

PROCEEDINGS

VOLUME 2

ENCIT 98

7th Brazilian Congress of Engineering
and Thermal Sciences



November 03 - 06, 1998
Rio de Janeiro

ABCm
Brazilian Society
of Mechanical Sciences



ENCIT 98

PROCEEDINGS

VII CONGRESSO BRASILEIRO DE
ENGENHARIA E CIÊNCIAS TÉRMICAS

*VII BRAZILIAN CONGRESS OF ENGINEERING AND
THERMAL SCIENCES*

VOLUME II

Rio de Janeiro RJ, November 3rd – 6th 1998

SPONSORS



FAPERJ

FUNDAÇÃO DE AMPARO
À PESQUISA DO ESTADO
DO RIO DE JANEIRO



finep

Financiadora de Estudos e Projetos



anp

Agência
Nacional do
Petróleo



C A P E S

Coordenação de Aperfeiçoamento
de Pessoal de Nível Superior



PETROBRAS



INMETRO



CNPq

CONSELHO NACIONAL DE
DESENVOLVIMENTO
CIENTÍFICO E TECNOLÓGICO

P R O G R A M A R H
M E T R O L O G I A

PROMOTED BY



PUC
RIO



INSTITUTO
TECNOLÓGICO
PUC - RIO

DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA
MECÂNICA
PUC-Rio



Brazilian Society
of Mechanical Sciences

Associação Brasileira de Ciências Mecânicas - ABCM
(Brazilian Society of Mechanical Sciences)

Presidente: Carlos A. de Almeida
Vice-Presidente: Hans Ingo Weber
Secretário Geral: Paulo Batista Gonçalves
Secretário: Nestor Alberto Zoueiri Pereira
Diretor de Patrimônio: Felipe B. de F. Rachid

Comitê de Ciências Térmicas da ABCM
(Thermal Science Committee- ABCM)

Antônio César P. Brasil Jr.
Antônio Fábio C. da Silva
Átila P. da Silva Freire
João Luiz F. de Azevedo
José Alberto dos Reis Parise
Jurandir Itizo Yamagihara
Leonardo Goldstein Jr.
Sílvia Azucena Nebra de Perez

Comitê Organizador
(Organizing Committee)

José Alberto dos Reis Parise
Sergio Leal Braga

Secretary

Ana Rosa Martins
Eliane F. Albernaz
Flávia Schittine Campos

Coordinators of The Reviewing Process at Each Research Institution

Angela O. Nieckele - PUC-RIO

Antônio Fábio C. Silva - UFSC

Aristeu Silveira Neto - UFU

Átila P. Silva Freire - UFRJ

Celso Luiz da Silva - UNESP

Felipe B.de Freitas Rachid - UFF

Francesco Scofano Neto - IME

Giulio Massarini - UFRJ

Horácio Antônio Vielmo - UFRGS

João Andrade Carvalho Jr. - INPE

José Luiz Alvez da Fontoura Rodrigues - UnB

José Maria Saíz Jabardo - USP/São Carlos

José Maurício Gurgel - UFPB

José Ricardo Sodré - PUC-MG

José Teixeira Freire - UFSCar

José Viriato Coelho Vargas - UFPR

Leonardo Goldstein Jr. - UNICAMP

Marcelo José dos Santos Lemos - ITA

Márcio Ziviani - UFMG

Reinaldo Giudici - USP

Rogério Silveira de Queiroz - UFES

REFEREES

- Alberto Hernandez Neto - USP/DEM
Albino José Kalab Leiróz - IME
Alcides Padilha - UNESP/DEM/FE
Alcir de Faro Orlando- PUC-Rio/DEM
Aldo João de Sousa - UnB/DEM
Alexandre Borges de Miranda - UFMG/DEM
Algacir Morgerstein - IAE/CTA
Álvaro Toubes Prata - UFSC/EMC
Amilcar Porto Pimenta - IAE/ITA
Angela O Nieckele - PUC-Rio/DEM
Antonio C. P. Brasil Junior - UnB/DEM
Antonio Carlos Bannuart - UNICAMP/FEM
Antônio Carlos Ribeiro Nogueira - UFSC/EMC
Antonio Fábio Carvalho da Silva - UFSC/EMC
Antônio Ferreira Ávila - UFMG/DEM
Antonio Francisco Fortes - UnB/DEM
Antonio Moreira dos Santos - USP-São Carlos
Antonio Pralon Leite - UFPB/DEM/CCT
Araí A. B. Pécora - UNICAMP/FEM/DETF
Aristeu Silveira Neto - UFU/DEEME
Aristóteles A. Lyrio - UFES
Armando Albertazzi Gonçalves Jr. - UFSC/EMC
Armando Miguel Awruch - UFRGS/PROMEC
Arnaldo Cesar da S. Walter - UNICAMP/FEM
Arno Krenzinger - UFRGS/PROMEC
Arthur Martins Braga - PUC-Rio/DEM
Átila P. Silva Freire - UFRJ/COPPE/PEM
Caio Glauco Sanches - UNICAMP/FEM/DETF
Carlos Alberto C. Moraes - UFRJ/COPPE/PEM
Carlos Alberto de Melo - UFU/DEEME
Carlos Alberto Gurgel Veras - INPE
Carlos Alberto Martin - UFSC/EMC
Carlos Antonio C. Santos - UFPB/DTM/CT
Carlos Augusto C. Altemani - UNICAMP/FEM
Carlos de Moura Neto - IEM/ITA
Carlos Roberto Ribeiro - UFU/DEEME
Celso Luiz da Silva - UNESP/DEM/FE
Celso Peres Fernandes - UFSC/EMC
César José Deschamps - UFSC/EMC
César Otaviano Ribeiro Negrão - UFSC/EMC
Cláudio Melo - UFSC/EMC
Clovis Raimundo Maliska - UFSC/EMC
Demétrio Bastos Netto - INPE
Denis José Schiozer - UNICAMP/FEM/DEP
Dermeval J. M. Sartori - UFSCAR/DEQ
Dmitri Vlassov - UFPR/DEMEC
Edgard M. Noboo - UnB/DEM
Edson Bazzo - UFSC/EMC
Edson Luiz Zaparole - IEM/ITA
Eduardo Cleto Pires - USP-São Carlos
Elcio Nogueira - UNIVAP
Elias A. Dalvi - UFES
Elizabeth Marques Duarte Pereira - PUC-MG
Eugene Uwimana - UFU/DEEME
Eugênio Spano Rosa - UNICAMP/FEM
Evaristo C. Biscaia Jr. - UFRJ/COPPE/PEQ
Felipe Bastos de F. Rachid - UFF
Fernando A. França - UNICAMP/FEM
Fernando Antônio Forcellini - UFSC/EMC
Fernando de Souza Costa - INPE
Fernando M. Catalano - USP-São Carlos
Fernando Menandro - UFES
Fernando Miglioli - USP-São Carlos
Fernando T. Boçon - UFPR/DEMEC
Francesco Scofano Neto - IME
Francisco Belo - UFPB/DTM/CT
Francisco Eduardo Mourão Saboya - UFF
Francisco Marcondes - UFPB/DEM/CCT
Francisco R. Cunha - UnB/DEM
Francisco Simões - UFPB/DEM/CCT
Galo Antonio Carrillo Le Roux - USP/QUI
George Stanescu - UFPR/DEMEC

Geraldo Augusto C. França – UFMG/DEM
Gilmar Guimarães - UFU/DEEME
Giulio Massarini - UFRJ/COPPE/ PEQ
Glauca Maria Falcão de Aragão – UFSC/ENQ
Guenther C. Krieger Filho - USP/DEM
Gustavo César R. Bodstein– UFRJ/COPPE/PEM
Haiko Hense – UFSC/ENQ
Hans George Arens - USP-São Carlos
Hélcio Rangel B. Orlande – UFRJ/COPPE/PEM
Heraldo da Silva Couto - INPE
Heraldo Silva da Costa Mattos – UFF
Heronildes Oliveira - UFES
Horácio Antonio Vielmo – UFRGS/DEMEC
Humberto Jorge José – UFSC/ENQ
Ivan de Domenico Valarelli - UNESP/DEM/FE
Jaime Tupiassú– PUC-Rio/DEM
Jair Nascimento Filho – UFMG/DEM
Jerzy T. Sielawa - INPE
João Andrade de Carvalho Junior - INPE
João Borges Laurindo – UFSC/ENQ
João Luis F. Azevedo - IAE/CTA
João Luiz Donatelli - UFES
João Nildo de Souza Vianna – UnB/DEM
João Roberto Barbosa - IEM/ITA
Jorge Isaias L. Beltran - UNICAMP/FEM/DE
José Luz Silveira - UNESP
José Alberto dos Reis Parise– PUC-Rio/DEM
José Antônio Bellini C. Neto – UFSC/EMC
José Antonio Ribeiro de Souza – UFSC/ENQ
José Bezerra Pessoa Filho - IAE/CTA
José Carlos César Amorim- IME
José Gobbo Ferreira - INPE
José Henrique Carneiro de Araújo – UFF
José Luiz Alves F. Rodrigues – UnB/DEM
José Luz Silveira - UNESP
José Maria S. Jabardo - USP-São Carlos
José Maurício Gurgel – UFPB/DTM/CT
José Ricardo Figueiredo - UNICAMP/FEM/DE
José Ricardo Sodré – PUC-MG

José Teixeira Freire – UFSCAR/DEQ
José Viriato Coelho Vargas – UFPR/DEMEC
José Vladimir de Oliveira - UFRJ/COPPE/ PEQ
Julia Maria Garcia Rocha – PUC-MG
Júlio César Passos – UFSC/EMC
Júlio R. Meneghini - USP/DEM
Jurandir Itizo Yanagihara - USP/DEM
Kamal A R. Ismail - UNICAMP/FEM/DETF
Leandro Soares de Oliveira – UFMG/DEQ
Leon Sinay - INPE
Leonardo Goldstein Jr. – UNICAMP/FEM
Ligia Damasceno F. Marczak - UFRGS/DEC
Luciano M. C. Varejão - UFES
Lucio R. B. Salomon – UnB/DEM
Luis Fernando A Azevedo– PUC-Rio/DEM
Luismar Marques Porto – UFSC/ENQ
Luiz Cláudio C. Santos– UFRJ/COPPE/PEM
Luiz F. Milanez - UNICAMP/FEM/DE
Luiz Felipe M. Moura - UNICAMP/FEM
Luiz Machado – UFMG/DEM
Luiz Roberto Carroci - UNESP
Lutero Carmo de Lima - UFU/DEEME
Manoel E. Cruz– UFRJ/COPPE/PEM
Mara Gabriela Novy Quadri – UFSC/ENQ
Marcello Augusto Faraco Medeiros – PUC-MG
Marcelo José Santos de Lemos - ITA/CTA
Marcelo Krajnc Alves – UFSC/EMC
Marcelo M. Ganzarolli - UNICAMP/FEM/DE
Márcia Barbosa H. Mantelli – UFSC/EMC
Marcio Bueno dos Santos - INPE
Márcio Carvalho– PUC-Rio/DEM
Márcio Fonte-Boa Cortez – UFMG/DEM
Marcio L. Souza Santos - UNICAMP/FEM/DE
Marcio Ziviani – UFMG/DEM
Marcley Lazarini Pereira – PUC-MG
Marco Antonio R. Pereira - UNESP/DEM
Marco Aurélio Ferreira - INPE
Marco T. M. B. de Vilhena - UFRGS/PROMECA
Marco W. Cavalcanti – UFPB/DTM/CT

Marcos Tadeu Pereira - USP/DEM
 Marcos Aurélio Ortega - IAE/ITA
 Marcos de Mattos Pimenta - USP/DEM
 Marcos Heilzman Junqueira Pedras - UNIVAP
 Marcos Sebastião P. Gomes- PUC-Rio/DEM
 Marcos Vinicius Bortolus – UFMG/DEM
 Maria do Carmo Ferreira – UFSCAR/DEQ
 Maria Laura Martins-Costa – UFF
 Marinho Bastos Quadri – UFSC/ENQ
 Mauri Fortes – UNA
 Maurício Araújo Zanardi - UNESP
 Maurício Pazini Brandão - IAE/CTA
 Mauro Speranza Neto– PUC-Rio/DEM
 Mila Rosendal Avelino– UFRJ/COPPE/PEM
 Milton Biage - UFU/DEEME
 Miriam R. Tavares - USP/DEM
 Mônica Feijó Naccache– PUC-Rio/DEM
 Narciso Angel Ramos Arroyo – UFSC/EMC
 Nide Geraldo C. Ramos Fico Jr - IAE/ITA
 Nilo S. M. Cardoso - UFRGS/DEQUI
 Nísio Brun - UFRJ/COPPE /PEM
 Orozimbo A de Almeida Rego - UFU/DEEME
 Oscar Mendonza - UFU/DEEME
 Osvaldir Iaranto - UNICAMP/FEQ
 Paulo César da Costa Pinheiro – UFMG/DEM
 Paulo César da Silva Jucá – UFSC/EMC
 Paulo César Philippi – UFSC/EMC
 Paulo L. C. Lage - UFRJ/COPPE/ PEQ
 Paulo Magalhães Filho - UNESP
 Paulo Otto Beyer - UFRGS/DEMEC
 Paulo R. Tardin Jr. – UNICAMP/FEM/DETF
 Paulo Roberto S.Mendes– PUC-Rio/DEM
 Paulo Roberto Mei - UNICAMP/FEM/DEMA
 Paulo S. Schneider - UFRGS/DEMEC
 Paulo Seleguin Jr. – USP-São Carlos
 Pedro Barbosa Mello - UFRGS/DEMEC
 Pedro Felipe de Abreu - UNIVALI
 Philippe Patrick Marie Menut– UFRJ/COPPE
 Raimundo Nonato Duarte – UFPB/DEM/CCT
 Ramón Molina Valle – UFMG/DEM
 Regina de Fátima P.Muniz Pereira – UFSC/ENQ
 Reinaldo Giudici – -USP/DEM
 Ricardo Fortes - UFU/DEEME
 Ricardo Luiz Utsch F. Pinto – UFMG/DEM
 Ricardo Nicolau Nassar Koury – UFMG/DEM
 Roberto da Mota Girardi - IAE/ITA
 Rodrigo Otávio de Castro Guedes - IME
 Rogério Silveira de Queiroz – UFES
 Rogério Tadeu da Silva Ferreira – UFSC/EMC
 Romberg Gondim – UFPB/DTM/CT
 Ronaldo G. Corrêa – UFSCAR/DEQ
 Rubens Sampaio– PUC-Rio/DEM
 Saulo Güths – UFSC/EMC
 Sérgio Colle – UFSC/EMC
 Sergio de Moraes Hanriot – PUC-MG
 Sergio Leal Braga– PUC-Rio/DEM
 Sergio Leite Lopes – UFES
 Sérgio Luiz Frey – UFRGS/DEMEC
 Sergio Mourão Saboya - IEM/ITA
 Sergio N. Bordalo - UNICAMP/FEM/DEP
 Sergio V. Möller - UFRGS/PROMEC
 Silvia A N. Pérez - UNICAMP/FEM/DE
 Sílvio Carlos A. de Almeida– UFRJ/COPPE
 Sílvio de Oliveira Junior - USP/DEM
 Su Jian - UFRJ/COPPE /PEM
 Theo Guenter Kieckbusch - UNICAMP/FEQ
 Valéria Viana Murato - UFU/DEEQUI
 Vicente de Paulo Nicolau – UFSC/EMC
 Vicente Luiz Scalon - UNESP/DEM/FE
 Wilson Carlos S. Ferreira - UFRGS/DEMEC
 Waldir A Bizzo - UNICAMP/FEM/DETF
 Waldir L. R. Gallo - UNICAMP/FEM/DE
 Wanyr Romero Ferreira – UFMG/DEM
 Washington Braga– PUC-Rio/DEM
 Woodrow Lopes Roma - USP-São Carlos
 Wu Wong Kwong – UFSCAR/DEQ
 Yukio Kobayashi - UNESP/DEM/FE

FOREWORD

The two volumes of these Proceedings contain the scientific presentations at the 7th Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences, ENCIT98. The event has the support of ABCM (Brazilian Society of Mechanical Sciences) and PUC-Rio (Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro).

This series of conferences began in Rio de Janeiro, in 1986, and have been held every two years since then. The goals of the 7th Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences remain the same as for the previous conferences: to present research and design results in engineering and thermal sciences, to promote valuable discussion and opportunity for exchange of knowledge among the thermal sciences community and to educate engineers and engineering students starting in the field.

All papers were submitted for formal review. A total of 519 abstracts have been submitted, resulting in 290 submitted manuscripts. The result of this effort is represented by 260 papers in their final version, out of 272 that have been accepted (as submitted or with modifications). We take the opportunity, on behalf of ABCM, to encourage authors to submit their papers to the Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences. More details on the format of manuscripts for submission could be obtained at abcm@fem.unicamp.br.

The organizing committee wholeheartedly thank the sponsors for their timely support to the event. Also, the organizers are indebted to the numerous authors who have responded to the Call for Papers, bringing excellent contributions to the conference, the reviewers for their effort in ensuring the high quality of the papers, and all persons who have taken part in this exchange of knowledge, which is so essential for any technology in progress. Finally, we would like to thank Eliane Ferreira Albernaz, conference secretary, and all members of the staff from the Technological Institute (ITUC) and from the Department of Mechanical Engineering, both from PUC-Rio, for their valuable assistance.

We hope that these Proceedings will be well received within the community and that they will be an enduring representation of the state of knowledge in the engineering and thermal sciences area, as have their predecessors. We also extend a warm welcome to all participants of the conference and we hope your stay at Rio de Janeiro is a pleasant one.

Invited Speakers

Uso da Análise de Incerteza para Avaliação de Experimentos

Alcir de Faro Orlando

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio
Brasil

Fluidos Não Newtonianos: Fundamentos e Aplicações

Paulo Roberto de Souza Mendes

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio
Brasil

A Nova Realidade do Setor Petróleo e a Flexibilização do Monopólio

Eloi Fernández y Fernández

Diretor da ANP
Brasil

Híbrid Methods in Thermal Sciences:- Problem Formulation, Solution Methodology, Mixed Computation

Renato M. Cotta

Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil

Escoamento e Transferência de Calor em Compressores Alternativos

Álvaro T. Prata

Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina
Brasil

Role of CFD in Hypersonic Vehicle Design - Present Trends and Future Requirements

Ethiraj Venkatapathy

Director of Research, Elret, Site Manager
Thermosciences Institute, NASA Ames Research Center
USA

Incineration of Municipal and Clinical Waste: Problems on Combustion and Control of Emissions

Peter J. Foster

Reader, Department of Chemical & Process Engineering
England

CONTENTS

VOLUME I

AERODYNAMICS AND GAS DYNAMICS

- ESQUEMAS DE MALHAS SOBREPOSTAS PARA AS EQUAÇÕES DE EULER1
BIDIMENSIONAIS EM ESCOAMENTOS COMPRESSÍVEIS
Leonor C.Q. Yagua, João L.F. Azevedo
- MODELO TRANSIENTE DO CIRCUITO AERODINÂMICO DE TÚNEL DE VENTO7
TRANSÔNICO
João Batista Pessoa Falcão Filho, Luis Carlos Sandoval Góes, Marcos Aurélio Ortega
- ENSAIOS INICIAIS NO TÚNEL TRANSÔNICO PILOTO DO CTA13
João Pedro Caminha Escosteguy
- IMPROVEMENT OF SURFACE SOURCES MODELING IN AN ACOUSTIC19
APPROACH TO AERODYNAMICS
Maurício Pazini Brandão
- EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF A RECOVERY SYSTEM FOR SMALL25
ORBITAL PAYLOADS
Victor Koldaev, Paulo Moraes Jr.
- NUMERICAL SIMULATION OF THE FLOW AROUND A ROTATING CIRCULAR31
CYLINDER USING THE VORTEX METHOD
Angelo A. Mustto, Gustavo C.R. Bodstein, Miguel H.Hirata

ANALYTICAL METHODS

- LAMINAR FORCED CONVECTION INSIDE CIRCULAR SECTOR TUBE37
WITH VARIABLE BOUNDARY HEAT FLUX
J.B. Aparecido, M.N. Özisik
- SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE LUIKOV POR TRANSFORMADA43
INTEGRAL (GITT) E TRANSFORMADA DE LAPLACE
R.L. Thum, L.B. Barrichello, M.T. Vilhena, R.M. Cotta
- FLUXO DE CALOR BI-DIRECIONAL NÃO-ESTACIONÁRIO EM MEIOS47
MULTI-COMPOSTOS
Paulo O. Beyer, Marco Túlio M.B. Vilhena

BUILDING THERMAL BEHAVIOUR

- AValiação DO CONFORTO TÉRMICO ATRAVÉS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA53
DE EDIFICAÇÕES
C.O. Carvalho Filho, C.O.R. Negrão, C. Melo
- A 2-D NUMERICAL MODEL FOR HEAT TRANSFER CALCULATIONS IN MULTIPANE59
WINDOWS
Pedro F. de Abreu, Roydon A. Fraser, Henry F. Sullivan, John L. Wright
- ANÁLISE DO PROCESSO ACOPLADO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR E UMIDADE65
EM PAREDES DE EDIFICAÇÕES
Karen G. Peres, Lúcia D.F. Marczak, Horácio A. Vielmo

COMBUSTION

NOTE ON THE FEASIBILITY OF DUAL SOLID FUEL SUPERSONIC COMBUSTOR.....	71
José Luís Sosa, Helcio Francisco Villa-Nova, Demétrio Bastos Netto	
INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NA FORMAÇÃO DE NO EM CHAMAS DIFUSIVAS DE HIDROGÊNIO	76
Guenther C. Krieger	
DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA OTIMIZADO PARA MEDIÇÃO DE TEMPERATURAS UTILIZANDO SONDA DE ENTALPIA	82
Braulio Pilkman, Fausto Furnari, Clayton Dimas Fernandes, William Thoru Kobayashi	
BRAZILIAN ACTIVITIES WITH RAM ACELERATOR.....	86
Marcelo M. Morales, Carlos E.S.S. Migueis, Demétrio Bastos Netto	
THE FATE OF FUEL N IN PRESSURIZED PULVERIZED COAL COMBUSTION.....	92
Carlos A. Gurgel Veras, Jaakko Saastamoinen, João Andrade de Carvalho Junior, Pedro T. Lacava	
PREVISÃO DA MICROEXPLOÇÃO EM GOTAS DE COMBUSTÍVEL EMULSIFICADO USANDO UM MODELO DE VAPORIZAÇÃO	100
L.F.T. Leite, P.L.C. Lage	
EFFECTS OF DIFERENTIAL DIFFUSION ON UNSTEADY 1-D DIFFUSION FLAMES	106
Fernando de Souza Costa	
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA COMBUSTÃO DE CARVÃO PULVERIZADO EM FLUXO REAGENTE	110
Viktor Krioukov, Valdeci José Costa	
MODELAGEM DOS SISTEMAS QUIMICAMENTE EQUILIBRADOS APLICANDO OS MÉTODOS DAS “GRANDES MOLÉCULAS” E DO “MEIO LOCAL REAGENTE”	116
Ângela P. Spilimbergo, Cleusa J. Auth, Raísa L. Iskhakova	
EFFECT OF AMBIENT PRESSURE AND OXYGEN CONCENTRATION ON DROPLET BURNING CHARACTERISTICS UNDER MICROGRAVITY	122
Mário Niwa, Junichi Sato, Mitsuhiro Tsue, Michikata Kono	
SIMULATION OF IGNITION IN SUPERSONIC H ₂ -AIR UNSTEADY MIXING..... LAYER USING SPECTRAL METHOD	126
Adriana F. de Faria, Milton Biage, Paulo L.S. Júnior	
NUMERICAL INVESTIGATIONS ON THE NO _x FORMATION IN NATURAL..... GAS COMBUSTION	132
André A. Isnard, Marcos S.P. Gomes	
ANÁLISE DE CHAMAS POR TOMOGRAFIA: CARACTERIZAÇÃO DE TURBINAS A GÁS LPP	138
F.S.Costa, A. Caldeira-Pires, P. Anacleto, J.A. Carvalho Jr.	
VERTICAL AND HORIZONTAL FLAME LENGHTS OF DIFFUSION AND PARTIALLY PREMIXED FLAMES	143
S.H. Chan, J.Q. Yin, J.P. Chen, B. Spellmann	

CONDUCTION HEAT TRANSFER

CONVOLUTION TECHNIQUE APPLIED TO NUMERICAL INTEGRATION IN HEAT CONDUCTION PROBLEM	148
Sandro M.M.L. e Silva, Gilmar Guimarães, Marcus A.V. Duarte, Martin Raynaud	

ANALYSIS OF NON-LINEAR TRANSIENT DIFFUSIVE HEAT TRANSFER.....	154
PROBLEMS IN MULTILAYED CYLINDRICAL MEDIA	
Luiz C.G. Pimentel, Rogério Ramos, Jesus S. Pérez Guerrero, Julio C.G. Pimentel	
TRANSFORMADA DE LAPLACE DE DADOS TABELADOS: APLICAÇÕES EM.....	160
PROBLEMAS DE CONVOLUÇÃO E DECONVOLUÇÃO	
Silvio L.M. Junqueira, Osvaldo V. Trevisan	
A GGLS FINITE ELEMENT APPROXIMATION FOR THE ENERGY TRANSFER IN	165
A 3-D PLATE WITH DOMINANT HEAT SOURCE	
S. Frey, M.L. Martins-Costa, R.M. Saldanha da Gama	
UM MODELO PARA A SOLDAGEM COM PULSAÇÃO TÉRMICA USANDO	171
FONTE DE CALOR PONTUAL	
Luciano A. dos Santos, Antônio Fábio C. da Silva, Carlos E. Niño	
MODELAMENTO ANALÍTICO E NUMÉRICO DE UM DIODO TÉRMICO	177
PARA APLICAÇÕES ESPACIAIS	
Fernando H. Milanez, Marcia B.H. Mantelli	
ESTIMATION OF BOUNDARY HEAT FLUX IN GRINDING	183
R.N. de Carvalho, H.R.B. Orlande, M.N. Özisik	
366 - ESTIMATION OF THE HEAT TRANSFER COEFFICIENT AT THE SURFACE OF.....	189
A PLATE BY USING THE CONJUGATE GRADIENT METHOD	
Marcelo J. Colaço, Helcio R.B. Orlande	
CONVECTION HEAT TRANSFER	
COMPARAÇÃO ENTRE AS ABORDAGENS UNIDIMENSIONAL	195
DESACOPLADA E CONVECÇÃO/CONDUÇÃO CONJUGADAS NA	
TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM UMA SUPERFÍCIE ALETADA	
Cláudia Regina de Andrade, Edson Luiz Zapparoli	
NATURAL CONVECTION IN AIR FILLED CAVITIES AND IN POROUS	201
CAVITIES: COMPARISON OF THE HEAT TRANSFER PHENOMENA	
Jorge Llagostera, Marcelo M. Ganzarolli	
NUMERICAL STUDY OF A THERMALLY-DRIVEN OPEN CAVITY WITH	207
AND WITHOUT A SHROUDING WALL	
Admilson Teixeira Franco, Marcelo M. Ganzarolli	
INFLUÊNCIA DO ESPAÇAMENTO NUMA SÉRIE DE PLACAS DE CIRCUITO	213
IMPRESSO FORMANDO CANAIS VERTICAIS	
Ana Cristina Avelar, Marcelo Moreira Ganzarolli	
O PROBLEMA DE GRAETZ PARA TUBOS CURVOS COM RAIO DE CURVATURA	218
IRRESTRITO	
Luiz F.M. Santana, Nísio C. Lobo Brum	
CONVECÇÃO MISTA EM UMA CAVIDADE SEMICIRCULAR COM A PAREDE	224
PLANA DESLIZANTE	
Marcelo C. Silva, Carlos A.A. Vilela, Rigoberto E.M. Morales	
CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE ANULAR CILÍNDRICA	230
HORIZONTAL	
Rigoberto E.M. Morales, Marcelo C. Silva, Carlos A.A. Vilela, Aristeu Silveira Neto	

CONVECÇÃO DE CALOR EM DUTOS RETANGULARES COM TEMPERATURAS VARIÁVEIS NO PERÍMETRO DA PAREDE Ezio C. Garcia, Sérgio M. Saboya, Edson L. Zaparoli	236
ESTUDO NUMÉRICO DA CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE CONTENDO DOIS FLUIDOS IMISCÍVEIS Dênio Lemos Panissi, Genésio José Menon	241
NATURAL CONVECTION FLOW VISUALIZATION IN A THERMAL CAVITY HEATED FROM LATERAL SIDE Ricardo A.V. Ramos, Edson Del Rio Vieira	247
ANÁLISE EXPERIMENTAL DA CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE COM FONTES DE CALOR PROTUBERANTES NA SUPERFÍCIE INFERIOR Ricardo A.V. Ramos, Gabriel C. Campos, Luiz F. Milanez	252
SOLUÇÕES SIMILARES EM ESCOAMENTOS SUPERSÔNICOS Marcos E. Hatori, José B. Pessoa-Filho	257
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO AXIAL EM DUTOS DE SEÇÃO TRANSVERSAL NÃO CIRCULAR Francisco D. Rocamora Jr., Marcelo Assato, Edimilson J. Braga, Maximilian S. Mesquita, Marcelo J.S. Lemos	263
VARIAÇÃO DA VELOCIDADE DE ESCOAMENTO DE AR INDUZIDO POR CONVECÇÃO NATURAL EM UM CANAL VERTICAL George S. Marinho, Samuel W. Celere, Antônio M. dos Santos	268
UMA FORMULAÇÃO PARA O CÁLCULO DO COEFICIENTE DE ATRITO EM CAMADAS LÍMITES TURBULENTAS COM SEPARAÇÃO Erb. F. Lins, Daniel O. Cruz, André L. Mesquita	273
COMBINED NATURAL CONVECTION AND RADIATION INTERACTION IN VENTED VERTICAL SLOTS ASYMMETRICALLY HEATED S. Belharat, G. Lauriat, G. Desrayaud	278
COMPARISON BETWEEN THE CONVECTIVE HEAT TRANSFER CHARACTERISTICS OF IMPINGING ARRAYS OF JETS AND SPRAYS Ricardo Hernández Pereira, Sérgio Leal Braga, José Alberto dos Reis Parise	284
DRYING	
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO DO AR EM SILOS Oleg A. Khachatourian, Nelson A. Toniazzo	290
SECAGEM DE FRUTOS DE CAFÉ EM UM SECADOR DE BANDEJAS VIBRADAS COM RECICLO CONTÍNUO DOS FRUTOS Andréa O. Freitas, José Roberto D. Finzer, José Romário Limaverde, José Romário Limaverde Jr.	296
ESTUDO TEÓRICO DO SECADOR PNEUMÁTICO VERTICAL Antônio Maurício M. Trejo, Severiano da Silva Lima Filho	301
ENERGY ANALYSIS AND COGENERATION	
ANÁLISES ENERGÉTICA E EXERGÉTICA DO SISTEMA DE COGERAÇÃO DA USINA "VALE DO ROSÁRIO" Eduardo R. Barreda del Campo, Antônio Fernando Bodonal, Sílvia Azucena Nebra, Ricardo Roxo	307

SISTEMA AUTOMATIZADO PARA AVALIAÇÃO DE CENTRAIS HIDRELÉTRICAS	313
Geraldo L. Thiago Filho, Augusto N.C. Viana, Eraldo C. dos Santos	
AN OPTIMIZATION STRATEGY FOR COGENERATION IN ELETRIC ENERGY	319
SPOT MARKETS	
D. Moitre, M. Carnero	
ENVIRONMENTAL/ECONOMIC OPTIMAL DISPATCH USING GENETIC	324
ALGORITHMS	
J.L. Hernández, D. Moitre, L. Aromataris, G. Rodrigues	
HYDROGEN UTILIZATION FOR THE REDUCTION OF IRON ORE IN THE	331
BRAZILIAN AMAZONIA: PROSPECTIVE NATURAL RESOURCES PRESERVATION	
L.C. de Lima, N.A.S. Arantes	
AVALIAÇÃO TERMOECONÔMICA DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO DE CENTRAL	336
DE UTILIDADES DE INDÚSTRIA QUÍMICA	
Maurilo de Sousa Teixeira, Silvio de Oliveira Júnior	
MODELAGEM DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO UTILIZANDO TURBINAS A GÁS	342
Júlio S. Antunes, José L. Silveira, José P. Balestieri	
ANÁLISE EXERGÉTICA COMPARATIVA DE SISTEMAS DE RECUPERAÇÃO	347
DE ENERGIA DOS GASES EFLUENTES DE CALDEIRAS A BAGAÇO DE CANA	
M.E. de Paiva Souza, S.A. Nebra, W.L.R. Gallo	
ANÁLISE COMPARATIVA DE TECNOLOGIAS PARA EXPANSÃO DE CENTRAIS	353
DE COGERAÇÃO	
José Antonio Perrella Balestieri	
VIABILIDADE DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO EM INDÚSTRIA QUÍMICA	358
Moisés Henrique de Andrade Costa, José Antônio Perrella Balestieri	
UMA AVALIAÇÃO QUANTITATIVA DAS VANTAGENS AMBIENTAIS DA	364
COGERAÇÃO NO BRASIL	
Flávio Neves Teixeira, Electo Silva Lora, Luiz Augusto Horta Nogueira	
ANÁLISE TERMODINÂMICA E ECONÔMICA DE CICLOS COM BIOMASSA	370
GASEIFICADA EM SISTEMAS DE COGERAÇÃO PARA A INDÚSTRIA MADEIREIRA	
Paulo C. Oliveira, Marco A.R. Nascimento, Luiz A.H. Nogueira	
UM ESTUDO DO IMPACTO DO ESQUEMA TARIFÁRIO DA CONCESSIONÁRIA	376
SOBRE A SELEÇÃO DE ACIONADORES PARA SISTEMAS DE COGERAÇÃO	
Flávio Neves Teixeira, Luiz Augusto Horta Nogueira, André Ramon Silva Martins	
ESTUDO DE SISTEMAS DE COGERAÇÃO E GERAÇÃO TERMOELÉTRICA ATRAVÉS	381
DA ANÁLISE TERMOECONÔMICA	
Silas Vieira, Silvio Oliveira Júnior	
EFICIÊNCIA E GERAÇÃO DE ENTROPIA EM SISTEMAS DE TUBOS ALETADOS	387
COLETORES DE ENERGIA SOLAR	
Márcio Bueno dos Santos, Sérgio Mourão Saboya	
MAXIMUM SECOND LAW EFFICENCY IN SOLAR EJECTOR REFRIGERATORS.....	393
José V.C. Vargas, George Stanescu, John S. Fleming, José M.M. Silva, Oswaldo H.G. Branco	

ENVIRONMENTAL ENGINEERING

THE COUPLING BETWEEN ENVIRONMENTAL IMPACT AND THE SECOND LAW399
ANALYSIS OF WATER HEATERS
M.G. Marques, C. Pinho

INSTALACION PILOTO DE VENTILACIÓN PARA EL ESTUDIO DE EFICACIAS DE404
CAPTACION DE EMISIONES PROCEDENTES DE BAÑOS DE TRATAMIENTOS DE
SUPERFICIES
Enrique González-Ferrádas, Augustín Miñana-Aznar, Antonio Baeza-Caracena,
Francisca Morales-Mateo, Francisco Marzal-Martínez

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DO PODER CALORÍFICO DE COMBUSTÍVEIS409
ORGÂNICOS LÍQUIDOS EM FUNÇÃO DA UMIDADE
Aristóteles Alves Lyrio, Elias Antônio Dalvi, Renata Cryz Araújo Vieira

STUDY OF THE EFFECT OF A FLAP VALVE ON THE COLLECTION EFFICIENCY415
OF A CYCLONE SEPARATOR UNDER HIGH SOLID LOADINGS
Fábio Luís Fassani, Leonardo Goldstein Jr.

EQUIPMENT, PROCESS AND THERMAL SYSTEMS

ESCOAMENTO HOMOGÊNEO E TRANSIENTE DA MISTURA ÓLEO-REFRIGERANTE419
PELA FOLGA RADIAL EM COMPRESSORES ROTATIVOS DE PISTÃO ROLANTE
José L. Gasche, Rogério T.S. Ferreira, Álvaro T. Prata

LOW-FLOW LIMIT IN SLOT COATING425
Márcio S. de Carvalho

SIMULATION OF FUZZY CONTROL FOR HEAT RECOVERY SYSTEMS FROM431
SOLID BED COOLING
Antônio C. Caputo, Pacifico M. Pelagagge

SIMULAÇÃO DA OPERAÇÃO DE UM FORNO DE REFINO DE COBRE437
UTILIZANDO O MÉTODO DE ZONAS PARA CÁLCULO DAS POTÊNCIAS
TROCADAS POR RADIAÇÃO
Francisco Domingues Alves de Sousa, Marcos Noboru Arima

MODELAGEM TEÓRICA E EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO TÉRMICO443
DE MOTOR ACIONADOR DE VENTILADORES AXIAIS DE SOPRO LIVRE
P. Magalhães Filho, E.A. Barbosa

COMPARAÇÃO ENTRE O TEMPO DE AQUECIMENTO DE PLACAS DE449
ALUMÍNIO EM UM FORNO QUANDO SE UTILIZA AR AQUECIDO E GASES
DE COMBUSTÃO DE GAS NATURAL
P. Magalhães Sobrinho, J.L. Silveira, J.A. Carvalho Júnior, P. Magalhães Filho

APLICAÇÃO DO MÉTODO DO LOBO ESTENDIDO AO PROJETO DE CALDEIRAS.....455
ESCOCESAS
Flávio Tambellini, Leonardo Goldsteins Jr.

DESIGN OF A GAS-SOLID SHALLOW FLUIDIZED HEAT RECOVERY EQUIPMENT460
INCLUDING THE DISTRIBUTOR PLATE
Araí A. B. Pécora, Oscar M.H. Rodriguez, Arlindo de Matos

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE EXTRAÇÃO DE ÓLEO VEGETAL EM LEITO CONTÍNUO	466
V.G. Krioukov, Luís M.G. Moreira, Gilmar Veloso, Gilberto Thomas	
DESIGN OPTIMIZATION METHODOLOGY APPLIED TO A MIXER	472
Carlos F. Favaretto, Michael Morgenroth, Vilson C.S. Ferreira	
STUDY OF A VORTEX-TUBE EQUIPPED COLUMN REACTOR FOR	478
SOLID STATE FERMENTATION	
George Stanescu, Luiz A.O. Rocha, Jorge A.V. Costa, José V.C. Vargas	
MODELO TÉRMICO PARA FORNO ROTATIVO UTILIZADO PARA PRODUIR	484
CLÍNQUER DE CIMENTO PORTLAND	
Vanisa C. Duarte, Genésio J. Menon, Rogério J. Silva	
EXPERIMENTAL OBSERVATIONS AND ANALYSIS OF SQUARE ARRAYS OF	490
EQUI-DISTANT FIRES AFFECTED BY A SHEAR FLOW FIELD	
K. Satoh, M. Shinohara, K.T. Yang	
MODELAGEM NUMÉRICA DO ESCOAMENTO E DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR	496
NO INTERIOR DO CILINDRO DE UM COMPRESSOR ALTERNATIVO	
Alessandro G. Catto, Álvaro T. Prata	
ANÁLISE EXPERIMENTAL DO AQUECIMENTO POR MICROONDAS DE	502
ETILENO GLICOL COMPARATIVAMENTE AO DA ÁGUA DESTILADA	
Maria H. Farias, Carlos Valois .M. Braga	
ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE DOIS REATORES TRIFÁSICOS EM PRESENÇA	507
DA REAÇÃO DE OXIDAÇÃO DE SO ₂ SOBRE CARVÃO ATIVO	
E.B.M. Medeiros, N.M. Lima, A. Zoulalian	
TRANSFERÊNCIA DE MASSA A PRESSÕES ELEVADAS EM REATOR A	513
LEITO DE LAMA MECANICAMENTE AGITADO	
N.M. Lima, E.B.M. Medeiros, D. Ronze, A. Zoulalian	
FOOD SCIENCE AND ENGINEERING	
OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO DE ESTERILIZAÇÃO DE ALIMENTOS	518
ENLATADOS EM AUTOCLAVES ESTACIONÁRIAS ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE MODELOS NUMÉRICOS	
R. Gedraite, J.L.F. Bastos, C. Garcia	
EFFECT OF CHEMICAL PRETREATMENTS AND LACTIC ACID IN CORN	522
WET MILLING	
C. Mônica Haros, Constantino Suárez	
THERMODYNAMIC CONSIDERATIONS OF WATER VAPOR SORPTION BY	527
AMARANTH STARCH	
Andréa N. Calxetta Resio, Roberto J. Aguerre, Constantino Suárez	
KINETIC PARAMETERS OF STARCH GELATINIZATION IN RICE.....	532
Carlos A. Ojeda, Marcela P. Tolaba, Constantino Suárez	
HEAT AND MASS TRANSFER	
FROM THERMAL SYSTEM IDENTIFICATION TO SIMULATION	535
Eugéne Unwimana	

SIMULATION OF HEAT TRANSFER IN THE TREATMENT OF MALIGNANT TUMOR BY HYPERTHERMIA Marcos E.C. Oliveira, Adriana S. Franca	541
AXIAL SEGREGATION PROFILES DURING DIRECTIONAL SOLIDIFICATION Maurício Fabbri	546
HEAT EXCHANGERS	
SÍNTESE E PROJETO DE REDES DE TROCADORES DE CALOR COM CONSIDERAÇÕES FLUIDODINÂMICAS Alexandre J.M. Vieira, Fernando L. P. Pessoa, Eduardo M. Queiroz	551
VISUALIZAÇÃO DO ESCOAMENTO EM TORNO DE CILINDROS RETANGULARES PARA APLICAÇÃO EM TROCADORES DE CALOR COMPACTOS Cláudio Lindquist, Sérgio Said Mansur, Edson Del Rio Vieira	557
BANCADA DE TROCADOR DE CALOR TUBO DUPLO COM SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS E SOFTWARE DE SIMULAÇÃO ACOPLADOS Renato Pimentel Barbedo, Caio Glauco Sánchez	562
EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THE HEAT TRANSFER AUGMENTATION AND THE FLOW LOSSES BY DELTA WINGLETS IN COMPACT HEAT EXCHANGERS WITH TWO ROWS OF TUBES Juan José Gonzalez Bayón, Jornadir Itizo Yanagihara	568
SOME INSIGHTS ON HEAT TRANSFER AUGMENTATION BY VORTEX GENERATORS IN FIN-TUBE COMPACT HEAT EXCHANGERS WITH TWO ROWS OF TAGGERED TUBES Rogério Rodrigues Jr., Jurandir Itizo Yanagihara	574
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO CAMPO DE VELOCIDADES EM TROCADORES DE CALOR CASCO-E-TUBOS José Carlos C. Dutra, Nisio C.L. Brum	580
HEAT PIPES, THERMOSIPHONS AND CAPILLARY PUMPS	
BUBBLE BLOCKAGE OF LIQUID SUPPLY IN A CAPILLARY-PUMPED LOOP WITH WICKED CONDENSER UNDER WITCH-OFF Valeri V. Vlassov, Issamu Muraoka	586
ESTUDO DO COMPORTAMENTO TÉRMICO DE UM RADIADOR ACOPLADO A UM CIRUCITO DE BOMBA CAPILAR Edson Bazzo, Luciano Heinen	592
COMPORTAMENTO TÉRMICO DO LÍQUIDO DE ALIMENTAÇÃO EM BOMBAS CAPILARES Heitor Victor Ribeiro Camargo, Edson Bazzo, Gabriel Mann dos Santos, Antônio Fábio Carvalho da Silva	597
HEAT TRANSFER WITH PHASE CHANGE	
EBULIÇÃO NUCLEADA DE REGRIGERANTES HALOGENADOS – ANÁLISE DE CORRELAÇÕES Gherardt Ribatski, José M. Saiz Jabardo	603
CÁLCULO DE ABLAÇÃO COM UMA ABORDAGEM ENTÁLPICA PARA MUDANÇA DE FASE Rosângela Meireles Gomes Leite, Edson Luiz Zapparoli	609

MEDIDAS DOS COEFICIENTES DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR METAL/MOLDE NA SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS E LIGAS José M.V. Quaresma, Carlos A. dos Santos, Jaime A. Spim Jr., Amauri Garcia	619
SOLIDIFICATION OF PCM IN ANNULAR CYLINDRICAL REGION..... Antonio B. Jesus, Kamal A.R. Ismail	621
NUCLEATE BOILING ON GROOVED AND SMOOTH TUBE SURFACES..... Rafaela Frota Reinaldo, Saulo Güths, Júlio César Passos	625
ESTUDO NUMÉRICO DE UMA UNIDADE ARMAZENAMENTO DE GELO DE PLACAS PARALELAS Luís Edson Saraiva, Kamal Abdel El-Radi Ismail	630
MODELAGEM NUMÉRICA DE FENÔMENOS DE SOLIDIFICAÇÃO ATRAVÉS DO MÉTODO DE CAMPO DE FASE Álvaro L. Fazenda, Jerônimo S. Travelho, Maurício Fabbri	636
ESTUDO DA ASCENSÃO DE BOLHAS GASOSAS EM MEIO LÍQUIDO INFINITO: DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS ADIMENSIONAIS ATRAVÉS DA ANÁLISE E IMAGENS S.S. Mansur, E.D.R. Vieira, C. Lindquist, A.V. Pantaleão, E.L. Zapparoli	642
HEAT TRANSFER MECHANISM OF THE SINGLE BUBBLE GROWTH IN A NON-UNIFORM TEMPERATURE FIELD Rogério Ribeiro, Jurandir Itizo Yanagihara	647
CONDENSAÇÃO PELICULAR SOBRE DUTOS INCLINADOS DE SEÇÃO ELÍPTICA Antonio M.D. Figueiredo, Aldélio Bueno Caldeira	653
COVALIDATION OF INTEGRAL TRANSFORM AND FINITE VOLUME SOLUTIONS IN PHASE-CHANGE PROBLEMS Nerbe J. Ruperti Jr., Dominique Gobin, Renato M. Cotta	659
INFLUÊNCIA DA RAZÃO DE ASPECTO DE CAVIDADES FECHADAS NA CONVECÇÃO NATURAL EM METAIS LÍQUIDOS Luiz Joaquim C. Rocha, Angela O. Nieckele	669
INSTRUMENTATION AND EXPERIMENTAL TECHNIQUES	
UNCERTAINTIES CALCULATIONS IN THERMAL SYSTEMS RESPONSES..... Eugène Uwimana	671
UMA ANÁLISE DOS MÉTODOS DE FUNÇÃO ESPECIFICADA E GRADIENTE CONJUGADO APLICADOS A PROBLEMA INVERSO BIDIMENSIONAL Frederico R.S. Lima, Gilmar Guimarães	675
ALGORITMOS GENÉTICOS APLICADOS A LA LOCALIZACIONA OPTIMA DE INSTRUMENTOS M. Carnero, J.L. Hernandez, A. Méndez, M. Ziletti	680
GRADIENTES DE CONCENTRAÇÕES E INTERMITÊNCIAS NA INTERFACE ENTRE REGIÕES DE MISTURA E REGIÕES ESTÁVEIS Rogério Silveira de Queiroz, Bruno Venturini Loureiro	684
ANÁLISE ESTATÍSTICA DE CAMPOS DE CONCENTRAÇÃO DE UM CONTAMINANTE INERTE EM UM AMBIENTE ESTÁVEL Daniella Gonçalves de Barros Silveira de Queiroz, Rogério Silveira de Queiroz	689

CARACTERIZAÇÃO DO ESCOAMENTO PERIÓDICO COM VÓRTICES ATRAVÉS DE LASER DOPPLER VELOCIMETRIA Wilson Carlos da Silva Ferreira, Sônia Magalhães dos Santos	695
DESENVOLVIMENTO DE UMA MACRO-TERMOBALANÇA PARA ESTUDO DA CARBONIZAÇÃO DA BIOMASSA Paulo César da Costa Pinheiro, Francisco José Figueiredo	701
ANÁLISE DE UM SISTEMA DE MEDIDA DE VAZÃO E TÍTULO ENTRE DOIS MODELOS PROPOSTOS Flávio Tambellini, Luiz Felipe M. de Moura, Márcia Goretti da Silva Borges	705
COMPENSAÇÃO DE MEDIDAS DE TEMPERATURA DE TERMOPARES EM ESCOAMENTO DE GASES DE COMBUSTÃO Aurimar M. Reis, Jurandir Itizo Yanagihara	710
AValiação DE MÉTODOS DE MEDIÇÃO DA RADIAÇÃO SOLAR DIFUSA Reinaldo Prandini Ricieri, João Francisco Escobedo, Valéria de Almeida Frisina	716
ANÁLISE DE ERRO NO PROCESSO DE CALIBRAÇÃO DE TRANSDUTORES DE FLUXO DE CALOR Saulo Güths, Rodrigo Hoffmann Domingos, Rodrigo Pérsico de Oliveira	722
NON-DESTRUCTIVE THERMAL DETECTION OF DELAMINATION IN CERAMIC TILES Roberto M. de Andrade, Giam Marco Revel, Nicola Paone	727
APLICAÇÃO DE ALGORITMOS GENÉTICOS NA LINEARIZAÇÃO DE TERMISTORES Alexandre M. Barp, Jacques R. Heckmann, Carlos A. Flesch	732
INTERNAL COMBUSTION ENGINES	
UTILIZAÇÃO DE BIODIESEL DE ÓLEO DE FRITURA EM MOTORES DE COMBUSTÃO INTERNA. ESTUDO DE CASO: TRANSPORTE COLETIVO NA CIDADE DE CURITIBA Luciano Fernando dos Santos Rossi, Pedro Ramos da Costa Neto	738
EMPREGO DA ANÁLISE ESPECTRAL PARA O ESTABELECIMENTO DE CORRELAÇÃO ENTRE TORQUE MÉDIO INDICADO E ACELERAÇÃO ANGULAR DO BLOCO DE UM MOTOR DE COMBUSTÃO INTERNA Mário Roberto Silva, Antônio Moreira dos Santos, Carlos Klein Neto	743
DETERMINAÇÃO DA FRAÇÃO DE COMBUSTÍVEL VAPORIZADO EM MOTORES DE COMBUSTÃO INTERNA Marcelo V. Feitosa, Antônio M. dos Santos, Leônidas Hildebrand Jr.	748
INFLUÊNCIA DA VOLATILIDADE DA GASOLINA NAS PERFORMANCES DINÂMICAS DE MOTORES CICLO OTTO EQUIPADOS COM INJEÇÃO ELETRÔNICA SEQUENCIAL DE COMBUSTÍVEL Everton Carriconde, Pedro Mello	752
DEVELOPING AN APPARATUS FOR OIL CHANGE IN AUTOMOTIVE INTERNAL COMBUSTION ENGINES Pedro Mello	756
ESTUDIO DE LAS ONDAS DE PRESION DEL CONDUCTIO DE ESCAPE DE UN MOTOR DE COMBUSTION INTERNA Simón J. Fygueroa, Jesús O. Araque, Ramón E. Loreto	760

ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DO GÁS NATURAL NA FROTA DE ÔNIBUS URBANO NA CIDADE DE SÃO PAULO N. Kuwahara, M.D. Berni, S.V. Bajay	765
MODELAMENTO DE ESCOAMENTOS COMPRESSÍVEIS NO INTERIOR DE DUTOS USANDO O MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS José Augusto Velásquez	769
MODELLING NO _x AND CO EMISSIONS FORM SPARK IGNITON ENGINES José R. Sodré	775
NOVAS PERSPECTIVAS PARA ENSAIOS DE MOTORES DE COMBUSTÃO INTERNA Luís Carlos Passarini, Adriano Paulo Villas Boas	780
SIMULAÇÃO DE SISTEMA DE INJEÇÃO DIESEL Délson Luiz Módolo, Mário Roberto da Silva, Duílio Venanzi	785
CONVERSÃO DE MOTORES DIESEL PARA OPERAÇÃO COM COMBUSTÍVEL DUAL DIESEL GÁS NATURAL: AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE ÔNIBUS URBANOS Alcir F. Orlando, James Newsom	790
CONTROLE DE EMISSÕES DE POLUENTES ATRAVÉS DA RECIRCULAÇÃO DOS GASES DE ESCAPE EM UM MOTOR A GASOLINA Marcelo Trindade de Sousa, João Nildo de Souza Vianna	796
METROLOGY IN FLUIDS	
UNCERTAINTY IN AERODYNAMIC COEFFICINET MEASUREMENT AT THE CTA TA-2 SUBSONIC WIND TUNNEL Olympio A.F. Mello, Sadahaki Uyeno, Osvaldo S. Sampaio, Maria L.C.C. Reis	800
DETERMINAÇÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO EM CALIBRAÇÃO DINÂMICA DE TRANSDUTORES DE PRESSÃO Alessandro B. de S. Oliveira, Mario B.B. Siqueira, João N.S. Vianna	806
AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA MEMBRANA NA INCERTEZA DE MEDIÇÃO DO DEGRAU DE PRESSÃO GERADO PELA ONDA REFLETIDA EM UM TUBO DE CHOQUE João Nildo de Souza Vianna, Jean Pierre Damion, Alessandro Borges de Sousa Oliveira	810
RESPOSTA TRANSIENTE DE TERMÔMETROS E SUA INFLUÊNCIA SOBRE A MEDIÇÃO E CALIBRAÇÃO Alcir de Faro Orlando	816
MULTIPHASE SYSTEMS	
SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS DE ESCOMANETOS BIFÁSICOS TURBULENTOS Aristeu Silveira Neto	821
EVOLUTION OF PRESSURE DROP INSIDE DIFFERENT LAYERS OF AN ATMOSPHERIC FLUIDIZED BED J. Paiva, C. Pinho, R. Figueiredo	827
IMPROVING THE DETERMINATION OF BUBBLE SIZE HISTOGRAMS BY EMPLOYING WAVELET DE-NOISING TECHNIQUES Paulo Seleguin Jr., Fernando E. Milioli	832

MEASUREMENT OF LOCAL INTERFACIAL AREA IN TWO-PHASE BUBBLY FLOW	838
Luiz F. M. Moura, Edvaldo A.M. Oliveira	
A MIXTURE MODEL FOR A PARTICULATE SUSPENSION FLOW IN	844
A THERMAL NON-EQUILIBRIUM CONTEXT	
M.L. Martins-Costa, R. M. Saldanha da Gama	
ON THE INTERACION BETWEEN A GAS-LIQUID BUBBLE PLUME AND A WALL.....	849
Philippe P.M. Menut, Jader Riso Barbosa Jr., Átila P. Silva Freire	
EFEITO DAS PROPRIEDADES DO LÍQUIDO SOBRE A HIDRODINÂMICA E	855
A TRANSFERÊNCIA DE MASSA GÁS/LÍQUIDO EM COLUNA DE BORBULHAMENTO	
ASCENDENTE	
Marileide M. Alves, Antônio C.D. Coelho, M. Benachour	
NUMERICAL METHODS	
A DIRECT ONE STEP VELOCITY-PRESSURE ALGORITHM FOR INCOMPRESSIBLE	861
FLOW WITH NATURAL PRESSURE BOUNDARY CONDITION	
Rodrigo B. Platte, Julio R. Clayessen, Elba Bravo	
MODELO MATEMÁTICO PARA ESCOAMENTOS EM HIDROCICLONES	867
Rubens Sampaio, Juan Romero	
EQUAÇÃO DE CONTORNO HIPERSINGULAR PARA ESCOAMENTO POTENCIAL	872
TRIDIMENSIONAL	
W. Huacasi, W.J. Mansur, J.P.S. Azevedo	
UMA COMPARAÇÃO DO MÉTODO DE ORDENADAS DISCRETAS COM	878
OUTRAS TÉCNICAS PARA A SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE TRANSPORTE	
Antônio J. Silva Neto, Nilson C. Roberty	
CONSEQÜÊNCIA DA APLICAÇÃO DE ESQUEMAS TVD SEM O USO	884
DE VARIÁVEIS CARACTERÍSTICAS	
L.A. Santos, C.H. Marchi, L.A.P. Menezes, C.R. Maliska, A.F.C. Silva	
SOLUÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍVEIS USANDO	890
MALHAS DE VORONOI	
João Flávio V. de Vasconcellos, Clovis R. Maliska	
UM ESQUEMA NUMÉRICO PARA ESCOAMENTOS BIDIMENSIONAIS	897
INCOMPRESSÍVEIS EMPREGANDO MALHAS NÃO-ESTRUTURADAS	
F.A. Schneider, C.R. Maliska	
DETERMINATION OF TERTIARY CELLS IN A VERTICAL SLOT.....	903
Pedro F. de Abreu, Roydon A. Fraser, John L. Wright, Clovis R. Maliska	
APPROXIMATION OF FUNCTIONS INVOLVING EXPONENTIALS IN	909
EXPONENTIAL-TYPE SCHEMES FOR CONVECTION-DIFFUSION PROBLEMS	
José R. Figueiredo	
MULTIGRID NUMERICAL SOLUTION OF INCOMPRESSIBLE LAMINAR	915
RECIRCULATING FLOWS	
José A. Rabi, Marcelo J.S. Lemos	
AN ADAPTATIVE FINITE ELEMENT DISTRIBUTED SOLVER OF CFD PROBLEMS.....	921
R.S. Silva, R.C. Almeida, A.L.G.A. Coutinho, A.C. Galeão	

A THERMODYNAMICALLY COHERENT MODEL FOR MOMENTUM-DRIVEN CAVITATION Felipe B. Freitas Rachid	927
SIMULATION OF THE BATCHING OPERATION WITH PIGS IN UNSTEADY FLUID FLOWS Ejiro V. Campo, Felipe B. F. Rachid	934
SOLUÇÃO NUMÉRICA DE CAMADA LIMITE TURBULENTA COMPRESSÍVEL USANDO MODELO ALGÉBRICO E $K-\epsilon$ Wagner Machado Brasil, Jian Su	939
ANÁLISE HIDRODINÂMICA DA REGIÃO DE ENTRADA DO ESCOAMENTO ANULAR DE DOIS LÍQUIDOS IMISCÍVEIS EM TUBOS CURVOS – DETERMINAÇÃO DO VALOR DO ÂNGULO DE ENTRADA Luís M.S. Borges, Márcio Ziviani	945
ESTIMATIVA DO TERMO FONTE PARA A EQUAÇÃO DE CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL COM CONDIÇÕES DE CONTOURNO CONVECTIVAS Flávia C. Resende, Clarissa R. Regis, Antônio J. Silva Neto, Jian Su	951
PARTICULATE SYSTEMS	
HOMOGENEOUS HYDRAULIC AND PNEUMATIC CONVEYING OF SOLID PARTICLES M.C. Ferreira, J. T. Freire, G. Massarani	957
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE PARTÍCULAS DEFORMÁVEIS NÃO-COLOIDAIS EM BAIXO NÚMERO DE REYNOLDS Marcelo H.P. Almeida, Francisco R. Cunha	963
VELOCITY FLUCTUATIONS IN SEDIMENTATION WITH VERTICAL STRATIFICATION Otávio Luís da Silva Rosa, Francisco Ricardo da Cunha	971
FRACTIONAL CALCULUS SOLUTION OF THE PARTICLE MOMENTUM EQUATION IN UNSTEADY STOKES FLOWS C.F.M. Coimbra, R.H. Rangel	977
UNSTEADY HEAT TRANSFER IN A DILUTE SUSPENSION OF SMALL PARTICLES C.F. M. Coimbra, R.H. Rangel	983
PETROLEUM ENGINEERING	
LIQUID FALLBACK AND THE PERFORMANCE OF INTERMITTENT GAS-LIFT Odair G. Santos, Francisco J.S. Alhanati, Sérgio N. Bordalo	989
LAGRANGEAN-EULERIAN APPROACH TO TWO-PHASE VERTICAL FLOW IN PETROLEUM WELLS Kwon-II Choi, Maria Cristina C. Cunha, Sérgio N. Bordalo	995
A TIME DEPENDENT FORMULATION FOR THE MODELING OF STRATIFIED SOLID-LIQUID ANNULAR FLOWS Misael Santana, Wellington Campos, Eduardo Gaspari, André L. Martins	1001
EFEITOS DE ORIENTAÇÃO DE MALHA NA SIMULAÇÃO DE RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO USANDO COORDENADAS GENERALIZADAS COINCIDENTES COM A FRONTEIRA A.O. Czesnat, C.R. Maliska, A.F.C. Silva, R. Lucianetti	1007

EFEITOS DA NÃO-ORTOGONALIDADE DA MALHA NA TAXA DE CONVERGÊNCIA DO MÉTODO DE NEWTON UTILIZANDO COORDENADAS GENERALIZADAS	1013
R.M. Lucianetti, C.R. Maliska, A.F.C. Silva, A.Czesnat	
DESLOCAMENTO DE ÓLEO PESADO POR ÓLEO LEVE NO INTERIOR DE DUTO SUJEITO A DIFERENTES CONDIÇÕES AMBIENTAIS	1019
Geraldo Spinelli Ribeiro, Eduardo Ferreira Gaspari, Lenise Couto Vieira, João Francisco Vieira	
SIMULATION OF FLUID FLOW AND PIG DYNAMICS IN DEWATERING OPERATIONS IN PIPELINES	1025
Angela O. Nieckele, Luis Fernando Azevedo, Arthur M. Braga	
PROPULSION	
SOLUÇÕES DE ESCOAMENTOS QUASE-UNIDIMENSIONAIS DE FLUIDOS COMPRESSÍVEIS E VISCOSOS EM TUBEIRAS COM TROCA DE CALOR	1031
Fernando Laroca, Carlos H. Marchi, Antônio Fabio C. da Silva	
INSTABILIDADES DE BAIXA FREQUÊNCIA EM SISTEMAS PROPULSIVOS MONOPROPELENTES E BIPROPELENTES LÍQUIDOS	1037
Carlos Eduardo Rolfsen Salles, Jean Luc Georges Paile, Jefferson Luiz Nogueira	
REFRIGERATION AND AIR CONDITIONING	
ELABORATION AND EXPERIMENTAL VALIDATION OF A DETERMINISTIC MODEL FOR AN INTERNAL MELT ICE-ON-COIL THERMAL STORAGE TANK	1042
José H.M. Neto	
OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS TERMODINÂMICOS DE FUNCIONAMENTO DE UM CICLO DE REFRIGERAÇÃO A AR	1049
Clever Zárate, Eugene Uwimana	
SEMI-EMPIRICAL MODELLING AND SIMULATION OF A CYCLE FOR REFRIGERATION COMPRESSORS TESTING IN SUPERHEATED REGION ONLY	1055
J. Duarte, O. Hernández, D. Manzi, O.Oliveira, J. Pimenta	
ESTUDO NUMÉRICO SOBRE O ESCOAMENTO DE MISTURAS NÃO AZEOTRÓPICAS ATRAVÉS DE TUBOS CAPILARES	1061
Flávia A.A. Fiorelli, Marco A.S. Paiva, Roberto A. Peixoto, Otávio M. Silveiras	
COMPARATIVE ANALYSIS OF REFRIGERANT MASS FLOW RATE MEASUREMENTS USING VENTURI FLOWMETERS AT LIQUID AND VAPOUR PHASES	1067
L.C. de Lima, O.Hernández, J. Pimenta	
PROJETO DE UM SISTEMA FRIGORÍFICO DESENVOLVIDO POR SIMULAÇÃO E TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO	1073
Sidnei J.Oliveira, Antonio M. dos Santos	
EFEITO DO NÍVEL DE ESTANCAMENTO DOS SISTEMAS DE CLIMATIZAÇÃO PARA A QUALIDADE DO AR INTERIOR	1079
José Abel Andrade	
ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE MATERIAIS EMPREGADOS NA CONSTRUÇÃO DE UMA CÂMARA FRIGORÍFICA: STYROBLOCK E ALVENARIA DE TIJOLOS MACIÇOS	1084
José Luz Silveira, Zilmara Volpe Grote, Sandra E.P. Travassos	

SISTEMAS CRIOGÊNICOS PARA APLICAÇÕES ESPACIAIS	1089
Paulo Couto, Marcia B.H. Mantelli	
DESENVOLVIMENTO DE UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL PARA	1095
CARACTERIZAR O DESEMPENHO DE EVAPORADORES "ROLL-BOND"	
Luciana W. da Silva, Cláudio Melo	
DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DE UM MODELO NUMÉRICO	1101
PARA SIMULAÇÃO DE REFRIGERADORES DOMÉSTICOS	
Fábio Henrique Klein, Cláudio Melo, Marco Eduardo Marques	
OTIMIZAÇÃO TÉCNICA/ECONÔMICA DE UM SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO DE	1107
LEITE USANDO ADSORÇÃO E REGENERADO POR ENERGIA SOLAR	
J. Espinola Jr., F.P. Carvalho, R.P. Klüppel, J.M. Gurgel	
MODELOS BIFÁSICOS DO ESCOAMENTO EM TUBOS CAPILARES CONSIDERANDO	1112
O EQUILÍBRIO TÉRMICO ENTRE AS FASES	
A.L. Seixlack, A.T. Prata, C. Melo	
COUPLED-CONJUGATE HEAT TRANSFER TO NON-NEWTONIAN FLUIDS IN	1118
DUCTS BY FINITE ELEMENTS	
J. Karam Filho, J.N.C. Guerreiro	
SIMULAÇÃO DE SISTEMAS TERMO-SOLARES DE REFRIGERAÇÃO POR ABSORÇÃO	1124
Camilo F.M. Morejón, Cirus M. Hackenberg	
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE TROCADORES DE CALOR TUBO	1130
CAPILAR-LINHA DE SUÇÃO COM R-12, R-401, R-409 E HIDROCARBONETOS	
Roberto A. Peixoto, Flávio A.S. Fiorelli, Marco A.S. Paiva, Otávio M. Silveiras	
CÁLCULOS TERMODINÂMICOS DE MISTURAS REFRIGERANTES	1136
NÃO-TÓXICAS AO MEIO AMBIENTE PARA APLICAÇÃO EM CIRCUITOS DE REFRIGERAÇÃO	
E.D. Resende, M.R.W. Maciel	

RHEOLOGY

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DA VISCOSIDADE DE RESINA POR ULTRA-SOM.....	1141
Flávio Buiochi, Julio C. Admowski, Miriam R. Tavares, Marcos M. Pimenta, Luiz A.P. Alvim	
HEAT TRANSFER TO HERSCHEL-BULKLEY MATERIALS IN ANNULAR FLOWS.....	1146
Edson J. Soares, Mônica F. Naccache, Paulo R. Souza Mendes	
COUPLED-CONJUGATE HEAT TRANSFER TO NON-NEWTONIAN FLUIDS IN	1152
DUCTS BY FINITE ELEMENTS	
J. Karam filho, J.N.C. Guerreiro, A.F.D. Loula, N.C.L. Brum	
ANÁLISE DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS TIPO LEI DE POTÊNCIA	1158
ATRAVÉS DE UMA FORMULAÇÃO GENERALIZADA DE CAMADA LIMITE	
José Maria Oliveira Miranda, Daniel Onofre de Almeida Cruz, Emanuel Negrão Macêdo	
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO INTERNO DE FLUIDOS POLIMÉRICOS	1163
Roberto Guimarães Pereira	

SOLAR ENERGY AND THERMAL RADIATION

STUDY ON MULTILAYER INSULATION BLANKET EFFECTIVE THERMAL	1169
COEFFICIENTS	
Fabiano Luís de Sousa	

ANÁLISE DO MÉTODO DE ORDENADAS DISCRETAS: DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL	1173
Luís Mauro Moura, Dominique Doermann-Bailis, Jean-François Sacadura	
UM NOVO ALGORITMO PARA CÁLCULO DE PERDAS TÉRMICAS EM RESERVATÓRIOS DE ÁGUA QUENTE DE SISTEMAS SOLARES	1179
Arno Krezinger, Rejane de Césaró Oliveski, Antônio Marcos de Siqueira	
BALANÇOS DE RADIAÇÃO SOLAR E DE ENERGIA EM ESTUFA COM COBERTURA DE POLIETILENO	1184
Valéria de Almeida Frisina, João Francisco Escobedo	
SOLAR RADIATION DATA BASE MANGEMENT SOFTWARE	1190
Modesto A. Chaves, João F. Escobedo	
SIMULAÇÃO DE SISTEMAS TERMO-SOLARES: CÓDIGO TRANSYS	1196
Camilo F.M. Morejón, Cirus M. Hackenberg	
DESIDRATAÇÃO SOLAR DO JACINTO D'ÁGUA E SUA CARACTERIZAÇÃO COMO COMBUSTÍVEL	1202
Márcio Amaral de Oliveira, Carmen Lúcia R. Pinto, Roberto Guimarães Pereira	
IGNITION MECHANISM OF SOLID MATERIALS BY A HIGH RADIATION SOURCE	1207
Javad A. Esfahani, Antônio C.M. Sousa	
THERMOELECTRIC GENERATION	
ANÁLISE DE EMISSÕES DE GASES POLUENTES EM USINAS TÉRMICAS DE PRODUÇÃO DE ELETRICIDADE	1213
Denilson B.E. Santo, Waldyr L.R. Gallo	
THERMOHYDRAULIC OF NUCLEAR REACTORS	
DEVELOPING TURBULENT FLOW IN A SIMULATED ROD BUNDLE	1219
Aidir Parizzi Jr., Sérgio V. Möller	
DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS EM PLACAS AQUECIDAS ELETRICAMENTE E RESFRIADAS POR ASPERSÃO	1225
Walmir Maximo Torres, Benedito Dias Baptista Filho, Daniel-Kao Sun Ting, Mauro Onofre Martins	
TRANSPORT PHENOMENA IN POROUS MEDIA	
MULTISCALE FLOW AND HEAT TRANSFER IN SWELLING POROUS MEDIA	1231
M.A. Murad, J.H. Cushman	
DESEMPENHO DE UM DESSUBLIMADOR BASEADO EM CONVECÇÃO EM MEIOS POROSOS	1237
Luís Antonio Waack Bambace	
PARALLEL COMPUTATION OF THE TRANSVERSE PERMEABILITY OF FIBROUS POROUS MEDIA USING PVM	1243
Manuel E. Cruz	
SOME PHYSICAL FEATURES OF THE INTERNAL HEAT SOURCE IN A SOLID-FLUID MIXTURE	1249
M.L. Martins-Costa, R.M. Saldanha da Gama	
ESTUDO DO EFEITO DE PAREDE NO ESCOAMENTO DE FLUIDOS	1254

NEWTONIANO E NÃO-NEWTONIANO EM MEIOS POROSOS
C.H. Ataíde, G.T. Cardoso, M.A. de Oliveira

CONVECÇÃO NATURAL NUMA CAVIDADE POROSA RETANGULAR NO1260
REGIME NÃO-DARCIANO
Jesus Medeiros, Francisco Marcondes, José Maurício Gurgel

NUMERICAL SOLUTION OF TURBULENT FLOW IN POROUS MEDIA1266
USING A SPATIALLY PERIODIC ARRAY AND THE K- ϵ MODEL
Francisco D. Rocamora Jr., Marcelo J.S. Lemos

RESULTADOS DA MODELAGEM DA TURBULÊNCIA MACROSCÓPICA1272
EM MEIOS POROSOS
Marcos Heinzelmann Junqueira Pedras, Marcelo J.S. Lemos

ANÁLISE DOS MODELOS DE ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS VIA MÉDIA1278
ESPACIAL DAS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES
Marcos Heinzelmann Junqueira Pedras, Marcelo J.S. Lemos

TURBOMACHINERY

GERAÇÃO DE ENTROPIA EM ESCOAMENTOS RADIAIS DEVIDA AOS1284
EFEITOS VISCOSOS
C.F.E. Alves, W. Braga, C.A. Thompson

APPLICATION OF NEURAL NETWORK TO EVALUATE THE AIR INJECTION1290
ON THE CAVITATION DETECTION IN HYDROTURBINES
Shih M. Lin, Antonio C.P. Brasil Junior, Danilo Santos

OTIMIZAÇÃO AERODINÂMICA DE TURBINAS EÓLICAS DE EIXO HORIZONTAL.....1294
P.H.I.A. de Oliveira, M.V. Bortolous, R.L.U. de F. Pinto

CONSIDERAÇÕES SOBRE A APLICAÇÃO DO MODELO DE GRADES1299
REGENERATIVAS EM SITUAÇÕES REAIS
Ramiro G. Ramirez Camacho, Nelson Manzanares Filho, Sebastião Varella

UMA TÉCNICA NUMÉRICA PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO1305
DO ESCOAMENTO POTENCIAL EM GRADES DE TURBOMÁQUINAS
Denis Rinaldi Petrucci, Nelson Manzanares Filho, Waldir de Oliveira

MODELO GLOBAL PARA AS CURVAS DE POTÊNCIA E DE RENDIMENTO1311
DA TURBINA FRANCIS DA ITAIPÚ BINACIONAL
Carlos Alberto de Melo

ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DO ESCOAMENTO ENTRE AS PÁS1316
DE UMA TURBINA DE MEDIÇÃO
Vilson C.S. Ferreira, Carlos F. Favaretto

ON THE STRIP THEORY FOR HORIZONTAL-AXIS WIND TURBINE DESIGN1322
Alex S.G. Alves, André L. Amarante Mesquita, Daniel O.A. Cruz

TURBULENCE

FUNDAMENTOS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE GRANDES ESCALAS1328
DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS
Aristeu Silveira Neto

APPLICATION OF A NON ISOTROPIC TURBULENCE MODEL TO STABLE1334
ATMOSPHERIC FLOWS OVER 3D TOPOGRAPHY
Fernando T. Boçon, Clovis R. Maliska

THE SIMULATION OF VORTEX SHEDDING FROM AN OSCILLATING CIRCULAR CYLINDER WITH LARGE EDDY SIMULATION Júlio R. Meneghini, Fábio Saltara, Cesareo L.R. Siqueira	1340
TRANSITION TO TURBULENCE OF LOW AMPLITUDE THREE-DIMENSIONAL DISTURBANCES IN FLAT PLATE BOUNDARY LAYERS Marcello A. Faraco de Medeiros	1346
THE DEVELOPMENT OF GÖRTLER VORTICES IN BOUNDARY LAYERS WITH SUCTION AND BLOWING Márcio T. Mendonça, Helder F.F.M. Carneiro	1352
ANÁLISE ESTATÍSTICA DE TEMPERATURA EM UM ESCOAMENTO NO INTERIOR DE UM CAPACITOR TÉRMICO Júlio Cesar Costa Campos, Milton Biage	1357
TRANSIENT TURBULENT FORCED CONVECTION OF VISCOELASTIC FLUIDS IN CIRCULAR TUBE WITH STEPWISE VARIATIONS OF WALL TEMPERATURE E.N. Macêdo, R.L. Silva, J.N.N. Quaresma	1364
EXPERIMENTAL CHARACTERIZATION OF A TURBULENT BOUNDARY LAYER SUBJECTED TO A STEP CHANGE IN SURFACE ROUGHNESS Mila R. Avelino, Philippe P.M. Menut, Atila P. Silva Freire	1369
MODELING OF STRONGLY ACCELERATED TURBULENT FLOW THROUGH IC ENGINE VALVE PASSAGES César J. Deschamps	1375
PERFORMANCE DO MODELO RNG K- ϵ PARA ESCOAMENTOS EM DUTOS CURVOS Eugênio S. Rosa, Arlindo de Matos, Ricardo A. Mazza	1381
DEVELOPMENT OF A NON-LINEAR TURBULENCE MODEL FOR RECIRCULATING FLOWS USING GENERALIZED COORDINATES Marcelo Assato, Marcelo J.S. Lemos	1386
AN ASYMPTOTIC SOLUTION FOR THE κ AND ϵ EQUATIONS FOR TRANSPIRED BOUNDARY LAYER FLOWS Mila R. Avelino, Jian Su, Atila P. Silva Freire	1392
UMA LEI DA ESTEIRA PARA CAMADAS LIMITE TURBULENTAS COM TRANSPIRAÇÃO Cláudio C. Pelegrini	1397
UMA VELOCIDADE CARACTERÍSTICA E UMA NOVA LEI DA PAREDE PARA CAMADAS LIMITE TURBULENTAS COMPRESSÍVEIS Cláudio C. Pelegrini	1403
CARACTERIZAÇÃO DA TURBULÊNCIA JUNTO À PAREDE Hugo D. Pasinato, Angela O. Nieceke	1409
OTHER RELATED TOPICS	
AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DA BOMBA ELETROMAGNÉTICA DE CORRENTE CONTÍNUA NO CONTROLE DE VAZÃO DE MERCÚRIO E.M. Borges, F. Sircilli Neto, F.A. Braz Filho	1415
TRANSFERENCIA DE MASA EN PROCESOS DE DISOLUCIÓN Y DE REACCIÓN DE PARTÍCULAS SUSPENDIDAS EN LÍQUIDOS AGITADOS Y ESTANCOS Graciela Montiel, Jorge Avanza, Oscar Quiroga	1421

OUTROS

- PRELIMINARY EVALUATION OF COFIRING BIOMASS (SUGAR-CANE RESIDUES)1427
+ NATURAL GAS IN BRAZIL
Arnaldo Walter, Monica R. Souza, Ralph P. Overend
- PREDICTION OF SUPERCRITICAL FLUID PROPERTIES FROM CUBIC1433
EQUATIONS OF STATE WITH NEW INVERSION-BASED COHESION FUNCTIONS
Maria G. Castillo, Coray M. Colina, Claudio G. Olivera-Fuentes
- FEEDSTUFF CONSERVATION: AERATION OF AGROPYRON1438
A.M. Pagano, D.E. Crozza, M. Koeing, S.M. Nolasco

UNCERTAINTIES CALCULATIONS IN THERMAL SYSTEMS RESPONSES

Eugène Uwimana

Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Uberlândia
38400-902 UBERLÂNDIA (MG), BRASIL

ABSTRACT

In the first part of this work a general methodology for computing the first and the second order uncertainties for physical systems in the global conditions is presented. In the second part of this work, we present the development of a very simple but very powerfull procedure in which by varying all the parameters once by a positive or a negative value of the standard deviation, we get the response variation of the system. This response variation turns to be the upper limit of the response uncertainties

PROBLEM DEFINITION

A useful feature of experimentation is that measurements data can be used to estimate the ensemble mean and variance which cannot be directly measured. For example, in a material balance, if all the random variables, except one, are measured, the ensemble mean and variance of the remaining variable can be estimated. We now inquire how the engineer can predict the ensemble mean and variance of an unmeasured variable from the ensemble mean and variance of measured variables.

We are presenting in the first part of this work the general methodology for computing the first and the second order uncertainties in the global conditions. Only simple cases have been already solved. (Himmelblau, 1970)

We recognize that to have an idea about the uncertainties affecting the computed responses, it will be fastidious to use developed second order or even first order decomposition staightfull. The number of sensitivity coefficients increases very rapidly even for very small systems. Therefore it is better to have preliminary estimation in terms of upper limits about the expected uncertainties and to select the ones which will affect the ultimate responses without computing all the first and the second order sensitivity coefficients.

In the second part, we present the development of a very simple but very powerfull procedure in which by varying all the parameters once by a positive or a negative value of the standard deviation, we get the response variation. This response variation turns to be the upper limit of the response standard deviation. The great advantage of this approach lies in the fact that all calculations are made in two rounds: (1) computation of responses values, (2) computation of responses variations

OUTLINE OF THE METHOD

For a given physical system, let us consider the responses vector Q which is a real function of scalar variables h .

$$Q = Q(h_1, h_2, \dots, h_N) \quad (1)$$

The vector h represents the set of the measured variables and Q the vector of non-measured variables.

In the Taylor series expansion within the vicinity of nominal values of h_0 , let us keep only first and second order terms related to variations $\delta h_i = (h_i - h_{0i})$

$$Q(h) = Q(h_0) + \sum_{i=1}^N S_i \delta h_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N T_{ij} \delta h_i \delta h_j \quad (2)$$

$Q(h_0)$ is the nominal value of the response and the terms S_i, T_{ij}

$$S_i = \frac{\partial Q}{\partial h_i} \quad T_{ij} = \frac{\partial^2 Q}{\partial h_i \partial h_j} \quad (3)$$

are the first and second order sensitivity coefficients. The variance of Q in relation to $Q(h_0)$ is given by

$$\begin{aligned} \langle (Q - Q_0)^2 \rangle &= \sum_{i,j} S_i S_j \langle \delta h_i \delta h_j \rangle \\ &+ \sum_{i,j,k} S_k T_{ij} \langle \delta h_i \delta h_j \delta h_k \rangle + \frac{1}{4} \sum_{i,j,k,l} T_{ij} T_{kl} \langle \delta h_i \delta h_j \delta h_k \delta h_l \rangle \end{aligned} \quad (4)$$

where, by definition

$$\langle (Q - Q_0)^2 \rangle \equiv \int \dots \int (Q - Q_0)^2 f(h_1, h_2, \dots, h_N) dh_1, dh_2, \dots, dh_N \quad (5)$$

and $f(h_1, \dots, h_N)$ is the joint density probability function. The relations $\langle \delta h_i, \delta h_j \rangle$ are known. Hereafter the explicit form of these relations

$$\langle \delta h_i, \delta h_j \rangle = \int \dots \int \delta h_i \delta h_j f(h_1, \dots, h_N) dh_1, \dots, dh_N$$

or

$$\langle \delta h_i, \delta h_j \rangle = \int \dots \int \delta h_i \delta h_j f(h_i, h_j) dh_i dh_j \quad (6)$$

$$\langle \delta h_i, \delta h_j \rangle = \text{cov}(h_i, h_j) = r_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad i \neq j \quad (7)$$

$$\langle \delta h_i^2 \rangle = \text{var}(h_i) = \sigma_i^2 \quad i = j \quad (8)$$

σ_i is the standard deviation of h_i and r_{ij} are the non diagonal elements of the correlation matrix.

$$-1 < r_{ij} < 1$$

For non linear responses, the expected value $\langle Q \rangle$ is not equal to $Q(h_0)$; in fact, the equation (2) may be used for showing that

$$Q = \langle Q \rangle = Q(h_0) + \frac{1}{2} \sum_{i,j}^N T_{ij} \langle \delta h_i \delta h_j \rangle \quad (9)$$

The variance of Q is defined the following manner

$$\text{var}(Q) = \langle (Q - \bar{Q})^2 \rangle$$

With the replacement of Q by the computed value in (9) we obtain

$$\begin{aligned} \text{var}(Q) = & \sum_{i,j}^N S_i S_j \langle \delta h_i \delta h_j \rangle + \sum_{i,j,k}^N S_k T_{ij} \langle \delta h_i \delta h_j \delta h_k \rangle \\ & + \frac{1}{4} \sum_{i,j,k,l}^N S_{ij} S_{kl} \langle \delta h_i \delta h_j \delta h_k \delta h_l \rangle \\ & - \frac{1}{4} \sum_{i,j,k,l}^N S_{ik} S_{kl} \langle \delta h_i \delta h_j \rangle \langle \delta h_k \delta h_m \rangle \end{aligned} \quad (10)$$

The above writing may be simplified

$$\text{var}(Q) = \langle (Q - Q(h_0))^2 \rangle - \frac{1}{4} \sum_{i,j,k,l}^N T_{ij} T_{km} \langle \delta h_i \delta h_j \rangle \langle \delta h_k \delta h_m \rangle \quad (11)$$

Normally, only the terms $\langle \delta h_i \delta h_j \rangle$ are evaluated; in fact, these are the only needed terms for linear cases. For non linear systems, the quantities $\langle \delta h_i \delta h_j \delta h_k \rangle$ and $\langle \delta h_i \delta h_j \delta h_k \delta h_m \rangle$ must be calculated in order to determine $\text{var}(Q)$. The joint probability density function must be known. In many problems, the distribution function is not known and the widely accepted hypothesis is the normal distribution for parameters h_i in the absence of gross errors (Jaynes, 1957).

USE OF CHARACTERISTIC FUNCTION

In order to calculate the quantities in the relation(10) we have to utilize a characteristic function. For any random variable x , with a distribution $f(x)$, the characteristic function of $f(x)$ is a function defined for the real values of t by the relation

$$\Phi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(itx) f(x) dx \quad (12)$$

For a N-dimensional case, the characteristic function is defined by the vector

$$t^T = (t_1, \dots, t_N)$$

which satisfies

$$\Phi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \exp(itx) f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 \dots dx_N \quad (13)$$

where $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$. In the case when f represents a normal distribution

$$\Phi(t) = \exp\left(-\frac{1}{2} t^T C t\right) = e^A \quad (14)$$

C is the covariance matrix with

$$C_{ij} = r_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (15)$$

Defining A_i in the following manner

$$A_i = \frac{dA}{dt_i} \quad i=1, \dots, k$$

$$A_i = \frac{d\left(\sum_{i,j} r_{ij} \sigma_i \sigma_j t_i t_j\right)}{dt_i} = r_{ij} \sigma_i \sigma_j t_j \quad (16)$$

and using the characteristic function, we can obtain the moments of the function f

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = \int_{-\infty}^{\infty} (ix) \exp(itx) f(x) dx \quad (17)$$

For $t=0$

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = i \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (18)$$

The relation (18) is the first order moment multiplied by $i = (-1)^{0.5}$. For N-parameters system

$$\frac{d^N \Phi(t)}{dt_1 \dots dt_N} = i^N \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} x_1 \dots x_N f(x_1 \dots x_N) dx_1 \dots dx_N \quad (19)$$

In order to get the first order moment for N parameters, we calculate the N^{th} derivative of the characteristic function for $t^T = 0$

$$\begin{aligned} \frac{d^N \Phi(t)}{dt_1 \dots dt_N} = & (-1)^{\frac{1}{2} N} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \delta h_1 \dots \delta h_N (2)^{-N/2} \det C^{-1/2} \\ & \exp\{-\delta h^T C^{-1} \delta h\} dh_1 dh_2 \dots dh_N \end{aligned} \quad (20)$$

Let calculate the left member of the relation (20) and consider the situation when $N=4$. For that, we have to calculate the derivatives of the first, second, third and fourth order.

$$\frac{de^A}{dt_i} = e^A A_i = 0 \quad (21a)$$

$$\frac{d^2 e^A}{dt_i dt_j} = A_i A_j e^A + e^A \frac{dA_i}{dt_j} = \frac{dA_i}{dt_j} = -r_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (21b)$$

$$\frac{d^3 e^A}{dt_i dt_j dt_k} = e^A A_i A_j A_k + e^A A_i \frac{dA_j}{dt_k} + e^A A_j \frac{dA_i}{dt_k} + e^A A_k \frac{dA_j}{dt_k} + e^A \frac{d^2 A}{dt_j dt_k} = 0 \quad (21c)$$

$$\frac{d^4 e^A}{dt_i dt_j dt_k dt_m} = (\text{non zero terms}) = e^A \frac{dA_i dA_j}{dt_m dt_k} + e^A \frac{dA_i dA_j}{dt_k dt_k} + e^A \frac{dA_k dA_i}{dt_m dt_j} \quad (21d)$$

From the relations (21a,b,c,d) we get very simple results. In fact for n even

$$\langle \delta h_1 \dots \delta h_n \rangle = 0$$

and for n odd

$$\langle \delta h_1 \dots \delta h_n \rangle = \sum_{i_1 < j_1} r_{i_1 j_1} r_{i_2 j_2} \dots r_{i_n/2 j_n/2} \sigma_{i_1} \dots \sigma_{i_n/2}$$

We have to make the sum for every pair of indexes $i_1 \dots i_n$. It becomes very easy to get the value of the expression (10)

$$\begin{aligned} \langle \delta h_i \rangle &= 0 \\ \langle \delta h_i \delta h_j \delta h_k \rangle &= 0 \\ \langle \delta h_i \delta h_j \delta h_k \delta h_m \rangle &= (r_{ij} r_{km} + r_{ik} r_{jm} + r_{im} r_{jk}) \sigma_i \sigma_j \sigma_k \sigma_m \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \text{var}(Q) &= \sum_{i,j} S_i S_j \text{cov}(h_i h_j) \\ &+ \frac{1}{4} \sum_{i,j,k,m} T_{ij} T_{km} \{ \text{cov}(h_i h_k) \text{cov}(h_j h_m) \\ &\quad + \text{cov}(h_i h_m) \text{cov}(h_j h_k) \} \end{aligned}$$

The final results are valid for non-correlated parameters

$$\begin{aligned} \text{var}(Q) &= \sum_{i=1}^N S_i^2 \text{var}(h_i) + \frac{1}{4} \sum_{i,j=1, i \neq j}^N T_{ij}^2 \text{var}(h_i) \text{var}(h_j) + \\ &+ \sum_{i=1}^N T_{ii}^2 \text{var}^2(h_i) \end{aligned} \quad (23)$$

The same procedure can be applied for computing the terms $\text{cov}(R,Q)$.

$$\text{cov}(R,Q) = \sum_{i,k} S_i U_k \langle \delta h_i \delta h_k \rangle + \sum_{i,j} T_{ij} W_{kl} \langle \delta h_i \delta h_k \rangle$$

$$\langle \delta h_j \delta h_l \rangle + \langle \delta h_j \delta h_l \rangle + \langle \delta h_j \delta h_k \rangle \quad (24)$$

$$\text{with } U_i = \frac{\partial R}{\partial h_i}, \quad W_{ij} = \frac{\partial^2 R}{\partial h_i \partial h_j}$$

THE UPPER LIMITS OF UNCERTAINTIES

There is evidence that the sensitivity matrices will be necessary in all steps of the determination of uncertainties on computed responses. But it will be fastidious to use a second order or even a first order decomposition as above. As a matter of fact, for a very simple system with 22 parameters and 8 responses, the total number of sensitivity coefficients is 176 for the first order and 3872 for the second order. And such system is apparently very simple.

The real problem for any analyst is to delimit the problem selecting the parameters which have little influence from those which have a very big one. Consequently, he needs to know at the beginning the upper limits of the uncertainties expected for every response. The early attempts to solve the problem did not succeed in presenting a powerful and practical methodology (Perey, 1981, Caccuci, 1981)

Fortunately, it is not necessary to compute all the sensitivity coefficients. The analysis of multivariate sensitivity will simplify the selection of the coefficients necessary to the computations. Having an idea about the expected uncertainties, the analyst will choose the parameters to be submitted to further detailed analysis.

Let us consider a response Q computed from the parameters vector h. The variance of Q in the first approximation is given by

$$\sigma_Q^2 = \sum_{i,j} S_i S_j r_{ij} \sigma_i \sigma_j = \sum_{i,j} \frac{Q}{h_i} \frac{Q}{h_j} r_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (25)$$

σ_i is the standard deviation relative to the parameter h_i ; the standard deviation of the response is σ_Q , and S_i is the sensitivity coefficient of the response Q with respect to the parameter h_i . r_{ij} are the elements of the correlation matrix and $-1 < r_{ij} < 1$.

The direct application of the relation (25) does not simplify the calculations. From physical considerations it is possible to determine the sign of the sensitivity coefficients; in fact it is known that increasing the value of parameter h_i will affect positively or negatively the value of the response.

Knowing the signs of the sensitivity coefficients, it is possible with very simple methods to determine the upper limit of the standard deviation of the response. Let us operate in each response, a standard deviation variation: if S_i is positive, we will change h_i by σ_i and if S_i is negative, we will change h_i by $-\sigma_i$.

The relative variation of the response will be

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \sum_i S_i \sigma_i \quad (26)$$

The square of the variation is:

$$\left(\frac{\Delta Q}{Q} \right)^2 = \sum_{i,j} S_i S_j \sigma_i \sigma_j \quad (27)$$

Because of the choice of the signs of σ_i

$$S_i S_j r_{ij} \sigma_i \sigma_j < S_i S_j \sigma_i \sigma_j \quad i, j = 1, \dots, N \quad (28)$$

or

$$\sigma_Q^2 < \left(\frac{\Delta Q}{Q} \right)^2 \quad (29)$$

With this simple procedure in which we vary all the parameters once by a positive or negative value of the standard deviation, we get the response variation. This response variation turns to be the upper limit of the response standard deviations.

We have applied this methodology to a standard thermal system described in a companion paper (Uwimana, 1998) and we have shown that the equation (29) holds always (table 1.)

Table 1. Upper limits of uncertainties on computed values

Response		σ_Q (%)	$\Delta Q/Q$ (%)
1. Preheating Coil	QPA	6.22	7.01
Preheating coil	QDE	12.0	13.51
2. Humidifier	QHA	6.1	8.32
3. Cooling Coil	QCW	4.5	5.20
Cooling Coil	QCO	3.25	4.08
4. Reheating coil	QRA	3.55	4.45
5. Global deperditions		15.18	17.49
6. Infiltrations		7.62	10.98
7. Exfiltrations		7.17	9.42
8. Intake air humidity		3.25	5.49

The great advantage of this approximation lies in the fact that all calculations are made in two rounds:

- computation of responses values Q
- computation of responses variations ΔQ for the variations $(h_i \pm \sigma_i)$

There is no need to compute sensitivity coefficients and there is no need to know the elements of correlation matrix. This upper limit gives a clear indication how to conduct any further analysis without any complicated calculations. If the upper limit is too small compared to the discrepancies between the data, it will be necessary to reanalyze the evaluation of uncertainties and the formulation of the system modeling before any adjustment procedure.

The advantages of this procedure are very clear for large scale thermal systems, when the detailed analysis for every parameter is out limits of available resources.

REFERENCES

- CACUCCI D.G., Sensitivity Theory for non-linear systems. J. Math. Phys. 22(12), 1981
- HIMMELBLAU, D.M., Process Analysis by Statistical Methods. John Wiley, New York, 1970.
- HIMMELBLAU, D.M., BISCHOFF, K.B., Process Analysis and Simulation: Deterministic Systems. John Wiley, New York, 1968.
- JAYNES, E.T., Prior Probabilities. Transactions of Information Theory. Dover Publications, New York, 1957.
- PEREY F.G., Application of Group Theory to Data Reduction, ORNL-5908, Oak Ridge National Laboratory, 1981.
- UWIMANA, E., Data Integration Strategy for Analysis and Design of Thermal Systems. Submitted to the V CEM-NNE98, Fortaleza, Brazil.
- UWIMANA, E., From thermal Systems Identification to Simulation. Submitted to ENCIT 98.

UMA ANÁLISE DOS MÉTODOS DE FUNÇÃO ESPECIFICADA E GRADIENTE CONJUGADO APLICADOS A PROBLEMA INVERSO BIDIMENSIONAL

Frederico R. S. Lima e Gilmar Guimarães

Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Uberlândia
38400-089 – Uberlândia – MG – Brasil

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre duas diferentes concepções de técnicas de problemas inversos. Os métodos aqui empregados são o Método do Gradiente Conjugado e o Método de Função Especificada Seqüencial. Vários casos testes são simulados buscando-se estudar as particularidades de cada metodologia e verificar a eficácia de cada uma para a solução de um problema de condução de calor bidimensional com uma evolução de fluxo de calor desconhecida com variação espacial e temporal. É ainda realizada uma breve revisão bibliográfica sobre outras metodologias presentes na literatura.

INTRODUÇÃO

Os problemas inversos de condução de calor possuem aplicações em vários campos da engenharia e ciência. Na literatura várias metodologias de problemas inversos de condução de calor bidimensional têm sido propostas. Estas técnicas geralmente buscam, a partir de medições de temperaturas experimentais, estimar um parâmetro desconhecido que pode ser uma condição de contorno, propriedade térmica ou ainda a condição inicial. Dentre estas metodologias podemos citar o Método de "Mollification" (Murio, 1989), o Método de Programação Dinâmica (Busby et al., 1985), o Método de Monte Carlo (Haji-Sheikh, 1993), o Método de Extrapolação de Temperatura (Imber, 1974), o Método do Coeficiente de Sensibilidade Direto (Tseng et al., 1995), o "Método da Marcha Espacial" (Raynaud et al., 1994), o Método do Gradiente Conjugado (Alifanov, 1985; Alencar Jr. et al., 1997; Lima et al., 1998) e o Método de Função Especificada Seqüencial (Kurpiz, 1990; Lima, 1996; Osman et al., 1997).

Este trabalho apresenta um estudo comparativo da aplicabilidade do Método do Gradiente Conjugado e do Método de Função Especificada Seqüencial na solução de um problema inverso de condução de calor bidimensional. O Método do Gradiente Conjugado permite estimar qualquer parâmetro desconhecido como por exemplo a condutividade térmica, a capacidade térmica, a condição inicial de temperatura ou ainda o fluxo de calor superficial (Jarny et al. 1991) através de um processo iterativo baseado num problema de otimização. Já o Método de Função Especificada Seqüencial desenvolvido originalmente por Beck et al. (1985) permite estimar a distribuição de fluxo de calor e temperatura superficial, e baseia-se na minimização de uma função erro.

No problema proposto simula-se uma condição de contorno desconhecida, isto é, a evolução de fluxo de calor superficial presente em uma das faces de uma placa plana. Nesse sentido, faz-se a simulação de campo de temperatura experimental a partir de uma evolução de fluxo de calor exata.

Ambas metodologias são descritas sucintamente e os resultados são apresentados buscando-se ressaltar as concepções construtivas e aplicabilidades de cada método apresentado na solução de problemas inversos de condução de calor bidimensionais.

PROBLEMA TÉRMICO

O problema térmico simulado, mostrado na Figura 1, refere-se a uma placa plana de aço carbono, cujas propriedades térmicas foram consideradas constantes e dadas por $K = 40,0 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ e $\alpha = 1,0 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, com dimensões $L = 0,015 \text{ m}$ e $l = 0,1 \text{ m}$. A temperatura inicial e temperatura ambiente são respectivamente, $T_0 = 30,0^\circ\text{C}$ e $T_\infty = 30,0^\circ\text{C}$. Os coeficientes de transferência de calor nas faces $y = 0$ e $y = l$ são $h_0 = 20,0 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$ e $h_l = 20,0 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$. Na face $x = L$ não existe transferência de calor, pois simulou-se a presença de isolamento térmico. Ainda nesta face simulou-se a presença de quatro sensores de temperatura localizados equidistantes e definidos respectivamente por **a**, **b**, **c** e **d**, onde são obtidas as temperaturas experimentais simuladas, $Y(y, t)$. Em $x = 0$ a condição de contorno desconhecida foi simulada por uma distribuição de fluxo de calor exata com variação espacial e temporal, $q(y, t)$. Ou seja, o parâmetro no qual deseja-se estimar.

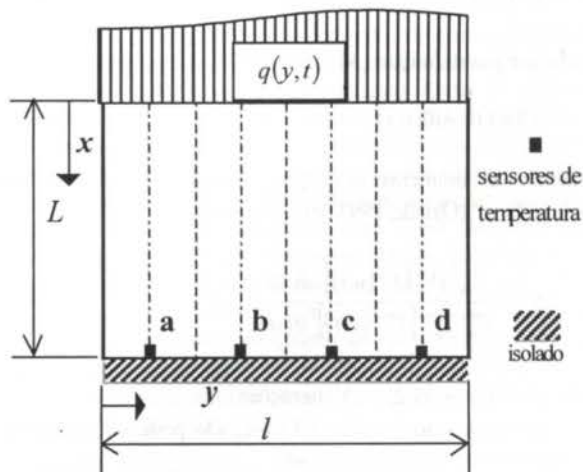


Figura 1 – Problema térmico simulado

METODOLOGIA

A) Método do Gradiente Conjugado

O Método do Gradiente Conjugado consiste numa técnica iterativa baseada num problema de otimização. A formulação matemática do Método do Gradiente Conjugado para a solução do problema inverso é obtida através da minimização do funcional abaixo em função do parâmetro a ser estimado, que pode ser uma condição de contorno desconhecida, a condição inicial, a geração de calor ou ainda as propriedades térmicas do material (Jarny et al., 1991). No presente trabalho o objetivo é determinar evolução de fluxo de calor presente na face em $x=0$ logo,

$$J(q) = \int_{t=0}^{t=f} \int_{y=0}^{y=l} [T(L, y, t, q) - Y(L, y, t)]^2 dy dt \quad (1)$$

onde $T(L, y, t, q)$ e $Y(L, y, t)$ são respectivamente temperaturas calculadas e experimentais. Para a minimização do funcional um problema auxiliar (problema adjunto) é introduzido. Nesse sentido, faz-se o uso de uma função conhecida como Multiplicadores de Lagrange definida por $\lambda(x, y, t)$.

A formulação do problema adjunto é semelhante à formulação de problema direto, entretanto verifica-se que nesse caso o mesmo é um problema de valor final (Özisik, 1993), logo

$$\lambda(x, y, t_f) = 0 \quad (2)$$

A função desconhecida $q(y, t)$ pode ser determinada por um processo baseado na minimização do funcional $J(q)$ com uma aproximação iterativa de n até $n+1$,

$$q^{n+1}(y, t) = q^n(y, t) - \beta^n P^n(y, t) \quad (3)$$

onde β^n é o tamanho do passo entre n até $n+1$ e $P^n(y, t)$ é a direção descendente definida como

$$\beta^n = \frac{\int_{t=0}^{t=f} \int_{y=0}^{y=l} [T(L, y, t, q) - Y(L, y, t)] \Delta T(L, y, t) dy dt}{\int_{t=0}^{t=f} \int_{y=0}^{y=l} [\Delta T(L, y, t)]^2 dy dt} \quad (4)$$

$$P^0(y, t) = J'^0 \quad (5)$$

$$P^n(y, t) = J'^n + \gamma^n P^{n-1}(y, t) \quad (6)$$

sendo que por definição (Alifanov, 1974)

$$J'(y, t) = \lambda(0, y, t) \quad (7)$$

e dentre as inúmeras definições matemáticas do coeficiente conjugado γ^n (Özisik, 1993) optou-se por

$$\gamma^n = \frac{\int_{t=0}^{t=f} \int_{y=0}^{y=l} [J'^n(y, t)]^2 dy dt}{\int_{t=0}^{t=f} \int_{y=0}^{y=l} [J'^{n-1}(y, t)]^2 dy dt} \quad (8)$$

onde $\gamma^0 = 0$ e $n = 1, 2, \dots, N$ iterações.

O Método do Gradiente Conjugado pode ser resumido no seguinte algoritmo computacional:

Passo 1: Resolver o problema direto e obter $T(L, y, t, q)$;

Passo 2: A partir de $T(L, y, t, q)$ e $Y(L, y, t)$ resolver o problema adjunto e obter $\lambda(0, y, t)$;

Passo 3: Conhecendo-se $\lambda(0, y, t)$, problema adjunto, calcular $J'(y, t)$ da Eq. (7);

Passo 4: Conhecendo-se $J'(y, t)$, calcular γ^n pela Eq. (8) e $P^n(y, t)$ pela Eq. (6);

Passo 5: Fazer $\Delta q^n(y, t) = P^n(y, t)$, que é a excitação no problema de sensibilidade, para obter $\Delta T(L, y, t)$;

Passo 6: Conhecendo-se $\Delta T(L, y, t)$, calcular o tamanho do passo β^n pela Eq. (4);

Passo 7: Conhecendo-se β^n , calcular $q^{n+1}(y, t)$ da Eq. (3) e $T(L, y, t, q)$ do problema direto;

Passo 8: Verificar se o critério de estabilidade é satisfeito. Senão, repetir todos os passos.

B) Método de Função Especificada Sequencial

O Método de Função Especificada Sequencial consiste basicamente na minimização de uma função erro, S , definida pelo quadrado da diferença entre temperaturas experimentais e calculadas, isto é,

$$S = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J (Y_{M+i-1, j} - T_{M+i-1, j})^2 \quad (9)$$

onde $i = 1, 2, \dots, r$ tempos futuros, $j = 1, 2, \dots, J$ sensores de temperatura (lembrando-se que no problema térmico este sensores foram denominados por **a**, **b**, **c** e **d**, mas para uma melhor manipulação numérica optou-se por usar índices numéricos), M é o instante de calculo, Y e T representam respectivamente a distribuição de temperatura experimental e calculada.

O termo função especificada refere-se a atribuição de uma forma funcional, que descreve o fluxo de calor desconhecido em intervalos de tempos futuros ao instante de calculo, ou seja, pode-se considerar que o fluxo de calor tenha comportamento constante, linear, parabólico ou qualquer outro tipo de perfil (Beck et al., 1985). Nesse sentido, optou-se por um comportamento constante, logo

$$q_{M+i} = \dots = q_{M+i-1} \quad (10)$$

A minimização da função erro S resulta na expressão abaixo (Lima, 1996)

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J \sum_{s=1}^J \phi_{k,j}^{k,s} \phi_{k,j}^{k,j} q_{M,s} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J (Y_{k,j} - T_{k,j}^*) \times \phi_{k,j}^{k,j} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^J \sum_{s=1}^J \phi_{k,j}^{k,s} \phi_{k,j}^{k,j} q_{M,s}^* \quad (11)$$

onde $\phi_{k,j}^{k,s}$ é o coeficiente definido pela derivada da temperatura, $T_{k,j}$ (Kurpisz et al., 1990). Os índices $k = M+i-1$ e j representam respectivamente o instante de medição e a posição do sensor ao longo da direção y em $x=L$. Os coeficientes de sensibilidade representam fisicamente a resposta do sistema a uma excitação unitária relacionada ao parâmetro a ser estimado.

Na Eq. (11) faz-se necessário a utilização de uma temperatura experimental arbitrária. A obtenção deste campo de temperatura pode ser feita por várias técnicas, como por exemplo pelos métodos diferenças finitas ou volumes finitos, expressão analítica ou ainda pelo uso do Teorema de Duhamel. Nesse trabalho optou-se pelo emprego desta última técnica, cuja

expressão expandida para temperatura com variação temporal e espacial é encontrada em Lima (1996) e dada por

$$T_{k,j}^* = T_0 + \sum_{n=1}^k \sum_{s=1}^J q_{n,s}^* \Delta \phi_{k-n,j}^{k-n,s} \quad (12)$$

com

$$\Delta \phi_{k,j}^{k,s} = \phi_{k+1,j}^{k+1,s} - \phi_{k,j}^{k,s} \quad (13)$$

onde $n=1,2,\dots,k$, ou seja, que a temperatura arbitrária calculada no instante $k=N$ é uma função de todas as componentes de fluxo de calor desde o instante inicial $k=1$ até o tempo final de cálculo N , e $s=1,2,\dots,J$, refere-se a variação espacial da evolução de fluxo de calor arbitrária (que assume o valor da componente de fluxo de calor estimada no instante anterior ao cálculo).

O Método de Função Especificada Seqüencial pode ser resumido no seguinte algoritmo computacional:

Passo 1: Obter os coeficientes de sensibilidade para todo o domínio do tempo e armazená-los;

Passo 2: Atribuir uma forma funcional para $q(y,t)$, Eq. (10);

Passo 3: Minimizar a função S , Eq. (9);

Passo 4: Estimar componentes de fluxo de calor, Eq. (11);

Passo 5: Armazenar as componentes de fluxo de calor $q_{s,j}$;

Passo 6: Adicionar uma unidade ao índice M e repetir os passos 2 a 6 até que se obtenha a evolução de fluxo de calor superficial para todo o domínio do tempo.

RESULTADOS

As temperaturas experimentais, $Y(y,t)$, foram simuladas através da solução direta do problema térmico a partir de evoluções de fluxo de calor conhecidas (exatas). Para simular os erros de medições, adicionou-se erros aleatórios às temperaturas calculadas, na forma

$$Y(y,t) = Y(y,t)_{\text{calc}} + \varepsilon \quad (14)$$

onde ε é uma função erro aleatório que situa-se na faixa $-2,0 < \varepsilon < 2,0^\circ\text{C}$ e simula as incertezas presentes numa medição experimental através do uso de sensores como termopares.

O fluxo de calor exato em W/m^2 foi imposto em quatro diferentes localizações ao longo de y para $x=0$, isto é, **a**, **b**, **c** e **d** que correspondem respectivamente a $y_a=0,01625\text{m}$, $y_b=0,03875\text{m}$, $y_c=0,06125\text{m}$ e $y_d=0,08375\text{m}$. Essas localizações correspondem também aos termopares simulados em $x=L$. Para estudar as aplicabilidades de cada método foram realizados três casos testes dados por:

A) Fluxo de calor linear:

$$q = 5,0 \times 10^5 y \cdot t \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (15)$$

B) Fluxo de calor triangular:

$$\begin{cases} q = 1,4 \times 10^6 y \cdot t & 0 \leq t \leq 25,0\text{s} \\ q = (-1,0 \times 10^6 t + 6,0 \times 10^7) y & 25,0\text{s} \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (16)$$

C) Fluxo de calor parabólico:

$$q = (2,4 \times 10^6 t - 4,0 \times 10^4 t^2) \cdot y \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (17)$$

onde $t_f = 60,0\text{s}$ para um intervalo de tempo $\Delta t = 1,0\text{s}$.

No Método do Gradiente Conjugado, o problema direto, de sensibilidade e adjunto foram resolvidos através de algoritmo próprio baseado no método de volumes finitos (Patankar, 1991) e as integrais duplas foram calculadas numericamente utilizando-se o método de Simpson (Press et al., 1989). Além disso, conforme estudo realizado em Lima et al., (1998) padronizou-se o número de iterações em 75 para todos casos testes.

No Método de Função Especificada Seqüencial, os coeficientes de sensibilidade foram calculados similarmente ao Método do Gradiente Conjugado, embora nesse caso eles devem ser calculados para todo tempo de medição apenas uma vez e armazenados em arquivo de dados.

Em ambas metodologias os algoritmos computacionais foram desenvolvidos nos programas GRAD2D e SEQ2D em linguagem Turbo C++.

O Método do Gradiente Conjugado, por ser um método iterativo e conter um elevado número de aproximações numéricas, principalmente na obtenção de γ'' e β'' , pode apresentar valores estimados bastante instáveis. Assim, conforme Alifanov et al. (1985), é necessário que se faça um estudo prévio do número de Fourier, uma vez que este parâmetro leva em conta a propriedade física do material, o intervalo de tempo e a dimensão espacial da amostra, isto é,

$$\Delta F_0 = \frac{\alpha \Delta t}{L^2} \quad (18)$$

e minimiza os efeitos de inconsistência numérica do algoritmo. Nesse trabalho, utilizou-se o estudo do número de Fourier em Lima et al. (1998).

Nos gráficos a seguir os resultados são apresentados comparando-se a evolução de fluxo de calor exata com as evoluções de fluxo de calor estimadas pelo Método do Gradiente Conjugado e Método de Função Especificada Seqüencial. As curvas apresentadas são respectivamente denominadas por exato, grad. e seq.

Na Figura 2 os resultados estimados para um fluxo de calor linear, Eq. (15), apresentam ótima concordância para o Método de Função Especificada Seqüencial. Para o Método do Gradiente Conjugado os resultados apresentam-se oscilando em torno do valor exato, mas mesmo assim demonstram-se consistentes. Entretanto, devido a concepção deste método o valor estimado para o tempo final $t_f = 60,0\text{s}$ será sempre zero, conforme a Eq. (2). Este tipo de restrição é uma desvantagem para o Método do Gradiente Conjugado em problemas cuja evolução de fluxo de calor desconhecida tenha comportamento linear e crescente. Além disso, esta restrição implica em resultados menos precisos tendo em vista que o método é iterativo e tem concepção de domínio global do tempo, ou seja, em cada iteração todas as variáveis discretizadas no tempo influenciarão a convergência do método, Eq. (2). Para problemas com fluxo de calor desta natureza sugere-se que os resultados obtidos pelo Método do Gradiente Conjugado sejam considerados somente até 15% do valor final. No Método de Função Especificada Seqüencial também existe uma restrição quanto ao valor final de estimação devido a utilização de variáveis do algoritmo em tempos futuros, Eq. (10). Nesse caso, para se estimar as componentes de fluxo de calor até o tempo final $t_f = 60,0\text{s}$ foi necessário conhecer as temperaturas experimentais simuladas e os coeficientes de sensibilidade para o tempo final mais r tempos futuros, que em todos os casos testes foram padronizados em $r=8$. Esse

procedimento visa estabilizar os resultados estimados, onde o número de tempos futuros deve ser sempre maior ou igual que o número de sensores (Kurpiz et al, 1990) para se obter uma solução trivial para o sistema formado pela Eq. (13).

Observa-se ainda, que em ambas metodologias os valores iniciais estimados não apresentam resultados com boa concordância em relação ao valores exatos. Esse aspecto é melhor explorado na Figura 3.

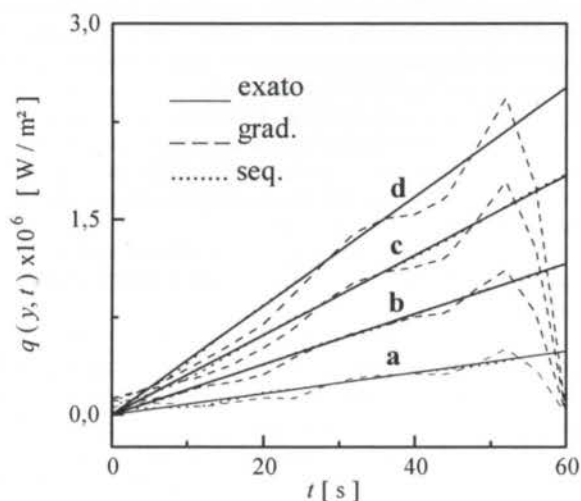


Figura 2 – Fluxo de calor linear.

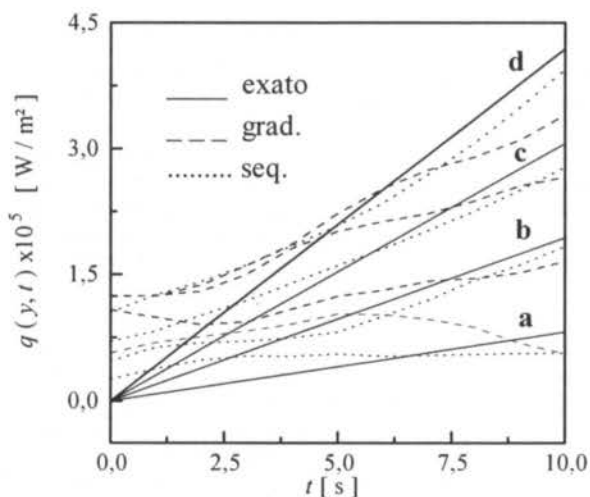


Figura 3 – Fluxo de calor linear (detalhe do início da estimação).

No Método de Função Especificada Sequencial este comportamento é devido também a utilização das componentes de tempos futuros, ou seja, no instante inicial o valor estimado já sofre influência de todas as temperaturas experimentais simuladas e coeficientes de sensibilidade de r tempos futuros. Já no Método do Gradiente Conjugado a concepção de tempo global faz com que todas componentes de fluxo de calor se relacionem a cada iteração até que se obtenha a convergência. Assim, a restrição imposta pela Eq. (2) novamente influenciará as componentes de fluxo de calor iniciais, obtendo-se então valores discordantes e imprecisos em relação as evoluções de fluxo de calor exato. Este influência é minimizada quando o fluxo a ser estimado possui comportamento ascendente e descendente, conforme poderá visualizado na Figura 4.

Na Figura 4 os valores estimados pelo Método do Gradiente Conjugado demonstraram uma maior acuracidade em relação aos valores estimados pelo Método de Função Especificada Sequencial. Observa-se nesse caso, que as componentes de fluxo de calor estimadas no instante inicial e final pelo Método do Gradiente Conjugado não apresentam as distorções apresentadas na Figura 3. Esse comportamento se deve pela natureza do fluxo de calor a ser estimado, isto é, fluxo ascendente e descendente, Eq. (16). No Método de Função Especificada Sequencial os valores iniciais apresentam o mesmo comportamento da Figura 3, ou seja, no início da estimação os resultados são bem imprecisos. Além disso, os valores próximos ao instante de tempo final apresentam grandes distorções devido a utilização de informações de tempos futuros. Nota-se que as componentes de fluxo de calor estimadas se desviam do fluxo exato próximo ao instante de tempo $t = 52,0s$ que correspondem a $r = 8$ tempos futuros (Figura 4). Para fluxos com comportamento ascendente e descendente (tipo triangular) o Método de Função Especificada Sequencial demonstra não ser tão eficaz quanto observado na Figura 2.

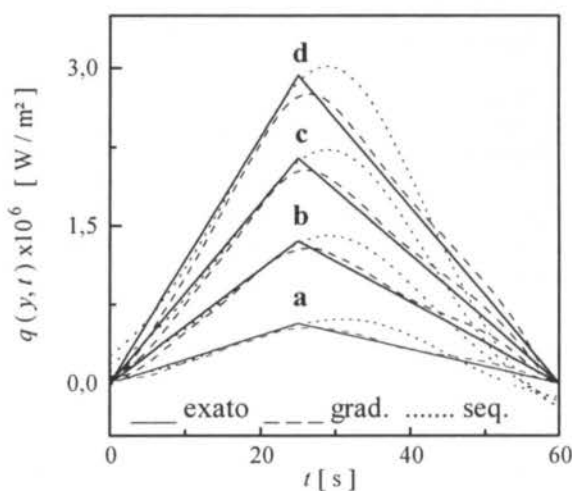


Figura 4 – Fluxo de calor triangular.

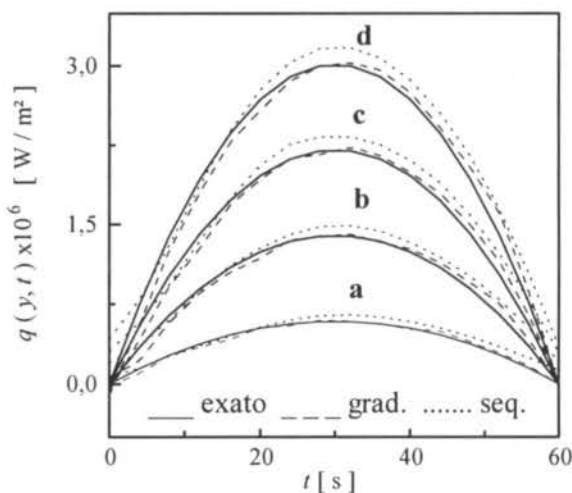


Figura 5 – Fluxo de calor parabólico.

Na tentativa de se verificar as aplicabilidades de cada metodologia em relação a natureza do fluxo de calor a ser estimado, são apresentados na Figura 5 os resultados estimados

pelo Método do Gradiente Conjugado e pelo Método de Função Especificada Seqüencial para um fluxo de calor exato com comportamento parabólico, Eq. (17). Nesse caso, em ambas metodologias resultados se mostraram bastante concordantes em relação ao fluxo de calor exato. Entretanto, para o Método de Função Especificada Seqüencial observa-se novamente que os resultados estimados apresentam distorções para o instante inicial e instante final de cálculo.

CONCLUSÃO

Do ponto de vista computacional, o Método do Gradiente Conjugado exige uma elevada memória devido as inúmeras variáveis a serem armazenadas durante o processo iterativo. Verifica-se que no algoritmo computacional são necessárias três sub-rotinas de volumes finitos para a solução do problema direto, do problema de sensibilidade e do problema adjunto e ainda de duas sub-rotinas de integrais duplas para a obtenção do tamanho do passo β^n e do coeficiente conjugado γ^n . A manipulação dessa grande quantidade de variáveis resulta também no aumento do tempo computacional.

A implementação computacional do Método de Função Especificada Seqüencial não requer um grande número de linhas de programação em relação ao algoritmo do Método do Gradiente Conjugado, contudo quando se analisa a Eq. (13) verifica-se a presença de uma variável com múltiplos índices referente ao coeficiente de sensibilidade, que neste caso é representada por $\phi_{k,j}^{k,s}$. Deste modo, a manipulação de uma variável desta natureza torna-se complexa do ponto de vista computacional, tendo em vista que se faz necessário o armazenamento de dados em matrizes tridimensionais e cujo procedimento possui limitações de memória computacional. Entretanto, apesar dessas limitações, o Método de Função Especificada Seqüencial é mais ágil em relação ao Método do Gradiente Conjugado, isto é, exige um menor tempo de execução computacional.

De acordo com os resultados obtidos pode-se concluir que ambas metodologias de problemas inversos apresentam-se eficazes para a obtenção de um campo de fluxo de calor desconhecido em um problema de condução de calor bidimensional. No entanto, deve-se analisar as características específicas de cada problema térmico, tendo em vista as diferentes concepções de cada uma das técnicas utilizadas neste trabalho. Nesse sentido, para problemas em que supõe-se que o fluxo de calor desconhecido tenha comportamento ascendente (essencialmente transiente) conclui-se que o Método de Função Especificada é mais apropriado.

Para problemas onde supõe-se que o fluxo de calor desconhecido tenha um comportamento ascendente e descendente (tipo pulso), conclui-se que o Método do Gradiente Conjugado apresenta-se mais eficaz.

Assim, conclui-se que o uso de técnicas de problemas inversos pode se tornar uma poderosa ferramenta para a obtenção de campos térmicos superficiais em regiões de difícil acesso com resultados de relativa acuracidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alencar Jr., J. P., Orlande, H. R. B. & Özisik, M. N., "A General Two-dimensional Formulation for Inverse Heat Conduction Problems", *XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Bauru, Brasil, 1997.

Alifanov, O. M., "Solution of an Inverse Problem of Heat Conduction by Iterations Methods", *Journal of Engineering Physics*, vol. 26, n. 4, 1974.

Alifanov, O. M. & Egorov, Yu. V., "Algorithms and Results of Solving the Inverse Heat Conduction Boundary

Problem in Two-dimensional Formulation", *Journal of Engineering Physics*, vol. 48, n. 4, 1985.

Beck, J.V., Blackwell, B. & St. Clair, C. R., *Inverse Heat Conduction, Ill-posed Problems*, Wiley Interscience Publication, New York, 1985.

Busby, H. R. & Trujillo, D. M., "Numerical Solution to a Two-Dimensional Inverse Heat Conduction Problem", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 21, pp. 349-359, 1985.

Haji-Sheikh, A. & Buckingham, F. P., "Multidimensional Inverse Heat Conduction Using the Monte Carlo Method", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, pp. 26-33, 1993.

Imber, M., "Temperature Extrapolation Mechanism for Two-Dimensional Heat Flow", *AIAA Journal*, Vol. 12, n. 8, pp. 1089-1093, 1974.

Jarny, Y., Özisik, M. N. & Bardou, J. P., "A General Optimization Method Using Adjoint Equation for Solving Multidimensional Inverse Heat Conduction", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 34, pp.2911-2919, 1991.

Kurpisz, K. & Nowak, A. J., "Applying BEM and the Sensitivity Coefficient Concept to Inverse Heat Conduction Problems", *Advanced Computational Methods in Heat Transfer*, vol.1, pp.17-20, 1990.

Lima, F. R. S., "Estudo de Técnicas de Problemas Inversos Bidimensionais: Aplicação em Processos de Usinagem", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil, 1996.

Lima, F. R. S. & Guimarães G., "Método do Gradiente Conjugado Aplicado a Problema Inverso de Condução de Calor Bidimensional", *V Congresso de Engenharia Mecânica Norte Nordeste*, João Pessoa, Brasil, 1998 (Aprovado para publicação).

Osman, A. M., Dowding, K., J. & Beck, J. V., "Numerical Solution of the General Two-Dimensional Inverse Heat Conduction Problem (IHCP)", *Journal of Heat Transfer*, vol. 119, pp.38-45, 1997.

Özisik, M. N., "Heat Conduction", 2nd Ed., John Wiley & Sons, New York, 1993.

Patankar, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, Washington, 1980.

Patankar, S.V., "Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfer", Innovative Research Inc., Maple Grove, 1991.

Press, H. W., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. & Vetterling, W. T., "Numerical Recipes - FORTRAN Version", Cambridge University Press, Cambridge, 1989.

Raynaud, M. & Sassi, M., "Étude de Faisabilité de la Détermination des Températures et Flux Surfariques Transitoires D'une Enveloppe Sphérique a Partir de Mesures de Températures Internes, Rapport Final", Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1994.

Silva Neto, A. J. & Özisik, M. N., "An Inverse Heat Conduction Problem of Estimating Initial Condition", *XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Brasília, Brasil, 1993.

Tseng, A. A., Chen, T. C. & Zhao, F. Z., "Direct Sensitivity Coefficient Method for Solving Two-Dimensional Inverse Heat Conduction Problems by Finite-Element Scheme", *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 27, pp. 291-307, 1995.

Tuan P., Ji C., Fong L. & Huang, "An Input Estimation Approach to On-Line Two-Dimensional Inverse Heat Conduction Problems", *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 29, pp. 345-363, 1996.

AGRADECIMENTOS

À CAPES, CNPq e a FAPEMIG pelo apoio financeiro.

ALGORITMOS GENETICOS APLICADOS A LA LOCALIZACION OPTIMA DE INSTRUMENTOS
M. Carnero J.L. Hernández A. Méndez M. Ziletti

 Depto Ciencias Básicas. Facultad de Ingeniería Universidad Nacional de Río Cuarto.
 Campus Universitario - (5800) Río Cuarto
 Email: mcarnero@ing.unrc.edu.ar

RESUMEN

Las actividades propias del funcionamiento de una planta química (control, optimización, planeamiento gerencial) se sustentan en un conocimiento confiable del estado actual del proceso. Para obtener la información requerida es necesario ubicar los instrumentos en lugares adecuados. Dado que en las plantas modernas bien instrumentadas deben instalarse una gran cantidad de sensores, la elección del conjunto de mediciones que minimiza el costo de instrumentación tiene un fuerte incentivo económico.

El presente trabajo propone desarrollar un modelo matemático para el diseño óptimo de instrumentación en procesos químicos cuya operación se describe mediante relaciones funcionales lineales y no lineales entre las variables del proceso.

INTRODUCCION

La información que brinda el monitoreo de una planta química debería permitir una estimación completa de las variables que se requiere conocer a los fines de realizar tareas de control, optimización, planeamiento gerencial, regulaciones ambientales, etc. Esto se consigue con la instalación de un conjunto adecuado de instrumentos. La selección de la instrumentación necesaria tiene un rol fundamental durante la etapa de diseño de una planta nueva y en la modificación de las existentes para adaptarlas a nuevos requerimientos de producción o de tipo ambiental.

La clasificación de mediciones y variables no medidas es la herramienta esencial en el diseño o revamp de instrumentación. Una vez fijado el grado de conocimiento requerido del proceso, esta técnica se aplica varias veces hasta completar la selección de los instrumentos que permiten conocer toda la información deseada. Sin embargo esta selección no es óptima, ya que el procedimiento se basa en una búsqueda tipo prueba y error sustentada en la experiencia ingenieril, que no involucra un análisis de costos.

El presente trabajo desarrolla un modelo matemático para el diseño óptimo de instrumentación en un proceso químico cuya operación se describe mediante relaciones funcionales lineales y no lineales entre las variables del proceso.

Para esto se analizará el caso de localización óptima en una red de intercambiadores de calor con vistas a optimizar un criterio de desempeño de carácter económico y elaborar una herramienta de cómputo que permita resolver el problema citado conectando un algoritmo genético con un algoritmo de clasificación de variables.

La técnica utilizada para la clasificación de variables es la de factorizaciones ortogonales y se propone, para la resolución del problema de optimización planteado, la implementación de un algoritmo genético ya que éstos aparecen como una técnica adecuada para resolver problemas combinatorios.

FORMULACION DEL PROBLEMA

Se propone minimizar el costo de instrumentación necesario para determinar todas las variables involucradas en un proceso sin requerimientos de redundancia.

Primeramente se plantean las ecuaciones de balance que describen el proceso en estado estacionario:

Balance de masa:

$$\sum_j L_{jk} f_j = 0$$

Balance de energía

$$\sum_j L_{jk} f_j h_j + \sum_r \chi_{kr} + q_k = 0$$

A continuación se describe la aplicación de transformaciones ortogonales tipo Q-R para la clasificación de variables involucradas en balances bilineales. Se utiliza el esquema general desarrollado por Crowe, introduciéndose cambios que mejoran su empleo para el diseño de monitoreo y, con posterioridad, para la reconciliación de datos (Sánchez y Romagnoli, 1996).

La clasificación de variables en sistemas bilineales utilizan cálculos matriciales, donde se realiza en principio una clasificación de variables extensivas, es decir: flujos totales, y entálpicos ya que éstos forman sistemas lineales. En base a los resultados alcanzados, se obtiene una primera clasificación de temperaturas y flujos.

La topología del proceso está representada por la matriz de incidencia **L**. El proceso está descrito por las ecuaciones de balance ya planteadas.

No se efectúan cambios en los términos lineales de las ecuaciones. En cambio, los bilineales se modifican utilizando la clasificación de los flujos entálpicos. Los flujos se dividen en tres categorías dependiendo de la combinación de mediciones de flujo total (**f**) y de temperatura (**t**) en la corriente, tal como lo indica la Tabla 1.

Categoría	f	T
1	M	M
2	U	M
3	M/U	U

Tabla 1

En cuanto al tratamiento de los balances energéticos, obtenemos expresiones de las entalpías específicas de las corrientes sólo en función de la temperatura (**t**), asumiendo que pueden representarse por una función cuadrática de la temperatura, del siguiente tipo:

$$h_i = v_{1i} + v_{2i} t_i + v_{3i} t_i^2$$

Donde :

i : corriente

v_{1i}, v_{2i}, v_{3i} : constantes de la ecuación de entalpía específica.

En el cálculo de las entalpías se asume que la presión es constante.

Las ecuaciones que presentan términos bilineales son escritas de manera general para cualquier proceso como:

$$B_1 f_{ch} + B_2 V d + B_3 v = 0$$

Balance energético:

Donde:

f_{ch} : flujos por componentes y entálpicos de categoría 1.

d : vector de concentraciones medidas y entalpías específicas calculadas para los flujos de la categoría 2.

v : vector de flujos por componente y entálpicos de la categoría 3, extensiones de reacción, flujos energéticos puros, etc.

f_M : representa los caudales medidos.

f_U : representa los caudales no medidos.

V : indica la matriz diagonal de caudales totales no medidos para los flujos por componente de la Categoría 2. El número de entradas en V correspondiente a una corriente es igual al número de elementos de d de la misma.

Para hacer explícito los caudales totales de las corrientes con flujos específicos pertenecientes a la categoría 2 se define la

$$B_4 (d) f_U = B_2 V d$$

matriz B_4 :

Cada columna de la matriz B_4 contiene la suma de las columnas de la matriz B_2 , multiplicadas por las correspondientes entalpías específicas. Para agrupar todos los caudales no medidos, se agregan columnas nulas a B_4 si resultara necesario. Se obtiene

$$B_5 (d) f_U = B_2 V d$$

una nueva matriz B_5 :

Se pueden utilizar diferentes conjuntos linealmente independientes de ecuaciones del proceso. Un conjunto puede incluir : balances de masa total, balances de energía y ecuaciones de normalización. Otro puede contener los balances por componentes y energéticos y las ecuaciones de normalización.

$$\begin{bmatrix} B_1 & B_2 & B_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{ch} \\ f_U \\ v \end{bmatrix} = 0$$

Si se utilizan las expresiones indicadas previamente, el último conjunto de ecuaciones se formula:

A partir de este punto la clasificación procede como en el caso lineal (Sánchez, 1996).

En una segunda etapa de clasificación de variables se involucra la utilización de restricciones intensivas, esto es igualdad de temperaturas.

TECNICA DE OPTIMIZACION: ALGORITMOS GENETICOS

El enfoque fundamental en optimización consiste en formular un índice cuantitativo, la función objetivo, que representa el valor de una decisión, y mejorar iterativamente el valor asumido por la misma mediante una adecuada selección entre las alternativas disponibles.

El caso de estudio en este trabajo involucra la resolución de un problema del tipo combinatorial. Para pequeños sistemas la búsqueda exhaustiva con algunos criterios de detención que hagan a esta más eficiente es una opción válida considerando los costos de ejecución de un programa en un computador. Sin embargo para grandes sistemas este método no aparece como viable y las técnicas de optimización evolutiva surgen como una alternativa robusta.

En particular, el uso de Algoritmos Genéticos (AG) no es nuevo ya que sus principios básicos fueron propuestos en la década del setenta, ampliándose cada vez más su uso en ingeniería. Un AG es un algoritmo de búsqueda basado en los mecanismos de la genética natural que simula la evolución de "organismos" (soluciones) a través de la supervivencia del más apto, hasta llegar a una solución óptima (Goldberg, 1993).

El funcionamiento básico de un AG supone el mantenimiento de una población, un conjunto de individuos que generará descendencia y competirán entre sí posteriormente.

Un individuo es un conjunto de genes que lo caracteriza. Un gen puede tomar valores determinados pertenecientes a un conjunto de datos posibles. Dichos valores son llamados alelos.

Desde el punto de vista de estructura de datos podemos representar una población como un arreglo de individuos (cromosomas) cada uno de los cuales estará representado por un valor real o una string de bits.

En función de la representación elegida, distintas funciones proveerán las conversiones que sean necesarias.

La estructura de un algoritmo genético se muestra en el siguiente pseudo código (Michalewicz, 1995).

Procedimiento AG

t=0

inicializa poblacion(t)

ajuste(t)=fitness(poblacion(t))

mientras (criterio_de_detencion)

t=t+1

Selección Poblacion(t) de Poblacion(t-1)

Cruzar poblacion(t)

Mutar poblacion(t)

ajuste(t)=fitness(poblacion(t))

fin_de_mientras

fin

Se genera una población inicial de una determinada cantidad de individuos, cada uno de los cuales representa una solución potencial al problema en cuestión. Posteriormente se somete iterativamente a los individuos a la acción de tres operadores genéticos a saber: selección, cruzamiento y mutación.

El operador selección intenta simular la selección natural de los individuos vivos. Este operador selecciona los padres de la próxima generación (los que sobrevivirán) en función de su adaptación al medio (fitness). De esta forma, los mejores individuos pasarán a la próxima generación sus características genéticas. La clave de la selección es que los más aptos tengan mayor probabilidad de recombinarse y contribuir con sus hijos a la próxima generación.

El cruzamiento es simplemente un intercambio de información genética entre los padres de tal manera que los hijos que resultan sean también cromosomas válidos. Esto es, si los cromosomas son strings de bits los hijos deben serlo también; si los cromosomas representan asignaciones de instrumentos

posibles, ellos deberán generar hijos que representen también asignaciones válidas (Díaz, 1995). El cruzamiento depende de la representación elegida.

El operador de mutación también dependerá, como ya se expresó, de la representación de los cromosomas. En general la mutación implica la modificación parcial y aleatoria de un gen del cromosoma, teniendo en cuenta que el resultado de la mutación debe generar un individuo válido.

CASO DE ESTUDIO

Se analiza la asignación óptima de instrumentación en una red de intercambio de calor de la Fig. 1. En este sistema la corriente f recibe calor de la corriente A .

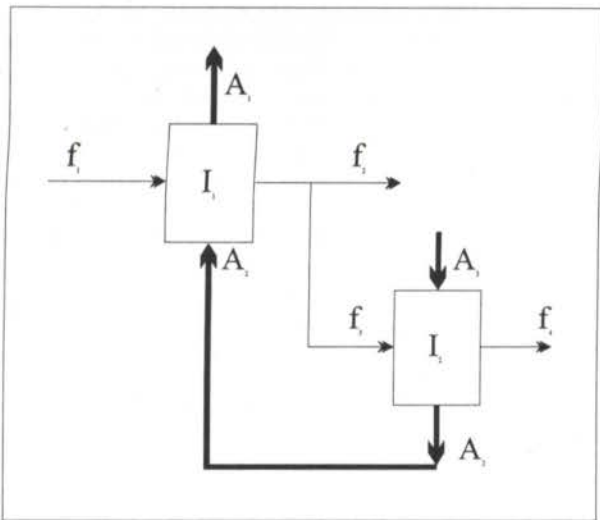


Fig. 1

Para cada flujo másico se dispone de medidores de flujo de un costo unitario de 800. Para la medición de las temperaturas se cuenta con termocuplas de un costo unitario de 500.

Los valores reales de los flujos másicos y de temperaturas se muestran en la Tabla 2 y los coeficientes de las ecuaciones de la entalpía específica se muestran en la Tabla 3.

Corriente	Caudal	Temperatura
f_1	963.63	466.33
f_2	555.77	481.91
f_3	407.85	481.91
f_4	407.85	530.09
A_3	253.20	618.11
A_2	253.20	543.90
A_1	253.20	486.51

Tabla 2

Coefficiente	f	A
v_1	-6.8909	-14.8538
v_2	0.0991	0.1333
v_3	$1.1081 \cdot 10^{-4}$	$0.7539 \cdot 10^{-4}$

Tabla 3

El cromosoma que representa las soluciones potenciales a este problema está relacionado con los flujos másicos medidos y las temperaturas medidas. De esta manera el cromosoma tendrá un largo igual al doble del número total de corrientes (largo_cromosoma= 14) y tiene una representación vectorial de números binarios:

$$P = [f_1, f_2, f_3, f_4, A_1, A_2, A_3, t_1, t_2, t_3, t_4, t_{A1}, t_{A2}, t_{A3}]$$

Donde:

$$f_i = \{0,1\}$$

$$t_i = \{0,1\}$$

$$t_{Ai} = \{0,1\}$$

$$A_i = \{0,1\}$$

Cada elemento de P toma el valor uno si la corriente i de flujo o temperatura es medida, y toma el valor igual a cero en el caso contrario.

El algoritmo genético selecciona a los individuos en función de su fitness. Este valor es proporcionado directamente por la función objetivo penalizado, si corresponde, por el algoritmo de clasificación de variables, en caso de existir variables determinables. La estructura de la función de fitness utilizada se describe en el siguiente pseudocódigo.

Funcion fitness(p)

Localización de instrumentos.

Clasificación de variables.

Si verifica restricción de observabilidad

Penalización=0

Sino

Penalización=P1

Fin_de_si

Costo = \sum costo_instrumentos + Penalización

La convergencia del método puede apreciarse en la Fig. 2, en la que se muestra el mínimo obtenido por el AG

El cromosoma óptimo obtenido es:

$$P = (0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$$

Este resultado indica que es conveniente medir sólo un flujo y todas las temperaturas. Se realizaron corridas del problema con distintos costos de los medidores, siempre que el costo de los medidores de flujo se asumió mayor que los de temperatura la solución coincidía con la mostrada. Si el costo de los medidores de temperatura se asumía mayor que los medidores de flujo, la solución presentaba otras combinaciones.

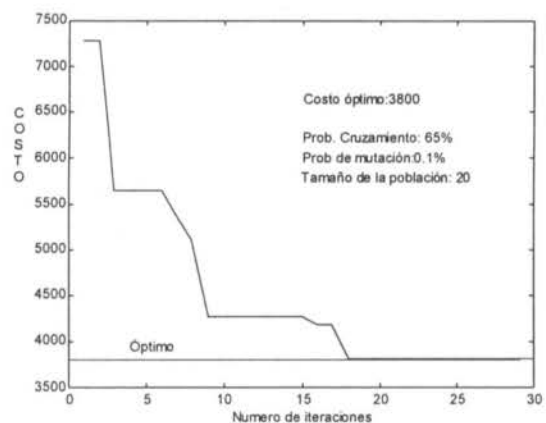


Fig. 2

CONCLUSIONES

Se formuló y resolvió el problema de asignación óptima de sensores en un proceso. Se usó una estrategia basada en el planteo de un problema de optimización, el que por su carácter de tipo combinatorio fue resuelto mediante un AG. Los resultados obtenidos fueron satisfactorios con la ventaja adicional que proporcionan los AG de arrojar un conjunto de buenas soluciones

además de la distribución óptima.

Otra ventaja de los algoritmos genéticos radica en que no incorporan restricción alguna a la función objetivo. La misma puede no ser continua ni derivable y tener cualquier característica. De hecho en este trabajo se presenta un AG puesto a resolver un problema donde el espacio de búsqueda está formado por combinaciones.

REFERENCIAS

Goldberg, David. *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*. Addison Wesley (1989).

Michalewicz, Zbigniew. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer (1995).

Sánchez, Mabel. *Monitoreo de Procesos: Análisis de la Instrumentación y Reconciliación de Datos de Planta*, Tesis Doctoral, *Universidad Nacional del Sur* (1996).

Sánchez, Mabel; Rogmanoli, José. Use of orthogonal Transformation in Data Classification-Reconciliation, *Computers Chem. Engng.* Vol 20, N°5, 483-493 (1996).

Díaz V., Herrera N., Leguizamón G. Gallard R. "Algoritmos Genéticos aplicados a un problema de Optimización Combinatorial". *Anales del Congreso Infocom'95*, pp 332-341. Buenos Aires (1995).

GRADIENTES DE CONCENTRAÇÕES E INTERMITÊNCIAS NA INTERFACE ENTRE REGIÕES DE MISTURA E REGIÕES ESTÁVEIS

Rogério Silveira de Queiroz e Bruno Venturini Loureiro

Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal do Espírito Santo
29060-970 - Vitória - ES - Brasil.

RESUMO

É analisado o comportamento de um contaminante inerte na interface de uma camada misturada sob ação de diferentes fluxos de calor turbulento com uma camada termicamente estável. O contaminante é lançado na meia altura da camada misturada e, dependendo do fluxo turbulento de calor na fronteira inferior pode penetrar de diferentes modos na camada estável. Os gradientes dos campos de concentração e os fatores de intermitência são analisados e os resultados podem ser úteis na avaliação de formação do tensor difusividade turbulenta.

INTRODUÇÃO

A região em que se dá o “entrainment” em escoamentos de importância para aplicações em engenharia é bem estudada, levando ao estabelecimento de algumas formulações parametrizadas para a velocidade descritora deste fenômeno. No caso de escoamentos de longa escala e nos quais haja predominância das forças de empuxo sobre as forças de fricção no estabelecimento na manutenção da turbulência, alguns trabalhos recentes buscam evidenciar a relação de deformação da altura da zona de mistura com a velocidade de *entrainment*.

Wyngaard e Brost (1984) provaram a existência de dependência entre o processo de difusividade total para uma camada limite convectiva e o perfil do fluxo do escalar considerado e a possibilidade de singularidades no processo. Usando resultados de simulação de “large-eddies” (LES), com base na assimetria vertical da produção, por empuxo, da energia cinética turbulenta, os autores provaram também a diferença entre as difusividades de topo (*top-down*) e de base (*bottom-up*), com esta última sendo consideravelmente maior.

