor específico. UQ1 apresenta as propriedades do condensado formado. A densidade do vapor saturado é 9,0 kg/m<sup>3</sup>, à pressão de 1,79 MPa. Nomenclatura:  $T_e$  - temperatura de entrada;  $T_s$  - temperatura de saída;  $m$  - vazão mássica;  $C_p$  - calor específico;  $\lambda$  - calor latente;  $\rho$  - densidade;  $\mu$  - viscosidade;  $k$  - condutividade térmica;  $Rf$  - resistência de depósito;  $\Delta p_d$  - queda de pressão disponível total na corrente. Fonte: Oliveira (1995)

Tabela 3 - Metas para síntese da rede - Problema 4SP1

CAT ( $10^5$ US\$/ano)	1,9690
Utilidade quente (kW)	174,13
Utilidade fria (kW)	6491,65
$d_{min}$ ótimo ( $^{\circ}C$ )	8
Temperatura do PE ( $^{\circ}C$ )	181
Área mínima - $A_{min}$ ( $m^2$ )	76,27
Número mínimo de equipamentos	5

$M\&S$  : 1066,8 (ano 1997) ;  $CCF$  : 0,333. Custos de utilidade : vapor saturado - 8,2 US\$/ton; água - 0,01 US\$/ton; eletricidade - 0,04 US\$/kWh.  $F_o$  :  $2,934 \times 10^7$  s/ano (8150 h/ano)

Tabela 4 - Comparação entre resultados e metas para rede - Problema 4SP1

Projeto	% acima da meta CAT	% acima da meta $A_{min}$	% $C_{bombeio}$ (CAT)
Sem $\Delta p_d$	158,4	220,1	4,8
$\Delta p_d$ (área)	156,2	223,2	3,4
$\Delta p_d$ (calor)	154,5	221,3	3,1
$\Delta p_d$ (custo)	156,1	222,7	3,5

A configuração da rede obtida é apresentada na Tabela 5, onde os equipamentos aparecem na ordem em que são gerados pelo programa.

O diagrama da rede é exibido na Figura 1, onde pode ser observada a presença de um ciclo entre os trocadores 1 e 3, que poderia ser eliminado em um futuro procedimento de evolução da rede. A identificação dos trocadores é feita conforme comentado

para Tabela 5.

Os resultados encontrados para o projeto da rede, sejam sem ou com disponibilidade de quedas de pressão, apresentam valores muito acima das metas obtidas para a  $A_{min}$  e para o CAT na pré-otimização. Isso pode ser explicado, em parte, pelo projeto obtido para o trocador 1, localizado na região abaixo e ao redor do PE. Devido à uma forte interseção de temperaturas, este equipamento requer 11 cascos ligados em série para atingir um fator  $F > 0,75$ .

Uma proposta de modificação pode ser feita: estabelecendo o limite para o número máximo de cascos ligados em série como sendo 1 casco para a região ao redor do PE e 2 cascos para a região afastada, pode ser gerada outra rede.

Tal escolha justifica-se porque na região ao redor do PE os equipamentos tendem a apresentar diferenças de temperaturas, nas suas extremidades, próximas do  $d_{min}$ , acarretando áreas maiores. Quanto menor o número de cascos, portanto, menor deverá ser o CAT.

Estabelecendo-se os limites comentados, o trocador 1, gerado quando da síntese na região abaixo e ao redor do PE, apresenta somente 1 casco, fruto da combinação das correntes C2 e H2(a), esta última originária da divisão da corrente H2, para o atendimento das regras de síntese ao redor do PE. Os resíduos das correntes H2(a) e C2, após a combinação, irão se localizar agora na região abaixo e afastada do PE, onde a corrente H2(a) é reunida à corrente H2(b). A próxima combinação, realizada na região afastada do PE, é ditada pela regra heurística, e não necessita da divisão de cascos. O resultado final da síntese com projeto apresenta um número menor de cascos, e por conseguinte, um CAT menor, conforme resumo apresentado na Tabela 6. A configuração da rede modificada e os detalhes de projeto dos trocadores são apresentados nas Tabelas 7 e 8. O diagrama da rede modificada é exibido na Figura 2, onde nota-se que ainda existe um ciclo, como na rede anterior.

Tabela 5 - Configuração da rede para o problema 4SP1 - Síntese com projeto

Trocador	Par de Correntes	$T_{e,q}$ ( $^{\circ}C$ )	$T_{s,q}$ ( $^{\circ}C$ )	$T_{e,f}$ ( $^{\circ}C$ )	$T_{s,f}$ ( $^{\circ}C$ )	$m_u - m_f$ (kg/s)
1	H2(a) - C2	185,0	95,0	87,0	177,0	3,20 - 3,20
2	UQ1 - C2	208,7	208,7	177,0	190,0	0,09 - 3,20
3	H2(b) - C2	185,0	182,9	80,0	87,0	10,69 - 3,20
4	H2(b) - C1	182,9	149,1	30,0	120,0	10,69 - 4,01
5	H2(b) - UF1	149,1	95,0	30,0	45,0	10,69 - 38,59
6	H1 - UF1	160,0	65,0	30,0	45,0	12,96 - 64,80

Observação : (a) e (b) indicam divisões da vazão mássica da corrente de processo H2. Índice  $f$  - corrente fria ; índice  $q$  - corrente quente.

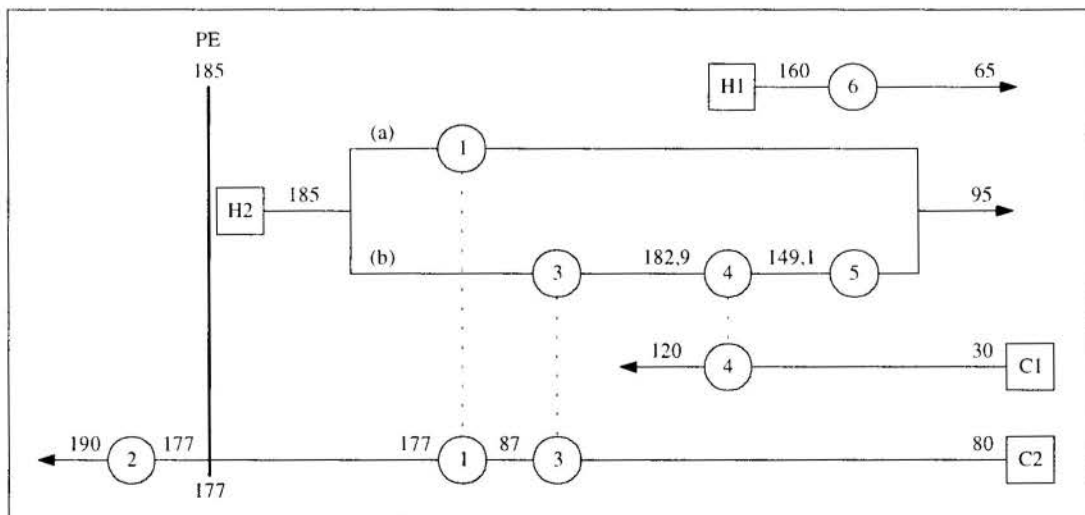


Figura 1 - Diagrama da rede para o problema 4SP1 - Síntese com projeto



Tabela 6 - Comparação entre resultados e metas para rede -

Proposta modificada para o problema 4SP1

Projeto	% acima da meta CAT	% acima da meta Amin	% Cbombeio (CAT)
Sem $\Delta p_d$	46,4	71,9	5,8
$\Delta p_d$ (área)	40,8	76,2	0,8

CONCLUSÕES

No presente trabalho foi apresentado um procedimento para síntese de RTC com projeto simultâneo dos equipamentos térmicos, possibilitando evidenciar a inviabilidade de uma determinada combinação de correntes ainda durante a síntese, o que permite a tomada de ações corretivas. O exemplo apresentado exibiu uma situação em que um dos equipamentos era gerado com um grande número de cascos ligados em série, o que poderia violar um limite imposto quanto ao número de cascos, além de também ser o responsável por uma grande parcela do CAT. Através de uma modificação no projeto (uma das possíveis ações corretivas a serem tomadas), foi possível diminuir o número de cascos, além de também diminuir o CAT da rede. Assim, demonstra a importância de realizar o projeto dos equipamentos simultaneamente à síntese da rede.

O exemplo 4SP1, assim como outros apresentados em Vieira (1998), permite observar que o custo de bombeio pode representar uma parcela significativa do CAT, principalmente em redes com baixo consumo de utilidades e sem disponibilidade de quedas de pressão nas correntes de processo, justificando a necessidade de sua incorporação quando da avaliação do custo anual total.

Há na literatura uma regra empírica, conhecida como regra do "um terço" (Steinmeyer, 1996), segundo a qual o custo de bombeio é cerca de um terço do CAT. Esta regra pode apresentar resultados satisfatórios em redes sem disponibilidade de quedas de pressão, com baixo consumo de utilidades e em equipamentos com coeficientes de transferência de calor próximos, conforme demonstrado por Vieira (1998).

Tabela 7 - Configuração da rede para o problema 4SP1 - Proposta modificada - Síntese com projeto

Trocador	Par de Correntes	$T_{e,i}$ (°C)	$T_{s,i}$ (°C)	$T_{e,f}$ (°C)	$T_{s,f}$ (°C)	$m_i - m_f$ (kg/s)
1	H2(a) - C2	185,0	176,8	168,8	177,0	3,20 - 3,20
2	UQ1 - C2	208,7	208,7	177,0	190,0	0,09 - 3,20
3	H2 - C2	183,1	162,6	80,0	168,8	13,89 - 3,20
4	H2 - C1	162,6	136,7	30,0	120,0	13,89 - 4,01
5	H2 - UF1	136,7	95,0	30,0	45,0	13,89 - 38,59
6	H1 - UF1	160,0	65,0	30,0	45,0	12,96 - 64,80

Observação : (a) e (b) indicam divisões da vazão mássica da corrente de processo H2.

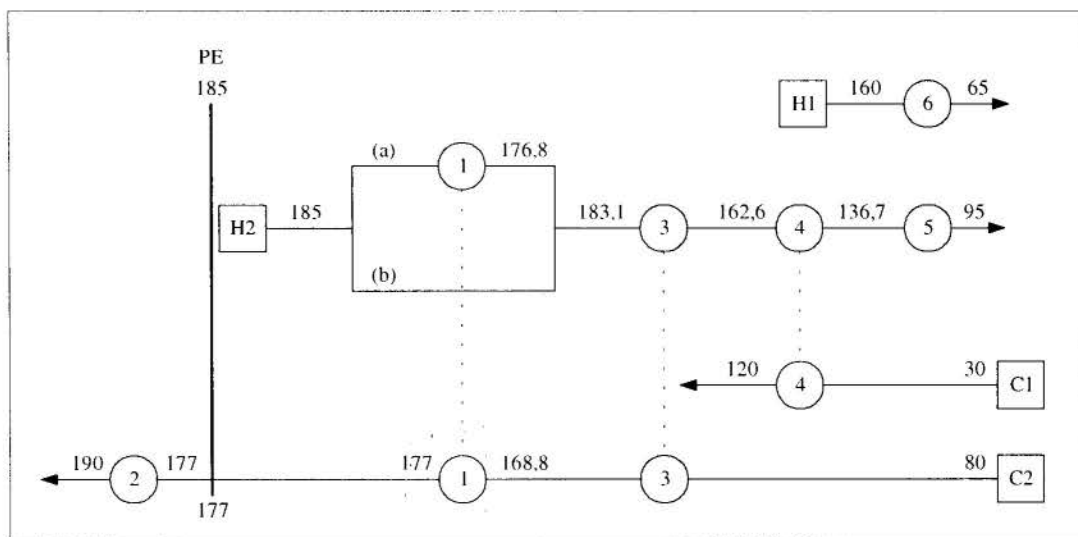


Figura 2 - Diagrama da rede para o problema 4SP1 - Proposta modificada - Síntese com projeto

Tabela 8 - Problema 4SP1 - Projeto com disponibilidade de quedas de pressão para a proposta modificada - Distribuição relativa à área do equipamento

Parâmetros Geométricos										
Trocador	Fluido no casco	$D_i$ (mm)	$D_o$ (mm)	cascos	$n_{pt}$	$N$	$D_s$ (m)	$N_b$	$l$ (m)	$l/D_s$
1	C2	12,573	15,875	1	6	96	0,28	31	3,33	11,95
2	UQ1	12,573	15,875	1	4	44	0,18	0	1,77	9,94
3	C2	12,573	15,875	2	2	108	0,25	25	2,68	10,78
4	C1	12,573	15,875	1	2	104	0,24	28	3,69	15,00
5	UF1	12,573	15,875	1	4	212	0,35	4	2,57	7,24
6	UF1	12,573	15,875	1	4	248	0,38	3	3,18	8,36
Parâmetros Termofluidodinâmicos, Áreas e Condições Operacionais										
Trocador	$F$	$h_i$ ( $W/m^2 \cdot ^\circ C$ )	$h_c$ ( $W/m^2 \cdot ^\circ C$ )	$u$ (m/s)	$v$ (m/s)	$A$ ( $m^2$ )	$\Delta P_r$ (kPa)	$\Delta P_c$ (kPa)		
1	0,7910	13033	5620	1,66	0,55	15,97	54,62	34,37		
2	1,0000	12548	8776	2,41	0,00	3,89	45,78	0,00		
3	0,9457	15587	6020	2,08	0,62	28,89	21,63	30,96		
4	0,9100	15967	6097	2,14	0,64	19,13	29,03	35,00		
5	0,9823	15887	7821	2,13	1,00	27,18	43,70	19,06		
6	0,9701	13170	7821	1,68	1,00	39,32	35,00	16,08		
Custos Anuais										
Trocador	$C_{equip_{anual}}$ (US\$/ano)	$C_{util}$ (US\$/ano)	$C_{bombeio}$ (US\$/ano)	$CAT$ (US\$/ano)	% $C_{bombeio}$ (CAT)	% $C_{bombeio}$ ( $C_{equip_{anual}}$ )				
1	28313	0	1062	29375	3,6	3,8				
2	11559	21506	1140	34205	3,3	9,9				
3	53055	0	0	53055	0,0	0,0				
4	31837	0	0	31837	0,0	0,0				
5	40006	14176	0	54182	0,0	0,0				
6	50859	23806	0	74665	0,0	0,0				
TOTAL	215629	59488	2202	277319	0,8	1,0				

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bell, K. J., 1981, "Preliminary Design of Shell and Tube Heat Exchangers". In: Kakaç, S., Bergles, A. E. and Mayinger, F., "Heat Exchangers - Thermal - Hydraulic Fundamentals and Design", Hemisphere Publishing Corporation, Washington, USA.

Douglas, J. M., 1988, "Conceptual Design of Chemical Processes", McGraw Hill Books, New York, USA.

Hall, R. S., Vatavuk, W. M. e Matley, J., 1988, "Estimating Process Equipment Costs", *Chem.Eng.*, Vol. 95(17), pp. 66-75.

Jegade, F. O. e Polley, G. T., 1992, "Optimum Heat Exchanger Design", *Trans.IChemE. Chem.Eng.Res.Des.*, Vol. 70(A2), pp. 133-141.

Kern, D. Q., 1950, "Process Heat Transfer", McGraw Hill Books, New York, USA.

Liporace, F. S., 1996, "Síntese de Redes de Trocadores de Calor Afastadas do Ponto de Estrangulamento Energético", Tese de M.Sc., EQ/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 163 p.

Oliveira, S. G., 1995, "A Influência do Projeto na Síntese de Redes de Trocadores de Calor", Tese de M.Sc., EQ/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 139 p.

Polley, G. T. e Panjeh Shahi, M. H., 1991, "Interfacing Heat Exchanger Network Synthesis and Detailed Heat Exchanger Design", *Trans.IChemE. Chem.Eng.Res.Des.*, Vol. 69, pp. 445-457.

Sinnot, R. K., 1993, "Coulson & Richardson's Chemical Engineering", Pergamon Press, New York, USA, Vol. 6 (Design), 2a ed.

Steinmeyer, D., 1996, "Understand  $\Delta P$  and  $\Delta T$  in Turbulent Flow Heat Exchangers", *Chem.Eng.Prog.*, pp. 49-55.

TEMA, 1968, "Standards of the Tubular Exchangers Manufacturers Association", 5a ed.

Vieira, A. J. M., 1998, "Síntese e Projeto de Redes de Trocadores de Calor com Considerações Fluidodinâmicas", Tese de M.Sc., EQ/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 165 p.

## ABSTRACT

*This paper deals with a new proposal for the synthesis of heat exchanger networks simultaneously with the exchangers design, allowing to cope with the fluiddynamic aspects and to identify unsuitable designs. Some considerations about the pumping cost for the heat exchanger network are also made.*

## VISUALIZAÇÃO DO ESCOAMENTO EM TORNO DE CILINDROS RETANGULARES PARA APLICAÇÃO EM TROCADORES DE CALOR COMPACTOS

**Cláudio Lindquist, Sérgio Said Mansur & Edson Del Rio Vieira**

*Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia, FEIS/UNESP  
15385-000 Ilha Solteira - SP, Brasil, E-mail: mansur@dem.feis.unesp.br*

### RESUMO

*Este artigo apresenta um estudo experimental sobre o fenômeno de emissão de vórtices ao redor de um cilindro de seção transversal retangular, com razão de forma  $H/B = 2$ , posicionado transversalmente à corrente livre, com ângulo de ataque nulo e números de Reynolds inferiores a  $10^3$ . Os ensaios foram conduzidos num túnel hidrodinâmico vertical de baixa turbulência, operado em modo blow-down pela ação da gravidade. Técnicas de visualização em meio líquido foram utilizadas como principal instrumento de análise, permitindo identificar, através de imagens captadas em película fotográfica, diferentes configurações do escoamento, em função do número de Reynolds. Resultados quantitativos referentes ao comportamento da curva Strouhal versus Reynolds foram, também, obtidos, a partir da análise de imagens dinâmicas registradas em fita magnética.*

### INTRODUÇÃO

A crescente preocupação com a racionalização energética tem motivado o desenvolvimento de equipamentos térmicos cada vez mais leves, econômicos e eficientes. Os trocadores de calor compactos têm sido fortemente beneficiados pelos esforços de pesquisa empreendidos nesta direção, tendo experimentado evolução notável durante as últimas décadas. Como resultado, seu campo de aplicação tem se expandido consideravelmente. Indispensáveis nas indústrias aeronáutica e espacial, tais aparelhos são hoje encontrados em inúmeros exemplos de utilização cotidiana, como nos automóveis, nas instalações de ar condicionado e nos sistemas de resfriamento de componentes eletrônicos. Mais recentemente, a necessidade de exploração de fontes alternativas de energia tem estendido o uso de trocadores compactos à conversão de energia térmica oceânica, solar e geotérmica (Manglik & Bergles, 1995).

Trocadores de calor compactos podem apresentar diferentes configurações geométricas, caracterizadas, todas elas, por possuírem altos coeficientes de transferência de calor associados a uma elevada superfície de troca por unidade de volume. Numa destas configurações, a superfície é constituída por placas superpostas separadas de uma distância  $L$ , formando canais paralelos por onde circulam, alternadamente, os fluidos quente e frio – Figura 1(a). Alguns destes aparelhos são munidos de superfícies estendidas, que se apresentam, muitas vezes, na forma de aletas interrompidas, como mostrado na Figura 1(b). Estes dispositivos, além de atuarem mecanicamente como elementos de sustentação das placas, podem favorecer sobremaneira o processo de transferência térmica. Evidentemente, a forma geométrica destes obstáculos exerce influência preponderante sobre o fenômeno de geração de vórtices, responsável direto pela eficiência do processo de convecção térmica.

Diversas pesquisas têm sido conduzidas nos últimos anos, visando o aperfeiçoamento tecnológico de trocadores de calor compactos com aletas interrompidas, entre os quais encontram-se os trabalhos de Dubrovsky & Vasiliev (1988), Tinaut *et al.* (1992) e Manglik & Bergles (1995). Diferentes formas de análise

têm sido empregadas para estudar o escoamento ao redor das aletas, visando a compreensão dos mecanismos que determinam o desempenho destes aparelhos. No trabalho de Joshi & Webb (1987), uma abordagem analítica foi empregada para esta finalidade, enquanto Tochon (1993) obteve resultados interessantes, empregando ferramentas exclusivamente numéricas. Nos trabalhos de cunho experimental, a visualização de escoamentos tem dado contribuição importante para a análise do problema. Fehle *et al.* (1995) investigam a transferência de calor local em trocadores compactos utilizando a interferometria holográfica para levantar o campo de temperatura do fluido ao redor das aletas, sem a necessidade da introdução de sondas invasivas perturbando o escoamento. Mullisen & Loehrke (1986) investigaram os mecanismos responsáveis pelo aumento da transferência de calor em trocadores de calor compactos com aletas interrompidas, utilizando a técnica Schlieren.

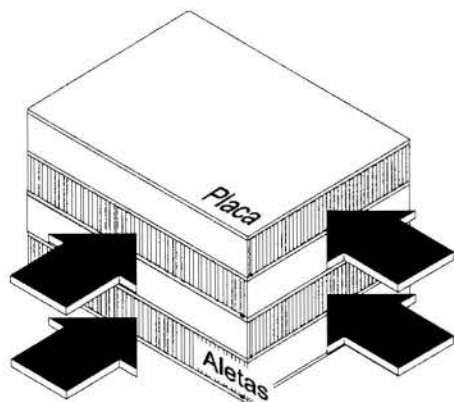
O presente trabalho se insere dentro de uma pesquisa mais ampla, voltada para o aperfeiçoamento de trocadores de calor compactos. Nesta etapa, a visualização de escoamentos em meio líquido e o processamento de imagens são utilizados para investigar, qualitativa e quantitativamente, o fenômeno de emissão de vórtices ao redor de um cilindro de seção transversal retangular com razão de forma (razão entre as dimensões da altura e da base do retângulo)  $H/B = 2:1$ . Os resultados apresentados abordam apenas aspectos hidrodinâmicos do escoamento ao redor de um único elemento cilíndrico de base retangular, sem se preocupar, ainda, na quantificação de seus efeitos sobre a transferência de calor.

### APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

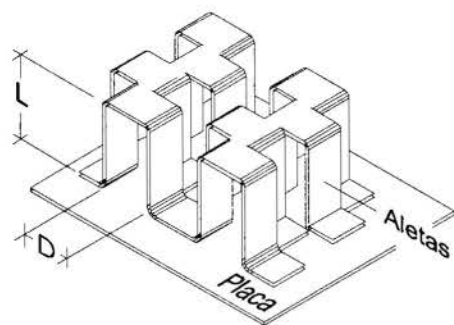
A razão de forma constitui um dos fatores que mais influenciam as características do escoamento em torno de cilindros retangulares. Entre os parâmetros fortemente afetados, figura o número de Strouhal, definido, na presente análise, como

$$Sr = \frac{f \cdot B}{V} \quad (1)$$

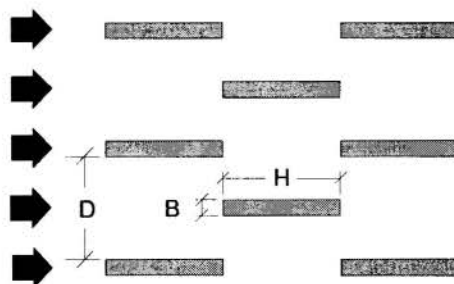
onde  $f$  é a frequência de emissão de vórtices de um mesmo lado do cilindro,  $B$  é a dimensão da base da seção retangular e  $V$  é a velocidade de aproximação da corrente livre. Por estar diretamente relacionado com o fenômeno de geração e convecção de turbilhões, este parâmetro é de fundamental interesse no contexto dos estudos voltados para a compreensão dos mecanismos de troca de calor ao redor de aletas interrompidas.



(a) Vista de conjunto.



(b) Detalhe das aletas.



(c) Corte horizontal.

Figura 1 - Trocador de calor compacto de placas paralelas, munido de aletas interrompidas dispostas em quincôncio.

A configuração do escoamento ao redor de cilindros retangulares depende significativamente do número de Reynolds, dado por

$$Re = \frac{V \cdot B}{\nu} \quad (2)$$

onde  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido de trabalho. Para cilindros com razões de forma entre 2:1 e 3:1, existe uma faixa do número de Reynolds em que ocorre uma alteração abrupta no padrão do escoamento, acompanhado de uma repentina descontinuidade no número de Strouhal. Este fenômeno é de fundamental importância para os trocadores de calor com aletas interrompidas e será discutido na análise dos resultados.

## MONTAGEM E METODOLOGIA EXPERIMENTAL

A campanha de ensaios foi conduzida utilizando-se um túnel hidrodinâmico vertical de baixa turbulência operado pela ação da gravidade, com seção de testes de 146×146×500 mm – Figura 2. A concepção deste aparato baseia-se numa instalação similar existente no *Laboratoire de Visualisation Hydrodynamique* do *Office National d'Etudes et Recherches Aérospaciales, ONERA*, localizado em Chantillon, França, e – Werlé (1973). Informações adicionais relativas aos detalhes construtivos e operacionais desta instalação podem ser encontradas no trabalho de Vieira (1997).

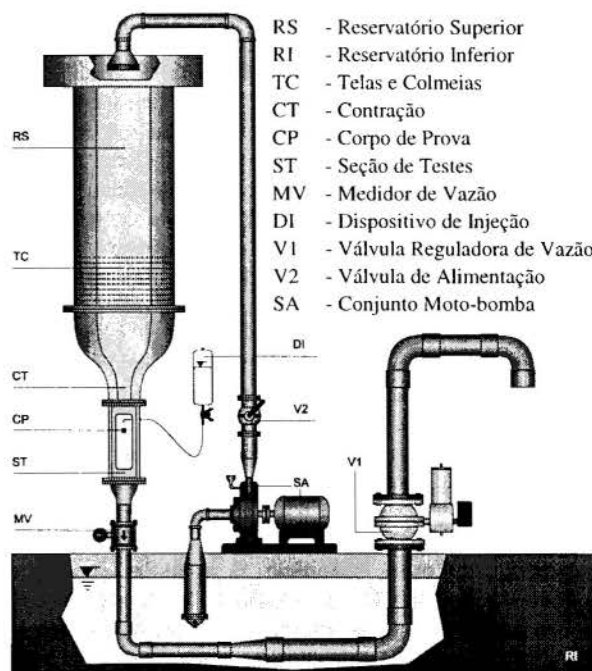


Figura 2 - Túnel hidrodinâmico vertical operado pela ação da gravidade.

Todos os ensaios realizados no âmbito deste trabalho foram conduzidos com o túnel em modo de operação intermitente (*blow-down*). Em outras palavras, a válvula ( $V1$ ) permanece totalmente fechada, até que o nível do reservatório superior atinja seu ponto máximo. Neste instante, o sistema de acionamento do



túnel (SA) é desligado, aguardando-se o tempo necessário para que o fluido no interior do reservatório (RS) se tranqüilize. Somente então, com a abertura da válvula (VT), tem-se início o ensaio propriamente dito. Evidentemente, este modo de operação provoca uma diminuição contínua da velocidade média na seção de testes, em decorrência da redução do nível do reservatório superior (RS). Esta circunstância apresenta-se como fator limitante para a realização de alguns tipos de ensaios, sobretudo aqueles de longa duração. Em contrapartida, este procedimento experimental gera um escoamento de excelente qualidade na seção de testes, caracterizado por um perfil de velocidade bastante uniforme e com baixo nível de turbulência, sempre inferior a 1%.

O corpo de prova é constituído de cilindro retangular com razão de forma  $H/B = 2:1$ , confeccionado em aço inoxidável AISI 314, com acabamento superficial obtido por retificação seguida de polimento, resultando em excelente precisão dimensional, boa qualidade superficial e arestas bem vivas. Este modelo, com dimensões nominais  $3 \times 6 \times 146$  mm, foi firmemente engastado na janela posterior da seção de testes, com ângulo de ataque nulo (ângulo entre o eixo longitudinal da seção de testes e a maior aresta do modelo), ajustada com incerteza inferior a  $1^\circ$ .

Para a visualização do escoamento ao redor do modelo, empregou-se a técnica de injeção de traçadores líquidos. O corante utilizado, constituído de uma solução aquosa de pigmentos à base de PVA, é introduzido no escoamento por meio de uma fina agulha dobrada em forma de cotovelo, posicionada à montante do corpo sólido.

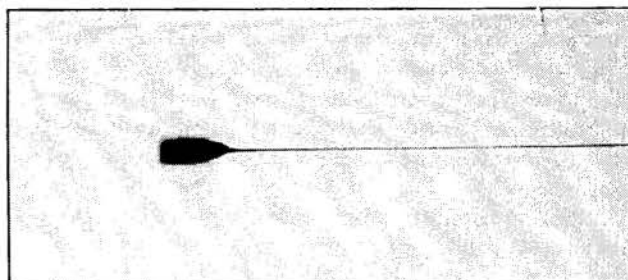
As imagens assim geradas foram colhidas em fita magnética ou em película fotográfica, segundo o tipo de ensaio realizado, objetivando o registro da estrutura do escoamento ou a determinação da freqüência de emissão dos turbilhões, respectivamente. Mais detalhes sobre a técnica de visualização empregada e o método de determinação da freqüência de emissão de vórtices – contagem de fotogramas – podem ser encontrados no trabalho de Mansur *et al.* (1996).

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

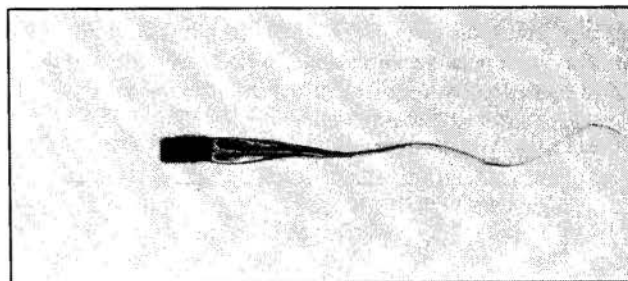
A Figura 3 apresenta, através de imagens captadas em película fotográfica, a estrutura da esteira produzida pelo perfil retangular em estudo, para valores do número de Reynolds compreendidos entre 21 e 638

Na Figura 3(a), pode-se constatar que as linhas de corrente próximas ao corpo sólido o contornam suavemente, dando origem a uma esteira estável, permanente e longitudinalmente simétrica, característica de regimes de escoamento onde os efeitos viscosos desempenham um papel preponderante.

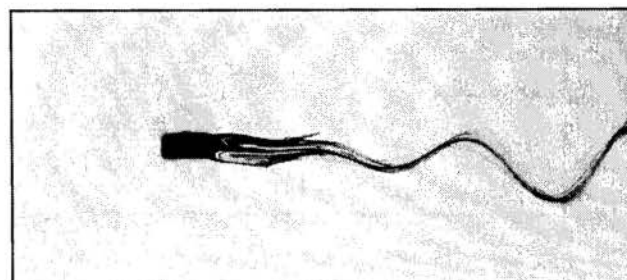
A Figura 3(b) mostra o surgimento das primeiras instabilidades no escoamento, evidenciadas por uma pequena ondulação observada na esteira, extinguindo a simetria que antes vigorava. Com o aumento do número de Reynolds, porém, estas perturbações se amplificam, resultando em ondulações de maior amplitudes, como se observa na Figura 3(c). Nas Figuras 3(a), (b) e (c), nota-se a ocorrência de uma zona de recirculação junto à face posterior do cilindro, cujo comprimento possui nítida relação com número de Reynolds. Pode-se observar, também, que a bolha de recirculação presente na Figuras 3(a) é perfeitamente simétrica e estável, enquanto que as observadas nas Figuras 3(b) e (c) apresentam assimetria oscilante.



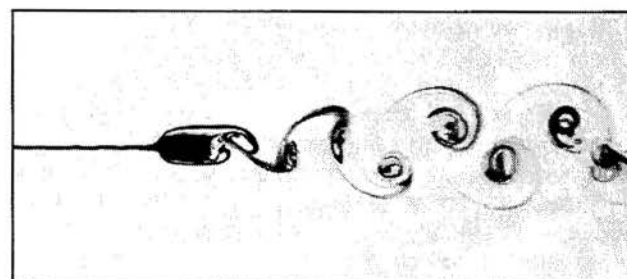
(a)  $Re = 21$



(b)  $Re = 58$



(c)  $Re = 64$



(d)  $Re = 210$



(e)  $Re = 638$

Figura 3 - Regimes do escoamento ao redor de um perfil retangular com razão de forma  $H/B = 2:1$ , para diferentes números de Reynolds (escoamento da esquerda para a direita).

As Figuras 3(d) e (e), por sua vez, mostram a estrutura observada em regimes de escoamento caracterizados por números de Reynolds mais elevados, nos quais as ondulações verificadas nas Figuras 3(b) e (c) evoluem para a chamada esteira turbilhonária de Von Kármán, formada por vórtices de sentidos opostos, que se desprendem, de maneira alternada, de ambos os lados do corpo.

A Figura 4 apresenta a relação entre o número de Strouhal e o número de Reynolds para cilindros retangulares com razão de forma  $H/B = 2:1$ , obtida pela técnica de contagem de fotogramas. É fácil observar que, para valores do número de Reynolds inferiores a 450, o número de Strouhal apresenta um crescimento contínuo, atingindo um valor máximo em torno de 0,175. Em seguida, ocorre uma súbita diminuição do número de Strouhal, que se estabiliza em torno de 0,075 para números de Reynolds compreendidos entre 550 e 1000.

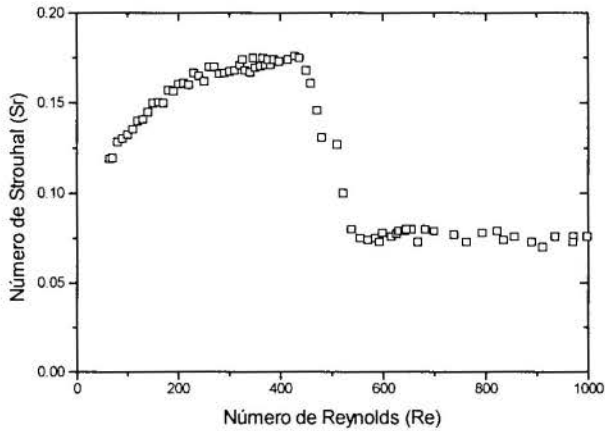


Figura 4 - Relação entre os números de Strouhal e de Reynolds, para um cilindro retangular com  $H/B = 2:1$ .

A dinâmica de emissão de vórtices e a repentina descontinuidade na curva Strouhal *versus* Reynolds podem ser explicadas da maneira como segue. Para números de Reynolds suficientemente baixos, ocorre um descolamento quase imperceptível da camada limite no bordo de ataque, acompanhado de um rápido recolamento. Nestes casos, o descolamento principal acontece, sem dúvida alguma, junto às arestas da face posterior do corpo (de fuga). Aumentando-se o número de Reynolds, o descolamento na face anterior torna-se cada vez mais visível, uma vez que o ponto de recolamento sobre a face lateral se desloca em direção ao bordo de fuga. Evidentemente, o ponto de recolamento não é fixo, mas oscila, em ambas as faces do corpo, em sincronismo com a esteira à jusante do bordo de fuga. Com o aumento do número de Reynolds, o recolamento alternado sobre as faces laterais do cilindro deixa de ser possível. Neste ponto, quando o escoamento se separa completamente do corpo no bordo de ataque, o padrão do escoamento ao redor do obstáculo é nitidamente alterado, como se observa nas Figuras 3(d) e (e), podendo-se notar um sensível alargamento da esteira turbilhonária, ao mesmo tempo em que ocorre a descontinuidade do número de Strouhal. Roshko (1955) mostra que a frequência de emissão de vórtices é, grosso modo, inversamente proporcional à largura da esteira, o que se harmoniza com as observações anteriores.

A região do número de Reynolds em que ocorre a descontinuidade na curva de Strouhal depende da razão de forma  $B/H$  do cilindro retangular. Lindquist *et al.* (1997) reportam ensaios conduzidos com um cilindro quadrado em diferentes ângulos de ataque, nos quais não se verificou tal fenômeno, como se observa na Figura 5 (ângulo de ataque nulo). Okajima (1982) estuda numérica e experimentalmente o comportamento do número de Strouhal de cilindros retangulares com razão de forma  $H/B = 1:1, 2:1, 3:1$  e  $4:1$ , constatando a ocorrência de descontinuidades na curva de Strouhal apenas para cilindros com razão de forma  $H/B = 2:1$  e  $3:1$ . Finalmente, Mansur *et al.* (1997) realizam um estudo experimental do escoamento ao redor de um cilindro retangular com razão de forma  $H/B = 16:1$  com ângulo de ataque nulo, onde, também, não foram observadas descontinuidades no número de Strouhal para a faixa do número de Reynolds compreendida entre 150 e 1500, como se nota na Figura 6.

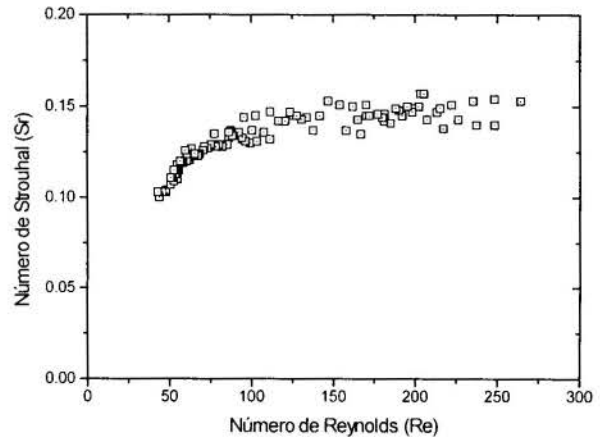


Figura 5 - Relação entre os números de Strouhal e de Reynolds, para um cilindro retangular com  $H/B = 1:1$  (Lindquist *et al.*, 1997).

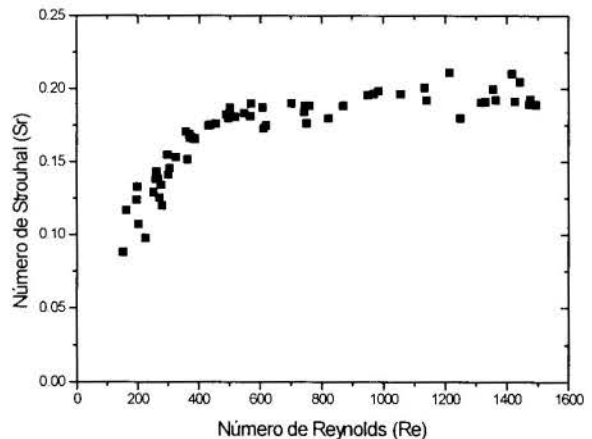


Figura 6 - Relação entre os números de Strouhal e de Reynolds, para um cilindro retangular com  $H/B = 16:1$  (Mansur *et al.*, 1997).

A transição entre o regime de escoamento encontrado antes e depois da descontinuidade, observada na Figura 4, ocorre de forma instável e intermitente, isto é, as duas configurações da esteira ilustradas pelas Figuras 3(d) e (e) se alternam. No início da transição ( $Re \cong 450$ ), o modo de emissão de vórtices ilustrado pela Figura 3(d) predomina sobre aquele visto na Figura 3(e), embora este último vá se tornando dominante, na medida em que o número de Reynolds aproxima-se do final do período de transição ( $Re \cong 550$ ).

É interessante observar que os pontos experimentais situados dentro da região de transição ( $Re \cong 450$  a  $550$ ) encontram-se alinhados devido à utilização do método de contagem de fotogramas, utilizado na determinação da frequência de emissão de vórtices. De fato, este método toma em consideração a passagem de vários turbilhões emitidos de um mesmo lado do corpo, durante um determinado intervalo de tempo, resultando numa frequência média de emissão de vórtices naquele período. Caso o tempo de amostragem – ou o número de turbilhões considerados – fosse menor, dentro desta mesma faixa do número de Reynolds, poder-se-ia identificar duas frequências de emissão alternando-se entre si.

## **CONCLUSÃO**

O aprimoramento tecnológico de trocadores de calor compactos pressupõe um exaustivo trabalho de investigação que compreende várias etapas. Entre elas, inclui-se a compreensão dos mecanismos que determinam sua performance térmica e hidráulica. A visualização de escoamentos se apresenta, dentro deste contexto, como uma ferramenta extremamente poderosa para a análise.

No presente trabalho, técnicas de visualização de escoamentos em meio líquido foram utilizadas para investigar, qualitativa e quantitativamente, o fenômeno de emissão de vórtices ao redor de um cilindro de seção transversal retangular com razão de forma  $H/B = 2:1$ , visando sua aplicação em trocadores de calor compactos com aletas interrompidas. Foram apresentadas fotografias de diferentes configurações da esteira, em função do regime de escoamento, assim como o relacionamento entre os números de Strouhal e de Reynolds.

## **REFERÊNCIAS**

Dubrovski, E.V. & Vasiliev, V.Y., Enhancement of Convective Heat Transfer in Rectangular Ducts of Interrupted Surfaces, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.31, pp.807-818, 1988.

Fehle, R., Klas, J. & Mayinger, F., Investigation of Local Heat Transfer in Compact Heat Exchangers by Holographic Interferometry, *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol.10, pp.181-191, 1995.

Joshi, H.M. & Webb, R.L., Heat Transfer and Friction in the Offset Strip-Fin Heat Exchanger, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.30, pp.69-84, 1987.

Lindquist, C., Vieira, E.D.R. & Mansur, S.S., Análise Experimental do Escoamento ao Redor de um Perfil de Base Quadrada em Dois Diferentes Ângulos de Ataque, in *Anais do*

*XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, paper code 58, Baurú, 1997.

Manglik, R.M. & Bergles, A.E., Heat Transfer and Pressure Drop Correlations for the Rectangular Offset Strip Fin Compact Heat Exchanger, *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol.10, pp.171-180, 1995.

Mansur, S.S., Vieira, E.D.R., Pantaleão, A.V. & Zapparoli, E.L., Visualização de Escoamentos ao Redor de um Perfil Retangular: Aplicação aos Trocadores de Calor Compactos, in *Anais do III Congresso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica - CIDIM'97*, CD-ROM, paper code: 2-119, Havana, 1997.

Mansur, S.S., Vieira, E.D.R., Saito, M. & Esperança, G.A.S., Visualização Experimental de Escoamento ao Redor de Cilindros de Base Quadrada Posicionados Transversalmente ao Fluxo Livre, in *Anais do VI Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas / VI Congresso Latinoamericano de Transferencia de Calor y Materia*, vol.2, pp.1103-1108, Florianópolis, 1996.

Mullisen, R.S. & Loehrke, R.I., A Study of the Flow Mechanisms Responsible for Heat Transfer Enhancement in Interrupted-Plate Heat Exchangers, *Journal of Heat Transfer*, vol.108, pp.377-385, 1986.

Okajima, A., Strouhal Numbers of Rectangular Cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, vol.123, pp.379-398, 1982.

Ota, T. & Kon, N., Heat Transfer in a Separated and Reattached Flow Around a Blunt Flat Plate, *Journal of Heat Transfer*, vol.96, pp.459-462, 1974.

Roshko, A., On the Wake and Drag of Bluff Bodies, *Journal of the Aeronautical Sciences*, vol.22, pp.124-132, 1955.

Tinaut, F.V., Melgar, A. & Rahman Ali, A.A., Correlations for Heat Transfer and Flow Friction Characteristics of Compact Plate-Type Heat Exchangers, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.35, pp.1659-1665, 1992.

Tochon, P., Simulations Numériques Directes d'Écoulements dans des Échangeurs avec le Logiciel de Thermohydraulique TRIO-VF, Mémoire de DEA, Ecole Doctorale en Sciences de l'Ingénieur de Grenoble / Institut National Polytechnique de Grenoble, 1993.

Vieira, E.D.R., *Estudo qualitativo e quantitativo de escoamentos ao redor de corpos não-aerodinâmicos utilizando-se técnicas de visualização em meio hidrodinâmico*, Tese de doutorado, ITA - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 1997.

Werlé, H., Hydrodynamic Flow Visualization, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol.5, pp.361-382, 1973.

## **AGRADECIMENTOS**

Os autores agradecem o suporte financeiro da FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Processos 97/12818-3 e 97/12249-9).

**BANCADA DE TROCADOR DE CALOR TUBO DUPLO COM SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS E SOFTWARE DE SIMULAÇÃO ACOPLADOS**

**Renato Pimentel Barbedo e Caio Glauco Sánchez**

Departamento de Engenharia Térmica e de Fluidos, Faculdade de Engenharia Mecânica,  
UNICAMP, Campinas, SP, Brasil Caixa Postal 6088, 13083-970  
E-mail: caio@fem.unicamp.br

RESUMO

*O objetivo principal deste trabalho foi de remodelar e atualizar um trocador de calor de tubo duplo didático, existente no Laboratório de Ensino de Sistemas Térmicos do Departamento de Térmica e Fluidos da Faculdade de Engenharia Mecânica da Unicamp. Com a inclusão de um sistema de aquisição de dados e de um programa de cálculo termodinâmico nós atualizamos o equipamento. Um software desenvolvido especialmente para este equipamento, o programa EXCHANGE, resolve as equações de troca de calor e compara o resultado teórico com o resultado experimental.*

Keywords

Trocador de Calor, Ensino de Engenharia, Sistema de aquisição de dados

INTRODUÇÃO

Na fabricação de diversos produtos químicos e alimentícios é necessário o aquecimento ou resfriamento de fluidos envolvidos no processo. De maneira geral, esta operação é feita em equipamentos denominados *Trocadores de Calor*. O funcionamento destes equipamentos é relativamente simples. Neles, o fluido principal, ou de processo, efetua uma troca de energia térmica com um fluido de serviço de forma que sua temperatura na saída do trocador seja a desejada.

O objetivo básico deste trabalho foi modificar e atualizar a bancada de ensaio de Trocador de Calor de Tubo Duplo existente no laboratório de Ensino de Sistemas Térmicos do DETF. Foram incluídas ferramentas computacionais na bancada com o objetivo de facilitar os trabalhos de obtenção e análise de dados pelos alunos, tornando-a atualizada ao nível dos métodos utilizados atualmente na indústria. O trabalho foi financiado com verba do *Fundo de Apoio ao Ensino e à Pesquisa, FAEP*, da Unicamp.

TEORIA FUNDAMENTAL

O equacionamento abaixo, fundamental para a avaliação de trocadores de calor, pode ser encontrada em qualquer literatura sobre o assunto (Kern, 1985). Na maioria dos fenômenos de troca de calor, ocorre a associação de uma ou mais formas de transferência.

Coefficiente Global de Troca de Calor U. Utilizando-se dos conceitos de resistência térmica, podemos chegar a um *Coefficiente Global de Troca de Calor U* que possibilita a simplificação da equação de transferência de calor para

$$q = UA\Delta T \quad (1)$$

onde: q = fluxo de calor, W

U = coeficiente global de troca de calor, W/m<sup>2</sup> K

ΔT = diferença de temperatura, K

A = área de troca de calor, m<sup>2</sup>

Supondo um elemento de tubo de comprimento *dL* (e respectiva área de tubo *dA*), onde as temperaturas podem ser considerados constantes e o fluxo de calor em regime permanente, temos as respectivas resistências térmicas para:

- Convecção do fluido quente para a parede interna do tubo:

$$R_i = \frac{1}{dA_i h_i} \quad (2)$$

- Condução nas paredes do tubo:

$$R_t = \frac{1}{2\pi k_t dL} \ln \left( \frac{d_e}{d_i} \right) \quad (3)$$

- Convecção na parede externa do tubo:

$$R_e = \frac{1}{h_e dA_e} \quad (4)$$

onde: h = Coeficiente de convecção, W/m<sup>2</sup>. K

k = Coeficiente de condutividade, W/m.K

d = Diâmetro do tubo, m

índices: i = interno

e = externo

t = tubo

As equações parciais são inconvenientes na prática uma vez que necessitam das temperaturas das superfícies do tubo, que geralmente não são conhecidas. Mas, como temos uma associação em série dos mecanismos de transferência de calor, podemos determinar uma resistência térmica global. Assim,

$$R_G = R_i + R_t + R_e \quad (5)$$

Tal simplificação permite que seja determinado o *Coefficiente Global de Transferência de Calor*. Sendo mais usual



o emprego da área externa na equação (1), determina-se que a expressão de  $U$  para o problema é:

$$U_e = \frac{1}{dA_e \left( \frac{1}{h_i dA_i} + \frac{\ln \left( \frac{d_e}{d_i} \right)}{2\pi k_t L} + \frac{1}{h_e dA_e} \right)} \quad (6)$$

Supondo que os valores de  $h$  e  $k$  são constantes ao longo do tubo, temos que

$$U_e = \frac{1}{\frac{A_e}{h_i A_i} + \frac{A_e}{2\pi k_t L} \ln \left( \frac{d_e}{d_i} \right) + \frac{1}{h_e}} \quad (7)$$

Esta expressão representa o *Coefficiente Global de Transferência de Calor* para um tubo

**Média Logarítmica de Diferença de Temperaturas.** Geralmente, as variações sofridas pelas temperaturas dos fluidos não são lineares no comprimento do tubo fazendo com que em cada ponto do fluxo a diferença entre temperaturas dos fluidos quente e frio  $T_h - T_c$  tenha um valor diferente. Assim, torna-se necessária uma dedução baseada no comprimento  $L$  do trocador, que possibilite a determinação do diferencial em qualquer ponto da trajetória.

Assim, o fluxo de calor diferencial pode ser equacionado das seguintes formas:

$$dq = U(T_h - T_c) dA \quad (8)$$

Assim, a partir da equação 8,

$$\begin{aligned} \Delta T_m &= \frac{1}{A_T} \int_0^A T \Delta T_a \left( \frac{\Delta T_b}{\Delta T_a} \right)^{A/A_t} dA \\ &= \frac{\Delta T_a - \Delta T_b}{\ln \frac{\Delta T_a}{\Delta T_b}} \end{aligned} \quad (9)$$

Esta última expressão representa a *Média Logaritmo de Diferença de Temperaturas*, ou *MLDT*, para um trocador duplo-tubo em contracorrente.

**Efetividade.** Entende-se por *efetividade* a razão entre a taxa de transferência real num dado trocador e a taxa máxima  $q_{max}$ . Ou seja, a *efetividade* é dada por:

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{max}} \quad (10)$$

Assim, para uma situação onde  $m_c c_c < m_h c_h$  a *efetividade* é dada por:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{q}{q_{max}} = \frac{m_c c_c (T_{c2} - T_{c1})}{m_c c_c (T_{h1} - T_{c1})} \\ &= \frac{T_{c2} - T_{c1}}{T_{h1} - T_{c1}} \end{aligned} \quad (11)$$

onde:

$T_h, t_h$  = Temperaturas do fluido quente, K

$T_c, t_c$  = Temperaturas do fluido frio, K

$m$  = vazão do fluido, kg/s

$c$  = calor específico do fluido frio, W/kg

índices: 1 = Entrada

2 = Saída

Logo, a temperatura de saída do fluido frio fica definida por:

$$T_{c2} = T_{c1} + \varepsilon(T_{h1} - T_{c1}) \quad (12)$$

A *efetividade* pode ser determinada como uma razão de fluxos de calor ou dos diferenciais de temperatura. Além disso, ela pode ser definida também por uma função de dos parâmetros  $C$  e  $NTU$ , que são:

$$C = \frac{mc_{min}}{mc_{max}} \quad (13)$$

$$NTU = \frac{UA}{mc_{min}} \quad (14)$$

Onde o parâmetro  $NTU$  é conhecido como *número de unidades de transferência* onde nas equações acima os índices: min representa valor mínimo e max representa valor máximo

No caso em questão pode-se demonstrar que a *efetividade* é dada por:

$$\varepsilon = \frac{1 - e^{-NTU(1+C)}}{1 + C} \quad (15)$$

O *Método da Efetividade* tem grandes vantagens sobre o *Método da Média Logarítmica* quando se trata de operações de verificação de trocadores onde o valor de  $U$  pode ser aproximado. Em operações de dimensionamento torna-se necessário o conhecimento das temperaturas de saída dos fluidos, ou pelo menos uma boa estimativa para que o método se torne eficaz. Além disso, este método pode ser adaptado para um processo iterativo, que pode ser resolvido por programas computacionais.

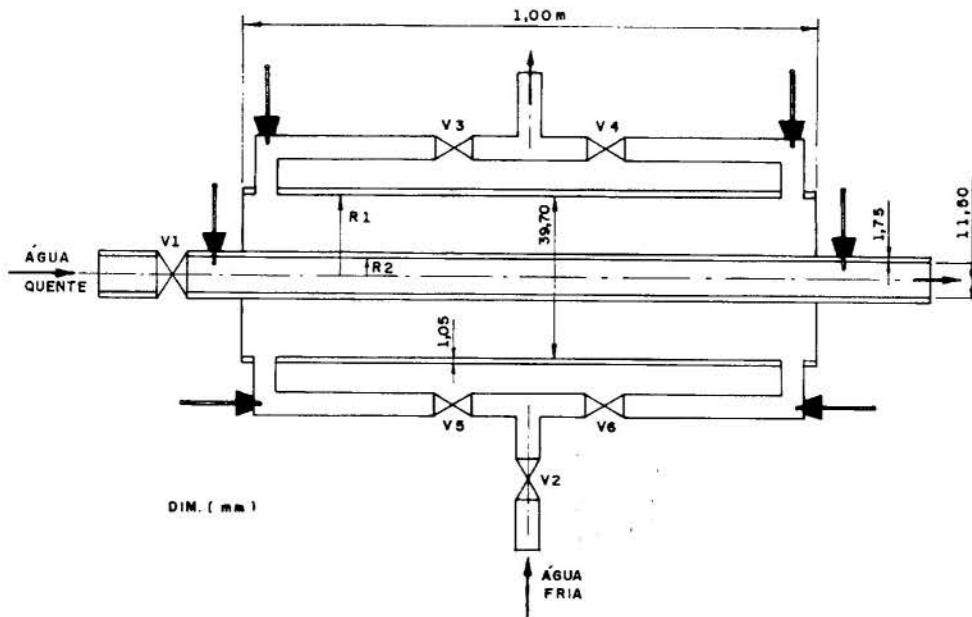


Figura 1: Desenho esquemático do Trocador de Tubo Duplo.

### ANÁLISE DA BANCADA DO TROCADOR DE TUBO DUPLO

A bancada será analisada nas condições em que é utilizada na disciplina EM 959 - Laboratório de Sistemas Térmicos, do nono semestre da graduação. Este laboratório tem a função de tornar práticos alguns dos conhecimentos teóricos obtidos nas disciplinas das áreas de *Termodinâmica*, *Transferência de Calor* e *Mecânica dos Fluidos*.

A Bancada. O equipamento em questão é bem simples, tendo a função de representar o funcionamento de um trocador de calor. Como mostrado na figura 1, é constituído por um trocador de tubo duplo de um metro de comprimento, um aquecedor elétrico para gerar o fluido quente e um reservatório que garante o suprimento de água, livre das variações da rede. Além disso, um conjunto de válvulas possibilita a variação do fluxo relativo - contracorrente ou paralelo - dos fluidos quente e frio no trocador. Reservatórios de volumes calibrados recebem os fluidos após sua passagem pelo trocador. Consequentemente a vazão mássica dos fluidos pode ser determinada com um cronômetro. A medida de temperatura é feita através de termopares tipo J ligados a um display digital de três dígitos, com precisão de décimo de grau, que possui 10 canais.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O equipamento é operado segundo um roteiro pré-determinado. É aguardado que o sistema atinja regime, com as temperaturas de saída dos fluidos quente e frio aproximadamente constantes. Então, são medidas as temperaturas e as vazões dos fluidos. Este último passo é repetido para quatro outras vazões de água fria, para ambas configurações de fluxo, porém mantendo o fluxo quente constante. Obtém-se cinco diferentes condições para cada uma das configurações do sistema, possibilitando a análise de alguns parâmetros em função da variação da vazão mássica de fluido frio. Os cálculos pedidos pelo roteiro são os seguintes:

- Cálculo dos Coeficientes Globais de Transferência de Calor para cada um dos escoamentos;
- Comparação dos resultados obtidos para as duas possibilidades de fluxos;
- Obtenção do Coeficiente Global de Transferência de Calor pelas correlações do *Número de Nusselt* para determinação dos coeficientes de película  $h$  envolvidos no problema;
- Aplicação do *Método da Efetividade* para determinação das temperaturas de saída dos fluidos, seguida de posterior comparação;
- Relacionar o Número de Reynolds e o *Coeficiente Global de Transferência de Calor* e a *Média Logarítmica da Diferença de Temperatura*, com auxílio dos dados experimentais.

Apresentação dos Dados e Resultados Experimentais. O primeiro passo adotado em experiências deste tipo é a tomada das condições de pressão atmosférica e temperaturas ambiente no momento da realização. Em um dos ensaios realizados, estas eram: **Pressão:** 713,5 mmHg,  $T_{b \text{ úmido}}$ : 18,8 °C e  $T_{b \text{ seco}}$ : 28,0 °C. O passo seguinte é o acionamento e a regulagem do fluxo de água quente pelo tubo interno. Utilizando o processo de medida de vazão indicado, determinou-se a vazão volumétrica de 0,07 l/s.

A seguir, foram obtidas as temperaturas de entrada e saída dos fluidos quente e frio para cinco condições de fluxo de fluido frio tanto para a condição de fluxo paralelo como contracorrente. Tais valores estão expostos nas tabelas 1 e 2. Com base nestes dados, foram feitos os cálculos desejados.

Cálculo dos Coeficientes Globais de Transferência de Calor. Para o cálculo do *Coeficiente Global de Transferência de Calor* é utilizado o *Método da Média Logarítmica da Diferença de Temperaturas (MLDT)*. Inicialmente, calculou-se a MLDT em cada uma das condições de operação e foram determinados os calores cedido pelo fluido quente e recebido pelo fluido frio segundo a equação clássica de calorimetria.

Observando os valores obtidos nas tabelas 3 e 4 nota-se que há uma sensível diferença entre os valores do calor cedido pelo fluido quente e do calor recebido pelo fluido frio. Isso em primeira instância se deve aos erros de leitura dos termopares, já que o equipamento digital apresenta sensibilidade da ordem de décimos de grau. Sendo  $\Delta Q$  a diferença entre o calor cedido pela água quente e o recebido pela água fria, é possível observar que há uma diferença média de 39% no fluxo paralelo. Já no fluxo contracorrente, esta diferença assume valores médios de 15%. É interessante notar que para esta última diferença, nas situações 1 a 3 o calor recebido pelo fluido frio é maior que o cedido pelo fluido quente. Esta diferença positiva ou negativa é aleatória, dependendo basicamente do cuidado que o aluno tenha com sua leitura, aguardando tempo suficiente para sua estabilização. Dando prosseguimento aos cálculos, são obtidos os valores dos *Coefficientes Globais de Troca de Calor*, onde a área adotada foi a interna do tubo -  $0,036 \text{ m}^2$ . Além disso, o valor de calor utilizado é o valor mais alto encontrado. As discrepâncias podem ser avaliadas pela diferença entre o calor cedido pelo fluido quente e o recebido pelo fluido frio, ou seja,  $\Delta Q$ .

**Tabela 1:** Dados obtidos para *Fluxo Paralelo* (T em °C).

	$m_c$ (kg/s)	$T_{h1}$	$T_{h2}$	$T_{c1}$	$T_{c2}$
1	0,17	45,3	41,0	27,3	28,4
2	0,13	45,6	41,7	27,7	29,0
3	0,09	45,6	42,0	27,8	29,6
4	0,06	45,3	42,1	27,8	30,4
5	0,02	45,4	42,6	27,7	33,8

**Tabela 2:** Dados obtidos para *Fluxo Contracorrente* (T em °C).

	$m_c$ (kg/s)	$T_{h1}$	$T_{h2}$	$T_{c1}$	$T_{c2}$
1	0,17	46,1	41,4	27,5	29,8
2	0,13	45,7	41,4	27,5	30,3
3	0,09	45,7	41,8	27,6	30,8
4	0,06	45,3	41,8	27,7	31,4
5	0,02	45,8	42,6	27,6	33,6

Para a determinação do Coeficiente Global de Transferência, através do *Método da Média Logarítma*, é necessário a determinação do *Coefficientes de Película*, através dos números de *Reynolds* e de *Nusselt*. Além disso, é necessária a estimativa de um valor de temperatura de saída do fluido quente, obtida pelo balanço de energia e considerando a ausência de perdas.

O *Número de Nusselt* é um parâmetro igual ao gradiente adimensional de temperatura na superfície do fluxo e que possibilita a medida da transferência de calor por convecção, já que está relacionado com o coeficiente de película. O valor obtido pelo método teórico,  $422,6 \text{ W/m}^2\text{K}$  é diferente do obtido pelos dados experimentais, que foi de  $1112 \text{ W/m}^2\text{K}$ . O erro percentual é de 62 %.

O *Método da Efetividade* tem grandes vantagens sobre o *Método da Média Logarítmica* quando se trata de operações de verificação de trocadores onde o valor de  $U$  pode ser aproximado. Além disso, este método pode ser adaptado para um processo iterativo, que pode ser resolvido por programas computacionais.

**Tabela 3:** Valores de MLDT e Calores para *Fluxo Paralelo*.

	MLDT (°C)	$Q_h$ (W)	$Q_c$ (W)	$\Delta Q$ (W)
1	15,14	-1276	767,9	508,3
2	15,15	-1157	706,4	451,0
3	14,94	-1068	677,2	391,2
4	14,41	-949,7	652,1	297,6
5	12,74	-831,0	510,0	321,0

**Tabela 4:** Valores de MLDT e Calores para *Fluxo Contracorrente*.

	MLDT (°C)	$Q_h$ (W)	$Q_c$ (W)	$\Delta Q$ (W)
1	15,07	-1395	1606	-210,7
2	14,64	-1276	1522	-245,4
3	14,55	-1157	1204	-46,40
4	14,00	-1039	928,0	110,8
5	13,55	-949,7	501,6	448,1

Em casos onde o valor de  $U$  não possui estimativas, deve-se estimar os valores das temperaturas das saídas dos fluidos. Para a realização dos cálculos das temperaturas de saída dos fluidos, foi criada uma rotina no MATLAB. A convergência de valores neste método foi bem rápida, fazendo com que em uma média de 30 iterações os valores das temperaturas de saída fossem determinadas para um erro da ordem de  $10^{-4}$ . Os valores do coeficiente global de transferência de calor também foram estimados por este método.

Os valores correspondentes aos Coeficientes Globais de Transferência de Calor para as duas condições de fluxo são mostradas na tabela 5. Como é possível perceber, os valores do Coeficiente Global são, em geral, maiores para o fluxo *Contracorrente* e, independente do sentido do fluxo, seu valor aumenta com o aumento da vazão de água fria. Neste experimento, calculamos o valor do coeficiente global de transferência de calor para cada uma das montagens. Estão presentes nesta tabela os valores de  $U$  obtidos diretamente pelos dados do experimento ( $U_{\text{experimental}}$ ), o corrigido desprezando-se as perdas para o ambiente ( $U_{\text{exp. corrigido}}$ ), o calculado através dos números de Nusselt ( $U_{\text{calculado}}$ ), e, por fim, o obtido através do método da efetividade. Observa-se que houve diferenças entre os valores determinados. As maiores diferenças estão entre o experimental e o calculado pelo número de Nusselt. Esta maior diferença pode ser explicada pelas aproximações introduzidas na determinação do próprio Número de Nusselt, principalmente para o escoamento anular.

#### SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE TEMPERATURA E PROGRAMA EXCHANGE

Analisamos o experimento do trocador de calor tubo-duplo, a fim de sanar alguns problemas funcionais e de operação mais sérios do equipamento. Um destes problemas é a tomada dos valores das temperaturas de entrada e saída dos fluidos. O grande inconveniente do conjunto termopar/ aparelho digital de leitura de temperaturas é que estas demoram muito a se estabilizar, suscetíveis que são a variações causadas por mínimas alterações nas condições do laboratório, da água do reservatório e a própria estabilidade da parte eletrônica.

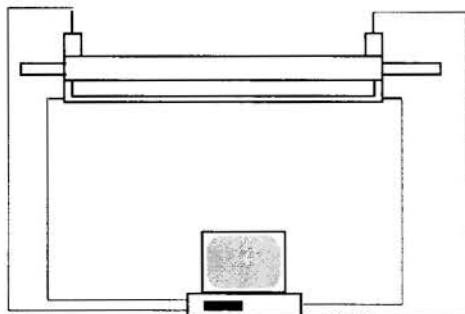
**Tabela 5:** Resumo dos Coeficientes de Calor obtidos no experimento.

	Fluxo Paralelo				Fluxo Contracorrente			
	$U_{\text{experimental}}$	$U_{\text{exp. corrigido}}$	$U_{\text{calculado}}$	$U_{\text{efetividade}}$	$U_{\text{experimental}}$	$U_{\text{exp. corrigido}}$	$U_{\text{calculado}}$	$U_{\text{efetividade}}$
1	1109	1054	334,4	808,9	1205	976,1	334,5	749,1
2	1269	1208	333,5	926,6	1836	1815	333,5	1390
3	1256	1198	381,4	919,5	2204	2194	384,2	1686
4	1292	1225	532,8	940,1	2381	2344	538,7	1828
5	1405	1323	706,9	1016	2528	2504	720,0	1951

Para eliminar estas variações, os alunos necessitam medir cada uma das temperaturas no mínimo três vezes e chegar a uma média conveniente para cada uma delas. Por isso, pensou-se em instalar um sistema capaz de adquirir os valores das temperaturas continuamente durante um espaço de tempo e fornecer um valor médio para cada uma delas. Instalamos em substituição ao *display* um equipamento de aquisição de dados (figura 2). Seus componentes e instalação serão descritos a seguir. Além disto foi desenvolvido um *software*, o *EXCHANGE*, para determinar os valores das temperaturas e também para análise mais completa do trocador de calor.

Sistema de Aquisição de Dados. O sistema de aquisição de dados é composto por uma placa A/D #08109-27 - modelo 134 - da Cole-Parmer, que possibilita ao computador transformar sinais analógicos de voltagens em digitais binários equivalentes.

A placa possui 15 pinos conectores para entrada de sinais, com três canais cada um, que são conectados a termopares. Esta placa está conectada a um microcomputador, onde está instalado o software de controle. Este software permite a definição de como será feita a aquisição de dados. Na configuração desta, são definidos pontos como: Canal de Entrada do termopar; Número do termopar; Escala de temperatura; Tipo do Termopar; Fator de ganho do termopar; Alarmes de limites inferiores e superiores;



**Figura 2:** Esquema da conexão bancada/microcomputador

Os dados são coletados em arquivos ASCII com formato compatível com LOTUS 1-2-3 ou DADiSP.

Estes arquivos gerados serão processados pelo programa *EXCHANGE*, que será detalhado a seguir.

Programa EXCHANGE. O programa EXCHANGE é uma rotina em linguagem VISUAL BASIC que foi desenvolvido para pós-processar os dados de temperatura obtidos pela placa de aquisição. Ele foi projetado para realizar os cálculos que são pedidos na experiência onde é utilizado o trocador, para fluxo Paralelo e para Contracorrente.

Este programa tem por objetivo em um primeiro momento facilitar a correção dos relatórios da experiência com o trocador de calor e, mais tarde, quando o sistema de aquisição estiver vinculado a uma máquina mais potente, ter um sistema de processamento de dados *on-line* no próprio laboratório.

Seu funcionamento e operação são bem simples. Após a tela de apresentação, figura 3, aparece uma segunda tela, figura 4, para opção de fluxo - Paralelo ou Contracorrente - a ser estudado. Optando por um dos fluxos, uma terceira tela (figura 5), aparecerá, onde estarão representados dois campos de entrada de dados e dois de resultados.

O primeiro campo é de entrada de dados de vazão mássica de água quente e fria. Os dados devem ser inseridos via teclado na unidade de  $kg/s$ . O segundo é o campo das temperaturas em cada uma das análises. Estes dados podem ser inseridos via teclado, da mesma forma que as vazões, ou através do arquivo ASCII gerado pelo sistema de aquisição de dados.

Neste último caso, o usuário deve *clique* o campo de temperatura desejado duas vezes, fazendo com que apareça um quadro de mensagem onde deve ser inserido o nome do arquivo que contém os valores tomados para aquela temperatura. O valor que aparecerá no campo será a média dos valores presentes no arquivo.



**Figura 3:** Tela de Apresentação - EXCHANGE



As vazões quente e fria são representadas respectivamente por  $mh$  e  $mc$ . As temperaturas estão numeradas de um a seis, segundo os termopares da bancada. No primeiro campo de respostas estão os valores do calor recebido pelo fluido frio ( $Qc$ ) e do calor cedido pelo fluido quente ( $Qh$ ) e a diferença  $dQ$  entre eles para cada uma das situações. Após alimentar os campos com dados, pode-se escolher entre quatro análises:

- **$U_{\text{experimental}}$ :** Onde é calculado o valor do Coeficiente Global de Troca de Calor a partir do dados experimentais;
- **Correção:** Onde o valor das temperaturas de saída são corrigidas de forma a desprezar as diferenças entre  $Qh$  e  $Qc$ ;
- **$U_{\text{teórico}}$ :** Calcula o valor do Coeficiente de Transferência de Calor a partir do número de Nusselt;
- **Temperatura de Saída:** Calcula as temperaturas de saída dos fluidos pelo Método da Média Logarítmica a partir de uma estimativa inicial.

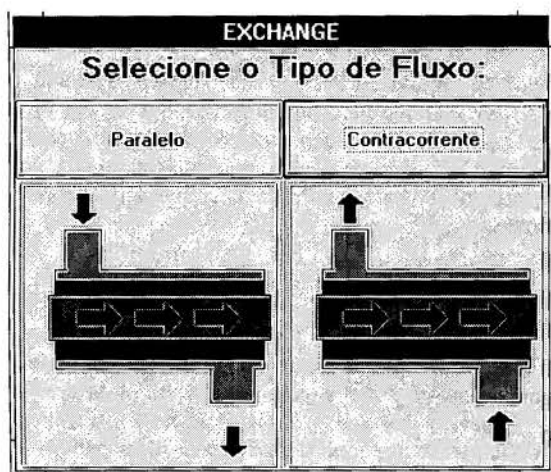


Figura 4: Tela de Opção de Fluxo - EXCHANGE.

As análises podem ser feitas de várias maneiras e em diversas ordens, só lembrando que os valores que serão usados como base para os cálculos serão os que estiverem nos campos supracitados.

Após a análise, o programa fornece três opções:

- **Nova Análise:** Surgirá novamente a tela de escolha de Fluxo para que sejam determinadas as novas condições;
- **Relatório:** Aparecerá uma nova tela com um relatório sucinto dos dados e resultados obtidos, possibilitando a impressão destes;
- **Sair:** Finaliza o aplicativo.

## CONCLUSÃO

Determinou-se que o problema principal da montagem atual é a discrepância entre os valores experimentais. Uma análise de erros experimentais mostrou que uma diferença de um décimo de grau numas das temperaturas leva a uma variação no coeficiente global de troca de calor da ordem de 10%. Vinculou-se estes problemas também aos regimes de escoamento dos

fluxos, e com base nisto verificou-se o regime de escoamento onde eles eram mínimos, dimensionando-se uma nova bancada de testes.

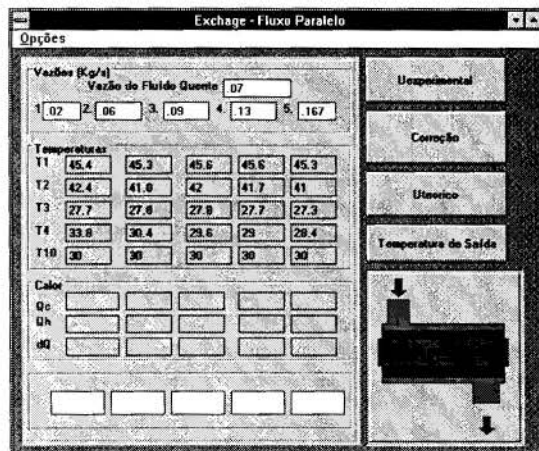


Figura 5: Tela de Cálculo para Fluxo Paralelo - EXCHANGE.

As novas especificações são : tubo externo -  $\frac{1}{2}$ " - 20 S, tubo interno -  $\frac{1}{8}$ " - 10 S. Nestas novas dimensões, teremos um intervalo maior de vazões em regimes laminar e turbulento para os dois escoamentos, atenuando o problema das discrepâncias. Será efetuado também o isolamento do trocador com uma manta de isolante térmico. O problema relacionado ao *display* de leitura das temperaturas será solucionado com a troca por um sistema de aquisição de dados.

Quanto ao aspecto computacional, o sistema de aquisição de dados vinculado ao pós-processador EXCHANGER está em fase de testes conclusivos. A utilização de tais recursos está se provando válida e, com certeza, trará um grande acréscimo às aulas de laboratório. A reunião final do novo trocador com os recursos computacionais reduzirá a incidência dos erros que atualmente se fazem presentes.

## BIBLIOGRAFIA

- Kern, Donald Q. *Processos de Transmissão de Calor*. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1985;
- Barbedo, Renato P. *Análise Adequação e Redimensionamento de Bancada do Trocador de Calor Tubo Duplo do Laboratório de Sistemas Térmicos*. Monografia de fim de curso de graduação. 1996.

## SUMMARY

*The main objective of this work is upgrading a simple-type shell-and-tube experimental heat exchanger, that exist at the DETF Didactic Thermal Laboratory. With the inclusion of a dattalogger and a processor software we actualise the apparatus. We also describe the software "Exchange" designed specially for this experimental set. The "Exchange" solves the heat exchange equations and compare the theoretical results with the experimental results.*

**EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THE HEAT TRANSFER AUGMENTATION  
AND THE FLOW LOSSES BY DELTA WINGLETS IN COMPACT HEAT  
EXCHANGERS WITH TWO ROWS OF TUBES.**

**Juan José Gonzalez Bayón and Jurandir Itizo Yanagihara**

Department of Mechanical Engineering  
Polytechnic School of the University of São Paulo  
05508-900, São Paulo, SP, Brazil

SUMMARY

*This work presents an experimental study of the influence of Delta Winglet vortex generators on the heat transfer enhancement and flow losses in fin-tube heat exchangers with two rows of tubes. The naphthalene sublimation technique was used to determine the heat transfer coefficient based on the heat-mass transfer analogy. The performance of Delta Winglet Pairs mounted on the flat surface of the fins was investigated. An extensive parametric study (position, attack angle and aspect ratio of the vortex generators) was conducted for transversal tube spacing of 2.9D and longitudinal tube spacing of 2.25D. The results indicate that a reasonable heat transfer enhancement can be achieved with a small increment or even a reduction of the flow losses.*

INTRODUCTION.

Compact fin-tube heat exchangers have wide industrial applications due to high heat transfer capacity per unit volume. Many techniques to improve the performance of this kind of heat exchanger has been developed -such as corrugated fins, louvered fins, wavy fins, etc.- with the main aim of reducing its dimension and the construction and operation costs.

The utilization of longitudinal vortex generators to this type of heat exchangers has been considered promising by some authors in the recents years. The most important works about this theme are collected in the review papers of Jacobi & Shah (1995) and Torii & Yanagihara (1997).

Fiebig et al. (1990) and also the present group have conducted (Yanagihara & Sabanai (1996), Yanagihara & Bayón (1996) and Yanagihara & Rodrigues Jr. (1996)) experimental and numerical studies about the influence of the vortex generators parameters on heat transfer and flow losses for fin-tube geometry, but in these works only the influence on one tube row heat exchangers was studied.

Valencia et al. (1993) investigated the influence of delta winglet pairs in more realistic models, using a geometry of compact fin-tube heat exchanger with three rows of tubes with both in-line and staggered arrangement. The vortex generators position and the attack angle were established according to the values recommended by Fiebig et al. (1990). Considering the absolute heat transfer and pressure drop coefficients, the authors concluded that the in-line arrangement has a performance slightly superior to the staggered arrangement in the presence of vortex generators.

Biswas et al. (1994) and Fiebig et al. (1995) carried out numerical investigations in a fin-tube channel with delta winglet vortex generators. The aims were to study the flow structure and the heat transfer enhancement for the same vortex generators parameters recommended by Fiebig et al. (1990). In these studies the influence of the Reynolds number was also considered.

The present work consists of an experimental investigation about the influence of delta winglet pair of vortex generators on a model of fin-tube compact heat exchanger with two rows of tubes in staggered arrangement. The influence of parameters such as position, attack angle and aspect ratio of vortex generators in both rows of tubes on the global heat transfer and flow losses was

studied. The results of heat transfer augmentation and of flow losses were analyzed by comparison with the smooth fin without vortex generators. The experimental study about the heat transfer was carried out using the naphthalene sublimation technique. The flow loss investigation was realized through a drag measurement apparatus.

EXPERIMENTAL MODEL

The geometrical parameters of the experimental model were chosen considering the typical dimensions of heat exchangers used in air-conditioning systems. The model was made with appropriate scale to permit the work with the naphthalene plates. The experimental model was constructed with plane fins without other technique of heat transfer enhancement. This allowed to evaluate the vortex generators influence on heat transfer and flow losses by comparing the performance of the heat exchanger with and without vortex generators.

The model and its geometrical dimensions are presented in figure 1 and in Table 1, respectively.

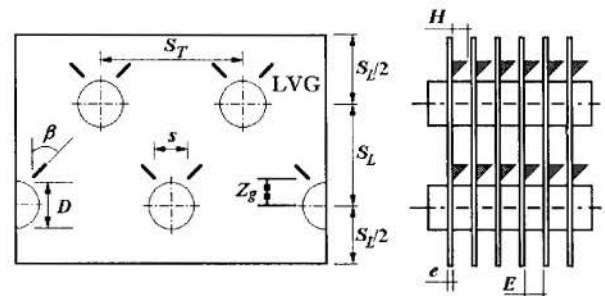


Figure 1. Experimental configuration.

Table 1. Dimensionless parameters of the geometry fin-tube.