Moeng e Wyngaard (1986), usando resultados de LES e analisando a covariância da pressão na equação de conservação de fluxo de escalares na camada limite convectiva, provaram que a escala de tempo em escoamentos dessa natureza depende não somente das escalas da camada misturada mas, também, da razão dos fluxos do escalar no topo e na base da camada limite.

Hosltslag e Moeng (1991), aplicando as análises citadas anteriormente e a derivação feita por Deardorff (1972) para fluxo de calor contra-gradiente no topo da camada limite convectiva atmosférica introduziram uma parametrização empírica para o termo de transporte na equação de fluxo de calor, o que levou diretamente à derivação de uma forma para a componente vertical do tensor difusividade turbulenta de massa, dependente da relação entre os fluxos de topo e de base do escalar.

Neste trabalho é avaliada experimentalmente a zona de topo de um ambiente convectivo no que concerne ao comportamento do escalar concentração, visando fornecer dados que permitam futuras comparações com formulações de componentes do tensor difusividade turbulenta de massa, incorporando os efeitos de difusão contra-gradiente através de uma velocidade de *entrainment*. O campo de concentrações analisado é proveniente de um lançador puntual direcionado verticalmente, que lança o contaminante com mínima velocidade, depositando-o no ambiente e submetendo-o à ação das estruturas de turbulência

geradas fundamentalmente por forças de empuxo. São mapeados o campo de concentração, os gradientes da concentração nas direções vertical e horizontal e a intermitência, todos na interface entre a camada misturada e a região estável superior, confinadora do ambiente.

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O procedimento experimental adotado é baseado em algumas adaptações àquele descrito em Queiroz e Loureiro (1997). É utilizado um tanque convectivo com 800 litros de água, preparado para o estabelecimento de um gradiente de temperaturas de até 0.15K/ cm, através de aquecimento em sua superfície inferior seguida de repouso por, no mínimo, quatorze horas. Um ambiente típico anterior a um experimento é mostrado na Figura 1, obtida por termografia. O aquecimento inferior que permite a geração de turbulência por empuxo é feito por vapor em condensação com contato através de superfície de aço. Um campo de captura de imagens de 320 x 240 mm foi isolado na interface entre a região de mistura e a região estável, permitindo obtenção de resolução de 2 pixels por milímetro.

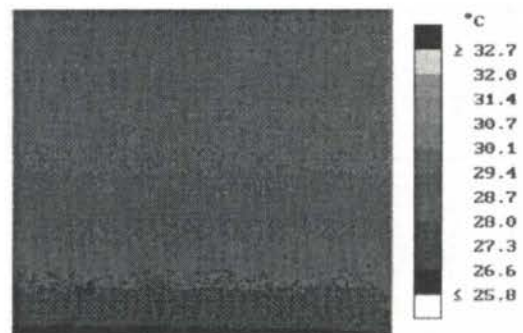


Figura 1 - Vista frontal da estrutura térmica do ambiente preparado para os experimentos. Exposição termográfica.

A escala de Kolmogorov no ambiente é da ordem de 1 mm. Após a aquisição das imagens as seqüências foram tratadas e isoladas aquelas que mostravam a chegada da evolução à zona de

interface e sua posterior movimentação descendente. As duas imagens analisadas neste trabalho são as primeiras de cada série experimental após ser atingida a posição mais alta da evolução, correspondendo a 11 segundos após o lançamento. O corte das imagens analisado foi de 240 x 200 pixels. Dentro das imagens totais adquiridas, estes cortes correspondem às coordenadas dos extremos superior esquerdo e inferior direito, em pixels, de (180, 55) e (420, 255) respectivamente.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados para o grupo experimental A são mostrados nas Figuras 2 a 7. Na Figura 2 pode ser visto o perfil de temperaturas no tempo na placa aquecida (base do escoamento) e no termopar situado a 45 mm de altura. A injeção do contaminante se deu 30 segundos após o início do aquecimento. A imagem mostrada na Figura 3 é da evolução do contaminante no interior da interface, sendo o limite inferior desta situado a 250 mm da placa aquecida.

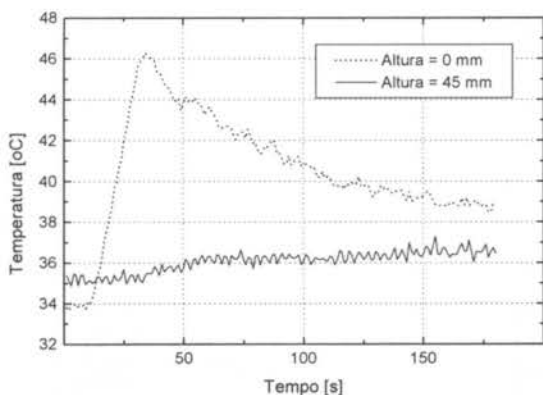


Figura 2 - Variação de temperaturas do grupo experimental A.



Figura 3 - Imagem da evolução 11 segundos após o lançamento, feito 30 segundos após o início do aquecimento.

Na Figura 4 pode ser visto o perfil de temperaturas ao longo da altura da câmara, obtido 30 segundos após o início do experimento, mostrando o máximo atingido pela temperatura da base.

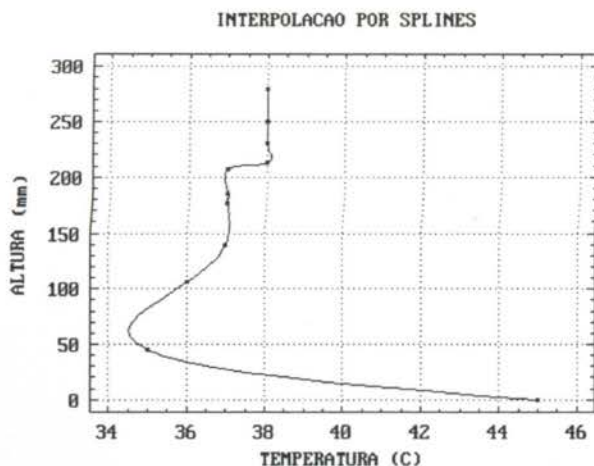


Figura 4 - Perfil de temperaturas correspondente ao máximo alcançado pela base.

Na Figura 5 é mostrado o mapeamento das concentrações, adimensionalizadas pelo maior valor de intensidade de tons de cinza encontrado na imagem da Figura 2.

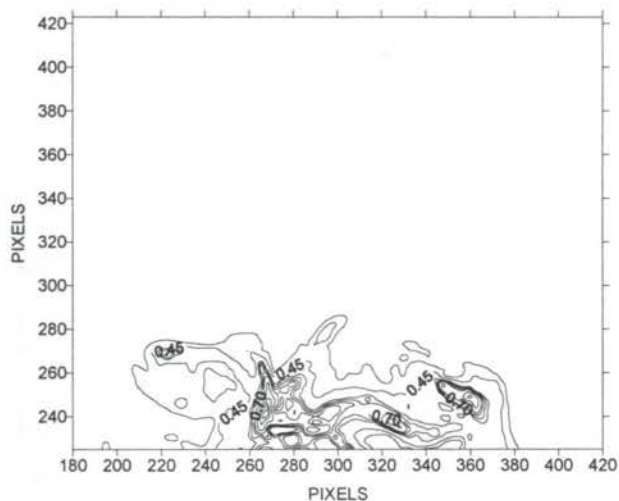


Figura 5 - Concentrações da Figura 3, adimensionalizadas pelo máximo valor de intensidade.

A soma dos quadrados dos gradientes nas direções ortogonais da evolução é mostrado na Figura 6 enquanto a intermitência, definida como o número de pixels acima do background que está presente em várias seções verticais de altura igual à máxima atingida pela evolução dentro da imagem, está mostrada na Figura 7.

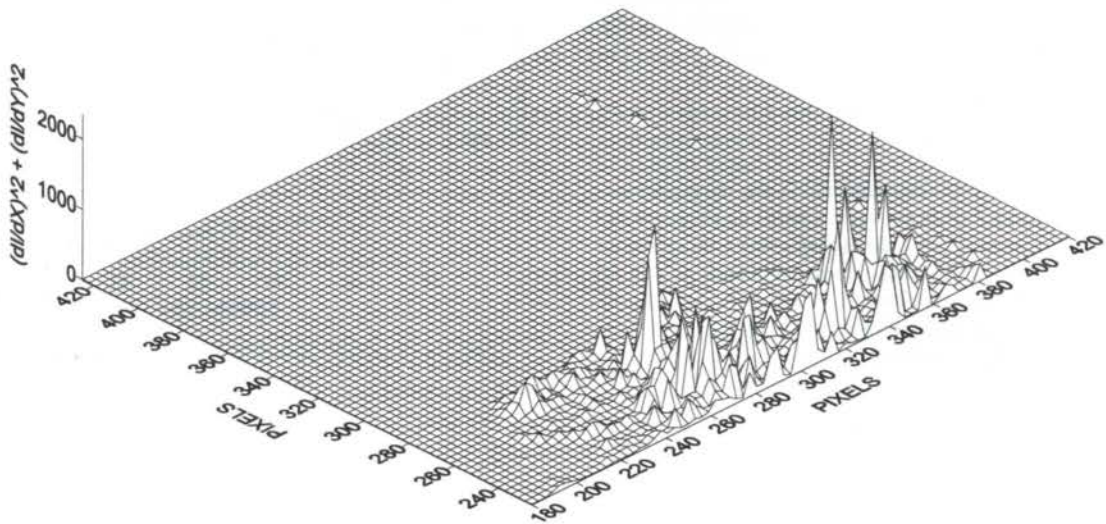


Figura 6 - Soma dos quadrados dos gradientes nas direções ortogonais da evolução.

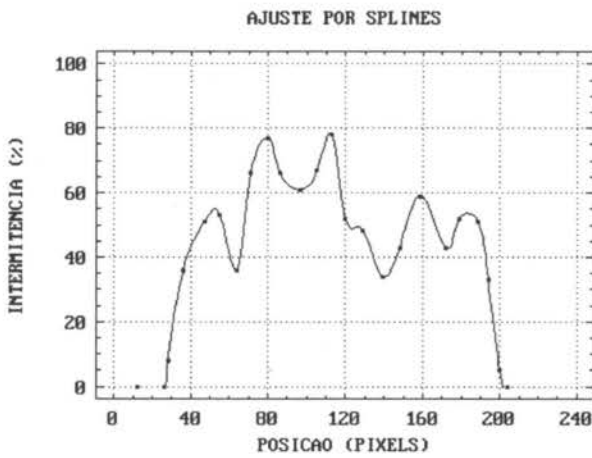


Figura 7 - Fator de intermitência para a imagem da Figura 3.

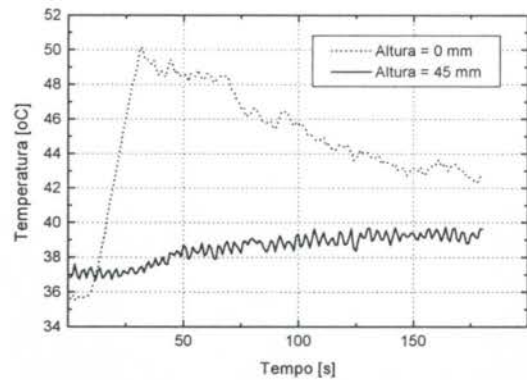


Figura 8 - Variação de temperaturas do grupo experimental B.

Na seqüência de Figuras de 8 a 13 são mostradas, para o grupo experimental B as mesmas quantificações anteriormente vistas para o grupo experimental A. Neste grupo a injeção do contaminante se deu 60 segundos após a injeção do vapor sob a placa inferior da câmara, correspondente ao início do aquecimento. Como pode ser observado os dois grupos tiveram como característica diferenciadora fundamental o estado térmico do sistema quando da injeção do contaminante. No grupo A isso se deu antes da placa aquecida atingir a temperatura mais alta e no caso B, após a placa ter atingido o máximo. O reflexo térmico está na variação temporal instantânea da temperatura a 45 mm de altura, que é menor no caso B, correspondendo a um menor fluxo de calor turbulento naquela região e nas camadas acima.



Figura 9 - Imagem da evolução 11 segundos após o lançamento, feito 60 segundos após o início do aquecimento.

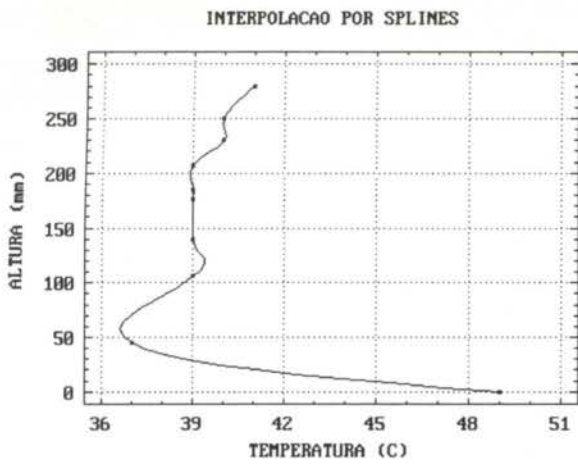


Figura 10 - Perfil de temperaturas correspondente ao máximo alcançado pela base.

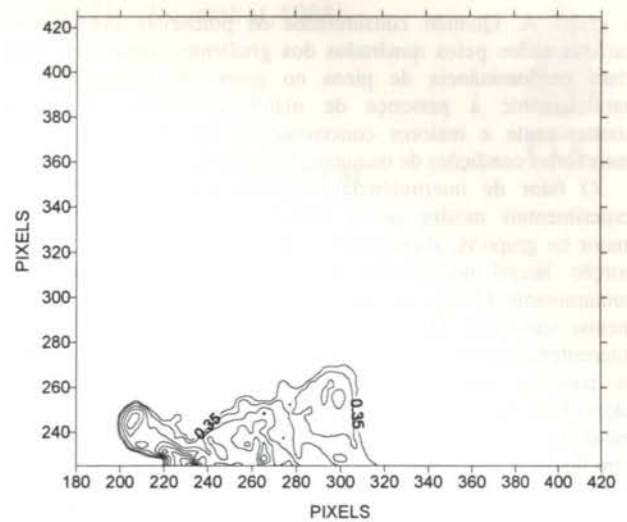


Figura 11 - Concentrações da Figura 9, adimensionalizadas pelo máximo valor de intensidade.

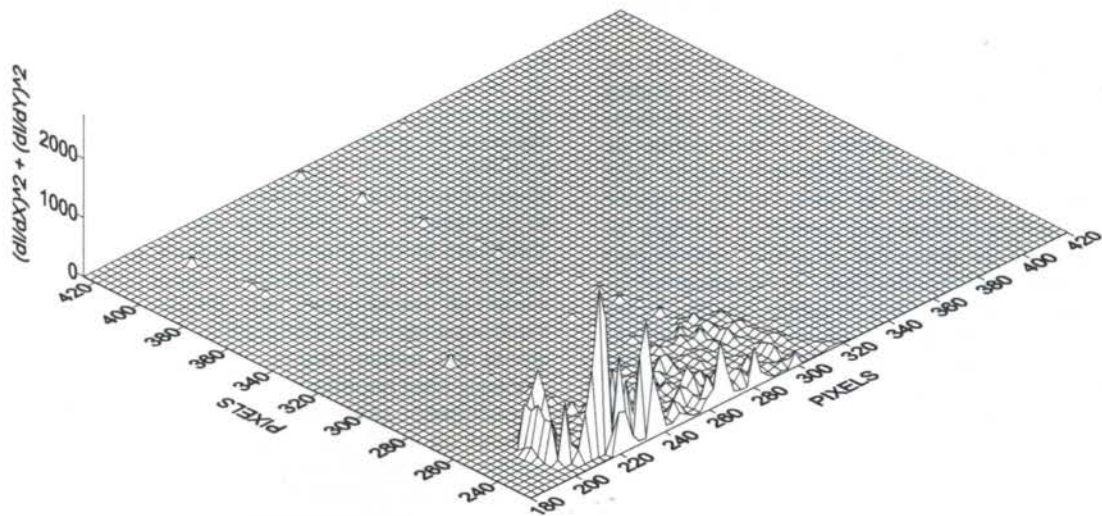


Figura 12 - Soma dos quadrados dos gradientes nas direções ortogonais da evolução da Figura 9.

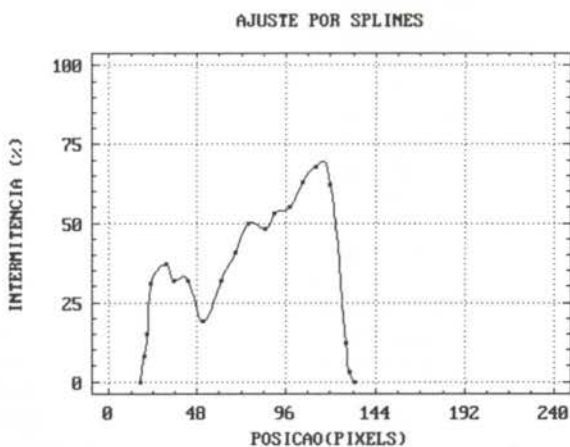


Figura 13 - Fator de intermitência para a imagem da Figura 9.

O perfil de temperaturas ao longo da altura do ambiente, correspondente ao máximo alcançado pela placa aquecida da base difere nos dois casos. A temperatura máxima da placa da base no grupo B foi de 49°C enquanto no grupo A foi de 45°C. Não obstante haja semelhança nos perfis até a altura de 200 mm a característica de um ambiente convectivo penetrativo é mais visível no grupo B, embora o aumento de temperaturas com a altura a partir de 200 mm esteja também presente no grupo A. A temperatura próxima à altura de lançamento difere em 3°C, sendo maior no grupo B. Pode então ser notado que o fluxo de calor foi o elemento dominante na determinação da evolução do contaminante, fazendo com que o grupo A, embora sob menores temperaturas apresentasse características de maior penetração na interface.

De fato, a quantidade de contaminante presente acima da linha base de análise é muito maior no grupo A, o que pode ser visto no mapeamento mostrado nas Figuras 5 e 11. Concentrações mais elevadas são também observadas na região de interface para

o grupo A. Quando considerados os potenciais dissipativos, caracterizados pelos quadrados dos gradientes, observa-se uma clara predominância de picos no grupo A, indicando que, paralelamente à presença de maior quantidade de massa contaminante e maiores concentrações, apresentam-se, ainda, mais fortes condições de manutenção da dissipação.

O fator de intermitência calculado para os dois grupos experimentais mostra que a irregularidade é acentuadamente maior no grupo A, abrangendo vários picos e vales ao longo da porção lateral do domínio em que se dá a presença do contaminante. O fator de intermitência para o grupo B apresenta menos variações. O valor máximo alcançado pelo fator de intermitência avaliado para o grupo A foi sempre maior em todas as posições, indicando que prevalece, naquele caso, uma capacidade maior de imposição de troca do escalar na região de transição. Esta imposição pode ser quantificada e relacionada com fluxos de *entrainment*.

CONCLUSÕES

Os resultados experimentais da análise da evolução de um contaminante inerte lançado em um ambiente com características térmicas similares aos ambientes convectivos instáveis limitados por uma camada estável mostraram que é possível inferir a influência do fluxo turbulento de calor, avaliado pela variação temporal de temperaturas em camadas adjacentes à base da evolução, sobre a região de interface através de características macro do campo de concentrações.

Parâmetros como a soma dos quadrados dos gradientes em direções ortogonais da evolução e o fator de intermitência podem ser usados para avaliar características da difusão *top-down* presente em interfaces do tipo estudado. O mapeamento da evolução por técnicas de processamento de imagens com resolução na ordem de grandeza da escala de Kolmogorov mostra-se suficientemente robusta para permitir a aplicação de critérios estatísticos mais aprofundados, gerando informações que devem ser mais úteis na avaliação de desempenho de modelos de turbulência do que grandezas médias. O trabalho ora apresentado deve ter prosseguimento com o uso dessas técnicas estatísticas aplicadas sobre a região da interface e em escalas de maior definição, não sendo porém possível, nas condições atuais, atingir ordens de grandeza da escala de Batchelor, o que seria desejável em estudos de difusão.

AGRADECIMENTOS

Os autores expressam seus agradecimentos ao CNPq, (processo 400440/93-8), Companhia Siderúrgica de Tubarão e CMCT (Conselho Municipal de Ciência e Tecnologia) - Município de Vitória, Espírito Santo.

REFERÊNCIAS

Caughey, S. J. e Wyngaard, J. C., 1979, "The Turbulence Kinetic Energy Budget in Convective Conditions", *Quart. J. R. Met. Society*, Vol. 105, pp 213-239.

Deardorf, I. W., 1972, "Theoretical Expression for the Counter-gradient Vertical Heat Flux", *J. Geophys. Res.*, Vol. 77, pp. 5900 - 5904.

Holtslag, A. A. M. e Moeng, C., 1991, "Eddy diffusivity and Countergradient Transport in the Convective Atmospheric Boundary Layer", *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol. 48, pp. 1690-1697.

Moeng, C. e Wyngaard, J. C., 1986, "An Analysis of Closures for Pressure-Scalar Covariances in the Convective

Boundary Layer", 1986, *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol. 43, pp. 2499-2513.

Queiroz, R. S. e Loureiro, B. V., 1997, "Avaliação Experimental da Dispersão de Contaminantes em Ambientes com Alta Instabilidade", *Anais do XIV COBEM*.

Wyngaard, J. C. e Brost, R. A., 1984, "Top-down and Bottom-up Diffusion of a Scalar in the Convective Boundary Layer", *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol. 41, pp. 102-112.

ABSTRACT

The behaviour of an inert contaminant in the interface between a mixed layer under different turbulent heat fluxes and a thermal stable layer is analysed. The contaminant is released in the middle of the mixed layer and, depending on the turbulent heat flux at the bottom boundary can penetrate under different ways in the stable layer. The gradients of the concentration field and the intermittence factor are analysed and the results are believed to be useful in evaluation of formulations for the eddy diffusivity tensor.

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE CAMPOS DE CONCENTRAÇÃO DE UM CONTAMINANTE INERTE EM UM AMBIENTE INSTÁVEL

Daniella Gonçalves de Barros Silveira de Queiroz e Rogério Silveira de Queiroz

Divisão Técnica - Chocolates Garoto e Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal do Espírito Santo - 29060-970 - Vitória - ES - Brasil

RESUMO

Indicadores estatísticos são usados para caracterizar a evolução do campo de um contaminante inerte lançado em um ambiente instável. A evolução do campo é analisada através de séries de imagens obtidas quando uma mistura de rodamina 6G e água emite energia no espectro visível, acima de 560 nm, quando exposta a um feixe de laser de argônio de alta intensidade a 514 nm. Os terceiro e quarto momentos, as funções densidade de probabilidade de intensidade de cinza, as funções densidade de probabilidade dos gradientes de cinza e fatores de intermitência são calculados nas imagens geradas. Os resultados são comparados àqueles obtidos para esteiras em torno de cilindros circulares e jatos e podem ser úteis para avaliação de soluções numéricas das equações de conservação de energia, massa e momentum.

INTRODUÇÃO

Vários conjuntos de dados experimentais existem relacionados a escoamentos totalmente convectivos em que as estruturas de turbulência são mantidas fundamentalmente pela ação do empuxo. O problema de determinação do campo de concentração de um contaminante inerte em tais escoamentos foi abordado principalmente por Deardorff e Willis (1985) e Willis e Deardorff (1978) e (1987), sendo os resultados decorrentes de seus experimentos usados com frequência para comparação da resolução numérica das equações de conservação de quantidade de movimento linear, massa e energia. Como tais soluções dependem, em sua maioria, de formulações do tensor difusividade turbulenta para os ambientes altamente convectivos e de submodelos de turbulência, o que implica um pesado exercício de previsibilidade de um fenômeno em parte aleatório, há uma visível necessidade de indicadores estatísticos e probabilísticos para que comparações em bases de razoável confiabilidade sejam feitas. Esta lacuna é flagrante nos estudos do uso de métodos numéricos que limitam as análises à concordância entre grandezas quase sempre médias.

Prasad e Sreenivasan (1989) estudaram a estrutura de um escalar passivo em escoamentos turbulentos em torno de cilindros e em jatos e quantificaram indicadores estatísticos e probabilísticos além de dimensões fractais e intermitência nas regiões de interface entre o escalar (no caso, concentração) e o escoamento não contaminado.

Meneveau e Sreenivasan (1991) avaliaram as estruturas de turbulência relacionadas à dissipação e concluíram pela sua natureza multifractal.

O estudo ora apresentado tem como base os experimentos descritos em Queiroz e Loureiro (1997) e alia a quantificação da intensidade de tons de cinza em imagens de um contaminante evoluindo em um ambiente altamente instável a indicadores estatísticos que têm poder suficiente para descrição de campos com aleatoriedade espacial e temporal. São usados como indicadores o terceiro e quarto momentos (skewness e flatness), funções densidades de probabilidade do campo em si e de seus gradientes nas duas direções que definem o plano da evolução, funções de probabilidade conjunta de concentrações e gradientes e a intermitência, definida como em Prasad e Sreenivasan, op. Cit, pela quantidade de elementos que denotam existência do contaminante em regiões de interfaces interiores do campo de concentrações.

TÉCNICAS EXPERIMENTAIS

Os elementos componentes do aparato experimental e as técnicas utilizadas são exaustivamente descritos em Queiroz e Loureiro, op. Cit. Em síntese, em um tanque de água de oitocentos litros é criado um ambiente que pode ser termicamente descrito por uma superposição de uma camada altamente instável, submetida a um fluxo de calor constante na sua fronteira inferior, e uma camada estável, proveniente de um aquecimento prévio da água seguido de quatorze horas de estabilização com um isolamento lateral na metade superior do tanque. Os 200 mm inferiores de lâmina de água formam a região em que é lançado o contaminante a 110 mm de altura e, estando em contacto direto com a superfície aquecida pelo vapor experimenta uma vigorosa mistura pela turbulência gerada pelo empuxo e os 120 mm superiores formam a região estabilizada com temperatura superior em 5°C à temperatura média da região misturada. O contaminante lançado é uma mistura de rodamina 6G e água com uma concentração média de 200 ppb durante a dispersão e com capacidade de ser excitada a 514 nm por um feixe de laser de argônio de 4 watts. A excitação da rodamina provoca uma emissão a 560 nm que pode ser capturada por câmera CCD e filtragem óptica passa-alta. Sendo a concentração muito pequena, o caminho óptico interfere minimamente com a relação entre concentrações e intensidades dos tons de cinza capturados, conforme estudos realizados por Coppeta e Rogers (1997) para um amplo espectro de substâncias com capacidade de fluorescência sob luz concentrada.

Dois grupos de experimentos foram realizados com diferentes fluxos de calor que geraram diferentes alturas da camada de mistura. O contaminante foi sempre lançado a 110 mm, permitindo o estudo simultâneo da influência da altura de lançamento e da velocidade convectiva, caracterizadora da importância relativa do empuxo sobre a fricção na formação e manutenção das estruturas de turbulência.

As características dos experimentos estão mostradas na Tabela 1, sendo Z_l a altura de lançamento e Z_i a altura de mistura.

A ordem de grandeza estimada das escalas de Kolmogorov para os dois experimentos foi 1 mm. As sequências de imagens capturadas nos experimentos foram tratadas por um pré-processador proprietário (Global Lab - Data Translation) e as

matrizes geradas, avaliadas estatisticamente por programas desenvolvidos em ambiente Delphi.

Tabela 1 - Características dos grupos experimentais

Grupo experimental	Fluxo de calor (Kmm ⁻¹)	Zi/Ztotal	Zi (mm)	Duração (s)
1	4.40	0.34	220	30
2	2.14	0.34	185	30

O fluxo de calor indicado na Tabela 1 foi medido através da derivada temporal da temperatura em um termopar situado à meia altura da camada de mistura, conforme discutido em Deardorff e Willis (1985).

TÉCNICAS ESTATÍSTICAS

Embora haja uma grande tendência de uso apenas de indicadores robustos para grandezas estatísticas representativas de fenômenos com amplos espectros de acontecimento de uma ou mais variáveis, os momentos superiores podem fornecer ordem de grandezas para efeito comparativo entre fenômenos simulados e reais.

Para análise de momentos de ordem superior foi necessário o estabelecimento de um valor estatístico do background de cada imagem. Isto foi realizado por testes de dez áreas de várias dimensões aleatoriamente tomados em cada imagem. Um intervalo das médias de todas as áreas analisadas em uma imagem foi calculada com um coeficiente de confiabilidade de 95%. Para cada imagem foi, assim, usado um intervalo de background próprio além do qual eram considerados os tons de cinza válidos para as análises.

O terceiro momento (ou *skewness*) é uma escala adimensional que caracteriza o grau de assimetria de uma distribuição em relação à sua média. É expresso pela equação (1).

$$\text{Skew}(x_1, \dots, x_N) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left[\frac{x_j - \bar{x}}{\sigma} \right]^3 \quad (1)$$

As grandezas x_1, \dots, x_N são as intensidades dos tons de cinza acima do background de cada pixel da imagem.

No caso de uma amostra, σ pode ser usado como o melhor estimador do desvio padrão da população. Nas análises de cada imagem, σ é o desvio padrão da população de pixels acima do background estatístico.

O quarto momento (*kurtosis* ou *flatness*) pode ser calculado pela expressão (2) e avalia a planeza relativa da distribuição da população em relação à normal que pode ser calculada com o primeiro e o segundo momentos da amostra, usados como estimativa da média e desvio padrão.

$$\text{Kurt}(x_1, \dots, x_N) = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left[\frac{x_j - \bar{x}}{\sigma} \right]^4 \right\} - 3 \quad (2)$$

A função densidade de probabilidade conjunta foi calculada para os grupamentos intensidade e a soma dos quadrados dos gradientes nas direções vertical e horizontal. Em um sistema de mistura, a dissipação é proporcional ao quadrado do gradiente a menos do produto pela propriedade difusividade.

O fator de intermitência das imagens, ou fator de interface, definido como a fração de tempo que um sensor residiria em uma região turbulenta enquanto a estrutura turbulenta passa por ele, foi calculado pela avaliação de várias seções verticais paralelas de dois pixels de largura e altura igual à maior dimensão observada para a evolução. Em cada seção foi contado o número de pixels representativos de matéria no interior da região misturada.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A característica mais marcante do grupo experimental com maior fluxo de calor é a mais vigorosa mistura vertical, enquanto o grupo sob menor fluxo de calor permite a formação de estruturas com maior tendência à simetria lateral e de vórtices de evolução lenta. Os valores dos limites superior e inferior dos intervalos das médias com 95% de nível de confiança para as dez imagens de cada grupo experimental, correspondendo a dez segundos de evolução com início idêntico em relação ao instante de lançamento não diferiram em mais de três tons de cinza. Seus valores típicos foram em torno de 67 a 70.

Na Tabela 2 são mostrados os valores de skewness para os dois grupos experimentais e para os limites dos intervalos das médias e na Tabela 3 os valores do flatness. Pode ser observado que alguns valores são fortemente dependentes do critério de avaliação utilizado para expressar a média.

Tabela 2 - Valores de skewness calculados para os dois grupos experimentais.

Imagem na sequência	GRUPO 1		GRUPO 2	
	Skew alto	Skew baixo	Skew alto	Skew baixo
1	1.52	1.27	1.53	1.35
2	1.53	1.29	1.52	1.41
3	1.62	1.50	1.73	1.51
4	1.25	1.04	1.82	1.56
5	1.72	1.29	1.85	1.59
6	1.93	1.61	1.87	1.62
7	1.75	1.47	1.71	1.56
8	2.90	2.75	1.66	1.56
9	2.02	1.61	1.81	1.70
10	2.78	2.42	1.72	1.63

Tabela 3 - Valores de kurtosis calculados para os dois grupos experimentais.

Imagem na sequência	GRUPO 1		GRUPO 2	
	Kurt alto	Kurt baixo	Kurt alto	Kurt baixo
1	2.04	1.35	1.75	1.11
2	2.11	1.41	1.67	1.29
3	2.85	2.45	2.48	1.62
4	0.82	0.31	2.89	1.75
5	2.95	1.58	2.98	1.87
6	4.22	2.93	2.98	1.93
7	3.42	2.44	2.35	1.78
8	13.17	12.52	2.20	1.79
9	4.61	2.95	2.88	2.36
10	11.73	9.31	2.52	2.10

Para esteiras de um cilindro foi observado por Prasad e Sreenivasan (1990) o valor típico de 1.08 a 1.31 para o Skewness e 4.80 a 4.52 para o flatness. O grupo 1 por ter mais potencial dissipativo apresenta maior assimetria e mais homogeneidade quando comparados os terceiro e quarto momentos com aqueles do grupo 2.

Nas Figuras 1 a 5 são mostradas em sequência a imagem experimental utilizada para ilustração do grupo 1, a função densidade de probabilidade dos tons de cinza, a intermitência, a soma dos quadrados dos gradientes das intensidades de pixels nas direções vertical e horizontal da evolução e a probabilidade conjunta de acontecimento dessa soma e das intensidades.



Figura 1 - Imagem extraída da evolução do grupo 1, 26 segundos após o lançamento do contaminante

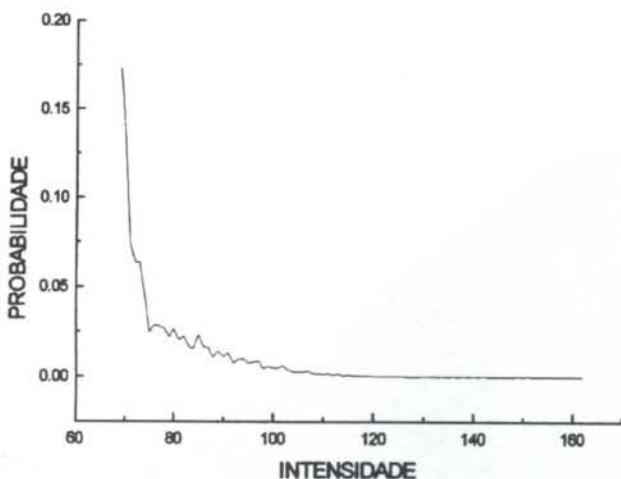


Figura 2 - Probabilidade de acontecimentos de tons de cinza na imagem da figura 1 .

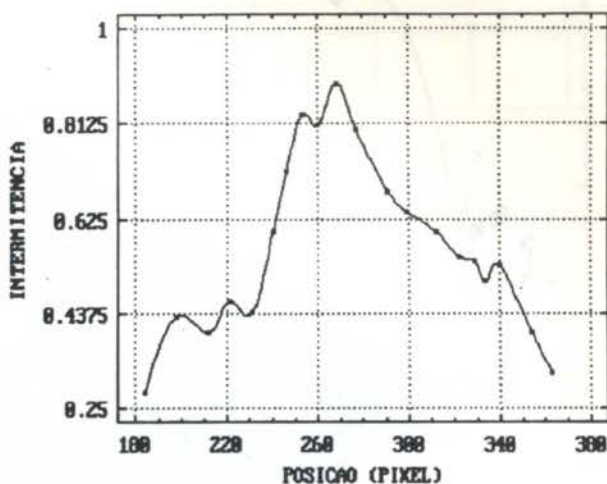


Figura 3 - Fator de intermitência para a imagem da figura 1.

Nas Figuras 6 a 10 são mostradas as mesmas grandezas calculadas para o grupo 2. A probabilidade de acontecimento de tons de cinza acima de 80, nos dois grupos nas imagens analisadas é bastante similar não permitindo comparações diretas. Há um decréscimo acentuado entre os patamares de 0.18 e 0.03 para o mesmo instante experimental dos dois grupos, ilustrado neste trabalho, mas este comportamento é bastante diferente ao longo da evolução. De fato, dados dois patamares que podem ser escolhidos como ordens de grandeza representativas, as variações de probabilidades de acontecimentos de tons de cinza podem ser usadas como parâmetro comparativo entre duas evoluções.

Em esteiras de cilindros uma função decrescente com os tons de cinza foi obtida por Prasad e Sreenivasan (op. Cit) com uma irregularidade onde se apresenta uma concavidade mais acentuada com aumento seguido de diminuição da primeira derivada, no primeiro sexto do espectro.

Os fatores de intermitência mostrados nas Figuras 3 e 8 além de demarcarem a influência espacial do campo de concentrações no instante analisado permitem inferir a homogeneidade da presença do contaminante na região. Na imagem do grupo 2, sob menor fluxo de calor, uma região mais ampla (cerca de 70 pixels na horizontal) mostra uma intermitência acima de 0.8 enquanto no grupo 1 esta região é limitada a 30 pixels.

Comparando-se os resultados do presente trabalho com as análises realizadas por Prasad e Sreenivasan (op. Cit) pode ser verificada a mesma tendência à simetria lateral, com distorções próximas a regiões específicas que se repetem como um padrão para uma sequência de imagens de 10 segundos.

Existe uma discussão, citada por Prasad e Sreenivasan (Op. Cit) sobre a validade do cálculo do fator de intermitência como definido neste trabalho. Entretanto, por razões históricas, a sua apresentação é útil para efeitos comparativos. Talvez o mais coerente seja o estabelecimento de uma função temporal, válida para toda uma série de experimentos, que tenha a capacidade de mostrar o percentual de preenchimento de cada seção das imagens pela massa de contaminante, acoplado a um fator denotativo do potencial dispersivo turbulento, como o quadrado de derivadas espaciais e temporais.

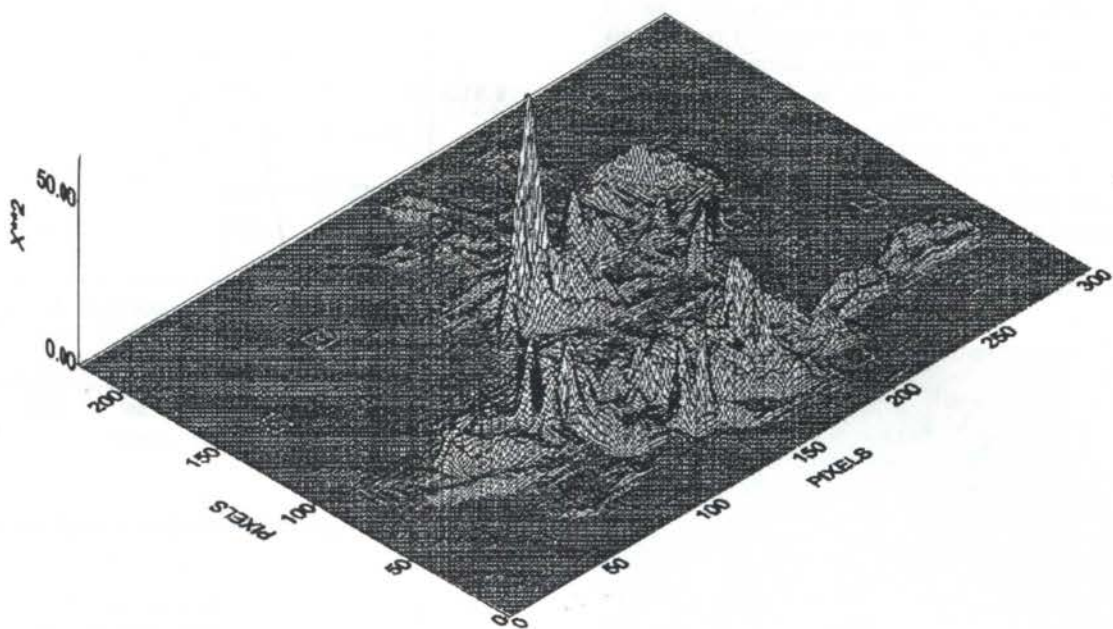


Figura 4 - Soma dos quadrados dos gradientes das intensidades nas direções vertical e horizontal da imagem da figura 1.

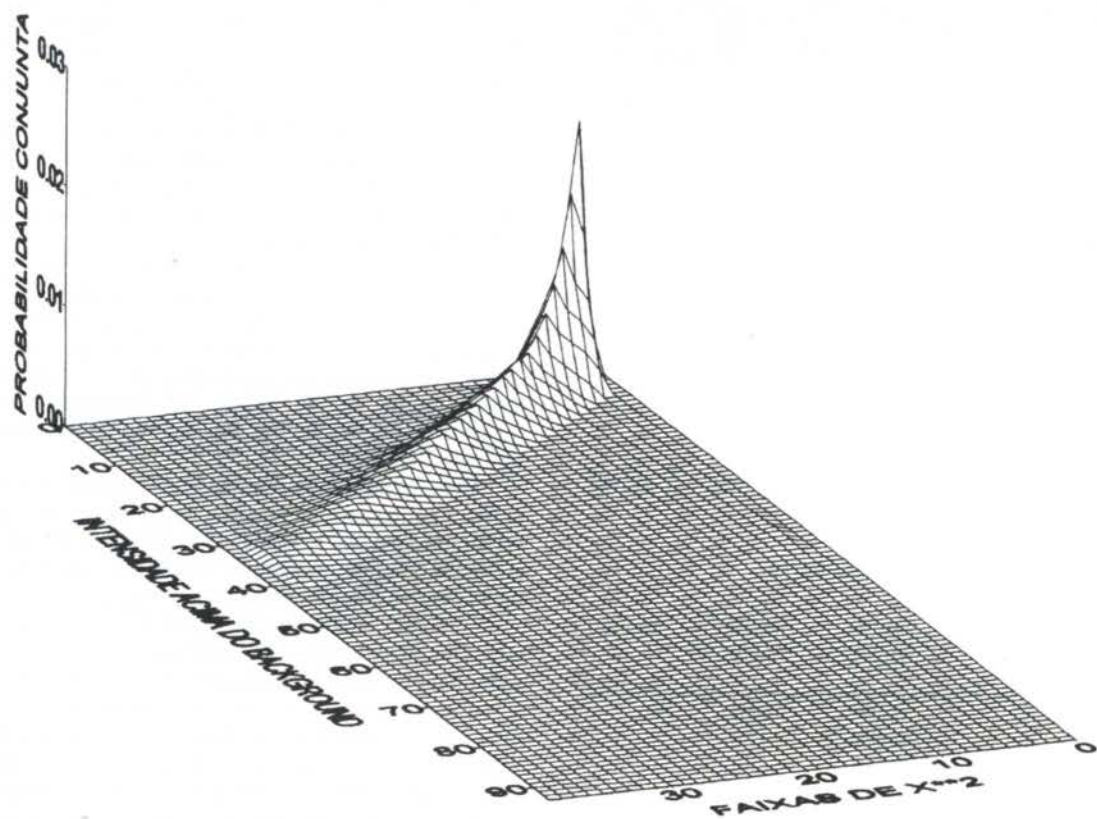


Figura 5 - Função densidade de probabilidade conjunta entre soma dos quadrados dos gradientes das intensidades nas direções vertical e horizontal e intensidades de tons de cinza para a imagem da figura 1.

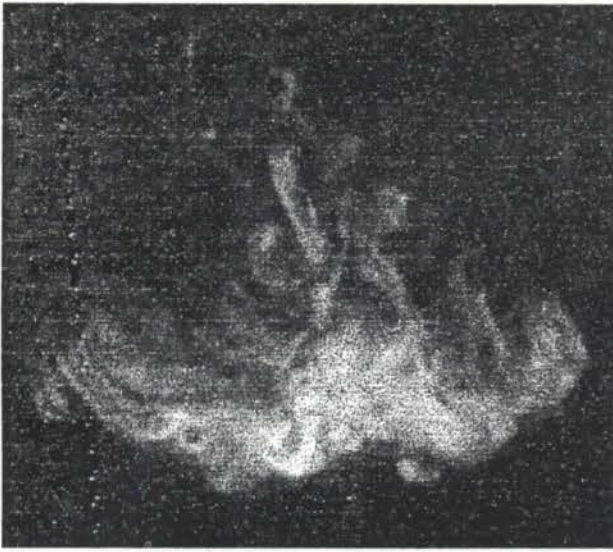


Figura 6 - Imagem extraída da evolução do grupo 2, 26 segundos após o lançamento do contaminante

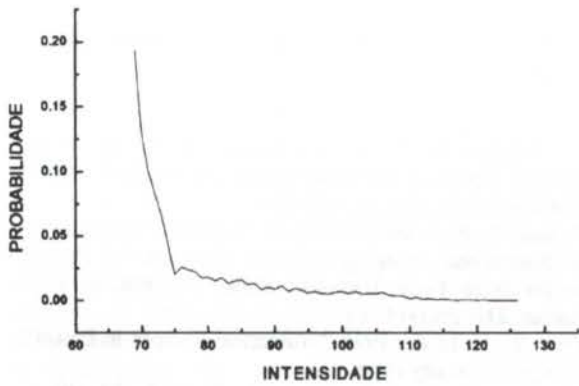


Figura 7 - Probabilidade de acontecimentos de tons de cinza na imagem da figura 6

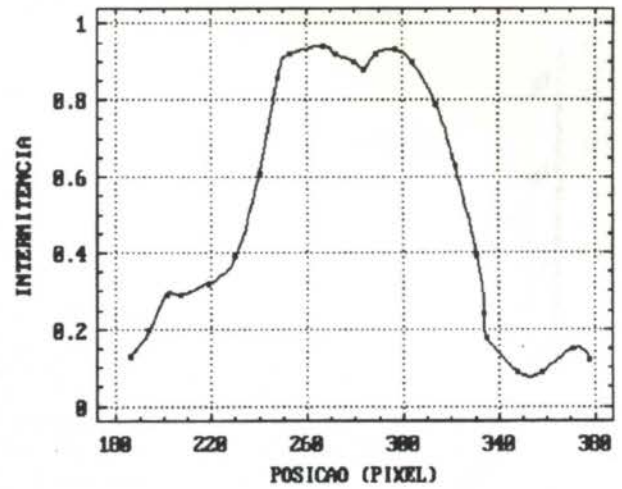


Figura 8 - Fator de intermitência para a imagem da figura 6.

A soma dos quadrados das derivadas da intensidade nas direções vertical e horizontal (observe-se que a origem das Figuras 4 e 9 refere-se ao canto superior esquerdo das imagens) mostra mapeamento muito mais vigoroso no grupo 1, caracterizando de maneira inequívoca um maior potencial dissipativo.

No grupo 1 toda a região ocupada pelo contaminante ainda mostra capacidade de dispersão com certa assimetria na porção inferior onde também está presente o máximo da função. No grupo 2, apenas na região central é encontrado um poder dissipativo notável com acontecimento de um máximo também na porção inferior.

A caracterização da fdp conjunta da soma dos quadrados dos gradientes (X^{**2}) e da intensidade é marcante. O grupo mais dispersivo alia acontecimentos de pixels de intensidade até 50 às mais altas faixas de X^{**2} enquanto o grupo menos dissipativo só alia intensidades de pixels a baixos valores de X^{**2} , denotando que o poder dispersivo está-se esgotando.

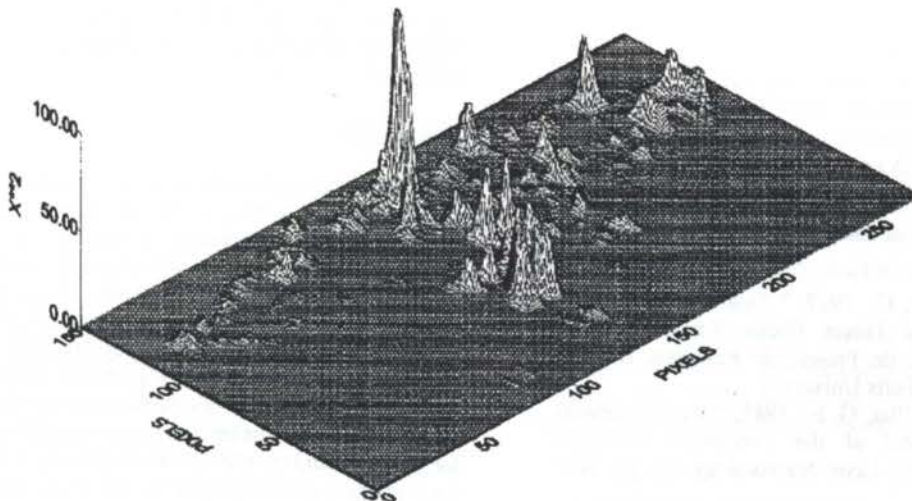


Figura 9 - Soma dos quadrados dos gradientes das intensidades nas direções vertical e horizontal da imagem da figura 4

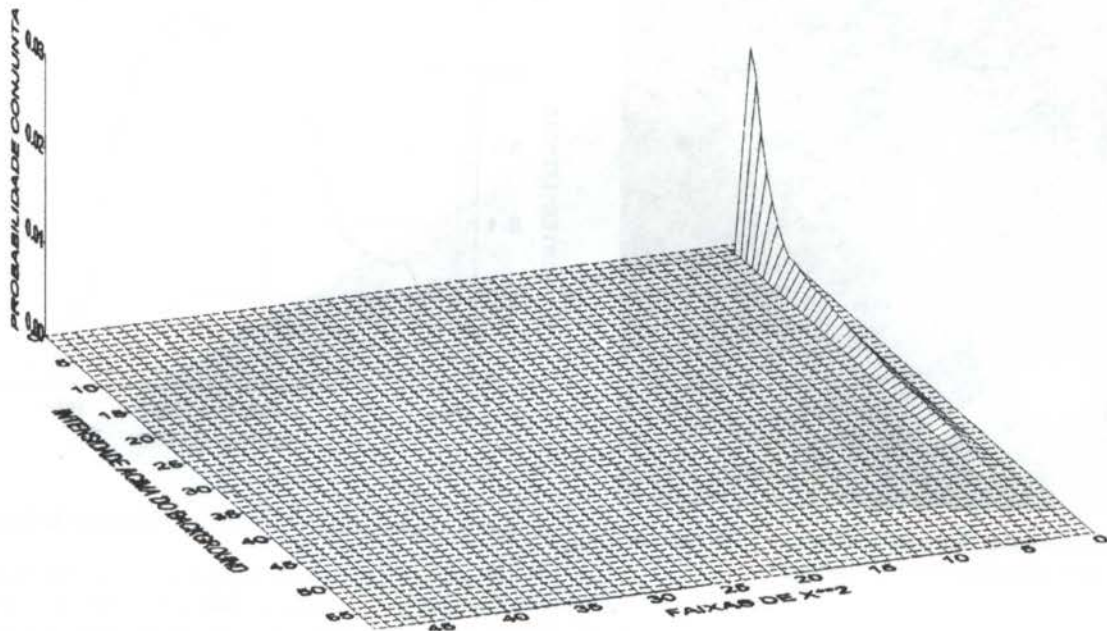


Figura 10 - Função densidade de probabilidade conjunta entre soma dos quadrados dos gradientes das intensidades nas direções vertical e horizontal e intensidades de tons de cinza para a imagem da figura 4.

CONCLUSÕES

O uso de indicadores estatísticos e probabilísticos na análise da evolução de contaminantes inertes mostra-se como uma ferramenta com poder para comparações. O terceiro momento e o quarto momento indicam características da evolução em relação à distribuição normal. A probabilidade conjunta de acontecimento de tons de cinza e da soma dos quadrados das derivadas nas direções vertical e horizontal da evolução permite uma comparação segura entre a capacidade dispersiva de ambientes diferentes. O uso desses indicadores pode ser útil quando da avaliação de desempenho de modelos de turbulência e de componentes do tensor difusividade turbulenta quando usados para o mapeamento de campos do escalar concentração, complementando as usuais comparações entre valores médios e linhas de isoconcentrações.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de expressar seus agradecimentos ao CNPq (Processo 400440/93-8), CMCT-PMV (Conselho Municipal de Ciência e Tecnologia do Município de Vitória-ES) e Chocolates Garoto SA pelo apoio.

REFERÊNCIAS.

Coppeta, J. e Rogers, C., 1997, " Dual Emission Laser Induced Fluorescence for Direct Planar Scalar Behavior Measurements", Relatório de Projeto de Pesquisa, Dept of Mechanical Engineering, Tufts University.

Deardorff, J. W. e Willis, G. E., 1985, " Further Results from a Laboratory Model of the Convective Planetary Boundary Layer", *Boundary Layer Meteorology*, 32, pp. 205-236.

Meeneveau, C. e Sreenivasan, K. R., 1991, "The Multifractal Nature of Turbulent Energy Dissipation", *Journal of Fluid Mechanics*, 224, pp. 429-484.

Prasad, R. R. e Sreenivasan, K. R., 1990, "Quantitative Three-Dimensional Imaging and the Structure of Passive Scalar Fields in Fully Turbulent Flows", *Journal of Fluid Mechanics*, 216, pp.1-34.

Press, W. H. Et al., 1994, "Numerical Recipes in Pascal", Cambridge University Press.

Queiroz, R. S. e Loureiro, B. V., 1997, "Avaliação Experimental da Dispersão de Contaminantes em Ambientes com Alta Instabilidade," Anais do XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica.

Willis, G. E e Deardorff, J. W., 1978, "A laboratory Study of Dispersion from an Elevated Source within a Modeled Convective Planetary Boundary Layer", *Atmospheric Environment*, 12, pp. 1305-1311.

Willis, G. E e Deardorff, J. W., 1987, "Buoyant Plume Dispersion and Inversion Entrapment in and Above a Laboratory Mixed Layer", *Atmospheric Environment*, 21, pp. 1725-1735.

ABSTRACT

Statistical indicators are used to characterise the field evolution of an inert contaminant released in an unstable ambient. The field evolution is analysed through series of images obtained when a rhodamine 6G and water blend emits energy in the visible spectrum, above 560 nm, when exposed to a high intensity argon ion laser at 514 nm. The third and fourth moments, the grey intensity levels density probability functions, the grey gradients density probability functions and intermittency factors are calculated in the so generated images. The results are compared to those obtained for wakes behind circular cylinders and jets and can be useful for evaluation of numerical solutions of the momentum, mass and energy conservation equations.

CARACTERIZAÇÃO DO ESCOAMENTO PERIÓDICO COM VÓRTICES ATRAVÉS DE LASER DOPPLER VELOCIMETRIA

Vilson Carlos da Silva Ferreira
 LTMF - DEMEC - UFRGS
 90050 - 170 - Porto Alegre - RS - Brasil
Sonia Magalhães dos Santos
 Departamento de Física - FURG
 96200-000 - Rio Grande -RS - Brasil

RESUMO

O escoamento ao redor de um obstáculo quase sempre ocorre com o aparecimento de uma esteira de vórtices emitidos numa determinada frequência. O presente trabalho usa a Laser Doppler Velocimetria (LDV) acoplada a um sistema sincronizador de tempo (encoder) para determinar as dimensões dos vórtices, o qual permite individualizar sinais de Doppler espaçados de até 1MHz. O obstáculo em análise é uma placa plana com um ângulo de ataque com relação à direção axial do tubo. O LDV permite medir as componentes axial e circunferencial do escoamento. Para análise qualitativa dos vórtices foram feitas imagens com uma câmara de vídeo CCD.

INTRODUÇÃO

Os vórtices ou turbilhões têm aplicação em medidas de vazão. Eles aparecem quando se introduz um obstáculo, ou quando se provoca uma determinada mudança de direção no escoamento de um fluido.

Segundo De Carlo (1984), para velocidades muito baixas, as linhas fluidas acompanham a forma do obstáculo, não havendo nenhum turbilhão. Quando a velocidade do escoamento aumenta, as linhas não podem mais acompanhar a forma do obstáculo e se separam do seu contorno. Esta separação provoca o aparecimento de velocidades locais muito elevadas, correspondendo a zonas locais de baixa pressão, resultando em tendências à reversão de direção com conseqüente aparecimento de turbilhões: os vórtices.

Para velocidades médias, o vórtice permanece em posição fixa relativamente ao obstáculo, mas passando determinados limites, o vórtice aumenta em dimensão e intensidade, separa-se do obstáculo e continua a jusante levado pelo fluido.

Os medidores de vórtices são usados principalmente para líquidos leves, podendo ser usados para vapores e gases, sendo necessário um número de Reynolds para o escoamento igual ou superior a 10^4 , sendo o fluxo máximo limitado por problemas de cavitação, devendo uma pressão mínima ser mantida.

A separação da camada limite e formação de vórtices são descritas por Kármán e Rubach (1912) e por Fage e Johansen (1927), segundo Goldstein (1965), num fluxo ao redor de uma placa plana, por Schlichting (1968), num fluxo ao redor de um cilindro e mais recentemente por Zhang e Ko (1996) e Achenbach e Heineck (1981), entre outros.

O número de Strouhal, S_r , uma constante usada para o estudo de fenômenos oscilatórios, aplica-se também à frequência de sucessão de turbilhões, sendo a frequência diretamente proporcional à velocidade do fluido.

O n° de Strouhal para um escoamento ao redor de uma placa plana é definido por:

$$S_r = \frac{n \cdot b}{V} \quad (1)$$

onde :

- n = frequência do escoamento, em Hz
- b = projeção da largura da pá, em m
- V = velocidade média do escoamento, em m/s.

Segundo Kármán e Rubach (1912), de forma idealizada, ocorre uma dupla linha de vórtices alternados e em sentidos opostos, sendo h a distância entre as linhas, a a distância entre dois vórtices consecutivos numa linha e b a projeção da largura da placa plana, de acordo com a fig. 1, sendo $h/a = 0,30$, $a/b = 5,6$ e $S_r = 0,144$, para $Re_b = 2 \times 10^3$, havendo um aumento de S_r para um acréscimo de Re_b .

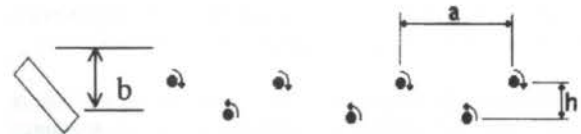


Fig. 1 - Desenvolvimento teórico dos vórtices

Fage e Johansen (1927), obtiveram para o escoamento ao redor de uma placa plana, com $\alpha = 90^\circ$, que h/a cresce de 0,25 na distância $5b$ a jusante da placa até 0,38 em $10b$ e 0,52 em $20b$, $S_r = 0,146$ e $a/b = 5,25$ para Reynolds da ordem de 2×10^3 .

Baseado no n° de Strouhal para o n° de Reynolds, Re_b , do escoamento estudado, procurou-se determinar a frequência da sucessão de vórtices ao redor de uma placa plana e a caracterização da geometria dos vórtices.

DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO

A técnica de Velocimetria Laser Doppler é não- intrusiva. No caso específico de Mecânica dos Fluidos esta característica é

fundamental, visto que se deseja a menor interferência possível da instrumentação na investigação dos fenômenos.

O efeito Doppler é a interação entre uma partícula em movimento e uma onda eletromagnética. Basicamente relaciona-se a frequência do laser com a frequência espalhada, decorrente da passagem de uma partícula pelo feixe. A diferença entre as duas frequências é a frequência Doppler, variável a ser relacionada com a velocidade.

A determinação do campo de velocidades e da frequência dos vórtices foi realizada numa bancada de calibração de medidores de fluxo líquido. A bancada possui um circuito fechado para circulação de água através de uma bomba centrífuga.

Foi colocada uma placa plana de 3mm de espessura, 18mm de largura e 48mm de comprimento, no interior de um tubo de acrílico de 52mm de diâmetro. A placa foi posicionada horizontalmente, com um ângulo de ataque de 0°, 45° e 90°, em relação à direção axial do tubo.

O escoamento ao redor da placa plana foi de água a 20°C numa vazão de $3.13 \text{ kg/s} \pm 2.56\%$, Re_D de $7,6 \times 10^4$ (Re_b de $2,6 \times 10^4$ para ângulo de ataque de 90°) e velocidade média de 1,47 m/s.

Para escolha das frequências a serem testadas no experimento, adotou-se um número de S_r de 0,148, igual ao Reynolds médio do escoamento estudado por Fage e Johansen (1927).

Substituindo-se estes dados na eq.1, chegou-se às frequências de sucessão dos vórtices de acordo com a tabela 1.

Tabela 1 - Frequências de vórtices (n) em função do ângulo de ataque (α) e da projeção da largura da placa (b)

α (°)	b (mm)	f (Hz)
0	4,5	48
45	12,7	17
90	18,0	12

Decidiu-se trabalhar no experimento com frequências múltiplas de 6Hz, em vista dos dados obtidos na tabela 1.

Para determinação do campo de velocidades e da frequência do escoamento foram utilizados, conforme fig. 2, os seguintes equipamentos:

Laser Doppler Anemômetro (LDA) → detecta a presença de partículas contidas na água, as quais têm a mesma velocidade do escoamento;

Gerador de funções → para aplicação de funções triangulares, senoidais ou quadradas, variando-se a frequência de 6Hz a 96Hz, de 6 em 6Hz.

Analizador de velocidade de fluxo (FVA) → transmite os dados adquiridos no experimento a um programa de computador e ao osciloscópio;

Osciloscópio → serve para monitorar a presença do efeito Doppler, a frequência da onda produzida no gerador de funções e a atuação do encoder;

Encoder na frequência de 1MHz → serve para interromper o envio do sinal da fotomultiplicadora do laser, num período fixo, função da frequência aplicada no gerador de funções. Entre duas interrupções sucessivas detecta-se a frequência dos vórtices

através do campo de velocidades de conjuntos bem definidos de partículas no período correspondente;

Microcomputador PC → plataforma que executa o programa *Floware* versão 3.2 (DANTEC, 1990), que permite adquirir, processar e apresentar os dados coletados.

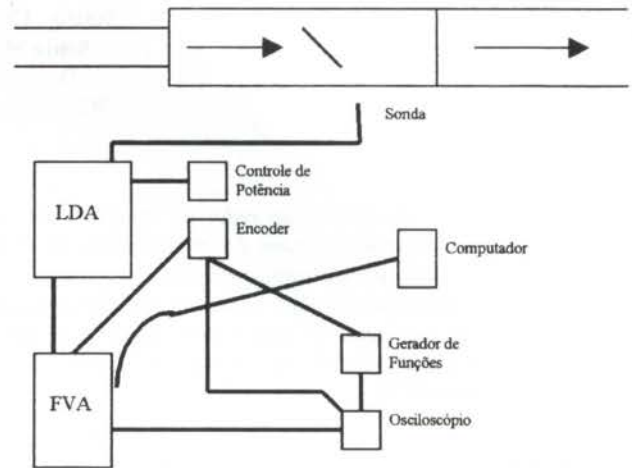


Figura 2- Sistema de medição com seção de testes

A fonte de laser utilizada é de íon argônio com 4W de potência. O raio laser é decomposto em dois pares de feixes, um com comprimento de onda de 514,5nm (verde) e outro com comprimento de onda de 488nm (azul). O comprimento focal da lente da sonda é de 400nm. Com este equipamento pode-se portanto, determinar o campo de velocidades do escoamento em duas dimensões, axial e circunferencial.

A localização correta da sonda é feita através de um posicionador com uma escala de deslocamento na direção axial e na direção radial da seção de testes.

O fluxo de luz espalhada devido à passagem de uma partícula na interseção de dois feixes de laser devidamente alinhados é coletado pela sonda. Uma fotomultiplicadora converte este fluxo de luz numa corrente elétrica. Variações nesta corrente elétrica são analisadas para a determinação da velocidade da partícula.

A fig.3 apresenta o esquema de funcionamento do encoder, onde :

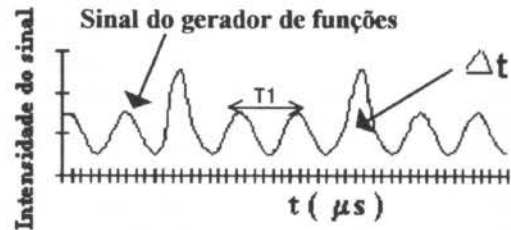


Figura 3 - Exemplo da atuação do encoder

Δt (s) = 1/1MHz é o intervalo de tempo em que é desativada a ação do laser;

n (Hz) = frequência da sucessão de vórtices;

T_1 (s) = 1/n (Hz) é o período de emissão dos pulsos do encoder.

Para cada frequência aplicada no gerador de funções, foi medida a velocidade do escoamento, como função do tempo de chegada das partículas, em seis posições na direção radial (Y), a uma distância de $X=15\text{mm}$ da placa plana, para ângulos de ataque α de 0° , 45° e 90° .

As figs. 4 e 5 apresentam as vistas superior e frontal da seção de testes.

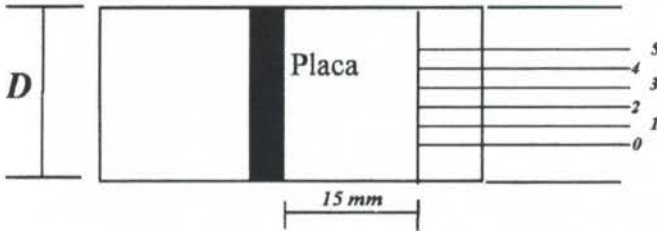


Figura 4 - Vista superior da seção de testes

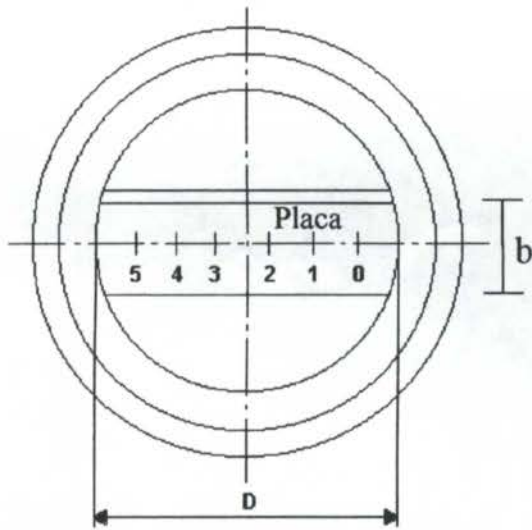


Figura 5 - Vista frontal da seção de testes

Também foram medidas as velocidades de 5 a 210mm da placa plana, com incremento de 5mm, nas posições 0 a 5, conforme figs. 4 e 5, com ângulo de ataque de 45° .

RESULTADOS

A presença de vórtices foi detectada através da medição da série temporal da componente $U(\text{m/s})$ no ponto localizado conforme fig.6, onde não há interferência da camada cisalhante.

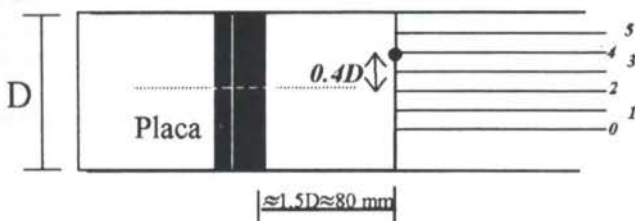


Figura 6 - Análise de um ponto do escoamento fora da camada cisalhante - $\alpha = 45^\circ$, $n = 24\text{Hz}$

A fig.7 mostra a série temporal de $U(\text{m/s})$ no ponto localizado de acordo com a fig.6.

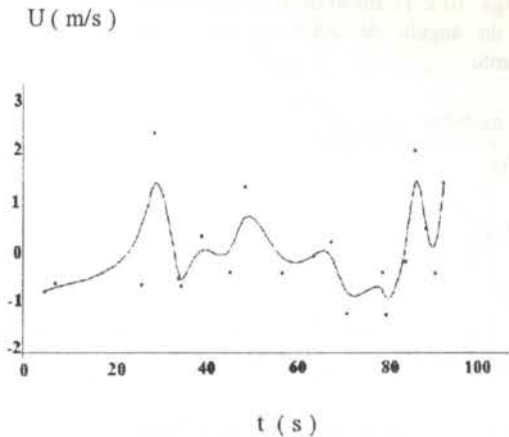


Figura 7 - Série temporal - Velocidade axial $U(\text{m/s})$ no ponto representado na figura 6.

A fig. 8 representa o comportamento do fluido, de 0,00s a 0,04s que corresponde ao período da função aplicada no gerador de funções, no mesmo ponto representado na fig.6.

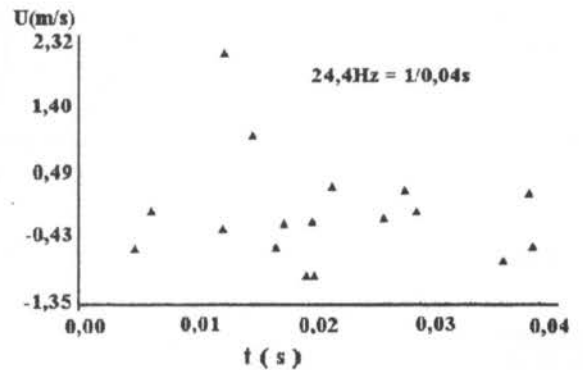


Figura 8 -Atuação do encoder no ponto representado na figura 6

A fig.9 mostra os vetores UV na posição $X=80\text{mm}$ ao longo da direção radial, conforme fig.6.

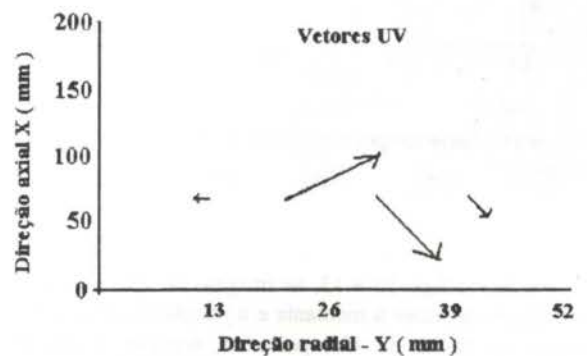


Figura 9 - Vetores UV em $X=80\text{mm}$ ao longo da direção radial

As figs. 10 e 11 mostram o comportamento dos vórtices em função do ângulo de ataque e da frequência aplicada ao escoamento.

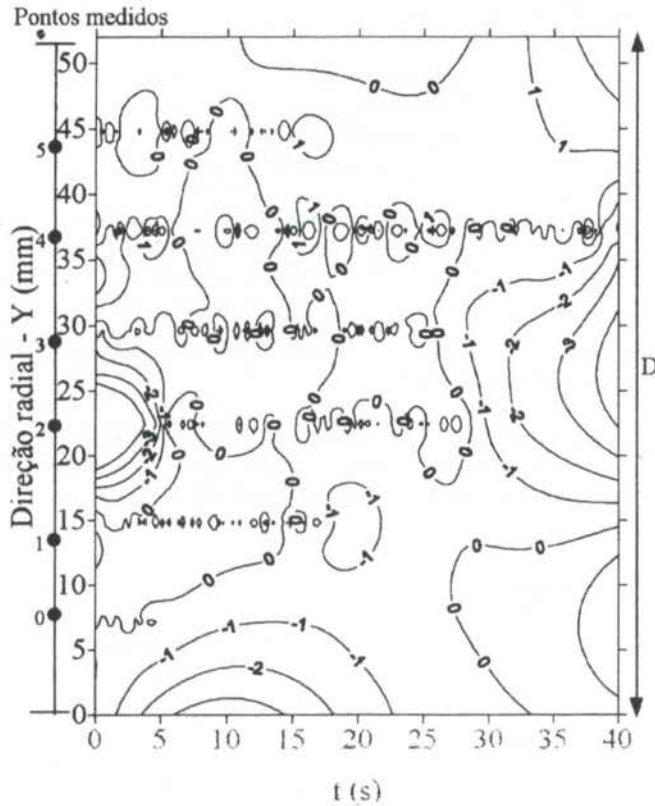


Figura 10 - $U = f(t, Y)$ para $X = 15\text{mm}$, $\alpha = 90^\circ$, $n = 18\text{Hz}$

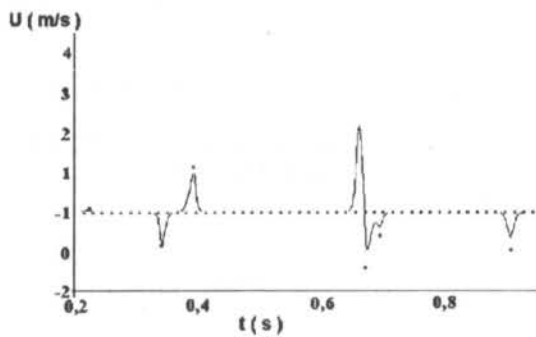


Figura 11 - Série temporal no ponto $X=15\text{mm}$, $\alpha = 0^\circ$ e $n = 66\text{Hz}$

Conforme figs. 12 e 13, as imagens do escoamento obtidas por câmara de vídeo a montante e a jusante da placa plana, com ângulo de ataque de 45° , permitem verificar a diferença de perturbação do escoamento.

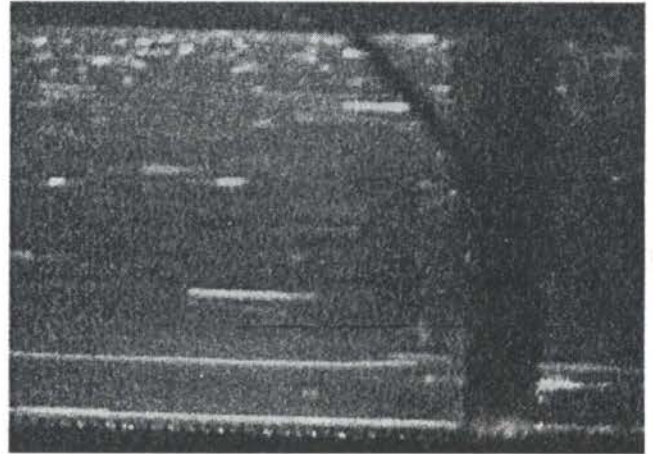


Figura 12 - Imagem do escoamento a montante da placa plana.

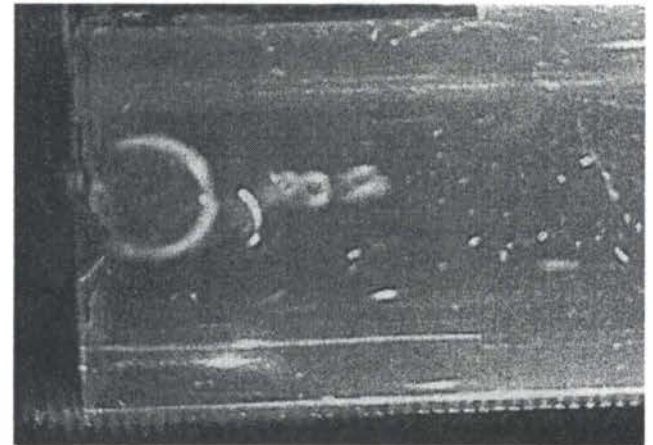


Figura 13 - Imagem do escoamento a jusante da placa plana

As figuras 14 e 15 mostram o desenvolvimento dos vórtices de $X = 0$ a 210mm (direção axial) e de $Y = 0$ a 52mm (direção radial) para um ângulo de ataque $\alpha = 45^\circ$ e frequência aplicada ao escoamento $n = 24\text{Hz}$.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Pelas configurações dos vórtices nas figuras apresentadas e pelos dados em todos os pontos analisados, verifica-se a presença de vórtices em todas as frequências e ângulos de ataque utilizados.

Os vórtices desenvolveram-se ao longo de toda a seção de testes (210mm).

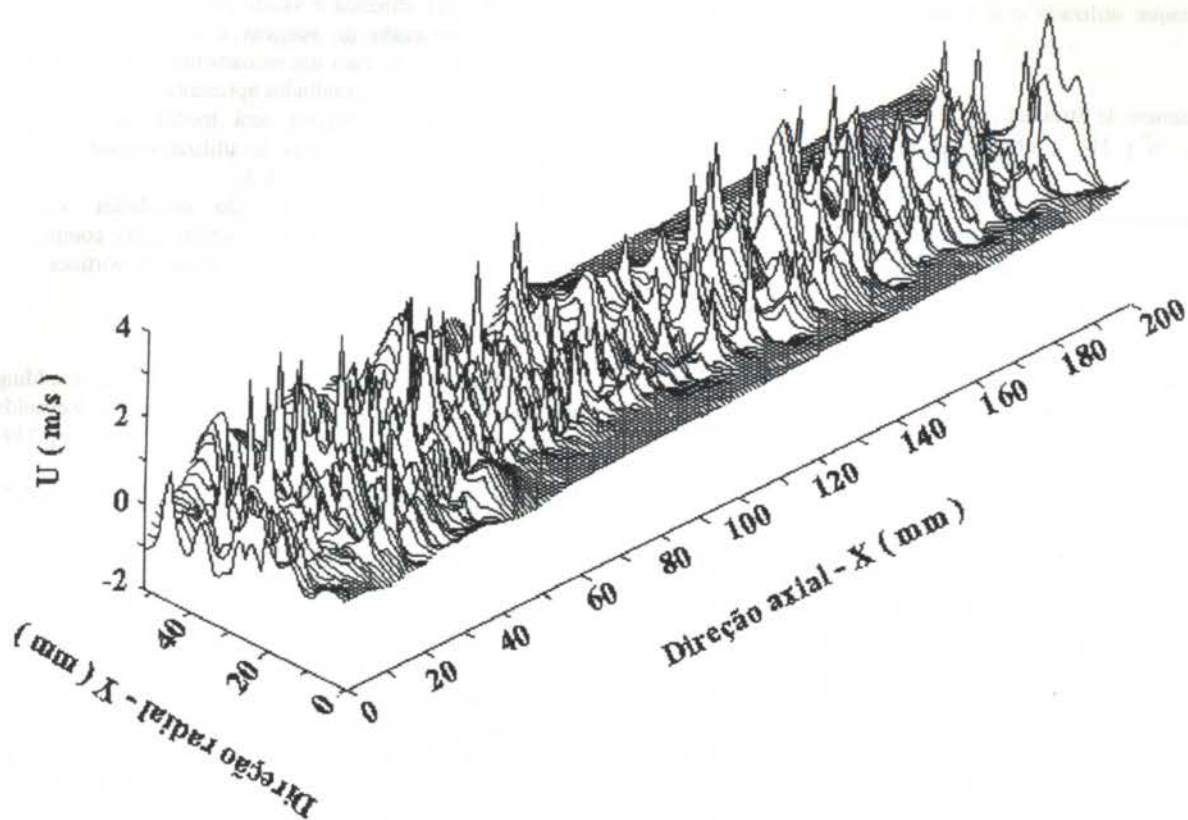


Figura 14 - Desenvolvimento dos vórtices $U = f(X, Y) - \alpha = 45^\circ$ e $n = 24\text{Hz}$

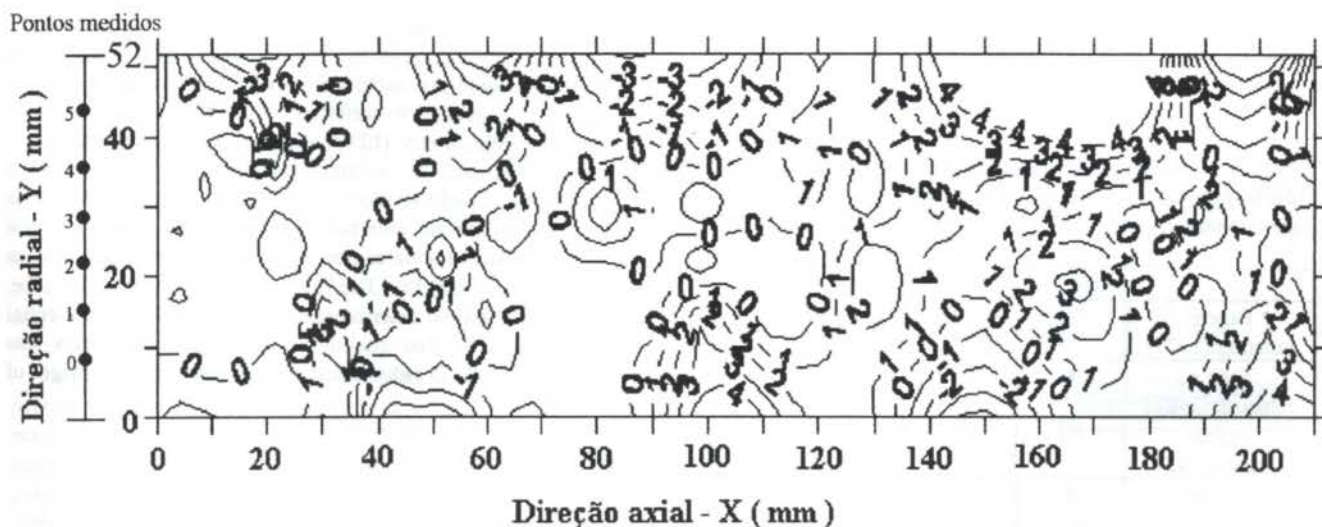


Figura 15 - Desenvolvimento dos vórtices - Vista Superior - $U = f(X, Y) - \alpha = 45^\circ$ e $n = 24\text{Hz}$

A tabela 2 apresenta as frequências obtidas experimentalmente onde predominam os vórtices, para cada ângulo de ataque utilizado e o correspondente número de Strouhal, S_r .

Tabela 2 - Número de Strouhal, S_r , e frequência da sucessão de vórtices, n (Hz), obtidos experimentalmente neste trabalho

Presente trabalho $Re_D = 7,6 \times 10^4$			
α (°)	n (Hz)	S_r	Re_b
0	66	0,202	$6,57 \times 10^3$
45	24	0,220	$1,85 \times 10^4$
90	18	0,207	$2,60 \times 10^4$

Entre os autores citados por Goldstein (1965), Fage e Johansen (1927), Tyler (1931) e Blenk, Fuchs, Liebers (1935) encontraram um número de S_r médio de 0,148, 0,158 e 0,18, respectivamente, para Re_b de 2×10^3 .

Segundo Goldstein (1965), o número de Strouhal, S_r , cresce com o número de Re_b .

A justificativa para a utilização neste experimento de um número de Reynolds, $Re_D = 7,6 \times 10^4$ ($Re_b = 2,6 \times 10^4$) se deve à necessidade de Re_D superior a 10^4 para utilização de medidores de vórtices para determinação da vazão de um escoamento.

A aplicação de outras frequências menores, próximas de 18Hz, 24Hz e 66Hz, permitirá refinar as faixas de frequências utilizadas para atingir-se um número de Strouhal, S_r , mais preciso.

A tabela 3 apresenta a relação a/b , que caracteriza a geometria dos vórtices na direção axial, comparada às obtidas por outros autores.

Tabela 3 - Comparação da geometria dos vórtices entre o trabalho apresentado (fig.15) e Kármán e Rubach (1912) e Fage e Johansen (1927) segundo Goldstein (1965)

	α (°)	a/b	X/b
Fage e Johansen(1927)	90	5,25	5
Fage e Johansen(1927)	90	5,25	10
Fage e Johansen(1927)	90	5,25	20
Kármán e Rubach (1912)	90	5,60	-
Presente trabalho	45	3,62	7,87 a 11,81 $X=100$ a 150 mm

Segundo Goldstein (1965), os valores experimentais de h/a são maiores que seu valor teórico (0,28) e crescem a jusante da placa, crescendo o valor de h e a permanecendo constante.

CONCLUSÕES

A metodologia utilizada é válida para a determinação da frequência da sucessão de vórtices e a caracterização da geometria dos vórtices, para um escoamento ao redor de uma placa plana, baseado nos resultados apresentados.

Na seqüência da pesquisa será medido o campo de velocidades num plano ortogonal ao utilizado neste trabalho, para que seja possível a medição de h .

Em trabalhos posteriores serão estudados vórtices produzidos por obstáculos de geometrias mais complexas, usados em medidores de fluxo tipo geradores de vórtices.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Achenbach, E., e Heinecke, E., 1981, "On vortex shedding from smooth and rough cylinders in the range of Reynolds numbers 6×10^3 to 5×10^6 ", *J.Fluid Mech.*, Vol.109, pp.239-251.

Dantec Elektronik, 1990, "Floware User's Guide", Denmark.

De Carlo, J.P., 1984, "Fundamentals of flow measurements", Instrument Society, New York, pp.143 - 148.

Goldstein, S., 1965, "Modern Developments in Fluid Dynamics", Dover Publications Inc., New York, Vol.I, pp.36-40 e pp. 88-89 e Vol.II, pp.418-440

Schlichting, H., 1968, "Boundary Layer Theory, 6th ed., Mc Graw-Hill Book Company, New York, pp. 44 -47.

Zhang, H. L., e Ko, N.W.M., 1996, "Numerical Analysis of incompressible flow over smooth and grooved circular cylinders", *Computers & Fluids*, Vol.25, nº3, pp.263-281.

ABSTRACT

The flow around an obstacle happens with the appearance of a wake of swept vortex in position with a frequency that depends on the average flux. Determining this frequency is rather simple. The perfect characterization of the vortex geometry in time, however, has not been a trivial work. The higher Reynold's number corresponds the higher instability and vortex geometry variation. This work uses the Laser Doppler Velocimetry (LDV) coupled to a time synchronizer system (encoder) to determine the vortex dimensions. The synchronizer is able to recognize Doppler signals up to 1 MHz and works with an external adjustable reset signal. The test section is part of a water flowmeter calibration rig that has an uncertainty of $\pm 0,1\%$. The LDV used consists of a 2D probe, allowing flow field determination for axial and circumferential components. So that qualitative analysis of the vortex was performed, a CCD video camera was used to record images of the flow.

DESENVOLVIMENTO DE UMA MACROTERMOBALANÇA PARA ESTUDO DA CARBONIZAÇÃO DA BIOMASSA

Paulo César da Costa PINHEIRO
 Dept. Engenharia Mecânica da UFMG
 Av. Antônio Carlos 6627
 31270-901 Belo Horizonte, MG
 e-mail: pinheiro@dedalus.lcc.ufmg.br

Francisco José FIGUEIREDO
 Dept. Ciências Térmicas e dos Fluidos
 FUNREI
 Praça Frei Orlando, 170
 36300-000 São João del Rei, MG

SUMARIO

Este trabalho descreve o desenvolvimento de uma macrotermobalança, acoplada a um reator de carbonização, utilizada para estudar a cinética de carbonização da biomassa. São apresentados resultados operacionais e uma comparação destes com os resultados obtidos em ensaios de uma termobalança convencional.

1. INTRODUÇÃO

O uso de fontes renováveis de energia tem ganho um novo alento face às atuais restrições ambientais, ligadas ao efeito estufa. A biomassa é uma das fontes de energia renovável mais promissora. Sua principal vantagem ambiental é a geração de energia sem liberação líquida de CO₂.

A pesquisa e a utilização da biomassa como fonte geradora de energia térmica tem se intensificado. Para otimizar a utilização da biomassa como combustível, novos métodos de avaliação devem ser desenvolvidos.

O carvão vegetal é uma matéria prima de grande importância na siderurgia brasileira. Entretanto, apesar do seu uso intensivo, existem muitos aspectos ainda obscuros no seu processo de fabricação e na sua utilização. Assim, é necessário desenvolver uma tecnologia que torne sua produção e utilização mais eficiente e desenvolver tecnologias para qualificar o carvão vegetal sob o ponto de vista de suas propriedades físico-químicas.

As termobalanças são instrumentos que medem a variação da massa de uma substância em função da temperatura ou tempo, permitindo determinar a cinética de reação, as temperaturas inicial e final de cada reação e as faixas de temperatura nas quais ocorrem liberação das substâncias contidas na amostra.

As termobalanças convencionais utilizam amostras de poucos mg, de modo a detectar com precisão as temperaturas e massa de transição, bem como assegurar uma temperatura da amostra mais homogênea e a exposição à atmosfera mais uniforme. Entretanto, o uso de pequenas amostras não permite analisar os fenômenos relacionados com a transmissão de calor e a difusão de gases produzidos durante a carbonização e combustão.

A fim de analisar alguns fenômenos que ocorrem durante a carbonização e combustão da biomassa, e que não podem ser analisados em uma termobalança convencional (condução de calor na amostra, a liberação dos gases formados, identificação de reações endotérmicas e exotérmicas ocorridas durante a carbonização) foi construída uma macrotermobalança.

2. MACROTERMOBALANÇA

A figura 1 mostra um diagrama esquemático da macrotermobalança. A balança é o principal equipamento da termobalança, e necessita ter exatidão, sensibilidade, tara adequada, construção robusta e estabilidade face às variações da temperatura ambiente. A balança utilizada na construção da macrotermobalança foi uma balança marca Ohaus, Modelo CT200 (202g x 0,01g), de precisão $\pm 0,01g$. Esta balança possui um dispositivo de sustentação da amostra por baixo do prato. Ela é dotada de uma porta serial RS232, de modo a permitir a transmissão dos dados de pesagem a um microcomputador PC. O microcomputador faz a aquisição dos dados, o tratamento matemático e gráficos. A comunicação dos dados entre a balança e o computador foi realizada pelo software (shareware) Telix (<http://www.delta.com/delta/deltacom/tfd/>).

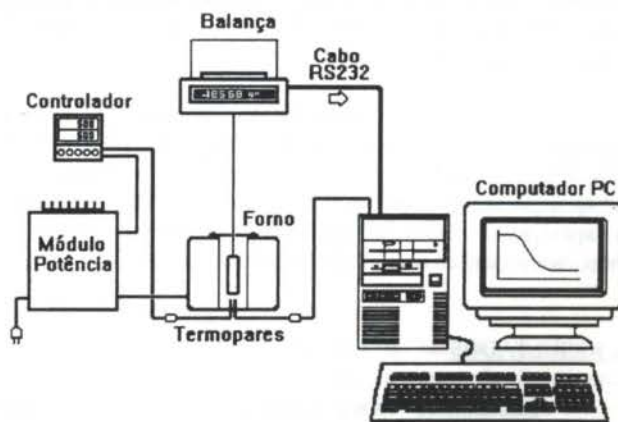


Figura 1. Macrotermobalança

O forno deve ser capaz de aquecer a amostra linearmente, de acordo com a taxa de aquecimento desejada. O forno utilizado na macrotermobalança foi um forno tubular elétrico com potência nominal de 576W (120V). A cavidade do forno tem diâmetro interno 50mm e comprimento de 160mm.

Dentro da cavidade do forno foi colocado o reator de carbonização. O reator foi construído com um tubo de aço inox AISI 304 de 50mm e comprimento de 150mm. O diâmetro interno

do reator é de 48mm. No reator foi adaptada uma tampa de aço inox AISI 304, dotada de um tubo inox para retirada dos produtos da combustão e carbonização e de um furo por onde passa o fio de inox de diâmetro 0,2 mm que amarra e sustenta a amostra ao dispositivo da balança.

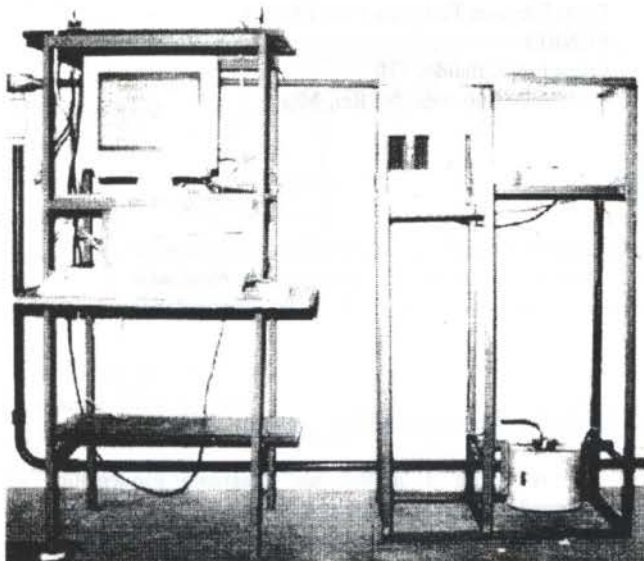


Figura 2. Macrotermobalança.

Para controlar a temperatura do forno foi utilizado um controlador de temperaturas PID marca Therma, modelo TH2131-301, capaz de programar a taxa de aquecimento, em forma de rampa linear, e fixar a temperatura final em um patamar. As temperaturas foram medidas com termopares tipo K (cromel-alumel) de diâmetro 1,5mm e comprimento 50cm. O controlador envia um sinal de controle (4-20mA) para um módulo de potência marca ECI, de potência 3,2kW (25A, 127V), ligado em série com a resistência do forno.

A aquisição de dados foi realizada por uma placa de aquisição Quatech, modelo DAQ-801 (8 entradas A/D, 2 Saídas D/A, 12bits, 40kHz e amplificação 1000x). A escolha desta placa de aquisição se deveu ao seu baixo custo (US\$300,00 no Brasil). A aquisição de dados foi realizada pelo software DaqEZ 1.0 (<http://www.quatech.com/public/dez.htm>).

3. RESULTADOS

Inicialmente foram realizados uma série de testes preliminares a fim de determinar as condições de operação da macrotermobalança, o perfil de temperaturas no interior do reator, as taxas de aquecimento e a influência do diâmetro das amostras nos testes.

Todos os ensaios foram realizados com amostras de *Eucalyptus Camaldulensis*, de diâmetro médio $27,0 \pm 0,9$ mm, comprimento $74,0 \pm 0,3$ mm e massa $27,5 \pm 0,5$ g, em atmosfera autogerada.

A figura 3 mostra o perfil de temperaturas no interior do reator da termobalança, durante o aquecimento ($10^\circ\text{C}/\text{min}$), e estabilização da temperatura final (200, 400 e 600°C). Pode-se

notar que, quanto maior a temperatura, maior a diferença de temperatura nos diversos pontos no interior do reator. No ensaio a 600°C esta diferença foi inferior a $\pm 22^\circ\text{C}$ ($\pm 3,8\%$). Considerando admissível um gradiente térmico de até 5% (Keatch, 1969; Tye 1994), o gradiente térmico encontrado foi aceitável. A temperatura no interior do reator é sempre inferior à temperatura da parede do reator, devido às perdas térmicas pela tampa superior do reator. A partir destes resultados o termopar de controle da temperatura da amostra, foi instalado na linha de centro, a 2 cm do fundo do reator, imediatamente abaixo da amostra a ser analisada. Nesta posição obteve-se a temperatura média do interior do reator.

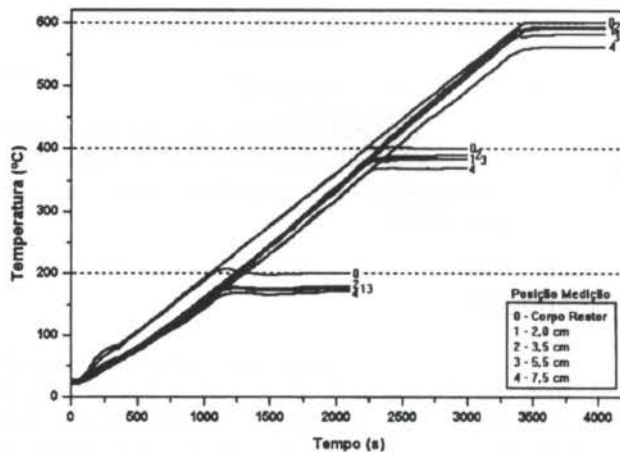


Figura 3. Perfil de Temperatura no Reator.

A figura 4 mostra a temperatura no interior do reator em função da taxa de aquecimento programada. Pode-se verificar que a taxa de aquecimento real obtida é bastante próxima da taxa programada, viabilizando o controle desejado.

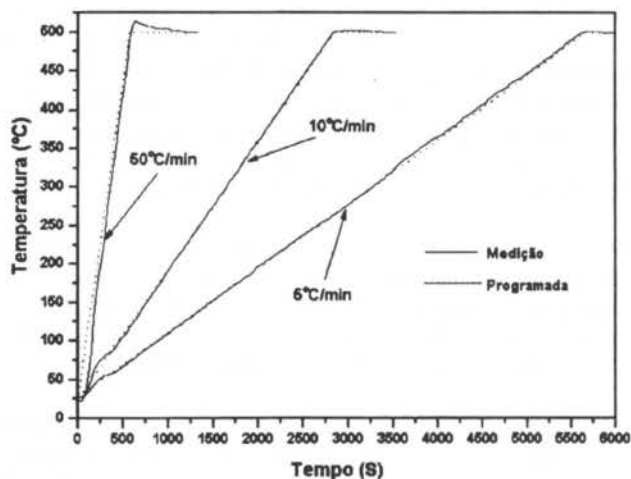


Figura 4. Perfil de Aquecimento do Reator.

As figuras 5 e 6 mostram os resultados da análise termogravimétrica (Termogravimetria TG e termogravimetria derivada DTG) dinâmica ($10^\circ\text{C}/\text{min}$) obtidas na macrotermobalança (amostra 28g) e em uma termobalança convencional (amostra 15mg). A variação da massa da amostra em relação ao tempo e temperatura permitem a determinação dos parâmetros cinéticos da reação de carbonização da biomassa (Wendlandt, 1986). A diferença existente entre os dois experimentos deve-se aos mecanismos de transferência de calor e massa no interior da amostra de madeira. É justamente esta diferença que permitirá

estudar estes mecanismos de transferência de calor e massa na macrotermobalança.

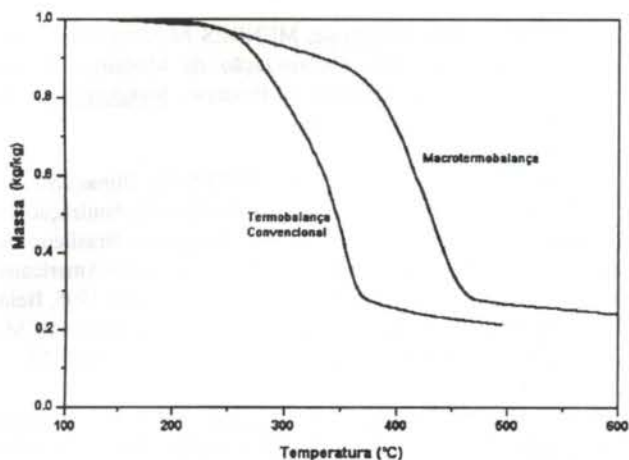


Figura 5. TG Macrotermobalança e Termobalança convencional.

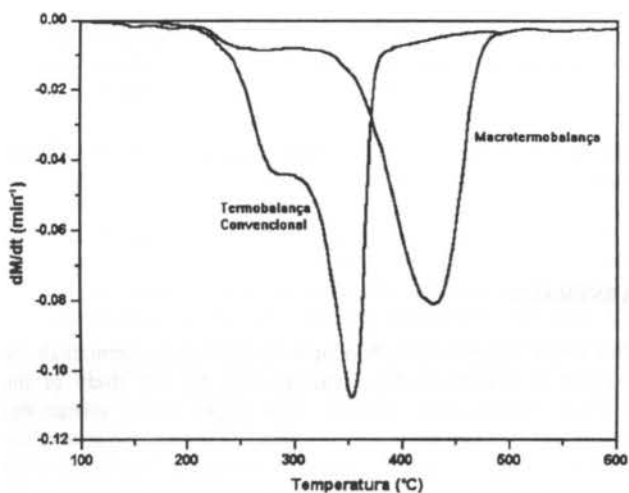


Figura 6. DTG macrotermobalança e termobalança convencional.

A figura 7 mostra a influência da taxa de aquecimento na carbonização. Em todos os ensaios, após atingir 500°C, a temperatura foi mantida constante neste valor. Acima de 500°C o ganho de carbono fixo é pequeno comparado com o consumo de energia necessário para atingir tal temperatura (Oliveira et alii, 1984). Pode-se notar que quanto maior a taxa de aquecimento, menor o rendimento em carvão vegetal produzido. Pode-se também notar que a altas taxas de aquecimento, a amostra continua a se decompor, mesmo após o forno ter atingido a temperatura programada (500°C). Isto é devido à existência de uma diferença de temperaturas entre o forno e o interior da amostra, diferença esta que é função da taxa de aquecimento e dos mecanismos de transferência de calor e massa no interior da amostra.

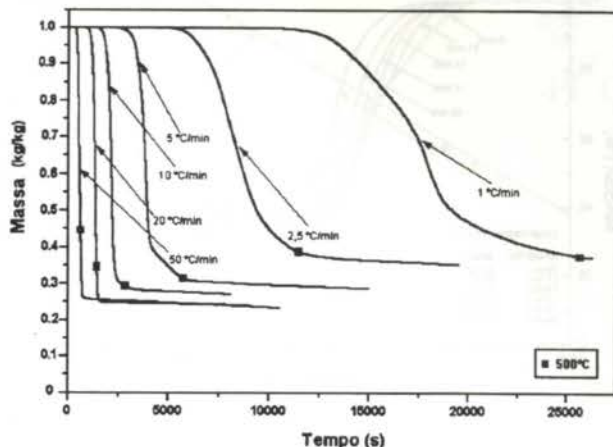


Figura 7. TG do *Eucalyptus Camaldulensis* a diferentes taxas de aquecimento.

A figura 8 mostra os ensaios termogravimétricos à temperatura constante (termogravimetria isotérmica) realizados na macrotermobalança. A amostra foi colocada no forno na temperatura ambiente, e submetida a uma alta taxa de aquecimento (75°C/min) até à temperatura estabelecida para o ensaio. Pode-se notar que quanto menor a temperatura final de carbonização maior o rendimento em carvão vegetal, mas menor o teor em carbono fixo (Sève, 1998).

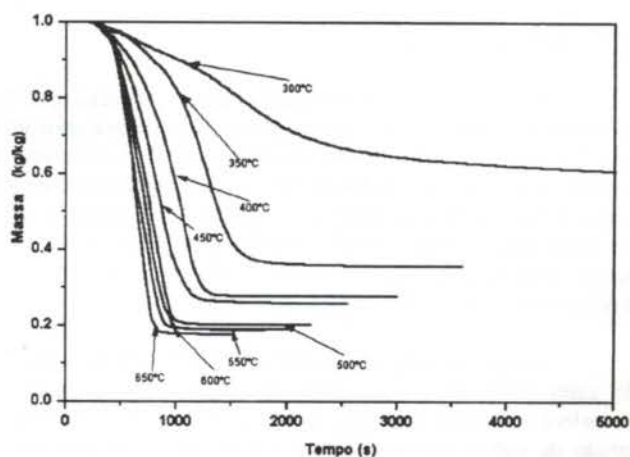
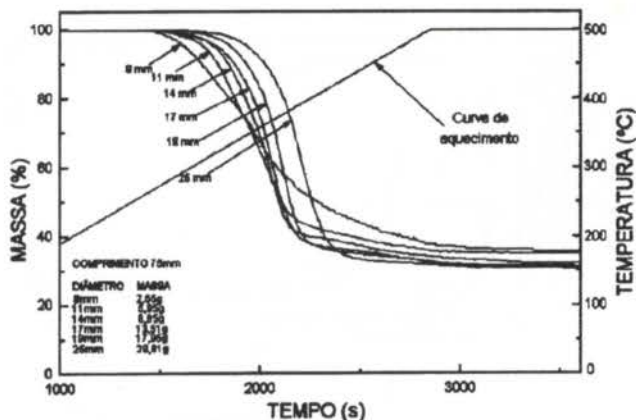


Figura 8. Termogravimetria Isotérmica.

Para se verificar a influência do tamanho da amostra durante o processo de carbonização, amostras de *Eucalyptus camaldulensis*, com diâmetros 8, 11, 14, 17, 19 e 25mm foram carbonizadas na macrotermobalança, com taxa de aquecimento 10°C/min e temperatura final de carbonização 500°C (figura 9).

Pode-se notar que quanto maior o diâmetro da amostra, mais demora a iniciar perda de peso. Isto é devido ao mecanismo de transmissão de calor para o interior da amostra. Também quanto maior a amostra, menor o rendimento gravimétrico, indicando maiores temperaturas de carbonização. A reação de decomposição da lignina é uma reação exotérmica, e quanto maior o diâmetro da amostra maior as temperaturas existentes no seu interior.



4. CONCLUSÕES

A macrotermobalança desenvolvida mostrou-se um instrumento confiável, capaz de analisar o processo de carbonização da biomassa, com amostras de dimensões próximas às utilizadas nos processos industriais.

Os resultados obtidos permitiram verificar a influência da temperatura final de carbonização, da taxa de aquecimento e do diâmetro da amostra no rendimento gravimétrico do processo de carbonização de amostras de *Eucalyptus camaldulensis*.

5. TRABALHOS FUTUROS

Esta macrotermobalança ainda necessita de aperfeiçoamentos, de modo a aumentar a confiabilidade e utilidade. Será desenvolvido um software em linguagem C++, de modo a permitir a aquisição dos dados da balança (via porta RS232) e de temperatura (via placa de aquisição de dados), e armazená-los em um único arquivo. Este software também será capaz de traçar as curvas termogravimétricas (TG e DTG) e determinar os mecanismos cinéticos das reações envolvidas.

Deverá ser instalado também, um sistema de alimentação de gases (CO_2 , N_2 , ar atmosférico), de modo a controlar a atmosfera no interior do reator de carbonização. Isto permitirá o estudo de outros fenômenos relacionados com a combustão e carbonização da biomassa.

Será desenvolvido um modelo matemático da combustão e carbonização do eucalipto, tendo em vista a dimensão das amostras.

6. AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais FAPEMIG, no âmbito do processo TEC-842/92, à qual os autores apresentam seus agradecimentos.

7. REFERÊNCIAS

- [1] KEATTCH C.J. An Introduction to Thermogravimetry. London: Heyden & Sons Ltd, 1969,
- [2] OLIVEIRA Joffre Batista de, MENDES Marcelo Guimarães, GOMES Paulo Aguiúlio. Carbonização da Madeira. Modelo Físico e Influência das Variáveis do Processo. Metalurgia ABM, v.40, n.319, p.315-19, Junho 1984.
- [3] PINHEIRO, Paulo César da Costa; RESENDE, Dimas José de; YOSHIDA Maria Irene. Análise da Combustão e Carbonização do Eucalipto por Termogravimetria. In: XIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (COBEM 95), II Congresso Ibero-Americano de Engenharia Mecânica (CIDIM-95), 12-15 Dezembro 1995, Belo Horizonte, MG, Actas-Anais-Proceedings... Rio de Janeiro: ABCM, Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 1995, CD-ROM.
- [4] SEYE Omar. Influência da Temperatura de Carbonização nas Propriedades do Carvão Vegetal de Eucalipto. Belo Horizonte: UFMG, 08 de Maio de 1998 84p, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais.
- [5] TYE R.P.; MAESONO A.; MASUDA T. Further Consideration of Temperature Measurement and Control in Thermogravimetry. Thermochemica Acta, v.243, n.2, p.233-30, Setembro 1994.
- [5] WENDLANDT, W.W. Thermal Analysis, 3a ed., New York, John Wiley & Sons, 1986.

ABSTRACT

This paper describes the development of a macrothermalbalance coupled to a carbonization reactor, used for the study of the biomass carbonization kinetics. This paper shows operational results and compare these with the obtained results into tests of the conventional thermalbalance. The tests showed the operation of the macrothermalbalance as a analytical unit has be successfull.

ANÁLISE DE UM SISTEMA DE MEDIDA DE VAZÃO E TÍTULO ENTRE DOIS MODELOS PROPOSTOS

Flávio Tambellini, Luiz Felipe M. de Moura e Marcia Goretti da Silva Borges

Faculdade de Engenharia Mecânica / DETF

Universidade Estadual de Campinas

Caixa Postal 6122

13083-970 - Campinas - SP - Brasil

SUMÁRIO

O objetivo principal de trabalho é a comparação entre dois modelos propostos na literatura para medições de título e vazão mássica em escoamento bifásico do tipo gás-líquido. Do modelo teórico é possível relacionar a vazão mássica total e o título com a fração de vazio e a queda de pressão. Neste trabalho, a fração de vazio foi medida através de um sistema de válvulas de fechamento rápido e a queda de pressão no venturi com transdutores diferenciais. Uma boa concordância foi encontrada entre valores experimentais e teóricos da vazão mássica total e do título da mistura, mostrando o potencial de aplicações dos modelos propostos.

INTRODUÇÃO

A resposta da maioria dos instrumentos para escoamentos bifásicos depende da vazão mássica e do título da mistura. Portanto, se a vazão mássica for conhecida, o título pode ser determinado através da resposta de um instrumento de medida e vice-versa. Porém, se nem a vazão mássica nem o título forem conhecidos, então dois instrumentos de medidas diferentes são necessários para determinar estes dois parâmetros. Em geral são utilizados um instrumento para medir a fração de vazio e um outro para medir a queda de pressão do escoamento através de um dispositivo. Segundo Hewitt (1978), a maior dificuldade encontrada na utilização deste sistema de medida está relacionada com a dependência de resposta dos instrumentos em função do padrão de escoamento.

Os sistemas de medidas de vazão mássica e título em escoamentos bifásicos têm sido baseados em instrumentos de medida de pressão diferencial (combinados com outro instrumento de medida). O uso de placas de orifício e de venturi para medida de vazão mássica e de título da mistura foi descrito por Collins e Gacesa (1971), Fouda (1975), Lorenzi e Muzzio (1979), Lavagno e Panella (1979), Reimann et al. (1979), Lin (1982), Reimann et al. (1982), Chisholm (1983) e por Pal & Rodhes (1984).

MODELO TEÓRICO

A vazão mássica total e a fração mássica do gás (ou título da mistura) de um escoamento gás-líquido podem ser relacionadas com as medidas de fração volumétrica do gás (ou fração de vazio) e com a queda de pressão no venturi, através de um modelo teórico simplificado.

A relação entre o título da mistura e a fração de vazio pode ser escrita da seguinte forma:

$$x = \frac{1}{1 + \frac{\rho_l}{\rho_g} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \frac{1}{S}} \quad (1)$$

onde: S , x , ρ_l , ρ_g e α são a razão de deslizamento, o título da mistura, a densidade do líquido, a densidade do gás e a fração de vazio, respectivamente. A razão de deslizamento é definida como a razão entre a velocidade do gás (V_g) e a velocidade do líquido (V_l).

A razão de deslizamento depende da fração de vazio volumétrica. Uma nova correlação para a razão de deslizamento foi desenvolvida a partir dos resultados experimentais obtidos no trabalho de Moura et al. (1994), através do ajuste de uma função exponencial.

A vazão mássica total pode ser relacionada com a perda de pressão no venturi, desde que seja conhecida a densidade de mistura, através da seguinte expressão:

$$\dot{m} = C_D A_T \sqrt{2\rho_m \Delta P} \quad (2)$$

onde: \dot{m} , C_D , A_T , ρ_m e ΔP são a vazão mássica, o coeficiente de descarga, a área da garganta, a densidade de mistura e a perda de pressão, respectivamente.

Existem diferentes modelos para a densidade de mistura. No modelo da quantidade de movimento a densidade é obtida do equacionamento unidimensional do escoamento bifásico em regime permanente dentro de um tubo:

$$\rho_m = \left[\frac{x^2}{\alpha \rho_g} + \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha)\rho_l} \right]^{-1} \quad (3)$$

As Eqs. (1), (2) e (3) permitem calcular a vazão mássica total e o título da mistura a partir das medidas de fração de vazio e de

perda de pressão no venturi, desde que sejam determinados experimentalmente o coeficiente de descarga e a correlação para a razão de deslizamento.

Já Fouda (1975) estabelece uma relação entre o título da mistura e a fração de vazio na forma de potência. Com o título teórico calculado, juntamente com as Eqs. (2) e (3) determina-se a vazão mássica teórica.

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

As medidas de fração de vazio e de perda de pressão em um venturi foram realizadas em uma seção de testes vertical com um diâmetro interno de 21 mm. Um misturador localizado no início da seção de testes era alimentado por vazões de ar e de água medidas através de placas de orifício e de transdutores de pressão diferencial. Após uma seção de tranquilização do escoamento, a fração de vazio foi medida através de um sistema de duas válvulas de fechamento simultâneo. O trecho da tubulação compreendido entre as duas válvulas era de acrílico, permitindo tanto a observação do padrão de escoamento quanto a leitura do nível de líquido capturado após o fechamento simultâneo das válvulas, e conseqüentemente a fração de vazio. O venturi encontrava-se posicionado logo após a seção de acrílico e a medida da perda de pressão foi realizada através de transdutores de pressão diferencial, conforme a Fig. (1). Considerou-se o sistema isotérmico, pois as pequenas variações de temperatura ambiente foram desprezíveis nas medidas experimentais.

Modelo de Moura et al. (1994). O valor experimental da razão de deslizamento foi calculado a partir das medidas de fração de vazio volumétrica e das velocidades superficiais do gás e do líquido, através da seguinte relação:

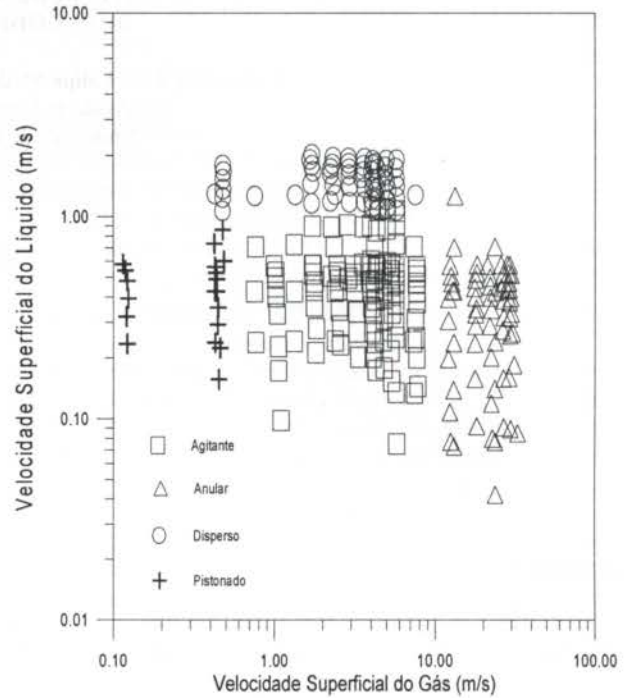


Figura 2 - Mapa de padrão de escoamento

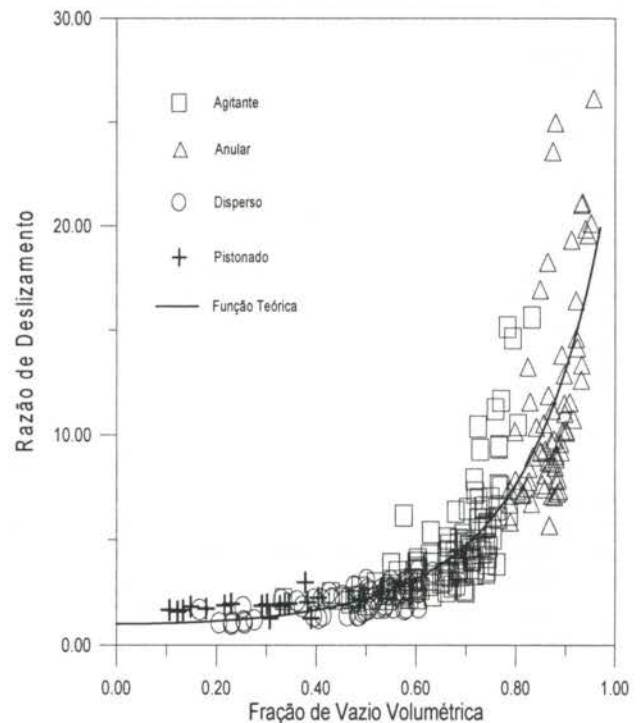


Figura 1 - Esquema do aparato experimental

Foram realizados vários ensaios experimentais para diferentes padrões de escoamento. A Fig. (2) mostra os pontos experimentais na forma de um mapa de padrão de escoamento, obtido através da visualização do escoamento.

Figura 3 - Razão de deslizamento em função da fração de vazio (Dados de Moura et al., 1994)

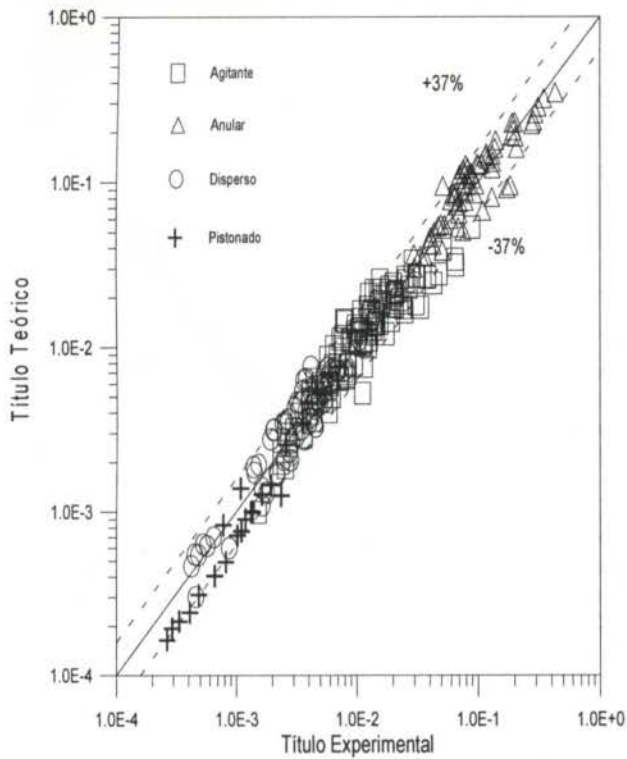


Figura 4 - Valores medidos e calculados do título da mistura (Modelo de Moura et al., 1994)

$$S = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \frac{J_g}{J_l} \quad (4)$$

A Fig. (3) mostra os valores experimentais da razão de deslizamento em função da fração de vazio, assim como a curva ajustada para o conjunto de dados experimentais, obtidos por Moura et al. (1994):

$$S = \exp(3,1801 \cdot \alpha^2) \quad (5)$$

O título da mistura foi calculado através do modelo teórico, Eq. (1), usando a correlação desenvolvida acima para a razão de deslizamento. A Fig. (3) apresenta uma comparação dos valores calculados do título com os valores obtidos experimentalmente. Para 90% dos pontos experimentais, a incerteza esteve em torno de 37%.

Pode-se observar uma concordância razoável dos valores do título da mistura calculados a partir do modelo teórico simplificado, apesar das variações de razão de deslizamento observadas para valores altos de fração de vazio.

A vazão mássica total foi calculada a partir do modelo teórico simplificado, Eq. (2), usando o valor teórico do título da mistura para a determinação da densidade da mistura, Eq. (3). O coeficiente de descarga foi calculado através do método dos mínimos quadrados, comparando-se os valores calculados e experimentais da vazão mássica, tendo sido obtido o seguinte valor:

$$C_D = 0,9802$$

A Fig. (5) mostra uma comparação entre valores calculados e medidos da vazão mássica.

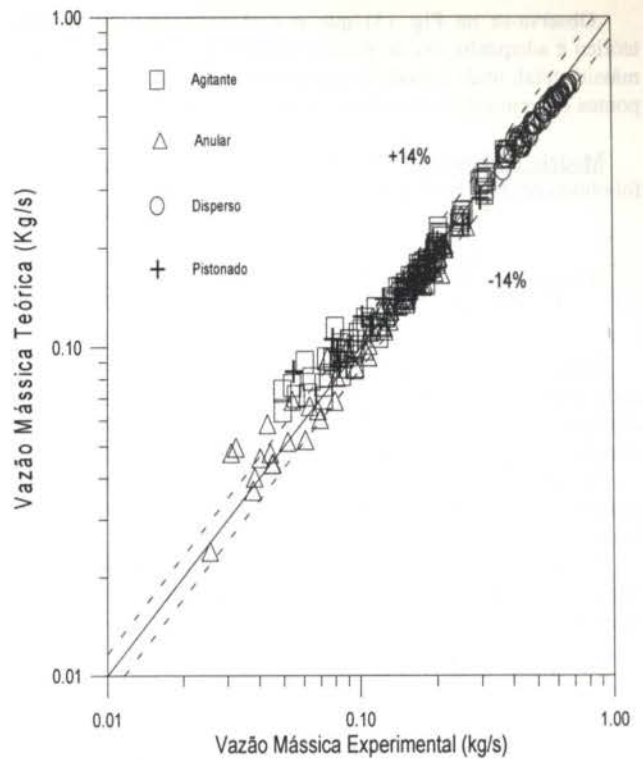


Figura 5 - Comparação entre valores calculados e medidos da vazão mássica total (Modelo de Moura et al., 1994)

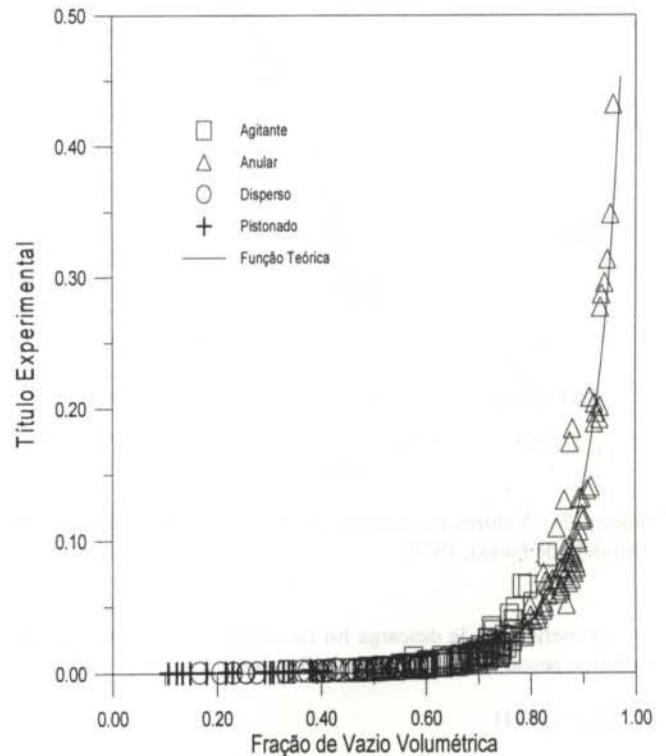


Figura 6 - Título em função da fração de vazio volumétrica (Modelo de Fouda, 1975)

Observa-se na Fig. (5) que o comportamento do modelo teórico é adequado, exceto para os valores mais baixos da vazão mássica total, onde o modelo superestima a vazão. Para 90% dos pontos experimentais, a incerteza esteve em torno de 14%.

Modelo de Fouda (1975). Neste método, o título da mistura foi obtido em função da fração de vazio volumétrica:

$$x = \frac{C_1 \cdot \alpha^{C_2} \cdot \sqrt{\rho_g}}{C_1 \cdot \alpha^{C_2} \cdot \sqrt{\rho_g} + (1 - \alpha^{C_2}) \cdot \sqrt{\rho_l}} \quad (6)$$

Sendo que para o conjunto de dados experimentais utilizado neste trabalho, usando um método iterativo de resolução dos coeficientes, obteve-se $C_1 = 6,8634$ e $C_2 = 8,8983$. A Fig. (6) mostra o título em função da fração de vazio.

De posse desse resultado, pode-se agora comparar o título teórico com o título experimental, conforme pode ser visto na Fig. (7).

O cálculo da vazão mássica foi feito, utilizando-se as Eqs. (2), (3) e (6). Na Fig. (8) tem-se uma comparação entre a vazão mássica experimental e teórica.

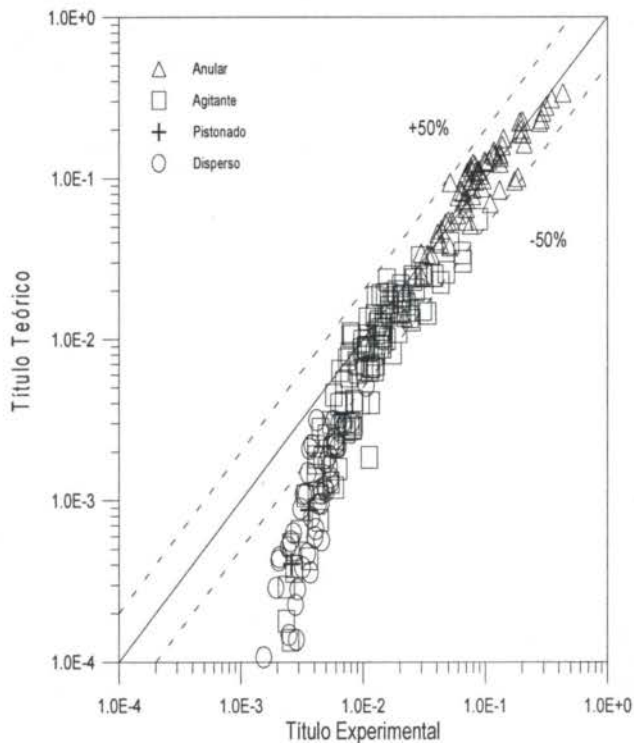


Figura 7 - Valores medidos e calculados do título da mistura (Modelo de Fouda, 1975)

O coeficiente de descarga foi calculado de modo análogo ao anterior, sendo que para este caso, foi obtido o seguinte valor:

$$C_D = 0,9741$$

Os valores da vazão mássica estão bem correlacionados, acontecendo o mesmo comportamento do caso anterior, ou seja para vazões baixas, o modelo superestima a vazão mássica. Para 90% dos pontos experimentais, a incerteza esteve em torno de 14%. Para o título, observa-se que para 78% dos pontos

experimentais, a incerteza esteve em torno de 50%, sendo que o erro aumenta para o cálculo de títulos bem pequenos, ou seja da ordem de 10^{-4} para baixo, onde o modelo subestima os valores experimentais.

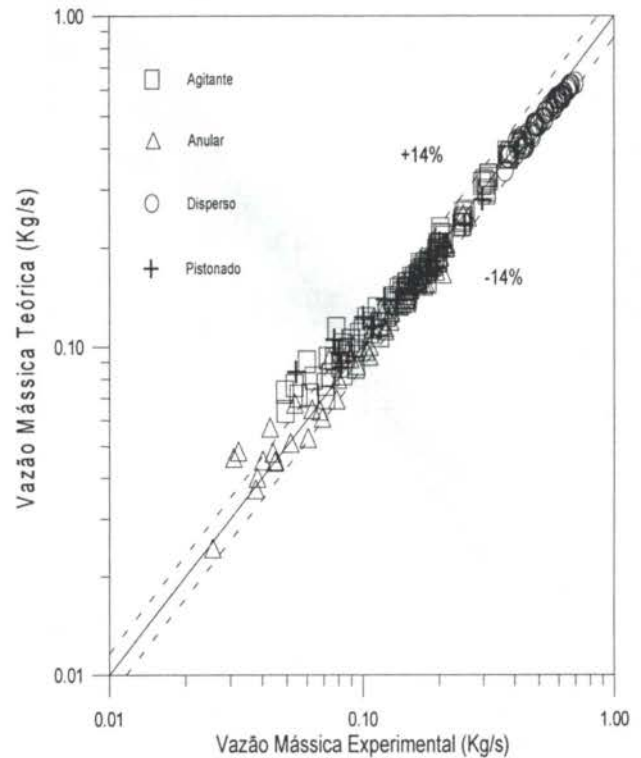


Figura 8 - Comparação entre valores calculados e medidos da vazão mássica total (Modelo de Fouda, 1975)

CONCLUSÃO

Neste trabalho foram analisados resultados experimentais com escoamento ascendente ar-água em uma tubulação vertical de 21 mm de diâmetro interno, envolvendo medidas de fração de vazio com o sistema de válvulas de fechamento simultâneo e medidas de perda de pressão no venturi.

O modelo teórico simplificado descrito por Moura et al. (1994) apresentou resultados razoáveis na determinação da vazão mássica total e do título da mistura, a partir das medidas de fração de vazio e de perda de pressão no venturi. O título teórico em função do título experimental apresentou menos distorção do que no caso do título calculado pelo modelo de Fouda (1975).

Para o caso de vazões muito baixas, ocorre uma dispersão nos dois modelos. Estes modelos são os mais confiáveis para vazões mais altas.

Na determinação teórica do título da mistura, para o caso do método de Fouda, os valores estão subestimados, o que não ocorre no caso do método de Moura.

Na determinação teórica da vazão mássica, em ambos os casos, os pontos apresentam a mesma dispersão. Para 90% dos pontos, houve uma incerteza de 14% e para 95% dos pontos, houve uma incerteza de 20%.

Apesar dos dois modelos apresentarem boa concordância entre a vazão mássica teórica e a vazão mássica experimental, o

método de Moura tem a vantagem dos pontos do título teórico em função do título experimental estarem melhor correlacionados.

No futuro pode-se investigar outras correlações e melhorar as funções teóricas de cálculo da razão de deslizamento e do título em função da fração de vazio. Até agora, a função que melhor se adaptou para a razão de deslizamento em função da fração de vazio, foi uma função do tipo exponencial.

Em ambos os casos, é preciso determinar uma função, seja ela razão de deslizamento em função da fração de vazio (método de Moura) ou título em função da fração de vazio (método de Fouda) para que se possa calcular a vazão mássica teórica.

ABSTRACT

The main objective of this work is the comparison between two models proposed in the literature for the measurement of mass flow rate and quality in gas-liquid two-phase flow. From the theoretical model, it is possible to relate to the total mass flow rate and the mixture quality to the void fraction and the pressure drop measurements. In this work, the void fraction was measured with a quick closing ball valves system and the pressure drop in the venturi meter was measured with differential transducers. A good agreement was found between theoretical and experimental values of the total mass flow rate and the mixture quality, showing the potential applications of the proposed models.

REFERÊNCIAS

Chisholm, D., 1983, "Orifice Plates: Two-Phase Applications, Measuring Techniques in Gas-Liquid Two-Phase Flows", Springer-Verlag, Berlin.

Collins, D. B. and Gacesa, M., 1971, "Measurement of Steam Quality in Two-Phase Upflow with Venturimeters and Orifice Plates", *Journall of Basic Engineering*, Transactions of ASME, pp. 11-21.

Fouda, A. E., 1975, "Two-Phase Flow Behaviour in Manifolds and Networks", Ph.D. Thesis, University of Waterloo, Canada.

Hewitt, G. F., 1978, "Measurement of Two-Phase Flow Parameter", Academic Press, London.

Lavagno, E. and Panella, B., 1979, "Two-Phase Flow Measurements with Venturis: A Correlation and a Comparison with Theoretical Models", *Multiphase Transport*, Vol. 5, pp. 2731-2764.

Lin, V. H., 1982, "Two-Phase Flow Measurements with Sharp-Edged Orifices", *Int. J. Multiphase Flow*", Vol. 8, Nº 6, pp. 683-693.

Lorenzi, A. and Muzzio, A., 1979, "Total Mass Flow Rate and Quality Measurement in Air-Water Mixtures with Venturimeters", *Multiphase Transport*, Vol. 5, pp. 2681-2694.

Moura, L. F. M., Borges M. G. e Tambellini F., 1994, "Desenvolvimento de um Sistema de Medida de Vazões para Escoamentos Bifásicos", *V Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, São Paulo, Brasil, pp. 249-252.

Pal, R. and Rhodes, E., 1984, "Metering of Two-Phase Liquid-Liquid Flow", *Multiphase Flow and Heat Transfer III, Part B: Applications Elsevier Science Publishers*, Amsterdam.

Reimann, J., John, H. and Frank, R., 1979, "Measurement of Mass Flow Rate and Quality with a Venturi Nozzle and a Turbine Meter in a Steam-Water Flow", *Multiphase Transport*, Vol. 1, pp. 71-84.

Reimann, J., John, H. and Muller, U., 1982, "Measurement of Mass Flow Rate: a Comparison of Different Techniques", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 8, Nº 1, pp. 33-46.

COMPENSAÇÃO DE MEDIDAS DE TEMPERATURA DE TERMOPARES EM ESCOAMENTO DE GASES DE COMBUSTÃO

Aurimar M. Reis

Jurandir I. Yanagihara

Departamento de Engenharia Mecânica
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
05508-900 - São Paulo - SP - Brasil

RESUMO

Este trabalho consistiu na utilização de uma nova técnica experimental, baseada na utilização de termopares, para medições de flutuações de temperatura e da velocidade média em escoamentos turbulentos de gases de combustão. Essa técnica consiste em realizar uma compensação digital dos efeitos da inércia térmica de termopares. Ao comparar as equações diferenciais obtidas para dois termopares, chega-se a uma equação algébrica simples para a temperatura do gás, a qual pode ser resolvida em cada ponto do conjunto de dados medidos. A solução é comparada com a temperatura do gás corrigida por meio de uma constante de tempo média e, como esperado, os resultados mostram uma maior amplificação das flutuações de temperatura.

porque são técnicas de medidas de custo muito mais baixo.

INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de uma nova técnica para medir flutuações de temperatura e velocidade média em escoamentos turbulentos de baixa frequência usando termopares. Essa técnica procura fazer, principalmente, as correções necessárias em medidas feitas por termopares em escoamento de gases de combustão, através da compensação da inércia térmica de termopares. Como uma extensão, a técnica permite também obter a velocidade média do escoamento.

É conhecido que a principal dificuldade em medidas feitas por termopares se encontra na transferência de calor entre o gás e o termopar. As medidas de temperatura obtidas por termopares, além de serem atenuadas, sofrem um atraso de resposta devido aos efeitos da inércia térmica do sensor. Para corrigir isto, geralmente é determinada a constante de tempo do termopar. A constante de tempo representa praticamente o tempo de atraso de resposta do sensor e está relacionada portanto com a mudança de fase e atenuação nas medidas realizadas.

Após a obtenção da constante de tempo um método de compensação da inércia térmica é aplicado aos dados medidos e a real temperatura do gás é determinada.

O termopar, atualmente, constitui apenas mais uma das muitas técnicas de medidas de temperatura existentes. Os grandes avanços ocorridos nas últimas décadas em eletrônica, em tecnologia material e em computadores permitiram o surgimento de várias técnicas modernas de medidas em campos de escoamento. Essas técnicas mais avançadas e mais sofisticadas proporcionaram uma análise mais detalhada dos campos medidos, bem como uma grande contribuição em áreas complexas de Mecânica dos Fluidos Experimental. Chamadas de diagnósticos óticos, ou técnicas laser, esses processos de medidas, discutidos por Joulain e Cottreau (1996), vieram complementar as técnicas de sondas existentes. As técnicas laser utilizadas para medir temperaturas são as técnicas Raman (incluindo CARS) [Lückerath et al. (1995)], espalhamento Rayleigh [Chandran et al. (1985)] e Fluorescência Laser Induzida (LIF).

Apesar das vantagens oferecidas pelas novas técnicas de medidas elas apresentaram alguns inconvenientes como algumas dificuldades operacionais e, principalmente, exigências de equipamentos sofisticados que elevam bastante os seus custos. Além disso elas não são adequadas para utilização em ambientes industriais severos. Devido a esses inconvenientes a preferência pelas sondas antigas, como termopares, continua sendo maior

Para medidas de temperatura o termopar é ainda o instrumento mais utilizado por apresentar além do baixo custo, respostas rápidas de variações de temperatura no escoamento. É um instrumento bem simples, de fácil manuseio e instalação, cobre um amplo intervalo de temperaturas e, diferente de muitos outros transdutores de temperatura, o termopar não está sujeito a problemas de auto-aquecimento. O termopar continua sendo usado extensivamente como um diagnóstico de combustão em chamas turbulentas. É frequentemente usado para calibrar e documentar a exatidão de técnicas laser como observado nos trabalhos de Chandran et al. (1985) e Luckerath et al. (1995).

Há dois métodos para fazer a compensação dos efeitos da inércia térmica de termopares em medidas de flutuações de temperatura: a compensação elétrica, onde todo o processo de transformação do sinal é feito eletronicamente, e a compensação digital, onde os dados de temperatura de termopares são transformados no computador. Utilização recente da compensação elétrica pode ser vista no trabalho de Park e Ro (1996). A compensação digital é mais utilizada atualmente. No trabalho de Son et al. (1989), o método usado é descrito de uma maneira simples.

Neste trabalho, o método de compensação, primeiramente proposto por Reis (1996), se baseia na comparação das respostas de três termopares, como descrito mais adiante.

Além de sua utilização comum em medidas de temperatura o termopar também pode ser utilizado para medidas de velocidade como é feito no trabalho de Motevalli et al. (1992). Uma técnica é descrita, a qual se baseia na utilização de dois termopares para medidas de velocidade e temperatura em escoamentos turbulentos de baixa velocidade. Nessa técnica, referida como CCV ("Cross-Correlation Velocimetry"), os registros de temperatura dos dois termopares são correlacionados para determinar a velocidade média do escoamento. A técnica CCV se baseia no conceito de "vórtice congelado" no qual as estruturas vorticais retêm suas formas e características em um curto período de espaço e de tempo em escoamentos de baixa turbulência.

O MÉTODO DE COMPENSAÇÃO

Em muitas situações na área de combustão os efeitos de convecção no escoamento de gases em torno de termopares

predominam sobre outros fenômenos. Portanto, é comum em medidas feitas por termopares considerar apenas a transferência de calor por convecção. Outro efeito significativo em combustão é a radiação, porém, cálculos aproximados mostram que os efeitos de radiação não influem muito sobre as flutuações de temperatura e, portanto, a temperatura média da radiação pode ser acrescentada posteriormente, após a realização da compensação para a inércia térmica.

Com as hipóteses acima mostra-se pela conservação da energia aplicada à junção (sensor) do termopar que

$$M C_p \frac{dT(t)}{dt} = h A (T_g(t) - T(t)), \quad (1)$$

onde $T_g(t)$ e $T(t)$ são as temperaturas do gás e da junção do termopar no instante de tempo t . C_p , M e A são o calor específico, a massa e a área superficial da junção do termopar, respectivamente, e h é o coeficiente de transferência de calor. Reorganizando obtém-se:

$$\tau \frac{dT(t)}{dt} = T_g(t) - T(t), \quad (2)$$

sendo τ , a constante de tempo, dada pela relação abaixo:

$$\tau = \frac{M C_p}{h A}, \quad (3)$$

A constante de tempo é praticamente uma medida do tempo de resposta do sensor às mudanças do meio. Geralmente são utilizados alguns procedimentos para avaliar o tempo de resposta do sensor do termopar antes da utilização em medidas transientes de temperatura. Esses procedimentos consistem em seções de testes onde o sensor é submerso em um banho de temperatura conhecida. A temperatura do banho é variada e então observada a resposta resultante.

Segundo Paranthoen e Lecordier (1996), há dois métodos para determinar a constante de tempo: o método de aquecimento interno, onde o sensor é aquecido por efeito Joule através de uma corrente que passa pelos fios dos termopares, e o aquecimento externo, onde o sensor é aquecido por algum procedimento externo. Nestes métodos de aquecimento, o sensor é aquecido a uma temperatura acima da temperatura do banho. A seguir, o aquecimento é removido e observado o decréscimo da temperatura do sensor. A constante de tempo representa o tempo necessário para a temperatura atingir 63% da diferença de temperatura inicial.

Outros métodos mais recentes para determinar a constante de tempo têm surgido. Esses métodos usam dois ou mais termopares no escoamento e a constante de tempo é deduzida por comparação das respostas dos termopares sujeitos às mesmas flutuações de temperatura do escoamento. Nestes métodos não há necessidade do conhecimento exato do campo de temperatura externo. Estes métodos podem ser vistos nos trabalhos de Tagawa e Ohta (1997) e de Boutrif e Thelliez (1995).

Usualmente uma constante de tempo média é usada tanto na compensação digital como também na compensação elétrica. Poucos estudos utilizam mais de uma constante de tempo média ou uma constante de tempo instantânea envolvendo medidas simultâneas de temperatura e de velocidade, como no trabalho de Yoshida et al. (1989).

Neste trabalho a constante de tempo é avaliada em termos das diversas correlações de números de Nusselt, Nu_D , existentes para um escoamento sobre uma esfera, uma vez que o formato da junção de medida do termopar pode ser considerado como esférico. Essas correlações de Nu_D apresentam uma forma semelhante à relação dada abaixo pela Equação (4). Para a grande maioria dos gases o número de Prandtl pode ser admitido como aproximadamente constante e igual a 0,7. Com isto, uma forma bem razoável para Nu_D em um escoamento sobre uma esfera de diâmetro D é admitida:

$$Nu_D = 2,0 + c_1 Re_D^m, \quad (4)$$

onde c_1 e m são constantes; c_1 é uma constante envolvendo o número de Prandtl.

O coeficiente de transferência de calor é dado por $h = Nu_D k/D$, sendo k a condutividade térmica do gás. O número de Reynolds é dado por $Re_D = \rho v D/\mu$, onde ρ e μ são a densidade e a viscosidade do gás, respectivamente, e v a velocidade. Considerando as propriedades do gás (ρ , k e μ) e do termopar (ρ_T , C_p ; ρ_T = densidade do material do termopar) constantes, o inverso da Equação (3) para a constante de tempo pode ser colocado na seguinte forma:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{c_2}{D^2} + \frac{c_3 v^m}{D^{2-m}}, \quad (5)$$

onde $c_2 = 12k/\rho_T C_p$ e $c_3 = (6kc_1/\rho_T C_p)(\rho/\mu)^m$. Admitindo pequenas variações de k , ρ , μ , ρ_T e C_p com a temperatura, c_2 e c_3 podem ser consideradas como constantes. A Equação (2), com τ dado pela Equação (5), torna-se:

$$\frac{\dot{T}}{T_g - T} = \frac{c_2}{D^2} + \frac{c_3 v^m}{D^{2-m}}, \quad (6)$$

onde o ponto sobre T indica derivada com respeito ao tempo.

Aplicando a Equação (6) para dois termopares de diâmetros pequenos diferentes e separados por uma pequena distância ao longo do escoamento, podem-se admitir as seguintes considerações para efeito de cálculo: devido a distância entre os termopares o fluido leva um determinado tempo para ir do primeiro ao segundo termopar à jusante. Considerando que o fluido se propaga convectivamente com a velocidade média do escoamento entre os dois termopares, essa velocidade média é simplesmente determinada dividindo a pequena distância pelo tempo gasto pelo fluido para ir de um termopar ao outro. Esse tempo é determinado com base nas correlações entre as curvas dos dois termopares.

Com os termopares separados por uma distância pequena a diferença de fase entre os sinais dos termopares também será pequena, e, além disso, pode-se admitir que a velocidade na posição do primeiro termopar é aproximadamente igual a velocidade no segundo termopar ($v_1 \cdot v_2$) e também a temperatura ($T_{g1} \cdot T_{g2}$). Combinando então as duas equações chega-se à seguinte equação algébrica simples para a temperatura do gás:

$$A T_g^2 + B T_g + C = 0, \quad (7)$$

sendo os coeficientes A , B e C dados por

$$A = \frac{c_2}{D_2^2} \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^{2-m} - \frac{c_2}{D_1^2},$$

$$B = \dot{T}_1 - \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^{2-m} \dot{T}_2 - A(T_1 + T_2),$$

$$C = \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^{2-m} \dot{T}_2 T_1 - \dot{T}_1 T_2 + A T_1 T_2.$$

A temperatura do gás é simplesmente obtida resolvendo a Equação (7). Nota-se nos coeficientes da Equação (7) a independência da velocidade, naturalmente, e da constante c_3 .

O uso de dois termopares foi a primeira tentativa para se resolver o problema proposto, porém surgiram algumas dificuldades. A principal foi devido ao mau condicionamento da Equação (7), ou seja, qualquer erro mínimo no cálculo dos coeficientes A , B e C implicava num grande erro na solução T_g . Os coeficientes da Equação (7) envolvem derivadas das temperaturas dos termopares 1 e 2. O esquema utilizado para as derivadas de T_1 e T_2 foi o esquema de

diferença central, um dos que ocasionam menos erros. No entanto, mesmo pequenos erros nas derivadas, e consequentemente nos coeficientes A , B e C , provocam grandes desvios na solução T_g .

Além disso a diferença de fase originada pela distância entre os termopares, a qual não foi considerada nas hipóteses anteriores, contribuiu muito para o surgimento de grandes erros na solução. Porém, se a diferença de fase fosse considerada, analiticamente, uma equação bem mais complexa seria obtida no lugar da Equação (7). Uma solução seria diminuir a distância entre os dois termopares mas isto pode não ser muito conveniente.

Alguns autores utilizam dois termopares bem próximos para as medidas e com uma constante de tempo média. No entanto nesse procedimento deve-se verificar até que ponto uma medida feita por um termopar não influencia na medida feita pelo outro quando os dois estão muito próximos. Por outro lado se os termopares forem colocados muito distantes um do outro surgirá uma grande diferença de fase e consequentemente grandes erros ocorrerão na solução final.

O procedimento então adotado consistiu na utilização de três termopares, descrito como a seguir:

- X Primeiramente dois termopares foram usados como anteriormente mas, desta vez, o segundo termopar possuía um diâmetro igual ao do primeiro. As medidas então realizadas, em um certo intervalo de tempo, tiveram como objetivo apenas calcular as constantes a e b da Equação (8), mostrada abaixo.
- X A seguir o primeiro termopar (a montante do segundo) foi substituído por um terceiro com um diâmetro diferente e novas medidas de temperatura foram realizadas.
- X Com as constantes a e b determinadas, e com as novas medidas do segundo termopar, a temperatura do primeiro foi obtida como função da temperatura do segundo usando a Equação (8).
- X A Equação (7) foi calculada usando essa temperatura do primeiro, obtida do segundo, e a temperatura do terceiro (com o índice 2 nos coeficientes substituído por 3). Com isto eliminava-se a diferença de fase que havia anteriormente, uma vez que o primeiro e terceiro termopares ocuparam a mesma posição no escoamento.
- X As derivadas das temperaturas dos termopares T_1 e T_3 foram obtidas através do esquema de diferença central e assim os coeficientes A , B e C foram calculados e a temperatura do gás obtida.

Para obtenção da temperatura do primeiro termopar como função da temperatura do segundo foi admitida a seguinte hipótese. Como os termopares 1 e 2 estão relativamente próximos é possível admitir um comportamento linear da mudança de temperatura entre os dois termopares. Desse modo, uma relação para a temperatura do primeiro termopar como função da do segundo foi considerada na seguinte forma:

$$T'_1 = aT'_2 + b \dot{T}_2, \quad (8)$$

escrita em termos das flutuações de temperatura dos dois termopares, onde as constantes a e b foram determinadas no intervalo de tempo considerado. Utilizando a técnica de mínimos quadrados sobre as medidas de dois termopares idênticos, estas constantes são obtidas de uma maneira fácil.

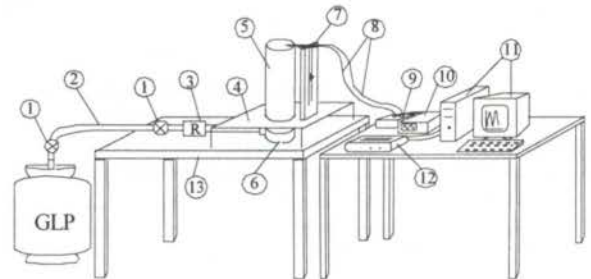
As flutuações T'_1 e T'_2 nas equações acima são referentes às primeiras medidas. Para obter a temperatura do primeiro termopar deve-se somar a temperatura média, a qual é praticamente a mesma temperatura média do segundo termopar.

ARRANJO EXPERIMENTAL

Os principais componentes do sistema de medidas são o queimador, o qual produz uma chama turbulenta, o sistema de aquisição de dados, incluindo os termopares, e o computador para

análise e redução dos dados. Na Figura 1 os componentes 1 a 6 formam o sistema do queimador e os números 7 a 11, incluindo a placa de aquisição de dados instalada no microcomputador (11), constituem o sistema de aquisição de dados.

Figura 1 – Sistema de medidas: 1) válvulas, 2) mangueira, 3) rotâmetro, 4) suporte p/tubo externo, 5) tubo externo, 6) cuba, 7) suporte p/termopares, 8) fios de extensão dos termopares, 9) banho de gelo, 10) osciloscópio, 11) computador, 12) impressora, 13) bancada.



O queimador completo consiste de um tanque de combustível GLP, um sistema de alimentação da chama constituído por mangueiras, válvulas e um medidor de vazão (rotâmetro), uma cuba por onde o gás penetra antes do ponto de ignição e o bocal do queimador onde a chama é produzida. Isto pode ser visto nas Figuras 1 e 2.

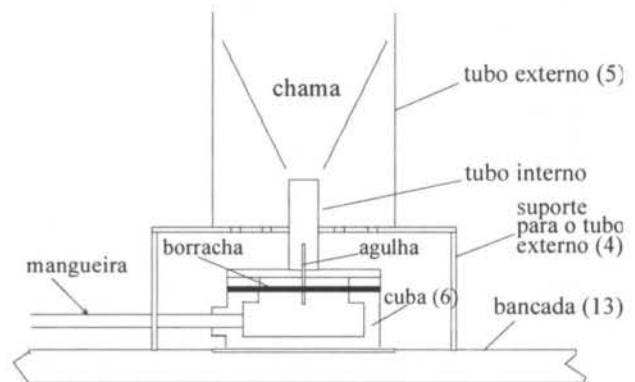


Figura 2 – Projeto do queimador

A cuba e o bocal do queimador, foram projetados e construídos de acordo com a Figura 2. A cuba por onde passa o combustível, vindo através do sistema de alimentação da chama, constitui a base do queimador. Nessa cuba, uma borracha rígida, mostrada na Figura 2, permite a vedação necessária e serve de suporte para uma agulha farmacêutica. O gás sob pressão, proveniente do tanque de combustível, é controlado por uma válvula na saída do tanque e por uma válvula de controle de vazão próximo à entrada do rotâmetro. O gás penetra no interior da cuba e sai através da agulha sendo introduzido no interior do tubo interno do queimador (bocal), onde é feita a ignição (Figuras 1 e 2).

O bocal do queimador (tubo interno) é formado por um tubo de aço inoxidável de diâmetro interno igual a $1/2"$ e comprimento de 59 mm. A chama turbulenta que sai do tubo interno, e também os gases da combustão, ficam envolvidos pelo tubo externo, de diâmetro e comprimento iguais a $4"$ e $25"$, respectivamente, evitando assim a influência de vento lateral. A chama turbulenta produzida nesse queimador possuía flutuações de baixa frequência, como esperado. O tubo externo é apoiado sobre uma pequena bancada perfurada (suporte 4) para permitir a entrada de ar inferior (Figura 2).

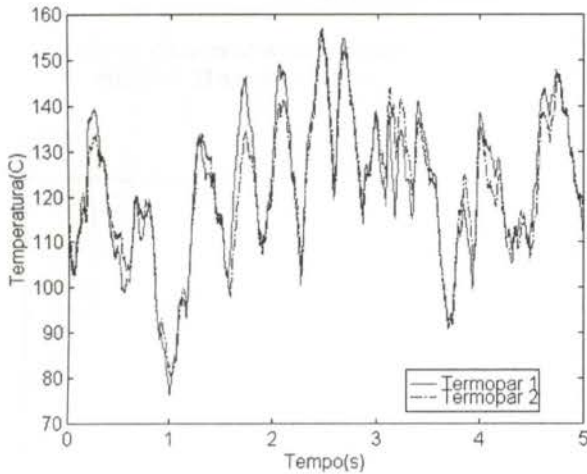


Figura 3 – Posicionadores: a) vista superior dos posicionadores, b) corte BB.

Os suportes para os termopares são constituídos por posicionadores do tipo mostrado na Figura 3a e interligados do modo mostrado na Figura 3b. Para evitar vibrações excessivas os fios dos termopares passam por dois pequenos furos de um cilindro cerâmico (miçanga). Essa miçanga se encaixa, adequadamente, dentro de um pequeno tubo de aço inox, ligado aos posicionadores, ficando somente a junção do termopar livre para as medidas (Figura 3).

A interligação dos posicionadores, como mostrado na Figura 3b, permite a translação dos termopares dentro dos gases produzidos pela chama. Os dois termopares podem ser aproximados um do outro, na direção vertical, em até 4,0 mm. Na direção horizontal as junções podem se movimentar até 25 mm em relação ao eixo da chama.

A aquisição de dados é feita através de uma placa eletrônica instalada no microcomputador, a qual faz a conversão dos sinais analógicos de tensões (f.e.m.) medidos pelos termopares para sinais digitais. O acesso à placa é feito por meio de um programa que transfere os valores de tensões, faz a contagem de tempo de aquisição e armazena estes valores no computador. Os valores de tensões foram mudados para temperaturas através de tabelas padrões de f.e.m. x temperatura, ou curvas polinomiais, contidas no manual da ASTM (1988).

RESULTADOS

Os termopares tipo K, usados neste trabalho, foram colocados aproximadamente 500 mm acima do bocal interno do queimador, imersos nos gases de combustão. A chama produzida pelo queimador tinha uma altura de aproximadamente de 250 mm. Inicialmente os testes foram feitos com dois termopares de mesmo diâmetro, cujas junções de medidas eram separadas verticalmente de 7 mm.

Para os resultados apresentados a seguir, a frequência de amostragem foi colocada em 200 Hz, ou seja, a cada 0,005 segundos a placa fazia a leitura dos sinais nos dois canais ligados aos termopares. O tempo total de amostragem foi de 5,0 segundos e, portanto, uma tabela de 1000 dados de tempo e temperatura, correspondente a cada termopar, foi gerada e armazenada em um arquivo. Os resultados mostrados na Figura 4 são registros típicos de flutuações de temperatura de baixa frequência em gases de combustão. A Figura 5 mostra a Densidade Espectral de Potência (PSD) das medidas do primeiro termopar, indicando frequências

bem menores que 20 Hz das componentes de flutuações de temperatura. A PSD é uma medida da amplitude quadrática de um sinal e, basicamente, é estimada tomando o quadrado do módulo da

transformada discreta de Fourier do sinal.

Figura 4 – Temperaturas de 2 termopares iguais com ruídos

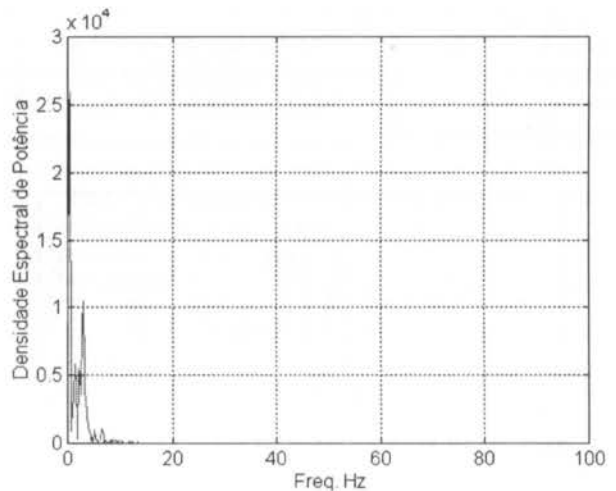


Figura 5 – Densidade espectral de potência de flutuações de temperatura do termopar 1

Afim de eliminar ruídos de alta frequência, as curvas de temperatura foram suavizadas com a utilização de filtros digitais. A filtragem digital utilizada foi feita calculando a média aritmética de pontos consecutivos do conjunto de dados. Na Figura 6, em cada ponto foi calculada a média aritmética dos valores de temperatura em 5 pontos, sendo 2 pontos anteriores, 2 posteriores e o ponto considerado. Nota-se que as curvas são bem suavizadas com relação a Figura 4 e que são muito bem correlacionadas. Este tipo de filtragem simples foi preferido em lugar de outros procedimentos de filtragem mais sofisticados, os quais, geralmente, utilizam a transformada rápida de Fourier (FFT) para passar os dados ao domínio de frequência e assim cortar as frequências mais altas.

Após a filtragem dos dados, foi medido o grau de correlação entre as duas curvas da Figura 6. O grau de correlação é determinado pela função de correlação, $R_{X_1X_2}$, definida a seguir:

$$R_{X_1X_2} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} X_1(t)X_2(t+\tau)dt \quad (10)$$

onde X_1 e X_2 são as componentes de flutuação dos dados (isto é, $X = x - \bar{x}$, o valor médio subtraído do sinal original) e t_i é o tempo de amostragem. Como os dados são coletados em um tempo finito, a função de correlação é normalizada para eliminar o efeito de variações de amplitudes dos registros de temperatura. Segundo Motevalli et al. (1992), estas variações são devidas à difusão de energia que ocorre enquanto os vórtices viajam de um sensor ao outro. A função de correlação normalizada é chamada de coeficiente de correlação, $\rho_{X_1X_2}$, e pode ser escrita na seguinte forma numérica:

$$\rho_{X_1X_2} = \frac{R_{X_1X_2}}{\left[\frac{1}{N-m} \sum_{n=1}^{N-m} X_1^2(n) \right]^{1/2} \left[\frac{1}{N-m} \sum_{n=1}^{N-m} X_2^2(n) \right]^{1/2}} \quad (11)$$

onde

$$R_{X_1X_2}(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=1}^{N-m} X_1(n)X_2(n+m) \quad (12)$$

e N é o número total de pontos de dados. O número inteiro m corresponde ao número de pontos em que um registro é defasado em relação ao outro, ou seja, m está relacionado à diferença de fase entre as duas curvas de temperatura. O coeficiente de correlação varia entre 0 e 1, correspondendo a 0 e 100 por cento de correlação, respectivamente. O valor de m a priori não é conhecido, mas fazendo m variar de um certo valor negativo até o oposto positivo, obtém-se um máximo coeficiente de correlação. Para as curvas da Figura 6, o coeficiente de máxima correlação foi $\rho_{X_1X_2} = 0,96$, correspondendo a $m = 2$.

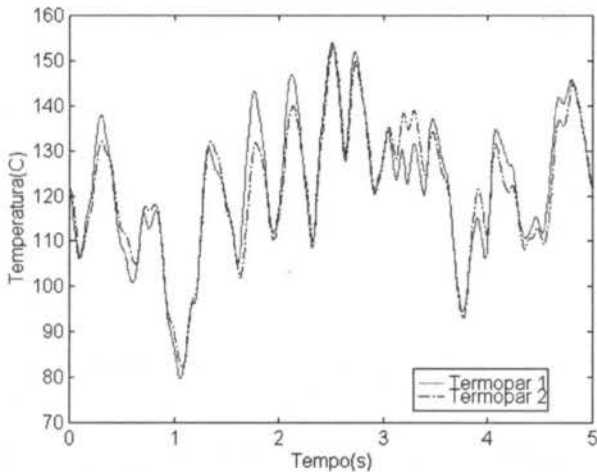


Figura 6 – Temperaturas de 2 termopares iguais após filtragem

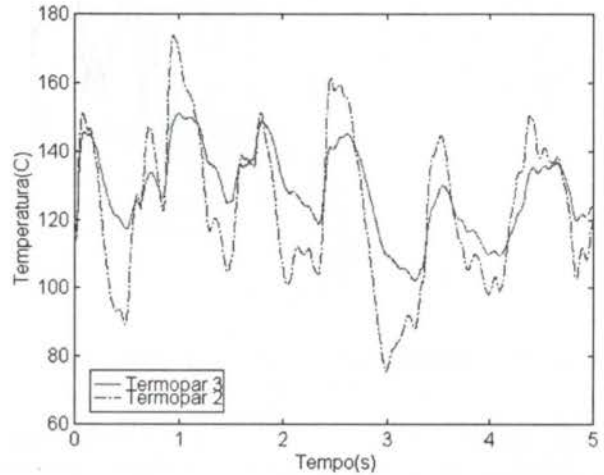
A taxa de amostragem dos registros de temperaturas na Figura 4 ou 6 foi de 0,005 segundos. Multiplicando o valor de m por esta taxa de amostragem obtém-se 0,01 seg., o tempo de defasagem entre as duas curvas. Pode-se dizer que este é o tempo médio que um vórtice leva para ir de um termopar ao outro a jusante no escoamento. A distância entre os dois termopares no caso acima foi de 7 mm, aproximadamente. Então a velocidade média aproximada do escoamento dos gases da combustão ficou em torno de 0,7 m/s.

Seguindo o procedimento descrito pelo método de compensação, os registros de temperatura dos dois primeiros termopares T_1 e T_2 (da Figura 6) foram utilizados apenas para determinar as constantes a e b da Equação (8). Com as constantes a e b calculadas pode-se determinar, em qualquer tempo, a temperatura de um termopar em função do outro através da Equação (8).

Os resultados de novos registros de temperatura com termopares de diâmetros diferentes estão mostrados na Figura 7, após os procedimentos de filtragem descrita anteriormente. Na Figura 7, a curva mais atenuada corresponde ao terceiro termopar

que possui um diâmetro duas vezes maior. Os diâmetros neste caso foram, aproximadamente, 70 μm para o segundo termopar e 140 μm para o termopar 3. A curva do termopar 2 foi usada para calcular a temperatura na posição do termopar 3 (na mesma posição do termopar 1) através da Equação (8).

Figura 7 – Temperaturas de termopares de diâmetros diferentes: $D_2 = 70\mu\text{m}$ e $D_3 = 140\mu\text{m}$



As derivadas temporais das temperaturas acima foram calculadas usando o esquema de diferenças centradas, ou seja, a derivada em um ponto é a diferença entre a temperatura no ponto seguinte e a do ponto anterior dividida pelo intervalo de tempo entre esses dois pontos. As constantes utilizadas pelo método, relacionadas com o material do termopar e com o gás, foram baseadas nas temperaturas médias medidas.

Com as constantes acima e as temperaturas dos termopares e suas derivadas, foram calculados os coeficientes A, B e C da Equação (7) e obtida a temperatura do gás compensada. Foi também calculada a temperatura do gás baseada em uma constante de tempo média, a qual serviu como um meio de comparação.

A constante de tempo média, tanto para o primeiro quanto para o terceiro termopar, pode ser obtida da Equação (5), usando a velocidade média ($v = 0,7\text{m/s}$) anteriormente calculada através do coeficiente de correlação. A temperatura do gás baseada nessa constante de tempo média é simplesmente obtida resolvendo a Equação (2). Os resultados estão mostrados na Figura 8, abaixo, além da temperatura do termopar de maior diâmetro. Na Figura 9, a temperatura do gás calculada por meio da constante de tempo média do termopar 1 é comparada com o resultado do método.

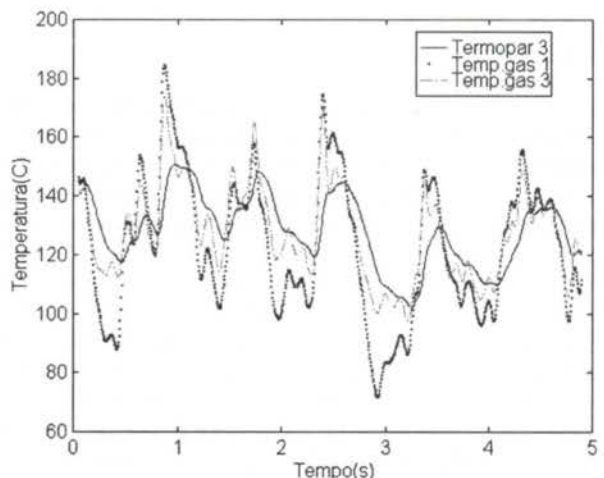


Figura 8 - Temperaturas do gás calculadas com as constantes de tempo médias e temperatura do termopar 3

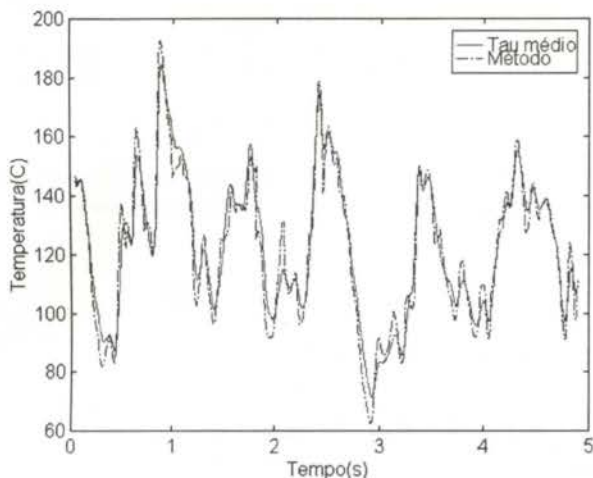


Figura 9 – Temperaturas do gás obtidas pelo método e pelo uso da constante de tempo do termopar 1

Como se verifica, a compensação com a constante de tempo média amplifica os sinais dos termopares e, também, as curvas compensadas apresentam o mesmo comportamento. No entanto, era esperado que as duas curvas compensadas da Figura 8 fossem praticamente coincidentes. Verifica-se que a temperatura corrigida do termopar 3 (de maior diâmetro) ainda apresenta uma atenuação em relação a temperatura do gás correspondente ao primeiro termopar. Provavelmente, isto é devido às incertezas nos diâmetros dos termopares. Os resultados de T_g são muito sensíveis aos diâmetros, os quais não foram ainda medidos com uma boa precisão.

Os resultados apresentados na Figura 9 são os resultados da Equação (7), do método de compensação, e os da temperatura do gás obtida com o uso da constante de tempo média do termopar 1. Os resultados se combinam muito bem e a solução apresentada pelo método de compensação consegue ampliar ainda mais as flutuações de temperatura, como esperado, uma vez que o resultado do método não se baseia em um valor médio para a constante de tempo.

CONCLUSÃO

Este trabalho consistiu em realizar uma compensação digital dos efeitos da inércia térmica de termopares com o objetivo de obter e corrigir as flutuações de temperatura medidas em escoamentos turbulentos de baixa frequência de gases de combustão. A técnica utilizada permitiu também obter a velocidade média do escoamento e uma compensação baseada numa constante de tempo média.

Resumidamente, os dados de temperatura de termopares foram transformados usando filtros digitais, para eliminar ruídos de frequências mais altas, foram correlacionados, com o objetivo de obter a velocidade média do escoamento e uma constante de tempo média, e compensados, para obter as flutuações corretas da temperatura do gases.

Os dois modos de compensação apresentados (o método de compensação e a compensação baseada na constante de tempo média), mostram uma boa concordância e os resultados do método apresentam uma melhor compensação, como era esperado, por não se basear em uma constante de tempo média. Como visto na Figura 9, o resultado do método consegue ampliar ainda as flutuações de temperatura em relação à compensação calculada através da constante de tempo média.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

American Society for Testing and Materials (ASTM), "Manual on the Use of Thermocouples in Temperature Measurements", Philadelphia, PA, 1988.

Boutrif, M.S., Thelliez, M., 1995, "Détermination de la Température d'un Écoulement en Utilisant la Technique Expérimentale de Deux Couples Thermoélectriques – Application à l'écoulement des Gaz d'échappement d'un moteur", *Revue Générale de Thermique*, Vol. 34, n.400-401, pp.263-271.

Chandran, S.B.S. et al., 1985, "Time Resolved Thermometry by Simultaneous Thermocouple and Rayleigh Scattering Measurements in a Turbulent Flame", *Combustion Science and Technology*, Vol. 44, n. 1, pp. 47-60.

Joulain, P., Cottreau, M.J., 1996, "Mesures de Température de Flamme", *Revue Générale de Thermique*, Vol.35, pp.309-323.

Lückerath, R. et al., 1995, "Comparison of Coherent Anti-Stokes Raman-Scattering Thermometry with Thermocouples Measurements and Model Predictions in Both Natural-Gas and Coal-Dust Flames", *Applied Optics*, Vol. 34, n. 18, pp. 3303-3312.

Motevali, V., Marks, C. H. and McCaffrey, B. J., 1992, "Cross-Correlation Velocimetry for Measurement of Velocity and Temperature Profiles in Low-Speed, Turbulent, Nonisothermal Flows", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 114, pp. 331-337.

Paranthoen, P., Lecordier, J.C., 1996, "Mesures de Température dans les Écoulements Turbulents", *Revue Générale de Thermique*, Vol.35, pp.283-308.

Park, S.J., Ro, S.T., 1996, "A New Method for Measuring Time Constants of a Thermocouple Wire in Varying Flow States", *Experiments in Fluids*, Vol. 21, pp. 380-386.

Reis, A.M., Yanagihara, J.I., Travelho, J.S., 1996, "Utilização de Termopares para Medição de Velocidade e Temperatura em Escoamentos Turbulentos", *Proc. 6th Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences – ENCIT 96*, Florianópolis-SC, Vol. 2, pp. 1091-1096.

Son, S.F., Queiroz, M., and Wood, C.G., 1989, "Compensation of Thermocouples for Thermal Inertia Effects Using a Digital Deconvolution", *ASME National Heat Transfer Conference*, HTD-106; Philadelphia, 1989, pp. 423-429.

Tagawa, M., Ohta, Y., 1997, "Two Thermocouple Probe for Fluctuating Temperature Measurement in Combustion – Rational Estimation of Mean and Fluctuating Time Constants", *Combustion and Flame*, Vol. 109, pp. 549-560.

Yoshida, A., Kubozuka, S., and Nakamura, S., 1989, "Compensation of Thermocouple Signals by Digital FIR Filters for Temperature Measurement in Turbulent Premixed Flames", *Combustion Science and Technology*, Vol. 65, n. 4, pp. 317-331.

ABSTRACT

This paper reports the utilization of a new experimental technique that is based on thermocouples to measure the temperature fluctuations in combustion gases. This technique consists in performing a digital compensation of the thermocouples thermal inertia effects. Comparing the differential equations of two thermocouples, introduced in the gas flow, it is obtained a simple algebraic equation for the gas temperature in which the coefficients are dependent only of thermocouple temperatures and constant properties. The gas temperature calculated is compared to the temperature obtained using an average time constant for the sensor and the results show a larger amplification of the temperature fluctuations.

AVALIAÇÃO DE MÉTODOS DE MEDIÇÃO DA RADIAÇÃO SOLAR DIFUSA

Reinaldo Prandini Ricieri; João Francisco Escobedo; Valéria de Almeida Frisina

Departamento de Ciências Ambientais
 Faculdade de Ciências Agronômicas, UNESP
 18603-970 - , Botucatu - SP - Brasil

RESUMO

No trabalho são descritos os resultados da avaliação de métodos de medição da radiação solar difusa, disco e anel de sombreamento em relação ao método de obtenção por diferença entre as radiações global e direta projetada num plano horizontal. O método do disco mostrou ser dependente da anisotropia da radiação difusa, apresentando um desvio relativo médio da ordem de 7,1%, com percentuais em função do tipo de cobertura do céu de 11,56% para os dias de céu aberto; 4,8% para dias parcialmente nublados e 2,43% para dias nublados. O método do anel de sombreamento mostrou também ser dependente da cobertura do céu apresentando um desvio relativo médio de 8,0% com parcelas de 8,99% para dias de céu aberto; 7,70% para parcialmente nublado e 2,5% para nublados.

1. INTRODUÇÃO

O conhecimento do comportamento da radiação difusa é de grande importância para áreas das ciências térmica e agrária, visto que permitem a elaboração de projetos otimizados quanto ao aproveitamento da energia solar em edifícios e casas de vegetação que estão diretamente interligados as propriedades física e fisiológica de culturas. A dificuldade existente atualmente na caracterização desta componente solar, encontra-se no custo elevado dos radiômetros solares envolvidos nos métodos de medida: direto (disco) ou indireto (diferença entre a radiação global e direta projetada na horizontal), que necessitam de dispositivos para acompanhar o movimento relativo do sol, que normalmente requerem manutenção e ajustes permanentes.

Uma técnica simples e de baixo custo, amplamente aceita mas questionada, é o método de sombreamento por anel. Neste, o anel obstrui a radiação direta sobre um piranômetro posicionado na área sombreada, permitindo apenas a detecção da radiação difusa. A desvantagem deste método em relação aos demais é que o anel além da direta, também intercepta uma parcela da radiação difusa, obrigando a utilização de fatores de correção que dependem do local (latitude), época (declinação solar) e parâmetros geométricos do anel (largura e diâmetro) quando a radiação difusa é considerada isotrópica. Muitos pesquisadores: ROBINSON e STOCH (1960, 1964), DRUMMOND (1956), MELO (1994), LE BARON et al (1980), BUREK et al (1988), INEICHEN (1982, 1983), STEVEN e UNSWORTH (1980), RAWLINS e READINGS (1986), SIREN (1987), KUDISH e IANCIZ (1993), BATTLES (1995) têm procurado o desenvolvimento de modelos teóricos ou numéricos que executem a correção, porém, os resultados da literatura mostram que a diferença das medições da radiação difusa dos métodos de sombreamento ainda é elevada, mesmo quando os métodos consideram outros fatores tais como condições de cobertura do céu, ângulo zenital, turbidez, entre outros. O objetivo do trabalho foi quantificar os métodos do disco e anel

na medida da radiação difusa para a latitude sul, visando uma proposta de correção numérica para os métodos de sombreamento do disco e anel.

2. MATERIAL E MÉTODOS

O experimento foi realizado na ESTAÇÃO DE RADIOMETRIA SOLAR DA UNESP de Botucatu (latitude 22°54' Sul, longitude 48°27' Oeste, altitude 786m), junto ao departamento de Ciências Ambientais na FCA, no período de 1 de junho de 1996 à 30 de março de 1998.

A densidade de fluxo difusa (I_d) foi monitorada por três métodos: diferença, disco e anel de sombreamento (Figura 1).

1- Método da diferença: a densidade de fluxo difusa (I_d) foi obtida pela diferença entre as densidades de fluxo global (I_G) e direta de incidência normal (I_D) projetada na horizontal, através da equação:

$$I_d = I_G - I_D \cos Z \quad (1)$$

onde Z é o ângulo zenital.

Na medida da densidade de fluxo global (I_G), foi utilizado um piranômetro EPPLEY PSP, com fator de calibração igual a 8,13 $\mu\text{V}/\text{Wm}^{-2}$, posicionado no plano horizontal.

Na medida da densidade de fluxo direta na incidência normal (I_{DN}), foi utilizado um pireliômetro EPPLEY-NIP, com fator de calibração igual a 7,73 $\mu\text{V}/\text{Wm}^{-2}$, acoplado a um rastreador solar EPPLEY modelo ST-3, instalado na direção norte-sul geográfica e ajustado na latitude local. Como o rastreador solar ST-3 possui apenas um grau de liberdade automatizado (sentido leste/oeste), no decorrer do experimento, antes das 7 horas de cada dia, regulava-se o posicionamento angular do instrumento para compensar a

declinação solar no rastreador, a fim de se manter a incidência normal da radiação direta no sensor do pireliômetro.

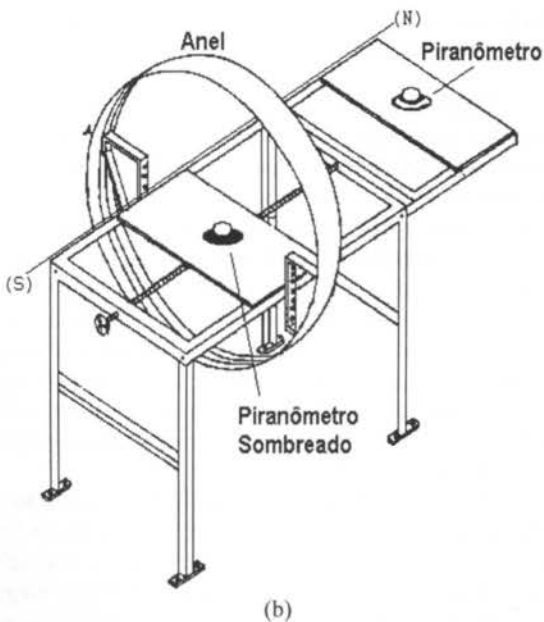
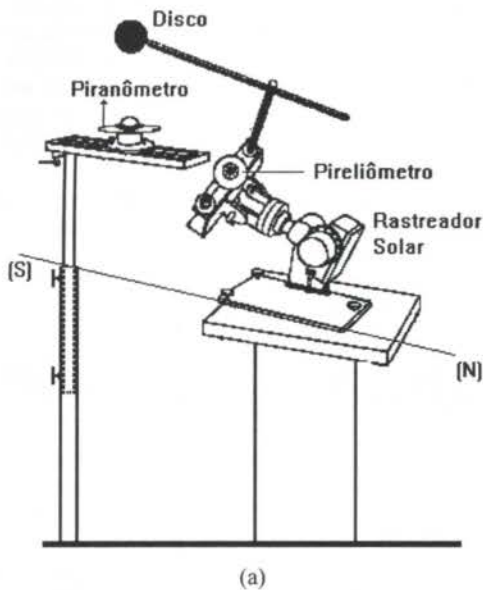


Figura 1. (a) Esquema do pireliômetro e instalação do disco de sombreamento no rastreador solar; (b) plataforma do piranômetro sombreado pelo anel e piranômetro.

2- Método direto com uso de disco: a densidade de fluxo foi obtida através de um piranômetro EPPLEY (black/white), com fator de calibração de $9,05\mu\text{V}/\text{Wm}^{-2}$, sombreado por um pequeno disco de alumínio, acoplado ao

rastreador solar, com dimensão de 2mm de espessura por 8cm de diâmetro, numa distância de 40cm do sensor.

3- Método direto com uso de anel fixo: a densidade de fluxo difusa foi medida através de um anel de sombreamento com diâmetro externo de 80 cm por 10 cm de largura, alinhado na direção leste-oeste e inclinado no sentido norte, com um ângulo igual a latitude local ($\phi = 22^\circ 54'$). O sensor posicionado no eixo horizontal foi um piranômetro EPPLEY-PSP, com fator de calibração igual a $8,17\mu\text{V}/\text{Wm}^{-2}$. Para manter o posicionamento do piranômetro no centro das respectivas faixas de sombra, a cada dia o piranômetro sobre a base móvel era deslocado com finalidade de compensar a variação diária da declinação solar.

Para correção da radiação difusa, utilizou-se o fator FCD de Drummond (1956):

$$\text{FCD} = \left[1 - \frac{2L}{\pi R} \cos^3 \delta (t_0 \sin \phi \cdot \sin \delta + \cos \phi \cdot \cos \delta \cdot \sin t_0) \right]^{-1}$$

onde: R = raio do anel (cm); δ = declinação solar (rad); ϕ = latitude local (rad); L = largura do anel (cm); t_0 = ângulo horário no pôr do sol (rad).

Foi utilizado um sistema de aquisição de dados "micrologger" da CAMPBELL SCIENTIFIC-INC modelo 21X, com uma placa multiplexadora AM 416 de 32 canais, programado para realizar uma leitura por segundo de cada canal e armazenar a média aritmética de cinco minutos. O sistema de aquisição de dados ficava ligado 24 horas por dia e no início de cada dia as médias eram transferidas para um microcomputador com auxílio de uma interface SC232, na forma de arquivo, com estrutura física de 35 colunas: código de registro, dia juliano, hora e sinais em mV dos 32 canais. A separação das sete colunas (hora, sinais dos sensores e dia juliano) relacionadas ao experimento, no intervalo das 8 às 17 horas, foi efetuada, a cada dia, com auxílio de um programa computacional específico (SPLIT). Um programa no "MICROSOFT ORIGIN", elaborado especificamente para processar os dados, permitiu dividir as colunas de sinais em mV pela respectiva constante de calibração de cada radiômetro, transformando-as em W/m^2 (irradiância), fazer multiplicações das colunas de irradiância difusa obtidas com o uso de anel por fator de correção, construções de gráficos, valores de irradiação (MJ/m^2), cálculo estatístico e outros.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1. Níveis médios mensal da irradiação difusa

A Figura (2) mostra os níveis médios mensal das irradiações difusa obtidas pelo método da diferença, disco e anel de sombreamento, em Botucatu. Os níveis da irradiação difusa, independente do método de medida, mostraram ser dependentes das condições climáticas e local. Quando o sol declinou no hemisfério norte, tanto no sentido do equinócio de outono (março) para o solstício de inverno (junho) como no solstício de inverno para o equinócio de primavera (setembro), ou seja,

quando a declinação solar é positiva, a cobertura do céu em Botucatu é caracterizada por elevados índices de horas de brilho solar e, portanto, baixo nível de irradiação difusa.

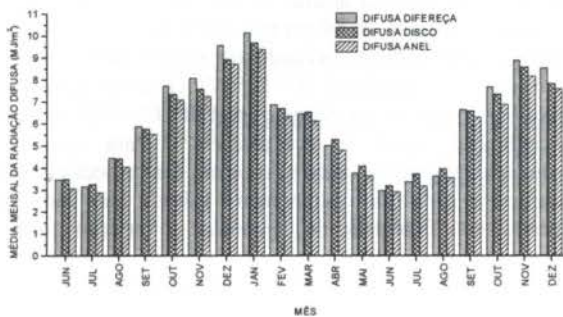


Figura 2. Médias mensais das irradiações difusas medidas pelos métodos da diferença, disco e anel de sombreamento.

Quando o sol declinou no hemisfério sul, tanto no sentido do equinócio de setembro para o solstício de verão (dezembro), como do solstício de verão para o equinócio de março, período caracterizado por elevada nebulosidade, os níveis de irradiação difusa foram elevados. Em termos de variabilidade, tomado o método da diferença como o real, a irradiação difusa apresentou como limites médios: mínimo de 2,08 MJ/m² (Junho de 1997) e máximo de 10,15 MJ/m² (Janeiro de 1997). Em termos percentuais, os valores médios extremos representam 15% e 25% da irradiação que atingiu a superfície atmosférica. No total, a irradiação difusa média foi de 6,13 MJ/m² que representa 19,44% da irradiação do topo da atmosfera.

Os níveis da irradiação difusa obtida pelo método do disco alternou, periodicamente, com a do método da diferença: quando o sol declinou no hemisfério norte, a irradiação difusa obtida pelo método do disco foi maior que a obtida no método da diferença, como pode ser observado ao longo dos meses de abril, maio, junho, julho e agosto, e quando o sol declinou no hemisfério sul, a irradiação difusa obtida pelo método de diferença foi superior à do disco, como mostram os meses de outubro, novembro, dezembro, janeiro e fevereiro. Os meses de março e setembro, por encontrarem-se na interface de mudança da declinação norte/sul, apresentaram inversões nesta sistemática, porém numa ordem de grandeza muito pequena.

A Figura (2) mostra que o método do anel de sombreamento subestima a medida da irradiação difusa em relação aos outros métodos, independente da época.

3.2. Distribuição do desvio relativo diário

Considerando a irradiação difusa obtida pelo método da diferença como referência, os desvios das irradiações difusas medidas pelos métodos do anel e disco, foram calculados através da expressão:

$$\delta(\%) = \{[(R_d)_{ref} - (R_d)_{med}] / (R_d)_{ref}\} \times 100 \quad (2)$$

Como o objetivo foi avaliar os desvios percentuais dos dois métodos, disco e anel, em relação ao método da diferença, nesta análise é importante considerar que a irradiação difusa de referência, obtida através da diferença da irradiação global e direta projetada na horizontal, não é absoluta, mas sim relativa, pois são medidas por instrumentos de detecção solar secundários, estando assim sujeitos a erros inerentes aos dois detectores (pireliômetro e piranômetro). O mesmo aconteceu com os piranômetros que mediram a radiação difusa nas sombras do anel e disco.

A Figura (3) mostra a distribuição dos desvios diários, calculados através da equação (2), entre as irradiações difusa de referência e disco, em MJ/m² dia.

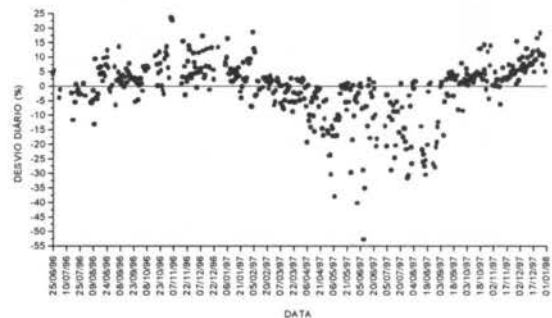


Figura 3. Desvio relativo entre as medições da irradiação difusa através dos métodos da diferença e disco.

Como já foi discutido anteriormente, quando o sol declinou no hemisfério sul, a irradiação difusa obtida pelo método de referência foi maior que a irradiação difusa do disco e, portanto, o desvio é positivo. Quando o sol declinou no hemisfério norte, a irradiação difusa do disco foi maior que a irradiação de referência, tornando o desvio negativo. A ordem de grandeza dos desvios indica o nível da dependência da declinação solar e cobertura do céu. Quando o sol declinou no hemisfério norte, o método do disco superestimou a irradiação difusa do método de referência em até 25% e quando o sol declinou no hemisfério sul, o método do disco subestimou o método referência em uma dispersão bastante ampla, atingindo valor extremo de 55%.

A Figura (4) mostra a curva de distribuição de frequência de desvio relativo entre os métodos. Apesar do largo intervalo de variação do desvio relativo entre as irradiações difusas, a distribuição se aproxima de uma distribuição normal, ligeiramente deslocada no sentido positivo, comprovando que, no total, o método do disco subestima a medida da irradiação difusa. Percentualmente, em 51,33% dos dias, os desvios relativos estiveram entre -5,0% e 5,0%, nos intervalos de -5,0 à 10,0% e 5,0 à 10%; em 25% dos dias, entre os desvios -10,0% à -15% e 10% à 15%; 12,53% dos dias; desvios de -15 à -20% e 15% à 20%; em 4,71% dos dias e, assim por diante. O desvio relativo médio sob todas as observações, situou-se na faixa de $\pm 7,1\%$. Numericamente, a diferença média de 7,1% entre os dois métodos de medida da densidade de fluxo difusa foi considerada

elevada, visto que ambos são considerados os mais precisos. A fonte de erro mais provável que contribuiu para não concordância entre os mesmos foi a anisotropia da radiação difusa, que é diferente em função da cobertura do céu.

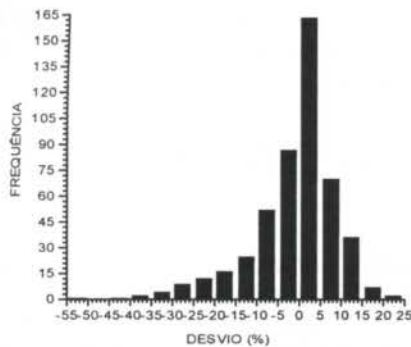


Figura 4. Distribuição de frequência dos desvios relativos da irradiação difusa entre os métodos da diferença e disco.

Representando graficamente as irradiações global, direta e difusa, utilizadas no método da diferença é possível estabelecer condições distintas de cobertura do céu através do índice de claridade K_t (razão entre as radiações global e topo da atmosfera).

Figura 5. Distribuição das irradiações global, difusa e direta na incidência em função do índice de claridade (K_t).

Na Figura (5), onde estão representadas as três irradiações simultaneamente, pode-se distinguir que: para K_t entre 0 e 0,3, as irradiações global e difusa são praticamente iguais e a irradiação direta é próxima de zero, situação que classifica a cobertura do céu como nebuloso; para K_t entre 0,3 e 0,65, temos a situação de alternância entre as irradiações difusa e direta, mantendo a global constante pontualmente; de 0,3 à 0,45 a irradiação difusa é maior que a direta; de 0,45 à 0,6 ambas são da mesma ordem de grandeza e acima de 0,6 até 0,65 a irradiação direta é superior a irradiação difusa. Estas condições estabelecem para a cobertura de céu parcialmente nublado. Para K_t acima de 0,65, a irradiação direta tende a se aproximar da irradiação global, enquanto a irradiação difusa tende a um mínimo, o que classifica a cobertura do céu como isento de nuvens. Com base nesta classificação de cobertura do céu, selecionou-se, dos 487 dias, em função de K_t e efetuou-se novos

cálculos dos desvios relativos para cada situação de cobertura do céu: nebuloso, parcialmente nublado e limpo, cujos resultados estão apresentados na Tabela (1):

Nota-se, através dos percentuais, que o método de medição da irradiação difusa pelo disco apresenta dificuldades de medição na condição de cobertura do céu sem nuvens, razoável para dias parcialmente nublados e regular para bom nas condições de elevada nebulosidade.

Tabela 1. Desvios relativos da irradiação difusa entre os métodos da diferença e disco, em função da cobertura do céu.

Desvio	Cobertura do céu		
	nebuloso	parcialmente nublado	limpo
δ (%)	2,43	4,77	11,56

A ordem de grandeza dos desvios relativos acompanha, na sequência, as condições de anisotropia da radiação difusa: para céu limpo, onde a anisotropia desta componente é mais acentuada, o desvio de 11,56% é maior; para dias de céu parcialmente nublado, onde pode-se ter as condições isotrópica e anisotrópica alternadas, dependendo da cobertura do céu ao longo do dia, o desvio é intermediário apresentando um valor de 4,8%; e para dias de céu nublado, onde a radiação difusa é praticamente isotrópica tem-se o menor desvio (2,5%).

Outra fonte de erro possível que pode ter contribuído pela não concordância entre os dois métodos são os fatores de calibração dos instrumentos EPPLEY utilizados que, apesar de serem de 1ª classe e de pouco uso, podem não serem os mesmos fatores de calibração dos certificados de fabricação. A falta de um detector primário não permitiu uma aferição dos piranômetros e pireliômetros utilizados neste estudo.

A Figura (6) mostra a distribuição dos desvios relativos diários entre as irradiações difusa obtidas pelos métodos da diferença e do anel. Contrariamente ao método do disco, o método do anel não apresentou simetria à linha do zero do desvio em relação ao método da diferença.

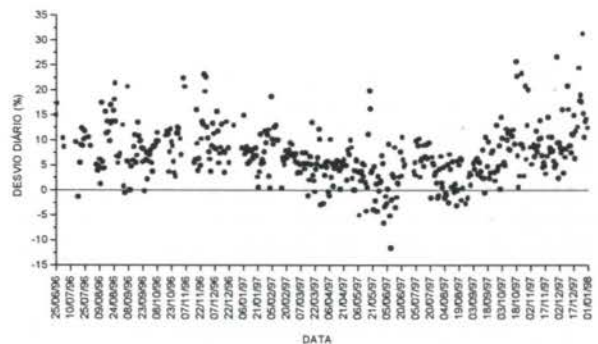


Figura 6. Desvio relativo entre as medições da irradiação difusa através dos métodos da diferença e anel.

A grande maioria dos pontos estão posicionados na faixa superior, com valores positivos, ou seja, a irradiação difusa obtida pelo método da diferença, quase na totalidade, foi superior ao do anel. Em outras palavras, o método do anel, utilizando o fator de correção apresentado por Drummond, subestima os valores da irradiação difusa.

A curva de frequência dos desvios apresentados na Figura (7) mostra que a distribuição dos desvios relativos entre os métodos não é simétrica, apresentando 92% dos dias acima do desvio de referência zero, enquanto 8% se apresentou abaixo. Numa escala de desvios, 158 dias, que corresponde a 32,44%, estiveram na faixa de $\pm 5,0\%$; 203 dias, que corresponde a 41,68%, estiveram entre $\pm 5,0\%$ e $\pm 10,0\%$; 87 dias, que corresponde a 17,86%, estiveram entre $\pm 10,0\%$ e $\pm 15,0\%$; e 39 dias, correspondentes a 7,99%, acima dos desvios de 15,0%. O desvio relativo médio sobre todas as observações situou-se aproximadamente em 7,6%.

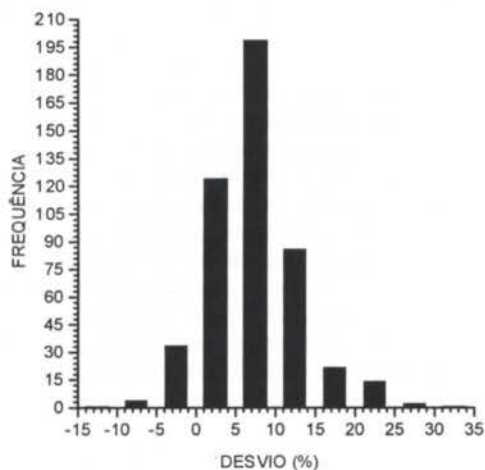


Figura 7. Distribuição de frequência dos desvios relativos da irradiação difusa entre os métodos da diferença e anel.

A causa da dispersão dos desvios relativos não simétrica à irradiação difusa de referência pode ser atribuída a dois fatores: o primeiro é inerente à natureza característica da radiação difusa de anisotropia, que é dependente da cobertura do céu, e o segundo é o fator de correção, que é dependente apenas da geometria do anel (diâmetro e largura) e do local (latitude e declinação solar), e não inclui nenhum termo dependente da cobertura do céu como, por exemplo, razão de insolação ou índice de claridade.

Em relação a anisotropia, cálculos realizados para as três coberturas de céu, similares aos efetuados anteriormente, mostram diferenças acentuadas nas condições de dias nebulosos em relação a dias parcialmente nublado e limpo. A Tabela (2) mostra os resultados dos desvios relativos.

A exemplo do método do disco, os dias de céu aberto são os maiores responsáveis pela elevação do desvio relativo médio, na concordância entre o método do anel e o da referência, com uma parcela próxima de 9,0%; os dias de céu

parcialmente nublado contribuíram com valor de 7,7%, portanto, superior à contribuição do método do disco; os dias nebulosos, com 2,44%, apresentam desvios similares ao método do disco.

Tabela 2. Desvios relativos da irradiação difusa entre os métodos da diferença e anel, em função da cobertura do céu.

Desvio	Cobertura do céu		
	nebuloso	parcialmente nublado	limpo
δ (%)	2,44	7,70	8,99

Quanto à aplicação do fator de correção proposto por Drummond (1956), variando entre 18% para dias próximos dos equinócios e 8,0% para dias próximos do solstício de inverno, conforme mostra a Figura (8), não atingindo os níveis da irradiação difusa obtida pelo método de referência, mostra que o mesmo necessita ser reformulado, não só quanto aos parâmetros geométricos, mas também incluindo um fator de anisotropia da radiação difusa. O próprio Drummond (1956) já havia sugerido o aumento de 7% no fator de correção para dias de céu aberto, 5% para dias parcialmente nublado e 3% para nublados.

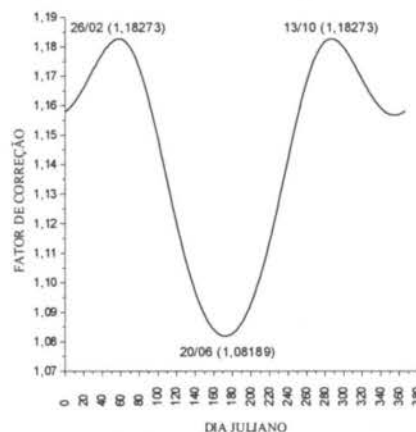


Figura 8. Comportamento do fator de correção isotrópico de Drummond no decorrer do ano.

A Figura (9) mostra a distribuição dos desvios relativos diários calculados através da equação (1) entre as irradiações difusa, obtidas pelos métodos do disco e anel, tomando como referência o método do disco.

Em função da dependência da irradiação difusa obtida pelo método do disco da declinação solar (Figura 3) e o mesmo não ocorrendo através do método do anel, a concordância entre os mesmos variou em elevada amplitude, de -5,0% até 30,0%, onde a maior densidade dos desvios relativos situaram-se acima da linha zero de referência. Graficamente, é possível se verificar que os desvios relativos mais elevados ocorreram quando o sol declinou no hemisfério norte, período característico de cobertura de céu sem nuvens e desvios relativos menores, no período quando o sol declinou no hemisfério sul, período com cobertura do céu parcialmente nublado e nublado.

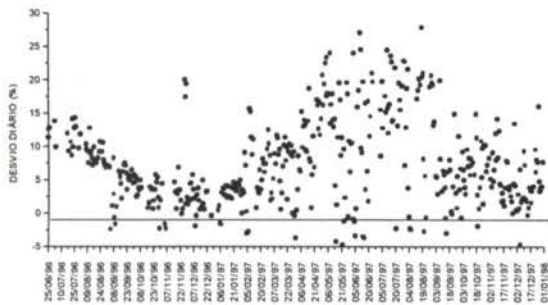


Figura 9. Distribuição dos desvios relativos da irradiação difusa entre os métodos do disco e anel.

Na média geral, o desvio relativo entre os dois métodos foi da ordem de 8,0%, resultado esse superior aos citados na literatura, como mostram os trabalhos de: Ineichen et al. (1983), que obtiveram 5,0% e Rawlins & Readings (1986), que obtiveram 6,5%, em média, sobre estações de inverno e verão.

4. CONCLUSÕES

O método de medida de irradiação difusa através do disco, em relação ao método referência, mostrou ser altamente dependente da anisotropia da radiação difusa, apresentando um desvio relativo médio da ordem de 7,1%. Considerando o tipo de cobertura do céu, os percentuais foram de 11,56% para dias de céu aberto; 4,8% para dias parcialmente nublados e 2,43% para dias nublados; Os desvios relativos obtidos com o método do disco, em relação ao método da diferença, apresentou uma distribuição não simétrica em relação à época do ano, de até 25% quando o sol declina no hemisfério sul e 55% no hemisfério norte; A distribuição de frequência dos desvios relativos da irradiação difusa, entre os métodos do disco e da diferença, mostrou que 51,33% dos dias estiveram abaixo de $\pm 5\%$; 25% dos dias entre $\pm 5\%$ e 10% ; 12,58% dos dias entre $\pm 10\%$ e 15% e 4,71% dos dias entre $\pm 15\%$ e 20% ; O método de medida da irradiação difusa através do anel, utilizando o fator de correção de Drummond, comparado ao método diferença, subestima a medida da irradiação difusa em aproximadamente 8%; O método do anel mostrou ser também dependente da natureza anisotrópica da radiação difusa, apresentando desvios relativos maiores para dias de céu aberto com média de 8,99%, 7,70% para dias parcialmente nublado e 2,44% para dias nublados.

Apoio Financeiro: FAPESP (97/02475-1), CNPq (302624-0)

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BATLLES, F.J., OLMO, F.J., ALADOS, A.L. On shadowband correction methods for diffuse irradiance measurements. *Solar Energy*, v.54, p.105-114, 1995.
- BUREK, S.A.M., NORTON, B., PROBERT, S.D. Analytical and experimental methods for shadow-band correction factors for solarimeters on inclined planes under isotropically diffuse and overcast skies. *Solar Energy*, v.40, p.151-160, 1988.
- DRUMMOND, A.J. On measurement of sky radiation. *Arch. Met. Geophys Bioclimatol*, v.7, p.413-35, 1956.
- INEICHEN, P., GREMAUD, J.M. & GUIBAN. O. Study of the corrective factor involved when measuring the diffuse solar radiation by use of the ring method. *Solar Energy*, v.31, p.113-117, 1983.
- KUDISH, A.I., IANETZ, A. Analysis of diffuse radiation data for Beer Sheva: measured (shadow ring) versus calculated (global-horizontal beam) values. *Solar Energy*, v.51, p.495-503, 1993.
- LEBARON, B.A., PETERSON, W.A. & DIRMHORN I. Correlations for diffuse irradiance measured with shadowbands. *Solar Energy*, v.25, p.1-17, 1980.
- MELO, J.M.D. *Desenvolvimento de um sistema para medir simultaneamente radiações global, difusa e direta*. Botucatu, 1994. 130p. Tese (Doutorado em Energia na Agricultura) - Faculdade de Ciências Agrônômicas, Universidade Estadual Paulista.
- RAWLINS, F., READINGS, C.J. The shade ring corrections for measurements of diffuse irradiance under clear skies. *Solar Energy*, v.37, p.407-416, 1986.
- ROBINSON, N., STOCH, L. Sky radiation measurement and corrections. *Journal of applied meteorology*, v.3, p.179-81, 1964.
- SIRÉN, K.E. The shadow band correction for diffuse irradiation based on a two - componente sky radiance model. *Solar Energy*, v.39, p.433-8, 1987.
- STEVEN, M.D., UNSWORTH. M.H. Shade-rig corrections for pyranometer measurements of diffuse solar radiation from cloudless skies. *Quart. J. R. Met. Soc.* v.106, p.865-872, 1980.

ABSTRACT

The evaluation results from measuring methods of the diffuse solar radiation, disc and shadow ring are described compared to the method by difference between the global radiation and the direct radiation projected in a horizontal plane. The disc method is dependent on the diffuse radiation anisotropy, with an average relative deviation around 7.1%, with percentages according to the sky cover; 11.56% for open sky days; 4.8% for parthy cloudy days and 2.43% for cloudy days. The shadow ring method is also sky cover dependent with an average relative deviation 8.0% ranging from 8.99% for open sky days; 7.70% for parthy cloudy and 2.5% for cloudy days.

ANÁLISE DE ERRO NO PROCESSO DE CALIBRAÇÃO DE TRANSDUTORES DE FLUXO DE CALOR

Saulo Güths, Rodrigo Hoffmann Domingos e Rodrigo Pérsico de Oliveira
 Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas de Materiais (LMPT)
 Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Santa Catarina
 CxP 476 CEP 88049-000 Florianópolis - SC

RESUMO

O desempenho de transdutores de fluxo de calor está diretamente relacionado com as incertezas envolvidas no processo de calibração. Nesse trabalho é apresentado uma análise simplificada do processo de calibração (método "a transdutor auxiliar"), mostrando o erro envolvido na determinação da constante de calibração em função de diversos parâmetros. É analisada a influência da temperatura da vizinhança, assim como a influência do coeficiente de troca de calor, da densidade de fluxo, diâmetro dos fios de conexão e área dos sensores. A análise teórica é comparada com alguns resultados experimentais. Indicar-se-á diretrizes a serem adotadas no processo de calibração, em especial o nível de densidade de fluxo de calor dissipado na resistência aquecedora.

INTRODUÇÃO

O posicionamento de um transdutor de fluxo de calor sobre uma superfície perturba o campo de temperatura desse corpo, além de interferir nas trocas convectivas e radiantes. Análises de incertezas na utilização de fluxímetros são correntes na literatura (Clarke e Kingston, 1951; Philip, 1961; De Ponte e Maccato, 1980; Guimarães et al., 1987, Beasley e Figliola, 1981).

Durante o processo de calibração ocorrem fugas de calor pelas superfícies laterais e através dos cabos de conexão em função da diferença de temperatura entre o sistema e a vizinhança. O desempenho dos fluxímetros é fortemente relacionado com os erros envolvidos no processo de calibração. Entretanto há uma escassez de trabalhos referente à análise dos parâmetros envolvidos.

Nesse trabalho, é apresentado uma análise simplificada do processo de calibração (método "a transdutor auxiliar"), mostrando o erro envolvido na determinação da constante de calibração basicamente em função das fugas de calor. A análise teórica é comparada com alguns resultados experimentais.

PRINCÍPIO DO MÉTODO DE CALIBRAÇÃO

O dispositivo de calibração "a transdutor auxiliar" é mostrado na Figura 1. Numa montagem experimental o fluxo de calor que atravessa o fluxímetro a calibrar (q_{cal}) é dado pela seguinte expressão mostrada na Eq. 1.

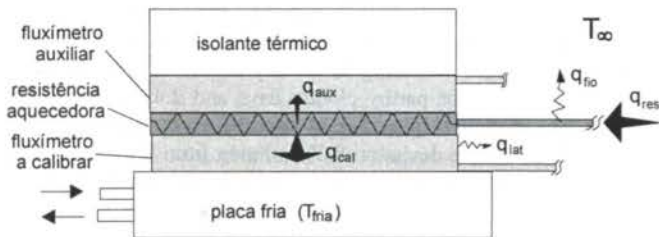


Figura 1 - Dispositivo de calibração "a transdutor auxiliar"

$$q_{cal} = q_{res} - q_{aux} \tag{1}$$

onde q_{res} é o de fluxo de calor gerado pela resistência aquecedora e q_{aux} é o fluxo de calor medido pelo transdutor auxiliar. A constante de calibração (c) de um fluxímetro é, então, expressa por:

$$c = \frac{q_{res} - q_{aux}}{V_{cal}} \tag{2}$$

onde V_{cal} é a tensão medida no sensor a calibrar.

FLUXÍMETRO "A GRADIENTE TANGENCIAL"

Os fluxímetros utilizados nesse trabalho foram do tipo "a gradiente tangencial" descrito por Güths (1994) e Güths et al (1995). Esse transdutor é construído a partir de técnicas de fotogravura, possuindo uma termopilha a eletrodos depositados (cobre/constantan) disposta paralelamente à superfície de medição (Figura 2).

Assimetrias físicas na forma de pinos metálicos provocam diferenças de temperatura sobre a termopilha gerando uma tensão

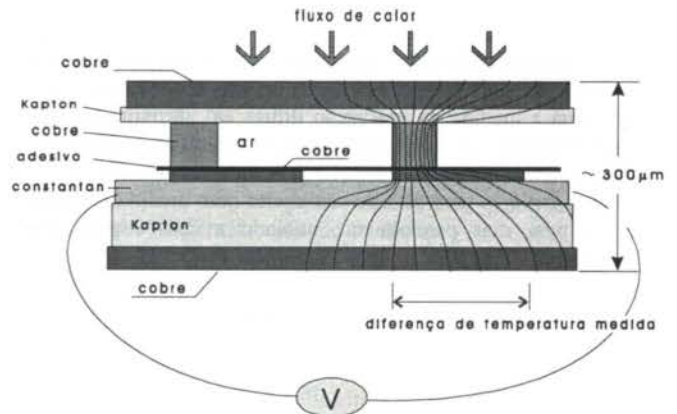


Figura 2 - Corte do transdutor de fluxo de calor a gradiente tangencial

proporcional ao fluxo de calor. A espessura desse sensor é de 300 μm , apresentando uma resistência térmica de aproximadamente $6 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{K/W}$. Esse transdutor possui ainda um termopar (tipo T) na região central.

MODELO TEÓRICO

Esse modelo avaliará basicamente os erros envolvidos no processo de calibração quando a vizinhança estiver a uma temperatura diferente da temperatura do dispositivo. Existirão trocas de calor pelas superfícies laterais dos sensores e pelos cabos de conexão, modificando a constante de calibração c apresentada na Eq. (2). A constante real de calibração c' poderá, então, ser expressa por:

$$c' = \frac{q_{res} - q_{aux} - \sum_{i=1}^n q_{i fio} - q_{lat}}{V_{cal}} \quad (3)$$

onde n é o número de fios, q_{fio} o fluxo de calor trocado por cada fio e q_{lat} o fluxo de calor trocado pelas superfícies laterais dos sensores. O erro percentual da constante de calibração pode ser expresso por:

$$erro (\%) = \frac{\sum_{i=1}^n q_{i fio} + q_{lat}}{q_{res} - q_{aux}} \times 100 \quad (4)$$

Esse modelo, conforme apresentado na Figura 1, avaliará as fugas pelas superfícies laterais (q_{lat}) de forma global, expresso pela Eq. (5)

$$q_{lat} = h_{lat} A_{lat} (T_s - T_{\infty}) \quad (5)$$

onde h_{lat} é o coeficiente de troca de calor da superfície lateral, A_{lat} é a área lateral, T_s é a temperatura na superfície lateral do dispositivo e T_{∞} a temperatura ambiente.

O coeficiente de troca de calor na superfície lateral (h_{lat}) é determinado a partir da relação apresentada por Churchill e Chu (1975), considerando apenas as trocas por convecção natural. As trocas radiantes poderiam ser incluídas, mas nos casos analisados (com baixas diferenças de temperatura) a influência é negligenciável.

O número de Rayleigh é determinado a partir da temperatura média da superfície. Para o caso típico que será analisado o erro gerado por essa hipótese simplificada é insignificante ($< 0.02\%$).

Para o cálculo das perdas pelas conexões (q_{fio}), os fios são considerados como aletas infinitas, com área transversal de seção uniforme (A_c), trocando calor a um coeficiente de troca " h_{fio} " com a vizinhança a T_{∞} , conforme mostrado na Eq. (6).

$$q_{fio} = \sqrt{h_{fio} P k A_c} \cdot (T_b - T_{\infty}) \quad (6)$$

onde P o perímetro, k a condutividade térmica e T_b é a temperatura na base do fio.

Nesse tipo de sensor os terminais encontram-se juntos a uma das superfícies, dispostos conforme mostrado na Figura 1. As perdas pelos fios dos fluxímetros são integradas no próprio sinal de medição, restando apenas as perdas pelos fios da resistência aquecedora.

O coeficiente de troca de calor (h_{fio}) é determinado a partir da relação apresentada por Morgan (1975), considerando apenas as trocas por convecção natural. O número de Rayleigh é determinado a partir da temperatura média da superfície. Para o

caso típico que será analisado, o erro gerado por essa hipótese simplificada é inferior a 0.05%.

Para o cálculo necessita-se, então, das temperaturas da base do fio e da superfície lateral dos sensores. Elas poderiam ser obtidas através do conhecimento das resistências térmicas dos fluxímetros e da resistência aquecedora.

Contudo, com o objetivo de minimizar os erros referentes às resistências de contato, partiu-se para uma experimentação onde determinou-se diretamente a resistência total do dispositivo.

MEDIÇÃO DA RESISTÊNCIA TÈRMICA

O dispositivo de medição da resistência térmica (Figura 3) é idêntico ao dispositivo de calibração mostrado na Figura 1.

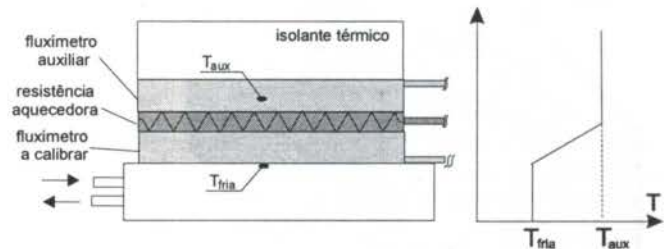


Figura 3 - Dispositivo de medição da resistência térmica e perfil de temperatura

A constante de calibração do transdutor auxiliar é previamente conhecida, permitindo dessa forma a determinação da resistência térmica do sistema através da relação mostrada na Eq. (7), onde a simbologia " \ddot{q} " representa densidade de fluxo de calor.

$$R = \frac{T_{aux} - T_{fria}}{\ddot{q}_{res} - \ddot{q}_{aux}} \quad (7)$$

sendo T_{aux} e T_{fria} as temperaturas medidas no fluxímetro auxiliar e na placa fria, respectivamente. Os valores medidos para diferentes densidades de fluxo são apresentados na Tabela 1, chegando-se assintoticamente a um valor igual a $(2.80 \pm 0.01) \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{K/W}$.

Tabela 1 - Resistência térmica (R) em função da potência dissipada na resistência aquecedora

\ddot{q}_{res} (W/m^2)	\ddot{q}_{aux} (W/m^2)	$T_{aux} - T_{fria}$ (K)	R ($\text{m}^2\text{K/W}$)
169	3.3	0.4	0.00268
400	8.9	1.0	0.00278
674	14.5	1.8	0.00281
1051	22.2	2.8	0.00281
1271	26.7	3.4	0.00280
1514	31.7	4.1	0.00280
1776	36.7	4.8	0.00281

Como o fluxo de calor perdido pelo isolamento é de aproximadamente 2 % do fluxo dissipado na resistência aquecedora, a temperatura do fluxímetro auxiliar pode ser considerada igual à temperatura da resistência aquecedora. A distribuição de temperatura é mostrada esquematicamente na Figura 3.

O modelo teórico englobará os resultados experimentais, podendo as temperatura da base do fio da resistência aquecedora (T_b) e a temperatura da superfície lateral (T_{ala}) serem calculadas em função do fluxo de calor dissipado na resistência aquecedora.

DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

A dispositivo experimental de calibração está representado na Figura 4. Os fluxímetros são do tipo "a gradiente tangencial" descrito por GÜths, 1994, e GÜths et al., 1995, com dimensões de 50 x 50 x 0.3 mm. A resistência aquecedora é do tipo planar, com dimensões de 50 x 50 x 0.15 mm. A resistência de contato entre os sensores é minimizada com a aplicação de pasta com elevada condutividade. O calor gerado pela resistência aquecedora é evacuado por uma placa trocadora de calor em alumínio onde circula água proveniente de um grande reservatório. A variação da temperatura do banho é inferior a 0.1 K dentro de intervalo de 1 hora.

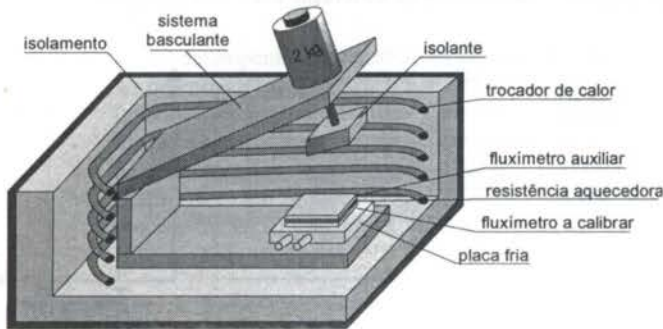


Figura 4 – Representação do dispositivo de calibração

O sistema é mantido sob pressão (0.08 kg/cm^2) com o auxílio de um sistema basculante montado no interior de uma caixa estanque com temperatura controlada. Um trocador de calor em forma de serpentina, alimentado por um banho termostático, garante manter a temperatura com variações inferiores a 0.1 K durante o intervalo de 1 hora.

RESULTADOS

A primeira análise consistiu em avaliar a influência da temperatura da vizinhança (T_∞) no processo de calibração. A Figura 5 mostra uma comparação entre os valores do erro na determinação da constante de calibração obtidos através do modelo teórico comparados a uma variação da constante de calibração obtida experimentalmente em relação à diferença de temperatura entre a placa fria e o ar ambiente.

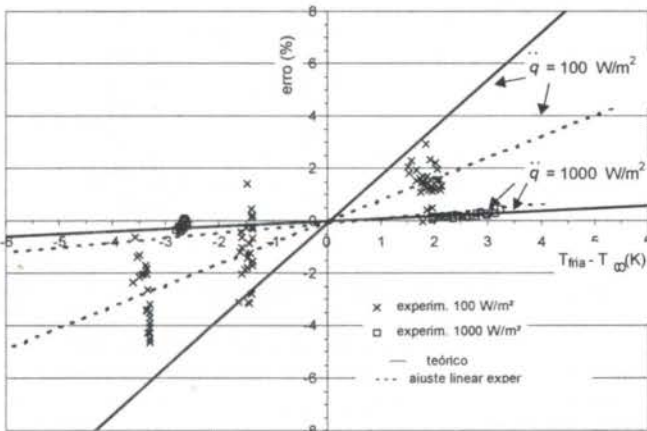


Figura 5 – Erro da constante de calibração em função da diferença de temperatura: comparação entre resultados teóricos e experimentais

As linhas tracejadas representam uma regressão linear dos valores experimentais para cada densidade de fluxo (com coeficiente de correlação em torno de 0.8) e as linhas cheias o resultado da análise teórica realizada a partir dos dados apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Condição padrão para análise teórica

Especificação	Valor
dimensão fluxímetros (mm)	50 x 50 x 0.30
dimensão resist. aquecedora (mm)	50 x 50 x 0.15
diâmetro fios (mm)	0.45
$T_{\text{fria}} - T_\infty$ (K)	3.0

Apesar da dispersão, possivelmente causada pelas pequenas variações da temperatura dos banhos termostáticos, nota-se uma razoável correlação entre os resultados teóricos e experimentais.

Esses resultados indicam claramente a forte influência da temperatura da vizinhança no processo de calibração, especialmente em baixas densidades de fluxo.

Maiores diferenças de temperatura propiciam fugas de calor acentuadas induzindo maiores erros na determinação da constante de calibração. Erros negativos acontecem quando a temperatura ambiente está a uma temperatura superior à temperatura da placa fria e ocorrem ganhos de calor pelas superfícies laterais e fios de conexão.

A Figura 6 mostra resultados da análise teórica indicando a forte influência da densidade de fluxo de calor. Esse resultado vem a ser a mais importante contribuição dessa análise, concordando inclusive com os resultados experimentais apresentados na Figura 5.

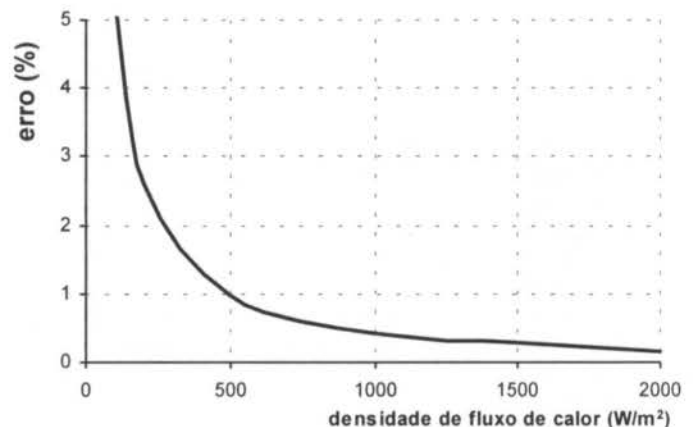


Figura 6 - Erro da constante de calibração em função da densidade de fluxo de calor.

Para o caso analisado (Tabela 2) recomenda-se, então, realizar a calibração com densidades de fluxo superiores a 1000 W/m^2 .

A Figura 7 mostra a influência do diâmetro dos fios de alimentação da resistência aquecedora e dos fluxímetros para diferentes densidades de fluxo.

Fio com diâmetro mais elevado significa maiores perdas, e, portanto, maior erro na determinação da constante de calibração. Fio isolado com material plástico aumenta as fugas de calor, pois o raio crítico para o caso analisado é de aproximadamente 0.5 m.

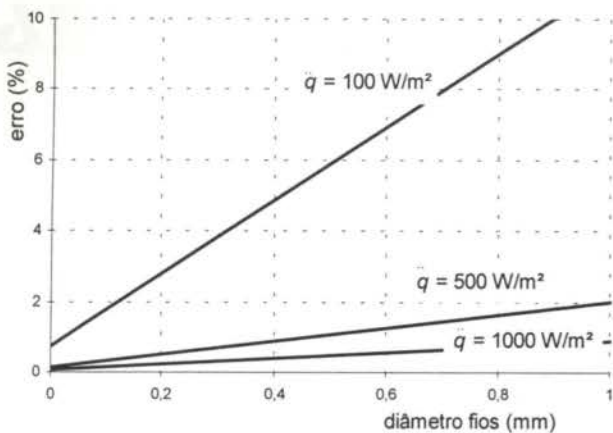


Figura 7 - Erro da constante de calibração em função do diâmetro dos fios

O erro residual quando o diâmetro do fio tende a zero indica a parcela de erro devido às perdas de calor pelas superfícies laterais. Para o caso analisado a perda de calor pelas superfícies laterais representam aproximadamente 28 % das perdas pelos fios de conexão, independentemente da densidade de fluxo de calor dissipado na resistência aquecedora.

Cabe ressaltar que essa análise é restrita à configuração e aos tipos de sensores apresentados. A fuga de calor pelos fios pode ser alterada significativamente, por exemplo pela disposição dos mesmos em contato com a superfície da placa fria.

A Figura 8 mostra o erro da constante de calibração em função da área de medição do fluxímetro para densidades de fluxo de 1000 W/m² e nas condições apresentadas na Tabela 2.

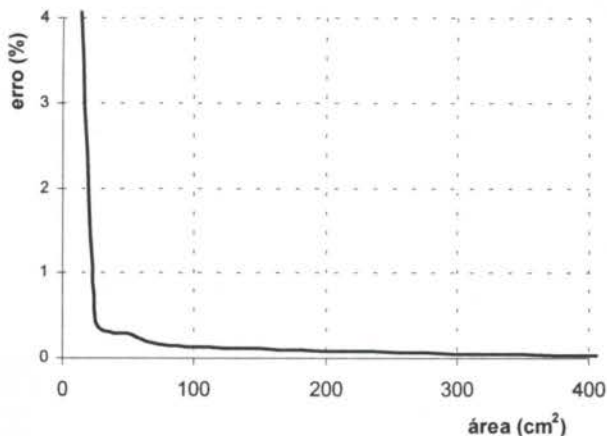


Figura 8 - Erro da constante de calibração em função da área de medição do fluxímetro

Nota-se que fluxímetros com maior superfície apresentam menores erros. Já o erro tende a aumentar com o acréscimo da espessura (para $T_{\infty} < T_{fria}$) devido ao acréscimo da superfície lateral, mas principalmente devido ao acréscimo da temperatura média do dispositivo. Essa característica pode ser observada na Figura 9.

Quando a temperatura ambiente é superior à temperatura da placa fria, o erro passa por um valor nulo em uma dada espessura do fluxímetro. Esse fenômeno é devido ao próprio aquecimento dos sensores, que atingem uma temperatura média próxima à temperatura ambiente, minimizando as trocas de calor.

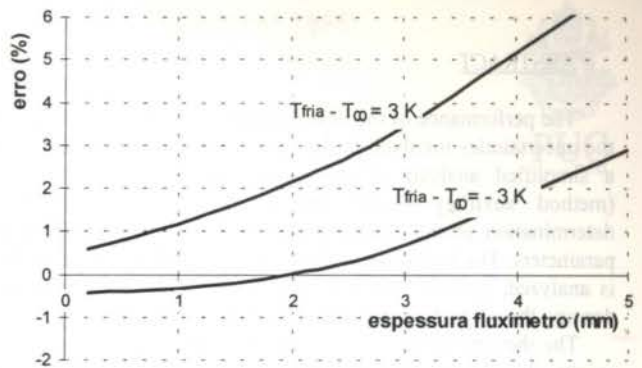


Figura 9 - Erro da constante de calibração em função da espessura do fluxímetro

CONCLUSÃO

A análise teórica do dispositivo de calibração mostrou-se importante na análise qualitativa dos erros envolvidos no processo. Os resultados experimentais confirmaram a tendência do aumento do erro em função da diferença de temperatura entre o dispositivo e a vizinhança. A influência da densidade de fluxo de calor é marcante, apontando claramente a necessidade de realizar a calibração com altas densidades de fluxo.

A perda de calor pelos fios é a parcela mais importante na formação do erro, indicando a necessidade de utilização de fios com pequeno diâmetro. Transdutores com pequenas dimensões superficiais apresentaram maiores erros; conseqüência da fração de fluxo de calor trocado pelos fios tornar-se importante face ao fluxo de calor que atravessa o sensor a calibrar.

REFERÊNCIAS

- Beasley, D. e Figliola, R.S., 1988, "A Generalised Analysis of a Local Heat Flux Probe" *J. of Physics E. Sci. Instrum.*, Vol.21, pp. 316-322.
- Churchill S.W. e Chu, H.H.S., 1975, "Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a Vertical Plate", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 18, p.1323.
- Clarke, L.N. e Kingston S.T., 1951, "Further Investigation of Some Errors in a Dynamic Method for the Determination of Thermal Conductivity and Diffusivity of Insulating Materials" *J. Appl. Sci.*, pp. 235-242.
- De Ponte, F. e Maccato, W., 1980, "The Calibration of Heat Flow Meters" *Thermal Insulation Performance*, ASTM STP 718, pp. 237-254.
- Guimarães, G., Philippi, P. e Neto, B.C., 1987, "Análise dos Erros de Medição em Transdutores de Fluxo de Calor: Aplicação às Edificações", *Anais do XI Congresso Brasileiro em Engenharia Mecânica IX (COBEM)*, Florianópolis, pp. 439-442.
- Güths, S., 1994, "Anémomètre a Effet Peltier et Fluxmètre Thermique: Conception et Réalisation. Application à l'Etude de la Convection Naturelle". Thèse de Doctorat, Université d'Artois, FR.
- Güths, S., Philippi, P.C., Gaviot, E. e Thery, P., 1995, "Um Transdutor de Fluxo de Calor a Gradiente Tangencial. *Anais do XI Congresso Brasileiro em Engenharia Mecânica (COBEM)*, CDROM, Belo Horizonte.
- Morgan, V.T., 1975, "The Overall Convective Heat Transfer from Smooth Circular Cylinders", em Incropera, F.P e Witt D.P., 1992, "Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa" Editora Guanabara Koogan S.A., p.253.
- Philip, J.R., 1961, "The Theory of Heat Flux Meters", *J. of Geophysical Research*, V.66, pp. 571-579.

ABSTRACT

The performance of the heat fluxmeters is directly related with the uncertainties involved in the calibration process. In this work, a simplified analysis of the calibration process is presented (method "auxiliary sensor", showing the error involved in the determination of the calibration constant in function of several parameters. The influence of the temperature of the neighborhood is analyzed, as well the heat transfer coefficient, the heat flow density, the wires diameter and area of the sensor ones.

The theoretical analysis is compared with some experimental results. It will be indicated guidelines to be adopted in the calibration process, especially the level of heat flow density dissipated in the heater.

NON-DESTRUCTIVE THERMAL DETECTION OF DELAMINATION IN CERAMIC TILES

Roberto M. De Andrade¹, Gian Marco Revel², Nicola Paone²

¹Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Minas Gerais
Av Antônio Carlos 6627 - 31.270.901 - Belo Horizonte - Brasil

²Dipartimento di Meccanica - Università di Ancona
Via Breccia Bianche - 60131 - Ancona - Italia

Email: andrade@mehpl.cineca.it - revel@mehpl.cineca.it

SUMMARY

In ceramic tile industry, delamination is an important and difficult problem to detect. Among the different non-destructive measurement methods, optical inspection techniques seem to be particularly suitable for on-line monitoring. In this work, a method based on the acquisition and processing of IR thermal images has been proposed. The performances of the techniques have been evaluated experimentally and the results show that the examined defects in the measured samples have been correctly detected. Testing time and results uncertainty seem to be appropriate for on-line applications.

INTRODUCTION

Ceramic tile is one of the more important and ancient materials to cover floors and walls. The worldwide production and consumption of ceramic tiles has increased considerably over the last years (current production is around 2,500 million m² compared to less than 1,000 million m² in 1985). With regards to ceramic tile production, Italy and Spain are the first and the second producers, covering about 30% and 15% of the world exports respectively [Hernandez, 1995].

The current strategy in the European ceramic sector consists in complex product options and strict quality standard production. The quality and durability of the tile depend, therefore, directly and strongly on various aspects (raw materials used, planning and design of the production line, tile production process, installation and maintenance of the tiled surface).

Ceramic tile process can be schematically seen in Figure 1. The raw materials used for the tile body are a mixture of clay (to provide plasticity), quartz sand (to provide structural strength) and carbonates or feldspars (to provide fluxing actions). They are carefully mixed and ground, in order to obtain a perfectly homogeneous material for pressing. After forming, the tiles must be dried to remove most of the water and then fired (in the case of unglazed tile) or glazed and fired (in the case of the glazed tile). At this point of the production cycle, the tiles are sorted to eliminate defective tiles and separate the higher quality tiles from those of lower quality as well as to divide them into homogeneous groups according to work size and shade [Palmonare et al., 1989].

In the production line of ceramic tile industry, several problems can turn into failures of the final product. Among these failures, one of the most important and difficult to monitor is delamination or void. It manifests itself through layers of parallel scales or lamellae of the pressed material that retain air englobings. Since delamination produces stress concentrators with high propagation of the failures, timely detection of cracks in the structure may help in preventing such failures.

The aim of the present work is to show the possibility to detect the delamination by Non-Destructive Thermal Evaluation, NDTE, based on IR thermographic imaging and the applicability of this measurement techniques for on-line applications. The control station for delaminations should be positioned between pressing and drying, as reported in Figure 1.

NON-DESTRUCTIVE EVALUATION METHODS FOR DELAMINATION IN CERAMIC TILES

Delamination or void can have several origins which can be reconnected both to preparation of the paste and to pressing. With regards to powder preparation, the most important problems to be taken into consideration are humidity irregularity, scarce humidity or excessively fine granulometry of the powders to be pressed. For the pressing process the problems are excessive descending velocity of the press during the first pressing, insufficient time between the first and the second pressing or the size of the stamp during manufacture. Non-destructive delamination inspection in this phase of the process, after pressing and before firing, is important, because raw materials are still uncooked; therefore they can be recovered.

A variety of non-destructive evaluation methods, NDE, have been developed in literature. General NDE techniques applicable to ceramics and their composites are optical examination, liquid penetrant inspection, radiography and ultrasonics [Vary et al., 1993]. In particular, the optical inspection technique appears to be both physically and economically suitable [Cielo, 1992].

Ultrasonic-evaluation methods use ultrasonic velocity attenuation to measure mechanical properties. This particular evaluation method is well established in non-destructive techniques, because the acoustic wavelength range is such that the sensors are relatively insensitive to the roughness of the inspected surface. One of the major limitations is the use of liquid couplants at the transducer and test material interfaces [Bhardwaj, 1990]. For obvious reasons, the use of liquid couplants for the analysis of green and porous materials might lead to erroneous and unreliable ultrasonic observations, and destroy the test material during the process of non-destructive characterisation. In order to circumvent this problem, a simple but novel dry coupling technique was developed by Bhardwaj (1997). In this case a hard and high acoustic impedance protective face is replaced with an acoustically transparent solid compliant transitional layer [Bhardwaj, 1997]. The problem of this technique is the testing time required for inspection of large surfaces, which creates

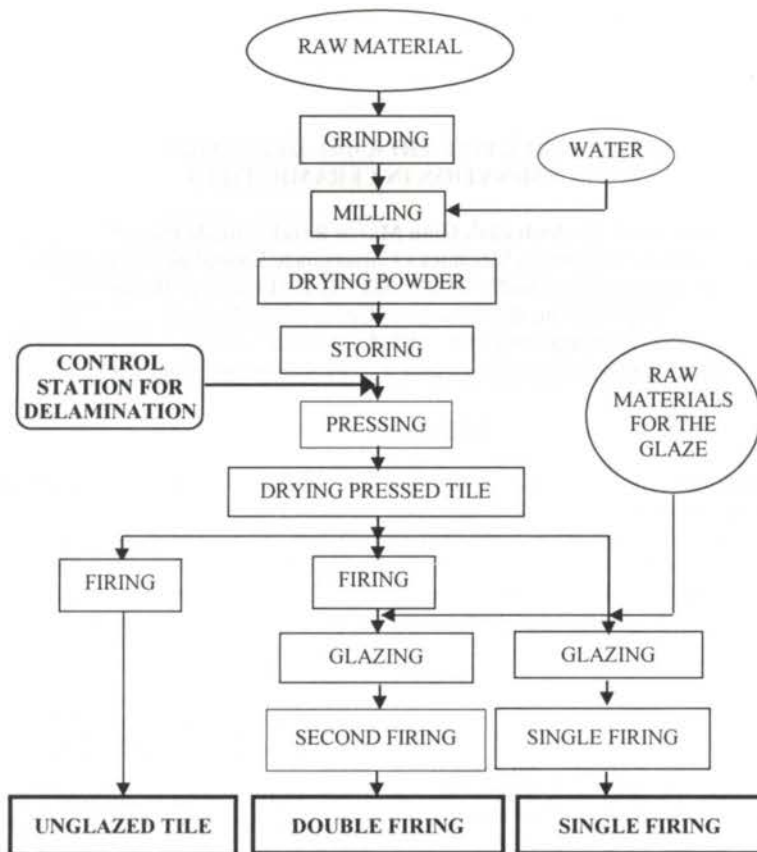


Figure 1 – Scheme of the ceramic tile process.

serious limitations to on-line applications.

Radiography-evaluation methods use high frequency electromagnetic radiation (X-rays and gamma rays) or particular beams (mainly beta rays and neutron radiation) to inspect a wide range of materials. Radiographic techniques are widespread in industry because they require no contact with the inspected work-piece, making them suitable for the inspection of moving products or sheets. Radiographic imaging is employed for detection of hidden internal flaws, which can lead to a premature failure of the piece. Defects such as void and porosity in weld, castings and forging, or crushed-core defects in adhesively bonded honeycomb laminates are readily detected. The most important drawback of radiographic techniques is due to human exposition to radiation, which imposes costly and complicated installations.

Also microwave-evaluation methods have long been considered an attractive tool for materials inspection. Similarly to radiography and in contrast to ultrasound, microwaves do not require contact with the inspected piece. For the inspection of non-metallic materials, microwaves have greater penetration depth optical beams. Defects can be detected only if their size is of the order of magnitude of the wavelength, typically in the mm or cm range [Cielo, 1988].

Thermal-evaluation methods are attractive techniques for the non-destructive evaluation of industrial materials [Cielo, 1992; Cielo et al., 1987; Bichard et al. 1976]. The NDTE is a technique for obtaining qualitative information for the delamination in the sub-surface on a structure from temperature surface profiles, direct problem [William, 1980], or quantitative information for the delamination from the modifications of the thermal parameters, reverse problem [Krapez et al., 1991; Krapez et al., 1991]. The thermal diffusivity or effusivity is the main informative parameter

for active thermal test [Grinzato, 1994].

A sampling of the rather extensive NDTE literature indicates the widespread application of the technique. The ranging is from the detection of voids in metals, debonding in adhesive joints and honeycomb structures and voids in ceramics and to detection of delaminations and cracking in composites [Kubiak, 1968; Green, 1971; Cielo et al., 1987; Madrid, 1990; Wilson et al., 1991; Mandic et al., 1998]. However, to our knowledge, no previous attempts have been made to use this technique for on-line application in ceramic tile industry. NDTE has been here used since this seems to solve the problems connected to the other methods above. In fact IR thermal imaging is non-intrusive and has full-field measurements capabilities. It does not require complicated installations and presents high sensibility also to small defects.

NON-DESTRUCTIVE THERMAL EVALUATION METHODS PRINCIPLE

In order to understand the NDTE in the direct problem, the related diffusion heat transfer problem must be analysed. The structure to be considered is a flat plate containing an inclusion flaw as shown in Figure 2. The one-dimensional assumption permits the independent evaluation of the temperatures in the unflawed and the flawed regions. This assumption is valid if the lateral dimensions of the flaw are much greater than the thickness of the plate (as it is in a ceramic tile). The existence of the flaw alters the thermal resistance of the structure within the flawed region, thus resulting in different temperatures on the surface of the structure in the unflawed and the flawed region. Mathematical

models were presented in literature [Williams et al., 1980; Boras et al., 1998]. The diagnostic problem can therefore be faced through the evaluation of the surface temperature on the structure directly above the flaw comparing it with the surface temperature away from the flaw, when the plate surface is subjected to spatially-uniform step heat flux input Q .

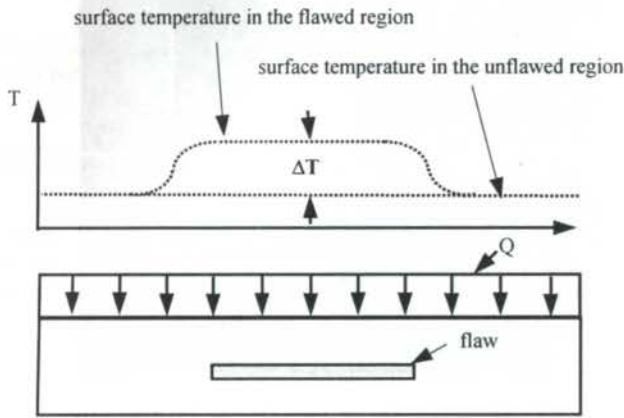


Figure 2 - Cross-section of model of plate containing delamination flaw.

Because of its non-contact nature and full-field measurements capabilities, the IR thermographic technique is a convenient approach to measure the superficial temperature of the sample and for the rapid visualisation of shallow surface defects [Bichard et al. (1976)]. Furthermore, it seems to be suitable also for on-line applications, as shown in the following tests.

EXPERIMENTAL FACILITY

A laboratory test bench, Figure 3, has been set in order to obtain the superficial temperature profile versus time. Three different types of samples with known induced defects have been tested. Two of them have a small defect with an average size of 20 x 30 x 7 mm, positioned in central or lateral locations, while a sample without defects has been used as a reference. The samples have a dimension of 55 x 110 x 7 mm. Also real tiles from the industrial press have been investigated.

The thermal energy distribution of samples has been measured by Radiance1 Infrared Camera System by AMBER, with a 256 x 256 CCD array of photo-voltaic InSb detectors working in the 3 to 5 μm spectral range (short wave). This system has a Noise Equivalent Temperature Difference (NETD) of about 0.025 K.

On line NDTE technique measurements with an IR camera requires a fast and precise positioning of the measurement objects, in order to compare spatial distributions of temperature. Therefore the developed facility has been realised with an automatic system for moving, heating and tile positioning. In the tests here presented the samples have been heated for 5 seconds using a 1 kW quartz lamp. The signal from the reflection optical sensor, checking the position of the tile, has been used as a trigger for image acquisition.

MEASUREMENT RESULTS

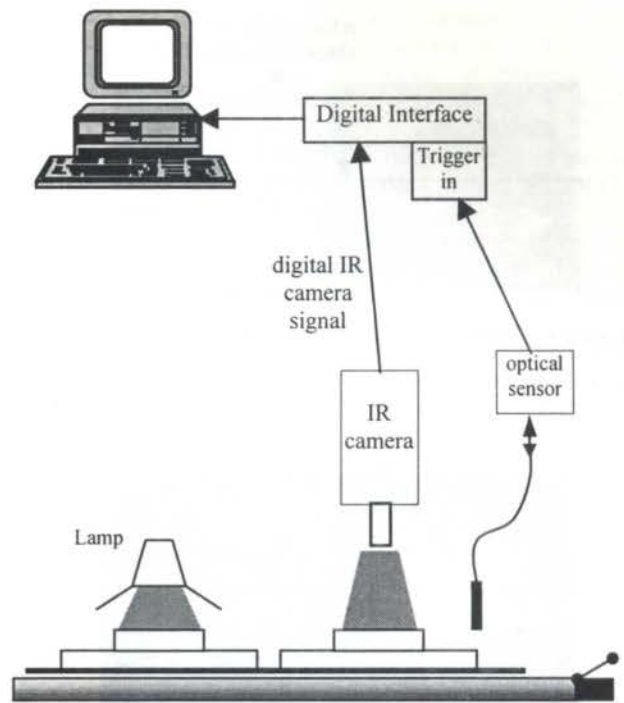


Figure 3 - Experimental facility.

Figure 4 shows an integral sample image and the temperature profile after heating. As one expects, in this case the temperature distribution is extremely regular, because there is no defect.

Figure 5 shows a centrally defected sample IR image. The temperature distribution is modified with respect to Figure 4, due to the central defect presence. This causes an evident increase of the temperature in the central region.

In Figure 6 the result measured on the lateral defected sample is shown. In relation to Figure 5, the temperature profile is modified, since in this case the lateral defect moves the higher temperature zone to the left. In Figure 7 the temperature profiles measured on the three samples along the line indicated in Figures 5, 6 and 7 are reported overlapped. These curves clearly highlight the presence and the position of the defects in the delaminated region, where the temperature remains at a higher level.

At the end, also a tile of 320x320 mm with a real delamination from the production line has been tested, in order to assess the on-line applicability of the system. As shown in Figure 8, the real delamination is usually very large and therefore it significantly modifies the thermal image recorded during the transient cooling. Also the profile extracted from Figure 8 (see Figure 9) demonstrates that image analysis can be used for damage identification in ceramic tiles.

DISCUSSIONS AND CONCLUSIONS

In this work, a suitable non-invasive measurement technique to detect delaminations in ceramic tiles by acquisition and processing of IR thermal images has been proposed. Its performance has been evaluated experimentally and all the examined defects in the measured samples have been detected.

The technique has given satisfactory results both on the samples with known induced defects and on tiles with a typical real delamination from the press (which usually has a larger size

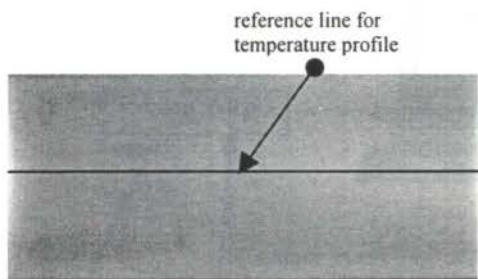


Figure 4 – Transient cooling image of the integral sample.

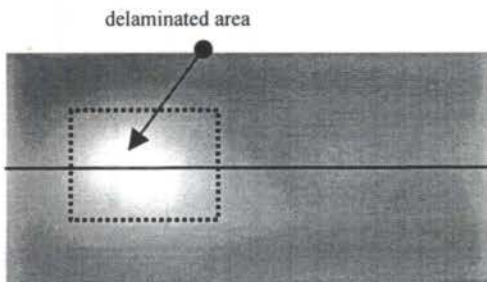


Figure 5 – Transient-cooling image of the lateral defected sample.

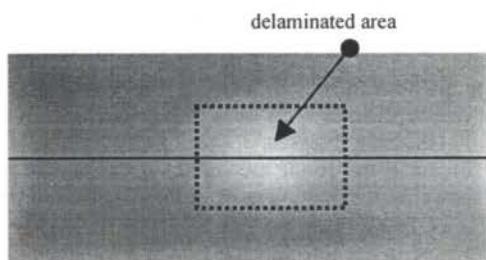


Figure 6 – Transient cooling image of the central defected sample.

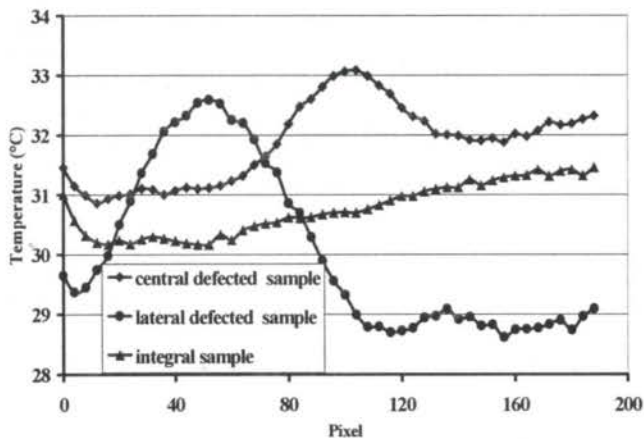


Figure 7 – Temperature profiles for the tiles in Fig. 4, 5 and 6.

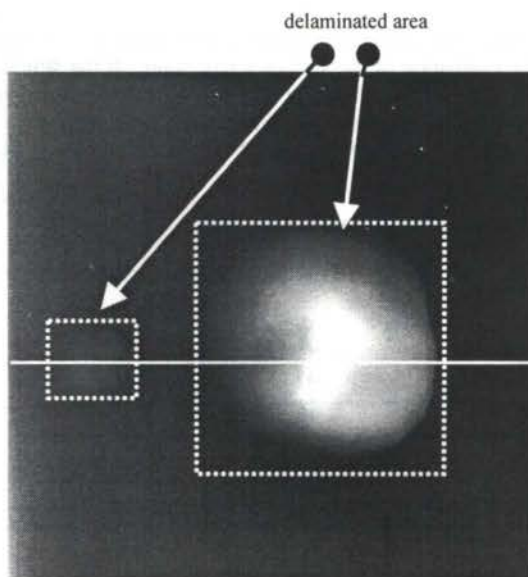


Figure 8 – Transient cooling of a tile (320 x 320 mm) with real delamination from the press.

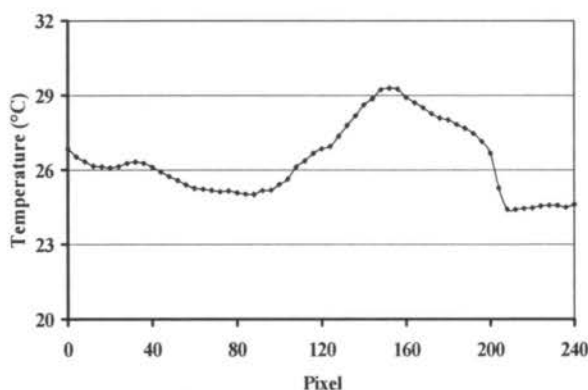


Figure 9 – Temperature profile for the tile in Fig. 8.

with respect to the delaminations induced in the samples here investigated). The measured temperature differences in correspondence of the defects are in the order of 2 °C, which are easily detected using IR imagings. In fact, measurement uncertainty can be considered significantly lower, in the order of the sensor noise level ($NE\Delta T=0.025$ K), if the test is performed in controlled conditions (e.g. other irradiating sources are not present: this problem must be checked for on-line applications). Furthermore, if we assume the emissivity to be uniform on the surface, the uncertainty due to the determination of the emissivity value is not influential, since we are interested only in the measurement of temperature gradients.

A first series of tests has been performed in order to evaluate the measurement time required for heating the sample and for acquiring images during the following cooling transient. In all cases it took about 5 seconds after the lamp switched off to visualise the defects. Thus, global measurement time is about 10 seconds, which seems to be appropriate for industrial applications. In order to further decrease the measurement time, it is necessary to increase the power of the heat source; this is certainly possible for on line inspection of the tiles.

Using low temperature gradients and short testing time, the shape of the defect is non-perfectly reproduced. However, this is not important for industrial applications, where only deviations with respect to a reference situation must be detected.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors acknowledge the support for the work here described by BRITE-EURAM Project No.96.3632, and that of their partners and colleagues in the project.

REFERENCES

Bichard, S.H. and Rogers, L.M., 1976, "Industrial Thermography - How Representative of Plant Condition is The Thermal Image Produced by an Infrared Camera?", *British Journal of Non-Destructive Testing*, v 18, n 4, pp 111-113.

Bhardwaj, M. C., 1990, "High Resolution Ultrasonic Non-destructive Characterisation". *Ceramic Bulletin*, vol.69, no.9

Bhardwaj M. C., 1997, "NDE Non-Contact Ultrasonic Analysis of Ceramics and Composites", *NDE of Ceramics '97* May 4-7, Symposium on Non-destructive Evaluation of Ceramics et the American Ceramic Society 99th Annual Meeting, Cincinnati, Ohio. Buying the Symposium Proceedings from the American Ceramic Society.

Boras, I; Svaic, S., 1998, "Determination of the Defect Parameters in Specimen by Thermography and Numerical Methods", in *Nondestructive Evaluation of Materials and Composites II*, Steven R. Doctor, Carol A. Lebowitz, George Y. Baaklini, Editors, Proceedings of SPIE vol. 3396, page 271-281.

Cielo, P.; Maldague, X; Déom, A. A.; Lewark, R., 1987, "Thermographic Nondestructive Evaluation of Industrial Material and Structures". *Material Evaluation*, v. 45, n. 4, pp 425-460, Special Issue: Infrared Testing.

Cielo, P, 1992, "Optical Techniques for Industrial Inspection", Academic Press, New York,

Green, D.R, 1971, "Thermal and Infrared Nondestructive Testing of Composites and Ceramics", *Material Evaluation*, Nov, pp 241-248.

Hernandez, J. R, 1995, "A Dynamic Comparative Study of the Ceramic Industry Science and Supercomputing et CINECA-report". Edited by Giovanni Erbacci and Marco Voli, Bologna, Italy.

Grinzato, E. and Marinetti, S.; 1994, "Materials NDE by Non Linear Filtering Applying Heat Transfer Models. Advances in Signal Processing for Non Destructive Evaluation of Materials", ed. X. Maldague, NATO ASI Series E, Applied Sciences, Kluwer Academic Publisher, vol. 262, pp. 117-132.

Krapez, J.C. and Cielo, P., 1991, "Thermographic Nondestructive Evaluation: Data Inversion Procedures. Part I: 1-D Analysis", *Research Nondestructive Evaluation*, Springer-Verlang New York Inc., v. 3, pp 81-100.

Krapez, J.C.; Maldague, X and Cielo, P.; 1991, "Thermographic Nondestructive Evaluation: Data Inversion Procedures. Part II: 2-D Analysis and Experimental Results", *Research Nondestructive Evaluation*, Springer-Verlang New York Inc., v. 3, pp 101-124.

Kubiak, E.J., 1968, "Infrared Detection of Fatigue Cracks and Other Near- Surface Defects", *Applies Optics*, v.7, n 9, pp. 1743-1747.

Madrid, A., 1990, " Using IR thermography for detecting and diagnosing cracking in concrete dams", in *Infrared Technology XVI*, Proceedings of SPIE vol. 1341, page 110-127

Mandic, D. G.; Martin, R. E. and Hermann, J. H., 1998, "Thermal Imaging to Detect Delamination in CFRP Plated Concrete" in *Nondestructive Evaluation of Materials and Composites II*, Steven R. Doctor, Carol A. Lebowitz, George Y. Baaklini, Editors, Proceedings of SPIE vol. 3396, page 22-27.

Palmonari, C. and Timellini G., 1989, "Ceramic Floor and Wall Tile: Performance and Controversies". Edited by EDLCER S.p.A. - Sassuolo, 159 pp, Bologna, Italy.

Vary, A. A. and Klima, S. J., 1993, "NDE of Ceramics and Ceramic Composites". In: *Flight-vehicle materials, structures and dynamics - Assessment and future directions*. V. 4 - Tribological materials and NDE (A94 - 12651 02-38), p 299-311.

William, J.P., 1980, "One Dimensional Analysis of Thermal Nondestructive Detection of Delamination and Inclusion Flaws". *British Journal of Non-Destructive Testing*, v 22, pp 113-118.

Wilson, D.W. and Charles J.A., 1981, "Thermographic Detection of Adhesive-bond and Interlaminar Flaws in Composites", *Experimental Mechanics*, v.21, pp 276-28

APLICAÇÃO DE ALGORITMOS GENÉTICOS NA LINEARIZAÇÃO DE TERMISTORES

Alexandre M. Barp
amb@certi.ufsc.br

Jacques R. Heckmann
jrh@certi.ufsc.br

Carlos A. Flesch
flesch@emc.ufsc.br

Labmetro – Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC
CEP 88040-970 – Florianópolis – SC – Brasil

RESUMO

Uma ferramenta para minimização de incertezas em circuitos de linearização de termistores baseada em Algoritmos Genéticos é apresentada. A ferramenta maximiza a sensibilidade do circuito de linearização, minimizando, simultaneamente, o erro de linearidade. As principais formas de linearização de termistores são apresentadas, sendo realizado um estudo de caso para uma rede de linearização de 3 termistores. Foram obtidos circuitos com erros de linearidade menores do que 0,05°C e sensibilidade em torno de 30 Ω/°C para a faixa de (0 a 100)°C; e, 0,001°C de linearidade e 175 Ω/°C de sensibilidade, entre 10°C e 30°C

INTRODUÇÃO

Aplicações da termometria com transdutores elétricos são cada vez mais freqüentes. Temperatura é grandeza fundamental em uma série de processos e grandeza de influência na medição de quase todas as demais grandezas. Embora esteja crescendo, a aplicação de termistores é pouco representativa se comparada com outros transdutores como termorresistores e, especialmente, termopares. O termistor apresenta como características principais alta sensibilidade, boa repetitividade e estabilidade, baixo custo e diversidade de formas físicas e tamanhos, se comparado aos transdutores alternativos. A principal desvantagem desse componente encontra-se na sensibilidade variável ao longo da faixa, resultando em uma característica de resposta não linear.

A automação tem muitas vezes viabilizado a aplicação de transdutores não lineares. Porém seu emprego dificulta sobremaneira o projeto e a implementação de sistemas de controle. Também na termometria, quando medições de grande exatidão são requeridas, há dificuldades em se trabalhar com transdutores não lineares já que a compensação das componentes sistemáticas da incerteza (tendência) fica extremamente dificultada e por vezes até inviabilizada.

Diversos métodos são aplicados para minimizar o efeito dessa deficiência, permitindo ampliar sua gama de utilização. Dentre eles, destaca-se, devido ao baixo custo e sua boa estabilidade, a rede de termistores e resistores fixos ligados de forma a propiciar a linearização do circuito. Usualmente a construção da rede é realizada com a prévia escolha dos termistores a serem utilizados e posterior determinação dos valores dos resistores fixos, de forma a otimizar simultaneamente a linearidade e a sensibilidade.

Parâmetro metrológico fundamental associado à característica de resposta de um circuito de linearização é seu erro de linearidade residual. A minimização dessa fonte de incerteza, através de ferramenta matemático convencional, é algo já bastante estudado. Entretanto esses métodos assumem grande complexidade e podem até mesmo não conduzirem a resultados plenamente satisfatórios quando aplicados a circuitos em que um maior número de parâmetros deve ser determinado.

Este trabalho propõe a utilização de um Algoritmo Genético como ferramenta de otimização e demonstrou que esse apresenta uma série de vantagens sobre os métodos de otimização convencionais utilizados. A ferramenta proposta, a partir do tipo de circuito que vai ser utilizado - isto é, quantos termistores terá o circuito - dos parâmetros dos termistores - característica de

resposta de cada termistor - , e da faixa de temperatura que deseja-se cobrir, fornece os valores das resistências fixas do referido circuito, o erro máximo de linearidade e a sensibilidade possível naquelas condições.

LINEARIZAÇÃO DE TERMISTORES

O termistor possui uma característica não linear similar a uma relação exponencial inversamente proporcional entre temperatura e resistência, implicando uma maior sensibilidade para temperaturas mais baixas.

Para minimizar essa dificuldade, diversas soluções vêm sendo propostas, podendo ser classificadas em:

1) circuito composto de um termistor e um resistor fixo: circuitos que utilizam apenas um termistor podem ter o valor de sua resistência fixa calculado deterministicamente, como foi demonstrado por Diamond (1970) e ratificado por White (1984) (Figura 1 a,b). Entretanto, quando se deseja obter uma faixa de medição mais ampla, os erros de linearidade tendem a aumentar na medida em que as extremidades da faixa distanciam-se do ponto de linearização. Também fazem parte dessa categoria: as pontes de Wheatstone e sua variações com os amplificadores operacionais (Broughton, 1974), utilizadas para linearizar em faixas um pouco maiores de medição (Figura 1 c,d,e).

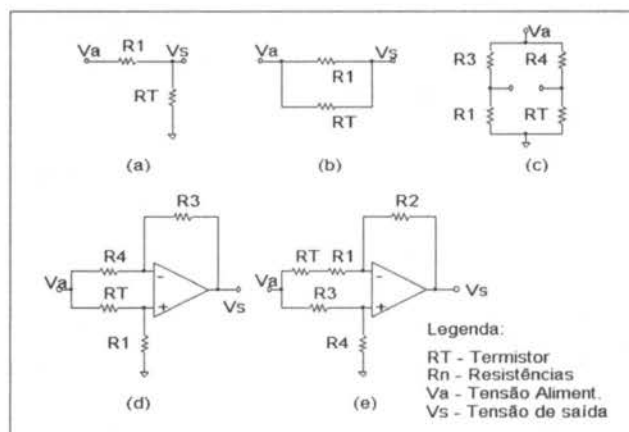


Figura 1 - Linearização com 1 termistor

2) uso de múltiplos termistores e resistores: são utilizados dois ou mais termistores de forma combinada com resistores de valores fixos. A Figura 2 apresenta um circuito com 2 e 3 termistores, respectivamente, onde os RT's representam os

termistores e os R's os resistores fixos. Segundo Trolander et al. (1972), na prática, o número de termistores é uma função da faixa de temperatura a ser coberta e do grau de linearidade desejado. Complementa, ainda, que utilizando-se 2 ou 3 termistores, satisfazem-se os requisitos usuais de linearidade, custo e faixa de medição. Atualmente essas configurações continuam sendo as mais empregadas.

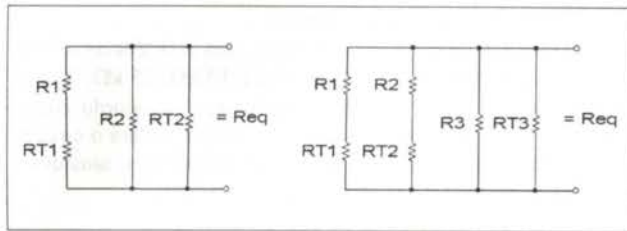


Figura 2 - Circuito de linearização com 3 termistores

3) circuito composto de uma rede logarítmica/divisora de compensação ativa: consiste na utilização de amplificadores logarítmicos para compensação da não linearidade do termistor (Crakavarty, 1977). A desvantagem reside na necessidade de um amplificador especial, aumentando a complexidade da cadeia de medição.

4) um termistor utilizando circuito de conversão temperatura/frequência: O circuito de conversão temperatura/frequência consiste no uso da variação do termistor para mudança na base de tempo de um oscilador (Sandvist, 1983) (Sankaran et al., 1994). Esse circuito apresenta uma resolução bastante baixa (alguns inferiores a milikelvin), entretanto bastante susceptível à variação dos componentes utilizados (capacitores, transistores) em relação ao valor nominal e ao ambiente.

5) uma combinação de termistor e resistor com uma rede logarítmica: esse tipo de circuito consiste na conversão do sinal de saída de uma rede com termistor e resistor através de um circuito de linearização logarítmico (Figura 3). Diversas são as técnicas utilizadas, geralmente de concepção complexa (Khan, 1987).

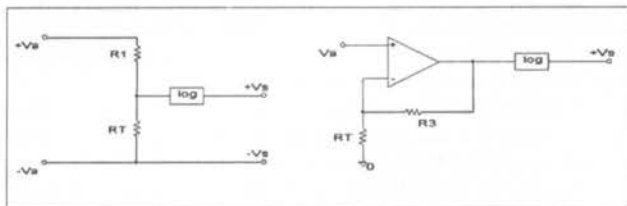


Figura 3 - Linearização por rede logarítmica

6) linearização através de software: Com o desenvolvimento da conversão analógica-digital (ADC) tornou-se mais fácil a aquisição e o tratamento digital de sinais, permitindo a compensação da não-linearidade através de equações matemáticas (Figura 4). Essas permitem abranger toda a faixa de medição, utilizando diferentes polinômios de interpolação de acordo com o grau de incerteza requerido (Ghosh et al., 1992). O inconveniente dessa técnica está na necessidade de um ADC e processamento digital incorporado, nem sempre presentes no instrumento de medição.

Dentro deste contexto, os circuitos de múltiplos termistores e resistores são de interesse devido a sua simplicidade, robustez e baixo custo. Adicionalmente, permite ilustrar, de forma clara, a potencialidade da utilização da técnica de algoritmos genéticos para minimização do erro de linearidade do circuito.

No projeto desses circuitos os termistores são escolhidos tal que cada um predomine numa determinada faixa de medição. A solução analítica para encontrar os valores dos resistores fixos para estes circuitos ou é muito complexa ou pode até não existir (Trolander et al., 1972). O procedimento usual é obter uma

solução por meio de uma modelagem do circuito e utilizar-se um método de otimização para obter-se os parâmetros do circuito.

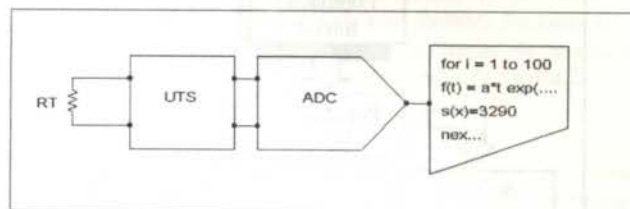


Figura 4 - Linearização por software

BUSCA EM ESPAÇOS MULTIDIMENSIONAIS ATRAVÉS DE ALGORITMOS GENÉTICOS

Algoritmos Genéticos (AGs), uma das técnicas da área de computação evolucionária, inspirada nos conceitos de genética e Teoria da Seleção Natural de Charles Darwin, é um mecanismo de busca de soluções em espaços complexos (Mitchell, 1996). A teoria da seleção natural estabelece que indivíduos mais aptos aos requisitos ambientais sobrevivem e se reproduzem, e os menos aptos acabam desaparecendo.

O AG é um método para, a partir de uma população de indivíduos (pontos iniciais de busca), evoluir para uma nova população, através da utilização de seleção natural e operadores inspirados na genética. Um indivíduo consiste de uma cadeia de caracteres ("string"), normalmente uma sequência binária com comprimento l , que codifica uma possível solução.

De uma maneira mais formal, um AG é um mecanismo de maximização de uma função $f(s)$, onde s é o indivíduo da população. Os AGs são vistos frequentemente como otimizadores de funções, embora a faixa de problemas aos quais eles têm sido aplicados seja bem maior (Mitchell, 1996).

Funcionamento

É útil observar o funcionamento do AG como um processo cíclico, segundo Whitley (1994). Inicia-se com uma população corrente, que será a população iniciada aleatoriamente se for a primeira vez que se executa este ciclo do AG. A seleção é aplicada na população corrente para criar uma população intermediária. Então o cruzamento (recombinação) e a mutação são aplicados na população para criar a nova população. O processo de ir da população corrente para a próxima população constitui uma geração na execução do GA. Uma vez que uma geração foi encerrada, todo o processo é executado novamente com a nova população tomando o lugar da população corrente, até que o critério de parada do algoritmo seja atingido. A Figura 5 fornece uma representação gráfico do ciclo do AG.

O mecanismo de *seleção* escolhe membros da população e permite que esses se reproduzam, enquanto retira da população os outros indivíduos. Para isso, avalia-se os indivíduos e aloca-se oportunidades reprodutivas de tal modo que aqueles indivíduos que representam melhores soluções ao problema tenham maiores chances. O método mais simples de seleção no AG é o da "roleta", descrito por Mitchell (1996), caracterizado por ser um método estocástico com reposição. Nesse método, cada um dos p indivíduos recebe uma probabilidade de reprodução (PR_i) proporcional ao seu "fitness" (F_i), definido por:

$$F_i = \frac{A_i}{MA} \quad (1)$$

onde A_i é o resultado da função de avaliação sobre a "string" i , e MA é a média das avaliações das "strings" da população.

Percebe-se que, para que o AG possa existir, é necessário que haja uma forma de quantificar o desempenho de cada indivíduo, e isto dá origem à função de avaliação.

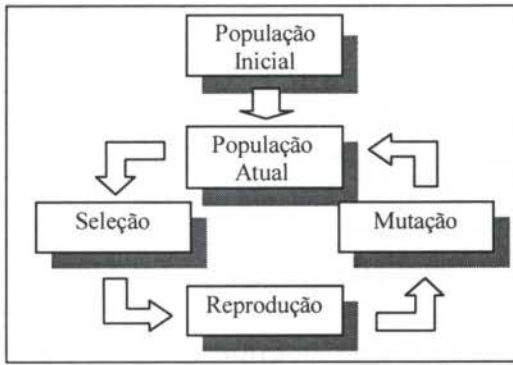


Figura 5 - Esquema Básico do Ciclo de Funcionamento de um AG

O operador de *cruzamento* ("crossover"), é o responsável pela troca de blocos de seqüências de caracteres entre os indivíduos. Deve ser aplicado a pares de seqüências de caracteres, formados de indivíduos selecionados aleatoriamente com uma determinada probabilidade. Considere-se duas "strings", onde cada uma representa uma solução para um problema hipotético. O operador de cruzamento realiza a troca de trechos de código entre dois indivíduos selecionados, gerando outros dois novos indivíduos que vão fazer parte de uma nova população. O ponto de cruzamento é escolhido aleatoriamente.

Depois de realizado o cruzamento é aplicado o operador de *mutação* . Cada caractere na seqüência poderá sofrer uma mutação com uma determinada probabilidade, geralmente baixa. O operador de mutação possibilita que o indivíduo afetado faça parte de uma nova região do espaço de busca. Esse operador cria novas soluções e previne o AG de convergir num ótimo local.

Vantagens e Aplicações

Os AG's apresentam uma série de vantagens sobre outros métodos de otimização. São relativamente imunes à alta dimensionalidade, a mínimos locais e a ruídos. São métodos indutivos, e não dedutivos, porque procuram soluções através da justaposição de hipóteses. Usam regras probabilísticas, e não regras determinísticas, para guiar a busca. Consideram uma população de pontos e não um só ponto como o fazem os outros métodos.

Atualmente os AG's estão sendo utilizados em variadas aplicações, em diferentes áreas, com diversas publicações em segmentos como engenharia mecânica, "data warehousing" e finanças (McCormick, 1997). Entre os produtos de software baseados em AG's disponíveis no mercado atualmente, destacam-se o Microsoft Excel que possui a função "Evolver" incorporada e as diversas "toolboxes" de AG's que se integram a pacotes de software tais como o MatLab.

APLICAÇÃO DO AG AO PROBLEMA

Devido às características dos termistores existentes no mercado, suas especificações possuem apenas valores pré-determinados e de reduzida variedade.

Geralmente, tem-se os dados dos transdutores não lineares, a forma do circuito de linearização e informações relativas aos requisitos metrológicos e operacionais (como a faixa de medição que deseja-se cobrir, por exemplo). Com base nos dados disponíveis, parâmetros do circuito de linearização devem ser determinados de forma a minimizar a incerteza associada ao transdutor e a maximizar a sua sensibilidade.

Para resolver esse problema explorar-se-á diferentes combinações, a partir de um conjunto de N termistores diferentes entre si, tomados de tabelas de diferentes fabricantes. Para cada

combinação, os valores que necessitam ser encontrados, portanto, são os valores das resistências fixas.

Foi estabelecida a seguinte seqüência de etapas para resolver o problema:

- selecionar combinações de termistores;
- submeter essas combinações a um AG;
- adequar os valores encontrados como ideais para os resistores do mercado;
- realizar a avaliação das incertezas.

Foram selecionados 9 termistores, com resistências a 25°C diferentes entre si (2252 Ω, 3 kΩ, 5 kΩ, 10 kΩ, 25 kΩ, 30 kΩ, 50 kΩ, 100 kΩ e 150 kΩ). Seus coeficientes de acordo com a equação 7 (vista adiante) são listados na Tabela 1. Para o circuito com 3 termistores, tendo-se 9 termistores disponíveis, tomados 3 a 3, tem-se um total de 84 combinações possíveis.

Tabela 1 - Coeficientes dos Termistores

R's (kΩ)	Coeficientes			
	$a_0 \cdot 10^0$	$a_1 \cdot 10^3$	$a_2 \cdot 10^5$	$a_3 \cdot 10^7$
2,252	-6.5056	4.4328	-0.1220	-1.3366
3	-6.0240	4.2607	0.3825	-1.8282
5	-5.5567	4.3031	0.2451	-1.6800
10	-5.0117	4.9015	-1.9868	0.0462
25	-9.4368	7.4187	-5.9212	3.5545
30	-4.9370	5.2672	-2.1414	-0.0290
50	-4.4604	3.4427	6.3289	-8.9743
100	-3.7672	3.4427	6.3289	-8.9743
150	-3.3618	3.4427	6.3289	-8.9743

Cada circuito produto da combinação de termistores passa pelo AG. A partir dos parâmetros dos termistores e da faixa de temperatura que deseja-se cobrir, o AG fornece quais são os valores dos resistores a serem aplicados no referido circuito, bem como o erro máximo de linearidade e a sensibilidade possível naquelas condições.

Para adequar os valores dos resistores desejados àqueles disponíveis no mercado permite-se que sejam realizadas combinações de 2 resistores em série ou em paralelo (mesmo que isso signifique aumentar a incerteza associada aos resistores), caso não se encontre um resistor que sozinho resolva o problema. Logicamente são recalculados o erro máximo de linearidade e a sensibilidade fornecida pelo circuito.

Uma característica importante a ser otimizada em circuitos linearizadores é a sua sensibilidade resultante, pois essa afeta diretamente a magnitude das incertezas associadas. Além disso, a maximização da sensibilidade é importante porque deve-se fazer com que o sistema de medição como um todo tenha uma boa relação sinal/ruído.

Em circuitos de linearização de transdutores existem certas componentes de incerteza que não podem ser alteradas (a deriva térmica de um resistor, por exemplo), porque variam somente em função das especificações dos componentes do circuito de linearização. Entretanto existem outras que variam em função do arranjo entre esses componentes e dos valores que esses podem assumir e que, portanto, podem ser minimizadas. O erro de linearidade residual é um exemplo dessa última classe de componentes, sendo que é um erro sistemático, porém não compensável na prática.

Equacionamento

Para empregar com êxito uma ferramenta que otimize a linearização é necessária uma função de avaliação. Para minimização do erro de linearidade (E) e maximização da sensibilidade (S), tal função poderia ser uma $f(E,S)$, por exemplo.

Quer-se encontrar o menor erro de linearidade possível, que pode ser expresso por:

$$E = \max(\text{abs}(T - TR)) \quad (2)$$

onde T é o vetor que contém a faixa de temperatura considerada, discretizada em intervalos de dT ; e, TR é a temperatura resultante encontrada nas equações do circuito linearizado nos pontos de temperatura equivalente em T . O vetor TR é dado por:

$$TR = \frac{R_{eq} - \chi_0}{\chi_1} \quad (3)$$

onde, utilizando regressão linear, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \chi_0 \\ \chi_1 \end{bmatrix} = \chi = \left(U^T \times U \right)^{-1} \times \left(U^T \times R_{eq} \right) \quad (4)$$

sendo que:

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ T_1 & T_2 & \dots & T_n \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

onde χ_1 é a sensibilidade fornecida pelo circuito. R_{eq} é a resistência equivalente do circuito da Figura 2, dada por:

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{T3}} + \frac{1}{R_2 + R_{T2}} + \frac{1}{R_1 + R_{T1}}} \quad (6)$$

Utilizando a equação de Steinhart e Hart (incluindo o termo de segunda ordem), o comportamento dos termistores (R_t 's) pode ser expresso por:

$$\ln(R_{T_i}) = a_0 + \frac{a_1}{T} + \frac{a_2}{T^2} + \frac{a_3}{T^3} \quad (7)$$

onde T é a temperatura de interesse expressa em K e $[a_0, a_1, a_2, a_3]$ são coeficientes originados do ajuste de um polinômio de terceira ordem aos dados de resistência em função da temperatura, tabelados por fabricantes.

Função de Avaliação

O AG necessita que se especifique uma função de avaliação. Como o objetivo é determinar os valores de resistências fixas utilizadas para linearização de termistores, com erros de linearidade mínimos e sensibilidade máxima, deve-se obter uma maneira de equacionar essa função de avaliação de forma a relacionar o erro de linearidade com a sensibilidade fornecida pelo circuito sugerido.

Tabela 2 - Resultados de simulações de diferentes funções de avaliação

Função de Avaliação $f(E,S)$	Erro Máximo (°C)	Sensibilidade ($\Omega/^\circ C$)
E/S	0,1590	-21,71
E ² /S	0,0665	-16,60
E ³ /S	0,0282	-13,01

Com o intuito de determinar a melhor função de avaliação foram realizadas simulações com AGs, considerando o mesmo circuito publicado por H. W. Trolander (Trolander et al, 1972), que conseguiu erros de linearidade na faixa de 0,05 °C e sensibilidade de -9,17 $\Omega/^\circ C$. Os resultados médios de 5 execuções das diferentes funções simuladas estão expressos na

Tabela 2. Pelos dados das simulações pode-se perceber que a última função avaliada fornece um circuito que possui um erro de linearidade bastante pequeno (quase a metade do que encontrou Trolander, e com uma sensibilidade bem melhor). Portanto daqui para adiante, quando for referenciada a função de avaliação, estar-se-á utilizando a última função do quadro da Tabela 2.

Resultados

Com cada uma das 84 combinações possíveis foram realizadas 3 simulações. Como o AG é um método de procura estocástico, deve-se executá-lo repetidas vezes até que tenha-se certeza que não consegue-se obter uma outra resposta melhor do que a encontrada. As 10 melhores combinações são apresentadas na Tabela 3, em ordem de resultado de $f(E,S)$. A Figura 6 fornece uma representação da forma do erro de linearidade do melhor circuito. Cada simulação, consiste de um AG com 1000 indivíduos, sendo avaliados por 10 gerações. Para efeito de simplicidade de comparação, a faixa de medição considerada é de (0 a 100) °C.

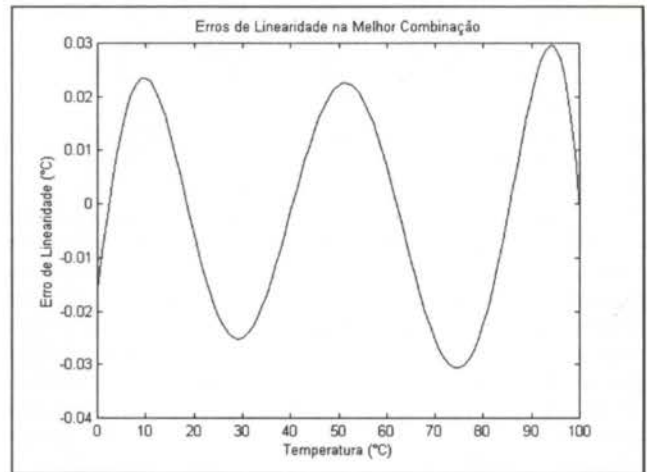


Figura 6 - Erros de linearidade na melhor combinação

O resultado do estudo pode ser facilmente estendido tanto para circuitos com mais de 3 termistores, como também para circuitos onde se deseja linearizar a relação entre tensão e temperatura e ainda para outros circuitos em que se deseja a cobertura de faixas de medições diferentes de (0 a 100) °C.

Tabela 3 - Resultados das simulações para a faixa de medição de (0 a 100) °C

Termistores R0 (k Ω)			Resistores (Ω)			Erros Linea. (°C)	Sens ($\Omega/^\circ C$)
Rt1	Rt2	Rt3	R1	R2	R3		
5	30	150	21476	8706	6652	0,0320	-31,36
2,252	10	50	5738	2118	1716	0,0383	-8,13
5	50	150	15133	10405	5813	0,0685	-27,03
2,252	10	30	8234	3551	1885	0,0545	-8,40
10	100	150	16520	19902	8368	0,1140	-43,21
5	50	100	14047	12023	6188	0,1366	-31,65
3	10	30	14676	6293	3131	0,1464	-15,19
2,252	25	50	6474	5316	2916	0,1481	-14,68
5	30	100	18117	9660	6697	0,1996	-34,13
5	25	30	10902	13818	3291	0,1596	-17,24

Para verificar com mais rigor a capacidade do esquema sugerido em fornecer boas respostas, foram realizadas simulações visando buscar qual a melhor combinação de resistores para um circuito comercialmente disponível. Este circuito possui como

termistores $R_{t1}=2000$, $R_{t2}=15000$, $R_{t3}=45000$; e $R_1=88200$, $R_2=38000$, $R_3=23100$ como resistores. A rede foi planejada para uma faixa de medição (FM) de (-50 a +50) °C, com erro de linearidade de 0,09 °C e uma sensibilidade de -129 $\Omega/^{\circ}\text{C}$. A Tabela 4 fornece o resultado de 10 simulações realizadas, já com os valores de R_1 , R_2 e R_3 corrigidos para valores de resistores comercialmente disponíveis. É interessante observar que, em alguns resultados (em negrito), tanto as sensibilidades encontradas quanto os erros de linearidade são melhores do que aqueles do circuito comercialmente disponível.

Tabela 4 - Resultados de Simulações Realizadas para a faixa de medição de (-50 a +50) °C

Resistores (Ω)			Erros Linear. ($^{\circ}\text{C}$)	Sens ($\Omega/^{\circ}\text{C}$)
R1	R2	R3		
90280	38190	23516	0.0527	-132
92770	39200	24112	0.0588	-136
91423	38657	23804	0.0602	-134
83000	35587	21750	0.0670	-121
80080	34610	21036	0.0746	-116
101020	42720	26139	0.0851	-149
76180	33260	20078	0.0877	-110
109370	47347	28508	0.1101	-163
109320	47400	28500	0.1130	-163
98860	41574	26460	0.4081	-151

É usual que se necessite de faixas menores do que aquelas especificadas pelos fabricantes. Exemplos são aplicações relativas à medição ou ao controle de condições ambientais. Supondo-se uma faixa de medição de (+10 a +30) °C, pode-se observar que os erros de linearidade possuem uma grande diferença em termos de ordem de grandeza para aqueles apresentados no caso anterior, conforme apresentado na Tabela 5. Nessa faixa de medição, os erros de linearidade do circuito poderiam até serem ignorados. É interessante ressaltar que se o erro de linearidade de 0,01°C for aceitável, pode-se conseguir sensibilidades em torno de 220 $\Omega/^{\circ}\text{C}$.

Tabela 5 - Resultados de Simulações Realizadas para a FM de (+10 a +30) °C

Resistores (Ω)			Erros Linear. ($^{\circ}\text{C}$)	Sensib. ($\Omega/^{\circ}\text{C}$)
R1	R2	R3		
138020	32656	20460	0.0001	-125
108853	28332	17780	0.0004	-105
140121	36833	23327	0.0004	-142
148800	37230	23492	0.0005	-144
161400	37360	23426	0.0006	-145
166210	34958	21750	0.0007	-136
149260	39098	24775	0.0007	-152
100610	46887	31540	0.0011	-176
108980	45764	30416	0.0011	-174
216960	38030	23370	0.0015	-150

Análise de Incertezas

A análise de incerteza do transdutor de temperatura linearizado é realizada com base no *Guia para expressão de Incerteza de Medição* (ISO GUM) (ISO/IEC/JUPAC/BIPM, 1997).

O resultado da medição é determinado através da equação 8. Para expressar a correlação existente entre os resistores quanto à sua variação com a temperatura, incluíram-se parcelas ΔR_i que explicitam essas variações.

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_3 + \Delta R_3} + \frac{1}{R_{T3}} + \frac{1}{R_2 + \Delta R_2 + R_{T2}} + \frac{1}{R_1 + \Delta R_1 + R_{T1}}} \quad (8)$$

Para a análise, tratou-se as fontes de incerteza como incertezas de avaliação Tipo B (obtidas por meios não estatísticos) e as tendências (erros) existentes não foram corrigidas.

Utilizou-se como fonte de incertezas as seguintes componentes:

Termistores:

- a) intercambiabilidade: compreende a máxima variação decorrente do processo produtivo. Os fabricantes dos termistores analisados especificam uma intercambiabilidade de $\pm 0,2^{\circ}\text{C}$. Portanto a incerteza padronizada é:

$$u(R_{T_i}) = \frac{0,2}{\frac{\partial R_{T_i}}{\partial T} \sqrt{3}} \quad (9)$$

onde:

$\partial R_{T_i}/\partial T$: sensibilidade do termistor em determinada temperatura;
 $\sqrt{3}$: divisor para padronizar a distribuição retangular

- b) auto-aquecimento: compreende o erro máximo causado pela passagem da corrente de excitação na medição da temperatura. Segundo cálculos, se forem utilizadas correntes inferiores a 50 μA para medição em água corrente (coeficiente em torno de 10mW/ $^{\circ}\text{C}$) (Omega, 1995), o erro causado é inferior a 1 mK.

Resistores:

- a) tolerância: é a máxima variação apresentada no processo de fabricação. Os resistores utilizados possuem tolerância de $\pm 0,1\%$.

$$u(R_i) = \frac{R_o \cdot 0,01\%}{\sqrt{3}} \quad (10)$$

onde: R_o – Resistência nominal a 25°C

- b) variação com a temperatura: os resistores utilizados possuem um coeficiente térmico de ± 15 ppm/ $^{\circ}\text{C}$ [$\mu\Omega/(\Omega^{\circ}\text{C})$] com um ambiente variando entre 0°C e 50°C. Deve-se notar que ΔR_i tem valor nominal 0.

$$u(\Delta R_i) = \frac{R_o \cdot 15 \cdot 10^{-6} \cdot 25^{\circ}\text{C}}{\sqrt{3}} \quad (11)$$

Segundo o ISO GUM, a determinação da incerteza padronizada para R_{eq} é exposta na equação 12. O termo de $r(\Delta R_i, \Delta R_j)$ representa a correlação existente entre as duas variáveis. Supôs-se que as grandezas são completamente correlacionadas, de valor igual a 1.

A incerteza expandida combinada (U_{95}) para fator de abrangência igual a 2 e com nível da confiança de 95% foi para os melhores circuitos simulados de $\pm 0,27^{\circ}\text{C}$, já considerado o erro de linearidade de $\pm 0,032^{\circ}\text{C}$, melhores em linearidade e compatíveis quanto aos demais circuitos comercialmente disponíveis (Omega, 1995).

A Figura 7 mostra a forma de contribuição das fontes de incerteza ao longo da faixa de medição considerada. Percebe-se claramente a influência das incertezas dos termistores em faixas onde a atuação de cada um predomina. Se as incertezas dos termistores forem minimizadas (através de calibração, por exemplo), a tolerância do resistor R_3 passará a ser mais significativa.

$$u^2(Re) = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial Re}{\partial R_i} u(R_i) \right)^2 + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial Re}{\partial T_i} u(R_{T_i}) \right)^2 + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial Re}{\partial \Delta R_i} u(\Delta R_i) \right)^2 + 2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=i+1}^3 \frac{\partial Re}{\partial \Delta R_i} \frac{\partial Re}{\partial \Delta R_j} u(\Delta R_i) u(\Delta R_j) r(\Delta R_i, \Delta R_j) \quad (12)$$

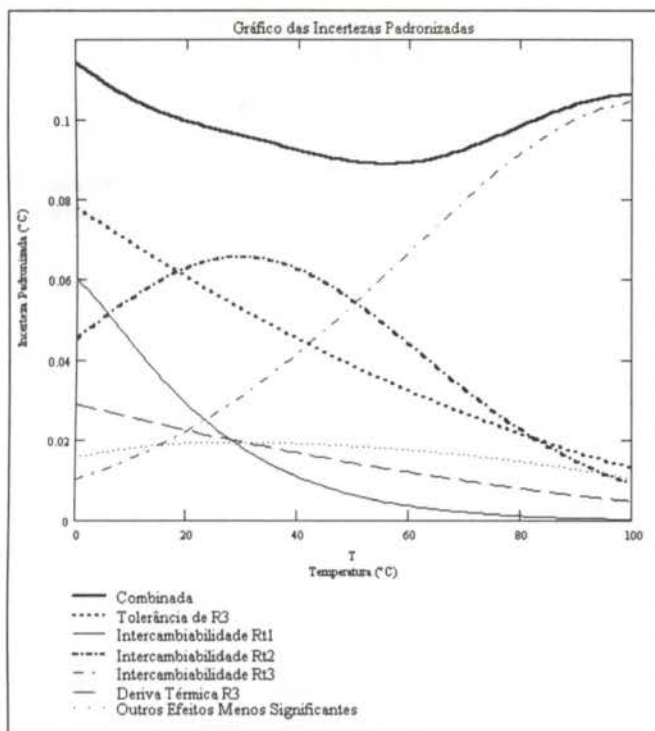


Figura 7 - Gráfico das Incertezas Padronizadas para o Melhor Circuito Encontrado

CONCLUSÕES

Embora, geralmente, o erro de linearidade não seja uma grande fonte de incerteza é importante que seja reduzido o máximo possível, pois é somado algebricamente à incerteza combinada do circuito de linearização.

Neste trabalho foi exemplificado o potencial de utilização do algoritmo genético para linearização de termistores. Foram obtidos circuitos com erros de linearidade menores do que 0,05°C e sensibilidade de 30 Ω/°C, numa faixa de medição de (0 a 100)°C, através de combinações de termistores disponíveis no mercado.

Também foi realizado um estudo comparativo dos resultados obtidos com o algoritmo genético em relação a um circuito comercial, representativo do estado da arte em termos de disponibilidade de mercado. Para a faixa de medição de (-50 a +50)°C, obteve-se tanto sensibilidade quanto erro de linearidade melhores do que o fabricante dispõe. Além disso, quando a faixa de medição foi reduzida para (10 a 30)°C, verificou-se que, através do Algoritmo Genético, atingiu-se melhores valores de sensibilidade e erros de linearidade extremamente menores (inferiores a 1 mK). Percebe-se também que, se for suportado um erro de linearidade em torno de 0,01°C, pode-se obter uma sensibilidade maior; em torno de 220 Ω/°C. Esse procedimento permite que o circuito comercialmente disponível possa ser adequado às necessidades metrológicas do usuário.

O Algoritmo Genético é adequado para o problema em questão e facilmente aplicável a um número qualquer de termistores. Pode, também, ser aplicado em um grande número de outras situações em que seja desejável a linearização otimizada da característica de resposta de transdutores.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Broughton, M. B., 1974, Analysis and Design of Almost-Linear One-Thermistor Thermistor Thermometer. IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. IM-23, no. 1, 1-5.
- Crakavarty, R. K., 1977, Linearization of thermistor resistance-temperature characteristics using active circuitry. Ver. Sci. Instrum., vol. 48, no. 12, pg. 1645-1649.
- Diamond, J. M., 1970, Linearization of Resistance Thermometers and other transducers. Rev. Sci. Instr., vol. 41, number 1 pg. 53-60.
- Ghosh, D. e Patranabis, D., 1992, Software Based Linearization of Thermistor Type Nonlinearity. IEEE Proceedings - G. vol. 139, nº 3, pg. 339-342.
- ISO/IEC/IUPAC/BIPM, 1997, Guia para Expressão da Incerteza de Medição. INMETRO .
- Khan A., 1987, A Novel Wide Range Linearization Approach for Thermistor Thermometer. IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. IM-36, no. 3, 763-769.
- McCormick, John, 1997, Genetic Algorithm Technology Gives AI a Boost. in Government Computer News, v16, pg. 31-32.
- Mitchell, Melanie, 1996, An Introduction to Genetic Algorithms. MIT Press. Cambridge.
- Omega Engineering, Inc., 1995, The Temperature Handbook. Stanford, USA, Vol. 29.
- Sandvist, B., 1983, Simple, wide range linear temperature-to-frequency converters using standard thermistor. J. Phys. E: Sci. Instrum., 16, 261-4.
- Sankaran, P., S. Kaliyagavaradan, S., Murti, V.G.K., 1994, Hardware linearization of thermistor response using series-parallel resistors for temperature-to-time conversion. Meas. Sci. Technol. 5, pg. 786-788.
- Trolander, H. W. et al, 1972, Reproducibility, Stability and Linearization of Thermistor Resistance Thermometers, in Temperature Its Measurement and Control in Science and Industry, Eds.: L. G. Rubin et al., Pitsburg, PA: USA, vol. 4, pt. 2, pg. 997-1009.
- White, D. R., 1984, The Linearization of Resistance Thermometers. Journal of Physics E, vol. 17, pg. 381-385.
- Whitley, D., 1994, A Genetic Algorithm Tutorial. Statistics and Computing, vol. 4, pg. 65-85.