Parameter	Value
$S_l/D$	2.25
$S_T/D$	2.9
$E/D$	0.2

The model was made by displaced fin-units, so that the fins could be mounted and removed. The test fins for the mass transfer measurements were located in the center of the model. These fins contained the cast naphthalene and were geometrically identical to the other fins. The test fins (figure 2) were placed forming the top and the bottom of the channel in order to consider the mass transfer in both surfaces. The other fins simply provided the proper flow conditions. The vortex generators were mounted on the surface of each fin symmetrically to the tubes.

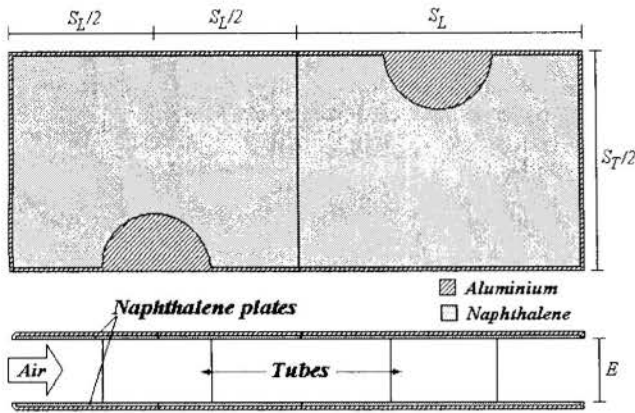


Figure 2. Naphthalene fins.

The characteristic dimensions of the vortex generator are defined in figure 3.

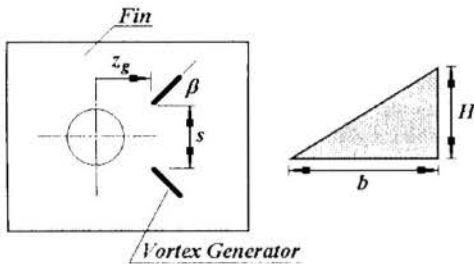


Figure 3. Characteristic dimensions of vortex generator.

In order to keep the number of necessary experiments reasonably small the fin tube geometry was held constant and four parameters were varied: the winglet pair position ( $z_g/D$ ,  $s/D$ ), attack angle ( $\beta$ ) and aspect ratio ( $\Lambda$ ). The ranges of variable parameters utilized in the experiments are shown in Table 2 and the delta winglet test positions are represented in figure 4.

Table 2. Ranges of variation of the parameters.

Streamwise position	$0.0 \leq z_g/D \leq 0.6$
Spanwise position	$0.6 \leq s/D \leq 1.4$
Attack angle	$30^\circ \leq \beta \leq 60^\circ$
Aspect ratio $\Lambda=(2H/b)$	$\Lambda=1; 1.5; 2$

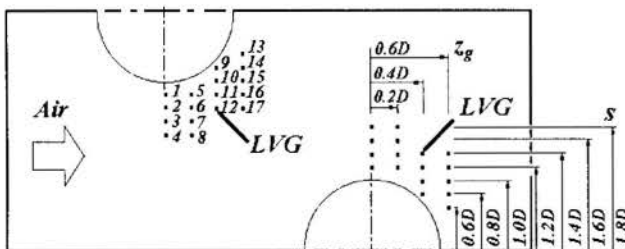


Figure 4. Test positions of vortex generators.

## Experimental apparatus.

The tests were conducted in an open circuit wind tunnel, shown schematically in figure 5. The tunnel is formed of an inlet, a test section, a blower and a discharge tube. The inlet is composed of a nozzle with contraction ratio of 8:1. The velocity profile was measured with a Pitot tube at the test section inlet and was found to be flat within 3 percent.

The test section is formed by a rectangular duct with 260mm  $\times$  90mm of cross section and 800mm of length. It provided visual access during experiments and easy access to the model for quick installation and removal of specimens. The blower was located downstream of the test section to avoid heating of the free-stream flow. The discharge tube vented the air from the wind tunnel to the outside atmosphere, so that naphthalene did not contaminate the laboratory air. The airflow rate was measured by a vortex flowmeter mounted in the tube between the test section and the blower and was modulated by varying the frequency to the electric motor, which drove the fan.

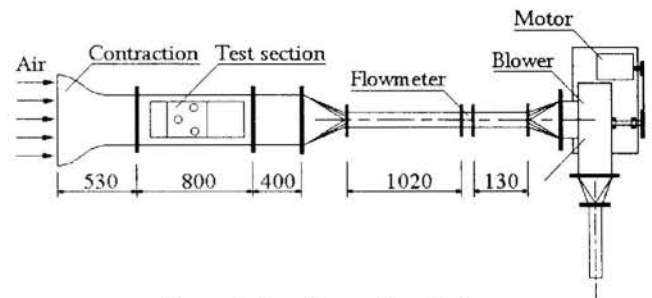


Figure 5. Experimental installation.

## Experimental procedure and data reduction.

The wind tunnel apparatus was subjected to a warm-up period of about 5 minutes before each test. After measuring the initial weight, the test fin with naphthalene was immediately assembled to the model and placed in the wind tunnel. The room temperature and the time period ( $\tau_0$ ) of this operation was recorded for further mass correction due to natural convection.

For the mass correction, the test fin was exposed to room ambient during one minute before put it in the tunnel and the naphthalene mass difference in this period ( $\Delta m_{ci}$ ) was measured. Assuming constant the natural convection during the transport and assembling of the fin to the tunnel, which is a good assumption because the room temperature and naphthalene concentration fluctuated very little, the mass correction was adopted as  $\Delta m_{ci} = \Delta m_{ci} \cdot \tau_0$ .

During the test run the ambient conditions were recorded several times. Temperature in the wind tunnel was measured every two minutes. After 40 to 45 minutes the fan was turned off, the test fin removed and the fin mass ( $m_c$ ) was measured. The procedure for mass correction to the assembling process was also adopted for the mass correction due to remotion and transport of the fin to the scale:  $\Delta m_{ce} = \Delta m_{ci} \cdot \tau_{0e}$ .

The mass change during wind tunnel exposure was:

$$\Delta m = (m_i - \Delta m_{ci}) - (m_e - \Delta m_{ce}) \quad (1)$$

The global mass transfer coefficient  $h_m$  was determined by:

$$h_m = \frac{\Delta m / \Delta \tau}{(\rho_{1w} - \rho_{1\infty}) A_f} \quad (2)$$

where  $\rho_{v\infty}$  is a concentration of naphthalene vapor on the free mainstream. The concentration  $\rho_{v\infty}$  was calculated applying the mass conservation equation to the control volume that involves the air inside the channel and the fin surface (naphthalene plate) from the entry to the exit, resulting:

$$\rho_{v\infty} = \rho_{v\infty e} + A_f (\Delta m / \Delta \tau \dot{V}) \quad (3)$$

where  $\dot{V}$  is the volumetric flow of air that flows over the naphthalene plate area and  $\rho_{v\infty e}$  is the naphthalene vapor concentration present on the air stream at the naphthalene plate leading edge.

The vapor concentration  $\rho_{vw}$  (and the saturated vapor pressure) of naphthalene at the surface is constant. This wall boundary condition is equivalent to an isothermal boundary condition in the heat transfer process.

The naphthalene vapor density  $\rho_{vw}$  was determined from the ideal gas law using the vapor pressure and the surface temperature. The vapor pressure of naphthalene was obtained using the correlation given by Ambrose et al. (1975):

The mass transfer Stanton number,  $St_m$ , was determined as:

$$St_m = \frac{h_m}{u} \quad (4)$$

where  $u$  is the averaged velocity in the channel, determined by dividing the flow rate by the minimum flow area of the test section.

The heat-mass transfer analogy yields:

$$St_c = St_m \left( \frac{Pr}{Sc} \right)^{2/3} \quad (5)$$

where  $St_h$  is the heat transfer Stanton number

The Schmidt number  $Sc$  was calculated using the correlation of Cho et al. (1989), as function of surface temperature:

$$Sc = 2.28 \left( \frac{T}{298.16} \right)^{-0.1526} \quad (6)$$

The results were expressed in terms of Nusselt number through the expression:

$$Nu = St_h \cdot Re \cdot Pr \quad (7)$$

The Reynolds number for flow through the element of heat exchanger follows the definition of Kays & London (1984).

Applying the ASME / ANSI PTC 19.1 methodology for uncertainty analysis, the uncertainty in  $Re$  were estimated to be 3% and uncertainty in  $St_h$  were estimated to be 5%, for 95% of confidence level.

The heat transfer augmentation factor was defined as the ratio between the Nusselt number of the fin surface with vortex generators ( $Nu$ ) and the Nusselt number of the smooth fin surface ( $Nu_0$ ).

## FLOW LOSSES

The measurement of the flow losses in heat exchangers is made usually through the measurement of the fluid static pressure difference. Considering that the additional pressure drop produced by the presence of the delta winglets inside the geometry of the heat exchanger is very small (smaller than 5 Pascal for the conditions of the present work), it was very difficult the use any type of pressure gauge for the measurement of this parameter. In

order to overcome this problem, a measurement method similar to that used by Fiebig et al. (1990) was applied. This method is based on the measurement of the drag force on the heat exchanger model. The drag force is equal to the sum of the pressure force and the variation of the momentum in the main flow direction on the control volume that involve the heat exchanger model, that is:

$$\frac{D}{A} = \Delta p - (\beta_{out} - \beta_{in}) \rho U^2 \quad (8)$$

In the equation 8,  $\Delta p$  is the pressure difference,  $A$  is the cross section area,  $\rho$  is the fluid density,  $U$  is the average velocity of the fluid on the section and  $\beta$  is the momentum coefficient for the inlet and outlet sections, calculated by equation 9:

$$\beta = \frac{\int_0^A \rho u^2 dA}{\rho U^2 A} \quad (9)$$

When the momentum variation on the control volume is smaller than the drag force, it can be considered that the drag is equal to the pressure drop (equation 8). Taking the results of pressure drop and the velocity profile on the outlet section of the heat exchanger model, obtained by Rodrigues Jr. & Yanagihara (1997) with the Phoenics code for the same geometry used in this paper, the momentum variation on the control volume that involved the model was calculated. It was verified that  $[(\beta_{out} - \beta_{in}) \rho U^2] / \Delta p < 0.07$ . This result indicated that the drag is a good measure of the pressure drop and therefore of the flow losses. Therefore, the experimental method of the drag measurement is satisfactory for the determination of the pressure losses in this case.

## Experimental apparatus.

For the drag measurement, the same wind tunnel used for the sublimation naphthalene tests was utilized. The test section was mounted in vertical position (figure 6).

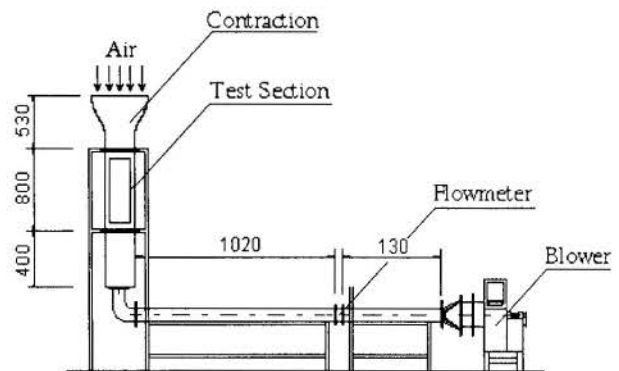


Figure 6. Vertical wind tunnel.

The system used for the drag measurement is shown in the figure 7. The heat exchanger model was hanged inside the test section by means of two rods connected to the extreme of a bar. The other extreme of the bar was rested on the plate of the scale.

A counterweight was placed in the opposite side of the bar to adjust an initial value in the balance reading, when the flow through the test section was null. This was very important, because when the air flows, the drag on the heat exchanger model reduces the balance reading. The system for the drag measurement allowed the rate between the lever arms ( $a/b$ ) to be varied in order to adjust the measurement sensibility.



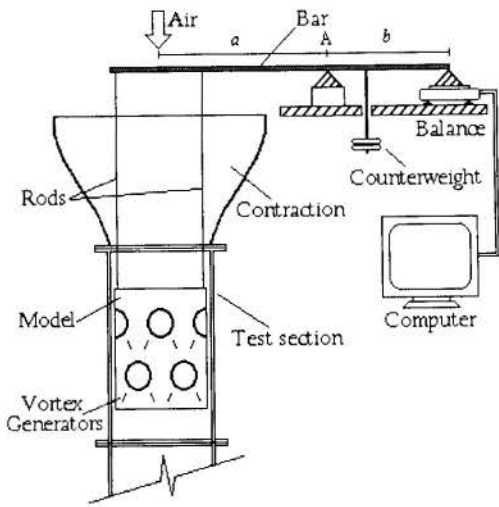


Figure 7. Apparatus for drag measurement in vertical test section.

The scale has a range of 0-200 mg with resolution and accuracy of 0.1 mg. The scale was connected to a computer to take the values of drag force each 5 seconds. The aim of this procedure was to reduce the uncertainty in the measurement produced by the oscillations of the drag force during the tests. The amplitude of the oscillations was smaller than 15 mg. Considering that were taken 30 readings for each value of the drag, the standard deviation of the measurements was smaller than 10 mg. As the measured drag varied between 3 g and 7 g depending on Reynolds number, the uncertainty in the measurements was estimated to be 1%.

#### HEAT TRANSFER RESULTS.

**Influence of Vortex Generator's Position.** The vortex generator's position was varied at  $Re=1000$  for the model with two rows of tubes. For each run, the vortex generator's position was the same for the first and second tube row. The angle of attack of delta winglets was fixed ( $\beta=45^\circ$ ). All positions of vortex generators previously determined were studied for three values of the aspect ratio ( $\Lambda=1; 1.5; 2$ ). The results (see figures 8, 9 and 10) indicate that in all positions of the vortex generators the heat transfer was enhanced.

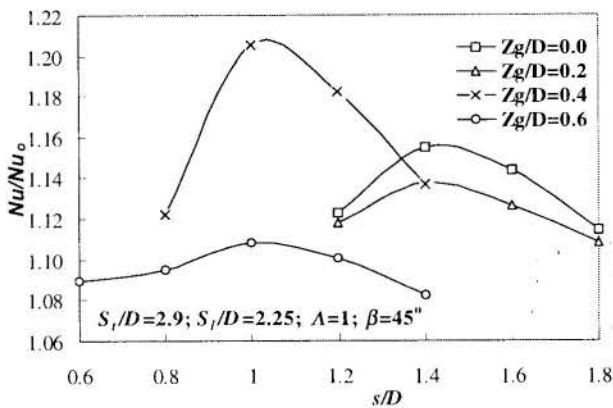


Figure 8. Influence of the vortex generator position on the heat transfer (for DWP aspect ratio  $\Lambda=1$  and attack angle  $\beta=45^\circ$ ).

The curves showed that the values of intensification varied between 4 - 20.5 percent as a function of the position. The results for the DWP placed behind the tube ( $z_g/D=0.4$  and  $0.6$ ) indicated that the effectiveness of the vortex generators decreases when the delta winglet pair (DWP) position  $s/D$  was large than 1.0. The strongest effect on the heat transfer was observed when the

winglets were roughly one diameter apart ( $s/D=1.0$ ) and 0.4 diameter behind the transversal axis of the tube ( $z_g/D=0.4$ ). This position is the same encountered by Yanagihara & Bayón (1996) for one row tube heat exchanger. For the position  $z_g/D=0.4; s/D=1.0$ , relatively close to the tube, the stronger secondary flow generated by the DWP acts on the recirculation region, increasing in a large amount the otherwise small heat transfer coefficient.

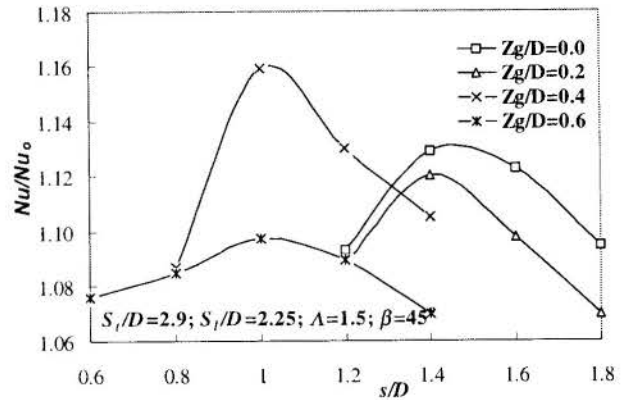


Figure 9. Influence of the vortex generator position on the heat transfer (for DWP aspect ratio  $\Lambda=1.5$  and attack angle  $\beta=45^\circ$ ).

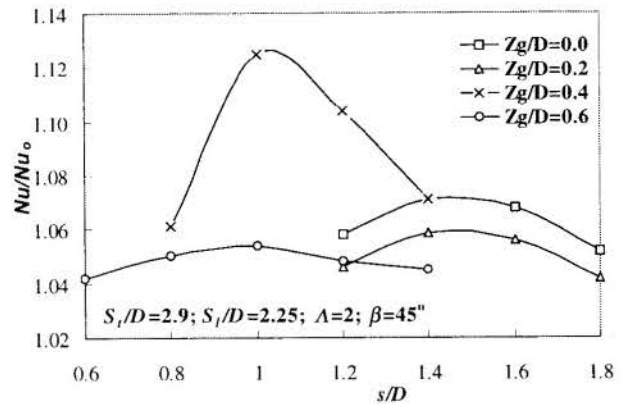


Figure 10. Influence of the vortex generator position on the heat transfer (for DWP aspect ratio  $\Lambda=2$  and attack angle  $\beta=45^\circ$ ).

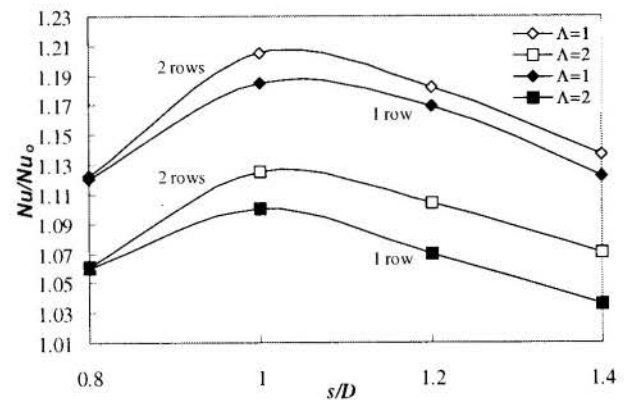


Figure 11. Heat transfer enhancement in 1 and 2-row tube heat exchangers (for DWP position  $z_g/D=0.4; \beta=45^\circ$ ).

The heat transfer augmentation obtained for the best position of the vortex generators is higher in the case of two-row tube heat exchanger than the case of one row tube heat exchanger. The difference between the two cases achieves 2% for the aspect ratio  $\Lambda=1$  and 2.5% for  $\Lambda=2$  at the best position (figure 11). This

increment is consequence of the enlargement of the canal length that rested downstream of the vortex generators located on the first row. It allowed the vortex to run over the fin and enhances the heat transfer on the fin area correspondent to second row of tubes.

**Influence of the Attack Angle.** Considering the results of previous studies about the influence of the attack angle on the heat transfer enhancement for one row heat exchanger (Yanagihara & Bayón, 1996), where angles smaller than  $30^\circ$  had little effect on the heat transfer, only the range of attack angle from  $30^\circ$  to  $60^\circ$  was investigated. In this case, the angle was varied with intervals of  $7.5^\circ$  for each aspect ratio ( $\Lambda=1$ ;  $\Lambda=1.5$  and  $\Lambda=2$ ). In figure 12 it is shown the result of the tests only for the best position of the delta winglet pair.

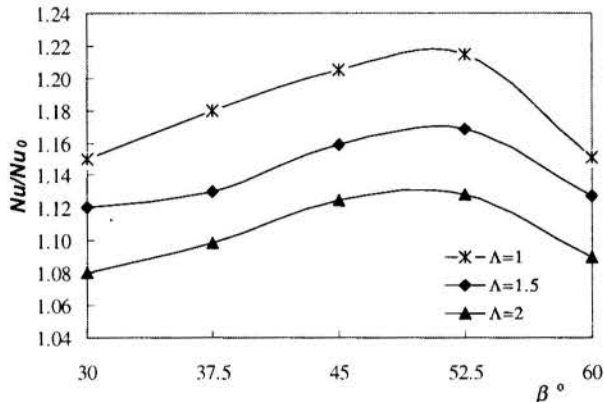


Figure 12. Influence of the vortex generator attack angle on the heat transfer (for DWP position  $z_g/D=0.4$ ;  $s/D=1.0$ )

It can be observed that heat transfer coefficient increases with the attack angle for all aspect ratio, attaining a maximum value at  $\beta=52.5^\circ$ . This behavior was verified for all tested positions of the vortex generators. However, there are differences in the sensibility of the heat transfer enhancement to the attack angle for the different delta winglet positions. Thus, for example, for the positions  $z_g/D=0.0$  the heat transfer increases approximately 2% when the angle varied of  $45^\circ$  to  $52.5^\circ$  meanwhile for the best position  $z_g/D=0.4$ ;  $s/D=1.0$  the heat transfer increment achieves only 1%. For  $\beta=60^\circ$ , it was verified a diminution in the intensification factor. This result is in agreement with the results obtained by Tiggelbeck et al. (1993) and Yanagihara & Bayón (1996) for the one tube row heat exchanger. This vortex generator performance is explained by the fact that the vortex intensity grows with increasing the attack angle, but when the angle attain a determined value (critical value) the vortex intensity begins to decrease. It leads to similar effect on heat transfer. Such behavior was observed by previous works, but the critical angle was not identified.

**Influence of the Aspect Ratio.** The influence of aspect ratio was studied for all positions of the delta winglet pair and for the set of the attack angles  $\beta=30^\circ$ ;  $37.5^\circ$ ;  $45^\circ$  and  $52.5^\circ$ . The influence of aspect ratio on the heat transfer is shown in the figure 13.

The figure shows only the results for the best position. The results indicate that the global heat transfer increases with the aspect ratio reduction. Over the range studied ( $2 \geq \Lambda \geq 1$ ) the maximum heat transfer enhancement was obtained for  $\Lambda=1$ . The influence of the aspect ratio on the global heat transfer showed a similar behavior for the different attack angles, but it was observed that the influence on the absolute values was higher for  $\beta=52.5^\circ$  than for others angles. Thus, a variation of aspect ratio of  $\Lambda=2$  to  $\Lambda=1$  implies an increment on the heat transfer of 8.7% for  $\beta=52.5^\circ$ ; 8.0% for  $\beta=45^\circ$  and 6.9% for  $\beta=37.5^\circ$ .

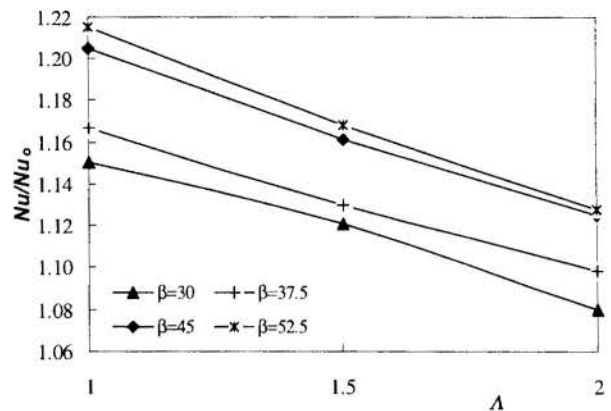


Figure 13. Influence of the vortex generator aspect ratio on the heat transfer ( for DWP position  $z_g/D=0.4$ ;  $s/D=1.0$  ).

The influence of the aspect ratio for other vortex generator positions was typically the same to the curves showed in the figure 13, except for the positions in the line  $z_g/D=0.6$  where the variation of the heat transfer enhancement attained only 4% with the changes in the aspect ratio of  $\Lambda=2$  to  $\Lambda=1$ .

## FLOW LOSSES RESULTS.

Initially the curves of the friction factor  $f$  versus the Reynolds number  $Re$  for the heat exchanger geometry with and without vortex generators were determined. The curves of friction factor with vortex generators were obtained for the delta winglets positioned only in the best position determined in the tests of heat transfer ( $\Delta z_g/D=0.4$ ;  $\Delta s/D=1.0$ ). Vortex generators with different aspect ratio ( $\Lambda=1$  and  $\Lambda=2$ ) and attack angles ( $\beta=45^\circ$  and  $\beta=52.5^\circ$ ) were tested. In figures 14 and 15 it is shown the results expressed in terms of  $f/f_0$ , where  $f$  is the friction factor for heat exchanger with vortex generators and  $f_0$  the friction factor for the heat exchanger without vortex generators.

For the delta winglet position studied ( $\Delta z_g/D=0.4$ ;  $\Delta s/D=1.0$ ) it was observed that the friction factor rate ( $f/f_0$ ) decreases monotonically with the Reynolds number for the two tested attack angles and the two tested aspect ratios. It is noteworthy that the vortex generators with aspect ratio  $\Lambda=1$  produce flow losses approximately 14% higher than the vortex generators with aspect ratio  $\Lambda=2$  for the two tested attack angles ( $\beta=45^\circ$  and  $\beta=52.5^\circ$ ).

For the attack angle  $\beta=52.5^\circ$  the friction factor of the heat exchanger with vortex generators is always larger than the friction factor of the heat exchanger without vortex generators on the complete interval of tested Reynolds number.

For the attack angle  $\beta=45^\circ$  the relation  $f/f_0$  shows a different behavior. Thus, for  $\Lambda=1$  and  $\beta=45^\circ$  the friction factor of the heat exchanger with vortex generators keeps larger than the friction factor of the heat exchanger without vortex generators on the range of tested Reynolds number. For  $\Lambda=2$  and  $\beta=45^\circ$ , the friction factor  $f$  is larger than  $f_0$  for values of the Reynolds number small than  $Re \approx 1000$ . When the Reynolds number is approximately 1000, the friction factors of the surfaces with and without vortex generators are almost the same. For  $Re > 1000$  the surface with vortex generators shows smaller friction factor than the smooth surface (surface without vortex generators). This effect of reduction of the flow losses, when vortex generators are placed inside the fin-tube configuration, was observed previously by Fiebig et al. (1990) but for a simple geometry (only one finned tube) and for Reynolds number on the range of 2000-5000. An explanation for this behavior can be the delay of the separation of the boundary layer on the tubes induced by the presence of the vortex generators. The delayed separation produces a form drag

reduction on the tubes that, for determined Reynolds number, is larger than the form drag and friction added by the vortex generators.

losses increment. The results with this parameter set indicate that it is necessary more investigations to verify these effects on others fin-tube heat exchanger geometry.

### Acknowledgments

The authors gratefully acknowledge to FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - for the financial support for this study.

### REFERENCES

- Ambrose, D., Lawreson, I. J., Sparke, C. S., 1975, "The vapor pressure of naphthalene", *J. Chem. Thermodynam.*, vol. 7, pp. 1173-1176.
- Biswas, G, Mitra N., Fiebig, M., 1994, "Heat transfer enhancement in fin-tube heat exchangers by winglet type vortex generators", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 37, n.2, pp.283-291.
- Cho, K., Irvine, T. F., Karni, J., 1992, "Measurement of the diffusion coefficient of naphthalene into air", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 35, n. 4, pp. 957-966.
- Fiebig, M., Mitra, N., Dong, Y., 1990, "Simultaneous Heat Transfer Enhancement and Flow Loss Reduction of Fin-Tubes", *Proc. of the 9<sup>th</sup> Int. Heat Transfer Conference (IHTC)*, vol. 4, pp. 51-56.
- Fiebig, M., Grosse-Gorgemann, A., Chen, Y., Mitra, N., 1995, "Conjugate heat transfer of a finned tube Part A: Heat transfer behavior and occurrence of heat transfer reversal". *Numerical Heat Transfer*, Part A, n. 28, pp. 133-146.
- Jacobi, A. M., Shah, R. K., 1995, "Heat transfer surface enhancement through the use of longitudinal vortices: A review of recent progress", *Exp. Thermal and Fluid Sc.*, vol.11, pp.295-309.
- Kays, W. M., London, A. L., 1984, "Compact Heat Exchangers", 3<sup>rd</sup> ed., Mc Graw Hill, New York.
- Rodrigues Jr., R., Yanagihara, J. I., 1997, "Conjugate heat transfer and flow losses in compact heat exchanger with smooth fins and two rows of tubes". *Proc. of the 14<sup>th</sup> Brazilian Congress of Mechanical Engineering* (in CD-ROM).
- Tiggelbeck, St., Mitra, N., Fiebig, M., 1993, "Experimental investigations of heat transfer enhancement and flow losses in a channel with double rows of longitudinal vortex generators". *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 36, n. 9, pp. 2327 - 2337.
- Torii, K., Yanagihara, J. I., 1997, "A review on heat transfer enhancement by longitudinal vortices", *J. Heat Transfer Society of Japan*, vol. 36, pp. 73-86.
- Valencia, A., Fiebig, M., Mitra, N., 1993, "Experimental investigation of heat transfer and flow loss in a fin-tube heat exchanger element with vortex generators", *Proc. of Eurotherm Vortices and Heat Transfer Seminar*, vol. 31, pp. 224-230.
- Yanagihara, J. I., Bayón, J.J. G., 1996, "Experimental study of heat transfer enhancement of fin-tube channels with vortex generators using the naphthalene sublimation technique". *Proc. of the 6<sup>th</sup> Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering (ENCIT)*, vol. II, pp.669-675.
- Yanagihara, J. I., Rodrigues Jr., R., 1996, "Numerical study of the influence of vortex generators in heat transfer and flow losses in fin-tube channels". *Proc. of the 6<sup>th</sup> Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering (ENCIT)*, vol. II, pp.675-681.
- Yanagihara, J. I., Sabanai, H. J., 1996, "Heat transfer enhancement in plate fin-tube heat exchanger by longitudinal vortex generators". *Proc. of the 6<sup>th</sup> Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering (ENCIT)*, vol. II, pp. 859-865.

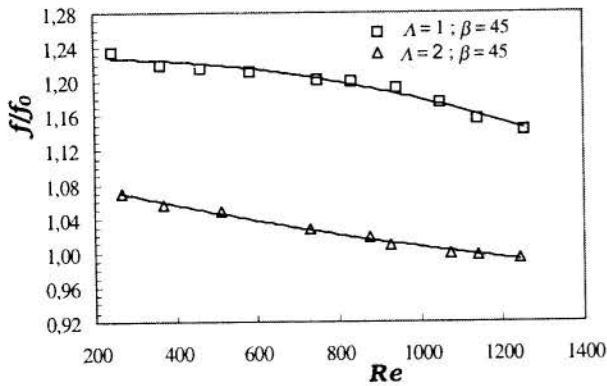


Figure 14. Friction factor enhancement in heat exchanger with two rows of tubes and vortex generators vs. Reynolds number (for DWP position  $\Delta z_g/D=0.4$ ;  $\Delta s/D=1.0$  and  $\beta=45^\circ$ )

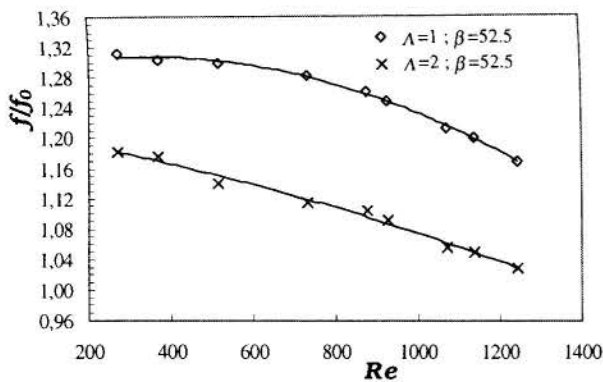


Figure 15. Friction factor enhancement in heat exchanger with two rows of tubes and vortex generators vs. Reynolds number (for DWP position  $\Delta z_g/D=0.4$ ;  $\Delta s/D=1.0$  and  $\beta=52.5^\circ$ )

### CONCLUSIONS

The results showed that the delta winglet pair vortex generators enhance the heat transfer on the airside of fin-tube heat exchangers. Heat transfer augmentation of 12.8% with the aspect ratio of  $\Lambda=2$  and 21.5% with  $\Lambda=1$  was obtained for the attack angle  $\beta=52.5^\circ$ . The results indicate that the use of vortex generators in heat exchangers with two rows tubes in staggered arrangement produces an augmentation effect on the heat transfer larger than for heat exchangers with one tube row.

The best winglet position for the heat transfer enhancement was found to be  $z_g/D=0.4$  and  $s/D=1.0$ , similar to the best position for heat exchangers with one tube row. It was verified that the augmentation factor increases for smaller aspect ratio, but also the flow losses are increased in a larger proportion.

Although the best results on heat transfer augmentation was obtained for  $\beta$  close to  $52.5^\circ$ , the best option is  $\beta=45^\circ$ , if the global effect is considered because with this value is possible to achieve a larger augmentation factor than flow losses enhancement. For the parameters set  $\Lambda=2$ ;  $\beta=45^\circ$ ;  $z_g/D=0.4$ ;  $s/D=1.0$  with  $Re=1000$  it was obtained an especially interesting result: the heat transfer was augmented in 12.5% without flow

## SOME INSIGHTS ON HEAT TRANSFER AUGMENTATION BY VORTEX GENERATORS IN FIN-TUBE COMPACT HEAT EXCHANGERS WITH TWO ROWS OF STAGGERED TUBES

**Rogério Rodrigues Jr. and Jurandir Itizo Yanagihara**

Department of Mechanical Engineering  
Polytechnic School of University of São Paulo  
05508-900 - São Paulo - SP - Brazil

### SUMMARY

*This work presents numerical simulations of fin-tube compact heat exchangers with smooth fins and built-in vortex generators. The computational model has two rows of round tubes in staggered arrangement. Delta winglet vortex generators were used, and its geometric dimensions were fixed according to the best results of literature. The steady state numerical simulations were carried out at  $Re=300$  with the PHOENICS code (based on finite volume method). Local and global influences of vortex generators in heat transfer and flow losses were analyzed. The results provide important information about the use of longitudinal vortex generators to enhance the heat transfer on this kind of heat exchanger.*

### INTRODUCTION

The main challenge of domestic air-conditioning system's manufacturers is to reduce size, price and operational cost of its equipments. Thus, it is necessary to improve the thermal performance of the fin-tube compact heat exchangers used in these equipments. This performance is very dependent of the thermal resistance on the air side of the heat exchanger, which is much higher than the thermal resistance inside the tubes. Many techniques have been proposed to improve the performance of these devices, such as louver fins, wavy fins, corrugated fins and others. These heat transfer enhancement techniques improve the overall thermal performance of the heat exchanger, but it has generally great flow loss penalties and do not increase the heat transfer in the region of the fin just behind the tubes, where very low heat transfer rates occur.

The use of longitudinal vortices to increase the heat transfer on this kind of heat exchanger has been investigated in recent years, and the results have shown a great potential for this heat transfer enhancement technique, as mentioned in some review papers (Jacobi & Shah, 1995; Torii & Yanagihara, 1997). Some experimental works (Fiebig et al, 1990; Yanagihara & Sabanai, 1996; Yanagihara & Bayón, 1996) and numerical investigations (Yanagihara & Rodrigues Jr., 1996) have concentrated efforts to study the influence of the vortex generators' parameters, such as the angle of attack, aspect ratio and position, in the heat transfer and flow loss performance of the heat exchanger. These studies have considered only simplified models of fin-tube compact heat exchanger, with one row of round tubes, but they present important results about the best set of values for the vortex generators' parameters.

Other numerical studies (Biswas et al. 1994; Fiebig et al. 1995) presented results about the flow structure and heat transfer augmentation in a fin-tube channel with delta winglet vortex generators with the vortex generators parameters fixed according the best previous results. These works also include results about the influence of the Reynolds number on the heat transfer and flow structure of a fin-tube channel with vortex generators.

Experimental investigations using more realistic models

(Valencia et al., 1993), where fin-tube compact heat exchangers with three rows of staggered and in-line round tubes were studied, have presented a small advantage of in-line over the staggered arrangement when using vortex generators in a compact fin-tube heat exchanger.

This work presents numerical simulations of fin-tube compact heat exchangers with smooth fins and built-in vortex generators. The computational models have two rows of round tubes in a staggered arrangement. Models with vortex generators in both rows of tubes, in the first row only and in the second row only, were simulated. The local and global influence of vortex generators in heat transfer and flow losses are analyzed by comparison with a smooth fin model without vortex generators, producing interesting information about the performance of the vortex generators of both tube rows, and its influence in the global heat transfer and flow losses. The steady state numerical simulations were carried out for  $Re=300$  with the PHOENICS code (version 2.0).

### NUMERICAL MODEL

The numerical simulations ( $Re=300$ ) assumed the flow was in steady-state condition with constant properties and absence of gravitational effects. The fins were considered as Aluminum ( $k=237$  W/mK;  $c_p=903$  J/kgK;  $2702$  kg/m<sup>3</sup>), and the fluid as dry air.

**Geometry.** The compact fin-tube heat exchanger simulated have two rows of round tubes in a staggered arrangement. Geometrical dimensions were obtained from real devices (condenser / evaporator) used in domestic air-conditioning systems, as can be observed in table 1.

The vortex generator considered in this work is the built-in delta winglet (see figure 1), thus possible effects resulting from stamping holes are not included here. The geometrical parameters of the delta winglets, as height, angle of attack and aspect ratio, were fixed according to the best results of literature (see table 2). The position of the vortex generators relative to the tube was defined as in figure 2, and it was fixed according to the best results of literature (see table 2).



Table 1 - Geometrical parameters of the heat exchangers.

Tube Diameter (D)	D = 9.53 mm
Fin Thickness (e)	e/D = 0.0157
Distance between Fins (E)	E/D = 0.21
Transverse Tube Pitch (S <sub>T</sub> )	S <sub>T</sub> /D = 3.00
Longitudinal Tube Pitch (S <sub>L</sub> )	S <sub>L</sub> /D = 2.25

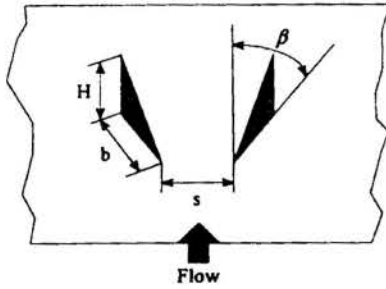


Figure 1 - Pair of delta winglet vortex generators.

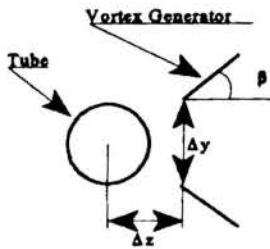


Figure 2 - Position of the vortex generators relative to the tube.

Table 2 - Geometrical parameters of the vortex generators.

Height (H)	0.21 D
Chord (b)	0.42 D
Aspect Ratio ( $\Lambda = 2 H/b$ )	1.00
Angle of Attack ( $\beta$ )	45°
Streamwise Position ( $\Delta z$ )	0.40 D
Spanwise Position ( $\Delta y$ )	1.00 D

**Governing Equations.** The fluid flow and heat transfer processes were modeled by partial differential equations describing the conservation of mass, momentum and thermal energy. A three dimensional boundary-fitted coordinate system was used, since the geometry of the problem is very complex. The operating condition

simulated (Re=300) is typical of the fin-tube compact heat exchangers used in domestic air-conditioning systems. For such low Reynolds number and small vortex generators' angle of attack, the flow instabilities are very small (Tiggelbeck et al., 1993) allowing the use of equations for the laminar regime.

Conservation of mass:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

Conservation of momentum:

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2)$$

Conservation of energy:

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (3)$$

The finite-volume method was used for the discretization of the partial differential equations. The above equations are integrated over each control volume of the domain, and the resulting systems of algebraic equations are solved by the CFD package PHOENICS (version 2.0). The package uses a staggered grid arrangement for the discretization of the momentum equations. The hybrid scheme (see Patankar, 1980) is employed for the discretization of the convective transport.

**Computational Domain and Boundary Conditions.** The numerical model considers the region between two consecutive fins. The hypothesis of steady flow permits to reduce the computational efforts necessary to obtain the solution of the problem, because the size of the computational domain can be significantly reduced due to the existence of flow symmetries resulting from above hypothesis. The computational domain used for the simulations with vortex generators can be observed in the figure 3. The computational domain used for the simulations without vortex generators is smaller, since the flow symmetry over the fins surface can be adopted in this situation.

It can be noted in the figure 3 the existence of an extension of the computational domain after the trailing edge of the fins. This strategy permits to reduce the influence of the boundary condition applied to the outlet of the computational domain on the recirculating zone located behind the second row of tubes. The influence of the length of this channel extension ( $L_s$ ) on the results of pressure drop was investigated, and it was concluded that when the outlet is found beyond 2,5 D (D=outside tube diameter) downstream the second row of tubes its influence on the pressure drop value is less than 5%.

The boundary conditions used in the simulations were the following:

- Inlet:  $w = W_{in}$  and  $T = T_{in}$ .
- Outlet:  $p = p_o$  and null diffusive fluxes in the streamwise direction;
- Symmetry planes: null mass and heat flux across the plane.
- vortex generators: null mass and heat flux across the surface, and no slip condition.
- Tube surface:  $T = 2T_w$ , null mass flux across the surface and no slip condition.

Besides the above conditions, it was applied a cyclic boundary

condition in the direction normal to the fin surface (direction  $x$ ). Thus, in computational terms, the first finite volume in the direction  $x$  is the neighbor of the last finite volume in the same direction. It permits that the computational model to consider the effects resulting the existence of the various fins, as in a real compact fin-tube heat exchanger.

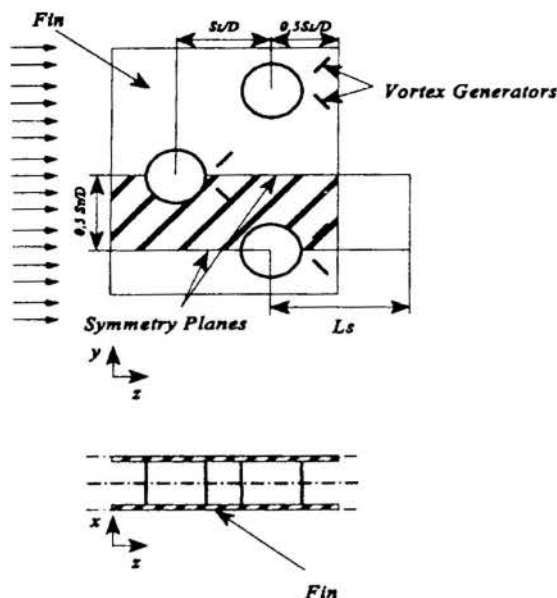


Figure 3 - Computational Domain.

**Convergence Criteria.** The convergence was assumed when the sum of the residual errors for each of equations sets took a negligible value. The reference residual errors used in this work are  $10^{-6}$  for variables  $p, u, v, w$  and  $10^{-4}$  for variable  $T$ .

**Grid Generation.** The complex geometry of the channel required the use of the boundary-fitted coordinate system. The discretization

of the delta winglets was difficult, since it has a triangular shape and the computational code used allows only structured discretization of the space. Thus, the delta winglets were discretized by blocking some small rectangles in the channel space, approximating the triangular shape of the vortex generators. The three-dimensional grid was generated by copying the two-dimensional discretization of the longitudinal plane of the channel to the rest of the space. The vortex generators position and angle of attack were determined by fixing some nodes in this plane.

**Grid Refinement Influence.** The influence of grid refinement was investigated. The heat exchangers with and without the vortex generators were simulated with three degrees of refinement and the results were compared in terms of flow losses and global heat transfer coefficient. It was concluded, for the calculations at  $Re=300$ , that a grid with  $28 \times 30 \times 123$  volumes would give reasonable results for the heat exchanger with the vortex generators, and that a grid with  $12 \times 24 \times 109$  would give reasonable results for the heat exchanger without the vortex generators.

## RESULTS

**Local heat transfer.** The flow structures and heat transfer mechanism occurring on a fin-tube compact heat exchanger, with or without heat transfer augmentation techniques, are very complex. Figure 4 shows the heat flux distribution over the fin surface of fin-tube compact heat exchanger with smooth fins ( $Re=300$ ), where the influence of main flow structures on the heat transfer can be observed. The higher heat fluxes occur near the leading edge of the fins (left side), because of the channel flow development. The region affected by channel flow developing is small due to the low Reynolds number. The presence of the tubes inside the channel leads to the formation of two flow structures which influences significantly the heat transfer over the fins surfaces. In the regions of the channel just ahead of the tubes develop flow structures named horseshoe vortices, resulting of the interaction of the channel flow and adverse pressure gradients caused by the presence of the tube, which increases the heat flux on the tube and fin surfaces in that location, as can be viewed in the figure 4. The separating of tube cross flow leads to the formation of a recirculation zone behind the

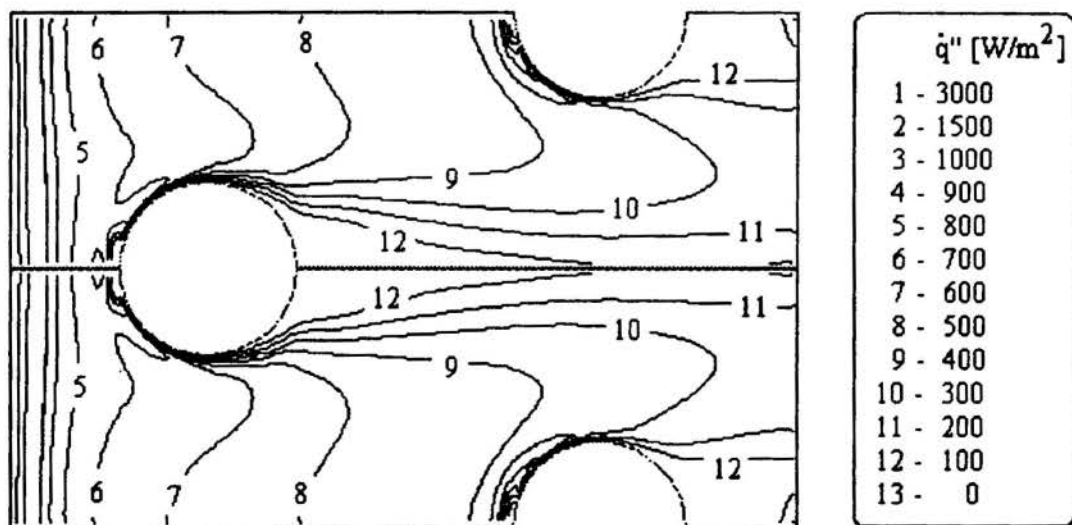


Fig. 4 - Heat flux distribution over the fin surface (heat exchanger without vortex generators -  $Re=300$ ).

tubes, resulting in low heat fluxes in that region (see figure 4). The existence of the recirculation zone behind the tubes has a negative effect over the performance of the heat exchanger, since this flow structure leads to low heat transfer coefficients in a significant area of the fin.

The typical heat transfer augmentation techniques applied to fin-tube compact heat exchangers (louver-fins, wavy-fins, etc.) improve the overall performance of the heat exchanger, but generally they not produce significant increases of the heat transfer in the region of the fins affected by the recirculation zone (see figure 4). Previous results (Yanagihara; Rodrigues Jr., 1996) has shown the potential of the longitudinal vortex generators to enhance the heat transfer on this region. It is important to remember these results were obtained for models with one row of tubes only.

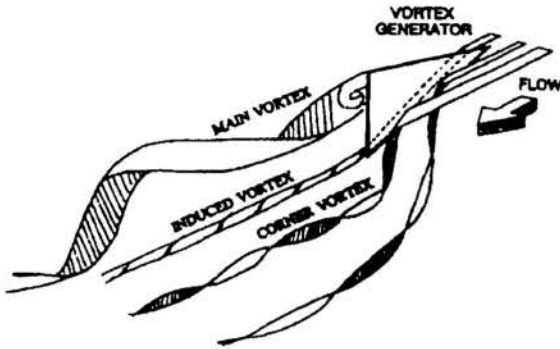


Figure 5 - Vortical system generated by a delta winglet (Yanagihara; Torii, 1990).

The heat transfer enhancement by using longitudinal vortex generators is characterized by the formation of a complex vortical

structure. The most significant flow structures for heat transfer enhancement are, as shown in figure 5: the main vortex formed because of the flow separating at the tip of the delta winglet and rolling up due to the lower pressure in the back side of the generator, the corner vortices formed in the corner between the fin and the front side of the vortex generator (horseshoe-like vortices) and the induced secondary vortex formed between the main and corner vortices (Yanagihara; Torii, 1990).

The figure 6 shows the heat flux distribution over the fin surface of a fin-tube compact heat exchanger with smooth fins and delta winglet vortex generators ( $Re=300$ ). The vortex generators position and geometrical parameters were defined according to the best results of literature. Only the distribution for the fin surface where the vortex generators were fixed is shown, since the influence of the vortex generators on the other surface is much lower, as verified previously through experimental (Yanagihara; Bayón, 1996) and numerical (Yanagihara; Rodrigues Jr., 1996) investigations.

The influence of typical flow structures on the heat flux distribution, can be observed in the figure 6 where the region (A) is influenced by the corner vortex and the region (B) are influenced by the main vortex. It can be noted a significative difference between the extension of the regions (A) and (B), since the second one extends large distance downstream the vortex generator.

A comparison of the figures 4 and 6 shows that the introduction of the vortex generators in the channel causes a significant increase of the heat transfer in the region of the fin located behind the tube, and this fact is more pronounced in the first row of tubes than in the second one. It is important to remember that other H.T.E. techniques, like louver fins or off-set fins, generally do not improve the heat transfer in this region of the fin. Otherwise, it can be observed that the vortex generators of the first row of tubes also increases the heat transfer in the region of the second row. This was also observed experimentally through the naphthalene sublimation technique (Bayón; Yanagihara, 1998). A comparison between the performance of the vortex generators of both tube rows, and its influence in the global results is presented in the following section.

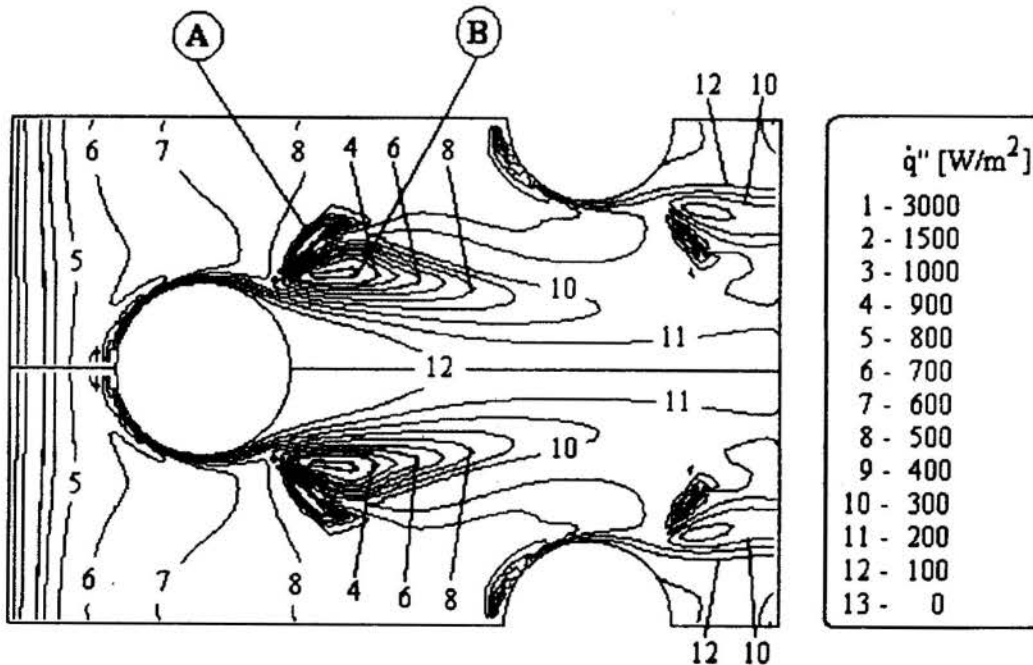


Figure 6 - Heat transfer distribution over the fin surface (heat exchanger with vortex generators -  $Re=300$ ).

**Global results.** The global results of the numerical calculations are presented in terms of Reynolds number (Re) and Nusselt number (Nu), defined according to Kays & London (1984),

$$Nu = \frac{D_h h_c}{k} \quad (4)$$

$$Re = \frac{W_{max} \cdot D_h}{\nu} \quad (5)$$

The hydraulic diameter is defined as,

$$D_h = \frac{4 \cdot A_c}{A_t} L \quad (6)$$

The evaluation of Nusselt number was based on the classical Logarithmic Mean Temperature Difference (LMTD). Flow losses have been evaluated by using the Friction Factor ( $f$ ), which was defined as,

$$f = \frac{\Delta p}{\rho W_m^2} \frac{D_h}{2L} \quad (7)$$

It was observed through the local results that the vortex generators placed at the first row of tubes also influence the heat transfer in the region of the second one (see figure 6). Thus, aiming to evaluate the influence of the generators of both rows of tubes, it was carried out simulations for the following heat exchanger configurations: (1) vortex generators on both rows, (2) vortex generators in the first row only and (3) vortex generators in the second row only. In all simulations the position and vortex generators geometrical parameters were fixed according to the best results of literature. The global results obtained for these computations are presented in the table 3, where the subscript (o) indicates results for models with smooth fins (without vortex generators).

Table 3 - Heat exchangers with vortex generators in both rows, in the first row only and in the second row only.

	Nu/Nu <sub>o</sub>	f/f <sub>o</sub>
V.G. in both rows	1.071	1.234
V.G. in the first row only	1.037	1.165
V.G. in the second row only	1.001	1.096

The results presented in the table 3 agree with the previous observations with the heat flux distribution over the fin surface. The model with generators only in the first row reaches heat transfer augmentation of about 3.7%, while the model with the generators in both rows reaches 7.1%, indicating that the generators of the first row have a more significant influence over the global heat transfer enhancement. Since the vortex generators of the first row have more area to enhance than the placed in the second one, this is a reasonable result. Otherwise, the results obtained for the model with the vortex generators placed only in the second row of tubes, where the heat transfer augmentation is almost null, indicate that the

performance of the generators of this row is quite dependent of the flow structures generated in the first row and of its position relative to these structures, since the model with generators in both rows reaches enhancement of 7.1% in the global heat transfer. The results about flow losses indicate that the generators placed in the first row have a more significant influence over the friction factor ( $f$ ). This explained probably due to the vortex generators of the first row influences a large area downstream its position, increasing the skin friction over the fin surface.

The results show that the vortex generators of the first row of tubes has a more significant influence in the heat transfer and flow losses of a fin-tube heat exchanger. Thus, as the flow in the first row of tubes is quite similar the flow condition in a heat exchanger with one row of tubes only, the previous results of literature giving best values for the position and geometrical parameters of the vortex generators also might be good for the generators of the first row of tubes. Otherwise, the low performance of the generators of the second row indicates a need for more detailed investigations to set up its position and geometrical parameters aiming to improve the global performance of the fin-tube compact heat exchanger.

## CONCLUDING REMARKS

This work presents numerical simulations of fin-tube compact heat exchangers with smooth fins and built-in vortex generators. The computational model has two rows of round tubes in staggered arrangement. Delta winglet vortex generators were used, and its geometric dimensions were fixed according to the best results of literature. The steady state numerical simulations were carried out at Re=300 with the PHOENICS code (based on finite volume method).

Typical flow structures observed in previous experimental works (Yanagihara; Torii, 1990) also were observed through the local results of the computational model.

The results obtained evidence the more significant influence of the vortex generators of the first row of tubes in the heat transfer and flow losses.

The results indicate that the performance of the vortex generators of the second row is quite dependent of the flow structures generated in the first row and of its relative position to these structures.

The best literature values for the position and the geometrical parameters of the vortex generators might be adequate only for the generators of the first row of tubes. The parameters of the generators of the second row need more detailed investigations to be fixed.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors gratefully acknowledge the financial support of FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo.

## REFERENCES

- Bayón, J.J.G., Yanagihara, J. I., 1998, "Experimental Analysis of the Heat Transfer Augmentation and the Flow Loss by Delta Winglets in Compact Heat Exchangers with Two Rows of Tubes", *Proc. of 7<sup>th</sup> Brazilian Congress of Thermal Engineering and Thermal Sciences*, Rio de Janeiro.



Biswas, G., Mitra, N. K. and Fiebig, M., 1994, "Heat Transfer Enhancement in Fin-Tube Heat Exchangers by Winglet Type Vortex Generators", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 37, n.2, pp.283-291.

Fiebig, M., Mitra, N. and Dong, Y., 1990, "Simultaneous Heat Transfer Enhancement and Flow Loss Reduction of Fin-Tube", *Heat Transfer 1990*, ed. G. Hetsroni, vol. 3, pp. 51-55, Hemisphere, Washington.

Jacobi, A. M. and Shah, R. K., 1995, "Heat Transfer Surface Enhancement Through the Use of Longitudinal Vortices: a Review of Recent Progress", *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 11, pp. 295-309.

Kays, W. M. and London, A. L., 1984, *Compact Heat Exchangers*, 3rd Ed., McGraw-Hill Book Co., New York.

Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat and Fluid Flow*. Hemisphere.

Tiggelbeck, S., Mitra, N. K. and Fiebig, M., 1993, "Experimental Investigations of Heat Transfer Enhancement in a Channel with Double Rows of Longitudinal Vortex Generators", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 36, n. 9, pp. 2327-2337.

Torii, K. and Yanagihara, J. I., 1997, "A Review on Heat Transfer Enhancement by Longitudinal Vortices", *J. Heat Transfer Society of Japan*, vol. 36, pp. 73-86.

Valencia, A., Fiebig, M. and Mitra, N. K., 1993, "Experimental Investigation of Heat Transfer and Flow Loss in a Fin-Tube Heat Exchanger Element with Longitudinal Vortex Generators", *Proc. of EURO THERM - 93*, Bochum, pp. 224-230.

Yanagihara, J. I. and Torii, K., 1990, "Heat Transfer Characteristics of Laminar Boundary Layers in the Presence of Vortex Generators", *Heat Transfer 1990*, ed. G. Hetsroni, vol. 6, pp. 323-328, Hemisphere, Washington.

Yanagihara, J. I. and Torii, K., 1991, "Enhancement of Laminar Boundary Layer Heat Transfer by Longitudinal Vortices", *Transport Phenomena in Heat and Mass Transfer*, vol. 2, pp.942-953, Elsevier.

Yanagihara, J. I. and Bayón, J.J.G., 1996, "Experimental Study of Heat Transfer Augmentation of Fin-Tube Channels with Vortex Generators Using Naphthalene Sublimation Technique", *Proc. of 6<sup>th</sup> ENCIT - Brazilian Congress of Thermal Engineering and Thermal Sciences*, Florianópolis, vol. II, pp. 675-680.

Yanagihara, J. I. and Rodrigues Jr., R., 1996, "Numerical Study of the Influence of Vortex Generators on Heat Transfer and Flow Losses in Fin-Tube Channels", *Proc. of 6<sup>th</sup> ENCIT - Brazilian Congress of Thermal Engineering and Thermal Sciences*, Florianópolis, vol. II, pp. 669-674.

Yanagihara, J. I. and Sabanai, H. J., 1996, "Heat Transfer Enhancement in Plate Fin-Tube Heat Exchangers by Longitudinal Vortex Generators", *Proc. of 6<sup>th</sup> ENCIT - Brazilian Congress of Thermal Engineering and Thermal Sciences*, Florianópolis, vol. II, pp. 859-864.

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO CAMPO DE VELOCIDADES EM TROCADORES DE CALOR CASCO-E-TUBOS

José Carlos C. Dutra<sup>+</sup>, Nísio C. L. Brum<sup>++</sup>

+ Dept. Eng. Mecânica Universidade Federal de Pernambuco

<sup>++</sup>PEM/COPPE/UFRJ

21945-970-Rio de Janeiro- RJ- Brasil

### RESUMO

*Este trabalho propõe um modelo para a simulação do escoamento no interior do casco de um trocador de calor casco-e-tubos. Na solução do problema tratou-se o interior do casco do trocador como um meio poroso. Partindo das equações de balanço locais, foram desenvolvidas as equações para meios porosos, de tal sorte que o efeito de arraste entre o escoamento e os tubos fosse a única condição de fechamento requerida pelo modelo. A solução numérica adotada foi obtida usando o método dos volumes finitos, com a interpolação dos perfis de velocidade usando o esquema da lei de potências. O algoritmo SIMPLEC foi utilizado para a solução do problema do acoplamento dos campos de velocidade e pressão. São apresentados os resultados do campo de velocidade e da variação da perda de carga e a comparação com resultados disponíveis na literatura.*

### INTRODUÇÃO

A evolução deste tipo de trocador é descrita por Taborek (1980) num interessante trabalho, que informa datar do início deste século a apresentação das primeiras concepções deste equipamento. Fruto das necessidades da indústria de geração de energia, o casco-e-tubos é inicialmente aplicado como condensador e aquecedor da água de alimentação em termoelétricas. Sua disseminação é entretanto devida a então emergente indústria petroquímica. A necessidade de aquecer ou resfriar fluidos com alta viscosidade, alguns com características incrustantes fez com que este trocador fosse a principal opção dos projetistas.

### HISTÓRICO

Década de 20. A idéia de se utilizar um feixe tubular envolto por um casco cilíndrico já era conhecida por ocasião do desenvolvimento dos trocadores de calor duplo-tubo (hairpin), a mais direta e uma das mais antigas idéias para trocadores de calor de superfície. Uma característica importante nos trocadores casco-e-tubos consiste na existência de placas defletoras - chicanas - que forcem o fluido em escoamento no lado do casco, a um escoamento cruzado ao feixe tubular.

Em 1920, unidades com 500 m<sup>2</sup> de área de troca, diâmetros de casco de 1 m e comprimentos atingindo 6m, já eram fabricados.

Nesta fase a preocupação dos fabricantes e usuários residia no projeto mecânico, i.e., como dimensionar os tubos, o casco e o espelho de modo a resistir as elevadas pressões e temperaturas necessárias ao processo de refino do petróleo.

A primeira publicação sobre a tecnologia então estabelecida sobre estes trocadores é publicada em 1931 por um fabricante, a Ross Heaters & Mfg Co., como uma nota técnica.

A preocupação, anteriormente descrita, com o projeto mecânico foi equacionada pelos fabricantes com a criação da TEMA (Tubular Exchanger Manufacturers Association) em 1939. Esta associação, hoje composta de 30 empresas, publicou sua primeira versão das normas para o projeto mecânico e

recomendações para fabricação em 1941, sendo que atualmente este documento encontra-se na sua sétima edição (1988).

Décadas de 30 e 40. Os primeiros trabalhos sobre a perda de carga no lado do casco só aparecem na literatura aberta no final da década de 40. As expressões empíricas, com estrutura igual as desenvolvidas para o escoamento interno a dutos, apresentavam resultados com uma grande dispersão em relação aos dados experimentais.

Durante os anos 30 e 40 os trabalhos de Colburn (1933), Donohue (1949), Grimison (1937), Tinker (1947) tentaram, principalmente, descrever o escoamento e a transferência de calor no lado do casco deste trocador.

Nesta parte do equipamento o projetista tem como variáveis à sua disposição os seguintes parâmetros: tipo de chicana, número de passes no casco, espaçamento das chicanas, diâmetro dos tubos, número de tubos, arranjo do feixe tubular (triangular, quadrangular, etc.), passo transversal e longitudinal dos tubos, folgas entre os tubos e a chicana, folgas entre o feixe tubular e o casco, folga entre a chicana e o casco

A flexibilidade do casco-e-tubos prende-se a possibilidade de variando os parâmetros geométricos acima listados, atingir-se uma alta efetividade na troca de calor e um controle da perda de carga.

No início a influência de cada uma das variáveis era avaliada pelos fabricantes com base apenas na intuição e as conclusões obtidas tratadas como propriedade industrial.

A primeira correlação apresentada para o coeficiente de transmissão de calor no lado do casco deve-se a Colburn (1933).

Sua estrutura guarda grande semelhança com a clássica expressão de Dittus e Boelter para a convecção forçada no interior de tubos no regime turbulento. Isto deve-se a hipótese que seria possível definir um diâmetro equivalente que englobasse todos os dados geométricos relevantes no lado do casco. Como correção recomendava-se reduzir o valor calculado em 60%. Este superdimensionamento visava dar uma margem de segurança para os efeitos não passíveis de serem previstos pela correlação.

O dimensionamento da área necessária ao serviço completava-se com o cálculo de uma diferença de temperaturas, deduzida analiticamente a partir de um modelo de escoamento no casco também excessivamente idealizado.

Década de 50. Os trabalhos de Donohue (1949), Grimison (1937) e Kern (1950) seguem a mesma linha do de Colburn e são representantes de uma escola que estende-se até o meio da década dos 50.

Uma outra contribuição desta época foi a sistematização do cálculo do trocador, baseada ainda nas correlações desenvolvidas anteriormente, entre as quais a de Kern (1950) merece destaque pela sua grande aceitação. Esta metodologia, assim como os demais da mesma escola, tinham como atrativo a simplicidade no cálculo, constituíam seqüências diretas com mínimas necessidades de passos iterativos. Entretanto com o aumento da capacidade das plantas petroquímicas e a conseqüente necessidade de racionalizar custos a predição confiável da perda de carga passa a ser um fator de importância crucial.

A Contribuição de Tinker. Vários aspectos relevantes do escoamento no lado do casco não eram tratados pelas metodologias de projeto então empregadas, como exemplo, tínhamos que a altura de corte na chicana assumia um valor único na metodologia preconizada por Kern (75%), apesar de já ser conhecido o efeito da variação deste parâmetro no controle da perda de carga. Motivada por este descompasso, tem-se a contribuição de Tinker (1947), talvez a mais importante no estudo deste complexo escoamento. Neste modelo é proposta uma subdivisão em correntes que seriam formadas ao longo dos diversos percursos possíveis no lado do casco, como mostra a figura abaixo,

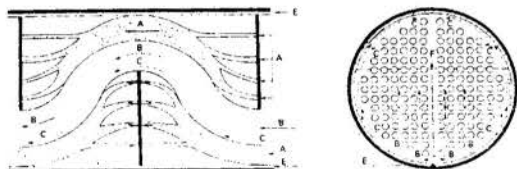


Fig 1. - Modelo de escoamento de Tinker (1947)

Cada uma das correntes foi identificada por uma letra com os seguintes significados,

Corrente A- escoamento longitudinal ao casco por entre as folgas existentes entre os tubos e seus furos de passagem nas chicanas.

Corrente B- escoamento cruzado ao feixe tubular.

Corrente E- escoamento longitudinal ao casco por entre as folgas das chicanas e o casco.

Corrente C- Escoamento transversal ao casco por entre as folgas do feixe tubular e o casco.

Corrente F- Escoamento entre as folgas nas distribuições dos tubos motivadas pelos retornos dos múltiplos passes dos tubos ao longo do casco.

Tinker também propôs um método de cálculo das vazões relativas a cada corrente.

O Projeto Delaware. Desenvolvido a partir de 1947, no departamento de Engenharia Química da Universidade de Delaware, foi um projeto de pesquisa de cunho experimental, inicialmente liderado por Colburn. Este projeto visava a implantação de um banco de dados, para aplicações em trocadores comerciais, capaz de fornecer os dados necessários a obtenção das correlações para o cálculo do coeficiente de

transmissão de calor e da perda de carga no lado do casco, levando-se em conta a estratificação das correntes segundo Tinker. Este projeto foi patrocinado por um consórcio que incluía: ASME, AIChE, TEMA, API e empresas como a Dupont, Standard Oil, entre outras.

Década de 60. A publicação do relatório final desse trabalho, foi apresentada por Bell (1963), juntamente com um novo método de projeto conhecido como o método de BELL-DELAWARE.

Este método, parte de uma correlação para a transmissão de calor entre um fluido escoando no sentido cruzado a um feixe tubular com a mesma topologia do feixe do trocador a ser projetado. A partir desta expressão são realizadas sucessivas correções baseadas em dados experimentais para o coeficiente de convecção e para a perda de carga, levando em conta os efeitos das diversas correntes. Os resultados experimentais desenvolvidos durante este projeto permitiram a determinação destes fatores a partir de dados geométricos similares ao trocador em análise.

Este maior detalhamento no projeto do trocador, faz com que os resultados obtidos sejam mais exatos, principalmente no que tange a perda de carga, conforme Ribeiro e Goldstein (1985). Entretanto como as intensidades das diversas correntes são arbitradas à priori, em função de dados experimentais obtidos com geometrias similares, este ponto é ao mesmo tempo uma virtude e um ponto falho do método pois com a atribuição das vazões, transforma-se o cálculo num processo direto, porém sua validade é limitada a existência de uma similaridade entre as condições experimentais e ao trocador em análise.

O advento do uso dos computadores nos projetos de trocadores começou com o desenvolvimento de programas usando o algoritmo de Kern, e depois o de Bell-Delaware. O crescimento da capacidade computacional que se seguiu, permitiu o desenvolvimento da primeira ferramenta de projeto de trocadores de natureza iterativa, que foi o método das correntes, apresentados por Palen and Taborek(1969).

Método das Correntes. Neste método, que é baseado no trabalho original de Tinker (1947), o escoamento no casco do trocador e tratado como um conjunto de corrente individuais, identificadas na figura 1.

O circuito hidráulico formado pelas diversas correntes, permitiu um tratamento similar ao de uma rede de tubulações, e pela aplicação da lei de Kirchoff para os diversos nós obtém-se as equações que irão determinar as vazões de cada trecho de "tubulação".

O método das correntes, é hoje a base dos programas comerciais, disponíveis para o cálculo da perda de carga e transferência de calor no lado do casco. As correlações utilizadas é que diferem em cada um destes códigos, obtidas a partir de bancos de dados experimentais desenvolvidos pelas diversas instituições proprietárias dos códigos.

O papel da indústria nuclear no desenvolvimento do trocadores casco-e-tubos Assim como a indústria de petróleo teve um papel preponderante no desenvolvimento da indústria de trocadores de calor durante a década de 50, e parte dos 60, foi a área nuclear que protagonizou o desenvolvimento dessa área subseqüentemente a era que culminou com o método das correntes. As questões relativas a eficiência, a segurança e a

imperiosa necessidade de poder simular corretamente todas as possibilidades de um trocador em operação, levaram os pesquisadores da área nuclear a busca de escoamento e a transferência de calor em escalas locais.

Entretanto o escoamento por entre os canais de varetas de combustível em um reator nuclear guarda semelhança com o escoamento por entre os tubos de um trocador casco-e-tubos. Ou mais explicitamente o gerador de vapor de uma usina PWR é ele próprio um trocador deste tipo, usualmente com o feixe do tipo "U".

Uma das mais promissoras abordagens para o tratamento local desta complexa geometria, desenvolvida por pesquisadores da área nuclear foi a de considerar o fluxo por entre os tubos internos do casco como similar ao escoamento em um meio poroso.

**Década de 70.** Um dos mais antigos trabalhos, utilizando o modelo de meios porosos para o escoamento no lado do casco, foi o de Whitaker (1972), obtendo correlações para feixe de tubos.

Nessa mesma época, o desenvolvimento de novos métodos numéricos para a solução de problemas em mecânica dos fluidos e transferência de calor fez com que, Patankar e Spalding (1974), usando a abordagem de meio poroso obtivesse a solução do campo de velocidades no interior de um trocador com uma geometria ainda bastante distante de um trocador real..

Outra contribuição com destaque neste contexto histórico, do final dos anos 70, são os trabalhos de Butterworth, que apresenta um estudo aprofundado sobre as condições de uso dos dados experimentais obtidos do escoamento em feixes de tubos, num casco modelado como um meio poroso.

**Década de 80.** O volume de trabalhos publicados em simulação numérica para trocadores casco-e-tubos, não foi expressivo, parecendo que o maior esforço de simulação foi na área experimental., como mostram trabalhos de Wills e Johnston(1982) e Perez e Sparrow(1984),

Wills e Johnston(1982) apresentaram correlações para quantificar diversos efeitos da geometria do trocador na perda de carga ao longo do escoamento. Foi mostrado nesse trabalho, a influência dos bocais, do escoamento cruzado, das janelas, dos desvios, das tiras selantes e das folgas, no cômputo da perda da carga no casco do trocador.

Chilsolm(1986), apresenta um resumo dos trabalhos experimentais mais importantes na obtenção de correlações para calcular o efeito das folgas nos cálculos do coeficiente de convecção. Nas suas conclusões, ressalta a necessidade de mais pesquisa, com geração de dados experimentais no campo dos escoamentos secundários, e dos coeficientes de convecção.

No que diz respeito a simulação numérica, a contribuição de Carlucci et al. (1984) merece destaque ao apresentar a solução para um trocador de geometria cilíndrica, em duas dimensões, incluindo outros efeitos além da resistência dos tubos ao escoamento, como das tiras selantes, e da corrente de desvio ao feixe tubular.

**Década de 90.** Como contribuição desta década pode-se destacar na área experimental os trabalhos de Huadong e Kottke (1998), sobre o efeito das folgas sobre a perda de pressão local e no cálculo da transferência de calor local.

Na simulação numérica, considerando a abordagem do meio poroso, destacam-se os trabalhos de Prithviraj e Andrews (1995) e (1996) por apresentarem solução em três dimensões de trocadores reais, com validação do modelo através dos dados obtidos no projeto DELAWARE e no laboratório ARGONE.

Neste trabalho a contribuição maior foi a inclusão da turbulência na formulação através do modelo k-ε, apesar da questão suscitada sobre inclusão do conceito de turbulência, inserido nas equações da conservação da quantidade de movimento na sua formulação local, em um meio poroso.

Trabalhos mais recentes vem procurando ampliar no modelo de simulação a possibilidade de representar os efeitos de toda a geometria do trocador, de modo a poderem ser aplicados a projetos de trocadores comerciais

Nesse contexto situam-se o presente trabalho e o de Dutra (1997), onde são apresentados um modelo de simulação numérica do escoamento no interior do casco de um trocador de calor casco-e-tubos.

### MODELO MATEMÁTICO

Neste trabalho apresentamos uma solução numérica para o lado do casco, modelando o escoamento por entre os internos do trocador como equivalente ao de um fluido através de um meio poroso. As equações para o campo de velocidades, escritas em termos de médias locais, são apresentadas abaixo. Foram utilizadas coordenadas cilíndricas, com o eixo z coincidente com a linha central longitudinal do trocador. O fluido, suposto newtoniano, escoo em regime permanente admitindo-se a existência de uma simetria em relação ao plano vertical e central do casco.

Equação da Continuidade,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(\beta \bar{r} u)}{\partial \phi} + \frac{\partial(\beta \bar{r} v)}{\partial r} + \frac{\partial(\beta \bar{r} w)}{\partial z} = 0$$

onde  $\beta$  é a porosidade e  $\rho$  a massa específica e u, v e w as componentes do vetor velocidade

Equações da Conservação da Quantidade de Movimento,

Direção angular -  $\phi$

$$\begin{aligned} \beta \bar{r} \rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\bar{r} v u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} (\bar{r} u u) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{r} w u) = F_{\phi} \\ - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \phi} + \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \phi} \right) \right) \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) + \left( \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \phi} - \frac{\mu u}{r^2} - \frac{\rho u v}{r} \right) + \frac{1}{2} H_{\phi} \rho \left| \bar{U} \right| \bar{u} \end{aligned}$$



Direção radial - r

$$\beta\rho\frac{\partial\bar{v}}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\bar{v}\bar{v}) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\phi}(\bar{u}\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{w}\bar{v}) = F_r - \frac{\partial P}{\partial r} +$$

$$\mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\bar{v}}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\bar{v}}{\partial\phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\bar{v}}{\partial z}\right)\right) +$$

$$\left(-\frac{2\mu}{r^2}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\phi} - \frac{\mu\bar{v}}{r^2} + \frac{\rho\bar{u}^2}{r}\right) + \frac{1}{2}\rho H_r |\bar{U}| \bar{v}$$

Direção axial - z

$$\beta\rho\frac{\partial\bar{w}}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\bar{v}\bar{w}) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\phi}(\bar{u}\bar{w}) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{w}\bar{w}) = F_z -$$

$$-\frac{\partial P}{\partial z} + \mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\bar{w}}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\bar{w}}{\partial\phi}\right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\bar{w}}{\partial z}\right)\right) + \frac{1}{2}\rho H_z |\bar{U}| \bar{w}$$

Nas equações acima os termos da forma  $\frac{1}{2}\rho H |\bar{U}| \bar{u}$  representam o efeito do arraste do fluido contra o feixe tubular e os demais obstáculos ao longo do trocador. A representação de  $H_u$ ,  $H_r$  e  $H_z$  foram as indicadas por Butterworth (1979).

Condições de Contorno

$$\bar{u} = \bar{v} = \bar{w} = 0$$

Para  $r = R_0$ , ( $0 \leq \phi \leq \pi$  e  $0 \leq z \leq L$ )

$$\bar{u} = \bar{v} = \bar{w} = 0$$

Para  $z = 0$ , ( $0 \leq \phi \leq \pi$  e  $0 \leq r \leq R_0$ )

$$\bar{u} = \bar{v} = \bar{w} = 0$$

Para  $z = L$ , ( $0 \leq \phi \leq \pi$  e  $0 \leq r \leq R_0$ )

Condições no bocal de entrada

$$\bar{v} = v_{ent}$$

$$\bar{u} = 0$$

$$\bar{w} = 0$$

Condições no bocal de saída

$$\frac{\partial\bar{v}}{\partial r} = 0; \bar{u} = 0; \bar{w} = 0$$

## RESULTADOS

As equações acima foram resolvidas numericamente através do método dos volumes finitos utilizando-se para a interpolação do fluxo convectivo-difusivo o esquema da lei de potência (Patankar 1980). E o acoplamento pressão-velocidade, foi tratado através do algoritmo SIMPLER (Raithby e Schneider 1979).

Apresentamos resultados da simulação de dois trocadores para os quais são disponíveis dados experimentais do gradiente de pressão ao longo do casco.