ABSTRACT

A tool for minimization of uncertainties in thermistors linearization circuits based in Genetic Algorithms is presented. The tool maximize the sensitivity of the linearization circuit, minimizing simultaneously the linearity error. A review of thermistors linearization circuits is presented. A case study with a three thermistors linearization circuit is reported. The obtained circuit present linearity errors smaller than 0,05°C and sensitivity around 30 Ω/°C in the range of (0 to 100)°C and linearity error below 0.001°C and linearity around 175 Ω/°C for the range of (10 to 30)°C.

**UTILIZAÇÃO DE BIODIESEL DE ÓLEO DE FRITURA
EM MOTORES DE COMBUSTÃO INTERNA.
ESTUDO DE CASO: TRANSPORTE COLETIVO NA CIDADE DE CURITIBA**

Luciano Fernando dos Santos Rossi¹ e Pedro Ramos da Costa Neto²

¹ DAMEC / NuPES / CEFET-PR

² DAQBI / CEFET-PR

CENTRO FEDERAL DE ED TECNOL, DO PARANÁ - 80230-901 - Curitiba-PR, Brasil

RESUMO

Neste trabalho objetiva-se mostrar a viabilidade da utilização de biodiesel, combustível obtido a partir de óleos e gorduras de origem vegetal, como um aditivo ou mesmo substituto do óleo diesel convencional, em motores de combustão interna. Discute-se a obtenção do biodiesel a partir de óleos vegetais "in natura", e a partir de óleo usado. Analisa-se a utilização de misturas biodiesel de óleo de fritura e diesel puro em um motor estacionário e em ônibus urbanos de Curitiba. Analisa-se o nível de emissão de particulados nessas condições.

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo mostrar a viabilidade da utilização do biodiesel, combustível obtido a partir de óleos e gorduras de origem vegetal, como um aditivo ou mesmo substituto do óleo diesel convencional, em motores de combustão interna. Analisa-se a obtenção do biodiesel a partir de óleos vegetais "in natura", e a partir de óleo usado (proveniente dos processos de fritura que acontecem no setor de refeições industriais). Discute-se o processo de transformação do óleo de fritura usado, em óleo possível de ser utilizado em motores de combustão interna. Analisa-se a utilização de uma mistura de 20% de biodiesel de óleo de fritura e 80% de óleo diesel puro convencional em um motor de combustão interna estacionário. Discute-se sobre a utilização dessa mistura em ônibus da frota urbana da cidade de Curitiba. Foram levantados parâmetros de desempenho do motor quando os veículos utilizavam porcentagens de biodiesel incorporado ao diesel comum. Discorre-se sobre o desempenho do motor utilizando essa mistura combustível. Analisa-se o nível de emissão de particulados dos ônibus utilizando o biodiesel de óleo de fritura na proporção de 20% e discute-se o desempenho geral do veículo.

DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A reciclagem de resíduos atualmente tende cada vez mais a ganhar espaço, não somente porque os resíduos representam "matérias primas" de baixo custo, mas, principalmente porque o meio ambiente já está necessitando da reciclagem de todo tipo de resíduo possível, uma vez que os processos naturais de reciclagem demandam um tempo muito grande. Logicamente, até o momento, o sucesso do reaproveitamento de resíduos está atrelado ao "lucro" obtido pelas empresas. Dentre os processos de reciclagem, de sucesso no Brasil, destacam-se materiais como o papel, plásticos, metais, óleos lubrificantes usados em automóveis, soro de leite, bagaço de cana etc. Entretanto, muitos outros materiais estão poluindo o meio ambiente e merecem atenção especial. Outro tipo de resíduo que não tem um destino definido, são os óleos e gorduras descartados de frituras. A grande diversidade dos estabelecimentos que utilizam esses óleos, dificultam um levantamento preciso da sua quantidade. Segundo a Associação

Brasileira das Empresas de Refeições de Curitiba (ABERC), estima-se que somente nos restaurantes industriais da região metropolitana de Curitiba, são descartados por mês mais ou menos 100 toneladas desse resíduo, cujos destinos são os mais variados: produção de sabão, massa de vidraceiro, comida para porcos. Além disso, boa parte vai para terrenos baldios e esgoto doméstico.

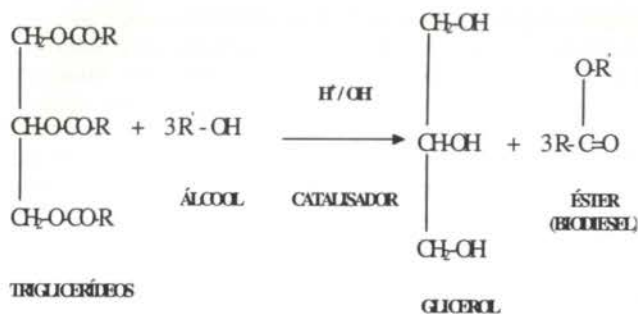
DEGRADAÇÃO DE ÓLEOS PELO AQUECIMENTO

A fritura por imersão é um importante processamento de alimentos no mundo inteiro, que utiliza óleos ou gorduras vegetais como meio de transferência de calor. Os óleos ou gorduras sofrem degradações, reações hidrolíticas e oxidativas (Arellano, 1993), que os tornam inadequados para o processamento de alimentos. A oxidação é acelerada pela alta temperatura do processo na presença de oxigênio e é a principal responsável pela modificação das características físico-químicas e organolépticas do óleo. Este torna-se escuro, viscoso, tem aumentada sua acidez e apresenta odor desagradável, comumente chamado de ranço (Costa Neto, 1995). Sua purificação com materiais adsorventes, não é viável do ponto de vista econômico (Costa Neto, 1996).

O óleo de fritura depois de descartado torna-se um resíduo, que na maioria das vezes é eliminado através da rede de esgoto doméstico, colaborando para agravar os problemas do meio ambiente. Sua reciclagem como biodiesel, atende de uma só vez duas necessidades básicas dos tempos modernos, retira do meio ambiente um poluente e aproveita seu potencial energético (como combustível).

PODER CARBURANTE DE ÓLEOS VEGETAIS

Os óleos vegetais são produtos naturais, constituídos da mistura de ésteres derivados do glicerol, triglicerídeos (Fig. 1), cuja cadeia de ácidos graxos contém de 8 a 20 átomos de carbonos. Tanto a composição química como o número de insaturações, variam conforme a espécie oleaginosa. A análise da composição de ácidos graxos constitui-se no primeiro óleo



R' = cadeia carbônica do álcool;
R = cadeia carbônica dos Triglicéridos

Fig. 1 Reação de Transesterificação (alcoólise de óleos vegetais).

procedimento à avaliação preliminar da qualidade carburante do bruto, ou de seus produtos de transformação.

Segundo Brasil (1985), a avaliação da qualidade carburante de óleos vegetais requer a determinação analítica principalmente: do poder calorífico, do índice de cetano, da curva de destilação, da viscosidade e do ponto de névoa. O poder calorífico permite alcançar a potência máxima a ser atingida pelo motor em operação, enquanto o índice de cetano define o poder de autoinflamação e de combustão do óleo. Seu valor condiciona o desempenho global do motor, refletindo na partida a frio, nível de ruídos e gradiente de pressão. Comparado ao óleo diesel convencional, os óleos vegetais apresentam menor calor de combustão (Tabelas-1 e 2) e índice de cetano ao redor de 40.

Tabela.1 - Propriedades Físicas de Alguns Óleos Vegetais e do Óleo Diesel (Fonte: Brasil, 1985).

Características	Óleo de Dendê	Óleo de Babaçu	Óleo Diesel
Poder Calorífico (kcal/kg)	8946	9049	10950
Índice de Cetano	38 - 40	38	40
Viscosidade 37,8°C (cSt)	36,8	30,3	2,0- 4,3
Ponto de Névoa (°C)	31	26	0
Temperatura p/ Destilar 90% do Volume (°C)	359	349	338
Resíduo de Carbono (% peso)	0,54	0,28	0,35

Tabela.2 - Propriedades Físicas de Óleos Vegetais e do Óleo Diesel (Fonte: Brasil, 1985).

Características	Óleo de Amendoim	Óleo de Soja	Óleo Diesel
Poder Calorífico (kcal/kg)	9458	9421	10950
Índice de Cetano	39-41	36-39	40
Viscosidade 37,8°C (cSt)	41,1	36,8	2,0-4,3
Ponto de Névoa (°C)	19	13	0
Temperatura p/ Destilar 90% do Volume (°C)	349	370	338
Resíduo de Carbono (% peso)	0,49	0,54	0,35

A viscosidade, medida da resistência interna ao escoamento de um líquido, constitui outra propriedade intrínseca dos óleos vegetais. É de considerável influência no mecanismo de atomização do jato de combustível, no funcionamento do sistema de injeção. Também influencia o processo de combustão, de cuja eficiência dependerá a potência máxima desenvolvida. Em relação ao diesel convencional, os óleos vegetais apresentam

valores de viscosidade bastante elevados, podendo exceder a 10 vezes a do óleo diesel, e em alguns casos, como no óleo de mamona, essa relação pode atingir índices 100 vezes maior (Brasil, 1985).

O ponto de névoa, que corresponde à temperatura inicial de cristalização do óleo, influencia negativamente o sistema de alimentação do motor, bem como o filtro do combustível, sobretudo quando o motor é acionado sob condições de baixa temperatura. Para evitar-se a solidificação, mesmo que parcial, do óleo, deve-se proceder ao seu pré-aquecimento. Este pré-aquecimento pode ser realizado com a própria água de arrefecimento do motor ou através da sua diluição com outros óleos insaturados, de modo a assegurar a completa fluidez do combustível. Por outro lado, os pontos de fulgor e de inflamação, são propriedades determinantes do grau de inflamabilidade e de volatilidade do combustível. Enquanto o ponto de fulgor indica a temperatura mínima na qual o óleo forma uma mistura inflamável com o ar, o tempo de inflamação, representa a temperatura na qual o óleo queima durante um tempo mínimo de 5 segundos.

Ao contrário dos óleos vegetais, os óleos derivados do petróleo são estáveis à temperatura de destilação, mesmo na presença de excesso de oxigênio. No caso dos óleos vegetais de estrutura predominantemente insaturada, a decomposição térmica inicia-se em temperaturas próximas a 250°C, onde os glicéridos sofrem uma série de reações químicas, com a formação subsequente de compostos poliméricos. Observa-se comportamento semelhante com os óleos de frituras. A presença de compostos poliméricos, aumenta a temperatura de destilação dos óleos vegetais, eleva o nível de fumaça e reduz a viscosidade do óleo lubrificante. A queima incompleta dos produtos secundários, acarreta diminuição de potência do motor. Tal comportamento, não é observado com derivados metanolizados ou etanolizados (biodiesel), cuja mistura é destilada quase integralmente em temperatura inferior a 350°C (Tabelas-3 e 4), não se verificando qualquer decomposição do óleo (Brasil, 1985). Comportamento semelhante pode ser observado para ésteres metílicos de óleo de fritura (Tabela-5).

Tabela 3. Características físico químicas do biodiesel (éster etílico) de várias espécies de óleos vegetais e do óleo diesel.

Características	Biod. de Óleo de Mamona	Biod. de óleo de Milho	Óleo Diesel Conv.
Massa específica a 20°C (g/cm ³)	0,9190	0,8760	0,8050 - 0,8650
Viscosidade 37,8° (cSt)	21,60	5,40	2,00-5,40
Inflamabilidade (°C)	208	196	55
Ponto de Fluidez (°C)	-30	-9	-6
Destilação 50% (°C)	326	341	250 (65%)
Destilação 90% (°C)	334	343	350 (85%)
Corrosividade	0	0	2
Teor de Cinzas (%)	0	0	0,01
Teor de Enxofre (%)	0	0	0,8
Índice Diesel	39,0	57,0	53,0
Cor (ASTM)	2,0	1,5	2,5

O BIODIESEL

O termo biodiesel aplica-se ao combustível substituto do óleo diesel, constituído de ésteres obtidos a partir de óleos vegetais, por processo de transesterificação com álcoois em meio ácido ou básico (Fig 1). O biodiesel é uma forma de combustível que ainda carece de muitos estudos, embora sua utilização teve

origem no início deste século. Por exemplo, um dos principais problemas com a utilização do biodiesel está relacionado com a qualidade de ignição em relação ao diesel convencional. Entretanto, aminas e amidas terciárias de ácidos graxos são mais eficientes que os ésteres e podem corrigir essa deficiência (Stourmas et. al., 1995).

Tabela 4. Características físico químicas do biodiesel (éster etílico) de várias espécies de óleos vegetais e do óleo diesel.

Características	Biod. de Óleo de Algodão	Biod. de Óleo de Piqui	Óleo Diesel Convencional
Massa específica 20°C (g/cm ³)	0,8750	0,8650	0,8050-0,8650
Viscosidade 37,8° (cSt)	6,00	5,20	2,00-5,40
Inflamabilidade (°C)	184	186	55
Ponto de Fluidez (°C)	-3	+5	-6
Destilação 50% (°C)	340	336	250 (65%)
Destilação 90% (°C)	342	346	350 (85%)
Corrosividade	0	0	2
Teor de Cinzas (%)	0	0	0,01
Teor de Enxofre (%)	0	0	0,8
Índice Diesel	57,5	60,0	53,0
Cor (ASTM)	1,0	0,5	2,5

Tabela 5. Características físico químicas do biodiesel (éster metílico) de óleo de fritura.

Características	Diesel	Biodiesel
Massa específica 15 °C (Kg/m ³)	0,849	0,888
Ponto Inicial de Destilação (°C)	189	307
10%	220	319
20%	234	328
50%	263	333
70%	286	335
80%	299	337
90%	317	340
Ponto Final de Destilação (°C)	349	342
Aromáticos (%v/v)	31,5	/
Carbono (%)	86,0	77,4

Os trabalhos desenvolvidos em nosso país, com vários tipos de óleos vegetais transesterificados, puros ou misturados ao diesel convencional na proporção de 30%, demonstraram bons resultados quando utilizados por caminhões, ônibus e tratores. Nesses testes, foram percorridos mais de um milhão de quilômetros e os principais problemas apresentados foram pequeno acúmulo de material nos bicos injetores e um decréscimo da viscosidade do óleo lubrificante (Brasil, 1985).

EMIÇÃO DE POLUENTES

A utilização de biodiesel no transporte rodoviário pesado, oferece grandes vantagens para o meio ambiente, tendo em vista que a emissão de poluentes é menor que a do óleo diesel (Clark et. al. 1984, Masjuk et. al. 1993). As emissões de monóxido e dióxido de carbono, enxofre e material particulado foram inferior ao diesel convencional, enquanto, os níveis de gases nitrogenados foram maiores (Chang et. al. 1996).

As emissões de hidrocarbonetos provenientes da utilização de biodiesel de óleo de soja é, de um modo geral,

inferior ao diesel convencional, mas em motores turbinados, que se utilizam de trocadores de calor para aquecer o ar de admissão em baixas cargas, houve redução de 40% no nível de hidrocarbonetos, em comparação com o óleo diesel (Brasil, 1985).

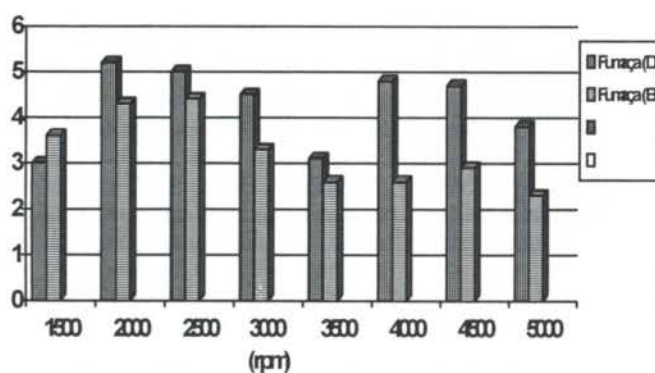
No caso da combustão de ésteres de óleos vegetais, acredita-se que a emissão de aldeídos seja superior àquela proveniente da combustão do óleo diesel convencional, devido à existência de oxigênio na molécula do éster. Os resultados mostram que o teor de aldeídos pode atingir valores 5-10 vezes maiores que os obtidos na combustão do diesel. Apesar disso, o número de mutações no teste de Ames foi em média três vezes menor para o óleo vegetal do que para o óleo diesel (Brasil, 1985).

O odor proveniente da queima do éster de óleo vegetal é sensivelmente diferente daquele do óleo diesel e tem sido considerado como aceitável por algumas pessoas e enjoativo por outras. A ausência de enxofre nos ésteres de óleos vegetais deve eliminar a emissão de SO₂ que ocorre nos gases de escape dos motores a óleo diesel.

A utilização de biodiesel de óleo de soja misturado ao diesel convencional na proporção de 20%, com o propósito de redução da poluição está sendo testado nas cidades de Curitiba e São Paulo, no Brasil e Rosário e Buenos Aires, na Argentina (Vianna, 1997).

O grau de fumaça para biodiesel de óleo de piqui foi comparado com o óleo diesel convencional, (Fig. 2), cujos resultados são nitidamente favoráveis ao óleo esterificado, principalmente acima de 4000 rpm. Esse comportamento é observado para outros tipos de biodiesel (Brasil, 1985)

Fig. 2 Comparação da Emissão de Graus de Fumaça (Índice Bosch) do Diesel e do Óleo de Piqui Esterificado (fonte: Brasil, 1985).



Na Fig. 2, à exceção do primeiro par de colunas, a primeira coluna do par representa a emissão de fumaça com o uso do diesel convencional. A outra coluna do par refere-se à emissão de fumaça em ensaio utilizando o biodiesel.

BIODIESEL DE ÓLEO USADO

A utilização de biodiesel de óleo usado em frituras, foi pouco estudada. Nye et. al. (1983) e Mittelbach et. al. (1988), realizaram alguns estudos de desempenho do combustível em motores, observaram as emissões de poluentes e obtiveram resultados satisfatórios. Segundo Mittelbach et. al. (1988), os testes foram realizados em bancada dinométrica e em veículo médio de carga com motor turbinado.

A Tabela 5, apresenta algumas características físicas e químicas do biodiesel (ésteres metílicos), de óleo de fritura sem especificação definida e compara com o óleo diesel (número.2). Através de algumas dessas características, verifica-se que o biodiesel de óleo de fritura não é muito diferente de outros tipos de biodiesel de óleos não usados, descritos anteriormente (Tabelas 1 e 2).

EMISSIONES

Quanto a emissão de poluentes, provenientes da combustão do biodiesel de óleo de fritura usado, Mittelbach et. al. (1988), observaram que os níveis de hidrocarbonetos, monóxido de carbono e materiais particulados, foram inferiores, tanto no teste com motor estacionário e principalmente com o motor em movimento. Neste último teste, os resultados das emissões de hidrocarbonetos e materiais particulados foram em torno de 50% menores. Por outro lado, as emissões de gases nitrogenados foram superiores. Portanto, essas emissões do biodiesel de óleo usado não apresentam comportamento diferente do apresentado por outros tipos de biodiesel citados anteriormente.

EMISSION DE COMPOSTOS CARCINOGENICOS

A emissão de compostos policíclicos aromáticos e hidrocarbonetos foi também investigado por Mittelbach et. al. (1988). Entre as substâncias citadas estão o fluoranteno, pireno, benzo(a)pireno, benzo(k)fluoranteno, benzo(ghi)perileno, benzo(b)fluoranteno, antantreno, perileno e indeno(1,2,3-cd)pireno. Sendo que as emissões de fluoranteno e pireno constituem 70% do total, mas a presença de compostos que apresentam atividade biológica reconhecida, como o criseno, benzo(a)pireno, benzo(b)fluoranteno e indeno(1,2,3-cd)pireno, caracterizaram esses compostos como carcinogênicos. Muito embora a emissão desses compostos tenha sido em torno de 28% a mais para o biodiesel de óleo usado em relação ao diesel convencional, essa incidência não representa nenhum risco, tendo em vista que a concentração é muito baixa e está dentro dos limites de tolerância.

TESTES COM BIODIESEL DE ÓLEO USADO

Testes preliminares com biodiesel, proveniente de óleo de fritura usado, foram realizados em bancada dinamométrica para o levantamento de alguns parâmetros de interesse como a emissão de material particulado, a potência do motor, o torque e o consumo de biodiesel. Essas informações aparecem na Tabela 6, a seguir. Os testes foram realizados para duas diferentes proporções de mistura biodiesel/diesel.

Tabela 6 Levantamento de parâmetros preliminares quando da utilização de mistura biodiesel/diesel puro. Teste em bancada dinamométrica.

Parâmetro	20% de éster	50% de éster	Diesel puro
Material Partic. (%)	7.55	6.60	7.58
Potência (CV)	2.42	2.53	2.39
Torque (N.m)	8.38	8.8	8.28
Consumo (l/h)	1.57	1.65	1.60

Em seguida, foram realizados testes com misturas de 20% de biodiesel, em ônibus da frota de transportes coletivos do

Município de Curitiba. Nesses testes foi utilizado um ônibus da marca "Mercedes Benz", com motor 355 turbinado de 238 CV de potência máxima. O ônibus percorreu um total de 915 km nas ruas da cidade de Curitiba em duas etapas, utilizando uma mistura de 20% de biodiesel proveniente de óleo de fritura transesterificado, e 80% de diesel convencional, sob condições normais de operação (observe a Tabela 7).

Analisaram-se as emissões de materiais particulados, quando da utilização de biodiesel pelos ônibus (mistura de 20%). Observou-se uma redução média de 41,5% (medidos em escala BOSCH), no que se refere à emissão de materiais particulados, sendo que o desempenho geral e o consumo do motor não foram afetados. No primeiro teste, realizado entre os dias 24 e 26 de dezembro de 1997, o ônibus percorreu 443 km e apresentou 50% na redução da emissão de particulados. Em função desse resultado auspicioso, foi realizado um segundo testes, entre os dias 04 e 06 de fevereiro de 1998. Desta feita o veículo percorreu 472 km com um registro de 33%, em escala BOSCH, de redução na emissão de particulados. A diferença entre esses dois testes pode ser decorrente do fato de que no primeiro teste, o motor do ônibus havia recém saído da revisão, enquanto que o outro não estava tão bem regulado. Entretanto, a própria metodologia utilizada (sonda BOSCH) pode apresentar diferentes variáveis, tendo em vista que a medição é feita na rua, com o veículo em movimento.

Tabela 7. Resultados obtidos em testes com o Biodiesel de óleo de fritura transesterificado, utilizado por ônibus urbano.

Ensaio	Biodiesel (puro)	Diesel (puro)	Mistura (20%)	Normas
Viscosidade cSt (40°C)	5,14	3,05	3,54	ABNT MB-293
Ponto de Fulgor (°C)	151	38	34	ABNT MB-50
Ponto de Combustão (°C)	191	45	43	ABNT MB-50
Massa específica (g/cm ³)	0,8828	0,8359	0,8449	NBR-7148
Sedimentos	neg	neg	neg	ABNT MB-38
Cloretos e Sulfatos	neg	neg	neg	NBR-5779
Umidade (ppm)	1390	58	350	NBR-5755

CONCLUSÕES

A utilização de biodiesel de óleo de fritura como combustível alternativo, tem um potencial promissor no mundo inteiro. Em primeiro lugar, por contribuir para a redução de poluição no meio ambiente. Em segundo lugar, como é uma fonte de energia renovável, poderá vir a ser utilizado como substituto do óleo diesel a partir do momento que houver diminuição das reservas de petróleo, e este, passe a ser destinado somente para aplicações mais nobres, como a petroquímica.

Atualmente, os Departamentos Acadêmicos de Química e Mecânica do Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, integrado ao Departamento de Química da Universidade Federal do Paraná, em parceria com a Companhia de Urbanização de Curitiba, vem desenvolvendo um projeto para o reaproveitamento de óleos de fritura usados, coletados junto a restaurantes industriais da região metropolitana de Curitiba, como

biodiesel, para o uso em motores de combustão interna na movimentação de veículos.

O objetivo maior desse convênio refere-se à substituição da finalidade do óleo de fritura usado. Este óleo, é comumente, como dito neste trabalho, endereçado à preparação de ração animal. Com a mudança de finalidade, estaria sendo direcionado para a utilização em motores de combustão interna. Desta maneira, estaria-se evitando que um material já oxidado (óleo de fritura) o fosse novamente (na produção de ração animal) e terminasse em nossa dieta alimentar.

BIBLIOGRAFIA

1. ARELLANO, D. B. Estabilidade em Óleos e Gorduras. Óleos & Grãos, no. 13, São Paulo, 1993, p. 10-13.
2. BRASIL. Ministério da Indústria e do Comércio. Secretária de Tecnologia Industrial, Produção de Combustíveis Líquidos a Partir de Óleos Vegetais. Brasília, STI/CIT, 1985, 364p.
3. CHANG, Y. Z. D., Gerpen, V. H. J., Lee I., Johnson, A. L. Hammond, G. E. and Marley, J. S. Fuel Properties and Emissions of Soybean Oil Esters as Diesel Fuel. JAOCS, v.73, no. 11, 1996 p.1549-1555.
4. CLARK, S. J. WAGNER, L. SCHROCK, M.D. and PIENNAAR, P. G. Methyl and Ethyl Soybean Esters as Renewable Fuels for Diesel Engines. JAOCS, v. 61, n.10, oct./1984, p. 1632-1637.
5. COSTA NETO, P. R.; FREITAS, R. J. S. e WASZCZYNSKYJ, N. Avaliação de Pastéis Fritos em Óleo de Soja com Diferentes Tempos de Aquecimento. B. CEPPA, v. 13, n. 2, jul./dez., 1995, p.91-98.
6. COSTA NETO, P. R.; FREITAS, R. J. S. Purificação de Óleo de Fritura. B. CEPPA, v. 14, n. 2, jul./dez., 1996, p.163-170.
7. MASJUK, H. and SAPUAN, M. S. Palm Oil Methyl Esters as Lubricant Additive in an Small Diesel Engine. JAOCS, v.72, no.5, 1995,p.609- 612.
8. MITTELBAACH, M. and TRITTHART, P. Diesel Fuel Derived from Vegetable Oils, III. Emission Tests Using Methyl Esters of Used Frying Oil. JAOCS, v. 65, no. 7, jul/1988, p.1185-1187.
9. NYE, M. J. T. W. WILLIAMSON, S. DESHPANDE, J. H et. al. Conversion of Used Frying Oil to Diesel Fuel by Transesterification: Preliminary Tests. JAOCS, v. 60, no. 8, Aug/1983, p.1598-1601.
10. OLIVEIRA, A. L. Silagem de Aves Mortas para Alimentação Animal: Uma nova Alternativa no Aproveitamento. Conferência de Ciência e Tecnologia Avícola, Curitiba, 17-19 set./1995.
11. SBOG (Sociedade Brasileira de Óleos e Gorduras). Qualidade Tecnológica e Nutricional de Óleos e Processos de Frituras. Seminário, Universidade São Judas Tadeu. São Paulo, 1997.

12. STOURNAS, S.; LOIS, E. and SERDARI, A.; Effects of Fatty Acid Derivatives on the Ignition Quality and Cold Flow of Diesel Fuel. JAOCS; v.72; no.4; 1995; p.436-437.

13. VIANNA Jr, J. X. Projeto Biodiesel. URBS, Prefeitura Municipal de Curitiba, Curitiba, 1993.

AGRADECIMENTOS

Os autores deste trabalho gostariam de agradecer a gentileza da Prefeitura Municipal de Curitiba, através da Companhia de Urbanização (URBS), pela cessão dos ônibus coletivos utilizados nos testes, e ao Prof. Raul Henrique Erthal, responsável pela bancada dinâmométrica do CEFET-PR.

Este trabalho teve o apoio do Núcleo de Pesquisa em Engenharia Simultânea (NuPES) do CEFET-PR.

ABSTRACT

In this work one discusses the necessity to re-utilise the wastes from the foods and agricultural sectors, specifically oils used in frying processes as biodiesel. The performance of the biodiesel in engines, as well as the emissions of pollutants from these processes, are also discussed

**EMPREGO DA ANÁLISE ESPECTRAL PARA O ESTABELECIMENTO DE
CORRELAÇÃO ENTRE TORQUE MÉDIO INDICADO E ACELERAÇÃO
ANGULAR DO BLOCO DE UM MOTOR DE COMBUSTÃO INTERNA**

Mário Roberto Silva DEMAC IGCE-UNESP 13500-230 - Rio Claro - SP - Brasil	Antonio Moreira dos Santos SEM EESC-USP 13560-924 - São Carlos - SP - Brasil	Carlos Klein Neto DC UFSCar 13565-905 - São Carlos - SP - Brasil
--	--	--

RESUMO

Investigou-se a existência de correlação entre o torque médio indicado e componentes espectrais da aceleração angular do bloco de um motor, calculados respectivamente a partir da pressão no interior de uma de suas câmaras de combustão e da aceleração linear em uma direção perpendicular e não concorrente ao eixo motor. Obteve-se um coeficiente de correlação linear de 0,91 entre torque médio indicado e a componente espectral da aceleração angular do bloco no dobro da frequência de explosões, sem a necessidade da modelagem do motor e da identificação de seus parâmetros.

INTRODUÇÃO

Atualmente são grandes os esforços realizados para o desenvolvimento de motores de combustão interna com o objetivo de reduzir a emissão de poluentes, a geração de ruídos e o consumo de combustível, bem como melhorar o rendimento e alcançar maiores potências com motores cada vez menores. Destacam-se nesses esforços alguns trabalhos que utilizam a análise espectral para o controle da queima e para a detecção e correção de falhas dos motores, (Othman, 1989) (Connolly e Rizzoni, 1994), (Charbonnier e Champoussin, 1992), (Archambault, 1992), (Sauw et al., 1993), (Azzoni e Marseguerra, 1995), (Azzoni et al., 1992) e (Ordubadi, 1982). O estudo da evolução da pressão no interior da câmara tem sido o melhor enfoque para a análise da combustão (Powell, 1993). Esta análise é normalmente realizada em laboratórios dotados de instrumentos que permitem a avaliação e o controle do torque e da rotação desenvolvidos sobre uma ampla faixa de condições de operação do motor.

No caso de veículos em condição de tráfego, os motores podem ainda ser submetidos a uma ampla faixa de torques e de rotações, porém a medição da pressão na câmara de combustão exige o arrefecimento do sensor, uma vez que este fica submetido às altas temperaturas da câmara, o que dificulta seu uso nestas condições.

Medidas indiretas da pressão na câmara, (Azzoni e Marseguerra, 1995), (Azzoni et al., 1992) e (Ordubadi, 1982), ou do torque por ela provocado têm sido obtidas através da aceleração angular do eixo motor calculada a partir de sua velocidade, (Connolly e Rizzoni, 1994), (Charbonnier e Champoussin, 1992) e (Rizoni, 1989). O método que mostrou-se mais simples e promissor foi proposto, inicialmente, por Ribens (1981), e mede a aceleração angular do eixo motor a partir de um sensor indutivo magnético que detecta a passagem dos dentes da engrenagem do volante solidário ao eixo motor. Neste caso, é necessário fixar rigidamente o sensor com uma pequena folga entre este e os dentes da engrenagem. Em muitos veículos isto só é possível perfurando-se a carenagem que envolve este volante.

Da mesma forma, a aceleração angular do bloco do motor pode ser utilizada na avaliação do desempenho de motores, pois

também tem sua origem no processo de combustão e nas forças por ele provocadas, direta ou indiretamente. Entretanto, poucos esforços têm sido realizados para utilizá-la na estimativa do torque ou na detecção de falhas.

Com o objetivo de avaliar o torque médio indicado a partir da aceleração angular do bloco de um motor, este trabalho verifica a existência de uma correlação entre o torque médio indicado e as componentes espectrais da aceleração angular do bloco de um motor de quatro tempos e quatro cilindros. Este motor foi instrumentalizado de forma a permitir a medida da pressão no interior de uma das suas câmaras de combustão e a medida da aceleração angular do bloco na direção do eixo motor. A existência desta correlação é verificada sem a necessidade de levar-se em consideração os efeitos dos torques de inércia do motor.

O uso das componentes espectrais correspondentes à frequência de explosões e aos múltiplos desta frequência é justificado pela simulação efetuada por Silva e Santos, (1997). Nesta simulação foi constatado que as componentes espectrais do torque devido à pressão do gás são proporcionais ao torque médio indicado. Usando este resultado e considerando que um sistema linear relaciona os torques sobre o bloco com a sua aceleração é possível, embora não exista a aceleração angular média do bloco, avaliar o torque médio indicado a partir das demais componentes espectrais da aceleração angular do bloco. Além disso, em Silva e Santos, (1997) constatou-se que as componentes espectrais do torque devido às inércias alternativas decaem, com o aumento da frequência, mais rapidamente do que o torque devido à pressão do gás. Portanto, quando se deseja desprezar a contribuição dos torques de inércia na avaliação do torque médio indicado a partir da aceleração angular do bloco, é conveniente utilizar-se de suas componentes espectrais de ordens superiores.

Esta proposta, abordada na tese de doutoramento de Silva (1998), apresenta a vantagem de eliminar o processo de isolamento dos efeitos dos torques de inércia, que seria necessário antes de estabelecer a correlação entre a aceleração angular do bloco do motor e o torque médio indicado, eliminando, desta forma, seu respectivo custo computacional e a necessidade da modelagem e identificação dos parâmetros do motor.

IMPROVING THE DETERMINATION OF BUBBLE SIZE HISTOGRAMS BY EMPLOYING WAVELET DE-NOISING TECHNIQUES

Paulo Seleglim Jr. and Fernando E. Milioli

Department of Mechanical Engineering
University of São Paulo

13560-970 São Carlos - SP - Brazil

seleglim@sc.usp.br and milioli@sc.usp.br

SUMMARY

Intrusive phase detection probes are widely used in association with numerical processing techniques to obtain bubble size distributions in gas-solid bubbly flow. Under these circumstances a numerical problem must be solved which consists in determining bubble size histograms from measured chord or pierced length histograms. This can be done by inverting a Fredholm integral operator of the first kind, which is known to be often ill-conditioned. Consequently the solution will be extremely sensitive to small changes or errors in the input measured data. This work describes the application of wavelet thresholding techniques in the numerical solution of the problem. Results are presented for several signal to noise ratios (SNR) and for wavelet as well as for classical Fourier thresholding techniques. The superiority of the former is evident since proper results can still be obtained, even at relatively poor SNR levels.

INTRODUCTION

Gas bubbling fluidized beds are used in industry for a variety of purposes. The catalytic cracking of hydrocarbons and the combustion of coals are major applications. A gas bubbling fluidized bed may be regarded as an ambient comprised of two phases, a bubble phase and a particulate or emulsion phase. The bubble phase is dispersed throughout the continuous emulsion phase. Bubbles are formed as the fluidizing gas is injected at the bottom of the bed, and move upwards dragging wakes of particulate. The bubbles frequently coalesce to other bubbles, split and recombine. Coalescence causes the bubble sizes, shapes, velocities, frequency and distribution to vary along the bed height. Bubbles formed close to the walls coalesce to internal bubbles enforcing an horizontal movement towards the axis of the column. The resulting increased concentration of bubbles towards the core of the bed causes coalescence to intensify, and at heights equivalent to the diameter of the column virtually all bubble flow occurs along the central axis. In shallow beds with large cross sections, several preferential bubble tracks are formed in the axial direction. In general the emulsion phase moves upwards in regions of high bubble activity, and downwards in regions of low bubble activity. The scale of the column, the design of the gas injectors, and the particle properties define the patterns of bubbling and recirculation in gas fluidized beds.

There is no defined interface between the phases, and the emulsion is permeable to the gas of the bubbles. The process of transport between the phases is accomplished through diffusion and mainly through convection. A continuous throughflow is established through the bubbles, with gases penetrating at the bottom and leaving at the top. The development of bubbles and their interaction with the emulsion are major factors determining the intensity of transport in gas fluidized beds. Therefore, chemical reaction is deeply affected by bubbling.

The development and properties of bubbles in gas fluidized beds are investigated using either intrusive or non-intrusive measuring techniques (Lim et al., 1995). Measurements through capacitive and electroresistive external probes, optical and X ray observations through photography and filming, and the use of gas tracers are among the non-intrusive methods. The intrusive techniques are based on phase detection probes for measurements of internal local physical properties. Most of the

commonly used probes are capacitive, optical, of differential pressure, and electroresistive. The non-intrusive methods, despite not disturbing the process, are either limited to small beds or allow observations confined to parietal regions. The intrusive probes, despite disturbing the process in some degree, are applicable to beds of any size. If the concern is turned to large scale beds, intrusive methods should be applied.

The measurement principles of intrusive probes are based on the detection of changes in a local property of the sensing field. In fluidized beds the probes can detect the relative presence of gas and solids on a sensing region, indicating the instantaneous presence of bubbles. However, the conversion of such information into bubble parameters such as size, shape and velocity is not straightforward. Only occasionally a bubble is intersected by the probe along its vertical axis. In fact, the intersection is randomly accomplished at any chord or pierced length through the bubble. Also, the bubbles may develop in a variety of shapes, such as flat, hemispherical or elongated, and through a fixed point inside the bed it may flow bubbles of several shapes and sizes. Still, the motion of the bubbles is predominantly ascendant with lateral movements towards the column axis though favouring transversal intersection. Considering the difficulties suitable procedures are required for allowing interpretation and conversion of acquired signals into the actual parameters of interest.

The literature presents a number of studies on bubble parameters in fluidized beds using intrusive probes. In general, pierced lengths are measured and used to determine bubble parameters. Werther and Molerus (1973a, 1973b) considered bubbles rising randomly through the bed, and assumed the mean pierced length to be a measure of the mean size of the bubbles in the bed. Wittmann et al. (1981) and Hillgardt and Werther (1986) followed this view. Rowe and Masson (1981) and Jones and Glicksman (1986) established the ratio between the mean bubble diameter and the mean measured pierced length to be 1.5. Glicksman and McAndrews (1985) estimated a ratio of 1.35, while Kage et al. (1991) found a value of 1.3. Sitnai et al. (1981, 1982) found the bubble diameter to be equal to its height. Chan et al. (1987) observed that decreased mean pierced lengths indicate decreased mean bubble sizes. van Lare et al. (1997) used Darton's correlation to establish a relation between the mean bubble diameter and the mean pierced length, and found a ratio from 2.5 to 3.0 for hemispherical bubbles. Valenzuela and Glicksman

(1984), Choi et al. (1988), Olowson and Almstedt (1990) and Olowson (1994) made no attempt to correlate their measured pierced lengths to bubble diameters. Stubington et al. (1984), Hatano et al. (1986), and Glicksman et al. (1987) applied arrays of probes, directly reconstructing bubble sizes from sets of simultaneous measurements.

Methodologies for establishing bubble diameters from measured pierced lengths have been developed by some authors. Pierced length distributions can be related to bubble size distributions provided suitable conditional probability laws are established. Such laws can be derived from hypotheses on distribution, velocities and geometrical shapes of the bubbles in the bed. Werther (1974a, 1974b) assumed bubbles of ellipsoid shape uniformly distributed throughout the bed, rising at constant velocity. The author solved the problem of determining size distributions from pierced lengths by inverting and numerically integrating the appropriate integral equation (see next section). Clark and Turton (1988) and Turton and Clark (1989) applied Werther's method assuming bubbles of truncated ellipsoid shape uniformly distributed through the bed cross section, considering the inherently higher probability of piercing larger bubbles, and accounting for bubble velocity dependence on bubble sizes. Liu and Clark (1995) and Clark et al. (1996) enhanced the methodology by proposing a technique for inferring statistical parameters such as mean and standard deviation of bubble sizes from the mean and standard deviation of pierced lengths. They also proposed analytical forms for the distribution of pierced lengths (Rayleigh and Gamma probability functions) and thereby generated analytical solutions for the bubble size distributions. Tsutsui and Miyauchi (1980) applied a statistical analysis for obtaining the size distribution of the bubbles from measured pierced lengths. The method accounts for the fact that the probability of detecting large bubbles is inherently higher than the probability of detecting small bubbles. Lim and Agarwal (1990) used digital image analysis techniques to obtain the pierced lengths of bubbles intercepted by an "imaginary" probe in a 2-D fluidized bed. The measured pierced lengths along with assumed bubble shapes were used to obtain theoretical predictions of the bubble sizes using geometrical probability. A Gamma distribution function was fitted to the observed pierced lengths distribution.

Methodologies are available for converting measured pierced length distributions into bubble size distributions. However, no work has been published considering the effect on the sizes distribution caused by noises on the pierced lengths measurements. The conversion from pierced length to size distributions is an inverse ill-conditioned problem. Unlike the direct problem, this is very sensitive to noise which are greatly amplified. In consequence, the resulting size distribution may become tremendously corrupted. In this work, the effects of noise are assessed, and de-noising techniques are considered. A wavelet thresholding de-noising technique is suggested, applied and evaluated in comparison to classical Fourier thresholding. More precisely, the calculus of chord histograms is preceded by a wavelet or a Fourier based de-noising algorithm in order to recover the signal from the noisy measurements, and to improve the accuracy of the final solution. Wavelet thresholding is clearly well adapted to this task because of the possibility of restoring the information lost in the smoothing operation (the integral equation relating chord and size histograms). In other words, if the shape of the probe signal is known, the choice of a specific de-noising wavelet can be made in accordance with this a priori information, i.e. with a similar form.

THE STATEMENT OF THE PROBLEM

Consider an ideal intrusive probe and its corresponding sensing line defining a bubble column, as depicted in Figure 1. As already mentioned, chord or pierced length histograms, denoted by $P_{chord}(y)$, can be directly obtained from the probe time traces,

provided the bubble rising velocity is measured or known from some adequate empirical correlation. The relation between $P_{chord}(y)$ and $P_{bubble}(r)$, which stands for the bubble size distribution characterized by its radius r , can be established through $P(y|r)$, which is the conditional probability of measuring a chord y from a bubble of radius r , integrated over the range of all possible bubble sizes. In mathematical terms this becomes

$$P_{chord}(y) = \int_0^{\infty} P(y|r) P_{bubble}(r) dr \quad (1)$$

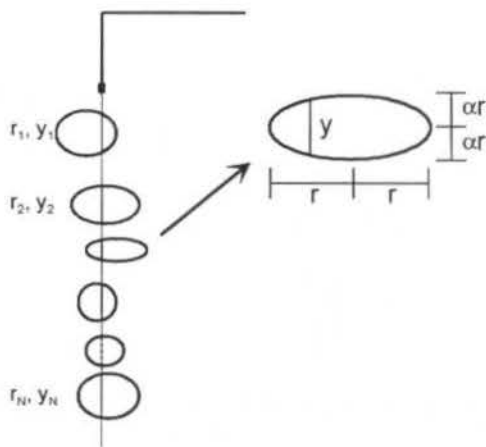


Figure 1. Measurement scheme and bubble shape model

Since in the majority of practical situations what is readily measured is $P_{chord}(y)$, to determine $P_{bubble}(r)$ it is necessary to invert Eq. (1), what corresponds to solving a Fredholm integral equation of the first kind. This type of integral equation is known to be often ill-conditioned. Consequently, the solution will be extremely sensitive to small changes or errors of experimental as well as of numerical nature, to the point of compromising the physical meaning or even completely corrupting the results. To better illustrate this, consider, without loss of generality, that the bubble shape can be modeled by an elongated ellipsoid with a larger horizontal semi-axis given by r , and a shape factor α ($0 < \alpha \leq 1$) defined by the ratio of the vertical and horizontal semi-axes. This model is also shown in Figure 1.

Under these circumstances, the conditional probability function becomes (Turton and Clark, 1989)

$$\begin{cases} P(y|r) = \frac{y}{2\alpha^2 r^2} & 0 \leq y \leq 2\alpha r \\ P(y|r) = 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (2)$$

and Eq. (1) results

$$P_{chord}(y) = \int_{y/2\alpha}^{\infty} \frac{y}{2\alpha^2 r^2} P_{bubble}(r) dr \quad (3)$$

In order to solve Eq. (3) numerically, it is necessary to discretize y and r , which can be done according to the following rule

$$\begin{aligned} y_i &= i \Delta y \\ r_j &= j \Delta r \end{aligned} \quad (4)$$

The values assumed by the probability functions at these discrete points can be denoted

$$\begin{aligned} P y_i &= P_{chord}(y_i) \\ P r_j &= P_{bubble}(r_j) \end{aligned} \quad (5)$$

Adopting zero-order interpolation functions

$$\begin{cases} \phi_j(r) = 1 & r_j \leq r \leq r_{j+1} \\ \phi_j(r) = 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (6)$$

$P_{bubble}(r)$ can be written in terms of its nodal values $P r_j$ as

$$P_{bubble}(r) = \sum_{j=0}^N P r_j \phi_j(r) \quad (7)$$

where N is the number of subintervals in the discretization of r . A further simplification can be achieved if the discretization step on y is taken to be

$$\Delta y = 2\alpha \Delta r \quad (8)$$

in which case the integral equation (3) becomes

$$P y_i = \frac{i \Delta r}{\alpha} \sum_{j=i}^N \left(P r_j \int_{j \Delta r}^{(j+1) \Delta r} \frac{1}{r^2} dr \right) \quad (9)$$

After calculating the integrals, expression (9) can be written in matrix form as

$$\{P y\} = [K] \{P r\} \quad (10)$$

where $[K]$ is an upper triangular matrix with coefficients given by

$$\begin{cases} K_{i,j} = \frac{i}{j(j+1)} & i \leq j \leq N \\ K_{i,j} = 0 & \text{if not} \end{cases} \quad (11)$$

Eq. (10) can be seen as the numerical version of the integral Eq. (3). In practical situations, the chord probability distribution is determined from the probe time traces and the radius probability distribution calculated by inverting $[K_{i,j}]$ (the numerical equivalent of the integral operator in Eq. (3)) and applying it to $\{P y\}$

$$\{P r\} = [K]^{-1} \{P y\} \quad (12)$$

In fact, this is a very delicate task due to the ill-conditioned nature of the problem. To better illustrate this, consider the following pair of size and chord probability distributions satisfying Eq. (3).

$$P_{bubble}(r) = 4 \sqrt{\frac{\alpha^3}{\pi}} r^2 \exp(-\alpha r^2) \quad (13)$$

$$P_{chord}(y) = \frac{y}{\alpha} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{y}{2\sqrt{\alpha}} \right) \right] \quad (14)$$

Consider now the direct problem of retrieving P_{chord} from a perturbed P_{bubble} and the inverse one of obtaining P_{bubble} from a perturbed P_{chord} . Through Eqs. (10) and (12), this can be written as

$$\{\tilde{P} y\} = [K] (\{P r\} + \{a\}) \quad (15)$$

$$\{\tilde{P} r\} = [K]^{-1} (\{P y\} + \{a\}) \quad (16)$$

where $\{a\}$ is a centered white noise vector of maximum amplitude parameterized by a . The plots in Figure 2 compare the direct and the inverse problem for increasing noise amplitudes (i.e. respectively Eq. (15) with P_{bubble} taken as Eq. (13) and Eq. (16) with P_{chord} taken as Eq. (14)).

It is obvious from these figures that the size probability distributions are completely corrupted, even for almost imperceptible disturbances. In consequence, obtaining size histograms from chord histograms directly from the experimental signals is unfeasible without specific signal processing algorithms to handle the influence of noise. As already mentioned, one way of doing this is by fitting a convenient theoretical chord distribution in order to be able to solve Eq. (1) analytically (Clark *et al.*, 1996, Liu and Clark, 1995 and Lim and Agarwal, 1990). This method works adequately only if the fitted analytical form (in general a continuous Gamma function) is close to the real chord distribution, which is not known a priori.

As an alternative to this, we propose the application of a pre-processing de-noising method based on the concept of orthogonal wavelet analysis, which will be detailed in the sequel.

WAVELET ANALYSIS AND SIGNAL DE-NOISING TECHNIQUES

Wavelet analysis has been originally introduced in the context of signal by J. Morlet for the study of seismic signals (Grossmann and Morlet, 1984). Since then, many researchers have worked to establish its theoretical background as well as to extend its range of applications. In the present days, beyond classical signal analysis problems, wavelets have been applied successfully in a great number of problems as, for instance, the characterization of coherent structures in turbulent flow (Farge *et al.*, 1996), analysis of the three-dimensional organization of galaxies (Bijaoui and Giudicelli, 1991) and computer vision (Mallat, 1989).

The continuous wavelet transform of the finite energy temporal signal $x(t) \in L^2(\mathcal{R})$ is the joint time-scale function $W_{x\psi}(a, b) \in L^2(\mathcal{R} \times \mathcal{R})$ defined as

$$W_{x\psi}(a, b) = \langle x(t), \psi_{a,b}(t) \rangle \quad (17)$$

where the analyzing function $\psi_{ab}(t)$ is the shifted and scaled version of the fundamental wavelet $\psi(t) \in L^2(\mathcal{R})$, generally well located in time and frequency. In mathematical terms this becomes:

$$\psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) \quad (18)$$

(the factor $1/\sqrt{a}$ is used to make the L^2 -norm of Eq. (18) unitary for all possible values of the description parameters a and b). The denomination wavelet comes from the necessary condition on $\psi(t)$ to be an admissible analyzing function, which requires that its Fourier transform vanishes at the origin. Since $\psi(t)$ must also vanish for $t \rightarrow \pm \infty$ (finite energy), a consequence is that any admissible wavelet decays and oscillates. Thus, Eq. (17) can be interpreted as a measure of resemblance between the original signal and the analyzing wavelet with respect to its essential temporal support and a characteristic frequency.

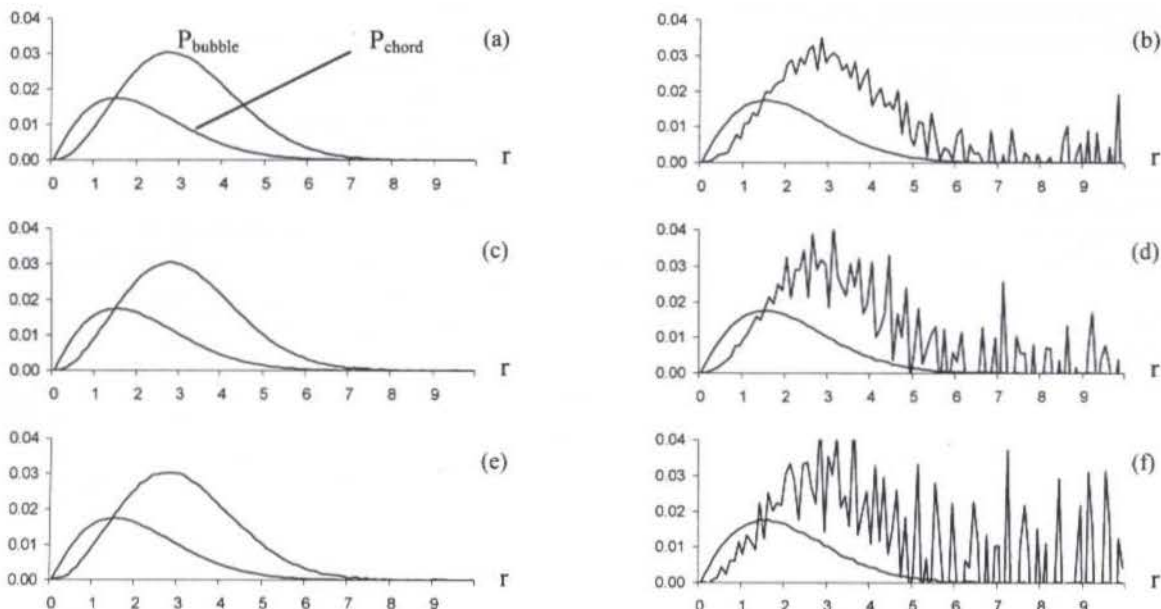


Figure 2. Direct (left) and inverse problem (right) for distributions (13) and (14) and different noise amplitudes: $a = 0.0001$ (2a and 2b), $a = 0.0002$ (2c and 2d) and $a = 0.0003$ (2e and 2f).

In what concerns signal decomposition and reconstruction, the main property of the wavelet transform is that for some classes of analyzing functions and values of the description parameters a and b , $\psi_{ab}(t)$ establishes an orthogonal decomposition of the Hilbert space. More precisely, for some $\psi_{ab}(t)$ and

$$a_m = a_0^m \quad \text{and} \quad b_{m,n} = a_m n \Delta t \quad (19)$$

where m and n are integers, Δt is the fundamental sampling period of $x(t)$ and a_0 can be set at 2, any finite energy signal $x(t)$ can be canonically decomposed as

$$x(t) = \sum_{m,n} W_{m,n} \psi_{a_m, b_{m,n}}(t) \quad (20)$$

where the decomposition coefficients $W_{m,n}$ can be calculated by the simple formula

$$W_{m,n} = \langle x(t), \psi_{a_m, b_{m,n}}(t) \rangle \quad (21)$$

or, using Lesbaigues inner product definition for functional Hilbert spaces

$$W_{m,n} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) 2^{\frac{-m}{2}} \overline{\psi}(2^{-m}t - n\Delta t) dt \quad (22)$$

The good time-frequency localization of $\psi_{ab}(t)$, together with its orthogonality at the dyadic grid a_m and $b_{m,n}$ ($a_0 = 2$), results in coefficients $W_{m,n}$ with minimum redundancy. One very important application of this is in signal recovery from noisy data. The general procedure is accomplished in three steps: *i*) transform the original data in noisy coefficients $W_{m,n}$ through Eq. (21), *ii*) apply soft or hard thresholding to the resulting coefficients in order to eliminate those not reflecting the basic structure of the signal and, finally, *iii*) reconstruct a de-noised version of the original signal through Eq. (21). In the context of wavelet transforms this procedure is also known as wavelet shrinkage and has been successfully applied to a great variety of experimental signals. Good entry references on this subject are Berger *et al.*, 1994 (removing noise from music), Mallat and

Zhang, 1993 (matching pursuits) and those of D.L. Donoho and collaborators (see for instance Coifman and Donoho, 1995).

These ideas can be illustrated with an artificial signal, representative of the output of an ideal phase detection probe immersed in bubbly two-phase flow (Figure 3a). The plateaus (representative of the chords) obey the probability distribution of Eq. (14) ($\alpha = 0.25$) and the distances between them vary randomly according to a uniform law. White centered noise is subsequently added (Figure 3b) resulting in a signal to noise ratio (SNR) of 5.0. The result of a standard hard thresholding in the Haar basis is shown in Figure 3c. As expected, the SNR has been significantly improved with good preservation of the edges of the signal, which is a known good characteristic of the Haar basis (a negative one, although not restrictive in this case, is the generation of pseudo-Gibbs artifacts in the vicinity of discontinuities).

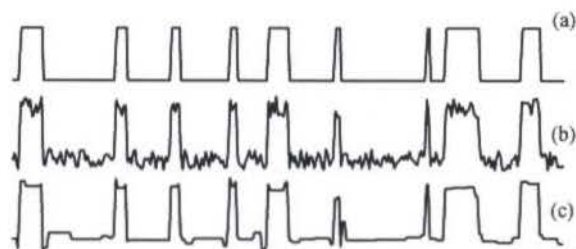


Figure 3. Example of Haar wavelet de-noising: a) pure signal, b) noisy signal with SNR = 5.0 and c) recovered signal (hard thresholding level at 0.08).

NUMERICAL EXPERIMENTS AND RESULTS

In order to validate the methodology proposed here, a series of numerical experiments were conducted with signals similar to those shown in Figure 3. More specifically, the error between the theoretical (Eq. (13)) and the experimental radii distribution is calculated for increasing noise levels. The basic steps of the procedure are: *i*) generation of the noisy signal (high noise amplitudes are used aiming to simulate more realistic experimental conditions), *ii*) recovery of the structure of the signal by wavelet or classical Fourier de-noising, *iii*) determination of

chord histogram, iv) determination of radii histogram by applying Eq. (16) and v) calculus of the error defined by

$$e = \left\| \left\{ \tilde{p}_r \right\} - \left\{ p_r \right\} \right\| \quad (23)$$

Figure 4 brings these results. To illustrate the severe influence of noise in this ill-conditioned problem, the error associated with the use of unprocessed signals is also plotted. It is important to emphasize that errors below 1.0 imply in good agreement between experimental and theoretical radii distributions. Errors between 1.0 and 2.0 are associated with poorly comparable radii distributions, yet the average values and standard deviations are still accurate. Errors above 2.0 correspond to completely corrupted distributions.

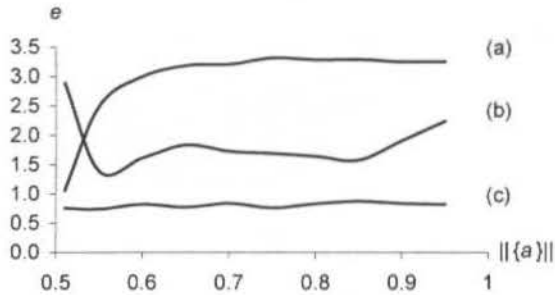


Figure 4. Error (Eq. (23)) in function of the amplitude of the noise vector: a) no de-noising, b) Fourier hard de-noising and c) wavelet hard de-noising (Haar basis).

CONCLUSIONS

This work concerns the determination of bubble size histograms from pierced length or chord histograms. This is done by numerically solving an inverse ill-conditioned problem, which implies that the solution will be extremely affected by noise. Surprisingly this aspect of the problem has not been previously considered in the literature.

Numerical experiments were conducted in which it was shown that even for imperceptible disturbances of the chord histograms the calculated size histograms are completely corrupted. In view of this, signal-processing algorithms are mandatory for handling the influence of noise if real experimental data are to be used.

A de-noising methodology was employed for signal recovery based on wavelets as well as Fourier thresholding techniques. To verify the potentiality of the method, numerical simulations were performed in which increasing noise levels were added to signals representative of a virtual phase detection probe immersed in bubbly flows. The superiority of wavelet thresholding is evident since good results can still be obtained even at relatively poor SNR levels.

REFERENCES

- Berger, J., Coifman, R. R. and Goldberg, M., 1994, "Removing noise from music using local trigonometric bases and wavelet packets", *Journal of Audio Engineering Society*, Vol. 42.
- Bijaoui, A. and Giudicelli, M., 1991, "Optical image addition with the wavelet transform", *Experimental Astronomy*, Vol. 1, pp. 347-363.
- Chan, I. H., Sishtla, C. and Knowlton, T. M., 1987, "The Effect of Pressure on Bubble Parameters in Gas-Fluidized Beds", *Powder Technology*, Vol. 53, pp. 217-235.
- Choi, J. H., Son, J. E. and Sang, D. K., 1988, "Bubble Size Frequency in Gas Fluidized Beds", *Journal of Chemical Engineering of Japan*, Vol. 21, pp. 171-178.
- Clark, N. N. and Turton, R., 1988, "Chord Length Distribution Related to Bubble Size Distributions in Multiphase Flows", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 14, pp. 413-424.
- Clark, N. N., Liu, W. and Turton, R., 1996, "Data Interpretation Techniques for Inferring Bubble Size Distribution from Probe Signals in Fluidized Beds", *Powder Technology*, Vol. 88, pp. 179-188.
- Coifman, R. R. and Donoho, D. L., 1995, "Translation-invariant De-noising", *Lecture Notes in Statistics*, Springer-Verlag Vol. 103, pp. 125-150.
- Farge, M., Kevlahan, N., Perrier V. and Goirand E., 1996, "Wavelets and Turbulence", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 84, pp. 639-669.
- Glicksman, L. R. and McAndrews, G., 1985, "The Effect of Bed Width on the Hydrodynamics of Large Particle Fluidized Beds", *Powder Technology*, Vol. 42, pp. 159-167.
- Glicksman, L. R., Lord, W. K. and Sakagami, M., 1987, "Bubble Properties in Large-Particle Fluidized Beds", *Chemical Engineering Science*, Vol. 42, pp. 479-491.
- Grossmann, A. and Morlet, J., 1984, "Decomposition of Hardy Functions into Square Integrable Wavelets of Constant Shape", *SIAM Journal Mathematical Analysis*, Vol. 15, pp. 723-736.
- Hatano, H., Khattab, I. A. H., Nakamura, K. and Ishida, M., 1986, "Spatiotemporal Measurement of Bubble Properties in Free-Bubbling Fluidized Beds", *Journal of Chemical Engineering of Japan*, Vol. 19, pp. 425-430.
- Hillgardt, K. and Werther, J., 1986, "Local Bubble Gas Hold-up and Expansion of Gas/Solid Fluidized Beds", *German Chemical Engineering*, Vol. 9, pp. 215-221.
- Jones, L. and Glicksman, L. R., 1986, "An Experimental Investigation of Gas Flow in a Scale Model of a Fluidized-Bed Combustor", *Powder Technology*, Vol. 45, pp. 201-213.
- Kage, H., Yamaguchi, H., Ishii, H. and Matsuno, Y., 1991, "Bubble Behaviour in Bubbling Fluidized Beds of Binary Particles", *Journal of Chemical Engineering of Japan*, Vol. 24, pp. 525-531.
- Lim, K. S. and Agarwal, P. K., 1990, "Conversion of Pierced Lengths Measured at a Probe to Bubble Size Measures: an Assessment of the Geometrical Probability Approach and Bubble Shape Models", *Powder Technology*, Vol. 63, pp. 205-219.
- Lim, K. S., Zhu, J. X. and Grace, J. R., 1995, "Hydrodynamics of Gas-solid Fluidization", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 21, pp. 141-193.
- Liu, W. and Clark, N. N., 1995, "Relationships between Distributions of Chord Lengths and Distributions of Bubble Sizes Including Their Statistical Parameters", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 21, pp. 1073-1089.
- Mallat, S. G. and Zhang, S., 1993, "Matching Pursuits with Time-frequency Dictionaries", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 41, pp. 3397-3415.
- Mallat, S. G., 1989, "Multifrequency Channel Decompositions of Images and Wavelet Models", *IEEE Transactions on Acoustic, Speech and Signal Processing*, Vol. 37, pp. 2091-2110.
- Olowson, P. A. and Almstedt, A. E., 1990, "Influence of Pressure and Fluidization Velocity on the Bubble Behaviour and Gas Flow Distribution in a Fluidized Bed", *Chemical Engineering Science*, Vol. 45, pp. 1733-1741.
- Olowson, P. A., 1994, "Influence of Pressure and Fluidization Velocity on the Hydrodynamics of a Fluidized Bed Containing Horizontal Tubes", *Chemical Engineering Science*, Vol. 49, pp. 2437-2446.
- Rowe, P. N. and Masson, H., 1981, "Interaction of Bubbles with Probes in Gas Fluidised Beds", *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, Vol. 59, pp. 177-185.
- Sitnai, O., Dent, D. C. and Whitehead, A. B., 1981, "Preliminary Communication: Bubble Measurement in Gas-solid

- Fluidized Beds", *Chemical Engineering Science*, Vol. 36, pp. 1583.
- Sitnai, O., Dent, D. C. and Whitehead, A. B., 1982, "Asymptotic Bubble Size in Tube Fluidized Beds", *Chemical Engineering Science*, Vol. 37, pp. 1429-1430.
- Stubington, J. F., Barrett, D. and Lowry, G., 1984, "Bubble Size Measurements and Correlation in a Fluidised Bed at High Temperatures", *Chemical Engineering Research and Development*, Vol. 62, pp.173-178.
- Tsuitsui, T. and Miyauchi, T., 1980, "Fluidity of a Fluidized Catalyst Bed and Its Effect on the Behaviour of the Bubbles", *International Chemical Engineering*, Vol. 20, pp. 386-393.
- Turton, R. and Clark, N. N., 1989, "Interpreting Probe Signals from Fluidized Beds", *Powder Technology*, Vol. 59, pp. 117-123.
- Valenzuela, J. A. and Glicksman, L. R., 1984, "An Experimental Study of Solids Mixing in a Freely Bubbling Two-dimensional Fluidized Bed", *Powder Technology*, Vol. 38, pp. 63-72.
- van Lare, C. E. J., Piepers, H. W., Schoonderbeek, J. N. and Thoenes, D., 1997, "Investigation on Bubble Characteristics in a Gas Fluidized Bed", *Chemical Engineering Science*, Vol. 52, pp. 829-841.
- Werther, J. and Molerus, O., 1973a, "The Local Structure of Gas Fluidized Beds - I. A Statistically Based Measuring System", *International Journal of Multiphase Flow*, Vo. 1, pp. 103-122.
- Werther, J. and Molerus, O., 1973b, "The Local Structure of Gas Fluidized Beds - II. The Spatial Distribution of Bubbles", *International Journal of Multiphase Flow*, Vo. 1, pp. 123-138.
- Werther, J., 1974a, "Bubbles in Gas Fluidized Beds - Part I", *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, Vol. 52, pp. 149-159.
- Werther, J., 1974b, "Bubbles in Gas Fluidized Beds - Part II", *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, Vol. 52, pp. 160-169.
- Wittmann, K., Helmrich, H. and Schugerl, K., 1981, "Measurements of Bubble Properties in Continuously Operated Fluidized Bed Reactors at Elevated Temperatures", *Chemical Engineering Science*, Vol. 36, pp. 1673-1677.

MEASUREMENT OF LOCAL INTERFACIAL AREA IN TWO-PHASE BUBBLY FLOW

Luiz F. M. Moura and Edvaldo A. M. Oliveira

Faculdade de Engenharia Mecânica - DETF

Universidade Estadual de Campinas

13083-970 - Campinas - SP - Brazil

SUMMARY

This paper describes a method of measurement of local interfacial area concentration using a double sensor resistivity probe. The time averaged value of the interfacial area is given in terms of the number of interfaces per unit time and the mean value of the interfacial velocity. In order to validate the double sensor probe data, an independent global measurement method based on the differential pressure was employed. Experimental results were obtained for air-water upward flow inside a 52 mm diameter pipe. The results show that the double sensor probe method is accurate and reliable for the local measurement of void fraction, interfacial velocity and interfacial area concentration in bubbly two-phase flows.

INTRODUCTION

Experimental information on the two-phase flow radial distributions of the void fraction, phase velocities, as well as interfacial area concentration is essential for the development of a realistic multidimensional models. Some of the data may lead to closure relations for these models while others would be appropriate for model validation.

In the study of two-phase flow there has been a strong need for instruments able to measure the detailed distribution of various local parameters. In a recent review work, Cartellier and Achard (1991) have shown that the most powerful probe techniques are electrical resistivity probe, optical probe and hot film anemometry. Among these techniques, the advantage of electrical resistivity probe is that both the sensor and the detecting electronic circuit are easy to be realized. In this work, a double sensor resistivity probe was used for the measurement of the radial profiles of void fraction, bubble frequency, bubble interface velocity and interfacial area concentration.

Since the fundamental works of Serizawa et al (1975) and Heringe and Davis (1976), continuous progress has been made with respect to the application of electrical resistivity probe technique to studying local two-phase flow parameters. Progress has been done both on the sensor geometry and on the threshold procedure. The experimental work of Van der Welle (1985) was dedicated to the local measurement of the void fraction, bubble velocity and bubble size in air-water flows, using a double probe. Kataota et al. (1986) introduced a local formulation of the interfacial area concentration and proposed a three double-sensor probe. Teyssedou and Tapacu (1988) used a single probe for the measurement of the void fraction profile in air-water flows. In the work of Barnea and Shemer (1989) a single probe was used for the measurement of the void fraction at the centerline of a vertical pipe in upward air-water flow. Kocamustafaogullari and Wang (1991) presented an extensive work on the local measurement of the void fraction, interfacial area concentration, mean bubble diameter and bubble interface velocity in a horizontal air-water flow, using a double probe. Liu and Bankoff (1993) developed a miniature double probe for the local measurement of the void fraction bubble velocity and bubble size in air-water bubbly flow. In the work of Leung et al. (1995) a double probe was used to the study of the axial development of the interfacial area and void fraction profiles.

DOUBLE SENSOR RESISTIVITY PROBE TECHNIQUE

Measuring Principle. The electrical resistivity probe technique consists of an instantaneous measurement of the local electrical resistivity in the two-phase flow by means of a sensor electrode. A typical resistivity probe is depicted in figure 1.

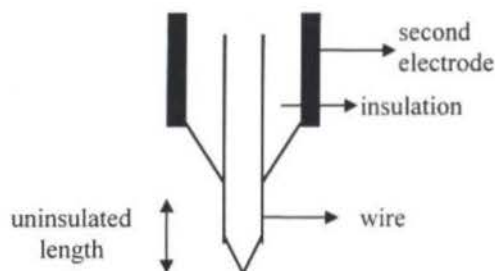


Figure 1 - Typical resistivity probe.

The sensor works as an identifier of a phase surrounding the probe tip. Since the circuit is opened or closed depending on whether the sensor is in contact with gas or liquid, the probe behaves in principle like a switch, yielding a two-stage signal. Such a signal shows a nearly immediate response to water contact with the probe, but a delayed response to bubble contact, due to the required dewetting time of the probe tip. Indeed, the sensor does not penetrate the interface without deforming it. Moreover, the instantaneous resistivity depends on the fraction of the sensitive tip area wetted by one phase, and therefore, long sensitive length induces smooth signal transitions. Minimization of this delay, i.e., approximation of a square wave shape, is desirable for signal conditioning. However, to obtain a true square wave type signal, a proper threshold voltage has to be used as a triggering criterion.

Signal Conditioning. The most common method of signal conditioning is based on a single threshold level whose intersections with the raw signal determine the start and the end of rectangular waves, producing thus a succession of gas residence times. This approach has the inherent disadvantage that

signals which do not reach the threshold level will be undetected. Hence the threshold level must be set as close to the liquid signal level as possible, in order to minimize the influence of the dewetting time and to take account of small bubbles.

No agreement exists in the literature, neither for the recommended threshold level, nor for the resulting performance. Nevertheless, the threshold level usually ranges from 10% to 50% of the static high level signal.

The problem is further augmented in practice by shifts in the liquid signal level. This problem can be avoided by comparing the samples with a self-adjusting threshold level. Before each data set entered a phase discrimination routine, the maximum M and the minimum N values of signal were determined in advance. The threshold level T is given by:

$$T = (M - N) \cdot S + N \quad (1)$$

where S ranges from zero to one.

The main advantage of this phase discrimination method is that every data set has a flexible threshold level, even for the same value of S . This is of practical importance if the liquid signal level drifts.

Signal Processing. As the conditioned signal consists of a train of square waves, the signal has to be processed such that the local parameters can be obtained.

The local void fraction is defined as the time average of the phase indicator function X by:

$$\alpha = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(x, t) dt \quad (2)$$

in which X as a function of position x and time t equals one for the gas phase and zero for the liquid phase.

As the conditioned signal is given in discrete binary form, equation (2) can be written as:

$$\alpha = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i) \quad (3)$$

in which N is the total number of samples and $X(i)$ the binary signal.

The residence time for a bubble follows from the block length of the square wave signal, i.e., from the number of continuous samples n in the gas phase, and from the sampling frequency f :

$$T_b = \frac{n}{f} \quad (4)$$

The local bubble interface velocity may be determined from the signals of two probes placed in the flow direction. A bubble which contacts the front probe will, in general, subsequently make contact with the rear probe. The time delay between these two contact signals is a measure for the velocity of the bubble. It is of course possible that a bubble is only pierced by one of the probes, this error source should not cause any problems provide this stochastic process is observed over an adequate length of time. A correlation technique will be required to determine the most probable time delay between two stochastic signals. The cross-correlation function of the two probe signals a and b is defined by:

$$F_{ab}(x, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T a(x, t) b(x + d, t + \tau) dt \quad (5)$$

where d is the distance between the probes and τ is the time delay. The maximum of the correlation function yields the most probable time delay τ_0 , from which the bubble interface velocity component in the axial direction is determined as:

$$v_i = \frac{d}{\tau_0} \quad (6)$$

For two identical signals shifted relative to each other the correlation function yields a triangular shaped function. In case of nonidentical signals, i.e., when the width of the blocks differs, the top of the correlation function is broadened, which may generate difficulties in determining τ_0 . In practice, however, the correlation functions show a single maximum.

The time-averaged interfacial area concentration a_i can be obtained by counting the number of interfaces passing the probe per unit time N_i and knowing the interfacial velocity v_i and the angle ϕ between this velocity and the normal vector of the interface (Kataota et al., 1986):

$$a_i(x) = 2N_i \frac{1}{|v_i| \cos \phi} \quad (7)$$

In practice, it is difficult to determine the angle ϕ . However, with the assumption that the interfaces are composed of spherical bubbles, the probe passes every part of bubble with an equal probability and the interfacial velocity has the same direction of the probe tips, the interfacial area concentration can be determined (Vetau, 1981) by:

$$a_i(x) = 4N_i \frac{1}{|v_i|} \quad (8)$$

EXPERIMENTAL RESULTS

Description of the Experimental Facility. A schematic diagram of the experimental facility is illustrated in figure 2. The test section is made of a 52 mm ID Plexiglas tube which is 2.40 m long.

The air flow was supplied from the building central air system. The water was pumped from a large water tank. Both air and water flowrate were measured with calibrated orifice-plate meters. Air and water were injected into the mixing chamber placed at the bottom of the test section. The bubble generator consisted of a porous plate. At the top of the test section a constant level system allowed the air to be exhausted and the water to be returned to the tank by gravity.

The double sensor probe was mounted on the displacement mechanism made of the micrometer screw gauge. The probe was placed at 1.92 m ($L/D=37$) from the inlet of the test section. Using the displacement mechanism, the double probe can be moved radially from the center towards the pipe wall up to 2.0 mm from the wall. Measurements were performed at 9 different radial positions.

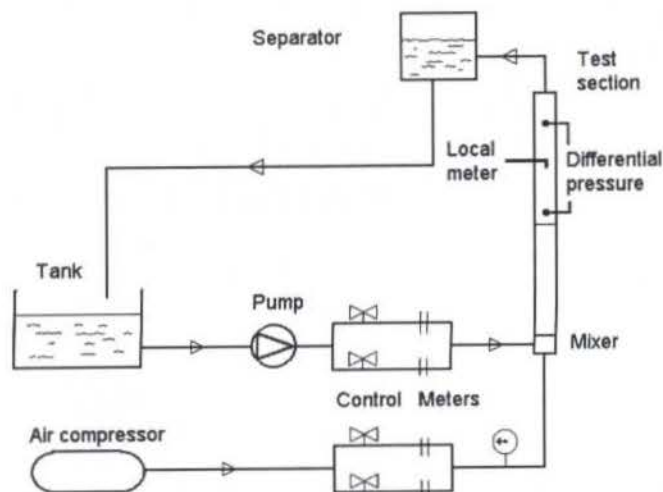


Figure 2 - Schematic of the experimental facility.

In the experiment the superficial gas velocity was varied from 0.010 to 0.040 m/s and the liquid superficial velocity was varied from 0.041 to 0.200 m/s, given a set of 25 experimental conditions.

The Electrical Resistivity Double Probe. The local measurement station consists of a probe displacement mechanism, the electrical resistivity double sensor probe and the driven voltage-sensitive circuit. The double sensor probe was inserted in the test section through a probe support tube (1.2 x 0.8 mm) fixed to the displacement mechanism. A micrometer screw gauge, with graduations to an accuracy of 0.05 mm, was used to traverse the probe in the radial direction. A high resolution mechanism was necessary to evaluate probe positions in flow stream accurately and to ensure reproducible results.

The design of the electrical resistivity sensor is shown in figure 3. For each sensor, one electrode is the exposed tip of an otherwise isolated wire and the return electrode is the supporting tube. The inner electrode is a 127 μm diameter copper wire, insulated with a varnish and accurately cut under a microscope at the tip. The copper wires were inserted into supporting stainless steel tube. Epoxy insulation was applied to the entire sensor and allowed to run back whilst drying, to expose only a small tip area. The exposed length was about 100 μm . The axial distance between the tip of the two sensors was 3.7 mm.

Each sensor was driven by a voltage-sensitive circuit consisting of a 1.5 volt battery and a 2 M Ω potentiometer connected in series with the probe to the ground. The potentiometer was adjusted to give an optimum output voltage for measurements. If the sensor tip is in the liquid phase, the circuit will be closed and the voltage output will be lower. When a gas bubble hits the sensor tip, the circuit continuity will be broken and the output will read a high voltage. The voltage drop across the probe during closed circuit (liquid signal) approximated 0.5 volts. This low voltage effectively reduced electrochemical phenomena at the sensor.

For each preset experimental condition the probe signals were digitized by a data acquisition system utilizing a personal computer and a high-speed analogue-digital I/O expansion board.

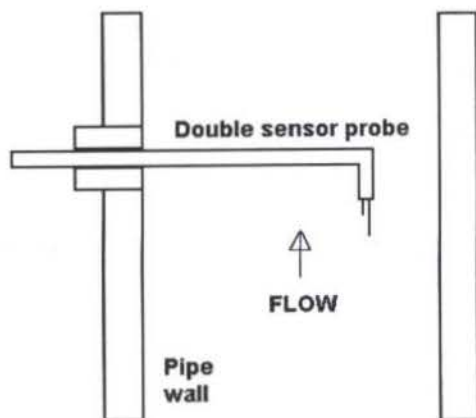


Figure 3 - Design of the electrical resistivity double probe.

Owing to the large volume of data generated, the sampling rate of the data acquisition was set at 18 kHz, and the total sampling time was 30 s. It was found that this combination provided a sufficiently number of bubbles for the statistical analysis of the flow.

It is to be noted that the sampling rate may seem to be very low when compared with some investigations carried out on vertical bubbly two-phase flows. However, it is important to note that for the present experimental conditions the bubble velocities are very low, and thus it becomes essential to have a total sampling time as long as possible to get enough bubbles. This simultaneously leads to a low sampling rate due to the overall limitations of the data acquisition system.

As mentioned above, a proper threshold level has to be applied to the raw signal in order to obtain a true square wave type signal. When the threshold level S , defined as a percentage of the voltage gap between the static levels, evolves from 0% to 100%, so does the local void fraction. All the experimental results presented in this paper were obtained by using a threshold level $S=0.15$.

A manometer connected across the length of the test pipe gives an accurate measurement of two-phase pressure drop in the test section. This can be converted to two-phase gravitational head to obtain the global void fraction data. Note that under the present experimental conditions the frictional loss was almost completely negligible in comparison with the head loss.

Void Fraction Measurements. The measured profiles of local void fraction at various gas superficial velocities (for $JL=0.200$ m/s) are shown in figure 4. The void fraction values are nearly constant in the radial direction except near the wall where these values decrease toward zero at the wall.

In order to validate the double probe data comparison with other global measurement method was made. For this purpose the differential pressure measurement data was utilized. The radial profiles of the void fraction were first area averaged to obtain the averaged void fraction at each superficial gas and liquid velocities. As shown in figure 5, the void fraction values obtained from the double sensor probe measurements are about 20% lower than those obtained from the differential pressure measurements. The difference between these two averaged void fraction values may be explained by the fact that the local void fraction values were slightly underestimated (some bubbles were not detected by the probe) and the global void fraction values were overestimated (the friction pressure drop was neglected).

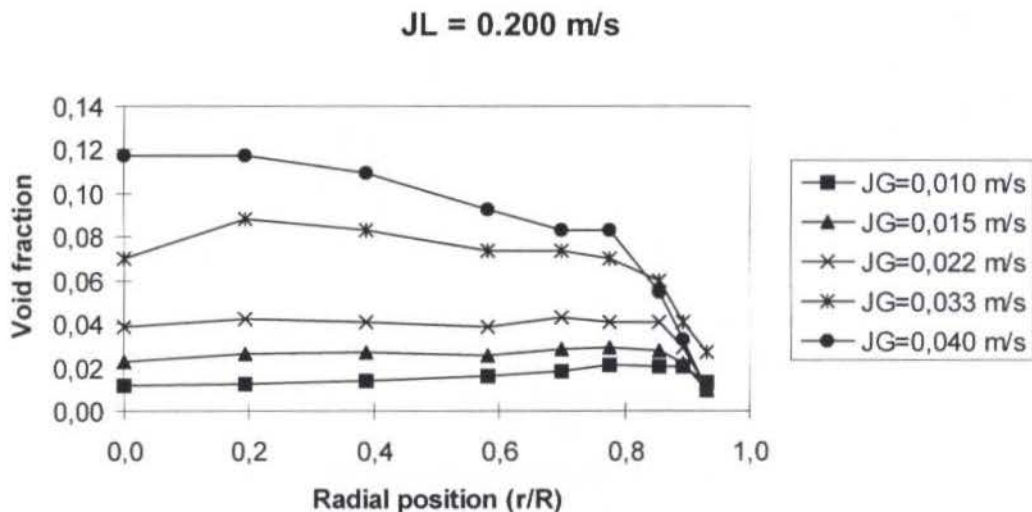


Figure 4 - Radial void fraction profiles

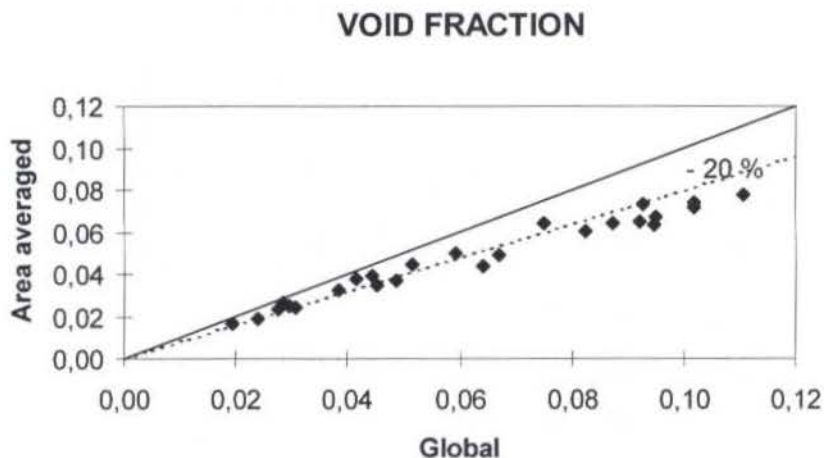


Figure 5 - Comparison of average void fraction obtained from double probe with global measurements

Bubble Interface Velocity. In the measurement of the velocity the double sensor probe in effect measures the interface velocity. The mean velocity of the front interface of the bubble is taken as the mean axial velocity of the bubble. Here it should be noted that for large and non-spherical bubbles this assumption may lead to considerable error.

As it was mentioned above, the bubble interface velocity may be determined from the time delay between the signals of two

probes placed in the flow direction. A correlation function, equation (5), was used to determine the most probable time delay between two stochastic signals. The maximum of the correlation function yields the most probable time delay, from which the bubble interface velocity component in the axial direction is determined by equation (6).

The radial bubble velocity profiles are presented in figure 6 for different values of gas superficial velocity ($JL=0.089$ m/s).

The bubble velocity profiles show basically the power law profile with the maximum at the pipe center for all gas superficial velocities.

The measured bubble velocities are close to the values predicted by the drift flux model (Zuber and Findlay, 1965).

Interfacial Area Concentration. The local interfacial area concentration may be determined from the bubble interface velocity and bubble frequency measurements, by using equation (8). This equation was obtained with the assumption that the

interfaces are composed of spherical bubbles, the probe passes every part of bubble with an equal probability and the interfacial velocity has the same direction of the probe tips. The radial profiles of interfacial area concentration ($JL=0.200$ m/s) are presented in figure 7. Generally, the interfacial area concentration increases as the gas superficial velocity increases. On the other hand, it was not influenced by the liquid superficial velocity. It should be noted that the interfacial area decreases near the pipe wall, certainly because the bubble frequency reduction in this region.

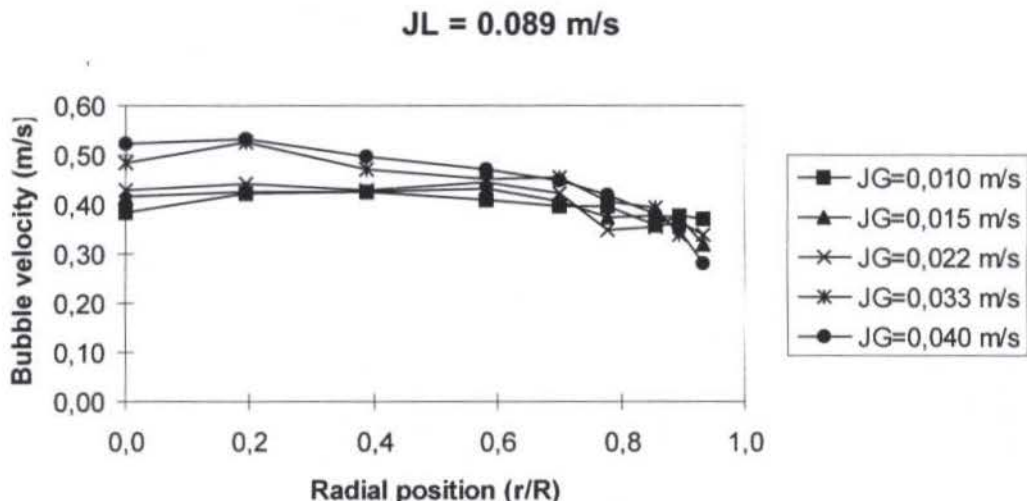


Figure 6 - Radial bubble velocity profiles

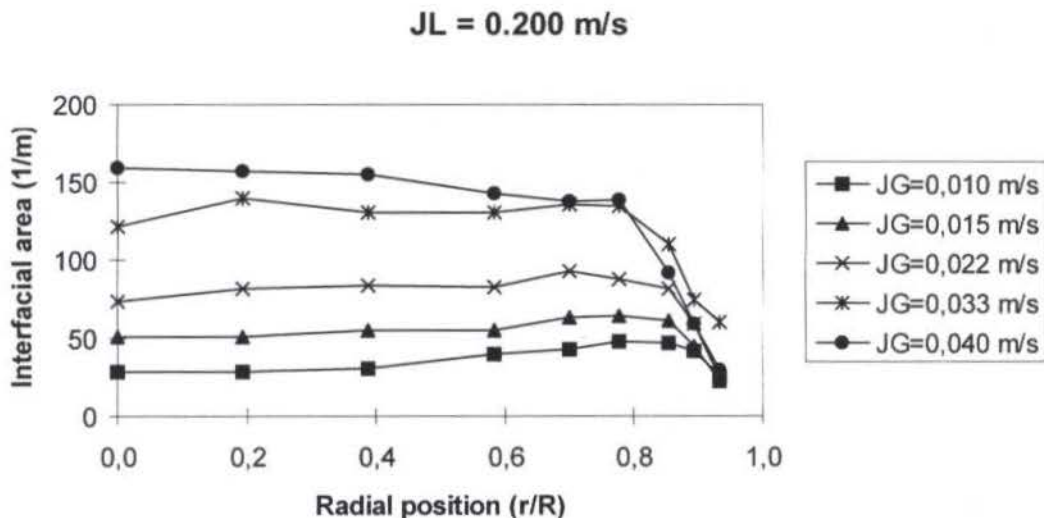


Figure 7 - Radial interfacial area concentration profiles

Average Gas Superficial Velocity. The average gas superficial velocity may be obtained from the local measurements of the void fraction and the bubble interface velocity. First, the pipe area is divided into concentric rings according to the radial position of the local measurement. The area averaged gas superficial velocity is obtained by multiplying the local void fraction and bubble interface velocity by the area ratio and summing them together:

$$J_g = \frac{1}{A} \int_A V_b \alpha dA = \sum_k \left[\left(\frac{r_o}{R} \right)^2 - \left(\frac{r_i}{R} \right)^2 \right] V_{bk} \alpha_k \quad (9)$$

where r_o , r_i and R are respectively the outer and the inner radius of the concentric ring and the pipe radius.

Figure 8 shows the comparison of the area average gas superficial velocities obtained by the probe method and by the

inlet measurements. Most of data were with a 20% error range compared to the inlet flow measurement. The disagreement for

high gas superficial velocity is probably due to the effect of the underestimation of the void fraction, as it was mentioned above.

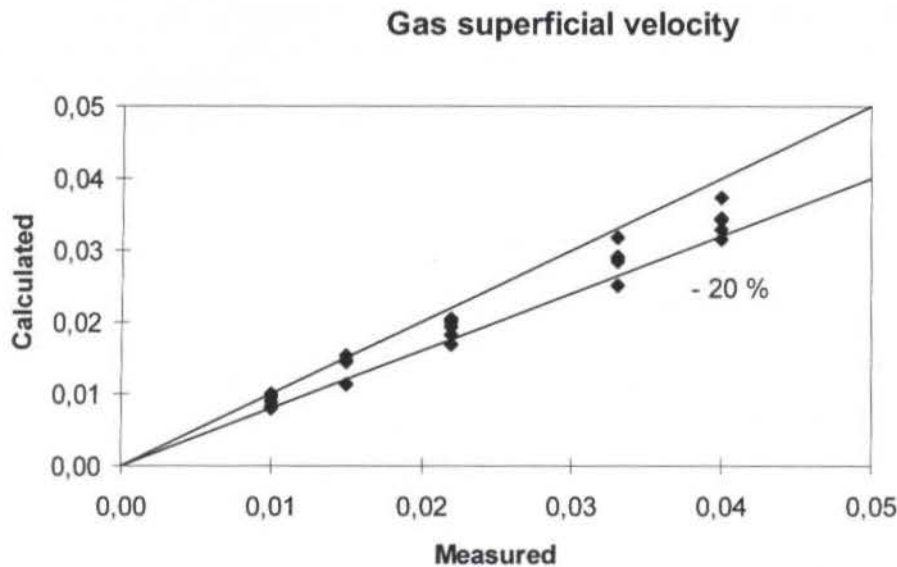


Figure 8 - Comparison between area average and inlet gas superficial velocity

CONCLUSIONS

The electrical resistivity double probe technique for measuring local interfacial area concentration in a two-phase flow has been described. Data on the local void fraction, bubble interface velocity, and interfacial area concentration were obtained for different gas and liquid superficial velocities in a air-water vertical bubbly flow.

The void fraction radial profiles showed a relatively flat pattern in the core ($r/R < 0.8$). Near the wall ($r/R > 0.8$) the void fraction values decrease toward zero at the wall. Increasing the gas superficial velocity, for a constant liquid superficial velocity, increased the void fraction, both in the core region and near the wall.

The bubble interface velocities, obtained from the cross correlation function of the signal of the double sensor probe, are close to the values predicted by the drift flux model. It ranges from 0.25 m/s (near the wall at lower gas flow rate) up to 0.60 m/s (core region at higher gas flow rate).

The interfacial area concentration profiles, obtained from the void fraction, bubble frequency and bubble interface velocity, showed the same behavior as the void fraction profiles.

Finally, the area average gas superficial velocities, obtained from the local measurements of void fraction and bubble velocity, were compared to the inlet gas flow rate and a good agreement was found.

REFERENCES

Barnea, D. and Shemer, L., 1989, "Void fraction measurements in vertical slug flow: Applications to slug characteristics and transition" *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 15, No. 4, pp. 495-504.

Cartellier, A. and Achard, J. L., 1991, "Local phase detection probes in fluid-fluid two-phase flows" *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 62, No. 2, pp. 279-303.

Herringe, R. A. and Davis, M. R., 1976, "Structural development of gas-liquid mixture flows" *J. Fluid Mech.*, Vol. 73, No. 1, pp. 97-123.

Kataoka, I. et al., 1986, "Local formulation and measurements of interfacial area concentration in two-phase flow" *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 12, No. 4, pp. 505-529.

Kocamustafaogullari, G. and Wang, Z., 1991, "An experimental study on local interfacial parameters in horizontal bubbly two-phase flow" *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 17, No. 5, pp. 553-572.

Leung, W. H. et al., 1995, "Axial development of interfacial area and void concentration profiles measured by double-sensor probe method" *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 38, No. 3, pp. 445-453.

Liu, T. J. and Bankoff, S. G., 1993, "Structure of air-water bubbly flow in a vertical pipe - II. Void fraction, bubble velocity and bubble size distribution" *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 4, pp. 1061-1072.

Serizawa, A., Kataoka, I. and Michiyoshi, I., 1975, "Turbulence structure of air-water bubbly flow- I. Measuring techniques" *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 2, pp. 221-233.

Teyssedou, A. and Tapacu, A., 1988, "Impedance probe to measure local void fraction profiles" *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 59, No. 4, pp. 631-638.

Van der Welle, R., 1985, "Void fraction, bubble velocity and bubble size in two-phase flow" *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 11, No. 3, pp. 317-345.

Vetau, J. M., 1981, "Contribution à l'étude des techniques de mesure de l'aire interfaciale dans les écoulements à bulles" Ph. D. Thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France.

Zuber, N. and Findlay, J.A., 1965, "Average volumetric concentration in two-phase flow systems" *J. Heat Transfer*, Vol. 87, pp. 453-468.

A MIXTURE THEORY MODEL FOR A PARTICULATE SUSPENSION FLOW IN A THERMAL NON-EQUILIBRIUM CONTEXT

M. L. Martins-Costa⁽¹⁾ and R. M. Saldanha da Gama⁽²⁾

(1) Laboratório de Mecânica Teórica e Aplicada (LMTA)

TEM, UFF – Rua Passo da Pátria No.156, 24210-240 Niterói/RJ, Brazil

(2) LNCC/CNPq – Av. Getúlio Vargas No.333, 25651-070 Petrópolis/RJ, Brazil

SUMMARY

The present work proposes a local model for a particulate suspension flow employing the continuum theory of mixture - specially developed to deal with multiphase phenomena. The flow of a Newtonian fluid with small solid particles in suspension - in which thermal non-equilibrium is allowed - is described as a mixture of solid and fluid constituents coexisting superposed. Thermodynamically consistent constitutive hypotheses are derived in order to build an adequate model for suspensions.

INTRODUCTION

Fluid-particle suspension flows play an important role in countless practical engineering applications with major economical importance. These include the study of flows of mining products in suspension in liquids, such as water, the flow that occurs in petrol exploitation - in which rock particles flow in suspension within the fluid, fluidized beds and nuclear reactor loss of coolant accidents. The interest in modelling such phenomena is increasing significantly nowadays mainly due to the importance attached to problems that impact the environmental state - e.g. fluid-pollution particles flows - either in rivers or in the air.

This work presents a local model for the flow of a Newtonian fluid with rigid solid particles in suspension in a thermal non-equilibrium context, based on the Theory of Mixtures, a convenient method for modelling multicomponent systems, which was first presented within the framework of Continuum Mechanics by Truesdell (1957). Its basic assumption is that, at any time, all the constituents are present in every point of the mixture. The fluid-particle flow is modelled as a mixture of two overlapping continuous constituents: one solid (rigid, homogeneous and isotropic particles) and one fluid (an incompressible Newtonian fluid).

Additional terms, playing the role of momentum and energy sources, absent in the classical Continuum Mechanics approach, are required in the balance equations to account for the thermodynamical interaction between the constituents. The mass, momentum and energy balance equations, which must be solved for both constituents of the mixture, combined with thermodynamically consistent constitutive assumptions for the partial stress tensor, the partial heat flux and for the above mentioned momentum and energy sources, results in a systematic description for thermal flows with particles in suspension. The resulting mathematical representation consists of a set of ten partial differential equations subjected to convenient boundary conditions,

whose unknowns are the fluid and the solid constituents velocities and temperatures, the fluid fraction and the pressure.

Particulate suspension flows have already deserved several studies, probably due to their application in the description of many processes of engineering interest. Passman et al. (1980) have modelled suspensions of particles in a fluid employing a mixture theory approach aiming to predict rheological properties of suspensions. Assuming that the suspension is dilute, they have proposed a rheological equation of state for an isothermal suspension and have analysed a simple shearing problem. Jean and Peddieson (1997), in a recent work, have presented the simulation of one-dimensional two-phase fluid/particle suspensions, stressing the mathematical aspects of different models to describe the motion of a suspension and applying them to steady injection of particles into a quiescent fluid, unsteady flow at low volume fractions and fully developed steady vertical pipe flows. Although their work dealt with complex processes with engineering interest, thermal equilibrium has been assumed throughout the article.

GOVERNING EQUATIONS

A Continuum Mechanics approach would describe adequately phenomena such as a fluid flow with a single solid particle immersed in it. Stokes, in 1851, has already solved a simplified version of the problem in which a spherical particle falls through an infinite viscous fluid due to gravity effect. However, in the presence of a great number of particles, whose shapes might be not as convenient as the above mentioned spherical particle, Continuum Mechanics would be no more an adequate choice for describing the resulting particulate-suspension flow. An alternative approach arises naturally if one bears in mind that the Continuum Theory of Mixtures has been specially developed to model multiphase phenomena.

The balance equations used to describe the solid-fluid mixture which represents the particulate suspension flow are stated assuming a chemically nonreacting continuous mixture. This hypothesis assures that the mass of each constituent of the mixture is preserved - and, according to Atkin and Craine (1976), the balances of mass for the solid and the fluid constituents are stated as

$$\frac{\partial \rho_S}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_S \mathbf{v}_S) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_F}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_F \mathbf{v}_F) = 0 \quad (2)$$

in which ρ_S and ρ_F are the solid and fluid constituents' mass densities and \mathbf{v}_S and \mathbf{v}_F their velocities in the mixture. The field ρ_i represents the local ratio between the mass of the i -th constituent and the corresponding volume of mixture.

The balance of linear momentum is postulated by applying the first axiom of Euler to each constituent of the chemically non-reacting continuous mixture (Atkin and Craine, 1976):

$$\rho_S \left[\frac{\partial \mathbf{v}_S}{\partial t} + (\nabla \mathbf{v}_S) \mathbf{v}_S \right] = \nabla \cdot \mathbf{T}_S + \mathbf{m}_S + \rho_S \mathbf{g}_S \quad (3)$$

$$\rho_F \left[\frac{\partial \mathbf{v}_F}{\partial t} + (\nabla \mathbf{v}_F) \mathbf{v}_F \right] = \nabla \cdot \mathbf{T}_F + \mathbf{m}_F + \rho_F \mathbf{g}_F \quad (4)$$

where \mathbf{T}_S and \mathbf{T}_F represent the partial stress tensors associated to the solid and the fluid constituents, \mathbf{m}_S and \mathbf{m}_F the momentum interaction forces, per unit volume, acting, respectively, on the solid and on the fluid constituents due to their interaction with the remaining constituent of the mixture and \mathbf{g}_S and \mathbf{g}_F specific body forces acting on the solid and the fluid constituents. The momentum interaction forces play a role of momentum sources, being present in the balance equations in order to guarantee dynamical interaction among the constituents of a mixture.

The momentum balance for the mixture as a whole, requires that the sum of momentum sources must be zero everywhere. This assumption is simplified whether a two-constituents' mixture ($i = 1, 2$) is considered, so that in order to ensure the momentum balance for the mixture it suffices that

$$\sum_{i=1}^2 \mathbf{m}_i = 0 \Rightarrow \mathbf{m}_S = -\mathbf{m}_F \quad (5)$$

In the present work \mathbf{T}_S and \mathbf{T}_F are assumed symmetrical, so the angular momentum balance is automatically satisfied.

Considering once again a chemically non-reacting continuous mixture, according to Atkin and Craine (1976), the

energy balance for both the solid and the fluid constituents is given by

$$\rho_S c_S \left[\frac{\partial T_S}{\partial t} + (\nabla T_S) \mathbf{v}_S \right] = -\nabla \cdot \mathbf{q}_S + \mathbf{T}_S \cdot \mathbf{D}_S + q_S''' + \Pi_S \quad (6)$$

$$\rho_F c_F \left[\frac{\partial T_F}{\partial t} + (\nabla T_F) \mathbf{v}_F \right] = -\nabla \cdot \mathbf{q}_F + \mathbf{T}_F \cdot \mathbf{D}_F + q_F''' + \Pi_F \quad (7)$$

in which c_S and c_F are the solid and the fluid specific heats - measured in a continuum mechanics framework. The remaining variables must be considered within a mixture theory context: T_F and T_S represent the fluid constituent and solid constituent temperature fields, \mathbf{q}_F and \mathbf{q}_S the (conduction) partial heat fluxes for the fluid and the solid constituents, \mathbf{D}_S and \mathbf{D}_F are the symmetrical part of \mathbf{v}_S and \mathbf{v}_F gradients and, finally, q_F''' and q_S''' the fluid and solid constituents heat generation terms.

The internal contribution terms Π_F and Π_S represent the energy generation function, arising from thermal non-equilibrium - allowed among the constituents of a mixture. They are temperature-dependent sources for each energy equation and represent the energy supply to a given constituent arising from its thermal interaction with the other constituents of the mixture. In the particular case of a binary mixture, Π_F represents the energy transfer per unit time and unit volume from the solid constituent to the fluid constituent - while Π_S stands for the transfer from the fluid constituent to the solid one. Now, considering the mixture as a whole ($i = 1, 2$), an analogy with the energy balance proposed by Martins-Costa et al. (1993) leads to

$$\sum_{i=1}^2 \Pi_i = 0 \Rightarrow \Pi_F = -\Pi_S \quad (8)$$

CONSTITUTIVE ASSUMPTIONS

According to Jean and Peddieson (1997) particulate suspension flow models - which are still being constructed - may be assumed as governed by equations mathematically analogous to those associated with single phase flow of a compressible fluid through a porous medium. In all the constitutive equations derived in this item two relevant aspects were taken into account. The former was that the simplest constitutive form among those that satisfy the second law of Thermodynamics and the principle of objectivity has always been searched for and the latter was to state the equations in terms of variables that could be related to usual continuum mechanics variables.

The dynamical interaction between the constituents (arising from the simultaneous existence of two distinct velocity fields in the considered domain - corresponding to the fluid and the solid constituents velocities) is taken into account in a momentum source term. The momentum source

associated to the fluid constituent is assumed to be proportional to its relative velocity ($\mathbf{v}_F - \mathbf{v}_S$) as well as to the gradient of fluid fraction in the mixture (Williams, 1978; Martins-Costa and Saldanha da Gama, 1996):

$$\mathbf{m}_F = \alpha_1(\mathbf{v}_F - \mathbf{v}_S) + \alpha_2 \nabla \varphi \quad (9)$$

where the fluid fraction φ is such that $\varphi = \frac{\rho_F}{\rho_{fluid}}$, resulting in the following relations for the solid and fluid constituents mass densities

$$\begin{aligned} \rho_S &= (1 - \varphi)\rho_{solid} \\ \rho_F &= \varphi\rho_{fluid} \end{aligned} \quad (10)$$

in which ρ_{solid} and ρ_{fluid} are the solid and the fluid mass densities, measured within a Continuum Mechanics framework, and α_1 and α_2 are given by

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\varphi^2 \eta \\ \alpha_2 &= -\mathcal{D} \end{aligned} \quad (11)$$

where η is the actual fluid viscosity (considering a continuum mechanics framework) and \mathcal{D} is a diffusion coefficient which may depend on φ .

Assuming the solid constituent as composed by rigid sparsely distributed particles - in such a way that distances between particles are much greater than their sizes - it is reasonable to suppose the shear effect negligible (Jean and Peddieson, 1997). Thus the solid constituent partial stress tensor may be simplified as

$$\mathbf{T}_S = -p(1 - \varphi)\mathbf{1} \quad (12)$$

in which the pressure acting on the mixture is represented by p , so that $(1 - \varphi)p$ is the partial pressure acting on the solid constituent, which represents the solid particles.

Considering a Newtonian incompressible fluid, the partial stress tensor associated to the fluid constituent may be stated as (Williams, 1978):

$$\mathbf{T}_F = -p\varphi\mathbf{1} + 2\mu\mathbf{D}_F \quad (13)$$

where φp stands for the pressure acting on the fluid constituent, \mathbf{D}_F for the symmetrical part of $\nabla\mathbf{v}_F$ and μ is related to the fluid constituent viscosity η , in such a way that

$$\mu = \eta\varphi^2\lambda \quad (14)$$

in which λ is a scalar parameter, which accounts for the presence of solid particles in the mixture - suggested by Williams (1978) to account for the drag enhancement in a solid-fluid mixture - when compared to the mixtures of fluids considered in the article by Sampaio and Williams (1977), in which this relation between the viscosities has been first proposed.

Constitutive equations for the partial heat fluxes are proposed, aiming to obtain the simplest elementary equations in which all the meaningful effects are included. A linear dependency on the φ variable is expected, for instance, since it represents the actually "occupied" volume (from a continuum mechanics viewpoint). An analogy with the heat transfer process in rigid solid mixtures (Saldanha da Gama, 1989) leads to the following equations

$$\mathbf{q}_S = -\Lambda k_S(1 - \varphi)\nabla T_S \quad (15)$$

$$\mathbf{q}_F = -\Lambda k_F\varphi\nabla T_F \quad (16)$$

in which Λ represents an always positive parameter that depends on both the internal structure and the kinematics of the mixture and k_S and k_F are the actual solid and fluid thermal conductivities - obtained within a continuum mechanics viewpoint.

Finally, since the mixture theory allows a thermal independence between the two constituents, a linear relationship on the local temperature difference is assumed in the constitutive assumption describing the energy generation function Π_F - which accounts for the energy transfer among the constituents of a mixture, so that the following equation is proposed (Martins-Costa and Saldanha da Gama, 1996; Saldanha da Gama, 1989)

$$\Pi_F = -\Pi_S = R_{FS}(T_S - T_F) \quad (17)$$

where R_{FS} is an always positive factor which may depend on $(\mathbf{v}_F - \mathbf{v}_S)$, on the spatial position and on the mixture constituents' thermal properties and internal structure (Martins-Costa et al., 1992).

At this point it is important to mention that the constitutive relations proposed in the present section for momentum and energy sources, partial stress tensors and partial heat fluxes satisfy the second law of thermodynamics, regardless the geometry, the external actions or the boundary conditions (Costa-Mattos et al., 1993).

AN APPLICATION

Combining mass, momentum and energy balance equations for each constituent in the mixture (eqs. (1)-(4), (6)-(7)), the relations derived from momentum and energy balance equations for the mixture as a whole (eqs. (5), (8)) and the constitutive assumptions (eqs. (9), (11)-(16)) stated in the previous sections, one obtains the following set of equations - which describes the flow of a Newtonian fluid with small solid particles in suspension

$$\frac{\partial}{\partial t}(1 - \varphi) + \nabla \cdot [(1 - \varphi)\mathbf{v}_S] = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\varphi\mathbf{v}_F) = 0 \quad (19)$$

$$\begin{aligned}
(1-\varphi)\rho_{solid}\left[\frac{\partial \mathbf{v}_S}{\partial t} + (\nabla \mathbf{v}_S)\mathbf{v}_S\right] \\
= -\nabla[(1-\varphi)p] - \alpha_1(\mathbf{v}_F - \mathbf{v}_S) \\
- \alpha_2 \nabla \varphi + (1-\varphi)\rho_{solid} \mathbf{g}_S
\end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
\varphi\rho_{fluid}\left[\frac{\partial \mathbf{v}_F}{\partial t} + (\nabla \mathbf{v}_F)\mathbf{v}_F\right] \\
= -\nabla[\varphi p] + \nabla \cdot [2\mu \mathbf{D}_F] \\
+ \alpha_1(\mathbf{v}_F - \mathbf{v}_S) \\
+ \alpha_2 \nabla \varphi + \varphi\rho_{fluid} \mathbf{g}_F
\end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
(1-\varphi)\rho_{solid} c_S \left[\frac{\partial T_S}{\partial t} + (\nabla T_S)\mathbf{v}_S\right] \\
= -\nabla \cdot [\Lambda k_S(1-\varphi)\nabla T_S] \\
+ \{-\nabla[(1-\varphi)p]\} \cdot \mathbf{D}_S \\
+ q_S''' + R_{FS}(T_F - T_S)
\end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
\varphi\rho_{fluid} c_F \left[\frac{\partial T_F}{\partial t} + (\nabla T_F)\mathbf{v}_F\right] \\
= -\nabla \cdot [\Lambda k_F \varphi \nabla T_F] \\
\{-\nabla[\varphi p] + \nabla \cdot [2\mu \mathbf{D}_F]\} \\
\cdot \mathbf{D}_F + q_F''' + R_{FS}(T_S - T_F)
\end{aligned} \quad (23)$$

Considering appropriate initial and boundary conditions, the above problem may be numerically simulated. For a steady-state case, for instance, inlet values for φ , p , \mathbf{v}_F , \mathbf{v}_S , T_F and T_S could be given. If a flow through a channel is simulated, the fluid constituent velocity should satisfy no-slip and impermeability boundary conditions at the channel's solid boundaries, while for the solid constituent (representing the solid particles), only impermeability on the solid walls would be required.

An interesting simplification of the above stated problem may be achieved when a steady-state two-dimensional flow through a plane channel is analysed, neglecting the terms analogous to the viscous dissipation $\mathbf{T}_i \cdot \mathbf{D}_i$ and the external heat generation q_i''' - so that the resulting equations which describe the solid and fluid constituents are:

$$\frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)u_S] + \frac{\partial}{\partial y}[(1-\varphi)v_S] = 0 \quad (24)$$

$$\begin{aligned}
(1-\varphi)\rho_{solid}\left[u_S \frac{\partial u_S}{\partial x} + v_S \frac{\partial u_S}{\partial y}\right] \\
= -\frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)p] - \alpha_1(u_F - u_S) \\
- \alpha_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + (1-\varphi)\rho_{solid} g_x
\end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
(1-\varphi)\rho_{solid}\left[u_S \frac{\partial v_S}{\partial x} + v_S \frac{\partial v_S}{\partial y}\right] \\
= -\frac{\partial}{\partial y}[(1-\varphi)p] - \alpha_1(v_F - v_S) - \alpha_2 \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\
+ (1-\varphi)\rho_{solid} g_y
\end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned}
(1-\varphi)\rho_{solid} c_S \left[u_S \frac{\partial T_S}{\partial x} + v_S \frac{\partial T_S}{\partial y}\right] \\
= -\frac{\partial^2}{\partial x^2} [\Lambda k_S(1-\varphi)T_S] \\
- \frac{\partial^2}{\partial y^2} [\Lambda k_S(1-\varphi)T_S] \\
+ R_{FS}(T_F - T_S)
\end{aligned} \quad (27)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}[\varphi u_F] + \frac{\partial}{\partial y}[\varphi v_F] = 0 \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
\varphi\rho_{fluid}\left[u_F \frac{\partial u_F}{\partial x} + v_F \frac{\partial u_F}{\partial y}\right] \\
= -\frac{\partial}{\partial x}[\varphi p] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} [\lambda \varphi^2 \eta u_F] \\
+ \frac{\partial^2}{\partial y^2} [\lambda \varphi^2 \eta u_F] \\
+ \alpha_1(u_F - u_S) + \alpha_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \varphi\rho_{fluid} g_x
\end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
\varphi\rho_{fluid}\left[u_F \frac{\partial v_F}{\partial x} + v_F \frac{\partial v_F}{\partial y}\right] \\
= -\frac{\partial}{\partial y}[\varphi p] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} [\lambda \varphi^2 \eta v_F] \\
+ \frac{\partial^2}{\partial y^2} [\lambda \varphi^2 \eta v_F] + \alpha_1(v_F - v_S) + \\
\alpha_2 \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \varphi\rho_{fluid} g_y
\end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
\varphi\rho_{fluid} c_F \left[u_F \frac{\partial T_F}{\partial x} + v_F \frac{\partial T_F}{\partial y}\right] \\
= -\frac{\partial^2}{\partial x^2} [\Lambda k_F \varphi T_F] - \frac{\partial^2}{\partial y^2} [\Lambda k_F \varphi T_F] \\
+ R_{FS}(T_S - T_F)
\end{aligned} \quad (31)$$

where u_F and v_F are \mathbf{v}_F components and u_S and v_S are \mathbf{v}_S components on x and y directions, respectively. In order to solve this problem \mathbf{v}_S , \mathbf{v}_F , φ , p , T_S and T_F must

be known at the channel's inlet and at both inferior and superior channel walls $\mathbf{v}_F = 0$ and $v_S = 0$ (no-slip and impermeability boundary conditions).

FINAL REMARKS

A mixture theory approach had been used to describe a flow of a Newtonian fluid with small solid particles in suspension. The fluid and the particles have been represented by two overlapping continuous constituents of a mixture: a solid one standing for the rigid particles, while the fluid constituent represents a Newtonian incompressible fluid. Balance equations for each constituent and constitutive hypotheses have been considered to build a simple model for the particulate suspension flow - in such a way that the problem was mathematically described by a set of ten partial differential equations.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author M.L.Martins-Costa gratefully acknowledges the financial support provided by the agency FAPERJ through grant n^o E-26/151.157/96.

REFERENCES

Atkin, R.J. and Craine, R.E., 1976, "Continuum Theory of Mixtures. Basic Theory and Historical Development" *Quart. J. Appl. Math.*, vol. 29, pp. 209-244.

Costa-Mattos, H. Martins-Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M., 1993, "A Thermodynamically Consistent Constitutive Theory for a Rigid Solid-Stokesian Fluid Mixture", *Mech. Research Comm.*, vol. 20, No. 3, pp. 243-249.

Jean. T.H. and Peddieson Jr., J., "One-Dimensional Equations and Solutions for Particulate Suspension Flows", 1997, *Int. J. Engng. Sci.*, vol. 35, No. 8, pp. 803-818.

Martins-Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M., 1992, "Modelling and Simulation of Energy Transfer in a Saturated Flow through a Porous Medium" *Appl. Math. Modelling*, vol. 16, pp. 589-597.

Martins-Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M., 1993, "On the Energy Balance for Continuous Mixtures" *Mech. Research Comm.*, vol. 20, No. 1, pp. 53-58.

Martins-Costa, M.L. and Saldanha da Gama, R.M., 1996, "Constitutive Relations for the Energy Transfer in Nonsaturated Continuous Mixtures" *Mech. Research Comm.*, vol. 23, No. 2, pp. 117-122.

Passman, S.L., Nunziato, J.W., Bailey, P.B. and Walsh, E.K., 1980, "A Mixture Theory for Suspensions", in *Rheology, Volume 2: Fluids*, edited by Astarita, G., Marrucci, G. and Nicolais, L. - Plenum Publishing Corporation, New York.

Saldanha da Gama, R.M., 1989, "A Model for Heat Transfer in Rigid Continuous Mixtures", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, vol. 16, 123-132.

Sampaio, R. and Williams, W.O., 1977, "On the Viscosities of Liquid Mixtures", *ZAMP*, vol. 28, pp. 607-614.

Truesdell, C., 1957, "Sulle Basi della Termomeccanica", *Rend. Accad. Lincei*, vol. 22, pp. 158-166.

Williams, W.O., 1978, "Constitutive Equations for a Flow of an Incompressible Viscous Fluid through a Porous Medium" *Quart. J. Appl. Math.*, vol. 36, pp. 255-267.

On the Interaction Between a Gas-Liquid Bubble Plume and a Wall

by Philippe P. M. Menut, Jader Riso Barbosa Jr. & Atila P. Silva Freire

Mechanical Engineering Program (PEM/COPPE/UFRJ),
C.P. 68503, 21945-970 - Rio de Janeiro - Brazil.

Abstract

This paper experimentally describes the gas fraction distribution in the two-phase flow of a gas-liquid round bubble plume set to develop adjacent to a wall. The local gas fraction measurements are carried out using the electro-resistivity probe technique in an air-water system. The system comprises a cubic meter volume water tank and air injection nozzles whose flow rates range from 1.2 to 3.5 litre per minute. When a Froude number based on the distance between the gas sources is high, the plume exhibits a type of a Coanda effect, bending towards the wall. A brief theoretical analysis, based on Taylor's entrainment hypothesis, is conducted so that a variable entrainment coefficient can be proposed in the future. Gaussian distributions observed to exist for axisymmetric single plumes are shown not to occur in flow geometries where the Coanda effect is allowed to set in. Photographs of the flow are shown to illustrate the phenomenon.

KEYWORDS: bubble plumes, gas fraction distribution, electro-resistivity probes, Coanda effect, entrainment.

INTRODUCTION

Gas stirred melt ladles are a common occurrence in the steel making industry. The upward movement of an inert gas into a bath provokes a large agitation in the molten metal, resulting in the chemical and thermal homogenization of the mixture, as well as in an acceleration of the absorption of harmful non-metallic inclusions into an overlying slag.

The liquid metal homogenisation can indistinctly be performed by a single gas plume, by a combination of geometrically arranged plumes or by a curtain of bubbles. The degree of agitation – and consequently the flow properties – provided by rising bubbles of an inert gas in the liquid metal medium must hence be determined so as to achieve minimum mixing times and maximum recoveries of alloy additions at optimum flow rates.

The flow properties will, of course, result from the geometry of the problem, in particular, from the specific manner in which gas is injected in the ladle. For most studies in literature, just a single source of gas is considered, which is taken to be axisymmetric. This is, in fact, a mandatory procedure when an integral approach to the problem is used and the entrainment hypothesis considered. For differential approaches, this need not be the case; turbulence models with a reasonable degree of generality should be capable of accounting for the break in symmetry so that, in theory, one or more plumes could be considered in the analysis. Unfortunately, as we shall see, this is not the case.

The purpose of this paper is to investigate the behaviour of a bubble plume that develops near to a wall. Under this condition the plume is seen to develop not axisymmetrically, but deflected to the side of the wall. The emphasis here is on understanding how the proximity of the wall deflects the plume and alters its mean properties. The present

flow geometry has been chosen for it exhibits the same type of physical effects as those that appear in the case of two plumes set side by side. Indeed, Pera and Gebhart (1975) have shown that the effect of an adjacent wall on the inclination of a plume is about the same as the effect of another plume of equal strength and twice as far away. Thus, through the artifice of studying the plume development close to a wall we expect to understand the problem of multiple plumes which develop close enough to each other to have their original axisymmetry broken. In addition, the present case is of great interest to the metallurgical industry.

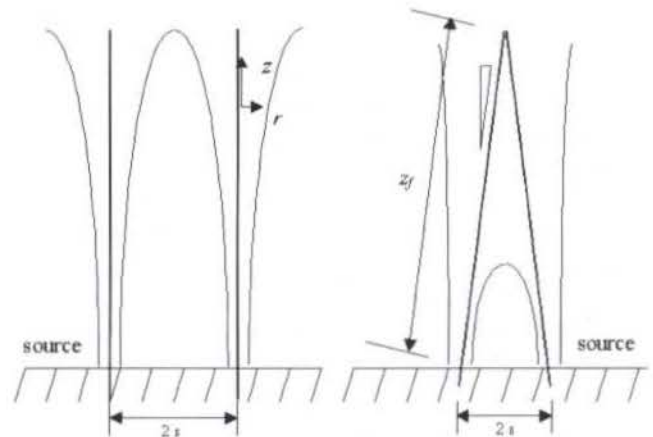


Figure 1: Double source arrays showing (a) no interaction and (b) plumes deflection.

To assess the plume's main characteristics an electro-resistivity probe system was used. This system was chosen for being relatively simple while still being capable of conveying many useful information on the phenomenon; it will be discussed in detail in an appropriate section. Here, it

suffices to say that by a careful analysis of the experimental data through the void fraction profiles, the deflection of the plume has been evaluated as a function of several parameters of interest including the gas flow rate and the distance between the point sources.

A general flow field is schematically shown in Figure 1. Figure 1a illustrates the situation where the distance between the sources is large so that the plumes do not interfere with each other. Figure 1b shows the interaction and the consequent deflection of the plumes centre lines. A suitable system of co-ordinates is also shown.

The single bubble plume flow has been extensively studied both theoretically (Ditmars and Cederwall, 1974; Milgram, 1983; Brevik and Killie, 1996) and experimentally (Milgram, 1983; Castillejos and Brimacombe, 1987; Barbosa and Bradbury, 1996) by many authors in the past three decades. The studies cover a large range of conditions but fail to propose a single model capable of dealing with all possible variations in flow conditions. For the integral approaches, the flow has been divided into three distinct regions where different dominant effects prevail (Milgram, 1983). The buoyancy dominated region is normally referred to as the "Zone of Established Flow". This will be the region of main interest here.

For flow geometries where two or more plumes are present, the number of works is considerably smaller. A relatively complete work on multiple plume systems has recently been published (Joo and Guthrie, 1992). In this work, the twin bubble plume arrangement flow has been studied both from an experimental and a numerical point of view. Using a tracer technique to quantify the total mixing time – the time interval that 95% of the tracer needs to be mixed in the flow – several plume arrangements were tested. The flow pattern for these arrangements were then numerically reproduced with the help of a κ - ϵ turbulence model. In all numerical calculations, the plumes presented a clear upright position, irrespective of their proximity to the wall. Thus, no sign of the Coanda effect was observed in the numerical computations. Some pictures of the phenomenon, however, were very clear in exhibiting the plume's deflection. The mathematical modelling of the flow was, therefore, in clear disagreement with the experimental evidence. In this simulation, the action of the bubbles was limited only to the buoyancy term, resulting in a very simple model for the gas phase that could not predict the interaction between the plumes.

As far as the interaction between adjacent bubble plumes is concerned, no analysis (experimental or theoretical) has been identified by the present authors in literature. The interaction between laminar thermal plumes has been studied using a Mach-Zehnder interferometer (Pera and Gebhart, 1975). For this case, a simple model was developed in order to take into account the deflection angle of the centre lines of the plumes. Pera and Gebhart observed that plane plumes manifest stronger centre line inclinations than axisymmetric plumes.

To study the interaction effects between a bubble plume and an adjacent wall, we will adopt the following plan. Section 2 of the paper focus on understanding the physics

of the Coanda effect in problems dominated by buoyancy forces. Section 3 provides a brief mathematical analysis of the problem based on the entrainment hypothesis of Taylor. Such analysis aims at establishing a theoretical framework from which a variable entrainment coefficient can be modelled in the future. The experimental procedure and the apparatus are described in section 4. The electro-resistivity probe technique results are presented in section 5 where profiles of local gas fraction are shown for several flow conditions; photographs are shown here to illustrate the bending of the plume under the interaction effects of the wall. Conclusions are presented in section 6; as will be shown, the presence of an adjacent wall does alter the Gaussian form of the gas fraction profiles.

THE COANDA EFFECT

The Coanda Effect is the tendency of a fluid, either gaseous or liquid, to cling to a vertical surface that is near to an orifice from which the fluid emerges (Reba, 1966).

An easily verified experimental fact is that when point sources of buoyancy (or of momentum) are placed side by side, the two resulting turbulent plumes (or jets) tend to bent towards each other. In this case, the bending of the plumes is not motivated by a pressure difference, as observed when the resulting plumes are laminar (Pera and Gebhart, 1975).

When the flow is turbulent, the plumes bend due to a restriction in the entrainment of external fluid by the mean flow. Particularly in the axisymmetric geometry, the role played by pressure difference is negligible when compared with that of turbulent entrainment. Despite the difference in the nature of the forces that govern each phenomenon, some authors still consider both (pressure difference and entrainment restraint) as examples of the Coanda effect (Tritton, 1988).

In the present work, the authors suggest that the bending of a turbulent round bubble plume is caused by a momentum flux unbalance related to the entrainment restraint due to the presence of an adjacent wall. The analysis in the subsequent sections of this paper will be entirely based on this premise.

ANALYTICAL BACKGROUND

The subsequent analysis aims at explaining the basics of the entrainment hypothesis of Taylor (Morton et al., 1956) and at establishing the terms in which the bending of the plume can be explained as a consequence of local changes in the entrainment coefficient.

The entrainment hypothesis was first advanced by Taylor in 1949 in unpublished notes. Subsequently, in 1956 a conference paper that discussed the hypothesis was published by Morton et al. In this classical paper, the authors state the assumption simply as follows,

"the rate of entrainment at the edge of the plume or cloud is proportional to some characteristic velocity at that height".

In other words, the mean inflow velocity, v , across the edge of a turbulent flow is proportional to the local time-averaged maximum mean velocity or the mean velocity over

the cross-section at the level of inflow. In terms of the volumetric flow rate, Q , we may write

$$dQ = v dA = \alpha u_0 b d\theta dz \quad (1)$$

where α is the entrainment coefficient, u_0 is the maximum mean velocity of the liquid phase (at the centre line of the plume) and b is the plume radius.

For thermal plumes and jets in axisymmetric conditions, the entrainment coefficients are constant and equal to 0.083 and 0.054, respectively.

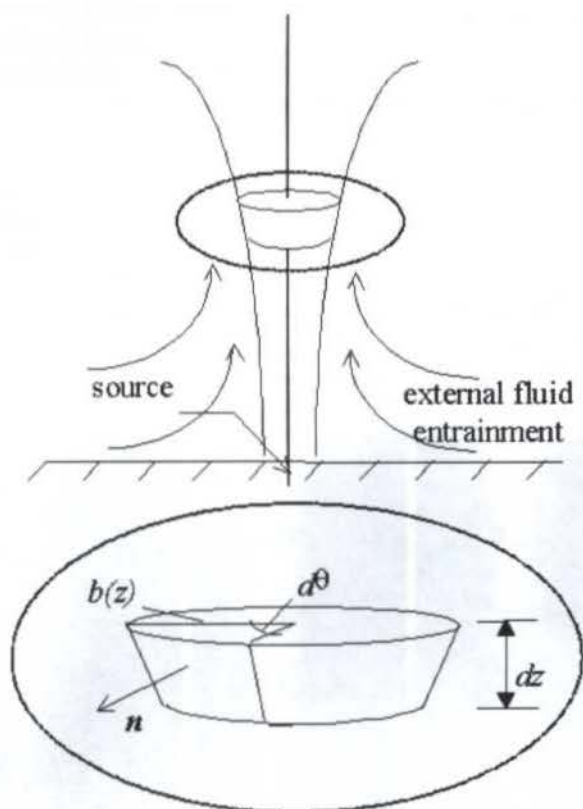


Figure 2. The entrainment in the axisymmetric geometry.

The integral theories for bubble plumes are based on an analogy with thermal plumes. In addition to the inclusion of a new equation for the second phase, the theory considers a variable entrainment coefficient and what is called the momentum amplification parameter (see Milgram, 1983). These parameters aim at considering the action of the bubbles on the liquid phase. The theories, as developed today, can be used successfully for small and large scale bubble plumes.

In the present analysis, the bending of the plume centre line is assumed to be caused due to an entrainment restriction, which is caused by the presence of an adjacent plume or a wall. This is equivalent to say that the entrainment coefficient varies along the angular co-ordinate θ and the height z .

The angle of deflection of the plume, ϕ , is geometrically defined by (figure 1.b) $\sin \phi = s/z_f$. $\sin \phi$ also equals the ratio between the force that has to be exerted on the plume to overcome the deflection and the mean momentum along the z co-ordinate (Santos and Freire, 1993),

$$\begin{aligned} \sin \phi &= \frac{F}{\frac{1}{z_f} \int_0^{z_f} M(z) dz} \\ &= \frac{\int_0^{z_f} \int_0^{2\pi} \rho_l \alpha^2 u_0^2 b d\theta dz}{\frac{1}{z_f} \int_0^{z_f} \int_0^\infty 2\pi \rho_l (1-c) u_l^2 r dr dz} \end{aligned} \quad (2)$$

where ρ_l , $c = c(r, z)$ and $u_l = u_l(r, z)$ are the liquid density, the gas fraction profile and the velocity distribution of the liquid phase.

The above equation establishes a relation for the assessment of the entrainment coefficient provided the other unknowns, ϕ , u_0 and b , are experimentally determined.

Before this equation can be used, however, it is important to determine the type of functional dependence parameter α has on the other flow parameters. To establish this we perform a dimensional analysis on the problem to obtain

$$\phi = f \left[\frac{q^2}{g s^5}, \frac{\Delta \rho q^2}{\sigma s^3} \right] \quad (3)$$

where g is the acceleration of gravity, q is the gas flow rate issued from each source, σ is the surface tension and $\Delta \rho$ is the density difference between the phases. The quantities in brackets are, respectively, the modified Froude, F_r , and Weber, W_e , numbers based on the halved distance between the sources, s , or the distance from a wall.

EXPERIMENTAL WORK

The properties of the flow will be measured through the electro-resistivity probe technique. The working principle of this technique is to recognise the phase that surrounds the tip of an electrode within the flow by comparing its electrical conductivity with a reference value. Usually, an electronic circuit is used so that a voltage drop can be associated with the passage of an interface. For more details about the technique the reader is referred to Barbosa and Bradbury (1996).

Table 1 - Experimental test conditions

s [cm]	q [l/min]	F_r	W_e
2	1.2	1.13 e-3	1.16
3.15	2	3.65 e-3	0.89
3.15	3	8.22 e-3	2.00
6.1	2	1.34 e-4	0.12
6.1	3	3.02 e-4	0.28
9	1.2	6.91 e-6	1.37 e-2
9	3.5	5.87 e-5	0.12
13	1.2	1.10 e-6	4.55 e-3

The experimental apparatus is shown in Figure 3. It consists of a water tank, an air injection system, a 2D traversing gear and a data acquisition and analysis system.

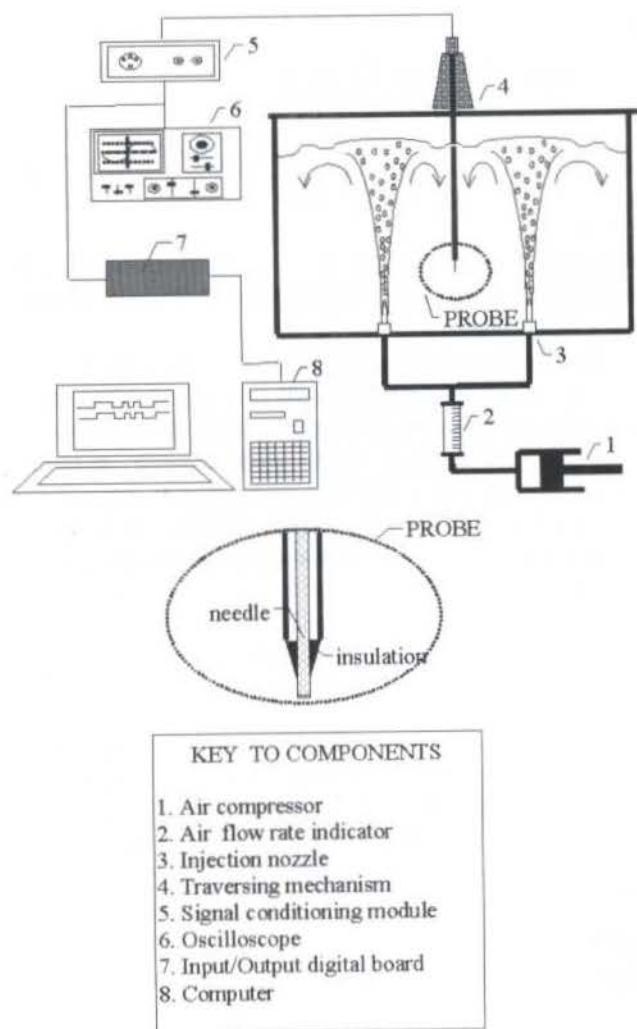


Figure 3. The experimental apparatus.

The glass water tank has dimensions 1x1x1 meter and is filled with a 300 milligram per litre sodium chloride solution (brine). The air injection system includes a mass flow meter and an injection nozzle. The air is injected through the nozzle located on the bottom of the tank. The data acquisition and analysis system consists of a microcomputer with an interface data acquisition board, an oscilloscope, a signal conditioner module and the electro-resistivity probe.

The electro-resistivity probe is shown in Figure 3; it consists of a 0.2 mm diameter stainless steel wire which is electrically insulated, with exception of its tip, and embedded in a 0.4 mm OD 0.2 mm ID hypodermic tubing. The length of the wire free of insulation is approximately 0.1 mm.

The probe is placed perpendicularly to the tank bottom. The water depth is kept constant and equal to 0.85 m. Approximately 15 minutes are necessary to guarantee a steady state condition. Measurements of bubble plume properties are made for several nozzle spacing and gas flow rate conditions with the aid of a traversing gear. The nozzle has a single orifice of 3.2 mm diameter.

The gas fraction at a point in the flow is a time-averaged property given by,

$$c(r, z, t) = \frac{1}{T} \int_0^T I(r, z, t) dt \quad (4)$$

where T is the total sampling time and I is the digital output signal from the conditioning module. The output signal, I , consists of a series of pulses which correspond to the transit of bubbles through the probe. Further details concerning the output signal are available in the work of Barbosa and Bradbury, 1996.

The data were acquired at a sampling rate of 2.5 kHz and approximately 5 sampling blocks of 10,000 readings (Barbosa and Bradbury, 1996) for each measured point were sufficient to describe the flow. A very elementary probe calibration was carried out in a vertical pipe and an uncertainty of 10% in the gas fraction results was calculated.

RESULTS

The general flow pattern for both an axisymmetric plume and a bent plume is shown in Figure 4. The pictures were taken with different exposition times so that different perceptions on the plume structure could be achieved. For the pictures with long exposition time the deformation and the radius of the plume are clearly seen.

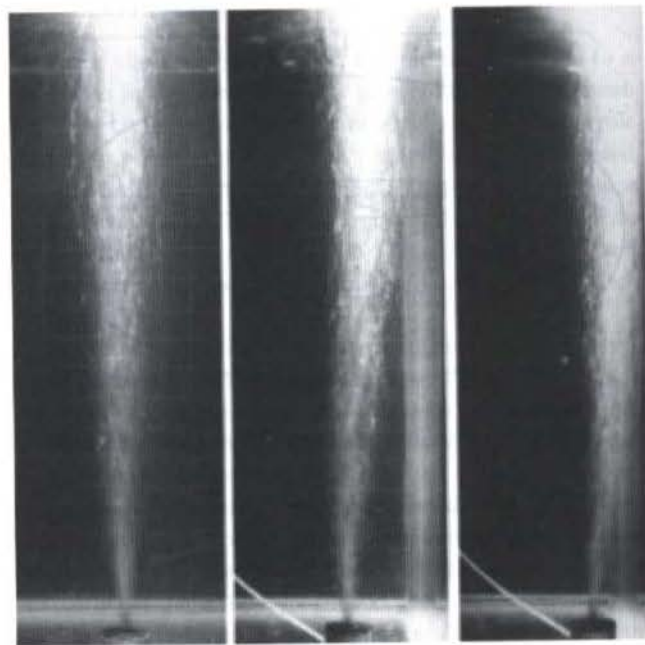
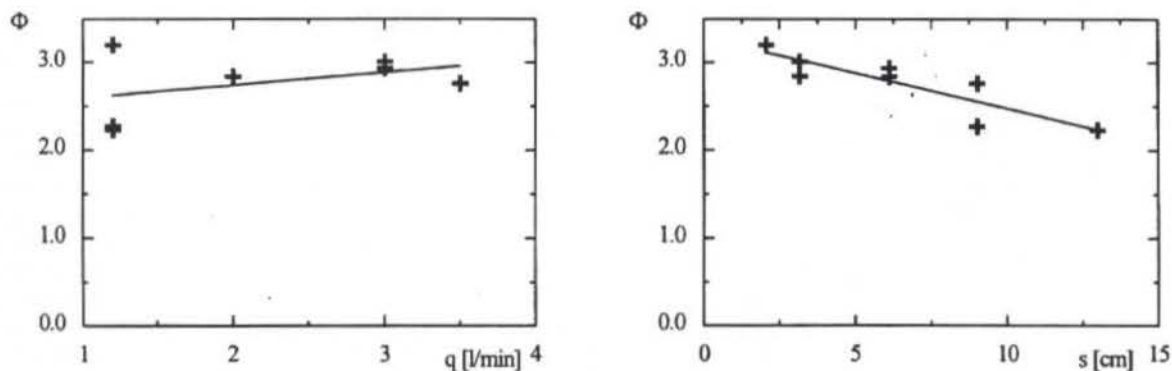
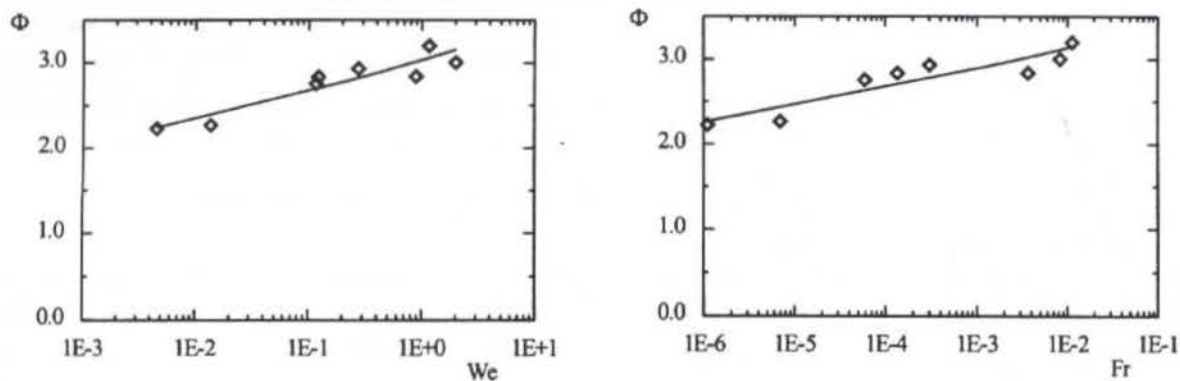
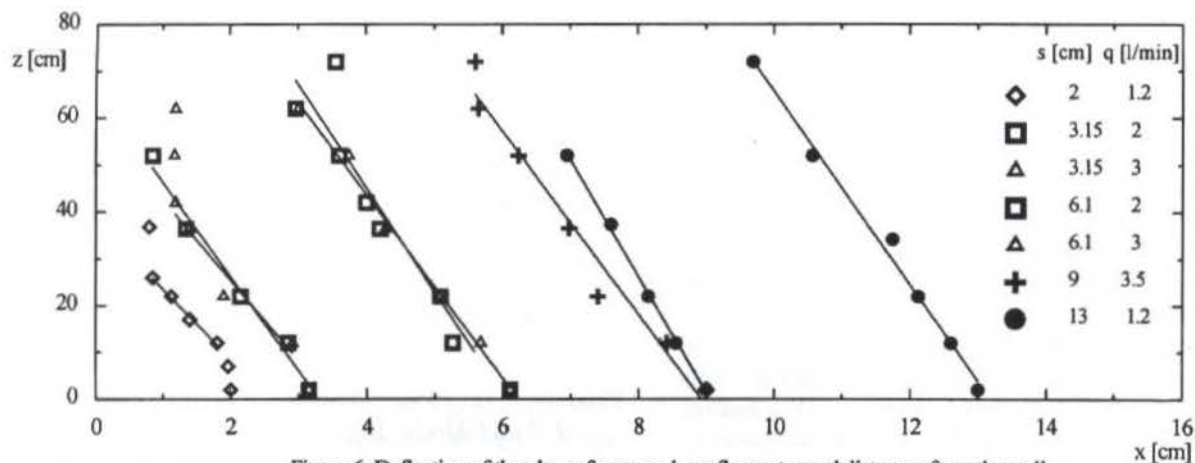
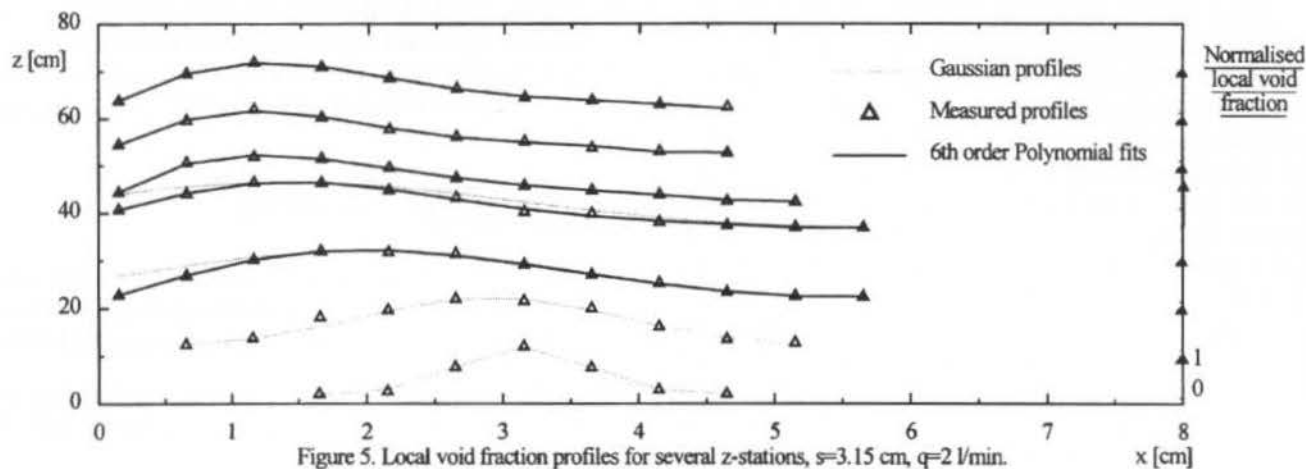


Figure 4. General flow pattern for both an axisymmetric plume and a bent plume.

Figure 5 shows local void fraction profiles for several z-stations. The first two profiles near to the gas source have a Gaussian form, much in the same way as for axisymmetric plumes. The other profiles very nearly approach a sixth order polynomial distribution. The points of maximum void fraction are shown in the figure as well. They will be taken as our reference for the evaluation of the position of the centre line of the plume. From previous studies, we know these points to correspond to the points where the liquid phase velocity is maximum as well.



The deflection of the plume for several gas flow rates and distances from the wall are shown in Figure 6 in dimensional coordinates. This figure shows that most of the trajectories can reasonably be approximated by a straight line. For the plumes whose distance from the wall is large this trend is particularly well defined. We may thus construct graphs for the variation of the deflection angle defined by these straight lines as a function of the Froude number and of the Weber number. These graphs are shown in Figure 7; they show that ϕ increases logarithmically and monotonically with both F_r and W_e according to the two displayed curves. These curves could, perhaps, be approximated by straight lines.

Although apparently obvious, the above conclusion could not have been arrived at if graphs in dimensional form were used. Figure 8 describes the phenomenon in terms of q and of s . Note that no conclusion can be taken from this figure regarding the deflection of the plume; the results for q in special do not make any sense. No trend on the evolution of the deflection angle can be extrapolated from this graph. The coefficient of correlation (R-squared value) between the deflection angle and the gas flow rate is 0.16. The deflection of the plume diminishes when the plume separates from the wall. Figure 8 shows that s is not sufficient to describe the evolution of the plume; one value of s can give two different values of deflection.

Now, if the bending of the plume can be explained through equation (2), it is clear that the entrainment coefficient, α , must be a function of the local F_r and W_e numbers. Having this fact been recognized, it becomes necessary to make measurements of the entrained flow to advance a correlation for α . This research is being undertaken and will be reported at another time.

CONCLUDING REMARKS

The present work has established a firm connection between the bending angle of a bubble plume and the values of F_r and W_e numbers. The work has been important to identify some relevant parameters to the problem and to work out a strategy to determine α . Currently, a major effort is being directed at developing reliable measurement techniques for the entrained fluid.

Acknowledgements. The authors want to thank Antonio Emanuel dos Santos Ferreira for his help in performing part of the experiments presented in this work. The first

two authors thank the Brazilian National Research Council (CNPq) for the award of research fellowships according to Projects No 831024/98-4 and 15007/97-3 respectively. The work was financially supported by the CNPq through grant No 350183/93-7.

References

- Barbosa, J. R. J. and Bradbury, L. J. S., 1996, "Experimental investigations in round bubble plumes" In *Proc. 6th ENCIT/LATCYM*, Florianopolis, pp. 1073-1078.
- Brevik, I. and Killie, R., 1996, "Phenomenological description of the axisymmetric air-bubble plume" *Int. J. Multiphase Flow*, 22(3).
- Castillejos, A. H. and Brimacombe, J. K., 1987, "Measurement of physical characteristics of bubbles in gas-liquid plumes" *Metall. Trans. B*, 18B.
- Ditmars, J. D. and Cederwall, K., 1974, "Analysis of air-bubble plumes" In *Proc. Coastal Engng Conf.*, volume 128.
- Joo, S. and Guthrie, R. I. L., 1992, "Modelling flows and mixing in steelmaking ladles designed for single- and dual-plug bubbling operations" *Metall. Trans. B*, 23B.
- Milgram, J. H., 1983, "Mean flow in round bubble plumes" *J. Fluid Mech.*, 133.
- Morton, B. R., Taylor, G. I., and Turner, J. S., 1956, "Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources" In *Proc. R. Soc. Lond.*, volume A 234.
- Pera, L. and Gebhart, B., 1975, "Laminar plume interactions" *J. Fluid Mech.*, 68.
- Reba, I., 1966, "Applications of the Coanda effect" *Sci. Am.*, 214.
- Santos, L. C. C. and Silva Freire, A. P., 1993, "On round bubble plumes subject to cross flow" In *Proc. 12th COBEM*, Brasilia.
- Tritton, D. J., 1988, *Physical fluid dynamics*. Oxford University Press, Oxford.

EFEITO DAS PROPRIEDADES DO LÍQUIDO SOBRE A HIDRODINÂMICA E A TRANSFERÊNCIA DE MASSA GÁS/LÍQUIDO EM COLUNA DE BORBULHAMENTO ASCENDENTE

Marileide M. Alves, Antônio C. D. Coelho, M. Benachour

Departamento de Engenharia Química
Universidade Federal de Pernambuco
50740-521 - Recife-PE - Brasil

RESUMO

Foram realizados estudos de avaliações experimentais das características hidrodinâmicas (regime de borbulhamento e retenção gasosa) e de transferência de massa gás/líquido ($k_L a$) com análise da velocidade superficial do gás, da altura inicial do líquido, da viscosidade efetiva de soluções aquosas de carboximetilcelulose (CMC) e da tensão superficial de soluções aquosas de isopropanol em coluna de borbulhamento de 1 m de altura e 0,06 m de diâmetro, funcionando a temperatura ambiente (30 ° C) e pressão próxima à atmosférica, operando em sistema fechado para a fase líquida e fluxo ascendente para a fase gasosa. Com base nestes estudos, conclui-se que: a variação da retenção gasosa acompanha as flutuações do regime de borbulhamento; existe uma correspondência direta do $k_L a$ com a retenção gasosa; e dispõe-se de um banco de dados hidrodinâmicos e de transferência de massa gás/líquido que podem ser aproveitados em estudos reacionais de processos gás/líquido e gás/líquido/sólido.

INTRODUÇÃO

As reações gás/líquido têm uma importância considerável em processos típicos, incluindo a oxidação, hidrogenação, cloração, sulfonação e purificação de gases por lavagem. Ainda que na maioria das vezes seja possível desenvolver muitas dessas reações em fase gasosa, a operação gás/líquido é, todavia, favorecida por várias razões, inclusive econômicas. Um simples e efetivo sistema de contato para reação gás/líquido pode ser alcançado pelo uso das colunas de borbulhamento, devido às altas áreas interfaciais e à forte turbulência na interface gás/líquido que esses contadores podem apresentar.

O uso das colunas de borbulhamento vem crescendo nos últimos anos nas áreas de biotecnologia e tratamento de efluentes líquidos. Apesar do emprego das colunas de borbulhamento em muitos processos envolvendo a manufatura de importantes produtos em diferentes áreas, a maioria dos trabalhos apresentados na literatura se referem ao sistema usual ar/água, mas grande parte das colunas de borbulhamento usadas em processos industriais operam numa faixa larga de propriedades do líquido. O uso de líquidos altamente viscosos e não-newtonianos é freqüente em processos biotecnológicos, e alimentícios, e a adição de agente tensoativo (por exemplo um álcool) em soluções reacionais pode ser usada na redução de fenômeno de coalescência das bolhas e no aumento dos fluxos de transferência de massa em processos gás/líquido e gás/líquido/sólido.

O conhecimento das características hidrodinâmicas e de fenômenos de transporte de massa é fundamental no dimensionamento e extrapolação das colunas de borbulhamento. O regime de escoamento e a retenção gasosa (ϵ_G) são características importantes no comportamento hidrodinâmico das colunas de borbulhamento. O conhecimento da ϵ_G , interdependente do regime de borbulhamento, é importante na avaliação dos tempos de residência, da velocidade de ascensão e da área interfacial efetiva das bolhas de gás contidas numa dispersão gás/líquido ou gás/líquido/sólido. A quantificação da transferência de massa gás/líquido, principalmente pela avaliação do coeficiente volumétrico de transferência de massa gás/líquido

(lado líquido) $k_L a$, é parte fundamental - qualquer que seja o processo reacional a desenvolver (bifásico ou trifásico) - na estimativa da velocidade global de reação podendo muitas vezes controlar o desempenho do reator.

O objetivo deste trabalho é o estudo experimental das características hidrodinâmicas (regime de borbulhamento e ϵ_G) e de transferência de massa gás/líquido ($k_L a$) com análise da velocidade superficial do gás, da altura inicial do líquido, da viscosidade efetiva de soluções aquosas de carboximetilcelulose (CMC) e da tensão superficial de soluções aquosas de isopropanol em coluna de borbulhamento.

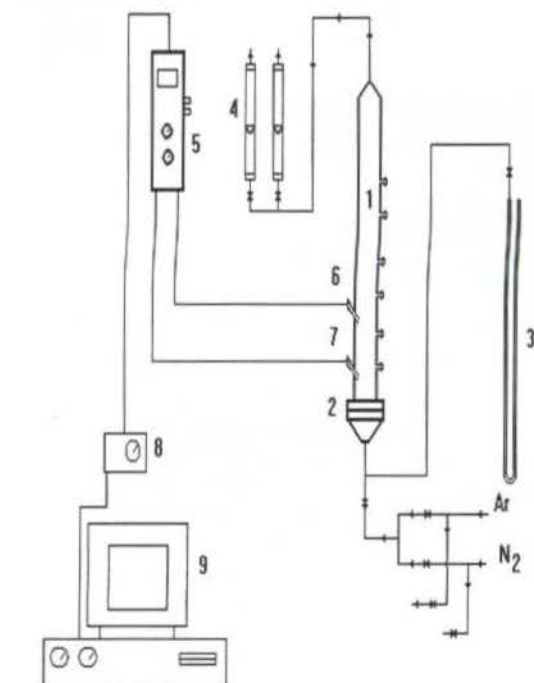
MATERIAIS E MÉTODOS

Os estudos hidrodinâmicos e de transferência de massa gás/líquido são realizados no dispositivo experimental representado na figura 1, onde pode-se observar uma coluna de vidro de 0,06 m de diâmetro interno e de 1 m de altura. A mesma é alimentada com ar comprimido fornecido por um compressor de vazão máxima de $1,25 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ (303 K e 1 atm).

A vazão do gás é medida por meio de dois rotâmetros. O gás se distribui através de uma placa perfurada em teflon constituída de 91 orifícios de 0,5 mm de diâmetro com um passo triangular de 5,5 mm. O sistema gás/líquido estudado é ar/soluções aquosas de carboximetilcelulose e isopropanol. As condições operacionais foram: vazão volumétrica do ar comprimido entre $2,77 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ e $2,5 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ (303 K e 1 atm) que corresponde a uma faixa de variação de velocidade superficial do gás de 0,01 m/s a 0,12 m/s; altura inicial do líquido variando entre 0,368 m e 0,483 m; pressão da coluna de borbulhamento muito próxima da pressão atmosférica e a temperatura do líquido igual à do ambiente, 303 K.

Foram analisadas 5 concentrações mássicas de CMC com água destilada a 0,05; 0,10; 0,20; 0,30 e 0,50%. As misturas álcool/água foram preparadas com percentagem mássica de isopropanol respectivamente de 1; 5; 10; 50 e 100%.

- 1 - Coluna
- 2 - Distribuidor do gás
- 3 - Manômetro em U
- 4 - Rotâmetro do gás
- 5 - Medidor de oxigênio
- 6 - Sonda de oxigênio
- 7 - Medidor de temperatura
- 8 - Carta de interface A/D
- 9 - Computador



A/D: Analógico/Digital

Figura 1 - Descrição esquemática da montagem experimental

A viscosidade efetiva correspondente à cada uma das concentrações analisadas foi determinada considerando que o modelo de Oswald-de Waele caracteriza o comportamento reológico das soluções aquosas de CMC, seja:

$$\tau = K\gamma^n \quad (1)$$

sendo τ a tensão de cisalhamento, γ a taxa de cisalhamento, K o índice da consistência e n o índice de escoamento ($n < 1$) e

$$\mu_{ef} = K\gamma_{ef}^{n-1} \quad (2)$$

sendo μ_{ef} a viscosidade efetiva e γ_{ef} a taxa de cisalhamento efetiva na coluna calculada. Usando a relação de Hishikawa et al. (1977), dada pela equação seguinte:

$$\gamma_{ef} = 5000 U_G \quad (3)$$

e considerando as equações 2 e 3, temos:

$$\mu_{ef} = K(5000 U_G)^{n-1} \quad (4)$$

Os valores de K e n usados na avaliação da viscosidade efetiva de cada uma das soluções de CMC experimentadas são aquelas determinadas nos trabalhos de Kantak et al. (1995). Dependente da velocidade superficial do gás e da concentração de CMC, a viscosidade efetiva varia entre 0,003 e 0,04 Pa.s.

A análise do regime de borbulhamento da coluna em função da velocidade superficial do gás foi feita através da técnica da fotografia. O procedimento consiste em aumentar progressivamente a velocidade do gás e tentar identificar o regime de borbulhamento correspondente. O regime homogêneo é identificado pela presença de bolhas pequenas e bem definidas, de tamanho uniforme e igualmente distribuídas ao longo da coluna. No regime heterogêneo, são encontradas além de bolhas pequenas as bolhas grandes que apresentam velocidade de ascensão maior,

provocando a recirculação do líquido. O regime "slug flow" é identificado pelo estado de estabilidade ou quase estabilidade da formação de "slugs" ou de bolhas de diâmetro equivalente ao diâmetro da coluna.

A retenção gasosa é determinada usando a técnica de medição de deslocamento da altura inicial do líquido após sofrer uma expansão devido ao borbulhamento do gás. A retenção gasosa, ϵ_G , é avaliada a partir da relação seguinte:

$$\epsilon_G = H_F - H_I / H_F \quad (5)$$

sendo H_F é altura da dispersão gás/líquido e H_I é a altura do líquido em repouso.

A determinação do $k_{L,a}$ é feita pelo método de oxigenação dinâmica. A descrição da técnica de oxigenação dinâmica e a metodologia seguida para a medição do $k_{L,a}$ foram apresentadas nos estudos realizados por Malta et al. (1996).

RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DISCUSSÕES

Efeito da Velocidade Superficial do Gás (U_G). O efeito da velocidade superficial do gás em sistema ar/água foram realizados com velocidades variando numa faixa de 0,01 a 0,12 m/s. Os resultados da análise do regime de borbulhamento estão listados na tabela 1. Constata-se que para baixas velocidades do gás ($< 0,05$ m/s) o regime de borbulhamento observado é do tipo homogêneo, e caracterizado pela existência de bolhas individuais pequenas e distribuídas de modo uniforme na massa líquida, com interações bolha-bolha insignificantes. A partir de $U_G = 0,05$ m/s aparece uma zona de transição de regime homogêneo para heterogêneo, o qual é caracterizado pela presença de bolhas de gás grandes, que sobem ao longo do eixo central da coluna com velocidade de ascensão maior que das bolhas pequenas e individuais, provocando, assim, recirculação do líquido. As bolhas grandes, resultado do fenômeno de coalescência de bolhas pequenas, apresentam tamanhos desiguais com uma distribuição espacial não uniforme. Reese et al. (1993) identificaram o regime de borbulhamento por uma técnica sofisticada que se baseia na velocidade de imagem da partícula PIV (Particle Image Velocimetry) e indicam que a zona de transição dos regimes homogêneo/heterogêneo se situa na faixa de velocidade compreendida entre 0,042 e 0,048 m/s, muito próximo daquele observado pela técnica fotográfica utilizada neste trabalho.

Tabela 1 - Regime de Borbulhamento para água destilada

U_G (m/s)	Regime de Borbulhamento
0,01	Homogêneo
0,03	Homogêneo
0,05	Homogêneo
0,07	Transição
0,09	Heterogêneo
0,12	Heterogêneo

Os resultados relacionados à retenção gasosa (ϵ_G) estão resumidos na figura 1, que apresenta os valores da ϵ_G em função da velocidade U_G para diferentes alturas do líquido (água destilada). É evidenciado um aumento da ϵ_G com a velocidade superficial do gás. Todavia, observa-se que até a velocidade 0,05

m/s há um aumento linear da ϵ_G com U_G . Isto indica que, nestas condições, o regime de borbulhamento é do tipo homogêneo, confirmando assim as observações efetuadas nas identificações do regime de escoamento das bolhas (tabela 1). A partir da velocidade de 0,05 m/s, a taxa de aumento da ϵ_G com U_G se reduz. Isto se explica pela existência de bolhas grandes resultantes da coalescência de bolhas vizinhas menores, conduzindo, conseqüentemente, ao aparecimento do regime heterogêneo, confirmando, então, mais uma vez, as observações feitas durante os experimentos de análise do regime de borbulhamento. O aumento da retenção gasosa de modo proporcional a U_G em regime homogêneo foi também observado por Reese et al. (1993), que constataram redução da retenção gasosa na zona de transição ($0,042 \leq U_G \leq 0,048$ m/s).

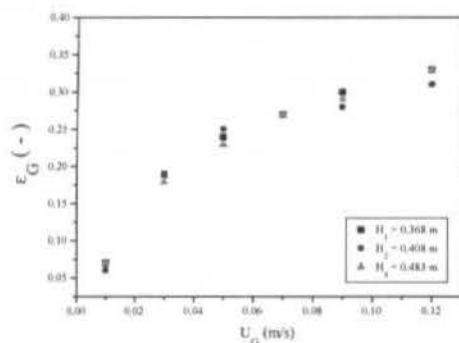


Figura 1 - Variação da retenção gasosa em função da velocidade do gás para diferentes alturas de líquido

Os resultados referentes ao efeito da velocidade superficial do gás sobre o coeficiente volumétrico de transferência de massa gás/líquido $k_{L,a}$ estão resumidos na figura 2, levando às mesmas conclusões anteriormente encontradas para a retenção

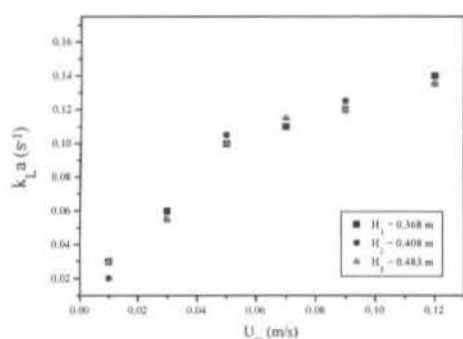


Figura 2 - Variação do $k_{L,a}$ em função da velocidade superficial do gás para diferentes alturas de líquido

gasosa, ou seja: o coeficiente volumétrico de transferência de massa $k_{L,a}$ aumenta com a velocidade superficial do gás; a mudança do coeficiente angular da curva $k_{L,a} = f(U_G)$ ocorre, na mesma velocidade do gás $U_G = 0,05$ m/s que corresponde aparentemente da passagem do regime homogêneo ao regime heterogêneo com formação de bolhas maiores, o que causa uma redução da área interfacial, e então do $k_{L,a}$. O aumento do $k_{L,a}$ com a velocidade do gás foi ressaltado por vários autores (Wilkinson et al., 1994)

Efeito da Altura Inicial do Líquido (H_L). Para análise do efeito da altura inicial do líquido sobre a natureza do regime de borbulhamento e a retenção gasosa foram estudadas três alturas (água destilada): 0,368; 0,408 e 0,483 m. Os resultados estão apresentados na tabela 2. Evidencia-se que para uma altura inicial do líquido entre 0,368 e 0,483 m o regime de borbulhamento parece não ser afetado notavelmente pela altura inicial de líquido. Foram também quantificadas as retenções gasosas relacionadas a essas alturas e os resultados estão apresentados na figura 1. Observa-se que a altura inicial de líquido não afeta nem o regime de borbulhamento

Tabela 2 - Regime de Borbulhamento para água destilada

Regime de Borbulhamento			
U_G (m/s)	0,368 m	0,408 m	0,483
0,01	Homogêneo	Homogêneo	Homogêneo
0,03	Homogêneo	Homogêneo	Homogêneo
0,05	Homogêneo	Homogêneo	Homogêneo
0,07	Transição	Transição	Transição
0,09	Heterogêneo	Heterogêneo	Heterogêneo
0,12	Heterogêneo	Heterogêneo	Heterogêneo

nem a ϵ_G , logo, pode-se pensar que esta variação não é suficiente para provocar mudanças de regime, e, conseqüentemente, das retenções gasosas através do fenômeno de coalescência que pode se promover pelo aumento do tempo de ascensão das bolhas que cresce com a altura do líquido. Tsuchiya et al. (1992) estudando o efeito da altura inicial do líquido sobre a ϵ_G chegaram o mesmo resultado obtido neste estudo.

A variação do $k_{L,a}$ em função da altura inicial do líquido, conduz à mesma conclusão encontrada para ϵ_G , a saber: o $k_{L,a}$ parece não ser afetado pela altura inicial do líquido, dentro da faixa de variação analisada (figura 2). Vários trabalhos apresentados na literatura ressaltam que o $k_{L,a}$ é praticamente independente da altura inicial do líquido em sistemas usando água como fase líquida (Grund et al., 1992).

Efeito da Viscosidade Efetiva da Fase Líquida (μ_{ef}). Os resultados da análise do regime de borbulhamento em função da concentração de CMC estão indicados na tabela 3. Observou-se que para uma percentagem mássica de CMC menor ou igual a 0,30 % e na faixa de velocidade do gás estudada ($0,01$ m/s $\leq U_G \leq 0,12$ m/s), o regime de borbulhamento identificado e suas zonas de transição são exatamente aqueles desenvolvidos em presença de água destilada pura (tabela 1). O aumento da viscosidade do meio líquido, nas faixas de concentração de CMC e da velocidade do gás, parece não ter afetado de modo significativo o tamanho e a distribuição do tamanho das bolhas para uma mudança sensível do regime de borbulhamento, o que é consolidado pelas medidas da ϵ_G cujos valores estão representados na figura 3, que relaciona a ϵ_G em função da velocidade U_G para soluções aquosas de CMC de percentagem mássica compreendida entre 0,05 e 0,50 %, com o valor da viscosidade efetiva variando entre 0,0436 e 0,0481 Pa.s. Vê-se que a ϵ_G em meios aquosos de CMC até 0,30 % não apresenta valores diferentes daqueles registrados em água destilada pura.

Todavia, na concentração de 0,50 %, o regime heterogêneo começa a prevalecer já a partir de $U_G = 0,05$ m/s, o que indica que o fenômeno de coalescência nestas condições operacionais

Tabela 3 - Regime de borbulhamento para soluções de CMC

U_G (m/s)	Regime de Borbulhamento	
	CMC (0,05 - 0,30 %)	CMC (0,50 %)
0,01	Homogêneo	Homogêneo
0,03	Homogêneo	Homogêneo
0,05	Homogêneo	Transição
0,07	Transição	Heterogêneo
0,09	Heterogêneo	Heterogêneo
0,12	Heterogêneo	Heterogêneo

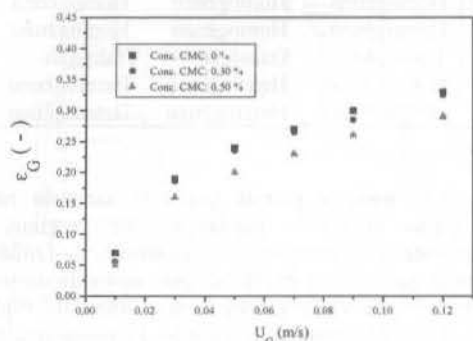


Figura 3 - Variação da retenção gasosa em função da velocidade U_G para diferentes concentrações de CMC

ocorre antecipadamente em comparação ao meio de água pura. Isto se deve provavelmente ao meio líquido que começa a ficar viscoso e o fluxo gasoso suficientemente alto para se ter uma probabilidade de maior interação entre as bolhas vizinhas. A promoção da coalescência ocorre com o aumento do tamanhos das bolhas. A análise da natureza do regime de borbulhamento para concentração de CMC 0,50 % é consolidada à luz das medições das retenções realizadas nestas condições. Para a percentagem mássica de CMC 0,50 %, evidencia valores menores de ϵ_G em comparação a água destilada. Além disso, o aumento da ϵ_G é linear até $U_G = 0,03$ m/s, o que caracteriza o regime homogêneo, enquanto para U_G maior que 0,03 m/s, a taxa de crescimento da ϵ_G diminui com U_G , o que é uma indicação de um regime heterogêneo, confirmando, assim, as observações de identificação do regime de escoamento das bolhas. Entretanto, constata-se que para a concentração de CMC 0,50 % e $U_G \leq 0,03$ m/s, o regime é homogêneo, e as retenções são praticamente iguais às obtidas em meio aquoso puro. A partir de $U_G = 0,03$ m/s, a coalescência se inicia e as bolhas resultantes deste fenômeno ficarão, conseqüentemente, relativamente maiores que na água destilada conduzindo, assim, à retenções gasosas relativamente mais baixas. Finalmente, conclui-se que neste caso o fenômeno de coalescência ocorre com a contribuição simultânea de dois efeitos: a viscosidade do líquido e a velocidade do gás. Baixas velocidades do gás, mesmo com altas viscosidades do líquido, simuladas por soluções aquosas de CMC, podem não afetar significativamente a distribuição e o tamanho das bolhas, e, conseqüentemente, a natureza do regime

de borbulhamento e a ϵ_G . Altas velocidades do gás promovem a coalescência das bolhas, mas este efeito se encontra acentuado pela viscosidade do meio líquido a partir de um valor mínimo determinado da concentração de CMC. Neste trabalho, este valor mínimo foi avaliado experimentalmente em 0,50 %. Para valores de concentração de CMC maiores que 0,50 % a ϵ_G deve ser reduzida de modo ainda mais significativo.

A figura 4 confirma as observações já realizadas sobre a retenção gasosa: a percentagem mássica de CMC 0,50 % é, também, a concentração a partir da qual há uma redução significativa do $k_{L,a}$, observa-s valores de $k_{L,a}$ para soluções de CMC de 0,50 % bem abaixo das demais soluções experimentadas. Vale salientar que a variação da retenção gasosa com a viscosidade do meio já foi ressaltada por vários autores e que muitos deles observaram uma diminuição da retenção com aumento da viscosidade (Godbole et al., 1984). Todavia autores como Kantak et al. (1995) não evidenciaram este resultado usando concentrações de CMC de 0,50 % e velocidades do gás de 0,01 a 0,18 m/s.

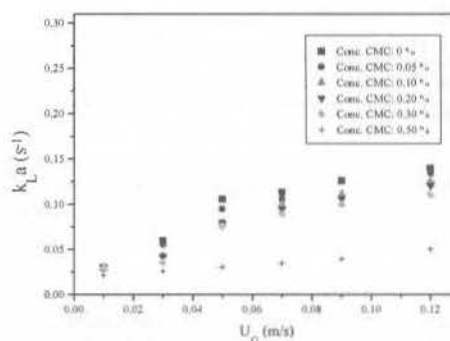


Figura 4 - Variação do $k_{L,a}$ em função da velocidade superficial do gás para diferentes concentrações de CMC

A figura 5, que relaciona o coeficiente volumétrico de transferência de massa com a viscosidade efetiva μ_{ef} para diferentes velocidades superficiais do gás, confirma também que valores de μ_{ef} para soluções de CMC de 0,50 % - últimos pontos das curvas iso-velocidade - apresentam os valores mais baixos do $k_{L,a}$, ao passo que para as demais soluções o $k_{L,a}$ fica praticamente constante quando a velocidade superficial do gás fica menor ou igual a 0,03 m/s.

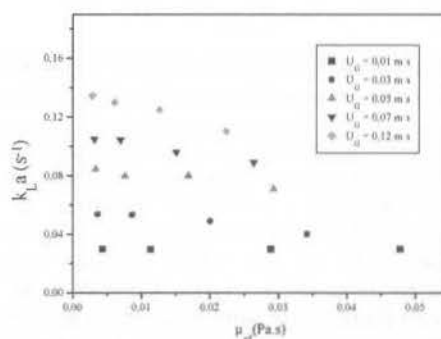


Figura 5 - Variação do $k_{L,a}$ em função da viscosidade efetiva do líquido para diferentes velocidades do gás

A diminuição do $k_{L,a}$ pode ser explicada em razão do fenômeno de coalescência das bolhas pequenas em bolhas

REFERENCES

- Clift, R., 1986, in Geldart, D. (ed), *Gas Fluidization Technology*, John Wiley & Sons.
- Clift, R., Grace, J. R. and Weber, 1978, *Bubbles, Drops and Particles*, Academic Press.
- Couderc, J. P., 1985, in Davidson, J. F., Clift, R. and Harrison, D., *Fluidization*, 2nd edition, Academic Press.
- Darton, R. C., LaNauze, R. D., Davidson, J. F. and Harrison, D., 1977, *Trans IChemE*, **55**, 274.
- Davidson, J. F. and Harrison, D., 1963, *Fluidised Particles*, Cambridge University Press.
- Davidson, J. F., Harrison, D. and Carvalho, J. R. F., 1977, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **9**, 55.
- Geldart, D., 1972, *Powder Technology*, **6**, 201.
- Geldart, D., 1973, *Powder Technology*, **7**, 285.
- Holman, J. P., 1994, *Experimental Methods for Engineers*, 6th edition, McGraw-Hill, Inc.
- Kunii, D. and Levenspiel, O., 1969, *Fluidization Engineering*, Robert E. Krieger Publishing Company, Inc.
- Park, W. H., Kang, W. K., Capes, C. E. and Osberg, G. L., 1969, *Chem Eng Sci*, **24**, 851.
- Rowe, P. N. and Everett, D. J., 1972, *TransIChemE*, **50**, 55.
- Toomey, R. D. and Johnstone, H.F., 1953, *Chem. Eng. Progr.*, **48**, 220.
- Werther, J., 1976, in Kearns, D. L. (ed), *Fluidization Technology: Proceedings of the International Fluidization Conference, Asilomar, California*, Vol. I, p. 215 (Hemisphere Publishing Corporation in association with McGraw-Hill, Washington).
- Yacono, C. X. R., 1975, *PhD Dissertation* (University of London).
- Yasui, G. and Johanson, L. N., 1958, *AIChEJ*, **4**, 445.

** Dept de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Rua dos Bragas, 4099 Porto Codex, Portugal. Email: ctp@fe.up.pt

*** Dept de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Largo D. Dinis, 3000 Coimbra, Portugal. Email: rui.figueiredo@gtc.dem.uc.pt

IMPROVING THE DETERMINATION OF BUBBLE SIZE HISTOGRAMS BY EMPLOYING WAVELET DE-NOISING TECHNIQUES

Paulo Seleglim Jr. and Fernando E. Milioli

Department of Mechanical Engineering
University of São Paulo
13560-970 São Carlos - SP - Brazil
seleglim@sc.usp.br and milioli@sc.usp.br

SUMMARY

Intrusive phase detection probes are widely used in association with numerical processing techniques to obtain bubble size distributions in gas-solid bubbly flow. Under these circumstances a numerical problem must be solved which consists in determining bubble size histograms from measured chord or pierced length histograms. This can be done by inverting a Fredholm integral operator of the first kind, which is known to be often ill-conditioned. Consequently the solution will be extremely sensitive to small changes or errors in the input measured data. This work describes the application of wavelet thresholding techniques in the numerical solution of the problem. Results are presented for several signal to noise ratios (SNR) and for wavelet as well as for classical Fourier thresholding techniques. The superiority of the former is evident since proper results can still be obtained, even at relatively poor SNR levels.

INTRODUCTION

Gas bubbling fluidized beds are used in industry for a variety of purposes. The catalytic cracking of hydrocarbons and the combustion of coals are major applications. A gas bubbling fluidized bed may be regarded as an ambient comprised of two phases, a bubble phase and a particulate or emulsion phase. The bubble phase is dispersed throughout the continuous emulsion phase. Bubbles are formed as the fluidizing gas is injected at the bottom of the bed, and move upwards dragging wakes of particulate. The bubbles frequently coalesce to other bubbles, split and recombine. Coalescence causes the bubble sizes, shapes, velocities, frequency and distribution to vary along the bed height. Bubbles formed close to the walls coalesce to internal bubbles enforcing an horizontal movement towards the axis of the column. The resulting increased concentration of bubbles towards the core of the bed causes coalescence to intensify, and at heights equivalent to the diameter of the column virtually all bubble flow occurs along the central axis. In shallow beds with large cross sections, several preferential bubble tracks are formed in the axial direction. In general the emulsion phase moves upwards in regions of high bubble activity, and downwards in regions of low bubble activity. The scale of the column, the design of the gas injectors, and the particle properties define the patterns of bubbling and recirculation in gas fluidized beds.

There is no defined interface between the phases, and the emulsion is permeable to the gas of the bubbles. The process of transport between the phases is accomplished through diffusion and mainly through convection. A continuous throughflow is established through the bubbles, with gases penetrating at the bottom and leaving at the top. The development of bubbles and their interaction with the emulsion are major factors determining the intensity of transport in gas fluidized beds. Therefore, chemical reaction is deeply affected by bubbling.

The development and properties of bubbles in gas fluidized beds are investigated using either intrusive or non-intrusive measuring techniques (Lim et al., 1995). Measurements through capacitive and electroresistive external probes, optical and X ray observations through photography and filming, and the use of gas tracers are among the non-intrusive methods. The intrusive techniques are based on phase detection probes for measurements of internal local physical properties. Most of the

commonly used probes are capacitive, optical, of differential pressure, and electroresistive. The non-intrusive methods, despite not disturbing the process, are either limited to small beds or allow observations confined to parietal regions. The intrusive probes, despite disturbing the process in some degree, are applicable to beds of any size. If the concern is turned to large scale beds, intrusive methods should be applied.

The measurement principles of intrusive probes are based on the detection of changes in a local property of the sensing field. In fluidized beds the probes can detect the relative presence of gas and solids on a sensing region, indicating the instantaneous presence of bubbles. However, the conversion of such information into bubble parameters such as size, shape and velocity is not straightforward. Only occasionally a bubble is intersected by the probe along its vertical axis. In fact, the intersection is randomly accomplished at any chord or pierced length through the bubble. Also, the bubbles may develop in a variety of shapes, such as flat, hemispherical or elongated, and through a fixed point inside the bed it may flow bubbles of several shapes and sizes. Still, the motion of the bubbles is predominantly ascendant with lateral movements towards the column axis though favouring transversal intersection. Considering the difficulties suitable procedures are required for allowing interpretation and conversion of acquired signals into the actual parameters of interest.

The literature presents a number of studies on bubble parameters in fluidized beds using intrusive probes. In general, pierced lengths are measured and used to determine bubble parameters. Werther and Molerus (1973a, 1973b) considered bubbles rising randomly through the bed, and assumed the mean pierced length to be a measure of the mean size of the bubbles in the bed. Wittmann et al. (1981) and Hillgardt and Werther (1986) followed this view. Rowe and Masson (1981) and Jones and Glicksman (1986) established the ratio between the mean bubble diameter and the mean measured pierced length to be 1.5. Glicksman and McAndrews (1985) estimated a ratio of 1.35, while Kage et al. (1991) found a value of 1.3. Sitnai et al. (1981, 1982) found the bubble diameter to be equal to its height. Chan et al. (1987) observed that decreased mean pierced lengths indicate decreased mean bubble sizes. van Lare et al. (1997) used Darton's correlation to establish a relation between the mean bubble diameter and the mean pierced length, and found a ratio from 2.5 to 3.0 for hemispherical bubbles. Valenzuela and Glicksman

(1984), Choi et al. (1988), Olowson and Almstedt (1990) and Olowson (1994) made no attempt to correlate their measured pierced lengths to bubble diameters. Stubington et al. (1984), Hatano et al. (1986), and Glicksman et al. (1987) applied arrays of probes, directly reconstructing bubble sizes from sets of simultaneous measurements.

Methodologies for establishing bubble diameters from measured pierced lengths have been developed by some authors. Pierced length distributions can be related to bubble size distributions provided suitable conditional probability laws are established. Such laws can be derived from hypotheses on distribution, velocities and geometrical shapes of the bubbles in the bed. Werther (1974a, 1974b) assumed bubbles of ellipsoid shape uniformly distributed throughout the bed, rising at constant velocity. The author solved the problem of determining size distributions from pierced lengths by inverting and numerically integrating the appropriate integral equation (see next section). Clark and Turton (1988) and Turton and Clark (1989) applied Werther's method assuming bubbles of truncated ellipsoid shape uniformly distributed through the bed cross section, considering the inherently higher probability of piercing larger bubbles, and accounting for bubble velocity dependence on bubble sizes. Liu and Clark (1995) and Clark et al. (1996) enhanced the methodology by proposing a technique for inferring statistical parameters such as mean and standard deviation of bubble sizes from the mean and standard deviation of pierced lengths. They also proposed analytical forms for the distribution of pierced lengths (Rayleigh and Gamma probability functions) and thereby generated analytical solutions for the bubble size distributions. Tsutsui and Miyauchi (1980) applied a statistical analysis for obtaining the size distribution of the bubbles from measured pierced lengths. The method accounts for the fact that the probability of detecting large bubbles is inherently higher than the probability of detecting small bubbles. Lim and Agarwal (1990) used digital image analysis techniques to obtain the pierced lengths of bubbles intercepted by an "imaginary" probe in a 2-D fluidized bed. The measured pierced lengths along with assumed bubble shapes were used to obtain theoretical predictions of the bubble sizes using geometrical probability. A Gamma distribution function was fitted to the observed pierced lengths distribution.

Methodologies are available for converting measured pierced length distributions into bubble size distributions. However, no work has been published considering the effect on the sizes distribution caused by noises on the pierced lengths measurements. The conversion from pierced length to size distributions is an inverse ill-conditioned problem. Unlike the direct problem, this is very sensitive to noise which are greatly amplified. In consequence, the resulting size distribution may become tremendously corrupted. In this work, the effects of noise are assessed, and de-noising techniques are considered. A wavelet thresholding de-noising technique is suggested, applied and evaluated in comparison to classical Fourier thresholding. More precisely, the calculus of chord histograms is preceded by a wavelet or a Fourier based de-noising algorithm in order to recover the signal from the noisy measurements, and to improve the accuracy of the final solution. Wavelet thresholding is clearly well adapted to this task because of the possibility of restoring the information lost in the smoothing operation (the integral equation relating chord and size histograms). In other words, if the shape of the probe signal is known, the choice of a specific de-noising wavelet can be made in accordance with this a priori information, i.e. with a similar form.

THE STATEMENT OF THE PROBLEM

Consider an ideal intrusive probe and its corresponding sensing line defining a bubble column, as depicted in Figure 1. As already mentioned, chord or pierced length histograms, denoted by $P_{chord}(y)$, can be directly obtained from the probe time traces,

provided the bubble rising velocity is measured or known from some adequate empirical correlation. The relation between $P_{chord}(y)$ and $P_{bubble}(r)$, which stands for the bubble size distribution characterized by its radius r , can be established through $P(y|r)$, which is the conditional probability of measuring a chord y from a bubble of radius r , integrated over the range of all possible bubble sizes. In mathematical terms this becomes

$$P_{chord}(y) = \int_0^{\infty} P(y|r) P_{bubble}(r) dr \quad (1)$$

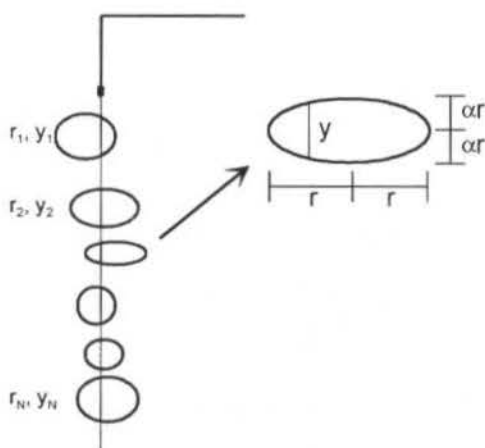


Figure 1. Measurement scheme and bubble shape model

Since in the majority of practical situations what is readily measured is $P_{chord}(y)$, to determine $P_{bubble}(r)$ it is necessary to invert Eq. (1), what corresponds to solving a Fredholm integral equation of the first kind. This type of integral equation is known to be often ill-conditioned. Consequently, the solution will be extremely sensitive to small changes or errors of experimental as well as of numerical nature, to the point of compromising the physical meaning or even completely corrupting the results. To better illustrate this, consider, without loss of generality, that the bubble shape can be modeled by an elongated ellipsoid with a larger horizontal semi-axis given by r , and a shape factor α ($0 < \alpha \leq 1$) defined by the ratio of the vertical and horizontal semi-axes. This model is also shown in Figure 1.

Under these circumstances, the conditional probability function becomes (Turton and Clark, 1989)

$$\begin{cases} P(y|r) = \frac{y}{2\alpha^2 r^2} & 0 \leq y \leq 2\alpha r \\ P(y|r) = 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (2)$$

and Eq. (1) results

$$P_{chord}(y) = \int_{y/2\alpha}^{\infty} \frac{y}{2\alpha^2 r^2} P_{bubble}(r) dr \quad (3)$$

In order to solve Eq. (3) numerically, it is necessary to discretize y and r , which can be done according to the following rule

$$\begin{aligned} y_i &= i \Delta y \\ r_j &= j \Delta r \end{aligned} \quad (4)$$

The values assumed by the probability functions at these discrete points can be denoted

$$\begin{aligned} P y_i &= P_{chord}(y_i) \\ P r_j &= P_{bubble}(r_j) \end{aligned} \quad (5)$$

Adopting zero-order interpolation functions

$$\begin{cases} \phi_j(r) = 1 & r_j \leq r \leq r_{j+1} \\ \phi_j(r) = 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (6)$$

$P_{bubble}(r)$ can be written in terms of its nodal values $P r_j$ as

$$P_{bubble}(r) = \sum_{j=0}^N P r_j \phi_j(r) \quad (7)$$

where N is the number of subintervals in the discretization of r . A further simplification can be achieved if the discretization step on y is taken to be

$$\Delta y = 2\alpha \Delta r \quad (8)$$

in which case the integral equation (3) becomes

$$P y_i = \frac{i \Delta r}{\alpha} \sum_{j=i}^N \left(P r_j \int_{j \Delta r}^{(j+1) \Delta r} \frac{1}{r^2} dr \right) \quad (9)$$

After calculating the integrals, expression (9) can be written in matrix for as

$$\{P y\} = [K] \{P r\} \quad (10)$$

where $[K]$ is an upper triangular matrix with coefficients given by

$$\begin{cases} K_{i,j} = \frac{i}{j(j+1)} & i \leq j \leq N \\ K_{i,j} = 0 & \text{if not} \end{cases} \quad (11)$$

Eq. (10) can be seen as the numerical version of the integral Eq. (3). In practical situations, the chord probability distribution is determined from the probe time traces and the radius probability distribution calculated by inverting $[K_{i,j}]$ (the numerical equivalent of the integral operator in Eq. (3)) and applying it to $\{P y\}$

$$\{P r\} = [K]^{-1} \{P y\} \quad (12)$$

In fact, this is a very delicate task due to the ill-conditioned nature of the problem. To better illustrate this, consider the following pair of size and chord probability distributions satisfying Eq. (3).

$$P_{bubble}(r) = 4 \sqrt{\frac{\alpha^3}{\pi}} r^2 \exp(-\alpha r^2) \quad (13)$$

$$P_{chord}(y) = \frac{y}{\alpha} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{y}{2\sqrt{\alpha}} \right) \right] \quad (14)$$

Consider now the direct problem of retrieving P_{chord} from a perturbed P_{bubble} and the inverse one of obtaining P_{bubble} from a perturbed P_{chord} . Through Eqs. (10) and (12), this can be written as

$$\{\tilde{P} y\} = [K] (\{P r\} + \{a\}) \quad (15)$$

$$\{\tilde{P} r\} = [K]^{-1} (\{P y\} + \{a\}) \quad (16)$$

where $\{a\}$ is a centered white noise vector of maximum amplitude parameterized by a . The plots in Figure 2 compare the direct and the inverse problem for increasing noise amplitudes (i.e. respectively Eq. (15) with P_{bubble} taken as Eq. (13) and Eq. (16) with P_{chord} taken as Eq. (14)).

It is obvious from these figures that the size probability distributions are completely corrupted, even for almost imperceptible disturbances. In consequence, obtaining size histograms from chord histograms directly from the experimental signals is unfeasible without specific signal processing algorithms to handle the influence of noise. As already mentioned, one way of doing this is by fitting a convenient theoretical chord distribution in order to be able to solve Eq. (1) analytically (Clark *et al.*, 1996, Liu and Clark, 1995 and Lim and Agarwal, 1990). This method works adequately only if the fitted analytical form (in general a continuous Gamma function) is close to the real chord distribution, which is not known a priori.

As an alternative to this, we propose the application of a pre-processing de-noising method based on the concept of orthogonal wavelet analysis, which will be detailed in the sequel.

WAVELET ANALYSIS AND SIGNAL DE-NOISING TECHNIQUES

Wavelet analysis has been originally introduced in the context of signal by J. Morlet for the study of seismic signals (Grossmann and Morlet, 1984). Since then, many researchers have worked to establish its theoretical background as well as to extend its range of applications. In the present days, beyond classical signal analysis problems, wavelets have been applied successfully in a great number of problems as, for instance, the characterization of coherent structures in turbulent flow (Farge *et al.*, 1996), analysis of the three-dimensional organization of galaxies (Bijaoui and Giudicelli, 1991) and computer vision (Mallat, 1989).

The continuous wavelet transform of the finite energy temporal signal $x(t) \in L^2(\mathcal{R})$ is the joint time-scale function $W x_{\psi}(a, b) \in L^2(\mathcal{R} \times \mathcal{R})$ defined as

$$W x_{\psi}(a, b) = \langle x(t), \psi_{a,b}(t) \rangle \quad (17)$$

where the analyzing function $\psi_{ab}(t)$ is the shifted and scaled version of the fundamental wavelet $\psi(t) \in L^2(\mathcal{R})$, generally well located in time and frequency. In mathematical terms this becomes:

$$\psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) \quad (18)$$

(the factor $1/\sqrt{a}$ is used to make the L^2 -norm of Eq. (18) unitary for all possible values of the description parameters a and b). The denomination wavelet comes from the necessary condition on $\psi(t)$ to be an admissible analyzing function, which requires that its Fourier transform vanishes at the origin. Since $\psi(t)$ must also vanish for $t \rightarrow \pm \infty$ (finite energy), a consequence is that any admissible wavelet decays and oscillates. Thus, Eq. (17) can be interpreted as a measure of resemblance between the original signal and the analyzing wavelet with respect to its essential temporal support and a characteristic frequency.

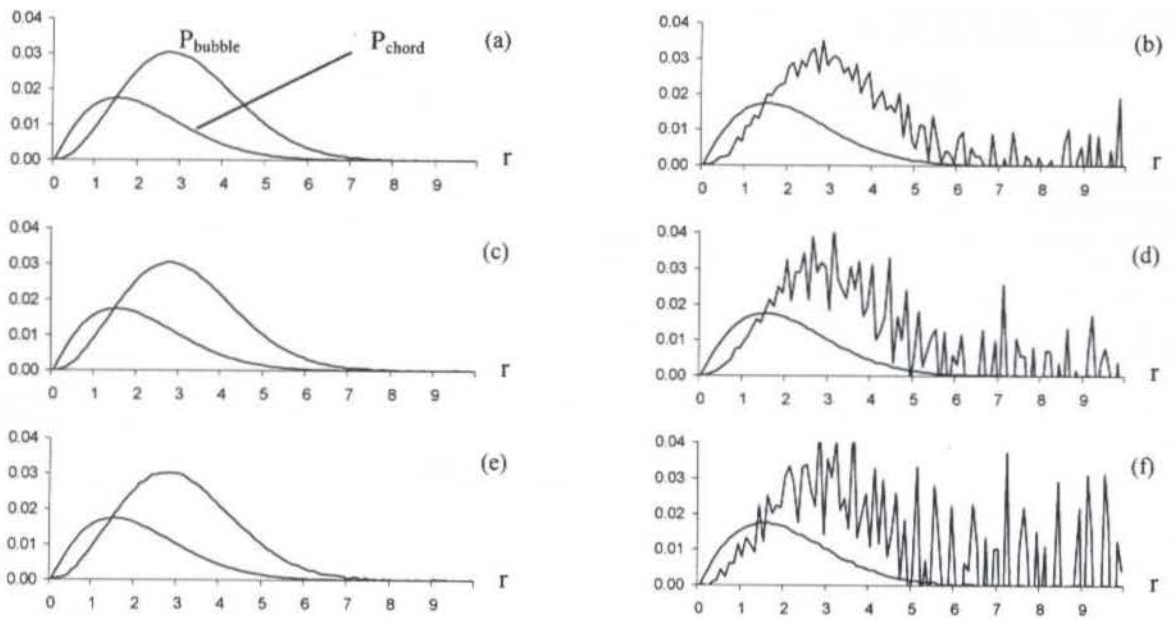


Figure 2. Direct (left) and inverse problem (right) for distributions (13) and (14) and different noise amplitudes: $a = 0.0001$ (2a and 2b), $a = 0.0002$ (2c and 2d) and $a = 0.0003$ (2e and 2f).

In what concerns signal decomposition and reconstruction, the main property of the wavelet transform is that for some classes of analyzing functions and values of the description parameters a and b , $\psi_{ab}(t)$ establishes an orthogonal decomposition of the Hilbert space. More precisely, for some $\psi_{ab}(t)$ and

$$a_m = a_0^m \quad \text{and} \quad b_{m,n} = a_m n \Delta t \quad (19)$$

where m and n are integers, Δt is the fundamental sampling period of $x(t)$ and a_0 can be set at 2, any finite energy signal $x(t)$ can be canonically decomposed as

$$x(t) = \sum_{m,n} W_{m,n} \psi_{a_m, b_{m,n}}(t) \quad (20)$$

where the decomposition coefficients $W_{m,n}$ can be calculated by the simple formula

$$W_{m,n} = \langle x(t), \psi_{a_m, b_{m,n}}(t) \rangle \quad (21)$$

or, using Lesbaigues inner product definition for functional Hilbert spaces

$$W_{m,n} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) 2^{-\frac{m}{2}} \overline{\psi}(2^{-m}t - n\Delta t) dt \quad (22)$$

The good time-frequency localization of $\psi_{ab}(t)$, together with its orthogonality at the dyadic grid a_m and $b_{m,n}$ ($a_0 = 2$), results in coefficients $W_{m,n}$ with minimum redundancy. One very important application of this is in signal recovery from noisy data. The general procedure is accomplished in three steps: *i*) transform the original data in noisy coefficients $W_{m,n}$ through Eq. (21), *ii*) apply soft or hard thresholding to the resulting coefficients in order to eliminate those not reflecting the basic structure of the signal and, finally, *iii*) reconstruct a de-noised version of the original signal through Eq. (21). In the context of wavelet transforms this procedure is also known as wavelet shrinkage and has been successfully applied to a great variety of experimental signals. Good entry references on this subject are Berger *et al.*, 1994 (removing noise from music), Mallat and

Zhang, 1993 (matching pursuits) and those of D.L. Donoho and collaborators (see for instance Coifman and Donoho, 1995).

These ideas can be illustrated with an artificial signal, representative of the output of an ideal phase detection probe immersed in bubbly two-phase flow (Figure 3a). The plateaus (representative of the chords) obey the probability distribution of Eq. (14) ($\alpha = 0.25$) and the distances between them vary randomly according to a uniform law. White centered noise is subsequently added (Figure 3b) resulting in a signal to noise ratio (SNR) of 5.0. The result of a standard hard thresholding in the Haar basis is shown in Figure 3c. As expected, the SNR has been significantly improved with good preservation of the edges of the signal, which is a known good characteristic of the Haar basis (a negative one, although not restrictive in this case, is the generation of pseudo-Gibbs artifacts in the vicinity of discontinuities).

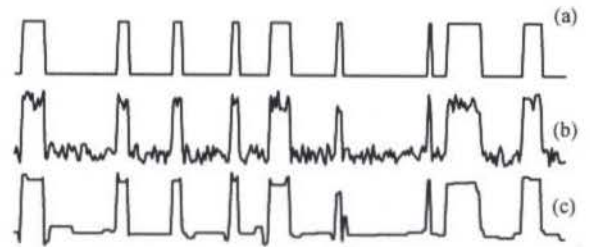


Figure 3. Example of Haar wavelet de-noising: a) pure signal, b) noisy signal with SNR = 5.0 and c) recovered signal (hard thresholding level at 0.08).

NUMERICAL EXPERIMENTS AND RESULTS

In order to validate the methodology proposed here, a series of numerical experiments were conducted with signals similar to those shown in Figure 3. More specifically, the error between the theoretical (Eq. (13)) and the experimental radii distribution is calculated for increasing noise levels. The basic steps of the procedure are: *i*) generation of the noisy signal (high noise amplitudes are used aiming to simulate more realistic experimental conditions), *ii*) recovery of the structure of the signal by wavelet or classical Fourier de-noising, *iii*) determination of

chord histogram, iv) determination of radii histogram by applying Eq. (16) and v) calculus of the error defined by

$$e = \left\| \left\{ \tilde{p}_r \right\} - \left\{ p_r \right\} \right\| \quad (23)$$

Figure 4 brings these results. To illustrate the severe influence of noise in this ill-conditioned problem, the error associated with the use of unprocessed signals is also plotted. It is important to emphasize that errors below 1.0 imply in good agreement between experimental and theoretical radii distributions. Errors between 1.0 and 2.0 are associated with poorly comparable radii distributions, yet the average values and standard deviations are still accurate. Errors above 2.0 correspond to completely corrupted distributions.

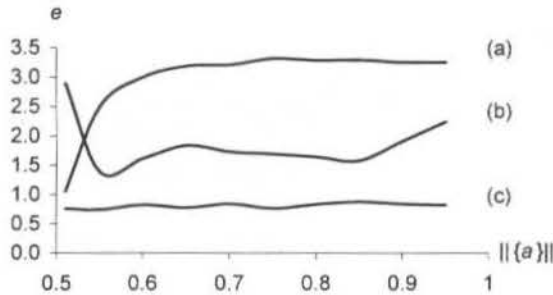


Figure 4. Error (Eq. (23)) in function of the amplitude of the noise vector: a) no de-noising, b) Fourier hard de-noising and c) wavelet hard de-noising (Haar basis).

CONCLUSIONS

This work concerns the determination of bubble size histograms from pierced length or chord histograms. This is done by numerically solving an inverse ill-conditioned problem, which implies that the solution will be extremely affected by noise. Surprisingly this aspect of the problem has not been previously considered in the literature.

Numerical experiments were conducted in which it was shown that even for imperceptible disturbances of the chord histograms the calculated size histograms are completely corrupted. In view of this, signal-processing algorithms are mandatory for handling the influence of noise if real experimental data are to be used.

A de-noising methodology was employed for signal recovery based on wavelets as well as Fourier thresholding techniques. To verify the potentiality of the method, numerical simulations were performed in which increasing noise levels were added to signals representative of a virtual phase detection probe immersed in bubbly flows. The superiority of wavelet thresholding is evident since good results can still be obtained even at relatively poor SNR levels.

REFERENCES

- Berger, J., Coifman, R. R. and Goldberg, M., 1994, "Removing noise from music using local trigonometric bases and wavelet packets", *Journal of Audio Engineering Society*, Vol. 42.
- Bijaoui, A. and Giudicelli, M., 1991, "Optical image addition with the wavelet transform", *Experimental Astronomy*, Vol. 1, pp. 347-363.
- Chan, I. H., Sishitla, C. and Knowlton, T. M., 1987, "The Effect of Pressure on Bubble Parameters in Gas-Fluidized Beds", *Powder Technology*, Vol. 53, pp. 217-235.
- Choi, J. H., Son, J. E. and Sang, D. K., 1988, "Bubble Size Frequency in Gas Fluidized Beds", *Journal of Chemical Engineering of Japan*, Vol. 21, pp. 171-178.

Clark, N. N. and Turton, R., 1988, "Chord Length Distribution Related to Bubble Size Distributions in Multiphase Flows", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 14, pp. 413-424.

Clark, N. N., Liu, W. and Turton, R., 1996, "Data Interpretation Techniques for Inferring Bubble Size Distribution from Probe Signals in Fluidized Beds", *Powder Technology*, Vol. 88, pp. 179-188.

Coifman, R. R. and Donoho, D. L., 1995, "Translation-invariant De-noising", *Lecture Notes in Statistics*, Springer-Verlag Vol. 103, pp. 125-150.

Farge, M., Kevlahan, N., Perrier V. and Goirand E., 1996, "Wavelets and Turbulence", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 84, pp. 639-669.

Glicksman, L. R. and McAndrews, G., 1985, "The Effect of Bed Width on the Hydrodynamics of Large Particle Fluidized Beds", *Powder Technology*, Vol. 42, pp. 159-167.

Glicksman, L. R., Lord, W. K. and Sakagami, M., 1987, "Bubble Properties in Large-Particle Fluidized Beds", *Chemical Engineering Science*, Vol. 42, pp. 479-491.

Grossmann, A. and Morlet, J., 1984, "Decomposition of Hardy Functions into Square Integrable Wavelets of Constant Shape", *SIAM Journal Mathematical Analysis*, Vol. 15, pp. 723-736.

Hatano, H., Khattab, I. A. H., Nakamura, K. and Ishida, M., 1986, "Spatiotemporal Measurement of Bubble Properties in Free-Bubbling Fluidized Beds", *Journal of Chemical Engineering of Japan*, Vol. 19, pp. 425-430.

Hillgardt, K. and Werther, J., 1986, "Local Bubble Gas Hold-up and Expansion of Gas/Solid Fluidized Beds", *German Chemical Engineering*, Vol. 9, pp. 215-221.

Jones, L. and Glicksman, L. R., 1986, "An Experimental Investigation of Gas Flow in a Scale Model of a Fluidized-Bed Combustor", *Powder Technology*, Vol. 45, pp. 201-213.

Kage, H., Yamaguchi, H., Ishii, H. and Matsuno, Y., 1991, "Bubble Behaviour in Bubbling Fluidized Beds of Binary Particles", *Journal of Chemical Engineering of Japan*, Vol. 24, pp. 525-531.

Lim, K. S. and Agarwal, P. K., 1990, "Conversion of Pierced Lengths Measured at a Probe to Bubble Size Measures: an Assessment of the Geometrical Probability Approach and Bubble Shape Models", *Powder Technology*, Vol. 63, pp. 205-219.

Lim, K. S., Zhu, J. X. and Grace, J. R., 1995, "Hydrodynamics of Gas-solid Fluidization", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 21, pp. 141-193.

Liu, W. and Clark, N. N., 1995, "Relationships between Distributions of Chord Lengths and Distributions of Bubble Sizes Including Their Statistical Parameters", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 21, pp. 1073-1089.

Mallat, S. G. and Zhang, S., 1993, "Matching Pursuits with Time-frequency Dictionaries", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 41, pp. 3397-3415.

Mallat, S. G., 1989, "Multifrequency Channel Decompositions of Images and Wavelet Models", *IEEE Transactions on Acoustic, Speech and Signal Processing*, Vol. 37, pp. 2091-2110.

Olowson, P. A. and Almstedt, A. E., 1990, "Influence of Pressure and Fluidization Velocity on the Bubble Behaviour and Gas Flow Distribution in a Fluidized Bed", *Chemical Engineering Science*, Vol. 45, pp. 1733-1741.

Olowson, P. A., 1994, "Influence of Pressure and Fluidization Velocity on the Hydrodynamics of a Fluidized Bed Containing Horizontal Tubes", *Chemical Engineering Science*, Vol. 49, pp. 2437-2446.

Rowe, P. N. and Masson, H., 1981, "Interaction of Bubbles with Probes in Gas Fluidised Beds", *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, Vol. 59, pp. 177-185.

Sitnai, O., Dent, D. C. and Whitehead, A. B., 1981, "Preliminary Communication: Bubble Measurement in Gas-solid

Fluidized Beds", *Chemical Engineering Science*, Vol. 36, pp. 1583.

Sitnai, O., Dent, D. C. and Whitehead, A. B., 1982, "Asymptotic Bubble Size in Tube Fluidized Beds", *Chemical Engineering Science*, Vol. 37, pp. 1429-1430.

Stubington, J. F., Barrett, D. and Lowry, G., 1984, "Bubble Size Measurements and Correlation in a Fluidised Bed at High Temperatures", *Chemical Engineering Research and Development*, Vol. 62, pp.173-178.

Tsuitsui, T. and Miyauchi, T., 1980, "Fluidity of a Fluidized Catalyst Bed and Its Effect on the Behaviour of the Bubbles", *International Chemical Engineering*, Vol. 20, pp. 386-393.

Turton, R. and Clark, N. N., 1989, "Interpreting Probe Signals from Fluidized Beds", *Powder Technology*, Vol. 59, pp. 117-123.

Valenzuela, J. A. and Glicksman, L. R., 1984, "An Experimental Study of Solids Mixing in a Freely Bubbling Two-dimensional Fluidized Bed", *Powder Technology*, Vol. 38, pp. 63-72.

van Lare, C. E. J., Piepers, H. W., Schoonderbeek, J. N. and Thoenes, D., 1997, "Investigation on Bubble Characteristics in a Gas Fluidized Bed", *Chemical Engineering Science*, Vol. 52, pp. 829-841.

Werther, J. and Molerus, O., 1973a, "The Local Structure of Gas Fluidized Beds - I. A Statistically Based Measuring System", *International Journal of Multiphase Flow*, Vo. 1, pp. 103-122.

Werther, J. and Molerus, O., 1973b, "The Local Structure of Gas Fluidized Beds - II. The Spatial Distribution of Bubbles", *International Journal of Multiphase Flow*, Vo. 1, pp. 123-138.

Werther, J., 1974a, "Bubbles in Gas Fluidized Beds - Part I", *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, Vol. 52, pp. 149-159.

Werther, J., 1974b, "Bubbles in Gas Fluidized Beds - Part II", *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, Vol. 52, pp. 160-169.

Wittmann, K., Helmrich, H. and Schugerl, K., 1981, "Measurements of Bubble Properties in Continuously Operated Fluidized Bed Reactors at Elevated Temperatures", *Chemical Engineering Science*, Vol. 36, pp. 1673-1677.

MEASUREMENT OF LOCAL INTERFACIAL AREA IN TWO-PHASE BUBBLY FLOW

Luiz F. M. Moura and Edvaldo A. M. Oliveira

Faculdade de Engenharia Mecânica - DETF
 Universidade Estadual de Campinas
 13083-970 - Campinas - SP - Brazil

SUMMARY

This paper describes a method of measurement of local interfacial area concentration using a double sensor resistivity probe. The time averaged value of the interfacial area is given in terms of the number of interfaces per unit time and the mean value of the interfacial velocity. In order to validate the double sensor probe data, an independent global measurement method based on the differential pressure was employed. Experimental results were obtained for air-water upward flow inside a 52 mm diameter pipe. The results show that the double sensor probe method is accurate and reliable for the local measurement of void fraction, interfacial velocity and interfacial area concentration in bubbly two-phase flows.

INTRODUCTION

Experimental information on the two-phase flow radial distributions of the void fraction, phase velocities, as well as interfacial area concentration is essential for the development of a realistic multidimensional models. Some of the data may lead to closure relations for these models while others would be appropriate for model validation.

In the study of two-phase flow there has been a strong need for instruments able to measure the detailed distribution of various local parameters. In a recent review work, Cartellier and Achard (1991) have shown that the most powerful probe techniques are electrical resistivity probe, optical probe and hot film anemometry. Among these techniques, the advantage of electrical resistivity probe is that both the sensor and the detecting electronic circuit are easy to be realized. In this work, a double sensor resistivity probe was used for the measurement of the radial profiles of void fraction, bubble frequency, bubble interface velocity and interfacial area concentration.

Since the fundamental works of Serizawa et al (1975) and Heringe and Davis (1976), continuous progress has been made with respect to the application of electrical resistivity probe technique to studying local two-phase flow parameters. Progress has been done both on the sensor geometry and on the threshold procedure. The experimental work of Van der Welle (1985) was dedicated to the local measurement of the void fraction, bubble velocity and bubble size in air-water flows, using a double probe. Kataota et al. (1986) introduced a local formulation of the interfacial area concentration and proposed a three double-sensor probe. Teysseidou and Tapacu (1988) used a single probe for the measurement of the void fraction profile in air-water flows. In the work of Barnea and Shemer (1989) a single probe was used for the measurement of the void fraction at the centerline of a vertical pipe in upward air-water flow. Kocamustafaogullari and Wang (1991) presented an extensive work on the local measurement of the void fraction, interfacial area concentration, mean bubble diameter and bubble interface velocity in a horizontal air-water flow, using a double probe. Liu and Bankoff (1993) developed a miniature double probe for the local measurement of the void fraction bubble velocity and bubble size in air-water bubbly flow. In the work of Leung et al. (1995) a double probe was used to the study of the axial development of the interfacial area and void fraction profiles.

DOUBLE SENSOR RESISTIVITY PROBE TECHNIQUE

Measuring Principle. The electrical resistivity probe technique consists of a instantaneous measurement of the local electrical resistivity in the two-phase flow by means of a sensor electrode. A typical resistivity probe is depicted in figure 1.

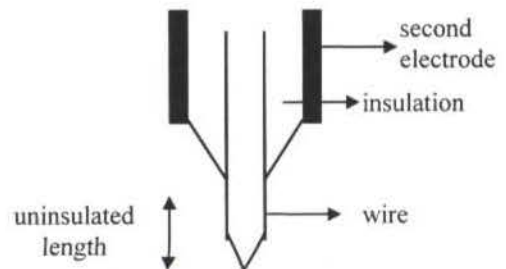


Figure 1 - Typical resistivity probe.

The sensor works as an identifier of a phase surrounding the probe tip. Since the circuit is opened or closed depending on whether the sensor is in contact with gas or liquid, the probe behaves in principle like a switch, yielding a two-stage signal. Such a signal shows a nearly immediate response to water contact with the probe, but a delayed response to bubble contact, due to the required dewetting time of the probe tip. Indeed, the sensor does not penetrate the interface without deforming it. Moreover, the instantaneous resistivity depends on the fraction of the sensitive tip area wetted by one phase, and therefore, long sensitive length induces smooth signal transitions. Minimization of this delay, i.e., approximation of a square wave shape, is desirable for signal conditioning. However, to obtain a true square wave type signal, a proper threshold voltage has to be used as a triggering criterion.

Signal Conditioning. The most common method of signal conditioning is based on a single threshold level whose intersections with the raw signal determine the start and the end of rectangular waves, producing thus a succession of gas residence times. This approach has the inherent disadvantage that

signals which do not reach the threshold level will be undetected. Hence the threshold level must be set as close to the liquid signal level as possible, in order to minimize the influence of the dewetting time and to take account of small bubbles.

No agreement exists in the literature, neither for the recommended threshold level, nor for the resulting performance. Nevertheless, the threshold level usually ranges from 10% to 50% of the static high level signal.

The problem is further augmented in practice by shifts in the liquid signal level. This problem can be avoided by comparing the samples with a self-adjusting threshold level. Before each data set entered a phase discrimination routine, the maximum M and the minimum N values of signal were determined in advance. The threshold level T is given by:

$$T = (M - N) \cdot S + N \quad (1)$$

where S ranges from zero to one.

The main advantage of this phase discrimination method is that every data set has a flexible threshold level, even for the same value of S . This is of practical importance if the liquid signal level drifts.

Signal Processing. As the conditioned signal consists of a train of square waves, the signal has to be processed such that the local parameters can be obtained.

The local void fraction is defined as the time average of the phase indicator function X by:

$$\alpha = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(x, t) dt \quad (2)$$

in which X as a function of position x and time t equals one for the gas phase and zero for the liquid phase.

As the conditioned signal is given in discrete binary form, equation (2) can be written as:

$$\alpha = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i) \quad (3)$$

in which N is the total number of samples and $X(i)$ the binary signal.

The residence time for a bubble follows from the block length of the square wave signal, i.e., from the number of continuous samples n in the gas phase, and from the sampling frequency f :

$$T_b = \frac{n}{f} \quad (4)$$

The local bubble interface velocity may be determined from the signals of two probes placed in the flow direction. A bubble which contacts the front probe will, in general, subsequently makes contact with the rear probe. The time delay between these two contact signals is a measure for the velocity of the bubble. It is of course possible that a bubble is only pierced by one of the probes, this error source should not cause any problems provide this stochastic process is observed over an adequate length of time. A correlation technique will be required to determine the most probable time delay between two stochastic signals. The cross-correlation function of the two probe signals a and b is defined by:

$$F_{ab}(x, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T a(x, t) b(x + d, t + \tau) dt \quad (5)$$

where d is the distance between the probes and τ is the time delay. The maximum of the correlation function yields the most probable time delay τ_0 , from which the bubble interface velocity component in the axial direction is determined as:

$$v_i = \frac{d}{\tau_0} \quad (6)$$

For two identical signals shifted relative to each other the correlation function yields a triangular shaped function. In case of nonidentical signals, i.e., when the width of the blocks differs, the top of the correlation function is broadened, which may generate difficulties in determining τ_0 . In practice, however, the correlation functions show a single maximum.

The time-averaged interfacial area concentration a_i can be obtained by counting the number of interfaces passing the probe per unit time N_i and knowing the interfacial velocity v_i and the angle ϕ between this velocity and the normal vector of the interface (Kataota et al., 1986):

$$a_i(x) = 2N_i \frac{1}{|v_i| \cos \phi} \quad (7)$$

In practice, it is difficult to determine the angle ϕ . However, with the assumption that the interfaces are composed of spherical bubbles, the probe passes every part of bubble with an equal probability and the interfacial velocity has the same direction of the probe tips, the interfacial area concentration can be determined (Vetau, 1981) by:

$$a_i(x) = 4N_i \frac{1}{|v_i|} \quad (8)$$

EXPERIMENTAL RESULTS

Description of the Experimental Facility. A schematic diagram of the experimental facility is illustrated in figure 2. The test section is made of a 52 mm ID Plexiglas tube which is 2.40 m long.

The air flow was supplied from the building central air system. The water was pumped from a large water tank. Both air and water flowrate were measured with calibrated orifice-plate meters. Air and water were injected into the mixing chamber placed at the bottom of the test section. The bubble generator consisted of a porous plate. At the top of the test section a constant level system allowed the air to be exhausted and the water to be returned to the tank by gravity.

The double sensor probe was mounted on the displacement mechanism made of the micrometer screw gauge. The probe was placed at 1.92 m ($L/D=37$) from the inlet of the test section. Using the displacement mechanism, the double probe can be moved radially from the center towards the pipe wall up to 2.0 mm from the wall. Measurements were performed at 9 different radial positions.

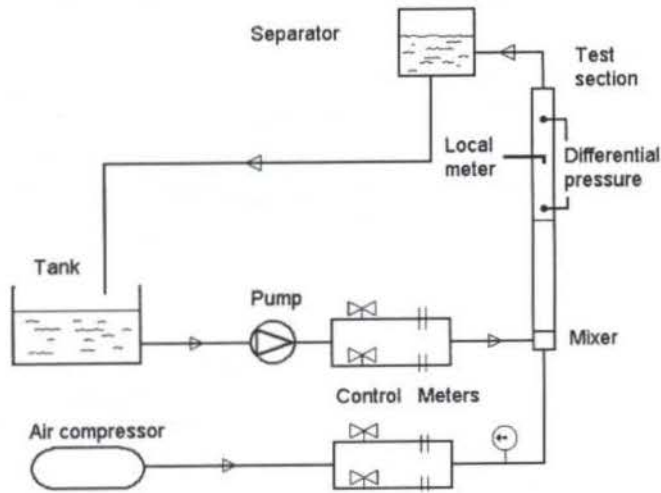


Figure 2 - Schematic of the experimental facility.

In the experiment the superficial gas velocity was varied from 0.010 to 0.040 m/s and the liquid superficial velocity was varied from 0.041 to 0.200 m/s, given a set of 25 experimental conditions.

The Electrical Resistivity Double Probe. The local measurement station consists of a probe displacement mechanism, the electrical resistivity double sensor probe and the driven voltage-sensitive circuit. The double sensor probe was inserted in the test section through a probe support tube (1.2 x 0.8 mm) fixed to the displacement mechanism. A micrometer screw gauge, with graduations to an accuracy of 0.05 mm, was used to traverse the probe in the radial direction. A high resolution mechanism was necessary to evaluate probe positions in flow stream accurately and to ensure reproducible results.

The design of the electrical resistivity sensor is shown in figure 3. For each sensor, one electrode is the exposed tip of an otherwise isolated wire and the return electrode is the supporting tube. The inner electrode is a 127 μm diameter copper wire, insulated with a varnish and accurately cut under a microscope at the tip. The copper wires were inserted into supporting stainless steel tube. Epoxy insulation was applied to the entire sensor and allowed to run back whilst drying, to expose only a small tip area. The exposed length was about 100 μm . The axial distance between the tip of the two sensors was 3.7 mm.

Each sensor was driven by a voltage-sensitive circuit consisting of a 1.5 volt battery and a 2 M Ω potentiometer connected in series with the probe to the ground. The potentiometer was adjusted to give an optimum output voltage for measurements. If the sensor tip is in the liquid phase, the circuit will be closed and the voltage output will be lower. When a gas bubble hits the sensor tip, the circuit continuity will be broken and the output will read a high voltage. The voltage drop across the probe during closed circuit (liquid signal) approximated 0.5 volts. This low voltage effectively reduced electrochemical phenomena at the sensor.

For each preset experimental condition the probe signals were digitized by a data acquisition system utilizing a personal computer and a high-speed analogue-digital I/O expansion board.

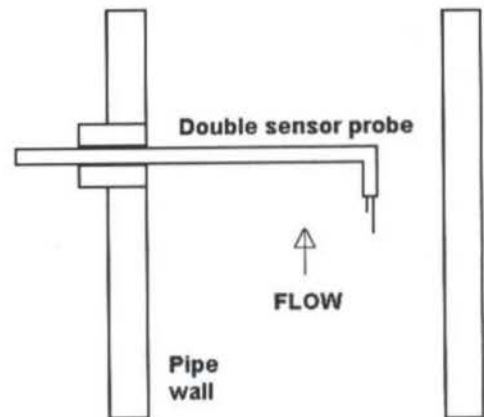


Figure 3 - Design of the electrical resistivity double probe.

Owing to the large volume of data generated, the sampling rate of the data acquisition was set at 18 kHz, and the total sampling time was 30 s. It was found that this combination provided a sufficiently number of bubbles for the statistical analysis of the flow.

It is to be noted that the sampling rate may seem to be very low when compared with some investigations carried out on vertical bubbly two-phase flows. However, it is important to note that for the present experimental conditions the bubble velocities are very low, and thus it becomes essential to have a total sampling time as long as possible to get enough bubbles. This simultaneously leads to a low sampling rate due to the overall limitations of the data acquisition system.

As mentioned above, a proper threshold level has to be applied to the raw signal in order to obtain a true square wave type signal. When the threshold level S , defined as a percentage of the voltage gap between the static levels, evolves from 0% to 100%, so does the local void fraction. All the experimental results presented in this paper were obtained by using a threshold level $S=0.15$.

A manometer connected across the length of the test pipe gives an accurate measurement of two-phase pressure drop in the test section. This can be converted to two-phase gravitational head to obtain the global void fraction data. Note that under the present experimental conditions the frictional loss was almost completely negligible in comparison with the head loss.

Void Fraction Measurements. The measured profiles of local void fraction at various gas superficial velocities (for $JL=0.200$ m/s) are shown in figure 4. The void fraction values are nearly constant in the radial direction except near the wall where these values decrease toward zero at the wall.

In order to validate the double probe data comparison with other global measurement method was made. For this purpose the differential pressure measurement data was utilized. The radial profiles of the void fraction were first area averaged to obtain the averaged void fraction at each superficial gas and liquid velocities. As shown in figure 5, the void fraction values obtained from the double sensor probe measurements are about 20% lower than those obtained from the differential pressure measurements. The difference between these two averaged void fraction values may be explained by the fact that the local void fraction values were slightly underestimated (some bubbles were not detected by the probe) and the global void fraction values were overestimated (the friction pressure drop was neglected).

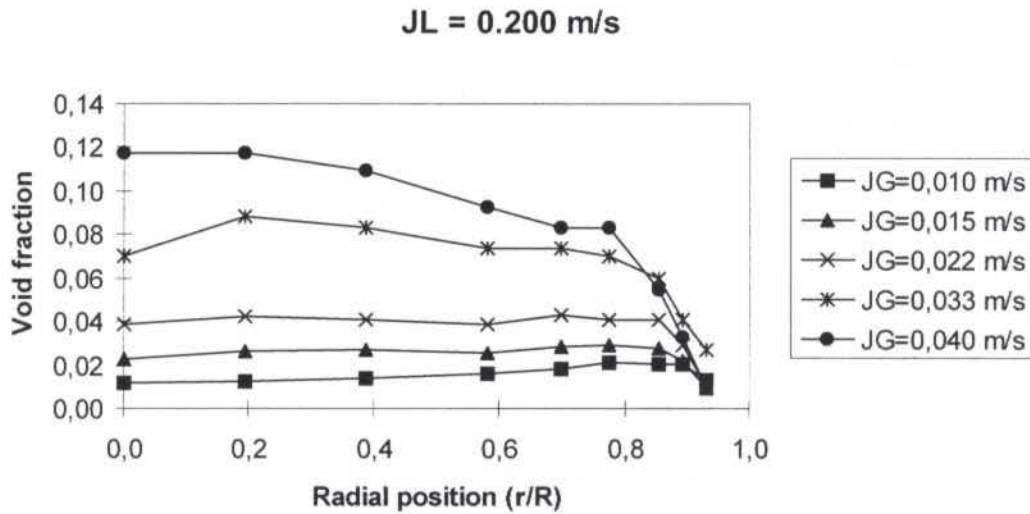


Figure 4 - Radial void fraction profiles

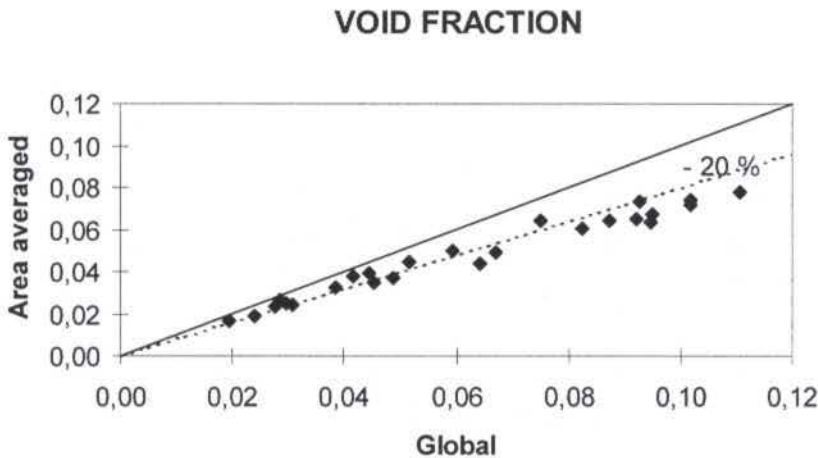


Figure 5 - Comparison of average void fraction obtained from double probe with global measurements

Bubble Interface Velocity. In the measurement of the velocity the double sensor probe in effect measures the interface velocity. The mean velocity of the front interface of the bubble is taken as the mean axial velocity of the bubble. Here it should be noted that for large and non-spherical bubbles this assumption may lead to considerable error.

As it was mentioned above, the bubble interface velocity may be determined from the time delay between the signals of two

probes placed in the flow direction. A correlation function, equation (5), was used to determine the most probable time delay between two stochastic signals. The maximum of the correlation function yields the most probable time delay, from which the bubble interface velocity component in the axial direction is determined by equation (6).

The radial bubble velocity profiles are presented in figure 6 for different values of gas superficial velocity ($JL=0.089$ m/s).

The bubble velocity profiles show basically the power law profile with the maximum at the pipe center for all gas superficial velocities.

The measured bubble velocities are close to the values predicted by the drift flux model (Zuber and Findlay, 1965).

Interfacial Area Concentration. The local interfacial area concentration may be determined from the bubble interface velocity and bubble frequency measurements, by using equation (8). This equation was obtained with the assumption that the

interfaces are composed of spherical bubbles, the probe passes every part of bubble with an equal probability and the interfacial velocity has the same direction of the probe tips. The radial profiles of interfacial area concentration ($JL=0.200$ m/s) are presented in figure 7. Generally, the interfacial area concentration increases as the gas superficial velocity increases. On the other hand, it was not influenced by the liquid superficial velocity. It should be noted that the interfacial area decreases near the pipe wall, certainly because the bubble frequency reduction in this region.

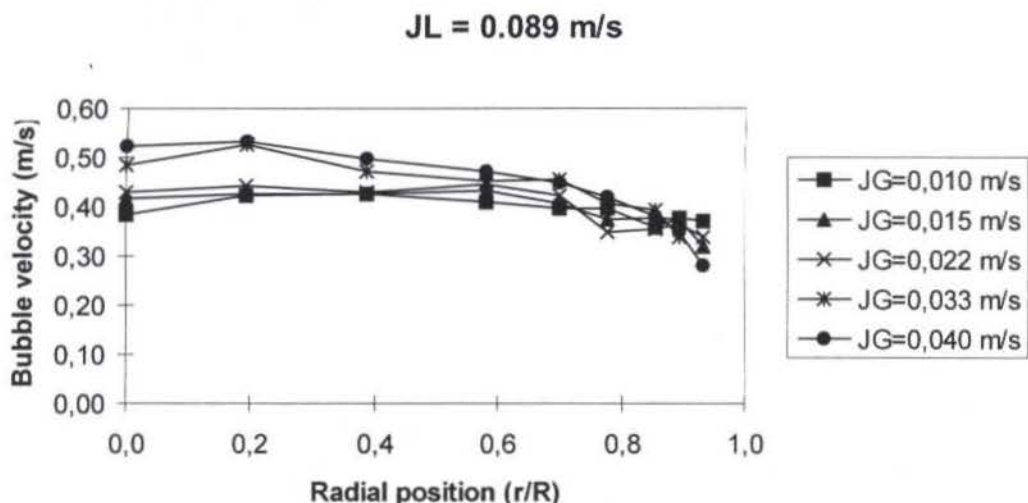


Figure 6 - Radial bubble velocity profiles

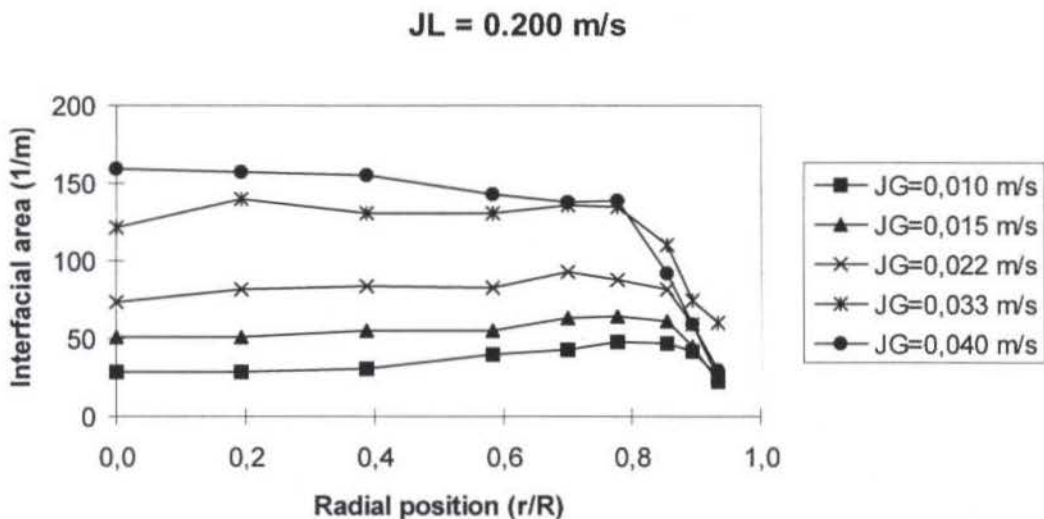


Figure 7 - Radial interfacial area concentration profiles

Average Gas Superficial Velocity. The average gas superficial velocity may be obtained from the local measurements of the void fraction and the bubble interface velocity. First, the pipe area is divided into concentric rings according to the radial position of the local measurement. The area averaged gas superficial velocity is obtained by multiplying the local void fraction and bubble interface velocity by the area ratio and summing them together:

$$J_g = \frac{1}{A} \int_A V_b \alpha dA = \sum_k \left[\left(\frac{r_o}{R} \right)^2 - \left(\frac{r_i}{R} \right)^2 \right] V_{bk} \alpha_k \quad (9)$$

where r_o , r_i and R are respectively the outer and the inner radius of the concentric ring and the pipe radius.

Figure 8 shows the comparison of the area average gas superficial velocities obtained by the probe method and by the

inlet measurements. Most of data were with a 20% error range compared to the inlet flow measurement. The disagreement for

high gas superficial velocity is probably due to the effect of the underestimation of the void fraction, as it was mentioned above.

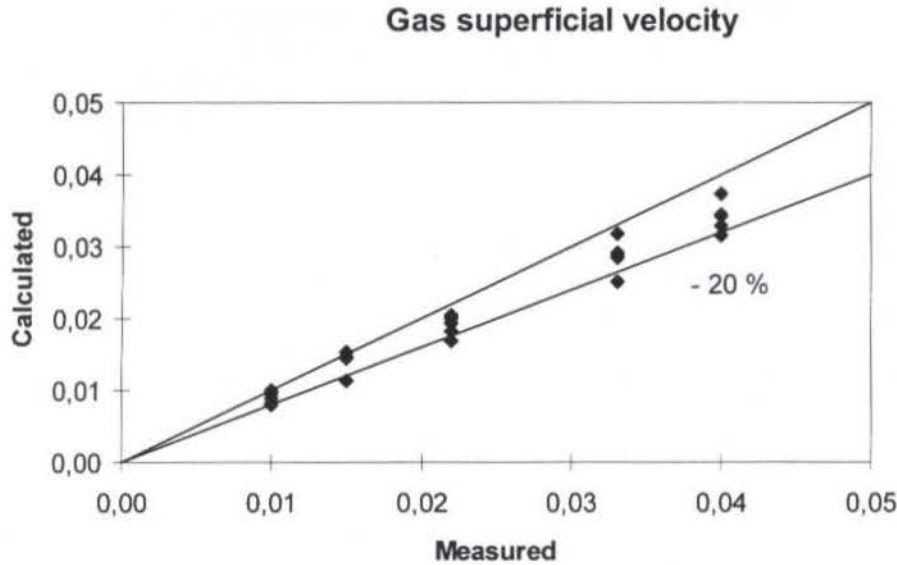


Figure 8 - Comparison between area average and inlet gas superficial velocity

CONCLUSIONS

The electrical resistivity double probe technique for measuring local interfacial area concentration in a two-phase flow has been described. Data on the local void fraction, bubble interface velocity, and interfacial area concentration were obtained for different gas and liquid superficial velocities in a air-water vertical bubbly flow.

The void fraction radial profiles showed a relatively flat pattern in the core ($r/R < 0.8$). Near the wall ($r/R > 0.8$) the void fraction values decrease toward zero at the wall. Increasing the gas superficial velocity, for a constant liquid superficial velocity, increased the void fraction, both in the core region and near the wall.

The bubble interface velocities, obtained from the cross correlation function of the signal of the double sensor probe, are close to the values predicted by the drift flux model. It ranges from 0.25 m/s (near the wall at lower gas flow rate) up to 0.60 m/s (core region at higher gas flow rate).

The interfacial area concentration profiles, obtained from the void fraction, bubble frequency and bubble interface velocity, showed the same behavior as the void fraction profiles.

Finally, the area average gas superficial velocities, obtained from the local measurements of void fraction and bubble velocity, were compared to the inlet gas flow rate and a good agreement was found.

REFERENCES

Barnea, D. and Shemer, L., 1989, "Void fraction measurements in vertical slug flow: Applications to slug characteristics and transition" *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 15, No. 4, pp. 495-504.

Cartellier, A. and Achard, J. L., 1991, "Local phase detection probes in fluid-fluid two-phase flows" *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 62, No. 2, pp. 279-303.

Herringe, R. A. and Davis, M. R., 1976, "Structural development of gas-liquid mixture flows" *J. Fluid Mech.*, Vol. 73, No. 1, pp. 97-123.

Kataoka, I. et al., 1986, "Local formulation and measurements of interfacial area concentration in two-phase flow" *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 12, No. 4, pp. 505-529.

Kocamustafaogullari, G. and Wang, Z., 1991, "An experimental study on local interfacial parameters in horizontal bubbly two-phase flow" *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 17, No. 5, pp. 553-572.

Leung, W. H. et al., 1995, "Axial development of interfacial area and void concentration profiles measured by double-sensor probe method" *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 38, No. 3, pp. 445-453.

Liu, T. J. and Bankoff, S. G., 1993, "Structure of air-water bubbly flow in a vertical pipe - II. Void fraction, bubble velocity and bubble size distribution" *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 4, pp. 1061-1072.

Serizawa, A., Kataoka, I. and Michiyoshi, I., 1975, "Turbulence structure of air-water bubbly flow- I. Measuring techniques" *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 2, pp. 221-233.

Teyssedou, A. and Tapacu, A., 1988, "Impedance probe to measure local void fraction profiles" *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 59, No. 4, pp. 631-638.

Van der Welle, R., 1985, "Void fraction, bubble velocity and bubble size in two-phase flow" *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 11, No. 3, pp. 317-345.

Vetau, J. M., 1981, "Contribution à l'étude des techniques de mesure de l'aire interfaciale dans les écoulements à bulles" Ph. D. Thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France.

Zuber, N. and Findlay, J.A., 1965, "Average volumetric concentration in two-phase flow systems" *J. Heat Transfer*, Vol. 87, pp. 453-468.

A MIXTURE THEORY MODEL FOR A PARTICULATE SUSPENSION FLOW IN A THERMAL NON-EQUILIBRIUM CONTEXT

M. L. Martins-Costa⁽¹⁾ and R. M. Saldanha da Gama⁽²⁾

(1) Laboratório de Mecânica Teórica e Aplicada (LMTA)

TEM, UFF – Rua Passo da Pátria No.156, 24210-240 Niterói/RJ, Brazil

(2) LNCC/CNPq – Av. Getúlio Vargas No.333, 25651-070 Petrópolis/RJ, Brazil

SUMMARY

The present work proposes a local model for a particulate suspension flow employing the continuum theory of mixture - specially developed to deal with multiphase phenomena. The flow of a Newtonian fluid with small solid particles in suspension - in which thermal non-equilibrium is allowed - is described as a mixture of solid and fluid constituents coexisting superposed. Thermodynamically consistent constitutive hypotheses are derived in order to build an adequate model for suspensions.

INTRODUCTION

Fluid-particle suspension flows play an important role in countless practical engineering applications with major economical importance. These include the study of flows of mining products in suspension in liquids, such as water, the flow that occurs in petrol exploitation - in which rock particles flow in suspension within the fluid, fluidized beds and nuclear reactor loss of coolant accidents. The interest in modelling such phenomena is increasing significantly nowadays mainly due to the importance attached to problems that impact the environmental state - e.g. fluid-pollution particles flows - either in rivers or in the air.

This work presents a local model for the flow of a Newtonian fluid with rigid solid particles in suspension in a thermal non-equilibrium context, based on the Theory of Mixtures, a convenient method for modelling multicomponent systems, which was first presented within the framework of Continuum Mechanics by Truesdell (1957). Its basic assumption is that, at any time, all the constituents are present in every point of the mixture. The fluid-particle flow is modelled as a mixture of two overlapping continuous constituents: one solid (rigid, homogeneous and isotropic particles) and one fluid (an incompressible Newtonian fluid).

Additional terms, playing the role of momentum and energy sources, absent in the classical Continuum Mechanics approach, are required in the balance equations to account for the thermodynamical interaction between the constituents. The mass, momentum and energy balance equations, which must be solved for both constituents of the mixture, combined with thermodynamically consistent constitutive assumptions for the partial stress tensor, the partial heat flux and for the above mentioned momentum and energy sources, results in a systematic description for thermal flows with particles in suspension. The resulting mathematical representation consists of a set of ten partial differential equations subjected to convenient boundary conditions,

whose unknowns are the fluid and the solid constituents velocities and temperatures, the fluid fraction and the pressure.

Particulate suspension flows have already deserved several studies, probably due to their application in the description of many processes of engineering interest. Passman et al. (1980) have modelled suspensions of particles in a fluid employing a mixture theory approach aiming to predict rheological properties of suspensions. Assuming that the suspension is dilute, they have proposed a rheological equation of state for an isothermal suspension and have analysed a simple shearing problem. Jean and Peddieson (1997), in a recent work, have presented the simulation of one-dimensional two-phase fluid/particle suspensions, stressing the mathematical aspects of different models to describe the motion of a suspension and applying them to steady injection of particles into a quiescent fluid, unsteady flow at low volume fractions and fully developed steady vertical pipe flows. Although their work dealt with complex processes with engineering interest, thermal equilibrium has been assumed throughout the article.

GOVERNING EQUATIONS

A Continuum Mechanics approach would describe adequately phenomena such as a fluid flow with a single solid particle immersed in it. Stokes, in 1851, has already solved a simplified version of the problem in which a spherical particle falls through an infinite viscous fluid due to gravity effect. However, in the presence of a great number of particles, whose shapes might be not as convenient as the above mentioned spherical particle, Continuum Mechanics would be no more an adequate choice for describing the resulting particulate-suspension flow. An alternative approach arises naturally if one bears in mind that the Continuum Theory of Mixtures has been specially developed to model multiphase phenomena.

The balance equations used to describe the solid-fluid mixture which represents the particulate suspension flow are stated assuming a chemically nonreacting continuous mixture. This hypothesis assures that the mass of each constituent of the mixture is preserved - and, according to Atkin and Craine (1976), the balances of mass for the solid and the fluid constituents are stated as

$$\frac{\partial \rho_S}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_S \mathbf{v}_S) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_F}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_F \mathbf{v}_F) = 0 \quad (2)$$

in which ρ_S and ρ_F are the solid and fluid constituents' mass densities and \mathbf{v}_S and \mathbf{v}_F their velocities in the mixture. The field ρ_i represents the local ratio between the mass of the i -th constituent and the corresponding volume of mixture.

The balance of linear momentum is postulated by applying the first axiom of Euler to each constituent of the chemically non-reacting continuous mixture (Atkin and Craine, 1976):

$$\rho_S \left[\frac{\partial \mathbf{v}_S}{\partial t} + (\nabla \mathbf{v}_S) \mathbf{v}_S \right] = \nabla \cdot \mathbf{T}_S + \mathbf{m}_S + \rho_S \mathbf{g}_S \quad (3)$$

$$\rho_F \left[\frac{\partial \mathbf{v}_F}{\partial t} + (\nabla \mathbf{v}_F) \mathbf{v}_F \right] = \nabla \cdot \mathbf{T}_F + \mathbf{m}_F + \rho_F \mathbf{g}_F \quad (4)$$

where \mathbf{T}_S and \mathbf{T}_F represent the partial stress tensors associated to the solid and the fluid constituents, \mathbf{m}_S and \mathbf{m}_F the momentum interaction forces, per unit volume, acting, respectively, on the solid and on the fluid constituents due to their interaction with the remaining constituent of the mixture and \mathbf{g}_S and \mathbf{g}_F specific body forces acting on the solid and the fluid constituents. The momentum interaction forces play a role of momentum sources, being present in the balance equations in order to guarantee dynamical interaction among the constituents of a mixture.

The momentum balance for the mixture as a whole, requires that the sum of momentum sources must be zero everywhere. This assumption is simplified whether a two-constituents' mixture ($i = 1, 2$) is considered, so that in order to ensure the momentum balance for the mixture it suffices that

$$\sum_{i=1}^2 \mathbf{m}_i = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{m}_S = -\mathbf{m}_F \quad (5)$$

In the present work \mathbf{T}_S and \mathbf{T}_F are assumed symmetrical, so the angular momentum balance is automatically satisfied.

Considering once again a chemically non-reacting continuous mixture, according to Atkin and Craine (1976), the

energy balance for both the solid and the fluid constituents is given by

$$\rho_S c_S \left[\frac{\partial T_S}{\partial t} + (\nabla T_S) \mathbf{v}_S \right] = -\nabla \cdot \mathbf{q}_S + \mathbf{T}_S \cdot \mathbf{D}_S + q_S''' + \Pi_S \quad (6)$$

$$\rho_F c_F \left[\frac{\partial T_F}{\partial t} + (\nabla T_F) \mathbf{v}_F \right] = -\nabla \cdot \mathbf{q}_F + \mathbf{T}_F \cdot \mathbf{D}_F + q_F''' + \Pi_F \quad (7)$$

in which c_S and c_F are the solid and the fluid specific heats - measured in a continuum mechanics framework. The remaining variables must be considered within a mixtures theory context: T_F and T_S represent the fluid constituent and solid constituent temperature fields, \mathbf{q}_F and \mathbf{q}_S the (conduction) partial heat fluxes for the fluid and the solid constituents, \mathbf{D}_S and \mathbf{D}_F are the symmetrical part of \mathbf{v}_S and \mathbf{v}_F gradients and, finally, q_F''' and q_S''' the fluid and solid constituents heat generation terms.

The internal contribution terms Π_F and Π_S represent the energy generation function, arising from thermal non-equilibrium - allowed among the constituents of a mixture. They are temperature-dependent sources for each energy equation and represent the energy supply to a given constituent arising from its thermal interaction with the other constituents of the mixture. In the particular case of a binary mixture, Π_F represents the energy transfer per unit time and unit volume from the solid constituent to the fluid constituent - while Π_S stands for the transfer from the fluid constituent to the solid one. Now, considering the mixture as a whole ($i = 1, 2$), an analogy with the energy balance proposed by Martins-Costa et al. (1993) leads to

$$\sum_{i=1}^2 \Pi_i = 0 \quad \Rightarrow \quad \Pi_F = -\Pi_S \quad (8)$$

CONSTITUTIVE ASSUMPTIONS

According to Jean and Peddieson (1997) particulate suspension flow models - which are still being constructed - may be assumed as governed by equations mathematically analogous to those associated with single phase flow of a compressible fluid through a porous medium. In all the constitutive equations derived in this item two relevant aspects were taken into account. The former was that the simplest constitutive form among those that satisfy the second law of Thermodynamics and the principle of objectivity has always been searched for and the latter was to state the equations in terms of variables that could be related to usual continuum mechanics variables.

The dynamical interaction between the constituents (arising from the simultaneous existence of two distinct velocity fields in the considered domain - corresponding to the fluid and the solid constituents velocities) is taken into account in a momentum source term. The momentum source

associated to the fluid constituent is assumed to be proportional to its relative velocity ($\mathbf{v}_F - \mathbf{v}_S$) as well as to the gradient of fluid fraction in the mixture (Williams, 1978; Martins-Costa and Saldanha da Gama, 1996):

$$\mathbf{m}_F = \alpha_1(\mathbf{v}_F - \mathbf{v}_S) + \alpha_2 \nabla \varphi \quad (9)$$

where the fluid fraction φ is such that $\varphi = \frac{\rho_F}{\rho_{fluid}}$, resulting in the following relations for the solid and fluid constituents mass densities

$$\begin{aligned} \rho_S &= (1 - \varphi)\rho_{solid} \\ \rho_F &= \varphi\rho_{fluid} \end{aligned} \quad (10)$$

in which ρ_{solid} and ρ_{fluid} are the solid and the fluid mass densities, measured within a Continuum Mechanics framework, and α_1 and α_2 are given by

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\varphi^2 \eta \\ \alpha_2 &= -\mathcal{D} \end{aligned} \quad (11)$$

where η is the actual fluid viscosity (considering a continuum mechanics framework) and \mathcal{D} is a diffusion coefficient which may depend on φ .

Assuming the solid constituent as composed by rigid sparsely distributed particles - in such a way that distances between particles are much greater than their sizes - it is reasonable to suppose the shear effect negligible (Jean and Peddieson, 1997). Thus the solid constituent partial stress tensor may be simplified as

$$\mathbf{T}_S = -p(1 - \varphi)\mathbf{1} \quad (12)$$

in which the pressure acting on the mixture is represented by p , so that $(1 - \varphi)p$ is the partial pressure acting on the solid constituent, which represents the solid particles.

Considering a Newtonian incompressible fluid, the partial stress tensor associated to the fluid constituent may be stated as (Williams, 1978):

$$\mathbf{T}_F = -p\varphi\mathbf{1} + 2\mu\mathbf{D}_F \quad (13)$$

where φp stands for the pressure acting on the fluid constituent, \mathbf{D}_F for the symmetrical part of $\nabla\mathbf{v}_F$ and μ is related to the fluid constituent viscosity η , in such a way that

$$\mu = \eta\varphi^2\lambda \quad (14)$$

in which λ is a scalar parameter, which accounts for the presence of solid particles in the mixture - suggested by Williams (1978) to account for the drag enhancement in a solid-fluid mixture - when compared to the mixtures of fluids considered in the article by Sampaio and Williams (1977), in which this relation between the viscosities has been first proposed.

Constitutive equations for the partial heat fluxes are proposed, aiming to obtain the simplest elementary equations in which all the meaningful effects are included. A linear dependency on the φ variable is expected, for instance, since it represents the actually "occupied" volume (from a continuum mechanics viewpoint). An analogy with the heat transfer process in rigid solid mixtures (Saldanha da Gama, 1989) leads to the following equations

$$\mathbf{q}_S = -\Lambda k_S(1 - \varphi)\nabla T_S \quad (15)$$

$$\mathbf{q}_F = -\Lambda k_F\varphi\nabla T_F \quad (16)$$

in which Λ represents an always positive parameter that depends on both the internal structure and the kinematics of the mixture and k_S and k_F are the actual solid and fluid thermal conductivities - obtained within a continuum mechanics viewpoint.

Finally, since the mixture theory allows a thermal independence between the two constituents, a linear relationship on the local temperature difference is assumed in the constitutive assumption describing the energy generation function Π_F - which accounts for the energy transfer among the constituents of a mixture, so that the following equation is proposed (Martins-Costa and Saldanha da Gama, 1996; Saldanha da Gama, 1989)

$$\Pi_F = -\Pi_S = R_{FS}(T_S - T_F) \quad (17)$$

where R_{FS} is an always positive factor which may depend on $(\mathbf{v}_F - \mathbf{v}_S)$, on the spatial position and on the mixture constituents' thermal properties and internal structure (Martins-Costa et al., 1992).

At this point it is important to mention that the constitutive relations proposed in the present section for momentum and energy sources, partial stress tensors and partial heat fluxes satisfy the second law of thermodynamics, regardless the geometry, the external actions or the boundary conditions (Costa-Mattos et al., 1993).

AN APPLICATION

Combining mass, momentum and energy balance equations for each constituent in the mixture (eqs. (1)-(4), (6)-(7)), the relations derived from momentum and energy balance equations for the mixture as a whole (eqs. (5), (8)) and the constitutive assumptions (eqs. (9), (11)-(16)) stated in the previous sections, one obtains the following set of equations - which describes the flow of a Newtonian fluid with small solid particles in suspension

$$\frac{\partial}{\partial t}(1 - \varphi) + \nabla \cdot [(1 - \varphi)\mathbf{v}_S] = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\varphi\mathbf{v}_F) = 0 \quad (19)$$

$$\begin{aligned}
(1-\varphi)\rho_{solid}\left[\frac{\partial \mathbf{v}_S}{\partial t} + (\nabla \mathbf{v}_S)\mathbf{v}_S\right] \\
= -\nabla[(1-\varphi)p] - \alpha_1(\mathbf{v}_F - \mathbf{v}_S) \\
- \alpha_2 \nabla \varphi + (1-\varphi)\rho_{solid} \mathbf{g}_S
\end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
\varphi\rho_{fluid}\left[\frac{\partial \mathbf{v}_F}{\partial t} + (\nabla \mathbf{v}_F)\mathbf{v}_F\right] \\
= -\nabla[\varphi p] + \nabla \cdot [2\mu \mathbf{D}_F] \\
+ \alpha_1(\mathbf{v}_F - \mathbf{v}_S) \\
+ \alpha_2 \nabla \varphi + \varphi\rho_{fluid} \mathbf{g}_F
\end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
(1-\varphi)\rho_{solid} c_S \left[\frac{\partial T_S}{\partial t} + (\nabla T_S)\mathbf{v}_S\right] \\
= -\nabla \cdot [\Lambda k_S(1-\varphi)\nabla T_S] \\
+ \{-\nabla[(1-\varphi)p]\} \cdot \mathbf{D}_S \\
+ q_S''' + R_{FS}(T_F - T_S)
\end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
\varphi\rho_{fluid} c_F \left[\frac{\partial T_F}{\partial t} + (\nabla T_F)\mathbf{v}_F\right] \\
= -\nabla \cdot [\Lambda k_F \varphi \nabla T_F] \\
\{-\nabla[\varphi p] + \nabla \cdot [2\mu \mathbf{D}_F]\} \\
\cdot \mathbf{D}_F + q_F''' + R_{FS}(T_S - T_F)
\end{aligned} \quad (23)$$

Considering appropriate initial and boundary conditions, the above problem may be numerically simulated. For a steady-state case, for instance, inlet values for φ , p , \mathbf{v}_F , \mathbf{v}_S , T_F and T_S could be given. If a flow through a channel is simulated, the fluid constituent velocity should satisfy no-slip and impermeability boundary conditions at the channel's solid boundaries, while for the solid constituent (representing the solid particles), only impermeability on the solid walls would be required.

An interesting simplification of the above stated problem may be achieved when a steady-state two-dimensional flow through a plane channel is analysed, neglecting the terms analogous to the viscous dissipation $\mathbf{T}_i \cdot \mathbf{D}_i$ and the external heat generation q_i''' - so that the resulting equations which describe the solid and fluid constituents are:

$$\frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)u_S] + \frac{\partial}{\partial y}[(1-\varphi)v_S] = 0 \quad (24)$$

$$\begin{aligned}
(1-\varphi)\rho_{solid}\left[u_S \frac{\partial u_S}{\partial x} + v_S \frac{\partial u_S}{\partial y}\right] \\
= -\frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)p] - \alpha_1(u_F - u_S) \\
- \alpha_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + (1-\varphi)\rho_{solid} g_x
\end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
(1-\varphi)\rho_{solid}\left[u_S \frac{\partial v_S}{\partial x} + v_S \frac{\partial v_S}{\partial y}\right] \\
= -\frac{\partial}{\partial y}[(1-\varphi)p] - \alpha_1(v_F - v_S) - \alpha_2 \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\
+ (1-\varphi)\rho_{solid} g_y
\end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned}
(1-\varphi)\rho_{solid} c_S \left[u_S \frac{\partial T_S}{\partial x} + v_S \frac{\partial T_S}{\partial y}\right] \\
= -\frac{\partial^2}{\partial x^2}[\Lambda k_S(1-\varphi)T_S] \\
- \frac{\partial^2}{\partial y^2}[\Lambda k_S(1-\varphi)T_S] \\
+ R_{FS}(T_F - T_S)
\end{aligned} \quad (27)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}[\varphi u_F] + \frac{\partial}{\partial y}[\varphi v_F] = 0 \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
\varphi\rho_{fluid}\left[u_F \frac{\partial u_F}{\partial x} + v_F \frac{\partial u_F}{\partial y}\right] \\
= -\frac{\partial}{\partial x}[\varphi p] + \frac{\partial^2}{\partial x^2}[\lambda \varphi^2 \eta u_F] \\
+ \frac{\partial^2}{\partial y^2}[\lambda \varphi^2 \eta u_F] \\
+ \alpha_1(u_F - u_S) + \alpha_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \varphi\rho_{fluid} g_x
\end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
\varphi\rho_{fluid}\left[u_F \frac{\partial v_F}{\partial x} + v_F \frac{\partial v_F}{\partial y}\right] \\
= -\frac{\partial}{\partial y}[\varphi p] + \frac{\partial^2}{\partial x^2}[\lambda \varphi^2 \eta v_F] \\
+ \frac{\partial^2}{\partial y^2}[\lambda \varphi^2 \eta v_F] + \alpha_1(v_F - v_S) + \\
\alpha_2 \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \varphi\rho_{fluid} g_y
\end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
\varphi\rho_{fluid} c_F \left[u_F \frac{\partial T_F}{\partial x} + v_F \frac{\partial T_F}{\partial y}\right] \\
= -\frac{\partial^2}{\partial x^2}[\Lambda k_F \varphi T_F] - \frac{\partial^2}{\partial y^2}[\Lambda k_F \varphi T_F] \\
+ R_{FS}(T_S - T_F)
\end{aligned} \quad (31)$$

where u_F and v_F are \mathbf{v}_F components and u_S and v_S are \mathbf{v}_S components on x and y directions, respectively. In order to solve this problem \mathbf{v}_S , \mathbf{v}_F , φ , p , T_S and T_F must

be known at the channel's inlet and at both inferior and superior channel walls $\mathbf{v}_F = 0$ and $v_S = 0$ (no-slip and impermeability boundary conditions).

FINAL REMARKS

A mixture theory approach had been used to describe a flow of a Newtonian fluid with small solid particles in suspension. The fluid and the particles have been represented by two overlapping continuous constituents of a mixture: a solid one standing for the rigid particles, while the fluid constituent represents a Newtonian incompressible fluid. Balance equations for each constituent and constitutive hypotheses have been considered to build a simple model for the particulate suspension flow - in such a way that the problem was mathematically described by a set of ten partial differential equations.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author M.L.Martins-Costa gratefully acknowledges the financial support provided by the agency FAPERJ through grant n° E-26/151.157/96.

REFERENCES

Atkin, R.J. and Craine, R.E., 1976, "Continuum Theory of Mixtures. Basic Theory and Historical Development" *Quart. J. Appl. Math.*, vol. 29, pp. 209-244.

Costa-Mattos, H. Martins-Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M., 1993, "A Thermodynamically Consistent Constitutive Theory for a Rigid Solid-Stokesian Fluid Mixture", *Mech. Research Comm.*, vol. 20, No. 3, pp. 243-249.

Jean. T.H. and Peddieson Jr., J., "One-Dimensional Equations and Solutions for Particulate Suspension Flows", 1997, *Int. J. Engng. Sci.*, vol. 35, No. 8, pp. 803-818.

Martins-Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M., 1992, "Modelling and Simulation of Energy Transfer in a Saturated Flow through a Porous Medium" *Appl. Math. Modelling*, vol. 16, pp. 589-597.

Martins-Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M., 1993, "On the Energy Balance for Continuous Mixtures" *Mech. Research Comm.*, vol. 20, No. 1, pp. 53-58.

Martins-Costa, M.L. and Saldanha da Gama, R.M., 1996, "Constitutive Relations for the Energy Transfer in Nonsaturated Continuous Mixtures" *Mech. Research Comm.*, vol. 23, No. 2, pp. 117-122.

Passman, S.L., Nunziato, J.W., Bailey, P.B. and Walsh, E.K., 1980, "A Mixture Theory for Suspensions", in *Rheology, Volume 2: Fluids*, edited by Astarita, G., Marrucci, G. and Nicolais, L. - Plenum Publishing Corporation, New York.

Saldanha da Gama, R.M., 1989, "A Model for Heat Transfer in Rigid Continuous Mixtures", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, vol. 16, 123-132.

Sampaio, R. and Williams, W.O., 1977, "On the Viscosities of Liquid Mixtures", *ZAMP*, vol. 28, pp. 607-614.

Truesdell, C., 1957, "Sulle Basi della Termomeccanica", *Rend. Accad. Lincei*, vol. 22, pp. 158-166.

Williams, W.O., 1978, "Constitutive Equations for a Flow of an Incompressible Viscous Fluid through a Porous Medium" *Quart. J. Appl. Math.*, vol. 36, pp. 255-267.

On the Interaction Between a Gas-Liquid Bubble Plume and a Wall

by Philippe P. M. Menut, Jader Riso Barbosa Jr. & Atila P. Silva Freire

Mechanical Engineering Program (PEM/COPPE/UFRJ),
C.P. 68503, 21945-970 - Rio de Janeiro - Brazil.

Abstract

This paper experimentally describes the gas fraction distribution in the two-phase flow of a gas-liquid round bubble plume set to develop adjacent to a wall. The local gas fraction measurements are carried out using the electro-resistivity probe technique in an air-water system. The system comprises a cubic meter volume water tank and air injection nozzles whose flow rates range from 1.2 to 3.5 litre per minute. When a Froude number based on the distance between the gas sources is high, the plume exhibits a type of a Coanda effect, bending towards the wall. A brief theoretical analysis, based on Taylor's entrainment hypothesis, is conducted so that a variable entrainment coefficient can be proposed in the future. Gaussian distributions observed to exist for axisymmetric single plumes are shown not to occur in flow geometries where the Coanda effect is allowed to set in. Photographs of the flow are shown to illustrate the phenomenon.

KEYWORDS: bubble plumes, gas fraction distribution, electro-resistivity probes, Coanda effect, entrainment.

INTRODUCTION

Gas stirred melt ladles are a common occurrence in the steel making industry. The upward movement of an inert gas into a bath provokes a large agitation in the molten metal, resulting in the chemical and thermal homogenization of the mixture, as well as in an acceleration of the absorption of harmful non-metallic inclusions into an overlying slag.

The liquid metal homogenisation can indistinctly be performed by a single gas plume, by a combination of geometrically arranged plumes or by a curtain of bubbles. The degree of agitation – and consequently the flow properties – provided by rising bubbles of an inert gas in the liquid metal medium must hence be determined so as to achieve minimum mixing times and maximum recoveries of alloy additions at optimum flow rates.

The flow properties will, of course, result from the geometry of the problem, in particular, from the specific manner in which gas is injected in the ladle. For most studies in literature, just a single source of gas is considered, which is taken to be axisymmetric. This is, in fact, a mandatory procedure when an integral approach to the problem is used and the entrainment hypothesis considered. For differential approaches, this need not be the case; turbulence models with a reasonable degree of generality should be capable of accounting for the break in symmetry so that, in theory, one or more plumes could be considered in the analysis. Unfortunately, as we shall see, this is not the case.

The purpose of this paper is to investigate the behaviour of a bubble plume that develops near to a wall. Under this condition the plume is seen to develop not axisymmetrically, but deflected to the side of the wall. The emphasis here is on understanding how the proximity of the wall deflects the plume and alters its mean properties. The present

flow geometry has been chosen for it exhibits the same type of physical effects as those that appear in the case of two plumes set side by side. Indeed, Pera and Gebhart (1975) have shown that the effect of an adjacent wall on the inclination of a plume is about the same as the effect of another plume of equal strength and twice as far away. Thus, through the artifice of studying the plume development close to a wall we expect to understand the problem of multiple plumes which develop close enough to each other to have their original axisymmetry broken. In addition, the present case is of great interest to the metallurgical industry.

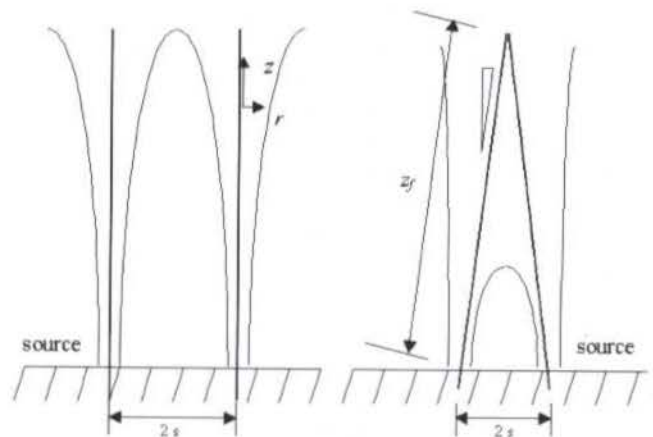


Figure 1: Double source arrays showing (a) no interaction and (b) plumes deflection.

To assess the plume's main characteristics an electro-resistivity probe system was used. This system was chosen for being relatively simple while still being capable of conveying many useful information on the phenomenon; it will be discussed in detail in an appropriate section. Here, it

suffices to say that by a careful analysis of the experimental data through the void fraction profiles, the deflection of the plume has been evaluated as a function of several parameters of interest including the gas flow rate and the distance between the point sources.

A general flow field is schematically shown in Figure 1. Figure 1a illustrates the situation where the distance between the sources is large so that the plumes do not interfere with each other. Figure 1b shows the interaction and the consequent deflection of the plumes centre lines. A suitable system of co-ordinates is also shown.

The single bubble plume flow has been extensively studied both theoretically (Ditmars and Cederwall, 1974; Milgram, 1983; Brevik and Killie, 1996) and experimentally (Milgram, 1983; Castillejos and Brimacombe, 1987; Barbosa and Bradbury, 1996) by many authors in the past three decades. The studies cover a large range of conditions but fail to propose a single model capable of dealing with all possible variations in flow conditions. For the integral approaches, the flow has been divided into three distinct regions where different dominant effects prevail (Milgram, 1983). The buoyancy dominated region is normally referred to as the "Zone of Established Flow". This will be the region of main interest here.

For flow geometries where two or more plumes are present, the number of works is considerably smaller. A relatively complete work on multiple plume systems has recently been published (Joo and Guthrie, 1992). In this work, the twin bubble plume arrangement flow has been studied both from an experimental and a numerical point of view. Using a tracer technique to quantify the total mixing time – the time interval that 95% of the tracer needs to be mixed in the flow – several plume arrangements were tested. The flow pattern for these arrangements were then numerically reproduced with the help of a κ - ϵ turbulence model. In all numerical calculations, the plumes presented a clear upright position, irrespective of their proximity to the wall. Thus, no sign of the Coanda effect was observed in the numerical computations. Some pictures of the phenomenon, however, were very clear in exhibiting the plume's deflection. The mathematical modelling of the flow was, therefore, in clear disagreement with the experimental evidence. In this simulation, the action of the bubbles was limited only to the buoyancy term, resulting in a very simple model for the gas phase that could not predict the interaction between the plumes.

As far as the interaction between adjacent bubble plumes is concerned, no analysis (experimental or theoretical) has been identified by the present authors in literature. The interaction between laminar thermal plumes has been studied using a Mach-Zehnder interferometer (Pera and Gebhart, 1975). For this case, a simple model was developed in order to take into account the deflection angle of the centre lines of the plumes. Pera and Gebhart observed that plane plumes manifest stronger centre line inclinations than axisymmetric plumes.

To study the interaction effects between a bubble plume and an adjacent wall, we will adopt the following plan. Section 2 of the paper focus on understanding the physics

of the Coanda effect in problems dominated by buoyance forces. Section 3 provides a brief mathematical analysis of the problem based on the entrainment hypothesis of Taylor. Such analysis aims at establishing a theoretical framework from which a variable entrainment coefficient can be modelled in the future. The experimental procedure and the apparatus are described in section 4. The electro-resistivity probe technique results are presented in section 5 where profiles of local gas fraction are shown for several flow conditions; photographs are shown here to illustrate the bending of the plume under the interaction effects of the wall. Conclusions are presented in section 6; as will be shown, the presence of an adjacent wall does alter the Gaussian form of the gas fraction profiles.

THE COANDA EFFECT

The Coanda Effect is the tendency of a fluid, either gaseous or liquid, to cling to a vertical surface that is near to an orifice from which the fluid emerges (Reba, 1966).

An easily verified experimental fact is that when point sources of buoyancy (or of momentum) are placed side by side, the two resulting turbulent plumes (or jets) tend to bent towards each other. In this case, the bending of the plumes is not motivated by a pressure difference, as observed when the resulting plumes are laminar (Pera and Gebhart, 1975).

When the flow is turbulent, the plumes bend due to a restriction in the entrainment of external fluid by the mean flow. Particularly in the axisymmetric geometry, the role played by pressure difference is negligible when compared with that of turbulent entrainment. Despite the difference in the nature of the forces that govern each phenomenon, some authors still consider both (pressure difference and entrainment restraint) as examples of the Coanda effect (Tritton, 1988).

In the present work, the authors suggest that the bending of a turbulent round bubble plume is caused by a momentum flux unbalance related to the entrainment restraint due to the presence of an adjacent wall. The analysis in the subsequent sections of this paper will be entirely based on this premise.

ANALYTICAL BACKGROUND

The subsequent analysis aims at explaining the basics of the entrainment hypothesis of Taylor (Morton et al., 1956) and at establishing the terms in which the bending of the plume can be explained as a consequence of local changes in the entrainment coefficient.

The entrainment hypothesis was first advanced by Taylor in 1949 in unpublished notes. Subsequently, in 1956 a conference paper that discussed the hypothesis was published by Morton et al. In this classical paper, the authors state the assumption simply as follows,

"the rate of entrainment at the edge of the plume or cloud is proportional to some characteristic velocity at that height".

In other words, the mean inflow velocity, v , across the edge of a turbulent flow is proportional to the local time-averaged maximum mean velocity or the mean velocity over

the cross-section at the level of inflow. In terms of the volumetric flow rate, Q , we may write

$$dQ = vdA = \alpha u_0 b d\theta dz \quad (1)$$

where α is the entrainment coefficient, u_0 is the maximum mean velocity of the liquid phase (at the centre line of the plume) and b is the plume radius.

For thermal plumes and jets in axisymmetric conditions, the entrainment coefficients are constant and equal to 0.083 and 0.054, respectively.

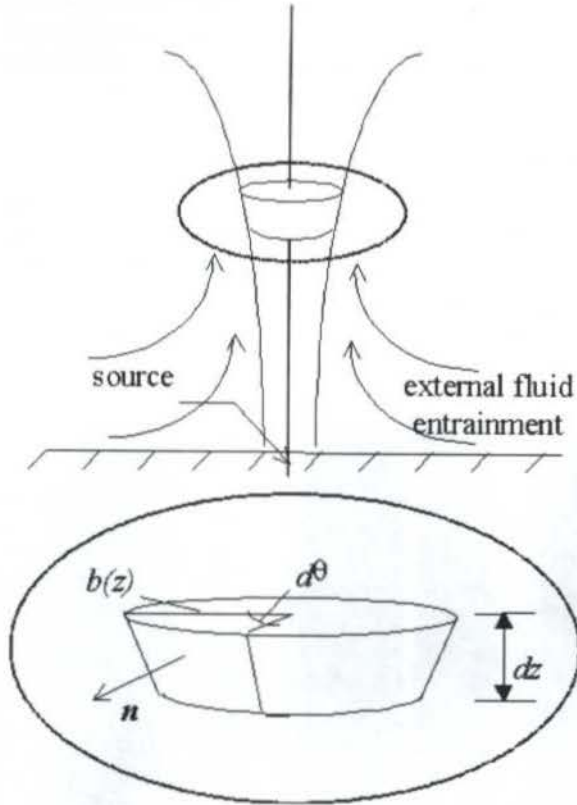


Figure 2. The entrainment in the axisymmetric geometry.

The integral theories for bubble plumes are based on an analogy with thermal plumes. In addition to the inclusion of a new equation for the second phase, the theory considers a variable entrainment coefficient and what is called the momentum amplification parameter (see Milgram, 1983). These parameters aim at considering the action of the bubbles on the liquid phase. The theories, as developed today, can be used successfully for small and large scale bubble plumes.

In the present analysis, the bending of the plume centre line is assumed to be caused due to an entrainment restriction, which is caused by the presence of an adjacent plume or a wall. This is equivalent to say that the entrainment coefficient varies along the angular co-ordinate θ and the height z .

The angle of deflection of the plume, ϕ , is geometrically defined by (figure 1.b) $\sin \phi = s/z_f$. $\sin \phi$ also equals the ratio between the force that has to be exerted on the plume to overcome the deflection and the mean momentum along the z co-ordinate (Santos and Freire, 1993),

$$\begin{aligned} \sin \phi &= \frac{F}{\frac{1}{z_f} \int_0^{z_f} M(z) dz} \\ &= \frac{\int_0^{z_f} \int_0^{2\pi} \rho_l \alpha^2 u_0^2 b d\theta dz}{\frac{1}{z_f} \int_0^{z_f} \int_0^\infty 2\pi \rho_l (1-c) u_l^2 r dr dz} \end{aligned} \quad (2)$$

where ρ_l , $c = c(r, z)$ and $u_l = u_l(r, z)$ are the liquid density, the gas fraction profile and the velocity distribution of the liquid phase.

The above equation establishes a relation for the assessment of the entrainment coefficient provided the other unknowns, ϕ , u_0 and b , are experimentally determined.

Before this equation can be used, however, it is important to determine the type of functional dependence parameter α has on the other flow parameters. To establish this we perform a dimensional analysis on the problem to obtain

$$\phi = f \left[\frac{q^2}{g s^5}, \frac{\Delta \rho q^2}{\sigma s^3} \right] \quad (3)$$

where g is the acceleration of gravity, q is the gas flow rate issuing from each source, σ is the surface tension and $\Delta \rho$ is the density difference between the phases. The quantities in brackets are, respectively, the modified Froude, F_r , and Weber, W_e , numbers based on the halved distance between the sources, s , or the distance from a wall.

EXPERIMENTAL WORK

The properties of the flow will be measured through the electro-resistivity probe technique. The working principle of this technique is to recognise the phase that surrounds the tip of an electrode within the flow by comparing its electrical conductivity with a reference value. Usually, an electronic circuit is used so that a voltage drop can be associated with the passage of an interface. For more details about the technique the reader is referred to Barbosa and Bradbury (1996).

Table 1 - Experimental test conditions

s [cm]	q [l/min]	F_r	W_e
2	1.2	1.13 e-3	1.16
3.15	2	3.65 e-3	0.89
3.15	3	8.22 e-3	2.00
6.1	2	1.34 e-4	0.12
6.1	3	3.02 e-4	0.28
9	1.2	6.91 e-6	1.37 e-2
9	3.5	5.87 e-5	0.12
13	1.2	1.10 e-6	4.55 e-3

The experimental apparatus is shown in Figure 3. It consists of a water tank, an air injection system, a 2D traversing gear and a data acquisition and analysis system.

$$c(r, z, t) = \frac{1}{T} \int_0^T I(r, z, t) dt \quad (4)$$

where T is the total sampling time and I is the digital output signal from the conditioning module. The output signal, I , consists of a series of pulses which correspond to the transit of bubbles through the probe. Further details concerning the output signal are available in the work of Barbosa and Bradbury, 1996.

The data were acquired at a sampling rate of 2.5 kHz and approximately 5 sampling blocks of 10,000 readings (Barbosa and Bradbury, 1996) for each measured point were sufficient to describe the flow. A very elementary probe calibration was carried out in a vertical pipe and an uncertainty of 10% in the gas fraction results was calculated.

RESULTS

The general flow pattern for both an axisymmetric plume and a bent plume is shown in Figure 4. The pictures were taken with different exposition times so that different perceptions on the plume structure could be achieved. For the pictures with long exposition time the deformation and the radius of the plume are clearly seen.

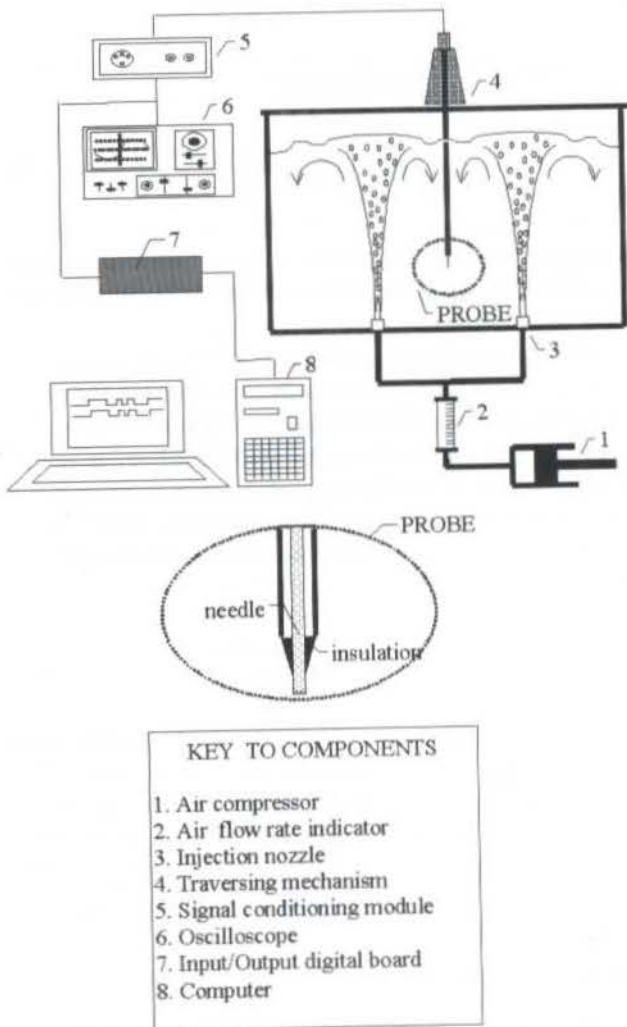


Figure 3. The experimental apparatus.

The glass water tank has dimensions 1x1x1 meter and is filled with a 300 milligram per litre sodium chloride solution (brine). The air injection system includes a mass flow meter and an injection nozzle. The air is injected through the nozzle located on the bottom of the tank. The data acquisition and analysis system consists of a microcomputer with an interface data acquisition board, an oscilloscope, a signal conditioner module and the electro-resistivity probe.

The electro-resistivity probe is shown in Figure 3; it consists of a 0.2 mm diameter stainless steel wire which is electrically insulated, with exception of its tip, and embedded in a 0.4 mm OD 0.2 mm ID hypodermic tubing. The length of the wire free of insulation is approximately 0.1 mm.

The probe is placed perpendicularly to the tank bottom. The water depth is kept constant and equal to 0.85 m. Approximately 15 minutes are necessary to guarantee a steady state condition. Measurements of bubble plume properties are made for several nozzle spacing and gas flow rate conditions with the aid of a traversing gear. The nozzle has a single orifice of 3.2 mm diameter.

The gas fraction at a point in the flow is a time-averaged property given by,

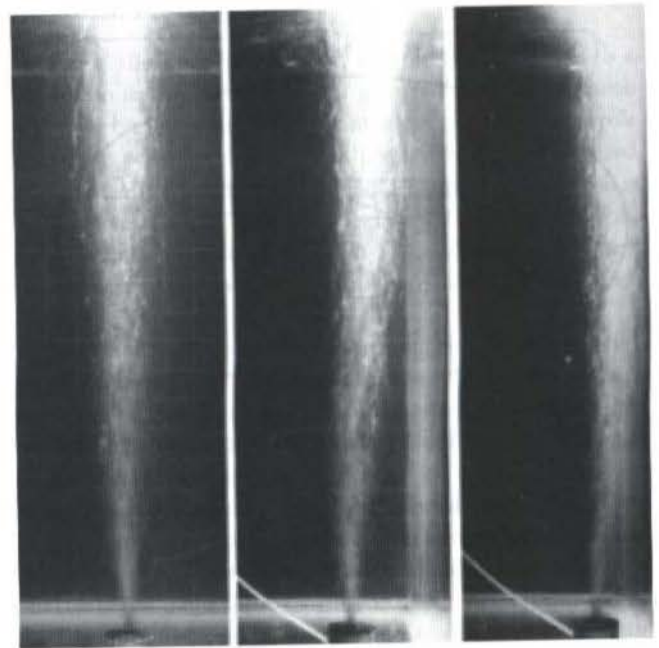
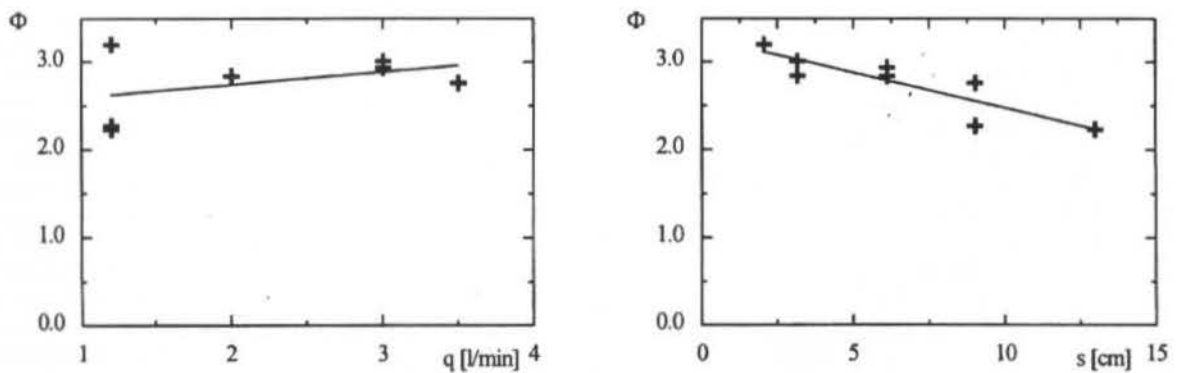
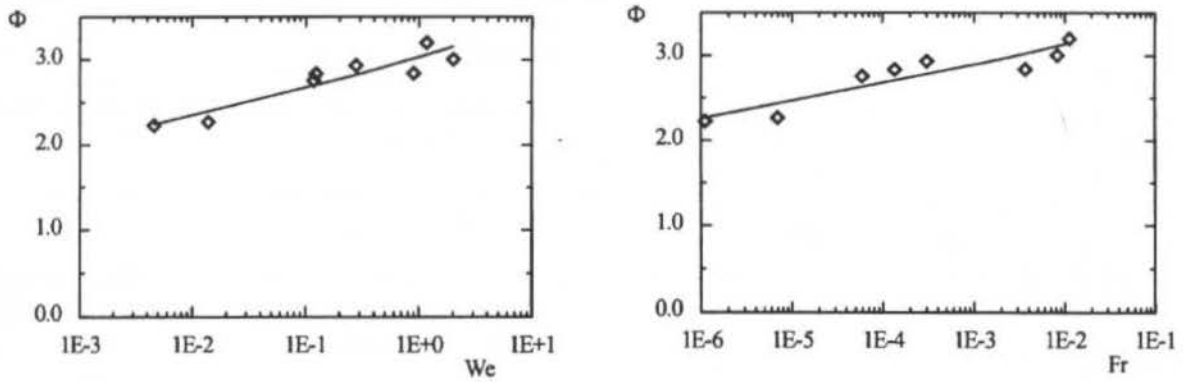
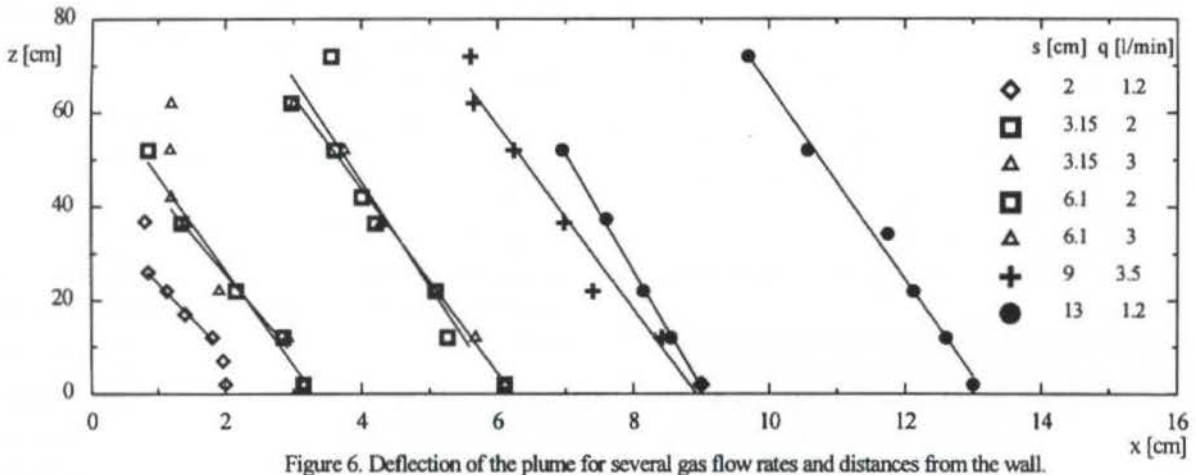
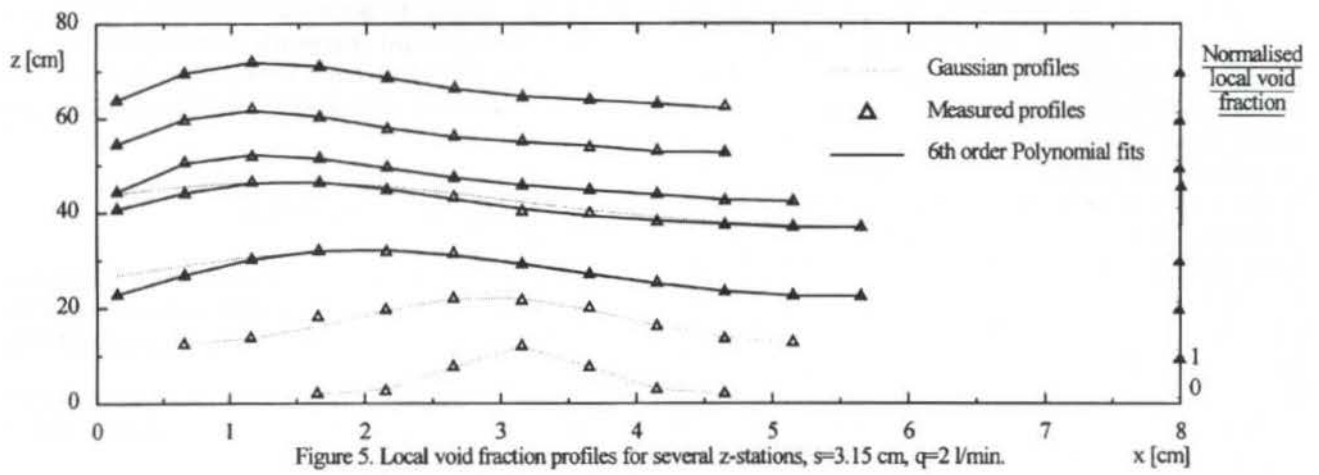


Figure 4. General flow pattern for both an axisymmetric plume and a bent plume.

Figure 5 shows local void fraction profiles for several z -stations. The first two profiles near to the gas source have a Gaussian form, much in the same way as for axisymmetric plumes. The other profiles very nearly approach a sixth order polynomial distribution. The points of maximum void fraction are shown in the figure as well. They will be taken as our reference for the evaluation of the position of the centre line of the plume. From previous studies, we know these points to correspond to the points where the liquid phase velocity is maximum as well.



The deflection of the plume for several gas flow rates and distances from the wall are shown in Figure 6 in dimensional coordinates. This figure shows that most of the trajectories can reasonably be approximated by a straight line. For the plumes whose distance from the wall is large this trend is particularly well defined. We may thus construct graphs for the variation of the deflection angle defined by these straight lines as a function of the Froude number and of the Weber number. These graphs are shown in Figure 7; they show that ϕ increases logarithmically and monotonically with both F_r and W_e according to the two displayed curves. These curves could, perhaps, be approximated by straight lines.

Although apparently obvious, the above conclusion could not have been arrived at if graphs in dimensional form were used. Figure 8 describes the phenomenon in terms of q and of s . Note that no conclusion can be taken from this figure regarding the deflection of the plume; the results for q in special do not make any sense. No trend on the evolution of the deflection angle can be extrapolated from this graph. The coefficient of correlation (R-squared value) between the deflection angle and the gas flow rate is 0.16. The deflection of the plume diminishes when the plume separates from the wall. Figure 8 shows that s is not sufficient to describe the evolution of the plume; one value of s can give two different values of deflection.

Now, if the bending of the plume can be explained through equation (2), it is clear that the entrainment coefficient, α , must be a function of the local F_r and W_e numbers. Having this fact been recognized, it becomes necessary to make measurements of the entrained flow to advance a correlation for α . This research is being undertaken and will be reported at another time.

CONCLUDING REMARKS

The present work has established a firm connection between the bending angle of a bubble plume and the values of F_r and W_e numbers. The work has been important to identify some relevant parameters to the problem and to work out a strategy to determine α . Currently, a major effort is being directed at developing reliable measurement techniques for the entrained fluid.

Acknowledgements. The authors want to thank Antonio Emanuel dos Santos Ferreira for his help in performing part of the experiments presented in this work. The first

two authors thank the Brazilian National Research Council (CNPq) for the award of research fellowships according to Projects No 831024/98-4 and 15007/97-3 respectively. The work was financially supported by the CNPq through grant No 350183/93-7.

References

- Barbosa, J. R. J. and Bradbury, L. J. S., 1996, "Experimental investigations in round bubble plumes" In *Proc. 6th ENCIT/LATCYM*, Florianopolis, pp. 1073-1078.
- Brevik, I. and Killie, R., 1996, "Phenomenological description of the axisymmetric air-bubble plume" *Int. J. Multiphase Flow*, 22(3).
- Castillejos, A. H. and Brimacombe, J. K., 1987, "Measurement of physical characteristics of bubbles in gas-liquid plumes" *Metall. Trans. B*, 18B.
- Ditmars, J. D. and Cederwall, K., 1974, "Analysis of air-bubble plumes" In *Proc. Coastal Engng Conf.*, volume 128.
- Joo, S. and Guthrie, R. I. L., 1992, "Modelling flows and mixing in steelmaking ladles designed for single- and dual-plug bubbling operations" *Metall. Trans. B*, 23B.
- Milgram, J. H., 1983, "Mean flow in round bubble plumes" *J. Fluid Mech.*, 133.
- Morton, B. R., Taylor, G. I., and Turner, J. S., 1956, "Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources" In *Proc. R. Soc. Lond.*, volume A 234.
- Pera, L. and Gebhart, B., 1975, "Laminar plume interactions" *J. Fluid Mech.*, 68.
- Reba, I., 1966, "Applications of the Coanda effect" *Sci. Am.*, 214.
- Santos, L. C. C. and Silva Freire, A. P., 1993, "On round bubble plumes subject to cross flow" In *Proc. 12th COBEM*, Brasilia.
- Tritton, D. J., 1988, *Physical fluid dynamics*. Oxford University Press, Oxford.

EFEITO DAS PROPRIEDADES DO LÍQUIDO SOBRE A HIDRODINÂMICA E A TRANSFERÊNCIA DE MASSA GÁS/LÍQUIDO EM COLUNA DE BORBULHAMENTO ASCENDENTE

Marileide M. Alves, Antônio C. D. Coelho, M. Benachour

Departamento de Engenharia Química
Universidade Federal de Pernambuco
50740-521 - Recife-PE - Brasil

RESUMO

Foram realizados estudos de avaliações experimentais das características hidrodinâmicas (regime de borbulhamento e retenção gasosa) e de transferência de massa gás/líquido ($k_L a$) com análise da velocidade superficial do gás, da altura inicial do líquido, da viscosidade efetiva de soluções aquosas de carboximetilcelulose (CMC) e da tensão superficial de soluções aquosas de isopropanol em coluna de borbulhamento de 1 m de altura e 0,06 m de diâmetro, funcionando a temperatura ambiente (30 ° C) e pressão próxima à atmosférica, operando em sistema fechado para a fase líquida e fluxo ascendente para a fase gasosa. Com base nestes estudos, conclui-se que: a variação da retenção gasosa acompanha as flutuações do regime de borbulhamento; existe uma correspondência direta do $k_L a$ com a retenção gasosa; e dispõe-se de um banco de dados hidrodinâmicos e de transferência de massa gás/líquido que podem ser aproveitados em estudos reacionais de processos gás/líquido e gás/líquido/sólido.

INTRODUÇÃO

As reações gás/líquido têm uma importância considerável em processos típicos, incluindo a oxidação, hidrogenação, cloração, sulfonação e purificação de gases por lavagem. Ainda que na maioria das vezes seja possível desenvolver muitas dessas reações em fase gasosa, a operação gás/líquido é, todavia, favorecida por várias razões, inclusive econômicas. Um simples e efetivo sistema de contato para reação gás/líquido pode ser alcançado pelo uso das colunas de borbulhamento, devido às altas áreas interfaciais e à forte turbulência na interface gás/líquido que esses contadores podem apresentar.