### Dados básicos do primeiro trocador :

Porosidade média = 0.65, Número de tubos = 370  
 Diâmetro dos tubos = 0.00635m, Diâmetro no casco = 0.232m  
 Comprimento L = 0.409m  
 Corte das chicanas = 26%, Número das Chicanas = 5  
 Vazão no casco 11.14 kg/s Fluido - óleo crú  
 Malha utilizada = (20,7,60)

O comportamento do modelo na previsão do escoamento mostrou-se coerente fisicamente, conforme se observa na figura abaixo

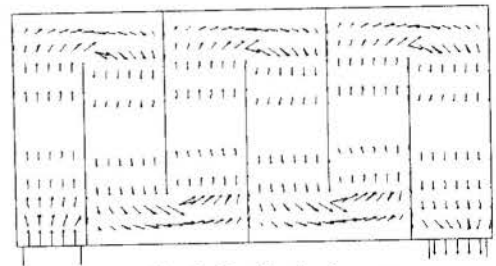


Fig. 2- Região do plano rz

Uma verificação importante para o modelo é através da comparação com o campo de pressões medido experimentalmente.

Os resultados para este trocador constam do relatório do projeto Bell-Delaware e foram obtidos do trabalho de Prithiviraj e Andrews (1996). Como se pode observar na figura abaixo, o gradiente da pressão ao longo do casco calculado através do presente modelo é muito próximo do obtido pela resultados de Prithiviraj e Andrews (1996) e dos valores medidos experimentalmente. Os valores da pressão estão deslocados de um valor praticamente constante, o qual poderia ser nulo caso fosse conhecido o valor da pressão no bocal de entrada.

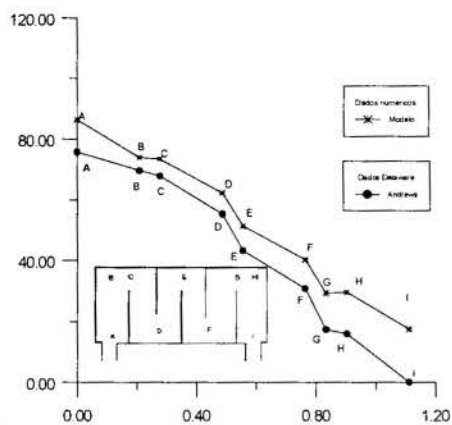


Fig 3 - Pressão (Pa) versus Percurso no casco (m)

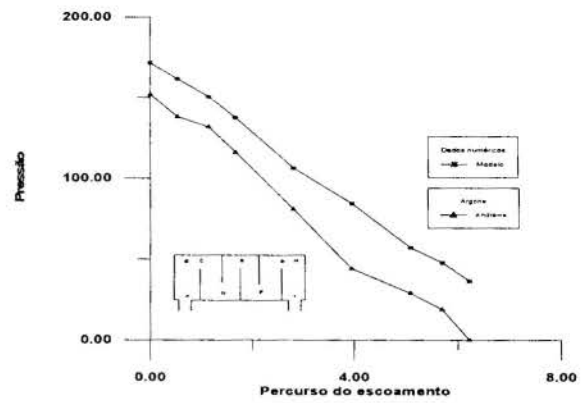


Fig 5 - Pressão (Pa) versus Percurso no casco (m)

#### Dados básicos do segundo trocador

Neste outro caso temos um trocador do Laboratório Argone com dimensões quase dez vezes maiores do que o primeiro

Porosidade média = 0.65, Número de tubos = 399  
 Diâmetro no casco = 0.58m, Comprimento  $L = 3.58m$   
 Número das Chicanas = 5 Corte das chicanas = 26%  
 Vazão = 133.34 kg/s Fluido - Água  
 Malha utilizada = (20,7.60)

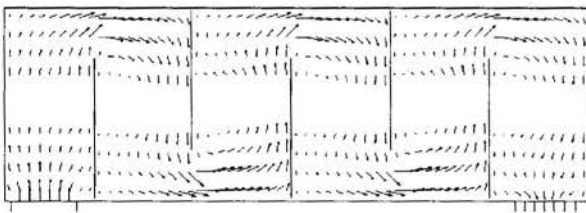


Fig 4 - Região do plano rz

Comparando, os resultados agora obtidos pode-se notar uma razoável concordância entre os valores do gradiente de pressão calculados com os obtidos por Prithiviraj e Andrews (1996) e os valores medidos experimentalmente.

#### CONCLUSÕES

O modelo desenvolvido neste trabalho possibilitou uma descrição fisicamente plausível do escoamento no lado do casco de trocadores casco-e-tubos. Os resultados mostraram boa concordância com os dados experimentais obtidos tanto no projeto Bell-Delaware como no Laboratório Argone.

Estes dados foram obtidos a partir do trabalho de Prithiviraj e Andrews (1996) e infelizmente o valor da pressão no bocal de entrada ou saída não foram apresentados. Desta forma a comparação limitou-se ao gradiente da pressão ao longo do trocador.

A principal diferença entre o modelo aqui apresentado e o de Prithiviraj e Andrews prende-se a inserção simultânea, feita por estes autores, dos efeitos da turbulência e de uma fórmula empírica para o termo que representa a interação entre o fluido e o feixe tubular, a qual já inclui o efeito da turbulência.

O escoamento de um fluido no regime turbulento ao longo do casco, densamente preenchido com tubos, constitui uma forma de turbulência de parede onde o modelo  $k - \epsilon$ , utilizado por Prithiviraj e Andrews, não se aplica. Apesar dessa aparente inconsistência os resultados obtidos pelos autores são confirmados pela concordância com os dados experimentais. Restando saber qual seria a intensidade da turbulência representada na solução apresentada.

Neste trabalho excluímos a turbulência como um efeito aditivo, deixando seu efeito restrito aos fatores empíricos  $H$  tal como proposto por Butterworth (1979).

Quanto ao aspecto numérico observou-se que a condição de contorno na saída era determinante na convergência do campo de pressão para valores fisicamente coerentes.

No estudo da convergência, observou-se a velocidade com uma convergência relativamente rápida, com erros máximos no balanço de massa nos volumes de controle da ordem de  $10^{-12}$ , e que a pressão de entrada, é a mais sensível dentre todas as variáveis.

- Bell K.J., 1963, "Final Report of Cooperative Research Program on Shell-and-Tube Heat Exchangers", *Engineering Experimental Station Bulletin* No 5. University of Delaware, Newark, Delaware.
- Butterworth, D., 1979, "The Correlation of Crossflow Pressure Drop data by means of the Permeability Concept", *Report 9435* Engineering Sciences Divisions AERE Harwell, UK.
- Carlucci, L.N., Galpin, P.F. and Brown, J.D., 1984, "Numerical Prediction of Shell Flow and Heat Transfer in Heat Exchangers", *A Reappraisal of Shellside Flow in Heat Exchangers*, 22<sup>nd</sup> Heat Transfer Conference and Exhibition, Niagara Fall, NY, Heat Transfer Division, ASME
- Chisholm, D., 1986, "Heat Exchanger Technology" Elsevier Applied Sciences
- Colburn, A.P., 1933, "A Method of correlating Forced Convection Heat Transfer data and a Comparison with fluid friction", *AIChE Trans.*, vol. 29, pp.174-210.
- Donohue, D.A., 1947, *Ind. Eng. Chem.*, vol. 41, no. 11, pp.2499-2511.
- Dutra, J.C.C. 1997 "Simulação Numérica do Campo de Velocidades de um Trocador de Calor tipo Casco-e-Tubos", Tese D.Sc. Coppe/UFRJ.
- Grimison, E.D., 1937, "Correlation and Utilization of New Data on Flow Resistance and Heat Transfer for Cross Flow of Gases Over Tube Banks", *Trans. ASME*, vol.59, pp. 583-594.
- Huadong, L. e Kottke, V. 1998, "Effect of baffle spacing on pressure drop and local heat transfer in shell-and-tube heat exchangers for staggered tube arrangement", *Int.J. Heat Mass Transfer*, vol. 41, No. 10, pp 1303-1311
- Kern D.Q., 1950, "Process Heat Transfer", *McGraw-Hill Book Company, Inc.*
- Palen, J.W. e Taborek, J., 1969 "Solution of Shell Side Flow Pressure Drop and Heat Transfer by stream Analysis Method", *Chem. Eng. Prog. Symp. Ser.*, vol. 65, no. 92
- Patankar, S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation
- Patankar, S.V., e Spalding, D.B., 1974, "A Calculation Procedure for Transient and Steady-State Behavior of Shell-and-Tubes Heat Exchangers", Cap 7 - In: *Heat Exchangers: Design and Theory Sourcebook*, Hemisphere, Washington, D.C.
- Perez, J.A. e Sparrow, M., 1984, "Patterns of Fluid flow in a Shell-and-Tube Heat Exchanger", *Heat Trans. Engng.*, vol. 5 no.3/4, pp. 56-69
- PRITHVIRAJ, M. and ANDREWS, 1996, "A Numerical Investigation of The 3-D Flows in Shell and Tube Heat Exchangers", ASME, WAM, Atlanta, USA.
- Prithviraj, M. e Andrews, 1996, "A Numerical Investigation of the 3-D Flows in Shell and Tube Heat Exchangers", ASME, WAM, Atlanta, USA.
- Prithviraj, M. e Andrews, 1995, " Three Dimensional Simulation of Shell and Tube Heat Exchangers", *HTD, Vol. 318*, Heat Transfer in Turbulent Flows, ASME
- Raithby, G.D. e Schneider, G.E., 1979, "Numerical Solution in Incompressible Fluid Flow: Treatment of Velocity-Pressure Coupling", *Numerical Heat Transfer*, vol. 2, pp. 417- 440.
- Ribeiro, M.C. e Goldstein, Jr., L. 1985, "Comparação de Métodos de Cálculo Termo-Hidráulico para Trocadores de calor Casco-e-Tubo, sem Mudança de Fase" *VIII COBEM*, São José dos Campos, S.P.
- Taborek, J., 1980, "Evolution of Shell-and-Tube Heat Exchanger Design Practices", *Heat Transfer Engineering*, vol.2 no. 2 pp. 69-73
- Tinker, T. 1947 "Shellside Heat Transfer Characteristics of Segmentally Baffled Shell and Tube Heat Exchangers", *ASME Paper*, 47-A-130.
- Whitaker, S., 1972 "Forced Convection heat transfer correlations for flow in pipes, past flat plates, single cylinders, single spheres, and for flow in packed beds and tube bundles", *AIChE J.*, 18(2), pp. 361-371.
- Wills, M.J.N. e Johnston, D., 1982, "A New and Accurate Hand Calculation Method for Shellside Pressure Drop and Flow Distribution", *Heat Transfer and Fluid Flow Service*, AERE Harwell, Diacot, Oxfordshire, England

#### ABSTRACT

*A model for the flow in the shell side of a shell-and-tube heat exchanger is presented. In order to obtain the solution, the flow region is treated as a porous medium. Starting from the local balance principles, the final equations are written for this new continuum with the closing equations that relates the drag produced by interaction between the flow and the internals of the shell side. The numerical approach used, was the finite volume method with the power-law scheme for the velocity interpolation. The pressure-velocity coupling was solved by the SIMPLEC algorithm. Results for the velocity field and pressure drop are presented and compared with the available in the literature.*

## BUBBLE BLOCKAGE OF LIQUID SUPPLY IN A CAPILLARY-PUMPED LOOP WITH WICKED CONDENSER UNDER SWITCH-OFF

**Valeri V. Vlassov, Issamu Muraoka**

Division of Space Mechanic and Control - DEM  
National Institute for Space Research - INPE  
12227-010 - São José dos Campos - SP - Brazil

### SUMMARY

*The effect of bubble formation below the evaporator wick just after heat load switch-off have been investigated experimentally and theoretically. This bubble interrupts liquid supply to the evaporator wick and thus provides great difficulties on the re-start of capillary pumped loops (CPL). This phenomenon has been previously observed in some CPLs with tube condenser and here confirmed experimentally for the CPL with wicked condenser. Developed mathematical model was benchmarked by obtained experimental data. Predicted curves, plotted in the pressure-temperature plan, show exact conditions for the vapor bubble formation in the liquid duct below the evaporator wick just after switch-off.*

### INTRODUCTION

A canonical capillary pumped loop (CPL) consists of the evaporator with porous wick, the tube-type condenser, vapor and liquid pipe-lines. A reservoir also can be added for control purpose. Heat load applied to the evaporator provokes capillary pressure which generates driving force for circulation of working fluid in the loop. Evaporation-condensation cycle of heat transfer is realized.

Capillary pumped loops have conditions to reach much higher values of heat transport capability in contradistinction of traditional heat pipes (HP). The principle of separation of streams give the ability to use the wicks of a very small pore size to provide high capillary head in the evaporator. Smooth tubes of the liquid line produce very low hydraulic resistance preventing the capillary limit. At the same time some problems were discovered, which are more critical for CPL rather than for HP, such as start-up difficulties, possible pressure oscillations (Hoang in 1995 and Ku in 1995, 1996) and dry-out due to the bubble blockage of liquid supply in the evaporator.

Usually, the CPLs as well as so named loop heat pipes (LHP, Maidanik, 1992) have a tube type condenser. It needs utilization of a two-phase reservoir to accommodate interface position alterations in the condenser tube. The developed CPL with wicked condenser represents a competitive alternative of the CPL designs. Few works deal with wicked condenser in the CPLs. This conception has been experimentally approved in 1987 by Holmes, Goepf and Hewitt in a two-phase mechanically pumped thermal control system of high power. In 1991 Gottschlich and Richter announced a thermal power loop, that is a kind of the CPL with wicked condenser. A laboratory prototype of the CPL with both evaporator and condenser of flat wick type have been built and tested in 1996 by Vlassov and Muraoka.

In nature, the proposed approach is closed to a HP with a composed wick and does not need the reservoir for the mentioned purpose. The conception of wicked condenser has evident advantages. It provides necessary subcooling at any mode of operation, preventing bubble penetration in the liquid phase from the side of the condenser. Porous structure keeps fixed the vapor-liquid interface at the condensation side and avoiding oscillation of system pressure which can happened in the CPLs with the tube-type condenser. This oscillation is provoked by consolidated interaction of vapor-liquid interfaces in the reservoir, condenser and evaporator.

For any type of CPL the problem of re-start after switch-off of heat load is as critical as the initial start-up one. Usually researchers do not quest this problem, restricted themselves by studying initial start-up. But there is a strong difference between start-up and re-start conditions. Usually, on start-up, both wick and liquid in the evaporator duct have the same temperature. On the re-start after temporary power switch-off this thermodynamic equilibrium is violated. Definitely this violation provokes bubble appearance in the liquid and farther possible failure of re-start.

### MATHEMATICAL MODEL

The purpose of the modeling is to study conditions in which vapor bubble can appear and expand in the liquid duct of the evaporator. The purpose can be achieved by overall modeling of whole system with emphasis in the detailed description of the evaporator element. The variables of interest is temperature and pressure in liquid duct of the evaporator. Comparing these parameters with saturation ones, the conditions for vapor bubble appear can be exactly defined. The liquid temperature near the wick bottom will be determined by temperature distribution in the wick and overall mass flow rate dynamic in the system.



An element of the CPL evaporator is presented in Figure 1. It consists of high conductivity rib, vapor duct, porous wick and liquid duct. Heat load is applied to the top of the rib.

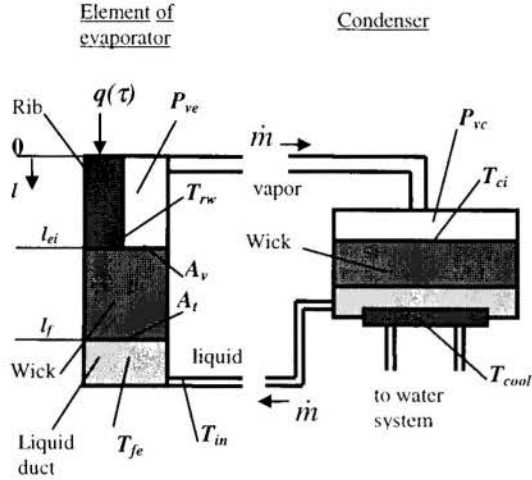


Figure 1. The evaporator element and condenser part of the CPL.

One-dimensional energy equations are written separately for two generalized media in the evaporator - solid and fluid. The equation for solid one serves for the rib domain and for the wick frame (temperature  $T_w$ ). The fluid one serves either for liquid captured in the wick or vapor in the vapor duct (temperature  $T$ ). The heat of phase change is applied to the interdomain boundary (saturated wick - vapor duct) and interpreted as a source term ( $J_\lambda$ ).

$$C\rho\left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + u(\tau)\frac{\partial T}{\partial l}\right) = \frac{\partial}{\partial l}\left(k\frac{\partial T}{\partial l}\right) + J_w, \quad (1)$$

$$C_w\rho_w\frac{\partial T_w}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial l}\left(k_w\frac{\partial T_w}{\partial l}\right) + J_f + \delta(l-l_{ei})J_\lambda; \quad (2)$$

Where  $\delta$  - the Dirac delta function, is defined to be zero everywhere except at the interdomain boundary. The source terms  $J$  are given by

$$J_\lambda = \frac{\lambda\dot{m}}{A_v\Delta l_i}; \quad J_w = \frac{hS}{(1-\varepsilon)A_t}(T_w - T);$$

$$J_f = \frac{hS}{\varepsilon A_t}(T - T_w). \quad (3)$$

where  $h$  - heat transfer coefficient,  $\lambda$  - latent heat of evaporation,  $S$  - average perimeter of wick pore,  $\varepsilon$  - either porosity of the wick or relative area of the vapor duct with respect to total cross area (i.e.  $A_v/A_t$ ).

Several assumption have been made. The process in one-dimensional. The interface position is stable and located at the top of the wick. The source term  $J_\lambda$  is related to the solid media rather than liquid one, because the intensity of evaporation is

maximal at the microlayer of pore surfaces. No back flow is possible ( $\dot{m}(\tau) \leq 0$  constantly).

Initial conditions are uniform temperature for all elements:

$$\tau = 0: T_w = T = T_{fe} = T_{ci} = T_{ei} = T_{cool}; \quad (4)$$

Boundary conditions for the evaporator element are the following

$$l = 0: -k_w\frac{\partial T_w}{\partial l} = q(\tau), \quad \frac{\partial T}{\partial l} = 0;$$

$$l = l_f: -k_w\frac{\partial T_w}{\partial l} = h_e(T_w - T_{fe}), \quad T = T_{fe}(\tau);$$

$$\tau > 0: T_{in} = const; \quad T_{cool} = const;$$

For our purpose it is not possible to accomplish separate analysis of the evaporator element without taking into account the influence of the system at all. So, the boundary conditions have to be completed by simplified equations, describing the processes in the rest of the system.

There are still two indefinite function, velocities  $u$  (or mass flow rate  $\dot{m}$ ) and average temperature at the liquid duct  $T_{fe}$ . The mass flow rate  $\dot{m}$  can be expressed via vapor pressures over the interfaces in the evaporator and condenser respectively (Faghri, 1995, eq. 6-8). Equation (9) expresses pressure drop in the vapor line.

$$\dot{m} = -A_v\sqrt{\frac{f^2(\alpha)}{2\pi R_v T_{ci}}}\cdot [P_{sat}(T_{ci}) - P_{ve}] \quad (6)$$

$$\dot{m} = -A_{vc}\sqrt{\frac{f^2(\alpha)}{2\pi R_v T_{ci}}}\cdot [P_{vc} - P_{sat}(T_{ci})] \quad (7)$$

$$f(\alpha) = \frac{\alpha}{(1-0.4\alpha)}; \quad (8)$$

$$(P_{ve} - P_{vc}) = -\frac{128\mu_v\dot{m}R_v T_{ci} L_v}{\pi D_v^4 P_{ve}}. \quad (9)$$

where  $\alpha$  - accommodation coefficient (accepted here as a constant of 0.9);  $R_v$  - gas constant for vapor of the working fluid;  $L_v$  and  $D_v$  - length and diameter of the vapor pipe-line.

The above equations (6-9) represent the momentum conservation in simplified algebraic form. It is assumed that the hydrodynamic processes in the loop can be classified as fast one if compared to the processes related to change of temperature. It is evident for capillary pumped devices due to very low amount of charge of working fluid (less than 10% of the CPL mass). And visible thermal capacity of whole CPL is really high, because

includes not only the specific heat but also the latent heat of phase transfer.

Due to the assumptions of continuity and incompressibility, the instant mass flow rate of evaporation is equal to one of condensation (equations 6-7).

To close the energy part of the model, two equations have to be added to the boundary conditions (5). They describe transient behavior of condenser temperature  $T_{ci}$  at the interface and of the temperature of the liquid duct  $T_{fe}$  of the evaporator.

$$C_{cw} m_{cw} \frac{dT_{ci}}{d\tau} = -\lambda \dot{m}_c + G_{cw} (T_{cool} - T_{ci}) \quad (10)$$

$$C_p V_{fe} \frac{dT_{fe}}{d\tau} = h_e A_t (T_{fw} - T_{fe}) - \dot{m} C (T_{in} - T_{fe}) \quad (11)$$

Where  $G_{cw}$  - overall thermal conductance from cooling fluid to the vapor-liquid interface across the liquid duct and saturated wick of the condenser.

The conjugate temperatures:

$$\begin{aligned} T_{rw} &= T_w|_{l=l_{ei}-0}; & T_{ei} &= T_w|_{l=l_{ei}+0}; \\ T_{fw} &= T_w|_{l=l_f}. \end{aligned} \quad (12)$$

Thus, the model (equations 1-12) consists the close description of thermal behavior of whole CPL with emphasis on evaporator part.

## NUMERICAL DISCRETIZATION

The control volume method is applied. The evaporator element is divided in  $N_r$  elements of the rib domain and in  $N_w$  elements at the wick domain (Figure 1). The main idea of the numerical algorithm is the following. The conjugate and source terms (i.e.  $J_w$ ,  $J_f$  and  $J_\lambda$  respectively in equations 1-3) are considered explicitly, as well as the associated part of the boundary conditions (eq. 9-10). Heat diffusion and convection terms are counted implicitly, as well as the direct heat load boundary conditions ( $q(\tau)$  in equation (5)). The delta function is approximated by the condition  $\delta=1$  if  $l \in \Delta l_{ei}$  where  $\Delta l_{ei}$  is the thickness of a liquid microlayer of evaporation at the interface position  $l_{ei}$ ; everywhere else  $\delta=0$ . This thickness is accepted to be equal to spatial numerical step.

Implementation of the described algorithm show perfect numerical stability of the scheme for the wide range of variation of physical parameters. Numerical validation of the model has

been done by refining of grids in the time and spatial directions. The results is shown in Figures 2 and 3.

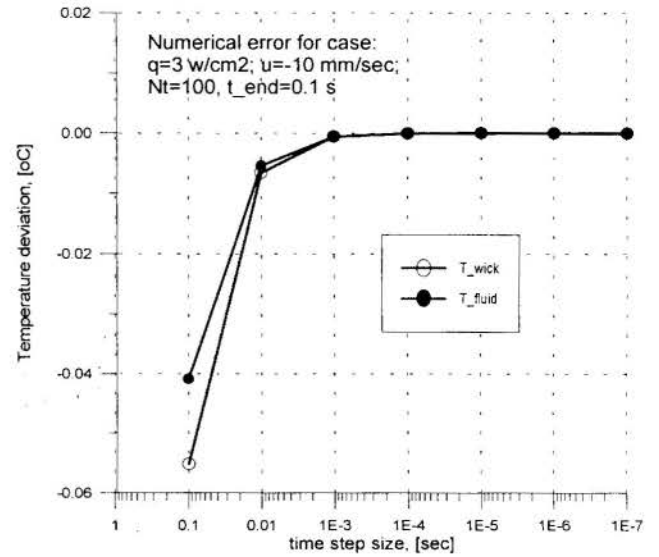


Figure 2. Numerical error estimation versus time step size

Application of time step higher than 0.003 sec needs low relaxation to the mass flow rate value. Test runs show, that the conjugate source terms  $J_w$  and  $J_f$  can cause a numerical instability, even with the relaxation, when the pore size  $r_p < 25 \mu\text{m}$ . It occurs because equations (3) include the heat transfer coefficient  $h$  which depends of  $r_p$ . For small values of the pore radius, the terms ( $J_w$  and  $J_f$ ) becomes more significant in equations (1-2) and the hypothesis about possibility of explicit considering of the conjugate terms in the numerical scheme does not more work.

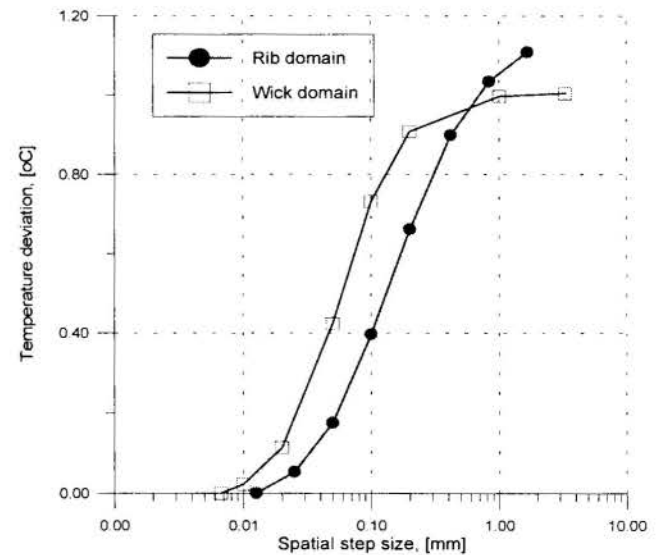


Figure 3. Numerical error estimation versus spatial step size.

Each time step includes simultaneous solutions of two 3-diagonal algebraic systems (representing equations 1-2) and synchronized predictor-corrector step for equations 9-10. The real

time scale (1:1) has been achieved on the P-133 personal computer under the following parameters  $N_w = 32$ ,  $N_r = 15$ ,  $\Delta\tau = 0.0005$  sec., relaxation factor = 0.5. Under high precision runs the scale reaches 1:15-1:20.

### EXPERIMENTAL SET-UP

The CPL shown in Figure 4 was built and tested. Upper lids of the evaporator and condenser were made of transparent glass. This allows to observe phase distribution in the CPL and to detect the formation of bubble in the liquid duct of the evaporator. Wicks were manufactured from sintered bronze. The evaporator wick is a tablet of ( $\phi 100 \times 10$ mm) dimensions having the effective radius of pore of  $35 \mu\text{m}$  and porosity of 0.27. The condenser one is of  $\phi 100 \times 7$ mm -  $210 \mu\text{m}$  - 0.448. Measured thermal conductivity are 14.7 and 8.1 W/mK respectively. Permeabilities are  $2.28 \cdot 10^{-12}$  and  $3.19 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ .

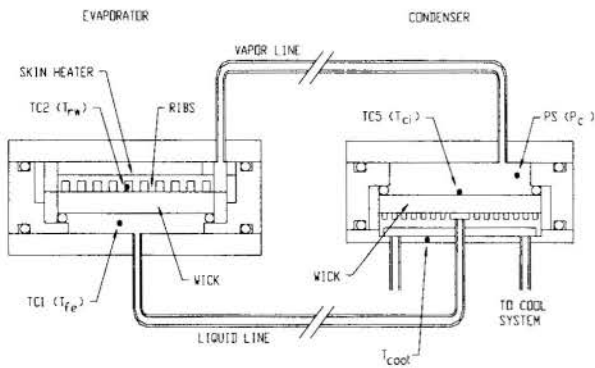


Fig. 4. Design of the experimental CPL

The vapor and liquid lines were made of stainless steel, measuring 1100 mm in length and 4.35 mm inner diameter. A skin heater was installed at top of the rib block of the evaporator. A water cooling system removes heat from the CPL condenser

The system was charged with 138 ml of ethanol. The CPL was instrumented with thermocouples of T type and 2 absolute pressure transducers of the piezoresistive type. Location of the sensors to measure  $T_{rw}$ ,  $T_{fe}$ ,  $T_{ci}$  and  $P_{ci}$  are shown.

### TESTS AND COMPARISON

First test was devoted to study the CPL behavior after complete switch-of heat load of  $120.07 \pm 0.42$  W (where 0.42 - the Standard Deviation) at  $T_{cool} = 41.13 \pm 0.30$  °C. Figure 5 displays experimental and theoretical temperature curves for locations above (rib) and below the evaporator wick.

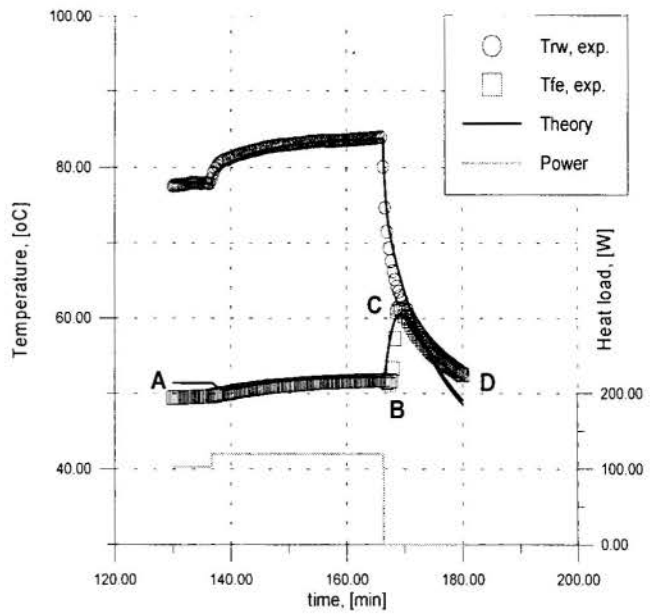


Figure 5. Comparison of theoretical and experimental data on complete switch-off from 120 down to 0 W.

First, the model was adjusted to define the contact thermal resistance  $R_c$  between the wick and the rib in the evaporator, the coefficients, correcting for thermal capacity of the containers, and the temperature at inlet of the liquid duct  $T_{in}$ . It was accepted  $R_c = 7.1 \cdot 10^{-4} \text{ Km}^2/\text{W}$  and  $T_{in} = 25$  °C (This temperature depends mainly of the ambient one if the liquid line is not isolated externally).

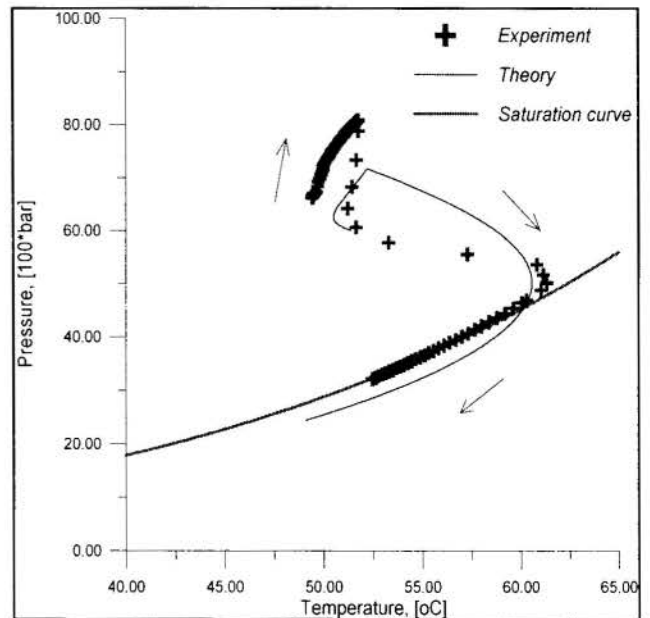


Figure 6.  $P_{ci}$ - $T_{fe}$  plot for the complete switch-off test (120->0 W)

The effect of temperature rising at the liquid duct just after switch-off can be observed in Figure 5. Together with overall pressure decreasing, it creates the conditions for bubble appearance and growth. This conditions can be seen on the P-T

plot of transient process, comparing to the saturation curve for the working fluid in Figure 6.

In Figure 6, the A-B section represents the pre-heating from 100 to 120 W. The switch off occurs on the B point. The B-C section displays fast pressure fall and temperature rising. This increasing is explained by combination of several factors. The circulation break causes halt off the cold liquid supply from the liquid line to the duct. Since this moment, the temperature behavior of the liquid in the duct is governed by convective heat exchange with the wick, whose thermal capacity together with the rib block is higher than that of liquid.

The experimental non-linearity on the B-C section is under question. Duration of the B-C phase is very short, about 1 min. So, this can be related to some hydrodynamic effects in the loop.

On the final section (C-D) theoretical curve shows apparent overheating of saturated liquid. It means the favorable conditions for vapor phase formation. Bubble appearance and growth was observed via transparent glass bottom lid of the evaporator. In reality, temperature does not overpass the saturation line, because evaporation to the liquid bulk in the duct takes place.

To make the experimental curve, the pressure in the condenser was used instead of that in the liquid duct. It is absolutely acceptable on the phases of 0-load; at the normal mode of operation it makes very small difference of less than 0.01% related to overall pressure.

Attempting of restart the system after 42 min. of the 0-load period has been failed.

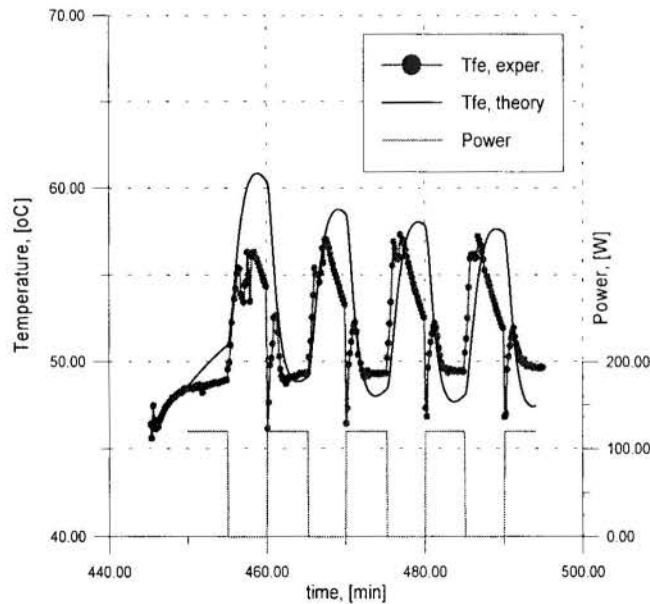


Figure 7. Comparison of results for the test of periodical switch-off

The next test was devoted to periodical switch-off and switch-on with a period of 5 minutes. Heat load was cycled between 120 and 0 W and  $T_{cool}=40.27\pm 0.04$  °C. Figure 7 displays

experimental and theoretical temperature curves for liquid in the duct.

The P-T plot corresponding to this test is shown in Figure 8. It reflects new effects related to periodical re-start after switch-off. First, theoretical zones under the saturation line is relatively short, while experimental ones close to the line is long. The reason is the model does not simulate the bubble growth itself. In reality, evaporation in a bubble at the liquid duct acts as an additional heat sink, so the temperature is decreased with more rate than the model predicts.

Second, left picks shown in Figure 8 (domain I) on the experimental curve display hydrodynamic effects on re-start. Before the heat load return, growing bubble displace some liquid from the duct to the liquid line (back flow). On the switch-on, the bubble is collapsed and cold liquid from the line is suddenly returned to the duct caused this temperature jump-down

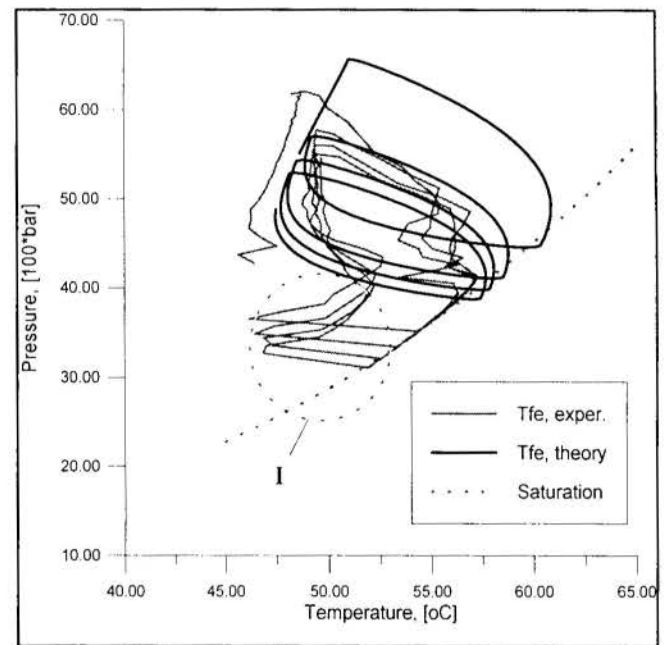


Figure 8. P-T plot for the location below the wick:  $P_{vc}-T_{fe}$  Periodic switch-off test.

This test demonstrates possibility of successful re-start after periodical switch-off with short intervals of 5 minutes. This time was not enough vapor bubble blocks completely the liquid supply as for the previous test. To predict this blockage carefully, a vapor bubble growing part should be added to the model.

## CONCLUSION

Vapor phase formation in the liquid void below the wick on switch-off can interrupt the following re-start of the system. The developed model allows to predict the conditions for the vapor bubble formation. It happened due to the thermal inertia of the wick and rib block of the evaporator and interruption of the



liquid circulation. Possibility of re-start depends of duration of 0-load period.

## ACKNOWLEDGMENTS

This research was conducted at INPE under partial support of Brazilian Foundation of Science and Technology - CNPq, and Foundation of Research Support of Sao Paulo State - FAPESP.

## REFERENCES

Faghri, A., 1995, "Heat Pipe Science and Technology". Taylor&Franis.

Gottschlich, J.M. and Richter, R., 1991, "Thermal Power Loops", SAE 91-1188, Proc. SAE Aerospace Atlantic, Dayton, OH.

Hoang, T.T., Ku, J., 1995, "Theory of Hydrodynamic Stability for Capillary Pumped Loops", Proceeding, HTD-Vol.307, 1995 National Heat Transfer Conference - Volume 5 /ASME, pp. 33-40

Holmes, H.R., Goepf, J.W., and Hewitt, H.W., 1987, "Development of the Lockheed Pumped Two-Phase Thermal Bus". AIAA Paper 87-1626, pp. 1-7.

Ku, J., 1996, "Performance tests of CAPL2 starter pump cold plates", 31st AIAA Thermophysics Conference, New Orleans, LA, June 17-20, 1996.

Ku, J., Hoang, T.T., 1995, "An Experimental Study of Pressure Oscillation and Hydrodynamic Stability in a Capillary Pumped Loop", Proceeding, HTD-Vol.307, 1995 National Heat Transfer Conference - Volume 5 /ASME, pp. 25-32

Maidanik, Y.F., et.al., 1992, "Thermoregulation of loops with capillary pumping for space use". Proceedings, 22nd International Conference on Environmental Systems, Seattle, Washington, July 13-16.

O'Connell, T., Hoang, T., Ku, J., 1996, "Effects of Transport Line Diameters on Pressure Oscillations in a Capillary Pumped Loop", Proceeding, 31st AIAA Thermophysics Conference, June 17-20, 1996/ New Orleans, LA, AIAA paper 96-1833, pp1-5.

Stenger, F.J., 1966, "Experimental Feasibility Study of Water-Filled Capillary Pumped Heat Transfer Loops", Technical Report NASA X-1310.

Vlassov, V.V., Muraoka, I., 1996, "Experimental examination of a prototype of the capillary pumped loop with porous condenser", Proceeding: VI Congresso Brasileiro ENCIT/LATCYM, Florianópolis SC, Brasil, 11-14 de novembro 1996, Vol. 2, pp. 883-888.

## ESTUDO DO COMPORTAMENTO TÉRMICO DE UM RADIADOR ACOPLADO A UM CIRCUITO DE BOMBA CAPILAR

**Edson Bazzo**

**Luciano Heinen**

Departamento de Engenharia Mecânica  
Universidade Federal de Santa Catarina  
88040-900 Florianópolis - SC - Brasil  
E-mail: ebazzo@emc.ufsc.br

### SUMÁRIO

*Um modelo teórico é apresentado para análise do processo de transferência de calor numa placa radiadora acoplada a um circuito de bomba capilar. O comportamento térmico do circuito de bomba capilar é estudado no sentido de buscar uma solução otimizada para o projeto da placa radiadora, que leve em conta critérios relativos a limite de massa, controle de temperatura e remoção do calor gerado no interior de satélites. Análise complementar é estendida para o caso particular de um circuito de bomba capilar de pequena escala, previsto para ser testado em condições de microgravidade.*

### INTRODUÇÃO

Radiadores de calor são dispositivos que podem ser acoplados a tubos de calor ou circuitos de bombas capilares, destinados à dissipação da energia gerada por componentes eletrônicos no interior de satélites, sondas e outros veículos espaciais. O projeto de um radiador deve levar em conta critérios básicos relacionados com limitação de massa, capacidade térmica, controle de temperatura e sobretudo garantia de funcionamento. Tubos de calor apresentam tais características e, por isso mesmo, têm encontrado grande aceitação em aplicações espaciais. Nesse caso, um ou mais tubos de calor são apropriadamente acoplados à placa radiadora, fazendo a conexão com a fonte de calor. Entretanto, tubos de calor têm seu uso limitado para aplicações menos complexas e casos com necessidades de carga térmica geralmente inferiores a 1 kWm (Schlitt, 1995).

A exemplo de tubos de calor, circuitos de bombas capilares (CPL - Capillary Pumped Loop) se apresentam também como candidatos para uso em aplicações espaciais. CPLs são capazes de transportar considerável quantidade de energia, sob pequenas diferenças de temperatura e, da mesma forma que tubos de calor, não necessitam de qualquer agente mecânico para movimentação do fluido térmico. Nesse caso, uma ou mais bombas capilares são incorporadas junto a placas absorvedoras, de onde se deseja transportar calor para placas radiadoras voltadas para o espaço. Ao contrário de tubos de calor, o CPL não necessita de estrutura capilar no condensador. Como conseqüência, em comparação com tubos de calor, as perdas de cargas são significativamente menores. Um CPL constitui-se basicamente por um evaporador, um condensador, um reservatório e por linhas de transporte de líquido e do vapor (ver Figura 1). O reservatório é importante para controlar o inventário de líquido e temperatura de operação do circuito.

Em termos gerais, pode-se dizer que bombas capilares se apresentam como candidatas naturais ao controle térmico de satélites, por apresentarem menor peso estrutural e por viabilizar a transferência de maior quantidade de calor por distâncias maiores do que aquelas permitidas por tubos de calor. Diversos testes já realizados, tanto em terra como em condições de gravidade reduzida, têm comprovado bom desempenho e relativa confiabilidade do CPL. Persistem entretanto problemas relacionados com a partida, ou com a necessidade de recuperação de uma ou mais bombas capilares em caso de colapso. O CPL para de funcionar, se por qualquer razão

ocorrer secagem da estrutura capilar. Na expectativa de resolver definitivamente tais problemas, novos testes em CPL vêm sendo continuamente programados com diferentes tipos de bombas capilares (Ku and Hoang, 1997; Delil et al., 1997). Acompanhando essa tendência, estudos teóricos e experimentais vêm sendo realizados também no Brasil. O desenvolvimento de tecnologia própria e a formação de pessoal técnico-científico na área assume papel importante, uma vez que a AEB (Agência Espacial Brasileira) prevê o desenvolvimento de satélites que atendam necessidades relativas às áreas de telecomunicações, meteorologia, sensoriamento remoto, oceanografia, geodésia e navegação (PNAE, 1997). Recentemente foi aprovado pela ABC (Academia Brasileira de Ciências) o projeto de um experimento relativo a um CPL de pequena escala, para testes no satélite franco-brasileiro, com lançamento previsto até o final do ano 2001. A aprovação desse experimento vem motivando a realização de estudos, que de fato viabilizem a construção do CPL dentro das limitações impostas ao projeto do satélite, como forma, peso, segurança e potência elétrica disponível para realização dos testes. Artigo técnico, apresentando detalhes e discutindo resultados preliminares relativos ao projeto, foi recentemente apresentado no 4<sup>th</sup> Small Satellite Systems and Services Symposium na França (Bazzo et al., 1998). No presente artigo, ênfase espacial é dada ao projeto e análise do comportamento térmico da placa radiadora, acoplada ao condensador do CPL, no sentido de buscar uma solução otimizada, que atenda aos parâmetros de projeto. Um modelo numérico bidimensional é aplicado para cálculo da distribuição de temperatura e do calor transferido, assumindo-se diferentes configurações da placa radiadora e condensador. Resultados teóricos são apresentados também para o caso particular do CPL operando com carga térmica de até 45 W, nas condições estabelecidas para o satélite.

### PLACA RADIADORA

A capacidade térmica do CPL está geralmente relacionada com a capacidade de bombeamento capilar e com as perdas de carga relativas ao escoamento de líquido e de vapor ao longo do circuito. Nesse caso em particular, entretanto, em função das limitações de geometria e de peso impostas pelo satélite, restrição maior é oferecida pela placa radiadora acoplada ao condensador. Além da restrição de área, a capacidade de transferência de calor

é fortemente influenciada por cargas térmicas adversas provenientes do albedo terrestre e da radiação emitida pela terra no espectro infravermelho.

Assume-se que a placa radiadora consista de uma folha de alumínio, pintada com tinta branca de emissividade igual a 0,84 e absorvidade igual a 0,15. A placa deve ser termicamente acoplada a uma serpentina de tubo de aço inoxidável (ou de alumínio), utilizada como condensador e igualmente dimensionada para atender o caso limite em que o CPL deve transferir do interior do satélite a potência térmica de até 45 W.

Na sua forma mais simples, o CPL consiste de apenas um evaporador, um condensador e tubos para transporte do líquido e do vapor. Na Figura 1 é mostrado um esquema simplificado com a posição da placa radiadora no CPL. Detalhes adicionais relativos à bomba capilar estão descritos no anexo. As configurações preliminarmente propostas para a serpentina acoplada ao radiador são mostradas na Figura 2.

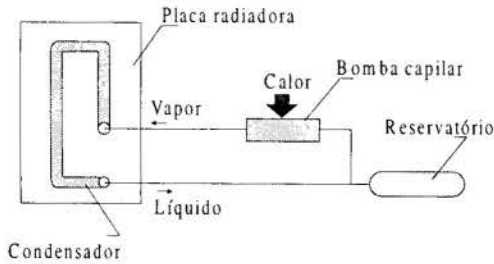


Figura 1 - Esquema simplificado do CPL.

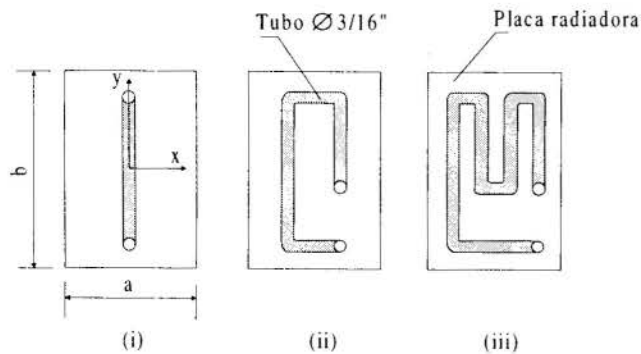


Figura 2 - Configurações propostas para a serpentina acoplada à placa radiadora.

Diante das condições preestabelecidas, o problema de transferência de calor é resolvido para a potência limite de 45 W aplicada no evaporador e considerando-se as cargas térmicas relativas ao albedo terrestre e infravermelho incidentes sobre o radiador. Adicionalmente, o comportamento térmico do radiador é analisado, considerando-se as condições específicas do experimento programado para ser embarcado no satélite franco-brasileiro. Nesse caso, considerando-se que a energia elétrica disponível para a carga útil do satélite seja de apenas 18 W, um absorvedor de energia solar (ou placa absorvedora) é igualmente acoplado ao CPL, de modo a viabilizar a realização dos testes na potência desejada. Por seu lado, assume-se que a placa radiadora seja fixada numa face do satélite, que esteja sempre voltada para o espaço. As cargas térmicas incidentes sobre o absorvedor e sobre o radiador durante o tempo de órbita do satélite estão mostradas na Figura 3. Detalhes relativos aos procedimentos adotados para cálculo das cargas térmicas são mostrados em artigo técnico submetido para apresentação no 6<sup>o</sup> PACAM (Couto e Mantelli, 1999). A exemplo do que está previsto para o satélite franco-brasileiro, assume-se que a órbita seja equatorial elíptica,

apresentando perigeu de 400 km, apogeu de 1000 km e 7<sup>o</sup> de inclinação. O período da órbita é de 100 min. Para cálculo do albedo, assumiu-se uma constante solar da ordem de 1367 W/m<sup>2</sup>. Para cálculo da radiação infravermelha emitida pela terra, assumiu-se que a temperatura média da terra seja 288 K.

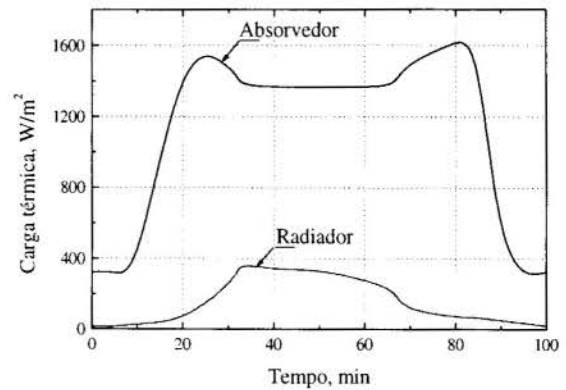


Figura 3 - Cargas térmicas impostas ao radiador e placa absorvedora acoplada ao CPL.

## FORMULAÇÃO

O problema de transferência de calor é analisado, de modo a encontrar uma configuração para o condensador e placa radiadora, que leve em conta as restrições de projeto, controle da temperatura de operação do CPL e remoção efetiva do calor gerado no interior do satélite.

Na sua forma mais simples a placa radiadora pode ser acoplada a um condensador de tubo simples como mostrado na opção (i) da Figura 2. Nesse caso em particular, considerando-se que o tubo seja fixado no centro da placa e assumindo-se uma distribuição bidimensional das temperaturas no plano  $xy$ , a equação de transferência de calor que governa o problema pode ser representada por

$$\frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial y^2} - \frac{1}{ke} q(x,y) = 0 \quad (1)$$

sendo  $k$  o coeficiente de transferência de calor por condução da placa,  $e$  a espessura da placa e  $q(x,y)$  o fluxo de calor líquido rejeitado para o espaço, dado por

$$q(x,y) = \epsilon \sigma T(x,y)^4 - \alpha S \quad (2)$$

onde  $\epsilon$  corresponde à emissividade,  $\sigma$  à constante de Stefan-Boltzmann,  $\alpha$  a difusividade térmica e  $S$  à carga térmica externa incidente sobre a placa.

No caso particular da opção (i), mostrada na Figura 2, assumindo-se que o tubo tenha comprimento igual à dimensão  $b$  e que seja fixado no centro da placa, o problema pode ser resolvido analiticamente, considerando-se como primeira condição de contorno a equação

$$-k \frac{\partial T(0,y)}{\partial x} = \frac{1}{R} (T_f - T(0,y)) \quad (3)$$

onde  $R$  representa a resistência térmica por unidade de área entre fluido de trabalho e interface do tubo com a placa e  $T_f$  representa a temperatura de operação do CPL. Como segunda condição de contorno, assume-se que a placa seja isolada nas suas extremidades.

Em todas as três opções, o problema pode ser facilmente resolvido, optando-se pela solução numérica por diferenças finitas, respeitando-se as respectivas condições de contorno para cada domínio em questão. Para pontos nodais em contato direto com a serpentina do condensador, vale a equação

$$q_{ij} = \epsilon \sigma T_{ij}^4 - \alpha S - \frac{1}{R \cdot A_{ij}} \cdot (T_f - T_{ij}) \quad (4)$$

onde  $q_{ij}$ ,  $T_{ij}$  e  $A_{ij}$  representam o calor rejeitado, a temperatura e área de troca de calor no ponto  $ij$ , respectivamente. Para os demais pontos nodais, vale a Eq. 2, agora escrita na forma

$$q_{ij} = \epsilon \sigma T_{ij}^4 - \alpha S \quad (5)$$

## DISCUSSÃO DE RESULTADOS

O problema é resolvido iterativamente, calculando-se uma área mínima equivalente para a placa radiadora, que tenha a capacidade de rejeitar a potência limite de 45 W. Resultados são apresentados na Figura 4 para diferentes temperaturas de operação do CPL, levando-se em conta a potência de 45 W e as cargas térmicas incidentes no próprio radiador, relativas ao albedo e radiação IR provenientes da terra. Os cálculos foram realizados para as três configurações mostradas na Figura 2, assumindo-se amônia como fluido de trabalho e ausência de reservatório, isto é, operação do CPL no modo de condutância constante.

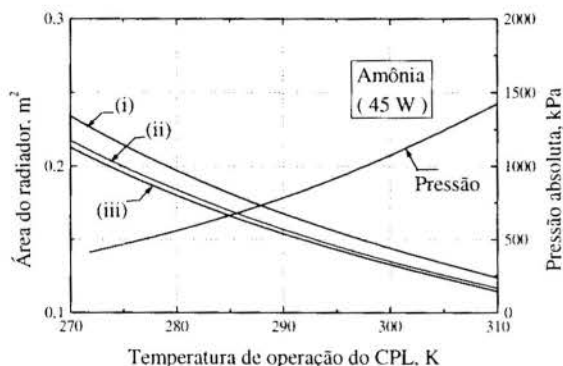


Figura 4 - Área efetiva requerida para troca de calor, como função da temperatura de operação do CPL.

A opção por um CPL desprovido de reservatório se constitui numa alternativa interessante, uma vez que se estaria reduzindo a massa total a ser eventualmente embarcada no satélite. Entretanto, uma vez fixada a área do radiador, a temperatura do fluido térmico irá variar de acordo com a potência aplicada no evaporador ou de acordo com as condições térmicas no radiador. Embora represente um maior peso estrutural e mesmo a necessidade de suprimento de energia elétrica, a opção pelo uso de reservatório traz maior flexibilidade de operação ao CPL. Mediante aquecimento ou resfriamento do reservatório, é possível controlar o processo de partida, bem como a temperatura de operação do CPL. Isto é, mesmo com variação de carga térmica no evaporador ou no próprio radiador, a temperatura se mantém constante, compensando-se a quantidade de líquido no interior do condensador, apenas pelo deslocamento de líquido para dentro ou para fora do reservatório.

A curva referente à pressão de saturação para amônia é também mostrada na Figura 4. A opção por temperaturas na faixa

de 280 a 300 K é razoável, tendo em vista a segurança do sistema com relação à pressão de saturação desenvolvida pelo fluido térmico. Menores valores de área implicam em maiores temperaturas e, portanto, maiores valores para a pressão no interior do circuito. Temperaturas na faixa de 280 a 300 K são desejáveis no controle térmico de satélites.

A massa total do conjunto radiador/condensador, juntamente com a área mínima requerida para troca de calor, são calculadas para diferentes espessuras da placa. De acordo com a Figura 5, observa-se um aumento significativo da massa total, na medida em que aumenta a espessura da placa. Assim, considerando que o fator peso exerce uma restrição importante no projeto do experimento e tendo-se em conta a potência desejada de até 45 W, optou-se pela opção (ii), assumindo-se que a placa tenha espessura de 1 mm. Nessas circunstâncias, assumindo-se que a temperatura  $T_f$  deva ser controlada para valores da ordem de 285 K, para dissipar a potência máxima de 45 W, a área equivalente mínima para o radiador deverá ser fixada entre 0,166 e 0,181 m<sup>2</sup>. Em termos práticos, respeitando-se as restrições geométricas do satélite, assume-se que a placa tenha largura  $a = 0,32$  m e altura  $b = 0,55$  m. Nessas condições,  $axb = 0,176$  m<sup>2</sup>.

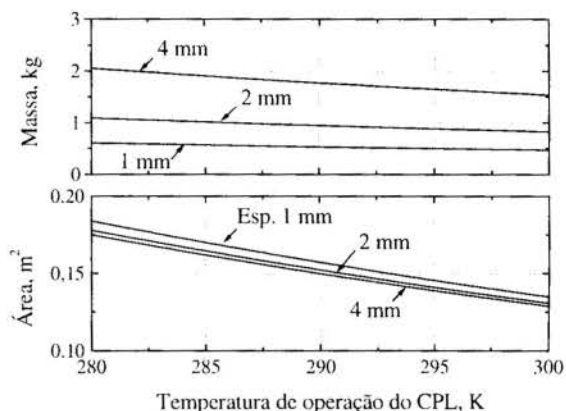


Figura 5 - Valores calculados para a área e para a massa total correspondente a diferentes espessuras para a placa radiadora.

Nas Figura 6 e 7 são apresentados resultados correspondentes aos campos de temperaturas para as opções (ii) e (iii) mostradas na Figura 2.

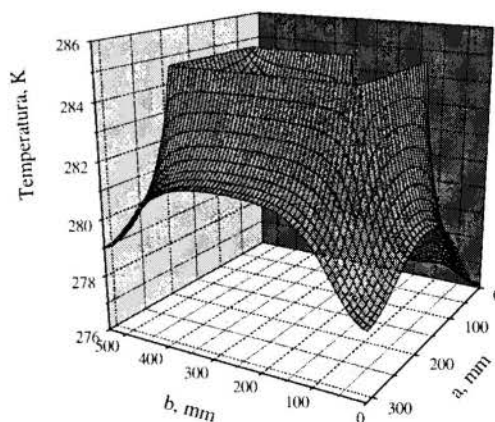


Figura 6 - Campo de temperaturas para a placa radiadora (Opção ii).



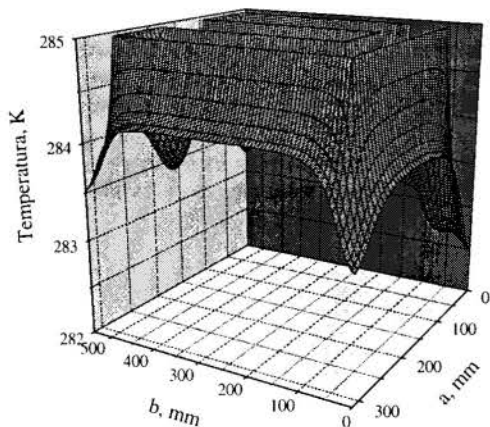


Figura 7 - Campo de temperaturas para a placa radiadora (Opção iii).

Os resultados mostrados nas Figura 6 e 7 valem para uma placa de alumínio de 1mm de espessura e 0,176 m<sup>2</sup> de área de troca de calor. Embora se observe sensíveis diferenças entre  $T_f = 285$  K e temperaturas da placa, a capacidade de transferência de calor permanece quase a mesma para todas as três opções, na ordem de 45 W. Da mesma forma, a espessura da placa radiadora exerce pouca influência sobre a capacidade de transferência de calor do CPL.

A serpentina do condensador pode ser constituída por tubos comercialmente disponíveis no mercado, nesse caso para diâmetro externo 3/16 pol. (aprox. 5 mm). Tendo em vista que para potências da ordem de 45 W, a vazão de fluido térmico é relativamente pequena (0,15 kg/h), pode-se selecionar tubos ainda menores, se disponíveis comercialmente. Nessas condições, para uma vazão de apenas 0,15 kg/h, as perdas de carga geradas ao longo do circuito são pequenas, não sendo suficientes para conduzir as bombas capilares à condição de colapso. Isto é, não será pelo limite capilar que o sistema deixará de funcionar e sim pela própria capacidade do radiador em rejeitar calor para o espaço. Em termos gerais, a escolha da configuração proposta se deve às seguintes razões:

- Capacidade térmica do CPL atendida;
- Peso dentro dos limites impostos para o radiador (< 1,2 kg)
- Possibilidade concreta de subresfriamento do líquido.

O subresfriamento do líquido é necessário para prevenir o aparecimento de bolhas de vapor na entrada da bomba capilar. A presença de bolhas de vapor pode causar o bloqueio da circulação de líquido e conduzir o sistema ao colapso. Esta é uma condição igualmente importante, principalmente porque há forte tendência de formação de bolhas no interior do canal de líquido que alimenta as bombas capilares. Particularmente para bombas capilares de ranhuras circunferenciais, operando com amônia a  $T_f = 285$  K, temperaturas de subresfriamento inferiores a 260 K são desejáveis (Camargo et al., 1998).

O comportamento térmico do radiador acoplado ao CPL é agora estudado para o caso particular em que diferentes cargas térmicas atuam sobre a placa absorvedora durante uma órbita completa do satélite. Duas condições distintas são estudadas e apresentadas na Figura 8.

De acordo com a Figura 8, numa primeira condição, o CPL demonstra a capacidade de transferir potências de até 36 W da energia solar incidente sobre a placa absorvedora. Por outro lado, tendo em vista a localização do satélite durante sua órbita em torno da terra, durante o eclipse o radiador poderá igualmente absorver calor do espaço, uma vez que nesta posição a carga térmica incidente sobre a placa absorvedora é mínima. Importa

ressaltar, que o radiador apresenta uma área de 0,176 m<sup>2</sup>, enquanto que a placa absorvedora apresenta uma área de apenas 0,04 m<sup>2</sup>. Naturalmente, importa saber se nessa condição o CPL será ou não capaz de operar também no sentido inverso, para que então alternativamente essa carga térmica seja emitida para o espaço pela placa absorvedora. Em termos práticos, a inversão de fluxo pode não ser desejável no controle térmico de satélites. Espera-se que tal comportamento seja de fato melhor estudado nos experimentos de laboratório e, mais tarde, em condições de microgravidade, já com o CPL em operação no satélite. A possibilidade do radiador absorver calor do espaço pode ser igualmente observado na Figura 9, onde pode-se comparar a temperatura  $T_f$  do CPL com a temperatura média da placa ao longo de uma órbita do satélite. No intervalo de 0 a 10 min (ou de 90 a 100 min), a temperatura  $T_f$  assume valores entre 1 e 2 K menor do que a temperatura média da placa.

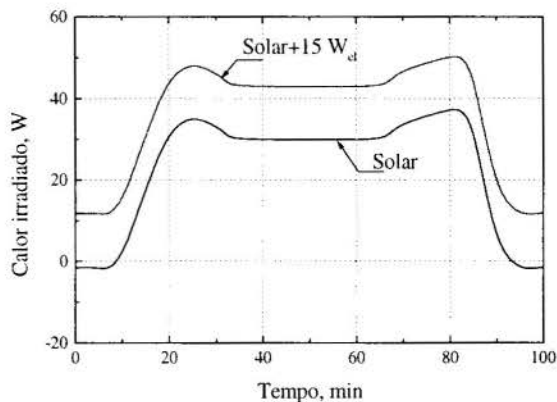


Figura 8 - Curva de desempenho térmico durante uma órbita completa do satélite ( $T_f = 285$  K).

Ainda de acordo com a Figura 8, numa segunda condição, pode-se observar que o CPL demonstra a capacidade de transferir a potência limite de 45 W, que corresponde à energia solar incidente sobre a placa absorvedora, associada à potência elétrica disponível no satélite e aplicada diretamente sobre a bomba capilar.

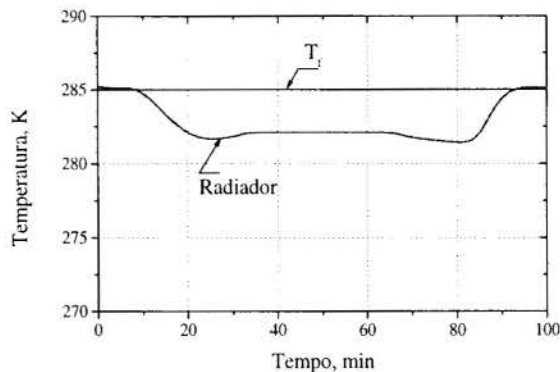


Figura 9 - Temperatura média esperada para a placa radiadora, durante uma órbita completa do satélite.

## CONCLUSÃO

Cálculos foram realizados no sentido de dimensionar e analisar o comportamento térmico de uma placa radiadora

acoplada a um CPL, de modo a atender restrições de projeto relativas à massa estrutural, controle de temperatura e capacidade para transportar calor na potência de até 45 W. Os resultados obtidos demonstram a possibilidade de utilização de uma placa de alumínio, de espessura 1 mm e com uma área efetiva de troca de calor de pelo menos 0,176 m<sup>2</sup>. Por medida de segurança, áreas menores não são recomendadas por implicarem na necessidade de se optar por uma maior temperatura de operação do CPL e, portanto, numa maior pressão de saturação para a amônia como fluido térmico. A espessura da placa e a configuração adotada para a serpentina do condensador exercem pouca influência na capacidade de transporte de calor.

A capacidade térmica é limitada em 45 W devido principalmente ao tamanho da placa radiadora. Potências maiores são possíveis, uma vez que o limite capilar não foi alcançado. No caso, usando-se bombas capilares constituídas por estruturas porosas de níquel sinterizado, pode-se esperar potências muito superiores a 50 W, usando amônia como fluido de trabalho.

Resultados demonstram também a possibilidade de operar o CPL na ausência de reservatório, isto é, no modo de operação a condutância constante. Entretanto, em tal modo de operação, perde-se a possibilidade real de controlar o processo de partida e a temperatura de operação do CPL. De qualquer modo, desde que possível, a opção por um CPL desprovido de reservatório se constitui numa alternativa interessante, uma vez que se estaria reduzindo a massa total a ser eventualmente embarcada no satélite.

Resultados satisfatórios foram obtidos para o caso do radiador ser acoplado ao CPL de escala reduzida, previsto para ser embarcado no satélite franco-brasileiro, para a realização de testes em condições de microgravidade. Dados experimentais serão oportunamente levantados em laboratório e em condições de microgravidade para comprovação de resultados.

REFERÊNCIAS

Bazzo, E. e Colle, S., 1995, "Bombas Capilares Aplicadas a Circuitos de Transferência de Calor de Dupla-fase", *COBEM-CIDIM/95*, Belo Horizonte, Brasil.

Bazzo, E.; Mantelli, M.B.H.; Vlassov, V. and Ochterbeck, J., 1998, "A Proposed Conception of a Small Scale CPL Experiment for Testing under Microgravity", *4<sup>th</sup> Small Satellites Systems and Services Symposium*, France.

Camargo, H. V. R., Bazzo, E., Santos, G. M. e Silva, A. F. C., 1998, "Comportamento Térmico do Líquido de Alimentação em Bombas Capilares". *ENCIT 98*, Rio de Janeiro, Brasil.

Couto, P. e Mantelli M. B. H., 1999, "Environmental Heat Loads over External Plates of Microgravity Capillary Pumped Loop Experiment", Paper submitted to the *6<sup>th</sup> Pan American Congress of Applied Mechanics*, Rio de Janeiro, Brazil.

Delil, A. A. M., Dubois, M. and Supper, W., 1997, "In-orbit Demonstration of Two-phase Heat Transport Technology: TPX/II: Ready for Launch", *27<sup>th</sup> International Conference on Environmental System*, Technical Paper 972479, Lake Tahoe, Nevada.

Ku, J., 1993, "Overview of Capillary Pumped Loop Technology", *ASME 29th National Heat Transfer Conference*, Atlanta, HTD-Vol.236.

Ku, J. and Hoang, T. T., 1997, "Start-Up Behaviors in the CAPL 2 Flight Experiment", Technical Paper 972328, *27th International Conference on Environmental Systems*, Lake Tahoe, Nevada.

PNAE, 1997, "Plano Nacional de Atividades Espaciais". *AEB Agência Espacial Brasileira*, Brasília.

Schlitt, R., 1995, "Performance Characteristics of Recently Developed High Performance Heat Pipes". *Heat Transfer Engineering*, vol.16, No.1, pp.44-52.

A theoretical model is presented for calculus and analysis of the heat transfer of a radiator plate connected to a capillary pumped loop. The thermal behavior of the radiator plate is analyzed taking into account design restrictions, temperature control and the required heat load to be removed from satellites. A complementary analysis is extended to a case of a small scale capillary pumped loop, scheduled to be tested under microgravity conditions.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem aos engenheiros Paulo Couto e Heitor V. R. Camargo pelo apoio dado na elaboração de cálculos e desenhos utilizados neste trabalho.

ANEXO

Descrição do CPL: Na sua forma mais simples, o CPL consiste de apenas um evaporador, um condensador e tubos para transporte do líquido e do vapor. Líquido se desloca do condensador para o evaporador por ação capilar. A opção pela instalação de um reservatório torna a operação do CPL mais flexível às variações de carga térmica, tanto no evaporador como no próprio condensador. De acordo com a carga térmica aplicada, o inventário de líquido no interior do circuito é automaticamente ajustado, de modo a manter aproximadamente constante a temperatura desejada de operação (Bazzo e Colle, 1995). Amônia, Freon 11 e acetona têm sido freqüentemente utilizados como fluido térmico. A capacidade de bombeamento depende das propriedades físicas do fluido de trabalho e do tipo de estrutura capilar.

Bomba Capilar: Na Figura 10 é mostrado o esquema de uma bomba capilar de elemento poroso, com capacidade de bombeamento capilar esperada de até 5 kPa. A bomba capilar consiste de um elemento tubular de níquel sinterizado, inserido em um tubo de alumínio axialmente ranhurado. Líquido se desloca radialmente do centro até a interface com a parede interna do tubo de alumínio, onde estão as ranhuras. O vapor gerado se desloca pelas ranhuras axiais, no sentido da linha de vapor, de volta para o condensador. Trabalhos estão sendo conduzidos no Laboratório de Materiais da UFSC, na expectativa de se obter elementos porosos, com tamanho de poros distribuídos na faixa de 3 a 10 µm, que apresentem capacidades de bombeamento ainda maiores e, portanto, bombas capilares que apresentem maior capacidade de transferência de calor.

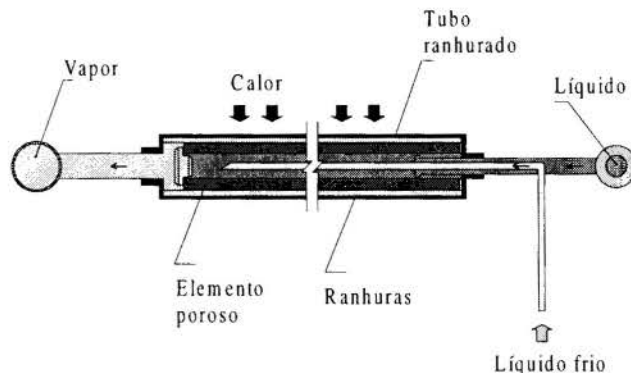


Figura 10 - Esquema de uma bomba capilar constituída por estrutura capilar de material poroso.

## COMPORTAMENTO TÉRMICO DO LÍQUIDO DE ALIMENTAÇÃO EM BOMBAS CAPILARES

**Heitor Victor Ribeiro Camargo**  
**Edson Bazzo**  
**Gabriel Mann dos Santos**  
**Antônio Fábio Carvalho da Silva**

Departamento de Engenharia Mecânica  
 Universidade Federal de Santa Catarina  
 88040-900 – Florianópolis – SC – Brasil  
 ebazzo@emc.ufsc.br

### SUMÁRIO

*O comportamento térmico do fluido de trabalho no interior do canal de alimentação de bombas capilares é analisado. Um modelo matemático foi desenvolvido para simular o processo de transferência de calor e determinar a temperatura de subresfriamento desejada, de maneira que não ocorra formação de bolhas de vapor no interior do canal de alimentação. Cálculos realizados demonstram a necessidade de subresfriamento com diferenças superiores a 30 °C, relativamente à temperatura de saturação do fluido térmico.*

### INTRODUÇÃO

Bombas capilares são dispositivos de troca de calor de dupla fase, utilizados em circuitos de transferência de calor, com a finalidade de controlar termicamente componentes eletrônicos em satélites, sondas espaciais ou estações orbitais. Na sua forma mais simples, um circuito de bomba capilar (CPL – *Capillary Pumped Loop*) é constituído por um evaporador, um condensador, um reservatório e linhas para transporte de líquido e de vapor (Ku, 1993). Amônia, acetona e Freon 11 têm sido utilizados como fluido de trabalho. A bomba capilar se constitui no elemento mais importante do CPL e fica sempre localizado no evaporador. Um CPL não necessita de bomba mecânica. O fluido de trabalho é bombeado por força das tensões superficiais desenvolvidas por paredes finamente ranhuradas ou por material poroso localizado na bomba capilar. A capacidade de bombeamento depende das propriedades físicas do fluido de trabalho e da estrutura capilar. Pesquisas vêm sendo realizadas no sentido de solucionar problemas relacionados à partida, à presença de bolhas de vapor no canal de líquido, à presença de gases não condensáveis e à capacidade de recuperação de bombas capilares em situação de colapso. Trabalhos mais recentes, publicados por Antoniuk (1995), Ku and Hoang (1997) e por outros pesquisadores, têm relatado diversos destes problemas em estruturas capilares formadas por elementos porosos. Da mesma forma, problemas têm sido identificados em trabalhos relacionados com ranhuras circunferenciais (Bazzo, 1996; Teles, 1996).

Bombas capilares de elementos porosos têm a vantagem de proporcionar capacidades de bombeamento maiores. Nessas condições, pode-se operar o CPL com perdas de carga superiores a 3 kPa (Ku, 1993). Por outro lado, estruturas porosas oferecem dificuldades de partida e são relativamente sensíveis à presença de bolhas de vapor ou de gases não condensáveis. Embora bombas capilares de ranhuras circunferenciais apresentem menores capacidades para bombeamento do fluido térmico, elas se apresentam como uma alternativa viável para aplicação em casos onde as perdas de carga não sejam superiores a 2 kPa. Em contrapartida, elas são menos susceptíveis à presença de bolhas ou de gases não condensáveis. Adicionalmente, oferecem maior segurança no processo de partida e possibilidade de recuperação da bomba capilar numa eventual situação de colapso, sem a necessidade de desligar o equipamento.

Em todos os casos, a presença de bolhas de vapor na linha de líquido não é desejável, pois pode interferir no processo de bombeamento capilar, reduzindo a capacidade de transporte de calor do

sistema, podendo mesmo bloquear a circulação do fluido de trabalho. O bloqueio de líquido provoca a secagem das ranhuras ou material poroso e, conseqüentemente, conduz o sistema ao colapso (dryout).

A formação das bolhas de vapor no canal de líquido está geralmente relacionada com a fuga de calor através das paredes da bomba capilar. No presente trabalho, o problema de transferência de calor é abordado de modo a analisar o comportamento térmico de diferentes configurações para bombas capilares de ranhuras circunferenciais. Pretende-se calcular qual é esta fuga de calor, e com ela estimar a distribuição de temperaturas do fluido no interior do canal de líquido. Com base nesses resultados, deseja-se encontrar a temperatura de subresfriamento requerida para evitar o surgimento de bolhas de vapor já no interior do canal de alimentação. Com esse objetivo, cálculos foram realizados, adotando-se modelo matemático unidimensional para o canal de líquido e bidimensional para a parede da bomba capilar. Embora o trabalho esteja voltado para o caso particular de ranhuras circunferenciais, o procedimento de cálculo pode ser igualmente aplicado para bombas capilares de estruturas porosas.

### BOMBA CAPILAR

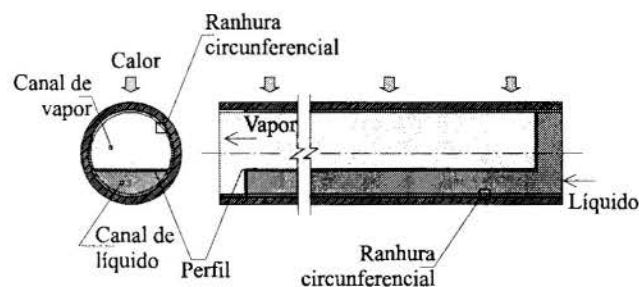


Figura 1- Estrutura interna da bomba capilar mostrada em corte transversal e em corte longitudinal.

Na Figura 1 é mostrado um esquema da estrutura interna da bomba capilar analisada. Ela consiste de um tubo de alumínio, com ranhuras internas circunferenciais de largura 33  $\mu\text{m}$ , diâmetro interno de 16 mm e comprimento útil de 60 mm. Líquido é bombeado do condensador por ação capilar das

ranhuras circunferenciais. Um perfil retangular de aço inoxidável (inserto) é utilizado para separar o canal de alimentação de líquido do canal de vapor. O perfil é cuidadosamente instalado de modo a evitar a presença de interstícios na interface com a parede ranhurada do tubo. A presença de interstícios não é desejada, pois pode reduzir sensivelmente a capacidade de bombeamento capilar das ranhuras circunferenciais. Nas extremidades do tubo são colocados dois tampões de Teflon, com a finalidade de impedir a passagem de vapor para o canal de líquido e vice-versa. A presença de bolhas de vapor pode ser uma conseqüência da existência desses interstícios, como também pode ser uma conseqüência da fuga de calor da parede do tubo para o canal de alimentação de líquido. Na realidade, líquido entra na bomba capilar subresfriado e se aquece durante o escoamento, podendo atingir o estado de saturação com a conseqüente formação de bolhas. O problema da fuga de calor é aqui abordado, de modo a calcular a temperatura desejada para subresfriamento do líquido, para diferentes posições do perfil no interior da bomba capilar. A Figura 2 mostra a posição do perfil, como função do ângulo  $\phi$ . Três posições distintas serão consideradas:  $\phi = 15^\circ$ ,  $\phi = 30^\circ$  e  $\phi = 45^\circ$ .

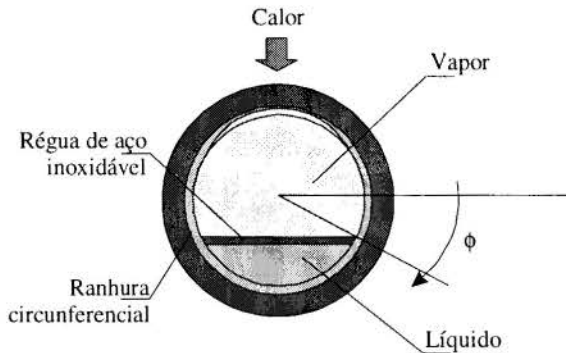


Figura 2 – Posição do perfil dentro da bomba capilar.

## FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema de transferência de calor se fundamenta na determinação da distribuição de temperaturas no interior do canal de alimentação de líquido, com o objetivo de calcular a temperatura requerida de subresfriamento para diferentes configurações da bomba capilar. De acordo com a Figura 3, admitindo-se como hipótese uma distribuição de temperaturas unidimensional, a equação que governa o problema é

$$\frac{d^2 T(x)}{dx^2} - \frac{dT(x)}{dx} \cdot \frac{u_1}{\alpha} \left(1 - \frac{x}{L}\right) + \frac{1}{k \cdot A} \cdot Q_c(x) = 0 \quad (1)$$

sujeita às seguintes condições de contorno:

$$\begin{cases} T(L) = T_{sat} \\ \frac{dT(0)}{dx} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

onde  $T(x)$  = Temperatura do líquido ( $^\circ\text{C}$ )  
 $T_{sat}$  = Temperatura de saturação ( $^\circ\text{C}$ )  
 $\alpha = \frac{k}{\rho \cdot cp}$  = Difusividade térmica ( $\text{m}^2/\text{s}$ )  
 $k$  = Condutividade térmica do fluido ( $\text{W}/\text{m} \cdot ^\circ\text{C}$ )  
 $\rho$  = Massa específica do fluido ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )  
 $cp$  = Calor específico do fluido ( $\text{J}/\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}$ )

$u_1$  = Velocidade no canal de líquido ( $\text{m}/\text{s}$ )  
 $L$  = Comprimento do canal de líquido ( $\text{m}$ )  
 $A$  = Área transversal do canal de líquido ( $\text{m}^2$ )  
 $Q_c(x)$  = Calor transferido para o canal de líquido ( $\text{W}$ )

Na Eq. 1, o primeiro termo representa o efeito difusivo, o segundo termo representa o efeito convectivo e o terceiro termo representa o calor transferido da parede do tubo para o canal de líquido. Uma análise da ordem de grandeza dos termos difusivo/convectivo da Eq. 1 revela uma proporção que varia entre 1:600 e 1:3000, mesmo para o caso em estudo em que as velocidades do líquido são relativamente pequenas, entre 2 e 9  $\text{mm}/\text{s}$  ( $15^\circ \leq \phi \leq 45^\circ$ ), para carga térmica de 125 W. O valor de 125 W corresponde ao limite capilar da bomba, assumindo-se que a estrutura capilar seja constituída por ranhuras retangulares de 33  $\mu\text{m}$  e que amônia seja escolhida como fluido de trabalho (Bazzo, 1996). Nessas condições, desprezando-se o efeito difusivo, o problema se reduz para

$$-\rho \cdot cp \cdot u_1 \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right) \left(\frac{dT(x)}{dx}\right) + \frac{1}{A} \cdot Q_c(x) = 0 \quad (3)$$

sujeita à seguinte condição de contorno:

$$T(0) = T_1 \quad (4)$$

onde  $T_1$  representa a temperatura de subresfriamento do líquido na entrada da bomba capilar. O valor correspondente à  $Q_c(x)$  é calculado com base no modelo bidimensional mostrado em anexo (Santos et al., 1998). A velocidade do líquido  $u_1$  é calculada com base na equação

$$u_1 = \frac{1}{\rho \cdot A} \cdot \frac{Q_t}{h_{fg} + cp \cdot (T_{sat} - T_1)} \quad (5)$$

onde  $Q_t$  representa o calor aplicado na bomba capilar e  $h_{fg}$  o calor latente do fluido de trabalho na temperatura de saturação  $T_{sat}$ . Assume-se que a vazão mássica de líquido caia linearmente para zero na extremidade oposta da bomba capilar. Isto é, que o calor  $Q_t$  seja uniformemente distribuído na superfície do tubo e que a vazão do líquido bombeado seja constante ao longo do comprimento da bomba capilar.

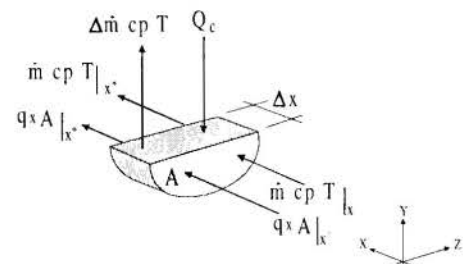
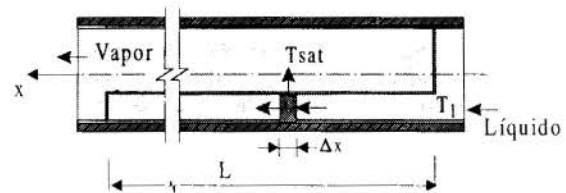


Figura 3 – Volume de controle para o canal de líquido.



## SOLUÇÃO NUMÉRICA E RESULTADOS

Resultados teóricos são apresentados para amônia e acetona como fluidos de trabalho, para as diferentes posições do perfil no interior da bomba capilar. O problema é resolvido numericamente seguindo um processo de marcha, que consiste na solução simultânea do processo de transferência de calor na parede da bomba capilar (ver Anexo), com o processo de aquecimento do líquido no canal de alimentação, de acordo com a Eq. 3. No caso, o processo de marcha consiste em dividir o canal de líquido em "n" células, admitindo-se que a temperatura se mantenha constante ao longo de cada célula. O problema é resolvido para uma temperatura de saturação e para uma carga térmica previamente definida para o CPL. Para todos os casos, assume-se que a temperatura de saturação seja de 10 °C. Partindo-se de um valor arbitrado para a temperatura de subresfriamento  $T_1$ , calcula-se o calor transferido para o canal de líquido na primeira célula  $Q_{c1}$ , para com esse valor calcular a temperatura do líquido na célula seguinte  $T_2$ . O procedimento se repete para as células seguintes, mas tendo-se em conta que a massa diminui, na medida em que o líquido avança no canal. Tal redução se deve ao fato de que líquido se distribui ao longo das ranhuras circunferenciais por ação capilar.

O problema é resolvido no sentido de encontrar uma temperatura  $T_1$  tal que o valor calculado para  $T_n$  seja menor que  $T_{sat}$ . Nessa condição, garante-se ausência absoluta de bolhas de vapor no interior do canal de alimentação, que é o objetivo deste trabalho.

A Figura 4 mostra resultados relativos ao fluxo de calor  $Q_c$ , assumindo-se diferentes temperaturas de subresfriamento  $T_1$  e admitindo-se amônia, na temperatura de operação  $T_{sat} = 10$  °C, como fluido de trabalho. A curva correspondente a  $Q_s$  representa o calor sensível total requerido para aquecimento do líquido desde a temperatura  $T_1$  até  $T_{sat}$ , calculado por

$$Q_s = \rho \cdot u_1 \cdot A \cdot c_p \cdot (T_{sat} - T_1) \quad (6)$$

As curvas correspondentes a  $Q_c$  representam o calor total transferido da parede do tubo diretamente para o canal de líquido, para todas as três configurações citadas ( $\phi = 15^\circ$ ,  $\phi = 30^\circ$  e  $\phi = 45^\circ$ ). Isto é,  $Q_c$  representa a soma de todas as parcelas correspondentes à fuga de calor, calculada pela equação

$$Q_c = \sum_1^n Q_{ci} \quad (7)$$

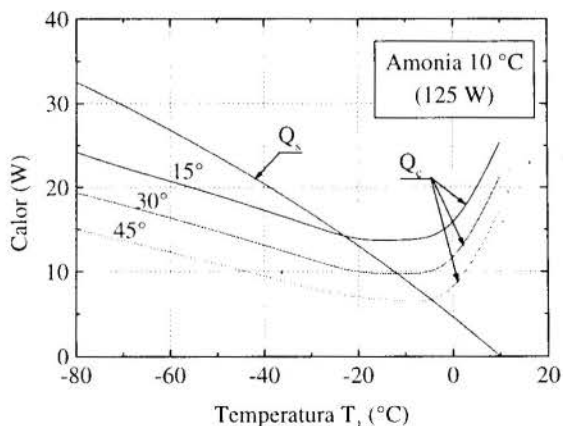


Figura 4 – Comparação entre  $Q_s$  e  $Q_c$  para diversas posições do perfil ( $\phi = 15^\circ$ ,  $\phi = 30^\circ$  e  $\phi = 45^\circ$ ).

Na Eq. 7, os valores correspondentes a  $Q_{ci}$  são obtidos calculando-se o calor transferido da parede do tubo para o canal de líquido, passo a passo, aplicando-se o modelo bidimensional apresentado em anexo. O escoamento no interior do canal é laminar. O aumento significativo de  $Q_c$  para temperaturas  $T_1$  próximas de  $T_{sat}$ , se justifica porque na presença de bolhas de vapor, o coeficiente de transferência de calor é alterado para valores significativamente menores, de 370 para 6000 W/m<sup>2</sup>K no caso de amônia e de 130 para 2000 W/m<sup>2</sup>K no caso de acetona (Incropera and Witt, 1998; Wirsch and Thomas, 1996).

Ainda, de acordo com a Figura 4, observa-se que para  $T_1 < -20^\circ\text{C}$ , para qualquer  $\phi$ ,  $Q_c < Q_s$  e que um maior valor de  $\phi$  implica em menor calor transferido  $Q_c$ . Em outras palavras, um maior valor para  $\phi$ , implica em menor área transversal do canal de líquido, maiores velocidades e menor aumento da temperatura do fluido. Consequentemente, maior valor de  $\phi$  implica em menor possibilidade de formação de bolhas no interior do canal.

A Figura 5 mostra a distribuição de temperatura no interior do canal para  $\phi = 45^\circ$ . Novamente, assume-se a potência de 125 W e diferentes temperaturas de subresfriamento na entrada da bomba capilar. Para todos os casos analisados e para qualquer  $T_1$ , observa-se que a temperatura no interior do canal de líquido atinge a temperatura de saturação  $T_{sat}$ . Embora a temperatura do líquido atinja  $T_{sat}$ , convém observar que o calor sensível  $Q_s$  não representa o calor sensível efetivamente absorvido no interior do canal (ver Figura 6). No caso,  $Q_{sc}$  representa o calor sensível efetivamente absorvido no canal e pode ser calculado pela equação

$$Q_{sc} = \sum_1^n \rho \cdot u_i \cdot A \cdot c_p \cdot (T_{i+1} - T_i) \quad (8)$$

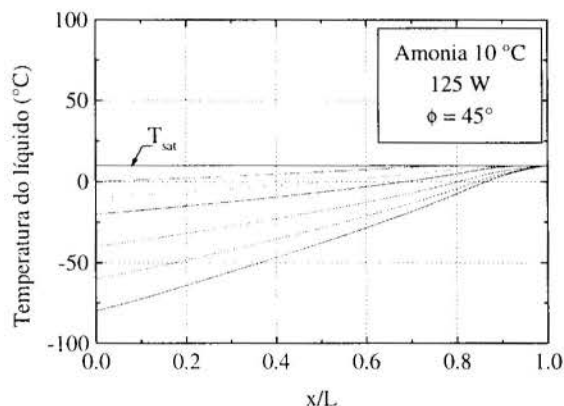


Figura 5 – Distribuição de temperatura no interior do canal, para amônia, 125 W e  $\phi = 45^\circ$ .

Considerando-se os casos em que  $Q_{sc} < Q_s$  (ver Figura 6), é pertinente afirmar que parte do calor sensível é fornecido ao líquido quando este já se encontra nas ranhuras circunferenciais do canal de vapor. Observa-se também que  $Q_c < Q_{sc}$  para temperaturas de subresfriamento menores do que  $-20^\circ\text{C}$ , dando a entender que nessas condições não há formação de bolhas no canal de líquido. Isso nem sempre é verdadeiro, pois resultados mostram que a temperatura no final do canal atinge  $T_{sat}$  (ver Figura 5). O mesmo comportamento foi notado para  $\phi = 15^\circ$  e  $\phi = 30^\circ$ . Desde que  $Q_c < Q_{sc}$ , pode-se entretanto afirmar que bolhas de vapor eventualmente formadas no final do canal são eliminadas, na medida em que migram para a entrada da bomba capilar. Isto é, líquido frio proveniente do condensador resfria o líquido quente, eliminando as bolhas de vapor.

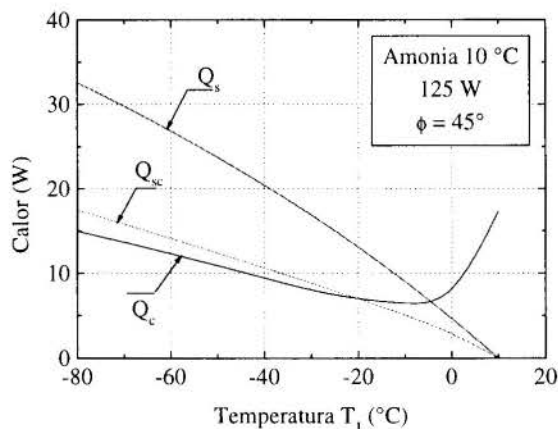


Figura 6 – Comparação entre  $Q_c$  e  $Q_{sc}$  para  $\phi = 45^\circ$  (125 W).

Potências menores foram também analisadas. Potências próximas de zero implicam em velocidades muito pequenas no canal de líquido. Nesse caso, cálculos mais precisos podem ser obtidos levando-se em conta também o efeito difusivo no canal. Conforme afirmado anteriormente, o efeito difusivo não foi considerado no presente trabalho. A Figura 7 mostra o comportamento térmico para uma potência de 30 W. Nessas condições, tendo em vista uma redução significativa da massa do líquido, a formação de bolhas é inevitável para qualquer  $T_1$ , pois  $Q_c > Q_{sc}$ . Para potências próximas de zero, haveria uma fuga de calor ainda considerável para o canal de líquido, uma vez que a temperatura de saturação do vapor é mantida em  $10^\circ\text{C}$ . Conseqüentemente, poderão ocorrer problemas com a bomba capilar se o sistema operar com baixas potências. As bolhas formadas no canal de líquido migrarão para a tubulação à jusante, podendo impedir sua passagem para a bomba capilar. Nessa condição o CPL entra em colapso. A opção por temperaturas de subresfriamento ainda menores pode viabilizar o sistema, mas implicaria em maior investimento no condensador.

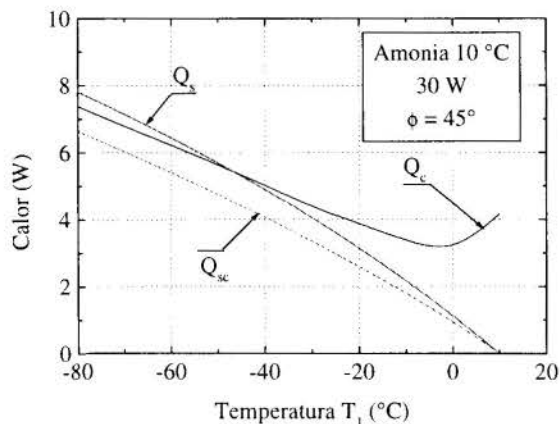


Figura 7- Comparação entre  $Q_c$  e  $Q_{sc}$  para  $\phi = 45^\circ$  (30 W).

O comportamento térmico para outros fluidos de trabalho foi também analisado. A Figura 8 mostra as curvas correspondentes a  $Q_s$ ,  $Q_{sc}$  e  $Q_c$  para o caso particular de acetona. A potência de 30 W corresponde ao limite capilar para o sistema, utilizando acetona como fluido de trabalho. Comparando-se com a Figura 7, acetona apresenta melhor comportamento, uma vez que o calor transferido  $Q_c$  é significativamente menor e da mesma ordem de

$Q_{sc}$ . Particularmente para a acetona, cálculos para potências maiores têm demonstrado que é possível operar o CPL sem formação de bolhas no canal. Isso não quer dizer que se possa operar o CPL para potências maiores, uma vez que nesse caso o valor de 30 W já corresponde ao limite capilar. Naturalmente, esforços podem ser implementados no sentido de viabilizar a fabricação de ranhuras circunferenciais que apresentem larguras menores do que  $33\ \mu\text{m}$ , para com isso possibilitar o aumento do limite capilar. Importante frisar também que a posição do perfil no interior da bomba também interfere nos limites da bomba capilar. Nesse caso em particular, estudos prosseguem de modo a correlacionar temperatura requerida de subresfriamento com a capacidade real de transferência de calor do CPL.

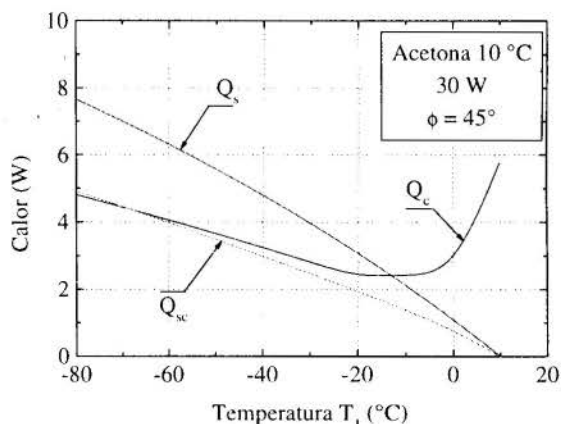


Figura 8- Comparação entre  $Q_c$  e  $Q_{sc}$  para acetona (30 W).

## CONCLUSÃO

O comportamento térmico do fluido de trabalho no interior do canal de alimentação foi analisado para diferentes configurações de bombas capilares de ranhuras circunferenciais. Um modelo matemático foi proposto para simular o processo de transferência de calor e determinar a temperatura de subresfriamento desejada, de maneira que não ocorra formação de bolhas de vapor no interior do canal de alimentação. Três configurações distintas para a bomba capilar foram analisadas, assumindo-se que o perfil divisor do canal de líquido e de vapor fosse posicionado com ângulos  $\phi = 15^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $45^\circ$ , partindo-se do centro da bomba capilar. Amônia e acetona foram consideradas como fluido de trabalho.

Usando amônia como fluido de trabalho, cálculos realizados para potências próximas do limite capilar (125 W) e temperatura de saturação na ordem de  $10^\circ\text{C}$ , demonstraram a necessidade de subresfriamento do líquido bombeado do condensador, para temperaturas inferiores a  $-20^\circ\text{C}$ .

Usando acetona, cálculos igualmente realizados para potências próximas do limite capilar (30 W) e temperatura de saturação na ordem de  $10^\circ\text{C}$ , indicaram temperaturas de subresfriamento ainda menores, na ordem de  $-70^\circ\text{C}$ . Para potências maiores, entretanto, no caso assumindo-se também para acetona a potência de 125 W, cálculos indicaram a necessidade de temperaturas de subresfriamento na ordem de  $-10^\circ\text{C}$ . Isto é, a taxa de formação de bolhas no interior do canal diminui com o aumento da potência aplicada na bomba capilar. Naturalmente, importa frisar que a potência aplicada tem que ser compatível com o limite da bomba capilar. De qualquer modo, potências maiores sempre são possíveis, desde que esforços sejam implementados no sentido de viabilizar a fabricação de ranhuras

circunferenciais que apresentem larguras ainda menores do que 33  $\mu\text{m}$ .

Em todos os casos analisados, no sentido de minimizar a formação de bolhas no canal de alimentação, melhores resultados foram obtidos, assumindo-se que o perfil fosse posicionado com  $\phi = 45^\circ$ . Ângulos maiores de  $\phi$  proporcionam um aumento na área de transferência de calor no canal de vapor, onde o coeficiente de transferência de calor é significativamente maior, da ordem de 6000  $\text{W/m}^2$ . Além disso, há uma maior distância para o fluxo de calor por condução, desde a fonte de calor (ver Figura 9) até o canal de líquido. Alternativas de projeto estão ainda sendo estudadas, mas que aumentam significativamente as velocidades no interior do canal de líquido. Nesse caso, há que se considerar a influência do aumento das perdas de carga, tanto no canal de líquido quanto nas ranhuras circunferenciais, sobre os limites da bomba capilar.

O aprimoramento do modelo teórico proposto neste trabalho irá definitivamente contribuir para a otimização de projetos relacionados com novas bombas capilares. Trabalhos experimentais estão programados em laboratório no sentido de obter dados para comparação com os resultados teóricos, para acetona e para amônia como fluido de trabalho.

## REFERÊNCIAS

Antoniuk, D., 1995, "An Investigation of the CAPL Flight Experiment Thermal Anomalies", Technical Paper 951717, 25th International Conference on Environmental Systems, San Diego, California.

Bazzo, E., 1996, "Investigação Teórica e Experimental de Circuitos de Bombas Capilares", Tese de Doutorado, UFSC, Florianópolis, Brasil.

Bazzo, E., Passos, J. C. e Colle, S., 1996, "Comportamento Térmico de Bombas Capilares de Ranhuras Circunferenciais", VI ENCIT/VI LATCYM, Vol. 2, pp. 889 a 893, Florianópolis, Brasil.

Hoang, T.T., 1997, "Development of an Advanced Capillary Pumped Loop", Technical Paper 972325, 27th International Conference on Environmental Systems, Lake Tahoe, Nevada.

Incropera, F.P. and Witt, D.P., 1992, "Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa", 3.ed., LTC Editora, Rio de Janeiro, Brasil.

Kreeb, H., Siepmann, R. and Supper, W., 1989, "Two-Phase Loop Heat Transport Systems", 19th Intersociety Conference on Environmental Systems, San Diego, California.

Ku, J., 1993, "Overview of Capillary Pumped Loop Technology", ASME 29th National Heat Transfer Conference, Atlanta, HTD-Vol.236.

Ku, J. and Hoang, T.T., 1997, "Start-Up Behaviors in the CAPL 2 Flight Experiment", Technical Paper 972328, 27th International Conference on Environmental Systems, Lake Tahoe, Nevada.

Santos, G.M, Silva, A.F.C., Camargo, H.V.R. e Bazzo, E., 1998, "Análise da Transferência de Calor na Parede de Bombas Capilares de Ranhuras Circunferenciais". LATCYM 98, Salta, Argentina.

Teles, T.N., 1996, "Investigação Experimental de uma Placa de Resfriamento Constituída de Bombas Capilares com Ranhuras Circunferenciais de Seção Triangular". Tese de doutorado, UFSC, Florianópolis, Brasil.

Wirsch, P.J. and Thomas, S.K., April-June/1996, "Performance Characteristics of a Stainless Steel/Ammonia Loop Heat Pipe", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 10, No. 2.

## ABSTRACT

The thermal behavior of working fluids and existing vapor bubbles inside the liquid channel of capillary pumps is analyzed. Depending on the inlet liquid temperatures, the amount of vapor bubbles inside the channel can increase, blocking the liquid flow and leading the capillary pump to the dryout condition. A mathematical model is proposed to simulate the heat exchange between the tube wall and the liquid channel. A required sub-cooling temperature of about 30 degrees lesser than the saturation temperature is found for circumferentially grooved capillary pump, using ammonia or acetone as the working fluid.

## APÊNDICE

**Solução Bidimensional para o Processo de Transferência de Calor na Parede da Bomba Capilar.** O cálculo da taxa de transferência de calor para o canal de alimentação de líquido está diretamente relacionado com a determinação da distribuição de temperaturas na parede da bomba capilar. Na Figura 9 é mostrado o modelo físico do problema proposto, para determinação da distribuição de temperaturas na parede da bomba capilar, do fluxo de calor na face interna da parede e da fuga de calor para o canal de alimentação. Devido à simetria do problema, apenas metade da bomba capilar é considerada para análise. Calor é aplicado uniformemente com intensidade  $q''$  sobre a superfície externa da bomba capilar, na extensão  $r_e \cdot \alpha \cdot L$ , sendo  $r_e$  o raio externo e  $L$  o comprimento útil do tubo. Para testes realizados em laboratório, o ângulo  $\alpha$  pode representar a extensão da resistência elétrica responsável pela aplicação de calor sobre a bomba capilar. O ângulo  $\psi$  define a posição do perfil que separa o canal de líquido do canal de vapor. A espessura da parede é representada por  $\delta$ , que nesse caso corresponde a 1,5 mm. Ainda na Figura 9,  $T_{\text{sat}}$  representa a temperatura de saturação,  $h_v$  representa o coeficiente de ebulição e  $h_l$  o coeficiente de convecção no canal de líquido. Para amônia, assume-se como coeficiente de ebulição valores da ordem de 6000  $\text{W/m}^2\text{K}$  (Kreeb et al., 1989 e Wirsch and Thomas, 1996). Para acetona, são estimados valores da ordem de 2000  $\text{W/m}^2\text{K}$  (Incropera and Witt, 1992). Para o canal de líquido, assumindo-se escoamento laminar, são calculados valores para o coeficiente de convecção da ordem de 370  $\text{W/m}^2\text{K}$  e de 130  $\text{W/m}^2\text{K}$ , para amônia e acetona respectivamente.

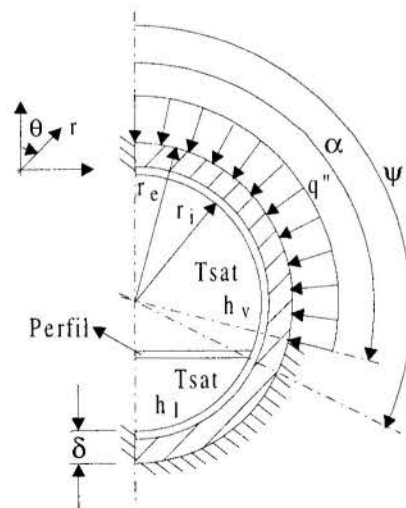


Figura 9 - Modelo físico para solução bidimensional do problema de transferência de calor na parede da bomba capilar.

A partir do modelo físico mostrado na Figura 9, o problema de transferência de calor é resolvido para a condição de regime permanente. Desconsiderando o efeito de condução axial do tubo e assumindo-se um modelo bidimensional em coordenadas polares para a equação da energia, tem-se

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) = 0 \quad (9)$$

sujeita às seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \theta}(r, 0) &= 0 \\ \frac{\partial T}{\partial \theta}(r, \pi) &= 0 \\ k \frac{\partial T}{\partial r}(r_i + \delta, \theta) &= \begin{cases} q''; & 0 < \theta < \alpha \\ 0; & \alpha < \theta < \pi \end{cases} \\ k \frac{\partial T}{\partial r}(r_i, \theta) &= \begin{cases} h_v (T(r_i, \theta) - T_{\text{sat}_v}); & 0 < \theta < \psi \\ h_1 (T(r_i, \theta) - T_{\text{sat}_1}); & \psi < \theta < \pi \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$



## EBULIÇÃO NUCLEADA DE REFRIGERANTES HALOGENADOS – ANÁLISE DE CORRELAÇÕES

**Gherhardt Ribatski José M. Saiz Jabardo**  
 Departamento de Engenharia Mecânica  
 Escola de Engenharia de São Carlos - USP  
 Av. Dr. Carlos Botelho, 1465 São Carlos – SP-Brazil

### RESUMO

*O presente estudo objetivou a análise da literatura aberta referente à transferência de calor através do mecanismo da ebulição nucleada, para refrigerantes halogenados e suas misturas com óleo de lubrificação. Foram verificados dois tipos básicos de correlações: as estritamente empíricas, baseadas na correlação de dados experimentais, e as semi-empíricas, tendo o suporte de modelos físicos e ajustadas através de coeficientes experimentais. Como regra geral, as correlações apresentaram elevadas discrepâncias entre si. Este resultado reflete a grande faixa de condições experimentais utilizadas como referência pelos autores. Tendência similar foi verificada para misturas refrigerante/óleo. Assim, conclui-se a necessidade de novas pesquisas em ebulição nucleada relativas a estes componentes.*

### INTRODUÇÃO

A transferência de calor associada à ebulição nucleada é encontrada em inúmeras aplicações científicas e industriais. Uma delas está relacionada aos resfriadores de água do tipo centrífugo, os quais apresentam evaporadores inundados, operando com água circulando no interior de tubos metálicos e refrigerante evaporando do lado externo através do mecanismo da ebulição nucleada. Durante a fase de projeto do evaporador, a avaliação precisa do coeficiente de transferência de calor é importante no sentido de proporcionar um equipamento do tamanho e desempenho adequados à particular aplicação. No entanto, a predição do coeficiente de transferência de calor é difícil, devido a complexidade do fenômeno e ao número elevado de variáveis que o influenciam, tais como, pressão, propriedades de transporte do refrigerante, condições da superfície, temperatura de ebulição, impurezas, etc.

Geralmente os circuitos frigoríficos, no qual os evaporadores estão inseridos, incorporam um compressor, equipamento que apresenta partes móveis, que necessitam de lubrificação. Devido às características construtivas, o óleo de lubrificação entra em contato com o refrigerante, sendo mecanicamente arrastado até o condensador. Dali, como o óleo é solúvel na fase líquida do refrigerante, é transportado ao evaporador onde se deposita em virtude da evaporação do refrigerante. A adição deste óleo lubrificante, pode alterar drasticamente o desempenho do evaporador, pelo seu efeito no coeficiente de transferência de calor.

Dentro deste contexto, o presente trabalho visou o estudo comparativo de algumas correlações da literatura aberta para determinação do coeficiente de transferência de calor, tanto para fluidos puros, aplicadas a refrigerantes halogenados, como para misturas refrigerante-óleo de lubrificação.

### CORRELAÇÕES REFRIGERANTES PUROS

A determinação do coeficiente de transferência de calor para fluidos puros envolve procedimentos que podem ser classificados em dois tipos básicos: empíricos e semi-empíricos. O primeiro é baseado estritamente em correlações de resultados experimentais. Já os modelos semi-empíricos são baseados em modelos físicos elaborados segundo a ótica fenomenológica do autor e ajustados por intermédio de resultados experimentais.

### Correlações Empíricas

As correlações empíricas são resultado de análises de regressão sobre um grande número de dados. Tais correlações, embora não sejam baseadas em modelos físicos, apresentam uma boa precisão, podendo ser consideradas genéricas.

Stephan e Abdelsalan (1978) considerando a dificuldade na determinação dos fenômenos físicos que regem a transferência de calor em ebulição nucleada, propuseram um modelo estritamente empírico, baseado em um banco de dados, composto por diferentes fluidos que, devido às suas características, foram divididos em 4 grupos: água, hidrocarbonetos, fluidos criogênicos e refrigerantes halogenados. Os autores utilizaram o princípio de que o processo de transferência de calor é caracterizado por um determinado número de propriedades de transporte. Estas influenciam variáveis tais como: número de cavidades ativas, frequência de desprendimento de bolhas, energia necessária para o crescimento da bolha e grau de agitação do líquido junto a parede. Construíram, assim, produtos de grupos adimensionais, escolhendo os mais característicos para cada grupo de substâncias. Através de uma análise de regressão do banco de dados obtiveram a seguinte equação, específica para refrigerantes halogenados:

$$Nu = 207 \cdot \left( \frac{\dot{q}/A \cdot d_h}{k_f \cdot T_{sat}} \right)^{0,745} \cdot \left( \frac{\rho_v}{\rho_l} \right)^{0,581} \cdot \left( \frac{v_l}{\alpha_f} \right)^{0,533} \cdot R_p^{0,133} \quad (1)$$

$$\text{onde } d_h = 0,146 \cdot \beta \cdot \left[ \frac{2 \cdot \sigma}{g \cdot (\rho_l - \rho_v)} \right]^{1/2} \quad (2)$$

É interessante destacar que o diâmetro de desprendimento de bolhas,  $d_h$ , adotado por Stephan e Abdelsalan é uma ordem de grandeza inferior ao proposto por Fritz e Ende apud Collier (1981) e comumente utilizado nas correlações.

Cooper (1984) observou que as correlações geralmente são baseadas em produtos de propriedades de transporte. Analisando as propriedades físicas e de transporte da água, baseado na "lei dos estados correspondentes", verificou ser possível predizê-las através de funções compostas somente por propriedades reduzidas. Confirmando a possibilidade de desenvolvimento de uma correlação que não envolva um modelo físico do fenômeno de ebulição nucleada, mas a natureza das propriedades de

transporte à temperatura de saturação. Através de análise de regressão linear aplicada a um banco de dados, Cooper desenvolveu a seguinte correlação para o coeficiente de transferência de calor:

$$\frac{h}{\left(\frac{\dot{q}}{A}\right)^{0,67}} = 55 \cdot p_r^{0,12-0,2 \log R_p} \cdot (-\log p_r)^{-0,35} \cdot M^{-0,5} \quad (3)$$

Para superfícies cilíndricas de cobre, Cooper sugere multiplicar o membro da direita por 1,7.

Gorenflo et al. (1994) desenvolveram uma correlação para o coeficiente de transferência de calor em termos das influências relativas da pressão de saturação,  $F_p$ , do fluxo de calor,  $F_q$ , e do superaquecimento da parede,  $F_w$ , conforme a seguinte equação:

$$\frac{h}{h_0} = F_p \cdot F_q \cdot F_w \quad (4)$$

$h_0$  corresponde a um valor de referência para o coeficiente de transferência de calor segundo norma ISO 4287/01:1984, determinada para um tubo de cobre com rugosidade média  $R_{p0}=0,4\mu\text{m}$ , pressão de referência de  $p_{r0}=0,1$ , e fluxo de calor de  $20 \text{ kW/m}^2$ . Alguns valores de  $h_0$  são apresentados na Tabela 1. Gorenflo et al dividiram os efeitos de parede em duas partes: uma resultante das propriedades do material,  $F_{wm}$ , e a outra da rugosidade,  $F_{wr}$ , fazendo com que os efeitos globais de superfície possam ser determinados através do produto destes dois fatores.

Tabela 1- Valores referenciais de  $h_0$ , Gorenflo et al

Fluido	$h_0 \text{ (W/m}^2\cdot\text{K)}$	Fluido	$h_0 \text{ (W/m}^2\cdot\text{K)}$
R-11	2800	R-115	4200
R-12	4000	R-123	2600
R-13	3900	R-134a	4500
R-13B1	3500	R-152a	4000
R-22	3900	R-226	3700
R-23	4400	R-227	3800
R-113	2650	RC-318	4200
R-114	3800	R-502	3300
Amônia	7000	Água	5600

Segundo os autores, para pequenas variações da rugosidade, pressões de saturação não muito elevadas e fluxos de calor moderados, características das aplicações frigoríficas, as seguintes relações podem ser aplicadas:

$$F_q = \left( \frac{\dot{q}/A}{\left(\frac{\dot{q}}{A}\right)_0} \right)^n \quad \text{onde } n = 0,9 - 0,3 \cdot p_r^{0,3} \quad (5)$$

$$F_{wr} = \left( \frac{R_p}{R_{p0}} \right)^{0,133} \quad (6)$$

Para a determinação dos efeitos de parede associados ao material, Gorenflo et al consideraram que o mecanismo de transferência de calor que predomina na vizinhança da cavidade é a condução. Deste modo, baseados em seus resultados experimentais, os autores admitiram que o fator associado ao efeito do material da parede pode ser calculado como:

$$F_{wm} = \left( \frac{k_w \cdot \rho_w \cdot C_{p_w}}{k_0 \cdot \rho_0 \cdot C_{p_0}} \right)^{0,5} \quad (7)$$

### Correlações Semi-Empíricas

São baseadas em modelos físicos que representam o ponto de vista do autor. Tais correlações, embora se apresentem como generalizadas, aplicam-se muitas vezes a situações particulares, características dos dados experimentais para o qual foram ajustadas. Os modelos descrevem a física do processo parcialmente, uma vez que a transferência de calor durante a ebulição nucleada é resultado da ação concomitante de vários mecanismos. Dependendo de condições tais como, a intensidade de fluxo de calor, pressão, ângulo de contato entre a superfície e o líquido em ebulição, sub-resfriamento, etc, um ou mais mecanismos podem ser dominantes. Isto explica porque alguns modelos se ajustam perfeitamente a certas condições não são adequados a outras.

Rohsenow (1951) desenvolveu um modelo considerando como mecanismo responsável pela transferência de calor, a agitação do fluido junto a superfície aquecida resultante do desprendimento e colapso das bolhas. Considerou, inicialmente, que o calor é transferido através de condução diretamente da superfície para uma camada de líquido adjacente a parede, com as bolhas servindo como "misturadores". Deste modo, o autor pode assumir uma analogia com transferência de calor em convecção turbulenta forçada, correlacionando, assim, o número de Nusselt em termos dos números de Reynolds e Prandtl. O número de Reynolds, relacionando as forças de inércia e viscosas associadas a agitação turbulenta promovida pelas bolhas, foi referido à velocidade mássica média do vapor deixando a superfície e ao diâmetro de desprendimento da bolha, através de uma relação cuja forma final é a seguinte:

$$\frac{C_{p_l} \cdot \Delta T}{h_{lv}} = C_{sf} \cdot \left\{ \frac{\dot{q}/A}{h_{lv} \cdot \mu_l} \cdot \left[ \frac{\sigma}{g \cdot (\rho_l - \rho_v)} \right]^{-0,5} \right\}^r \cdot \left( \frac{\mu_l \cdot C_{p_l}}{k_l} \right)^s \quad (10)$$

Os valores  $r$  e  $s$  foram experimentalmente correlacionados, obtendo-se  $r=0,33$  e  $s=1,7$  para a maioria dos líquidos, com exceção da água, para a qual os valores que proporcionaram melhores resultados foram  $s=1,0$  e  $r=0,33$ . O coeficiente  $C_{sf}$  é função das características do par superfície/líquido, onde o ângulo de contato  $\beta$  é um de seus fatores determinantes. Para a água em superfície de cobre lisa obteve-se  $C_{sf}=0,013$ . O expoente  $r$  também é função da combinação líquido e superfície, incorporando características como material e tipo de acabamento da superfície. Já o expoente  $s$ , segundo o autor, é função somente do tipo de acabamento, podendo variar entre 0,8 e 2,0. Vachon et al (1968), obtiveram experimentalmente o coeficiente  $C_{sf}$  e o expoente  $r$  para várias combinações de características de acabamento, composição da superfície aquecida e líquido em ebulição.

O modelo elaborado por Nishikawa e Fujita (1977) considera como fator responsável pela transferência de calor a grande agitação do líquido junto a superfície aquecida induzida pela elevada densidade de cavidades ativas. Este modelo baseia-se na analogia entre convecção natural e ebulição nucleada, permitindo aos autores escrever o coeficiente de transferência de calor, dado em termos do número de Nusselt, como função dos números adimensionais de Grashoff e Prandtl. Devido às diferentes características físicas entre os mecanismos de ebulição nucleada e convecção natural, os autores adotaram uma definição livre do

número de Grashoff, relacionando os efeitos viscosos e de empuxo. Os efeitos de empuxo foram caracterizados por fatores tais como: densidade de cavidades ativas, diâmetro médio de desprendimento de bolhas e velocidade média de ascensão das bolhas. Através de dados experimentais, os autores constataram que  $Nu'' \cdot (\delta/L) = \text{constante}$ , onde  $\delta$  é a espessura da camada limite térmica e  $L$  o comprimento característico. Com base neste resultado, e em virtude da constante apresentar dois valores distintos, os autores dividiram o regime de ebulição nucleada plenamente desenvolvida em duas regiões, denominadas arbitrariamente de regime de ebulição nucleada laminar e regime de ebulição nucleada turbulenta. A transição entre os regimes fica caracterizada pela mudança no coeficiente angular da curva do número de Nusselt versus  $\delta/L$ , caracterizada através de resultados experimentais pelos autores como função exclusiva do comprimento característico,  $L$ , e determinada através da seguinte equação:

$$Nu_l = 4,71 \cdot 10^5 \cdot L^2 \quad (11)$$

Semelhante ao fator de superfície de Rohsenow, os autores propuseram um fator de nucleação,  $f_\zeta$ , função da combinação líquido e superfície, o qual é determinado experimentalmente e descreve as características de nucleação da superfície aquecida. Para a água em ebulição em uma superfície limpa e lisa, tem-se  $f_\zeta = 1$ . Para pressões diferentes da atmosférica, os autores incorporaram um fator de pressão, conforme indicado abaixo:

$$f_p = \left( \frac{p}{p_{atm}} \right)^{0,7} \cdot \frac{1 + 3 \cdot (p_r)^3}{1 + 3 \cdot (p_{atm}/p_{crit})^3} \quad (12)$$

onde  $p_{crit}$  e  $p_{atm}$  são, respectivamente, a pressão crítica e a pressão atmosférica normal. Tal fator permitiria explicar a variação na taxa de crescimento da bolha com o aumento da pressão, atribuída à diminuição da tensão superficial, reduzindo, desta forma, a energia necessária ao crescimento da bolha. Ao contrário de Cooper e Gorenflo et al, os autores não verificaram uma interação explícita entre a pressão e as características de superfície. Finalmente, o coeficiente de transferência de calor, dado em termos do número de Nusselt, pode ser determinado através das seguintes equações:

$$Nu = 6,24 \cdot (f_\zeta \cdot f_p \cdot X)^{2/3} \quad Nu \leq Nu_l \quad (13)$$

$$Nu = 0,66 \cdot L^{-2/5} \cdot (f_\zeta \cdot f_p \cdot X)^{1/5} \quad Nu \geq Nu_l \quad (14)$$

$$\text{onde: } X = \left( 0,284 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{C_{pl} \cdot \rho_l^2 \cdot g}{k_l \cdot \sigma \cdot h_{lv} \cdot \rho_v} \right)^{1/2} \cdot \left( \frac{\dot{q}}{A} \right) \cdot L^{3/2} \quad (15)$$

Mikic e Rohsenow (1969) propuseram um modelo segundo o qual o fluxo de calor na superfície aquecida é resultante da superposição de efeitos associados à Convecção Natural e à Ebulição Nucleada propriamente dita. As bolhas, ao deixarem a superfície aquecida, promovem a migração de líquido frio para a superfície. Como resultado, a transferência de calor se dá através da condução transitória da superfície para a camada de líquido frio. Utilizou-se o modelo de Han e Griffith (1965) para determinar a área de influência da bolha, igual a  $\pi \cdot d_b^2$ . O modelo admite que não haja interação entre regiões de influência das

bolhas. Nestas, assumiu-se o mecanismo de condução pura entre a superfície e o líquido, modelada como um corpo semi-infinito. A condução transitória através da camada de líquido frio permitiu determinar o fluxo de calor associado à ebulição nucleada propriamente dita através da seguinte equação:

$$\frac{(\dot{q}_{eb}/A) \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{g \cdot (\rho_l - \rho_v)}}}{\mu_l \cdot h_{lv}} = X \cdot (\varphi \cdot \Delta T)^{m+1} \quad (16)$$

onde:

$$\varphi^{m+1} = \frac{k_l^{1/2} \cdot \rho_l^{17/8} \cdot h_{lv}^{(m-23/8)} \cdot \rho_v^{(m-15/8)}}{\mu_l \cdot [(\rho_l - \rho_v)]^{9/8} \cdot \sigma^{(m+1/8)} \cdot T_{sat}^{(m-15/8)}}$$

e

$$X = \left( \frac{r_s}{2} \right)^m \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi} \cdot g^{(9/8)}} \cdot C_2^{5/3} \cdot C_3^{1/2} \cdot C_1$$

O fluxo de calor total na superfície aquecida foi expresso por:

$$\dot{q}/A = \frac{A_{cn}}{A} \cdot \left( \frac{\dot{q}_{cn}}{A_{cn}} \right) + \left( \frac{\dot{q}_{eb}}{A} \right) \quad (17)$$

Onde  $\dot{q}_{cn}/A_{cn}$  é a componente do fluxo de calor devido à Convecção Natural, a qual, para fluxos de calor elevados, pode ser desprezada, podendo ser avaliada como indicado a seguir:

- Para regime laminar,  $10^5 < Ra < 2 \cdot 10^7$

$$Ra = \frac{\gamma_l \cdot g \cdot \Delta T \cdot A_{cn}^{3/2}}{\alpha_l \cdot \nu_l} \quad (18)$$

$$\frac{\dot{q}_{cn}}{A_{cn}} = 0,54 \cdot \rho_l \cdot C_{pl} \cdot \left( \frac{\gamma_l \cdot g \cdot \Delta T^5 \cdot \alpha_l^3}{\sqrt{A_{cn}} \cdot \nu_l} \right)^{1/4} \quad (19)$$

- para regime turbulento,  $2 \cdot 10^5 < Ra < 3 \cdot 10^{10}$

$$\frac{\dot{q}_{cn}}{A_{cn}} = 0,14 \cdot \rho_l \cdot C_{pl} \cdot \left( \frac{\gamma_l \cdot g \cdot \Delta T^4 \cdot \alpha_l^2}{\nu_l} \right)^{1/3} \quad (20)$$

O maior problema com relação ao modelo de Mikic e Rohsenow está relacionado à dificuldade na determinação dos coeficientes  $m$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  e  $r_s$ , os quais envolvem resultados experimentais e são funções de parâmetros como: característica de superfície, líquido em ebulição, fluxo de calor e ângulo de contato, limitando sua utilização a explorações acadêmicas.

Foster e Zuber (1955) desenvolveram um modelo baseado na micro-convecção como principal mecanismo responsável pela transferência de calor na superfície aquecida. Este mecanismo consiste na remoção de calor através da convecção forçada promovida pelo movimento de expansão da bolha. Os autores definiram o coeficiente de transferência de calor em termos dos parâmetros adimensionais típicos da convecção  $Nu$ ,  $Re$  e  $Pr$ . Evidentemente, definiu-se o número de Prandtl em termos das propriedades do líquido. Para o cálculo do número de Reynolds, admitiu-se como dimensão característica o diâmetro instantâneo da bolha. A velocidade característica do líquido foi determinada como função da velocidade de crescimento da bolha. Determinou-se, assim, o número de Reynolds independente do tempo, o mesmo não ocorrendo para o número de Nusselt, para o qual foi

definida uma dimensão característica modificada. A correlação resultante foi dada pela seguinte equação:

$$\frac{\dot{q}/A}{\rho_v \cdot h_{lv}} \left( \frac{\pi}{\alpha_l} \right)^{1/2} \left[ \frac{\rho_l \cdot \left( \frac{2 \cdot \sigma}{p_v - p_l} \right)^3}{2 \cdot \sigma} \right]^{1/4} = C_1 \left[ \frac{\rho_l \cdot (\Delta T \cdot k_l)}{\mu_l \cdot (\rho_v \cdot h_{lv})} \right]^2 \cdot \frac{\pi}{\alpha_l} \left( \frac{C_{p_l} \cdot \mu_l}{k_l} \right)^{1/3} \quad (21)$$

Os expoentes r e s foram determinados através da análise de regressão de dados experimentais, resultando iguais a 5/8 e 1/3 respectivamente. Para o coeficiente  $C_1$ , obteve-se o valor 0.0015, avaliado para a água a pressões variando entre 1 e 50 bar. Embora a literatura não apresente um estudo sistemático, o coeficiente  $C_1$  é presumivelmente influenciado pelas condições da superfície e do líquido em ebulição, da mesma forma que o  $C_{sf}$  proposto por Rohsenow.

Haider e Webb (1997) desenvolveram um modelo envolvendo a superposição dos efeitos de condução transitória, anteriormente discutido no modelo de Mikic e Rohsenow, e de micro-convecção no líquido. Os autores começaram por verificar que alguns resultados experimentais não são propriamente explicados pelo modelo de Mikic e Rohsenow. O argumento foi que aquele modelo não incorporava efeitos convectivos resultantes da substituição do vapor por líquido frio. Segundo os autores, este efeito é resultante da indução de vórtices locais pelo líquido no instante de desprendimento da bolha, do que resulta uma combinação de escoamentos em torno de um ponto frontal de estagnação, promovendo um efeito de intensificação da transferência de calor. Percebe-se, assim, que a cavidade age como um ponto de estagnação não permanente, podendo, através da esteira resultante do desprendimento da bolha, alterar a espessura da camada limite térmica. Este mecanismo foi denominado pelos autores como micro-convecção. Analogamente ao modelo de Mikic e Rohsenow, o presente modelo considera a área de influência da bolha igual a  $\pi \cdot d_b^2$ , mas despreza os efeitos de convecção natural nas regiões externas. A transferência de calor latente devido à evaporação da microcamada também é considerada desprezível. Assim, incorporando os fenômenos acima descritos, os autores propuseram a seguinte correlação:

$$\frac{\dot{q}/A}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot k_l \cdot C_{p_l} \cdot f} \cdot d_b^2 \cdot n \cdot \Delta T} \left[ 1 + \left( \frac{0.66 \cdot \pi \cdot c}{Pr_l^{1/6}} \right)^{1/6} \right]^{1/n_s} \quad (22)$$

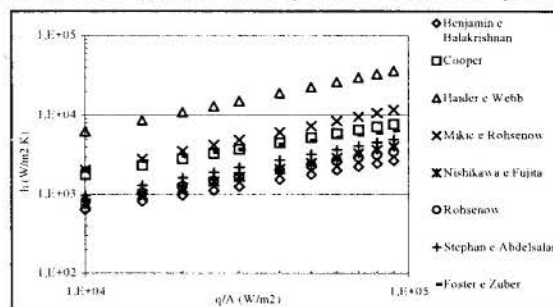
O expoente,  $n_s$ , e o coeficiente,  $c$ , que melhor se ajustaram foram: para o R-11,  $c=6,13$  e  $n_s=2,0$ ; para o R-123,  $c=6,42$  e  $n_s=2,0$ . É interessante notar que o termo entre parênteses da Eq. (22) assume valores muito superiores à unidade, o que, segundo os autores, vem demonstrar o reduzido efeito do mecanismo de condução transitória. Nessas condições, é possível afirmar que o mecanismo dominante é a micro-convecção, efeito que foi desprezado no modelo de Mikic e Rohsenow.

Outros mecanismos, embora não detalhados no presente trabalho, são também utilizados em modelamento, entre os quais podem ser citados:

- *Evaporação de uma microcamada junto à base da bolha.* Este mecanismo baseia-se na hipótese de que as bolhas, ao crescerem, aprisionam uma camada de espessura muito reduzida de líquido junto à superfície aquecida. Nesse mecanismo ocorre a evaporação de líquido da microcamada e a condensação do vapor na parte superior da bolha, à semelhança de um tubo de calor ("Heat Pipe"), sendo este o principal mecanismo de remoção de calor da superfície aquecida. Exemplos de correlações que consideram este mecanismo seriam as de Benjamin & Balakrishnan (1996) e Judd e Hwang (1976).
- *Termocapilaridade.* O presente mecanismo consiste em escoamentos tangenciais à interface da bolha, resultantes de gradientes de tensão superficial. As diferenças na tensão de cisalhamento na interface líquido-gás, resultantes de gradientes de temperatura, promovem movimentos da região mais quente, junto a parede, para a região mais fria.

## COMPARAÇÃO ENTRE AS CORRELAÇÕES

Em ebulição nucleada plenamente desenvolvida é uma difícil tarefa indicar a melhor correlação para a determinação do coeficiente de transferência de calor. Thome (1996) afirma que, para aplicações frigoríficas, as correlações mais adequadas seriam as de Cooper e Gorenflo et al, sendo esta última a que apresenta os melhores resultados para a amônia. Webb e Pais (1992), ao comparar com um banco de dados próprio as correlações de Cooper e Stephan e Abdelsalan, concluíram ser a primeira a mais precisa. Nesta seção foi elaborada uma análise comparativa dos modelos anteriormente estudados, em termos de refrigerantes halogenados. Esta análise revelou grandes discrepâncias, conforme pode ser



verificado nas Figuras 1 e 2.

Figura 1- Comparação das correlações para o R-134a com  $T_{sat}=273K$  e  $Rp=1$

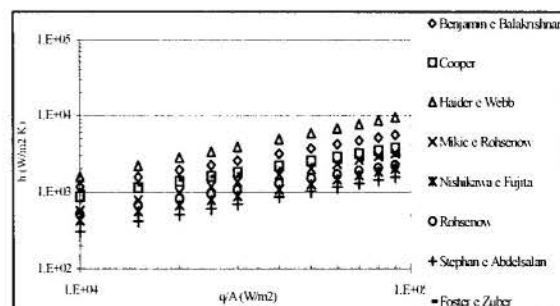


Figura 2- Comparação das correlações para o R-11 com  $T_{sat}=273K$  e  $Rp=1$

Tal comportamento pode ser resultante do fato da maioria das correlações, tanto empíricas como as semi-empíricas, envolverem



coeficientes experimentais. Esses são determinados através do ajuste de dados para fluidos diferentes dos refrigerantes halogenados, conforme pode ser constatado na Tabela 1. Desta forma, embora tenham se desenvolvido correlações complexas, buscando abranger o maior número possível de parâmetros, de uma maneira geral, elas apenas refletem as características do banco de dados para o qual foram desenvolvidas. É interessante destacar os desvios entre as correlações de Stephan e Abdelsalan e Haider e Webb, embora ambas tenham sido elaboradas a partir de um banco de dados formado exclusivamente por refrigerantes halogenados.

Tabela 1- Algumas características dos modelos apresentados

Modelos	Fluidos utilizados como banco de dados
Benjamin e Balakrishnan	água, CCl <sub>4</sub> , acetona, n-hexano, n-pentano
Cooper	H <sub>2</sub> , deutério, hélio II, hélio, metano, água, neon, N <sub>2</sub> , etano, metanol, O <sub>2</sub> , propano, etanol, n-butano, benzeno, R-22, R-21, R-13, R-12, R-11, SF <sub>6</sub> , R-13B1, R-115, R-114, R-226, R-113, RC-318
Foster e Zuber	Água, etanol, n-pentano, benzeno
Haider e Webb	R-11 e R-123
Mikic e Rohsenow	n-pentano, álcool etílico, água, benzeno
Nishikawa e Fujita	água, benzeno, etanol, metano, propano, n-butano, CCl <sub>4</sub> , n-heptano
Rohsenow	H <sub>2</sub> O, CCl <sub>4</sub> , benzeno, n-pentano, álcool etílico, álcool isopropílico, álcool n-butílico
Stephan e Abdelsalan	R-11, R-114, R-12, R-22, R-113, R-21, RC-318, propano, n-butano, CO <sub>2</sub>

### MISTURAS REFRIGERANTE-ÓLEO DE LUBRIFICAÇÃO

A literatura aberta apresenta algumas correlações para o cálculo do coeficiente de transferência de calor na ebulição nucleada de misturas compostas por refrigerante e óleo de lubrificação, válidas para concentrações superiores a 3%. Para concentrações inferiores, podem ser utilizadas correlações para refrigerantes puros. Estas correlações, geralmente, exigem a determinação das propriedades físicas da mistura, as quais não são tabeladas e são de difícil determinação. Esse aspecto é agravado pelo recente surgimento de novos refrigerantes e óleos lubrificantes. As correlações usualmente não incorporam um mecanismo físico claro em suas concepções e, de forma análoga às desenvolvidas para refrigerantes puros, adequam-se às condições experimentais para as quais foram desenvolvidas. No caso de misturas refrigerante/óleo, estas condições são mais restritas. Chongrungreong e Sauer (1980), de forma análoga a Stephan e Abdelsalan, através de uma análise de regressão aplicada à dados experimentais, desenvolveram as seguintes equações:

$$h = 6,17 \cdot \left(\frac{q/A}{A}\right)^{0,55} \cdot (\Phi_l)^{3,65} \cdot \left(\frac{P_{sat}}{101300}\right)^{0,24} \quad (23)$$

$$h = 0,05253 \cdot \left[\frac{\left(\frac{q/A}{A}\right) \cdot L}{\mu_m \cdot h_{lv}}\right]^{0,569} \cdot \left(\frac{\mu_m \cdot Cp_m}{k_m}\right)^{0,395} \cdot \left(\frac{P_{sat}}{101300}\right)^{1,695} \cdot \left(\frac{L}{0,01588}\right)^{-0,44} \cdot \left(\Phi_l \cdot \frac{\rho_m}{\rho_v}\right)^{1,579} \quad (24)$$

onde  $\Phi_l$  representa a fração volumétrica de refrigerante puro e o índice  $m$  à mistura.

Segundo Jensen e Jackman (1984), a presença de óleo reduz a taxa de transferência de calor em virtude de um mecanismo segundo o qual o crescimento da bolha se dá em virtude da evaporação de líquido superaquecido junto a parede. O óleo, sendo muito menos volátil que o refrigerante, não evapora, mas se espalha por toda interface líquido-vapor. Com o aumento da concentração de óleo na superfície da bolha, a difusão do refrigerante para a interface é comprometida, acabando por limitar sua evaporação, com a conseqüente redução na taxa de crescimento da bolha e da taxa de transferência de calor. Assim, Jensen e Jackman sugeriram que a transferência de calor se dá como resultado de uma combinação de efeitos macroscópicos e microscópicos. Os primeiros, segundo os autores, poderiam ser representados pelo modelo de Foster e Zuber, Eq. (21). Já, os efeitos microscópicos, correspondem ao mecanismo da ação do óleo descrito acima. Estes efeitos seriam caracterizados através da concentração efetiva do óleo junto a superfície da bolha ( $\omega_{eff}$ ), determinada através da seguinte equação:

$$\omega_{eff} = \omega \cdot (1 + 0,0317 \cdot \Delta T) \quad (25)$$

onde  $\omega$  é a concentração em massa de óleo na mistura.

Ajustando estes resultados a um banco de dados experimentais, os autores obtiveram a seguinte equação:

$$\frac{h}{h_{(Eq. (21))}} = \exp(-4,095 \cdot \omega_{eff} - 55,11 \cdot \omega_{eff}^2) \quad (26)$$

A Figura 3 apresenta uma comparação entre as correlações apresentadas nesta seção, com alguns resultados experimentais obtidos por Silva (1989). Verifica-se resultado semelhante ao encontrado na comparação entre correlações para refrigerantes puros, caracterizado por discrepâncias. É interessante destacar que as Eqs. (23) e (24), logicamente, proporcionam resultados semelhantes, pois foram determinadas a partir de um único conjunto de dados experimentais.

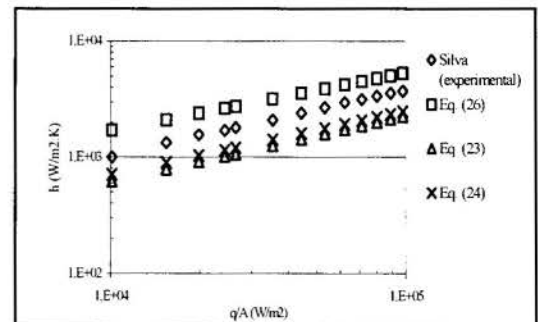


Figura 3 – Comparação entre correlações para misturas refrigerantes óleo lubrificante para o R-113 T<sub>sat</sub>=47°C ω=5%

## CONCLUSÕES

Os resultados precedentes permitem concluir que não existe uma correlação generalizada, que proporcione resultados adequados para uma ampla gama de condições operacionais na ebulição nucleada. As correlações apresentadas se baseiam na concepção fenomenológica do autor, com expoentes e coeficientes ajustados segundo um conjunto particular de dados experimentais, comumente dirigido para alguma aplicação específica. Tal estado de coisas enfatiza a necessidade de uma correlação específica para aplicações frigoríficas, envolvendo, exclusivamente, refrigerantes halogenados e suas misturas com óleo lubrificante.

## NOMENCLATURA

$f$	freqüência de desprendimento de bolhas (1/s)	$\alpha$	difusividade térmica ( $m^2/s$ )
$g$	aceleração gravitacional ( $m/s^2$ )	$\beta$	ângulo de contato
$h$	coeficiente de transferência de calor ( $W/m^2.K$ )	$\rho$	densidade ( $kg/m^3$ )
$h_v$	entalpia de vaporização (J/kg)	$\nu$	viscosidade cinemática ( $m^2/s$ )
$k$	condutividade térmica ( $W/m.K$ )	$\sigma$	tensão superficial (N/m)
$M$	massa molecular (kg/kmol)	$\gamma$	coeficiente de expansão volumétrica (1/K)
$n$	densidade de cavidades ativas ( $1/m^2$ )	$\mu$	viscosidade dinâmica (Pa.s)
$Nu$	número de Nusselt		Subscritos
$Pr$	número de Prandtl	$l$	referido ao líquido
$p$	pressão (Pa)	$sat$	relativo à saturação
$R_p$	rugosidade aritmética média ( $\mu m$ )	$v$	referido ao vapor
$T$	Temperatura (K)	$w$	relativo à parede
$\Delta T$	superaquecimento da parede ( $T_w - T_{sat}$ ) (K)		

## REFERÊNCIAS

Benjamin, R. J. e Balakrishnan, A. R., 1996, "Nucleate pool boiling heat transfer of pure liquids at low to moderate heat fluxes", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, N. 12, pp.2495-2504

Chongrungrong, S. e Sauer, H. J., 1980, "Nucleate boiling performance of refrigerants and refrigerants-oil mixtures" *Journal of Heat Transfer*, Vol. 102, pp.701-705

Collier, J. G., 1981, *Convective boiling and condensation 2nd ed* Mc.Graw-Hill Inc.

Cooper, M. G., 1984, "Heat flow rates in saturated nucleate pool boiling - A wide ranging examination using reduced properties", *Advances in Heat Transfer*, Vol. 16, pp.157-238

Foster, H. K. e Zuber, N., 1955, "Bubble dynamics and boiling heat transfer", *AIChE Journal*, Vol. 1, N. 4, pp. 531-535

Gorenflo, D. et al., 1994, "Prediction of pool boiling heat transfer with new refrigerants. In : CFC'S THE DAY AFTER, Padova, spt 21-23, pp.557-563

Haider, S.I. e Webb, R.L., 1997, "A transient micro-convection model of nucleate pool boiling", *Journal of Heat Mass Transfer*, v.40, n.15, pp.3675-3688

Han, C. Y. e Griffith, P., 1965, "The mechanism of heat transfer in nucleate pool boiling - parts I and II", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 8, pp. 969-976

Jensen, M. K. e Jackman, D. L., 1984, "Prediction of nucleate pool boiling heat transfer coefficients of refrigerants-oil mixtures" *Journal of Heat Transfer*, Vol. 106, feb., pp.185-190

Judd, R. L. e Hwang, K. S., 1976, "A comprehensive model for nucleate pool boiling including microlayer evaporation", *Journal of Heat Transfer*, nov., pp.623-629

Mikic, B. B. e Rohsenow, W. M., 1969, "A new correlation of pool-boiling data including the effect of heating surface characteristics", *Journal of Heat Transfer*, may, pp.245-250

Nishikawa, K. e Fujita, Y., 1977, "Correlation of nucleate boiling heat transfer based on bubble population density", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 20, pp.233-245

Rohsenow, W.M., 1951, "A method of correlating heat-transfer data for surface boiling of liquids", *Transactions of the ASME*, N. 48.aug., pp.969-976

Silva, C. L., 1989, "Investigação experimental da ebulição de misturas refrigerante-óleo" São Paulo. Tese (Doutorado), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Stephan, K. e Abdelsalam, M., 1978, "Heat-transfer correlations for natural convective boiling" *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 23, pp.73-87

Thome, J. R., 1996 "Boiling of new refrigerants: a state-of-the-art review", *Int. J. Refrig.*, Vol. 19, n. 7, pp.435-457

Vachon, R. I. et al., 1968, "Evaluation of constants for the Rohsenow pool-boiling correlation" *Journal of Heat Transfer*, may, pp.239-247

Webb, R. L. e Pais, C., 1992, "Nucleate pool boiling data for five refrigerants on plain, integral-fin and enhanced tube geometries" *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 35, N. 8, pp.1893-1904

## ABSTRACT

Present study has been focused on a literature of heat transfer under nucleate boiling conditions of halocarbon refrigerants and their mixtures with lubricating oil. Two kind of correlations regarding the heat transfer mechanism have been found: strictly empirical, based on a straight curve fitting of experimental data, and semi-empirical, based on the particular point of view of the author regarding the physical mechanism but still fitted with experimental data. As a general rule, it has been noted that correlations present significant discrepancies among each other, a result which mostly reflects the wide range of experimental conditions used as a reference. A similar trend has been observed with refrigerant/oil mixtures. Given the current status of halocarbon refrigerants for refrigeration applications, there is clearly a need for further research regarding the nucleate boiling phenomenon related to those compounds.

## CÁLCULO DE ABLAÇÃO COM UMA ABORDAGEM ENTÁLPICA PARA MUDANÇA DE FASE

**Rosângela Meireles Gomes Leite**

Divisão de Mecânica Espacial e Controle – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

CEP: 12227-010 – São José dos Campos – SP

**Edson Luiz Zaparoli**

Departamento de Energia – Instituto Tecnológico de Aeronáutica

### RESUMO

*Este artigo apresenta o estudo de um problema de ablação transiente unidimensional. Adota-se uma abordagem entálpica para a mudança de fase para o cálculo da ablação onde o material da proteção térmica permanece estático e as dimensões do domínio inalteradas. O material sofre sublimação na superfície e a proteção térmica é uma consequência da absorção da energia proveniente do aquecimento aerodinâmico pelo calor latente do material. Neste fenômeno de absorção de energia considera-se que o calor específico médio leva em conta o calor latente de sublimação. O material à medida que sofre ablação é substituído por um material fictício com uma condutividade térmica suficientemente grande, de maneira que a temperatura do material fictício permaneça constante e igual a temperatura de sublimação, resultando que todo calor incidente na superfície seja conduzido até a superfície de ablação.*

### INTRODUÇÃO

Proteção por ablação tem sido utilizado como um método prático para aliviar o severo aquecimento aerodinâmico que se encontra na reentrada na atmosfera dos veículos espaciais a altas velocidades. O fenômeno da ablação geralmente envolve a sublimação ou fusão do material da superfície dos veículos, de modo que a grande quantidade de calor do aquecimento aerodinâmico seja absorvida eficientemente no calor latente para a mudança de fase do material, diminuindo consideravelmente o calor conduzido para dentro dos veículos (Arai, 1976). Considerando-se que o objetivo da proteção térmica por ablação é manter a temperatura interna dos veículos espaciais abaixo de um certo nível de segurança durante a reentrada, um estudo transiente do comportamento térmico dos materiais ablativos torna-se importante no projeto térmico de veículos recuperáveis, tubearias de foguetes, etc. (Nakahashi, 1980). A ablação também pode ser definida como um processo autoregulado de transferência de calor e massa, controlado pelo fluxo de calor incidente, onde o calor é absorvido com desgaste do material (Zaparoli, 1992). Além das aplicações na indústria aeroespacial, a ablação segundo Hogan e al. (1996) e Modest (1996) ocorre também em procedimentos médicos que fazem uso de laser. Para projetar com sucesso veículos de reentrada, é necessário minimizar peso e manter a proteção térmica do veículo contra o aquecimento aerodinâmico da atmosfera. Na comunidade médica, laser estão sendo usados para remover camadas finas de tecido morto de vítimas queimadas. Modelos numéricos podem ajudar a caracterizar parâmetros do laser para que o tecido queimado seja removido sem significativo prejuízo para o tecido saudável (Hogan e al., 1996). A capacidade de prever a taxa de ablação e a correspondente mudança de forma para tais problemas é importante.

Várias aproximações têm sido aplicadas para simular problemas de condução de calor e ablação acoplados. Basicamente duas abordagens numéricas foram utilizadas no passado para solucionar este problema. Na primeira considerava-se um meio estático e à medida que a superfície sujeita ao aquecimento era consumida pela ablação, o domínio era reduzido (Swann e Pittman., 1962). Na segunda, o material ablativo se desloca em direção à superfície aquecida com uma velocidade igual a de desgaste ablativo determinada,

por exemplo, por condições de balanço de energia (Blackwell, 1988). Mais recentemente, de acordo com Storti (1995) um modelamento numérico do problema de ablação de uma fase foi colocado no contexto de problemas de Stefan com duas fases, introduzindo-se uma fase fictícia na região onde o material foi removido. Esta fase fictícia existe a temperaturas acima da temperatura de mudança de fase possuindo, na abordagem de Storti (1995), calor específico nulo e uma condutividade térmica igual a do material virgem. Este estudo foi feito utilizando-se uma abordagem entálpica com o domínio fixo.

Nosso objetivo é desenvolver e investigar um método para o cálculo da ablação onde o material de proteção térmica sofre sublimação na superfície. Aqui também o material que sofre ablação é substituído por um material fictício com um calor específico, que leva em conta o calor latente de sublimação e com uma condutividade térmica suficientemente grande para que este material conduza o calor incidente com gradiente de temperatura desprezível. Assim, a temperatura do material fictício permanece constante e igual a temperatura de sublimação, resultando que, todo o calor incidente na superfície do material fictício seja conduzido até a superfície de ablação. A técnica de elementos finitos foi adotada neste estudo pela flexibilidade no modelamento de regiões geometricamente complexas e pela facilidade de introdução das condições de contorno.

Os resultados obtidos com esta abordagem concordam com os obtidos pelas duas abordagens anteriores, citadas acima. Esta abordagem descrita tem como vantagens a possibilidade de cálculo da ablação de uma substância não pura com uma faixa larga de temperatura de mudança de fase, não necessitar de modelos adicionais para cálculo da velocidade de ablação e também conhecer exatamente a temperatura da superfície de ablação, uma vez que esta temperatura influi diretamente no cálculo do aquecimento aerodinâmico.

### FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O modelo utilizado neste estudo é o de um sólido ocupando a região  $0 \leq x \leq L$ , inicialmente a uma temperatura uniforme  $T_0$  menor que uma temperatura  $T_{mf}$  para a qual ocorre a

mudança de fase do sólido. A equação descrevendo a condução de calor transiente em um sólido, sem fontes internas de calor, na sua forma convencional

$$\rho c_p \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \quad (1)$$

é válida dentro da região. Aqui  $\rho$  é a densidade,  $c_p$  o calor específico e  $k$  a condutividade térmica da substância. Um fluxo de calor constante

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = q_0 \quad (2)$$

é especificado na fronteira da esquerda  $x=0$ , enquanto que  $\partial T/\partial x=0$  é assumido para  $x=L$ , ou seja, a fronteira da direita permanece isolada. O material é aquecido na fronteira da esquerda até uma temperatura  $T=T_{mf}$  quando começa a sublimação. Por facilidade assume-se que nenhuma fase intermediária do material exista, e que quando o material é aquecido atingindo sua temperatura de mudança de fase  $T_{mf}$ , sua resistência mecânica seja reduzida e ele seja imediatamente removido. Assim com a ablação, a fronteira de mudança de fase move-se quando o material é removido e uma não-linearidade é introduzida no problema. Com isto mais uma condição, conhecida como condição de Stefan, soma-se ao problema. Isto é, o cálculo da velocidade da fronteira de ablação, deve então ser feito pelo balanço de energia através da interface de mudança de fase. O problema proposto pela Eq. (1) com suas condições inicial e de contorno, incluindo a condição de Stefan possui soluções analíticas apenas para alguns poucos casos particulares. Por outro lado, a utilização de esquemas numéricos exige que a posição da fronteira de mudança de fase seja precisamente monitorada, o que torna este tipo de abordagem difícil e dispendiosa para se implementar. Uma maneira de se contornar este problema é reformular a equação da difusão em termos da entalpia do material de mudança de fase, que representa a soma dos calores sensível e latente e pode ser definida como:

$$H = \int_{T_0}^T c_p(T) dT \quad (3)$$

Com esta definição de entalpia o problema se reduz a

$$\rho \frac{\partial H}{\partial t} = \kappa \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (4)$$

Admitindo-se que  $H$  seja função apenas da temperatura, define-se um calor específico efetivo que incorpora a evolução do calor de sublimação,

$$C_{p,ef} = dH/dT \quad (5)$$

Deste modo a equação da energia que descreve o problema pode ser re-escrita em sua forma entálpica conforme descrito pela Eq. (6).

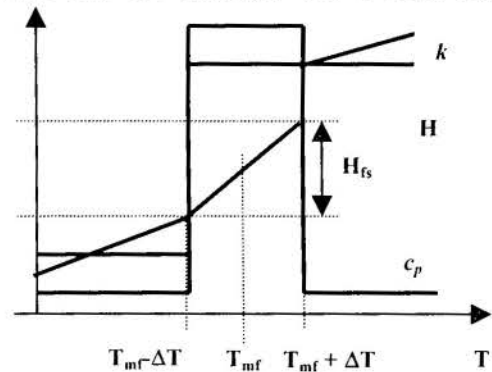
$$\rho \left( \frac{dH}{dT} \right) \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) = \kappa \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (6)$$

Neste trabalho, o fenômeno da ablação foi modelado através da forma entálpica da equação da energia, de forma a se evitar o problema devido ao movimento da fronteira.

Shamsundar e Sparrow, 1975 demonstraram a equivalência entre a formulação entálpica e a forma convencional das equações de conservação da energia, para o caso geral multidimensional de mudança de fase de uma substância com temperatura de mudança de fase discreta.

A propriedade termofísica dependente da temperatura na Eq. (6),  $H$  requer especial atenção, uma vez que esta propriedade do material apresenta variação abrupta quando a temperatura se aproxima da temperatura de mudança de fase.

Particularmente, o calor específico efetivo ( $c_p$ )<sub>ef</sub> tende a uma função delta de Dirac -  $\delta$ , conseqüentemente não pode ser representada na região de pico por uma função suave, criando dificuldades para sua integração através desta região. O



comportamento desta propriedade empregado neste estudo está mostrado na Figura 1.

Figure 1 – Variação das propriedades térmicas do material de mudança de fase nas proximidades da temperatura de mudança de fase.

O cálculo do calor específico efetivo utilizado nesta análise diretamente a partir da taxa de variação da entalpia com relação a temperatura, implementada através de um esquema de "forward difference":

$$c_{p,ef} = \frac{(H^{i+1} - H^i)}{(T^{i+1} - T^i)} \quad (7)$$

onde  $i$  e  $i+1$  referem-se a dois níveis de tempo subsequentes.

Nesta abordagem a cada iteração de tempo um novo valor da entalpia é calculado para cada elemento considerando uma temperatura média entre os valores das duas temperaturas nodais de cada elemento.

Esta abordagem apresenta a vantagem de não se ter que calcular a velocidade da frente de ablação, e com a Eq. (7) implementa-se um procedimento iterativo que evita a possibilidade de a temperatura, num determinado nó, passar da



temperatura de sólido para vapor num único passo de tempo de integração. pulando o intervalo de mudança de fase e deixando deste modo de computar uma parcela de calor latente absorvido. Existe a possibilidade de haver oscilações numéricas da temperatura nas proximidades da região de mudança de fase.

## APLICAÇÃO DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Método de Ritz. Como no futuro pretende-se calcular problemas bidimensionais a técnica de elementos finitos foi adotada pela flexibilidade no modelamento de regiões geométricas complexas, também pela facilidade da introdução das condições de contorno e pela própria estrutura modular do programa computacional gerado para cálculo da ablação unidimensional, que possibilita o acoplamento a outros códigos computacionais ou a ampliação do programa para resolver problemas de ablação mais complexos.

Segundo Myers (1971) a partir de uma formulação variacional do problema, a formulação por elementos finitos para um problema de condução unidimensional transiente, consiste em achar uma solução aproximada para a temperatura como função de  $x$  e do tempo,  $T(x,t)$ , satisfazendo as mesmas condições inicial e de contorno e que minimize o funcional:

$$I = \frac{1}{2} \int_0^L \left[ k \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \rho c_p \frac{\partial T^2}{\partial t} \right] dx \quad (8)$$

A condição de contorno de fluxo de calor especificado na fronteira  $x=0$  é levada em conta adicionando-se o seguinte termo a Eq. (8):

$$I_q = - \int_{B_q} q \cdot T \cdot ds \quad (9)$$

o qual representa a integral sobre a região da fronteira onde o fluxo de calor é especificado.

A função dada pela Eq. (8) acrescida da Eq. (9) pode ser separada em três partes, reescrevendo-a como

$$I = I_k + I_c + I_q \quad (10)$$

onde:

$$I_k = \frac{1}{2} \int_0^L \left[ k \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \right] dx \quad (11a)$$

e

$$I_c = \frac{1}{2} \int_0^L \left[ \rho c_p \frac{\partial T^2}{\partial t} \right] dx \quad (11b)$$

Deseja-se minimizar esta função (1) em relação as temperaturas nodais em cada instante de tempo. Isto é, deseja-se:

$$\frac{dI}{dT} = \frac{dI_k}{dT} + \frac{dI_c}{dT} + \frac{dI_q}{dT} = 0 \quad (12)$$

onde:  $T$  representa um vetor das temperaturas nodais.

Assumindo-se que em qualquer instante de tempo a temperatura dentro de cada elemento varia linearmente entre suas temperaturas nodais,  $T_i$  e  $T_j$ , verifica-se após alguns algebrismos que a matriz de condutância e de capacitância para cada elemento são dadas respectivamente pelas Equações (13) e (14).

$$K^{(e)} = \frac{k^{(e)}}{\Delta x_{ij}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$C^{(e)} = \frac{(\rho c_p)^{(e)} \Delta x_{ij}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

O próximo passo na solução do problema através da técnica de elementos finitos consiste na montagem das matrizes globais de condutância e de capacitância a partir das matrizes de condutância e capacitância de cada elemento já descritas acima. Uma vez que estas matrizes são simétricas, as componentes da diagonal permanecerão na diagonal principal das matrizes globais, enquanto que as componentes simétricas ficarão em posições simétricas fora da diagonal principal nas matrizes globais. Nestas matrizes globais, as componentes das matrizes dos elementos são somadas ao valores eventualmente existentes na posição linha-coluna correspondentes. Consequentemente, as matrizes globais também serão simétricas, o que é uma vantagem computacional da técnica de elementos finitos, pois os elementos abaixo da diagonal principal não precisam ser armazenados. Assim, a partir da montagem das matrizes globais chega-se a um sistema de  $N$  equações algébricas para as temperaturas nodais em função do tempo dado por:

$$[K] * \{T\} + [C] * \dot{\{T\}} - \{q_s\} = 0 \quad (15)$$

onde:  $[K]$  = matriz de condutância global

$[C]$  = matriz de capacitância global

$\{T\}$  = vetor das temperaturas nodais

$\{q_s\}$  = vetor global de fluxo de calor incidente

$\dot{\{T\}}$  representa diferenciação de  $T$  com relação ao tempo.