O uso das colunas de borbulhamento vem crescendo nos últimos anos nas áreas de biotecnologia e tratamento de efluentes líquidos. Apesar do emprego das colunas de borbulhamento em muitos processos envolvendo a manufatura de importantes produtos em diferentes áreas, a maioria dos trabalhos apresentados na literatura se referem ao sistema usual ar/água, mas grande parte das colunas de borbulhamento usadas em processos industriais operam numa faixa larga de propriedades do líquido. O uso de líquidos altamente viscosos e não-newtonianos é freqüente em processos biotecnológicos, e alimentícios, e a adição de agente tensoativo (por exemplo um álcool) em soluções reacionais pode ser usada na redução de fenômeno de coalescência das bolhas e no aumento dos fluxos de transferência de massa em processos gás/líquido e gás/líquido/sólido.

O conhecimento das características hidrodinâmicas e de fenômenos de transporte de massa é fundamental no dimensionamento e extrapolação das colunas de borbulhamento. O regime de escoamento e a retenção gasosa (ϵ_G) são características importantes no comportamento hidrodinâmico das colunas de borbulhamento. O conhecimento da ϵ_G , interdependente do regime de borbulhamento, é importante na avaliação dos tempos de residência, da velocidade de ascensão e da área interfacial efetiva das bolhas de gás contidas numa dispersão gás/líquido ou gás/líquido/sólido. A quantificação da transferência de massa gás/líquido, principalmente pela avaliação do coeficiente volumétrico de transferência de massa gás/líquido

(lado líquido) $k_L a$, é parte fundamental - qualquer que seja o processo reacional a desenvolver (bifásico ou trifásico) - na estimativa da velocidade global de reação podendo muitas vezes controlar o desempenho do reator.

O objetivo deste trabalho é o estudo experimental das características hidrodinâmicas (regime de borbulhamento e ϵ_G) e de transferência de massa gás/líquido ($k_L a$) com análise da velocidade superficial do gás, da altura inicial do líquido, da viscosidade efetiva de soluções aquosas de carboximetilcelulose (CMC) e da tensão superficial de soluções aquosas de isopropanol em coluna de borbulhamento.

MATERIAIS E MÉTODOS

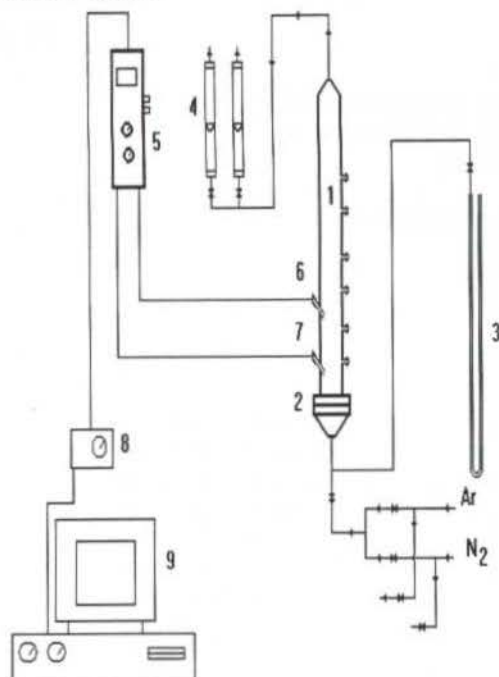
Os estudos hidrodinâmicos e de transferência de massa gás/líquido são realizados no dispositivo experimental representado na figura 1, onde pode-se observar uma coluna de vidro de 0,06 m de diâmetro interno e de 1 m de altura. A mesma é alimentada com ar comprimido fornecido por um compressor de vazão máxima de $1,25 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ (303 K e 1 atm).

A vazão do gás é medida por meio de dois rotâmetros. O gás se distribui através de uma placa perfurada em teflon constituída de 91 orifícios de 0,5 mm de diâmetro com um passo triangular de 5,5 mm. O sistema gás/líquido estudado é ar/soluções aquosas de carboximetilcelulose e isopropanol. As condições operacionais foram: vazão volumétrica do ar comprimido entre $2,77 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ e $2,5 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ (303 K e 1 atm) que corresponde a uma faixa de variação de velocidade superficial do gás de 0,01 m/s a 0,12 m/s; altura inicial do líquido variando entre 0,368 m e 0,483 m; pressão da coluna de borbulhamento muito próxima da pressão atmosférica e a temperatura do líquido igual à do ambiente, 303 K.

Foram analisadas 5 concentrações mássicas de CMC com água destilada a 0,05; 0,10; 0,20; 0,30 e 0,50%. As misturas álcool/água foram preparadas com percentagem mássica de isopropanol respectivamente de 1; 5; 10; 50 e 100%.

- 1 - Coluna
- 2 - Distribuidor do gás
- 3 - Manômetro em U
- 4 - Rotâmetro do gás
- 5 - Medidor de oxigênio

- 6 - Sonda de oxigênio
- 7 - Medidor de temperatura
- 8 - Carta de interface A/D
- 9 - Computador



A/D: Analógico/Digital

Figura 1 - Descrição esquemática da montagem experimental

A viscosidade efetiva correspondente à cada uma das concentrações analisadas foi determinada considerando que o modelo de Oswald-de Waele caracteriza o comportamento reológico das soluções aquosas de CMC, seja:

$$\tau = K\gamma^n \quad (1)$$

sendo τ a tensão de cisalhamento, γ a taxa de cisalhamento, K o índice da consistência e n o índice de escoamento ($n < 1$) e

$$\mu_{ef} = K\gamma_{ef}^{n-1} \quad (2)$$

sendo μ_{ef} a viscosidade efetiva e γ_{ef} a taxa de cisalhamento efetiva na coluna calculada. Usando a relação de Hishikawa et al. (1977), dada pela equação seguinte:

$$\gamma_{ef} = 5000 U_G \quad (3)$$

e considerando as equações 2 e 3, temos:

$$\mu_{ef} = K(5000U_G)^{n-1} \quad (4)$$

Os valores de K e n usados na avaliação da viscosidade efetiva de cada uma das soluções de CMC experimentadas são aquelas determinadas nos trabalhos de Kantak et al. (1995). Dependente da velocidade superficial do gás e da concentração de CMC, a viscosidade efetiva varia entre 0,003 e 0,04 Pa.s.

A análise do regime de borbulhamento da coluna em função da velocidade superficial do gás foi feita através da técnica da fotografia. O procedimento consiste em aumentar progressivamente a velocidade do gás e tentar identificar o regime de borbulhamento correspondente. O regime homogêneo é identificado pela presença de bolhas pequenas e bem definidas, de tamanho uniforme e igualmente distribuídas ao longo da coluna. No regime heterogêneo, são encontradas além de bolhas pequenas as bolhas grandes que apresentam velocidade de ascensão maior,

provocando a recirculação do líquido. O regime "slug flow" é identificado pelo estado de estabilidade ou quase estabilidade da formação de "slugs" ou de bolhas de diâmetro equivalente ao diâmetro da coluna.

A retenção gasosa é determinada usando a técnica de medição de deslocamento da altura inicial do líquido após sofrer uma expansão devido ao borbulhamento do gás. A retenção gasosa, ϵ_G , é avaliada a partir da relação seguinte:

$$\epsilon_G = H_F - H_I / H_F \quad (5)$$

sendo H_F é altura da dispersão gás/líquido e H_I é a altura do líquido em repouso.

A determinação do $k_L a$ é feita pelo método de oxigenação dinâmica. A descrição da técnica de oxigenação dinâmica e a metodologia seguida para a medição do $k_L a$ foram apresentadas nos estudos realizados por Malta et al. (1996).

RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DISCUSSÕES

Efeito da Velocidade Superficial do Gás (U_G). O efeito da velocidade superficial do gás em sistema ar/água foram realizados com velocidades variando numa faixa de 0,01 a 0,12 m/s. Os resultados da análise do regime de borbulhamento estão listados na tabela 1. Constata-se que para baixas velocidades do gás (<0,05 m/s) o regime de borbulhamento observado é do tipo homogêneo, e caracterizado pela existência de bolhas individuais pequenas e distribuídas de modo uniforme na massa líquida, com interações bolha-bolha insignificantes. A partir de $U_G = 0,05$ m/s aparece uma zona de transição de regime homogêneo para heterogêneo, o qual é caracterizado pela presença de bolhas de gás grandes, que sobem ao longo do eixo central da coluna com velocidade de ascensão maior que das bolhas pequenas e individuais, provocando, assim, recirculação do líquido. As bolhas grandes, resultado do fenômeno de coalescência de bolhas pequenas, apresentam tamanhos desiguais com uma distribuição espacial não uniforme. Reese et al. (1993) identificaram o regime de borbulhamento por uma técnica sofisticada que se baseia na velocidade de imagem da partícula PIV (Particle Image Velocimetry) e indicam que a zona de transição dos regimes homogêneo/heterogêneo se situa na faixa de velocidade compreendida entre 0,042 e 0,048 m/s, muito próximo daquele observado pela técnica fotográfica utilizada neste trabalho.

Tabela 1 - Regime de Borbulhamento para água destilada

U_G (m/s)	Regime de Borbulhamento
0,01	Homogêneo
0,03	Homogêneo
0,05	Homogêneo
0,07	Transição
0,09	Heterogêneo
0,12	Heterogêneo

Os resultados relacionados à retenção gasosa (ϵ_G) estão resumidos na figura 1, que apresenta os valores da ϵ_G em função da velocidade U_G para diferentes alturas do líquido (água destilada). É evidenciado um aumento da ϵ_G com a velocidade superficial do gás. Todavia, observa-se que até a velocidade 0,05

m/s há um aumento linear da ϵ_G com U_G . Isto indica que, nestas condições, o regime de borbulhamento é do tipo homogêneo, confirmando assim as observações efetuadas nas identificações do regime de escoamento das bolhas (tabela 1). A partir da velocidade de 0,05 m/s, a taxa de aumento da ϵ_G com U_G se reduz. Isto se explica pela existência de bolhas grandes resultantes da coalescência de bolhas vizinhas menores, conduzindo, conseqüentemente, ao aparecimento do regime heterogêneo, confirmando, então, mais uma vez, as observações feitas durante os experimentos de análise do regime de borbulhamento. O aumento da retenção gasosa de modo proporcional a U_G em regime homogêneo foi também observado por Reese et al. (1993), que constataram redução da retenção gasosa na zona de transição ($0,042 \leq U_G \leq 0,048$ m/s).

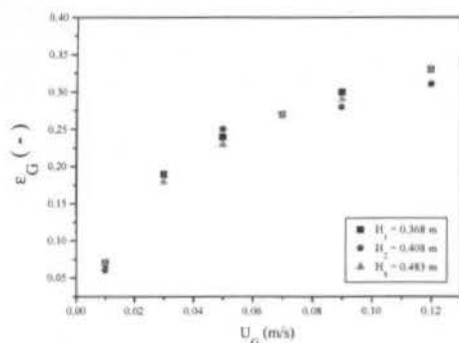


Figura 1 - Variação da retenção gasosa em função da velocidade do gás para diferentes alturas de líquido

Os resultados referentes ao efeito da velocidade superficial do gás sobre o coeficiente volumétrico de transferência de massa gás/líquido $k_{L,a}$ estão resumidos na figura 2, levando às mesmas conclusões anteriormente encontradas para a retenção

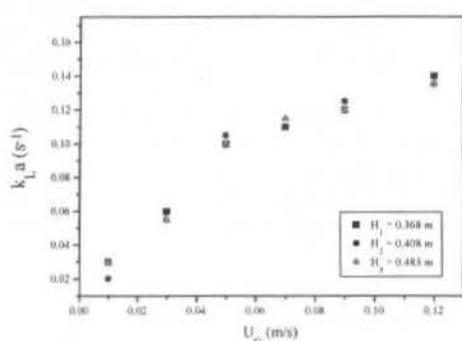


Figura 2 - Variação do $k_{L,a}$ em função da velocidade superficial do gás para diferentes alturas de líquido

gasosa, ou seja: o coeficiente volumétrico de transferência de massa $k_{L,a}$ aumenta com a velocidade superficial do gás; a mudança do coeficiente angular da curva $k_{L,a} = f(U_G)$ ocorre, na mesma velocidade do gás $U_G = 0,05$ m/s que corresponde aparentemente da passagem do regime homogêneo ao regime heterogêneo com formação de bolhas maiores, o que causa uma redução da área interfacial, e então do $k_{L,a}$. O aumento do $k_{L,a}$ com a velocidade do gás foi ressaltado por vários autores (Wilkinson et al., 1994)

Efeito da Altura Inicial do Líquido (H_L). Para análise do efeito da altura inicial do líquido sobre a natureza do regime de borbulhamento e a retenção gasosa foram estudadas três alturas (água destilada): 0,368; 0,408 e 0,483 m. Os resultados estão apresentados na tabela 2. Evidencia-se que para uma altura inicial do líquido entre 0,368 e 0,483 m o regime de borbulhamento parece não ser afetado notavelmente pela altura inicial de líquido. Foram também quantificadas as retenções gasosas relacionadas a essas alturas e os resultados estão apresentados na figura 1. Observa-se que a altura inicial de líquido não afeta nem o regime de borbulhamento

Tabela 2 - Regime de Borbulhamento para água destilada

Regime de Borbulhamento			
U_G (m/s)	0,368 m	0,408 m	0,483
0,01	Homogêneo	Homogêneo	Homogêneo
0,03	Homogêneo	Homogêneo	Homogêneo
0,05	Homogêneo	Homogêneo	Homogêneo
0,07	Transição	Transição	Transição
0,09	Heterogêneo	Heterogêneo	Heterogêneo
0,12	Heterogêneo	Heterogêneo	Heterogêneo

nem a ϵ_G , logo, pode-se pensar que esta variação não é suficiente para provocar mudanças de regime, e, conseqüentemente, das retenções gasosas através do fenômeno de coalescência que pode se promover pelo aumento do tempo de ascensão das bolhas que cresce com a altura do líquido. Tsuchiya et al. (1992) estudando o efeito da altura inicial do líquido sobre a ϵ_G chegaram o mesmo resultado obtido neste estudo.

A variação do $k_{L,a}$ em função da altura inicial do líquido, conduz à mesma conclusão encontrada para ϵ_G , a saber: o $k_{L,a}$ parece não ser afetado pela altura inicial do líquido, dentro da faixa de variação analisada (figura 2). Vários trabalhos apresentados na literatura ressaltam que o $k_{L,a}$ é praticamente independente da altura inicial do líquido em sistemas usando água como fase líquida (Grund et al., 1992).

Efeito da Viscosidade Efetiva da Fase Líquida (μ_{ef}). Os resultados da análise do regime de borbulhamento em função da concentração de CMC estão indicados na tabela 3. Observou-se que para uma percentagem mássica de CMC menor ou igual a 0,30 % e na faixa de velocidade do gás estudada ($0,01$ m/s $\leq U_G \leq 0,12$ m/s), o regime de borbulhamento identificado e suas zonas de transição são exatamente aqueles desenvolvidos em presença de água destilada pura (tabela 1). O aumento da viscosidade do meio líquido, nas faixas de concentração de CMC e da velocidade do gás, parece não ter afetado de modo significativo o tamanho e a distribuição do tamanho das bolhas para uma mudança sensível do regime de borbulhamento, o que é consolidado pelas medidas da ϵ_G cujos valores estão representados na figura 3, que relaciona a ϵ_G em função da velocidade U_G para soluções aquosas de CMC de percentagem mássica compreendida entre 0,05 e 0,50 %, com o valor da viscosidade efetiva variando entre 0,0436 e 0,0481 Pa.s. Vê-se que a ϵ_G em meios aquosos de CMC até 0,30 % não apresenta valores diferentes daqueles registrados em água destilada pura.

Todavia, na concentração de 0,50 %, o regime heterogêneo começa a prevalecer já a partir de $U_G = 0,05$ m/s, o que indica que o fenômeno de coalescência nestas condições operacionais

Tabela 3 - Regime de borbulhamento para soluções de CMC

U_G (m/s)	Regime de Borbulhamento	
	CMC (0,05 - 0,30 %)	CMC (0,50 %)
0,01	Homogêneo	Homogêneo
0,03	Homogêneo	Homogêneo
0,05	Homogêneo	Transição
0,07	Transição	Heterogêneo
0,09	Heterogêneo	Heterogêneo
0,12	Heterogêneo	Heterogêneo

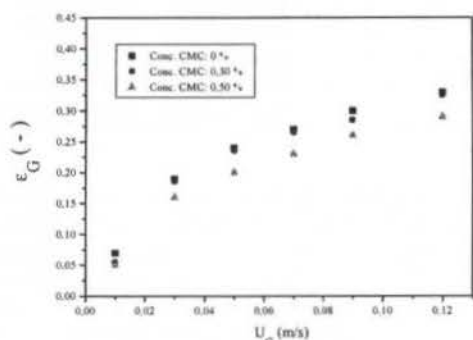


Figura 3 - Variação da retenção gasosa em função da velocidade U_G para diferentes concentrações de CMC

ocorre antecipadamente em comparação ao meio de água pura. Isto se deve provavelmente ao meio líquido que começa a ficar viscoso e o fluxo gasoso suficientemente alto para se ter uma probabilidade de maior interação entre as bolhas vizinhas. A promoção da coalescência ocorre com o aumento do tamanhos das bolhas. A análise da natureza do regime de borbulhamento para concentração de CMC 0,50 % é consolidada à luz das medições das retenções realizadas nestas condições. Para a percentagem mássica de CMC 0,50 %, evidencia valores menores de ϵ_G em comparação a água destilada. Além disso, o aumento da ϵ_G é linear até $U_G = 0,03$ m/s, o que caracteriza o regime homogêneo, enquanto para U_G maior que 0,03 m/s, a taxa de crescimento da ϵ_G diminui com U_G , o que é uma indicação de um regime heterogêneo, confirmando, assim, as observações de identificação do regime de escoamento das bolhas. Entretanto, constata-se que para a concentração de CMC 0,50 % e $U_G \leq 0,03$ m/s, o regime é homogêneo, e as retenções são praticamente iguais às obtidas em meio aquoso puro. A partir de $U_G = 0,03$ m/s, a coalescência se inicia e as bolhas resultantes deste fenômeno ficarão, conseqüentemente, relativamente maiores que na água destilada conduzindo, assim, à retenções gasosas relativamente mais baixas. Finalmente, conclui-se que neste caso o fenômeno de coalescência ocorre com a contribuição simultânea de dois efeitos: a viscosidade do líquido e a velocidade do gás. Baixas velocidades do gás, mesmo com altas viscosidades do líquido, simuladas por soluções aquosas de CMC, podem não afetar significativamente a distribuição e o tamanho das bolhas, e, conseqüentemente, a natureza do regime

de borbulhamento e a ϵ_G . Altas velocidades do gás promovem a coalescência das bolhas, mas este efeito se encontra acentuado pela viscosidade do meio líquido a partir de um valor mínimo determinado da concentração de CMC. Neste trabalho, este valor mínimo foi avaliado experimentalmente em 0,50 %. Para valores de concentração de CMC maiores que 0,50 % a ϵ_G deve ser reduzida de modo ainda mais significativo.

A figura 4 confirma as observações já realizadas sobre a retenção gasosa: a percentagem mássica de CMC 0,50 % é, também, a concentração a partir da qual há uma redução significativa do $k_{L,a}$, observa-s valores de $k_{L,a}$ para soluções de CMC de 0,50 % bem abaixo das demais soluções experimentadas. Vale salientar que a variação da retenção gasosa com a viscosidade do meio já foi ressaltada por vários autores e que muitos deles observaram uma diminuição da retenção com aumento da viscosidade (Godbole et al., 1984). Todavia autores como Kantak et al. (1995) não evidenciaram este resultado usando concentrações de CMC de 0,50 % e velocidades do gás de 0,01 a 0,18 m/s.

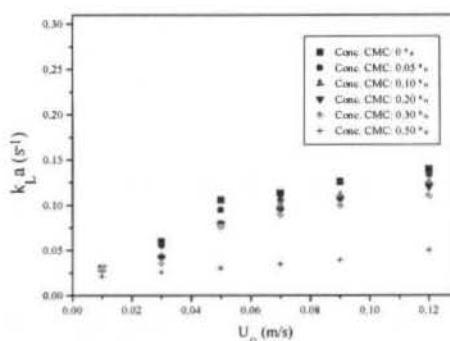


Figura 4 - Variação do $k_{L,a}$ em função da velocidade superficial do gás para diferentes concentrações de CMC

A figura 5, que relaciona o coeficiente volumétrico de transferência de massa com a viscosidade efetiva μ_{ef} para diferentes velocidades superficiais do gás, confirma também que valores de μ_{ef} para soluções de CMC de 0,50 % - últimos pontos das curvas iso-velocidade - apresentam os valores mais baixos do $k_{L,a}$, ao passo que para as demais soluções o $k_{L,a}$ fica praticamente constante quando a velocidade superficial do gás fica menor ou igual a 0,03 m/s.

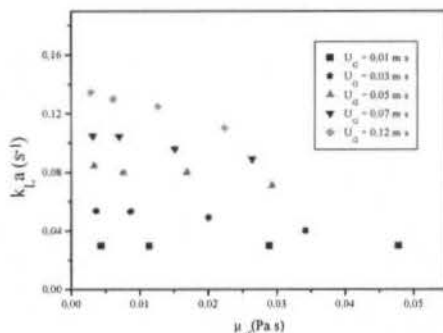


Figura 5 - Variação do $k_{L,a}$ em função da viscosidade efetiva do líquido para diferentes velocidades do gás

A diminuição do $k_{L,a}$ pode ser explicada em razão do fenômeno de coalescência das bolhas pequenas em bolhas

maiores, e das reduzidas possibilidades de ruptura que se encontram promovidas pelo aumento da viscosidade do meio. A formação de bolhas grandes levam a baixas áreas interfaciais e então a baixos coeficientes volumétricos de transferência de massa. O estudo do efeito da viscosidade efetiva em meios líquidos visco-elásticos, soluções de CMC sobre o $k_L a$ foi feito por vários pesquisadores (Suh et al., 1991). Todos estes estudos mostram que o $k_L a$ diminui quando a viscosidade aumenta.

Efeito da Tensão Superficial (σ). Os resultados relativos à análise do regime de borbulhamento estão apresentados na tabela 4. Observa-se que em presença de álcool isopropílico o regime de borbulhamento é homogêneo para todas as concentrações de álcool analisadas e na totalidade da faixa de

Tabela 4 - Regime de Borbulhamento para diferentes misturas isopropanol/água destilada (1 - 100 %)

U_G (m/s)	0,01	0,03	0,05
Regime de Borb.	Homogêneo	Homogêneo	Homogêneo

velocidade superficial do gás estudada, com valor máximo de $U_G = 0,05$ m/s. Não foi possível experimentar valores maiores de velocidade do gás devido à aparição de espuma e à expansão da dispersão gás/solução de álcool, que ultrapassou a altura disponível da coluna (1 m). Como a velocidade operacional do gás ficou abaixo de 0,05 m/s e o uso do álcool diminui a tensão superficial do líquido, reduzindo, assim, o tamanho das bolhas, a obtenção de um regime homogêneo, nestas condições era esperado. O aumento da expansão da dispersão gás/líquido é uma forte indicação do crescimento da retenção gasosa. Isto é confirmado pelas medidas da retenção obtidas nas mesmas faixas de variação da concentração de isopropanol e da velocidade do gás. Os resultados evidenciam um aumento linear da retenção com a velocidade do gás (figura 6), confirmando, assim, a natureza homogênea do regime observado em misturas água/álcool analisadas. Além disto a figura 7, que apresenta a retenção em função da concentração de isopropanol para diferentes velocidades do gás, observa-se que o valor da concentração 10 % é o limite a partir do qual seu efeito sobre a retenção gasosa parece começar ficar desprezível.

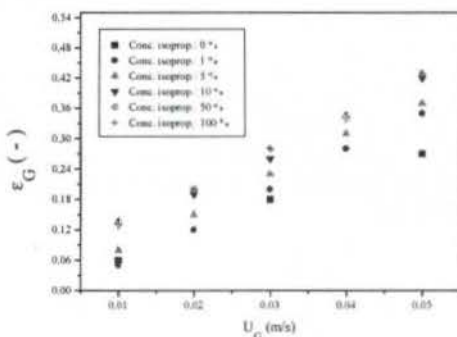


Figura 6 - Variação da retenção gasosa em função da velocidade do gás para diferentes misturas isopropanol/água destilada

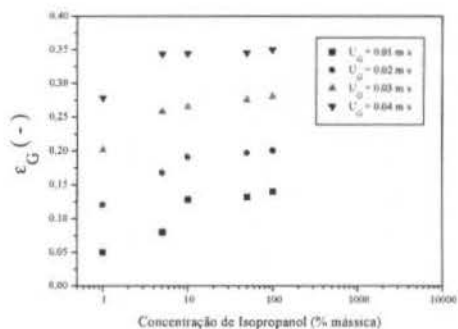


Figura 7 - Variação da retenção gasosa em função de diferentes misturas isopropanol/água destilada para diferentes velocidades do gás

Sabemos que o aumento da ϵ_G com a redução da tensão superficial da água destilada por adição de um agente tensoativo, trata-se neste caso, de isopropanol, deve-se ao mecanismo de acumulação do agente tensoativo na interface gás/líquido, formando uma camada imóvel em torno da bolha, o que limita a coalescência entre as bolhas vizinhas reduzindo, então, o tamanho e a distribuição do tamanho das bolhas.

A percentagem mássica de 10 % de álcool isopropílico parece ser a concentração de saturação da interface gás/líquido pelo álcool. Isto explicaria, provavelmente, a limitação do efeito da tensão superficial sobre a dimensão das bolhas e consequentemente sobre a natureza do regime de borbulhamento e a retenção gasosa. Kantak et al. (1995) relatam a diminuição da retenção gasosa com aumento da tensão superficial.

As figuras 8 e 9 mostram que o comportamento do $k_L a$ segue na mesma direção dos resultados obtidos para a retenção gasosa, isto é: o $k_L a$ aumenta linearmente com a velocidade do gás para uma determinada concentração de isopropanol (figura 8); a percentagem mássica de 10 % de isopropanol é a concentração mássica limite a partir da qual esta não tem praticamente nenhum efeito sobre o $k_L a$ (figura 9).

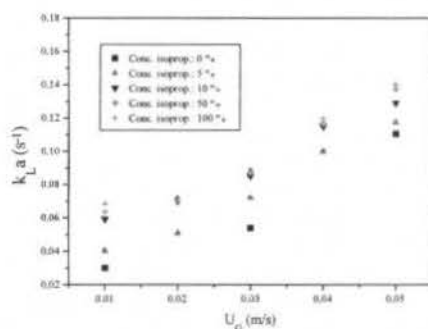


Figura 8 - Variação do $k_L a$ em função da velocidade superficial do gás para diferentes misturas isopropanol/água destilada

O aumento linear do $k_L a$ com a velocidade do gás, análogo ao comportamento da retenção gasosa, é uma indicação forte de um regime hidrodinâmico homogêneo, confirmando, mais uma vez, as observações visuais efetuadas na análise do regime de borbulhamento. De acordo, também, com os resultados da retenção gasosa, a percentagem de 10 % parece ser a concentração limite de estabilização do tamanho das bolhas e

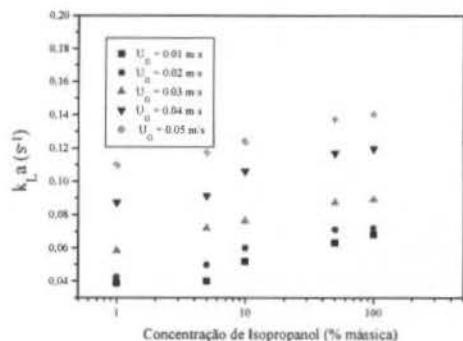


Figura 9 - Variação do $k_{L,a}$ em função de diferentes misturas isopropanol/água destilada para diferentes velocidades do gás

conseqüentemente da área interfacial e, então, do $k_{L,a}$. Os trabalhos destinados a verificação da influência da tensão superficial do líquido sobre o $k_{L,a}$ são relativamente raros. Godbole et al. (1984), estudando soluções de CMC em presença de surfactante Triton X-114 observaram um aumento do $k_{L,a}$ com a redução da tensão superficial.

CONCLUSÕES

O estudo do efeito da velocidade superficial do gás, da altura inicial do líquido, da viscosidade efetiva de soluções aquosas de carboximetilcelulose (CMC) e da concentração de isopropanol em misturas aquosas sobre o regime de borbulhamento, a retenção gasosa e o coeficiente volumétrico de transferência de massa gás/líquido $k_{L,a}$ permite conduzir às seguintes conclusões:

- Em sistema ar/água destilada, o regime homogêneo é identificado até uma velocidade superficial do gás de 0,05 m/s, a partir desta aparece uma zona de transição homogêneo/heterogêneo até 0,07 m/s. Acima de 0,09 m/s o regime heterogêneo é nitidamente predominante;
- A retenção gasosa e o $k_{L,a}$ são proporcionais à velocidade do gás até $U_G \leq 0,05$ m/s (existência de regime homogêneo); para $U_G > 0,05$ m/s, a taxa de crescimento do $k_{L,a}$ se reduz;
- A variação da altura inicial do líquido entre 0,368 e 0,483 m não provoca mudanças notáveis no regime de borbulhamento e as medidas da retenção gasosa e do $k_{L,a}$ conduzem também a valores praticamente iguais para as três alturas do líquido;
- O uso das soluções aquosas de carboximetilcelulose (CMC), em concentração de percentagem mássica inferior ou igual a 0,3 % não provocam mudanças notáveis no regime de borbulhamento, na retenção gasosa e no $k_{L,a}$ comparado ao sistema ar/água destilada. Todavia, à concentração de CMC de 0,50 % a zona de transição do regime homogêneo/heterogêneo aparece antecipadamente, em torno de $U_G = 0,03$ m/s, sendo as medidas da retenção e do $k_{L,a}$, inferiores aquelas quantificados em sistema ar/água;
- As baixas velocidades do gás ($\leq 0,03$ m/s), mesmo com altas concentrações de CMC (até 0,50 %), não afetam nem o regime de borbulhamento nem os valores retenção e do $k_{L,a}$ observado em relação ao sistema ar/água pura;
- O uso de misturas álcool isopropílico/água destilada favorece o estabelecimento do regime homogêneo, que é observado para todas as concentrações de percentagens mássicas de álcool analisadas, de 1 a 100 % (álcool puro), e na totalidade da faixa de velocidade do gás estudada, com valor experimental máximo permitido de 0,05 m/s. Os valores da retenção gasosa e do $k_{L,a}$ aumentam, conseqüentemente, de modo linear com a velocidade do gás;

- A concentração de percentagem mássica de 10 % de álcool isopropílico parece ser a concentração de saturação da interface gás/líquido.

REFERÊNCIAS

- GODBOLE, S. P.; A. SCHUMPE & Y. T. SHAH, "Hydrodynamics and Mass Transfer in Non-Newtonian Solutions in a Bubble Column", *AIChE. J.*, **30**, 2, 213-219, 1984.
- GRUND, G.; A. SCHUMPE & D. DECKWER, "Gas-Liquid Mass Transfer in A Bubble Columns with Organic Liquids", *Chem. Eng. Sci.*, **47**, 13/14, 3509-3516, 1992.
- KANTAK, M. V.; R. P. HESKETH & B. G. KELKAR, "Effect of Gas and Liquid Properties on Gas Phase Dispersion in Bubble Columns", *Chem. Eng. J.*, **59**, 91-100, 1995.
- MALTA, D. S. H.; A. KNOECHELMANN; C. A. M. ABREU & M. BENACHOUR "Contribuição ao Estudo do Efeito do Distribuidor do Gás sobre a Transferência de Massa Gás/Líquido em uma Coluna de Borbulhamento, *Anais do Cong. Bras. Eng e Ciências Térmicas/ VI Cong Latinoamericano de Transf de Calor y Materia*, **2**, 1201, Florianópolis-SC-Brasil, 1996.
- REESE, J.; R.C.CHEN & L.S.FAN, "Three-dimensional Particle Image Velocimetry for Use in Three-Phase Fluidization Systems", *A.I.Ch.E. Anual Meeting*, 7-12, 1993.
- SUH, S.; A. SCHUMPE & D. DECKWER, "Gas-Liquid Mass Transfer in the Bubble Columns with Viscoelastic Liquid", *Canadian J. of Chem. Eng.*, **69**, 506-512, 1991.
- TSUCHIYA, K. & O. NAKANISHI, "Gas Holdup Behavior in a Tall Bubble Column with Perforated Plate Distributors", *Chem. Eng. Sci.*, **47**, 3347-3354, 1992.
- WILKINSON, P. M.; H. HARINGA & L. L. V. DIERENDONCK, "Mass Transfer and Bubble Size in a Bubble Column Under Pressure", *Chem. Eng. Sci.*, **49**, 9, 1417-1427, 1994.

ABSTRACT

Hydrodynamics characteristic (bubbling regime and gas hold up) and gas/liquid mass transfer characteristics ($k_{L,a}$) were studied experimentally by analysing the effect of superficial gas velocity, initial liquid height, effective viscosity of carboxymethylcellulose aqueous solutions (CMC) and surface tension of isopropanol aqueous solutions in a bubble column (1 m height and 0,06 m diameter) at room temperature (30 °C) and atmospheric pressure, operating at closed liquid phase with ascendent gas phase. We conclude that the variation of gas hold up attend the wavering of bubbling regime; there is liaison between $k_{L,a}$ and gas hold up; prepare oneself a hydrodynamic and gas/liquid mass transfer data bank that can be application in gas/liquid and gas/liquid/solid process reaction study.

A DIRECT ONE STEP VELOCITY-PRESSURE ALGORITHM FOR INCOMPRESSIBLE FLOW WITH NATURAL PRESSURE BOUNDARY CONDITION

Rodrigo B. Platte¹, Julio R. Claeysen¹, Elba Bravo²

¹CPGMAP-PROMEC / Universidade Federal do Rio Grande do Sul

²Universidade Regional Integrada (URI) - RS

e-mail: rbplatte@mat.ufrgs.br, julio@mat.ufrgs.br, eoba@inf.uri.br

SUMMARY

We develop a corrected velocity-pressure algorithm, in primitive variables and finite differences, for incompressible viscous flow with a Neumann pressure boundary condition. The pressure field is initialized by least-squares and up-dated from the Poisson equation in a direct weighted manner. Simulations with the cavity problem were made for several Reynolds numbers and the results were compared with the existing solutions.

INTRODUCTION

We develop a correction of the pressure and spatial domain extensions of a velocity-pressure algorithm developed by Bravo-Claeysen (1996) for incompressible viscous flow in primitive variables with a Neumann boundary condition for the pressure. The algorithm runs without any iteration method for computing the pressure. Simulations were made with 3D rectangular cavities and 2D cavities with curved boundary. The behaviour of the resulting pressure was compared with the existing literature, observing the occurrence of secondary and tertiary eddies.

The incorporation of the Neumann condition for incompressible flow has been deeply discussed on a remarkable work of Gresho and Sani (1987). From a mathematical point of view, the system of equations governing an incompressible flow is singular with respect to the pressure. There is no an evolutive equation for the pressure. In practice, the system is usually considered as the momentum equation subject to a solenoidal restriction for the velocity field. The initial and boundary conditions being prescribed only for the velocity field.

The discretization by difference methods of the Navier-Stokes equations are taken on a staggered grid. When we derive the Poisson equation for the pressure and perform its integration, we can observe that a clear influence of the Neumann condition arises. From this we can extract a non-singular system for determining the pressure values at the interior points. The initialization process of the pressure, by a least-squares procedure, somehow incorporates an optimal pressure as a starting point, instead of employing an arbitrary constant as it usually made with iterative methods. The values of the velocity and pressure at interior points can then well determined by the forward Euler method for the velocity and by solving a non-singular Poisson equation without iteration. This later means that we incorporate the values of the pressure and velocity as soon as they are computed.

This velocity-pressure algorithm has been tested with the square cavity flow problem for a wide range of Reynolds numbers. Besides this, flow in parabolic 2D and 3D cubic cavities are also considered and the results were compared with the existing solutions.

DISCRETIZATION OF THE NAVIER-STOKES EQUATIONS

We have for a nondimensional 2D incompressible viscous flow, the primitive equations

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

or in vector form

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla p = \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (5)$$

where \mathbf{u} is the velocity vector, $u(x, y, t)$ and $v(x, y, t)$ denote the velocity components in x and y directions, $p(x, y, t)$ the pressure and $Re \geq 0$ the Reynolds number.

We now use central differences for approximating the spatial derivatives. For simplicity, we shall restrict our formulation to a rectangular staggered grid (see figure. 1).

Setting $\Delta x_i = \Delta x$, $i = 0..n$ and $\Delta y_j = \Delta y$, $j = 0..m$, let

$$u_{i,j} = u(i\Delta x, (j + 1/2)\Delta y),$$

$$v_{i,j} = v((i + 1/2)\Delta x, j\Delta y),$$

$$p_{i,j} = p((i + 1/2)\Delta x, (j + 1/2)\Delta y).$$

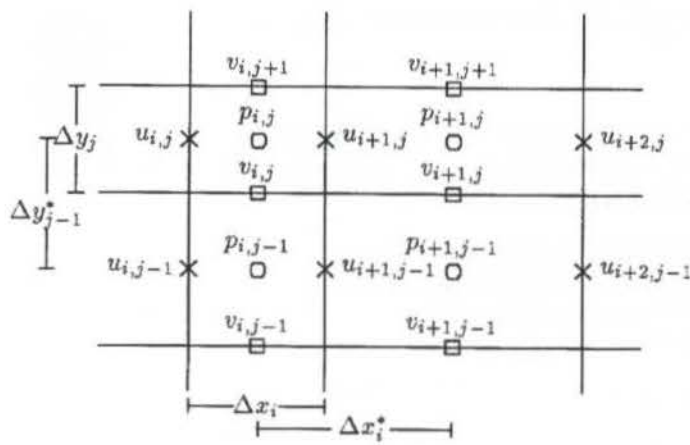


Figure 1: Staggered Grid

We write (1), (2) as

$$\frac{\partial u}{\partial t} = F_1(u, v) - G_1(p) \quad (6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = F_2(u, v) - G_2(p) \quad (7)$$

respectively, then we apply spatial central differences. It turns out that

$$F_1(u, v) = -u|_{u,i,j} \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x} - v|_{u,i,j} \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta y^2} \right) \quad (8)$$

$$F_2(u, v) = -u|_{v,i,j} \frac{v_{i+1,j} - v_{i-1,j}}{2\Delta x} - v|_{v,i,j} \frac{v_{i,j+1} - v_{i,j-1}}{2\Delta y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{v_{i+1,j} - 2v_{i,j} + v_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{v_{i,j+1} - 2v_{i,j} + v_{i,j-1}}{\Delta y^2} \right) \quad (9)$$

Similarly,

$$G_1(p) = \frac{p_{i,j} - p_{i-1,j}}{\Delta x} \quad (10)$$

$$G_2(p) = \frac{p_{i,j} - p_{i,j-1}}{\Delta y} \quad (11)$$

Here $v|_{u,i,j}$ and $u|_{v,i,j}$ denote the average values

$$v|_{u,i,j} = \frac{v_{i,j+1} + v_{i,j} + v_{i+1,j+1} + v_{i+1,j-1}}{4} \quad (12)$$

and

$$u|_{v,i,j} = \frac{u_{i+1,j} + u_{i,j} + u_{i+1,j+1} + u_{i,j+1}}{4} \quad (13)$$

Time Discretization The time discretization of the momentum equations, besides modifying the order of approximation, raises numerical stability problems. Although implicit methods have better stability properties, they are expensive to implement. In this paper, we shall employ the explicit Euler or Adams-Bashforth methods. Certainly, predictor-corrector methods improve the stability and the order of approximation (Gustafsson et al., 1995).

The Adams-Bashforth method, applied to the equations (6) and (7) can be written as

$$u^{k+1} = u^k + \Delta t \sum_{l=0}^{n_p-1} \alpha_l [F_1(u, v) - G_1(p)] \quad (14)$$

$$v^{k+1} = v^k + \Delta t \sum_{l=0}^{n_p-1} \alpha_l [F_2(u, v) - G_2(p)] \quad (15)$$

where $k = t/\Delta t$ represents the time steps and the coefficients n_p and α_l define a specific method: $n_p = 1, \alpha_0 = 1$ (first-order forward Euler), $n_p = 2, \alpha_0 = 3/2, \alpha_1 = -1/2$ (second-order Adams-Bashforth) and $n_p = 3, \alpha_0 = 23/12, \alpha_1 = -4/3, \alpha_2 = 5/12$ (third-order Adams-Bashforth).

THE CORRECTED PRESSURE EQUATION

Gresho and Sani derived an equation for the pressure in such a way that for $\nabla \cdot \mathbf{u}_0 = 0$, the system given by (4),(5) can be replaced by

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla p = \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (16)$$

$$\nabla^2 p = \nabla \cdot \left(\frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} - \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) \quad (17)$$

where the boundary conditions for p are given by

$$\mathbf{n} \cdot \nabla p = \frac{\partial p}{\partial n} = \frac{1}{Re} \nabla^2 u_n - \left(\frac{\partial u_n}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla u_n \right) \text{ em } \Gamma \quad (18)$$

where $t \geq 0$.

The discretization of the Pressure equation, being a derived one, requires a special care, in order to control the accumulation of numerical errors that might invalidate the continuity equation. This means the need of introducing corrective terms to the pressure equation.

Let us consider the momentum equations discretized as

$$\mathbf{u}_{i,j}^{k+1} = \mathbf{u}_{i,j}^k + \Delta t \sum_{l=0}^{n_p-1} \alpha_l [\mathbf{F}(\mathbf{u}_{i,j}^{k-l}) - \nabla p_{i,j}^{k-l}] \quad (19)$$

where, n_p e α_l depend upon the employed Adams-Bashforth method, $\mathbf{F}(\mathbf{u}^k)$ being the discretization operator of the convective and diffusive terms.

Applying the divergence operator in both sides of (19), we obtain

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_{i,j}^{k+1} = \nabla \cdot \mathbf{u}_{i,j}^k + \Delta t \sum_{l=0}^{n_p-1} \alpha_l [\nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{u}_{i,j}^{k-l}) - \nabla^2 p_{i,j}^{k-l}] \quad (20)$$

The incompressibility condition at the $(k+1)$ th-time step, $\nabla \cdot \mathbf{u}^{k+1} = 0$, is then characterized by

$$\nabla^2 p_{i,j}^k = \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{u}_{i,j}^k) + \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}_{i,j}^k}{\alpha_0 \Delta t} + \frac{1}{\alpha_0} \sum_{l=1}^{n_p-1} \alpha_l [\nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{u}_{i,j}^{k-l}) - \nabla^2 p_{i,j}^{k-l}]. \quad (21)$$

We observe that for the Euler method, the above correction coincides with the dilatation term $D_t = \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}^n}{\Delta t}$. [Ames, 1992; Roache, 1982; Ferziger and Perić, 1996].

The equation (21) can be written in the compact form

$$\nabla^2 p^k = \nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u}^k) \quad (22)$$

where

$$\mathbf{H}(\mathbf{u}^k) = \mathbf{F}(\mathbf{u}^k) + \frac{\mathbf{u}^k}{\alpha_0 \Delta t} + \frac{1}{\alpha_0} \sum_{l=1}^{n_p-1} \alpha_l [\mathbf{F}(\mathbf{u}^{k-l}) - \nabla p^{k-l}] \quad (23)$$

We now discretize the laplacian of the pressure with second-order central differences on a staggered square grid

$$\nabla^2 p_{i,j} \approx \frac{p_{i-1,j} + p_{i,j-1} - 4p_{i,j} + p_{i+1,j} + p_{i,j+1}}{h^2} \quad (24)$$

where $h = \Delta x = \Delta y$. Thus (22) becomes

$$p_{i-1,j} + p_{i,j-1} - 4p_{i,j} + p_{i+1,j} + p_{i,j+1} = h(H_{1,i+1,j} - H_{1,i,j} + H_{2,i,j+1} - H_{2,i,j}) \quad (25)$$

where $H_{1,i,j}$ and $H_{2,i,j}$ are the x and y components of $\mathbf{H}(\mathbf{u})$, respectively, applied at the points $(i\Delta x, (j + 1/2)\Delta y)$ for the first component and $((i + 1/2)\Delta x, j\Delta y)$ for the second one.

For a good convergence of the discretized Poisson equation with a Neumann condition, the compatibility relationship must hold exactly on the discretized domain (Abdallah, 1987), that is.

$$\sum_{i,j \in \Omega} \nabla^2 p_{i,j} = \sum_{i,j \in \Gamma} \frac{\partial p_{i,j}}{\partial \eta} \quad (26)$$

By adding (25) for all points of the square domain, we have

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{m-1} p_{i-1,j} + p_{i,j-1} - 4p_{i,j} + p_{i+1,j} + p_{i,j+1} = h \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{m-1} H_{1,i+1,j} - H_{1,i,j} + H_{2,i,j+1} - H_{2,i,j} \quad (27)$$

and making simplifications, we obtain

$$\sum_{j=1}^{m-1} (p_{0,j} - p_{1,j} - p_{n-1,j} + p_{n,j}) + \sum_{i=1}^{n-1} (p_{i,0} - p_{i,1} - p_{i,m-1} + p_{i,m}) = h \sum_{j=1}^{m-1} (H_{1,n,j} - H_{1,1,j}) + h \sum_{i=1}^{n-1} (H_{2,i,m} - H_{2,i,1}) \quad (28)$$

Then the discrete Neumann condition holds for

$$p_{0,j} = p_{1,j} - hH_{1,1,j} \quad (29)$$

$$p_{n,j} = p_{n-1,j} + hH_{1,n,j} \quad (30)$$

$$p_{i,0} = p_{i,1} - hH_{2,i,1} \quad (31)$$

$$p_{i,m} = p_{i,m-1} + hH_{2,i,m} \quad (32)$$

We should observe that these boundary conditions are discretizations of (18).

THE VELOCITY-PRESSURE ALGORITHM

We now give an algorithm for integrating the Navier-Stokes equations. First, the pressure is initialized by solving a singular system that arises from the discretization of the pressure equation with the Neumann conditions. Second, the momentum equations are solved for the velocity field at each time step. Third, the pressure is up-dated by solving a Poisson equation, giving a special treatment for the interior points that correspond to interior cells and to the adjacent cells in such a way that the compatibility condition is verified. This updating contains corrective terms for the direct calculation of the pressure at interior points of interior cells. This is done by incorporating the already known pressure values at neighboring points.

Pressure Initialization To initialize the pressure, we consider the equation (22) with $k = 0$.

$$\nabla^2 p^0 = \nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u}^0) \quad (33)$$

Here we use $n_p = 1$ and $\alpha_0 = 1$, as $\nabla \cdot \mathbf{u}^0 = 0$, $\mathbf{H}(\mathbf{u}^0) = \mathbf{F}(\mathbf{u}^0)$. No corrective term appear on the initialization and the discretized boundary conditions are (29)-(32).

The equation (33) discretized as done in (25) associated to the boundary conditions, when written in matrix terms, turns out

$$A \mathbf{p}^0 = \mathbf{b} \quad (34)$$

where A is a singular matrix and the vector \mathbf{p}^0 contains the values of the pressure at interior points.

The vector \mathbf{b} contains all values $u_{i,j}^0, v_{i,j}^0$ from the right hand side of (29)-(32), which are given initial values, and this has the particular form (cavity problem).

$$\mathbf{b} = [0 \dots 0 \ b_{mn-n+1} \ 0 \dots 0 \ b_{mn}]_{m \times n}^T$$

where

$$b_{mn-n+1} = \frac{2\nu}{h} \quad \text{and} \quad b_{mn} = -\frac{2\nu}{h}$$

Hence, \mathbf{b} is a non-zero vector.

The above singular system can be solved by several methods: least-squares, iterative or LU.

The One Step Pressure Up-Dating Once the pressure is initialized, the interior pressure values $p_{i,j}$ at

time $t + \Delta t$ are computed with the following one step and explicit scheme (Fig. 2):

$$p_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{4}[p_{i-1,j}^{k+1} + p_{i,j-1}^{k+1} + p_{i+1,j}^k + p_{i,j+1}^k] - \frac{h^2}{4} \nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u}_{i,j}^{k+1}) \quad (35)$$

which incorporates by a simple averaging old and new values for the pressure.

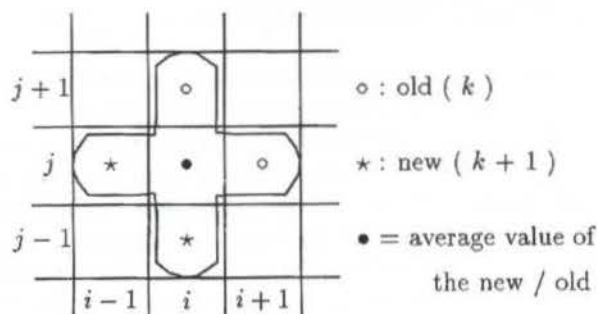


Figure 2: Molecule for the Pressure

Velocity-Pressure Algorithm The algorithm for solving an incompressible viscous flow with prescribed Neumann condition for the pressure is given as follows.

1. Introduction of the initial velocity components at time $t_0 = 0$, corresponding to level $k = 0$, and the boundary conditions for the velocity field.
2. Initialization of the pressure by solving a singular linear system of the type

$$A \mathbf{p}^0 = \mathbf{b}$$

through least-squares or iterative or LU decomposition.

3. Computation of the velocity field $u_{i,j}^{k+1}$ and $v_{i,j}^{k+1}$ by using (14), (15), respectively.
4. Computation of the pressure p at level time $k + 1$ through (35).
5. Up-dating of the pressure and velocity field by setting p^{k+1} instead of p^k and \mathbf{u}^{k+1} for \mathbf{u}^k .
6. To perform steps (3)–(5) for $k = 1, 2, \dots$
7. End the calculations.

Remark

This algorithm computes corrected pressure values at interior points without any iteration and it can handle non-rectangular geometries.

Extension to 3D Domains The case of a 3D cubic cavity can be easily handled. For a velocity field $\mathbf{u} = (u, v, w)$ on a staggered grid, we consider

$$u_{i_x, i_y, i_z} = u(i_x \Delta x, (i_y + 1/2) \Delta y, (i_z + 1/2) \Delta z)$$

$$v_{i_x, i_y, i_z} = v((i_x + 1/2) \Delta x, i_y \Delta y, (i_z + 1/2) \Delta z)$$

$$w_{i_x, i_y, i_z} = w((i_x + 1/2) \Delta x, (i_y + 1/2) \Delta y, i_z \Delta z)$$

$$p_{i_x, i_y, i_z} = p((i_x + 1/2) \Delta x, (i_y + 1/2) \Delta y, (i_z + 1/2) \Delta z)$$

The discretized momentum equations read

$$\mathbf{u}_{i_x, i_y, i_z}^{k+1} = \mathbf{u}_{i_x, i_y, i_z}^k + \Delta t \sum_{l=0}^{n_p-1} \alpha_l [\mathbf{F}(\mathbf{u}_{i_x, i_y, i_z}^{k-l}) - \nabla p_{i_x, i_y, i_z}^{k-l}]$$

where the operator \mathbf{F} have a similar meaning to the two dimensional case.

The equation for the pressure, including correcting terms, becomes

$$\nabla^2 p_{i_x, i_y, i_z}^k = \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{u}_{i_x, i_y, i_z}^k) + \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}_{i_x, i_y, i_z}^k}{\alpha_0 \Delta t} + \frac{1}{\alpha_0} \sum_{l=1}^{n_p-1} \alpha_l [\nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{u}_{i_x, i_y, i_z}^{k-l}) - \nabla^2 p_{i_x, i_y, i_z}^{k-l}] \quad (36)$$

The discretization of the laplacian operator on a cubic cavity by second-order central differences and the fulfillment of the discrete compatibility relationship lead to the one step and explicit scheme

$$p_{i_x, i_y, i_z}^{k+1} = \frac{1}{6} [p_{i_x-1, i_y, i_z}^{k+1} + p_{i_x+1, i_y, i_z}^{k+1} + p_{i_x, i_y-1, i_z}^{k+1} + p_{i_x, i_y+1, i_z}^{k+1} + p_{i_x, i_y, i_z-1}^{k+1} + p_{i_x, i_y, i_z+1}^{k+1}] - \frac{h^2}{6} \nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{u}_{i_x, i_y, i_z}^k) \quad (37)$$

$$\text{where } \mathbf{H}(\mathbf{u}^k) = \mathbf{F}(\mathbf{u}^k) + \frac{\mathbf{u}^k}{\alpha_0 \Delta t}$$

$$+ \frac{1}{\alpha_0} \sum_{l=1}^{n_p-1} \alpha_l [\mathbf{F}(\mathbf{u}^{k-l}) - \nabla p^{k-l}]$$

Here $h = \Delta x = \Delta y = \Delta z$.

NUMERICAL RESULTS

The cavity problem is often employed for testing numerical techniques for the integration of the Navier-Stokes equations. The problem consists on simulating the flow induced by the movement of the superior wall with constant horizontal velocity $u_T = 1$ and keeping fixed the other walls.

The figures 3(a) and 3(b) show the streamlines of the flow with $Re = 1000$ and $Re = 5000$. We can observe the primary, secondary and tertiary vortices as found in the literature (Ghia et al., 1982).

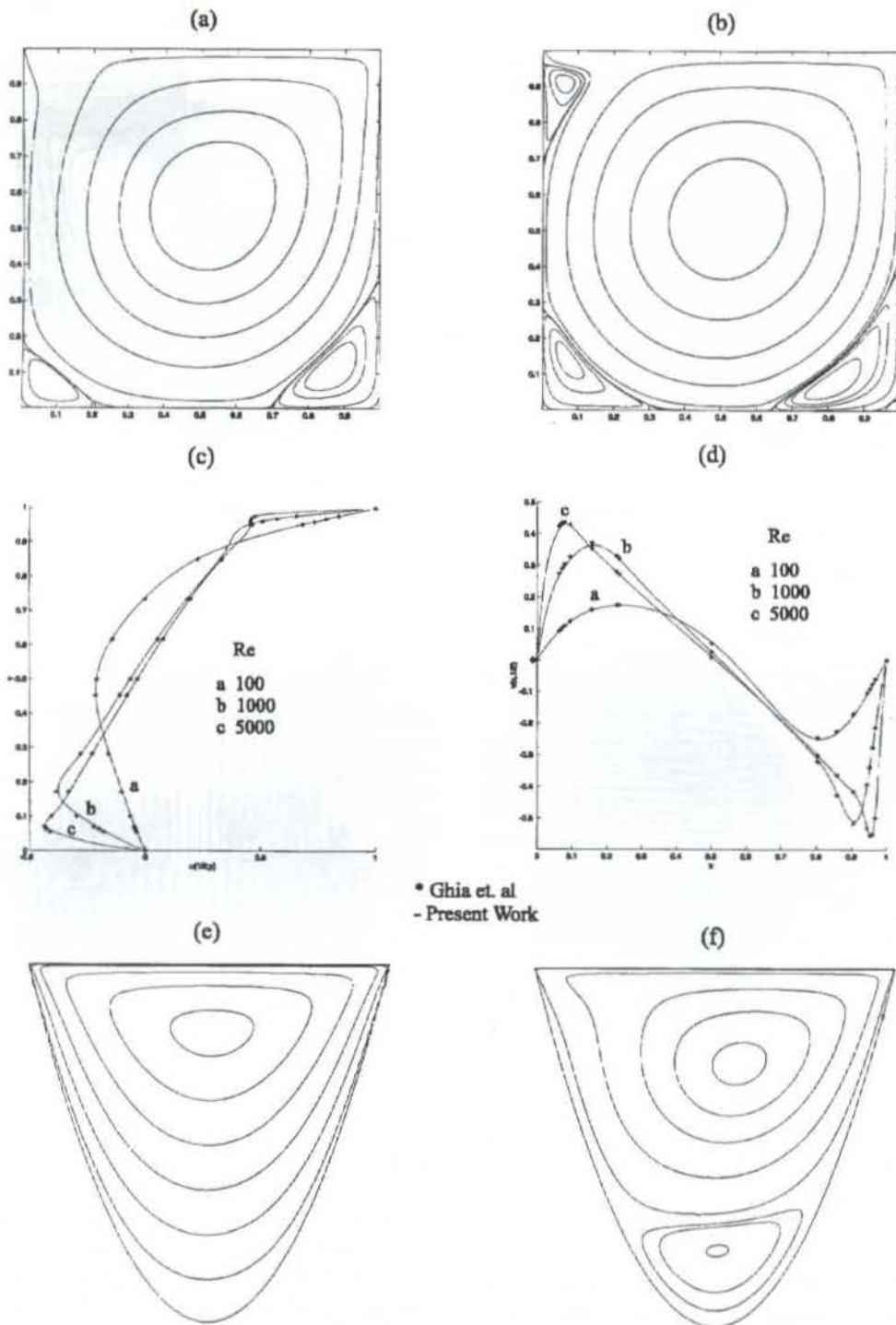


Figure 3: (a) Streamlines for $Re = 1000$; (b) Streamlines for $Re = 5000$; (c) Profiles of the horizontal velocity component; (d) Profiles of the vertical velocity; (e) Streamlines for $Re = 10$ and (f) Streamlines for $Re = 400$.

The data presented in Ghia et al., 1982, is often employed for comparison with the solutions produced by numerical algorithms when integrating the cavity flow. This comparison is made with our algorithm for the velocity profiles at the lines through the geometric center of the cavity. From figures 3(c) and 3(d) we can see that there is a very good agreement.

The algorithm can handle curved boundaries as illustrated with the simulations done for a parabolic cavity

at $Re = 10$ and $Re = 400$ (figures 3(e) and 3(f)).

The one step pressure actualization, without iteration, is encouraging for the treatment of 3D problems. Simulations were done for a 3D cubic cavity on a $60 \times 60 \times 60$ grid at $Re = 400$ (figures 4(a)-(d)).

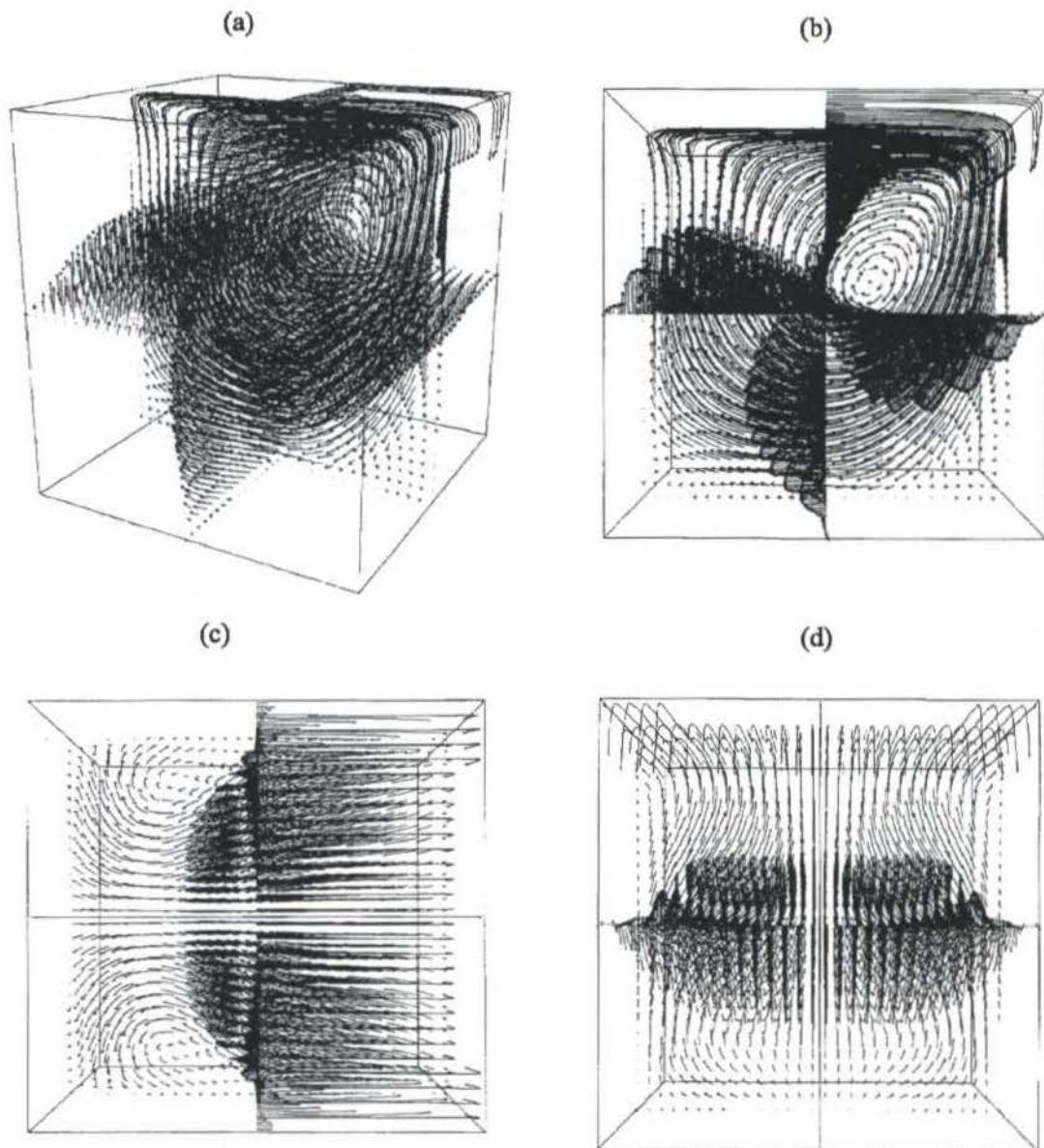


Figure 4: Cubic cavity (a) Perspective view; (b) Lateral view; (c) Superior view and (d) Frontal view

REFERENCES

- ABDALLAH, S., 1987. "Numerical Solutions for the Pressure Poisson Equation with Neumann Boundary Conditions Using a Non-staggered Grid, I", *Journal of Computational Physics*, vol. 70, pp. 182-192.
- AMES, W.F., 1992. "Numerical Methods for Partial Differential Equations", 3rd ed., Academic Press, Inc., San Diego, USA.
- BRAVO, E., CLAEYSSEN, J., 1996. "Simulação Central para Escoamentos Incompressíveis em Variáveis Primitivas e Condições de Neumann para a Pressão", *XIX CNMAC*, Goiânia.
- FERZIGER, J. H., PERIĆ, M., 1996. "Computational Methods for Fluid Dynamics", Springer-Verlang.
- GHIA, U., GHIA, K.N., SHIN, C.T., 1982. "High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method", *Journal of Computational Physics*, vol. 48, pp. 387-411.
- GRESHO, P.M., SANI, R.L., 1987. "On Pressure Boundary Conditions for the Incompressible Navier-Stokes Equations", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, New York, vol.7, pp. 1111-1145.
- GUSTAFSSON, B., KREISS, H., OLIGER, J., 1995. "Time Dependent Problems and Difference Methods", John Wiley & Sons, Inc., New York, USA.
- PLATTE, R. B., BRAVO, E., CLAEYSSEN, J., CAMPOS VELHO, H. F., 1997. "Comportamento de Algoritmos Velocidade Pressão para Escoamentos Incompressíveis com Condição de Neumann para Pressão", *XVII CILAMCE*, Vol.II pp. 1005-1012.
- ROACHE, P.J., 1982. "Computational Fluid Dynamic", Hermosa Pub., Albuquerque, N.M.

MODELO MATEMATICO PARA ESCOAMENTOS EM HIDROCICLONES
Rubens Sampaio e Juan Romero

 Departamento de Engenharia Mecânica-PUC-Rio
 Rua Marquês de São Vicente 225 - Gávea, 22453-900
 Rio de Janeiro - RJ, BRASIL
 e-mail: rsampaio@mec.puc-rio.br

RESUMO

Apresenta-se um modelo matemático, para modelar o escoamento em um hidrociclone considerando a difusão turbulenta. A introdução da turbulência foi necessária para um bom ajuste do modelo com os dados experimentais. Pelas características do escoamento forma-se um núcleo de ar que é modelada como uma superfície livre. Esta interface é caracterizada como sendo do tipo Young-Laplace e sua localização é calculada por meio de um método lagrangeano. Neste método utiliza-se uma malha lagrangeana para caracterizar a interface livre e uma malha euleriana para calcular os campos de velocidade e pressão no escoamento, através do método dos volumes finitos. Realizaram-se simulações numéricas e comparações com os dados experimentais que validam os resultados apresentados.

INTRODUÇÃO

O hidrociclone é um equipamento amplamente utilizado na indústria para separação de partículas sólidas em suspensão num fluido. Uma mistura de fluido e partículas são injetadas tangencialmente criando um forte movimento rotacional no interior do equipamento, gerando um campo centrífugo. Devido a este campo as partículas suspensas no fluido tendem a deslocar-se em direção às paredes do equipamento. Com a alta velocidade tangencial do fluido a pressão diminui, chegando a valores menores que a pressão atmosférica na parte central do equipamento, gerando uma região de baixas pressões, ocasionando assim a formação de um núcleo de ar ao longo da linha central. A forma deste núcleo de ar apresenta certa instabilidade Williams et al, (1995), podendo variar com o tempo, o que pode ser constatado por uma simples observação em hidrociclones transparentes. Devido a falta de conhecimento sobre a natureza desta interface que limita o núcleo de ar, nos modelos usuais aplicados a um hidrociclone, esta interface é modelada como uma superfície cilíndrica fixa, o que simplifica o problema. Elimina-se a dificuldade do cálculo de uma fronteira desconhecida que faz variar o domínio onde as equações de campo devem ser resolvidas. Porém, utilizar esta simplificação pode levar a resultados não realistas.

Trabalhos recentes mostram a importância do conhecimento do núcleo de ar para o controle do desempenho do hidrociclone. Concha, Barrientos, Montero e Sampaio, (1996) conseguem prever o tipo de descarga chuviado (spray) ou corda (roping) em função do diâmetro do núcleo de ar.

Barrientos, Sampaio e Concha (1993), modelam a superfície do núcleo de ar como uma fronteira que satisfaz a condição de salto de Young-Laplace, levando a uma expressão que poderia ser usada como uma condição de fronteira para o problema da dinâmica do escoamento.

Entre os trabalhos mais recentes nesta área temos: Rajamani e Devullapali (1993), utilizando o método de diferenças finitas aproximam as velocidades e pressões através da função corrente e supõem que a interface líquido-ar se localiza onde a pressão torna-se igual à pressão atmosférica.

Steffens, Whiten, Appleby e Hitchins (1993), estudam um escoamento em vórtice no interior de um cilindro com uma entrada tangencial e uma saída simples. O núcleo de ar foi estudado usando um modelo semi-teórico, propondo uma forma

de calcular o diâmetro do núcleo de ar em função dos parâmetros de operação e geométricos.

Davidson (1995), utilizando um modelo semi-empírico modela o núcleo de ar considerando uma região anular entre o núcleo de ar e as saídas com densidade uniforme e não viscoso. Aplica-se a equação de Bernoulli e utiliza-se a hipótese de que o diâmetro do núcleo de ar, se ajusta de forma que exista um fluxo máximo para uma determinada pressão de alimentação.

Dyakowski e Williams (1995), seguindo a idéia de Barrientos, Sampaio e Concha (1993), caracteriza a interface através da equação de salto de Young-Laplace, acrescentando um termo que considera uma tensão extra devido a flutuação do núcleo de ar.

No presente trabalho, modela-se a dinâmica do escoamento, considerando-se a superfície do núcleo de ar como uma superfície livre que satisfaz a condição de salto da equação de Young-Laplace, relacionando a física com a geometria. Apresenta-se um modelo numérico para calcular o raio ótimo que caracterize geometricamente e fisicamente o núcleo de ar.

MODELO PARA A INTERFACE LIQUIDO-AR

Considerando que a interface líquido-ar seja do tipo de Young-Laplace, ou seja, através da interface existe um salto nas tensões normais, sendo as mesmas proporcionais às tensões superficiais e a curvatura média da interface. A velocidade normal do fluido é nula, pois através da superfície livre não existe fluxo de fluido.

$$[\mathbf{Tn.n}] = -2H\sigma \quad (1)$$

$$\mathbf{v.n} = 0 \quad (2)$$

e pela condição de deslizamento, implica que não existe tensões cisalhantes na interface livre, tem-se:

$$[\mathbf{Tn.t}] = 0 \quad (3)$$

onde $[\Phi] = \Phi_1 - \Phi_2$, é o salto da propriedade Φ através da interface, \mathbf{n} é o vetor normal unitário que vai do fluido (2) a (1), e \mathbf{t} é vetor tangente unitário, sendo \mathbf{T} o tensor de tensões, logo: $[\mathbf{Tn}] = [\mathbf{T}_2(-\mathbf{n}) + \mathbf{T}_1(\mathbf{n})]$ é o salto de tensões normais na interface, $2H$ é a curvatura média da interface, σ é a tensão superficial e \mathbf{v} é o vetor velocidade do fluido.

Considerando que a interface livre é formada por uma superfície suposta cilíndrica, de raio R_a .

Se o ar ocupa a região $0 \leq r \leq R_a$, a equação (1) pode ser escrita como:

$$\mathbf{Tn} \cdot \mathbf{n} \Big|_{r=R_a}^{\text{ar}} - \mathbf{Tn} \cdot \mathbf{n} \Big|_{r=R_a}^{\text{liq}} = -2H\sigma \quad (4)$$

Supondo que o ar seja um fluido ideal e desprezando os efeitos viscosos e dinâmicos devido a rotação do ar (Barrientos, Sampaio e Concha 1993), a pressão nesta região é a pressão atmosférica (p_0), logo para o ar:

$$\mathbf{Tn} \cdot \mathbf{n} \Big|_{r=R_a}^{\text{ar}} = -p_0 \quad (5)$$

O líquido no hidrociclone pode ser considerado como um fluido newtoniano, portanto o tensor de tensões é:

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{D} \quad (6)$$

onde \mathbf{D} é o tensor de taxa de deformações $\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{v} + \nabla\mathbf{v}^T)$, p é a pressão, \mathbf{v} o vetor velocidade, μ a viscosidade do líquido, \mathbf{I} é o tensor unitário de segunda ordem e ∇ o operador nabla. A curvatura média $2H$ e o vetor normal unitário para uma superfície cilíndrica reta são definidos por:

$$2H = \frac{1}{R_a} \quad (7)$$

$$\mathbf{n} = -\mathbf{e}_r \quad (8)$$

o vetor tangente unitário, é qualquer vetor pertencente ao plano tangente a interface, temos assim:

$$\mathbf{t} = \mathbf{e}_z, \quad \mathbf{t} = \mathbf{e}_\theta \quad (9)$$

de (7) e (8) em (6) obtemos:

$$\mathbf{Tn} \cdot \mathbf{n} \Big|_{r=R_a}^{\text{liq}} = -p + 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \Big|_{r=R_a} \quad (10)$$

Logo a equação (4) para este modelo será:

$$p - p_0 - 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \Big|_{r=R_a} = -\frac{\sigma}{R_a} \quad (11)$$

Substituindo o vetor tangente unitário na equação (4), teremos:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

MODELO MATEMÁTICO DO ESCOAMENTO

Geralmente o escoamento no interior de um hidrociclone é tridimensional e turbulento. Este escoamento é descrito por velocidades e pressões médias. O fluido é uma suspensão de partículas sólidas em um líquido. Para uma baixa concentração de sólidos (< 10 %) esta mistura pode ser considerada como um fluido newtoniano. Exceto nas regiões de entrada, o fluxo pode ser considerado como axisimétrico, o que reduz a complexidade do

problema. Logo as hipóteses iniciais para a simplificação do tratamento dado à simulação do escoamento em um hidrociclone são: fluido newtoniano e incompressível, cumpre a equação de Navier-Stokes, o escoamento é em regime permanente, turbulento e axisimétrico, e a superfície do núcleo de ar formada na operação do hidrociclone é uma interface do tipo Young-Laplace.

Portanto as equações que governam o movimento do fluido no domínio Ω (figura 1), pode ser representado por uma equação de conservação de massa e conservação da quantidade de movimento, temos:

Conservação de massa:

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} = 0 \quad \text{em } \Omega \quad (13)$$

Conservação da quantidade de movimento:

$$\rho \nabla \cdot (\bar{\mathbf{v}} \otimes \bar{\mathbf{v}}) = -\nabla \bar{p} + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{v}} + \rho (\overline{\mathbf{v}' \otimes \mathbf{v}'}) + \mathbf{b} \quad \text{em } \Omega \quad (14)$$

onde $\bar{\mathbf{v}}$ é o vetor de velocidade média, \bar{p} é a pressão média, μ a viscosidade do fluido, \mathbf{b} é a força de corpo externa.

De aplicar a decomposição de Reynolds e tomar a média temporal, surge um termo adicional $\rho (\overline{\mathbf{v}' \otimes \mathbf{v}'})$, o tensor das tensões aparentes de Reynolds, que se faz necessário modelar este termo através de um modelo de turbulência para fechar o problema.

Condições de fronteira

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{v}_{al} \\ P &= P_{al} \end{aligned} \right\} \quad \text{em } \partial\Omega_1 \quad (15)$$

$$\mathbf{v} = 0 \quad \text{em } \partial\Omega_2 \quad (16)$$

$$p = p_0 \quad \text{em } \partial\Omega_j \quad (j=3,4) \quad (17)$$

Na interface líquido-ar localizado em $r=R_a$ (R_a parâmetro a ser calculado), consideramos as seguintes condições (Romero 1997).

Condição a ser imposta:

- condição cinemática

$$v_r = 0 \quad \text{em } \partial\Omega_5 \quad (18)$$

- condição de deslizamento

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{em } \partial\Omega_5 \quad (19)$$

Condição a ser satisfeita:

- salto das tensões normais:

$$p - p_0 - 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} = -\frac{\sigma}{R_a} \quad \text{em } \partial\Omega_5 \quad (20)$$

Esta última condição é utilizada para localizar a posição da interface livre. No presente trabalho se considera como raio ótimo do núcleo de ar, aquele cuja integral do erro na equação do salto das tensões normais é mínimo.

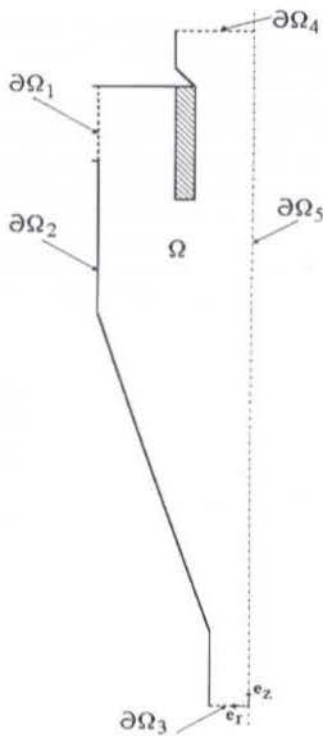


Figura 1: Geometria do domínio Ω

MODELAGEM DA TURBULÊNCIA

Devido às condições de operação e da geometria do equipamento, o escoamento é turbulento e anisotrópico, por isto a dificuldade de modelar a difusão turbulenta.

Aplicando a decomposição de Reynolds na equações de conservação da quantidade de movimento (Navier-Stokes), e tomando a média, obtêm-se o termo adicional $(\rho \overline{u_i u_j})$ as tensões aparentes de Reynolds. Para integrar o conjunto das equações de Navier-Stokes, além da obrigatoriedade de especificar as condições de fronteira, é necessário um modelo de turbulência para efetuar o fechamento do problema.

Um dos modelos de turbulência mais utilizados para simular o escoamento em hidrociclones é o modelo de comprimento de mistura de Prandtl, Rhodes, Pericleous e Drake (1987), Davidson (1988) e Hsieh (1988). Este modelo é bastante limitado. Outro dos modelos utilizados é o modelo κ - ϵ , onde κ é a energia cinética da turbulência e ϵ sua taxa de dissipação. A maior limitação do modelo κ - ϵ , é sua aplicação somente para fluxos isotrópicos, ou seja, onde as escalas das grandezas de comprimento e velocidade são as mesmas em todas as direções. Em fluxos complexos onde existe alta velocidade de rotação, as escalas de comprimento e velocidade podem variar fortemente com a direção, por este motivo o modelo κ - ϵ é inadequado para este tipo de escoamento Zerbin (1982). Este modelo falha ao não poder reproduzir a região de vórtice livre na componente tangencial.

No presente trabalho utilizou-se o modelo das tensões de Reynolds (MTR), que proporciona uma melhor alternativa para a simulação da turbulência. Este modelo calcula as tensões de Reynolds locais.

Resolver um escoamento turbulento utilizando o modelo MTR implica em resolver as equações para as tensões individuais $(\rho \overline{u_i u_j})$, obtidas a partir das equações de conservação da quantidade de movimento. Estas tensões locais são aproximadas utilizando o modelo diferencial de Launder, Rege e Rodi (1975), implementado no Fluent, temos assim:

$$\overline{v} \cdot \nabla (\overline{v' \otimes v'}) = \nabla \cdot \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \nabla (\overline{v' \otimes v'}) \right) - (\overline{v' \otimes v'}) (\nabla \overline{v} + \nabla \overline{v}^T) \quad (22)$$

$$- C_3 \frac{\epsilon}{\kappa} \left(\overline{v' \otimes v'} \right) - \frac{2}{3} \kappa \mathbf{I} - C_4 \left(\mathbf{P} - \frac{2}{3} \epsilon \text{Tr}(\mathbf{P}) \right)$$

onde: a viscosidade turbulenta é dada por $\nu_t = C_\mu \frac{\kappa^2}{\rho \epsilon}$, $\kappa = \frac{1}{2} \left(\text{Tr}(\overline{v' \otimes v'}) \right)$ é a energia cinética turbulenta, e ϵ a taxa de dissipação, que é obtida da equação de transporte:

$$\nabla (\overline{v} \epsilon) = \nabla \cdot (\sigma_\epsilon \nabla \epsilon) + C_{1\epsilon} \nu_t \left| \nabla \overline{v} + \nabla \overline{v}^T \right|^2 - C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{\kappa} \quad (23)$$

e

$$\mathbf{P} = - \left[(\overline{v' \otimes v'}) \nabla \overline{v}^T + \nabla \overline{v} (\overline{v' \otimes v'}) \right] \quad (24)$$

com as seguintes constantes empíricas:

$$\sigma_\kappa = 1.0, C_3 = 1.8, C_4 = 0.60, \sigma_\epsilon = 1.3, C_{1\epsilon} = 1.44, C_{2\epsilon} = 1.98, C_\mu = 0.09$$

METODO DE APROXIMAÇÃO PARA O PROBLEMA DE FRONTEIRA LIVRE

Para a discretização das equações de conservação utilizou-se o método dos volumes finitos em coordenadas generalizadas, o que permite uma melhor adaptação da malha à geometria do hidrociclone.

O procedimento utilizado consiste em dada uma geometria do domínio, se aproxima os campos de velocidade e pressão, avalia-se o erro da equação de salto Young-Laplace na superfície do núcleo de ar, e através do algoritmo descrito abaixo se atualiza o domínio de cálculo (raio do núcleo de ar), o processo se repete até alcançar as condições de aproximação desejadas. O algoritmo utilizado é o seguinte:

- 1) Escolher uma curva inicial $\partial\Omega'$; para aproximar a fronteira livre $\partial\Omega_s$. Assim, Ω é aproximado por Ω' .
- 2) O campo de velocidade e pressão é aproximado em Ω' , considerando como condição de fronteira para $\partial\Omega'$, as equações (18) e (19)
- 3) A solução obtida em 2) é utilizada para avaliar o erro na equação salto de Young-Laplace, para este caso a equação (20). A posição de $\partial\Omega'$ é ajustada a uma nova curva $\partial\Omega''$, procurando esta condição.
- 4) Se é satisfeita esta condição com a precisão desejada, então para-se, e toma-se $\partial\Omega''$, como a aproximação final de $\partial\Omega_s$. Se não for satisfeita faz-se $\partial\Omega' = \partial\Omega''$, e volta-se ao passo 2).

VALIDAÇÃO DO MODELO

Simulou-se numericamente o escoamento do hidrociclone AKW-100 operando somente com água. As condições de operação utilizadas para reproduzir os campos de velocidade e pressão, são listadas na tabela 1, e as dimensões e geometria são detalhados na figura 2. No presente trabalho utilizou-se uma malha de 76x21.

Faz-se uma comparação para vários raios diferentes do núcleo de ar, isto se mostra na tabela 2, onde se observa que o valor escolhido para o raio do núcleo de ar afeta notavelmente os resultados finais, como a pressão de alimentação e a divisão de fluxo, este último parâmetro é importante para construir a curva de classificação.

Tabela 1: Parâmetros de operação experimental

Δp (Pa)	25072
Q_{de} (l/s)	0.322
Q_{al} (l/s)	1.754
Q_{de}/Q_{al}	0.1836

Onde Q_{al} é o fluxo massico de alimentação e Q_{de} o fluxo massico na descarga

Tabela 2: Parâmetros de operação obtidos numericamente

	$R_a=3.0$	$R_a=5.0$	*$R_a=6.01$	$R_a=7.0$	$R_a=8.0$
Δp (Pa)	20500	21200	21800	21300	20300
Q_{de} (l/s)	0.218	0.340	0.385	0.3053	0.1512
Q_{al} (l/s)	1.754	1.754	1.754	1.754	1.754
Q_{de}/Q_{al}	0.124	0.194	0.219	0.1741	0.0862
\bar{E} (R_a) (Pa)	830.3	452.0	161.4	377.4	560.0

*raio ótimo

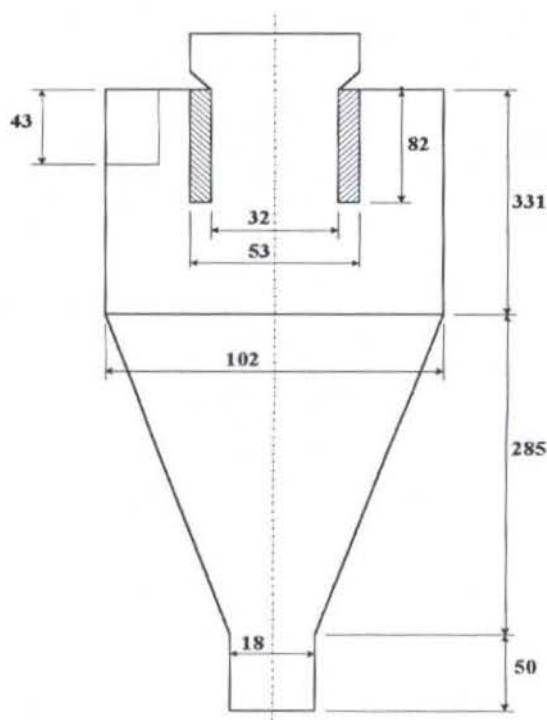


Figura 2: Geometria do hidrociclone AKW-100 (mm)

A figura 3 mostra o erro da equação salto de Young-Laplace, onde se observa que o erro varia ao longo da linha central. Isto nos indica que o raio do núcleo de ar varia na direção axial, mas apesar disto, este primeiro modelo, que supõe a forma do núcleo de ar como a de um cilindro reto, é uma boa aproximação. Isto pode ser constatado pelos resultados obtidos. (figura 4 e 5). Na tabela 1 observa-se que a pressão de alimentação que melhor se aproxima do valor experimental é a que se obtém com o raio ótimo calculado. Na figura 4 se comparam os perfis de velocidade para a componente axial e

tangencial calculados com os obtidos experimentalmente (Chine, 1996), mostrando uma boa concordancia. A região de vórtice livre é simulada com uma boa precisão.

É bastante conhecido que a superfície do núcleo de ar flutua rapidamente, assim, as medidas experimentais bem proximas a esta superfície são pouco confiáveis. Isto se observa na figura 5, que mostra os perfis das flutuações da velocidade na componente axial e tangencial. Apesar disto, obtém-se uma boa aproximação na magnitude e na forma dos perfis. No componente axial se reproduz com bastante exatidão o fluxo reverso, que é característico nestes escoamentos.

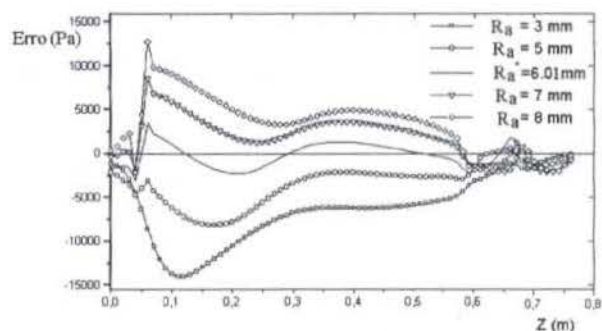


Figura 3: Erro da equação de salto de Young-Laplace na interface líquido-ar

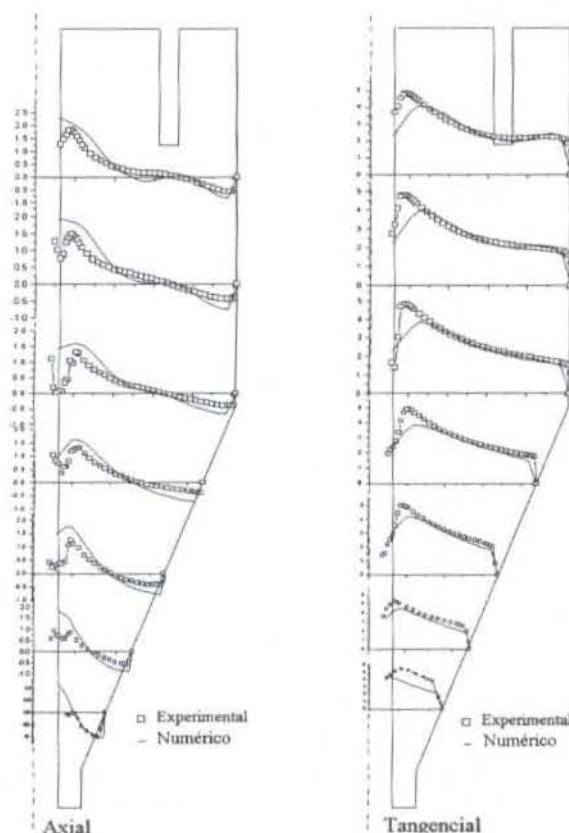


Figura 4: Perfis da velocidade (m/s)

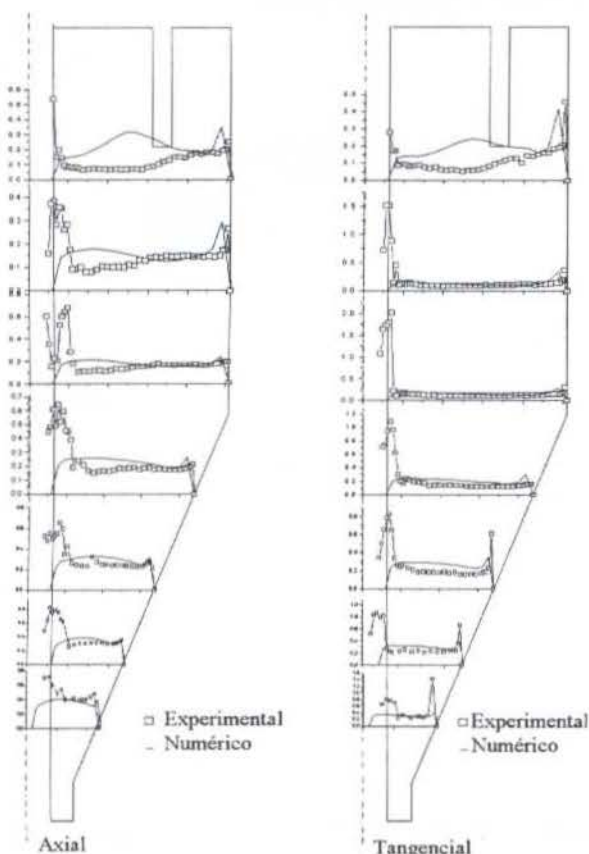


Figura 5: Perfis da flutuação da velocidade (m/s)

CONCLUSÕES

Dos resultados obtidos pode-se concluir que a eleição do raio do núcleo de ar para a simulação do escoamento em um hidrociclone, afeta notavelmente as previsões dos campos de velocidade e pressão assim como a divisão de fluxos.

O presente trabalho é uma contribuição para entender o comportamento do núcleo de ar e sua influencia no processo de classificação. Não obstante, a pequena discrepância entre os valores previstos e os experimentais próximos a interface livre, os resultados em geral foram satisfatórios. As diferenças na vizinhança da interface podem ser corrigidas considerando uma condição de fronteira que leve em conta o efeito que causa a flutuação da interface no salto das tensões normais.

REFERENCIAS

- Barrientos, A., Sampaio, R. e Concha F., 1993, "Effect of the Air Core on the Performance of a Hydrocyclone", Proc. XVIII Int. Miner. Cong., Sydney-Australia, pp. 267-270.
- Chine, B., 1996, Comunicação pessoal.
- Concha F., Barrientos A., Montero J. e Sampaio R., 1993, "Air Core and Roping in Hydrocyclones", International Journal of Mineral Processing, Vol. 44-45, pp. 743-749.
- Davidson M., 1988, "Similarity Solutions for Flow in Hydrocyclones", Chem. Eng. Sci., Vol. 43, No 7, pp. 1499-1505.
- Davidson M., 1995, "An Adaptive Method of Predicting the Air Core Diameter for Numerical Models of Hydrocyclones", Int. J. Miner. Process, Vol. 43, pp. 167-177.
- Dyakowski T., Williams S., 1995, "Prediction of Air Core Size and Shape in a Hydrocyclone". Int. J. Miner. Process, Vol. 43, pp. 1-14.

Fluent Inc., Manual de Fluent version 4.32, 1996.

Hsieh K T., 1988, "Phenomenological Model of the Hydrocyclones", Ph. D. Thesis, University of Utah, Utah-USA.

Launder B., Reege G., Rodi W., 1975, "The Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure", J. Fluid Mech., Vol. 68, pp. 537-566.

Rajamani R., Devullapali, B., 1993, "Hydrodynamic Modelling of Swirling Flow and Particle Classification in Large-Scale Hydrocyclones", Kona, Vol. 12, 95-104.

Rhodes N., Pericleous K. e Drake S., 1987, "The Prediction of Hydrocyclones Performance with a Mathematical Model", 3rd International Conference of Hydrocyclones, Oxford-England, pp. 51-58.

Romero, J., "Modelagem Matemática, Simulação e Ajuste do Modelo de um Hidrociclone", Tesis Dr. Sc., PUC-RIO, Rio de Janeiro -BRASIL, pp. 1997.

Steffens P., Whiten W., Appleby S., Hitchins J., 1993, "Predicting of Air Core Diameter for Hydrocyclones", Int. J. Miner. Process, Vol. 39, pp. 61-74.

Williams R., Ilyas O., Dyakowski T., 1995, "Air Core Imaging in Cyclone Coal Separator using Electrical Resistance Tomography", Coal Preparation, Vol. 15, pp. 143-163.

Zerbini, E. J., 1992, "Simulação Numerica do escoamento em Camaras Ciclônicas", IV Encontro Nacional de Ciencias Termicas, ENCIT-92, Rio de Janeiro, Brasil, pp. 609-612.

ABSTRACT

A new method to predict the shape and localization of the air-core made on the flow inside a hydrocyclone is presented; A formed liquid-air interface is characterized by means of the Young-Laplace jump condition. It is considered a steady state flow of Newtonian fluid. It was developed a model that was considered as the true air-core in which it is a cylindrical shape. This model that we are observing is an optimum, where the final expression for the interface liquid-air jump condition would be shorter. The velocity field and the flux share obtained are compared to experimental results. A good agreement is observed.

Acknowledgment:

The authors thank the laboratory of Laser Velocimetry at the Metallurgical Faculty of the University of Concepción, Concepción-Chile, for the experimental results, especially Dr. Bruno Chine.

EQUAÇÃO INTEGRAL DE CONTORNO HIPERSINGULAR PARA ESCOAMENTO POTENCIAL TRIDIMENSIONAL

W. Huacasi, W. J. Mansur, J. P. S. Azevedo
 Programa de Engenharia Civil
 COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro
 Caixa Postal 68506
 21945-970 Rio de Janeiro, RJ, Brasil

RESUMO

A formulação direta hipersingular para a equação de Laplace é estudada. As integrais de contorno obtidas em termos do Valor Principal de Cauchy (VPC) permitem tratá-las como uma soma de Partes Finitas (PF) nas adjacências da singularidade. A regularização absoluta da integração é feita no plano paramétrico a partir da expansão de Taylor em coordenadas polares.

INTRODUÇÃO

As Equações Integrais de Contorno (EIC) com núcleos hipersingulares surgem quando as derivadas de uma EIC clássica são calculadas tendo em vista que as equações assim obtidas envolvem núcleos fortemente singulares. Neste trabalho desenvolve-se um modelo numérico hipersingular 3D direto que simula o escoamento potencial em torno de corpos. O sucesso de tal modelo, por usar integrais hipersingulares, está condicionado ao desenvolvimento de esquemas confiáveis de integração de funções hipersingulares e quase-singulares. O tratamento das singularidades requer a imposição de condições necessárias para a função densidade. Uma vez mostrada a existência do VPC pode-se aproximar as integrais como PF.

DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO INTEGRAL DE CON-
 TORNO HIPERSINGULAR

A formulação clássica do Método dos Elementos de Contorno (MEC) para a equação de Laplace em um domínio Ω , ($\Omega \subset R^3$) através das identidades de Green para pontos ξ interiores ao domínio Ω é dada por:

$$u(\xi) + \int_{\Gamma} p_n^*(\xi, x)u(x)d\Gamma_x = \tag{1}$$

$$\int_{\Gamma} u^*(\xi, x)p_n(x)d\Gamma_x$$

$$u^*(\xi, x) = \frac{1}{4\pi r} \text{ e } p^*(\xi, x) = -\frac{1}{4\pi r^2}(\nu_x \cdot n(x))$$

$r = |r|$ é a distância entre o ponto campo x e o ponto fonte ξ ; $x, \xi \in R^3$; u é o potencial; p_n é o fluxo normal e $\nu_x = \frac{\partial r}{\partial x}$. Quando o ponto fonte ξ está no interior do domínio Ω , $u^*(\xi, x)$ e $p^*(\xi, x)$ são regulares exceto na vizinhança de ξ . Pode-se diferenciar ou deslocar o ponto fonte numa direção qualquer w e obter-se a derivada diretamente da

equação anterior. Quando o ponto fonte ξ é levado ao contorno de Ω o gradiente ou fluxo é dado por:

$$p_w(\xi) + \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma-\Gamma_\epsilon} [p_{n,w}^*(\xi, x)u(x) - u_{,w}^*(\xi, x)p_n(x)]d\Gamma_x \right. \tag{2}$$

$$\left. + \int_{\bar{\Gamma}_\epsilon} [p_{n,w}^*(\xi, x)u(x) - u_{,w}^*(\xi, x)p_n(x)]d\bar{\Gamma}_\epsilon(x) \right\} = 0,$$

com funções núcleo:

$$u_{,w}^* = \frac{(\nu_x \cdot w(\xi))}{4\pi r^2}$$

$$p_{n,w}^* = -\frac{3(\nu_x \cdot w(\xi))(\nu_x \cdot n(x)) - (w(\xi) \cdot n(x))}{4\pi r^3}$$

sendo Γ_ϵ a parte do contorno substituída pela semi esfera de raio ϵ , centrada em ξ , cujo contorno é $\bar{\Gamma}_\epsilon$, conforme mostrado na Figura 1. Para a convergência do limite (2) precisa-se impor a condição de que u seja no mínimo de classe $C^{1,\alpha}$, $0 \leq \alpha \leq 1$, em uma vizinhança de ξ , i.e.:

$$u(x) = u(\xi) + u_{,k}(\xi)(x_k - \xi_k) + o(|x - \xi|^{1+\alpha}) \tag{3}$$

$$u_{,k}(x) = u_{,k}(\xi) + o(|x - \xi|^\alpha)$$

$k = 1, 2, 3$. É conveniente estudar separadamente o limite da integral do segundo membro da equação (2) (em $\bar{\Gamma}_\epsilon$) conforme indicado a seguir:

$$I_{p^*} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\bar{\Gamma}_\epsilon} p_{n,w}^*(\xi, x)u(x)d\bar{\Gamma}_\epsilon$$

$$I_{u^*} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\bar{\Gamma}_\epsilon} u_{,w}^*(\xi, x)p_n(x)d\bar{\Gamma}_\epsilon$$

Substituindo as expressões (3) no limite indicado acima e observando-se que

$$\text{domínio } \bar{\Gamma}_\epsilon : \begin{cases} \nu_x = n(x) \\ u_{,w}^* = \frac{1}{4\pi\epsilon^2}(n(x) \cdot w(\xi)) \\ p_{n,w}^* = -\frac{3}{4\pi\epsilon^3}(n(x) \cdot w(\xi)) \end{cases}$$

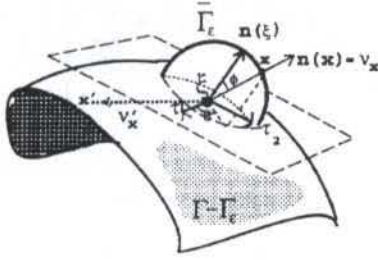


Figura 1: Domínio aumentado em uma semi esfera de raio ϵ .

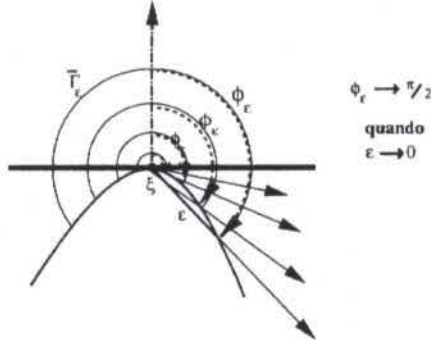


Figura 2: Esfera de raio $\epsilon \rightarrow 0$.

obtêm-se:

$$I_{u^*} = \frac{1}{4\pi} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\bar{\Gamma}_\epsilon} \frac{(n(x) \cdot w(\xi))}{\epsilon^2} (\nabla_x u(\xi) \cdot n(x)) d\bar{\Gamma}_\epsilon$$

$$I_{p^*} = -\frac{1}{2\pi} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\bar{\Gamma}_\epsilon} \frac{(n(x) \cdot w(\xi))}{\epsilon^3} u(\xi) d\bar{\Gamma}_\epsilon + \int_{\bar{\Gamma}_\epsilon} \frac{(n(x) \cdot w(\xi))}{\epsilon^2} (\nabla_x u(\xi) \cdot n(x)) d\bar{\Gamma}_\epsilon \right\}$$

pois $n_k(x) = \frac{x_k - \xi_k}{\epsilon}$, em $\bar{\Gamma}_\epsilon$. Assim, a equação (2) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} p_w(\xi) - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} & \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{\bar{\Gamma}_\epsilon} \frac{(n(x) \cdot w(\xi))}{\epsilon^3} u(\xi) d\bar{\Gamma}_\epsilon + \right. \\ & \left. \frac{3}{4\pi} \int_{\bar{\Gamma}_\epsilon} \frac{(n(x) \cdot w(\xi))}{\epsilon^2} (\nabla_x u(\xi) \cdot n(x)) d\bar{\Gamma}_\epsilon \right\} \\ & = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma - \Gamma_\epsilon} [u_{,n}^*(\xi, x) p_n(x) - p_{n,n}^*(\xi, x) u(x)] d\Gamma_x. \quad (4) \end{aligned}$$

Na equação anterior, se L_2 é a segunda integral em $\bar{\Gamma}_\epsilon$, $L_2 = -\frac{1}{2} p_n(\xi)$ (ver A1), pois $\phi_\epsilon \rightarrow \pi/2$ quando $\epsilon \rightarrow 0$. (Figura 2) Portanto, para $w(\xi) = n(\xi)$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} p_n(\xi) - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_{\bar{\Gamma}_\epsilon} \frac{(n(x) \cdot n(\xi))}{\epsilon^3} u(\xi) d\bar{\Gamma}_\epsilon & = \quad (5) \\ & = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma - \Gamma_\epsilon} [u_{,n}^*(\xi, x) p_n(x) - p_{n,n}^*(\xi, x) u(x)] d\Gamma_x \end{aligned}$$

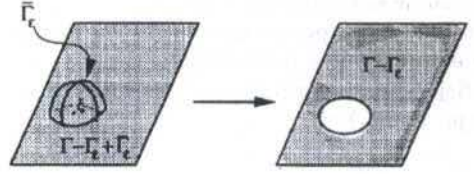


Figura 3: Domínio de Integração no sentido de VPC.

Se o campo potencial for constante em todo domínio ($\Omega \cup \Omega_\epsilon$), $u(x) = u(\xi)$ e $p_n = 0$, e em (5):

$$\begin{aligned} - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_{\bar{\Gamma}_\epsilon} \frac{(n(x) \cdot n(\xi))}{\epsilon^3} u(\xi) d\bar{\Gamma}_\epsilon & = \\ - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma - \Gamma_\epsilon} \frac{(n(\xi) \cdot n(x)) - 3(\nu_x \cdot n(\xi))(\nu_x \cdot n(x))}{4\pi r^3} u(\xi) d\Gamma_x & \end{aligned}$$

Portanto, a equação para o fluxo normal do potencial em ξ , $\xi \in \Gamma$ é:

$$\frac{1}{2} p_n(\xi) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma - \Gamma_\epsilon} \{u_{,n}^* p_n - p_{n,n}^* [u(x) - u(\xi)]\} d\Gamma \quad (6)$$

$$u_{,n}^* = \frac{1}{4\pi r^2} (\nu_x \cdot n(\xi))$$

$$p_{n,n}^* = -\frac{3(\nu_x \cdot n(\xi))(\nu_x \cdot n(x)) - (n(\xi) \cdot n(x))}{4\pi r^3}$$

Para calcular o fluxo tangencial em $\xi \in \Gamma$, deve-se obter o fluxo em duas direções normais a n , cujos unitários são τ_i , $i = 1, 2$:

$$p_{\tau_i}(\xi) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma - \Gamma_\epsilon} \{u_{,\tau_i}^* p_n - p_{n,\tau_i}^* [u(x) - u(\xi)]\} d\Gamma$$

$$u_{,\tau_i}^* = \frac{1}{4\pi r^2} (\nu_x \cdot \tau_i(\xi))$$

$$p_{n,\tau_i}^* = -\frac{3(\nu_x \cdot \tau_i(\xi))(\nu_x \cdot n(x)) - (\tau_i(\xi) \cdot n(x))}{4\pi r^3}$$

IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DE p_n

No MEC 3D os elementos que descrevem a geometria do contorno podem ser triângulos ou retângulos, onde as coordenadas cartesianas são expressas em termos dos nós geométricos e das funções forma $\psi_m(\eta)$. A variação funcional de $u(x)$ e $p(x)$ é dada pelas funções de interpolação $\phi_n(\eta)$, que podem ser constantes, lineares, quadráticas, etc.:

$$\begin{aligned} x &= \sum_{m=1}^{M^e} \psi_m x_m, & u(x) &= \sum_{n=1}^{N^e} \phi_n u_n, \\ p_n(x) &= \sum_{n=1}^{N^e} \phi_n p_{n,n}, & \frac{\partial x}{\partial \eta_i} &= \sum_{m=1}^{M^e} \frac{\partial \psi_m}{\partial \eta_i} x_m. \end{aligned}$$

O contorno de um corpo 3D é discretizado por elementos "e". Pode-se decompor a equação (6) em uma parte regular e em uma outra parte singular onde o ponto fonte esteja. Seja este elemento Γ_σ , pode-se então escrever para $p(\xi_i) = p_i$ e $u(\xi_i) = u_i$:

$$-0.5p_i^\sigma = \sum_{\substack{e=1 \\ e \neq \sigma}}^{NE} [h_{i1}^e u_1^e + h_{i2}^e u_2^e + \dots + h_{iN^e}^e u_{N^e}^e] -$$

$$\sum_{\substack{e=1 \\ e \neq \sigma}}^{NE} [g_{i1}^e p_1^e + g_{i2}^e p_2^e + \dots + g_{iN^e}^e p_{N^e}^e] + [h_{i1}^\sigma u_1^\sigma + h_{i2}^\sigma u_2^\sigma + \dots + h_{iN^\sigma}^\sigma u_{N^\sigma}^\sigma] - u_i^\sigma (s_i^\sigma + \sum_{\substack{e=1 \\ e \neq \sigma}}^{NE} s_i^e) - [g_{i1}^\sigma p_1^\sigma + g_{i2}^\sigma p_2^\sigma + \dots + g_{iN^\sigma}^\sigma p_{N^\sigma}^\sigma]$$

com coeficientes de influência:

$$h_{im}^e = \int_{\Gamma_e} p_{n,n}^* \phi_m^e(\eta_1, \eta_2) |G| d\eta_1 d\eta_2$$

$$s_i^e = \int_{\Gamma_e} p_{n,n}^* |G| d\eta_1 d\eta_2$$

$$g_{im}^e = \int_{\Gamma_e} u_{n,n}^* \phi_m^e(\eta_1, \eta_2) |G| d\eta_1 d\eta_2$$

$m = 1..N^e$ valores nodais de u e p . Estes coeficientes são acumulados nas matrizes $H_{i,j}$ e $G_{i,j}$ para N nós funcionais:

$$-0.5p_i = \sum_{j=1}^N (\hat{H}_{i,j} u_j - \hat{S}_i \delta_{ij} u_j) - \sum_{j=1}^N \hat{G}_{i,j} p_j$$

$$\text{ou} \quad \sum_{j=1}^N H_{i,j} u_j = \sum_{j=1}^N G_{i,j} p_j$$

$$H_{ij} = \hat{H}_{i,j} - \hat{S}_i \delta_{ij} \quad G_{ij} = \hat{G}_{i,j} - .5\delta_{ij} \quad \hat{S}_i = \sum_{e=1}^{NE} s_i^e$$

sendo δ_{ij} o delta de Kronecker. $\mathbf{Hu} = \mathbf{Gp}$ formam matrizes cheias não simétricas com N equações correspondentes a $2N$ incógnitas de u e p .

INTEGRAIS SINGULARES

O cálculo dos coeficientes de influência no elemento Γ_e , $e \neq \sigma$, é feito diretamente, usando-se quadratura Gaussiana. No cálculo dos coeficientes de influência para o elemento Γ_σ temos um VPC que pode ser calculado como soma de PF em expansão de Taylor, em torno da singularidade $\xi' = \xi(\eta_1, \eta_2)$ e em coordenadas polares (ver A2), assim,

$$h_m^\sigma = \sum_{\Delta=1}^4 \left\{ \sum_{l=1}^{Nl} \left[\sum_{k=1}^{Nk} \left(F(\rho, \theta) - \frac{F_{-2}(\theta)}{\rho^2} \right) \right. \right.$$

$$\left. \left. \frac{F_{-1}(\theta)}{\rho} \right) \frac{\hat{\rho}}{2} \omega_\rho^k \right] \frac{\theta_f - \theta_i}{2} \omega_\theta^l \Big\} + \sum_{\Delta=1}^4 \left\{ \sum_{l=1}^{Nl} [F_{-1}(\theta) \ln \left| \frac{\hat{\rho}(\theta)}{\beta(\theta)} \right| - F_{-2}(\theta) \left(\frac{\gamma(\theta)}{\beta^2(\theta)} + \frac{1}{\hat{\rho}(\theta)} \right)] \frac{\theta_f - \theta_i}{2} \omega_\theta^l \right\}$$

Termos $F_{-2}(\theta)$, $F_{-1}(\theta)$, $\gamma(\theta)$, $\beta(\theta)$:

$$F(\rho, \theta) = p_{n,n}^* \phi_m |G| \rho = - \frac{\{3r_{,i} n_i(\xi) (r_k G_k) - G_i n_i(\xi)\} \phi_m \rho}{4\pi r^3}, \quad G_k = n_k G$$

Expansão de Taylor em coordenadas polares

$$r_{,i} = \frac{x_i - \xi_i}{r} = \frac{A_i}{A} + \rho \left(\frac{B_i}{A} - A_i \frac{A_k B_k}{A^3} \right) + o(\rho^2)$$

$$A_i = \frac{\partial x_i}{\partial \eta_1} \Big|_{\eta=\xi'} \cos \theta + \frac{\partial x_i}{\partial \eta_2} \Big|_{\eta=\xi'} \sin \theta$$

$$B_i = \frac{\partial^2 x_i}{\partial \eta_1^2} \Big|_{\eta=\xi'} \frac{\cos^2 \theta}{2} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial \eta_1 \partial \eta_2} \Big|_{\eta=\xi'} \sin \theta \cos \theta + \frac{\partial^2 x_i}{\partial \eta_2^2} \Big|_{\eta=\xi'} \frac{\sin^2 \theta}{2}$$

$$r^n = \rho^n A^n \left(1 + n\rho \frac{A_k B_k}{A^2} \right) + o(\rho^{n+2})$$

$$\frac{1}{r^3} = \frac{1}{\rho^3 A^3} - \frac{3A_k B_k}{\rho^2 A^5} + \frac{1}{\rho}$$

$$G_k = G_k(\xi') + \rho \left[\frac{\partial G_k}{\partial \eta_1} \Big|_{\eta=\xi'} \cos \theta + \frac{\partial G_k}{\partial \eta_2} \Big|_{\eta=\xi'} \sin \theta \right] + o(\rho^2)$$

$$= G_{K_0} + \rho G_{K_1} + o(\rho^2),$$

$$\phi^m = \phi^m(\xi') + \rho \left[\frac{\partial \phi^m}{\partial \eta_1} \Big|_{\eta=\xi'} \cos \theta + \frac{\partial \phi^m}{\partial \eta_2} \Big|_{\eta=\xi'} \sin \theta \right] + o(\rho^2)$$

$$= \phi_0^m + \rho \phi_1^m + o(\rho^2),$$

$$3r_{,i} n_i(\xi) (r_k G_k) - G_i n_i(\xi) =$$

$$\rho \left[3 \frac{A_i n_i(\xi)}{A^2} (B_k G_{k_0} + A_k G_{k_1}) - G_i n_i(\xi) \right] - G_{i_0} n_i(\xi).$$

$$T_1 = G_{i_0} n_i(\xi), \quad T_2 = A_i n_i(\xi),$$

$$T_3 = G_{i_1} n_i(\xi), \quad P = B_k G_{k_0} + A_k G_{k_1},$$

$$F(\rho, \theta) = -\frac{1}{4\pi} \left[\frac{-T_1 \phi_0^m}{\rho^2 A^3} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{3A_k B_k}{A^5} T_1 \phi_0^m + \right. \right.$$

$$\left. \left. \frac{1}{A^3} \left[3 \frac{T_2}{A^2} P \phi_0^m - T_3 \phi_0^m - T_1 \phi_1^m \right] \right) \right].$$

$$F_{-2}(\theta) = \frac{1}{4\pi} \frac{T_1 \phi_0^m}{A^3},$$

$$F_{-1}(\theta) = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{3A_k B_k}{A^5} T_1 \phi_0^m + \frac{1}{A^3} \left[3 \frac{T_2}{A^2} P \phi_0^m - T_3 \phi_0^m - T_1 \phi_1^m \right] \right).$$

Se $r = \epsilon$:

$$\epsilon = \rho A + \rho^2 \frac{A_k B_k}{A} + o(\rho^2),$$

$$\rho = \alpha(\epsilon, \theta) = \frac{\epsilon}{A} - \epsilon^2 \frac{A_k B_k}{A^4} + o(\epsilon^3)$$

$$= \epsilon\beta(\theta) + \epsilon^2\gamma(\theta) + o(\epsilon^3).$$

A e B são módulos dos vetores cujas componentes são A_i e B_i .

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO E VERIFICAÇÃO

A validade da formulação é verificada em exemplos clássicos. Para o problema de distribuição da temperatura nos contornos laterais do cubo mostrado na Figura 4. Temos como condições de contorno: potencial de temperatura $U = 0$ e $U = 300$ nas faces 3 e 6 respectivamente, fluxo normal de temperatura $P_n = 0$ nas faces 1, 2, 4 e 5. Para o exemplo usam-se elementos planos quadrangulares constantes. Os resultados obtidos são comparados com os resultados da formulação clássica conforme mostrado na Figura 5.

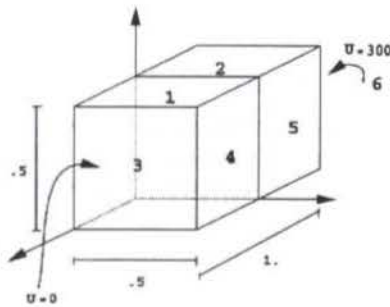


Figura 4: Discretização do corpo.

Um outro exemplo, que é apresentado para testar ele-

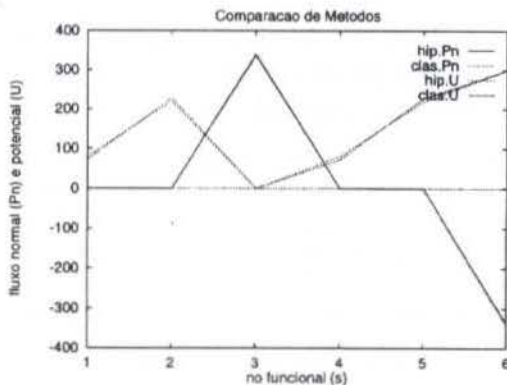


Figura 5: Elementos constantes.

mentos curvos quadrangulares, consiste do tubo cilíndrico circular, mostrado na Figura 6. Neste exemplo pretende-se calcular o fluxo normal P_n que atravessa os dois contornos dos cilindros concêntricos. Como condições de contorno temos um potencial de temperatura constante $U = 100$ no cilindro interno, e, um outro potencial de temperatu-

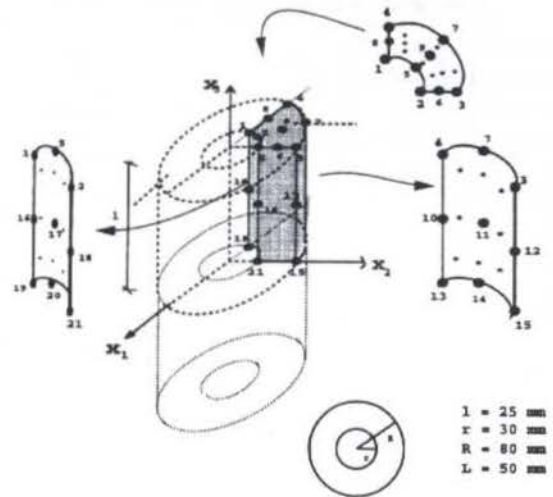


Figura 6: Discretização do cilindro.

ra constante $U = 0$ no cilindro externo. O problema é axissimétrico tendo sido discretizado apenas a oitava parte da circunferência e metade da altura. Na Figura 7 é apresentado a comparação dos resultados obtidos com a formulação clássica e com a formulação hipersingular, para aproximações funcionais constantes lineares e quadráticas respectivamente.

CONCLUSÕES

A formulação em termos de VPC permite regularizar as integrais singulares depois da discretização como PF com a expansão de Taylor em coordenadas polares em torno da singularidade. Portanto, obteve-se uma formulação semi-regularizada antes da discretização. Esta formulação permite calcular diretamente a PF (depois da discretização) sem a necessidade de calcular termos livres, como em outras formulações.

Os resultados da formulação clássica e hipersingular são praticamente os mesmos, validando portanto os procedimentos desenvolvidos aqui.

Referências

- [1] Brandão M.P. (1987), Improper Integrals in Theoretical Aerodynamics: The Problem Revisited, AIAA Journal 25, 1258-1260.
- [2] Hadamard J. (1923), Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations, Yale Univ. Press, New Haven, USA.
- [3] Kutt H.R. (1975), The Numerical Evaluation of Principal Value Integrals by Finite-Part Integration, Numer. Math. 24, 205-210.

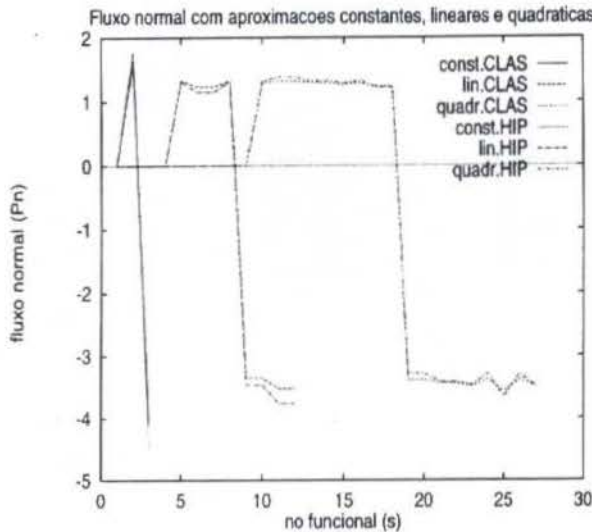


Figura 7: Comparação de resultados, Class-Hiper.

- [4] M. Guiggiani, G. Krishnashamy, Rudolphi, F.J. Rizzo (1992), A general Algorithm for the Numerical Solution of Hiper-singular Boundary Integral equations. Transactions of the ASME, Vol. 59.
- [5] Mansur W.J., Fleury Jr., Azevedo, J.P.S (1996), A Novel Approach to the Hiper-singular BEM Formulation for Laplace's Equation, Research Report EC-RH001/96, COPPE-UFRJ.
- [6] V. Mantic and F. Paris (1995), On Free Terms and Singular Integrals In Isotropic and Anisotropic Potential Theory. Computational Mechanics'95, Proc. Int. Conf. Comput. Engng Sci., ed. S. N. Atluri, G. Yagawa and T. A. Cruse. Springer Verlag, Berlin, 1995, pp. 2806-11.
- [7] Masataka Tanaka, Vladimir Sladek e Jan Sladek (1994), Regularization Techniques Applied to Boundary Element Methods. ASME, Appl. mech. Rev. vol 47, no 10.

APENDICE

A1. Na esfera de raio ϵ temos que qualquer ponto do contorno da esfera em coordenadas esféricas está dado por

$$x = (\epsilon \sin \phi \cos \theta, \epsilon \sin \phi \sin \theta, \epsilon \cos \phi)$$

$$n(x) = (\sin \phi \cos \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \phi)$$

ou, na sua forma vetorial, com vetores unitários $n(\xi)$, $\tau_1(\xi)$, $\tau_2(\xi)$, e origem do sistema em ξ ,

$$n(x) = \tau_1(\xi) \sin \phi \cos \theta + \tau_2(\xi) \sin \phi \sin \theta + n(\xi) \cos \phi$$

$$(\nabla_x u(\xi) \cdot n(x)) = (\nabla_x u(\xi) \cdot \tau_1(\xi) \cos \theta +$$

$$\tau_2(\xi) \sin \theta) \sin \phi + (\nabla_x u(\xi) \cdot n(\xi)) \cos \phi$$

e

$$(n(x) \cdot n(\xi)) = \cos \phi$$

Então, integrando em $\bar{\Gamma}_\epsilon$, tem-se

$$\int_{\bar{\Gamma}_\epsilon} (\nabla_x u(\xi) \cdot n(x))(n(x) \cdot n(\xi)) =$$

$$2\pi \int_0^{\phi_\epsilon} p_n(\xi) \epsilon^2 \cos^2 \phi \sin \phi d\phi$$

pois $0 < \theta < \pi$, $0 < \phi < \phi_\epsilon$, e, $(A, B, C) \cdot (\cos \phi, \sin \phi, 0) = 0$ ($(A, B, C) = \nabla_x u(\xi)$ em coordenadas polares), sendo avaliada nos limites de integração.

A2. AVALIAÇÃO DE INTEGRAIS HIPERSINGULARES

Uma das integrais singulares a avaliar é do seguinte tipo:

$$h_m^\sigma = PF \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 p_{n,n}^* \phi_m(\eta_1, \eta_2) |G| d\eta_1 d\eta_2$$

Colocamos PF devido à existência do VPC. Fazendo uma transformação de coordenadas, em coordenadas polares (ρ, θ) centradas em $\xi' = \xi(\eta_1, \eta_2)$ (imagem de ξ)

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \xi'_1 + \rho \cos \theta \\ \eta_2 &= \xi'_2 + \rho \sin \theta \end{aligned} \right\} d\eta_1 d\eta_2 = \rho d\rho d\theta$$

então temos

$$h_m^\sigma = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} \int_{\alpha(\epsilon, \theta)}^{\hat{\rho}(\theta)} F(\rho, \theta) d\rho d\theta \quad (7)$$

$$F(\rho, \theta) = p_{n,n}^* \phi_m |G| = o(\rho^{-2})$$

$\rho = \alpha(\epsilon, \theta)$ equação em coordenadas polares de σ_ϵ .

$\rho = \hat{\rho}(\theta)$ equação em coordenadas polares do contorno externo do domínio Γ_σ

σ_ϵ imagem de Γ_ϵ nas coordenadas paramétricas. Expandindo em séries de Taylor a função F fica na forma:

$$F(\rho, \theta) = \frac{F_{-2}(\theta)}{\rho^2} + \frac{F_{-1}(\theta)}{\rho} + o(1) \quad (8)$$

Da mesma forma expandimos ρ entorno da origem

$$\rho = \alpha(\epsilon, \theta) = \epsilon \beta(\theta) + \epsilon^2 \gamma(\theta) + o(\epsilon^3)$$

Adicionando e subtraindo os dois primeiros termos de (8) em (7) obtemos:

$$h_m^\sigma = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_0^{2\pi} \int_{\alpha(\epsilon, \theta)}^{\hat{\rho}(\theta)} \left[F(\rho, \theta) - \left(\frac{F_{-2}(\theta)}{\rho^2} + \frac{F_{-1}(\theta)}{\rho} \right) \right] d\rho d\theta + \int_0^{2\pi} \int_{\alpha(\epsilon, \theta)}^{\hat{\rho}(\theta)} \frac{F_{-1}(\theta)}{\rho} d\rho d\theta \right.$$

$$+ \int_0^{2\pi} \int_{\alpha(\epsilon, \theta)}^{\widehat{\rho}(\theta)} \frac{F_{-2}(\theta)}{\rho^2} d\rho d\theta \Big\} = I_0 + I_1 + I_2$$

I_0 é regular e pode ser avaliado diretamente por quadratura de Gauss ou outro esquema de integração numérica;

$$\begin{aligned} I_1 &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} F_{-1}(\theta) [\ln \widehat{\rho}(\theta) - \ln \alpha(\epsilon, \theta)] d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} F_{-1}(\theta) \ln \widehat{\rho}(\theta) d\theta - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} F_{-1}(\theta) \ln |\epsilon \beta(\theta)| d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} F_{-1}(\theta) \ln \left| \frac{\widehat{\rho}(\theta)}{\beta(\theta)} \right| d\theta \\ I_2 &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} F_{-2}(\theta) \left[-\frac{1}{\widehat{\rho}(\theta)} + \frac{1}{\alpha(\epsilon, \theta)} \right] d\theta \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{F_{-2}(\theta)}{\epsilon \beta(\theta)} \left(1 - \frac{\epsilon \gamma(\theta)}{\beta(\theta)} \right) d\theta - \int_0^{2\pi} \frac{F_{-2}(\theta)}{\widehat{\rho}(\theta)} d\theta \right\} \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} \int_0^{2\pi} \frac{F_{-2}(\theta)}{\beta(\theta)} d\theta - \int_0^{2\pi} F_{-2}(\theta) \left[\frac{\gamma(\theta)}{\beta^2(\theta)} + \frac{1}{\widehat{\rho}(\theta)} \right] d\theta \\ &= - \int_0^{2\pi} F_{-2}(\theta) \left[\frac{\gamma(\theta)}{\beta^2(\theta)} + \frac{1}{\widehat{\rho}(\theta)} \right] d\theta \end{aligned}$$

Tanto I_1 como I_2 podem ser avaliados equivalentemente como integrais unidimensionais regulares. Observa-se que os graus das singularidades das partes divergentes diminuem em uma ordem, quando comparado com os graus das singularidades das integrais singulares iniciais (ρ^{-1} , ρ^{-2}). Portanto, a fórmula final para integrais hipersingulares é dada de uma maneira geral por:

$$\begin{aligned} h_m^\sigma &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\widehat{\rho}(\theta)} \left[F(\rho, \theta) - \left(\frac{F_{-2}(\theta)}{\rho^2} + \frac{F_{-1}(\theta)}{\rho} \right) \right] d\rho d\theta \\ &+ \int_0^{2\pi} \left[F_{-1}(\theta) \ln \left| \frac{\widehat{\rho}(\theta)}{\beta(\theta)} \right| - F_{-2}(\theta) \left(\frac{\gamma(\theta)}{\beta^2(\theta)} + \frac{1}{\widehat{\rho}(\theta)} \right) \right] d\theta. \end{aligned}$$

ABSTRACT

A direct hipersingular BEM formulation for Laplace's equation is studied in this paper. The boundary integral equations are presented in the Cauchy principal values (CPV) sense, and the procedure required to consider such CPV as contributions of finite parts, in the neighborhood of singularities, is presented. The kernel regularization is carried out in the parametric plane through a Taylor series expansion using polar coordinates.

UMA COMPARAÇÃO DO MÉTODO DE ORDENADAS DISCRETAS COM OUTRAS TÉCNICAS PARA A SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE TRANSPORTE UNIDIMENSIONAL

Antônio J. Silva Neto^{1,2} e Nilson C. Roberty²

¹Instituto Politécnico - UERJ, C.P. 97282, 28601-970, Nova Friburgo, RJ
e-mail: ajsneto@iprj.uerj.br

²Programa de Engenharia Nuclear - COPPE/UF RJ, C.P. 68509, 21945-970, RJ
e-mail: nilson@lmm.con.ufrj.br

RESUMO

A análise de problemas inversos em meios participantes, onde ocorre emissão, absorção e espalhamento de radiação, possui várias aplicações em engenharia e medicina, como por exemplo: transferência de calor por radiação térmica, transporte de nêutrons em reatores nucleares e tomografia computadorizada. Em diversas técnicas desenvolvidas para a solução de problemas inversos, o primeiro passo consiste na solução dos respectivos problemas diretos. Neste trabalho é feita uma comparação do método de ordenadas discretas com o método de expansão em esféricos harmônicos e com o método de Galerkin, para a solução da equação linearizada de Boltzmann em geometria unidimensional e com simetria azimutal.

INTRODUÇÃO

Diferentes tipos de radiação, tais como partículas neutras, raios gama e fótons, têm sido usados para a identificação de objetos tanto na indústria, em ensaios não-destrutivos, quanto na medicina, para diagnóstico e terapia. Quando o espalhamento no meio não é considerado, o processamento dos dados e a reconstrução de imagens são simplificados, sendo caracterizados por problemas de solução numérica mais simples. Quando o espalhamento não pode ser desprezado, como por exemplo em *Near Infrared Optical Tomography* (NIROT), o modelo de reconstrução é mais complexo, estando no mesmo contexto do transporte de partículas neutras em reatores nucleares e da transferência de calor por radiação térmica em meios participantes, onde os fenômenos físicos relevantes (absorção, emissão e espalhamento) são modelados pela equação linearizada de Boltzmann, ou equação de transporte (Silva Neto e Roberty, 1998a).

Diversas técnicas analíticas e numéricas têm sido propostas para a solução da equação de transporte, como por exemplo, método de expansão em esféricos harmônicos (P_N), método de ordenadas discretas (S_N), método de Galerkin, base global, métodos de Monte Carlo, e mais recentemente, método F_N (Siewert, 1978) e método YIX (Tan e Howell, 1990), entre outros. Efimov et al. (1997) investigaram em trabalho recente alguns aspectos matemáticos relevantes envolvendo esta equação. A busca por métodos eficientes e precisos para a solução deste problema continua sendo uma área de pesquisa intensa (Pessoa Filho e Thynell, 1994, Haggag et al., 1997, Cardona e Vilhena, 1997, Zabada et al., 1997, Park e Kim, 1997, Vilhena et al., 1998, Barros et al., 1998).

Com o aumento da disponibilidade e da velocidade de processamento de computadores digitais nas últimas décadas, vários pesquisadores têm voltado a atenção para o método de ordenadas discretas (Truelove, 1987, 1988, Fiveland, 1984, 1988). O interesse atual neste método pode ser comprovado pelo elevado número de trabalhos recentes sobre o assunto, em aplicações envolvendo tanto radiação polarizada (Haferman et al., 1997), quanto radiação não polarizada (Lee e Viskanta, 1997, Selçuk e Kayakol, 1997, Chalhoub, 1997, Sakami et al., 1998).

Este método apresenta como vantagem a facilidade de programação, e como principal desvantagem o efeito raio (*ray effect*), que já é conhecido há algum tempo (Lathrop, 1968), mas que ainda é objeto de estudo (Chai et al., 1993). Este assunto não será tratado neste trabalho.

Um dos autores deste trabalho empregou o método de expansão em esféricos harmônicos (P_N) e o método de Galerkin na solução da equação de transporte para a análise de problemas inversos envolvendo transferência de calor por radiação térmica (Silva Neto e Özisik, 1992, 1995) e o modo combinado condução-radiação (Silva Neto e Özisik, 1993). Neste trabalho é feita uma breve comparação destes métodos com o método de ordenadas discretas (S_N). Esta comparação serve como um primeiro indicador na seleção das técnicas que serão usadas pelos autores para o tratamento do problema em dimensões superiores (2D e 3D), para a abordagem fonte-detector na solução de problemas inversos em meios participantes (Silva Neto e Roberty, 1998).

MÉTODO P_N

Silva Neto e Özisik (1992, 1995) utilizaram o método P_N de alta ordem para a solução do problema de transporte de radiação térmica com simetria azimutal, em um meio unidimensional, cinza, espalhador anisotrópico, com superfícies externas transparentes, sujeito à radiação isotrópica em uma destas superfícies. A formulação matemática deste problema é dada por

$$\mu \frac{\partial I(\tau, \mu)}{\partial \tau} + I(\tau, \mu) = \frac{w}{2} \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') I(\tau, \mu') d\mu' \quad \text{em } 0 < \tau < \tau_0, \quad -1 \leq \mu \leq 1 \quad (1a)$$

$$I(0, \mu) = 1, \quad \mu > 0 \quad (1b)$$

$$I(\tau_0, \mu) = 0, \quad \mu < 0 \quad (1c)$$

onde I é a intensidade da radiação, τ é a variável ótica, μ é o co-seno do ângulo polar, ou seja, co-seno do ângulo do feixe de radiação com o eixo τ , w é o albedo de espalhamento simples e

τ_0 é a espessura ótica do meio. Aqui é considerado que a emissão é desprezível frente à radiação externa que entra no meio pela superfície $\tau = 0$. Para a função de fase é feita uma expansão em Polinômios de Legendre

$$p(\mu, \mu') = \sum_{n=0}^M (2n+1) f_n P_n(\mu) P_n(\mu') \quad (2)$$

onde f_n são os coeficientes da expansão com $f_0 = 1$.

Usando a aproximação P_N de alta ordem (Benassi et al., 1983), a intensidade da radiação refletida em $\tau = 0$, ou seja, para $\mu < 0$, e a radiação transmitida em $\tau = \tau_0$, ou seja, para $\mu > 0$, são dadas por

$$I(0, -\mu) = \frac{w}{2} \sum_{n=0}^N (2n+1) f_n P_n(\mu) \sum_{j=1}^J \xi_j \times [(-1)^n A_j S(\tau_0; \mu, \xi_j) + B_j C(\tau_0; \mu, \xi_j)] g_n(\xi_j) \quad \mu > 0 \quad (3)$$

$$I(\tau_0, \mu) = e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} + \frac{w}{2} \sum_{n=0}^N (2n+1) f_n P_n(\mu) \sum_{j=1}^J \xi_j \times [A_j C(\tau_0; \mu, \xi_j) + (-1)^n B_j S(\tau_0; \mu, \xi_j)] g_n(\xi_j) \quad \mu > 0 \quad (4)$$

onde

$$C(\tau_0; \mu, \xi_j) = \frac{e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} - e^{-\frac{\tau_0}{\xi_j}}}{\mu - \xi_j} \quad (5a)$$

$$S(\tau_0; \mu, \xi_j) = \frac{1 - e^{-\frac{\tau_0}{\mu} \frac{\xi_j}{\mu}}}{\mu + \xi_j} \quad (5b)$$

$$J = \frac{N+1}{2} \quad (5c)$$

$g_n(\xi_j)$ são os polinômios de Chandrasekhar, ξ_j são os autovalores e A_j e B_j são calculados aplicando as condições de contorno de Marshak (1947) em $\tau = 0$ e $\tau = \tau_0$. O cálculo preciso dos polinômios de Chandrasekhar (García e Siewert, 1990), bem como dos autovalores, é fundamental, dado que a qualidade da solução obtida está diretamente relacionada à precisão com que estes elementos são calculados.

Para o cálculo dos polinômios, Silva Neto e Özisik (1992, 1995) usaram a fórmula de recorrência

$$(n+1) g_{n+1}(\xi_j) = h_n \xi_j g_n(\xi_j) - n g_{n-1}(\xi_j) \quad (6)$$

com $g_0(\xi_j) = 1$, onde

$$h_n = (2n+1)(1 - \omega f_n) \quad , \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

Os autovalores ξ_j , $j = 1, 2, \dots, J$, são as J soluções positivas do problema de autovalores

$$\frac{n(n-1)}{h_n h_{n-1}} g_{n-2}(\xi) + \frac{1}{h_n} \left[\frac{(n+1)^2}{h_{n+1}} + \frac{n^2}{h_{n-1}} \right] g_n(\xi) + \frac{(n+2)(n+1)}{h_{n+1} h_n} g_{n+2}(\xi) = \xi^2 g_n(\xi) \quad (8)$$

para $n = 0, 2, \dots, N-1$, com a condição de truncamento $g_{N+1}(\xi_j) = 0$.

MÉTODO DE GALERKIN

Silva Neto e Özisik (1993) utilizaram o método de Galerkin, base global, para a solução do transporte de radiação térmica em um problema acoplado condução-radiação em um meio unidimensional emissor, absorvedor e espalhador isotrópico, também com superfícies externas transparentes, estando uma delas sujeita a uma fonte externa de radiação isotrópica. A formulação matemática deste problema é dada por

$$\mu \frac{\partial I(\tau, \mu)}{\partial \tau} + I(\tau, \mu) = R(\Theta) + \frac{w}{2} \int_{-1}^1 I(\tau, \mu') d\mu' \quad \text{em } 0 < \tau < \tau_0, -1 \leq \mu \leq 1 \quad (9a)$$

$$I(0, \mu) = 1, \quad \mu > 0 \quad (9b)$$

$$I(\tau_0, \mu) = 0, \quad \mu < 0 \quad (9c)$$

onde o termo fonte é escrito como

$$R(\Theta) = (1-w) \Theta^4 \quad (10)$$

onde Θ é a temperatura adimensional calculada a partir da equação de condução do calor, com o termo fonte proporcional à radiação incidente definida por

$$G(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I(\tau, \mu) d\mu \quad (11)$$

e as condições de contorno $\Theta(0) = 1$ e $\Theta(\tau_0) = \Theta_2$.

A Eq.(9a) é escrita na forma integral

$$\mathcal{A}G(\tau) = G(\tau) - Y(\tau) - \frac{w}{2} \int_{\tau=0}^{\tau_0} E_1(1\tau - \tau') G(\tau') d\tau' = 0 \quad (12)$$

onde

$$Y(\tau) = \frac{1}{2} [E_2(\tau) + \Theta_2^4(\tau) E_2(\tau_0 - \tau) + \int_{\tau=0}^{\tau_0} R(\tau') E_1(1\tau - \tau') d\tau'] \quad (13)$$

e $E_n(\tau)$ são as funções integrais exponenciais

$$E_n(\tau) = \int_0^1 e^{-\frac{\tau}{\mu}} \mu^{n-2} d\mu \quad (14)$$

A radiação incidente é representada como uma série de potências

$$G(\tau) = \sum_{n=0}^L c_n \tau^n \quad (15)$$

e o problema (12) é reduzido então à determinação dos coeficientes c_n . Para determiná-los é aplicado o método de Galerkin (Özisik e Yener, 1982, Thynell e Özisik, 1985),

$$\int_0^{\tau_0} \mathcal{A}G(\tau) \tau^m d\tau = \int_0^{\tau_0} \mathcal{L} \left(\sum_{n=0}^L c_n \tau^n \right) \tau^m d\tau = 0 \quad m = 0, 1, 2, \dots, L \quad (16)$$

obtendo-se então

$$\sum_{n=0}^L c_n b_{mn} = d_m, \quad m = 0, 1, 2, \dots, L \quad (17)$$

onde

$$b_{mn} = \frac{\tau_0^{n+m+1}}{n+m+1} - \frac{w}{2} T_{mn} \quad (18a)$$

$$d_m = \frac{1}{2} \{ T_m + \Theta_2^+ T_m^* + \int_{\tau=0}^{\tau_0} \int_{\tau'=0}^{\tau_0} R(\tau') E_1(|\tau - \tau'|) \tau^m d\tau' d\tau \} \quad (18b)$$

$$T_{mn} = \int_{\tau=0}^{\tau_0} \int_{\tau'=0}^{\tau_0} E_1(|\tau - \tau'|) \tau'^n \tau^m d\tau' d\tau \quad (18c)$$

$$T_m = \int_{\tau=0}^{\tau_0} E_2(\tau) \tau^m d\tau \quad (18d)$$

$$T_m^* = \int_{\tau=0}^{\tau_0} E_2(\tau_0 - \tau) \tau^m d\tau \quad (18e)$$

Para o cálculo das integrais envolvendo as funções integrais exponenciais com um grau de precisão adequado, é necessário um esforço computacional significativo, tendo sido publicados trabalhos especificamente sobre este assunto (Thynell e Özisik, 1985a).

Para a obtenção dos coeficientes c_n é resolvido então o sistema de equações algébricas lineares (17). As intensidades da radiação em $\tau = 0$ e $\tau = \tau_0$ são calculadas usando a radiação incidente $G(\tau)$:

$$I(0, -\mu) = w \int_0^{\tau_0} \frac{1}{\mu} e^{\frac{\tau'}{\mu}} G(\tau') d\tau' \quad \mu > 0 \quad (19)$$

$$I(\tau_0, \mu) = e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} + w \int_0^{\tau_0} \frac{1}{\mu} e^{-\frac{(\tau_0 - \tau')}{\mu}} G(\tau') d\tau' \quad \mu > 0 \quad (20)$$

MÉTODO DAS ORDENADAS DISCRETAS - S_N

Neste trabalho será considerado o mesmo problema descrito pelas Eqs.(1), para o caso particular de espalhamento isotrópico, ou seja, $p(\mu, \mu') = 1$.

A parte espacial da Eq.(1a) é aproximada por diferenças finitas e o termo de *in-scattering*, no lado direito da mesma equação, é aproximada por uma quadratura Gaussiana.

Usando a discretização dos domínios espacial e angular mostrada na Fig. 1 e a notação de Duderstadt e Martin (1979), o problema (1) com espalhamento isotrópico é resolvido com um procedimento iterativo onde são realizadas seqüencialmente uma marcha para frente

$$I_m^{i+1/2} = \frac{1 - \frac{\Delta\tau}{2\mu_m}}{1 + \frac{\Delta\tau}{2\mu_m}} I_m^{i-1/2} + \frac{q_i}{\frac{\mu_m}{\Delta\tau} + \frac{1}{2}} \quad (21)$$

$i = 1, 2, \dots, N, \quad m = 1, 2, \dots, \frac{M}{2} \quad (\mu > 0)$

com a imposição da condição de contorno

$$I_m^{1/2} = 1, \quad m = 1, 2, \dots, \frac{M}{2} \quad (\mu > 0) \quad (22)$$

e uma marcha para trás

$$I_m^{i-1/2} = \frac{1 + \frac{\Delta\tau}{2\mu_m}}{1 - \frac{\Delta\tau}{2\mu_m}} I_m^{i+1/2} + \frac{q_i}{-\frac{\mu_m}{\Delta\tau} + \frac{1}{2}} \quad i = N, N-1, \dots, 1,$$

$$m = \frac{M}{2} + 1, \frac{M}{2} + 2, \dots, M \quad (\mu < 0) \quad (23)$$

com a imposição da condição de contorno

$$I_m^{N+1/2} = 0, \quad m = \frac{M}{2} + 1, \frac{M}{2} + 2, \dots, M \quad (\mu < 0) \quad (24)$$

onde

$$\Delta\tau = \frac{\tau_0}{N} \quad (25)$$

$$q^i = \frac{w}{2} \sum_{n=1}^M a_n I_n^i \quad (26)$$

$$I_m^i = \frac{I_m^{i+1/2} + I_m^{i-1/2}}{2} \quad (27)$$

i representa a discretização espacial e m representa a malha angular, com $m = 1, 2, \dots, \frac{M}{2}$ para $\mu_m > 0$ e $m = \frac{M}{2} + 1, \frac{M}{2} + 2, \dots, M$ para $\mu_m < 0$.

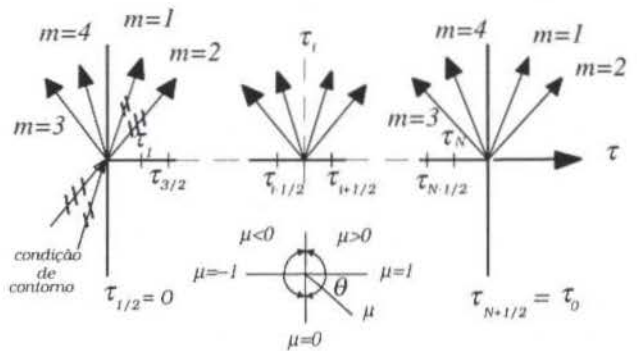


Figura 1 - Discretização espacial e angular considerando a aproximação com $M = 4$ (S_4)

O procedimento iterativo é interrompido quando

$$\frac{|I_m^{k+1} - I_m^k|}{I_m^k} < \varepsilon \quad (28)$$

onde k é o contador de iterações e ε é uma tolerância definida a priori.

Tanto a discretização espacial quanto a discretização angular do problema (1) continuam sendo objeto de pesquisa (Fiveland, 1987, 1991, Box et al., 1993, Fiveland e Jessee, 1994, Chai et al., 1994, Barros, 1997, Moura et al., 1997).