Para se resolver o sistema de equações utilizou-se o método implícito, que fornece a solução  $\{T\}$  em um instante  $(i+1)$  a partir de  $\{T\}$  conhecido no instante  $(i)$  de acordo com:

$$T^{(i+1)} = T^{(i)} + \Delta t * \dot{T}^{(i+1)} \quad (16)$$

chegando-se ao seguinte sistema tridiagonal de equações:

$$\left( \frac{[C]}{\Delta t} + [K] \right) \{T\}^{(i+1)} = \{q_s\} + \frac{[C]}{\Delta t} * \{T\}^{(i)} \quad (17)$$

o qual será resolvido através do método direto de eliminação gaussiana. A matriz

$$\left( \frac{[C]}{\Delta t} + [K] \right) \quad (18)$$

é triangularizada, conforme o método de Gauss, e a seguir as equações são resolvidas para a incógnita  $T$  por retro-substituição, obtendo-se finalmente o vetor solução das temperaturas nodais.

Programa Computacional para Cálculo da Ablação através de Elementos Finitos. O programa para implementação da técnica de elementos finitos é a ordenação coerente das fórmulas e definições desenvolvidas na seção anterior e a solução do sistema algébrico resultante. Nesta etapa da solução do problema de ablação, ou de mudança de fase é gerado o vetor solução para as variáveis nodais.

A entrada do programa consiste dos dados da geometria do modelo para a geração da malha computacional. A seguir, são requeridas as informações sobre as propriedades físicas dos materiais envolvidos no problema, como  $k$  (condutividade térmica,  $\rho$  (densidade),  $H_{fs}$  (calor latente do material de mudança de fase),  $T_{mf}$  (temperatura de mudança de fase), etc., além de parâmetros de solução, como passo de tempo ( $\Delta t$ ) inicial, mínimo e máximo, critério de convergência, temperatura inicial ( $T_0$ ), etc. A estrutura lógica do código é descrita resumidamente no fluxograma mostrado na Figura 2.

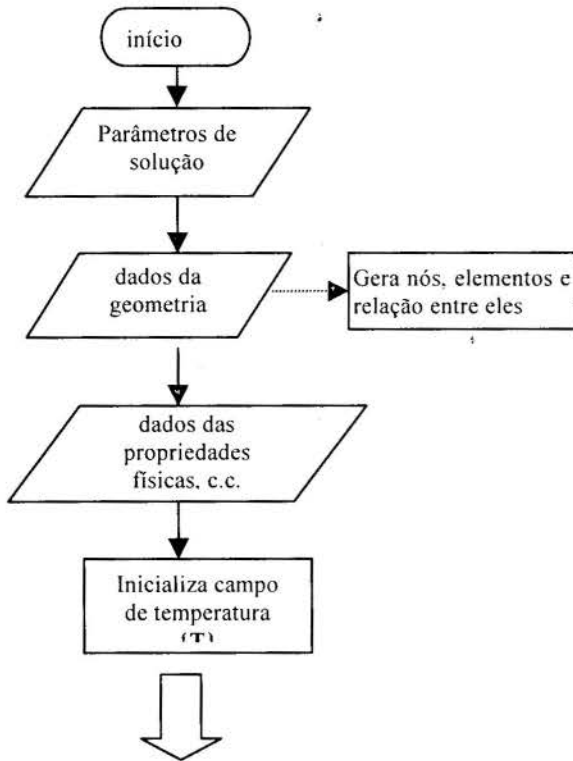


Figura 2a – Fluxograma do código computacional

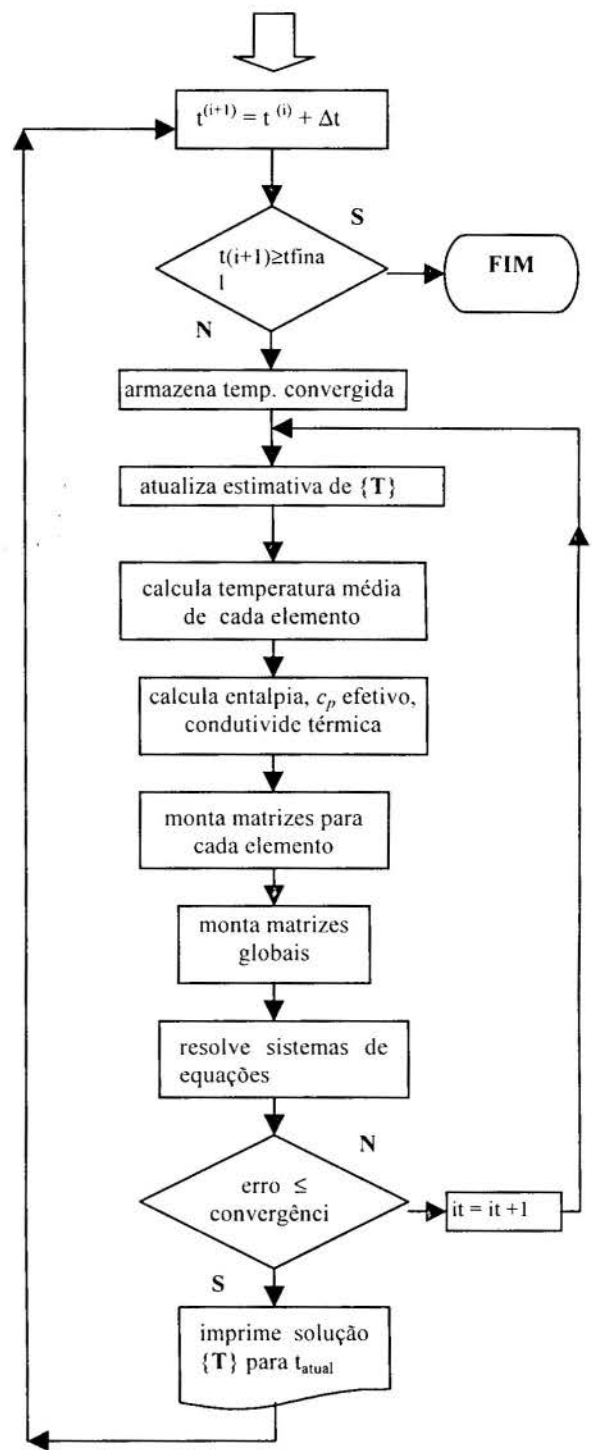


Figura 2b – Fluxograma do código computacional (continuação)

### VALIDAÇÃO DO PROGRAMA COMPUTACIONAL DESENVOLVIDO E RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção é apresentada a validação do programa desenvolvido, feita através de comparações com resultados de problemas mais simplificados conhecidos na literatura. Apresenta-se também um exemplo típico de proteção térmica para veículos espaciais.

A primeira comparação feita considerou um sólido homogêneo, com propriedades térmicas constantes e temperaturas especificadas nas duas extremidades. Considerou-se as propriedades termofísicas do alumínio e  $T = 300$  K na extremidade da esquerda ( $x = 0$ ) e  $T = 400$  K na extremidade da direita ( $x = L$ ). Como era esperado, após o transiente o campo de temperatura variou linearmente de 300 K a 400 K, atingindo uma temperatura média  $T = 350$  K no centro do corpo.

A segunda verificação consistiu em se comparar os resultados da solução exata de um sólido semi-infinito com temperatura inicial  $T_{inicial} = 298$  K, cuja fronteira  $x = 0$  é exposta a uma temperatura  $T(0,t) = 800$  K. Verificou-se que as discrepâncias encontradas entre resultados numéricos e os resultados da solução exata, Myers (1971), estão abaixo de 1,5%. Por exemplo, para uma determinada posição e um dado instante de tempo a temperatura teórica encontrada é de 598,38K enquanto que o resultado numérico forneceu uma temperatura de 592,55K.

Outra comparação foi feita impondo-se uma temperatura  $T = 350$  K em  $x = 0$ , a outra extremidade,  $x = L$ , permaneceu isolada e impôs-se uma temperatura inicial  $T_{inicial} = 298$  K para o sólido. Resultados mostraram que temperaturas convergiram para 350 K confirmando que a condição de isolamento na extremidade da esquerda funciona no código computacional.

Também foi feita uma comparação com a solução exata mostrada em Eckert (1972), para um sólido semi-infinito com a condição de fluxo de calor imposta na fronteira  $x = 0$ . Verificou-se que os resultados numéricos obtidos concordam com os resultados da solução exata (discrepâncias < 1% nos valores das temperaturas), o que mostra que condição de fluxo de calor imposto também funciona no código computacional.

O sistema de proteção térmica típico de veículos espaciais a ser analisado é mostrado esquematicamente na Figura 3, sendo constituído por uma camada de teflon (material que vai sofrer ablação) ligada a uma camada de alumínio (estrutura do veículo) com um isolamento térmico perfeito em sua extremidade da esquerda.

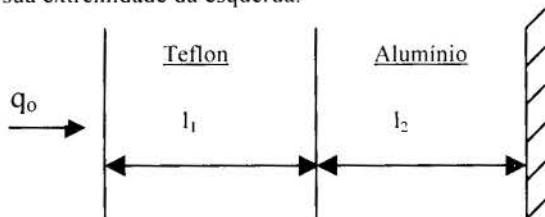


Figura 3 – Esquema do problema de ablação para aplicação em veículos espaciais.

O sistema de proteção térmica, inicialmente a uma temperatura de 298K, é submetido a um fluxo de calor constante igual a 2.838 kW/m<sup>2</sup> durante 5 s. Foram utilizadas as mesmas propriedades térmicas apresentadas por Blackwell (1988), conforme se descreve a seguir:

#### Teflon:

$$\begin{aligned} l_1 &= L/2 = 0,00254 \text{ m} \\ k_1 &= 0,22 \text{ W/m K} \\ \rho_1 &= 1922 \text{ kg/m}^3 \\ c_{p1} &= 1256 \text{ J/kg K} \\ T_{mf} &= 833 \text{ K} \\ Q_1 &= 2326 \times 10^6 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

#### Alumínio

$$\begin{aligned} l_2 &= L/2 = 0,00254 \text{ m} \\ k_2 &= 156 \text{ W/m K} \\ \rho_2 &= 3204 \text{ kg/m}^3 \\ c_{p2} &= 1047 \text{ J/kg K} \\ L &= l_1 + l_2 \end{aligned}$$

Os resultados numéricos mostram que a temperatura de ablação é atingida para um tempo igual a 0.015 s. Na Figura 4 é apresentada uma ampliação para os primeiros instantes de tempo em que a ablação começa a ocorrer, de onde pode-se ver com mais precisão o instante de tempo em que temperatura de mudança de fase é atingida. Isto concorda com o resultado mostrado por Blackwell (1988) que calcula o instante de tempo  $\tau$  para um sólido semi-infinito atingir a temperatura de mudança de fase através de uma solução analítica, dado por:

$$\tau = \frac{\pi}{4} (k\rho c_p) \left( \frac{T_{mf} - T_{inicial}}{q_0} \right)^2 \quad (19)$$

de onde se obtém um valor de 0.0151 s. Comparando-se com o resultado obtido o erro é de 0.6%.

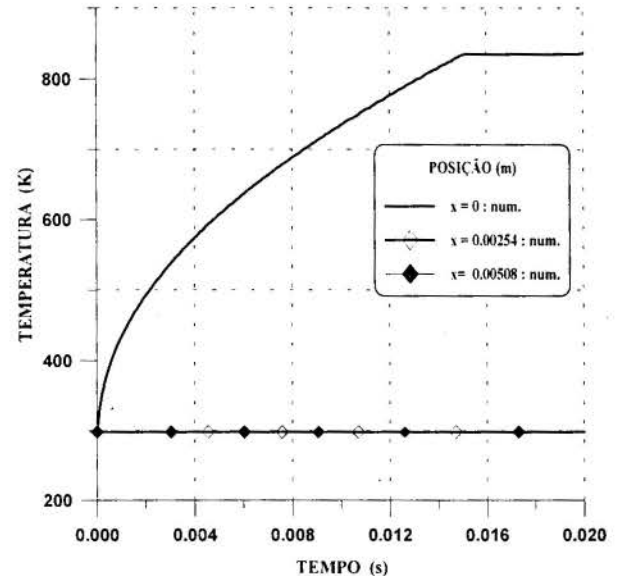


Figura 4 – Instante de tempo em que a ablação começa ocorrer.

As Figuras 5 e 6 apresentam uma comparação entre os resultados de Blackwell (1988), e os resultados numéricos obtidos neste estudo. A Figura 5 apresenta o perfil de temperatura ao longo da espessura da camada de proteção térmica e da espessura da estrutura do veículo para vários instantes de tempo. Pode-se ver que nos primeiros instantes de tempo, o sistema de proteção térmica responde como um sólido semi-infinito, uma vez que a temperatura da extremidade final do sistema permanece em sua temperatura inicial. Observa-se também uma boa concordância entre os resultados numéricos e os resultados obtidos pela literatura, verificando-se discrepâncias na temperatura de cerca de 5%.

A Figura 6 apresenta curvas de temperatura em função do tempo para três posições do sólido, isto é, para a superfície frontal ( $x = 0$ ), superfície de interface entre o teflon e alumínio e para a extremidade final do alumínio ( $x = 0.00508$  m).

Observa-se que até a espessura do material ablativo remanescente tornar-se pequena, a temperatura da estrutura de alumínio permanece no seu valor inicial.

Estes resultados foram obtidos considerando-se 250 elementos para a camada de material ablativo e 4 elementos para a camada da estrutura do veículo, utilizando-se um intervalo de integração inicial de 0,0001 s tendo um procedimento de ajuste variando de 0,00001s a 0,01 s.

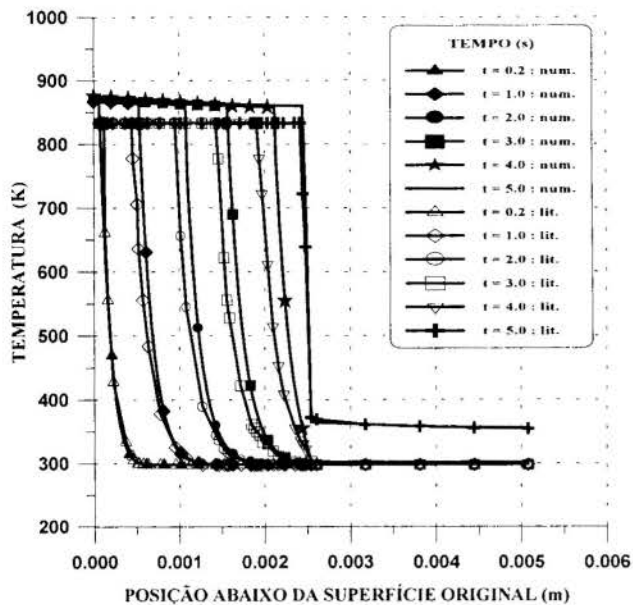


Figura 5 - Perfil de temperatura no material ablativo e estrutura do veículo ao longo do tempo.

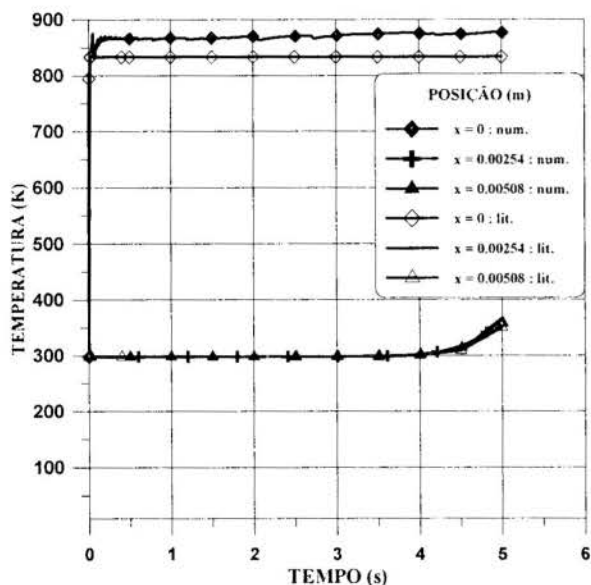


Figura 6 - Perfil de temperatura da face frontal, da interface e da face isolada em função do tempo.

As diferenças entre os resultados apresentados nas Figuras 5 e 6 se devem aos modelos matemáticos adotados. No modelo de Blackwell (1988) a ablação ocorre em uma temperatura fixa de 833K, com o calor de ablação sendo absorvido nesta temperatura. No modelo matemático deste trabalho, a ablação começa na temperatura 832K e termina em 834K. O calor latente de ablação é absorvido nesta faixa de temperatura de 2K. A condutividade térmica tem o valor de 0.22 W/mK enquanto a temperatura é menor que  $T = 832K$ , e passa para 380 W/mK a partir de  $T = 832K$ , permanecendo constante para temperaturas mais elevadas.

Embora os resultados obtidos pelo código computacional apresentem pequenas oscilações numéricas próximo ao instante em que o primeiro nó de teflon atinge a temperatura de mudança de fase, os resultados obtidos no presente trabalho concordam com os resultados da literatura.

Conclui-se então que o modelo de condução transiente com formulação entálpica juntamente com código computacional desenvolvidos mostraram-se capazes de prever o fenômeno de ablação para sistema de proteção térmica encontrados na prática, onde empregam-se materiais com baixa difusividade térmica, com estreitas ou largas faixas de temperatura de mudança de fase.

## REFERENCES

- Arai, N., 1976, "A Study of Transient Thermal Response of Ablation Materials", ISAS Report No. 544, Vol. 41, No. 8.
- Blackwell, B. F., 1988, "Numerical Prediction of One-Dimensional Ablation using a Finite Control Volume Procedure with Exponential Differencing", Numerical Heat Transfer, Vol. 14, pp. 17-34
- Eckert, E. R. G., Drake, R. M. Jr., 1972, "Analysis of Heat and Mass Transfer", MacGraw-Hill Inc., Tokyo
- Hogan, R. E., Blackwell, B. F., Cochran, R. J., 1996, "Application of Moving Grid Control Volume Finite Element Method to Ablation Problems", Journal of Thermophysics and Heat Transfer Vol.10, No. 2, pp. 312-319.
- Modest, M. F., 1996, "Three-dimensional, transient model for laser machining of ablating/decomposing materials", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 39, No. 2, pp. 221-234
- Myers, G. E., 1971, "Analytical Methods in Conduction Heat Transfer" McGraw-Hill Inc., New York
- Nakahashi, K., 1980, "A Study of Transient Ablation of Blunt Bodies", ISAS Report No. 581, Vol. 45, No. 6.
- Shamsundar, N., Sparrow, E. M., 1975, "Analysis of Multidimensional Conduction Phase Change via Enthalpy Model", J. Heat Transfer, pp. 333-340
- Storti, M., 1995, "Numerical Modeling of Ablation Phenomena as Two-Phase Stefan Problems", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 38, No. 15, pp. 2843-2854
- Swann, R. T., Pittman, C. M., 1962, "Numerical Response of Advanced Thermal Protection Systems for Atmospheric Entry", NASA TN D-1370
- Zaparoli, E. L., 1992, "Sistemas de Proteção Térmica para Ambientes de Aquecimento Severo", Relatório Final do Projeto Integrado de Pesquisa - Processo 500434/92 - 1 - (NV)

## ABSTRACT

This paper presents a study of the one-dimensional transient ablation. An enthalpy based formulation is adopted to the phase change in the ablation calculation where the thermal protection material keeps static and the domain keeps fixed. The material undergoes sublimation at its surface and the thermal protection is a consequence of the latent heat absorption from the aerodynamic heating. In this heat absorption phenomenon it is considered that the average specific heat takes into account the latent heat during the process of the phase change.

As the material undergoes ablation, it is replaced by a fictitious material whose thermal conductivity is enough great, such as its temperature keeps constant and equal to the sublimation temperature, resulting that the heat incident in its surface is conducted until the ablation surface.



## MEDIDAS DOS COEFICIENTES DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR METAL/MOLDE NA SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS E LIGAS

**José M. V. Quaresma; Carlos A. dos Santos; Jaime A. Spim Jr.; Amauri Garcia**

Departamento de Engenharia de Materiais - UNICAMP

Cx.P. 6122 - CEP : 13083-970 Campinas - SP - Brasil

e-mail : alex@fem.unicamp.br, spim@fem.unicamp.br, amaurig@fem.unicamp.br

### RESUMO

*O presente trabalho mostra uma metodologia comparativa teórico-experimental de perfis térmicos para a determinação da dinâmica do coeficiente de transferência de calor atuante na interface metal/molde específico a sistemas com transformação de fase incluindo variações de composição química em ligas metálicas. Utilizando-se um modelo numérico baseado na técnica de diferenças finitas aplicado sobre um volume de controle determinado no sistema experimental, obteve-se informações referentes a dinâmica do processo. Os experimentos foram monitorizados com termopares localizados na região de interesse do fenômeno e os resultados obtidos no modelo, com a aplicação dos coeficientes determinados, mostraram boa consistência física, possibilitando o acesso a informações importantes referentes ao produto solidificado.*

### INTRODUÇÃO.

A eficiência da transferência de calor na interface metal/molde em um sistema de fundição influencia significativamente na evolução do processo de solidificação de metais, causando mudanças na estrutura interna do produto obtido e consequentemente alterações em suas propriedades mecânicas finais. A velocidade ou taxa de solidificação depende da resistência térmica oferecida pela interface metal/molde, sendo esta geralmente expressa como o inverso do coeficiente de transferência de calor ( $h_i$ ).

Os mecanismos envolvidos nesta interface englobam o contato térmico metal líquido/molde nos instantes iniciais do processo, seguido da formação de uma casca solidificada rente à parede do molde, a qual é mantida com bom contato térmico até o instante em que a contração desta casca sólida supera a força metalostática exercida pelo metal líquido, ocasionando a formação de um espaço físico (*gap*) entre o metal e molde (Reddy, 1993). Após a formação do *gap* de ar, este pode apresentar variação em seu comportamento dependendo da variação da contração do metal sólido e/ou dilatação/contração do molde, sendo que a transferência global de calor na interface é dada por: condução nos instantes iniciais através dos contatos entre a superfície do molde e o metal; condução e convecção através dos gases presentes no *gap* formado; e radiação entre as superfícies do metal e do molde.

Diante de todos estes fenômenos, torna-se necessário desenvolver técnicas que permitam a determinação do comportamento do coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde durante o processo de solidificação em sistemas de fundição, possibilitando assim, a correta caracterização deste parâmetro, o qual é um importante dado de entrada para a simulação numérica de processos de solidificação via modelos matemáticos (Santos, 1997)

Entre os vários métodos apresentados na literatura para a determinação do coeficiente, podemos citar três principais: manipulação de dados da cinética de solidificação de metais puros (Garcia, 1979); avaliação indireta através de parâmetros da estrutura bruta de fusão (Caram, 1995); e as técnicas numéricas baseadas nos métodos de diferenças finitas e elementos finitos (Ho, 1985). De todas estas técnicas, o confronto entre dados térmicos do sistema experimental com resultados obtidos por simulação com modelos matemáticos permite determinar a

correta variação deste coeficiente, principalmente quando o processo envolve mudanças ou variações ao longo de sua dinâmica, como mudanças de fase no estado sólido e alterações no contato térmico na interface devido a fatores como composição química. Assim, o objetivo deste trabalho consiste na utilização de um modelo matemático que se utiliza da solução da Equação Geral da Condução de Calor, com o auxílio da técnica de diferenças finitas, para a determinação do coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde em função do tempo para situações que envolvam a solidificação de diferentes materiais, como metais puros, ligas eutéticas e outras ligas binárias, analisando o parâmetro par metal/molde. Este trabalho dá continuidade a um estudo que vem sendo realizado na determinação do coeficiente na interface metal/molde em diferentes condições operacionais, como variações no material do molde e metal, espessura da parede do molde e temperatura de vazamento do metal líquido (Quaresma, 1997).

### ANÁLISE MATEMÁTICA DA SOLIDIFICAÇÃO

Para a obtenção de resultados precisos no mapeamento térmico de sistemas de fundição via simulação numérica, torna-se necessário um perfeito conhecimento do comportamento da interface metal/molde ao longo do processo, sendo este representado pelo coeficiente de transferência de calor metal/molde  $h_i$ . A determinação de valores de  $h_i$  é complexa, sendo que o método que engloba a comparação entre dados térmicos experimentais e os resultados gerados por modelo matemático se apresenta como uma ferramenta eficiente e flexível.

#### Fluxo de Calor

A equação descritiva para o fenômeno da transferência de calor é a Equação Geral da Condução de Calor em regime não-estacionário, dada por:

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ k(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \dots$$

$$\dots \frac{\partial}{\partial z} \left[ k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right] + q \quad (1)$$

onde:  $\rho$  = Densidade do material [ kg/m<sup>3</sup> ];  
 $c$  = Calor específico do material [ J/kg.K ];  
 $k(T)$  = Condutibilidade térmica do material [ W/m.K ];  
 $\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial T}{\partial x}); \frac{\partial}{\partial y}(\frac{\partial T}{\partial y}); \frac{\partial}{\partial z}(\frac{\partial T}{\partial z})$  = Variação do gradiente

térmico nos eixos;

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \text{Taxa de resfriamento ou aquecimento;}$$

$q$  = Representa o termo de geração interna de calor; associado a transformação de fase do metal com a liberação de calor latente.

Admitindo-se fluxo de calor unidimensional, esta se reduz a:

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} [k(T) \frac{\partial T}{\partial x}] + q \quad (2)$$

Nas Eqs. (1) ou (2), o termo de geração de energia no caso da solidificação de metais relaciona-se com o calor latente de fusão, sendo este expresso em termos de energia, ou mais precisamente, em entalpia. A entalpia de um metal não é um valor absoluto, é variável com o estado de agregação do material, sendo esta associada a mudança de fase e caracterizada pela liberação de calor latente. Em termos de entalpia tem-se (Voller, 1992):

$$H = f_s \cdot H_s + (1 - f_s) \cdot H_L \quad (3)$$

onde:  $H$  = Entalpia da mistura [ J/kg ];

$H_L$  = Entalpia do líquido [ J/kg ];

$H_s$  = Entalpia do sólido [ J/kg ]

$f_s$  = fração sólida

ou em termos de calor latente:

$$L = H_L - H_s \quad (4)$$

onde:  $L$  = calor latente de fusão [ J/kg ];

O tratamento da liberação de calor latente de fusão difere no caso de metal puro ou ligas eutéticas e de ligas binárias. A Figura 1 apresenta uma representação da variação da entalpia com a temperatura para a mudança de fase dos diferentes materiais.

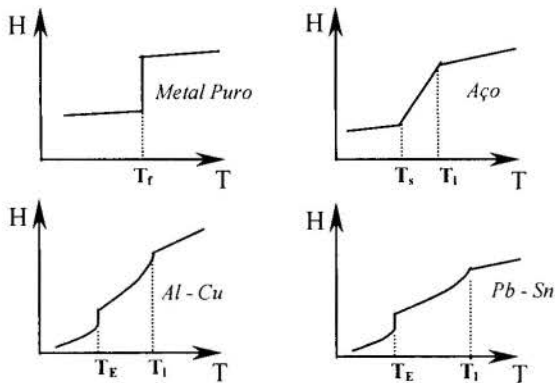


Figura 1 - Variação da entalpia com a temperatura para alguns materiais.

Na Figura 1, tem-se ( $T_f$ ) Temperatura de fusão [ °C ]; ( $T_s$ ) Temperatura solidus; ( $T_l$ ) Temperatura liquidus; ( $T_e$ ) Temperatura eutética.

## Tratamento da Transformação de Fase Sólido/Líquido durante a Solidificação

Pode-se também considerar, com boa aproximação, que  $k(x) = k(y) = k(z) = k_{cte}$ , onde  $k_{cte}$  é a condutibilidade térmica média do material constante ao longo da linha de condução, visto que a maioria dos materiais apresenta uma variação pequena da condutividade em relação aos eixos de direção.

### Metais Puros ou Ligas Eutéticas

No que diz respeito a metais puros ou ligas com composições eutéticas, sistemas com ponto invariante de transformação sólido/líquido, o tratamento da liberação de calor latente ( $q$ ) é feito utilizando-se do tratamento que correlaciona o parâmetro ( $\lambda$ ) com variáveis dependentes do metal, como calor latente de fusão e calor específico, sendo este determinado pela Eq. (5). Fisicamente,  $\lambda$  representa a variação ou mudança de temperatura do material equivalente ao calor latente liberado, e serve como um fator de acumulação para determinar o tempo necessário para que ocorra a solidificação em determinado ponto. O procedimento é feito comparando-se o valor de  $\lambda$  com o valor da diferença entre a temperatura de fusão do metal e a temperatura calculada para o ponto nodal sem considerar transformação de fase em cada iteração do modelo. Quando a somatória desta diferença de temperaturas ultrapassar o valor calculado para  $\lambda$ , admite-se que a transformação líquido/sólido no ponto considerado termina.

$$\lambda = \frac{L}{c} \quad (5)$$

A relação entre os estados de agregação do material e suas respectivas propriedades termofísicas estão relacionadas como vistas abaixo:

$$T \begin{cases} T > T_f \Rightarrow \text{líquido} & (k_l, c_l, \rho_l) \\ T \leq T_f \Rightarrow \text{transformação L/S até } \lambda = \frac{L}{c} > \sum (T_f - T) & (k_l, c_l, \rho_l) \\ T < T_f \Rightarrow \text{sólido quando } \lambda = \frac{L}{c} < \sum (T_f - T) & (k_s, c_s, \rho_s) \end{cases}$$

### Ligas Binárias

O termo de geração interna de calor ( $q$ ) é dado, segundo a literatura para ligas binárias em função da fração de sólido formado, como a Eq. (6) [ Voller, 1991 ].

$$q = \rho \cdot L \cdot \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad (6)$$

Fazendo algumas manipulações matemáticas, podemos escrever a variação da fração solidificada no tempo como:

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} = \frac{\partial f_s}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (7)$$

A fração sólida pode ser função de uma série de parâmetros envolvidos no sistema de fundição. No entanto, na modelagem matemática é importante assumir a variação como função da temperatura, isto é:

$$f_s = F(T) \text{ para } T_s < T < T_L \quad (8)$$

A formulação correta de  $f_s$  é dependente dos constituintes internos da liga e da forma com que interagem durante a solidificação do sistema. As formulações mais importantes são dadas por:

**Regra da Alavanca**

Para solidificação em condições de equilíbrio, ou quando o soluto apresenta alta mobilidade atômica no estado sólido, como por exemplo no caso do carbono na solidificação dos aços, o comportamento da solidificação pode ser descrito pela regra da alavanca, dada por:

$$f_s = \frac{(T_L - T)}{(T_f - T)} \cdot \frac{1}{(1 - k')} \quad (9)$$

sendo  $k'$  o coeficiente de redistribuição do soluto.

*Mistura Completa de Solute no Líquido sem Difusão de Retorno no Sólido*

**Equação de Scheil**

Para a solidificação em condições de não-equilíbrio com mistura completa de soluto no líquido e movimento desprezível de soluto no sólido formado, o tratamento pela Equação de Scheil torna-se apropriado, como no caso de ligas de Alumínio-Cobre e Estanho-Chumbo. A equação pode ser descrita como:

$$f_s = 1 - \left( \frac{T_f - T}{T_f - T_L} \right)^{\frac{1}{(k'-1)}} \quad (10)$$

*Mistura Completa de Solute no Líquido com Difusão de Retorno no Sólido*

**Solução Clássica de Brody-Flemings**

Nos casos em que a difusão no sólido formado é significativa, Brody e Flemings propuseram uma formulação que leva em consideração a difusão no estado sólido, representada por:

$$f_s = \left( \frac{1}{1 - 2\alpha k} \right) \left[ 1 - \left( \frac{T_f - T}{T_f - T_1} \right)^{\left( \frac{1 - 2\alpha k}{k - 1} \right)} \right] \quad (11)$$

sendo:  $\alpha = \frac{D_s \cdot t_{sl}}{l^2} \quad (12)$

onde:  $D_s$  = Difusividade do soluto no sólido; e  
 $l$  = Comprimento da amostra [ m ]

Se " $\alpha$ " na equação 11 tende a zero, esta aproxima-se da Equação de Scheil; por outro lado, quando a difusão no sólido é completa, com " $\alpha$ " tendendo a infinito, a composição de soluto no sólido deve se aproximar da equação de equilíbrio-Eq.(9). Contudo, a equação de Brody-Flemings já coincide com a equação de equilíbrio quando " $\alpha$ " = 1/2, sugerindo sua inaplicabilidade para valores de " $\alpha$ " mais elevados.

**Solução de Clyne-Kurz**

Para atenuar o erro proveniente da quantificação do soluto de retorno para os casos de " $\alpha$ " elevados, estes autores desenvolveram uma solução aproximada, conduzindo a um novo parâmetro de difusão de retorno,  $\alpha_{c1}$ , que é função da constante " $\alpha$ " da análise clássica de Brody-Flemings, e é dado por:

$$\alpha_{c1} = \alpha \left[ 1 - \exp\left(-\frac{1}{\alpha}\right) \right] - \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{1}{2\alpha}\right) \quad (13)$$

A substituição do valor de " $\alpha$ " na Eq. (11) por " $\alpha_{c1}$ " consiste em uma forma de correção do soluto não quantificado na análise anterior, permitindo determinar os perfis de segregação do sólido formado e da variação da fração sólida com a temperatura para toda a gama de variação de " $\alpha$ ".

**Solução de Ohnaka**

Outra proposta formulando a Solução de Brody-Flemings foi formulada por Onaka e é baseada na solução da equação de

difusão através do método do perfil integral. A solução obtida pelo autor difere da análise clássica, através de um novo parâmetro  $\alpha_{c2}$ , que é também função de " $\alpha$ ", dado por:

$$\alpha_{c2} = \frac{\alpha}{(1 - 2\alpha)} \quad (14)$$

A substituição de " $\alpha$ " por  $\alpha_{c2}$  na Eq. (11) amplia o espectro de aplicação desta equação.

Assim, considerando a correlação com calor específico, teremos a Eq. (2) dada como:

$$\rho \cdot c' \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = k \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (15)$$

onde:  $c' = c - L \cdot \frac{\partial f_s}{\partial T}$  e o termo  $\left( L \cdot \frac{\partial f_s}{\partial T} \right)$  é chamado de *pseudo calor específico*, onde a velocidade de solidificação é controlada pela relação entre o pseudo calor específico que representa a liberação de calor latente do material na transformação de fase e o calor específico do material. Assim a Eq. (15) se transforma em:

$$\rho \cdot \left( c - L \cdot \frac{\partial f_s}{\partial T} \right) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = k \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (16)$$

Interface Molde/Ambiente

Na maioria das abordagens analíticas da solidificação é comum tratar-se o molde como sendo semi-infinito, ou seja, a temperatura da superfície externa do mesmo não apresenta variação durante todo o processo de solidificação, mantendo-se em equilíbrio com a temperatura ambiente. Porém na prática, isto raramente acontece, já que a temperatura externa da parede do molde aumenta consideravelmente durante o processo, principalmente em coquilhas. Isto deve-se ao fato de se utilizar moldes com paredes não muito espessas, objetivando reduzir custos do material para confecção dos mesmos.

Como a temperatura da parede externa do molde não permanece igual à temperatura ambiente, é de se esperar uma variação nas taxas de transferência de calor por radiação e convecção para com o meio. Admitindo-se que a temperatura da superfície da parede externa do molde pode ser monitorizada, pode-se calcular a taxa de transferência de calor desta superfície para o meio ambiente. Porém, para determinar estas taxas, torna-se necessário conhecer os coeficientes de transferência de calor atuantes no processo, tanto para a radiação como para a convecção.

Para a interface molde/ambiente, pode-se estimar com cálculos analíticos o valor de  $h_{amb}$ , sendo dado por:

$$h_{amb} = h_{rad} + h_{conv} \quad (17)$$

sendo:  $h_{amb}$  = coeficiente de transferência de calor no resfriamento da interface molde/ambiente [ W/m<sup>2</sup>.K ];

$h_{rad}$  = coeficiente de transferência de calor por radiação [ W/m<sup>2</sup>.K ];

$h_{conv}$  = coeficiente de transferência de calor por convecção [ W/m<sup>2</sup>.K ];

Para o cálculo do coeficiente radioativo tem-se que:

$$h_{rad} = \sigma \cdot \epsilon \cdot (T_s + T_0) \cdot (T_s^2 + T_0^2) \quad (18)$$

onde:  $\sigma$  = Constante de Stefan-Boltzmann;

$\epsilon$  = Emissividade radioativa da superfície do corpo ( = 0,8 para o aço e 0,78 para o cobre ) (Bejan, 1993);

$T_s$  = Temperatura da superfície do corpo [ K ];

$T_0$  = Temperatura do fluido de refrigeração - ar [ K ].

Para o cálculo do coeficiente convectivo:

$$h_{conv} = \frac{k.Nu}{\chi} \quad (19)$$

para  $Nu = C.(Gr.Pr)^n$  (20)

$$Gr = \frac{g.\gamma\rho^2.\chi^3.(T_s - T_0)}{\eta^2} \quad (21)$$

$$Pr = \frac{\eta.c}{k} \quad (22)$$

sendo: Nu = número de Nusselt;

Gr = número de Grashof;

Pr = número de Prandtl.

onde:  $\eta$  = Viscosidade do fluido de refrigeração [ kg/m.s ];

c = Calor específico do fluido [ J/kg.K ];

$\rho$  = Densidade do fluido [ kg/m<sup>3</sup> ];

k = Condutividade térmica do fluido [ W/m.K ];

$\chi$  = Dimensão que se refere a distância percorrida pelo fluido de refrigeração ao passar pela superfície do corpo [ m ];

g = Aceleração da gravidade [ 9,81 m<sup>2</sup>/s ];

$\gamma$  = Coeficiente de expansão térmica volumétrica, que

para o caso de gases pode ser aproximado como  $\gamma = \frac{1}{T_0}$  [ K<sup>-1</sup>].

onde  $T_0$  é a temperatura absoluta.

Para um estudo onde o fluxo do fluido pode ser considerado laminar ( está condição é válida para o produto Gr.Pr entre 10<sup>4</sup> e 10<sup>9</sup> ) e a superfície do corpo está na posição vertical, considera-se para o cálculo do número de Nusselt;

$$C = 0,59$$

$$n = 1/4$$

e as propriedades do fluido de refrigeração utilizadas nos cálculos, que no nosso caso é o ar, variam com a temperatura ( Bejan, 1993; Poirier, 1994).

#### Interface Metal/Molde

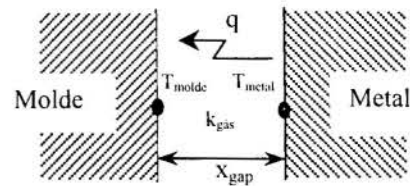
O assunto da transferência de calor interfacial metal/molde, devido a sua importante influência na taxa ou velocidade de solidificação de fundidos, tem sido alvo de estudo de inúmeros pesquisadores. Com a evolução da solidificação, a contração volumétrica vai gradativamente vencendo a pressão metalostática e, conseqüentemente, criando uma separação física entre ambos (formação do "gap"). Esta separação traz como conseqüência uma maior dificuldade de transportar o calor liberado pela transformação líquido/sólido em direção ao molde, cujo principal papel, além de conferir uma forma à peça, é o de um absorvedor de calor, conferindo ao metal propriedades associadas à sua estrutura interna final.

O fluxo de calor através da interface metal/molde é mostrado na Figura 2, e pode ser obtido utilizando-se a Eq. (23):

$$q = h_i.A_t.(T_{metal} - T_{molde}) \quad (23)$$

onde:  $A_t$  = Área de troca térmica [ m<sup>2</sup> ]; e sendo que o valor do coeficiente é variável durante o processo, necessitando de métodos particulares para a sua determinação ( Krishnan, 1996), como o método utilizado ao longo do trabalho.

É evidente que a maior ou menor importância da resistência térmica metal/molde depende de uma análise do conjunto de resistências térmicas atuantes no sistema metal/molde, sendo esta



**Figura 2** - Fluxo de calor entre as superfícies do molde e a casca solidificada no metal.

determinada por:

$$R_i = \frac{x_{gap}}{k_{gas}} \quad (24)$$

onde:  $x_{gap}$  = Espessura do gap de ar [ m ];

$k_{gas}$  = Condutividade térmica do gás no gap [ W/mK ].

ou  $R_i = \frac{1}{A_t.h_i}$  (25)

#### Modelo Matemático de Diferenças Finitas

Aplicando os termos de diferenças finitas na Equação (15), tem-se:

$$\rho.c_i.\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = k_i.\frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{\Delta x^2} \quad (26)$$

onde: i posição do ponto da malha numérica;

$\Delta x$  corresponde à distância percorrida pelo fluxo de calor entre os pontos nodais;

n é o instante atual de tempo e n+1 é o instante de tempo incrementado de  $\Delta t$ .

Utilizando-se uma abordagem que transforma a malha de diferenças finitas de elementos térmicos a elementos elétricos (Welty, 74); e manipulando algebricamente a Equação (26), chega-se em (Spim, 97):

$$T_i^n = -\frac{\Delta t}{\tau_{di}}.T_{i-1}^{n+1} + (1 + \frac{\Delta t}{\tau_{dqi}}).T_i^{n+1} - \frac{\Delta t}{\tau_{qi}}.T_{i+1}^{n+1} \quad (27)$$

onde:  $\tau_{qi} = C_{ii}(R_{t_{i-1}} + R_{t_i})$  ( carga ) (28)

$\tau_{di} = C_{ii}(R_{t_i} + R_{t_{i+1}})$  ( descarga ) (29)

$\tau_{dqi} = \frac{\tau_{di} + \tau_{qi}}{\tau_{di}.\tau_{qi}}$  ( carga e descarga ) (30)

Na analogia com circuitos elétricos, o acúmulo de energia do elemento de diferenças finitas "i" é caracterizado pela sua capacidade térmica dada por ( Welty, 1974 ):

$$C_{ii} = A_i.\Delta x_i.\rho_i.c_i \quad (31)$$

onde:  $A_i.\Delta x_i$  corresponde ao volume do elemento "i"; e  $C_{ii}$  é a capacidade térmica do elemento "i".

O fluxo térmico entre os pontos nodais (centrais) dos elementos finitos tem, como resistência térmica à passagem de calor, um valor representado pelo inverso da condutividade térmica, sendo:

$$R_t = \frac{\Delta x}{k.A_t}, \quad R_i = \frac{1}{h_i.A_t}, \quad R_{amb} = \frac{1}{h_{amb}.A_t} \quad (32)$$



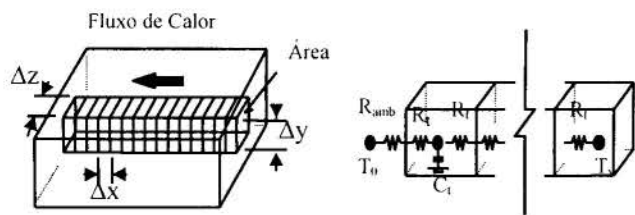


Figura 3 - Representação da Malha de Diferenças Finitas

## SISTEMA EXPERIMENTAL

Para determinação dos coeficientes nas interfaces, utilizouse um molde de geometria regular (molde plano com seções transversais retangulares), sendo uma das faces de material condutor, ou seja, um absorvedor de calor, e as outras faces de material isolante, forçando assim um fluxo de calor unidimensional no sistema.

O ensaio experimental consistiu na obtenção dos perfis de temperatura durante a solidificação de ligas do sistema estanho-chumbo, analisando-se a variação da concentração de soluto e características da transformação de fase líquido/sólido. As propriedades termofísicas das ligas utilizadas, bem como do molde são mostradas na Tabela I e II. Vazou-se a liga sempre com um superaquecimento de 20% acima da temperatura de transformação, e manteve-se o molde à temperatura ambiente. Através de termopares estrategicamente localizados, conforme Figura 4, monitorizou-se todo o processo, obtendo curvas do tipo temperatura-tempo, as quais serviram para a comparação com resultados do modelo matemático.

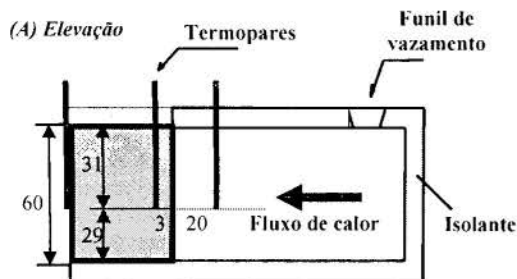


Figura 4 - Representação Esquemática do Sistema Experimental

Tabela I - Características do aço carbono 1040 (Bejan, 1993).

	$H$ (J/kg)	$k$ (W/mK)	$c$ (J/kgK)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
Sólido	260 000	54	465	7854

Tabela II - Características das ligas Sn - Pb (Touloukian, 1970).

	Sn-5%Pb	Sn-10%Pb	Sn-20%Pb	Sn-39.1%Pb
$c_l$ (J/kgK)	246	243	230	213
$c_s$ (J/kgK)	212	209	199	186
$\rho_l$ (kg/m <sup>3</sup> )	7380	7480	7860	8400
$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	7720	7840	8250	8840
$k_l$ (W/mK)	33	33	32	32
$k_s$ (W/mK)	64	63	59	55
$H$ (J/kg)	57120	56140	52580	47560
$T_s$ (°C)	183	183	183	183
$T_l$ (°C)	220	215	202	
$T_f$ (°C)	232	232	232	
$\alpha_s$ (m <sup>2</sup> /s)	$3.91 \cdot 10^{-5}$	$3.84 \cdot 10^{-5}$	$3.59 \cdot 10^{-5}$	$3.34 \cdot 10^{-5}$
$\alpha_l$ (m <sup>2</sup> /s)	$1.82 \cdot 10^{-5}$	$1.81 \cdot 10^{-5}$	$1.77 \cdot 10^{-5}$	$1.79 \cdot 10^{-5}$

Para a simulação, admitiram-se algumas condições iniciais

necessárias para a melhor representação do sistema real, podendo-se citar:

- Preenchimento instantâneo do molde;
- Propriedades termofísicas da liga variando com a temperatura dentro da região sólido/líquido;
- Propriedades constantes para o material do molde; e
- "Gap" de ar formado instantaneamente após o preenchimento do molde.

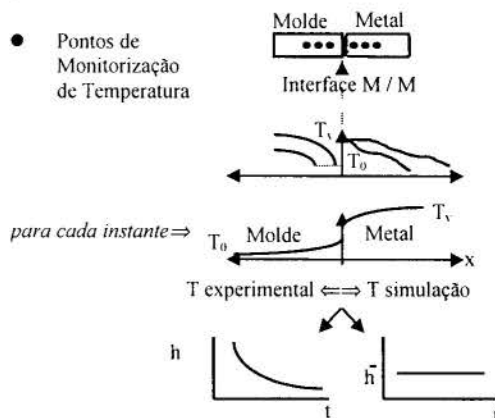


Figura 5 - Esquema do Método de Determinação de  $h_i$ .

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados obtidos através do método proposto para representar o comportamento do coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde são mostrados na Figura 6. É interessante notar que as diferentes características destes, quando se trata de ligas que apresentam crescentes teores de soluto, tendem a convergir rapidamente para as da composição eutética do sistema binário Sn-Pb. Na Figura 7 pode ser observado a boa concordância que existe entre as curvas de resfriamento obtidas, ressaltando o fato de que, em cada caso, foi adotado  $h_i$  e  $h_{amb}$  cujos valores variaram com o tempo.

Curva de Variação de  $h_i$  com o Tempo

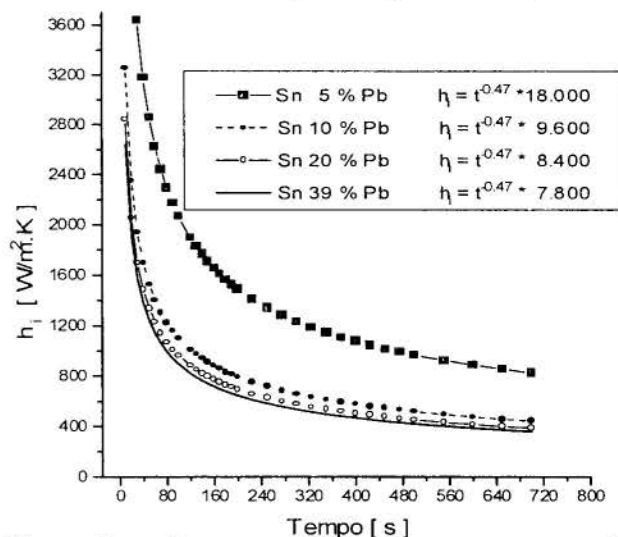


Figura 6 - Curva representativa do comportamento do coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde em função do tempo para diferentes ligas metálicas.

A ênfase dada aos coeficientes variáveis deve-se ao fato de que, atualmente em metalurgia, busca-se encurtar os tempos de operação para se obter produto final com qualidade, o que necessariamente deve ser reflexo de seu arranjo microestrutural final.

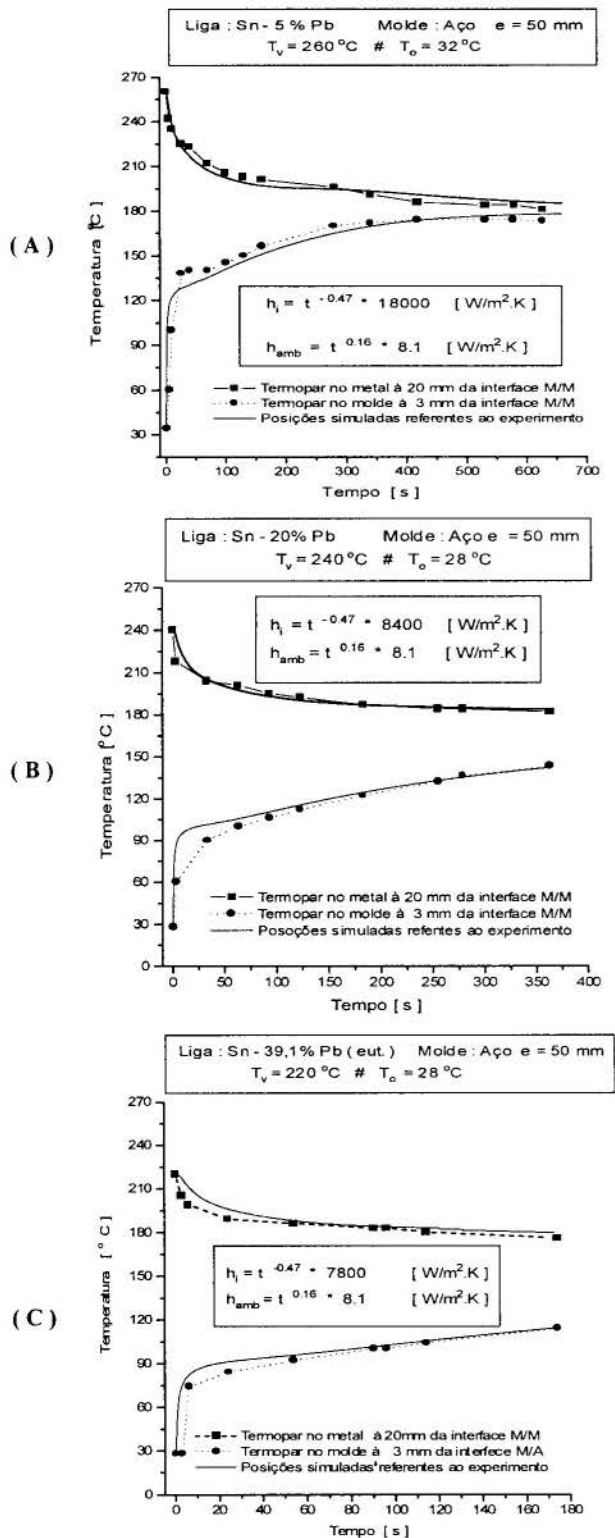


Figura 7 – Comparação dos resultados térmicos experimentais com os resultados simulados pelo modelo matemático

## CONCLUSÃO

A comparação entre os resultados das simulações desenvolvidas através do modelo numérico e os dados obtidos experimentalmente, permite extrair como conclusão basicamente o que segue: a) A boa concordância das curvas obtidas caso a caso, principalmente no que tange ao fim da solidificação, leva naturalmente ao entendimento de que a utilização de  $h_i$  e  $h_{amb}$  variáveis com o tempo além de confiável é mais eficiente. Por

outro lado, mostra de que o confronto destes perfis térmicos é um modo seguro e mais simples de definição dos valores destes coeficientes em função do tempo. b) A rápida convergência dos valores de  $h_i$  para os valores da liga eutética, quando se tem teores de soluto crescentes estão associadas ao decréscimo do intervalo de solidificação, o que explica os maiores valores de  $h_i$  para a liga Sn 5 % Pb que apresenta maior intervalo de coexistência líquido-sólido.

## ABSTRACT

The present work focuses the determination of the transient metal/mold heat transfer coefficient during solidification. The method uses the expedient of comparing theoretical and experimental thermal profiles and can be applied both to pure metals and metallic alloys. A solidification model based on the finite difference technique has been used to provide the theoretical results. The experiments were carried out by positioning the thermocouples in both metal and mold. The comparison between experimental and theoretical results has permitted to evaluate the variation of heat transfer coefficient along the solidification process.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao PICD/CNPq-UFPA, à FAEP-UNICAMP e à FAPESP pelo apoio no trabalho.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BEJAN, A., "Heat Transfer"; John Wiley & Sons, New York, 1993.
- CARAM, R & Garcia, A.; "The Use of Dendritic Microstructure Growth to Evaluate the Metal-Mold Heat Transfer Coefficient in the Foundry Process"; *IMEchE Conference Transactions, The Institution of Mechanical Engineers*, London, vol. 2, p 555-559, 1995.
- HO, K. & Pehlke, D.; "Metal-Mold Interfacial Heat Transfer", *Metallurgical Transactions B*, vol. 16B, p. 585-594, September 1985.
- GARCIA, A., Clyne, T.W. & Prates, M., "Mathematical Model for the Unidirectional Solidification of Metals: II Massive Molds", *Metallurgical Transactions B*, vol. 10B, p. 85-91, 1979.
- INCROPERA, F. P. & Witt, D. P., "Fundamentals of Heat and Mass Transfer", 3ª Ed., John Wiley & Sons, New York, 1981.
- KRISHNAN, M. & Sharma, D.G.; "Determination of the Interfacial Heat Transfer Coefficient  $h$  in the Unidirectional Heat Flow by Beck's Non Linear Estimation Procedure"; *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, vol. 23, n. 2, p. 203-214, 1996.
- POIRIER, D.R. & Poirier, E.J.; "Heat Transfer Fundamentals for Metal Casting"; *The Minerals, Metals and Materials Society*, 1994.
- QUARESMA, J.M.V. et alli.; "Influência do Material e da Espessura da Parede do Molde nos Coeficientes de Transferência de Calor nas Interfaces Metal/Molde e Molde/Ambiente", *Anais do II Congresso Internacional de Tecnologia Metalúrgica e de Materiais - ABM*, 1997.
- REDDY, V. & Beckermann, C.; "Measurements of Metal-Mold Interfacial Heat Transfer Coefficients during Solidification of Sn and Sn-Pb alloys"; *Experimental Heat Transfer*, vol. 6, p. 111-129, 1993.
- SANTOS, C. A. : "Influência das Taxas Direcionais de Resfriamento na Evolução da Solidificação em Sistemas Metal/Molde". Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas. *Dissertação (Mestrado)* 1997.
- SPIM Jr., J. A. & Garcia, A.; "Na optimization of the Finite Difference Method for Modeling Solidification of Complex"; *Journal of the Brazilian Society Mechanical Sciences - RBCM*; vol. XIX, n. 3, p. 392-409, 1997.
- TOULOUKIAN, Y.S. et alli.; "Thermophysical Properties of Matter", vol. 1, *IFI/Plenum*, New York, 1970.
- VOLLER, V. R. & Swaminathan, C. R.; "General Source-Based Method for Solidification Phase Change", *Numerical Heat Transfer, Part b*, vol. 19, p.175-189, 1991.
- VOLLER, V. R. & Swaminathan, C. R.; "A General Enthalpy Method for Modeling Solidification Processes", *Metallurgical Transactions B*, vol.23B, p. 651-664, 1992.
- WELTY, J. R.; *Engineering Heat Transfer*, J. Wiley and Sons, Inc. New York; 1976



$$\frac{\partial T_w}{\partial t} = \alpha_w \nabla^2 T_w \quad (4)$$

Finally, the refrigerant fluid is analyzed in terms of an energy balance over a differential control volume across the tube.

$$\frac{1}{\alpha_f} \left( \frac{\partial T_f}{\partial t} + U_m \frac{\partial T_f}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2 T_f}{\partial z^2} + \frac{4h}{Dk_f} (T_{wi} - T_f) \quad (5)$$

where  $T_f$  is the mixing-cup temperature,  $T_{wi}$  is the inner tube-wall temperature and  $U_m$  the mean fluid velocity. Eqs. (1), (4) and (5) are coupled by equalling the heat fluxes in the corresponding frontiers.

The phase-change problem is solved by means of the boundary immobilization technique which consists in performing a coordinate transformation in order to fix the moving boundary and make it parallel to the other boundaries. The new coordinate system is defined by applying the following transformations.

$$\begin{aligned} \eta_s &= \frac{r - r_w}{\delta_s(z, t)} \\ \eta_l &= \frac{r - r_s(z, t)}{\delta_l(z, t)} \\ \xi &= \frac{z}{r_w} \end{aligned} \quad (6)$$

where  $\delta_s$  and  $\delta_l$  are, respectively, the solid and liquid phase thickness. Now the annular space can be described in the following domain.

$$0 \leq \eta_{s,l} \leq 1 \quad ; \quad 0 \leq \xi \leq L/r_w \quad (7)$$

The governing equations are written in dimensionless form using the variables defined by Eqs. (6) and those presented below.

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{T - T_m}{T_m - T_m} \\ \Delta_{s,l} &= \frac{\delta_{s,l}}{r_w} ; \beta_s = \eta_s \frac{\partial \Delta_s}{\partial \xi} ; \beta_l = (\eta_l - 1) \frac{\partial \Delta_l}{\partial \xi} \\ R &= \frac{r}{r_w} ; E = \frac{e}{r_w} \\ \tau &= \frac{\alpha_s t}{r_w^2} Ste \end{aligned} \quad (8)$$

where  $T_m$  is the fluid inlet temperature and  $Ste$  is the Stefan Number,  $Ste = \frac{c_{ps}(T_m - T_m)}{H}$ .

The equations and boundary conditions for the pcm are now given in terms of the variables and quantities defined in Eqs. (6) and (8), as they will be solved numerically using the finite volume method an integral form of the conduction equation is presented for a control-volume in the domain transformed by the immobilization technique. The details of the deduction of Eq. (9) can be found in the work of Hsu et al. (1981) for the solid phase or in Jesus (1998) for the complete problem.

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \left[ \int_{vc} R_{s,l} \Delta_{s,l} \theta_{s,l} d\xi d\eta_{s,l} \right] Ste = \\ \int_{\xi_1}^{\xi_2} (\Omega_{s,l} + \Lambda_{s,l})_{S_3} d\xi - \int_{\xi_1}^{\xi_2} (\Omega_{s,l} + \Lambda_{s,l})_{S_1} d\xi + \\ \int_{\eta_1}^{\eta_2} (\Gamma_{s,l} + \Psi_{s,l})_{S_4} d\eta_{s,l} - \int_{\eta_1}^{\eta_2} (\Gamma_{s,l} + \Psi_{s,l})_{S_2} d\eta_{s,l} \end{aligned} \quad (9)$$

where  $S_1, S_2, S_3$  and  $S_4$  are respectively the east, north, west and south faces of a control-volume in the  $(\eta_{s,l}, \xi)$  coordinate system limited by  $\eta_1, \eta_2, \xi_1, \xi_2$ . The terms which are being integrated in Eq. (9) can be written as.

$$\Omega_s = R_s \left[ -\frac{\chi_s}{\Delta_s} \frac{\partial \theta_s}{\partial \eta_s} - \eta_s \theta_s Ste \frac{\partial \Delta_s}{\partial \tau} \right]; \quad (10a)$$

$$\Omega_l = R_l \left[ -\frac{\alpha_l \chi_l}{\alpha_s \Delta_l} \frac{\partial \theta_l}{\partial \eta_l} - \theta_l Ste \left( \frac{\partial \Delta_s}{\partial \tau} + \eta_l \frac{\partial \Delta_l}{\partial \tau} \right) \right]$$

$$\Lambda_s = \beta_s R_s \frac{\partial \theta_s}{\partial \xi} ; \Lambda_l = \beta_l R_l \frac{\alpha_l}{\alpha_s} \frac{\partial \theta_l}{\partial \xi} \quad (10b)$$

$$\Gamma_s = -R_s \Delta_s \frac{\partial \theta_s}{\partial \xi} ; \Gamma_l = -R_l \Delta_l \frac{\alpha_l}{\alpha_s} \frac{\partial \theta_l}{\partial \xi} \quad (10c)$$

$$\Psi_s = \beta_s R_s \frac{\partial \theta_s}{\partial \eta_s} ; \Psi_l = \beta_l R_l \frac{\alpha_l}{\alpha_s} \frac{\partial \theta_l}{\partial \eta_l} \quad (10d)$$

Some of the terms found in Eqs. (10) are not common in problems of pure conduction and appear as a consequence of the coordinate transformation applied. The terms  $\Omega_{s,l}$  are pseudoconvectives in the sense they involve the velocity of the moving-boundary, the terms  $\Lambda_{s,l}$  and  $\Psi_{s,l}$  are pseudoanisotropic because they involve heat conduction in one direction caused by temperature gradients in other direction (mixed-derivative terms in the differential formulation). In the numerical treatment of Eq. (9) the pseudoconvective terms were discretized using appropriate formulations as the power-law scheme while the pseudoanisotropic terms were treated as source terms in the linear system solution and updated in each iteration.

The boundary conditions for the phase-change material can now be written as.

$$\theta_s(\eta_s = 1, \xi, \tau) = \theta_l(\eta_l = 0, \xi, \tau) = 0 \quad (11)$$

$$\left[ 1 + \left( \frac{\partial \Delta_s}{\partial \xi} \right)^2 \right] \left[ \frac{1}{\Delta_s} \frac{\partial \theta_s}{\partial \eta_s} \Big|_{\eta_s=1} - \frac{k_l}{k_s} \frac{1}{\Delta_l} \frac{\partial \theta_l}{\partial \eta_l} \Big|_{\eta_l=0} \right] = \frac{\partial \Delta_s}{\partial \tau} \quad (12)$$

The equations for the tube wall and the fluid in terms of the new variables can be written as.

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_w} Ste \frac{\partial \theta_w}{\partial \tau} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta_w}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \theta_w}{\partial \xi} \right) \quad (13)$$



$$\frac{\alpha_s \text{Ste}}{\alpha_f} \frac{\partial \theta_r}{\partial \tau} + \text{Re Pr} \left( \frac{r_w}{D} \right) \frac{\partial \theta_r}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta_r}{\partial \xi^2} + 4 \left( \frac{r_w}{D} \right)^2 \text{Nu} (\theta_{w_i} - \theta_r) \quad (14)$$

where the Nusselt number is obtained from empirical correlations for the case of constant wall heat flux. The other boundary conditions for Eqs. (9), (13) and (14) are obtained from the facts that the external surfaces are considered adiabatic and the fluid enters the system with a specified temperature  $T_{in}$ , also by equating the heat fluxes in the interfaces between the fluid, the solid phase and the tube wall.

The energy equations are discretized by the control-volume based finite-difference method using an implicit formulation for the temperature equations and an explicit method for the interface thermal-energy balance. Eq. (12), this avoids the need for iterations between the temperature field and the interface position calculations. A linear system is solved iteratively by the line-by-line method, the calculations start with a small solidified thickness obtained from a semi-analytical solution based on the quasi-steady approximation, the position of the solid-liquid interface and the temperature distribution are obtained until the end of the solidification process when the solidification front completely reaches the outer boundary.

## RESULTS AND DISCUSSIONS

The model described above was validated by comparisons with other results presented in the literature. Cao and Faghri (1991) solved the problem of phase-change in annular space by the enthalpic method. The pcm considered was paraffin and the working fluid a liquid metal, they have also considered the thermal resistance of the tube wall and solved the momentum and energy equation for the fluid in laminar flow. The compared results are shown in figure (2).

The proposed model was then used to study some characteristics of a typical storage system with the following dimensions,

- Tube external radius -  $r_w = 0.0127\text{m}$
- Tube wall thickness -  $\delta r = 0.0015\text{m}$
- Tube inner diameter -  $D = 0.0224\text{m}$
- Symmetry (outer) radius of the system -  $r_o = 0.0508\text{m}$
- Tube length -  $L = 1\text{m}$

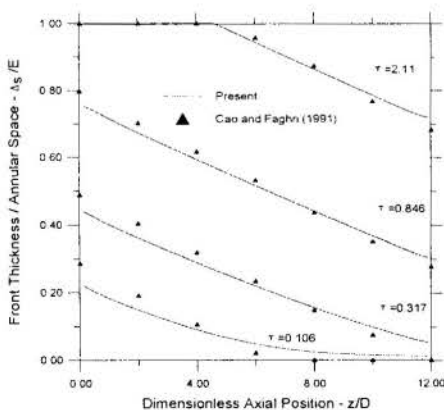


Figure 2 – Comparison with Cao and Faghri (1991).

The pcm considered was water initially at  $5^\circ\text{C}$ , the refrigerant fluid was a mixture of 70% water and 30% ethylene-glycol with Prandtl number,  $\text{Pr}=44$ , in laminar flow with Reynolds number,  $\text{Re}=1020$  and inlet temperature,  $T_{in} = -10^\circ\text{C}$ . The tube wall material was varied in order to check its influence in the solidification velocity. Copper ( $k=398\text{ W/m k}$ ), stainless steel ( $k=15\text{ W/m k}$ ) and PVC ( $k=0.15\text{ W/m K}$ ) were considered.

Figure (3) shows the effect of the tube wall material on the solidification front growth. It is found that for metallic conducting materials the differences are relatively small as compared to the case of PVC tube which, because of its high thermal-resistance, has a greater influence on the evolution of the phase-change process. The other results obtained consider copper as the tube material.

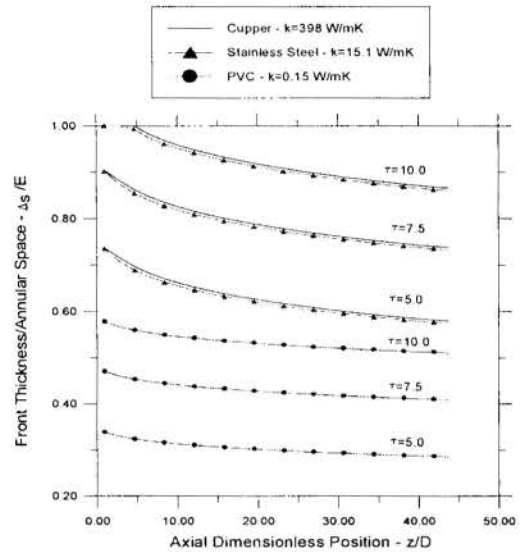


Figure 3 – Effects of tube wall thermal-resistance

Figure (4) shows the temperature distribution at three positions along the axial direction and a unique radial point half way across the annular space. One can observe that the temperature decreases slowly and smoothly until it reaches a point where its value drops suddenly which corresponds to the instant when the solidification front reaches the external adiabatic surface. From this moment on, the refrigerant removes only sensible heat from the solidified mass.

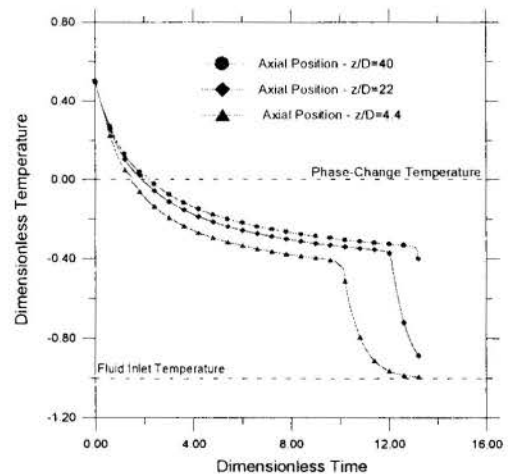


Figure 4 – Temperature Evolution in Variable Axial Positions.

Figure (5) shows the dimensionless energy ( $Q/\rho H r_w^3$ ) stored in sensible and latent heat form, also is presented the total heat stored and it is very clear that the sensible heat fraction is very small, as it is expected in a latent-heat storage system.

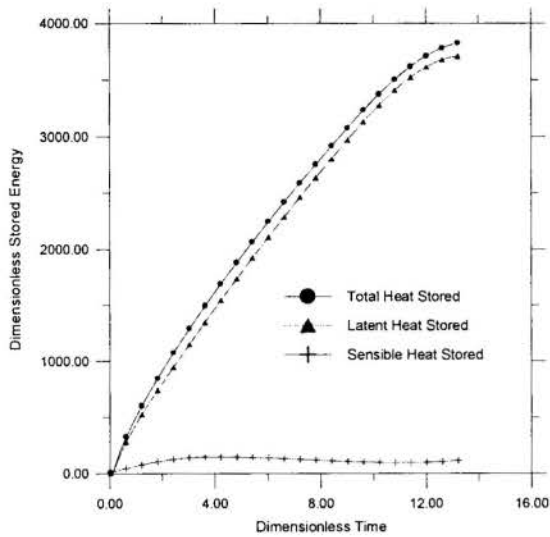


Figure 5 – Energy Stored in the System.

## CONCLUSIONS

The problem of solidification of pcm in vertical annular geometry was solved numerically by the boundary immobilization technique and the finite volume approach. The conduction heat transfer in pcm was coupled to conduction in the tube wall and convection in the refrigerant fluid. Comparison with literature solution of a similar problem by the enthalpic method showed good agreement between both techniques. The study of a specific system with water as the phase-change material led to the conclusions that the thermal resistance of the tube wall may be a very relevant factor in the phase-change process if nonmetallic materials are being used. The temperature values in the pcm decay smoothly during the phase-change process and have a sudden drop when the solidification front reaches the outer surface (sensible cooling). Also the greatest part of energy is stored in latent heat form.

## ACKNOWLEDGEMENTS

The authors wish to thank the Brazilian National Research Council (CNPq) for the financial support of this project.

## REFERENCES

- Bellecci, C. and Conti, M., 1993, "Phase Change Thermal Storage: Transient Behavior Analysis of a SolarReceiver/Storage Module Using the Enthalpy Method.", *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp.2157-2163.
- Cao, Y. and Faghri, A., 1991, "Performance Characteristics of a Thermal Energy Storage Module: a Transient PCM/Forced Convection Conjugate Analysis.", *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, pp.93-101.
- Cao, Y. and Faghri, A., 1992, "A Study of Thermal Energy Storage Systems with Conjugate Turbulent Forced Convection.", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 114, pp.1019-1027.

Hsu, C.F., Sparrow, E.M. and Patankar, S.V., 1981, "Numerical solution of moving boundary problems by boundary immobilization and control-volume based finite-difference scheme.", *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 1335-1343.

Jesus, A.B., 1998, "Numerical Study of Solidification in Annular Geometry", MSc. Thesis, State University of Campinas, Campinas, SP.

Sparrow, E.M. and Hsu, C.F., 1981, "Analysis of Two-dimensional Freezing on the Outside of a Coolant-Carrying Tube.", *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 1345-1357.

Rafaela Frota Reinaldo, Saulo Güths, and Júlio César Passos

Department of Mechanical Engineering  
 Federal University of Santa Catarina  
 88040-900-Florianópolis - SC - BRAZIL  
 E-mail: jpassos@emc.ufsc.br

SUMMARY

This work presents experimental results and their discussions about subcooled nucleate pool boiling, at atmospheric pressure, on the inside grooved surface of an aluminum vertical tube immersed in R-113. The inside diameter and the length of the tube are equal to 15.88 mm and 40 mm, respectively. The values of the heat transfer coefficient are compared with those computed by empirical correlations for smooth surface. The visualization inside the tube showed the presence of isolated vapor bubbles on the wall that characterizes a partial nucleate boiling regime.

INTRODUCTION

Several studies (see Nishikawa and Fujita, 1990 and Marto and Lepere, 1982), have been considered the enhancing of the heat transfer coefficient during the nucleate boiling regime. More recently, Fujii et al. (1995) have presented experimental results for boiling on the wall of horizontal tubes with millimetric grooves. The importance of these studies is related to many two-phase flow applications as solar energy thermosyphons and evaporators. For thermal control of satellites applications the processes of liquid-vapor phase-change, in heat pipes and capillary pumps devices, should be without bubbles. Then, it is important for designing and selection of devices for spatial applications the knowledge of the nucleation onset, see Bazzo et al. (1996) and Passos (1997). Published books about enhanced heat transfer as those of Thome (1990) and Webb (1994) can be seen as an increasing of the interest to the technological attractives in this area. For instance, it can be considered the possibility of having more compact and efficient heat exchangers.

Nucleate boiling results published in the thirties, have already shown that the heat transfer coefficient for roughned and grooved surfaces are biggest than for smooth surfaces, as presented in Chapter 11 of Webb (1994) and in Chapter 16 of Stephan (1992). Those results are expected because of the higher nucleation site density, see Carey (1992). For the case of grooved surface it was related a performance decay as consequence of an aging effect (see Webb, 1994).

Stephan (1992), Chapter 16, remembers that roughned surfaces tend to become dirty faster than smooth ones, causing the decreasing of the heat transfer coefficient with time.

The improved knowledge in the nucleation theory and the reduction of the manufacturing costs of the heating surfaces allow to consider as actual possibilities the use of boiling on enhanced surfaces.

The model of Hsu (1962) considers the formation of a vapor bubble in an idealized conical cavity and the bubble growth inside the thermal boundary layer over the heated surface. A simplified analysis allows to compute the size range, between  $r_{min}$  and  $r_{max}$ , of the mouth radii of the active cavities. Consider a linear variation of the temperature in the boundary layer and assume the steady-state conduction in the liquid, Eq. (1),

$$\ddot{q} = \frac{k_l [T_w - T_l(r)]}{r} \quad (1)$$

where  $\ddot{q}$  is the heat flux at the wall,  $k_l$  the conductivity of the liquid,  $T_w$  the wall temperature and  $T_l(r)$  the liquid temperature

at  $r$  and  $r$  is the radius of the vapor bubbles. The minimum condition of the superheat liquid on the top of the bubble, dictated by the Clausius-Clapeyron and the Laplace-Kelvin equations, see Cole (1974) and Eq. (2) and Eq. (3).

$$T_l - T_{sat} = \frac{2\sigma}{m r} \quad (2)$$

where  $T_{sat}$  is the saturation temperature (K),  $\sigma$  is the surface tension of the liquid, and  $m$  can be approximated to:

$$\left. \frac{dp}{dt} \right|_{sat} = \frac{h_{lv}}{T_{sat}(v_v - v_l)} \quad (3)$$

where  $h_{lv}$  is the latent heat of vaporization and  $v_v$  and  $v_l$  are the specific volumes of the vapor and the liquid.

Equation (4) results from the combination of Eq. (1) and Eq. (2), for the condition when the vapor bubble begins to grow out of the mouth of the cavity ( $r_c$ ), with  $r=r_c$ .

$$\Delta T_w = (T_w - T_{sat}) = \frac{\ddot{q} r_c}{k_l} + \frac{2\sigma}{m r_c} \quad (4)$$

Solving Eq. (4), and using the physical properties of the R-113, at atmospheric pressure, ( $k_l = 0,0705$  W/mK,  $\sigma = 0,017$  N/m,  $h_{lv} = 143,8$  kJ/kg,  $T_{sat} = 320,75$  K,  $v_v = (7,46 \text{ kg/m}^3)^{-1}$  and  $v_l = (1507 \text{ kg/m}^3)^{-1}$ , the maximum and the minimum radius values of the active cavities in function of the wall superheat  $\Delta T_w$  are given in Table 1, for four values of the heat flux:

Table 1 - Values of the radii of the active cavities

$\ddot{q}$ (kW/m <sup>2</sup> )	$\Delta T_w$ (°C)	$r_{min}$ (μm)	$r_{max}$ (μm)
15	5	2.2	22.7
	10	1.0	48.9
	15	0.7	74.3
20	5	2.3	16.4
	10	1.0	36.4
	15	0.7	55.5
30	5	2.5	9.9
	10	1.0	23.9
	15	0.7	36.8
40	10	1.0	17.6
	15	0.7	27.4

This paper presents the results of an experimental study of pool boiling heat transfer in nucleate boiling regime on the inside aluminum tubes with grooved surfaces, immersed in R113, at atmospheric pressure. The heat transfer coefficients during the nucleate boiling are determined for different conditions of subcooling degree of the bulk liquid and are compared with empirical correlations for smooth surfaces. This work was performed at the LABSOLAR/NCTS of the Department of Mechanical Engineering of the Federal University of Santa Catarina.

### TEST APPARATUS

A schematic drawing of the test apparatus is presented in Figure 1. Boiling test has been performed on the internal surface of an aluminum tube whose inside diameter ( $d_i$ ), outside diameter ( $d_o$ ) and length ( $L$ ) are equal to  $15.881 \pm 0.044$  mm,  $19.106 \pm 0.036$  mm and 40 mm, respectively. The internal surface of the tube presents circumferential grooves fabricated by ERNO of Germany. The main dimensions of the grooves are  $33 \pm 7$   $\mu$ m in the mouth and  $310 \pm 59$   $\mu$ m deep with a step of 215  $\mu$ m, as is shown in Bazzo et al. (1996). The boiler vessel is consisted of a Pyrex glass container with a stainless steel cover.

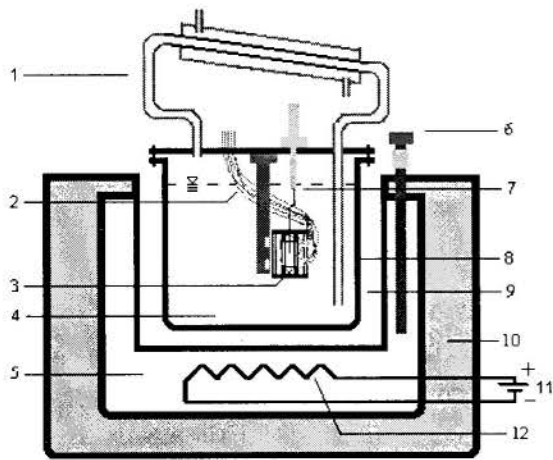


Fig. 1: Test apparatus: 1 – condenser, 2 – termocouples, 3 – test section, 4 – R-113, 5 – main water bath, 6 - PT100, 7 - themocouple, 8 – boiler vessel, 9 – water bath, 10 – insulation, 11 – power supply, 12 - resistance

The boiler vessel is immersed in a water bath heated by a main bath having, in the lower region, an electrical resistance allowing 2.5 kW of power supply. The main bath has its outside wall insulated and its temperature is controlled by the comparison of a PT100 signal with a set point of temperature chosen in the range values of 20 to 45 °C. The vapor of R-113 collected at the top of the boiler vessel is condensed in a water-cooled condenser and returned to the boiler by gravity.

The aluminum tube is instrumented by five thermocouples ( $T_c$  1 to 5) of type E (Chromel-Constantan), whose cable diameters are equal to 0.127 mm, stuck with OMEGA cement inside holes with 0.8 mm of diameter and 0.2 mm of depth on the outside wall of the tube, as shown in Figures 2 and 3. The heating of the aluminum tube is allowed by means of two skin heaters resistances ( $10.88 \Omega$  and  $11.25 \Omega$ ) that are stuck on the outside surface of the tube and blanketed by a PVC tube. The resistances are mounted in parallel. Finally, this set is blanketed by a second PVC tube and the annular space between the PVC tubes is insulated. A differential thermocouple type K allows the

measurement of the equivalent temperature difference between the outside surface of the internal PVC tube and the inside surface of the external PVC tube, see Figure 3.

Three thermocouples type E are placed in the R-113, two of them on the axis of the tube ( $T_{c6}$ ,  $T_{c8}$ ) and the third one outside of the tube ( $T_{c7}$ ).

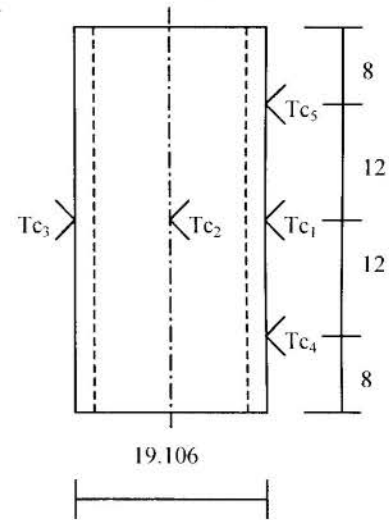


Fig. 2: Thermocouples on the aluminum tube

The thermocouple signals and the Voltage at the resistance ends are recorded by a HP3497A and transferred to a microcomputer. The electrical input to the test section is allowed by means of a power supply HP6030A (0-200 V) and (0-17A) controlled by a microcomputer.

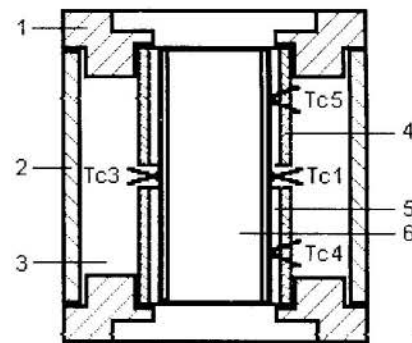


Fig. 3: Scheme of the test section: 1 – flange, 2 – PVC tube, 3 - insulation, 4 – PVC tube, 5 – skin heater, 6 – R-113

### EXPERIMENTAL PROCEDURE

The heating of the test section is controlled by a C language program allowing a voltage step varying from zero until to a fixed value,  $V_f$ . The data acquisition begins 5 s after the power input. After 90 s for natural convection condition and about 40 s for the boiling regime the system attained the quasi-steady state. About 15 s after to attain the quasi-steady state, a second step,  $V_f$ , is applied and a new acquisition of the data was done, before the turn-off of the power supply. The collected values on the quasi-steady state are averaged. In order to cool the R-113 an auxiliary serpentine cooler on the outside surface of the boiler vessel was worked for few seconds.

Figure 4 shows the time evolution of the wall temperature, for thermocouple 2 ( $T_{c2}$ ), the R-113 temperature at near 10mm from the bottom ( $T_{c6}$ ) and the voltage signal allowing the characterization of the tests.



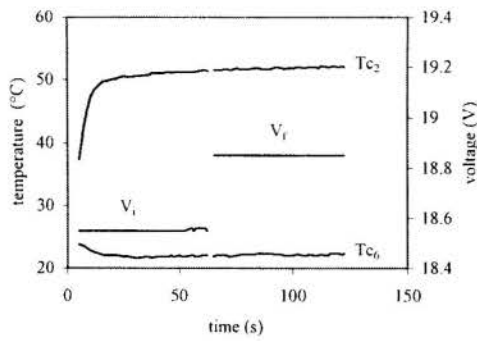


Fig. 4: Test characterizations

## RESULTS AND DISCUSSION

Figure 5 shows experimental data for single-phase natural convection and nucleate pool boiling for three values of the bulk liquid temperature inside the tube ( $T_b = 22.5\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $28.0\text{ }^\circ\text{C}$  and  $38.0\text{ }^\circ\text{C}$ ) and for heat flux values up to  $40\text{ kW/m}^2$ . The heat flux was computed on the basis of the nominal surface area,  $A = \pi d_i L$ , where  $d_i$  is the inside diameter of the tube. Then, the nominal area is less than the actual area in contact with the R-113.

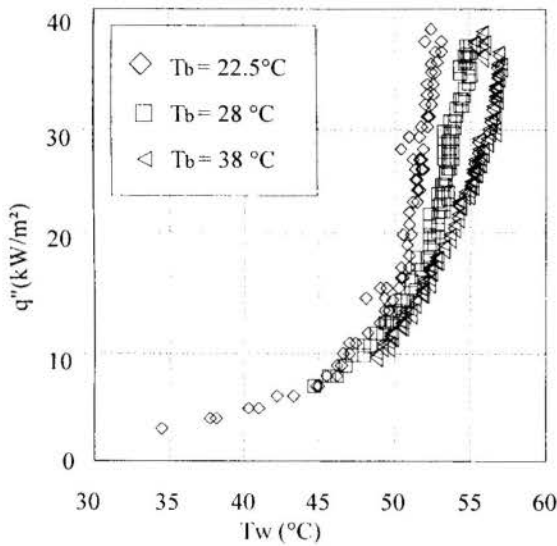


Fig. 5: Boiling curves

Each experimental point shown in Figure 5 represents the average value of the temperature indications of the thermocouples 1 to 5, fixed on the aluminium wall of the tube. For each heat flux level the higher temperature differences between the indications of these thermocouples (1 to 5) were equal to  $1.9\text{ }^\circ\text{C}$  whereas the average difference value it was equal to  $1.1\text{ }^\circ\text{C}$ . Unlike the points of the boiling region, those of the natural convection for the three conditions of bulk liquid temperature (or degree of subcooled liquid  $= T_{sat} - T_b$ ) are very close. It seems that a similar trend began to occur near  $40\text{ kW/m}^2$ .

For the single phase condition, the Rayleigh number, defined as  $Ra_z = Gr_z Pr$ , is near  $8 \times 10^8$  and the flow can be considered laminar, where  $Gr_z$  is the Grashof number, defined as  $Gr_z = [g\beta(T_w - T_b)z^3]/\nu^2$ , and  $Pr$  is the Prandtl number, defined as  $Pr = c_p \mu / k$ . The thickness of the thermal boundary layer computed by

$$\frac{\delta}{z} = 3.93 \left( \frac{0.952 + Pr}{Pr^2} \right)^{1/4} Gr_z^{-1/4} \quad (5)$$

(see Kays and Crawford, 1993), over a vertical wall, is equal to  $1.0\text{ mm}$ . This result characterizes a non-condition of confinement in comparison of the diameter  $d_i$ , at least for the single-phase natural convection.

For the heat flux range values between  $10$  to  $40\text{ kW/m}^2$ , the wall temperatures are dependent on the bulk temperature of the liquid, inside the tube. Experimental data for this region show that the biggest difference between the average points is equal to  $4.2\text{ }^\circ\text{C}$ . This value is higher than the experimental uncertainty value of the thermocouples. When the heat flux is plotted versus  $(T_w - T_b)$  the tendency of the experimental results agree with the results presented for the benzene, in Ch. 2 of Thome (1990).

The visualization of the flow inside the tube, for the test condition  $T_b$  equal to  $22.5\text{ }^\circ\text{C}$  showed the boiling starting uniformly on the inside wall of the tube. A similar test for the case of a smooth tube showed that the onset boiling occurred only in a few parts of the inside surface. The minimum and the maximum radius value of the active cavities presented in Table 1 and the wall superheating obtained from Figure 5 show that bubbles can be nucleate even inside the grooves.

The heat flux in this research can be considered at moderate values and it is not able to become the nucleate boiling regime fully developed. In order to know how far is the upper value of the heat flux in this study (near  $40\text{ kW/m}^2$ ) from the critical heat flux (CHF) it is interesting to compute the value of the CHF,  $q''_{co}$ , for a smooth vertical plate, at  $T_{sat}$ , using the correlation of Monde et al. (1997).

$$\frac{q''_{co}}{\rho_v h_{lv}} \left[ \frac{\sigma g (\rho_l - \rho_v)}{\rho_v^2} \right]^{1/4} = 0.18 \quad \text{for } Bo \geq 14.3 \quad (6)$$

where  $Bo$  is the Bond Number, defined as  $Bo = L^2 / [\sigma / g (\rho_l - \rho_v)]$ ,  $\rho_v$  and  $\rho_l$  are the vapor and liquid density respectively and  $g$  is the gravity acceleration. For R-113, at atmospheric pressure, the value of  $q''_{co}$  is equal to  $250\text{ kW/m}^2$ , which corresponds to 6.25 times of the maximum heat flux attained in this work.

Figures 6 a-c show the comparison of the heat transfer coefficient obtained in this study between those values computed by the empirical correlations of Forster-Zuber, Eq. (7), and Cooper, Eq. (8) (see Carey, 1992 and Collier and Thome, 1994),

$$h_{fz} = 0.00122 \left( \frac{k_l^{0.79} c_{pl}^{0.45} \rho_l^{0.49}}{\sigma^{0.5} \mu_l^{0.29} h_{lv}^{0.24} \rho_v^{0.24}} \right) [T_w - T_{sat}(P_1)]^{0.24} \Delta P_{sat}^{0.75} \quad (7)$$

where  $c_{pl}$  is the specific heat of the liquid at constant pressure,  $\mu_l$  is the viscosity of the liquid,  $\Delta P_{sat}$  is the difference in saturation pressure corresponding to a difference in saturation temperature equal to the wall superheat ( $c_{pl} = 984\text{ J/(kg K)}$ ,  $\mu_l = 516 \times 10^{-6}\text{ Pa.s}$ );

$$h_{Cooper} = 55 P_r^b (-0.4343 \ln P_r)^{-0.55} M^{-0.5} q''^{0.67} \quad (8)$$

$b = 0.12 - 0.4343 \ln R_p$ .  $R_p$  is the surface roughness expressed in  $\mu\text{m}$  (assumed equal to  $1\mu\text{m}$ ).  $P_r$  is the reduced pressure,  $M$  is the molecular weight, ( $P_{critical} = 3.411 \times 10^6\text{ Pa}$ ,  $M = 187.4\text{ kg/kmol}$ ).

The values of the heat transfer coefficient, computed in function of the difference between  $T_w$  and  $T_b$ ,  $h_{exp1}$ , are compared with those predicted by the correlations of Cooper and Forster-Zuber. This comparison is not evident because the tests in the present work were performed in subcooled condition whereas the correlations are valid for saturation conditions. Then we can analyze only the result trends. As was explained before results presented by Thome (1990) show that although the wall temperature decreases when increases the subcooled degree ( $T_{sat} - T_b$ ) of the bulk liquid the heat transfer coefficient, defined in function of the difference ( $T_w - T_b$ ) decreases. As it was discussed in Carey (1992) generally experimental data for nucleate pool boiling correlate better in terms of the wall superheat,  $\Delta T_w$ .

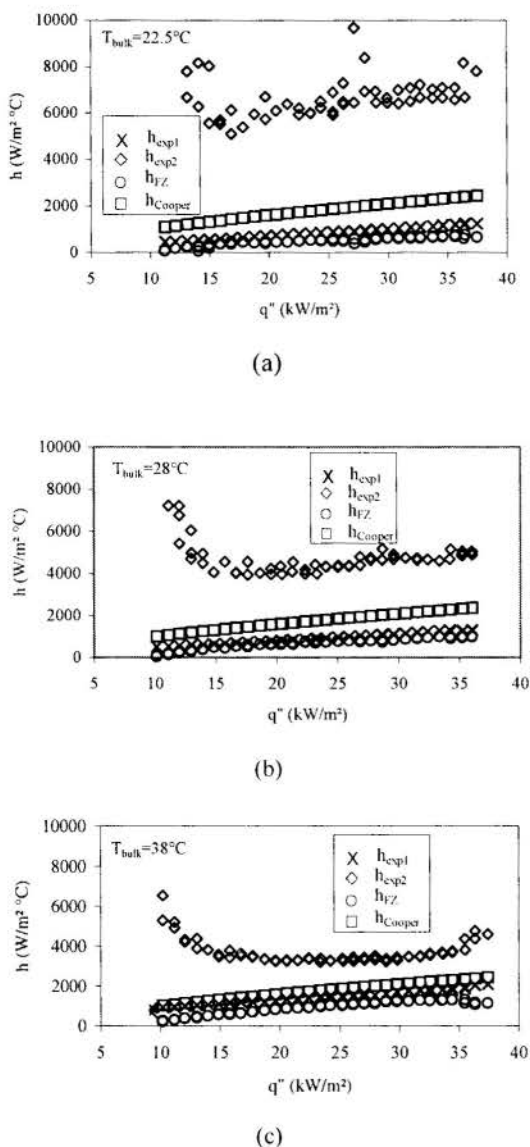


Fig. 6: Comparison of the heat transfer coefficients

It is shown in Table 2 the comparison between the experimental values of  $h_{exp1}$  and  $h_{exp2}$  (defined in function of the  $(T_w - T_{sat})$ ) and the values computed by the correlations. When the  $h_{exp1}$  data are compared with the predicted results by Cooper correlation the deviations become less when the R-113 subcooling degree decreases, as expected. This trend is not verified when the comparison is made using Forster-Zuber correlation. The comparison of the  $h_{exp2}$  data shows that the results of the present work are bigger than those predicted by the

correlations whose differences decrease with the decreasing of the subcooling degree.

Table 2 – Statistical comparison of correlations

	$T_b$ (°C)	Mean Deviation <sup>a</sup> (%)	$\frac{h_{Cooper}}{h_{exp}}$	Mean Deviation (%)	$\frac{h_{FZ}}{h_{exp}}$
			Cooper	Forster-Zuber	
$h_{exp1}$	22.5	117	2.17	44	0.56
	28	92	1.92	28	0.72
	38	24	1.24	38	0.62
$h_{exp2}$	22.5	74	0.26	93	0.07
	28	63	0.36	85	0.15
	38	53	0.47	25	0.25

$$^a \text{Mean Deviation} = \frac{1}{N} \sum \frac{|h_{exp} - h_{correlation}|}{h_{exp}} \times 100\%$$

## EXPERIMENTAL UNCERTAINTY

The type E thermocouple signals were compared with the indication of the mercury-in-glass thermometers whose resolution is equal to 0.10 °C, by immersion in a water bath, for the range temperature of 40 to 90 °C. The conversion millivolt/degrees was allowed by means of a ninth-order polynomial, see Holman (1989), and the standard deviation from the corresponding temperature indicated by the mercury-in-glass thermometer was equal to 0.29 °C. The product of the t-student value ( $t=2$ ) for a sample of 55 degrees of freedom, with a 95% confidence level, see ASME (1986), times the standard deviation, furnishes the experimental uncertainty equal to  $\pm 0.58$  °C.

The experimental uncertainty of the value of the heat transfer coefficient was computed following the procedure presented by Kline (1985) and Holman (1989). The relative uncertainty values for  $q''$  and  $h_{exp1}$  are equal to  $\pm 2\%$  and  $\pm 4.9\%$ , respectively.

## CONCLUSIONS

Preliminary results of an experimental research on subcooled nucleate boiling regime were presented. The data show that:

- (i) the single-phase natural convection was in laminar regime, or at the beginning of the transition regime and the computed thickness of the thermal boundary layer is equal to 1 mm;
- (ii) the nucleate pool boiling regime for moderate heat flux up to 40 kW/m<sup>2</sup> are dependent of the subcooled liquid;
- (iii) the boiling visualization, for a subcooled degree of 25.1°C ( $T_b = 22.5^\circ\text{C}$ ), showed the presence of isolated bubbles;
- (iv) comparisons of the heat transfer coefficient with values predicted by the correlations of Cooper and Forster-Zuber are not yet conclusive.

In the sequence of this research tests will be performed with smooth tubes in order to compare the different results and correlate the data for grooved tubes. A visualization study using a video camera will be performed for subcooled nucleate boiling.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors wish to express their gratitude to the engineering IC students Rodrigo Persico de Oliveira, Rafael da Cruz, Marcelo Bzuneck, Cláudio Ferreira Jr. and the M.Sc student Heitor Victor

Ribeiro Camargo. One of the authors, RFR, thanks CAPES for a fellowship of M.Sc student. The test apparatus was fabricated with the support of CNPq (Projeto Integrado nº 523068/94-8).

## REFERENCES

ASME, 1986, Measurement Uncertainty. ANSI/ASME Power Test Code 19.1-1985. American Society of Mechanical Engineers, New York.

Bazzo, E., Passos, J. C. and Colle, S., 1996, "Comportamento Térmico de Bombas Capilares de Ranhuras Circunferenciais", in Proceedings of the 6th Brazilian Congress of engineering and Thermal Sciences and the 6th Latin American Congress of Heat and Mass Transfer, Vol. II, pp. 889-893, Florianópolis, SC, November.

Carey, V. P., 1992, "Liquid-Vapor Phase-Change Phenomena", Ch. 8, p. 310, Hemisphere Publishing Corp., Washington, D. C.

Cole, R., 1974, "Boiling Nucleation", *Advances in Heat Transfer*, Vol. 10, ed., Hartnett, J. P. and Irvine, T. F. Jr., pp. 85-166.

Collier, J. G. and Thome, J. R., 1994, "Convective Boiling and Condensation", 3<sup>rd</sup> ed., Oxford Science Publications.

Fujii, T., Koyama, S., Inoue, N., Kuwahara, K. and Hirakuni, S., 1995, "An Experimental Study of Evaporation Heat Transfer of Refrigerant HCFC22 Inside an Internally Grooved Horizontal Tube", *JSME International Journal, Serie B*, vol. 38, Nº 4, pp. 618-627.

Kays, W. M. and Crawford, M. E., 1993, "Convective Heat and Mass Transfer", 3<sup>rd</sup> ed., McGraw-Hill International Editions.

Kline, S. J., 1985, "The Purposes of Uncertainty Analysis", *ASME Journal of Fluid Engineering*, Vol. 107, pp. 153-160.

Holman, J. P., 1989, "Experimental Methods for Engineers", Fifth ed., McGraw-Hill.

Hsu, Y. Y., 1962, "On the Size Range of Active Nucleation Cavities on a Heating Surface", *J. Heat Transfer*, Vol. 84, pp. 207-213.

Marto, P. J. and Lepere, L. V. J., 1982, "Pool Boiling Heat Transfer from Enhanced Surfaces to Dielectric Fluids", *Transactions of the ASME*, vol. 104, may, pp. 292-299.

Monde, M., Inoue, T. and Mitsutake, Y., 1997, "Critical Heat Flux in Pool Boiling on a Vertical Heater", *Heat and Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 435-440. Springer-Verlag.

Nishikawa, K. and Fujita, Y., 1990, "Nucleate Boiling Heat Transfer and its Augmentation", *Advances in Heat Transfer*, Vol. 20, pp. 1- 82.

Passos, J. C., 1997, "Design of a Confined Boiling Experiment under Microgravity to Fly in the Micro Satellite/France-Brazil", INPE/ABC. Approved Design by the Academia Brasileira de Ciências-RJ, pp. 1-48.

Stephan, K., 1992, "Heat Transfer in Condensation and Boiling", ed., Springer-Verlag.

Thome, J. R., 1990, "Enhanced Boiling Heat Transfer", Hemisphere publishing Corp. Washington, D. C..

Webb, R. L., 1994, "Principles of Enhanced Heat Transfer", ed., John Wiley & Sons, New York.

## ESTUDO NUMÉRICO DE UMA UNIDADE DE ARMAZENAMENTO DE GELO DE PLACAS PARALELAS

**Luís Edson Saraiva**

Faculdade de Engenharia e Arquitetura  
Universidade de Passo Fundo  
99001-970 - Passo Fundo - RS - Brasil

**Kamal Abdel El-Radi Ismail**

DETF - Faculdade de Engenharia Mecânica  
Universidade Estadual de Campinas  
13083-970 - Campinas - SP

### RESUMO

*O objetivo deste trabalho é apresentar um modelo numérico desenvolvido para a predição do comportamento e do desempenho de unidades de armazenamento de PCM de placas paralelas. O modelo físico é composto de um tanque de geometria retangular com dutos "frios" através dos quais passa um refrigerante e dutos "quentes" para circulação de água a ser resfriada. O PCM utilizado é água. Durante o processo de carga (período noturno), a circulação do refrigerante possibilita a formação de gelo. Este gelo será usado durante o ciclo de descarga, quando a circulação de água nos dutos "quentes" propicia água fria (7 °C) para aplicações em condicionamento de ar. O método numérico é baseado em uma formulação unidimensional do problema de transferência de calor com mudança de fase, associado a uma equação de balanço de energia entre o refrigerante e o PCM. Estas equações acopladas, escritas na forma entálpica são resolvidas por aproximação de volumes finitos, de modo a fornecer a massa solidificada, distribuição de temperaturas ao longo das placas, fluxo de calor e efetividade do sistema.*

### INTRODUÇÃO

A conservação da energia tem sido objeto, nos últimos anos, de crescente interesse em razão do seu encarecimento, do esgotamento das fontes não-renováveis de suprimento e do impacto ambiental decorrente de sua utilização. Em sistemas centrais de refrigeração, uma alternativa de conservação que tem demonstrado viabilidade técnica é o uso do sistema à noite para congelar água ou outro material de mudança de fase (PCM), a ser fundido no período de maior demanda. Os equipamentos utilizados para este fim são denominados armazenadores de calor. Fatores como geometrias empregadas na construção das unidades, materiais usados como PCM e os processos de solidificação/fusão são hoje incessantemente investigados.

A solidificação em meio finito foi primeiramente resolvida de forma exata por Ruoff (1958) para uma região, na qual uma amostra líquida, inicialmente à temperatura de solidificação é subitamente submetida a uma temperatura inferior à de congelamento em um de seus contornos, enquanto o outro é mantido à temperatura constante. Aplicando a técnica da similaridade, obteve expressões para a temperatura na região solidificada e distância da origem da interface sólido-líquido. Cho e Sunderland (1969) resolveram o mesmo problema considerando, porém, duas regiões. Neste caso uma solução aproximada foi obtida, admitindo a distribuição de temperatura de Neumann na fase sólida e aplicando o método integral com um perfil de temperaturas polinomial para obter a distribuição de temperaturas na fase líquida. Este mesmo problema foi analisado posteriormente por Gutman (1987) usando a técnica da perturbação para obter as distribuições de temperatura e posicionamento da interface sólido-líquido.

O efeito convectivo devido à diferença de densidades entre as fases líquida e sólida durante a solidificação foi avaliado por Carslaw e Jaeger (1959) e Crank (1975), usando a técnica da similaridade e por Lunardini (1983), usando o método do balanço integral. Foi demonstrado que o efeito convectivo somente é significativo para grandes diferenças de densidades.

A possibilidade de mudança das propriedades com a temperatura durante a mudança de fase foi estudada, entre outros, por Cho e Sunderland (1974), que analisaram o problema de Neumann admitindo que a condutividade térmica pudesse variar linearmente com a temperatura. Verificaram que o efeito é mais significativo quando o número de Stefan é grande. A mesma dependência em relação ao número de Stefan foi verificada por Oliver e Sunderland (1987), que admitiram uma variação linear do calor específico com a temperatura.

As contribuições iniciais para o entendimento dos fenômenos de mudança de fase sujeitos a condições de contorno convectivas foram dadas por London e Seban (1943), estudando a solidificação em um meio semi-infinito líquido, mantido à temperatura de fusão. Aplicando o método da aproximação quase-estacionária, obtiveram uma expressão analítica na forma de equação diferencial não diretamente integrável, permitindo determinar de forma aproximada a posição da interface sólido-líquido e as temperaturas na região solidificada. Kreith e Romie (1955) resolveram de forma exata problema semelhante, usando o método da analogia elétrica. Sua solução permitiu calcular a temperatura superficial e a espessura da camada solidificada, uma vez conhecidas as propriedades do material e o número de Stefan. O mesmo problema foi solucionado analiticamente por Goodman (1958), aplicando o método integral. As expressões obtidas, tanto para a temperatura superficial quanto para a espessura da interface, mostram ser concordantes com os resultados de Kreith e Romie (1955).



A solidificação unidimensional de um líquido em meio semi-infinito, inicialmente à temperatura de fusão e sujeito à condição de convecção na superfície, foi estudada por Westphal (1967). Usando o método proposto por Portnov (1962), expressou a solução da equação de condução em séries infinitas de potências. Seus resultados mostraram como varia a interface sólido-líquido em termos da diferença entre as temperaturas de solidificação e do meio ambiente.

O congelamento da água sob ação de um fluxo de calor foi estudado por Fos e Fan (1974), considerando que inicialmente a temperatura da água fosse desconhecida e as temperaturas do ambiente e da superfície da água fossem iguais à de fusão. A temperatura era subitamente abaixada e podia, então, variar com o tempo. Usando o método quase-estacionário, obtiveram soluções para a distribuição de temperaturas e posição da interface, dependentes da expressão usada para representar a variação da temperatura.

Problema análogo, porém relacionado à fusão foi tratado e resolvido de forma exata por Lozano e Reensten (1981). Eles representaram a temperatura em forma de série infinita e analisaram tanto a situação em que existe fluxo de calor, quanto uma condição convectiva. Obtiveram a expressão para a posição da interface em forma de potências do tempo, constatando que, para fluxo constante e baixo número de Stefan, a expressão era linear, desde que o intervalo de tempo transcorrido fosse pequeno.

Lunardini (1981) estudou a mudança de fase de um meio semi-infinito, inicialmente à temperatura de fusão e sujeito à convecção. Obteve uma solução aproximada usando o método do balanço integral. Seus resultados foram aplicados para casos em que existem soluções exatas, mostrando boa concordância.

Gutman (1986) estudou meios finitos que encontravam-se no ponto de congelamento e repentinamente eram colocados em contato com um fluido ambiente. O fluido poderia ter diferentes valores das propriedades em cada lado da amostra, mas sua temperatura foi considerada sempre menor que a de congelamento. O problema foi solucionado aproximadamente pelo método de perturbação, usando-se expansão em séries para representar a distribuição de temperaturas e a posição da interface.

O presente trabalho visa a estudar e prever teoricamente o comportamento e o desempenho de unidades de armazenamento de PCM de placas paralelas. Uma seção transversal da unidade estudada é mostrada na figura 1. O eixo  $x$  é mostrado, para um duto, na própria figura, sendo a direção de crescimento da frente de solidificação/fusão. O eixo  $y$  (coincidente com a direção de escoamento do fluido refrigerante) é perpendicular à seção transversal mostrada. É assumido isolamento perfeito em relação ao ambiente.

## FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O problema esquematizado na figura 1, é formulado matematicamente considerando condução pura no PCM e formulação unidimensional das equações governantes.

As equações para a fase sólida são:

$$\frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} = \frac{1}{a_s} \frac{\partial T_s(x,t)}{\partial t} \quad 0 < x < S(t), t > 0, \quad (1)$$

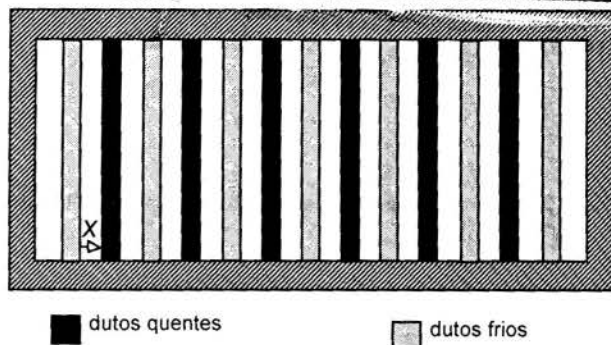


Figura 1. Seção transversal da unidade de armazenamento.

$$T_s(x,t) = T_w \quad x=0, t > 0. \quad (2)$$

Para a fase líquida as equações são:

$$\frac{\partial^2 T_l}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_l} \frac{\partial T_l(x,t)}{\partial t} \quad S(t) < x < d, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T_l(x,t)}{\partial x} = 0 \quad x=d, t > 0, \quad (4)$$

$$T_l(x,t) = T_i \quad t=0, 0 < x < d. \quad (5)$$

As condições de contorno na interface são:

$$T_s(x,t) = T_l(x,t) = T_m, \quad x=S(t), t > 0, \quad (6)$$

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} - k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} = \rho L \frac{dS(t)}{dt}. \quad (7)$$

A condição de acoplamento entre o PCM e o escoamento do refrigerante é:

$$\rho_f c_f W \left( u_\infty \frac{\partial T_f}{\partial y} + \frac{\partial T_f}{\partial t} \right) = h(T_w - T_f) = k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0}. \quad (8)$$

Para tratar o problema da mudança de fase utilizamos o método entálpico proposto por Cao et al (1989). A equação da energia, escrita em sua forma entálpica, representa tanto a região sólida quanto a líquida:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial(\rho H)}{\partial t} \quad (9)$$

Pode-se demonstrar que a Eq. (9) transforma-se na condição (7) quando  $x = S(t)$ .

Considerando calores específicos constantes para cada fase e que a solidificação se dá sob uma única temperatura, a temperatura assumirá os valores abaixo, em função da entalpia:

$$T = \begin{cases} T_m + H / c_s & H \leq 0 \\ T_m & 0 < H < \lambda \\ T_m + \frac{(H - \lambda)}{c_l} & H \geq \lambda \end{cases} \quad (10)$$

Acima consideramos  $H = 0$  no estado sólido à temperatura  $T_m$ .

A temperatura de Kirchoff é definida como:

$$T^* = \begin{cases} k_s(T - T_m) & T < T_m \\ 0 & T = T_m \\ k_l(T - T_m) & T > T_m \end{cases} \quad (11)$$

Usando a Eq. (10) na definição expressa em (11), obtém-se diretamente:

$$T^* = \begin{cases} k_s H / c_s & H \leq 0 \\ 0 & 0 < H < \lambda \\ k_l(H - \lambda) / c_l & H \geq \lambda \end{cases} \quad (12)$$

A Eq. (9) transforma-se em:

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial x^2} = \frac{\partial(\rho H)}{\partial t} \quad (13)$$

Introduzindo uma função da entalpia, como segue,

$$T^* = \Gamma(H)H + S(H), \quad (14)$$

tal que:

$$\Gamma(H) = \begin{cases} k_s / c_s & H \leq 0 \\ 0 & 0 < H < \lambda \\ k_l / c_l & H \geq \lambda \end{cases} \quad (15)$$

e

$$S(H) = \begin{cases} 0 & H \leq 0 \\ 0 & 0 < H < \lambda \\ -\lambda k_l / c_l & H \geq \lambda \end{cases} \quad (16)$$

substituindo (14) em (13) e observando que

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial x^2} = \frac{\partial^2(\Gamma H)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2},$$

a equação da energia aparece, por fim, como:

$$\frac{\partial(\rho H)}{\partial t} = \frac{\partial^2(\Gamma H)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \quad (17)$$

Observa-se que a equação da energia aparece como uma equação não-linear com uma única variável dependente  $H$ . Tanto na região líquida quanto na região sólida, porém, a Eq. (17) torna-se uma equação linear da forma:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_i \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial(\rho H)}{\partial t}, \quad (18)$$

sendo  $i = s, l$ .

A não-linearidade subsiste na região de fronteira móvel, concordando com o fato de que a não-linearidade dos problemas de mudança de fase reside na existência de uma interface móvel.

#### TRATAMENTO NUMÉRICO DO PROBLEMA

As equações e as condições de contorno são discretizadas pelo método dos volumes finitos de controle e resolvidas numericamente. Os dados usados nos cálculos são os seguintes:

### Refrigerante: solução de água e etileno-glicol a 40% (em volume);

### PCM: água;

### Temperatura de entrada do refrigerante: -20 °C;

### Temperatura inicial do PCM: 2 °C;

### Parâmetros geométricos:

- número de dutos quentes: 6;

- número de dutos frios: 7;

- espaçamento entre duas placas que formam um duto: 0,005 m;

- espaçamento entre dois dutos consecutivos: 0,05 m;

- largura das placas: 0,03 m;

- comprimento das placas: 1 m;  
 ### Vazão por duto: 0,0016 kg/s;  
 ### Coeficiente convectivo: variável, calculado conforme a relação abaixo, válida para fluxo constante, regime laminar e com dados tomados na temperatura de película (Holman, 1983):

$$Nu_x = \frac{0,4637 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0,02052/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}}$$

Para otimizar o cálculo numérico e o código computacional, foram realizados diversos testes para identificar os parâmetros numéricos ótimos para o caso. O efeito da variação do incremento de tempo foi testado para os valores entre 10 s e 300 s, mantendo-se fixo o incremento espacial. O intervalo de tempo adotado, 60 s, mostrou-se adequado para este estudo. O efeito da variação do incremento espacial foi testado para valores entre 0,01 e 0,001 m, para o incremento de tempo escolhido, mostrando que um valor de incremento de 0,0025 m é adequado para este estudo.

### RESULTADOS E DISCUSSÕES

A figura 2 mostra a posição da frente de solidificação ao longo da placa para alguns intervalos de tempo. No eixo das ordenadas, a origem coincide com a região de entrada do refrigerante.

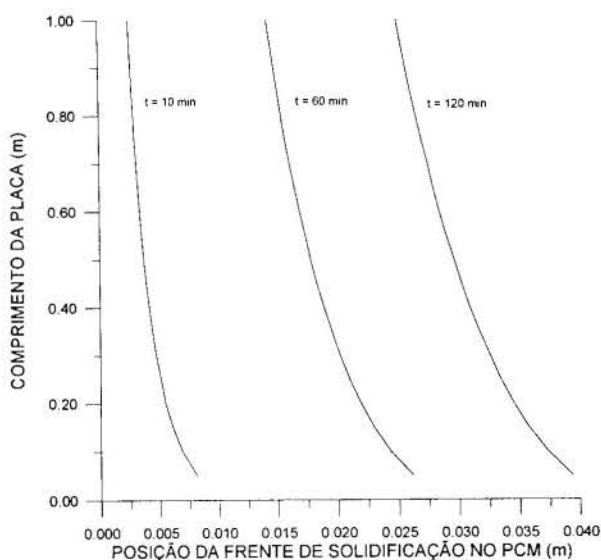


Figura 2: Posição da frente de solidificação nos tempos 10 min, 60 min e 120 min ao longo do comprimento de um duto.

A figura 3 mostra a variação da massa solidificada em uma placa em função do tempo, até um tempo de 184 min, quando o primeiro ponto se solidifica na região de simetria.

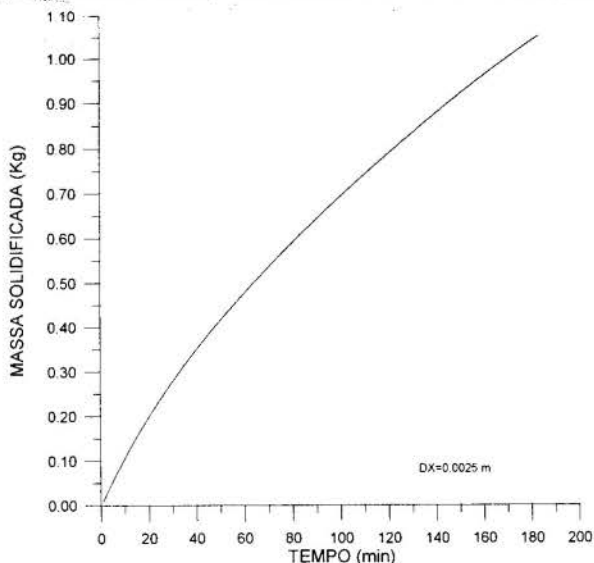


Figura 3: Variação da massa solidificada em uma placa com o tempo.

A figura 4 apresenta o fluxo de calor médio do PCM para o refrigerante ao longo de uma placa em função do tempo. Pode-se observar, devido ao efeito isolante da camada de gelo, o declínio do fluxo à medida que prossegue o congelamento.

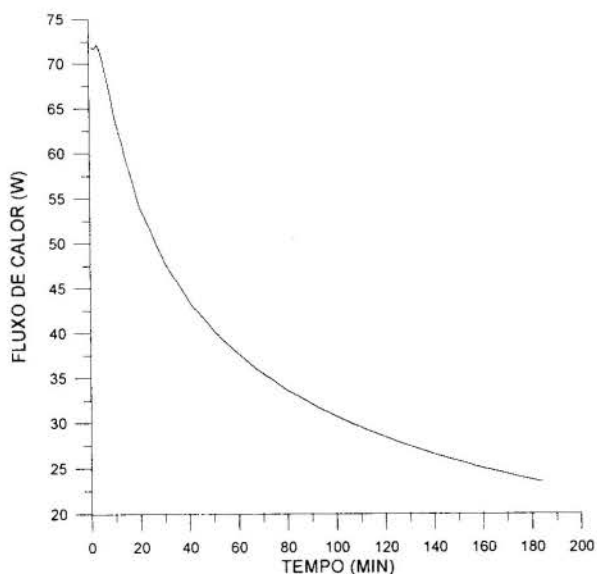


Figura 4: Variação do fluxo de calor em uma placa com o tempo.

Na figura 5, está representada a variação da efetividade da unidade em função do tempo.

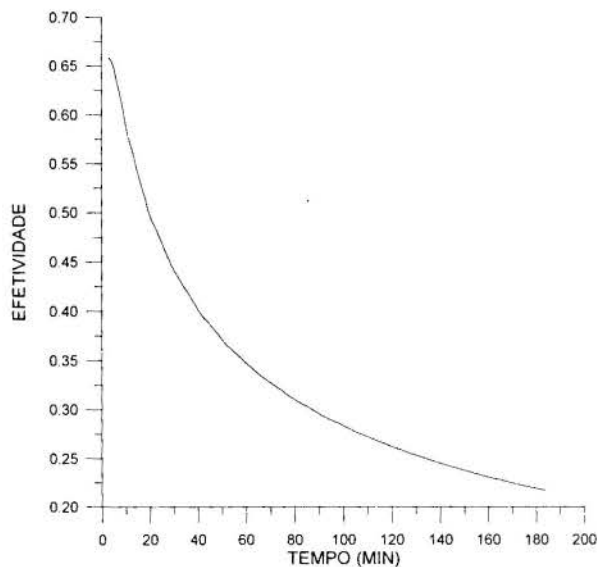


Figura 5: Variação da efetividade com o tempo.

A figura 6 mostra a variação da temperatura de mistura na saída ao longo do tempo.

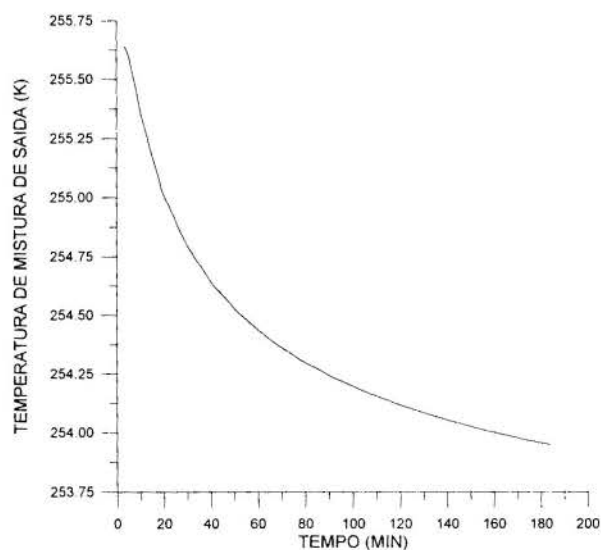


Figura 6: Variação da temperatura de mistura de saída do refrigerante com o tempo.

## CONCLUSÕES

Os resultados apresentados parecem ser, ao menos qualitativamente, corretos.

Por serem obtidos por meio de um modelo simplificado (condução pura unidimensional), os resultados apresentados deverão ser validados experimentalmente, o que constituirá a próxima etapa de nosso trabalho

## REFERÊNCIAS

Cao, Y. et al, 1989, "A Numerical Analysis of Stefan Problems for Generalized Multi-Dimensional Phase-Change Structures using the Enthalpy Transforming Model", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol 32, n 7, pp. 1289- 1298.

Carlaw, H. S. e Jaeger, J. C., 1959, "Conduction of Heat in Solids", London. Clarendon Press.

Cho, S. H. e Sunderland, J. E., 1974, "Phase Change Problems with Temperature-Dependent Thermal Conductivity", *J. Heat Transfer*, Vol 96, pp. 214-217.

Cho, S. H. e Sunderland, J. E., 1969, "Heat-Conduction Problems with Melting or Freezing", *J. Heat Transfer*, Vol 91c, pp. 421-26.

Crank, J., 1975, "The Mathematics of Diffusion", Oxford, Clarendon Press.

Fos, S. D. e Fan, S. S. T., 1974, "Aproximate Solution to the Freezing of the Ice-Water System with Constant Heat Flux in the Water Phase", *J. Water Resources Research*, Vol 10, n 3, pp. 511-13.

Goodman, T. R., 1958, "The Heat-Balance Integral and its Application to Problems Involving a Change of Phase", *J. Heat Transfer*, Vol 80, pp. 335-42.

Gutman, L. N., 1987, "On the Problem of Heat Transfer in a Phase-Change Slab Initially not at the Critical Temperature", *J. Heat Transfer*, Vol 109, pp. 5-9.

Gutman, L. N., 1986, "On the Problem of Heat Transfer in Phase-Change Material for Small Stefan Numbers", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol 29, pp. 921-926.

Holman, J. P., 1983, "Transferência de Calor", São Paulo, McGraw-Hill.

Kreith, F. e Romie, F. E., 1955, "A Study of the Thermal Diffusion Equation with Boundary Conditions Corresponding to Solidification or Melting of Material Initially at the Fusion Temperature", *Proceedings of Physical Society*, Vol 68, section B, pp. 277-91.

London, A. L. e Seban, R. A., 1943, "Rate of Ice Formation", *J. Heat Transfer*, Vol. 65, n 7, pp. 711-79.

Lozano, C. J. e Reemsten, R., 1981, "On a Stefan Problem with an Emerging Free Boundary", *Numerical Heat Transfer*, Vol 4, pp. 239-45.

Lunardini, V. J., 1981, "Application of the Heat Balance Integral to Conduction Phase-Change Problems", USA CREEL Report. 81-25, Hanover, NH.

Lunardini, V. J., 1983, "Aproximate Solution to Conduction Freezing with Density Variation", *J. Energy Res. Tech.*, Vol 105, pp. 43-5.

Oliver, D. L. R. e Sunderland, J. E., 1987, "A Phase Change Problem with Temperature-Dependent Thermal Conductivity and Specific Heat", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol 30, n 12, pp. 2657- 61.

Portnov, I. G., 1962, "Exact Solution of Freezing Problem with Arbitrary Temperature Variation on Fixed Boundary", *Soviet Phys. Dokl.*, n 7, pp. 186.

Ruoff, A. L., 1958 "An Alternate Solution to Stefan's Problem", *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol 16, pp. 197-201.

Westphal, K. O., 1967, "Series Solution of Freezing Problem with the Fixed Surface Radiating into a Medium of Arbitrary Varying Temperature", *Int. J. Heat Transfer*, Vol 10, pp. 195-205.

## ABSTRACT

The objective of this paper is to present a numerical model to predict the thermal performance of parallel plate PCM storage units. The physical model is composed of a tank of rectangular geometry with cold plates through which the coolant passes and warm plates for water circulation. The PCM used is water. During the charging process (late night time) coolant circulation provides ice. This ice is to be used during the discharging cycle when water circulations in the warm plates provides cold water (7 °C) for air conditioning applications.



The numerical model is based upon one-dimensional formulation of the phase-change heat transfer problem associated with an energy balance equation between the circulating coolant and the PCM. These coupled equations, written in enthalpic form, are solved using control-volume formulation to furnish the solidified mass, temperature distribution along the plates, heat transfer and effectiveness of the system.

**MODELAGEM NUMÉRICA DE FENÔMENOS DE SOLIDIFICAÇÃO ATRAVÉS DO MÉTODO DE CAMPO DE FASE**

**Álvaro L.Fazenda**

Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada - LAC  
 Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE  
 C.P. 515 - 12225-970 - São José dos Campos - SP

**Jerônimo S.Travelho<sup>1</sup>**

Departamento de Engenharia  
 Universidade de Mogi das Cruzes – UMC  
 08780-911 – Mogi das Cruzes - SP

**Maurício Fabbri**

Núcleo de Desenvolvimento Tecnológico - NDT  
 Universidade São Francisco - USF  
 13251-900 - Itatiba - SP

RESUMO

*Neste trabalho utiliza-se o método de Campo de Fase para resolução de problemas de solidificação. Esta técnica consiste no acoplamento das equações usuais de transporte com uma equação de coexistência entre fases, obtida através de expansão de um funcional termodinâmico conveniente em torno de um estado qualquer do sistema. As equações resultantes incorporam automaticamente os efeitos de curvatura e super-resfriamento cinético, e também permitem que o sistema evolua através de fases possivelmente metaestáveis. Neste trabalho apresentamos alguns resultados em duas dimensões que demonstram a simplicidade numérica do método aplicados a problemas de solidificação direcionada de substâncias puras com super-resfriamento, em meios anisotrópicos.*

INTRODUÇÃO

A solução numérica de problemas de solidificação, freqüentemente, está associada a resolução de problemas de fronteira móvel. Os métodos tradicionais de simulação, baseados em equações de transporte clássicas, tornam-se ineficientes para o tratamento de fenômenos onde podem ser considerados regimes de solidificação metaestáveis, nestes casos, a interface sólido-líquido pode adquirir uma geometria intrincada de acordo com os efeitos de Gibbs-Thomson. Para simulação de tais condições, as técnicas tradicionais de front-tracking ou de entalpia transformam-se em um método numérico extremamente complicado e, muitas vezes, fisicamente inaceitável.

A principal dificuldade na modelagem numérica de problemas de solidificação vem do fato de que a posição da interface sólido-líquido não é conhecida *a priori*. Esta classe de problemas é conhecida como “Problemas de Condição de Contorno Móvel” (*Moving-boundary problems*, Crank, 1984). A grande flexibilidade computacional do método ora proposto consiste no fato de não haver necessidade de localizar interfaces móveis durante a implementação numérica.

Os métodos de Campo de Fase consistem no acoplamento das equações usuais de transporte com uma equação de coexistência entre fases, obtida através de expansão de um funcional termodinâmico conveniente em torno de um estado qualquer do sistema (originário da teoria clássica de Landau para descrição de fenômenos críticos). As equações resultantes incorporam automaticamente os efeitos de curvatura e super-resfriamento cinético, e também permitem que o sistema evolua através de fases possivelmente metaestáveis.

A seguir, será mostrado a formulação para problemas de contorno móvel. Após, será feita a descrição do método de Campo de Fase e, ao final, serão mostrados os resultados numéricos obtidos e as conclusões do trabalho.

PROBLEMAS DE CONTORNO MÓVEL

Problemas de contorno-móvel são, freqüentemente, associados à resolução de problemas de Stefan, que consiste na resolução da equação de energia em ambas as fases do material, sólida e líquida:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (1)$$

e outra equação, que expressa o balanço de calor na região da interface, para determinação da posição da mesma:

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} - k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} = L\rho \frac{dS}{dt} \quad (2)$$

MÉTODOS DE CAMPO DE FASE

No método de campo de fase, as equações de transporte clássicas são acopladas a uma equação que determina um parâmetro de ordem “p”, o qual define a fase em que o material encontra-se localmente em um determinado instante de tempo. Arbitariamente será imposto o valor de -1 para os locais onde o material encontra-se na fase sólida e +1 nos locais onde o material encontra-se na fase líquida. Desta forma a interface estará localizada em torno de  $p = 0$ .

<sup>1</sup> **Endereço Permanente:** Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE, Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada – LAC, C.P. 515, 12225-970, São José dos Campos, SP.

A equação do método de campo de fase originou-se a partir da teoria clássica de Landau para a descrição de fenômenos críticos (Langer, 1986), na qual foi feita uma expansão de primeira ordem na densidade da energia livre. A técnica de Landau mostrou-se incapaz de descrever corretamente os expoentes característicos, por desconsiderar correlações de longa distância que necessariamente aparecem na região próxima da transição. Por outro lado, expansões à moda de Landau, certamente são válidas para descrever a distribuição espacial do parâmetro de ordem em regimes longe do ponto crítico, e este é exatamente o caso de interesse no estudo da solidificação, onde se pode considerar o estado líquido-sólido como um parâmetro de ordem simétrico em torno da região de interface. O ponto crítico, que corresponderia à indistinguibilidade das fases, é virtualmente inexistente neste caso.

Os métodos de Campo de Fase consistem numa formulação semi-clássica que engloba três ingredientes básicos:

- 1 - um modelo simples de interfaces difusas;
- 2 - um funcional termodinâmico generalizado cuja variação determine o estado de equilíbrio do sistema;
- 3 - uma hipótese de evolução temporal que define o tempo característico de relaxação para estados fora do equilíbrio.

Com relação à condição 1, faz-se necessário citar que os métodos clássicos de simulação usam o modelo chamado *Sharp-interface*, na qual a interface tem largura zero. Entretanto, fisicamente sempre tem-se uma largura de interface finita. Numericamente, pode-se apenas resolver problemas de interface difusa, a qual apresenta uma largura macroscópica, embora ainda pequena em comparação com o tamanho do sistema. O método de Campo de Fase utiliza uma largura finita para a interface (Caginalp e Socolovski - 1991).

Da condição 2 deve-se construir um funcional termodinâmico que caracterize o estado de equilíbrio do sistema. Será utilizado um funcional que na literatura é denominado, talvez inapropriadamente, como uma expansão de primeira ordem na densidade da energia livre:

$$\mathfrak{S} = \int_{\Omega} \left\{ \frac{1}{2} \varepsilon^2 |\nabla p|^2 + F(p, T) \right\} d^3 r \quad (6)$$

Onde a variável  $T$  corresponde à temperatura. A constante  $\varepsilon$  representa a largura da interface e  $F(p, T)$  é um potencial que tem dois mínimos locais em  $p$  correspondentes aos estados sólido ou líquido do material. De acordo com o gráfico na Figura 1.

Quando a temperatura  $T$  é igual a temperatura de solidificação os dois mínimos do potencial  $F(p, T)$  têm exatamente a mesma energia. Para  $T > T_m$  o mínimo  $p = +1$  tem menor energia, ou seja, a fase líquida corresponde ao equilíbrio, sendo a fase sólida um estado metaestável e, para  $T < T_m$ , o mínimo  $p = -1$  tem menor energia e, neste caso, a fase sólida é aquela que está em equilíbrio e a líquida metaestável. Desta forma o método de Campo de Fase permite que o sistema evolua, de uma forma natural, através de caminhos metaestáveis.

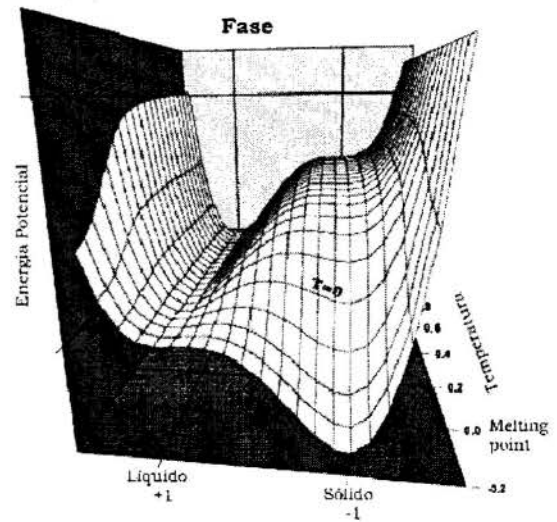


Fig. 1 - Perfil do potencial  $F(p, T)$

A integral (6) é feita no domínio  $\Omega$  que é limitado por uma superfície  $S$ . Como condição de contorno para o parâmetro de ordem  $p$ , será assumido fluxo nulo sobre  $S$ , uma vez que o parâmetro de ordem somente é definido no interior do sistema. Deve-se notar que a condição de fluxo nulo não implica na conservação do parâmetro de ordem, uma vez que a equação de evolução compreende um termo fonte não-linear.

Finalmente, com a condição 3, pode-se adotar, numa primeira aproximação, que a evolução temporal da variável  $p$  obedece uma relação cinética linear com a variação de  $\mathfrak{S}$  da seguinte forma:

$$\tau \frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{\delta \mathfrak{S}}{\delta p} \quad (7)$$

A variável  $\tau$  corresponde a uma constante cinética. Substituindo o termo  $\frac{\delta \mathfrak{S}}{\delta p}$ , e considerando  $\varepsilon$  como constante,

tem-se:

$$\tau \frac{\partial p}{\partial t} = \xi^2 \nabla^2 p - \frac{\partial F(p, T)}{\partial p} \quad (8)$$

Na equação acima, o termo  $\xi^2 \nabla^2 p$  corresponde à tendência do sistema de buscar a situação de equilíbrio nas flutuações espaciais da variável de fase  $p(x, t)$ , que dá origem aos efeitos de tensão superficial (Gibbs-Thompson), onde  $\xi$  é um comprimento característico para a interface ( $\xi$  e  $\varepsilon$  referem-se à mesma quantidade física, sendo  $\xi$  definido convenientemente conforme o método numérico). A derivada  $\frac{\partial F(p, T)}{\partial p}$  representa

a força termodinâmica que governa o processo de solidificação, sendo que para o potencial  $F(p, T)$  foi escolhida a forma descrita por Kobayashi (1993), na qual temos um polinômio de 4º grau com raízes em  $\pm 1$ :

$$F(p, T) = \frac{W}{16} \int_{-1}^p (\phi^2 - 1)(\phi + m(T)) d\phi \quad (9)$$

Onde  $W$  é uma constante, e a função  $m(T)$  deve satisfazer a restrição  $|m(T)| < 1/2$ ; desta forma, o potencial terá o comportamento descrito pelo gráfico 1, ficando  $\frac{\partial \mathbf{F}(p, T)}{\partial \mathbf{p}}$  com três

raízes distintas. Pode-se escolher varias relações para a função  $m(T)$  e, como exemplo, pode-se adotar a forma:

$$m(T) = 2 \gamma (T - T_m) \quad (10)$$

O que significa que a força que governa o movimento da interface é proporcional ao super-resfriamento existente ( $T - T_m$ ,  $T_m$  = Temperatura de Solidificação). Entretanto, para as simulações em duas dimensões, será usada a forma descrita por Kobayashi (1993):

$$m(T) = \left( \frac{\alpha}{\pi} \right) \arctan[\gamma(T - T_m)] \quad (11)$$

Onde  $\alpha$  é uma constante que deve satisfazer  $\alpha < 1$ , pois isto assegura que  $|m(T)| < 1/2$  para todos os valores de  $T$ .

Durante um processo não-estacionário de solidificação a temperatura na interface sólido-líquido é menor que a temperatura de equilíbrio. Este "super-resfriamento cinético",  $\Delta T$ , fornece a força que governará a movimentação da interface, e sua dependência com a velocidade da interface  $v$  é definida pela forma como acontece o agregamento atômico na frente sólida (Chalmers, 1964). Este trabalho está particularmente interessado no modelo rugoso ("rough" ou "random model"), que assume uma interface uniforme de fendas equivalentes implicando na relação:  $v \propto (\Delta T)$ .

A Equação (7) estabelece uma relação cinética linear na interface, onde a temperatura na interface  $\Gamma(t)$  é diretamente proporcional à velocidade da interface ("rough model"):

$$T(x = \Gamma(t)) = - \left( \frac{3\sigma\alpha}{4\gamma W} \right) v \quad (12)$$

Outras formas de relação cinética usando o método de Campo de Fase foram investigadas por Fabbri e Voller (1994) e Fazenda, et al. (1996).

Como se viu na Equação (7), quando o sistema está fora de equilíbrio, a evolução temporal de  $p(x, t)$  é proporcional ao balanço entre a força produzida pelo potencial  $\mathbf{F}(p, T)$  e a energia da tensão de superfície. Isto fornece uma expressão que depende da velocidade da interface e inclui uma relaxação cinética durante a progressão da mesma. Entretanto para simulações bidimensionais, outro fator a ser representado é a anisotropia, que pode ser introduzida na equação assumindo que  $\varepsilon$  depende agora da direção do vetor normal a interface. Desta forma  $\varepsilon$  será uma função de um vetor  $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$  e deve satisfazer a  $\varepsilon(\lambda \mathbf{v}) = \varepsilon(\mathbf{v})$  para  $\lambda > 0$ . O vetor normal à interface será representado por  $-\nabla p$ . Assim a Equação (6) ficará:

$$\mathfrak{S} = \int_{\Omega} \left\{ \frac{1}{2} [\varepsilon(-\nabla p)]^2 |\nabla p|^2 + \mathbf{F}(p, T) \right\} d^3r \quad (13)$$

Desta forma substituindo (13) na Equação (7) tem-se:

$$\tau \frac{\partial p}{\partial t} = -\nabla \cdot \left( |\nabla p|^2 \varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{v}} \right) + \nabla \cdot (\varepsilon^2 \nabla p) - \frac{\partial \mathbf{F}(p, T)}{\partial p} \quad (14)$$

Onde  $\tau$  é uma pequena constante positiva e  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{v}} = \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial v_i} \right)$ .

Pode-se definir que  $\varepsilon = \varepsilon(\theta)$  onde  $\theta$  será o ângulo entre  $\mathbf{v}$  e uma certa direção. Será adotado, neste caso, a direção positiva do eixo  $x$ . Tem-se então, para o caso bidimensional, a partir da expansão da Equação (14):

$$\tau \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon \varepsilon' \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \varepsilon \varepsilon' \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \nabla \cdot (\varepsilon^2 \nabla p) + \frac{W}{8} [(1 - p^2) \chi_p + m(T)] \quad (15)$$

Onde  $\varepsilon' = \partial \varepsilon / \partial \theta$ .

Será considerado também que  $\varepsilon = \bar{\varepsilon} \sigma(\theta)$  onde  $\bar{\varepsilon}$  será uma constante e  $\sigma(\theta)$  representará a anisotropia. Neste caso a constante  $\tau$  das equações (14) e (15) terá o valor de  $\alpha \bar{\varepsilon}^2$  onde  $\alpha$  é um coeficiente cinético.

Para  $\sigma(\theta)$  tem-se:

$$\sigma(\theta) = 1 + \delta \cos[j(\theta - \theta_0)] \quad (15)$$

Onde  $\delta$  define a "força" da anisotropia e  $j$  é um inteiro que define o modo da anisotropia podendo valer 0 para o caso isotrópico, 4 para uma anisotropia de 4 direções ou 6 para anisotropia de 6 direções. Para  $\varepsilon'$  tem-se:

$$\varepsilon'(\theta) = \bar{\varepsilon} \psi'(\theta) = -\bar{\varepsilon} j \delta \sin[j(\theta - \theta_0)] \quad (16)$$

Serão adicionados também pequenos ruídos na região da interface. Tal comportamento tem fundamento físico e, desta forma, pode-se examinar a estabilidade da interface na presença destes. Estes ruídos serão adicionados ao sistema usando um gerador de números aleatórios da forma  $\frac{a}{16} (1 - p^2) \chi$ , onde  $a$

define a amplitude do ruído e o número aleatório  $\chi$  deve respeitar o intervalo  $[-1/2, 1/2]$ . Desta forma, a flutuação máxima na variável de fase será de aproximadamente 3.1a%, sendo que usualmente o valor da amplitude do ruído  $a$  é bastante pequeno; neste trabalho  $a = 0.01$ , portanto o ruído terá uma contribuição máxima de apenas 0.031% na variação de  $p$ .

Como citado anteriormente será considerado, assim como fez Kobayashi (1993), como condição de contorno para o campo de fase em todos os problemas bidimensionais a condição de fluxo nulo nas paredes do domínio adotado.

Neste trabalho serão consideradas apenas substâncias puras e, desta forma, a equação de fase será acoplada a uma equação de transporte para o cálculo do campo de temperatura. Será adotada a equação usual de conservação de energia (lei de Fourier) acrescida de um termo fonte, que representará o calor latente de fusão que escapa pela interface:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{2} L \frac{\partial p}{\partial t} = k \nabla^2 T \quad (17)$$

Se forem consideradas mais variáveis termodinâmicas no sistema, seria necessário as equações de transporte para as mesmas, e, da mesma forma, acoplá-las à equação de fase.

Allen e Cahn (1979) mostraram que, se os efeitos de curvatura sobre a largura da interface são desprezíveis, a tensão



superficial  $\sigma$  pode ser obtida a partir do excesso de energia livre naquela região, que por sua vez pode ser expresso em termos do potencial  $F(p,T)$ : chega-se desta maneira à seguinte relação:

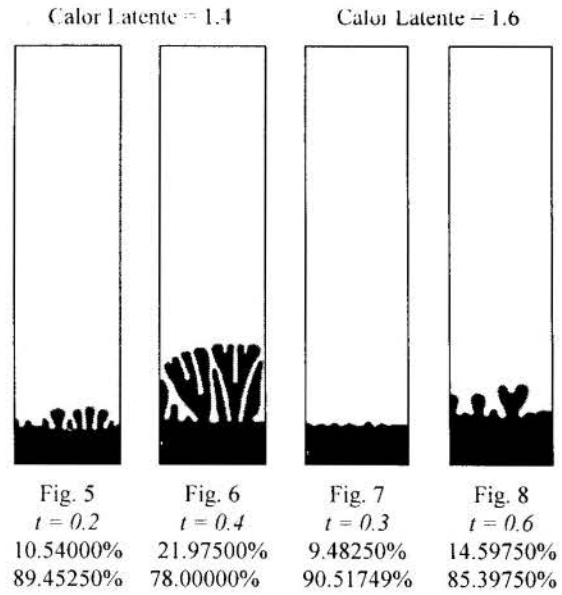
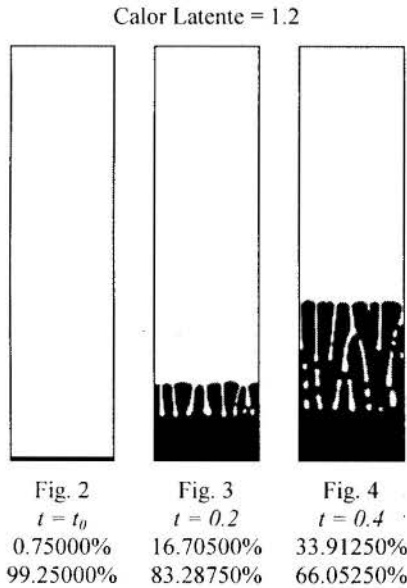
$$\sigma = 2^{1/2} \varepsilon \int_{-1}^{+1} \sqrt{F(p,T)} dp \quad (18)$$

A partir desta relação é possível definir muitos dos parâmetros de simulação, tais como  $W$ ,  $\gamma$  e  $\alpha$ .

**RESULTADOS**

As Equações 15 e 17 foram discretizadas seguinte o esquema de volumes finitos (Patankar, 1980), utilizando-se sempre de uma malha bidimensional regular com volumes de controle formado de quadriláteros.

O primeiro exemplo considera-se o problema anisotrópico onde temos, em um instante  $t = t_0$ , um domínio retangular, com uma pequena fração solidificada como semente e o restante em fase líquida a uma temperatura abaixo da temperatura de equilíbrio. Sendo que a interface entre as duas fases apresenta-se plana. Aumentando-se progressivamente o calor latente do material, pode-se notar que a interface começa a desestabilizar-se, aproximando-se um pouco de uma estrutura celular. Quando  $L = 1.2$  nota-se a ocorrência de pequenos buracos ao longo da estrutura sólida e observa-se também a formação de braços que se projetam na direção de crescimento. No entanto, estas estruturas não tendem a formar outras ainda menores devido ao pouco espaço entre elas. À medida em que se aumenta o valor do calor latente, os braços tendem a se espalhar mais, formando estruturas menores. A fração solidificada decresce drasticamente já quando  $L = 1.6$ . Isto se explica devido à maior dificuldade na remoção de calor latente.



No próximo exemplo, um recipiente está preenchido com um determinado material superresfriado no estado líquido com temperatura abaixo da temperatura de equilíbrio, sendo que em suas extremidades temos uma fina camada sólida atuando como semente:

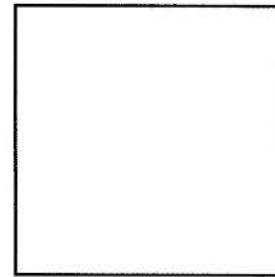
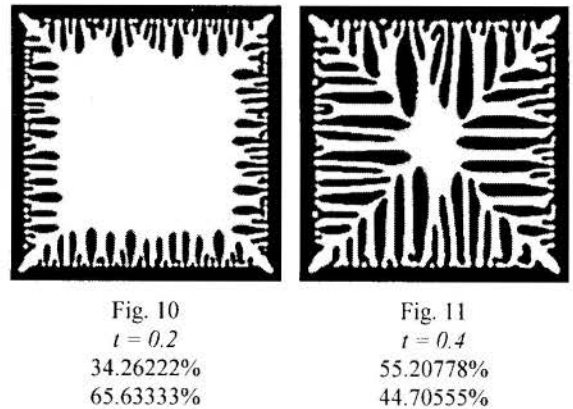


Fig. 9  
 $t = t_0$   
2.64889%  
97.35111%

Considerando uma anisotropia de 4 direções preferenciais de crescimento e um calor latente de 1.8, após alguns instantes de tempo tem-se:



Em um outro exemplo será considerado um domínio quadrado com condições de fluxo nulo nos contornos, um líquido super-resfriado e uma semente sólida no centro. Através

da variação do calor latente, observa-se a presença de uma formação dendrítica que se assemelha a um floco de neve. A anisotropia aqui considerada é de modo 6 com  $\theta_0 = \frac{1}{2}\pi$ .

Para um calor latente de 0.8 o cristal tem a forma hexagonal, mas à medida em que se aumenta o valor do calor latente, a hexagonalidade é quebrada; primeiramente aparecem pequenas estruturas no lugar das arestas e, à medida em que o calor latente aumenta, estas estruturas tendem a ficar cada vez mais finas. Aumentado-se ainda mais o calor latente é possível observar que estas estruturas, em forma de dentes ou braços, acabam por formar outras menores, e assim sucessivamente (*side branching*). Um floco de neve típico pode ser observado quando  $L = 2.0$ .

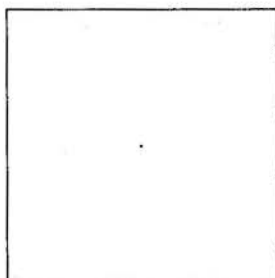


Fig. 12  
 $t = t_0$   
0.01778%  
99.98222%

Calor Latente = 0.8

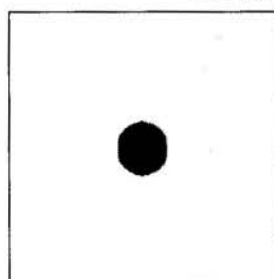


Fig. 13  
 $t = 0.05$   
2.93111%  
7.06444%

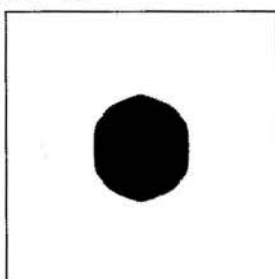


Fig. 14  
 $t = 0.1$   
11.08667%  
88.90667%

Calor Latente = 2.0



Fig. 15  
 $t = 0.2$   
5.15444%  
94.81889%

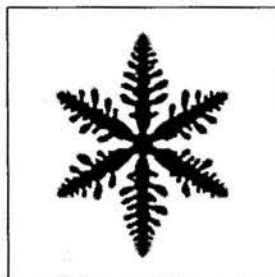


Fig. 16  
 $t = 0.4$   
15.74778%  
84.20222%

A partir das mesmas condições de contorno e parâmetros da simulação acima, será considerado como condição inicial, várias sementes sólidas espalhadas em um líquido super-resfriado. Nota-se, neste caso, que para valores baixos do calor latente ( $L = 0.8$ ) os cristais unem-se formando outro maior; entretanto, quando

aumenta-se o calor latente, os cristais não mais se misturam mas deformam a interface à medida em que se aproximam, de modo a continuarem solitários.

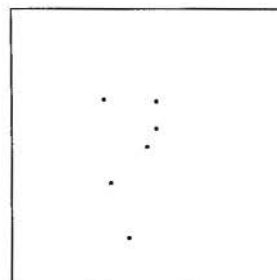


Fig. 17  
 $t = t_0$   
0.10668%  
99.89332%

Calor Latente = 0.8

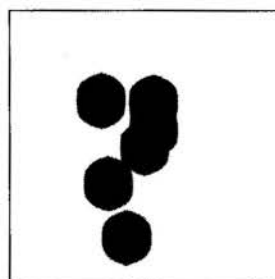


Fig. 18  
 $t = 0.05$   
14.85889%  
85.11999%

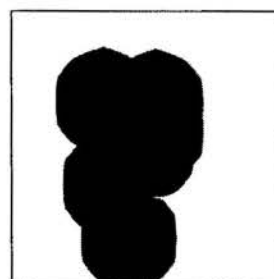


Fig. 19  
 $t = 0.1$   
36.96889%  
63.01000%

Calor Latente = 2.0

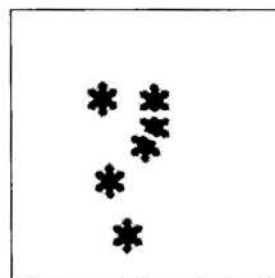


Fig. 20  
 $t = 0.05$   
4.26222%  
95.71111%

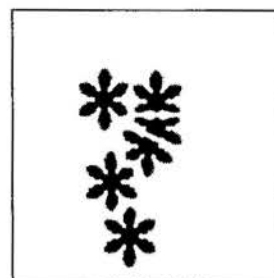


Fig. 21  
 $t = 0.1$   
9.03889%  
90.91111%

Importante citar que nestes exemplos para os casos bidimensionais, não se tem a certeza quanto ao grau de refinamento necessário de forma a reproduzir com precisão a geometria dendrítica, o que pode ser investigado de maneira mais eficiente com um método de malhas adaptativas.

## CONCLUSÕES

Neste trabalho, com as simulações para o caso bidimensional, procurou-se reproduzir a formação dendrítica através de diferentes modos de anisotropia, mostrando que o método pode ser usado para casos metaestáveis, tornando-se uma alternativa para simulação de processos de solidificação, principalmente quando considera-se simulação a partir de líquidos super-resfriados.

Existem, na literatura, algumas experiências feitas para o modelo unidimensional (Fazenda et al, 1996; Fabbri e Voller, 1995) onde pode-se validar o método para alguns casos e mostrar que o método também pode ser usado para reproduzir diferentes cinéticas de crescimento.

No entanto, o método ainda pode ser considerado recente e carece de muitos estudos antes que possa ser extensivamente aplicado ou não. Muitas questões permanecem em aberto e há muito a ser pesquisado. Como sugestão para desenvolvimentos futuros pode-se citar o aperfeiçoamento de novas malhas computacionais que concentrem pontos somente na região de transição de fase, motivado pelo trabalho de Wang e Sekerka (1996), os quais usaram o conceito de interface difusa e, apesar de utilizar uma malha sem maiores aperfeiçoamentos, conseguiram reduzir de forma significativa o tempo de processamento aplicando a equação de fase somente na região de interface, sem apresentar grandes modificações no resultado final.

## AGRADECIMENTOS

Ao apoio financeiro prestado pela CAPES (Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Patankar, S. V. *Numerical Heat and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, 1980
- Kobayashi, R. "Modeling and Numerical Simulations of Dendritic Crystal Growth", *Physica D*, 63:410-423, 1993
- Fazenda, A.L., Fabbri, M., Travalho, J.S. "Modeling Kinetic Undercooling Through Phase-Field Equations With Non-Linear Dynamics", *Proceedings of VI ENCIT/VI LATCYN*, vol II:953-956, 1996
- Allen, S.M., Cahn, J.W., "A Microscopic Theory for Antiphase Boundary Motion and its Application to Antiphase Domain Coarsening", *ACTA Metallurgica*, 27:1085-1095, 1979
- Fabbri, M., Voller, V.R. "Numerical Solution Of Plane-Front Solidification With Kinetic Undercooling". *Numerical Heat Transfer, Part B*, 27:467-486, 1995
- Caginalp, G., Socolovsky, E.A. "Computation of Sharp Phase Boundaries by Spreading the Planar and Spherically Symetric Cases", *Journal of Computational Physics*, 95:85-100, 1991
- Crank, J. *Free and Moving Boundary Problems*, Clarendon Press, Oxford, 1984

## ABSTRACT

In this work the Phase Field Method are used to solve solidification problems. This technique consists in couple the usual transport equations with a phase equation, obtained from a convenient thermodynamic functional expansion around any state of the system. The resultants equations agree with curvature effects and kinetics under-cooling, and allows evolution through possible metaestable phases. Some results in two dimensions are showing demonstrating the numeric simplicity when applied to anisotropic pure substances solidification with under-cooling.

**ESTUDO DA ASCENSÃO DE BOLHAS GASOSAS EM MEIO LÍQUIDO  
INFINITO: DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS ADIMENSIONAIS  
ATRAVÉS DA ANÁLISE DE IMAGENS**

**S.S. Mansur, E.D.R. Vieira, C. Lindquist**

*Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia, FEIS/UNESP  
15385-000 Ilha Solteira - SP, Brasil, E-mail: mansur@dem.feis.unesp.br*

**A.V. Pantaleão, E.L. Zaparoli**

*Departamento de Energia, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, ITA/CTA  
12228-900 São José dos Campos - SP, Brasil, E-mail: zaparoli@mec.ita.cta.br*

RESUMO

*Este artigo propõe o emprego de uma técnica experimental não-intrusiva para estudar o deslocamento de pequenas bolhas de ar em meio líquido infinito, inseridas na seção de testes de um túnel hidrodinâmico vertical de fluxo descendente. Através de um controle adequado da vazão, bolhas de mesmo volume são mantidas praticamente estacionárias no interior da seção de testes, onde se tornam passíveis de serem visualizadas. Imagens captadas em película fotográfica são digitalizadas, processadas e interpretadas, permitindo quantificar as velocidades terminais de ascensão das bolhas e as forças de arrasto que atuam sobre elas. Os resultados obtidos são apresentados na forma de parâmetros adimensionais e comparados com dados da literatura, colocando em evidência as potencialidades do método.*

INTRODUÇÃO

O deslocamento ascendente de bolhas gasosas dispersas em meio líquido constitui um fenômeno bastante freqüente, encontrado em diversos processos físicos e químicos de interesse industrial – fermentação, flotação, absorção e ebulição, dentre outros. Devido à sua enorme importância prática, o assunto tem sido objeto de inúmeras investigações teóricas, numéricas e, principalmente, experimentais. Neste último caso, medidas locais de variáveis características do escoamento têm sido realizadas, na maioria das vezes, com o auxílio de técnicas intrusivas que, pela sua própria definição, pressupõem o emprego de sondas imersas no meio fluido. A presença física destas sondas, entretanto, além de produzir perturbações no campo de escoamento, ocasionando desvio na trajetória de bolhas e de partículas fluidas, pode provocar distúrbios na interface gás-líquido, comprometendo a confiabilidade dos resultados. Segundo Tassin & Nikitopoulos (1995), o uso destas técnicas deve-se restringir aos casos em que o tamanho das bolhas e/ou a distância média entre elas mostram-se suficientemente grandes, quando comparadas com as dimensões próprias da sonda. Em qualquer outra situação, a utilização de métodos não-intrusivos – dentre os quais inclui-se a visualização de escoamentos –, muito mais do que desejável, torna-se praticamente obrigatória.

A literatura aponta vários artigos envolvendo a visualização de escoamentos como ferramenta para o estudo do movimento ascensional de bolhas gasosas em água e outros líquidos. Nos trabalhos de Tassin & Nikitopoulos (1995), Meng *et al.* (1995) e Saffman (1969), bolhas são geradas na parte inferior do recipiente que contém o líquido e a dinâmica de seu movimento ascendente é captado por uma câmera fixa, posicionada numa região previamente estabelecida da seção de testes. Bhaga & Weber (1981), por sua vez, utilizam uma filmadora deslocando-se com velocidade semelhante àquela de ascensão das bolhas, permitindo identificar dimensões, formas geométricas, configurações de escoamentos e a eventual presença de movimentos secundários em cada uma das fases presentes.

Em trabalho anterior, Vieira *et al.* (1997) propuseram uma técnica experimental não-intrusiva – baseada no processamento e na interpretação de imagens estáticas captadas em película fotográfica –, implementada para investigar o movimento ascendente de pequenas bolhas de ar em meio líquido infinito, deslocando-se com velocidade terminal. Por questões de ordem operacional, apenas dois pontos experimentais puderam ser obtidos naquela oportunidade, impedindo uma análise mais conclusiva sobre a qualidade dos resultados. Ainda assim, os ensaios realizados colocaram em evidência as potencialidades do método, fornecendo os subsídios necessários para o seu aperfeiçoamento. O presente artigo amplia o volume de dados obtidos na primeira fase do trabalho, proporcionando os elementos necessários para uma melhor avaliação da metodologia empregada.