RESULTADOS

Na Tabela 1 é apresentada uma comparação dos resultados obtidos para o problema (1) com espalhamento isotrópico no meio, utilizando o método de ordenadas discretas (S_N) e o método P_N . São mostrados os valores para a intensidade da radiação que sai do meio em $\tau = 0$. Para o método S_N foi usada uma quadratura Gauss-Legendre com $N = 10$, ou seja S_{10} , e o domínio espacial foi discretizado em 1000 intervalos, ou seja, $N = 1000$. A diferença percentual, apresentada nas Tabelas 1 e 3, é calculada dividindo a diferença dos valores das intensidades pela média destes valores, tendo sido adotados como referência os valores calculados pelo método P_N . Os pontos de colocação μ_n e os pesos a_n são mostrados na Tabela 2.

Tabela 1 - Intensidade da radiação $I(0, \mu)$, $\mu < 0$

(a) $\tau_0 = 1,0$

w	μ	S_{10}	P_{99}	Diferença
0,9	μ_{10}	0,547808	0,544185	0,66 %
	μ_9	0,419978	0,418187	0,43 %
	μ_8	0,339277	0,338295	0,29 %
	μ_7	0,294449	0,293569	0,30 %
	μ_6	0,272953	0,272251	0,26 %
0,5	μ_{10}	0,226501	0,223106	1,51 %
	μ_9	0,161967	0,160254	1,06 %
	μ_8	0,128101	0,127021	0,85 %
	μ_7	0,110210	0,109289	0,84 %
	μ_6	0,101790	0,100997	0,78 %
0,1	μ_{10}	0,037150	0,036347	2,2 %
	μ_9	0,025290	0,024904	1,5 %
	μ_8	0,019699	0,019455	1,2 %
	μ_7	0,016840	0,016636	1,2 %
	μ_6	0,015511	0,015334	1,1 %

(b) $\tau_0 = 5,0$

w	μ	S_{10}	P_{99}	Diferença
0,9	μ_{10}	0,612457	0,609221	0,53 %
	μ_9	0,524701	0,522787	0,37 %
	μ_8	0,469573	0,468228	0,29 %
	μ_7	0,435451	0,434389	0,24 %
	μ_6	0,417702	0,416637	0,26 %
0,5	μ_{10}	0,229807	0,226444	1,47 %
	μ_9	0,170952	0,165808	3,05 %
	μ_8	0,141531	0,140390	0,81 %
	μ_7	0,125546	0,124573	0,78 %
	μ_6	0,117809	0,116957	0,73 %
0,1	μ_{10}	0,037203	0,036402	2,20 %
	μ_9	0,025869	0,025482	1,51 %
	μ_8	0,020748	0,020500	1,20 %
	μ_7	0,018099	0,017892	1,15 %
	μ_6	0,016849	0,016668	1,08 %

Tabela 2 - Pontos de colocação e pesos para quadratura Gauss-Legendre com $N=10$

μ	a
$\mu_1 = -\mu_{10} = 0,14887 43389$	0,29552 42247
$\mu_2 = -\mu_9 = 0,43339 53941$	0,26926 67193
$\mu_3 = -\mu_8 = 0,67940 95682$	0,21908 63625
$\mu_4 = -\mu_7 = 0,86506 33666$	0,14945 13491
$\mu_5 = -\mu_6 = 0,97390 65285$	0,06667 13443

Apesar da malha usada com o método S_N não ser extremamente refinada, é observada uma boa concordância com os resultados obtidos com o método P_N de alta ordem, P_{99} .

Deve ser mencionado que o esforço computacional, tanto de

Tabela 3 - Intensidade da radiação $I(\tau_0, \mu)$, $\mu > 0$

(a) $\tau_0 = 1,0$

w	μ	S_{10}	$P_N^{(1)}$	Diferença	Galerkin	Diferença
0,9	μ_1	0,243832	0,245622	0,73 %	0,245492	0,68 %
	μ_2	0,382477	0,382962	0,13 %	0,383024	0,14 %
	μ_3	0,490468	0,490317	0,03 %	0,490609	0,03 %
	μ_4	0,553768	0,553725	0,008 %	0,553814	0,008 %
	μ_5	0,584801	0,584590	0,04 %	0,584777	0,004 %
0,5	μ_1	0,078461	0,079139	0,86 %	0,078784	0,41 %
	μ_2	0,195143	0,195076	0,03 %	0,195076	0,03 %
	μ_3	0,319731	0,319219	0,16 %	0,319491	0,08 %
	μ_4	0,398149	0,397798	0,09 %	0,397897	0,06 %
	μ_5	0,437558	0,437061	0,11 %	0,437276	0,06 %
0,1	μ_1	0,011614	0,011607	0,06 %	0,011648	0,29 %
	μ_2	0,113028	0,113040	0,01 %	0,113009	0,02 %
	μ_3	0,242484	0,242409	0,03 %	0,242424	0,02 %
	μ_4	0,326817	0,326733	0,03 %	0,326776	0,01 %
	μ_5	0,369693	0,369618	0,02 %	0,369634	0,02 %

⁽¹⁾Para $w = 0,9$ e $w = 0,5$ foi usado P_{99} . Para $w = 0,1$ foi usado P_{175} .

Tabela 3 - Intensidade da radiação $I(\tau_0, \mu)$, $\mu > 0$ (continuação)(b) $\tau_0 = 5,0$

w	μ	S_{10}	$P_N^{(1)}$	Diferença	Galerkin	Diferença
0,9	μ_1	0,026573	0,0267496	0,66 %	0,026753	0,68 %
	μ_2	0,038912	0,0390013	0,23 %	0,038994	0,21 %
	μ_3	0,052273	0,0523604	0,17 %	0,052310	0,07 %
	μ_4	0,065331	0,0653655	0,05 %	0,065344	0,02 %
	μ_5	0,074351	0,0743944	0,06 %	0,074346	0,007 %
0,5	μ_1	0,001181	0,001184	0,28 %	0,001187	0,47 %
	μ_2	0,001923	0,001927	0,20 %	0,001923	0,02 %
	μ_3	0,003897	0,003939	1,06 %	0,003895	0,06 %
	μ_4	0,007931	0,007950	0,24 %	0,007925	0,08 %
	μ_5	0,011816	0,011868	0,44 %	0,011806	0,08 %
0,1	μ_1	0,000074	0,000074	0,34 %	0,000068	7,9 %
	μ_2	0,000134	0,000134	0,13 %	0,000134	0,15 %
	μ_3	0,000887	0,000888	0,13 %	0,000887	0,02 %
	μ_4	0,003512	0,003511	0,01 %	0,003511	0,02 %
	μ_5	0,006442	0,006441	0,02 %	0,006440	0,03 %

⁽¹⁾Para $w = 0,9$ e $w = 0,5$ foi usado P_{99} . Para $w = 0,1$ foi usado P_{175} .

programação quanto de tempo de máquina, é muito maior com o método P_N .

As maiores discrepâncias são observadas quando o albedo de espalhamento é pequeno, ou seja, quando a absorção é dominante e a intensidade da radiação que sai do meio apresenta valores mais baixos. Nestes casos pode ser necessária uma aproximação P_N de ordem mais alta, bem como um maior refinamento na malha espacial para o método S_N . Alguns experimentos numéricos mostraram que o uso de outras quadraturas no método S_N , tanto na ordem N , quanto nos pesos e pontos de colocação para uma mesma ordem, permitiram a obtenção de resultados ainda mais precisos. Estes experimentos não serão mostrados aqui.

Na Tabela 3 é apresentada uma comparação para o mesmo caso-exemplo, com os métodos S_N , P_N e Galerkin base global. São mostrados os valores para a radiação que sai do meio em $\tau = \tau_0$. Para o método de Galerkin foi usada a série de potências até o termo $L = 20$. Para os outros métodos foram mantidos os parâmetros usados anteriormente, à exceção do método P_N onde foi usada uma aproximação de mais alta ordem, P_{175} , para o caso $w = 0,1$. É observada a boa concordância dos resultados obtidos com os três métodos. O método de Galerkin demanda um tempo de CPU alto, menor do que aquele para o método P_N , e significativamente maior do que aquele para o método S_N .

CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

Conforme mostrado na seção anterior os resultados obtidos com os três métodos estão em boa concordância. O método S_N é de fácil implementação computacional. Os autores estão desenvolvendo uma metodologia para a solução de problemas inversos de transporte em meios participantes. Esta metodologia exigirá a disponibilidade de uma técnica que dê resultados precisos para o problema direto com valores razoáveis para o tempo de CPU. Além disso serão analisados problemas em duas e três dimensões. Conforme pode ser inferido nas descrições sucintas de cada método apresentadas anteriormente, o método S_N é aquele que se mostra mais promissor para uma

implementação deste tipo. Para o tratamento de geometrias irregulares será analisada a discretização por elementos finitos.

REFERÊNCIAS

- Barros, R. C., 1997, "On the Equivalence of Discontinuous Finite Element Methods and Discrete Ordinates Methods for the Angular Discretization of the Linearized Boltzmann Equation in Slab Geometry", *Ann. Nuclear Energy*, Vol. 24, No. 13, pp. 1013-1026.
- Barros, R. C., Yavuz, M., Abreu, M. P., Alves Filho, H. e Mello, J. A. M., 1998, "Progress in Spectral Nodal Methods Applied to Discrete Ordinates Transport Problems", *Progress in Nuclear Energy*, Vol. 33, No. 1/2, pp. 117-154.
- Benassi, M., Cotta, R. M. e Siewert, C. E., 1983, "The P_N Method for Radiative Transfer Problems with Reflective Boundary Conditions", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 30, No. 6, pp. 547-553.
- Box, M. A., Trautmann, T. e Loughlin, P. E., 1993, "Quadrature Effects on the Accuracy of Flux Calculations in Realistic Atmospheres", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 50, No. 6, pp. 647-654.
- Cardona, A. V. e Vilhena, M. T. M. B., 1997, "Analytical Solution for the A_N Approximation", *Progress in Nuclear Energy*, Vol. 31, No. 3, pp. 219-223.
- Chai, J. C., Lee, H. S. e Patankar, S. V., 1993, "Ray Effect and False Scattering in the Discrete Ordinates Method", *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 24, pp. 373-389.
- Chai, J. C., Patankar, S. V. e Lee, H. S., 1994, "Evaluation of Spatial Differencing Practices for the Discrete-Ordinates Method", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 8, No. 1, pp. 140-144.
- Chalhoub, E. S., 1997, "O Método das Ordenadas Discretas na Solução da Equação de Transporte em Geometria Plana com Dependência Azimutal", Tese de Doutorado, Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares/USP.
- Duderstadt, J. J. e Martin, W. R., 1979, *Transport Theory*, John Wiley & Sons, New York.
- Efimov, G. V., Von Waldenfels, W. e Wehrse, R., 1997, "Mathematical Aspects of the Plane-Parallel Transfer Equation",

- J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 58, No. 3, pp. 355-373.
- Fiveland, W. A., 1984, "Discrete-Ordinates Solutions of the Radiative Transport Equation for Rectangular Enclosures", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 699-706.
- Fiveland, W. A., 1987, "Discrete Ordinate Methods for Radiative Heat Transfer in Isotropically and Anisotropically Scattering Media", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 109, pp. 809-812.
- Fiveland, W. A., 1988, "Three-Dimensional Radiative Heat-Transfer Solutions by the Discrete-Ordinates Method", *J. Thermophysics*, Vol. 2, No. 4, pp. 309-316.
- Fiveland, W. A., 1991, "The Selection of Discrete Ordinate Quadrature Sets for Anisotropic Scattering", *HTD-Vol. 160, Fundamentals of Radiation Heat Transfer*, ASME, pp. 89-96.
- Fiveland, W. A. e Jessee, J. P., 1994, "Finite Element Method Formulation of the Discrete-Ordinates Method for Multidimensional Geometries", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 8, No. 3, pp. 426-433.
- Garcia, R. D. e Siewert, C. E., 1990, "On Computing the Chandrasekhar Polynomials in High Order and High Degree", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 43, No. 3, pp. 201-205.
- Haferman, J. L., Smith, T. F. e Krajewski, W. F., 1997, "A Multi-Dimensional Discrete-Ordinates Method for Polarized Radiative Transfer. Part I: Validation for Randomly Oriented Axisymmetric Particles", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 58, No. 3, pp. 379-398.
- Haggag, M. H., Degheidy, A. R. e El-Depsy, A., 1997, "Efficient and Accurate Method for Radiation Transfer Problems", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 58, No. 1, pp. 19-32.
- Lathrop, K. D., 1968, "Ray Effects in Discrete Ordinates Equations", *Nuclear Science and Engineering*, Vol. 32, pp. 357-369.
- Lee, K. H. e Viskanta, R., 1997, "Prediction of Spectral Radiative Transfer in a Condensed Cylindrical Medium Using Discrete Ordinates Method", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 58, No. 3, pp. 329-345.
- Marshak, R. E., 1947, "Note on the Spherical Harmonic Method as Applied to the Milne Problem for a Sphere", *Physical Review*, Vol. 71, No. 7, pp. 443-446.
- Moura, L. M., Baillis, D. e Sacadura, J. F., 1997, "Análise do Método de Ordenadas Discretas: Discretização Angular", *Anais XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, ABCM.
- Özsisik, M. N. e Yener, Y., 1982, "The Galerkin Method for Solving Radiation Transfer in Plane-Parallel Participating Media", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 104, pp. 351-354.
- Park, H. M. e Kim, T. H., 1997, "An Efficient Computational Technique for Radiative Heat Transfer in Axisymmetric Enclosures", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 58, No. 1, pp. 115-126.
- Pessoa Filho, J. e Thynell, S. T., 1994, "Development of Approximate Solutions to Radiative Transfer in Slabs and Spheres", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 52, No. 1, pp. 59-73.
- Sakami, M., Charette, A. e Le Dez, V., 1998, "Radiative Heat Transfer in Three-Dimensional Enclosures of Complex Geometry by Using the Discrete-Ordinates Method", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 59, No. 1/2, pp. 117-136.
- Selçuk, N. e Kayakol, N., 1997, "Evaluation of Discrete Ordinates Method for Radiative Transfer in Rectangular Furnaces", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 2, pp. 213-222.
- Siewert, C. E., 1978, "The F_N Method for Solving Radiative-Transfer Problems in Plane-Geometry", *Astrophysics and Space Science*, Vol. 58, pp. 131-137.
- Silva Neto e Özsisik, M. N., 1992, "An Inverse Analysis of Simultaneously Estimating Phase Function, Albedo and Optical Thickness", *HTD-Vol. 203, Developments in Radiative Heat Transfer*, ASME, pp. 23-30.
- Silva Neto e Özsisik, M. N., 1993, "An Inverse Problem of Estimating Thermal Conductivity, Optical Thickness, and Single Scattering Albedo of a semi-Transparent Medium", *Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice*, ASME, pp. 267-273.
- Silva Neto e Özsisik, M. N., 1995, "An Inverse Problem of Simultaneous Estimation of Radiation Phase Function, Albedo and Optical Thickness", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 53, No. 4, pp. 397-409.
- Silva Neto, A. J. e Roberty, N. C., 1998, "A Abordagem Fonte-Detector na Solução de Problemas Inversos em Meios Participantes", *Anais V Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste*, ABCM, submetido.
- Silva Neto, A. J. e Roberty, N. C., 1998a, "A Modelagem da Tomografia com Espalhamento como um Problema Inverso", *Anais IV Fórum Nacional de Ciência e Tecnologia em Saúde*, submetido.
- Tan, Z. e Howell, J. R., 1990, "A New Numerical Method for Radiation Heat Transfer in Nonhomogeneous Participating Media", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 4, No. 4, pp. 419-424.
- Thynell, S. T. e Özsisik, M. N., 1985, "Radiation Transfer in an Isotropically Scattering Homogeneous Solid Sphere", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 33, No. 4, pp. 319-330.
- Thynell, S. T. e Özsisik, M. N., 1985a, "Integrals Involving an Exponential Integral Function and Exponentials Arising in the Solution of Radiation Transfer", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 33, No. 3, pp. 259-266.
- Truelove, J. S., 1987, "Discrete Ordinate Solutions of the Radiation Transport Equation", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 109, pp. 1048-1051.
- Truelove, J. S., 1988, "Three-Dimensional Radiation in Absorbing-Emitting-Scattering Media Using the Discrete-Ordinates Approximation", *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 39, No. 1, pp. 27-31.
- Vilhena, M. T., Barichello, L. B., Zabadal, J., Segatto, C. F. e Cardona, A. V., 1998, "General Solution of One-Dimensional Approximations to the Transport Equation", *Progress in Nuclear Energy*, Vol. 33, No. 1/2, pp. 99-115.
- Zabadal, J., Vilhena, M. T. e Barichello, L. B., 1997, "An Analytical Solution for the Two-Dimensional Discrete Ordinates Problem in a Convex Domain", *Progress in Nuclear Energy*, Vol. 31, No. 3, pp. 225-228.

ABSTRACT

The analysis of inverse problems in participating media has several applications in engineering and medicine: radiative heat transfer, neutron transport in nuclear reactors and computerized tomography. In several techniques developed for the solution of inverse problems, the first step consists on the solution of the direct problem. In this work a comparison of three methods, P_N , S_N and Galerkin, for the solution of the Boltzmann equation for one dimensional problems with azimuthal symmetry, is made.

CONSEQUÊNCIAS DA APLICAÇÃO DE ESQUEMAS TVD SEM O USO DE VARIÁVEIS CARACTERÍSTICAS

L.A. Santos¹, C.H. Marchi², L.A.P. Menezes³, C.R. Maliska¹ e A.F.C. Silva¹
¹EMC - UFSC ²DEMEC - UFPR ³DEM - FEJ - UDESC
 88040-900 81531-990 89223-100
 Florianópolis - SC - Brasil Curitiba - PR - Brasil Joinville - SC - Brasil

RESUMO

Neste artigo são discutidas as conseqüências do emprego de esquemas de discretização TVD para sistemas de equações não-lineares de conservação sem o emprego das variáveis características. A discussão é ilustrada com resultados para o escoamento unidimensional invíscido e isotérmico de um gás ideal obtidos com e sem o uso de variáveis características. Os resultados numéricos mostrados são para um tubo de choque e para um bocal convergente-divergente.

INTRODUÇÃO

Embora o tema deste artigo esteja fundamentalmente ligado a sistemas de equações diferenciais parciais, para compreender o desenvolvimento dos esquemas TVD é importante iniciar esta introdução pela equação escalar de advecção para a qual eles se aplicam de forma mais simples.

Equação Escalar. Ao longo da década de 80 diversos esquemas de discretização para os termos advectivos de equações de conservação foram desenvolvidos. Alguns dos esquemas mais bem sucedidos foram desenvolvidos a partir da equação de advecção pura de uma quantidade escalar ϕ

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + a(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

Uma das idéias mais frutíferas durante esse desenvolvimento foi a de criar esquemas de alta ordem que não introduzissem novos extremos locais (máximos ou mínimos) durante a solução de um problema de valor inicial para (1). Em termos mais precisos, a solução numérica de (1) produzida com esses esquemas deve ter a sua variação total em x ,

$$TV(\phi) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} |\Delta_{i+1/2} \phi|$$

constante ou decrescente ao longo do tempo, sendo $\Delta_{i+1/2} \phi = \phi(x_{i+1}) - \phi(x_i)$. Esta propriedade faz com que, mesmo com malhas grosseiras, as soluções obtidas sejam fisicamente aceitáveis (livres de oscilações numéricas). Desta propriedade vem a denominação dos esquemas de discretização TVD (*Total Variation Diminishing*).

No trabalho de Harten (1983) encontram-se orientações básicas para o desenvolvimento de esquemas de discretização TVD de segunda ordem, com cuidados para garantir que a solução numérica convirja para aquela solução fraca de (1) que é o limite da equação viscosa

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + a(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial x} = \beta \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$$

quando $\beta \rightarrow 0^+$. Note-se que não há garantia de unicidade da solução fraca de (1), se ela é não-linear, a menos que uma **condição de entropia** como a acima seja imposta.

É sabido que esquemas TVD de ordem maior que a primeira devem ser não-lineares, ou seja, devem variar o seu comportamento de acordo com o perfil assumido pela solução numérica ao longo das iterações. Discussões ricas em resultados numéricos deste tipo de esquemas de discretização, feitas em uma linguagem bastante usual na área de simulação numérica da transferência de calor, são encontradas nos trabalhos de Marchi (1993) e Menezes (1996).

Sistemas de Equações. Para a discretização de sistemas de equações de conservação, que podem ser escritos na forma vetorial

$$\frac{\partial \underline{\phi}}{\partial t} + \underline{A}(\underline{\phi}) \frac{\partial \underline{\phi}}{\partial x} = \underline{0} \quad (2)$$

onde $\underline{\phi}$ é um vetor de incógnitas de n componentes e \underline{A} é uma matriz $n \times n$, é bastante razoável, ao aplicar os esquemas desenvolvidos para a discretização de (1), considerar a forma característica de (2). A forma característica é obtida a partir da decomposição $\underline{A} = \underline{R} \underline{\Lambda} \underline{R}^{-1}$, da matriz \underline{A} , onde \underline{R} é a matriz de autovetores à direita de \underline{A} e $\underline{\Lambda}$ é a matriz diagonal dos seus autovalores.

Se (2) fosse linear (\underline{A} fosse independente de $\underline{\phi}$) poder-se-ia definir o vetor de variáveis características $\underline{w} = \underline{R}^{-1} \underline{\phi}$ e reescrever (2) na sua forma característica,

$$\frac{\partial \underline{w}}{\partial t} + \underline{\Lambda} \frac{\partial \underline{w}}{\partial x} = \underline{0} \quad (3)$$

que pode ser vista como um conjunto de equações desacopladas entre si (a menos das condições de contorno), cada uma delas exatamente com a forma de (1). Portanto a cada uma delas se aplicam diretamente os resultados obtidos para (1). Em Yang

(1990) encontra-se um exemplo muito claro de aplicação da forma (3) na discretização das equações (lineares) do modelo de Cattaneo-Vernotte para a condução de calor por ondas térmicas.

Para sistemas de equações não-lineares, embora não se possa utilizar diretamente (3), pode-se fazer uma linearização local das equações durante a discretização, e estender assim o uso das variáveis características, de acordo com o que descreve, por exemplo, Roe (1986). Mais tarde, neste artigo, mais detalhes de um procedimento deste tipo serão fornecidos.

Pode-se também evitar o uso das variáveis características e mesmo assim tentar aplicar o conhecimento adquirido no estudo da equação (1) à solução de sistemas de equações de conservação. São as conseqüências deste último procedimento que serão discutidas ao longo do restante deste artigo, à luz de resultados numéricos obtidos para o escoamento unidimensional, isotérmico e invíscido de um gás ideal. Uma discussão deste mesmo tipo, utilizando exemplos de aplicação menos simplificados, pode ser encontrada no trabalho de Menezes (1996).

PROCEDIMENTOS NUMÉRICOS

Nesta seção são descritos sucintamente dois procedimentos para a simulação numérica de escoamentos unidimensionais e isotérmicos de um gás ideal. Um com e outro sem o uso de variáveis características. Nos resultados destes procedimentos será baseada a discussão colocada na seção seguinte.

Sem o Uso de Variáveis Características. As equações governantes do escoamento unidimensional e isotérmico de um gás ideal, não-viscoso, ao longo de um duto de seção transversal variável podem ser escritas como

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A \phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u A \phi) = s^\phi + p^\phi \quad (4)$$

sendo A a área da seção transversal do duto. Os símbolos ϕ , s^ϕ e p^ϕ representam expressões de acordo com a tabela 1. ρ , u , e p são, respectivamente, a massa específica do fluido, sua velocidade e sua pressão. Para um gás ideal, $p = \rho R T$. No escoamento isotérmico a velocidade de propagação de perturbações na pressão é $c = \sqrt{RT}$ (diferente da velocidade do som que se propaga isentropicamente, $\sqrt{\gamma RT}$, portanto), sendo R a constante do gás ideal, T a sua temperatura absoluta e γ a razão de calores específicos.

Tabela 1 - Valores de ϕ , s^ϕ e p^ϕ

Equação de conservação	ϕ	s^ϕ	p^ϕ
da massa	1	0	0
da quantidade de movimento	u	$p \frac{dA}{dx}$	$-\frac{\partial}{\partial x}(A p)$

Integrando a equação (4) sobre um volume de controle como o mostrado na figura 1 e dividindo o resultado por Δx , obtém-se

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho A \phi)_P + [(\rho u A \phi)_e - (\rho u A \phi)_w] / \Delta x \\ & = S_P^\phi + P_P^\phi \end{aligned} \quad (5)$$

onde os subscritos maiúsculos denotam valores médios tomados ao longo dos volumes de controle correspondentes e os subscritos minúsculos valores avaliados nas posições correspondentes indicadas na figura 1 (faces e e w do volume de controle P). S_P^ϕ e P_P^ϕ denotam aproximações numéricas para s^ϕ e p^ϕ , respectivamente. $\Delta x = (x_e - x_w)$.

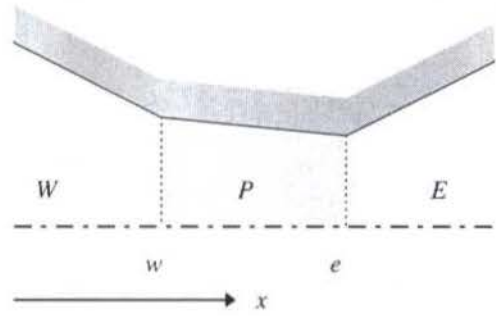


Figura 1 - Volume de controle para a integração das equações de conservação

O valor da velocidade u , que aparece em $(\rho u A \phi)_e$ é avaliado utilizando a média das equações de conservação de quantidade de movimento escritas para os volumes P e E , descrita por Marchi e Maliska (1994). Os valores de ϕ e ρ são avaliados utilizando esquemas TVD de modo semelhante ao descrito por Lien e Leschziner (1994) (embora aqueles autores mostrem a aplicação do esquema apenas a ϕ e não a ρ). ϕ corresponde a u na equação da quantidade de movimento.

Assim u é tratada de duas maneiras diferentes: ora como expressão da vazão de fluido que atravessa a fronteira do volume de controle, sendo avaliada pela média de Marchi e Maliska (1994), ora como quantidade de movimento específica transportada pelo escoamento, avaliada então pelo esquema TVD. O esquema TVD será aplicado, na metodologia descrita nesta seção, às variáveis ρ e u , que serão denominadas, ao longo deste trabalho, **variáveis primitivas**.

Foi utilizado o algoritmo SIMPLEC adaptado para escoamentos compressíveis de acordo com Van Doormaal *et al.* (1986), usado por Silva (1991) e por Marchi e Maliska (1994). Nos sistemas lineares foram empregados coeficientes correspondentes ao esquema *upwind* de primeira ordem, sempre positivos, e introduzida correção para a obtenção do esquema SuperBee (de segunda ordem) através dos termos-fonte. Este procedimento de correção adiada, recomendado por Lien e Leschziner (1994), mostrou-se muito importante para a estabilidade dos cálculos.

A discretização temporal é feita segundo o método de Euler a ré (*backward*) também conhecido como totalmente implícito. Mais detalhes dos procedimentos de discretização e solução não serão mostrados aqui, sendo eles fundamentalmente análogos aos apresentados por Marchi e Maliska (1994) também encontrados no livro de Maliska (1995).

Cabe reconhecer que a discretização apresentada acima é apenas uma entre muitas possíveis sem o uso de variáveis

características. Mas seus resultados são considerados por estes autores como representativos do comportamento de diversos procedimentos em que não se empregam nem variáveis características nem coeficientes de dissipação artificial arbitrados pelo usuário. Thakur e Shyy (1993), por exemplo, apresentaram resultados muito bons para uma metodologia sem o uso de variáveis características, mas fizeram uso de um coeficiente de dissipação artificial arbitrário. Há um grande número de metodologias descritas na literatura em que o uso de coeficientes de dissipação artificial (escolhidos pelo usuário) fornece bons resultados, como se vê no trabalho de De Bortoli (1995). No entanto preferiu-se não incluir a discussão deste tipo de procedimento no presente trabalho.

Com o Uso de Variáveis Características. O sistema de equações representado por (4), com a tabela 1 e a equação de estado, pode ser escrito como

$$\frac{\partial}{\partial t} \underline{\phi} + \frac{\partial}{\partial x} \underline{f} = \underline{s} \quad (6)$$

onde

$$\underline{\phi} = \begin{Bmatrix} \rho A \\ \rho u A \end{Bmatrix}, \quad \underline{f} = \begin{Bmatrix} \rho u A \\ \rho u^2 A + \rho c^2 A \end{Bmatrix}$$

$$\text{e} \quad \underline{s} = \begin{Bmatrix} 0 \\ c^2 \rho \frac{dA}{dx} \end{Bmatrix}$$

Usando a regra da cadeia, com $\underline{A}(\phi) = \partial \underline{f} / \partial \underline{\phi}$, tem-se

$$\frac{\partial}{\partial t} \underline{\phi} + \underline{A}(\phi) \frac{\partial}{\partial x} \underline{\phi} = \underline{s} \quad (7)$$

com

$$\underline{A}(\phi) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ c^2 - u^2 & 2u \end{bmatrix}$$

Associadas à matriz \underline{A} , por $\underline{\Lambda} = \underline{R} \underline{\Lambda} \underline{R}^{-1}$, tem-se as matrizes

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ u-c & u+c \end{bmatrix}, \quad \underline{\Lambda} = \begin{bmatrix} u-c & 0 \\ 0 & u+c \end{bmatrix}$$

$$\text{e} \quad \underline{R}^{-1} = \frac{1}{2c} \begin{bmatrix} c+u & -1 \\ c-u & 1 \end{bmatrix}$$

A discretização de (6) empregada aqui, conservativa, tem a forma

$$\underline{\phi}_P^{n+1} - \underline{\phi}_P^n = \Delta t \left[\left(\underline{f}_W - \underline{f}_E \right) / \Delta x + \underline{s}_P \right]$$

O valor do vetor de fluxos nas faces \underline{f}_e pode ser expresso como

$$\underline{f}_e = \underline{f}_P + \underline{A}(\phi_e - \phi_P) = \underline{f}_P + \underline{R} \underline{\Lambda} \underline{R}^{-1} (\phi_e - \phi_P)$$

e assim abre-se a possibilidade de utilizar as variáveis características para avaliar o fluxo na interface (ao invés de avaliar ϕ_e pode-se avaliar $\underline{w}_e = (\underline{R}^{-1} \phi)_e$ diretamente, como se o sistema estivesse na forma (3)). O modo como isto é feito, seguindo Roe (1981), está explicado detalhadamente por LeVeque (1990).

A avaliação dos fluxos nas interfaces através da solução aproximada de Roe para o problema de Riemann local, foi incorporada em uma discretização do tipo Lax-Wendroff de segunda ordem no tempo e no espaço. Aplicada ao sistema de equações considerado, esta técnica exige que a matriz \underline{A} , e portanto seus autovalores e autovetores, sejam avaliados usando a velocidade média na face dada por

$$u_e = \frac{(\rho A)_P^{1/2} u_P + (\rho A)_E^{1/2} u_E}{(\rho A)_P^{1/2} + (\rho A)_E^{1/2}}$$

expressão obtida seguindo-se o procedimento recomendado por Roe (1981). O esquema TVD de alta ordem utilizado é o SuperBee de Roe, como descrito por LeVeque (1990).

O termo fonte foi avaliado fazendo-se simplesmente $\underline{s}_P = [0, c^2 \rho_P (A_e - A_w) / \Delta x]^T$. Maneiras mais sofisticadas de realizar esta avaliação são encontradas no artigo de Roe (1986).

O procedimento descrito acima não é o único possível com o uso de variáveis características, uma interessante fonte de informações sobre diversos procedimentos deste tipo é o trabalho de Manzini (1998).

RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÃO

Para embasar a conclusão deste trabalho e ilustrar o comportamento dos procedimentos numéricos em consideração, foram realizados os testes abaixo.

Tubo de Choque. Neste problema foram usadas as condições iniciais, em $t=0$: $u/c=0$ e

$$\frac{\rho}{\rho_r} = \begin{cases} 5 & \text{se } x < L/2 \\ 1 & \text{se } x \geq L/2 \end{cases}$$

onde ρ_r é um valor de referência para a massa específica. Nas figuras 2 e 3 aparecem os perfis de velocidade e massa específica previstos para o instante $t c/L = 1/5$.

Os resultados mostrados naquelas figuras foram obtidos com uma malha de 50 volumes de controle. Para minimizar o efeito dos diferentes esquemas de discretização temporal foram utilizados passos de tempo bastante pequenos, de $\Delta t c/\Delta x = 1/100$. No algoritmo SIMPLEC foram feitas 10 iterações a cada passo de tempo, para tratar adequadamente as não-linearidades do sistema de equações.

Nas legendas das figuras a abreviatura **car.** designa os resultados obtidos com o uso de variáveis características, a abreviatura **pri.** indica os resultados obtidos sem o uso delas (com o esquema TVD aplicado às variáveis primitivas). A palavra **exato** identifica as soluções bastante precisas dos problemas unidimensionais considerados obtida por métodos clássicos (que não usam nenhuma discretização das equações governantes, mas sua integração analítica).

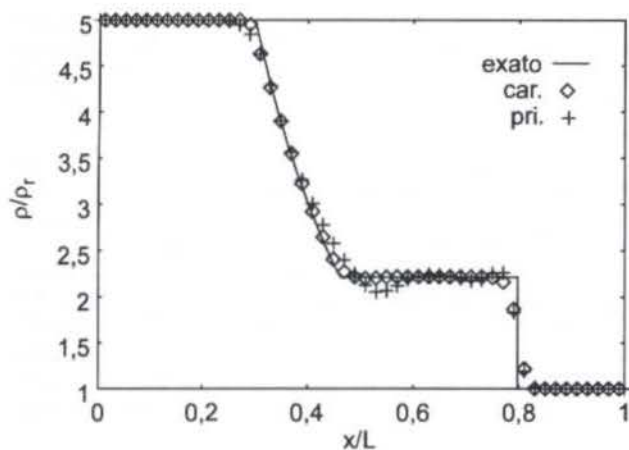


Figura 2 - Perfil de massa específica no tubo de choque.

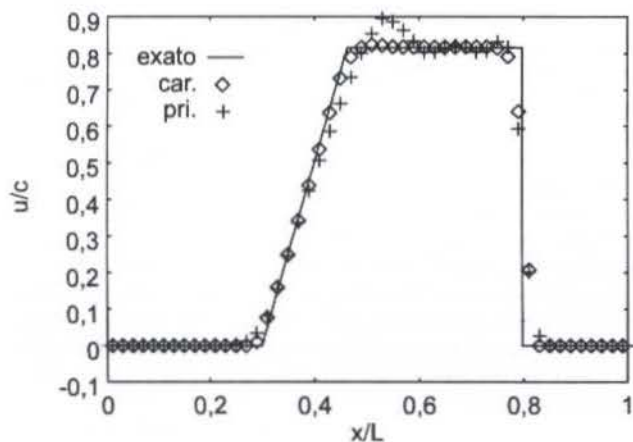


Figura 3 - Perfil de velocidade no tubo de choque.

Na figura 3 observa-se que a variação total do campo de velocidade, aumenta ao longo do tempo (inicialmente era 0 e no instante mostrado tem o valor $TV(u)=1,63 c$). Isto dá uma idéia dos problemas que podem surgir quando se procura aplicar os esquemas TVD diretamente às variáveis primitivas do problema. Não se pode falar rigorosamente no perfil das variáveis características em um problema não-linear, como este. Mas assumindo que a matriz R^{-1} e o vetor ϕ sejam avaliados no mesmo ponto x , pode-se dizer que o vetor de variáveis características teria as suas duas componentes iguais a $\rho A/2$, cujo perfil, como pode-se notar na figura 2, teria variação total constante, $TV(\rho A/2)=2\rho_r A$.

Bocal. Os próximos resultados mostrados são para o escoamento em regime permanente em um bocal convergente-divergente. A condição de estagnação prescrita na entrada ($x=0$) do bocal é $\rho_e/\rho_r=1$, e na saída ($x=L$) é prescrita $\rho_e/\rho_r=9/10$. A área da seção transversal do bocal é dada pela equação $A(x)=L^2[1+(2x/L-1)^2]$. Novamente as figuras foram feitas a partir de resultados obtidos com malhas de 50 volumes de controle.

Em um ponto qualquer do bocal as condições do escoamento estão relacionadas à condição de estagnação através de $\rho/\rho_e=\exp[(u/c)^2/2]$ (a condição de estagnação muda quando se atravessa o choque normal).

A equação (7) se distingue da equação (2) pela presença do termo fonte g . Este termo fonte (que não é nulo no bocal, por causa da variação de área) permite que a variação total nos perfis das variáveis, mesmo das variáveis características, cresça ao longo do tempo. Mesmo assim nota-se uma aparência melhor nos perfis obtidos com a discretização baseada nas variáveis características, nas figuras 4 e 5.

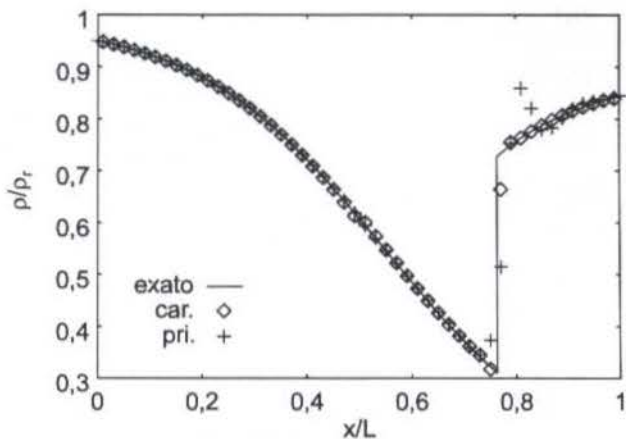


Figura 4 - Perfil de massa específica no bocal.

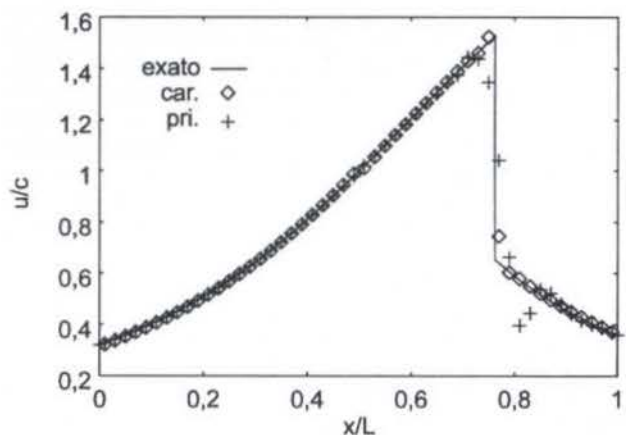


Figura 5 - Perfil de velocidade no bocal.

Isto faz pensar que o uso das variáveis características é muito importante para o aproveitamento da experiência adquirida na solução da equação (1), mesmo quando o sistema de equações resolvido, posto na forma característica, não pode ser escrito como (3).

Na figura 6 mostra-se o erro de truncamento no cálculo do fluxo de massa através do bocal. Ele foi avaliado através da diferença entre o fluxo de massa calculado numericamente m_n e o calculado analiticamente m_a dividida pelo valor calculado analiticamente. Assim

$$\varepsilon_t = \frac{|m_n - m_a|}{m_a}$$

No gráfico da figura 6, esta quantidade é dada em função do refino da discretização (N é o número de volumes de controle utilizados). Resultados de esquemas de primeira ordem foram incluídos para fins de comparação.

tenha um conjunto completo de autovalores reais (o que caracteriza um sistema hiperbólico de equações diferenciais parciais). Isto não acontece, por exemplo, no sistema elíptico formado pelas equações governantes de escoamentos incompressíveis. Mesmo para escoamentos incompressíveis, no entanto, estes esquemas podem ser aplicados, desde que seja usada alguma compressibilidade artificial, como feito, por exemplo, nos trabalhos de Santos (1996) e Weiss e Smith (1995). Dicks (1993) desenvolveu uma forma de aplicação de esquemas TVD, baseada no uso de variáveis características, para o sistema de equações não-estruturadas hiperbólico do modelo *Black-Oil* para a simulação de reservatórios de petróleo. Para a solução daquele sistema de equações esquemas TVD são frequentemente aplicados sem o uso de variáveis características, como se vê no trabalho de Moita (1994).

Dificuldades na Solução de Problemas Transientes. Deve-se notar que os esquemas TVD foram inicialmente desenvolvidos para métodos de discretização explícitos, de segunda ordem no tempo e no espaço, do tipo Lax-Wendroff. Quando os esquemas TVD são utilizados em conjunto com outros esquemas de discretização temporal na solução de problemas transientes, para passos de tempo suficientemente grandes (número de CFL acima de 1, tipicamente, para métodos implícitos) as características da discretização temporal começam a se manifestar de forma predominante. Assim, com o método de Crank-Nicolson, podem surgir oscilações mesmo utilizando-se o esquema *upwind* de primeira ordem, e com o método de Euler à ré (totalmente implícito) pode-se encontrar uma excessiva dissipação, mesmo usando esquemas de alta ordem na discretização espacial. Isto explica alguns resultados deprecionantes obtidos com esquemas TVD de alta resolução, até mesmo quando aplicados à advecção pura de uma quantidade escalar.

Na Ausência de Choques. Finalmente cabe observar que o desenvolvimento dos esquemas TVD, assim como a discussão apresentada aqui, foi orientado para a obtenção de soluções para problemas que envolvem descontinuidades, choques. Para problemas cuja solução é suave, ainda que envolvendo alguma espécie de camada limite, há uma outra discussão, talvez mais sutil que a abordada aqui, que comporta opiniões bastante polêmicas, como as expressas no artigo de Gresho e Lee (1981).

CONCLUSÃO

Há uma variedade de razões pelas quais, às vezes, os resultados obtidos ao utilizar-se um esquema de discretização dito TVD de alta resolução não são tão bons quanto se espera a partir dos mostrados nas referências pioneiras do uso daquele tipo de esquema. Essas razões podem ser dificuldades na discretização unidimensional para o tratamento de problemas bi e tri-dimensionais e/ou dificuldades no tratamento de termos-fonte presentes nas equações diferenciais. Uma dificuldade considerada importante pelos autores deste trabalho é relacionada ao uso (ou ao não-uso) de variáveis características quando se resolve um sistema de equações.

No presente trabalho foram mostrados resultados obtidos aplicando-se um esquema TVD diretamente às variáveis primitivas do escoamento isotérmico de um gás ideal. Eles revelaram um comportamento atípico dos esquemas TVD, com o aparecimento de oscilações numéricas. As oscilações não invalidaram os resultados numéricos, considerados melhores que

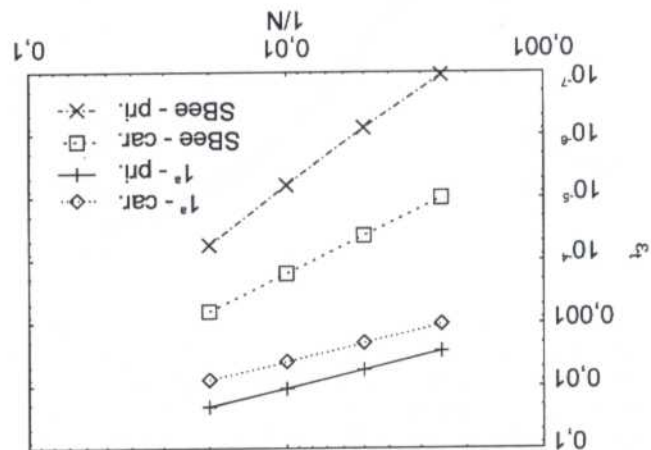


Figura 6: Erro no valor do fluxo de massa no bocal.

Nesta figura o ordinal 1ª identifica os resultados obtidos com esquemas de primeira ordem e a abreviatura **SBee** os resultados obtidos utilizando o esquema SuperBee de Roe. As curvas foram elaboradas com resultados obtidos com malhas de 50, 100, 200 e 400 volumes de controle.

Eliminando-se a correção de entropia da solução aproximada para o problema de Riemann, que é parte do procedimento que envolve as variáveis características, pode-se fazer o erro de truncamento associado ao SuperBee naquele procedimento ficar tão baixo quanto o erro do SuperBee aplicado às variáveis primitivas, que aparece na figura 6. Sem essa correção, no entanto, podem ocorrer na solução numérica choques de rarefação (com o SuperBee isto não ocorre, mas com o esquema de primeira ordem sim). Por isso, e para não complicar mais a discussão, esses resultados não são mostrados aqui.

OBSERVAÇÕES

As observações colocadas nesta seção não estão diretamente relacionadas aos resultados mostrados neste artigo, mas são relativas ao uso de esquemas TVD de um modo geral.

Aplicabilidade. Deve-se notar que a aplicação de esquemas baseados nas variáveis características exigem que a matriz \bar{A}

os obtidos com esquemas de primeira ordem. Mas as oscilações não foram observadas quando o esquema TVD foi aplicado com o uso de variáveis características.

Evitando-se o uso de variáveis características, são construídas discretizações bastante genéricas sem uma grande preocupação inicial com as propriedades do sistema de equações que se pretende resolver: equações são adicionadas ou eliminadas sem muitas alterações no método numérico. Isto pode facilitar muito o desenvolvimento de códigos computacionais de propósito relativamente geral.

Com isto, no entanto, abandona-se aquele que é um dos caminhos mais eficazes (dentre os conhecidos hoje) para a obtenção de discretizações de alta resolução na captura de descontinuidades, que tenham alta ordem de acurácia nas regiões suaves da solução e cujos resultados sejam livres de oscilações numéricas.

AGRADECIMENTOS

Os três primeiros autores gostariam de agradecer o apoio financeiro da CAPES e do CNPq e especialmente as instrutivas palestras com o professor P.R. Zingano do Instituto de Matemática da UFRGS e com os colegas de pós-graduação J.F.V de Vasconcellos, F.T. Boçon, A.L. De Bortoli e M.A.A. Mota.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

De Bortoli, A.L., 1995, "Desenvolvimento e Extensão de uma Metodologia Aerodinâmica para Análises Aeroelásticas", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.

Dicks, E.M., 1993, "Higher Order Black-Oil Simulations for Compressible Flow in Porous Media", Ph.D. Thesis, University of Reading, UK.

Gresho, P.M. e Lee, R.L., 1981, "Don't Suppress the Wiggles - They're Telling You Something", *Computers & Fluids*, Vol. 9, pp. 223-253.

Harten, A., 1983, "High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws", *Journal of Computational Physics*, Vol. 49, pp. 357-393.

LeVeque, R.J., 1990, "Numerical Methods for Conservation Laws", Birkhäuser Verlag, Basel, Schweiz.

Lien, F.S. e Leschziner, M.A., 1994, "Upstream Monotonic Interpolation for Scalar Transport with Application to Complex Turbulent Flows", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 19, pp. 527-548.

Maliska, C.R., 1995, "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", LTC Editora, Rio de Janeiro, RJ.

Manzini, M., 1998, "Numerical Methods for 1D Compressible Flows, An Interactive Book", Centro di Ricerca, Sviluppo e Studi Superiori in Sardegna, Cagliari, Italia. (http://www.crs4.it/HTML/int_book/NumericalMethods/int_book.html)

Marchi, C.H., 1993, "Esquemas de Alta Ordem para a Solução de escoamentos de Fluidos sem Dispersão Numérica", *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, Vol. 15, pp.231-249.

Marchi, C.H. e Maliska, C.R., 1994, "A Nonorthogonal Finite Volume Method for the Solution of All Speed Flows Using Co-located Variables", *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 26, pp. 293-311.

Menezes, L.A.P., 1996, "Estudo de Esquemas de Alta Resolução em Algoritmos Simultâneos e Seqüenciais", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.

Mota, M.A.A., 1994, "Simulação Numérica de Reservatórios de Petróleo Utilizando Coordenadas Generalizadas e Esquema de Interpolação TVD", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.

Roe, P.L., 1981, "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes", *J. Comput. Phys.*, Vol. 43, pp. 357-372.

Roe, P.L., 1986, "Characteristic-Based Schemes for the Euler Equations", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, pp. 337-365.

Santos, L.A., 1996, "O Desacoplamento Par-Ímpar do Campo de Pressão e Algoritmos para a Simulação de Escoamentos Incompressíveis por Volumes Finitos", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.

Silva, A.F.C., 1991, "Um Procedimento em Volumes Finitos Para a Solução de Escoamentos de Qualquer Velocidade", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.

Thakur, S. e Shyy, W., 1993, "Development of High-Accuracy Convection Schemes for Sequential Solvers", *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 23, pp. 175-199.

Van Doormaal, J.P., Raithby, G.D. e McDonald, B.H., 1986, "The Segregated Approach to Predicting Viscous Compressible Flows", *ASME 86-GT-196*.

Weiss, J.M. e Smith, A.M., 1995, "Preconditioning Applied to Variable and Constant Density Flows", *AIAA Journal*, Vol. 33, pp. 2050-2057.

Yang, H.Q., 1990, "Characteristics-Based, High-Order Accurate and Nonoscillatory Numerical Method for Hyperbolic Heat Conduction", *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 18, pp. 221-241.

ABSTRACT

In this paper the consequences of applying TVD discretization schemes to nonlinear systems of conservation laws without the use of their characteristic variables are discussed. The discussion is illustrated by results obtained for one-dimensional isothermal flows of an ideal gas with and without the use of their characteristic variables.

SOLUÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍVEIS USANDO MALHAS DE VORONOI

João Flávio V. de Vasconcellos e Clovis R. Maliska
 SINMEC - Laboratório de Simulação Numérica em
 Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor
 Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC - C. P. 476
 88040-900 - Florianópolis - SC - Brazil
 web: <http://www.sinmec.ufsc.br>

ABSTRACT

Este trabalho complementa e testa a metodologia básica apresentada por Maliska (1995) para a análise de escoamentos utilizando malhas não-estruturadas com a apresentação de resultados para escoamentos bidimensionais incompressíveis. Esta metodologia faz uso de um tipo específico de malhas não-estruturadas, as malhas de Voronoi, em conjunto com os conceitos desenvolvidos para o método de Volumes Finitos. Resultados comparativos com soluções de problemas clássicos da mecânica dos fluidos computacional são apresentados mostrando a potencialidade do método.

INTRODUÇÃO

O método de volumes finitos tem sido usado por pesquisadores de todo o mundo na solução de problemas envolvendo fluido e calor. As soluções obtidas por este método não deixam dúvidas quanto à sua funcionalidade, pois bons resultados são encontrados nas mais diversas revistas que tratam de problemas envolvendo mecânica dos fluidos computacional. Historicamente, a grande deficiência deste método, sempre esteve relacionado com a geometria. Problemas envolvendo escoamentos complexos, transientes, etc., em princípio, não representam grandes limitações ao método. Mas, por outro lado, há uma grande dificuldade no uso deste método na estudo de problemas envolvendo geometrias complexas, mesmo em situações físicas relativamente simples. Algumas metodologias foram desenvolvidas para contornar esta dificuldade. Cita-se a aplicação de coordenadas coincidentes com a fronteira ou o uso de multidomínios no mapeamento da estrutura em estudo. A aplicação destas duas metodologias, que podem inclusive ser usadas em conjunto, habilitaram o método de volumes finitos para ser usados em geometrias bastante complexas. Mas, mesmo assim, a geometria continuou a ser um fator limitante do método. Entre as metodologias alternativas para a solução de problemas envolvendo geometrias complexas cita-se o método de elementos finitos, baseado no uso de malhas não-estruturadas para o mapeamento do domínio. Virtualmente, pode-se modelar qualquer região bi ou tridimensional. Em contrapartida, formulações baseadas neste método não satisfazem localmente os princípios de conservação. Como se sabe, o problema relativo à limitação geométrica do método de volumes finitos está intrinsicamente associado ao uso de malhas estruturadas e a necessidade de se mapear o domínio baseado em um sistema de coordenadas global. A aplicação de malhas não-estruturada em conjunto com os conceitos de volumes finitos não é muito difundida na literatura, muito embora recentemente o volume de trabalhos sobre o assunto tenha aumentado significativamente. Nos trabalhos de Taniguchi *et alii* (1990) e Taniguchi e Kobayashi (1991) os conceitos que são amplamente difundidos em malhas estruturadas foram transplantados para malhas não-estruturadas. O

uso do diagrama de Voronoi nestes trabalhos está associado a uma de suas características, i. e., estas malhas são localmente ortogonais. Entre os artigos que desenvolveram variações do método de volumes finitos para ser usado com malhas não-estruturadas tem-se o trabalho de Davidson (1996). Fazendo uso de malhas não-estruturadas genéricas, ele apresenta o resultado de simulações de diversos problemas clássicos com o objetivo de mostrar a sua metodologia. Como sua metodologia utiliza malhas genéricas, algumas características encontradas no uso de malhas de Voronoi deixam de existir. Por esta razão algumas interpolações realizadas por ele são bem mais complexas do que as aqui apresentadas. Mathur e Murthy (1997) apresentam uma metodologia baseada em volumes finitos que faz uso de poliedros irregulares para mapear o domínio. Simulação de problemas bi e tridimensionais são apresentadas neste trabalho. Por um caminho diferente dos anteriormente citados seguiu o trabalho de Vilsmeier e Hänel (1995). Eles fazem uso de malhas triangulares na discretização do domínio e um esquema de Runge-Kutta para determinar o comportamento das variáveis no tempo. Thomadakis e Leschziner (1996) fazem uso de um esquema "desencontrado" usando malhas não-estruturadas. No centro dos volumes triangulares ou quadrangulares são armazenados todas as variáveis, com exceção da pressão. Esta é armazenada nos vértices dos volumes. Esta maneira de armazenar as variáveis faz com que este método seja similar aos de armazenamento desencontrados usado com volumes finitos clássico, e provavelmente com as mesmas vantagens e desvantagens. Maliska (1995) apresentou uma metodologia usando diagramas de Voronoi que emprega toda a formulação do método de volumes finitos para malhas estruturadas. Cardoso (1997) apresenta a solução do escoamento em uma cavidade quadrada com a tampa móvel usando, com alterações, a metodologia proposta por Maliska (1995).

FORMULAÇÃO NUMÉRICA

Todas as equações que serão estudadas neste trabalho podem ser escritas na seguinte forma genérica

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) = \nabla \cdot (\Gamma^{\phi} \nabla \phi - \rho \vec{V} \phi) + S^{\phi} \quad (1)$$

- Clift, R., 1986, in Geldart, D. (ed), *Gas Fluidization Technology*, John Wiley & Sons.
- Clift, R., Grace, J. R. and Weber, 1978, *Bubbles, Drops and Particles*, Academic Press.
- Couderc, J. P., 1985, in Davidson, J. F., Clift, R. and Harrison, D., *Fluidization*, 2nd edition, Academic Press.
- Darton, R. C., LaNauze, R. D., Davidson, J. F. and Harrison, D., 1977, *Trans IChemE*, **55**, 274.
- Davidson, J. F. and Harrison, D., 1963, *Fluidised Particles*, Cambridge University Press.
- Davidson, J. F., Harrison, D. and Carvalho, J. R. F., 1977, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **9**, 55.
- Geldart, D., 1972, *Powder Technology*, **6**, 201.
- Geldart, D., 1973, *Powder Technology*, **7**, 285.
- Holman, J. P., 1994, *Experimental Methods for Engineers*, 6th edition, McGraw-Hill, Inc.
- Kunii, D. and Levenspiel, O., 1969, *Fluidization Engineering*, Robert E. Krieger Publishing Company, Inc.
- Park, W. H., Kang, W. K., Capes, C. E. and Osberg, G. L., 1969, *Chem Eng Sci*, **24**, 851.
- Rowe, P. N. and Everett, D. J., 1972, *Trans IChemE*, **50**, 55.
- Toomey, R. D. and Johnstone, H.F., 1953, *Chem. Eng. Progr.*, **48**, 220.
- Werther, J., 1976, in Keairns, D. L. (ed), *Fluidization Technology: Proceedings of the International Fluidization Conference, Asilomar, California*, Vol. I, p. 215 (Hemisphere Publishing Corporation in association with McGraw-Hill, Washington).
- Yacono, C. X. R., 1975, *PhD Dissertation* (University of London).
- Yasui, G. and Johanson, L. N., 1958, *AIChEJ*, **4**, 445.

** Dept de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Rua dos Bragas, 4099 Porto Codex, Portugal. Email: ctp@fe.up.pt

*** Dept de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Largo D. Dinis, 3000 Coimbra, Portugal. Email: rui.figueiredo@gtc.dem.uc.pt

**INFLUÊNCIA DA VOLATILIDADE DA GASOLINA NAS PERFORMANCES
DINÂMICAS DE MOTORES CICLO OTTO EQUIPADOS COM INJEÇÃO
ELETRÔNICA SEQUENCIAL DE COMBUSTÍVEL**

Everton Carriconde e Pedro Mello
Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Apoio: REFAP-PETROBRAS
90050-170 - Porto Alegre - RS - Brasil

RESUMO

Este trabalho mostra a influência que a volatilidade da gasolina, nos pontos de destilação T10%, T50% e T90%, exerce sobre as performances dinâmicas de motores ciclo Otto equipados com injeção eletrônica sequencial de combustível, através da utilização de procedimentos padrões de teste em um dinamômetro de rolos. Pada cada um dos pontos de destilação foram estabelecidos três faixas de valores, ocasionando a formação de 27 diferentes misturas de gasolina. Foram verificados os efeitos da variação individual de cada um desses pontos em consumo, potência e aceleração.

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos verificou-se um grande avanço na tecnologia de motores do ciclo Otto e dos sistemas de injeção de combustível. No que se refere ao combustível, verifica-se um amplo estudo de combustíveis alternativos em busca de menores índices de poluição deixando o estudo das propriedades da gasolina praticamente em segundo plano, seja por motivos ecológicos ou por questões políticas.

O presente artigo apresenta um estudo da influência da volatilidade da gasolina nas performances dinâmicas (aceleração, consumo e potência) de motores ciclo Otto, variando-se a temperatura de evaporação dos pontos T10%, T50% e T90% da destilação ASTM D86, através da mistura de diferentes hidrocarbonetos. A Destilação ASTM D86 é um método padrão na qual evapora-se um volume de 100ml de uma amostra à uma taxa constante de aquecimento. A medida que a amostra começa a evaporar, obtêm-se o valor da temperatura para cada percentual de evaporação da amostra. Veja um exemplo da destilação ASTM D86 na fig. 1.

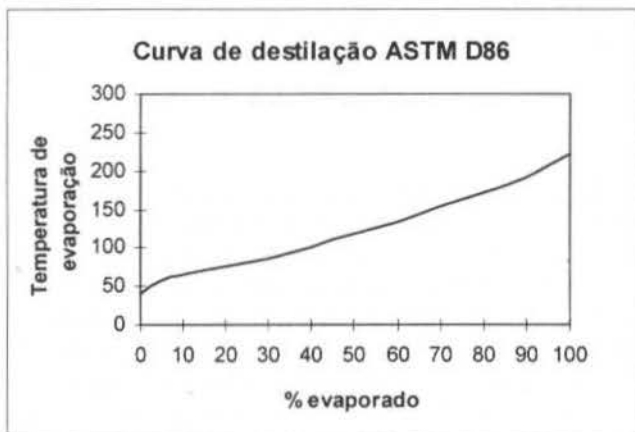


Figura 1 - Curva de destilação ASTM D86.

As misturas foram realizadas sempre com o cuidado de manter as outras propriedades (que interferem nas performances dinâmicas do motor) dentro de uma faixa padrão de valores. Por exemplo, o teor de aromáticos, olefinas e saturados de cada uma das misturas foi enquadrado dentro das seguintes faixas:

- Aromáticos: (27 a 33)% ;
- Olefinas: (0 a 2)% ;
- Saturados: (65 a 67)% ;

As misturas não foram realizadas mantendo a octanagem dentro de uma faixa determinada de valores. Para anular o efeito da octanagem realizou-se o mapeamento da curva de ignição da injeção eletrônica baseando-se na mistura que possuía pior octanagem, no caso, a mistura número 12.

Como tinha-se o objetivo de testar a influência isolada dos três pontos da destilação ASTM D86. Sendo 3 níveis de variação para cada ponto, chegou-se ao número de 27 misturas diferentes.

Foram utilizados 7 produtos bases para a montagem das 27 misturas. Para atuar no ponto T10% utilizou-se Pentano e Hexano, para atuar no ponto T50% utilizou-se Alcoolado, Tolueno e Xileno, para atuar no ponto T90% utilizou-se C9 aromático e Q.A.V. (Querosene de Aviação).

EXPERIMENTOS

Todos os experimentos foram realizados no laboratório de motores de Refinaria Alberto Pasqualini - PETROBRÁS em Canoas-RS. Para a execução dos experimentos foram utilizados os seguintes equipamentos:

- Dinamômetro de rolos BOSCH, modelo FLA 202;
- Automóvel FIAT Pálio 1.0 mpi;
- Injeção eletrônica sequencial TEC II -ELECTROMOTIVE;
- Microcomputador NoteStar, modelo NP-903,
- Restrição para sistema de admissão de ar;
- Tanque auxiliar de combustível;
- Termômetro analógico SUNDO;

- Higrômetro analógico SUNDO;
- Barômetro analógico SUNDO;
- Ventilador COMETA 1.1/2 c.v.;
- Balança digital MARTE, modelo 40Kg;

Tabela 1 - Relação das misturas e respectivos pontos T10%, T50% e T90%

Mist. N.º	T10% (°C)	T50% (°C)	T90% (°C)	Dens. 20/4gc	MON	RON
1	55.4	83.7	145.2	0.7361	79.7	85.9
2	55.2	88.7	167.7	0.7428	78.6	84.8
3	53.7	86.6	180.8	0.7469	73.4	79.6
4	52.4	102.8	149.2	0.7326	82.2	88.1
5	56.0	102.7	171.2	0.7469	85.1	92.1
6	50.6	102.5	184.4	0.7431	75.0	81.2
7	54.1	114.2	150.9	0.7386	85.3	91.4
8	53.9	116.3	166.7	0.7380	82.9	88.9
9	50.3	120.2	185.0	0.7474	74.5	80.3
10	67.2	86.2	151.4	0.7494	77.3	83.5
11	67.6	87.5	171.2	0.7545	74.7	80.8
12	67.8	86.1	184.1	0.7578	67.9	73.4
13	68.0	107.8	148.5	0.7362	83.3	89.3
14	67.6	106.0	164.7	0.7417	78.5	84.3
15	62.0	102.7	184.9	0.7548	70.7	76.5
16	68.5	120	149.9	0.7475	86.6	92.8
17	66.4	122.6	171.7	0.7514	82.2	88.2
18	64.3	123.0	184.6	0.7596	73.5	79.7
19	77.5	89.1	150.8	0.7619	75.8	82.0
20	76.6	89.1	165.5	0.7628	75.5	81.7
21	76.9	90.2	181.4	0.7742	70.0	76.2
22	79.8	106.5	148.1	0.7492	82.8	88.9
23	78.9	106.2	167.3	0.7517	79.4	85.6
24	78.7	105.9	183.6	0.7539	77.1	83.5
25	76.5	119.0	150.1	0.7512	86.3	92.5
26	77.7	122.9	167.5	0.7560	82.6	88.7
27	77.5	117.2	187.6	0.7652	75.0	81.8

Antes da realização de cada teste foi necessário realizar o procedimento padrão de aquecimento do motor até a temperatura estável.

Cada um dos 7 compostos básicos de hidrocarbonetos foi enviado para o laboratório de análises químicas e físicas onde se obteve as suas respectivas curvas de destilação, densidade e cromatografia. Com o auxílio de um programa de computador (desenvolvido para este fim, em linguagem Pascal) realizou-se as misturas procurando manter próximos os percentuais de aromáticos, olefinas e saturados.

Antes de realizar o teste com as misturas, foi necessário realizar o ajuste do ponto de ignição, através do programa computacional de acesso ao módulo de comando da injeção eletrônica, utilizando a mistura número 12. Neste ajuste, para cada rotação adiantava-se o ponto de ignição até ocorrer detonação no motor. Como a mistura em questão possui octanagem muito baixa (MON: 67.9 e RON: 73.4) e o motor utilizado tem taxa de compressão 9,3:1, foi necessário a colocação de uma restrição na admissão de ar do motor para diminuir a compressão dinâmica e para que não fosse necessário atrasar muito o ponto de ignição em razão da detonação.

Para cada bateria de testes anotou-se os valores da temperatura ambiente, temperatura de admissão no coletor, umidade relativa do ar e pressão atmosférica possibilitando a

realização das devidas correções dentro da norma NBR ISO 1585.

RESULTADOS OBTIDOS

Após a realização dos testes e o devido tratamento estatístico, obteve-se os seguintes resultados:

- Potência e Consumo:

A medição da potência do motor e o consumo de combustível foram realizadas em 7 rotações diferentes com a borboleta totalmente aberta e em 4ª marcha, com o objetivo de comparar efeito de cada um dos pontos da destilação (T10%, T50% e T90%) em toda a faixa de utilização do motor.

Para cada rotação do motor, realizaram-se 3 repetições. Os valores de potência (veja tab.2) e de consumo (veja tab.3) são os valores médios corrigidos pela norma NBR ISO 1585.

Antes da realização do teste de potência e consumo de cada mistura, realizou-se um aquecimento prévio com a própria mistura à ser testada por um período de 4 minutos com a borboleta totalmente aberta e o motor operando em 4000rpm. Este procedimento tinha a finalidade de descontaminar a linha de alimentação da injeção da mistura que foi testada anteriormente.

Tabela 2 - Potência (KW) do motor.

Mist. N.º	ROTAÇÃO (rpm)						
	1500	2500	3000	3500	4000	4500	5000
1	6.07	12.36	15.80	18.68	21.90	24.10	25.79
2	6.13	12.75	16.30	19.23	22.31	24.50	26.02
3	6.64	12.94	16.58	19.32	22.60	24.80	26.48
4	6.01	12.44	16.10	18.98	22.04	24.32	25.89
5	5.99	12.55	16.10	19.09	22.14	24.46	25.80
6	6.26	12.93	16.58	19.49	22.41	24.72	26.21
7	5.79	12.27	16.65	18.61	21.72	23.65	25.22
8	6.07	12.53	16.06	18.96	21.80	24.24	25.83
9	6.26	12.42	16.06	18.75	22.08	24.27	25.90
10	6.27	12.49	16.00	18.90	22.16	24.33	25.93
11	6.48	13.09	16.63	19.66	22.80	25.03	26.73
12	6.51	13.24	16.87	19.9	22.97	25.14	26.7
13	5.87	11.97	15.37	18.30	21.02	23.57	25.20
14	5.88	12.26	15.69	18.61	21.66	23.75	25.20
15	6.22	12.57	16.04	18.99	21.97	24.03	25.53
16	5.74	12.05	15.47	18.39	21.45	23.61	24.96
17	6.32	12.88	16.38	19.35	22.49	24.64	26.28
18	6.69	13.18	16.73	19.73	22.82	24.79	26.49
19	6.07	12.59	16.04	19.02	22.24	24.38	26.05
20	6.29	12.80	16.25	19.27	22.35	24.65	26.37
21	6.45	13.05	16.66	19.62	22.65	24.86	26.54
22	5.67	11.70	15.08	17.70	20.63	22.66	24.47
23	5.98	12.16	15.67	18.70	21.66	23.80	25.35
24	6.02	12.40	15.88	18.89	21.82	23.95	25.61
25	5.74	12.02	15.44	18.37	21.42	23.46	25.08
26	5.99	12.31	15.98	18.78	22.04	24.18	25.72
27	6.44	13.00	16.59	19.45	22.47	24.42	26.10

O teste de consumo foi realizado com o auxílio de uma balança digital com precisão de $\pm 1g$, onde colocou-se o tanque auxiliar para assim medir o tempo que era gasto para consumir 100g de combustível em cada rotação do motor. Tendo-se o tempo gasto para o consumo de 100g de combustível e a potência para cada rotação, calculou-se a potência específica para cada uma das rotações analisadas.

Tabela 3 – Consumo específico (g/kWh) do motor.

Mist. N.º	ROTAÇÃO (rpm)						
	1500	2500	3000	3500	4000	4500	5000
1	460.1	429.8	391.9	378.8	358.2	365.9	382.3
2	465.5	402.9	376.1	359.8	352.3	362.2	381.8
3	435.9	403.5	370.8	363.8	351.6	355.5	379.2
4	500.5	415.6	378.0	367.6	354.2	362.5	380.6
5	486.9	406.6	381.2	363.7	356.3	356.1	379.8
6	468.1	397.7	371.7	358.3	351.9	355.9	377.7
7	480.9	408.6	382.2	369.4	356.4	366.6	385.9
8	469.7	414.5	382.8	367.4	356.9	363.5	381.9
9	466.8	421.0	383.1	373.6	357.5	363.2	379.6
10	441.6	405.2	377.3	364.1	346.3	360.9	377.8
11	435.9	394.7	369.3	359.2	345.1	357.9	369.8
12	428.9	389.6	363.2	351.3	339.3	350.4	371.3
13	478.5	422.6	389.1	376.6	367.9	365.7	382.7
14	475.1	406.8	381.4	364.5	352.9	362.4	383.1
15	450.9	404.4	377.2	360.1	350.3	356.8	378.3
16	482.8	413.4	387.3	373.9	360.5	367.6	385.9
17	444.2	402.5	375.9	363.1	350.9	359.3	376.1
18	424.5	400.3	368.0	358.1	346.2	358.2	374.3
19	460.7	400.5	376.1	366.4	350.7	358.9	378.2
20	464.1	409.1	377.2	364.5	353.7	362.3	375.2
21	457.4	398.8	372.5	360.4	348.4	358.6	376.2
22	499.2	428.4	397.4	389.8	374.9	384.7	401.3
23	472.6	415.9	384.0	371.7	358.4	366.6	385.2
24	472.9	416.8	376.2	364.8	356.9	361.1	385.4
25	480.6	420.0	391.2	372.9	357.2	373.9	388.2
26	485.0	421.4	386.9	376.9	358.3	366.4	385.4
27	454.4	398.5	373.8	358.6	349.4	361.3	374.2

- Tempo de aceleração :

O tempo de aceleração, em segundos, foi medido durante a variação de velocidade de 51 a 114 Km/h em 4ª marcha e com a borboleta totalmente aberta. Em todas as medições a borboleta foi totalmente aberta na velocidade de 30 Km/h, com a finalidade do motor chegar na velocidade de 51Km/h em uma condição mais estabilizada. Para cada mistura foram realizadas 6 repetições em cada teste.

Antes da realização do teste de aceleração de cada mistura, realizou-se um aquecimento prévio com a própria mistura a ser testada por um período de 4 minutos com a borboleta totalmente aberta e o motor operando em 4000rpm. Este procedimento tinha a finalidade de descontaminar a linha de alimentação da injeção da mistura que foi testada anteriormente.

No teste de aceleração, entre cada 3 misturas testadas, testou-se uma gasolina padrão com a finalidade de corrigir todos o tempos obtidos nas diferentes condições ambientais ao de correr dos 2 dias de testes.

Tabela 4 - Tempo de aceleração de 51 a 114Km/h.

MISTURA	TEMPO (seg.)	MISTURA	TEMPO (seg.)
1	13.72	15	13.60
2	13.78	16	14.52
3	13.48	17	14.05
4	13.85	18	13.59
5	14.04	19	13.57
6	13.65	20	13.59
7	14.03	21	13.52
8	14.06	22	13.97
9	14.01	23	13.86
10	13.59	24	13.73
11	13.57	25	14.46
12	13.31	26	14.31
13	14.12	27	13.71
14	13.82		

CONCLUSÕES

Com base nos resultados obtidos pode-se concluir que o ponto de destilação T90% influi em todas as performances dinâmicas do motor. Quanto mais alto for a temperatura, maior será a potência e menor será o consumo específico em todas as rotações. O ponto de destilação T90% alto, diminui o tempo de aceleração. Verificou-se, também que a influência na potência diminuiu gradativamente com o aumento da rotação. Veja comparação entre as misturas 1,2 e 3 no teste de potência na fig. 2.

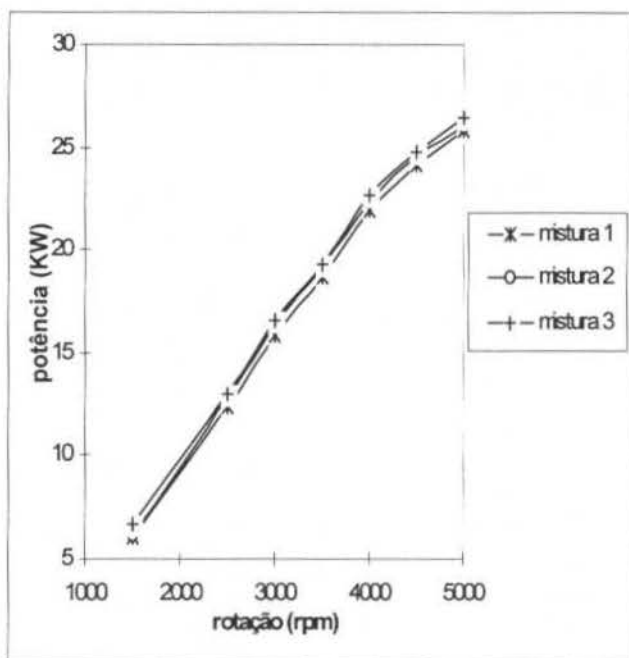


Figura 2 - Comparação de potência entre as misturas 1,2 e 3.

O ponto T50% apresentou influencia significativa. Quanto mais baixo for o T50%, maior é a potência e menor é o consumo específico, diminuindo o tempo de aceleração. Veja

comparação entre as misturas 11, 14 e 17 na fig. 3.

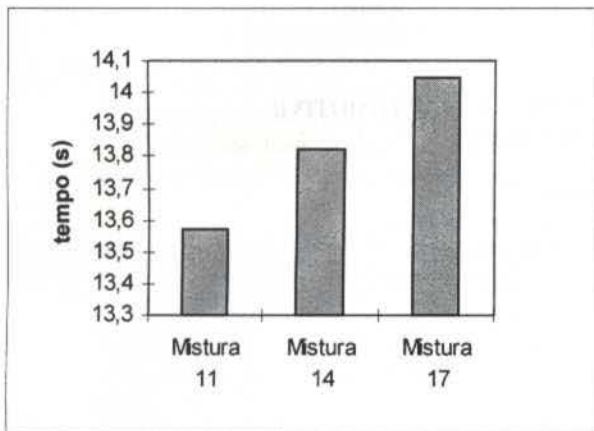


Figura 3 - Comparação de tempo de aceleração de 51 a 112Km/h entre as misturas 11,14 e 17.

Já o ponto T10% não apresentou influência isoladamente em nenhuma das performances dinâmicas, mas apresentou influência quando correlacionado com o ponto T90%. Sendo o ponto T90% baixo, quanto menor for o ponto T10%, menor será o tempo de aceleração.

Sugere-se assim, que sejam reavaliadas as especificações da gasolina brasileira no que se refere a destilação (ASTM D86), baixando-se o limite de temperatura máxima do ponto T50% que é de 140°C.

REFERÊNCIAS

1. Owen, K. and Coley, T., 1990, "Automotive Fuels Reference Book", Second Edition, Society of Automotive Engineers, Inc., Warrendale, USA.
2. Heywood, John B., 1988, "Internal Combustion Engine Fundamentals", First Edition, McGraw-Hill Book Company, New York, USA.
3. Guibet, Jean C., 1987, "Carburants et Moteurs", Éditions Technip, l'institut français du petrole, Paris, França.

DEVELOPING AN APPARATUS FOR OIL CHANGE IN AUTOMOTIVE INTERNAL COMBUSTION ENGINE

Professor Pedro Mello

*Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Rua Sarmento Leite, 425 - 90050-170 Porto Alegre/RS Brasil*

SUMMARY

In this work the analysis of some aspects, that must be observed in the oil pumps selection for the automotive internal combustion engines automatic lubrication oil and filter oil change, is performed. A laboratory scale-prototype was designed and built to do this study. The pressure and flow rate of used oil from the carter and the new oil from the reservoir were measured. Furthermore the electrical and electronic control for the reliability and safety oil of the system were also evaluated.

INTRODUCTION

Nowadays there are two ways to replace the lubricant oil of the internal combustion automotive engines, because changes the characteristics of the oil. The first way consist of the oil outflow due to the action of the gravity through the hole in the internal cover of the crankshaft's box. After that is necessary to fill this place with the correct volume of new oil, usually by means the admittance door on the top of the engine. The second more or less used way consist of pumping the oil, usually through the gateway of the oil rod. Both methods have their inconvenients, e.g., it is necessary to take the vehicle to a garage and very often wait for a functionary and a place available. Moreover the cost is high, because the oil price in the gas stations is much more expensive than in the supermarkets for example. Another problem is the working hours of this places, usually day time, what is a problem for the people who work during the day. The big disadvantage of the second method is the impossibility to remove all the residual oil with the pump, notably the solid parts usually found on the bottom of the crankshaft's box.

Whith the intention to offer a solution to minimize the problems, a device was developed and built to perform the whole process of oil exchange completely automatic. With this devices the change can be done by anyone inside in the vehicle, only pressing a start key of the system, avoiding the service and but other kinds of inconvenients. This device is very useful for heavy vehicles where the driver usually does the oil exchange. However, in many cases, due the inconvenience of the traditional method, the drivers don't at the right time and in other cases, due the high cost of the product, they commercialize it. With the device in question, all these problems could be avoided only pressing a start key. The commercialization would also be avoided because the oil would be kept in a locked recipient.

After the oil exchange we still have the filter problem because it must be also exchanged, and to find a solution for this problem a device was developed to provide to the driver this exchange without another kind of help. Therefore this introduces the development of two devices to avoid the problems to exchange the lubricant oil and the lubricant oil filter of the internal combustion engines. In other words, it means, thenceforward, became possible the driver exchange the lubricant oil and replace the lubricant oil filter.

EQUIPMENT DESCRIPTION

The prototype developed consists of various components, which perform the oil charge and the automatic replacement of the filter and the lubricant oil respectively. The figure 1 shows the elements conjoint desing which makes part of the device. The prototype is basically composed by one volumetric machine and 3 tanks to keep temporarily the lubricant oil. One of these recipients represent the crankshaft's box of the engine and is located attached with the others by the pump, valves and flexible pipes made by EPDM, covered by one steel protectress brindle (Cr-Ni). The oil input and the output to the tanks is controlled by means of valves solenoid type. They were built to work with direct current and 24 volts of tension and they permit the fluid crossing just in one direction. The valves are located usually closed and their openness are controlled by one "reles" plug.

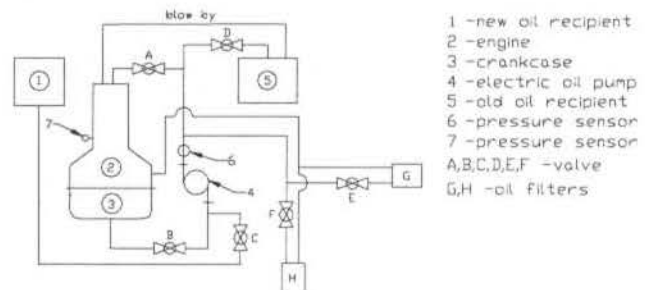


Figure 1 - Elements conjoint

When the oil change is necessary, the gear pump is powered. The pump is conected with one direct current electric engine. The oil in the crankshaft's box is aspirated and pumped to one of the tanks which must be e-empty. In the pump output can be found one fluid crossing indicator sensor. As soon as the pump is powered, the solenoids valves B and D located in the output of the crankshaft's box and in the gateway of the empty tank respectively must be kept closed.

Inside the tank of the new oil and used oil can be found two sensors to indicate the oil maximum and minimum level in each tank powered by one floating frame located inside a perforated pipe. After the crankshaft's box becomes empty the

valves B and D are closed and the valves A and C are opened, allowing the new oil flow in the cylinder head cover. The six valves A,B,C,D,E and F can be replaced by three solenoid valves with three ways. As can be seen on figure 1 the oil filters G and H are located attached to the crankshaft's box by pipes connected by two solenoid valves. At the necessary moment of the filter replacement, one of these two valves is properly powered by one "relais". Together one blow-by pipe can connect one of the tanks to the engine head. The figure 2 shows the full device

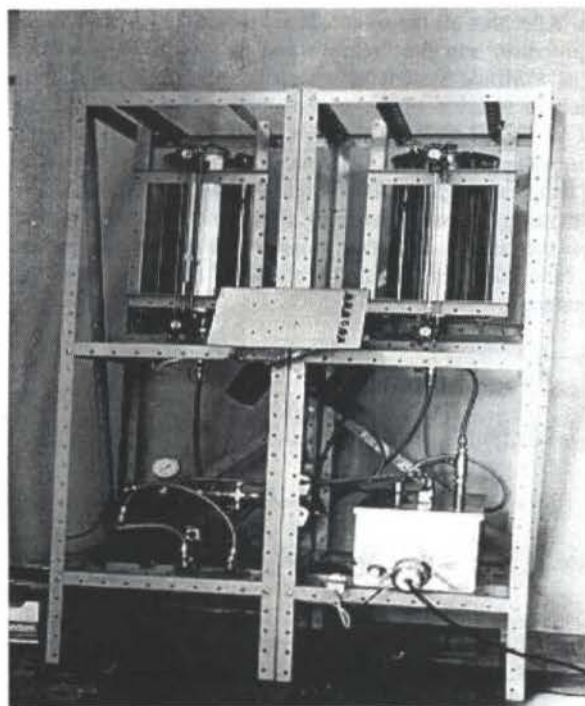


Figure 2 - Photo of the System

When the installation of the oil filter exchanger device become necessary, must be built and installed a set of flanges fastened in the usual filter place attached in the engine block. In this place must be connected the flexible pipes linking to another supporter, where will be installed the used and the new oil filters.

In order to permit the oil level visualization in the two tanks (new and used oil) is installed level finders built with "pirex" glass pipe. In the oil connection lines to the two filters also can be found crossing oil finders. The oil tank bottom position of the prototype (the crankshaft's box oil) can be found an electrical resistance, to heat the oil up to appropriate temperature level. The electrical resistance is controlled by one thermostat with temperature regulation gaps around 1 °C. In the three recipients can be found gloves, which are destined to the input and the output of the temperature sensors.

PUMP CHOICE

Now we are going through some criterious which were took in consideration to select the lubricant oil pump, by Pohlentz (1975) recommendations and Spengler (1976). Without any doubts, after the water pumps, the pumps has been using to oils and petrol derivatives are the best commercialized group, therefore the choice becomes very easy. Is necessary, at the same time, analyse the safety aspects and not only the technical aspects.

Respecting to the cost, we can select the positive displacement pump type in function of the viscosity and the velocity of the fluid mass flow necessary. For fluids with viscosity up to 700 CS is possible to use centrifuge pumps, which allow high volume of fluid pumped. In our case the best type of pump relate to the cost aspect is with rotor gear type, even if this kind of pump is not recommended to high flow of fluid and mass, anyway this is not our case, which will be at maximum 20 liters in a heavy vehicle. Based in this arguments we have chosen the pump showed on the figure 3.

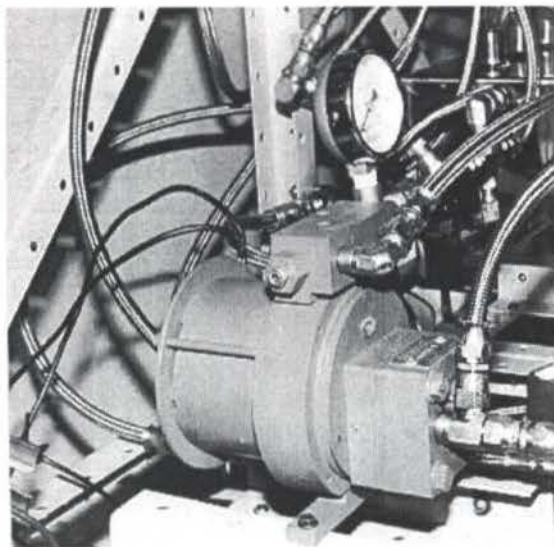


Figure 3 - Photo of the Pump

As we know the pump is a volumetric machine and then it must be equipped with a pressure relief valve. Together with this valve can be found a system to control the many levels between the atmospheric pressure up to 6Mpa. In the sally of the pump there is one manometer and a system to avoid the oil crossing, with these devices is possible to improve the time and mass flow conditions for a large range of pressures. In another words it means the possibility to forecast the charge loss through the oil pipes. The advantage to get more pressure in the pump output is because when one tank is completely empty, the engine current must change and this change can be the sign to the microcontroller show the need to turn off the pump and the solenoid valves. The pump model chosen is normally used in machines hydraulic systems and industrial equipments, therefore is a system with high level of reliability and resistance. In our case, can be used one pump built with lower cost materials, because the demand is not so marked.

ELECTRICAL AND ELECTRONIC CONTROL OF SYSTEM

These controls of the system were carefullydesigned and built to guarantee the safety of user. It is impossible to turn on the pump with the ignition system powered. The electrical and electronic control systems work according with the scheme showed on the figure 4. In this scheme the counter shows the mileage traveled by the vehicle, and in case of the prototype this count is made by one little electric engine attached with one pulse counter parallel installed with the speedometer in vehicles equipped with broadside computer. All the set is controlled by one microprocessor PIC16C71/JW. The equipment is powered and protected with "relais" NBAACS24.

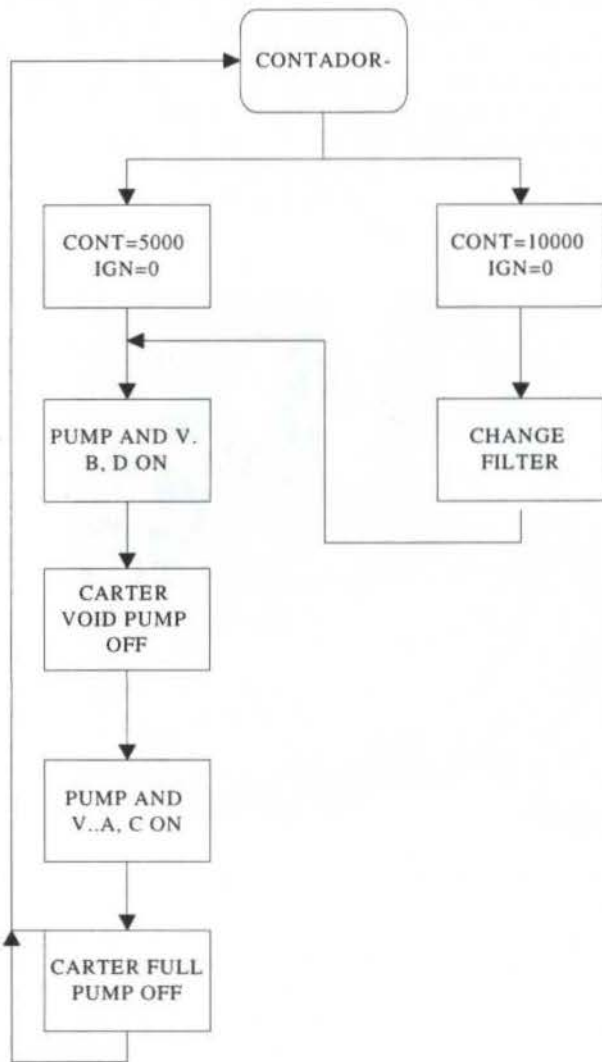


Figure 4 - Flow Chsrt

When 5.000 Km is reached, e.g., the lubricant oil of the engine must be changed, in this case, a light on the vehicle panel, will show this need to the driver. When the key is powered to start the oil exchange, the device will only start the operation if the ignition is turned off, it means $IGN=0$. Otherwise, $IGN=1$, means that the ignition is turned on, therefore the system will be automatically blocked. The indication that the oil tank is empty is given by one sensor located on the bottom of it, which is powered by one floating frame which displace through one perforated pipe immersed in the oil tank. As we know, that the crossing oil is made by solenoid valves, two of them will be powered as can be seen on the scheme.

After the oil drainage operation, another level control system similar in the new oil tank, must inform to the microprocessor if it is full. If the new oil tank is empty after the crankshaft's box have been emptied, the ignition is kept blocked until the emptyings of the new oil tank. During the charging operation of the crankshaft's box with the new oil, two another valves are opened showed on the figure scheme. In a similar way with the oil exchange the microprocessor works to replace the oil filter. For example, if the oil filter exchange is necessary when 10.000 Km is reached, a light is turned on on the panel showing to the driver this need. Conventionally on the scheme figure is

assumed $IGN=0$. In this case the system turn on one of the solenoid valves turning off at the same time another one where before was crossing lubricant oil. The dimensional process of electrical and electronic systems was based in William(1992).

RESULTS ANALYSIS

After the prototype build and instrumentation was made several tests in order to verify the initial conditions of the set to appreciate aspects related to gasket, electrical and electronic results. After that all the solenoids were checked, as well as the microprocessor and the "relais"; and the prototype started to work as a virtual system in a vehicle. Oil flow datas were obtained in function of the temperatures and pressures in the output of the oil tank. The figure 5 shows these dates for 3 pressure values, which are 101 Kpa, 601 Kpa and 801 Kpa with 10°C temperature gaps. As the figure shows, the varietiu flow for the varous pressure are very slight and can be neglected because the pump used is compound with a pair of gear and its flow cararacteristics remained relatively constant with the temperature.

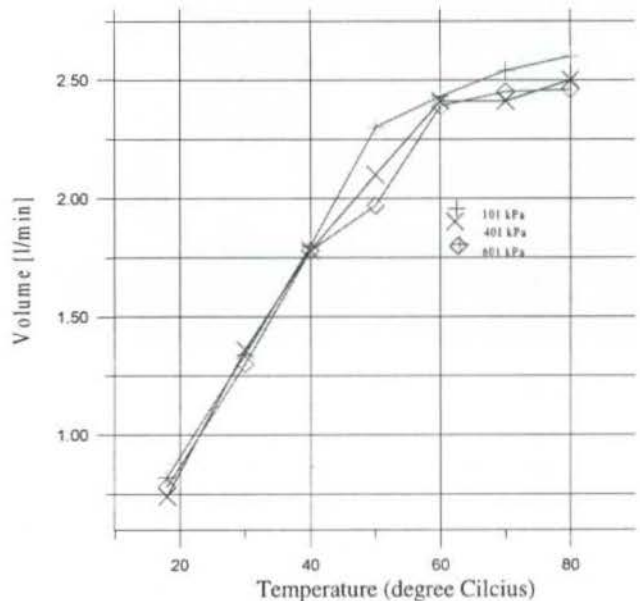


Figure 5 - Flow measurements

In the other hand the gear pump can work with very high pressures. This fact is important for the oil pumping control system, because with the finish of the oil pumping (emptyings of the crankshaft's box) we have the increase of electrical current value of the pump engine. This diference can be use as a control sign for the microprocessor.

For a convencional vehicle, where the oil capacity is around 4 liters, this dimension order is enough, because would be necessary only tfew minutes for the oil change of the crankshafts's box and two more for the complete replacement with new oil.

For heavy vehicles, the oil volume is superior and the replacement time is bigger as well, around 10 minutes. In this case we could think in another type of pump, centrifugal for example instead of gears pump.

The figure 6 shows the viscosity curve of the lubricant oil used in the oil exchange system. This curve was obtained in Engines Laboratory (DEMÉC) Universidade Federal do Rio Grande do Sul with one viscosimeter SSU.

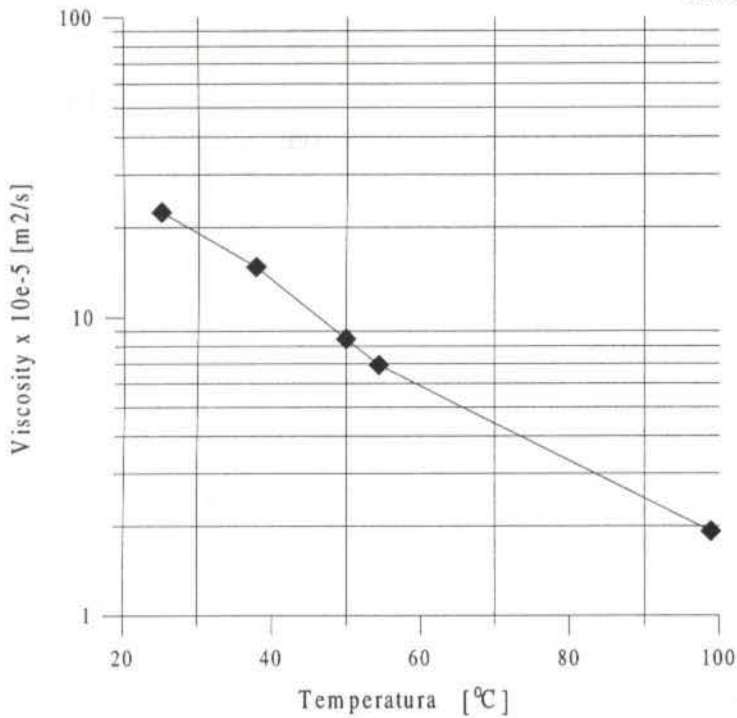


Figure 6 - Viscosity measurements

CONCLUSION

In this work was designed and built a lubricant oil changer system prototype for internal combustion engines. The results achieved are very meaningly because there are several datas for the projector to install in whatever kind of vehicle. The electrical and electronic systems were carefully developed in order to guarantee the well operation and safety.

About to the temperature conditions especial attention had been taken in order to bring the situation as real as possible, we had care also to find out the oil flow datas for temperatures similar like a normal conditions. As mentioned in the introduction this type of equipment has a very wide appliancation and is very useful as well, in heavy vehicles, which need to exchange the oil during the travels countryside and many times so far from the companies.

The final conclusion is that, although the equipment construction is relatively simple from the mechanical point of view, it can become more sophisticated in according with the control demand of the driver. It can obviously, in the other hand, represente for sure one cost condition higher.

REFERENCES

- Heyhood, J.B., *Internal Combustion Engine Fundametnals*, Mc Graw Hill, Ney York, 1989
- Pohlentz, W., *Pumpen für Flüssigkeiten und Gase*, WEB Verlag Technik, Berlin, 1975.
- Spengler, H., *Technische Handbuch Pumpen*, WEB Verlag Technik, Berlin, 1976

ESTUDIO DE LAS ONDAS DE PRESION DEL CONDUCTO DE ESCAPE DE UN MOTOR DE COMBUSTION INTERNA

Simón J. Fygueroa, Jesús O. Araque y Ramón E. Loreto

GRUMOTE. Escuela de Ingeniería Mecánica

Universidad de Los Andes

Mérida - Venezuela

RESUMEN

En este trabajo se propone una definición para el parámetro característico de funcionamiento del colector de escape y se presenta un estudio teórico de la influencia de sus ondas de presión, sobre algunos parámetros relacionados con las prestaciones de un motor de combustión interna. Para modelar el comportamiento fluidodinámico de los gases a través de los colectores y en el interior del cilindro se emplea un programa de acción de ondas. Los resultados obtenidos muestran que para ciertos valores del parámetro, independientemente de la velocidad de funcionamiento, se presentan importantes fenómenos que influyen sobre la eficiencia volumétrica, el trabajo de bombeo y el trabajo neto del motor.

INTRODUCCION

El movimiento de las ondas de presión, a lo largo de los colectores de un motor de combustión interna alternativo (MCIA), influye notablemente sobre el proceso de llenado y vaciado de los cilindros. Las ondas pueden producir importantes variaciones de parámetros como la eficiencia volumétrica y el trabajo de bombeo y, por consiguiente, sobre el trabajo producido por el motor. Un diseño adecuado de los colectores de escape permite aprovechar estas ondas para retirar los gases residuales que quedan dentro del cilindro después de la combustión; de esta manera se facilita la entrada de la mezcla fresca para el ciclo siguiente. Conocer profundamente este fenómeno permite establecer los principios básicos que deben seguirse cuando se trata de diseñar colectores de escape con los cuales se quieran optimizar las condiciones de funcionamiento del motor respecto a sus prestaciones (Sapsford et al., 1992)

El propósito del presente trabajo es definir un parámetro de fácil obtención que sirva para caracterizar la condición de funcionamiento de un colector de escape y realizar estudios paramétricos teóricos y experimentales que permitan determinar la influencia de las ondas de presión de los colectores de escape, sobre las prestaciones del motor

EL PROCESO DE ESCAPE EN UN MCIA

El proceso de escape en un MCIA posee grandes diferencias respecto al proceso de admisión, no solo por los elevados gradientes tanto de presiones como de temperaturas, que lo caracterizan, sino también por la diferencia existente en la forma de las ondas de presión que se producen en ambos procesos. Si bien es cierto que para el análisis del proceso de admisión, la onda de presión generada en la válvulas se supone aproximadamente sinusoidal y acústica, en el escape la onda es de forma mucho más compleja y de una amplitud tal que no puede despreciarse su influencia sobre la velocidad del medio (Davies y Jiajin, 1990).

En la Fig. 1, se muestra la forma típica de una onda de presión con sus correspondientes componentes progresiva y regresiva, en las cercanías de la válvula de escape. En la componente progresiva pueden distinguirse claramente dos porciones. La primera, cuyo valor máximo aparece señalado con la letra A, corresponde al pulso producido por el escape espontáneo de los gases desde el AAE hasta poco después del

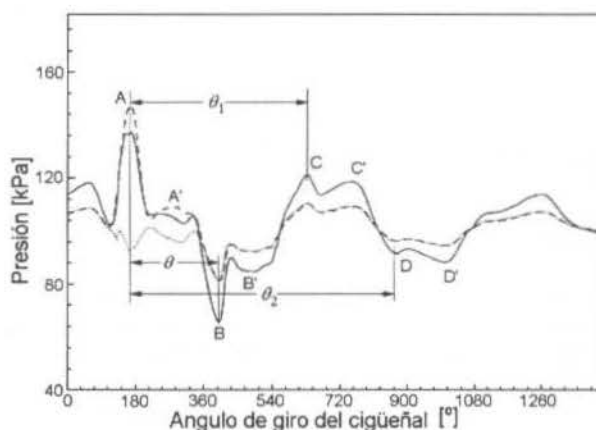


Figura 1 - Componentes progresivas y regresivas de la onda de presión del escape

PMI. La segunda, señalada con la letra A', pertenece al escape forzado provocado por la carrera de ascenso del pistón y que finaliza en las cercanías del PMS. El tamaño de ambos pulsos es variable con las condiciones de funcionamiento del motor, y depende fundamentalmente del grado de carga. En efecto, según Benson (1982), si el grado de carga es alto, en el cilindro habrá una presión muy alta en el momento en que se abre la válvula lo cual produce una condición sónica capaz de evacuar gran parte de los gases durante el escape espontáneo, quedando así poca masa para evacuar durante el escape forzado (ver Fig. 2).

Cuando el grado de carga es bajo, la presión en el cilindro al abrirse la válvula de escape es baja; en consecuencia la velocidad del sonido es menor que en el caso anterior y la condición sónica que se establece en la válvula, no es capaz de evacuar suficiente masa del cilindro durante el escape espontáneo, quedando gran cantidad de masa para ser evacuada durante el escape forzado (Bocchi, 1990).

Suponiendo que las perturbaciones de presión remanentes de los ciclos anteriores tienen poca influencia sobre las del ciclo actual; los puntos señalados en la Fig. 1 con las letras B y B' corresponden a las ondas de depresión de los pulsos A y A' respectivamente. Del mismo modo, C, C', D y D' corresponden a las segundas y terceras ondas de presión y depresión de las ondas originales. En vista de que la forma de las ondas de presión varía

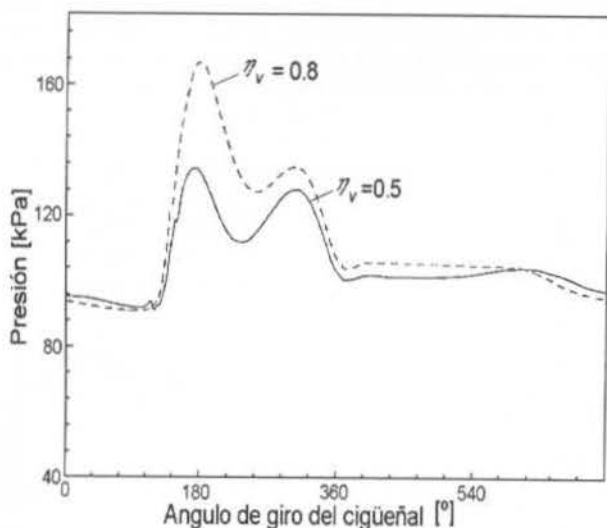


Figura 2 – Componente progresiva de la onda del escape

con la carga del motor, este trabajo se limitará a estudiar la influencia de las ondas solo a carga máxima; es decir, cuando la amplitud A', del segundo pulso es pequeña respecto a la amplitud A, del primero.

DEFINICION DEL PARAMETRO DE FRECUENCIA

La variable que se utiliza para caracterizar el funcionamiento del colector es el parámetro de frecuencia PF, que relaciona la frecuencia del colector con la frecuencia del motor de la siguiente manera:

$$PF = \frac{f_{\text{colector}}}{f_{\text{motor}}} \quad (1)$$

donde f_{motor} es el inverso del tiempo en que se realiza un ciclo del motor (t_{ciclo}) y f_{colector} es el inverso del periodo de la onda de presión, definido este, como la diferencia en tiempo desde que se produce el pulso hasta que regresa de nuevo a la válvula como una onda positiva, tal como se muestra en la Fig. 1. Por esta razón, la Ec. (1) puede escribirse como:

$$PF = \frac{t_{\text{ciclo}}}{\text{periodo}} \quad (2)$$

La Ec. (2) en función del ángulo de giro del cigüeñal es:

$$PF = \frac{720}{\theta_1} \quad (3)$$

donde θ_1 es la diferencia angular correspondiente al periodo. Suponiendo que la velocidad media de desplazamiento de las ondas es constante durante el proceso de escape, entonces los ángulos θ , θ_1 y θ_2 se relacionan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 2\theta &= \theta_1 \\ 3\theta &= \theta_2 \end{aligned} \quad (4)$$

donde θ y θ_2 son las diferencias angulares que separan la onda

original de las ondas B y D respectivamente. La Ec. (3) puede escribirse también como:

$$PF = \frac{360}{\theta} \quad (5)$$

Las razones por las cuales se toman los picos de las ondas como puntos de referencia para determinar los ángulos, en vez de tomar el punto de apertura de la válvula y el inicio de la onda de depresión tal como se hace en la admisión, son:

- Los puntos A y B son fáciles de ubicar en un diagrama de presiones superpuestas, por ser puntos de inflexión de las curvas, lo cual facilita la determinación gráfica del PF.
- Dado que el pico y el valle del pulso de presión se desplazan con velocidades diferentes, considerar respecto del valle puede conducir a resultados erróneos en cuanto a los ángulos esperados de llegada de las ondas.

En cada una de las simulaciones que se efectúan para el estudio paramétrico, la Ec. (5) se utiliza para calcular gráficamente el PF a partir del diagrama de presión en un punto cercano a la válvula.

PROCEDIMIENTO

El estudio paramétrico teórico se hace a partir de los resultados de un conjunto de ejecuciones, llevadas a cabo con un modelo de acción de ondas desarrollado por el Departamento de Máquinas y Motores Térmicos de la Universidad Politécnica de Valencia (Payri et al., 1991) que tiene en cuenta la transferencia de calor en el escape. Con ellas, se modela el funcionamiento del motor para tres regímenes de giro y once longitudes del colector de escape diferentes. Las longitudes del colector de escape utilizadas para cada régimen, corresponden a valores del PF comprendidos entre 1.5 y 11.8 respectivamente.

El límite superior del PF queda establecido por el hecho de que valores mayores de 12 corresponden a colectores muy cortos cuyo comportamiento desde el punto de vista de las prestaciones se asemeja al del motor funcionando sin colector. Valores del PF menores de 1.5 implican longitudes del colector demasiado grandes que no son viables desde el punto de vista práctico.

El método utilizado para la determinación del PF en cada una de las ejecuciones, consiste en medir sobre el diagrama de presiones superpuestas, en el cual aparecen las ondas progresivas y regresivas, en un punto muy cercano a la válvula (5 cm) la diferencia angular definida en el apartado anterior y utilizarla en la Ec. 5.

El motor modelado es de encendido por chispa, refrigeración por agua y aplicación automovilística. Sus características técnicas son las siguientes:

- Cilindrada: 500 cm³
- Colector de admisión de 63 cm de longitud correspondiente a valores del PF de:
 - 4.04 a 4000 rpm
 - 5.39 a 3000 rpm
 - 8.09 a 2000 rpm
- Diagrama de distribución,
 - AAA = 60
 - RCA = 20
 - AAE = 60
 - RCE = 20D
- Diámetro de la válvula de admisión: 37mm
- Diámetro de la válvula de escape: 33.5mm
- Las longitudes del colector de escape utilizadas, incluyendo el ducto de culata, y sus correspondientes parámetros de frecuencia aparecen en la Tabla 1.

MATERIAIS E MÉTODOS

A captação e conversão analógico-digital dos sinais de aceleração e pressão deve ser periódica e com frequência de amostragem, múltipla da frequência de rotação do motor, para se evitar o aparecimento do fenômeno denominado "leakage". Este fenômeno caracteriza-se pelo espalhamento indesejável das intensidades das componentes espectrais nas suas vizinhanças, devido à amostragem do sinal em um intervalo de tempo finito. Porém, quando a frequência de amostragem for múltipla da frequência da componente espectral, o espalhamento torna-se não observável pela amostragem na frequência, devido ao uso da Transformada Discreta de Fourier. Além disso, tal amostragem deve ser sincronizada com o funcionamento do motor para permitir a individualização das ocorrências em cada cilindro.

Como a existência de correlação será indicada pelo coeficiente de correlação linear (variável adimensional), não há necessidade de se operar com escalas calibradas, bastando apenas mantê-las fixas e lineares no decorrer dos ensaios, o que permite simplificações no desenvolvimento de dispositivos e processamentos, bem como nos procedimentos dos ensaios. A única preocupação foi o aproveitamento da faixa dinâmica do conversor analógico-digital.

O motor e sua transmissão estão apoiados sobre seus coxins originais e foram montados sobre a suspensão original do veículo. Esse conjunto, suspensão-motor-transmissão e o dinamômetro a ele acoplado foram instalados sobre um único bloco de reação, que também sustenta todos os demais elementos da montagem. Nesta montagem procurou-se utilizar apenas componentes originais, de forma a aproximar-se o máximo possível das condições de tráfego do veículo.

A cadência das aquisições dos dados de aceleração angular do bloco e de pressão foi determinada pela passagem dos 153 dentes da engrenagem do volante diante de um sensor indutivo magnético instalado em uma perfuração feita na carenagem que envolve esse volante. A cada passagem desses dentes o sensor produz um pulso de tensão induzida, que é posteriormente conformado para possibilitar o controle do sistema de aquisição dos dados.

Para o estabelecimento do início da aquisição dos dados relativos à compressão e expansão dos gases no primeiro cilindro, onde foi instalado o sensor de pressão, providenciou-se um sinal indicativo de seu ponto morto inferior. Para isto, através de outra perfuração feita na carenagem que envolve as engrenagens do comando de válvula, foi instalado outro sensor indutivo magnético. Este sensor tem a finalidade de detectar a passagem de um pequeno parafuso de aço fixado na engrenagem do comando de válvulas. O posicionamento desse parafuso na engrenagem foi feito de forma que o pulso gerado indique a passagem do primeiro pistão pelo seu ponto morto inferior. Este pulso foi também usado para medir a rotação do motor através de um freqüencímetro.

Estes sensores indutivos magnéticos poderão, posteriormente, ser substituídos por sensores não invasivos posicionados nos cabos das velas, como proposto por Silva (1998). Neste caso a sincronização estabelecida pelas centelhas não permitirá o cálculo do torque indicado a partir da pressão na câmara de combustão, pois o ângulo de avanço das centelhas varia com a rotação e carga do motor. Embora esta proposta não possa ser utilizada nesta fase em que se busca verificar a existência da correlação entre o torque médio indicado e as componentes espectrais da aceleração angular do bloco do motor, ela poderá ser útil após estabelecida tal correlação, o que permitirá a avaliação do torque médio indicado

a partir, unicamente, das magnitudes das componentes espectrais da aceleração angular do bloco.

A aceleração angular do bloco na direção do eixo motor foi obtida indiretamente através um acelerômetro linear fixado na direção perpendicular ao eixo motor e não concorrente a este. O acelerômetro, solidário a uma base magnética, foi fixado ao bloco em uma superfície plana o mais distante possível do eixo motor, de modo a melhorar a relação sinal/ruído e o mais próximo possível da seção perpendicular ao eixo motor e que passa pelo centro de massa do conjunto motor-transmissão, de modo a atenuar as contribuições dos demais graus de liberdade.

Para a aquisição dos dados foi desenvolvido um sistema que emprega dois conversores analógicos-digitais de 8 "bits", que são transmitidos para o computador através de acesso direto à memória (DMA). Estes conversores são do tipo de aproximação sucessiva e utilizam uma rede capacitiva que, intrinsecamente, lhe confere a característica de "track and hold".

O cálculo do torque indicado (T_p) foi obtido a partir da igualdade entre os trabalhos do gás e do torque no eixo motor, desconsiderando-se os trabalhos dissipativos, isto é:

$$\int T_p d\theta = \int P dV \quad (1)$$

onde θ é o ângulo do eixo motor, P a pressão no interior da câmara de combustão e V o volume desta câmara.

Uma Parcela da força exercida pela pressão do gás no interior do cilindro é anulada pela força exercida pela pressão no interior do carter, aproximadamente igual à atmosférica. Este valor, a ser subtraído da série de pressão, pode ser obtido, aproximadamente, calculando-se a média das pressões nos trechos correspondentes às fases de exaustão e admissão.

A igualdade entre os trabalhos foi avaliada no intervalo angular entre as aquisições ($\Delta\theta$) e, para tal, a pressão e o torque em cada um destes intervalos foram considerados constantes. A avaliação dessa igualdade se reduz, então, aos produtos de pressão pela variação do volume da câmara de combustão (ΔV) e de torque pelo deslocamento angular ($\Delta\theta$).

A variação do volume da câmara de combustão (ΔV) é obtida através do produto da área do pistão pela variação (ΔS) da posição do pistão (S), medida a partir do eixo motor, que pode ser calculada usando-se a relação $S = R \cos(\theta) + L \cos(\phi)$, oriunda da geometria do sistema biela-manivela apresentada na Figura 1

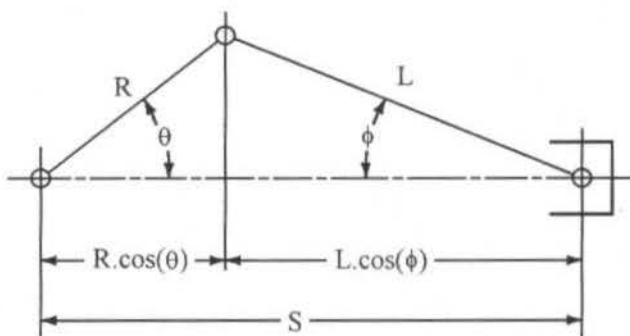


Figura 1- Geometria do sistema biela-manivela.

Além de se usar a relação biela/manivela $L/R=4$, (dado fornecido pelo fabricante do motor), o comprimento da manivela R , a área do pistão e $\Delta\theta$ foram tomados como unitários,

Tabla 1 - Parámetro de frecuencia PF correspondiente a cada longitud de colector de escape Lc [m]

2000 rpm		3000 rpm		4000 rpm	
PF	Lc	PF	Lc	PF	Lc
1.53	4.20	1.55	2.93	1.88	1.79
1.92	3.23	1.91	2.32	2.20	1.47
2.66	2.49	2.27	1.91	2.91	1.13
3.37	2.00	3.66	1.26	3.49	0.96
3.95	1.70	4.54	1.05	4.20	0.83
5.00	1.40	5.40	0.88	4.72	0.73
6.24	1.17	6.68	0.76	5.40	0.65
7.58	1.01	7.10	0.72	6.12	0.57
8.61	0.90	8.11	0.63	7.31	0.49
10.18	0.80	9.89	0.55	8.11	0.45
11.82	0.75	12.02	0.49	10.50	0.40

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Respecto de la eficiencia volumétrica (η_v). En la Fig. 3 se muestran los gráficos del rendimiento volumétrico del motor en función del PF, para los diferentes regímenes de giro estudiados.

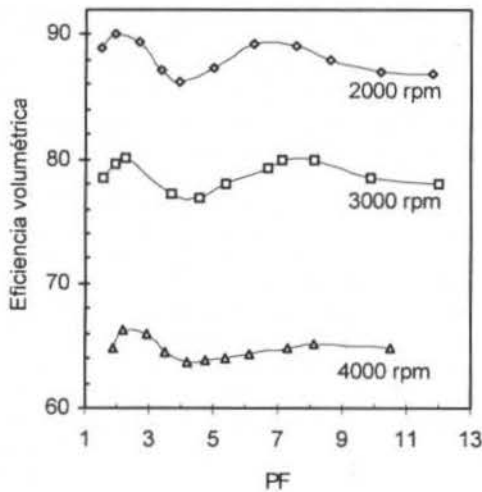


Figura 3 - Eficiencia volumétrica vs. PF

En ella se distinguen tres zonas de interés ubicadas en torno a $PF = 2, 4$ y 7 . Estos puntos tienen una característica común: en todos ellos regresa a la válvula de escape una onda de presión negativa o positiva, aproximadamente 12° antes del PMS de escape, como se explica a continuación.

Según la definición, el valor de $PF = 2$ representa un ángulo de desfase de 180° entre A y B. Tomando en cuenta que el punto A se encuentra 12° antes del PMI entonces el punto B se encuentra 12° antes del PMS (ver Fig. 4).

El $PF = 4$ corresponde a un desfase de 90° entre A y B o de 180° entre A y C según la Ec. 3. En este caso también llega una onda de presión antes del PMS, pero esta vez de signo positivo. (ver Fig. 5).

El valor $PF = 7$ corresponde a un ángulo de desfase entre A y D según la Ec. 5 de 56° . Como puede verse en la Fig. 6, θ_2 es realmente 180° en vez de 168° lo cual invalida la suposición de velocidad de desplazamiento de las ondas constante, al menos

para ondas que han recorrido el conducto más de 4 veces. Esta variación de la velocidad se debe básicamente al cambio de temperatura originado por la salida de los gases del nuevo ciclo y al cruce de ondas que viajan en direcciones opuestas.

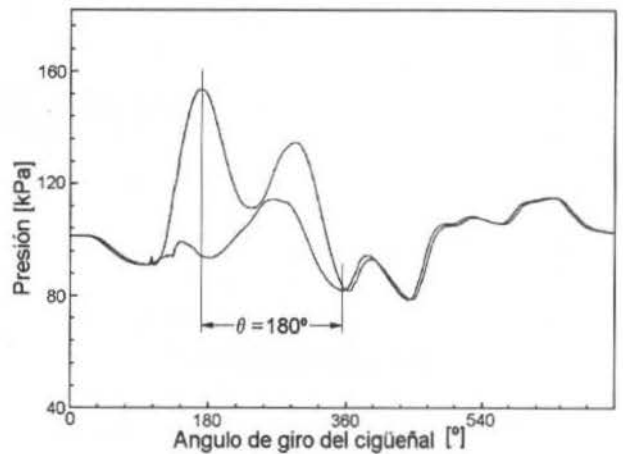


Figura 4 - Diagrama de presiones cuando $PF = 2$

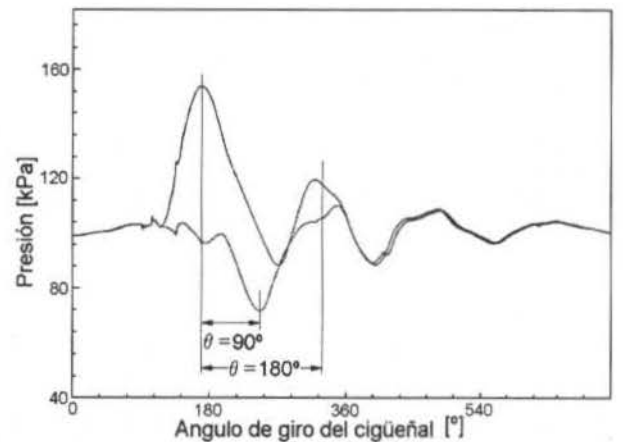


Figura 5 - Diagrama de presiones cuando $PF = 4$

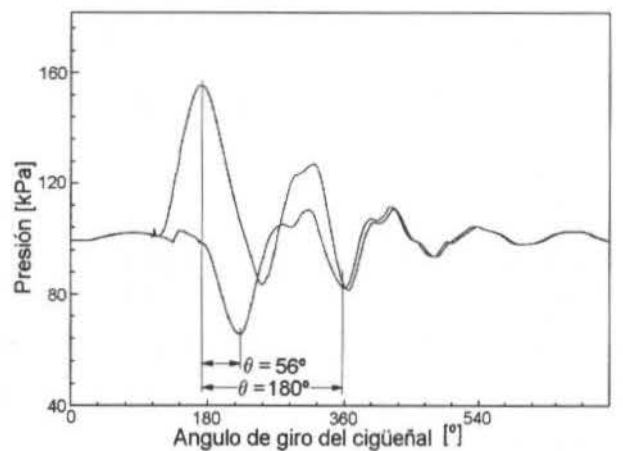


Figura 6 - Diagrama de presiones cuando $PF = 7$

La razón por la cual coinciden los máximos y mínimos de la eficiencia volumétrica con llegadas de ondas de depresión 12° antes de PMS, es que estas producen una disminución de la presión en el cilindro que contribuye a la entrada de mezcla fresca por la válvula de admisión, durante el tiempo en que el pistón aun se encuentra en carrera de ascenso.

Respecto del trabajo de bombeo (W_B). En la Fig. 7 se muestran los gráficos del trabajo de bombeo en función del PF. Se observan de nuevo tres puntos de particular interés, diferentes a los relacionados con la eficiencia volumétrica. Estos puntos son $PF = 1.5, 2$ y 3.5 , los cuales se comentan a continuación.

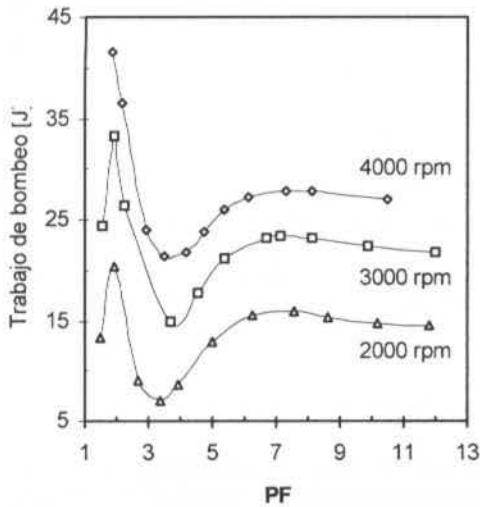


Figura 7 – Trabajo de bombeo vs. PF

El caso $PF = 1.5$ corresponde según la definición, a un ángulo de desfase θ_2 de 720° . Esto significa que llega una onda de presión de signo contrario a la original, en la misma posición angular con que fue generada, pero con un ciclo de retraso. En la Fig. 8 se muestran las ondas progresiva y regresiva (siempre en un punto cercano a la válvula de escape) para dos ciclos del motor. Puede observarse como durante todo el proceso de escape

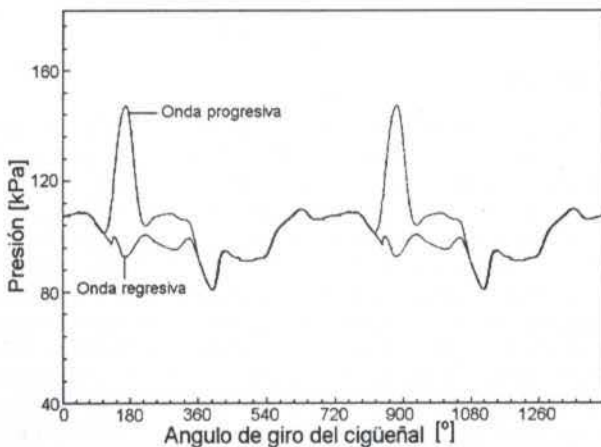


Figura 8 – Diagrama de presiones cuando $PF = 1.5$

llega una onda negativa proveniente del ciclo anterior, que facilita la salida de los gases del cilindro y disminuye el trabajo de

bombeo.

Cuando $PF = 2$, al igual que en el caso anterior, el incremento del trabajo de bombeo se debe también a la influencia de ondas remanentes del ciclo anterior. Para facilitar la comprensión del fenómeno, se han dibujado en la Fig. 9, la curva A que representa la presión en el colector de escape debida solo a la onda proveniente del ciclo anterior y la curva B que representa el funcionamiento normal del motor. Como puede observarse, justo en el punto medio de la carrera de escape llega a la válvula una onda de presión positiva proveniente del ciclo anterior que dificulta la salida de los gases y en consecuencia incrementa significativamente el trabajo de bombeo.

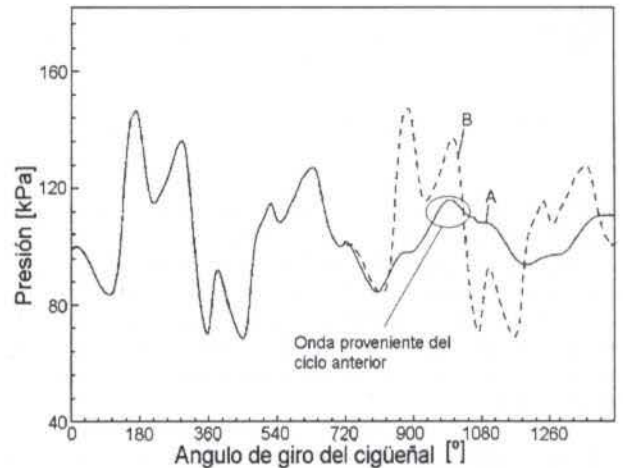


Figura 9 – Diagrama de presiones cuando $PF = 2$

Cuando $PF = 3.5$ el ángulo de desfase es de 102° que como puede verse en la Fig. 10, corresponde a una onda de presión negativa precisamente a la mitad de la carrera de escape. De todas las ondas reflejadas ésta es la de mayor amplitud por ser la primera depresión, lo cual justifica que su aprovechamiento produzca el mínimo trabajo de bombeo en todo el rango de PF estudiado tal como se muestra en la Fig. 7.

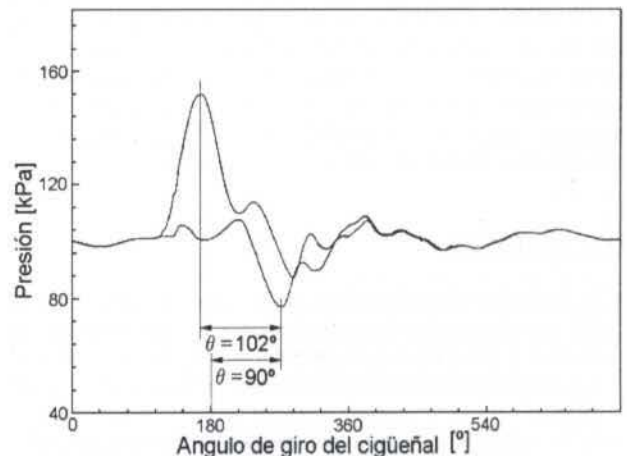


Figura 10 – Diagrama de presiones para $PF = 3.5$

En los casos en que $PF > 6$, no es posible aprovechar las ondas reflejadas para modificar el trabajo de bombeo dado que su

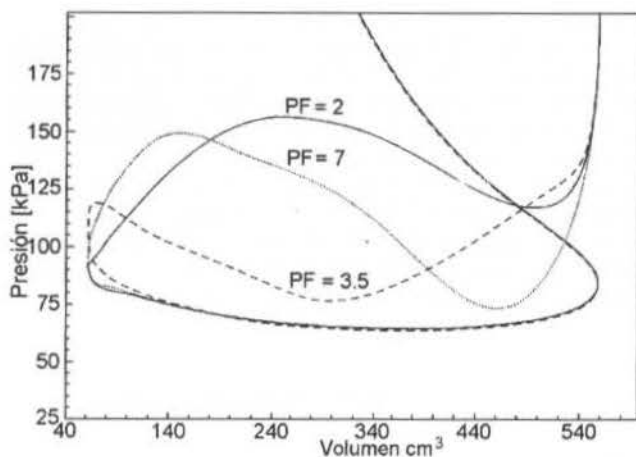


Figura 11 - Lazo de bombeo para diferentes PF

longitud es muy pequeña y en consecuencia durante el proceso de escape llegan tanto ondas positivas como negativas. Por esta razón, a medida que aumenta PF, el trabajo de bombeo tiende a igualarse al del motor sin colectores. En la Fig. 11 se muestran los lazos de bombeo para $PF = 2, 3.5$ y 7 . En general se puede concluir que el ángulo de llegada de las ondas asociado a incrementos o decrementos del trabajo de bombeo es 90° antes de PMS de escape.

Respecto del trabajo neto (W_N). Otro parámetro que vale la pena analizar es el trabajo neto producido por el ciclo del motor, puesto que es el producto final que se desea obtener del proceso. Las ondas de presión no ejercen una influencia directa sobre el trabajo neto producido por el motor, por esta razón, es difícil relacionar su llegada con los incrementos de dicho trabajo, tal como se ha hecho en los análisis anteriores. El análisis se dificulta aún más por el hecho de que la relación de frecuencias afecta de manera inversa al η_v y al W_B que son los parámetros de quienes depende el trabajo neto. En vista de esto, el incremento del trabajo neto ha de conseguirse como solución de compromiso entre un buen rendimiento volumétrico y pocas pérdidas de bombeo, lo cual implica que estos puntos no han de coincidir necesariamente con los anteriormente señalados.

En la Fig. 12 se presentan el trabajo neto producido en función del PF para las frecuencias de giro consideradas. Pueden observarse tres puntos críticos; $PF = 3, 4.5$ y 7 . El incremento y decremento del W_N en los puntos de $PF = 3$ y 4.5 se debe a un efecto combinado de la η_v y el W_B mientras que para $PF = 7$ el aumento se debe casi en su totalidad a la η_v puesto que el W_B se mantiene más o menos constante.

CONCLUSIONES

- Se ha establecido una definición del parámetro de frecuencia PF, que caracteriza la condición de funcionamiento de un colector y permite su fácil determinación gráfica a partir de los diagramas de presiones obtenidos en las cercanías de las válvulas.
- Se ha realizado un estudio paramétrico teórico con el cual se encontraron los valores del PF que producen valores críticos

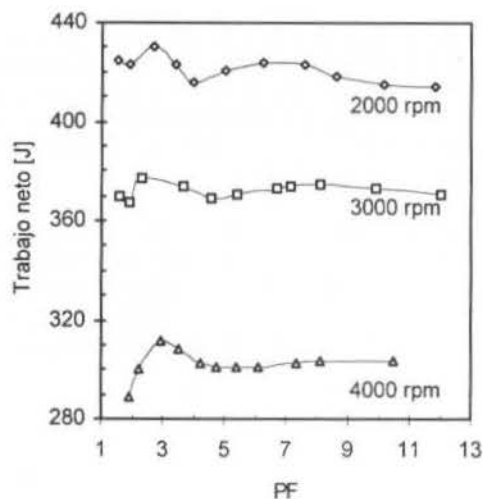


Figura 12 - Trabajo neto vs. PF

de la eficiencia volumétrica, el trabajo de bombeo y el trabajo neto

Se determinaron los ángulos de llegada de las ondas de presión que influyen sobre el llenado del cilindro y el trabajo de bombeo.

REFERENCIAS

- Benson, R. S., 1982, *The thermodynamics and gas dynamics of internal combustion engines*, Oxford, Clarendon Press.
- Bocchi, G., 1990, "Applicazione del metodo delle caratteristiche al calcolo dei silenziatori per motori a combustione interna", *ATA- Ingegneria automobilistica*, **43**(8-9), pp. 613-625.
- Davies, P. O. A. L., 1990, "Finite amplitude wave reflection at an open exhaust", *Journal of Sound and Vibration*, **138**(2), pp. 165-166.
- Payri, F., Benajes, J. V. y Chust, M. J., "Programme pour étude assistée par ordinateur de systèmes d'admission et d'échappement de moteurs", *Entropie*, **162**, pp. 17-23.
- Sapsford, S. M., Richards, V. C., Amlee, D. R., Morel, T. y Chappell, M. T., 1992, "Exhaust system evaluation and design by non-linear modeling", *SAE Paper 920686*.

SUMMARY

This paper shows a theoretical study of the influence of the pressure waves transmitted across the exhaust pipe of an internal combustion engine, on engine parameters related with its performance. The study is carried out with the aid of an action waves program that models the gas behavior in the cylinder as well as, along the exhaust pipe. A definition of the characteristic parameter of operation of the pipe is proposed which facilitates its graphic determination from the decomposition of the pressure waves in their progressive and regressive components. The analysis of the results show that, independently of the engine speed, certain values of the characteristic parameter of the pipe greatly affect the volumetric efficiency, pumping work and net work of the engine.

ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DO GÁS NATURAL NA FROTA DE ÔNIBUS URBANO DA CIDADE DE SÃO PAULO

N. Kuwahara
M. D. Berni
S. V. Bajay

Departamento de Energia
Faculdade de Engenharia Mecânica
Universidade Estadual de Campinas
13083-970 - Campinas - SP - Brasil

RESUMO

A grande carga de poluentes lançada ao ambiente devido intenso uso de combustíveis derivados do petróleo, fundamentalmente diesel e gasolina, pelos veículos que trafegam nos grandes centros urbanos tem provocado a degradação do ar e influenciado negativamente a saúde da população. O gás natural automotivo demonstra ser menos poluente. Assim no presente estudo, é analisada a viabilidade de uso do gás natural em frota de ônibus urbano, da cidade de São Paulo, avaliando-se em termos econômico e ambiental.

INTRODUÇÃO

O ar ambiente das grandes cidades tem recebido, durante alguns períodos, a emissão de diversos poluentes prejudiciais à saúde humana, comprometendo com a qualidade de vida das pessoas. As chaminés das indústrias e veículos automotores possuem grande responsabilidade com a elevação dos níveis de poluição nas referidas localidades, isto se dá em decorrência do aumento no consumo de combustíveis fósseis. Em determinados locais da Cidade de São Paulo o nível de poluição do ar chega a ultrapassar limites máximos permitidos.

A frota de ônibus à diesel que circula em São Paulo tem contribuído consideravelmente com o aumento da poluição do ar. Logo há grande necessidade no uso de combustível com menor potencial de emissão de poluentes, de maneira a proporcionar a diminuição do nível de poluição.

Com a disponibilidade de gás natural na região sudeste, gasoduto Brasil-Bolívia, este combustível demonstra ser boa opção para substituição do diesel nos ônibus de transporte urbano. No entanto há necessidade de se analisar os efeitos desta substituição em termos globais, isto é, comparar a substituição de uma frota e não de um único veículo, observando o impacto no meio.

Em São Paulo o uso desta opção de combustível tornou-se obrigatório, de acordo com a Lei nº 12140, promulgada em 5 de julho de 1996, a qual determina que "as empresas prestadoras de serviço de transporte coletivo integrantes do sistema municipal de transporte coletivo deverão substituir seus veículos movidos à diesel ou converter seus motores por outros movidos a gás natural. O número atual de veículos a gás na cidade de São Paulo é de 161, e prevê-se que até o final do ano de 1998, a frota deva ser de 580 ônibus a gás. Segundo informações da Assessoria de Imprensa e Comunicação da

SPTTrans, a substituição dos veículos vem ocorrendo de acordo com o Plano de Alteração de Combustíveis-PAC.

Neste trabalho o comparativo entre frotas foi realizado considerando-se que a frota a diesel da cidade de São Paulo é formada por veículos fabricados pela Mercedes Benz, especificamente com o modelo OH 1621-L. Os veículos a gás que irão substituir os veículos a diesel também são do mesmo fabricante e com características semelhantes, o modelo OH 1621-L a gás.

De acordo com dados da SPTTrans, os ônibus da cidade possuem uma vida econômica de aproximadamente 5 anos. Considera-se que os veículos terão um valor residual de 40% do investimento inicial após a vida econômica.

Segundo dados divulgados pela SPTTrans, o número de passageiros transportados no ano de 1997 foi de 1.611.024.762, com uma frota de 11.493 veículos no mesmo período, resultando em 810.904.618 km percorrido pela frota como quilometragem anual total.

Os produtos de combustão do diesel tem como elementos CO, HC, NOx, SOx e material particulado. A combustão do gás natural produz CO, HC e NOx.

Os preços dos combustíveis foram obtidos na Assessoria de Imprensa e Comunicação Social da SPTTrans. O litro do diesel custa R\$ 0.3464 e o gás natural R\$ 0.35 o m³. A passagem do ônibus tinha um valor de R\$ 0.90 no período analisado.

Consequências dos Poluentes sobre a Saúde. A seguir indica-se os principais efeitos dos poluentes, provenientes da combustão sobre a saúde (CETESB, 1997).

Monóxido de carbono (CO) : Liga-se à hemoglobina, substância do sangue que leva o oxigênio às células, formando a carboxihemoglobina e diminuindo a oxigenação do sangue.

Causa tonturas e vertigens, além de alterações no sistema nervoso central.

Dióxido de enxofre (SO₂) : Provoca coriza, catarro e danos irreversíveis aos pulmões.

Ozônio (O₃) : Causa envelhecimento precoce. Diminui a resistência às infecções. Provoca irritação nos olhos, nariz e garganta e desconforto respiratório.

Material particulado (fumaça, poeira, fuligem) : Agravam quadros alérgicos de asma e bronquite. Podem ser cancerígenas. As poeiras mais grossas ficam retidas no nariz e na garganta, causando irritação e facilitando a propagação de infecções gripais. As poeiras mais finas (partículas inaláveis) chegam aos pulmões agravando casos de doenças respiratórias ou do coração.

Hydrocarbonetos (HC) : Os aldeídos emitidos por veículos a diesel e gasolina causam irritação aos olhos, nariz e garganta.

Óxido de nitrogênio : Podem provocar desconforto respiratório, diminuição da resistência a infecções e alterações celulares.

Limites de Emissões. Os limites de emissões são recomendações apresentadas pelo CONAMA. Considerou-se nesta análise os limites para os anos de 1996 e 1998, os quais foram calculados de acordo com as condições de solicitações e características dos veículos analisados, ver Tab. 1. Para o limite de SO₂ foi adotado o valor de 5,95 g/km, o qual é recomendado por organizações internacionais (CETESB, 1997).

Tabela 1 - Limites de emissões recomendados em g/km.

	1996	1998
CO	25,26	20,62
HC	6,18	5,67
NOx	46,40	36,09
SOx	5,95	0
Mat. particulado	2,06	0

ANÁLISE TÉCNICA-ECONÔMICA

Considera-se, neste trabalho, que as frotas sejam compostas por veículos da Mercedes Benz do Brasil, especificamente por modelos OH 1621 - L a diesel e a gás. Assim, na análise econômica, será realizado uma comparação entre duas frotas de ônibus, uma formada por veículos a diesel e outra por veículos a gás. De acordo com a SPTrans a capacidade de transporte de passageiros dos veículos a diesel e a gás é a mesma, logo as frotas possuirão o mesmo número de veículos.

Na Tab. 2, são indicadas algumas das características técnicas dos veículos analisados, as quais serão úteis para os cálculos de consumo de combustíveis das frotas e emissões de poluentes.

Tabela 2 - Características técnicas dos ônibus a gás e a diesel.
Fonte : Mercedes Benz do Brasil, 1997.

	Diesel	Gás
Modelo	OH 1621 - L	OH 1621 - L
Potência máxima (KW)	150	155
Consumo específico em condições de transito	2,4 km/litro	2 km/Nm ³

A frota de ônibus a gás necessita de uma estação de compressão, pois o gás natural é armazenado em cilindros de estocagem a uma pressão de aproximadamente 200 bar, e normalmente as linhas de distribuição encontram-se com o gás entre 20 a 30 bar, logo vê-se a necessidade de um equipamento para realizar este trabalho. As características da estação de compressão, assumida para realizar o abastecimento dos veículos, foram obtidas junto a Petrobrás Distribuidora (Machado, 1996).

Na Tab. 3 são indicados os valores de investimento, custos e receitas. O cálculo econômico é realizado com o método do valor presente (Kaplan, 1983), indicados nas Eqs. (1) e (2), assumindo taxa de 15% ao ano. Considera-se constantes o consumo de combustível e receita durante o período da vida econômica dos veículos.

Os custos de investimentos nos veículos são compostos da soma dos custos de investimentos nos chassis e dos encarroçamentos, os custos dos chassis para ônibus a gás e a diesel, Mercedes-Bens, custam respectivamente R\$ 77.000,00 e R\$ 56.000,00 (Pressionoti, 1997)., o encarroçamento destes para a empresa CAIO custam respectivamente R\$ 70.308,00 e R\$ 58.508,00 (Mendes, 1997). Os valores dos veículos também podem variar de acordo com o quantidade negociada e da carga tributária do Estado, neste trabalho considera-se apenas os valores fornecidos pelos fabricantes.

Tabela 3 - Dados para cálculo econômico.

	Diesel	Gás
Nº de veículos	11.493	11.493
Preço unitário do veículo (R\$)	115.508	147.308
Investimento total da frota (R\$)	1.325.234.844	1.693.838.340
Investimento em estação de compressão (R\$)	0	1.045.000
Custo total de combustível (R\$/ano)	117.040.566	141.908.308
Receita anual (R\$)	1.641.340.127	1.641.340.127

$$NPW_{\text{diesel}} = (\text{Receita} - \text{Custo}_{\text{combustível}}) \times \left[\frac{(1,15)^5 - 1}{0,15(1,15)^5} \right] + \frac{\text{Valor}_{\text{residual}}}{1,15^5} - \text{Investimento}_{\text{frota}} \quad (1)$$

$$NPW_{\text{diesel}} = \text{R\$ } 4.046.162.598,00$$

$$NPW_{\text{gás}} = (\text{Receita} - \text{Custo}_{\text{combustível}}) \times \left[\frac{(1,15)^5 - 1}{0,15(1,15)^5} \right] + \frac{\text{Valor}_{\text{residual}}}{1,15^5} - (\text{Investimentos}_{\text{frota}} + \text{estação compressão}) \quad (2)$$

$$NPW_{\text{gás}} = \text{R\$ } 3.668.216.867,00$$

Com a aplicação dos dados da Tab. 3 na Eq. (1) e na Eq. (2), determinou-se que os valores presentes líquidos das frotas a gás e a diesel foram positivos indicando que as duas opções são viáveis economicamente, no entanto a frota a diesel obteve valor ligeiramente maior.

Análise de Sensibilidade: Em função de possíveis incertezas em alguns parâmetros nos cálculos econômicos, realiza-se a análise de sensibilidade nos dados que podem sofrer variações, como custos de investimentos nos veículos e combustíveis, ver Fig. 1.

Nota-se que os valores presentes das alternativas de frota de ônibus são mais sensíveis com as variações nos investimentos nos veículos, no entanto são menos sensíveis com as variações nos custos dos combustíveis.

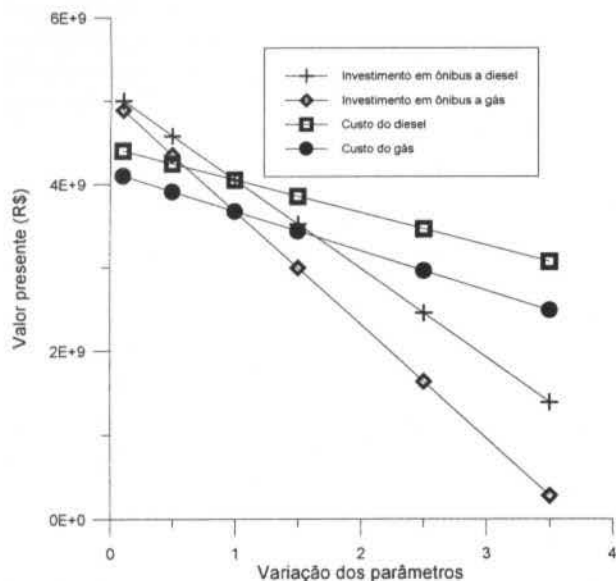


Figura 1 - Análise de sensibilidade nos dados para determinação dos valores presentes.

Para a análise ambiental seria necessário os fatores de emissões reais dos dois tipos de veículos. No entanto, somente foram liberados pelo fabricante os fatores de emissão do veículo a gás natural. Logo, para o veículo a diesel, assumiu-se os dados de emissões estimados pela CETESB (Alvares, 1997).

Na Tab. 4, são indicadas as quantidades, em grama, lançado a cada quilômetro percorrido pelos ônibus. Nota-se que estes fatores estão abaixo dos limites recomendados pelo CONAMA para os anos de 96 e 98.

Tabela 4 - Fator de emissão dos veículos em g/km

	Diesel	Gás
CO	17,8	13,26
HC	2,9	0,42
NOx	13,0	15,82
SOx	2,72	0
Mat. Particulado	0,81	0

Com o intuito de verificar a quantidade de poluentes, em toneladas anuais, lançado por estas frotas na cidade de São Paulo, faz-se a multiplicação da quilometragem anual total das frotas pelos fatores de emissões mostrados anteriormente (ver Tab. 5).

Tabela 5 - Emissão de poluentes pelas frotas em ton./ano

	Diesel	Gás
CO	14434,10	10752,59
HC	2351,62	340,57
NOx	10541,76	12828,51
SOx	2205,66	0
Mat. particulado	656,83	0

Embora os dois tipos de veículos proporcionem menores fatores de emissões do que os recomendados pela CETESB, nota-se que a frota total de veículos provocará uma considerável descarga de poluentes no ambiente.

CONCLUSÃO

A análise econômica indicou maior atrativo da frota a diesel em relação a de gás, no entanto faz-se necessário um estudo dos benefícios obtidos com a redução de emissão de poluentes no meio ambiente.

As emissões de poluentes, dos veículos a gás foram menores do que os veículos à diesel, com exceção do NOx. Mesmo que os veículos a gás tenham apresentado níveis de emissões mais baixos do que os veículos a diesel, há necessidade de verificar o crescimento da emissão de acordo com o aumento da frota, e com isto definir limites de frota com a atual tecnologia.