CONSIDERAÇÕES DIMENSIONAIS E FENOMENOLÓGICAS

O movimento ascendente de uma bolha em meio líquido infinito pode se dar em linha reta, em zig-zag ou em espiral uniforme, dependendo dos valores assumidos por determinados parâmetros que regem o fenômeno – Saffman (1969). Segundo Grace (1973), as principais quantidades físicas que caracterizam este problema podem ser expressas pela relação funcional:

$$F(g, \rho_L, \rho_G, \mu_L, \mu_G, \sigma, D, U) = 0 \quad (1)$$

com:

$$D = (6V/\pi)^{1/3} \quad (2)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade,  $\rho$  a densidade,  $\mu$  a viscosidade absoluta,  $\sigma$  a tensão superficial,  $D$  o diâmetro equivalente,  $U$  a velocidade terminal da bolha e  $V$  o seu volume. Os índices  $L$  e  $G$  correspondem, respectivamente, à fase contínua e à fase dispersa, consideradas, na presente análise, como incompressíveis e newtonianas.



A aplicação do teorema dos  $\pi$  de Buckingham às variáveis da Equação (1), resulta na obtenção de cinco grupos adimensionais independentes, quais sejam:

- o número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho_L D U}{\mu_L} \quad (3)$$

- o número de Eötvös:

$$Eo = \frac{g D^2 \rho_L}{\sigma_L} \quad (4)$$

- o número de Morton:

$$Mo = \frac{g \mu_L^4}{\rho_L \sigma_L^3} \quad (5)$$

- a razão de viscosidades:

$$\kappa = \frac{\mu_G}{\mu_L} \quad (6)$$

- a razão de densidades:

$$\gamma = \frac{\rho_G}{\rho_L} \quad (7)$$

Segundo Haberman & Morton (1953), citado por Grace (1973), tanto a densidade quanto a viscosidade da fase dispersa exercem pouca influência sobre a dinâmica do movimento das bolhas. Em vista disso, as propriedades do escoamento podem ser determinadas prescindindo-se dos parâmetros  $\kappa$  e  $\gamma$  como elementos de análise. Por outro lado, dois outros grupos adimensionais aparecem ocasionalmente na literatura especializada:

- o número de Weber:

$$We = \frac{Re^2 Mo^{1/2}}{Eo^{1/2}} \quad (8)$$

- o coeficiente de arrasto:

$$C_D = \frac{4 Eo^{3/2}}{3 Re^2 Mo^{1/2}} \quad (9)$$

ambos resultantes de uma combinação dos parâmetros anteriormente definidos -  $Re$ ,  $Eo$  e  $Mo$ .

É importante acrescentar, ainda, que o coeficiente de arrasto pode ser obtido, alternativamente, a partir da própria equação que o define:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho_L U^2 A} \quad (10)$$

onde  $A$  representa a área projetada da bolha e  $F_D$  a força de arrasto, representada no diagrama de corpo da Figura 1, onde o peso próprio da bolha é desprezado.

Quando a bolha atinge sua velocidade terminal, a força de empuxo ( $F_E$ ) se torna numericamente igual à força de arrasto ( $F_D$ ). Para uma bolha de forma esférica, esta situação pode ser expressa pela seguinte equação:

$$F_D = F_E = \frac{\pi}{6} \rho_L g D^3 \quad (11)$$

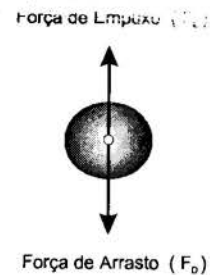


Figura 1 - Deslocamento ascendente de uma bolha gasosa em meio líquido: Diagrama de forças

A substituição deste resultado na Equação (10) produz:

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{g D}{U^2} \quad (12)$$

A forma geométrica de uma bolha gasosa imersa em meio líquido estacionário é determinada pela distribuição de pressão na interface gás-líquido que, por sua vez, depende da interação mútua entre a tensão superficial, o empuxo e as forças de inércia - Durst *et al.* (1986). Nos estudos de Bhaga & Weber (1981), nove diferentes formas de bolhas são identificadas com o auxílio de técnicas de visualização, podendo ser classificadas em três grandes grupos - esférica, elipsoidal e calota esférica/elipsoidal -, em função dos valores assumidos pelos números de Reynolds e Eötvös, como mostra o mapa da Figura 2.

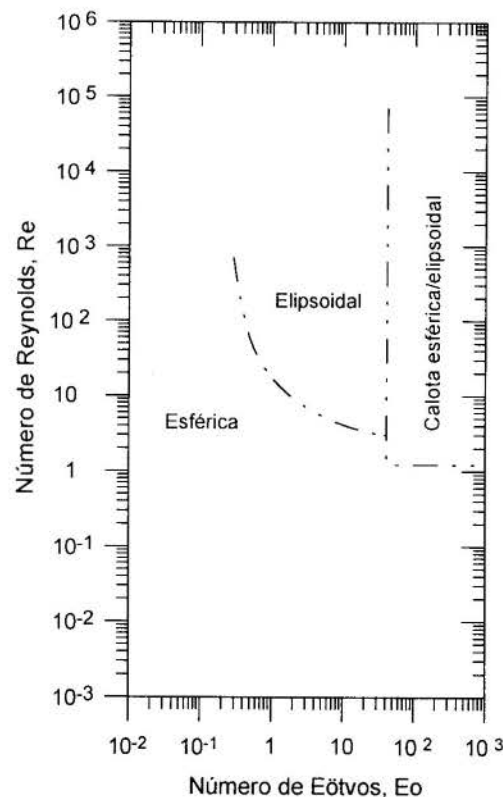


Figura 2 - Mapa de formas para bolhas de gás deslocando-se em meio líquido - adaptado de Grace (1973) e Durst *et al.* (1986).

É bem sabido que as forças oriundas da tensão interfacial atuam no sentido de minimizar a superfície da bolha. Decorre daí que, para números de Eötvos suficientemente pequenos, bolhas gasosas deslocando-se em meio líquido aproximam-se da forma esférica, independentemente dos valores do número de Reynolds. Um alto grau de esfericidade é esperado, também, quando as forças viscosas sobrepujam as forças de inércia. Na prática, esta situação se verifica nos escoamentos a baixo número de Reynolds, qualquer que seja o valor assumido pelo número de Eötvos. Bolhas elipsoidais são encontradas para números de Reynolds relativamente elevados e números de Eötvos intermediários. Calotas esféricas ou elipsoidais, por último, podem ser observadas nas situações em que ambos os parâmetros adimensionais –  $Re$  e  $Eo$  – apresentam valores razoavelmente elevados.

#### DISPOSITIVO E TÉCNICA EXPERIMENTAL

Os resultados apresentados no âmbito deste artigo foram obtidos num túnel hidrodinâmico vertical, com seção de ensaios de  $146 \times 146 \times 500$  mm, construída de maneira a permitir perfeito acesso visual ao escoamento. Este equipamento, representado esquematicamente na Figura 3 e descrito em mais detalhes por Mansur *et al.* (1996), pode operar em modo contínuo ou intermitente (*blow-down*), com velocidades variando entre 3 e 30 cm/s. Devido à presença de telas e colmeias, instaladas à montante da contração, a intensidade turbulenta na seção de testes é mantida em níveis inferiores a 1,1%, mesmo nas condições mais adversas de funcionamento.

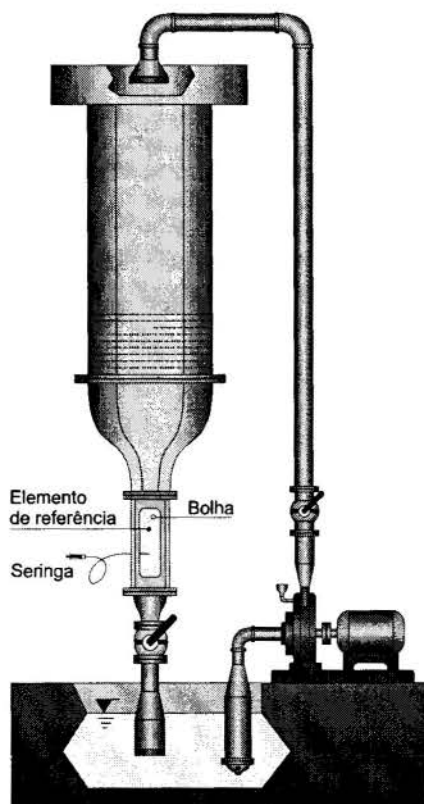


Figura 3 – Túnel hidrodinâmico vertical em circuito aberto, operado pela ação da gravidade.

Em modo de operação intermitente – condição em que foram realizados os presentes ensaios experimentais – o reservatório superior é abastecido por intermédio de um conjunto motobomba, até atingir o seu nível máximo. Em seguida a bomba é desligada, aguardando-se o tempo necessário para que a água no interior do túnel se tranquilize. A válvula de controle de vazão é, então, parcialmente aberta, dando-se início ao ensaio propriamente dito.

Evidentemente, devido à diminuição do nível da água do reservatório superior, a velocidade média do escoamento na seção de testes decresce continuamente durante a operação do túnel. Entretanto, medidas no campo de escoamento, efetuadas por anemometria de fio quente, mostraram que, para velocidades abaixo de 14 cm/s, as flutuações turbulentas são da mesma ordem de grandeza que a diminuição da velocidade média, desde que o tempo de duração do ensaio não ultrapasse 20 s. Respeitada esta condição, a variação da velocidade média fica encoberta pelas flutuações turbulentas, podendo ser desprezada, sem que se incorra em erros significativos.

Bolhas de ar de diferentes diâmetros são introduzidas na corrente descendente da seção de ensaios, por meio de uma pequena seringa equipada de uma longa agulha hipodérmica. Através de um ajuste adequado na vazão do túnel, bolhas de mesmo volume podem ser mantidas estacionárias no interior da seção de testes, onde são facilmente visualizadas numa cota vertical constante. Um procedimento conceitualmente semelhante foi utilizado por Beard & Pruppacher (1969) num estudo sobre a queda de gotas de água em meio atmosférico, desenvolvido com o auxílio de um túnel de vento vertical, alimentado com ar úmido oriundo de um sistema de condicionamento de ar. Do ponto de vista físico, estas duas situações, além de equivalentes entre si, são absolutamente análogas àquela encontrada na maioria dos trabalhos similares da literatura, onde bolhas ou gotas deslocam-se no interior de um meio fluido estacionário.

O diâmetro da bolha ( $D$ ) é determinado fotografando-se um elemento de referência de dimensões conhecidas, cuidadosamente introduzido na seção de testes no mesmo plano onde se situa a bolha estacionária. A velocidade terminal da bolha ( $U$ ), por sua vez, é obtida a partir da medida direta da vazão mássica do túnel hidrodinâmico, considerando-se um perfil de velocidades uniforme na seção de ensaios.

#### RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 4 apresenta a imagem digitalizada de uma bolha de ar fotografada durante a realização de um ensaio com velocidade terminal  $U = 12,0$  cm/s. Nesta condição de teste, pode-se observar que a forma geométrica da bolha apresenta excelente esfericidade – diâmetro medido a partir da imagem digital:  $D = 1,05$  mm.

Os resultados experimentais da Figura 5 são comparados com dados de outros autores, fornecidos por Grace (1973). Ainda que a concordância entre eles se mostre satisfatória, deve-se ressaltar a incerteza embutida no cálculo dos números de Eötvos e Morton, que decorre, sobretudo, do valor adotado para a tensão superficial da fase contínua  $\sigma_L$ , considerada, nesta análise, como água filtrada a 24,5 °C. É importante salientar que a totalidade dos pontos experimentais situa-se inteiramente na região de bolhas esféricas, como indicado na Figura 2. Este resultado mostra-se em perfeita sintonia com o que se observa visualmente na análise das imagens captadas em fotografia.

A Figura 6 compara o coeficiente de arrasto  $C_D$  experimental com os fornecidos por Harper (1972). A linha tracejada

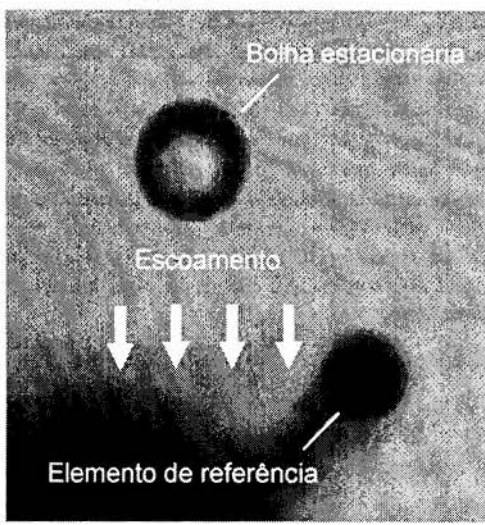


Figura 4 - Bolha de ar em velocidade terminal: imagem digitalizada, captada originariamente em película fotográfica.

corresponde ao coeficiente de arrasto de uma esfera rígida, calculado pela correlação:

$$C_D = \frac{24}{Re} \left( 1 + 0.15 Re^{0.687} \right) \quad (13)$$

preconizada por Durst *et al.* (1986) e válida para  $Re \leq 10^3$ . A diferença entre os dados relativos às bolhas gasosas e à esfera rígida deve-se, sobretudo, ao movimento do fluido no interior da bolha que, evidentemente, modifica a configuração do escoamento nas proximidades da interface gás-líquido.

## CONCLUSÃO

No presente artigo, uma técnica experimental não-intrusiva foi proposta para quantificar as principais variáveis relativas ao movimento ascendente de pequenas bolhas de ar deslocando-se com velocidade terminal em meio líquido infinito. Pela metodologia implementada - baseada exclusivamente na visualização de escoamentos em túnel hidrodinâmico -, a bolha gasosa permanece estacionária relativamente à seção de testes, enquanto a fase líquida escoava no sentido vertical descendente. Este procedimento, além de permitir melhor observação visual do fenômeno físico, facilita sobremaneira a tomada de imagens, posto que o aparato destinado a este fim - câmara fotográfica ou filmadora - pode ser montado sobre um tripé fixo. Na maioria dos trabalhos correlatos encontrados na literatura, o equipamento de captura de imagens é montado sobre um dispositivo de movimentação que lhe permite acompanhar o movimento ascendente das bolhas.

Uma avaliação preliminar das incertezas experimentais inerentes ao procedimento adotado indica a necessidade de obtenção de dados mais confiáveis para a viscosidade e, principalmente, para a tensão superficial do líquido - água da rede urbana -, considerado, neste estudo, como livre de impurezas. Ainda assim, as comparações efetuadas com dados da literatura apresentaram concordância satisfatória, revelando as potencialidades do método e fornecendo subsídios para futuros desenvolvimentos.

Numa próxima etapa desta pesquisa, a mesma técnica experimental será empregada na análise do movimento de bolhas

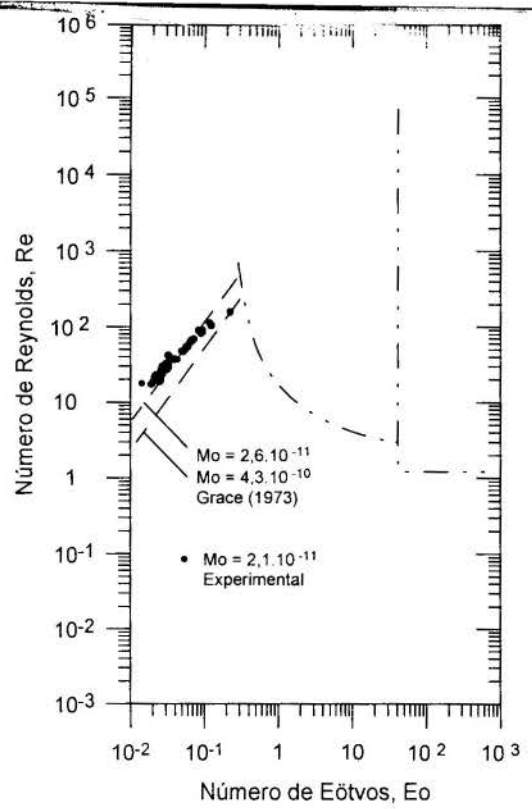


Figura 5 -  $Re$  versus  $Eo$ : comparação entre resultados experimentais e dados da literatura - Grace (1973).

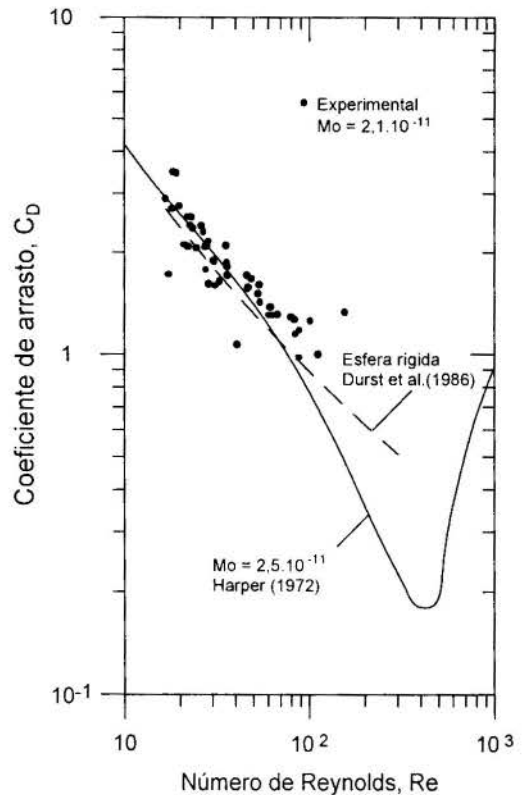


Figura 6 -  $C_D$  versus  $Re$ : comparação entre resultados experimentais e dados da literatura.

de dimensões maiores, cuja geometria se afasta substancialmente da forma esférica. Para isto, o emprego de uma câmera de grande formato – negativos preto & branco, 120 × 180 mm – está sendo avaliado, o que aumentaria a resolução das imagens obtidas e, conseqüentemente, a qualidade dos resultados.

#### AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – FAPESP (Proc. 95/6833-4).

#### REFERÊNCIAS

- Beard, K.V. & Pruppacher, H.R. A determination of the terminal velocity and drag of small water drops by means of a wind tunnel, *Journal of Atmospheric Sciences*, v.26, pp.1066-1072, 1969.
- Bhaga, D. & Weber, M.E. Bubbles in viscous liquids: shapes, wakes and velocities, *Journal of Fluid Mechanics*, v.105, pp.61-85, 1981.
- Durst, F., Schönung, B., Selanger, K & Winter, M. Bubble-driven liquid flows, *Journal of Fluid Mechanics*, v.170, pp.53-82, 1986.
- Grace, J.R. Shapes and velocities of bubbles rising in infinite liquids, *Trans. Instn. Chem. Engrs*, v.51, pp.116-120, 1973.
- Harper, J.F. The motion of bubbles and drops through liquids, *Advances Applied Mechanics*, v.12, pp.59-129, 1972.
- Mansur, S.S., Vieira, E.D.R., Saito, M. & Esperança, G.A.S. Visualização experimental de escoamento ao redor de cilindros de base quadrada posicionados transversalmente ao fluxo livre. in: *Anais do VI Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas / VI Congreso Latinoamericano de Transferencia de Calor y Materia*, v.2, pp.1103-1108, Florianópolis, 1996.
- Meng, H., Boot, P. & Van Der Geld, C.W.M. High pressure optical measurements of sizes, velocities and longitudinal positions of bubbles, *International Journal of Multiphase Flow*, v.21, n.1, pp.95-105, 1995.
- Saffman, P.G. On the rise air bubbles in water, *Journal of Fluid Mechanics*, v.1, pp.249-275, 1969.
- Tassin, A.L. & Nikitopoulos, D.E. Non-intrusive measurements of bubble size and velocity, *Experiments in Fluids*, v.19, pp.121-132, 1995.
- Vieira, E.D.R., Pantaleão, A.V., Mansur, S.S. & Zapparoli, E.L. Estudo experimental da ascensão de pequenas bolhas de ar imersas em meio líquido, in: *Anais do IV Encontro Latino-Americano de Fluidomecânica - ELAF'97*, IAHR Divisão Latino-Americana, v.1, pp.167-170, Itajubá, 1997.

#### ABSTRACT

*Local measurements in dispersed two-phase liquid-gas flows have usually been performed using intrusive probes which can modify the flow pattern and introduce considerable error in the measured variables. This paper concerns to the use of a non-intrusive technique for studying the motion of single gas bubbles rising through an infinite liquid medium at terminal velocity. The present investigations were carried out in a vertical water tunnel of low turbulence operated by gravitational action, specially designed and constructed to flow visualization purposes. Air bubbles of different diameters have been introduced into*

*descendent flow of the test section by a long hypodermic needle. These bubbles may be kept stationary in the test section by an adequate flow rate control which allows to equilibrate buoyancy and drag forces. Under this equilibrium condition, the size of bubbles, drag coefficient and other parameters may be determined by visualization techniques. The generated images have been captured in photographic film, digitized and processed for further quantitative analysis. Experimental results are presented in terms of convenient dimensionless groups and compared with the available literature data showing a good agreement.*



## HEAT TRANSFER MECHANISM OF THE SINGLE BUBBLE GROWTH IN A NON-UNIFORM TEMPERATURE FIELD

**Rogério Ribeiro and Jurandir Itizo Yanagihara**

Department of Mechanical Engineering  
Escola Politécnica – University of São Paulo  
05508-900 – São Paulo – SP – Brazil

### SUMMARY

*Single water vapor bubbles departing with about constant frequency and diameter are produced in a pool boiling experiment at subatmospheric pressures. Single bubbles means: only one active nucleation site on the heating surface is considered. The bubbles of constant frequency and departure diameter are identified in the boiling curves ( $h$  vs.  $\dot{q}$ ); the experimental heat transfer coefficients are compared with values from correlation equations for nucleate boiling heat transfer. A simple theory was introduced to explain the measured heat fluxes.*

### INTRODUCTION

Since the beginning of this century many experimental and theoretical works have been published, which had the objective to understand the phenomenon of evaporation. Rayleigh (1917) was one of the pioneers. Nevertheless there are still unknown facts about the heat transfer mechanisms during bubble growth. We do have many theoretical-experimental correlations, which are used to design heat exchangers, boilers and other apparatus, but there are still doubts concerning the heat transfer mechanisms and the boundary conditions under which they would be predominant (see e.g. the interesting work from Fujita, 1992). One evidence of the importance of this subject may be the great number of recently published articles: research on heat transfer mechanisms during bubble growth receives again great attention. The effect of heating surfaces considering spatial and temporal variations of surface-temperature has been investigated. Some interesting works by Fyodorov and Klimenko (1989), Bergez and Giovannini (1991), Stephan and Hammer (1994), Guo and El-Genk (1994) or Pasamehtoglu and Unal (1993) should be mentioned. Due to the complexity of the problem the approach now goes to numerical simulations.

The work of Leiner and Gorenflo (1992) shows an illustrative scheme of the mechanisms of heat transfer by nucleate boiling and Dhir (1990) resumes these as: 1) transient conduction (between two consecutive bubbles), 2) forced convection due to the movement of the growing bubble (microconvection), 3) evaporation through the liquid-vapor interface, 4) natural (or forced) convection far away from the bubbles.

There is an area where the heat transfer is affected by the presence of the bubble, and an area where it is not. Natural convection and forced convection due to global flow (convective boiling) occur in the domain outside of the influence of the bubbles. This characterises sensible heat transport.

In the domain of bubble-influence there occurs microconvection. There are also convective phenomena due to the induced movement of fluid by surface tension along the bubble (Marangoni-Convection). The temperature differences in

this region activates the surface tension gradients. These phenomena characterise also sensible heat transport.

Also in the domain of bubble-influence there occurs evaporation of a microlayer of liquid, evaporation around the bubble and heat conduction across the dry spot under the bubble. For some bubble-growth regimes, e.g. those achieved in this work, the bubble has not a hemispherical shape, but spherical, so that the evaporation of the microlayer gives place to a more localised process, which would be occurring in the contact region solid-liquid-vapor, the so called three-phase-line (TPL) as denominated and discussed by Mitrovic (1997) and modelled in the works of Stephan and Hammer (1994) and Golobic et al. (1996). These phenomena characterise latent heat transport in nucleate boiling.

The descriptions are only qualitative and until now there are no closed models for the prediction of general characteristics for heat transfer processes in nucleate boiling based on data of the heating surface and the working fluid.

The conventional approach for the determination of heat fluxes in nucleate boiling on large surfaces with many active nucleation sites can not give information on energy transferred separately for evaporation, microconvection or natural convection. For these large surfaces Fujita (1992) presents interesting results.

In the present work we present results obtained for single vapor bubbles in nucleate pool boiling, which were departing with about constant frequency and diameter. The working fluid was water. A stainless steel surface was heated only in a small spot in order to avoid the occurrence of natural convection. Thus it is possible to associate the supplied heat directly to the sequence of growing bubbles.

### EXPERIMENTS

Experimental Apparatus. The experimental apparatus is shown in Fig. 1. It consists basically of a pressure vessel encasing the heating system which consists of a copper rod with an electric heater and a stainless steel housing.

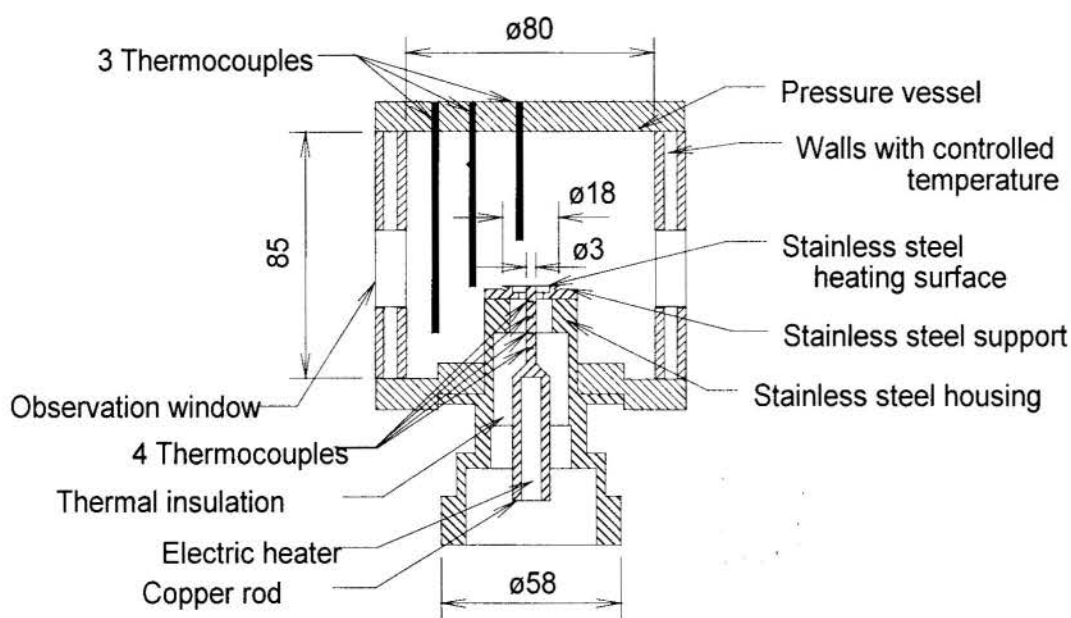


Fig. 1 - Experimental Apparatus: Pressure vessel + Heating system (Dimensions in mm)

The pressure vessel is a stainless steel cylinder (AISI 304) with double walls, so that a tempering fluid can flow in the space between. Thus the working fluid inside the vessel is kept at saturation temperature. Five observation windows around and at the top of the vessel allow visual recording e.g. by a video camera. The internal volume is approximately 0.4 liter.

The copper rod of the heating system is made of highly pure copper. The upper part of this rod is 25 mm long with a diameter of 3 mm. Four thermocouples (copper-constantan) are mechanically fixed along this part of the rod. The top of the rod is soldered to the centre of a small stainless steel sheet (AISI 304) which is 50  $\mu\text{m}$  thick and 18 mm in diameter. This sheet, which is heated only in its centre, represents the heating surface. Only the edges of this sheet were electron beam welded to the stainless steel support in order to keep radial conduction heat losses small. The heating surface was polished and an artificial cavity about 30  $\mu\text{m}$  in diameter was produced with a laser beam in its centre in order to suppress activity of other cavities.

In this configuration, the single bubble is created in the 30  $\mu\text{m}$  nucleus, it grows on the 3 mm directly heated spot and to a small extent on the 18 mm surface.

The measurement system consists of a microprocessor voltmeter connected to a selector switch for the thermocouples along the upper part of the copper rod and 3 nickel/chromium-nickel thermocouples inside the pressure vessel, a pressure transducer; a high resolution CCD shutter camera (Pulnix-TM 765) with macro lens (2.8/50); a stroboscope and a power supply (HP 6655A). The thermocouples and the pressure transducer were calibrated with this measurement system.

Equations for the experimental results. The saturation temperature ( $T_s$ ) of the fluid is calculated as the arithmetic mean of the temperatures from three nickel/chromium-nickel thermocouples arranged inside the pressure vessel. The heat flux supplied to the heating surface ( $\dot{q}$ ) and the local superheat ( $\Delta T = T_w - T_l$ ) were calculated from the linear distribution of the temperatures measured along the copper rod. The boiling heat transfer coefficient ( $h$ ) follows from eq. (1):

$$h = \frac{\dot{q}}{T_w - T_l} \quad (1)$$

Two correlation equations for  $h$  from the literature were used to compare the results. The correlations were taken from VDI-Wärmeatlas (1994) and from Cooper (1984). The results of the calculations were quite similar. Thus only the results by Cooper (1984), with a slightly better agreement with our experimental results, will be described in this work. The correlation equation from Cooper (1984) is:

$$h_t = 55(\dot{q})^{0.67} \tilde{M}^{-0.5} p_r^{0.12} (-\log_{10} p_r)^{-0.55} \quad (2)$$

where  $h_t$  in  $\text{W/m}^2 \text{K}$  (theoretical heat transfer coefficient)

$\dot{q}$  in  $\text{W/m}^2$

$\tilde{M} = 18.015 \text{ kg/kmol}$  (molecular weight of water)

$p_r = p/p_c$  (reduced pressure)

$p_c = 22.1 \text{ MPa}$  (critical pressure of water)

The volume of the single bubbles was calculated as the volume of an ellipsoid, which is the shape of the observed bubbles and from this the diameter ( $d_d$ ) of an equivalent spherical bubble was obtained.

The latent energy transfer to the single bubbles in one cycle per unit area ( $Q_{ev}^*$ ) was calculated from their departure diameter ( $d_d$ ) according to eq.(3). The reference area is the directly heated spot area ( $d = 3 \text{ mm}$ ) of the surface.

$$Q_{ev}^* = \frac{2}{3} \frac{d_d^3 \rho_g h_{fg}}{d^2} \quad (3)$$

where  $\rho_g$  is the vapor density in  $\text{kg/m}^3$

$h_{fg}$  is the specific enthalpy of evaporation in  $\text{J/kg}$

In order to calculate the energy transfer during the waiting time, it is considered a one dimensional heat conduction process, which takes place during the waiting time. The boundary condition is a constant wall superheat (measured). The initial condition is fluid at the saturation temperature, which hits the

surface after bubble departure. The energy equation and the boundary conditions are:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

and

$$\begin{aligned} T(x,0) &= T_l \\ T(\infty,t) &= T_l \quad t > 0 \\ T(0,t) &= T_w \quad t > 0 \end{aligned} \quad (4)$$

where  $\alpha_1$  is the thermal diffusivity of the liquid in  $m^2/s$   
 $x$  is the space coordinate in  $m$  ( $x = 0$  at the surface;  
 $x = \infty$  in the liquid, far from the surface)  
 $t$  is the time in  $s$

The eq. (4) is valid for the waiting time ( $0 \leq t \leq t_w$ ). According to Carslaw and Jaeger (1959), the solution to this equation is:

$$\frac{T - T_l}{T_w - T_l} = \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{\alpha_1 t}} \right) \quad (5)$$

Where  $\operatorname{erfc}()$  is the complementary error function. Thus the heat flux at the surface (for  $x = 0$ ),  $\dot{q}_{cond}$ , can be calculated as follows:

$$\dot{q}_{cond} = -k_l \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (6)$$

where  $k_l$  is the thermal conductivity of the liquid in  $W/m \cdot K$

The energy transfer during the waiting time in one cycle to the fluid per unit area ( $Q_{cond}^*$ ) is:

$$Q_{cond}^* = \int_0^{t_w} \dot{q}_{cond} dt = \frac{2k_l(T_w - T_l)}{\sqrt{\pi\alpha_1}} t_w^{1/2} \quad (7)$$

The theoretical heat flux is the sum of the energy transfer during bubble growth and energy transfer during the waiting time, divided through the sum of waiting and growth times ( $t_w + t_g = 1/f$ ). Thus the theoretical heat flux is:

$$\dot{q}_t = (Q_{ev}^* + Q_{cond}^*)f \quad (8)$$

where  $f$  is the measured frequency of the single bubbles. The assumption in eq. (4) of constant wall superheat in space and time can be questioned, as discussed in Kenning (1992). New models to calculate the heat flux in nucleate boiling consider the spatial and temporal variations of the surface superheating (see e.g. Golobic et al., 1996; or Stephan and Hammer, 1994). However these models consider the temperature variations in the *growing time*. Here it is considered as a first approximation that the surface temperature in the *waiting time* is constant. The value of the waiting time ( $t_w$ ) was estimated from the pictures of the bubbles, which were recorded with the CCD-camera.

The observed departure diameter was compared with results from Kutateladze and Gongonin (1979), presented in the work of Jensen and Memmel (1986) as the equation of best overall fit of

examined data (45.4%!). This shows the considerable scatter in the data of departure diameter in the literature. The equation is:

$$d_{dt} = 0.25(1 + 10^5 K)^{1/2} \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_g)}}$$

where

$$K = \left( \frac{Ja}{Pr_l} \right)^2 \left\{ \left[ \frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_g)}{\mu_l^2} \right] \left[ \frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_g)} \right]^{3/2} \right\}^{-1} \quad (9)$$

where  $\sigma$  is the surface tension in  $N/m$

$g$  is the gravitational acceleration in  $m/s^2$

$\rho_l, \rho_g$  are the density of the liquid and of the vapor, respectively, in  $kg/m^3$

$\mu_l$  is the absolute viscosity of the liquid in  $kg/m \cdot s$

$Pr_l$  is the Prandtl number of the liquid

$Ja$  is the Jakob number defined below:

$$Ja = \frac{(T_w - T_l)c_{pl}\rho_l}{\rho_g h_{fg}} \quad (10)$$

where  $c_{pl}$  is specific heat capacity at constant pressure of the liquid in  $J/kg \cdot K$ .

The critical heat flux ( $\dot{q}_c$ ) was obtained from a correlation equation presented by Stephan (1988):

$$\dot{q}_c = 0.145h_{fg}\sqrt{\rho_g}[\sigma(\rho_l - \rho_g)g]^{1/4} \quad (11)$$

## EXPERIMENTAL RESULTS

These experimental results for the single bubbles and a comparison of measured bubble growth with theories from the literature was firstly presented in Hahne and Ribeiro (1998). In the present work we want to emphasize the assumption of transient heat conduction during the waiting time and the comparison between the theoretical heat flux and the measured values.

Our results are presented in boiling curves ( $h$  vs.  $\dot{q}$ ) and in a comparison of our experimental heat transfer coefficients ( $h$ ) with those obtained with Cooper's correlation (Eq. 2) ( $h_i$ ) for the saturation temperatures: 345.8 K, 350.7 K and 355.3 K. For these temperatures single bubbles were produced. Considerations are then made about the departure diameters of these bubbles and about the calculated heat flux ( $\dot{q}_t$ ) and the measured heat flux ( $\dot{q}$ ).

**Boiling curves.** The experiments were conducted with demineralized water. At each saturation temperature many measurements within a large range of heat fluxes were carried out.

Descriptive data for the three saturation temperatures are presented in Table I: - the critical heat flux; - the minimum and maximum heat fluxes supplied; - the values of  $C$  and  $n$  in the simplified correlation  $h = C(\dot{q})^n$  ( $h$  in  $W/m^2 \cdot K$ ;  $\dot{q}$  in  $W/m^2$ ). These values were obtained from our experimental results by the least square method. They were calculated for three cases: - for all data points ( $n_1, C_1$ ); - for data points obtained for non-constant bubble frequency and non-constant departure diameter ( $n_2, C_2$ ); - for data points obtained for constant bubble frequency and

departure diameter ( $n_3, C_3$ ) for each saturation temperature. For Cooper's equation (Eq. 2),  $n_{coop}, C_{coop}$  values were calculated.

In Fig. 2 the boiling curve ( $h$  vs.  $\dot{q}$ ) for the saturation temperature  $T_l = 345.8$  K is shown. The experiments were

conducted from the higher heat fluxes to the lower. For all the data of Fig. 2 :  $n_1 = 0.72 ; C_1 = 2.4$ .

Table 1 - Parameters of operation:  $n$  and  $C$  for the correlation equation  $h = C(\dot{q})^n$

$T_l$ K	$\dot{q}_c$	$\frac{\dot{q}_{min}}{\dot{q}_c}$ %	$\frac{\dot{q}_{max}}{\dot{q}_c}$ %	$n$	$C_1$	$n_2$	$C_2$	$n_3$	$C_3$	$n_{coop}$	$C_{coop}$
345.8	790	18	85	0.72	2.4	0.77	1.2	0.32	$3 \times 10^2$	0.67	3.4
350.7	858	21	70	0.83	0.5	0.87	0.3	-	-	0.67	3.6
355.3	932	2	83	0.62	8.0	0.75	1.7	0.07	$3 \times 10^3$	0.67	3.7

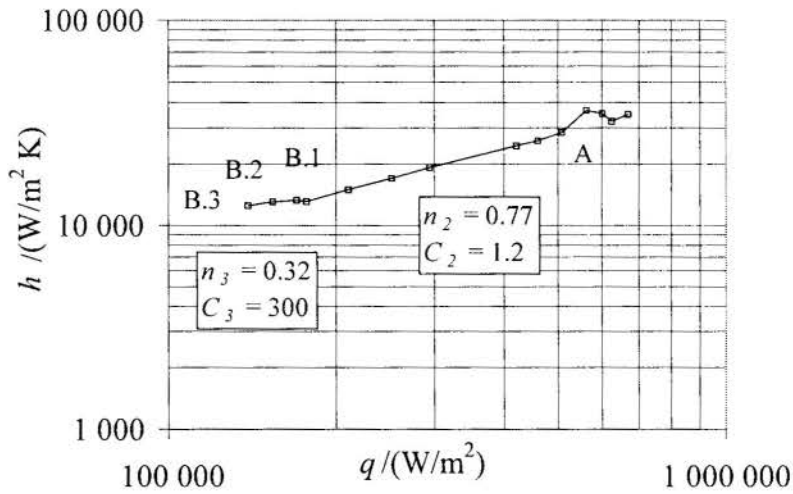


Fig. 2 - Boiling Curve -  $h$  vs.  $\dot{q}$  ;  $T_l = 345.8$  K

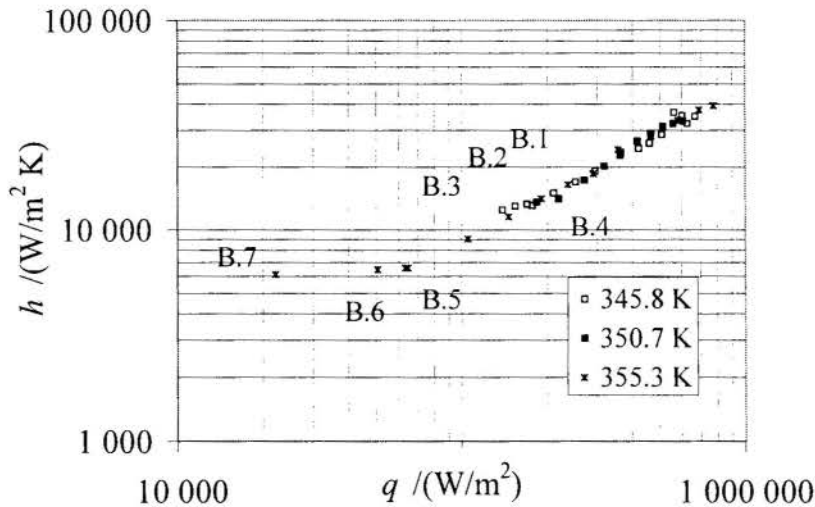


Fig. 3 - Boiling Curves -  $h$  vs.  $\dot{q}$



The three points identified with the letter A in Fig. 2 indicate a strange behaviour: as the heat flux was reduced, the boiling heat transfer coefficient increased, because the superheat temperature of the surface decreased disproportionately. Following this sequence the system turned back to a "normal" behaviour ( $h$  decreasing with  $\dot{q}$  decreasing). The points marked with B.1, B.2,

B.3 correspond to the conditions of constant bubble frequency and constant departure diameter for the single bubbles at  $T_l = 345.8$  K. The departure diameters were always of the same order of magnitude around the diameter of the directly heated spot (3 mm). The frequencies varied with heat flux from  $f = 41.7$  to 47.7 Hz (Table 2).

Table 2 - Descriptive data for bubbles with constant  $f$  and  $d_d$

Bubble	$T_l$ K	$\Delta T$ K	$h$ kW/m <sup>2</sup> K	$f$ Hz	$d_d$ 10 <sup>-3</sup> m	$d_{dt}$ 10 <sup>-3</sup> m	$\dot{q}$ kW/m <sup>2</sup>	$\dot{q}_t$ kW/m <sup>2</sup>	$\frac{\dot{q}_t - \dot{q}}{\dot{q}} 100$	$f^{1/2} d_d$ 10 <sup>-3</sup> m/s <sup>1/2</sup>	$f^2 d_d$ m/s <sup>2</sup>
B.1	345.8	12.8	13.3	41.7	4.34	8.31	170	182	7.1	28.0	7.5
B.2	345.8	11.8	13.1	45.3	3.97	7.67	154	153	-0.6	26.7	8.2
B.3	345.8	11.1	12.5	47.7	3.68	7.22	139	122	-12.2	25.4	8.4
B.4	350.7	13.5	13.6	42.3	4.09	7.32	184	193	4.9	26.6	7.3
B.5	355.3	9.6	6.6	20.7	3.18	4.46	63	67	6.3	14.5	1.4
B.6	355.3	7.8	6.5	20.7	2.95	3.65	51	54	5.9	13.4	1.3
B.7	355.3	3.6	6.1	10.7	2.94	1.78	22	22	0.0	9.6	0.3

The curve  $h = C(\dot{q})^n$  for bubbles with constant frequency and departure diameter is different from the rest of the data. It depends very weakly on  $\dot{q}$ , i.e. the inclination exponent  $n$  is small. This occurs because the wall temperature varies more or less directly proportional to the heat flux (Table 2). The same tendency is exhibited in Fig. 3 for points B.5, B.6, B.7 which represent results for constant  $f$  and  $d_d$  at  $T_l = 355.3$  K. The respective  $n_3$  exponent in Table 1 is 0.07; for points B.1, B.2, B.3 it is 0.32. For comparison this exponent for non-constant  $f$  and  $d_d$  is between 0.75 and 0.87. For small inclinations  $n$ , consequently the factor  $C$  (ordinate section at  $\dot{q} = 1$ ) is large; here for  $T_l = 345.8$  and 355.3 K,  $C_3 = 300$  and 3000.

For  $T_l = 350.7$  K only one point B.4 was registered for constant  $f$  and  $d_d$ .

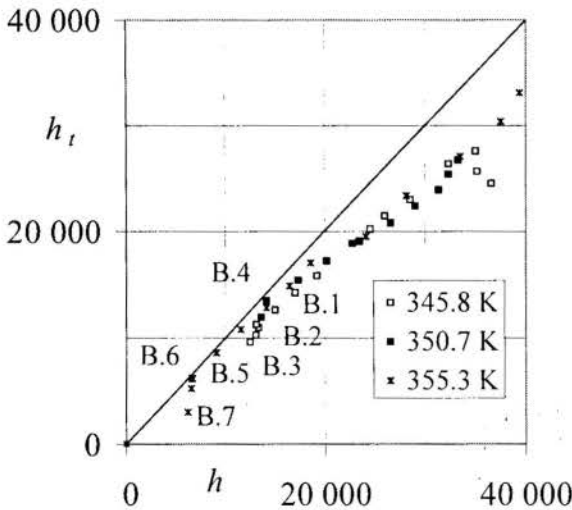


Fig. 4 - Comparison of  $h_t$  with  $h$

In Fig. 4 our experimental results are compared to results obtained with Cooper's correlation (Eq. 2). This correlation underestimates  $h$ . The higher the heat fluxes, the higher is the deviation. With the correlation an inclination of  $n_{coop} = 0.67 = \text{const.}$  and a  $C_{coop} = 3.4$  is obtained for  $T_l = 345.8$  K. This inclination is smaller than obtained in most of

our experiments  $n_1 = 0.72$ ,  $n_2 = 0.77$  (345.8 K),  $n_1 = 0.83$ ,  $n_2 = 0.87$  and  $n_1 = 0.62$ ,  $n_2 = 0.75$  (for 350.7 and 355.3 K respectively), but the difference is not very large. It should be noted that Cooper's correlation was obtained for boiling results on large heating surfaces with many irregularly appearing bubbles.

**Departure diameters and heat flux.** In Table 2 some descriptive data for the constant  $f$  and  $d_d$  bubbles are given. For three different saturation temperatures there are the values of the wall superheat  $\Delta T$ , the experimental heat transfer coefficient from eq. (1),  $h$ , the measured frequency of bubble release, departure diameter (mean value for a sample of circa 80 bubbles), departure diameter as calculated with eq. (9), measured heat flux  $\dot{q}$ , theoretical heat flux from eq. (8)  $\dot{q}_t$ , the deviation between them, and two parameters relating measured frequency of release to departure diameter.

These bubbles were produced for heat fluxes  $\dot{q} \leq 0.21 \dot{q}_c$ .

The departure diameter  $d_{dt}$ , as predicted by eq. (9), is larger than the measured departure diameter  $d_d$ , except for bubble B.7.

The amount of latent energy transferred in the vapor of the bubbles is high (57 to 76 % of the total measured energy supplied to the surface). Considering that the diameter of the directly heated spot is about the same order of magnitude as the departure diameter of the bubbles, it can be said that more than half of the supplied heat is used for the evaporation process. The rest of the energy was probably transferred during the waiting time by transient conduction. The superheated liquid layer formed by this transient conduction is then mixed with the main body of fluid. The mixing process is probably due to the forced convection (microconvection), which is induced by the movement of the bubbles. This assumption gave good results, as can be seen in the comparison of the theoretical heat flux ( $\dot{q}_t$ ) and the measured heat flux ( $\dot{q}$ ) in table 2. The maximal absolute deviation is 12.2 % (mean absolute deviation is 5 %).

For the bubbles B.1, B.2, B.3 ( $T_l = 345.8$  K) it is observed that reducing  $\dot{q}$ ,  $f$  increases, and  $d_d$  decreases. For the bubbles B.5, B.6, B.7 ( $T_l = 355.3$  K) only a large reduction of  $\dot{q}$  reduces the frequency while the departure diameter does not decrease very much.

For inertia-controlled bubble growth, Ivey (1967) proposed a value of  $f^2 d_d = 0.81g$  ( $=7.95$ ). This value is approximately obtained for bubbles B.1 through B.4. But for these bubbles also the product  $f^{1/2} d_d$  remains approximately the same, which,

according to Ivey (1967), seems to be characteristic for heat-transfer-controlled growth.

## SUMMARY OF RESULTS

1) Single bubbles heat transfer coefficients are larger than calculated with correlations by Cooper (1984) and by VDI-Wärmeatlas (1994). The higher the heat transfer coefficient, the larger the difference.

2) For single bubbles with constant frequency and departure diameter the heat transfer coefficient depends only little on heat flux. Changes in heat flux cause a more or less directly proportional change in wall temperature. The effect of frequency and departure diameter is not clear: for high heat fluxes ( $\dot{q} \geq 139 \text{ kW/m}^2$ ) at  $T_l = 345.8 \text{ K}$ , a decreasing  $\dot{q}$  causes an increasing  $f$  and a decreasing  $d_d$ . For low heat fluxes ( $\dot{q} \leq 63 \text{ kW/m}^2$ ) at  $T_l = 355.3 \text{ K}$ , a decreasing  $\dot{q}$  causes both a decreasing  $f$  and a slightly decreasing  $d_d$ .

3) For irregularly arising single bubbles with varying departure diameter the exponent  $n$  in  $h = C(\dot{q})^n$  agrees quite well with that in the literature found for large heating surfaces with a multitude of varying bubbles.

4) The amount of latent energy transferred to the vapor of the bubbles is high (57 to 76 % of the total measured energy supplied to the surface).

5) The assumption of transient heat conduction during the waiting time gives good results for the heat flux. Theoretical values of the heat flux, which consider this assumption and the heat transported in the vapor of the bubbles, agreed well with the measured values.

## REFERENCES

- Bergez, W., Giovannini, A., 1991, "Heat transfer in heating wall during microlayer evaporation in nucleate boiling", *Phase Change Heat Transfer - ASME, HTD - vol. 159*, pp.81-87.
- Carslaw, H.S., Jaeger, J.C., 1959, "Conduction of heat in solids", 2<sup>nd</sup> ed., Oxford University Press.
- Cooper, M. G., 1984, "Heat flow rates in saturated nucleate pool boiling - A wide-ranging examination using reduced properties", in: *Advances in Heat Transfer*, vol.16, pp.157-239.
- Dhir, V. K., 1990, "Nucleate and transition boiling heat transfer under pool and external flow conditions", *Proceedings, 9<sup>th</sup> Int. Heat Transfer Conf.*, vol. 1, pp.129-155.
- Fujita, Y., 1992, "The State of the Art - Nucleate boiling mechanism", *Proceedings of the Engineering Foundation Conf on Pool and External Flow Boiling*, California, pp. 83-97.
- Fyodorov, M. V., Klimenko, V. V., 1989, "Vapor bubble growth in boiling under quasi-stationary heat transfer conditions in a heating wall", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.32, pp.227-242.
- Golobic, I., Pavlovic, E., Strgar, S., Kenning, D. B. R., Yan, Y., 1996, "Wall temperature variations during bubble growth on a thin plate: computations and experimentations", *Eurotherm Seminar*, N<sup>o</sup> 48, Paderborn - Germany.
- Guo, Z., El-Genk, M. S., 1994, "Liquid microlayer evaporation during nucleate boiling on the surface of a flat composite wall", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 37, pp.1641-1655.
- Hahne, E., Ribeiro, R., 1998, "Single bubble heat transfer in nucleate pool boiling", *Proceedings of the 11<sup>th</sup> Int. Heat Transfer Conference*, Kyongju - Korea.
- Ivey, H.J., 1967, "Relationships between bubble frequency, departure diameter and rise velocity in nucleate boiling", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 10, pp.1023-1040.
- Jensen, M. K., Memmel, G. J., 1986, "Evaluation of bubble departure diameter correlations", *Proceedings, 8<sup>th</sup> Int. Heat Transfer Conference*, vol. 4, pp.1907-1912.
- Kenning, D.B.R., 1992, "Wall temperature variations and the modelling of bubble nucleation sites", *Proceedings of the Engineering Foundation Conf. on Pool and External Flow Boiling*, California, pp. 105-110.
- Kutateladze, S.S., Gogonin, I.I., 1979, "Growth rate and detachment diameter of a vapor bubble in free convection boiling of a saturated liquid", *High Temperature*, vol. 17, pp. 667-671.
- Leiner, W., Gorenflo, D., 1992, "Methods of predicting the boiling curve and a new equation based on thermodynamic similarity", *Proceedings of the Engineering Foundation Conf on Pool and External Flow Boiling*, California, pp.99-103.
- Mitrovic, J., 1997, "Formation of a liquid jet after detachment of a vapor bubble", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 40, n. 18, pp.4309-4317.
- Pasamehtoglu, K. O., Unal, C., 1993, "The effect of heater material and thickness on the saturated pool nucleate boiling curve", *Phase Change Heat Transfer - ASME, HTD - Vol. 262*, pp. 33-43.
- Rayleigh, R., 1917, "Pressure due to collapse of bubbles", *Phil. Mag.*, vol. 94.
- Stephan, K., 1988, "Wärmeübergang beim Kondensieren und beim Sieden", Springer Verlag.
- Stephan, P., Hammer, J., 1994, "A new model for nucleate boiling heat transfer", *Wärme- und Stoffübertragung*, vol. 30, pp.119-125.
- "VDI - Wärmeatlas", 1994, 7. Auflage, VDI Verlag.

## CONDENSAÇÃO PELICULAR SOBRE DUTOS INCLINADOS DE SEÇÃO ELÍPTICA

Antonio M. D. de Figueiredo<sup>(i)</sup> e Aldélio Bueno Caldeira<sup>(ii)</sup>

<sup>(i)</sup> PEM/COPPE/UFRJ

21945-970 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil

<sup>(ii)</sup> IPD/CTEX

23020-470 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil

### SUMÁRIO

*Apresenta-se um modelo para o processo de condensação pelicular sobre dutos inclinados de seção elíptica, considerando os efeitos da tensão superficial. Duas soluções são propostas, uma analítica, pelo método das características, e outra numérica, por diferenças finitas. Os resultados mostram o desenvolvimento e o colapso pelicular, bem como, a influência da tensão superficial sobre a película de condensado, reduzindo o coeficiente médio de transferência de calor no processo de condensação.*

### INTRODUÇÃO

O presente trabalho apresenta um modelo analítico descritivo do processo de condensação pelicular sobre dutos inclinados de seção elíptica. Nesta disposição, dutos de mesmo perímetro apresentam maior superfície de condensação por unidade de volume do condensador do que quando dispostos horizontal ou verticalmente; o efeito da ação gravitacional é menor do que nas disposições verticais, embora maior do que nas horizontais.

Ao contrário das disposições horizontais, em dutos verticais ou inclinados a região de desenvolvimento da película estende-se por seções transversais sucessivas. Por outro lado, ao contrário das disposições verticais, em dutos horizontais ou inclinados a drenagem do condensado é intensificada pelo colapso da película, na parte inferior do duto. Assim, em dutos inclinados, a película de condensado é mais delgada, oferecendo menor resistência térmica à transferência de calor da interface para a superfície de condensação (Caldeira, 1998).

A consideração da elipsidade da seção transversal do duto presta-se à generalização do modelo, no sentido de também representar processos de condensação sobre superfícies aletadas. Nestas geometrias, a curvatura da superfície influencia o escoamento na película, pois, além do efeito gravitacional, pode ser significativo o efeito da tensão superficial. Este efeito é considerado no modelo aqui apresentado.

### ANÁLISE

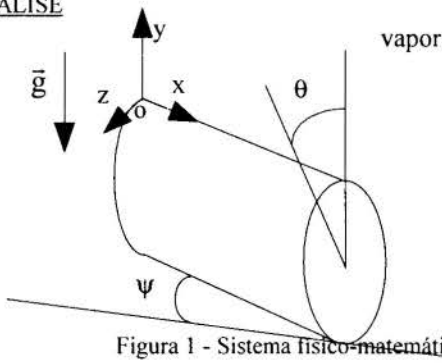


Figura 1 - Sistema físico-matemático.

O sistema analisado está representado na Figura 1. Um duto reto, semi-infinito, cujo eixo alinha-se à direção  $x$ , tem seção transversal elíptica de raio  $r(e, \theta)$ , onde  $e$  denota a excentricidade

da elipse e  $\theta$  mede a distância angular, a partir da linha dorsal superior. O eixo do duto está inclinado de um ângulo  $\psi$  em relação à direção horizontal. O duto encontra-se num meio infinito com vapor saturado seco de uma substância simples. A superfície do duto é mantida a uma temperatura constante, inferior à temperatura do vapor. Esta diferença de temperatura provoca a condensação do vapor.

O condensado assume a forma de uma película escoando sobre a superfície do duto sob a ação do campo gravitacional, da tensão superficial na interface líquido-vapor e da tensão viscosa na superfície do duto. Devido à inclinação do eixo, o escoamento é tridimensional, sendo decomposto nas direções  $x$ , axial,  $y$ , normal, e  $z$ , perimetral, expressa também pela distância angular  $\theta$  medida a partir da linha dorsal superior do duto. Os vetores unitários destas direções são  $\bar{i}$ ,  $\bar{j}$  e  $\bar{k}$ , respectivamente. A espessura local da película é  $\delta(x, z)$ .

Para consideração das equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia para o líquido, o vapor e a interface, são feitas algumas hipóteses relativas às características do sistema, às condições do processo e ao comportamento termomecânico dos fluidos e da interface:

- h1. o processo de condensação ocorre em regime permanente;
- h2. o vapor não se movimenta tangencialmente à interface de condensação;
- h3. a temperatura da interface de condensação é constante e igual a temperatura de saturação do vapor;
- h4. o comportamento reológico do líquido é newtoniano;
- h5. o comportamento térmico do líquido é de Fourier;
- h6. as propriedades termo-físicas do líquido e do vapor são constantes;
- h7. o vapor não oferece resistência viscosa ao escoamento do condensado;
- h8. o escoamento do condensado é lento (de Stokes);
- h9. não há dissipação viscosa no escoamento do condensado;
- h10. não há efeito advectivo de energia no escoamento do condensado;
- h11. não há condução de calor na película de condensado nas direções axial e perimetral;
- h12. a espessura da película de condensado é muito menor que o raio de curvatura da superfície do duto;
- h13. a espessura da película de condensado é muito menor que o comprimento característico do escoamento do líquido.

**Condensado.** Considerando estas hipóteses, as equações de conservação para o condensado ficam reduzidas a:

$$0 = \nabla \cdot \rho \bar{u} \quad (1)$$

$$0 = \rho \bar{g} - \nabla p + \mu \nabla \cdot \nabla \bar{u} \quad (2)$$

$$0 = k \nabla^2 T \quad (3)$$

Aqui,  $\bar{g}$  é o vetor aceleração da gravidade,  $\nabla$  é o operador gradiente,  $\rho$  denota massa específica,  $\mu$  viscosidade dinâmica,  $k$  condutividade térmica,  $\bar{u}$  é o vetor velocidade e  $T$  a temperatura.

**Interface.** Na interface de condensação, os balanços de massa, quantidade de movimento e energia são dados por (Slattery, 1967; Deemer e Slattery, 1978):

$$\dot{m} = \rho (\bar{u}' - \bar{u}_i) \cdot \bar{\xi} = \rho_v (\bar{u}'' - \bar{u}_i) \cdot \bar{\xi} \quad (4)$$

$$\dot{m} (\bar{u}' - \bar{u}'') - (\underline{T}' - \underline{T}'') \cdot \bar{\xi} = \bar{\kappa} \sigma + \nabla_s \sigma \quad (5)$$

$$\dot{m} (h' - h'') - (\bar{q}' - \bar{q}'') \cdot \bar{\xi} = (\bar{\kappa} \cdot \bar{\xi}) \cdot (\bar{u}_i \cdot \bar{\xi}) + \nabla_s \cdot (\sigma \bar{u}_i) \quad (6)$$

representando  $\dot{m}$  o fluxo mássico por unidade de área interfacial,  $\bar{\xi}$  o vetor unitário normal à interface,  $\bar{u}_i$  o vetor velocidade da interface,  $\bar{u}'$  e  $\bar{u}''$  os vetores velocidade,  $\underline{T}'$  e  $\underline{T}''$  os tensores tensão, respectivamente, do líquido e do vapor. Tem-se  $\underline{T} = \underline{\underline{S}} - p \underline{\underline{1}}$ , onde  $\underline{\underline{S}}$  é o tensor de cisalhamento,  $\underline{\underline{1}}$  o tensor unitário,  $\sigma$  a tensão superficial na interface líquido-vapor,  $\nabla_s$  o operador gradiente na interface (Hopke e Slattery, 1975) e  $\bar{\kappa}$  o vetor curvatura.

Em regime permanente, a espessura da película é função apenas da posição sobre a superfície do duto. Ou seja, a interface não tem movimento paralelo a si própria. Assim, sendo  $\bar{\tau}$  um vetor unitário no plano tangente à interface,  $\bar{\tau} \cdot \bar{\xi} = 0$ , tem-se  $\bar{u}_i \cdot \bar{\tau} = u_\tau$ ,  $\bar{u}_i \cdot \bar{\xi} = 0$ , resultando  $\dot{m} = \rho \bar{u}' \cdot \bar{\xi}$ . Para valores reduzidos do fluxo mássico na interface e levando em conta as hipóteses h3 e h6, multiplicando-se escalarmente a Eq (5) por  $\bar{\xi}$  e por  $\bar{\tau}$ , resultam, respectivamente (Figueiredo, 1980):

$$p' - p'' = \kappa \sigma \quad (7)$$

$$(\underline{\underline{S}}' \cdot \bar{\xi}) \cdot \bar{\tau} = 0 \quad (8)$$

onde  $\kappa \equiv \bar{\kappa} \cdot \bar{\xi}$  é a curvatura,  $p'$  e  $p''$  assinalam a pressão, respectivamente, do líquido e do vapor, imediatamente em cada lado da interface. A segunda equação representa a condição de cisalhamento nulo no líquido, junto à interface.

No balanço de energia, Eq. (6),  $h$  representa a entalpia específica e  $\bar{q}$  o vetor fluxo de calor por unidade de área interfacial. Supõe-se que os fluxos de energia cinética através da interface e de energia térmica conduzida pelo vapor são muito pequenos. Deste modo:

$$\bar{q}' \cdot \bar{\xi} = -q = -\dot{m} (h'' - h') = -\dot{m} h_{lv} \quad (9)$$

onde  $h_{lv}$  representa a entalpia específica de mudança de fase. Com base nestas hipóteses e na segunda lei da termodinâmica, é possível completar o conjunto de condições de acoplamento das fases na interface (Ishii, 1975; Bouré e Delhaye, 1982). Em particular, se os processos interfaciais são supostos reversíveis, resulta a continuidade de temperatura

$$T' = T'' = T_i = T_v = T_{sat}(p'') \quad (10)$$

onde  $T_i$  e  $T_v$  denotam, respectivamente, as temperaturas da interface e do vapor.

**Acoplamento Fluidodinâmico.** Para determinar o fluxo de condensado, é necessário recorrer à continuidade da massa na interface e em qualquer seção transversal da película. Sendo  $\bar{j}$  o vetor unitário na direção normal à superfície do duto, para a maior parte da superfície da película é razoável supor  $\bar{j} \cdot \bar{\xi} \approx 1$  e  $\bar{\tau} = \bar{i} + \bar{k}$ . O fluxo mássico de condensado por unidade de área interfacial é calculado através do perfil de velocidade,  $\bar{u} = u\bar{i} + v\bar{j} + w\bar{k}$ , obtido pela integração da equação da continuidade, com condições de contorno:

$$y = 0 \quad : \quad \bar{u} = 0, \quad \bar{u} \cdot \bar{j} = v = 0 \quad (11)$$

$$y = \delta \quad : \quad \bar{u} = \bar{u}', \quad \bar{u} \cdot \bar{j} = -v = -v' \quad (12)$$

sendo  $v'$  a velocidade normal do líquido na interface. As condições de contorno (11) e (12) expressam a aderência do líquido à parede do duto e a ausência de resistência viscosa na interface. Com  $\nabla_\tau \equiv (\bar{i} \cdot \nabla) \bar{i} + (\bar{j} \cdot \nabla) \bar{j}$ , vem

$$\frac{\dot{m}}{\rho} = \nabla_\tau \cdot \int_0^\delta \bar{u} dy - \bar{u}' \cdot \nabla_\tau \delta = \nabla_\tau \cdot (\bar{u}_m \delta) - \bar{u}' \cdot \nabla_\tau \delta \quad (13)$$

onde  $\bar{u}_m$  denota a velocidade média do condensado,

$$\bar{u}_m \equiv \int_0^\delta \bar{u} dy \quad \text{e} \quad \bar{u}_m \cdot \bar{j} = 0 \quad (14)$$

Pela hipótese h12, a espessura da película de condensado é muito delgada. Portanto, a pressão hidrostática do condensado exercida por uma coluna de líquido desta ordem de grandeza é desprezível, ou seja, a pressão no condensado não varia na direção normal à superfície do duto.

$$0 = \rho \bar{g}_\tau - \sigma \nabla_\tau \kappa + \mu \nabla_\tau \cdot \nabla \bar{u} \quad (15)$$

Por aproximação, os vetores  $\bar{g}_\tau \equiv (\bar{g} \cdot \bar{i}) \bar{i} + (\bar{g} \cdot \bar{k}) \bar{k}$  e  $\nabla_\tau$  são paralelos ao plano tangente à interface. A hipótese h13 é básica para a teoria de camada limite e proporciona a parabolização da Eq. (15) (Caldeira, 1998). Assim, considerando a Eq. (15), simplificada por h13, as condições de contorno (11) e

$$y = \delta \quad : \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad (\text{hipótese h7}), \quad (16)$$

determina-se, por integração em  $y$ , as velocidades  $u$  e  $w$ .

**Acoplamento Térmico.** A intensidade do processo de condensação depende da resistência térmica à transferência de energia através da película, representada pela Eq. (3). Para sua resolução, faz-se uso da hipótese h11 e da Eq. (10). Suas condições de contorno são:

$$y = 0 \quad : \quad T = T_0 \quad (17)$$

$$y = \delta(x,z) \quad : \quad T = T_i \quad (18)$$



onde  $T_0$  é a temperatura da superfície do duto, suposta constante. Obtém-se, portanto, um perfil linear de temperatura para o condensado, do qual

$$q = -k \frac{dT}{dy} = \frac{k}{\delta} (T_i - T_0) = \frac{k}{\delta} \Delta T = h^* \Delta T, \quad (19)$$

onde é introduzido o coeficiente local de transferência de calor,  $h^* = k/\delta$ . As análises fluido e termodinâmicas são agora acopladas mediante as equações (9), (13) e (19). Resulta, então,

$$\frac{k}{\rho h_{lv}} \frac{\Delta T}{\delta} = (\bar{u}_m - \bar{u}') \cdot \nabla_{\tau} \delta + \delta \nabla_{\tau} \cdot \bar{u}_m \quad (20)$$

Aplicada ao problema da condensação pelicular sobre uma placa plana vertical, esta equação difere da solução de Nusselt (1916), devido à consideração da velocidade do condensado na interface de condensação, já presente na Eq. (13). Em termos formais, esta discrepância decorre da aplicação da regra de Leibnitz à equação de conservação da massa para o condensado.

**Adimensionalização.** A Eq. (20) é reconfigurada em função da solução da Eq. (15) e dos seguintes parâmetros e variáveis adimensionais:

$$\bar{X} \equiv \frac{x}{L} \bar{i} + \frac{y}{L} \bar{j} + \frac{z}{L} \bar{k}, \quad \Lambda \equiv \frac{\delta}{L}, \quad K \equiv \kappa L, \quad \nabla_{\tau}^* \equiv L \nabla_{\tau},$$

$$\bar{G} \equiv \frac{\bar{g}}{g}, \quad Pr \equiv \frac{\mu c_p}{k}, \quad Bo \equiv \frac{\rho g L^2}{\sigma}, \quad Ja \equiv \frac{c_p \Delta T}{h_{lv}}, \quad (21)$$

$$Ra \equiv \frac{\rho^2 g L^3 Pr}{\mu^2}, \quad Nu \equiv \frac{h^* L}{k}.$$

A espessura adimensional da película,  $\Lambda$ , depende dos números adimensionais de Jacob, Raleigh e Bond. A curvatura,  $K$ , representa a topologia da interface; a orientação e a forma da seção do duto determinam a ação gravitacional,  $\bar{G}$ . O coeficiente adimensional de transferência de calor é o número de Nusselt,  $Nu$ . Procedendo à adimensionalização, resulta a equação diferencial parcial não-linear de quarta ordem

$$\frac{Ja}{Ra} = \frac{1}{8} \left( \bar{G}_{\tau} - \frac{1}{Bo} \nabla_{\tau}^* K \right) \cdot \nabla_{\tau}^* \Lambda^4 + \frac{1}{3} \nabla_{\tau}^* \left( \bar{G}_{\tau} - \frac{1}{Bo} \nabla_{\tau}^* K \right) \Lambda^4, \quad (22)$$

Esta equação é válida para dutos de eixo qualquer, não necessariamente reto, com qualquer orientação relativa ao campo gravitacional e com seção transversal arbitrária.

**Dutos com Seção Elíptica.** O modelo é aplicado para determinação da espessura da película no processo de condensação sobre um duto reto de seção transversal elíptica, inclinado ( $0 < \psi < \pi/2$ ) em relação à direção horizontal. Para tanto, são definidos novos parâmetros e variáveis adimensionais

$$\chi \equiv \frac{x}{L} \frac{1}{\text{tg} \psi}, \quad \zeta \equiv \frac{z}{L},$$

$$\Gamma \equiv \frac{Ra}{Ja} \Lambda^4 \cos \psi, \quad Bo^* \equiv Bo \cos \psi, \quad (23)$$

No plano da seção transversal, a intensidade da ação gravitacional na direção  $\zeta$  depende do ângulo  $\phi$ , formado entre a direção vertical e a direção normal à superfície do duto. A relação entre este ângulo e a posição angular  $\theta$  é dada por

$$\text{tg} \phi = \frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \text{tg} \theta, \quad (24)$$

$$e \equiv \left[ 1 - \left( \frac{b}{a} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (25)$$

$$L \equiv \frac{2a}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\sqrt{1-e^2}}{0.1 - (1 - \sqrt{1-e^2}) \cos^2 \theta} d\theta, \quad (26)$$

onde  $e$  denota a excentricidade da elipse, sendo  $a$  e  $b$ , respectivamente, os semi-eixos maior e menor desta.  $L$  é o diâmetro equivalente da seção elíptica. Ainda no plano da seção transversal, a posição  $\zeta$  sobre a superfície do duto ao longo de uma linha perimetral também pode ser expressa em função da posição angular  $\theta$ , ambas medidas a partir da linha dorsal superior. A relação entre estas variáveis é

$$d\zeta = f(\theta) d\theta, \quad (27)$$

$$f(\theta) = \frac{a}{L} \frac{\sqrt{1-e^2}}{1 - (1 - \sqrt{1-e^2}) \cos^2 \theta}, \quad (28)$$

Considerando  $\bar{j} \cdot \bar{\zeta} \equiv 1$  e as hipóteses  $h12$  e  $h13$ , a curvatura da interface líquido-vapor pode ser aproximada pela curvatura da superfície do duto. Logo,

$$K \equiv \frac{L \sqrt{1-e^2}}{a (1 - e^2 \cos^2 \theta)^{3/2}}, \quad (29)$$

Finalmente, a substituição das Eq. (23) a (29) na Eq. (22) resulta na equação diferencial parcial linear de primeira ordem

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \chi} + E(\theta, e, Bo^*) \frac{\partial \Gamma}{\partial \theta} + F(\theta, e, Bo^*) \Gamma - 8 = 0, \quad (30)$$

$$E(\theta, e, Bo^*) = \frac{1}{f} \left( \text{sen} \phi - \frac{1}{f Bo^*} \frac{\partial K}{\partial \theta} \right), \quad (31)$$

$$F(\theta, e, Bo^*) = \frac{8}{3} \frac{1}{f} \left[ \frac{\partial \text{sen} \phi}{\partial \theta} - \frac{1}{Bo^*} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{f} \frac{\partial K}{\partial \theta} \right) \right], \quad (32)$$

As condições de contorno são:

$$\chi = 0 : \Gamma(0, \theta) = 0, \quad (33)$$

$$\theta = 0 : \Gamma(\chi, 0) = \frac{8}{F(\theta, e, Bo^*)} \left( 1 - e^{-F(\theta, e, Bo^*) \chi} \right), \quad (34)$$

A primeira condição corresponde ao início do processo de condensação, quando a temperatura da superfície do duto é  $T_0 < T_i$  a partir da seção  $\chi = 0$ . A segunda condição de contorno decorre da aplicação da condição de simetria à Eq. (30),  $\partial \Lambda / \partial \theta = \partial \Gamma / \partial \theta = 0$  em  $\theta = 0$ .

## SOLUÇÃO ANALÍTICA

Uma solução analítica pelo método das características para o problema de condensação pelicular sobre dutos inclinados com seção transversal elíptica, desconsiderando os efeitos da tensão superficial, foi apresentada por Fieg e Roetzel (1994). Esta solução é estendida para as condições consideradas no presente trabalho. Considerando a Eq. (27) e  $F(\theta, e, Bo^*) = \frac{8}{3} \frac{dE}{d\zeta}$  e aplicando o método das características, resulta:

$$\frac{d\Gamma}{8 - \frac{8}{3} \frac{dE}{d\zeta} \Gamma} = \frac{d\zeta}{E} = d\chi, \quad (35)$$

$$\frac{d\Gamma}{d\zeta} + \frac{8}{3} \frac{dE}{d\zeta} \frac{\Gamma}{E} = \frac{8}{E}, \quad (36)$$

$$\frac{d\zeta}{E} = d\chi. \quad (37)$$

Assim, considerando as condições de contorno (33) e (34), a solução é obtida como:

$$\chi = \int_0^{\zeta} \frac{d\zeta}{E} - \int_0^{\zeta_c} \frac{d\zeta}{E}, \quad (38)$$

$$\Gamma = 8E \frac{8}{3} \left( \int_0^{\zeta} E^{\frac{5}{3}} d\zeta - \int_0^{\zeta_c} E^{\frac{5}{3}} d\zeta \right), \quad (39)$$

onde  $\zeta_c$  é um parâmetro associado a cada curva característica. Para outros casos, a complexidade da função E pode dificultar a determinação de uma solução analítica. Entretanto, para o caso particular de dutos inclinados com seção transversal circular,

$$\theta_c = 2 \arctan \left[ \exp \left( -\frac{\chi}{f} \right) \tan \frac{\theta}{2} \right], \quad (40)$$

$$\Gamma = 8E \frac{8}{3} \left( \int_0^{\theta} E^{\frac{5}{3}} f d\theta - \int_0^{\theta_c} E^{\frac{5}{3}} f d\theta \right), \quad (41)$$

onde as funções (40) e (41) são expressas por meio da variável  $\theta$  em lugar de  $\zeta$ , sendo  $\theta_c$  o parâmetro correspondente a  $\zeta_c$ .

## SOLUÇÃO NUMÉRICA

Dada a complexidade das funções  $E(\theta, e, Bo^*)$  e  $F(\theta, e, Bo^*)$ , em geral a Eq. (29) requer uma solução numérica. No caso estudado, é proposta uma solução por diferenças finitas, baseada num esquema "upwind" (Anderson et al., 1984), com a seguinte discretização:

Predição

$$\overline{\Gamma_j^{(n+1)}} = \Gamma_j^n - E \frac{\Delta\chi}{\Delta\theta} (\Gamma_j^n - \Gamma_{j-1}^n) + (8 - F\Gamma_j^n) \Delta\chi. \quad (42)$$

Correção

$$\Gamma_j^{n+1} = \frac{1}{2} \left( \Gamma_j^n + \overline{\Gamma_j^{(n+1)}} - E \frac{\Delta\chi}{\Delta\theta} (\overline{\Gamma_j^{(n+1)}} - \overline{\Gamma_{j-1}^{(n+1)}}) + \right)$$

$$- E \frac{\Delta\chi}{\Delta\theta} \left( \Gamma_j^n - 2\Gamma_{j-1}^n + \Gamma_{j-2}^n \right) + \left[ 8 - \frac{F}{2} (\Gamma_j^n + \overline{\Gamma_j^{(n+1)}}) \right] \Delta\chi. \quad (43)$$

Nesta discretização, o índice n vincula os nós da malha à variável independente  $\chi$ , e o índice j à variável independente  $\theta$ . Uma malha fixa é utilizada, onde  $\Delta\chi$  corresponde ao espaçamento da malha em  $\chi$ , e  $\Delta\theta$  em  $\theta$ . O critério de estabilidade requer

$$0 \leq E \frac{\Delta\chi}{\Delta\theta} \leq 2, \quad (44)$$

corroborado por experimentações numéricas.

Tabela 1 - Confronto entre a solução analítica (MC) com a numérica (MDF), para dutos com seção transversal circular.

s	$\chi=0.1$		$\chi=1.0$		$\chi=2.0$	
	MC	MDF	MC	MDF	MC	MDF
0.0	0.8874	0.8874	1.1053	1.1053	1.1067	1.1067
0.2	0.8967	0.8972	1.1374	1.1374	1.1390	1.1390
0.4	0.9233	0.9236	1.2482	1.2482	1.2510	1.2510
0.6	0.9616	0.9614	1.5048	1.5050	1.5133	1.5134
0.8	0.9982	0.9975	2.1923	2.1930	2.2594	2.2609
0.9	1.0098	1.0088	3.0785	3.0769	3.5111	3.5229
1.0	$\infty$	1.0129	$\infty$	4.1747	$\infty$	15.787

Aferição da Solução Numérica. Para aferição da solução numérica, a solução analítica, obtida pelo método das características (MC), é confrontada com a solução numérica, obtida pelo método das diferenças finitas (MDF), para o caso particular do duto inclinado com seção transversal circular. Este procedimento é apresentado na tabela 1.

## RESULTADOS

A fim de facilitar a apresentação dos resultados, é definida a variável normalizada s que representa o comprimento do arco da seção elíptica do duto:

$$s \equiv \frac{\int_0^{\theta} f d\theta}{\int_0^{\theta_c} f d\theta}. \quad (45)$$

As figuras mostram a influência da tensão superficial no processo de condensação, onde  $\delta^* \equiv \Gamma^{0,25}$  e  $Ra^* \equiv Ra \cos\psi$ . A Fig. 2 apresenta o crescimento pelicular para o caso  $Bo^* \rightarrow \infty$ , mostrando que na região inferior do duto ( $s=1$ ) a película cresce gradativamente até o seu colapso ( $\delta^* \rightarrow \infty$ ).

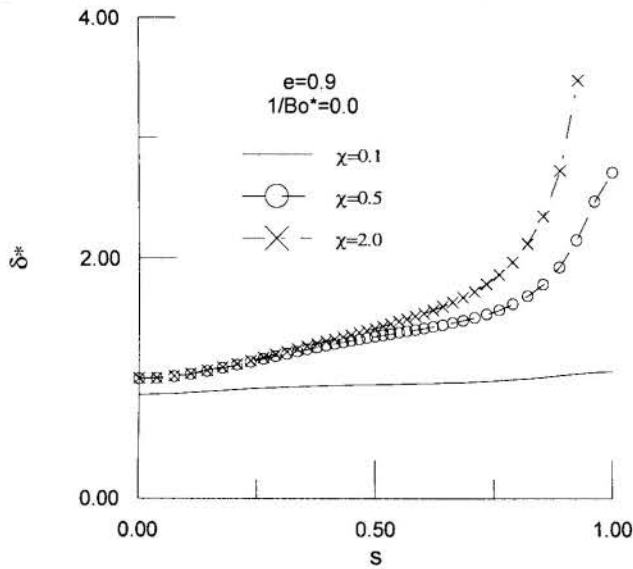


Figura 2 - Evolução pelicular com tensão superficial irrelevante.

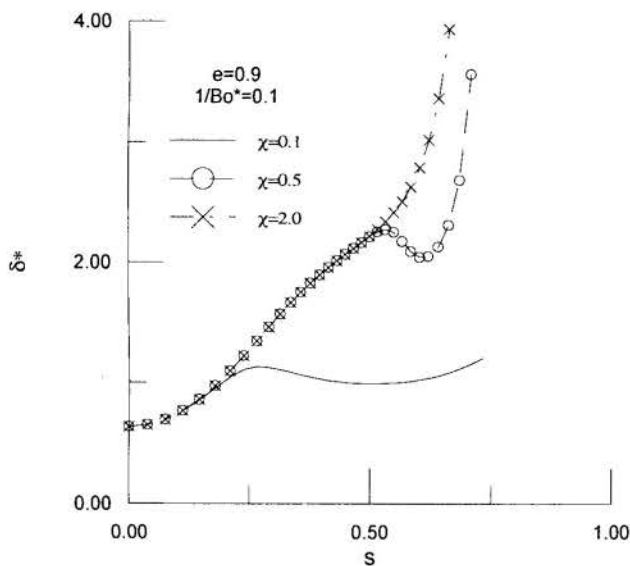


Figura 3 - Evolução pelicular com tensão superficial relevante.

A Fig. 3 mostra a ação relativa dos efeitos gravitacionais e da tensão superficial, através do aparecimento de um máximo local nas curvas de  $\chi=0.1$  e  $\chi=0.5$ . A tensão superficial impele o fluido das regiões superior ( $s=0$ ) e inferior ( $s=1$ ) para a central ( $s=0.5$ ) da elipse. Enquanto, a gravidade o impele de  $s=0$  para  $s=1$ . Ou seja, entre  $s=0$  e  $s=0.5$  a tensão superficial e a ação gravitacional somam-se, enquanto entre  $s=0.5$  e  $s=1$  a tensão superficial se opõe ao efeito da ação gravitacional. Acresce que as forças associadas à tensão superficial decrescem das regiões superior e inferior para a central da elipse, ocorrendo o oposto com a força gravitacional.

Comparando as Fig. 2 e 3, observa-se que o colapso pelicular é antecipado quando os efeitos da tensão superficial são relevantes. Na Fig. 2, o colapso ocorre em  $s=1$ , na Fig. 3 em  $s=1$ .

Na Fig. 4, constata-se que o aumento do parâmetro  $1/Bo^*$  provoca a antecipação do colapso pelicular. Além disso, a tensão superficial reduz a espessura pelicular na região superior do duto ( $0 \leq s \leq 0.25$ ) favorecendo localmente a transferência de calor; esta mesma força atua de forma contrária na região inferior da elipse.

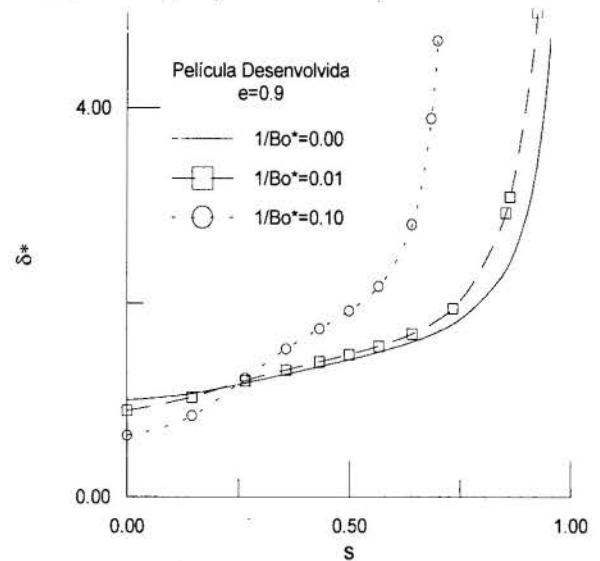


Figura 4 - Efeitos da tensão superficial sobre a película desenvolvida ( $\partial/\partial\chi \rightarrow 0$ ).

A Fig. 5 representa a evolução média do coeficiente de transferência de calor ao longo do duto. Para tanto, define-se

$$\text{Num} \equiv \frac{\int_0^{\theta_{\text{colapso}}} \text{Nu} \cdot f d\theta}{\int_0^{\theta_{\text{colapso}}} f d\theta}, \quad (46)$$

onde  $\theta_{\text{colapso}}$  é o ângulo  $\theta$  em que se manifesta o colapso pelicular.

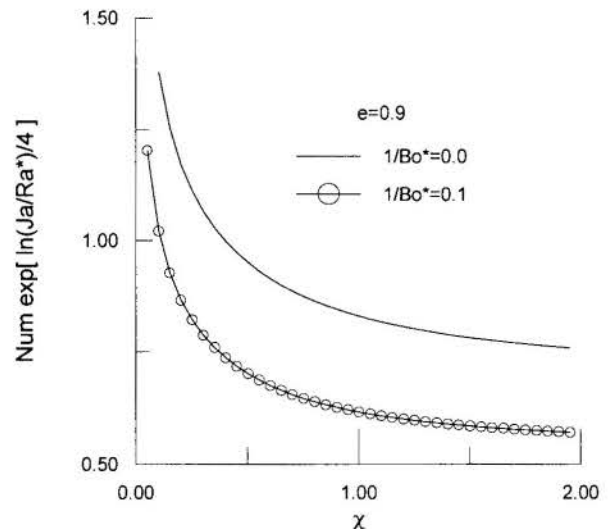


Figura 5 - Evolução do Número de Nusselt médio.

A Fig. 5 destaca a redução média no processo de transferência de calor ocasionado pela ação da tensão superficial. Este fato decorre da redução da área útil para o processo de condensação resultante da antecipação do colapso pelicular quando os efeitos da tensão superficial são relevantes.

## CONCLUSÕES

O modelo desenvolvido mostra que a película de condensado se estabiliza ao longo do duto. Ou seja, após uma região de

intensa variação na espessura pelicular surge uma região onde a espessura da película não varia mais significativamente na direção axial.

Quando relevante, o efeito da tensão superficial prejudica o processo de transferência de calor por reduzir a área útil ao processo de condensação sobre o duto. Entretanto, como mostrado na Fig. 4, a tensão superficial favorece localmente a transferência de calor na região superior do duto. Logo, novas geometrias devem ser propostas com o intuito de explorar o efeito combinado da tensão superficial com a ação gravitacional.

O modelo proposto falha nas vizinhanças da região onde  $\delta \rightarrow \infty$ . Isto ocorre porque as hipóteses  $h_{12}$  e  $h_{13}$ , assim como a aproximação  $\bar{j} \cdot \bar{\xi} \cong 1$ , não são válidas naquela zona. Portanto, a solução numérica fornece apenas resultados qualitativos na região do colapso pelicular.

O modelo apresentado para a condensação pelicular difere de outros usualmente adotados por considerar a influência da velocidade do condensado na interface líquido-vapor; os resultados obtidos são mais conservativos sob a perspectiva do processo de condensação.

#### BIBLIOGRAFIA

Anderson, D.A., Tannehill, J.C., Pletcher, R. H., 1984, "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", Hemisphere Publishing Corporation, New York.

Bouré, J.A. e Delhayé, J.M., 1982, "General Equations and Two-Phase Flow Modeling", Handbook of Multiphase Systems, Ed. G. Hetsroni, Hemisphere Publishing Corp., Washington.

Caldeira, A.B., 1998, "Efeitos da Tensão Superficial na Condensação Pelicular sobre Dutos Inclinados com Seção Elíptica e Superfície Anisotérmica", Tese M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.

Deemer, A.R. e Slattery, J.C., 1978, "Balance Equations and Structural Models for a Phase Interface", Int.J. Multiphase Flow, 4, 171-192.

Fieg, G.P. e Roetzel, W., 1994, "Calculation of Laminar Film Condensation in and on Inclined Elliptical Tubes", Int. J. of Heat and Mass Transfer, v 37, n 4, pp 619-624.

Figueiredo A.M.D., 1980, "Beitrag zur allgemeinen Fluid- und Thermomechanischen Beschreibung der Mehrphasenströmung", Dissertation, Universität Stuttgart.

Hopke, S.W. e Slattery, J.C., 1975, "Bounding Principles for Two-Phase Flow Systems", Int.J. Multiphase Flow, 1, 727-742.

Ishii, M., 1975, "Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow", Eyrolles, Paris.

Nusselt, W., 1916, "Die oberflächen Kondensation des Wasserdampfes", Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, n 60, pp 541-546, pp 569-575.

Slattery, J.C., 1967, "General Balance Equation for a Phase Interface", IEC-Fundamentals, 6, 108-115.

#### SUMMARY

*This paper shows a representative mathematical model of the film condensation on inclined ducts with elliptical cross section, considering surface tension effects. The model is solved using an analytical solution, using the method of characteristics, and a numerical one, using finite differences. The results show the development and the breakdown of the liquid film, besides the surface tension influence over the condensation process, diminishing the average heat transfer coefficient.*



COVALIDATION OF INTEGRAL TRANSFORM AND FINITE VOLUME SOLUTIONS IN PHASE-CHANGE PROBLEMS

Nerbe J. Ruperti Jr.<sup>1</sup>, Dominique Gobin<sup>2</sup> and Renato M. Cotta<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Brazilian Nuclear Energy Commission - CNEN

General Severiano, 90 – Botafogo - 22294-900 - Rio de Janeiro - RJ

<sup>2</sup>Fluides, Automatique et Systèmes Thermiques – FAST – UMR 7608

Universities Paris VI and Paris XI– Bldg. 502 – Campus Universitaire

91405 – Orsay - France

<sup>3</sup>Department of Mechanical Engineering – EE/COPPE/UFRJ

Federal University of Rio de Janeiro - 21945-970 – Rio de Janeiro - RJ

SUMMARY

*This work is dedicated to the validation and comparison of two numerical techniques applied to the solution of a non linear heat transfer problem (the Stefan problem), including heat conduction with phase change. A new method, based on the GITT procedure, is described in detail and compared to a more classical procedure based on a finite volume approach. Where feasible, the results of both methods are compared to the reference Neumann analytical solution for different test cases. A methodology for the systematic validation of numerical procedures for the solution of such problems is then proposed.*

INTRODUCTION

The need for validation of the numerical procedures used in fluid flow and heat transfer simulation is every day more evident. More and more complex situations are being considered in simulation software, and there is a methodological need for systematic comparisons with reference solutions and/or experimental data.

The case of 1-D phase change problems is particularly well suited for this covalidation effort, since in this situation reference solutions are available, though to a certain extent in a limited way. The so-called Neumann solution of the Stefan problem is indeed an easily computable analytical expression, which can be used to test the accuracy of alternative procedures that can be later used for solving more complex problems, where analytical solutions are out of reach.

This solution, defined for melting or solidification of a semi-infinite medium, is commonly used to validate numerical solutions, but the comparison is often limited to a simple graphical display of the front position evolution with time, generally leading to a qualitative agreement.

One of the purposes of the present paper is to propose a systematical procedure for the quantitative validation of phase change simulation codes.

The other purpose of the present study is to present a new application of the Generalized Integral Transform Technique for the solution of moving boundary problems. It is shown that the accuracy of the GITT solution is excellent when compared to classical discrete techniques and may be used to provide reference solutions when analytical exact solutions are not available.

PROBLEM FORMULATION

The one-dimensional transient heat conduction problem studied considers a slab initially in the solid phase at an uniform temperature  $T_i$ . At time  $t=0$ , the surface  $x=0$  is brought to some temperature  $T_0$  above the melting temperature,  $T_m$ , and held constant thereafter. The thermal properties of both phases are

considered constant. The energy equation, boundary and initial conditions for the liquid and solid phases are given in dimensionless form by:

$$\frac{\partial \theta_l^*(\eta, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_l^*(\eta, \tau)}{\partial \eta^2}, \quad 0 < \eta < S(\tau), \quad \tau > 0 \quad (1)$$

$$\theta_l^*(0, \tau) = 1, \quad \tau > 0 \quad (2)$$

$$\theta_l^*(S(\tau), \tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad (3)$$

$$\theta_l^*(\eta, \tau_0) = \theta_{l0}^*(\eta), \quad 0 < \eta < S(\tau_0), \quad \tau = \tau_0 \quad (4)$$

$$w \cdot \frac{\partial \theta_s^*(\eta, \tau)}{\partial \tau} = k \cdot \frac{\partial^2 \theta_s^*(\eta, \tau)}{\partial \eta^2}, \quad S(\tau) < \eta < l, \quad \tau > 0 \quad (5)$$

$$\theta_s^*(S(\tau), \tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad (6)$$

$$\theta_s^*(l, \tau) = 1, \quad \tau > 0 \quad (7)$$

$$\theta_s^*(\eta, \tau_0) = \theta_{s0}^*(\eta), \quad S(\tau_0) < \eta < l, \quad \tau = \tau_0 \quad (8)$$

An initial time,  $\tau_0$ , and the initial conditions,  $\theta_{l0}^*(\eta)$ ,  $\theta_{s0}^*(\eta)$  and  $S(\tau_0)$ , given by the exact solution of Neumann's problem, were used to circumvent the absence of the liquid layer at  $\tau = 0$ .

The heat balance at the moving boundary provides the relation:

$$v \frac{dS(\tau)}{d\tau} = - \left. \frac{\partial \theta_l^*(\eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=S(\tau)} - \Delta T \cdot k \cdot \left. \frac{\partial \theta_s^*(\eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=S(\tau)} \quad (9)$$

with the known initial condition  $S(\tau_0)$ .

The dimensionless groups were defined using the domain thickness  $L$  as the reference length, and a reference time built on the liquid thermal diffusivity, as follows:

$$\theta_i^*(\eta, \tau) = \frac{T_i(x, t) - T_m}{T_0 - T_m}; \theta_s^*(\eta, \tau) = \frac{T_m - T_s(x, t)}{T_m - T_i}; k^* = \frac{k_s}{k_l};$$

$$w^* = \frac{\rho_s c_{ps}}{\rho_l c_{pl}}; \Delta T^* = \frac{(T_m - T_i)}{(T_0 - T_m)}; \eta = \frac{x}{L}; \quad (10)$$

$$\tau = \frac{k_l t}{\rho_l c_{pl} L^2}; S(\tau) = \frac{s(t)}{L}; v = \frac{1}{Ste} = \frac{H}{c_{pl}(T_0 - T_m)}$$

## INTEGRAL TRANSFORM SOLUTION

The generalized integral transform technique (Cotta, 1993 and Cotta, 1998) has been successfully applied in the analysis of progressive freezing of finite slabs (Selim and Seagrave, 1973), linear moving boundary problems (Cotta, 1986), nonlinear heat conduction with ablation in finite slab geometry (Diniz *et al.*, 1990) and in multilayered media (Ruperti and Cotta, 1991; Ruperti *et al.*, 1992). This hybrid technique transforms the partial differential equations governing such heat transfer problems into a system of ODEs, that can be solved through well-established initial value problem solvers.

The main steps of the G.I.T.T. solution of Eqs. (1-9) are underlined hereafter. All the results presented were obtained through symbolic manipulation (Cotta and Mikhailov, 1997) using the *Mathematica* software system (Wolfram, 1991).

The temperature field in each phase can be expressed in terms of a particular and a homogeneous solution:

$$\theta_i^*(\eta, \tau) = F_i(\eta; \tau) + \theta_{i,1}(\eta, \tau), \quad 0 < \eta < S(\tau) \quad (11)$$

$$\theta_s^*(\eta, \tau) = F_s(\eta; \tau) + \theta_{s,1}(\eta, \tau), \quad S(\tau) < \eta < 1 \quad (12)$$

where the functions  $F_i(\eta; \tau)$  and  $F_s(\eta; \tau)$  are the solutions of a quasi-steady state problem, given by:

$$F_i(\eta; \tau) = \frac{S(\tau) - \eta}{S(\tau)}, \quad 0 < \eta < S(\tau) \quad (13)$$

$$F_s(\eta; \tau) = \frac{\eta - S(\tau)}{1 - S(\tau)}, \quad S(\tau) < \eta < 1 \quad (14)$$

The resulting homogeneous problem can be written as:

$$\frac{\partial \theta_{i,1}(\eta, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial F_i(\eta; \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_{i,1}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2}, \quad 0 < \eta < S(\tau), \quad \tau > 0 \quad (15)$$

$$\theta_{i,1}(0, \tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad (16)$$

$$\theta_{i,1}(S(\tau), \tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad (17)$$

$$\theta_{i,1}(\eta, \tau_0) = \theta_{i,1}^*(\eta) - F_i(\eta; \tau_0), \quad 0 < \eta < S(\tau_0), \quad \tau = \tau_0 \quad (18)$$

$$w^* \frac{\partial \theta_{s,1}(\eta, \tau)}{\partial \tau} + w^* \frac{\partial F_s(\eta; \tau)}{\partial \tau} = k^* \frac{\partial^2 \theta_{s,1}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2}, \quad S(\tau) < \eta < 1, \quad \tau > 0 \quad (19)$$

$$\theta_{s,1}(S(\tau), \tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad (20)$$

$$\theta_{s,1}(1, \tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad (21)$$

$$\theta_{s,1}(\eta, \tau_0) = \theta_{s,1}^*(\eta) - F_s(\eta; \tau_0), \quad S(\tau_0) < \eta < 1, \quad \tau = \tau_0 \quad (22)$$

$$v \frac{dS(\tau)}{d\tau} = \left. \frac{\partial \theta_{i,1}(\eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=S(\tau)} - \Delta T^* k^* \left. \frac{\partial \theta_{i,1}(\eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=S(\tau)} - \left. \frac{\partial F_i(\eta; \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=S(\tau)} - \Delta T^* k^* \left. \frac{\partial F_s(\eta; \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=S(\tau)} \quad (23)$$

The appropriate eigenvalue problems are chosen following the ideas in the integral transform method as applied to moving boundary problems (Diniz *et al.*, 1990; Ruperti and Cotta, 1991; Ruperti *et al.*, 1992). The set of equations for the liquid phase is given by:

$$\frac{\partial^2 \psi_{i,1}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} + \mu_{i,1}^2(\tau) \psi_{i,1}(\eta, \tau) = 0, \quad 0 < \eta < S(\tau) \quad (24)$$

$$\psi_{i,1}(0, \tau) = 0 \quad (25)$$

$$\psi_{i,1}(S(\tau), \tau) = 0 \quad (26)$$

where the time-dependent eigenfunctions,  $\psi_{i,1}(\eta, \tau)$ , eigenvalues,  $\mu_{i,1}(\tau)$ , and norms,  $N_{i,1}(\tau)$ , are readily obtained from the solution of system (24-26), to yield:

$$\psi_{i,1}(\eta, \tau) = \frac{\sin(\mu_{i,1}(\tau)\eta)}{N_{i,1}^{1/2}(\tau)} \quad (27)$$

$$\mu_{i,1}(\tau) = \frac{i\pi}{S(\tau)}; \quad N_{i,1}(\tau) = \frac{S(\tau)}{2} \quad (28)$$

Similarly, the eigenvalue problem corresponding to the solid phase is:

$$k^* \frac{\partial^2 \psi_{s,1}(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} + w^* \beta_{s,1}^2(\tau) \psi_{s,1}(\eta, \tau) = 0, \quad S(\tau) < \eta < 1 \quad (29)$$

$$\psi_{s,1}(S(\tau), \tau) = 0 \quad (30)$$

$$\psi_{s,1}(1, \tau) = 0 \quad (31)$$

with the eigenfunctions, eigenvalues, and norms:

$$\psi_{s,1}(\eta, \tau) = \frac{\sin(\beta_{s,1}(\tau)(w^*/k^*)^{1/2}(1-\eta))}{N_{s,1}^{1/2}(\tau)} \quad (32)$$

$$\beta_{s,1}(\tau) = \frac{i\pi}{(1-S(\tau))} \left( \frac{k^*}{w^*} \right)^{1/2}; \quad N_{s,1}(\tau) = \frac{w^*(1-S(\tau))}{2} \quad (33)$$

The above auxiliary problems allow definition of two integral transform pairs:

$$\bar{\theta}_{l,i}(\tau) = \int_0^{S(\tau)} \psi_{l,i}(\eta, \tau) \theta_{l,i}(\eta, \tau) d\eta \quad (34)$$

$$\theta_{l,i}(\eta, \tau) = \sum_{j=1}^{n_l} \psi_{l,i}(\eta, \tau) \bar{\theta}_{l,i}(\tau) \quad (35)$$

$$\bar{\theta}_{s,i}(\tau) = \int_{S(\tau)}^1 \psi_{s,i}(\eta, \tau) \theta_{s,i}(\eta, \tau) d\eta \quad (36)$$

$$\theta_{s,i}(\eta, \tau) = \sum_{j=1}^{n_s} \psi_{s,i}(\eta, \tau) \bar{\theta}_{s,i}(\tau) \quad (37)$$

Equations (15) and (19) are operated on with  $\int_0^{S(\tau)} \psi_{l,i}(\eta, \tau) d\eta$  and  $\int_{S(\tau)}^1 \psi_{s,i}(\eta, \tau) d\eta$ , respectively. Substitution of the inversion formula and use of the orthogonality property in the resulting equations, provides:

$$\frac{d\bar{\theta}_{l,i}(\tau)}{d\tau} = - \sum_{j=1, j \neq i}^{n_l} \frac{(-1)^{|i-j|} 2ij \bar{\theta}_{l,i}(\tau) dS(\tau)}{(i^2 - j^2) S(\tau) d\tau} + \frac{(-1)^i \sqrt{2} dS(\tau)}{i\pi S^{i/2}(\tau) d\tau} - \left( \frac{i\pi}{S(\tau)} \right)^2 \bar{\theta}_{l,i}(\tau), \quad i=1,2,\dots,n_l \quad (38)$$

$$\frac{d\bar{\theta}_{s,i}(\tau)}{d\tau} = \sum_{j=1, j \neq i}^{n_s} \frac{(-1)^{|i+j|} 2ij \bar{\theta}_{s,i}(\tau) dS(\tau)}{(i^2 - j^2)(1 - S(\tau)) d\tau} - \frac{(-1)^i \sqrt{2} dS(\tau)}{i\pi w^*(1 - S(\tau))^{i/2} d\tau} - \frac{k^*}{w^*} \left( \frac{i\pi}{1 - S(\tau)} \right)^2 \bar{\theta}_{s,i}(\tau), \quad i=1,2,\dots,n_s \quad (39)$$

where the final transformed system was truncated to sufficiently large finite orders,  $n_l$  and  $n_s$ , corresponding to the liquid and solid layers, respectively.

The initial conditions (18) and (22) were transformed in a similar way, using an asymptotic solution to obtain the temperature fields at  $\tau_0$ . The transformed initial conditions (18) and (22) are:

$$\bar{\theta}_{l,i}(\tau_0) = 0, \quad i=1,2,\dots,n_l \quad (40)$$

$$\bar{\theta}_{s,i}(\tau_0) = - \frac{(-1)^i [2(1 - S(\tau_0))]^{i/2}}{i\pi \sqrt{w^*}}, \quad i=1,2,\dots,n_s \quad (41)$$

The differential equation for the boundary condition is also rewritten in terms of the transformed temperatures, in the form:

$$\frac{dS(\tau)}{d\tau} = - \frac{1}{v} \sum_{i=1}^{n_l} \frac{\sqrt{2}(-1)^i i\pi \bar{\theta}_{l,i}(\tau)}{S^{3/2}(\tau)} - \frac{\Delta T^* k^*}{v(1 - S(\tau))} + \frac{1}{vS(\tau)} + \frac{\Delta T^* k^*}{v} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{\sqrt{2}(-1)^i i\pi \bar{\theta}_{s,i}(\tau)}{\sqrt{w^*} (1 - S(\tau))^{3/2}} \quad (42)$$

together with the initial condition:

$$S(\tau_0) = 2\lambda \sqrt{\tau_0} \quad (43)$$

where  $\lambda$  is provided by the exact solution of Neumann's problem.

The system of ordinary differential equations represented by Eqs. (38), (39) and (42), with the initial conditions (40), (41) and (43), was numerically integrated through the use of subroutine DIVPAG (Gear's method) from the IMSL (1989) library, with a prescribed relative error target of  $10^{-7}$ .

## FINITE VOLUME SOLUTION

The numerical method uses a front immobilization technique based on a classical coordinate transformation first proposed by Landau (1950). Such front tracking methods are particularly well suited to 1-D geometries and are commonly used in diffusive phase change problems (Sparrow and Chuck, 1984). They have been successfully extended to the solution of 2-D moving boundary problems involving natural convection in the melt (Sparrow *et al.*, 1977; Gadgil and Gobin, 1984).

Coordinate Transformation. The following transformed coordinates,

$$X_L = \frac{\eta}{S(\tau)} \quad \text{and} \quad X_S = \frac{1 - \eta}{1 - S(\tau)}$$

are used in the solid and liquid phases, respectively. The moving physical solid and liquid domains are thus mapped onto fixed computational spaces.

The transformed equations in each domain have the following general form:

$$\frac{\partial \theta_i^*}{\partial \tau} + C_i X_i \frac{\partial \theta_i^*}{\partial X_i} = D_i \frac{\partial^2 \theta_i^*}{\partial X_i^2}, \quad \text{where } i = L, S \quad (44)$$

and,

$$C_L = - \frac{1}{S(\tau)} \frac{dS}{d\tau}; \quad D_L = \frac{1}{S(\tau)^2};$$

$$C_S = \frac{1}{1 - S(\tau)} \frac{dS}{d\tau}; \quad D_S = \frac{\alpha^*}{(1 - S(\tau))^2}$$

Equation (44) exhibits a pseudo-convective term, due to grid deformation in time. The non-linearity of the problem is retained in the coefficients of the transformed equations, which depend on the interface velocity and position, leading to an iterative solution procedure.

Numerical Procedure. The mathematical problem is solved numerically using a finite volume procedure adapted from the method described by Patankar (1980). Only the non standard aspects of the method are underlined hereafter. The integration of the pseudo-convective term requires some attention, since the local *grid velocity* is space-dependent and non-conservative. The general equation is integrated in the following form:

$$\frac{\partial \theta_i^*}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X_i} [C_i X_i \theta_i^* - D_i \frac{\partial \theta_i^*}{\partial X_i}] = C_i \theta_i^* \quad (45)$$

Space discretization of the divergence term in the left hand side uses a second order centered difference scheme, and time integration uses either an implicit or a Crank-Nicholson scheme.

The discretization of the source term arising from the partial derivation leading to equation (46) is consistent with the scheme retained for the diffusion term.

In the simulations presented hereafter, the Crank-Nicholson scheme is used, both for the diffusion-convection term and for the source term on the right hand side.

**Interface Balance Equation.** Estimates of the front position and velocity are necessary to evaluate the coefficients at the current time. Once the discretized linear systems are solved (TDMA), the resulting temperature fields are used to solve the energy balance equation at the interface, leading to a new value of the velocity. This value is compared to the estimated velocity, and the calculation is iteratively repeated until the relative difference is smaller than a prescribed criterion. Convergence is generally obtained in 2 or 3 iterations, except at the very beginning of the process.

**Initialization.** The coordinate transformation requires the coexistence of both phases and the calculation has to be initialized with a very thin solid layer: the initial estimation of the time and front velocity is obtained from the analytical solution of the Stefan problem. Tests concerning the initialization procedure have shown that an initial thickness of the solid layer of order 1/1000 of the domain thickness is satisfactory and may be set to 1/100 in most cases, the only constraint being on the size of the time step at early times.

## REFERENCE SOLUTION

The 1-D diffusive phase change problem is particularly well suited for testing the accuracy of numerical or hybrid solution procedures, since a reference solution is available: the so-called Neumann solution of the Stefan problem, although limited, is indeed an easily computable analytical expression which provides an exact solution of the problem.

**The Neumann Solution.** This solution is defined for melting or solidification of a semi-infinite medium, and may be used for the case of a finite wall as long as the heat flux at the wall limiting the initial phase (here  $x = L$ ) may be neglected. The similarity solution proposed by Neumann (Crank, 1984) gives the following expression for the interface position:

$$S(\tau) = 2\lambda\sqrt{\tau} \quad (46)$$

where  $\lambda$  is the solution of the following transcendental equation:

$$\frac{e^{-\lambda^2}}{\text{Erfc}(\lambda)} - \Delta T^* \frac{e^{\frac{\lambda^2 w^*}{k^*}}}{\text{Erfc}\left(\lambda \sqrt{\frac{w^*}{k^*}}\right)} \sqrt{\frac{w^*}{k^*}} = \frac{\lambda\sqrt{\pi}}{\text{Ste}} \quad (47)$$

that can be easily solved using a Newton-Raphson procedure or a formal computation package. Herein, all the exact results were obtained through the use of the *Mathematica* (Wolfram, 1991) system.

In the following section, the comparison is not limited to a simple graphical display of the front position evolution with time: when possible, a quantitative comparison with the reference value is presented.

**The Test Cases.** Four test cases have been chosen for the validation of the numerical procedures. The thermophysical

properties of two different phase change materials (PCM) are considered, corresponding to the orders of magnitude for tin and octadecane. For each PCM, two situations are considered: first the initial solid phase is at the melting temperature (the one-domain problem), and secondly, the initial temperature of the solid phase is lower than  $T_m$ .

The properties, boundary conditions and resulting dimensionless parameters are presented in Table 1.

Table 1 – Properties and boundary conditions of the phase change materials.

	Metal	Paraffin
H	60000 J/kg	125000 J/kg
k	60 W/(m K)	0.2 W/(m K)
$c_p$	200 J/(kg K)	1250 J/(kg K)
$\rho$	7500 kg/m <sup>3</sup>	800 kg/m <sup>3</sup>
$T_m$	503 K	303 K
$T_0$	506 K	313 K
$T_i$	500 K	293 K
Ste	0.01	0.1

The same values of the properties are considered for the solid and liquid phases ( $k^* = 1$ ;  $w^* = 1$ ). In the one-domain case  $T_i = T_m$  ( $\Delta T^* = 0$ ).

It can be seen that the governing parameter, the Stefan number, is one order of magnitude larger in the case of octadecane than for the case of tin.

In the following simulations, the numerical parameters used for the Finite Volume Method are: 82 regularly spaced nodes in each phase (in the computational domain), time step  $\Delta t = 10^{-5}$ , convergence criterion  $\epsilon = 5 \times 10^{-4}$  and an initial time of  $10^{-5}$ . The number of terms used in the liquid and solid phases for the G.I.T.T. solution was 30 and 70, respectively, with initial times of  $10^{-8}$  (tin) and  $10^{-6}$  (octadecane).

## COMPARISON

**Case without conduction in the solid phase ( $\Delta T^* = 0$ ).** The simulations have been executed for both methods in a time range from 0 to 1 (in terms of the Fourier number). Interface positions have been stored every  $10^{-2}$ . A regression of the  $\text{Log}(S(\tau))$  vs.  $\text{Log}(\tau)$  values give a power law with a 0.5 exponent with a  $10^{-4}$  error for F.V.M. and  $10^{-6}$  for G.I.T.T. Then the value of lambda has been identified by linear regression of the  $S(\tau)$  vs.  $2\sqrt{\tau}$  curve using the subroutine DRLINE of the IMSL package (1989). This values are compared with the exact solution in Table 2.

Table 2 – Exact and calculated values of  $\lambda$ .

	Exact	F.V.M.	G.I.T.T.
<b>Metal (Ste=0.01)</b>	0.070593	0.070542	0.070597
<b>Paraffin (Ste=0.1)</b>	0.220016	0.219861	0.220087

It can be seen from the results that both methods give an excellent accuracy, leading to a solution within less than 0.1 % from the exact solution. The F.V.M. solution is relatively



unsensitive to the Stefan number with a relative error of 0.07 %. The solution given by the G.I.T. technique is far more accurate in the case of metal ( $Ste = 0.01$ ) with a relative error of 0.005 %, but the error is larger (0.03 %) for the higher Stefan number considered in this comparison. Tables 3 and 4 show a comparison between exact and numerical values of  $S(\tau)$  at different times for the case of tin and octadecane, respectively.

Table 3 – Moving boundary position for tin ( $\Delta T^* = 0$ ).

Time	F.V.M.	G.I.T.T.	Exact
0.1	4.46656E-02	4.46498E-02	4.46471E-02
0.2	6.31535E-02	6.31442E-02	6.31405E-02
0.3	7.73286E-02	7.73354E-02	7.73311E-02
0.4	8.92809E-02	8.92991E-02	8.92942E-02
0.5	9.98019E-02	9.98393E-02	9.98340E-02
0.6	1.09325E-01	1.09368E-01	1.09363E-01
0.7	1.18081E-01	1.18131E-01	1.18125E-01
0.8	1.26219E-01	1.26287E-01	1.26281E-01
0.9	1.33874E-01	1.33948E-01	1.33941E-01
1.0	1.41120E-01	1.41193E-01	1.41187E-01

Table 4 – Moving boundary position for paraffin ( $\Delta T^* = 0$ ).

Time	F.V.M.	G.I.T.T.	Exact
0.1	1.39208E-01	1.39194E-01	1.39151E-01
0.2	1.96828E-01	1.96851E-01	1.96789E-01
0.3	2.41008E-01	2.41092E-01	2.41016E-01
0.4	2.78259E-01	2.78390E-01	2.78301E-01
0.5	3.11052E-01	3.11249E-01	3.11150E-01
0.6	3.40728E-01	3.40956E-01	3.40848E-01
0.7	3.68020E-01	3.68275E-01	3.68158E-01
0.8	3.93401E-01	3.93702E-01	3.93577E-01
0.9	4.17257E-01	4.17584E-01	4.17452E-01
1.0	4.39826E-01	4.40172E-01	4.40033E-01

Case with conduction in the solid phase ( $\Delta T^* \neq 0$ ). In this case, the exact solution may be found only in the very first times of the process, as long as the zero flux condition is respected at the cold wall. Therefore, the results are not compared to the Neuman solution, but the interface position for both methods is given at different times in Tables 5 and 6. Tables 5 and 6 show the relative difference between the two solutions,  $\epsilon$ , which is defined as:

$$\epsilon = 2 \frac{|S_{GIT}(\tau) - S_{FVM}(\tau)|}{S_{GIT}(\tau) + S_{FVM}(\tau)} \quad (48)$$

Table 5 – Moving boundary position for tin ( $\Delta T^* \neq 0$ ).

Time	F.V.M.	G.I.T.T.	$\epsilon$
0.1	4.27682E-02	4.27757E-02	7.50E-06
0.2	6.04783E-02	6.04855E-02	7.20E-06
0.3	7.40189E-02	7.40259E-02	7.00E-06
0.4	8.53269E-02	8.53553E-02	2.84E-05
0.5	9.52084E-02	9.52442E-02	3.58E-05
0.6	1.04058E-01	1.04100E-01	4.20E-05
0.7	1.12114E-01	1.12169E-01	5.50E-05
0.8	1.19557E-01	1.19615E-01	5.80E-05
0.9	1.26485E-01	1.26552E-01	6.70E-05
1.0	1.32994E-01	1.33062E-01	6.80E-05

Table 6 – Moving boundary position for paraffin ( $\Delta T^* \neq 0$ ).

Time	F.V.M.	G.I.T.T.	$\epsilon$
0.1	1.19603E-01	1.19700E-01	9.70E-05
0.2	1.69008E-01	1.69113E-01	1.05E-04
0.3	2.06082E-01	2.06193E-01	1.11E-04
0.4	2.35967E-01	2.36137E-01	1.70E-04
0.5	2.61020E-01	2.61209E-01	1.89E-04
0.6	2.82514E-01	2.82728E-01	2.14E-04
0.7	3.01300E-01	3.01530E-01	2.30E-04
0.8	3.17935E-01	3.18170E-01	2.35E-04
0.9	3.32792E-01	3.33038E-01	2.46E-04
1.0	3.46165E-01	3.46417E-01	2.52E-04

The calculations were performed with a Pentium II 266 MHz processor under Windows NT. The computational time required to obtain the results presented in Table 6, through the two approaches, was 22 sec (G.I.T.T.) and 57 sec (F.V.M.). To different extents, both approaches could be optimized towards computational cost reduction, but this was not considered the main goal at the present research stage.

## REFERENCES

- Cotta, R.M., "Diffusion in Media with Prescribed Moving Boundaries: Application to Metals Oxidation at High Temperatures", *Proc. of the II Latin American Congress of Heat & Mass Transfer*, V. 1, pp. 502-513, São Paulo, Brazil, May 1986.
- Cotta, R.M., "Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow", CRC Press, Boca Raton, FL, 1993.
- Cotta, R.M. (editor), "The Integral Transform Method in Thermal & Fluids Sciences & Engineering", Begell House Inc., NY, 1998.
- Cotta, R.M. and Mikhailov, M.D., "Heat Conduction: Lumped Analysis, Integral Transforms, Symbolic Computation", John Wiley, New York, 1997.
- Crank, J., "Free and Moving Boundary Problems", Oxford University Press, 1984.
- Diniz, A.J., Aparecido, J.B., and Cotta, R.M., "Heat Conduction with Ablation in a Finite Slab", *Int. J. Heat & Technology*, V. 8, pp. 50-73, 1990.
- Gadgil, A. and Gobin, D., "Analysis of two dimensional melting in rectangular enclosures in presence of convection", *J. Heat Transfer*, V. 106, pp. 20-26, 1984.
- IMSL Library, MATH/LIB., Houston, TX 1989.
- Landau, H.G., "Heat conduction in a melting solid", *Quart. Appl. Math.*, V. 8, pp. 81-94, 1950.
- Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publ. Corp., 1980.
- Ruperti, N.J., Jr., and Cotta, R.M., "Heat Conduction with Ablation in Multilayered Media", *11<sup>th</sup> Brazilian Congress of Mechanical Engineering, XI COBEM*, São Paulo, December 1991.
- Ruperti, N.J., Jr., Zapparoli, E.L. and Cotta, R.M., "Hybrid Solution for Phase-Change Problems in Multiregion Media", *Eurotherm Seminar n° 30, Heat Transfer in Phase-Change Processes: Melting and Solidification*, Paris, October 1992.
- Selim, M.S. and Seagrave, R.C., "Solution of Moving-Boundary Transport Problems in Finite Media by Integral Transforms: I. Problems with a Plane Moving Boundary", *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, V. 12, pp. 1-17, 1973.
- Sparrow, E.M., Patankar, S.V. and Ramadhyani, S., "Analysis of melting in the presence of natural convection

in the melt region", *J. Heat Transfer*, V. 99 , pp. 520-526, 1977.

Sparrow, E.M. and Chuck, W., "An implicit/explicit numerical scheme for phase change problems", *Num. Heat Transfer*, V. 7, pp. 1-15, 1984.

Wolfram, S., "*MATHEMATICA -A System for Doing Mathematics by Computer*", The Advanced Book Program, Addison-Wesley Publishing •Co., Redwood City, California, 1991.

**INFLUÊNCIA DA RAZÃO DE ASPECTO DE CAVIDADES FECHADAS NA CONVECÇÃO NATURAL EM METAIS LÍQUIDOS**

**Luiz Joaquim C. Rocha e Angela O. Nieckele**

Departamento de Engenharia Mecânica, PUC/Rio

Rua Marquês de São Vicente 225 22453-900 Rio de Janeiro RJ, Brasil

e-mail: nieckele@mec.puc-rio.br

**RESUMO**

*Analisa-se numericamente o efeito da razão de aspecto no processo de convecção natural de metais líquidos em uma cavidade fechada bi-dimensional, nos regimes laminar e turbulento, utilizando-se a aproximação de Boussinesq. As paredes horizontais são adiabáticas, enquanto as paredes verticais são mantidas a diferentes temperaturas. São apresentados, graficamente, a distribuição de isoterms, o campo de velocidades, o campo de distribuição da energia cinética turbulenta, e sua taxa de dissipação. Analisa-se a influência da razão de aspecto nos números de Nusselt global e ao longo das paredes verticais.*

**INTRODUÇÃO**

O estudo da convecção natural em cavidades fechadas se deve à importância deste processo em várias aplicações industriais como coletores solares, reatores nucleares, componentes eletrônicos em cavidades, janelas e paredes duplas, purificação de metais, solidificação ou fusão de metais, entre outros. Na indústria siderúrgica, processos como o de fabricação de aços de alta qualidade requerem o estudo da solidificação combinada ao fenômeno da convecção natural.

Ostrach, (1972) organizou uma extensa revisão bibliográfica em trabalhos envolvendo convecção natural em cavidades retangulares fechadas e cilindros horizontais fechados. Nobile, Souza e Barozzi (1989) estudaram o fenômeno da convecção natural turbulenta em uma cavidade fechada. As propriedades são constantes, exceto pela aproximação de Boussinesq. O modelo de turbulência é o de duas equações diferenciais para baixo número de Reynolds (LRN  $\kappa-\epsilon$ ). É dada ênfase a escoamentos com número de Rayleigh acima de  $10^{10}$ . O número de Prandtl utilizado é 0,71. Mohammad e Viskanta (1991) obtiveram soluções numéricas, utilizando uma malha não uniforme com 61 x 61 pontos nodais, em escoamentos em regime transiente, laminar, para números de Prandtl iguais a 0,001, 0,005 e 0,01 para números de Grashof acima de  $10^7$ . As paredes verticais da cavidade são aquecidas, enquanto que as horizontais são isoladas. Nota-se que com o aumento do número de Prandtl cresce a frequência da oscilação do escoamento. Mohammad e Viskanta (1993) investigaram o fenômeno da convecção natural turbulenta em uma cavidade fechada em escoamentos a baixo número de Prandtl, observando que o escoamento torna-se turbulento quando o número de Rayleigh, Ra, é maior que  $10^5$ , tornando-se necessário a utilização de modelos de turbulência. São estudados dois casos distintos. No primeiro, a cavidade é aquecida por baixo e resfriada por cima, enquanto que as paredes verticais são adiabáticas. No segundo, a parede oeste é aquecida e a parede leste é resfriada, enquanto que as paredes horizontais são isoladas. Aqui a razão de aspecto varia de 1 a 1/6 com Rayleigh variando de  $2,2 \times 10^5$  a  $2,2 \times 10^9$ . É apresentada uma correlação entre o número de Nusselt global e, o número de Rayleigh e a razão de aspecto, para razões de aspecto menores do que a unidade. Foram obtidas soluções utilizando-se modelos bi-dimensional e tri-dimensional, as quais foram comparados com dados experimentais. O modelo de turbulência utilizado foi o LRN  $\kappa-\epsilon$ .

No presente trabalho, analisa-se a influência da razão de aspecto no campo de velocidade e temperatura, para os regimes laminar e turbulento. A razão de aspecto (AR) varia de 1/5 a 5/1 para  $Ra = 6,2 \times 10^6$  (turbulento) e  $Ra = 6,2 \times 10^4$  (laminar) com  $Pr = 1,1 \times 10^{-2}$ .

**MODELO FÍSICO E MATEMÁTICO**

Considera-se o escoamento devido à convecção natural em uma cavidade fechada bidimensional, figura 1, de um fluido Newtoniano. A cavidade é mantida a temperaturas uniformes e diferentes em suas paredes verticais. A parede oeste é mantida a uma temperatura  $T_H$  maior de que a temperatura da parede leste,  $T_C$ . As paredes horizontais são isoladas termicamente.

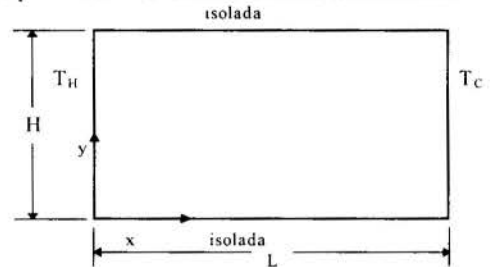


Figura 1 - Desenho esquemático.

Para a determinação do campo de velocidade e temperatura as equações de conservação de massa, quantidade de movimento linear e energia devem ser resolvidas. No regime turbulento essas equações são baseadas em valores médios no tempo e equações adicionais do modelo de turbulência LRN  $\kappa-\epsilon$  devem ser resolvidas

O escoamento é analisado no regime permanente e as propriedades são consideradas constantes, exceto pela aproximação de Boussinesq. Nela a massa específica é considerado constante em todos os termos, com exceção do termo de força de corpo, quando apresenta variação linear com a temperatura. As equações de conservação podem ser escritas como:

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u}_j \bar{u}_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}^*}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \mu_t \right) \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \bar{\rho} g \beta (\bar{T} - \bar{T}_C) \delta_{2j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u}_j \bar{T})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

onde  $\bar{u}_i$  são os componentes da velocidade nas direções coordenadas  $x_i$ , sendo  $x_2$  a coordenada na direção vertical.  $\mu$  e  $\mu_t$  são as viscosidades molecular e turbulenta, respectivamente.  $\bar{\rho}$  é a massa específica avaliada na temperatura de referência  $\bar{T}_C$ .  $\beta$  é o coeficiente de expansão térmica e  $g$  é a aceleração da gravidade.  $\bar{p}^* = \bar{p} + (2/3) \bar{\rho} \kappa - \bar{\rho} g x_i \delta_{2i}$ , é a pressão modificada, que incorpora efeitos da pressão dinâmica associada as flutuações da velocidade e parte dos efeitos gravitacionais, sendo que a gravidade atua na direção  $x_2$ .  $Pr$  é o número de Prandtl.  $\kappa$  é energia cinética turbulenta e  $\sigma_t$  é o número de Prandtl turbulento.

Para um número de Rayleigh acima de aproximadamente  $10^5$  o escoamento torna-se turbulento. O modelo de turbulência selecionado é o de duas equações diferenciais para baixo número de Reynolds, LRN  $\kappa$ - $\epsilon$ , originalmente desenvolvido, por Jones e Launder (1972) e, modificado por Lam e Bremhorst (1981) e por Davidson (1990). Neste modelo, a viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ , é definida como  $\mu_t = f_\mu c_\mu \bar{\rho} \kappa^2 / \epsilon$ , onde  $c_\mu$  é uma constante empírica.  $\epsilon$  é a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta,  $f_\mu$  é uma função de amortecimento da viscosidade turbulenta e depende da distância à parede. A energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta podem ser obtidas das seguintes equações de conservação:

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u}_j \kappa)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + P_\kappa + G_B - \rho \epsilon \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u}_j \epsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] - \frac{\epsilon}{\kappa} \left( f_1 c_{1\epsilon} P_\kappa + c_{1\epsilon} G_B - f_2 c_{2\epsilon} \rho \epsilon \right) \quad (5)$$

onde  $P_\kappa$  é o termo de produção de  $\kappa$  e,  $G_B$  o termo associado ao empuxo, são definidos da seguinte forma:

$$P_\kappa = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}, \quad G_B = -\frac{\mu_t g \beta}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_2} \quad (6)$$

$f_1$  e  $f_2$  também são funções de amortecimento e dependem da distância normal à parede mais próxima  $n$  e são definidos como:

$$f_1 = 1 + \left( \frac{0,14}{f_\mu} \right)^3$$

$$f_2 = \left[ 1 - 0,27 \exp(-Re_t^2) \right] \left[ 1 - \exp(-Re_n) \right] \quad (7)$$

$$f_\mu = \exp \left[ -\frac{3,4}{(1 + Re_t/50)^2} \right]; \quad Re_t = \frac{\rho \kappa^2}{\mu \epsilon}; \quad Re_n = \frac{\rho \sqrt{\kappa} n}{\mu} \quad (8)$$

As constantes e as funções empíricas utilizadas aqui, foram retiradas do trabalho de Davidson (1990). São elas:  $\sigma_t = 0,9$ ,  $\sigma_\kappa = 1,0$ ,  $\sigma_\epsilon = 1,3$ ,  $c_\mu = 0,09$ ,  $c_{1\epsilon} = 1,44$  e  $c_{2\epsilon} = 1,92$

As condições de contorno para a energia cinética turbulenta são de  $\kappa = 0$  em todas as paredes. Já para a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta, considera-se fluxo nulo nas paredes.

Adimensionalizando essas equações, conclui-se que o escoamento é governado pelos seguintes parâmetros: razão de aspecto,  $AR = H/L$ , número de Prandtl,  $Pr = \nu/\alpha$ , e número de Rayleigh  $Ra = g\beta\Delta TH^3/(\alpha \nu)$ .

## MÉTODO NUMÉRICO

O método numérico utilizado na resolução das equações de conservação é o método de diferenças finitas com formulação para volumes de controle (Patankar, 1980). O esquema de interpolação é o do tipo "Power Law" (Patankar, 1980). O algoritmo *SIMPLEC* (Van Doormaal e Raithby, 1984) é utilizado para resolver o acoplamento velocidade-pressão.

O algoritmo TDMA linha por linha, Patankar (1980), foi utilizado para resolver o sistema de equações discretizadas resultante. Utiliza-se o algoritmo de correção por blocos para acelerar a convergência. A convergência é obtida quando o residuo normalizado de todas as equações é menor ou igual a  $1 \times 10^{-6}$ .

É utilizada uma malha não uniforme, com os pontos nodais concentrados nas proximidades das paredes de acordo com Janssen e Henkes (1993). Define-se a posição  $i$ -ésima da face do volume de controle,  $x_i$ , em função do número total de pontos nodais  $n$  e o comprimento do domínio  $L$ , como:  $x_i = ii - L / (2\pi) \text{sen}(ii 2\pi)$ , onde  $ii = (i-1)/(n-2)$  para  $2 \leq i \leq n$ .

## RESULTADOS

Como mencionado, o presente trabalho consiste na análise da influência da razão de aspecto no processo de convecção natural de metais líquidos em cavidades. Selecionou-se um número de Prandtl típico igual a 0,011, o qual foi mantido constante. Dois números de Rayleigh diferentes foram escolhidos, representando um escoamento em regime laminar ( $Ra = 6,2 \times 10^4$ ) e em regime turbulento ( $Ra = 6,2 \times 10^6$ ). Investigou-se nove razões de aspecto diferentes: 1/5, 1/4, 1/3, 1/2, 1/1, 2/1, 3/1, 4/1 e 5/1.

A validação do problema foi realizada para o caso de uma cavidade quadrada, comparando os resultados obtidos com os resultados experimentais de Viskanta et al. (1986) e numéricos de Wolff et al. (1988). A comparação foi apresentada por Rocha e Niecele (1997), mostrando que uma boa concordância foi obtida entre os dados.

Realizou-se um teste de malha para definir o número de pontos nodais necessários na resolução das equações discretizadas. Um caso típico encontra-se ilustrado na figura 2, onde o perfil de temperatura adimensional ao longo da coordenada horizontal, é apresentado para diferentes posições



verticais. A temperatura adimensional é  $\theta = (T - T_C)/(T_H - T_C)$ . Verificou-se, que a solução para uma malha de 41 x 41 pontos pode ser considerada satisfatória, tendo sido utilizada em todos os casos apresentados aqui.

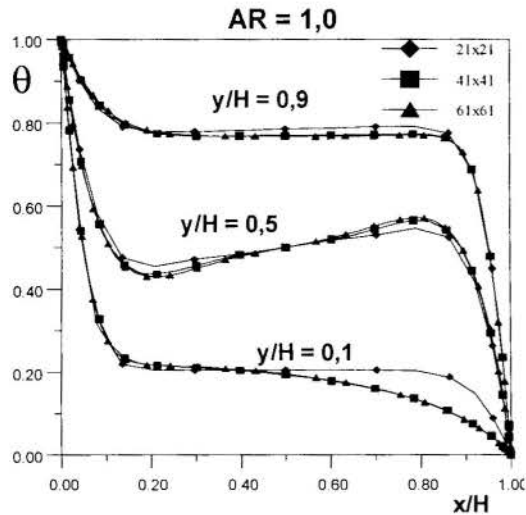


Figura 2 - Teste de malha.

**Campo de Velocidades.** O vetor velocidade é apresentado para duas cavidades com  $AR = 1$  e  $AR = 1/3$ , nos regimes laminar ( $Ra = 6,2 \cdot 10^4$ ) e regime turbulento ( $Ra = 6,2 \cdot 10^6$ ) nas figuras 3 e 4, respectivamente. O vetor velocidade para a razão de aspecto  $AR = 3/1$  encontra-se ilustrado para os dois regimes na figura 5. Note que em todos os casos existe uma simetria em relação a diagonal da cavidade. Altas velocidades são observadas ao longo das paredes verticais. Observa-se que para  $AR = 1$  e  $Ra = 6,2 \cdot 10^4$  (fig. 3a), existe um grande vórtice girando no sentido horário e pequenas recirculações surgem nas quinas. No regime turbulento, duas recirculações de baixa intensidade surgem na região central, sendo envolvidas por um vórtice aproximadamente circular. Quando a razão de aspecto diminui ( $AR = 1/3$ , fig. 3b e fig. 4b), o vórtice central é esticado, sendo possível observar claramente a formação de uma camada limite ao longo das superfícies superior e inferior. Para o caso laminar,

a recirculação na quina inferior do lado quente estica na horizontal, ao longo da parede isolada, enquanto a do lado superior desaparece. Já no caso turbulento, as recirculações centrais desaparecem. Os gradientes próximo às paredes são maiores. Quando o razão de aspecto cresce ( $AR = 3/1$ , fig. 5a e fig. 5b), observa-se um perfil de velocidade semelhante ao caso  $AR = 1/3$ , porém com a cavidade na vertical. Neste caso, a recirculação secundária cresce na vertical ao longo da quina superior da parede aquecida no regime laminar, enquanto que no regime turbulento, as velocidades são mais uniformes próximo as paredes verticais, apresentando gradiente mais acentuado.

**Campo de Temperaturas.** As figuras 6 a 8 ilustram as isotermas para os casos laminar e turbulento nas cavidades com razões de aspecto  $AR = 1, 1/3$  e  $3/1$ , respectivamente. Observa-se que as isotermas são perpendiculares às paredes isoladas, como era esperado, com gradiente acentuado próximos as paredes verticais. Para as cavidades com  $AR \leq 1$  observa-se que as isotermas são semelhantes. Observa-se altos gradientes na paredes verticais, sendo as isotermas aproximadamente horizontais no centro das cavidades, uma vez que esta região está associada a baixas velocidades. Para  $AR > 1$ , as isotermas são aproximadamente verticais, com perfil semelhante ao de condução de calor pura, especialmente no caso laminar.

**Campo de Variáveis da Turbulência.** A energia cinética turbulenta  $\kappa$ , assim como a taxa de dissipação  $\epsilon$ , encontram-se ilustradas nas Figuras 9 e 10, para  $AR = 1/3$  e  $3/1$ . O comportamento das grandezas turbulentas para as razões de aspecto menores do que 1 é semelhante, assim como para  $AR > 1$ , porém diferem entre si. Observa-se que o campo de energia cinética acompanha o campo de velocidade, pois quanto maior a velocidade maior a geração de energia cinética. Altos valores são observados na região tipo camada limite para  $AR < 1$  e perfis aproximadamente circulares para  $AR > 1$ , quando os perfis de velocidade são mais uniformes. A dissipação da energia cinética também é máxima nas regiões onde os jatos ascendente/descendente atingem as paredes horizontais, isto é, no canto esquerdo e canto inferior direito. Para  $AR > 1$ , a distribuição é bem mais uniforme, novamente com os valores mais elevados próximos as paredes horizontais.

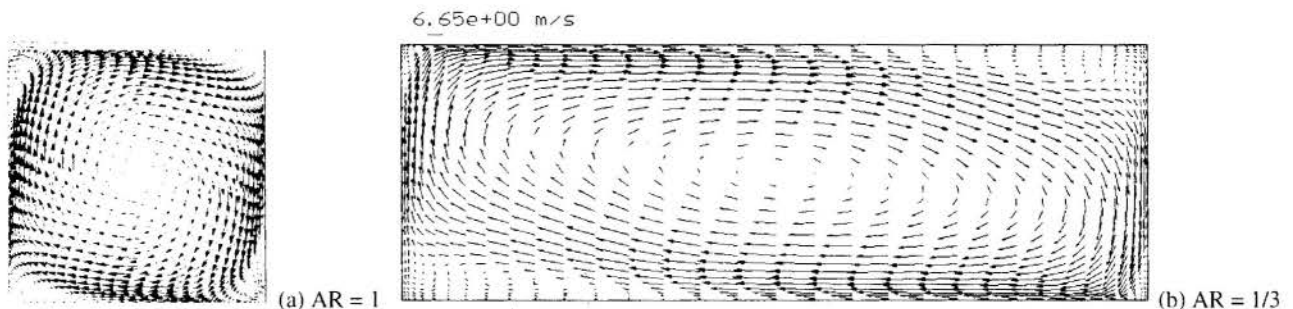


Figura 3 - Campo de Velocidade.  $Ra = 6,2 \cdot 10^4$ . (a)  $AR = 1$  (b)  $AR = 1/3$

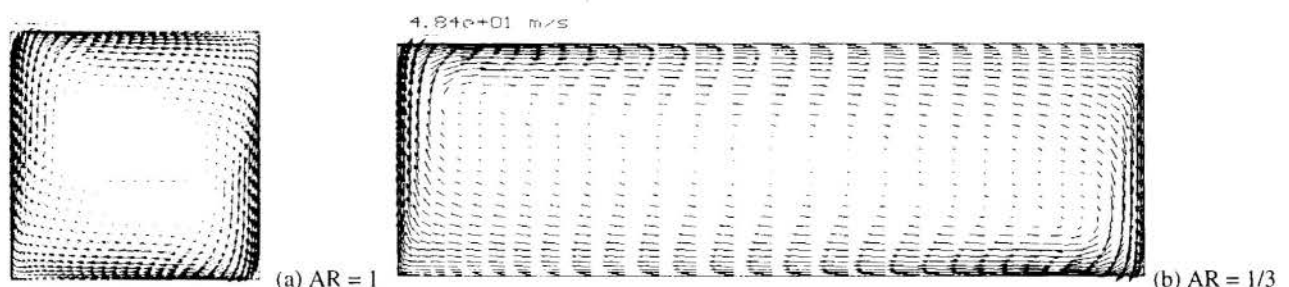
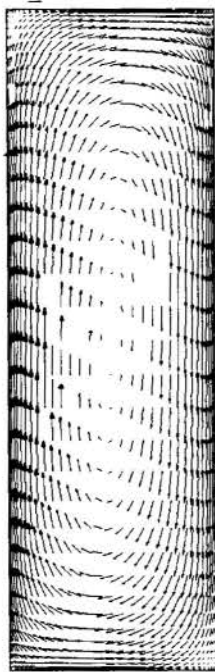
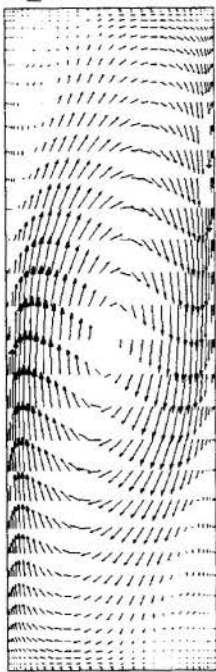


Figura 4 - Campo de Velocidade.  $Ra = 6,2 \cdot 10^6$ . (a)  $AR = 1$  (b)  $AR = 1/3$

7.18e+00 m/s

4.01e+01 m/s



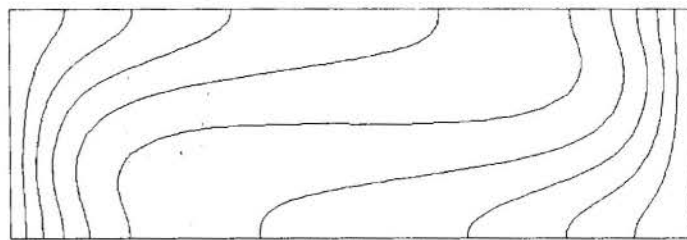
(a)  $Ra = 6,2 \cdot 10^4$

(b)  $Ra = 6,2 \cdot 10^6$

Figura 5 - Campo de Velocidade. AR=3/1



(a) AR = 1

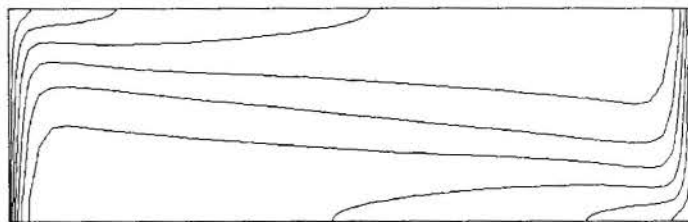


(b) AR = 1/3

Figura 6 - Isotermas.  $Ra = 6,2 \cdot 10^4$ . (a) AR = 1 (b) AR = 1/3

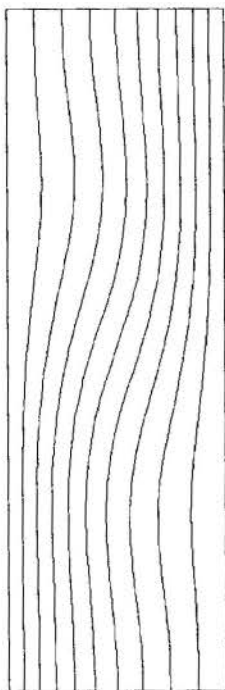


(a) AR = 1

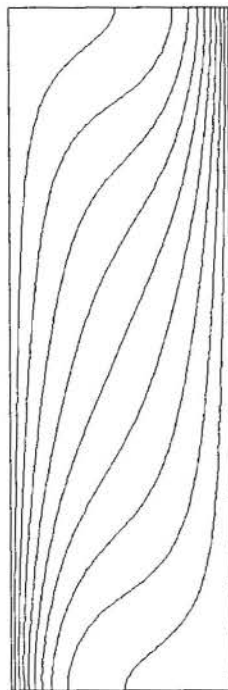


(b) AR = 1/3

Figura 7 - Isotermas.  $Ra = 6,2 \cdot 10^6$ . (a) AR = 1 (b) AR = 1/3

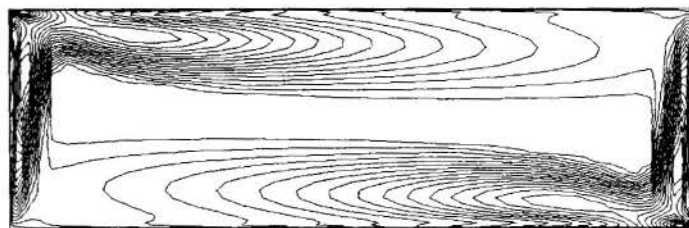


(a)  $Ra = 6,2 \cdot 10^4$

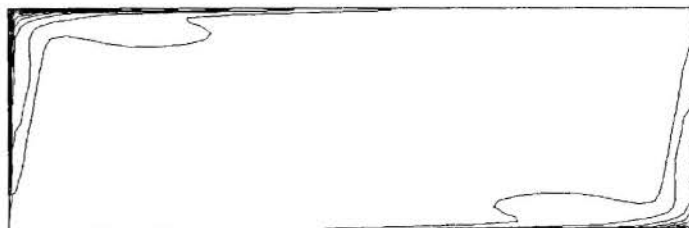


(b)  $Ra = 6,2 \cdot 10^6$

Figura 8 - Isotermas. AR=3/1

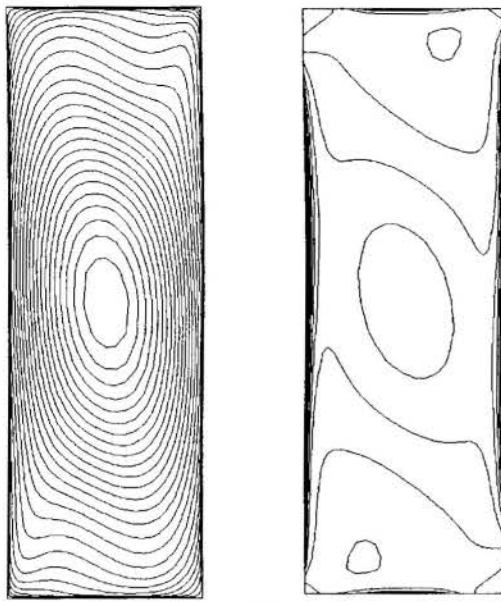


(a) Energia Cinética Turbulenta



(b) Dissipação de Energia Cinética Turbulenta

Figura 9 -  $Ra = 6,2 \cdot 10^6$ . AR = 1/3



(a) Energia Cinética Turbulenta  
(b) Dissipação de Energia Cinética Turbulenta  
Figura 10 - Ra = 6,2 10<sup>6</sup>. AR = 3/1

Número de Nusselt. Os números de Nusselt local e médio foram definidos como

$$Nu = \frac{h H}{k} = \frac{q_w H}{(T_1 - T_2) k}, \quad \overline{Nu} = \frac{\overline{h} H}{k} = \frac{\overline{q_w} H}{(T_1 - T_2) k} \quad (9)$$

onde  $q_w$  é o fluxo de calor local ao longo da paredes e o fluxo de calor médio é  $\overline{q_w} = 1/H \int q_w dy$ .

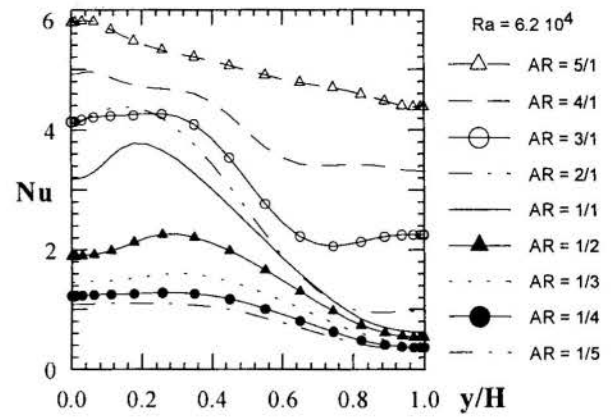
A figura 11 apresenta a distribuição do número de Nusselt local ao longo da parede vertical para as diversas razões de aspecto investigadas, para regime laminar ( $Ra = 6,2 \cdot 10^4$ ) e turbulento ( $Ra = 6,2 \cdot 10^6$ ), respectivamente. Observa-se que a troca de calor é sempre mais elevada na parte inferior da parede, uma vez que o fluido quente sobe, fazendo com que o fluido frio desça e banhe a parede quente, resultando em um maior fluxo de calor.

Observa-se que no caso laminar, a distribuição do número de Nusselt ao longo da parede vertical é bem menos acentuada do que no caso turbulento. Note, que variação do número de Nusselt é mais acentuada para AR próximas de 1, no caso laminar. Para o caso turbulento, a distribuição de Nusselt ao longo da parede é bem semelhante para as diversas AR testadas, com um acréscimo na não uniformidade no caso de altas AR. Como era de se esperar, quando AR cresce, a área de transferência de calor cresce e, conseqüentemente, o Nusselt cresce.

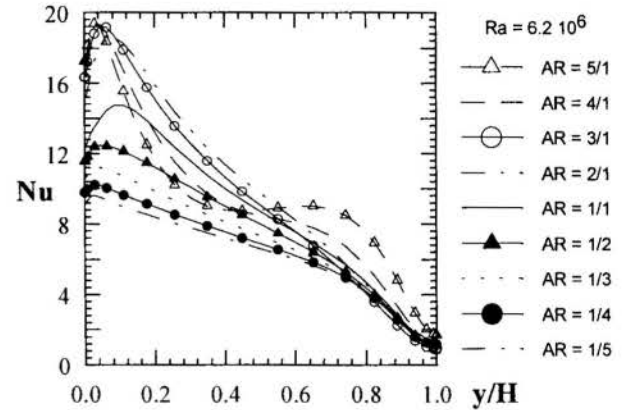
A influência da razão de aspecto do número de Nusselt médio é apresentada na Figura 12. Nesta figura, são apresentadas também duas correlações para estimar o número de Nusselt médio no caso laminar  $Nu_l$  ( $Ra = 6,2 \cdot 10^4$ ) e no turbulento  $Nu_t$  ( $Ra = 6,2 \cdot 10^6$ ). Observa-se que no caso laminar,  $\overline{Nu}$  cresce até aproximadamente 3, para  $AR \approx 2$ , permanece aproximadamente constante, e aumenta sua taxa de crescimento para  $AR > 3$ . A correlação que ajusta estes dados é

$$Nu_l = 0,5596 + 2,3027 AR - 0,755 AR^2 + 0,0961 AR^3 \quad (10)$$

Para o caso turbulento, observa-se que  $\overline{Nu}$  atinge um valor máximo para  $AR \approx 2$ , apresentando uma pequena caída para  $AR = 4$  e recuperando para  $AR = 5$ . Devido ao aumento no empuxo, que leva a altas velocidades, a troca de calor é bem mais



(a) Ra = 6,2 10<sup>4</sup>



(b) Ra = 6,2 10<sup>6</sup>

Figura 11 - Influência da Razão de Aspecto na Distribuição do Nusselt local ao longo da parede vertical.

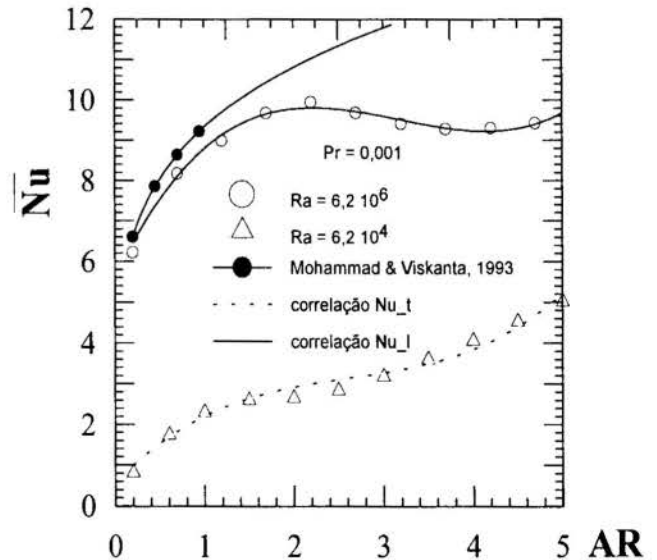


Figura 12 - Influência da Razão de Aspecto na Distribuição do Nusselt médio ao longo da parede vertical.

acentuada no caso turbulento. Neste caso, a correlação que ajusta os dados é

$$Nu_t = 5,605 + 4,591 AR - 1,586 AR^2 + 0,1661 AR^3 \quad (11)$$

Visando a comparação com dados encontrados na literatura, apresenta-se ainda no mesmo gráfico a correlação proposta para o regime turbulento por Mohammad e Viskanta, 1993, para o número de Nusselt médio para razões de aspecto inferiores a 1:

$$\overline{Nu} = 0,386 AR^{0,213} (Ra Pr)^{0,286} \quad (12)$$

Observa-se que a concordância entre os modelos é bem razoável, porém a correlação proposta, realmente só é válida para  $AR < 1$ .

Visando avaliar o efeito da convecção natural na troca de calor pelas paredes das cavidades, apresenta-se na figura 13, a variação do número de Nusselt médio normalizado pelo número de Nusselt de condução pura  $Nu_k$  com a razão de aspecto. Observa-se que para cavidades com pequenas razões de aspecto, a influência da convecção natural na troca de calor é significativa, especialmente no regime turbulento, onde um fator igual a 30 é observado para  $AR = 0,1$ . Por outro lado, apesar do número de Nusselt ser maior para  $AR > 1$ , a influência da convecção natural é muito pequena, o que já era esperado pois como mostrado na fig. 8, as isotermas são aproximadamente verticais.

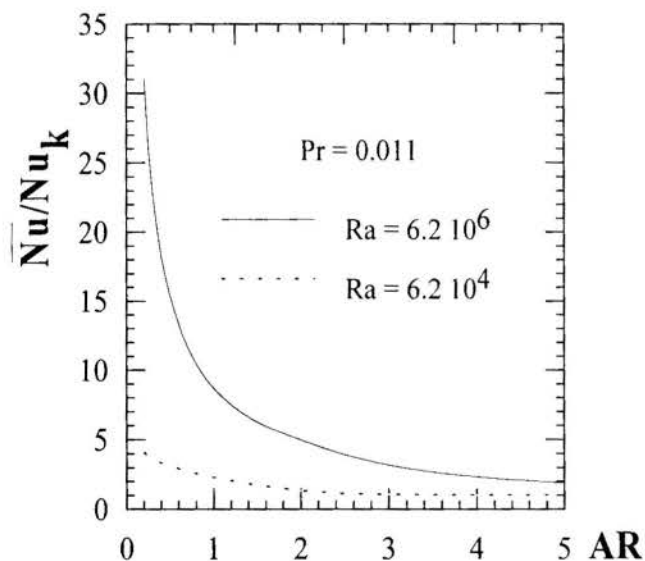


Figura 13 - Aumento da Troca de Calor Devido a Convecção Natural em Relação a Condução Pura

## CONCLUSÃO

Analisou-se numericamente a influência da razão de aspecto em cavidades sujeitas a convecção natural de metais líquidos. Investigou-se um caso em regime laminar e um outro em regime turbulento, onde o modelo  $k-\epsilon$  LRN foi utilizado. Observou-se que a turbulência induz a uma maior não uniformidade na transferência de calor pelas paredes da cavidade, uma vez que jatos associados a altas velocidades são encontrados, não só levando fluido quente para cima, mas trazendo o fluido frio para a parte inferior da cavidade, aumentando a troca de calor, nesta região.

Duas correlações foram propostas, para avaliar o número de Nusselt médio em função da razão de aspecto. Ainda é necessário investigar o efeito das várias razões de aspecto para outros

números de Rayleigh, visando criar uma correlação mais geral tanto para o regime laminar como turbulento

A convecção natural apresenta um aumento significativo na troca de calor em relação a condução pura para baixas razões de aspecto, não sendo significativa para  $AR > 3$ .

## SUMMARY

Numerical analysis of the aspect ratio effect in the natural convection process of liquid metals, in the laminar and turbulent regime, inside a closed two-dimensional cavity, by adopting the Boussinesq approximation. The horizontal walls are adiabatic, while the vertical walls are maintained at different temperatures. The distribution of the velocity field, isotherms, turbulent kinetic energy and its dissipation rate are presented inside the cavities. The influence of the aspect rate in the Nusselt number along the vertical walls and in the average Nusselt number is investigated.

## REFERÊNCIAS

Davidson, L., 1990, "Calculation of the Turbulent Buoyancy-Driven Flow in a Rectangular Cavity Using an Efficient Solver and Two Different Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  Turbulence Models", *Numerical Heat Transfer, Part A*, vol. 18, pp. 129-147.

Janssen, R.J.A.; Henks, R.A.W. AND Hoogendoorn C. J., 1993, "Transition to Time-Periodicity of a Natural-Convection Flow in a 3D Differentially Heated Cavity", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 36, No. 11, pp. 2927-2940.

Jones, W.P. AND Launder, B.E.; 1972, "The Prediction of Laminarization with Two-Equation Model of Turbulence", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 15, pp. 301-314.

Lam, C.K.G AND Bremhorst, K.A A. 1981, "Modified Form of the  $k-\epsilon$  Model for Predicting Wall Turbulence", *J. Fluid Engineering*, Vol.103, pp.456-460.

Mohammad, A.A. and Viskanta, R.; 1991, "Transient Natural Convection of Low-Prandtl-Number fluids in a Differentially Heated Cavity", *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, vol. 13, pp. 61-81.

Mohammad, A.A. and Viskanta, R.; 1993, "Modeling of Turbulence Buoyant Flow and Heat Transfer in Liquid Metals", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 36, No. 11, pp. 2815-2826.

Nobile, E.; Souza, A.C.M.; Barozzi, G.S.; 1989, "Turbulence Modeling in Confined Natural Convection", *Heat and Technology*, vol. 7, No. 3-4, pp. 24-35.

Ostrach, S.; 1972, "Natural Convection in Enclosures", *Advances of Heat Transfer*, vol. 8, pp. 161-227.

Patankar, S.V.; 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*; Hemisphere, New York.

Rocha, L.J.C. and Nieckele, A.O.; 1997, "Convecção Natural de Metais Líquidos em Cavidades Fechadas", *Anais do XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, COB 719, CD-ROM.

Van Doormaan, J.P. AND Raithby, G.D.; 1984, "Enchancements of The SIMPLE Method for Prediction Incompressible Fluid Flow", *Numerical Heat Transfer*, Vol.7, pp.147-163.

Viskanta, R.; Kim, D.M. and Gau, C.; 1986, "Three-Dimensional Natural Convection Heat Transfer of a Liquid Metal in a Cavity", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 29, No. 3, pp. 475-485.

Wolff, F.; Beckermann, C. and Viskanta, R.; 1988, "Natural Convection of Liquid Metals in Vertical Cavities", *Exp. Thermal Fluid Sci*, Vol.1, pp.83-91.