ABSTRACT

The increasing pollution emitted to the environment from intensive utilization of oil products, main by gasoline and diesel, by vehicle in city centres, has worse health of urban population. Natural gas demonstrates lower emissions levels. In this work the viability of use the natural gas in fleet buses in the city of São Paulo is analised, in economic and environmental aspects.

REFERÊNCIAS

- Alvarés, O. M., Branco, C. M., Szwarc, A., 1997, "Aspectos ambientais do tróleibus", Revista dos Transportes Públicos, nº 76, ano 19, 3º trimestre.
- Kaplan, S., "Energy economics", McGraw-Hill Book Company, New York, 1983.
- CETESB, 1997, "Por um transporte sustentável".
- Machado, F. T. H. F., 1996, "A Utilização do Ônibus a Gás Natural Comprimido na Frota de Ônibus Urbano como Alternativa para Redução da Poluição Atmosférica na Região Metropolitana de São Paulo", dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, IEE.
- Mendes, A. H., 1997, " Custos de investimentos em carrocerias de ônibus urbano", Cia. Americana Industrial de Ônibus-CAIO, comunicação pessoal.
- MINFRA, Port. nº 107, 13/05/91
- Pedroso, F. J., 1996, "Avaliação Energética e Estimativa das Emissões de Poluentes pelo Setor de Transporte da Região Administrativa de Campinas", tese de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, FEM.
- Pressionoti, P. A., 1997, "Custos de chassis para ônibus urbano", Mercedes-Bens, comunicação pessoal.
- SPTTrans, "Dados históricos". Sistema de transporte coletivo no município de São Paulo, 1996 - 1998. Disponível na Internet. http://www.sptrans.com.br/ind_frame.htm 20 maio 1998.

MODELAMENTO DE ESCOAMENTOS COMPRESSÍVEIS NO INTERIOR DE DUTOS USANDO O MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS

José Antonio Velásquez
DAMEC/NuPES - CEFET - PR
80230-901 Curitiba - PR - Brasil

RESUMO

Neste trabalho é analisado o escoamento unidimensional e transitório de um fluido compressível no interior de dutos. São apresentadas as equações que governam o escoamento, para o caso quando são levadas em conta as variações da área da seção do duto e a ocorrência de transferência de calor e atrito entre o gás e as paredes. O algoritmo de solução é descrito em detalhe. Para efeitos demonstrativos, foi simulado o processo de descarga de um tanque através de um duto. Os resultados da simulação são apresentados e discutidos.

INTRODUÇÃO

Escoamentos de fluidos compressíveis em dutos são frequentemente encontrados em uma série de aplicações de interesse para os engenheiros. Como exemplos de tais aplicações pode-se mencionar os escoamentos nos coletores de admissão e exaustão dos motores de combustão interna, o escoamento de combustível nas tubulações entre a bomba injetora e o bico-injetor nos motores diesel, escoamentos em linhas de ar comprimido, escoamentos em gasodutos, etc.

Para a análise desses escoamentos é necessário dispor de ferramentas adequadas que permitam levar em conta os fenômenos de propagação de ondas que os caracteriza [1, 2]. Neste trabalho, são apresentadas as equações que governam o escoamento transitório de um fluido compressível em um duto e é mostrado o algoritmo de solução baseado no método das características. A rotina de solução implementada segundo esse algoritmo foi utilizada para analisar o problema de descarga de um tanque contendo ar comprimido.

AS EQUAÇÕES GOVERNANTES

Para modelar o escoamento transitório de um fluido compressível dentro de um duto considerou-se a hipótese de escoamento unidimensional e levou-se em conta a possibilidade de variações da área transversal do duto e a ocorrência de transferência de calor e atrito entre o fluido e as paredes sólidas. Para este caso, as equações de balanço de massa, de quantidade de movimento e de energia podem ser escritas em função das derivadas da pressão p , da velocidade w e da entropia s . A forma matricial dessas equações é [3]

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A \frac{\partial U}{\partial z} = f \quad (1)$$

$$U = \begin{pmatrix} p \\ w \\ s \end{pmatrix} ; \quad A = \begin{pmatrix} w & c^2 \rho & 0 \\ 1/\rho & w & 0 \\ 0 & 0 & w \end{pmatrix} ;$$

$$f = \begin{pmatrix} \rho(k-1)(\dot{q} + wF) - \rho w \frac{c^2}{A} \frac{dA}{dz} \\ -F \\ \frac{kR}{c^2}(\dot{q} + wF) \end{pmatrix}$$

$$F = f_f \frac{4}{D_d} \frac{|w|}{w} \frac{w^2}{2}$$

- A - área de escoamento;
- c - velocidade local do som no fluido;
- D_d - diâmetro do duto;
- f_f - coeficiente de atrito: $f_f = (2\tau_w)/(\rho w^2)$;
- k - relação de calores específicos;
- \dot{q} - taxa de transferência de calor por unidade de massa;
- R - constante do gás;
- t - tempo;
- z - coordenada espacial;
- ρ - densidade local do fluido.

Este sistema de equações é linear em relação às derivadas do vetor U , por isso se diz que ele é *quase-linear*. Os sistemas quase-lineares que apresentam a forma da Equação (1), nos quais a matriz de coeficientes A exibe auto-valores reais e diferentes entre si, são chamados de *sistemas hiperbólicos* [4]. Os auto-valores γ_i da matriz A são definidos como as raízes da equação característica $\det(A - \gamma I) = 0$. Utilizando esta definição, obtém-se os seguintes auto-valores da matriz de coeficientes

$$\gamma_1 = w + c \quad \gamma_2 = w - c \quad \gamma_3 = w$$

como estes auto-valores são reais e diferentes entre si, conclui-se que a Equação (1) representa um sistema hiperbólico.

Provavelmente, as técnicas em diferenças finitas baseadas no esquema de Lax-Wendroff e o método das curvas características sejam os métodos mais difundidos para resolver os sistemas hiperbólicos. Ames [5]

destaca que os métodos em diferenças finitas são apropriados para os casos onde as soluções são "bem comportadas" no domínio de cálculo. Kruglov e Mednov [6] anotam que nos casos onde ocorrem variações abruptas das propriedades do fluido, o método das características tem permitido obter resultados bastante precisos.

As curvas características constituem o sistema de coordenadas natural para os problemas hiperbólicos. Neste sistema de coordenadas, as equações em derivadas parciais definidas em todo o domínio podem ser expressas como equações diferenciais ordinárias definidas ao longo das curvas características.

As equações das curvas características são obtidas resolvendo-se a igualdade $\det(A - dz/dt I) = 0$. Esta igualdade expressa a condição necessária para que o sistema de equações formado pela Equação (1) e pelas expressões para os diferenciais das variáveis dependentes ($p(z, t)$, $w(z, t)$ e $s(z, t)$) apresente singularidades. Assim, as equações das curvas características resultam

$$\frac{dz}{dt} = w + c \quad \frac{dz}{dt} = w - c \quad \frac{dz}{dt} = w$$

As curvas características representadas pelas duas primeiras equações acima, são chamadas de *linhas de Mach*. A curva característica representada pela terceira equação é a trajetória das partículas de fluido.

A condição necessária para que a Equação (1) tenha solução ao longo das curvas características é representada pelas chamadas *equações de compatibilidade*. Estas equações expressam a condição de igualdade entre o posto (*rank*) da matriz ampliada e o posto da matriz de coeficientes, ou, o que é o mesmo, a condição de determinante nulo de uma matriz formada por seis colunas quaisquer da matriz ampliada. As equações de compatibilidade resultam

Linhas de Mach

$$(dc)_{mach} \pm \frac{k-1}{2} (dw)_{mach} = \frac{k-1}{2} \frac{c}{kR} (ds)_{mach} + \frac{k-1}{2} \left(-\frac{wc}{A} \frac{dA}{dz} + (k-1) \frac{1}{c} (\dot{q} + wF) \mp F \right) dt \quad (2)$$

Linha de trajetória

$$(ds)_{path} = \frac{kR}{c^2} (\dot{q} + wF) dt \quad (3)$$

A dedução detalhada destas equações pode ser encontrada em Velásquez [3].

NORMALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES

Através da definição de um estado de referência do fluido e de um comprimento de referência z_{ref} , as equações das curvas características e as relações de compatibilidade podem ser expressas em termos das seguintes variáveis adimensionais

$$t = \frac{c_{ref}}{z_{ref}} t \quad z = \frac{z}{z_{ref}} \quad p = \frac{p}{p_{ref}} \\ c = \frac{c}{c_{ref}} \quad w = \frac{w}{c_{ref}} \quad s = \frac{s - s_{ref}}{R}$$

Além disso, deve ser observado que as equações de compatibilidade ao longo das linhas de Mach são expressas em função de três diferenciais — da velocidade do fluido dw ; da velocidade do som dc e da entropia ds . Entretanto, estas equações podem ser expressas em termos de apenas dois diferenciais usando as *variáveis de Riemann* (λ e β) e a variável *nível de entropia* c_A , definidas da seguinte forma

$$\lambda = c + \frac{k-1}{2} w \quad \beta = c - \frac{k-1}{2} w$$

$$c_A = \exp\left(\frac{k-1}{2k} s\right)$$

Assim, as equações das curvas características e as relações de compatibilidade, resultam

Característica λ (linha de Mach)

$$dz = (w + c) dt \quad (4)$$

$$(d\lambda)_\lambda = \frac{c}{c_A} (dc_A)_\lambda - \frac{k-1}{2} \left(\frac{wc}{A} \frac{dA}{dz} + \frac{k-1}{c} (\dot{q} + wF) + F \right) dt \quad (5)$$

Característica β (linha de Mach)

$$dz = (w - c) dt \quad (6)$$

$$(d\beta)_\beta = \frac{c}{c_A} (dc_A)_\beta - \frac{k-1}{2} \left(\frac{wc}{A} \frac{dA}{dz} - \frac{k-1}{c} (\dot{q} + wF) - F \right) dt \quad (7)$$

Linha de trajetória

$$dz = w dt \quad (8)$$

$$(dc_A)_{path} = \frac{k-1}{2} \frac{c_A}{c^2} (\dot{q} + wF) dt \quad (9)$$

$$F = f_f \frac{4 z_{ref}}{D_d} \frac{|w|}{w} \frac{w^2}{2} \quad \dot{q} = \dot{q} \frac{z_{ref}}{c_{ref}^3}$$

PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO

O método de solução adotado neste trabalho baseia-se no esquema proposto por Benson [1, 2, 7, 8]. Todavia, várias alterações têm sido introduzidas visando obter uma solução mais acurada e mais consistente com as características físicas do problema. Algumas destas modificações foram motivadas pelos trabalhos de Payri *et alii* [9, 10], enquanto que outras têm surgido no próprio processo de otimização do algoritmo [3].

A Malha de Cálculo.

Para a integração numérica das equações, a malha de cálculo é construída dividindo-se o comprimento do duto L_d em $n-1$ partes iguais e definindo-se n nós (em cada extremo do duto deve haver um nó). Além dos pontos nodais, devem ser escolhidos m pontos correspondentes às *partículas* sobre cuja trajetória se fará

a integração da Equação (9) (também neste caso, os extremos do duto devem ser contemplados). Considera-se que em um determinado instante t são conhecidas a velocidade e as propriedades termodinâmicas do fluido (condições iniciais). A partir da solução conhecida em (z, t) as equações de compatibilidade são integradas sobre as correspondentes curvas características, determinando-se a solução em $(z, t + \Delta t)$. O passo no tempo Δt é escolhido de forma a satisfazer o critério de estabilidade de Courant, o qual expressa a condição necessária para que o maior deslocamento de uma perturbação no fluido não exceda a distância entre nós vizinhos Δz . Assim,

$$\Delta t < \frac{\Delta z}{(|w| + c)_{max}}$$

Cálculo da Variável Nível de Entropia.

Conhecendo-se a velocidade das partículas no tempo t , as suas novas posições em $t + \Delta t$ resulta

$$z_j^{t+\Delta t} = z_j^t + w_j^t \Delta t \quad j = 1 \dots m$$

Deve-se levar em conta o fato que, ao considerarmos que a velocidade de cada partícula é constante durante o passo de integração, surge a possibilidade de ocorrer interseção de linhas de trajetória. Isto não tem consistência física e deve ser evitado reduzindo-se convenientemente o passo de integração.

O nível de entropia das partículas no tempo $t + \Delta t$ é determinado pela seguinte expressão

$$c_{A_j}^{t+\Delta t} = c_{A_j}^t + \left(\frac{dc_A}{dt} \right)_{path} \Delta t$$

onde a derivada dc_A/dt é calculada no ponto (z_j, t) , pela Equação (9).

Deve ser notado que quando ocorre saída de gás do duto, o número de partículas dentro do duto pode resultar diminuído. Além disso, como as partículas se deslocam na direção da saída, elas tendem a se concentrar nessa região. Para manter o espaçamento e o número de partículas, a cada passo de integração devem-se restituir as partículas que saíram colocando-se uma nova no extremo onde ocorreu a saída e as outras (caso tenham saído mais de uma) no meio dos maiores "vãos" entre as partículas que permaneceram dentro do duto.

No caso quando ocorre entrada de fluido por um extremo do duto, uma nova linha de trajetória deve ser gerada incluindo-se uma nova partícula nesse extremo. Neste caso, admite-se inicialmente que o nível de entropia da nova partícula é igual ao que tinha a partícula que no instante anterior ocupava essa posição. Posteriormente esse valor deve ser corrigido ao impor as condições de contorno.

Para o caso quando a entrada de gás caracteriza mudança no sentido do escoamento, adotou-se o esquema proposto por Payri *et alii* [10]. Esses autores propõem gerar não apenas uma, mas duas novas linhas de trajetória. Dessa forma, é possível representar com

maior precisão as variações abruptas no nível de entropia que podem ocorrer nos casos quando o estado do fluido que entra no duto é muito diferente do estado do fluido que já se encontra dentro dele.

Quando ocorre entrada de gás por um dos extremos, seja caracterizando mudança no sentido de escoamento ou não, o número de linhas de trajetória resulta alterado, uma vez que a inclusão de novas partículas nos extremos geralmente não é compensada com a saída de outras. Nesse caso, para restituir o número inicial de partículas, deve-se descartar tantas partículas quantas houverem em excesso, procurando-se minimizar as alterações causadas na curva de distribuição da variável nível de entropia ao longo do duto.

Conhecendo-se as posições das partículas e seus níveis de entropia no tempo $t + \Delta t$, o nível de entropia nos pontos nodais é determinado por interpolação.

Cálculo das Variáveis de Riemann

A partir dos valores das variáveis de Riemann no tempo t , e da distribuição da variável nível de entropia no tempo $t + \Delta t$, é possível calcular λ e β no final do passo de integração em todos os nós internos da malha. Além disso, o valor da variável β no extremo da esquerda e o valor de λ no extremo da direita podem também ser determinados. Uma vez que o procedimento de cálculo é o mesmo para λ e para β , só o cálculo de λ será descrito.

O esquema adotado consiste em determinar para cada nó interno e para o nó do extremo da direita, a posição do ponto P pelo qual passa, no tempo t , a mesma λ -característica que em $t + \Delta t$ passa pelo nó em questão. A Figura 1 mostra o ponto P correspondente ao nó z_i . Em seguida, determinam-se (por interpolação) os valores das variáveis λ e c_A no ponto P . Após isto, calcula-se o valor de λ na posição $(z_i, t + \Delta t)$, usando a seguinte equação

$$\lambda(z_i, t + \Delta t) = \lambda(z_P, t) + \left(\frac{d\lambda}{dt} \right)_\lambda \Delta t$$

onde a derivada $(d\lambda/dt)_\lambda$ é avaliada no ponto (z_P, t) , pela Equação (5). A derivada $(dc_A/dt)_\lambda$ que aparece

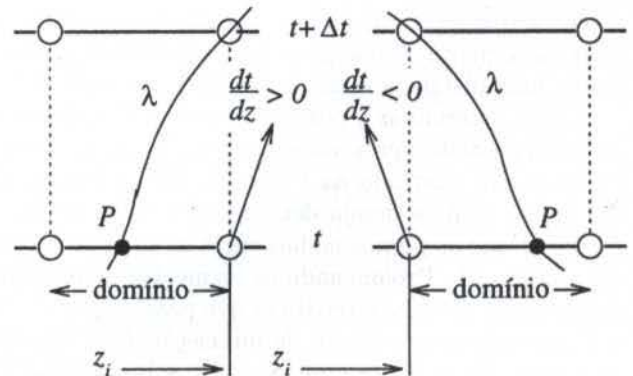


Figura 1: Domínio de localização do ponto P .

possibilitando a simplificação dos processamentos, pois como já foi mencionado não há preocupação com escalas.

Uma típica série de torques indicados, obtida dessa forma, está representada no gráfico da Figura 2, tendo o ângulo do eixo motor como abscissa.



Figura 2- Torque devido ao gás em um cilindro, em função do ângulo do eixo motor.

Observa-se na Figura 2 que os torques em cada fase de compressão (valores negativos) são significativos e devem ser somados aos torques da fase de expansão (valores positivos) que ocorre simultaneamente em outro cilindro.

Em virtude da utilização de um sensor de pressão apenas no primeiro cilindro, não se conhece a evolução da pressão nos demais, porém as pressões da fase de compressão deste primeiro cilindro podem substituir as pressões das fases de compressão dos demais cilindros, pois como observa-se na Figura 2, as pressões durante as fases de compressão não apresentam variações significativas de ciclo para ciclo, ao contrário das fases de expansão, que apresentam grandes variações devidas, em grande parte, à natureza aleatória da turbulência, que altera a composição da mistura combustível-ar nas vizinhanças da vela no instante de ignição, com alterações no aproveitamento da mistura.

Os torques devidos às fases de exaustão e admissão correspondentes aos outros dois cilindros podem ser desconsiderados, pois como foi descrito anteriormente, as pressões no interior dos cilindros nessas fases são aproximadamente iguais à da atmosfera e são quase anuladas pela pressão atmosférica no interior do carter.

Os torques médios indicados e as componentes espectrais da aceleração foram calculados apenas durante os intervalos correspondentes às fases de expansão do primeiro cilindro.

As componentes espectrais foram obtidas aplicando-se o algoritmo de Goertzel no cálculo da Transformada Discreta de Fourier. Tal algoritmo deriva de uma forma mais eficiente da implementação direta da DFT, melhorada pelo uso da regra de Horner na fatoração do polinômio dos coeficientes de Fourier, o que reduz o custo computacional no cálculo de uma componente espectral. Esta implementação leva a um filtro recursivo de um polo, que por sua vez pode ser transformado em outro de duplo polo, podendo este último ter sua topologia alterada de modo a diminuir ainda mais o custo computacional. Este procedimento final é denominado algoritmo de Goertzel.

O sinal proveniente do acelerômetro foi submetido a um filtro "anti-aliasing", com a finalidade de atenuar os ruídos provenientes de diversos fenômenos que ocorrem no interior do motor e que alcançam o sensor através de emissão acústica. Estes ruídos caracterizam-se por apresentarem componentes espectrais significativas em frequências elevadas, que se não forem atenuadas poderão contaminar o espectro na região de interesse, quando do uso da Transformada Discreta de Fourier ("aliasing"). Pode-se observar na Figura 3 a presença

de componentes espectrais significativas nos extremos do espectro, que é um forte indicativo da ocorrência de "aliasing"

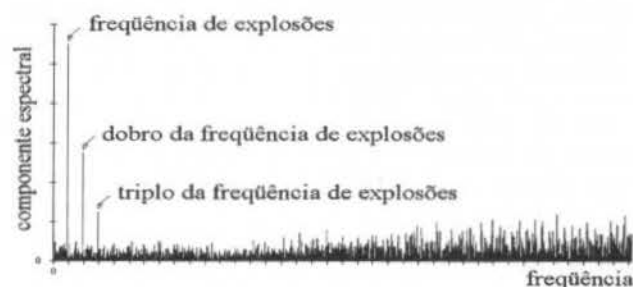


Figura 3- Espectro típico da aceleração angular do bloco captada por um acelerômetro sem o uso do filtro "anti-aliasing".

Com a finalidade de se evitar o "aliasing" foi utilizado um filtro passa-baixa com aproximação de Chebyshev de quarta ordem para resposta de magnitude ideal, com uma inclinação de atenuação de 80 Db/década. Foi ajustada uma frequência de corte de 600 Hz, definida a partir da máxima rotação a ser atingida pelo motor (3600 rpm), da máxima componente espectral analisada (360 Hz) e do aproveitamento da faixa de resposta plana do filtro.

A limitação do cálculo das componentes espectrais até o triplo da frequência de explosões deve-se ao fato de que, além deste limite a relação sinal-ruído piora consideravelmente, conforme pode ser verificado no espectro típico da aceleração angular do bloco do motor mostrado na Figura 4.

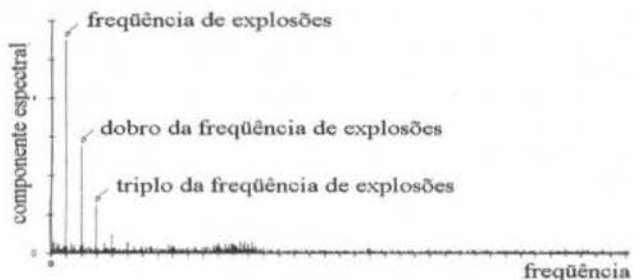


Figura 4- Espectro típico da aceleração angular do bloco captada por um acelerômetro com o uso do filtro "anti-aliasing".

ENS AIO

As aquisições dos dados foram feitas com o motor girando em 1,4 diferentes rotações, igualmente distribuídas entre 1000 e 3600 rpm e para cada uma destas rotações foram impostos 12 diferentes valores de torque observado, espaçados em intervalos aproximadamente iguais. Estes valores de torque foram estabelecidos de forma a variar entre o menor dos valores máximos desenvolvidos pelo motor a cada rotação e o maior dos valores mínimos em que, a cada rotação, o controlador do dinamômetro manteve o motor funcionando regularmente. Foram realizados ajustes no controlador automático de rotação do freio e na posição da borboleta, de forma a se obter, respectivamente, os diferentes valores de rotação e carga.

Cada uma das aquisições de pressão e de aceleração foram realizadas durante 40 giros do motor, o que corresponde a 6120 pontos amostrados, uma vez que o volante possui 153 dentes e cada um deles dispara uma conversão analógico-digital.

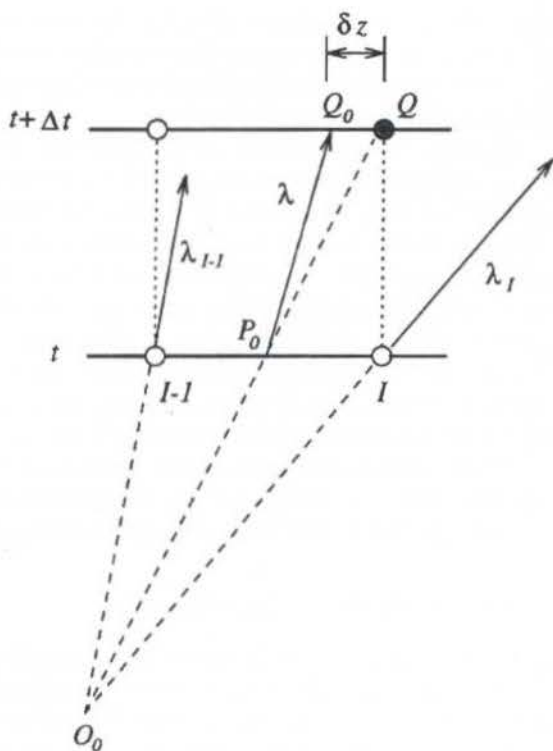


Figura 2: Determinação do posição do ponto P .

na Equação (5), é calculada pela seguinte expressão

$$\left(\frac{dc_A}{dt}\right)_\lambda = \frac{c_A(z_i, t + \Delta t) - c_A(z_P, t)}{\Delta t}$$

Para encontrar a posição do ponto P , é preciso que seja identificado, inicialmente, o domínio no qual ele se encontra. Uma primeira informação sobre a posição do ponto P pode ser obtida determinando-se a direção da λ -característica que passa por (z_i, t) . Isto é feito calculando-se a derivada $(dt/dz)_\lambda$ no ponto (z_i, t) (Figura 1). Se esta derivada for positiva, o ponto P se encontrará à esquerda da posição z_i . Se ao contrário, a derivada $(dt/dz)_\lambda$ resulta negativa, o ponto P estará à direita da posição z_i . O domínio de localização do ponto P pode ainda ser delimitado se se leva em conta o fato que ao satisfazer o critério de Courant se garante que o maior deslocamento de uma perturbação durante o passo de intergração Δt , não excede a distância entre nós vizinhos. Isto equivale a dizer que o ponto P não pode ficar afastado da posição z_i em uma distância maior que o passo espacial Δz .

Para determinar a posição do ponto P , neste trabalho foi adotado o procedimento iterativo proposto por Payri *et alii*, ilustrado na Figura 2. Nesta figura, Q é o nó no qual se deseja determinar o valor de λ , e $I-1$ e I são os pontos nodais entre os quais se encontra o ponto P . Prolongando os segmentos de reta que representam as λ -características que passam por $I-1$ e I , determina-se o ponto de interseção O_0 . Unindo os pontos O_0 e Q determina-se P_0 sobre a linha t , que é a primeira estimativa da posição do ponto P . Após isto, verifica-se se a λ -característica que passa por P_0 efetivamente chega no ponto Q . Para isto

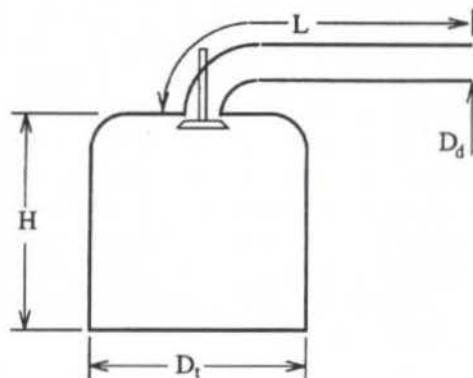


Figura 3: Descarga de um tanque através de um duto.

calculam-se, por interpolação, as variáveis λ e β no ponto P_0 e determina-se o ponto Q_0 , onde chega a λ -característica. Para este cálculo utiliza-se a seguinte expressão

$$z_{Q_0} = z_{P_0} + \left(\frac{dz}{dt}\right)_\lambda \Delta t$$

onde a derivada $(dz/dt)_\lambda$ é calculada no ponto P_0 . Se a distância δz , tomada entre os pontos Q_0 e Q , for menor que um valor $(\delta z)^*$ estipulado *a priori*, admite-se que o ponto P coincide com P_0 . Se este critério de convergência ainda não tiver sido satisfeito, o procedimento deve ser repetido.

DESCARGA DE UM TANQUE

O algoritmo acima descrito foi usado para simular um processo hipotético de descarga de um tanque através de um duto (Figura 3). A Tabela 1 mostra os dados usados para definir o problema.

Foi admitido que a abertura da válvula ocorre como mostrado na Figura 4, e que as temperaturas das paredes do tanque e do duto permanecem constantes (300 K). Além disso, para determinar o calor trocado entre as paredes do duto e o gás que escoia dentro, foi utilizada a correlação de Petukhov, Kirilov e Popov [11].

A Figura 5 mostra o número de Mach na seção de garganta da válvula e as Figuras 6 e 7 mostram as distribuições de pressão e de temperatura ao longo do

Tabela 1: Dados do problema.

Diâmetro do tanque (D_t), [m]	0,600
Altura do tanque (H), [m]	1,000
Diâmetro do duto (D_d), [m]	0,080
Comprimento do duto (L), [m]	2,000
Pressão inicial no tanque, [bar]	4,00
Temperatura inicial no tanque, [K]	300
Pressão externa, [bar]	1,00
Temperatura externa, [K]	300
Fator de atrito no duto	0.005

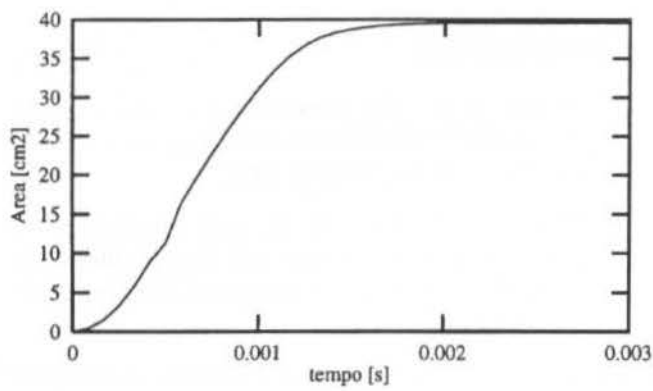


Figura 4: Área efetiva de passagem na válvula.

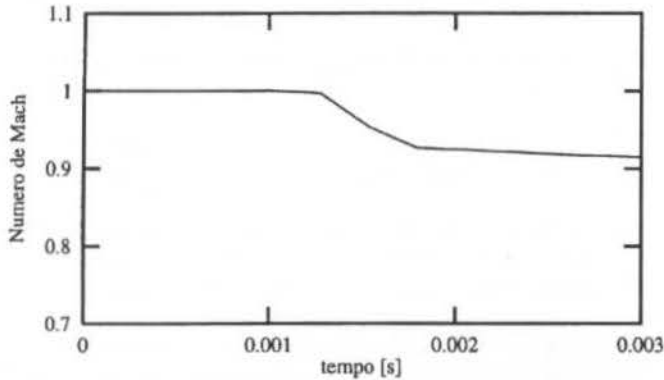


Figura 5: Número de Mach na válvula.

duto, nos instantes iniciais do processo de descarga. Na Figura 6 pode-se ver que com o início da abertura da válvula, uma onda de pressão de grande amplitude se propaga ao longo do duto atingindo o extremo livre em aproximadamente 4,5 milissegundos. Esta onda de pressão é refletida como uma onda de rarefação que se desloca na direção da válvula. A Figura 7 mostra que o ar que deixa o tanque no início do processo de descarga comprime o gás que está em repouso no duto, provocando o aumento de sua temperatura até aproximadamente 375 K. Como o escoamento neste período inicial da descarga é sônico ou ligeiramente sub-sônico (Figura 5), o ar aquecido atinge o extremo livre do duto apenas alguns instantes depois da chegada da onda de pressão (aproximadamente em 5 milissegundos). A onda de rarefação que se propaga a partir do extremo livre provoca a expansão do ar no duto e, conseqüentemente, a queda de sua temperatura.

As Figuras 8 e 9 mostram a variação da massa de ar no tanque, para os casos quando são utilizados dutos com diferentes fatores de atrito (Figura 8) e com diferentes formatos (Figura 9). Os formatos considerados para a análise são mostrados na Figura 10. Como se espera, os resultados mostram que as condições que caracterizam maior resistência hidráulica ao escoamento (aumento do fator de atrito e diminuição da área de escoamento) levam ao aumento do tempo de descarga.

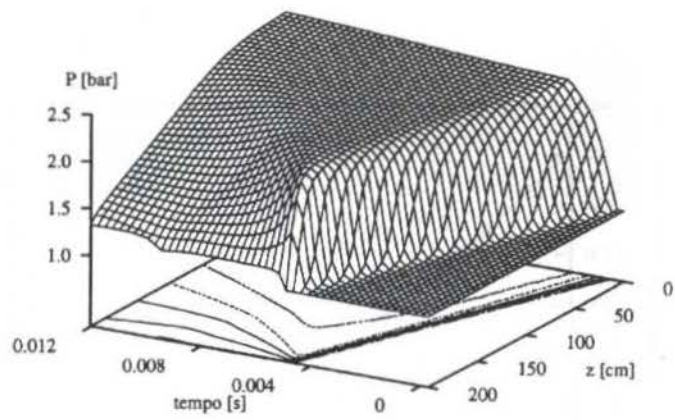


Figura 6: Pressão no duto no início da descarga.

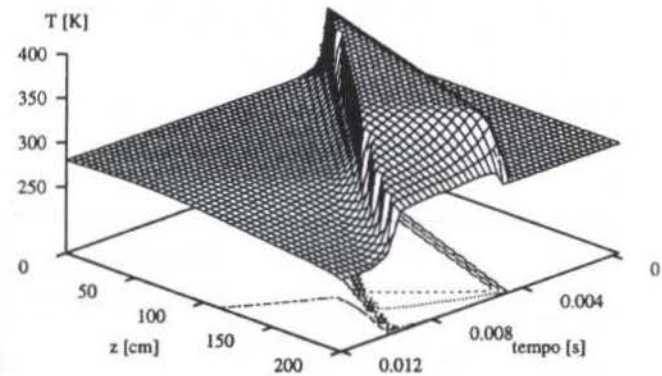


Figura 7: Temperatura no duto no início da descarga.

CONCLUSÕES

No trabalho foram apresentadas as equações que governam o escoamento unidimensional e transitório de um fluido compressível. Foi mostrada a natureza hiperbólica do problema e foram deduzidas as equações das curvas características e as correspondentes relações de compatibilidade. O algoritmo de solução foi descrito detalhadamente, enfatizando-se o procedimento de cálculo das variáveis de Riemann e da variável nível de entropia. Este algoritmo foi usado para analisar o problema (hipotético) de descarga, através de um duto, de um tanque contendo ar comprimido. A análise mostrou a formação de uma variação abrupta da temperatura durante o período inicial da descarga, semelhante a uma pulsação. Esta pulsação se desloca na direção do outro extremo do duto, sofrendo atenuação (devido à expansão do gás e à difusão de calor). A correspondência entre as soluções obtidas para as distribuições de temperatura e pressão no duto foi devidamente comentada. Além disso, foi analisada a influência do formato do duto e da rugosidade da superfície interna do mesmo. Como esperado, obteve-se que o tempo de esvaziamento aumenta com o aumento do fator de atrito e com a diminuição da área de escoamento.

Destaca-se que os resultados obtidos não foram contrastados com resultados experimentais. Esse deve ser o próximo passo na continuação do trabalho.

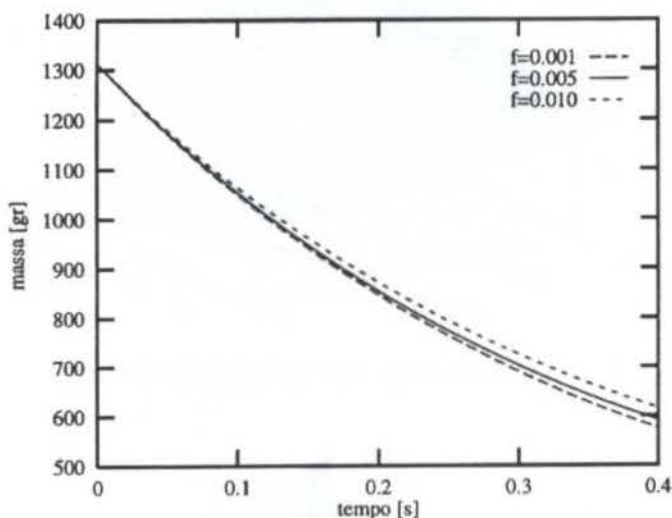


Figura 8: Variação da massa de ar no tanque. Influência do fator de atrito no duto.

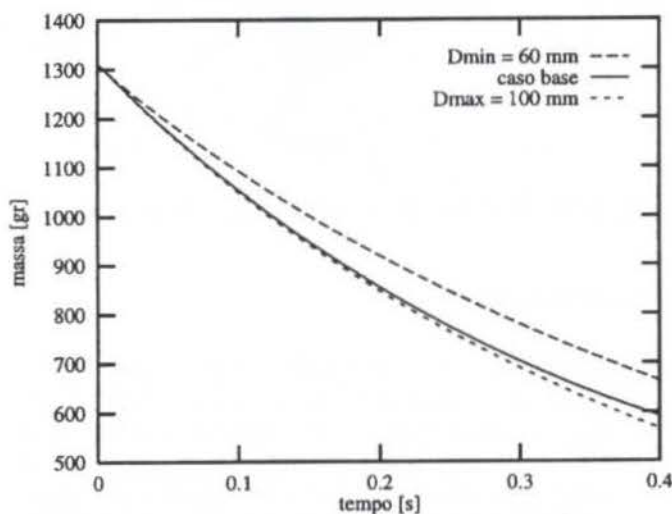


Figura 9: Variação da massa de ar no tanque. Influência do formato do duto.

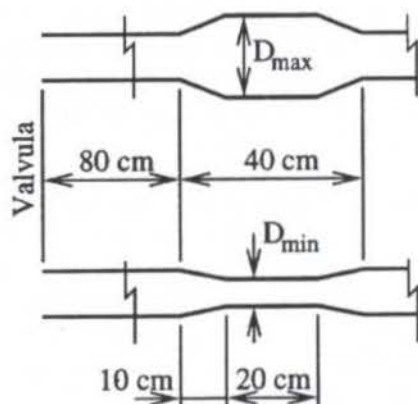


Figura 10: Formatos de duto analisados.

REFERÊNCIAS

- [1] Benson R. S. *The Thermodynamics and Gas Dynamics of Internal Combustion Engines*, volume 1. Clarendon Press, Oxford, 1982.
- [2] Benson R. S., Garg R. D., and Woollatt D. A numerical solution of unsteady flow problems. *International Journal of Mechanical Science*, 6:117-144, 1964.
- [3] Velásquez J. A. *Simulação dos Processos e Análise Exergética do Motor de Ciclo Diesel*. PhD thesis, Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas - SP, Brasil, 1993.
- [4] Godunov S. K. *Ecuaciones de la Física Matemática*. Editorial Mir, Moscú, 1984.
- [5] W. F. Ames. *Non Linear Partial Differential Equations in Engineering*. Academic Press, 1965.
- [6] Kruglov M. G. and Mednov A. A. *Dinâmica dos Gases nos Motores de Combustão Interna Turboalimentados*. Mashinostroenie, 1988. Em russo.
- [7] Benson R. S. Numerical solution of one-dimensional non-steady flow with supersonic and subsonic flow and heat transfer. *International Journal of Mechanical Science*, 14:635-642, 1972.
- [8] Benson R. S., Garg R. D., and Woods W. A. Unsteady flow in pipes with gradual or sudden area changes. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 178:1-23, 1963-64.
- [9] Payri F., Boada F., and Macián V. Reduction of pumping losses by the use of a variable valve timing system. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 198 D(15), 1985.
- [10] Payri F., Corberán J. M., and Boada F. Modifications to the method of characteristics for the analysis of the gas exchange process in internal combustion engines. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 200(D4):259-266, 1986.
- [11] Incropera F. P. and De Witt D. P. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. John Wiley & Sons, New York, 1990.

ABSTRACT

Equations governing the unidimensional unsteady flow through ducts are presented taking into consideration the fluid compressibility, the variation of the duct cross section, and heat transfer and friction between the gas and the duct walls. The algorithm of the solution obtained using the method of characteristics is described in details. This solution is used to simulate the discharge process of a reservoir containing high pressure air.

MODELLING NO_x AND CO EMISSIONS FROM SPARK IGNITION ENGINES

José R. Sodr 

PUC Minas, Department of Mechanical Engineering
Av. Dom José Gaspar, 500
30535-610 - Belo Horizonte - MG - Brazil

SUMMARY

A rapid chemical equilibrium composition model was applied to calculate the main combustion products from spark ignition engines. The kinetic concentration of oxides of nitrogen were evaluated based on their equilibrium concentration. To validate the model, experiments were carried out in a single-cylinder research engine. Results for CO, CO₂, O₂ and NO_x emissions show good agreement between model and experiments for varied air-fuel ratio, speed, ignition timing, compression ratio and cylinder wall temperature.

INTRODUCTION

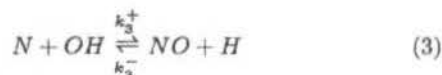
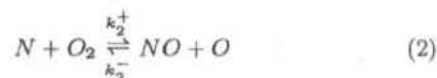
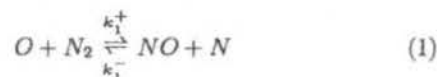
A quick method to evaluate the chemical equilibrium composition of hydrocarbon combustion products was utilized in a spark ignition engine cycle simulation program (Sodr , 1995). The method considers a chemical system in which ten species are in equilibrium: water vapor (H₂O), carbon dioxide (CO₂), carbon monoxide (CO), oxygen (O₂), hydrogen (H₂), nitrogen (N₂), hydrogen monatomic (H), oxygen monatomic (O), hydroxyl (OH) and nitric oxide (NO). The method reduces a system of ten equations to only two equations to be solved, being that the key for a fast computation. The method has been proposed and described by Erickson and Prabhu (1986).

The main aim of this work is to predict the exhaust concentrations of carbon monoxide (CO) and oxides of nitrogen (NO_x), which are among the regulated pollutants emitted from internal combustion engines (other regulated pollutants are unburned hydrocarbons (HC)). Carbon dioxide (CO₂) is also an element of interest in this work, due to growing concern about global warming (Sawyer, 1990). Carbon monoxide is formed from incomplete combustion due to lack of oxygen, being, thus, related to rich fuel/air mixtures. Oxides of nitrogen are basically composed by nitric oxide (NO) and small proportions of nitrogen dioxide (NO₂), and are formed at the high temperatures during combustion. As the time required by NO to reach its chemical equilibrium is longer than the cooling period of the burned gases during expansion, its concentration in the exhaust is generally higher than equilibrium equations would suggest. Like carbon monoxide, oxides of nitrogen have toxic effects, and when combined with hydrocarbons under sunlight form photochemical smog.

RATE-CONTROLLED NITRIC OXIDE FORMATION

The concentration of NO exhausted is generally higher than that predicted by chemical equilibrium composition calculations. That is explained by the fact that NO is mainly formed from non-equilibrium reactions which take place in the combustion chamber as a result of the oxidation of atmospheric molecular nitrogen. The NO formation process is described by Heywood (1988), and is here summa-

rized. The group of reactions, called the extended Zeldovich mechanism, is



where k_i^+ and k_i^- are the forward and reverse reaction rate constants. The rate of formation of NO via Eqs. (1)-(3) is given by,

$$\frac{d[NO]}{dt} = k_1^+[O][N_2] + k_2^+[N][O_2] + k_3^+[N][OH] - (k_1^-[NO][N] + k_2^-[NO][O] + k_3^-[NO][H]) \quad (4)$$

where $d[NO]/dt$ is given in mol/cm³.s.

Similarly, the rate of formation of N is so written,

$$\frac{d[N]}{dt} = k_1^+[O][N_2] - k_2^+[N][O_2] - k_3^+[N][OH] - (k_1^-[NO][N] + k_2^-[NO][O] + k_3^-[NO][H]) \quad (5)$$

As the concentration of N is much lower than the other species being considered, an assumption is made that it remains constant through the time. Therefore $d[N]/dt$ becomes zero and Eq. (5) can be rewritten,

$$[N] = \frac{k_1^+[O][N_2] + k_2^-[NO][O] + k_3^-[NO][H]}{-k_1^-[NO] - k_2^-[O_2] - k_3^-[OH]} \quad (6)$$

Using Eq. (6) to eliminate [N] in Eq. (4) results,

$$\frac{d[NO]}{dt} = \{2(k_1^+k_2^+[O_2] + k_1^+k_3^+[OH])\}[O][N_2] - \frac{(k_1^-k_2^-[O] - k_1^-k_3^-[H])[NO]^2}{\{k_1^-[NO] + k_2^-[O_2] + k_3^-[OH]\}} \quad (7)$$

Table 1- Rate constants for NO formation mechanism.

Reaction	Rate Constant ($\text{cm}^3/\text{mol}\cdot\text{s}$)
$O + N_2 \rightarrow NO + N$	$k_1^+ = 7.6 \times 10^{13} \exp(-38000/T)$
$NO + O \rightarrow N + O_2$	$k_2^- = 1.5 \times 10^9 T \exp(-19500/T)$
$NO + H \rightarrow N + OH$	$k_3^- = 2.0 \times 10^{14} \exp(-23650/T)$

As an approximation, the concentrations of O , O_2 , OH , H and N_2 are set to be equal to their equilibrium values at the local pressure and equilibrium temperature. From the reactions pictured in Eqs. (1)-(3) it can then be written,

$$k_1^+ [O]_e [N_2]_e = k_1^- [NO]_e [N]_e \quad (8)$$

$$k_2^+ [N]_e [O_2]_e = k_2^- [NO]_e [O]_e \quad (9)$$

$$k_3^+ [N]_e [OH]_e = k_3^- [NO]_e [H]_e \quad (10)$$

where the subscript e denotes the chemical equilibrium condition.

Equations (8)-(10) are used to rearrange Eq. (7), furnishing the following expression,

$$\frac{d[NO]}{dt} = \frac{2R_1\{1 - ([NO]/[NO]_e)^2\}}{1 + ([NO]/[NO]_e)R_1/(R_2 + R_3)} \quad (11)$$

where,

$$R_1 = k_1^+ [O]_e [N_2]_e \quad (12)$$

$$R_2 = k_2^- [NO]_e [O]_e \quad (13)$$

$$R_3 = k_3^- [NO]_e [H]_e \quad (14)$$

The reaction rate constants k_i for Eqs. (12)-(14) are given in Table 1.

The rate $d[NO]/dt$ is approximated to the variation in nitric oxide concentration in time intervals corresponding to the crank angle steps set for the combustion period. Thus,

$$\frac{d[NO]}{d\theta} = \frac{1}{360\omega} \frac{d[NO]}{dt} \quad (15)$$

EXPERIMENTS

Experiments were carried out on a single-cylinder spark ignition research engine to compare with the model predictions. The engine featured a disc-type combustion chamber and an off-center spark plug. The investigated engine parameters were varied one at a time, while keeping the others constant. Coolant water and lubricating oil temperatures were kept at the same value for each test, to be a reasonable representation of the cylinder wall temperature. The baseline engine conditions during the tests are shown in Table 2, unless otherwise stated. Commercial gasoline and isooctane fuel were tested. The latter fuel was used due to its similarities to gasoline. Being a pure fuel, the properties of isooctane are more easily determined, making comparisons with the model more realistic.

Gas sample was taken from the exhaust pipe, in a close location to the port. The concentrations of carbon monoxide (CO) and carbon dioxide (CO_2) in the exhaust were measured with a non-dispersive infrared (NDIR) equipment. A

Table 2- Baseline engine conditions.

Bore	76.22mm
Stroke	111.23mm
Connecting rod length	241.30mm
Speed	1500rev/min
Compression ratio	8.0
Coolant & oil temperature ..	70°C
Valve timings	EVO 143, EVC 365 IVO 357, IVC 568

paramagnetic oxygen analyzer was used to determine the exhaust concentration of this gas. Oxides of nitrogen (NO_x) were measured with a chemiluminescent analyzer.

RESULTS

The measured and the calculated exhaust concentrations of CO , CO_2 and O_2 on a dry basis are shown in Fig. 1. The model predictions are based on the equilibrium equations. The curves generated by the model and the experiments indicate the same trends for all the species throughout the range tested. The model predictions for CO_2 concentrations are slightly higher than the measured ones. For O_2 the model rather underestimates the experiments, but for CO there is an all round agreement. CO is seen to rise for rich mixtures, as there is not enough oxygen to burn all the carbon in the fuel to CO_2 , but keeps a low concentration level in the lean side. The excess of air in lean mixtures ensures a high exhaust oxygen concentration, as not all oxygen admitted is used to burn the fuel molecules. In the rich side the oxygen in the air admitted by the engine are fully required to burn the excessive amount of fuel, and the exhaust O_2 concentration is low. CO_2 reaches its peak at the stoichiometric condition, when combustion is complete. To get to the dry concentrations of these species the following equation was applied,

$$X_{i,d} = \frac{X_{i,w}}{1 - X_{H_2O}} \quad (16)$$

where, X_{H_2O} is the molar concentration of water vapor (non-dimensional), $X_{i,d}$ is the molar concentration of species i on a dry basis (non-dimensional) and $X_{i,w}$ is the molar concentration of species i on a wet basis (non-dimensional).

Figure 2 displays the measured CO , CO_2 and O_2 exhaust concentrations on a dry basis when gasoline was used as fuel. The figure shows similarities with the curves produced by isooctane fuel. When engine speed, ignition timing, compression ratio and coolant and oil temperature were varied none of those species have shown any significant change in concentration, therefore it was found unnecessary to plot them here.

Figures 3 to 7 feature the measured NO_x and calculated NO concentrations for variations in air/fuel ratio (A/F), engine speed, ignition timing, compression ratio and coolant and oil temperature. Although oxides of nitrogen (NO_x) is a group formed by nitric oxide (NO) and nitrogen dioxide (NO_2), in spark ignition engines the ratio NO_2/NO is negligible and, thus, nitric oxide alone is a reasonable representation for NO_x (Heywood, 1988). The rate constant k_3^- has been adjusted to make the model agree with the experiments, in a similar procedure adopted by Lavoie and

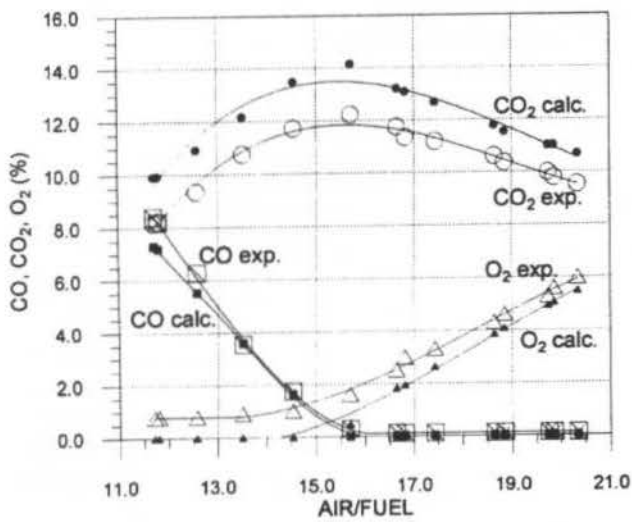


Figure 1- Exhaust CO , CO_2 and O_2 variation with A/F. (ignition at $28^\circ BTDC$; fuel: isooctane)

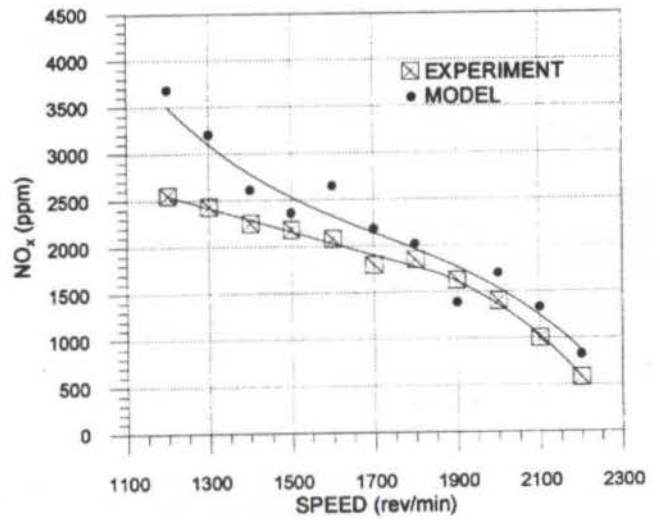


Figure 4- Exhaust NO_x variation with engine speed. (A/F= 17.0; ignition at $28^\circ BTDC$; fuel: isooctane)

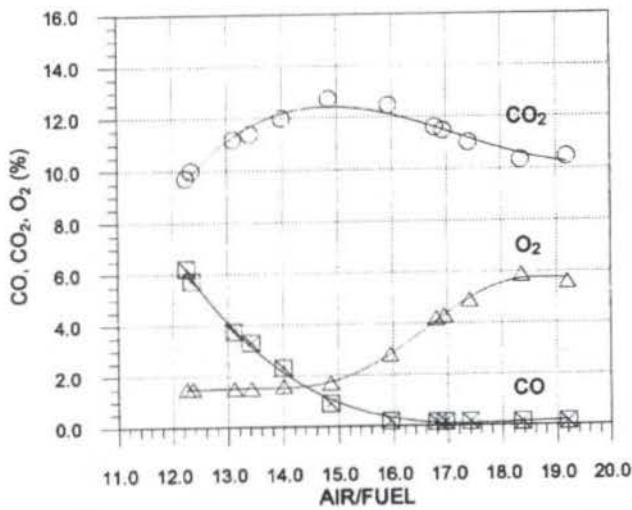


Figure 2- Exhaust CO , CO_2 and O_2 variation with A/F. (ignition at $23^\circ BTDC$; fuel: gasoline)

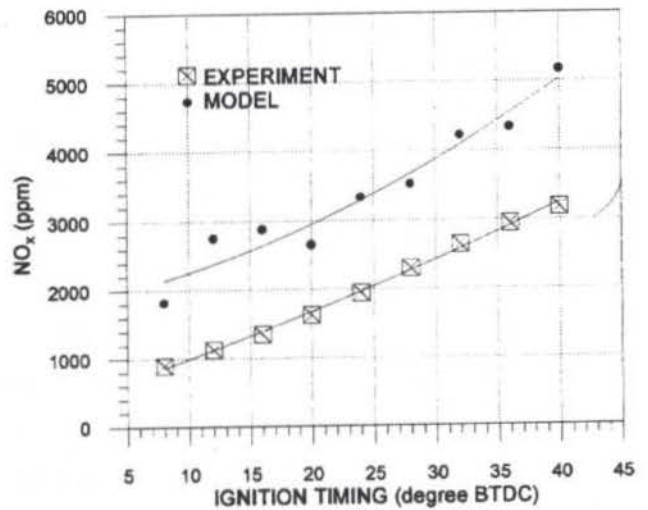


Figure 5- Exhaust NO_x variation with ignition timing. (A/F= 16.4; fuel: isooctane)

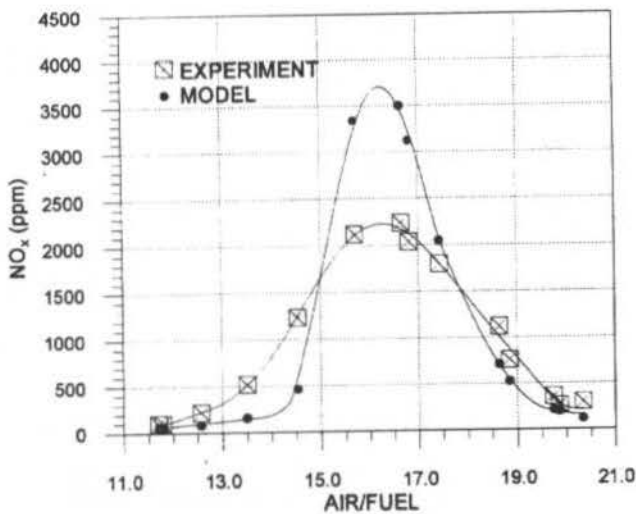


Figure 3- Exhaust NO_x variation with A/F. (ignition at $28^\circ BTDC$; fuel: isooctane)

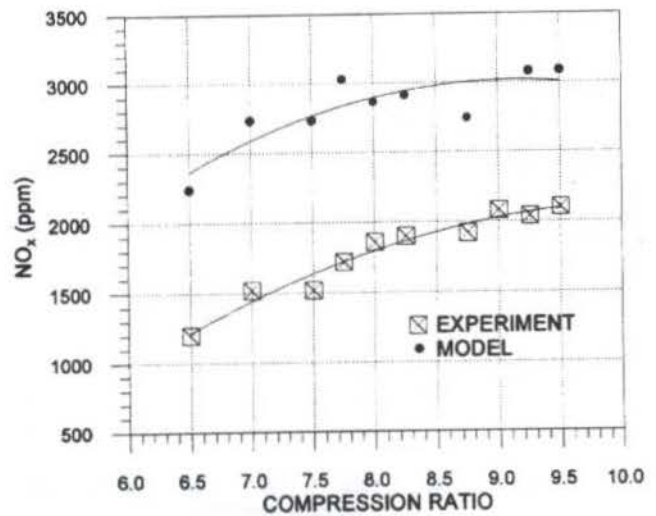


Figure 6- Exhaust NO_x variation with compression ratio. (A/F= 16.6; ignition at $23^\circ BTDC$; fuel: isooctane)

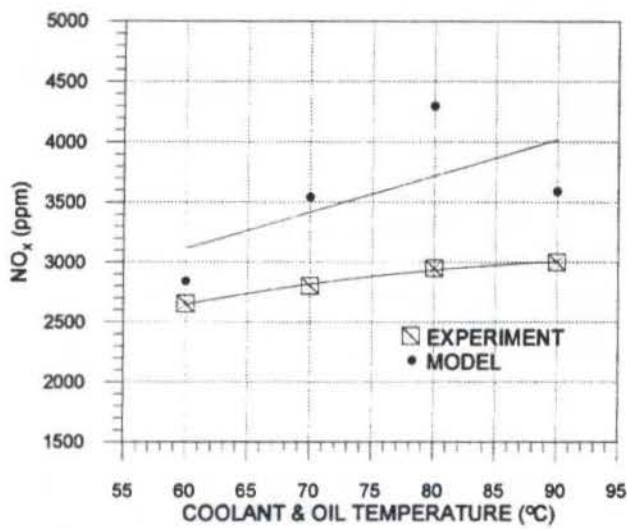


Figure 7- Exhaust NO_x variation with wall temperature. (A/F= 17.1; ignition at $36^\circ BTDC$; fuel: isooctane)

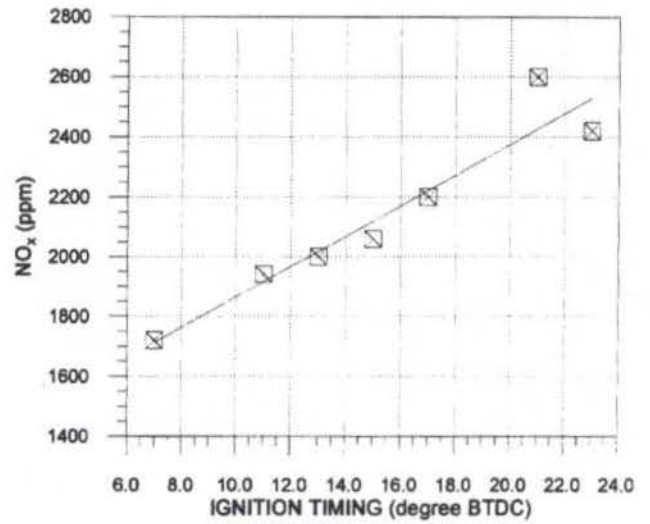


Figure 10- Exhaust NO_x variation with ignition timing. (A/F= 15.5; fuel: gasoline)

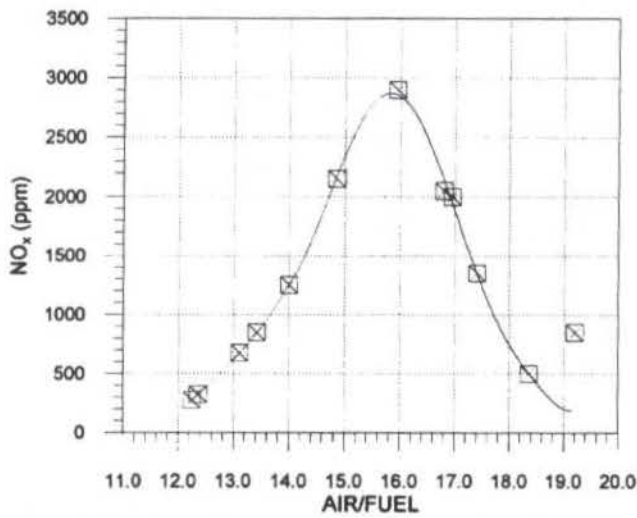


Figure 8- Exhaust NO_x variation with A/F. (ignition at $23^\circ BTDC$; fuel: gasoline)

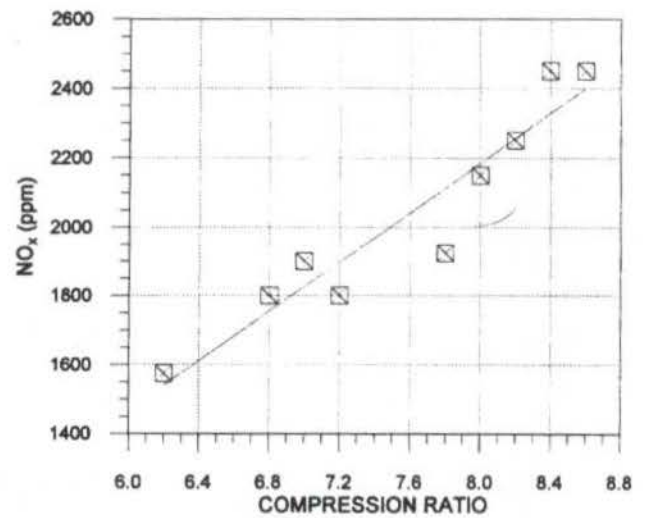


Figure 11- Exhaust NO_x variation with compression ratio. (A/F= 17.2; ignition at $15^\circ BTDC$; fuel: gasoline)

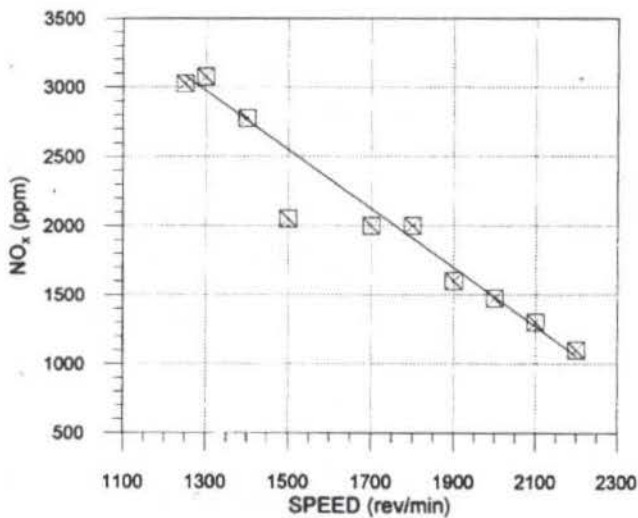


Figure 9- Exhaust NO_x variation with engine speed. (A/F= 16.9; ignition at $23^\circ BTDC$; fuel: gasoline)

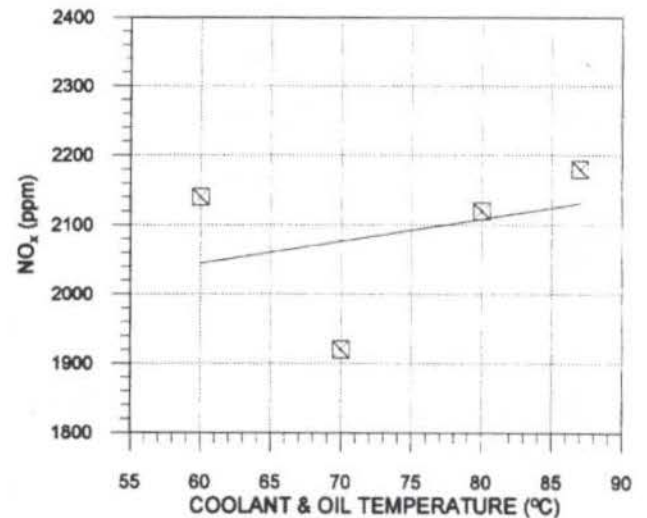


Figure 12- Exhaust NO_x variation with wall temperature. (A/F= 16.9; ignition at $28^\circ BTDC$; fuel: gasoline)

Blumberg (1980) and Cerciello (1995). The model presents the same trends as the experiments for all the varied parameters, but predicts a higher concentration peak when the air/fuel ratio effects were investigated. The NO formation is primarily dependent on the temperature reached by the mixture in the cylinder and the amount of oxygen available. With the combination of these two parameters, the NO concentration is seen from Fig. 3 to reach its peak at a mixture slightly lean, with a fuel/air equivalence ratio around 0.92. From Figs. 4 to 7, the NO concentration is observed to rise with reduction in speed, advanced ignition, high compression ratio and high coolant and oil temperature. In all those cases the peak temperature in the cylinder is also higher. Figures 8 to 12 depict the measured exhaust NO_x concentrations for variations of the same engine parameters with gasoline as fuel, which compare with the curves obtained for isooctane.

CONCLUSIONS

A rapid chemical equilibrium composition calculation method has been applied to predict the exhaust concentration of the combustion products from spark ignition engines. Based on the equilibrium concentration of nitric oxide, its rate-controlled concentration has also been determined. A good agreement between model predictions and experiments has been obtained for the concentrations of CO , CO_2 and O_2 . The trends observed for NO_x through experiments have also been followed by the model, though a discrepancy appears in the magnitude of its peak concentration at near the stoichiometric condition. Isooctane has been shown to be a reasonable substitute to gasoline for emissions research purposes.

ACKNOWLEDGMENTS

The author wishes to thank the Brazilian Government's Science and Technology body, CNPq, for the financial support to this project.

REFERENCES

- Cerciello, L. A. V., 1995, "Development of a Model for NO_x Formation in Combustion", M.Sc. Dissertation, UMIST, UK.
- Erickson, W. D., and Prabhu, R. K., 1986, "Rapid Computation of Chemical Equilibrium Composition: An Application to Hydrocarbon Combustion", *AIChE Journal*, Vol. 32, n. 7, pp. 1079-1087.
- Heywood, J. B., 1988, "Internal Combustion Engine Fundamentals", McGraw-Hill Book Company, Singapore.
- Lavoie, G. A., and Blumberg, P. N., 1980, "A Fundamental Model for Predicting Fuel Consumption, NO_x and HC Emissions of the Conventional Spark-Ignited Engine", *Combustion Science and Technology*, Vol. 21, pp. 225-258.
- Sawyer, C. A., 1990, "Global Warming", *Automotive Industries*, pp. 107-111.
- Sodré, J. R., 1995, "Formulation and Experimental Validation of a Computer Model for Spark Ignition Engine Exhaust Hydrocarbons", Ph.D. Thesis, UMIST, UK.

NOVAS PERSPECTIVAS PARA ENSAIOS DE MOTORES DE COMBUSTÃO INTERNA

Prof. Dr. Luís Carlos Passarini
Adriano Paulo Villas Boas
Departamento de Engenharia Mecânica
Escola de Engenharia de São Carlos
13560-970 São Carlos - SP

RESUMO

Os modernos sistemas de controle dos motores de combustão interna dependem cada vez mais de informações e dados bastante acurados para seu bom funcionamento. Por esse motivo, mais do que nunca, os ensaios do motores se tornaram imprescindíveis. Este trabalho apresenta o estado-da-arte em ensaios de motores de combustão interna. São analisadas as metodologias atuais e as perspectivas que estão surgindo para melhorar o controle e o desempenho dos motores. É apresentada também uma metodologia para ensaios em tempo real que permite verificar e modificar a resposta transitória do motor.

INTRODUÇÃO

O principal instrumento usado na avaliação do desempenho dos motores de combustão interna é o dinamômetro, conhecido também por banco dinamométrico. O mais conhecido nos laboratórios de motores é o dinamômetro de bancada (fig. 1) no qual apenas o motor automotivo é montado e ensaiado em diversas condições de funcionamento em regime permanente, variando-se basicamente a carga e a rotação do motor. Outro tipo de

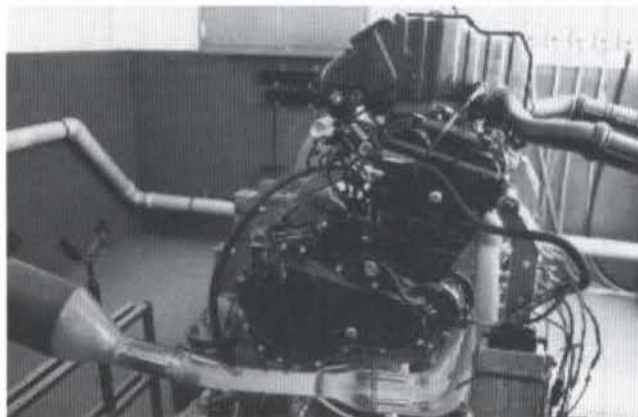
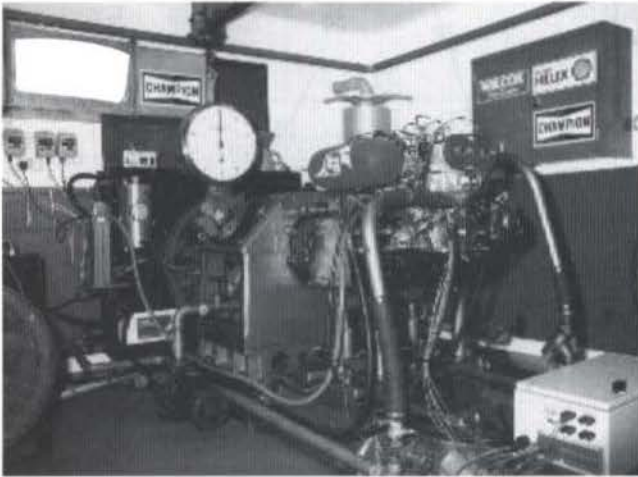


Figura 1 - Ensaio feito em dinamômetro de bancada.

dinamômetro que vem ganhando muita importância nas últimas 3

décadas é o dinamômetro de rolos, também conhecido como dinamômetro de chassi (fig. 2) no qual o veículo como um todo é colocado e ensaiado em diversas condições de funcionamento em regime transitório (marcha lenta, acelerações, desacelerações e cruzeiro), variando-se a carga, velocidade nas rodas do veículo.



Figura 2 - Ensaio feito em dinamômetro de chassi. Detalhe à esq.: roda do veículo sobre os rolos.

Na teoria dos sistemas de controle, costuma-se chamar de planta o objeto do controle, aquilo sobre o qual será feito o controle efetivamente. Quando um sistema de controle está sendo projetado é necessário conhecer o máximo possível de informações sobre a planta e qual o desempenho desejado para o sistema como um todo.

Para analisarmos o desenvolvimento e as tendências futuras para os ensaios dos motores automotivos em dinamômetros é conveniente assumir a postura descrita acima e considerarmos nesse caso, a planta como o motor de combustão interna. O motivo dessa conveniência é por causa da dificuldade encontrada em

examinar o desenvolvimento dos ensaios dinamométricos separado do desenvolvimento dos motores, principalmente do motor a gasolina (Ciclo Otto).

Assim, nesse trabalho examinaremos o desenvolvimento dos motores de combustão interna nos últimos trinta anos, verificaremos que esse desenvolvimento teve como principal elemento catalisador o controle da poluição ambiental produzida por esses mesmos motores de combustão e a seguir apresentaremos uma análise desse desenvolvimento no ensaio dinamométrico e quais as perspectivas futuras.

EVOLUÇÃO DOS MOTORES E DAS ESTRATÉGIAS PARA CONTROLÁ-LO

Aos olhos do consumidor comum, nas últimas 3 décadas, os motores de combustão interna receberam um avanço tecnológico que não tinham experimentado desde o início de sua criação pelo final do século passado. A partir da década de 60, os propulsores foram se tornando compactos, leves e paralelamente, mais potentes, econômicos e menos poluidores do ambiente.

Na realidade entretanto, as diversas iniciativas como introduzir novas tecnologias como injeção de combustível, ignição eletrônica durante as décadas de 50 e 60, não conseguiram se impor ao controle do motor feito através do carburador e convencional e do platinado. O custo, a pouca confiabilidade e os desinteresse e desmotivação por parte dos consumidores foram os principais fatores que favoreceram a hegemonia dos carburadores por tanto tempo.

Porém, como veremos a seguir, esse quadro foi revertendo-se nas décadas seguintes impulsionado pelas necessidades:

- i. melhoria da qualidade ambiental, principalmente nos grandes centros urbanos;
 - ii. redução do consumo de combustível;
- e pelas revoluções promovidas:
- iii. pela indústria eletrônica através dos circuitos integrados multifunções produzidos em massa;
 - iv. pela indústria informática através do controle digital computadorizado.

No início dos anos 60, os motores em produção possuíam uma série de limitações técnicas que impediam o conjunto motor de atingir resultados realmente satisfatórios: tanto o bloco quanto o cabeçote eram fundidos em ferro, a alimentação era feita por um carburador de corpo simples, a distribuição da mistura ar/combustível (A/C) executada por um comando de válvulas único instalado no bloco do motor, as bielas curtas e como os girabrequins desnecessariamente superdimensionadas só aumentavam a inércia do sistema. Além disso, as câmaras de combustão possuíam formato pouco favorável e não permitiam uma queima muito perfeita da mistura A/C.

Durante as décadas de 60 e 70, as câmaras de combustão passaram a ter um formato mais favorável a partir de um cabeçote mais eficiente fundido em alumínio e comando de válvulas no cabeçote acionado por correia dentada. A alimentação por carburador de corpo duplo e a ignição eletrônica completavam a melhoria no desempenho com maior economia de combustível.

Até antes da crise do petróleo na década de 70, os motores eram calibrados nos dinamômetros de bancada para fornecer máximo desempenho em termos de conjugado motor e potência máximos. É interessante que nessa época até os anúncios dos comerciais chamavam atenção do consumidor para o número de CV (cavalos vapor) que esse ou aquele modelo dispunham debaixo da tampa do motor!

Quase na metade da década de 70, a Crise do Petróleo acordou o mundo para o fato de que um dia as reservas energéticas e principalmente o petróleo poderiam acabar muito mais cedo do que se imaginava, se alguma providência não fosse tomada. A

crise atingiu em cheio as montadoras e então os motores passaram a ser calibrados nos dinamômetros para produzir a máxima economia de combustível.

Se a Crise do Petróleo foi a mola propulsora para o desenvolvimento dos motores, a partir do final da década de 70 os altos índices de poluição nos centros urbanos motivaram as autoridades a elaborar leis e normas para controlar mais rigorosamente as emissões de gases poluentes. Essa iniciativa refletiu-se num grande processo evolutivo dos motores nos anos 80, principalmente aqueles de Ciclo Otto. De um lado com novas soluções mecânicas, como bielas mais longas, duplo comando, maior número de válvulas por cilindro, utilização de materiais mais leves nos componentes do motor para reduzir o peso e a inércia, comandos de válvulas de geometria variável e formatos mais favoráveis para as câmaras de combustão. De outro lado, a substituição do carburador pela injeção - monoponto ou multiponto - indireta de combustível comandada eletronicamente e a utilização da ignição eletrônica mapeada consolidaram o uso da eletrônica no controle do motor (fig. 3). Os resultados foram: melhoria geral do desempenho e menor poluição. Os motores passaram a ser calibrados digitalmente nos dinamômetros de bancada e de rolos equipados agora com analisadores de gases para controlar as emissões gasosas sacrificando um pouco o desempenho (conjugado motor máximo) e o consumo de combustível.

Nesses anos 90, com o controle mais rigoroso da emissões poluentes na atmosfera, constata-se um aprimoramento tecnológico do que foi feito nos anos 80, através do uso do coletor de admissão com geometria variável, melhoria da qualidade do con-

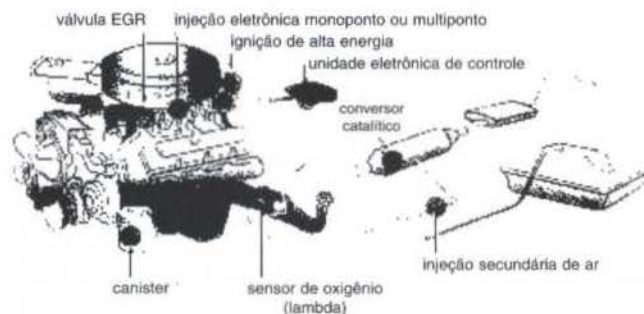


Figura 3 - Configuração geral de um motor dos anos 80.

trole eletrônico do motor pelo aumento da velocidade e da capacidade de processamento das unidades de controle eletrônico (centralinas) e uso da injeção direta de combustível. A fig. 1 mostra uma configuração geral desses motores.

Como podemos ver, o elemento motriz da evolução dos motores de combustão interna neste final de milênio é o controle da poluição por gases poluentes. A regulagem dos motores está totalmente dependente dos dinamômetros equipados com analisadores de gases.

IMPORTÂNCIA DO CONTROLE DAS EMISSÕES E OS ENSAIOS DOS MOTORES

Genericamente falando, emissão é todo produto que emana de uma fonte, mas em termos proteção ambiental, emissão é todo resíduo nocivo ao homem ou ao meio ambiente.

Do ponto de vista da legislação ambiental os resíduos dos produtos da combustão (ruído, gases e partículas sólidas ou líquidas) dos motores de combustão interna são agrupados em duas famílias: emissões regulamentadas e não regulamentadas (vide fig. 4). Há ainda as emissões evaporativas, provenientes do sistema de alimentação de combustível. Como são controladas apenas pelo canister (fig. 3), não tem a ver com ensaios dinamométricos e não iremos comentá-las aqui.

Os ajustes de ganho dos amplificadores dos sinais de pressão e aceleração foram realizados no início da sessão de aquisição de dados e mantidos constantes para todas as situações de carga e rotação. Tais ajustes foram feitos de modo que, em todas estas situações, os valores convertidos ocupassem ao máximo a faixa dinâmica dos conversores, porém sem atingir seus extremos, de forma a evitar deformações não lineares devido a cortes na conversão analógico-digital. Embora os ganhos não mais possam ser alterados no decorrer do ensaio, o amplificador de carga utilizado requer pequenos ajustes de deslocamento ("offset") do sinal, de modo a manter o sinal dentro da faixa dinâmica dos conversores. Estes ajustes não comprometem os resultados, uma vez que, conforme já mencionado, no cálculo dos torques utiliza-se apenas as diferenças entre as pressões e a pressão atmosférica presente no carte (média das pressões na fase de exaustão e admissão). Quanto ao sinal de aceleração, esses ajustes do seu valor médio não afetam as demais componentes espectrais.

RESULTADOS

Com o objetivo de verificar a existência de correlação entre os torques médios indicados e as componentes espectrais da aceleração angular do bloco na frequência de explosões, no seu dobro e triplo, foram calculados os coeficientes de correlação das regressões lineares pelo método dos mínimos quadrados.

A análise do comportamento dos coeficientes de correlação foi feita em função da rotação do motor, de modo a evidenciar sua influência. Para cada situação de torque observado e rotação foram calculados os valores médios dos torques médios indicados e das componentes espectrais da aceleração, obtidos em cada uma das 20 fases de expansão amostradas no primeiro cilindro. Os coeficientes de correlação foram calculados utilizando-se os conjuntos de valores médios correspondentes a cada uma das faixas de rotações da Tabela 1. O limite inicial de todas as faixas foi fixado em 1000 rpm e o limite final de cada faixa foi estabelecido por acréscimos cumulativos de 200 rpm, até o máximo de 3600 rpm.

Tabela 1- Coeficientes de correlação entre os torques médios indicados e as componentes espectrais na frequência de explosões, dobro e triplo desta frequência (acel_1, acel_2, acel_3), em função das faixas de rotação.

Faixas de Rotação [rpm]	Coeficientes de correlação		
	acel_1	acel_2	acel_3
1000	0,96	0,94	0,71
1000 a 1200	0,96	0,92	0,80
1000 a 1400	0,92	0,93	0,84
1000 a 1600	0,87	0,94	0,85
1000 a 1800	0,78	0,91	0,77
1000 a 2000	0,70	0,91	0,66
1000 a 2200	0,60	0,92	0,66
1000 a 2400	0,48	0,91	0,69
1000 a 2600	0,38	0,91	0,72
1000 a 2800	0,28	0,91	0,73
1000 a 3000	0,25	0,91	0,69
1000 a 3200	0,22	0,79	0,64
1000 a 3400	0,17	0,77	0,57
1000 a 3600	0,16	0,76	0,58

Nota-se na Figura 5, construída a partir da Tabela 1, que para a frequência de explosões os coeficientes de correlação decrescem continuamente com a ampliação da faixa de rotação e assumem valores inferiores a 0,91, a partir da faixa com limite superior de 1400 rpm. Observa-se ainda que os coeficientes de correlação correspondentes ao triplo da frequência de explosões apresentam um comportamento errático, em níveis inferiores a 0,85, com uma tendência levemente decrescente. Quanto aos coeficientes de correlação correspondentes ao dobro da frequência de explosões observa-se que mantêm-se aproximadamente constantes e superiores a 0,91, até a faixa de rotação com o limite superior de 3000 rpm. Até esta rotação o intervalo de 95% de confiança do coeficiente de correlação, calculado através da Transformação Z de Fisher é de $\pm 3\%$, enquanto que a partir desta rotação o coeficiente apresenta uma súbita variação de 13%, conforme pode ser observado na Figura 5. Utilizou-se a transformação Z de Fisher para levar a distribuição dos coeficientes de correlação, que não é uma Normal, a outra aproximadamente Normal.

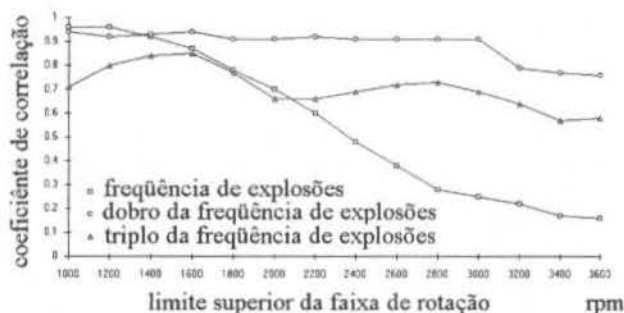


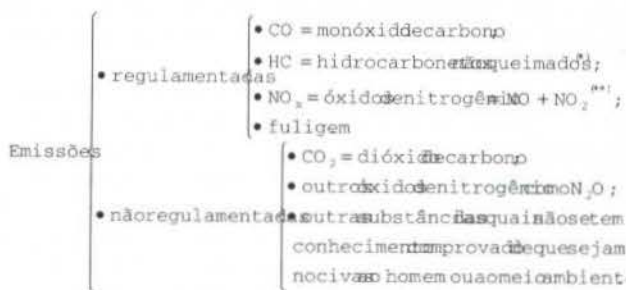
Figura 5- Coeficientes de correlação entre os torques médios indicados e as componentes espectrais, em função das faixas de rotação.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A partir dos resultados obtidos fixou-se o limite de 3000 rpm e o uso da componente espectral no dobro da frequência de explosões para a obtenção da reta de regressão, que permite estimar o torque médio indicado e seu limite de confiança, a partir da componente espectral da aceleração angular do bloco na direção do eixo motor.

A determinação dos limites de confiança foi feita mediante a hipótese de que a distribuição dos desvios entre os valores observados do torque médio indicado e os estimados pela regressão se ajusta à uma distribuição Normal. Para a validação desta hipótese foi utilizado o teste do qui-quadrado, resultando em uma variável χ^2 aproximadamente 20 vezes inferior ao valor crítico no nível de significância 0,005 ($\chi^2_{0,005}$), de uma distribuição χ^2 de igual grau de liberdade indicando, dessa forma, uma ótima aderência dos desvios à distribuição Normal.

Na Figura 6 estão representados os valores observados e estimados dos torques médios indicados em função das componentes espectrais da aceleração no dobro da frequência de explosões, bem como o intervalo de 95% de confiança das estimativas.



* - medida em termos de THC (emissão de hidrocarbonetos totais) ou NMHC (emissão de hidrocarbonetos não metano gasosos).

** - às vezes pode ser medida em limite combinado para HC + NO_x ao invés dos dois limites separados.

Fig. 4 - Classificação dos tipos de emissões de acordo com a legislação ambiental.

Devemos salientar que embora a emissão de CO₂ seja classificada como não regulamentada, isso não significa que não haja interesse em diminuí-la. O CO₂ é um inevitável produto final da combustão de qualquer hidrocarboneto combustível. Não há, tecnicamente falando, solução para isso e ele não pode ser filtrado ou removido. O único artifício viável é produzi-lo em menores quantidades. Para que isso aconteça é necessário queimar menos combustível. Daí que, como já vêm acontecendo, as pressões fiscais ou tecnológicas para melhorar o consumo de combustível vêm crescendo. Em certo grau essa necessidade é atualmente antagônica à necessidade de reduzir as emissões de gases poluentes: é uma prática comum das montadoras, mas não menos questionável como veremos mais adiante, sacrificar o consumo de combustível para melhorar a eficiência do catalisador e produzir menos poluição.

Uma legislação para controle da poluição é feita baseando-se em procedimentos ou normas para determinar se os veículos automotores estão ou não poluindo. As emissões gasosas são medidas através de ciclos de ensaios aplicados ou para o motor apenas ou para o veículo como um todo. O ciclo de emissões é uma parte importante em qualquer norma de controle de emissões. Este ciclo deve ao mesmo tempo em que cria condições de medidas das emissões que possam ser reproduzíveis, simular uma condição real de tráfego para uma dada aplicação. Além do ciclo, são necessários testes regulatórios ou de fiscalização para verificar e assegurar a compatibilidade com as várias normas e para permitir que sejam feitos testes mais simples em campo. Métodos analíticos também podem ser usados para medir determinadas emissões e também são regidos por normas.

Infelizmente, as autoridades dos diversos países não foram unânimes em adotar os procedimentos de ensaios de emissões e por isso, muitos tipos de ciclos estão em uso. Os principais ciclos utilizados são os norte-americanos (EUA), os da Comunidade Européia (CE), os japoneses e o ISO/Internacional (voltado exclusivamente para motores de combustão interna em aplicações não automotivas nos EUA e CE). Os demais países, como é o caso de Brasil, Argentina, Chile, México, Coréia do Sul, Tailândia, etc., têm adotado invariavelmente uma combinação desses ciclos.

Uma vez que as emissões dos gases poluentes dependem das condições de carga e rotação do motor, as emissões específicas que são medidas sob diferentes ciclos de ensaios não podem ser comparadas mesmo se elas forem expressas ou convertidas para o mesmo sistema de unidades. Isso sempre deve ser levado em consideração sempre que formos comparar normas de emissões de diferentes países.

Tipos de Ciclos de Ensaios. Cada ciclo de emissão compreende

uma sequência de modos de carga e rotação (ou velocidade) executadas em dinamômetro (dinamômetro de bancada ou dinamômetro de rolos). As emissões medidas de acordo com ciclos de ensaios são expressas em gramas de poluentes por unidade de energia mecânica entregue pelo motor, i.e., g/kW.h ou g/BHP.hr. As emissões medidas em dinamômetro de rolos são geralmente expressas em gramas de poluentes por unidade de distância percorrida, i.e., g/km ou g/mi. Dependendo das características das mudanças de carga e rotação (velocidade) os ciclos podem ser divididos em ciclos de regime permanente ou ciclos transitórios.

Nos **ciclos de regime permanente** o motor, geralmente montado num dinamômetro de bancada, é submetido a uma sequência de carga e rotação do motor constantes (modos). As emissões são analisadas para cada modo de ensaio. Então o resultado da emissão geral é calculado e como uma média ponderada de todos os modos de ensaio. Exemplos desse tipo de ciclo são o *US-13 mode* (EUA), o *ECE-49* (CE) e os 6 e 13 modos japoneses.

ECE-R49: É o mais utilizado dos ciclos de ensaio feitos em regime permanente para veículos pesados (diesel) e foi introduzido na CE em 1988. Consiste de uma sequência de 13 modos de ensaio em dinamômetro de bancada (nas condições de marcha lenta, torque máximo e de potência nominal em função da rotação) - vide fig. 5. As condições de ensaio *ECE-R49*, são idênticas àsquelas do ciclo de 13 modos americano (*US-13 mode*), entretanto os fatores de ponderação e as unidades (g/kW.h no *ECE-R49* x g/BHP.h no *US-13 mode*) são diferentes e qualquer conversão matemática seria incorreta [1]. Com base em fatores de ponderação (pesos) predeterminados, a emissão específica é obtida cal-

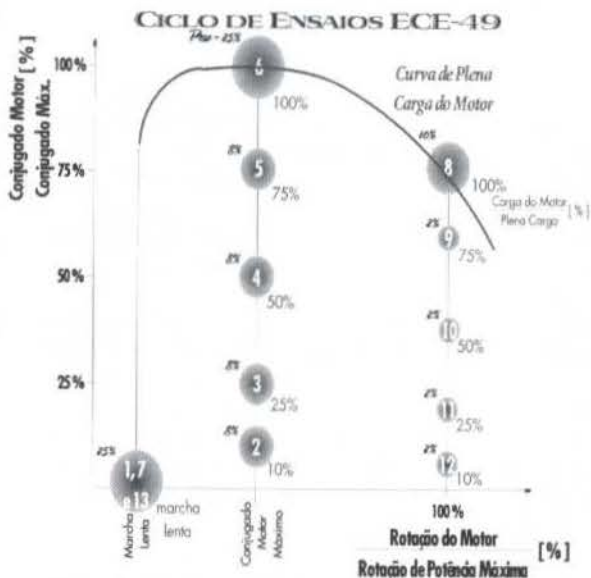


Figura 5 - Ciclo ECE-R49 (CE).

culando-se a média das emissões gasosas observadas nos pontos indicados. Os resultados representam a média do ciclo de utilização simulado.

Num **ciclo transitório** o veículo montado sobre um dinamômetro de chassis obedece a um roteiro de tráfego pré-estabelecido que inclui acelerações, desacelerações, mudanças de carga e velocidades, etc. Os resultados finais do ensaio podem ser obtidos ou pela análise das amostras dos gases de exaustão coletadas em sacos plásticos durante a duração do ciclo ou pela integração eletrônica medida de emissão contínua de uma resposta rápida. Exemplos desse tipo de ciclo são o *FTP-75* (EUA) e os *ECE-15* e *EUDC* (CE)

Neste artigo, iremos doravante designar o que as normas chamam de ciclo transitório de **ciclo dinâmico**. O motivo é sim-

ples: se examinarmos a definição acima à luz da teoria dos sistemas dinâmicos, veremos que esta definição está incorreta: não é apenas a resposta transitória que está sendo examinada, mas sim as respostas transitória e permanente juntas. Isso têm implicações

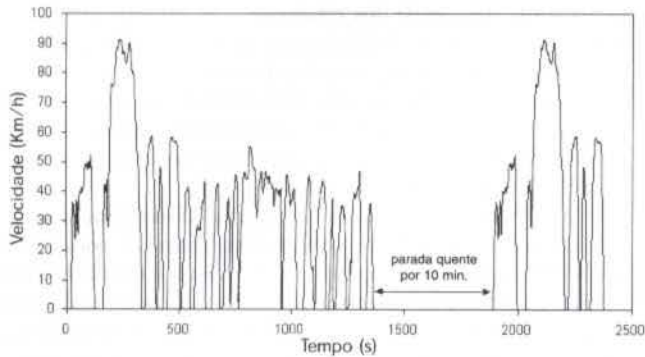


Figura 6 - Ciclo Dinâmico FTP-75 (EUA).

muito profundas como veremos mais adiante.

FTP-75: Do ponto de vista da Agência de Proteção Ambiental dos Estados Unidos (EPA/EUA = *United States Environmental Protection Agency*) para que as emissões dos veículos possam ser controladas efetivamente, elas devem ser avaliadas sob condições reais. Pensando desta maneira, os EUA conceberam sua estratégia de controle de emissões em cima de ensaios que além de medir emissões, reproduzem condições reais de dirigibilidade. Estes ensaios tiveram sua origem em 1959 no estado da Califórnia, para motores a gasolina. Em 1965 o governo federal norte-americano criou um ciclo de ensaios de emissões através do desenvolvimento da rota rodoviária LA-4, concebida para reproduzir uma típica viagem matutina para o trabalho em horário de pico na cidade de Los Angeles [2]. Em 1972, a EPA/EUA encurtou os quase 19 km da LA-4 para 12 km e adaptou o percurso para uso em laboratório através de um dinamômetro de rolos, um dispositivo que simula carga e inércia de um veículo [3]. O ciclo atual dura 2477 segundos e são percorridos 18,6 km. O ciclo começa com uma partida a frio após o veículo pernoitar no dinamômetro por 12 horas, a uma temperatura entre 20-30°C. O ciclo inclui uma parada por 10 minutos e a repetição dos primeiros 505 segundos após uma nova partida.

ECE-15 (ECE Urban Cycle): O ciclo simula as condições de tráfego em Paris. Nesse ciclo "percorre-se" uma distância de 4,052 km a uma velocidade média de 18,7 km/h. As emissões são médias após um período de marcha lenta de 40 segundos.

EUDC (Extra Urban Driving Cycle): Esse ciclo foi adicionado ao ECE-15 para simular o tráfego nas autopistas (até 120 km/h).

US TRANSIENT FTP: Anteriormente nos EUA, as emissões dos motores Diesel pesados eram controladas e medidas pelo Ciclo US 13 *mode*. Melhorias nos métodos de coleta e amostragem e controle do dinamômetro de bancada permitiram explorar melhor as operações dinâmicas do motor, e assim a EPA passou a requerer a certificação dinâmica de todos os motores Diesel vendidos nos EUA. A análise americana é feita com equipamentos especiais num ciclo simulado com variações simultâneas de carga e rotação durante 20 minutos, o que exige programas específicos de controle, dinamômetro de bancada especial e um computador controlador de todo o ensaio. Todos esses fatores contribuem para o elevado custo desse tipo de ensaio.

Durante os 20 minutos do ensaio, as respostas do motor (conjugado motor e rotação) são comparadas ao ciclo de referência (fig. 7) para assegurar compatibilidade com a referência. Ao mesmo tempo, os gases de exaustão são recolhidos e diluídos com ar condicionado e as emissões relevantes são determinadas. As

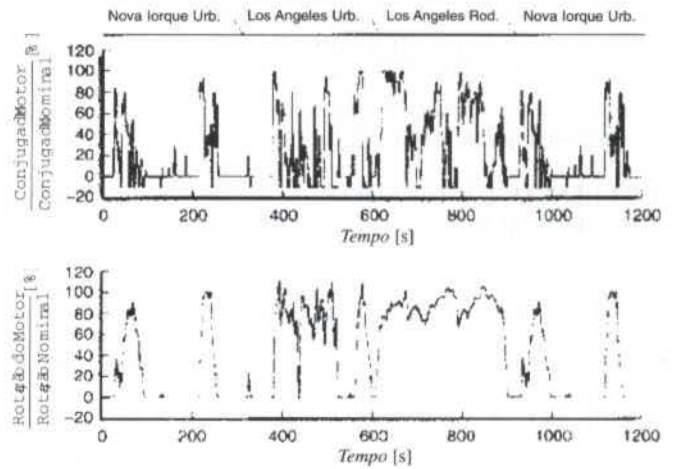


Figura 7 - Ciclo Dinâmico "US Transient FTP" (EUA).

medidas das emissões são divididas pelo trabalho total realizado no ensaio e a emissão específica é obtida em termos de massa de poluente por unidade de trabalho.

LIMITAÇÕES DOS CICLOS DINÂMICOS

A natureza do ensaio dinâmico, embora mais realista do que a do ensaio estacionário não permite determinar com precisão onde e quando o motor polui mais. A falta dessa informação torna muito difícil analisar a situação e planejar correções. O resultado mais provável (como de fato é isso que realmente acontece) é uma calibração do motor que prejudica desnecessariamente o desempenho para reduzir as emissões poluentes!

Recentemente, uma pesquisa revelou que num veículo submetido ao ciclo dinâmico FTP-75, o total de emissões de HC chegou a 2,8 mg ao final do ensaio. Entretanto, 3/4 desse total já havia sido atingido durante os 200 primeiros segundos do ciclo. ([4], p. 42, fig. 1)

Uma das limitações tanto do FTP-75 como também do ECE-15 se refere à influência da temperatura sobre a eficiência do catalisador (fig. 8). Considerado como a principal, senão a única tecnologia disponível no momento para o controle das emissões, o



Figura 8 - Diagrama funcional de um catalisador

conversor catalítico de três vias (TWC, mostrado na figura 8), necessita atingir uma determinada temperatura para se tornar ativo e operar adequadamente. No ciclo FTP-75 a partida a frio ocorre a 25°C e no ECE-15 a 20°C. Entretanto, certas épocas do ano apresentam temperaturas mais baixas do que estas.

Consequentemente, trajetos curtos nesses dias mais frios provocarão emissões bem acima do tolerado invalidando todo o controle das emissões proposto ([5], p. 195). De fato, em algumas situações, as emissões de NO_x, CO e HC dos motores a gasolina a frio podem ser de 20 a 30 vezes superiores àquelas correspondentes ao mesmo motor quente ([4], p. 43, fig. 2).

INFLUÊNCIA DA TECNOLOGIA NA AVALIAÇÃO DAS EMISSÕES MEDIDAS EM DINAMÔMETROS.

Os veículos da tecnologia anterior têm seus motores controlados com tecnologia mecânica analógica; seus componentes relacionados com o controle das emissões operam em tempo contínuo. Nesses veículos se, por exemplo, a mistura ar-combustível (A/C) em marcha lenta estiver muito rica, então é bem provável que a mistura A/C esteja igualmente muito rica em boa parte da faixa operacional do veículo (i.e., cruzeiro, aceleração, desaceleração). Por este motivo, se for feita apenas uma avaliação ou no regime de marcha lenta ou só a 50 km/h e esta avaliação revelar que o veículo analógico está poluindo, muito provavelmente este veículo fracassará no teste FTP-75 também. Esta característica de quantidade contínua é inerente de muitos sistemas que são controlados mecanicamente e no caso dos motores de combustão interna, pode-se af incluir também outros componentes usados no controle de emissões como o distribuidor do sistema de ignição que controla o avanço da centelha [6].

Os veículos mais novos têm seus motores controlados por computador digital e que estão se tornando uma parcela cada vez maior da frota, não estão sujeitos pela característica de quantidade contínua dos dispositivos mecânicos. Um computador pode incluir em sua memória mapas (instruções discretas) para a mistura A/C. O mapeamento é todo feito em cima dos ensaios dinâmométricos e obedecem aos limites estabelecidos pelas normas de emissões. Assim, a calibração para marcha lenta terá pouca influência na calibração da mistura a 50 km/h ou durante uma aceleração de 15 km/h para 40 km/h. Por isto, um veículo que apresenta baixas emissões em marcha lenta ou a 2500 rpm ou a 50 km/h poderá apresentar emissões inaceitavelmente altas, principalmente durante outros modos de funcionamento [6].

Estudos da EPA mostraram que alguns veículos de tecnologia digital com emissões realmente muito altas segundo o ciclo dinâmico poderiam ser aprovados em um teste de regime estacionário, como um teste em regime de marcha lenta, por exemplo. Pela mesma lógica, um veículo com emissões altas em regime de marcha lenta poderia ser aprovado num ciclo dinâmico porque as emissões poderiam ser suficientemente baixas na maioria dos outros modos operacionais do veículo. Um ensaio em regime estacionário feito na condição de marcha lenta reprovaria falsamente esse veículo [7].

Por outro lado, ensaios dinâmicos são mais sensíveis às mudanças nos níveis de emissões durante os diferentes modos de operação do veículo e assim os veículos controlados com tecnologia digital por computador podem superar as limitações da prova dos ensaios em regime estacionário.

CONCLUSÕES

A evolução dos motores de combustão interna nos últimos 30 anos foi fortemente impulsionada pela necessidade crescente de diminuir as emissões de gases poluentes nos grandes centros urbanos. As normas prevêm que as emissões gasosas sejam medidas em dinamômetros através de ensaios de motores em ciclos de trabalho (estacionário ou dinâmico). Embora os dinamômetros tenham ganhado um destacado papel no controle da poluição, a metodologia empregada atualmente para medição das emissões se mostrará num futuro não muito distante inadequa-

da. Um dos principais motivos é que independentemente do ensaio ser de ciclo estacionário ou dinâmico, as emissões estão sendo medidas dentro de uma média (a extensão depende do ciclo, se estacionário ou dinâmico). Os outros motivos incluem: pouca correlação dos ensaios de fiscalização com os ciclos regulamentados, altos custos, efetividade dos resultados - os veículos estão realmente poluindo menos? Até hoje as montadoras têm calibrado seus veículos para que sejam aprovados nos ensaios de emissões. Esta política até agora têm sido bem sucedida na medida que a equação consumo x emissões tem sido satisfeita. Mas num futuro próximo, as exigências de menor consumo e menor poluição promoverão uma mudança nessa política.

A grande quantidade de recursos disponíveis trazidos pela eletrônica digital e pela informática abrem as portas para ensaios em tempo real e portanto mais realistas e confiáveis. Por exemplo, as condições da resposta transitória do motor podem ser examinadas com muito mais cuidado através dos sistemas de aquisição digital. Os dados podem ser monitorados pelo computador e as emissões podem ser medidas simultaneamente às modificações feitas no mapeamento da unidade eletrônica de controle. Com isso, podemos determinar exatamente onde e quando o motor está poluindo em excesso e onde não está. De posse dessa informação podemos modificar o mapeamento do motor apenas onde for necessário e portanto o desempenho do motor será otimizado, na medida que cada informação contida no mapa produz o menor índice de poluição e o menor consumo.

REFERÊNCIAS:

- [1] HAWKINS, M. and MONTGOMERIE, G. "Emissions Legislation and its Effect on the Vehicle Fleet Operator", *Automotive Engineer*, v. 16 n.4, Aug/Sept 1991, p. 40-42.
- [2] HASS, G. C.; SWEENEY, M. P., and PATTISON, J. N., "Laboratory Simulation of Driving Conditions in the Los Angeles Area", *SAE Technical Paper* n. 660546, August 1966.
- [3] KRUSE, R. E. and HULS, T. A., "Development of the Federal Urban Driving Schedule", *SAE Technical Paper* n. 730553, May 1973.
- [4] BULMER, C. "Towards 2000: hpw future engines might ge developed for the enviroment", *Automotive Engineer* London, v.15, n.4, Aug/Sep 1990, p.42-44.
- [5] LAURIKKO, J. "Ambient Temperature Effect on Automotive Exhaust Emissions: FTP and ECE Test Cycle Responses" *Science of Total Enviroment*, v. 169 (1-3) Jun 1995, p. 195-204.
- [6] ARMSTRONG, J.; BRZEZINSKI, D. J.; LANDMAN, L. and GLOVER, E. L., "Inspection/Maintenance in the 1990's", *SAE Technical Paper* n. 870621, February 1987.
- [7] PIDGEON, W. M. and DOBIE, N. "The IM240 Transient I/M Dynamometer Driving Schedule and The Composite I/M Test", *Procedure EPA-AA-TSS-91-1*, NTIS No. PB92-104405, Jan. 1991

ABSTRACT

The modern internal combustion engines control systems are more and more dependent on information and accuracy data for its optimal operation. For that reason, engine testing became more than never indispensable. This work presents the state-of-the-art in the internal combustion engine testing. The current methodologies and the arising perspectives to improve the control and the performance of the engines are analyzed. It is also presented a methodology for real time testing that allows to verify and to modify the transitory engine responses

SIMULAÇÃO DE SISTEMA DE INJEÇÃO DIESEL

Délson Luiz Módolo (UNICSUL - São Paulo)
Mário Roberto da Silva (IGCE/UNESP - Rio Claro)
Duilio Venanzi (EESC/USP - São Carlos)

Departamento de Engenharia Mecânica – Lab. de Motores
 Escola de Engenharia de São Carlos - USP
 13.560-250 - São Carlos - SP - Brasil

SUMÁRIO

Este artigo mostra a simulação do modelo matemático proposto de um para sistema de injeção com bomba rotativa distribuidora em motores do ciclo Diesel. A simulação foi realizada no sistema computacional MATLAB™-SIMULINK™ em ambiente operacional WINDOWS™ e os resultados correspondentes às diversas condições de ensaio foram comparados aos experimentais observados.

INTRODUÇÃO

O aumento da potência específica dos motores diesel utilizados nas mais diversas aplicações e a necessidade de rápidas respostas às exigências de mercado impõem importantes mudanças no projeto de componentes específicos desses motores.

Desta forma, tornam-se necessárias alterações no projeto do sistema de injeção o qual tem por função a medida e distribuição, sob pressão, do combustível para os cilindros de modo a controlar o processo de combustão da mistura ar-combustível fornecendo taxas adequadas de combustível para um bom desempenho em todas as condições de carga e rotação previstas para o motor.

A simulação deste sistema possibilita a economia de tempo na identificação e solução de problemas relacionados ao funcionamento e a projetos, em especial aos de adequação ao uso de combustíveis alternativos.

Vários trabalhos anteriores propõem modelos que incluem descrição precisa das características geométricas e físicas do sistema, assim como as expressões matemáticas que descrevem a dinâmica do fluido e dos componentes mecânicos de bombas em linha (Wylie et al., 1971; Matsuoka et al., 1976; Marcic e Kovacic, 1985; Sobel e Lehrach, 1987; Catania et al., 1992; Matsui et al. 1996).

O objetivo deste trabalho é estudar esse fenômeno transiente que ocorre nas partes integrantes do sistema de injeção *Bomba (distribuidora rotativa)-Bico Injetor* a partir do modelo matemático proposto.

A escolha desta bomba (distribuidora rotativa) resulta em um sistema já bastante difundido e em ampla ascensão principalmente devido ao seu baixo custo, mas ainda pouco abordado em trabalhos científicos.

Utilizou-se um sistema com Bomba Distribuidora Rotativa (Bosch - VE) para 4 cilindros de injeção indireta.

Os resultados das simulações correspondentes às diversas condições de ensaio são comparados aos experimentais observados por meio de transdutores de pressão e deslocamento instalados na bomba e injetor.

O MODELO MATEMÁTICO

A montagem do conjunto mecânico simulado está mostrada na figura 01.

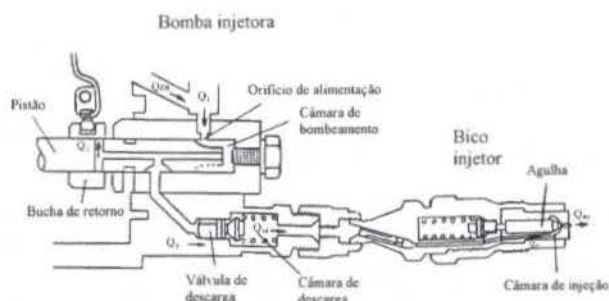


Figura 01 - Montagem do conjunto.

O modelo matemático é composto de dois componentes, bomba e bico injetor, nos quais a descrição da dinâmica do fluido e componentes mecânicos é realizada a partir das características geométricas e físicas do sistema.

Como hipóteses simplificadoras têm-se:

- a compressibilidade do fluido é considerada pela utilização do módulo de elasticidade volumétrica de acordo com WRIGHT (1967);
- as deformações das partes sólidas do sistema devido à variações de pressão são desprezadas;
- os coeficientes de descarga dos orifícios estão baseados em dados do regime permanente (Lichtarowicz et al., 1965; Gelalles, 1931).
- Neste modelo, não é mostrado a tubulação de alta pressão, não sendo portanto levado em consideração os efeitos da propagação de ondas de pressão no mesmo. Deste modo, as comparações feitas adiante estão restritas ao período de tempo entre o início do movimento do pistão dosador-distribuidor, com a conseqüente elevação de pressão nas câmaras de bombeamento e descarga, até o fechamento das válvulas de descarga e agulha do injetor.

As equações que descrevem a dinâmica das massas constituintes da bomba e injetor assim como das pressões e vazões foram deduzidas a partir de:

- compressibilidade do fluido (Streeter, 1980),

$$K = \frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V}} \quad (1)$$

onde

K = módulo de elasticidade volumétrica ("Bulk Modulus")

V = volume da região em estudo

ΔP = variação da pressão

ΔV = variação do volume;

- equação da continuidade;
- segunda lei de Newton aplicada à válvula de descarga da bomba e à válvula de agulha do bico injetor,

$$\Sigma F = m \frac{dv}{dt} \quad (2)$$

onde:

ΣF = somatório de todas as forças de pressão, atrito e de mola na direção do movimento

m = massa do objeto

v = velocidade;

- equações que descrevem a vazão através das várias passagens e orifícios,

$$Q = C_d \cdot A \cdot \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (3)$$

onde:

C_d = coeficiente de descarga

A = área da passagem ou orifício

ρ = densidade específica do combustível.

Bomba. Caracterizada no modelo pelas pressões nas câmaras de bombeamento e descarga, pelas vazões de suas entrada e saída e velocidade da válvula de descarga.

Da equação do módulo de elasticidade volumétrica, combinada com a da continuidade, aliada à segunda lei de Newton e da vazão resultaram as seguintes equações:

$$\frac{dP_b}{dt} = \frac{K}{V_b + A_v S_v - A_p S_p} [A_p v_p - A_v v_v + Q_1 - Q_2 - Q_3] \quad (4)$$

onde

P_b = pressão na câmara de bombeamento

K = módulo de elasticidade volumétrica

V_b = volume máximo da câmara de bombeamento

A_v = área da válvula de descarga

S_v = deslocamento da válvula de descarga

A_p = área do pistão

S_p = deslocamento do pistão

v_p = velocidade do pistão

v_v = velocidade da válvula de descarga

Q_i = vazão;

$$\frac{dP_d}{dt} = \frac{K}{V_d - A_v S_v} [A_v v_v + Q_3 - Q_{zd}] \quad (5)$$

onde

P_d = pressão na câmara de descarga

V_d = volume da câmara de descarga

Q_{zd} = vazão volumétrica de combustível definida pela ação da bomba injetora entre saída da câmara de descarga e entrada do bico injetor.

Da aplicação da segunda lei de Newton à válvula de descarga vem:

$$\frac{dv_v}{dt} = \frac{1}{m_v} [A_v (P_b - P_d) - F_{pci} - k_v S_v - f_v v_v] \quad (6)$$

onde

m_v = massa da válvula

F_{pci} = pré-carga da mola da válvula de descarga

k_v = coeficiente de mola

f_v = coeficiente viscoso

As equações das vazões que representam o escoamento através de orifícios de passagem são da seguinte forma:

$$Q_1 = C_{d1} \cdot A_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (P_a - P_b)}{\rho}} \quad (7)$$

onde

P_a = pressão de alimentação

$$Q_2 = C_{d2} \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (P_b - P_a)}{\rho}} \quad (8)$$

$$Q_3 = C_{d3} \cdot A_3 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (P_d - P_b)}{\rho}} \quad (9)$$

Q_1 = vazão pelo orifício de alimentação

Q_2 = vazão pelo orifício de retorno

Q_3 = vazão pela válvula de descarga

As áreas A_1 e A_2 são geometricamente determinadas em função da posição S_p do pistão dosador e a área A_3 em função da posição da válvula de descarga.

Bico injetor. Caracterizado no modelo pela pressão na câmara de injeção e pela velocidade da válvula de agulha.

As equações que representam o escoamento no conjunto do porta injetor são obtidas a partir de considerações semelhantes às utilizadas no equacionamento da bomba injetora.

$$\frac{dP_{inj}}{dt} = \frac{K}{V_c + A_{ag} S_{ag}} [Q_{zu} - Q_{inj} - A_{ag} v_{ag}] \quad (10)$$

onde

V_c = volume inicial da câmara do injetor

P_{inj} = pressão de injeção

A_{ag} = área da agulha

S_{ag} = deslocamento da agulha

Q_{zu} = vazão de entrada no bico

Q_{inj} = vazão injetada

v_{ag} = velocidade da agulha

Da aplicação da segunda lei de Newton à válvula de agulha vem:

$$\frac{dv_{ag}}{dt} = \frac{1}{m_{ag}} [A_{ag} P_{inj} - F_{pci2} - k_{ag} S_{ag} - f_{ag} v_{ag}] \quad (11)$$

onde

F_{pc2} = pré-carga da mola do bico injetor

S_{ag} = deslocamento da agulha.

m_{ag} = massa da agulha.

$$\frac{dS_{ag}}{dt} = v_{ag} \quad (12)$$

$$Q_{inj} = C_{d4} \cdot A_4 \cdot \sqrt{\frac{2(P_{cinj} - P_c)}{\rho}} \quad (13)$$

onde

Q_{inj} = vazão injetada

P_{cinj} = pressão na câmara do injetor

P_c = pressão na câmara de combustão

A área A_4 é determinada em função do levantamento S_{ag} da válvula de agulha do injetor.

O modelo matemático proposto foi simulado no sistema computacional MATLAB™/SIMULINK™. As justificativas para esta escolha são as seguintes:

- facilidade e rapidez nas alterações do modelo;
- excelente interface com o usuário;
- ótima interface gráfica para visualização dos resultados.

MONTAGEM EXPERIMENTAL E ENSAIOS

Na realização da parte experimental deste trabalho utilizou-se uma bomba injetora do tipo distribuidora Bosch VE acoplada a um motor Volkswagen Diesel de injeção indireta e aspiração natural (utilizado na antiga Kombi diesel) montado em um dinamômetro Schenck modelo 260W de corrente de Foucault.

A evolução de pressão dentro da câmara de combustão foi monitorada pela utilização de um transdutor piezelétrico de pressão AVL modelo 8QP500ca, instalado na antecâmara do motor.

A pressão na câmara de descarga, mostrada no traço 2 da figura 09, foi medida através de um transdutor piezelétrico de pressão AVL modelo 7QP2500a. A pressão dentro da câmara de bombeamento, ilustrada pelo traço 1 da figura 09, por sua vez foi obtida pelo transdutor piezelétrico AVL modelo 5QP2002 adaptado no lugar do parafuso de sangramento da bomba injetora.

O deslocamento da válvula de agulha do bico injetor foi avaliado através de um conjunto injetor (porta injetor Bosch 908 DN0 SD 293) devidamente instrumentado pela Robert Bosch do Brasil e conectado a um amplificador AVL.

A pressão interna da bomba (circuito de baixa pressão), na entrada da câmara de bombeamento, foi medida através da colocação de um sensor da marca DANFOSS modelo ADAP KOOL AKS 33. Este transdutor de pressão foi adaptado no lugar da eletroválvula de corte de combustível na entrada da câmara de bombeamento no cabeçote da bomba injetora.

As temperaturas do óleo combustível, da água de arrefecimento e do óleo do motor foram coletadas por termopares do tipo T - cobre(+)/constantan (-) em uma placa de aquisição de dados "Strawberry Tree Data Acquisition System" em um microcomputador.

A falta de uma placa de aquisição de dados com velocidade suficiente para a coleta dos valores provenientes dos transdutores de pressão das câmaras de combustão, de bombeamento e de

descarga e dos provenientes da válvula de agulha do bico injetor, fizeram com que os mesmos fossem apresentados apenas em uma tela de osciloscópio. O osciloscópio utilizado foi um HP modelo 54601A de quatro canais.

Os ensaios de bancada foram realizados nas faixas de rotação do motor de 1500, 2000 e 2500 rpm resultando, respectivamente, nas rotações de 750, 1000 e 1250 rpm no eixo da bomba injetora. Estes ensaios foram realizados para diversas posições da alavanca do acelerador.

Neste trabalho, devido à síntese necessária, somente serão mostrados resultados experimentais e simulados com a bomba injetora a 1000 rpm (2000 rpm no motor) e 100% de curso da alavanca do acelerador.

RESULTADOS

A figura 02 mostra o comportamento da pressão dentro da câmara de bombeamento.

Logo após a abertura do orifício de alimentação da câmara (figuras 01 e 03) ocorre um aumento da pressão conforme mostra a figura 02. A pressão começa a aumentar em proporções maiores após o início do levantamento do pistão dosador, como pode ser observado na figura 04.

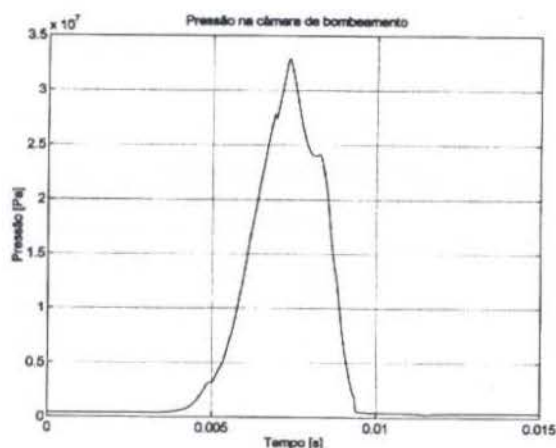


Figura 02 – Pressão na câmara de bombeamento

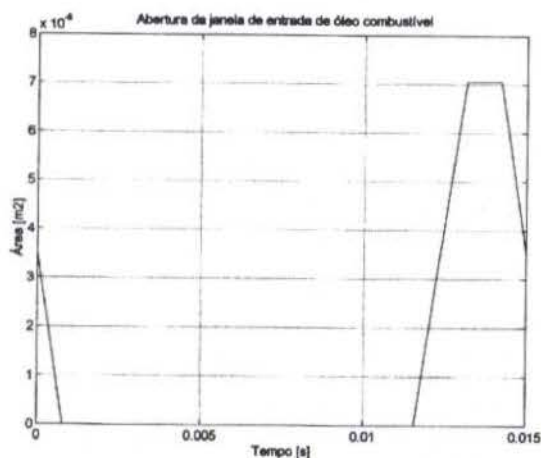


Figura 03 – Abertura da janela de entrada do óleo combustível

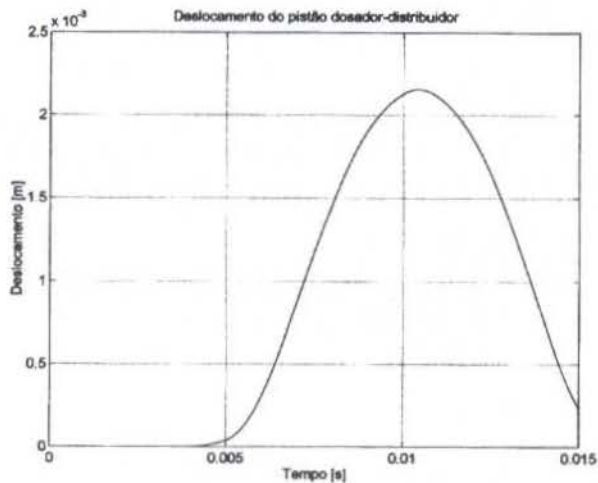


Figura 04 – Deslocamento do pistão dosador distribuidor

Observando-se de forma mais atenta, vê-se que essa elevação da pressão de forma abrupta coincide exatamente com o início do levantamento do pistão.

O sincronismo do movimento é visualizado também na figura 05, que mostra o deslocamento da válvula de descarga da bomba injetora.

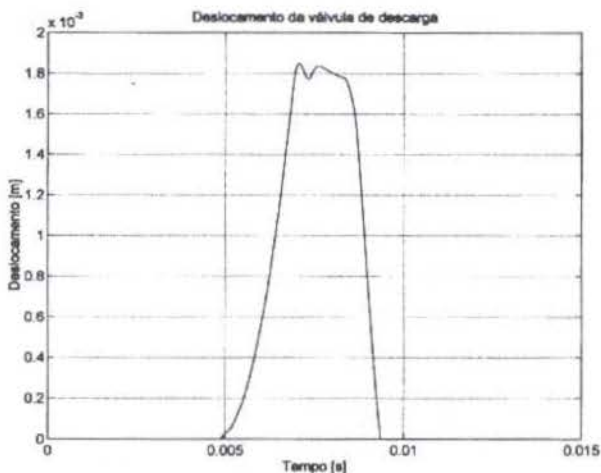


Figura 05 – Deslocamento da válvula de descarga

Com a abertura da válvula de descarga tem início a pressurização da câmara de descarga (figura 06) que está ligada ao bico injetor.

A pressão dentro da câmara de injeção do bico injetor exerce uma força sobre a válvula de agulha, que vence a pré-carga da mola. Enquanto a pressão reinante na câmara de injeção é maior que a pressão de abertura do bico injetor, o combustível é injetado dentro da câmara de combustão do motor (figura 07).

O processo dura até que o orifício de retorno seja descoberto pela bucha de retorno durante o levantamento do pistão (figura

01). Neste momento, a pressão na câmara de bombeamento cai abruptamente, conforme pode ser visto na figura 02.

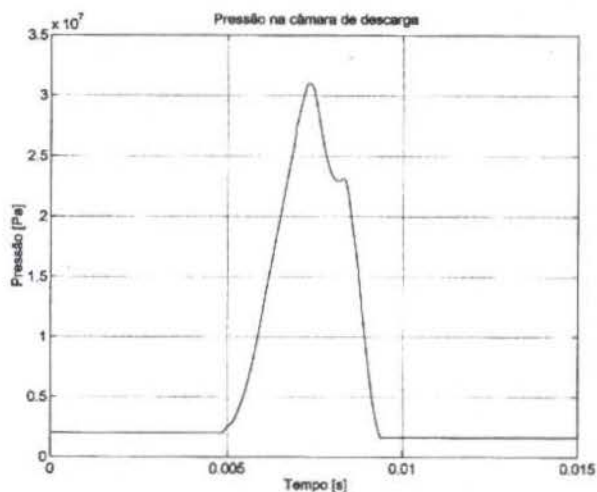


Figura 06 – Pressão na câmara de descarga

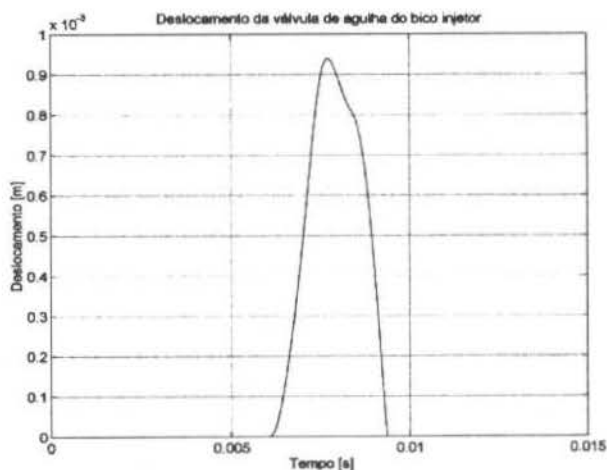


Figura 07 – Deslocamento da válvula de agulha do bico injetor

Com a queda de pressão dentro da câmara de bombeamento e câmara de descarga, tem início o fechamento da válvula de descarga (figura 05) devido ao fato da pré-carga da mola vencer a força resultante sobre a válvula.

Desta forma, cessa a injeção de combustível pelo bico injetor dentro da câmara de combustão, com o fechamento da válvula de agulha (figura 07).

A figura 08 mostra a vazão de combustível injetada para dentro da câmara de combustão. Nota-se, no caso simulado, que somente há passagem (ou corte) de combustível após a agulha distanciar-se 0,7 mm de seu assento (característico da construção do bico utilizado).

Com relação aos resultados experimentais têm-se as seguintes considerações.

Deve-se observar que de acordo com o modelo matemático apresentado, sem a tubulação de alta pressão, a comparação fica

restrita aos fenômenos que ocorrem até o fechamento da válvula de agulha do bico injetor.

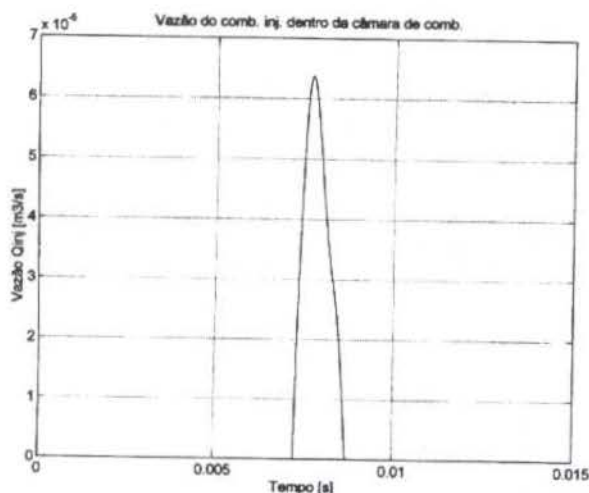


Figura 08 – Vazão de combustível injetado dentro da câmara de combustão

Até este ponto, o único fato que ocorre que pode prejudicar a comparação dos dados simulados aos experimentais é um atraso na abertura da válvula de agulha, que varia em função do comprimento da tubulação de alta pressão.

A figura 09 mostra os resultados obtidos do ensaio da bomba a 1000 rpm em aceleração máxima. O traço 1 do osciloscópio representa a pressão na câmara de bombeamento.

Os traços 2 e 3 representam, respectivamente, a pressão na câmara de descarga e o movimento da válvula de agulha do bico injetor.

A escala de pressão no osciloscópio para o traço 1 (câmara de bombeamento) é $1,3 \times 10^7$ Pa/divisão, o que equivale a dizer que a pressão lida é da ordem de $3,25 \times 10^7$ Pa no pico máximo. Este valor concorda com o valor simulado (figura 02). Da mesma forma, a escala para o traço 2 é $1,0 \times 10^7$ Pa/div., que resulta em uma pressão da ordem de aproximadamente $3,0 \times 10^7$ Pa. O resultado obtido na simulação correspondente é $3,1 \times 10^7$ Pa (figura 06).

Com relação ao movimento da agulha, tem-se como escala $0,33$ mm/div. no osciloscópio, que fornece um valor aproximado de $0,95$ mm para o levantamento máximo. Neste caso, o valor simulado é de $0,94$ mm (figura 07).

A escala de tempo do osciloscópio é 2 ms/div., podendo-se observar que os intervalos de duração das curvas de evolução de pressão nas câmaras de bombeamento e de descarga, assim como o movimento da válvula de agulha do bico injetor também concordam com os valores simulados.

Além disso, observa-se também a grande semelhança no "formato" das curvas simuladas às experimentais correspondentes.

CONCLUSÃO

Embora a falta de uma placa de aquisição de dados com velocidade adequada para o experimento tenha impossibilitado a análise quantitativa dos resultados experimentais e dos fornecidos para simulação do modelo sugerido, foi possível

observar qualitativamente a coerência entre eles, o que permitiu à conclusão de que o modelo matemático proposto está correto.

Portanto, pode-se partir deste modelo para o desenvolvimento de etapas futuras tais como a introdução de um modelo matemático contendo as equações diferenciais parciais que representem a tubulação de alta pressão tendo como condições de contorno as equações diferenciais ordinárias (já desenvolvidas neste trabalho) que representam a bomba injetora distribuidora rotativa e o bico injetor.

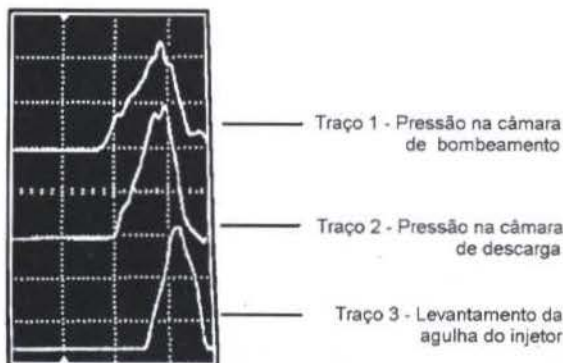


Figura 09 – Foto de osciloscópio com a bomba injetora a 1000 rpm e 100% de curso da alavanca do acelerador.

REFERÊNCIAS

- BOSCH - apostila - "*Bomba Distribuidora Tipo VE*".
- Catania, A. E.; Dongiovanni, C.; Mittica, A.; 1992; "Implicit numerical model of a high-pressure injection system", *ASME Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, vol 114, pp 534-543.
- Gelalles, G. A., 1931, "Coefficients of discharge of fuel injection nozzles for compression ignition engines" *National Advisory Committee for Aeronautics (N.A.C.A.)*, Tech. Report No. 373.
- Lichterowicz, A.; Duggins, R. K. e Markland, E.; 1965; "Discharge coefficients for incompressible non-cavitating flow through long orifices"; *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 7, no. 2.
- Marcic, M.; Kovacic, Z.; 1985; "Computer simulation of diesel fuel injection system" paper 851583, *SAE Publication SP-630*.
- Matsui, Y.; Hasegawa, M. e Kawashima, J., 1996, "Analysis of injection systems in IDI diesel engines using an enhanced numerical simulation code", *JSAE Review*, vol 17.
- Matsuoka, S.; Yokota, K.; Kamimoto, T. e Igoshi, M., 1976, "A study of fuel injection systems in diesel engines"; SAE paper 760551, *SAE Transactions*.
- Sobel, D. R. e Lehrach, P. C., 1987, "A hidro-mechanical simulation of diesel fuel injection systems" SAE paper 870432, *SAE Publication SP 703*.
- Streeter, V. L.; Wylie, E. B., 1980, "*Fluid Mechanics*"; New York, McGraw-Hill Book Co..
- Wright, W. A., 1967, "Prediction of bulk moduli and PVT data for oils" *ASLE* 47 AM 7B-1, May 1-4.
- Wylie, E. B.; Bolt, J. A.; El-Erian, M. F., 1971, "Diesel fuel injection system simulation and experimental correlation"; paper 710569, *SAE Transation*.

**CONVERSÃO DE MOTORES DIESEL PARA
OPERAÇÃO COM COMBUSTÍVEL DUAL DIESEL
GÁS NATURAL: AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE
ÔNIBUS URBANOS**

**Alcir F. Orlando, Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio
James Newsom, Alternative Fuel Systems - AFS
Rua Marquês de S, Vicente 225
22453-900, Rio de Janeiro, RJ, Brasil**

Resumo

Neste trabalho é descrito o funcionamento de um motor Diesel convertido para operação com combustível dual Diesel - Gás Natural e seu desempenho no exterior, inclusive as emissões, de acordo com a legislação brasileira para o ano 2002. A seguir são apresentados os dados de avaliação de ônibus urbanos na cidade de S.Paulo, os detalhes operacionais e uma avaliação preliminar técnico econômica, mostrando que esta pode ser uma solução econômica a curto prazo para o problema de emissões.

INTRODUÇÃO

Ciclo Diesel Tradicional. No ciclo Diesel tradicional, usado em ônibus, caminhões e outros veículos pesados, o ar é admitido nos cilindros e comprimido com uma taxa de compressão típica de 17:1, tendo sua temperatura e pressão aumentadas. O óleo Diesel é então injetado, e em contato com o ar quente tem sua temperatura aumentada até o ponto de autoignição, entrando em combustão. Como a taxa de compressão é elevada, eficiências da ordem de 42% podem ser conseguidas, muito embora sua operação seja muito poluente, principalmente quanto à fumaça liberada. Junte-se ao fato de que o óleo Diesel é subsidiado (R\$ 0,396/l), o que resulta numa operação econômica do veículo para seu proprietário. Para o Governo o elevado consumo de combustível em ônibus e caminhões acarreta problemas técnicos e financeiros para o balanceamento da oferta dos diferentes combustíveis, necessária para um equilíbrio financeiro da nação como um todo. Assim, tentativas tem sido feitas para substituí-lo pelo Gás Natural, combustível limpo em abundância no Estado do Rio de Janeiro (40% da produção da nação), e que não afeta muito o meio ambiente.

Motores Dedicados à Gas Natural. Ciclo OTTO. Uma alternativa interessante ao uso do óleo Diesel, é um motor que opera somente com Gás Natural, ciclo OTTO. Elimina sensivelmente a poluição. Seu custo nos postos de abastecimento é R\$ 0,396 / m³. Sua eficiência pode ser da ordem de 27%, bem mais baixa do que os motores Diesel. Sua taxa de compressão é bem mais baixa (tendência mundial 11:1), para não haver detonação e controlar a emissão de No_x. Para elevadas potências, requer sistemas elétricos potentes de ignição. No Brasil, devido à rede pequena de distribuição de Gás Natural, o uso deste motor resulta numa perda de autonomia do veículo. Mais ainda, a revenda de um ônibus para cidades do interior que normalmente não tem postos de abastecimento fica prejudicada. Seu uso em ônibus já em operação pode ser feito, ou substituindo o motor Diesel por um OTTO, a um elevado custo, inviável, ou transformando o motor Diesel em OTTO, modificando seu cabeçote e adicionando o sistema de ignição. Neste caso, uma grande capacidade de armazenamento de Gás Natural é requerida, resultando em problemas de espaço para a instalação e peso adicional. Esta opção não é vantajosa para as empresas de ônibus.

Motores LEAN BURN (Turbocharged). Outra alternativa interessante ao uso do óleo Diesel é um motor que opera no ciclo OTTO com mistura muito pobre combustível ar, LEAN BURN. Devido ao fato de que pouca massa de Gás Natural é introduzida no cilindro, o motor deve ser turbocarregado, aumentando o seu custo. Taxas de compressão em torno de 11:1 são utilizadas. Eficiências da ordem de 36% são normalmente conseguidas, tornando-o mais viável do que os do item anterior. Entretanto, os mesmos problemas anteriores ainda persistem, com o agravante que presentemente não existe transformação econômica do motor Diesel para LEAN BURN. Ele requer uma menor capacidade de armazenamento de Gás Natural do que os anteriores.

Motor Dual Diesel-Gás. Como tentativa de solução deste problema, imaginou-se um ciclo dual Diesel-Gás Natural, onde uma mistura de Gás Natural e ar seria admitida no cilindro e comprimida com a mesma taxa de compressão que o motor Diesel (17:1). Uma pequena quantidade de óleo Diesel seria injetado no final da compressão, provocando a auto-ignição do combustível. Este ciclo tem como vantagem a reversão completa para operação com o óleo Diesel, sempre que necessário, uma maior eficiência térmica (44%). O motor não sofre qualquer modificação interna, e o kit de conversão pode ser retirado e instalado facilmente em outro veículo. Requer uma capacidade de armazenamento de Gas Natural igual aproximadamente à metade da que é necessária para o motor do ciclo OTTO, dedicado a Gás Natural. Valores de substituição de óleo Diesel em até 94% tem sido verificados. Em trânsito urbano, uma média de substituição de 70% é usual. Segundo o *BALANÇO ENERGÉTICO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO 1980-1994 (1995)*, os seguintes dados estão disponíveis:

Tabela 1 : Conteúdo Energético do Combustível (CE)

Combustível	Densidade	PCS	CE
Diesel	0,852 kg/m ³	10750 kcal/kg	38347 kJ/m ³
Gás Natural		9274 kcal/m ³	38828 kJ/m ³

A relação *Conteúdo Energético do Óleo Diesel / Conteúdo Energético do Gás Natural* = $38347/38828 = 0,988$.

Assim define-se a unidade litros equivalentes de óleo Diesel para o Gás Natural (l_e), ou seja, $1 m^3$ de Gás Natural é aproximadamente equivalente em energia a 1 litro de Óleo Diesel.

O motor convertido para operação com o combustível dual Diesel - Gás Natural opera com temperaturas mais baixas dos gases de exaustão. Conforme conhecido, se ela for muito elevada, pode haver um empenamento das válvulas de exaustão, uma aceleração do desgaste da sede das válvulas, um dano aos pistões e anéis, e o aparecimento de rachaduras no cabeçote dos cilindros.

Algumas explicações sobre o funcionamento do motor Diesel, operando com o combustível Dual Diesel - Gás Natural foram obtidas de Newman (1989).

KIT DE CONVERSÃO DO MOTOR DIESEL PARA OPERAÇÃO COM O COMBUSTÍVEL DUAL DIESEL - GÁS NATURAL

O kit de conversão de um motor Diesel para operação com o combustível dual Diesel - Gás tem os seguintes componentes, adaptados externamente ao motor, sem alteração interna do mesmo:

- Microprocessador - proporciona um controle global do motor e garante uma exatidão na injeção da mistura do combustível. O microprocessador é projetado especificamente para cada tipo de motor, proporcionando uma operação contínua sem problemas.

- Válvula Solenoide de alta velocidade - controla o volume de Gás Natural entregue diretamente a cada cilindro. Esta característica, juntamente com o controle do tempo de injeção do Gás Natural, resulta na otimização do desempenho do motor. Ela é o componente crítico do motor, pois mede, controla o tempo de injeção, distribui e injeta o combustível gasoso nos cilindros. Ela é confiável, rápida, precisa e durável, tendo uma vida útil demonstrada em mais de 2 bilhões de ciclos em testes com combustível líquido.

- Controlador de Injeção do Óleo Diesel (Ractuator) - proporciona um controle preciso da quantidade de Óleo Diesel entregue pela bomba de combustível aos cilindros.

- Gerador de Sinal de Tempo por Efeito Hall - gera um sinal para controlar o tempo de injeção do Gás Natural em cada cilindro.

- Válvula Borboleta para Ar - Proporciona o sinal de realimentação do microprocessador para controle do combustível, importante para operação em carga parcial e economia do combustível.

- Atuador de Pressão Atmosférica - compensa variações da pressão atmosférica em diferentes altitudes, impedindo uma superalimentação de combustível em altitudes elevadas.

Para que o consumo de combustível seja otimizado e a emissão de poluentes minimizada, é necessário que o desempenho do motor seja levantado e sua operação realizada em condições que resultem em melhor eficiência e menores emissões de poluentes. O controle das condições de operação do motor é feito em malha fechada, eletronicamente. O microprocessador tem informações sobre o desempenho do motor, obtidas previamente em testes de bancadas, armazenadas em sua memória, em condições de serem consultadas sempre que haja necessidade de alterar os parâmetros do motor. Assim, um sistema eletrônico de realimentação otimiza a condição de operação, mudando automaticamente a percentagem de

substituição de óleo Diesel e a relação entre a massa de ar e a de Gás Natural.

O kit Diesel - Gás Natural custa da ordem de US\$ 3800,00 no Canadá. Quando é requerido um nível bem mais baixo de emissões de poluentes, deve-se adicionar ao kit um catalisador, uma sonda lambda e controles para realimentação de informações ao microprocessador. Este kit *super clean* custa da ordem de US\$ 5000,00 no Canadá.

CILINDROS DE ARMAZENAMENTO DE GÁS NATURAL

A capacidade de armazenamento de Gás Natural depende fundamentalmente da autonomia requerida para o veículo. A escolha do tipo de cilindro e de seu número depende do espaço disponível, do seu peso, de suas dimensões e de seu preço. Um dos cilindros de melhor custo benefício é fabricado no Brasil pela CILBRÁS em aço carbono, tendo entretanto um peso mais elevado do que outros. Pode-se também utilizar também os cilindros da FABER, origem italiana, com uma estrutura interna de alumínio e recoberta com fibra de vidro. É mais caro, porém, mais leve. Outros cilindros, como os fabricados pela EDO, de origem canadense, estão disponíveis com materiais compósitos, bem mais leves e bem mais caros. A Tabela 2 apresenta dados dimensionais e pesos dos cilindros.

A capacidade (m^3) refere-se ao volume, nas condições padrões de $20^\circ C$ e $101,325 kPa$ (1 atm), ocupado pela massa de Gás Natural armazenada no cilindro a $20^\circ C$ e 200 bar com um dada capacidade hidráulica (litros). Ela é baseada no fator de compressibilidade de $0,25967 m^3/litro$. Durante o enchimento do cilindro no posto de abastecimento sua temperatura aumenta, resultando numa menor massa de Gás Natural suprida ao cilindro. Para um acréscimo de temperatura de $50^\circ C$, a redução do volume nas condições padrões é de cerca de 15%. Recomenda-se, portanto, para melhor aproveitamento da capacidade do cilindro que o mesmo seja reabastecido após o seu resfriamento até completar sua capacidade.

Tabela 2 : Características dos cilindros FABER CILBRAS e EDO.

FABRIC.	VOL.	VOL.	PESO	DIAM	COMP
	litros	Nm ³	kg	mm	mm
FABER	95	24,7	80,5	397,5	906
FABER	80	20,8	72,0	389,2	875
FABER	75	19,8	67,0	377,5	868
FABER	65	16,9	58,0	354,2	860
FABER	60	15,6	55,0	342,5	858
CILBRAS	107	27,8	102,8	340,2	1470
CILBRAS	90	23,4	89,0	340,2	1250
CILBRAS	74	19,2	78,0	340,2	1055
CILBRAS	64	16,6	70,0	340,2	910
EDO	125,4	32,6	34,9	406,0	1266
EDO	75,5	19,6	24,5	406,0	848
EDO	61,0	15,8	20,0	348,0	898

Cilindros em aço carbono da CILBRÁS, testados com sucesso no Campo de Provas da Marambaia (1996) com projetis perfurantes, custam, no Brasil, na faixa de R\$ 4,00 a R\$ 6,00 por litro de capacidade hidráulica. Os cilindros mais leves FABER, com um *lining* interno de alumínio e externamente em fibra de vidro, custam, no Brasil, na faixa de R\$ 7,00 a R\$ 9,00 por litro de capacidade hidráulica. Os cilindros super leves EDO, de material compósito, custam, no Canadá, na faixa de US\$ 10,00 a R\$ 15,00/litro de capacidade hidráulica.



Figura 6- Torques médios indicados em função das componentes espectrais da aceleração no dobro da frequência de explosões.

CONCLUSÃO

Nos ensaio foi verificada a existência de um coeficiente de correlação linear de 0,91 para a reta de regressão entre o torque médio indicado e a componente espectral no dobro da frequência das explosões da aceleração angular do bloco na direção do eixo motor.

Este coeficiente de correlação linear foi alcançado sem a necessidade da modelagem e da identificação dos parâmetros do motor, uma vez que as componentes espectrais no dobro da frequência de explosões dos torques de inércia foram desconsiderados frente às mesmas componentes dos torques devido às expansões dos gases.

Tal fato, aliado à possibilidade de se captar de forma não invasiva a aceleração angular do bloco do motor e à baixa complexidade do processamento e alta correlação entre o torque médio indicado e a componente espectral no dobro da frequência de explosões da aceleração angular do bloco na direção do eixo motor, tornam este método atraente para o controle de qualidade em linhas de montagem de motores, bem como para a detecção de falhas, para a avaliação do torque desenvolvido, para o diagnóstico e análise de desempenho de motores e para o controle da queima da mistura através das variáveis instantâneas de ignição e razão ar-combustível, principalmente em condições normais de tráfego.

ABSTRACT

The author investigated the existence of correlation between indicated mean torque and the angular acceleration of an engine block, calculated respectively from pressure inside a combustion chamber and from a linear acceleration in the perpendicular direction and not intersecting to the crank-shaft axis. He obtained a linear correlation coefficient of 0.91 between the indicated mean torque and the spectral component of the angular acceleration of the engine block in the double of the fire frequency, without engine modelling and with no identification of its parameters.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Archambault, R. 1992, "Application of the Use of Time-Frequency Analysis for the Detection of Faults on Diesel Engines", *Progres Recents des Methodes de Surveillance Acoustiques et Vibratoires*, Senlis, France, Societe Francaise des Mecaniciens (SFM), Societe Francaise des Acoustique (SFA), pp 83-94.
- Azzoni, P. and Marseguerra, M. 1995, "Assessment of the Potential of a Wiener-Hilbert Filter for Automatic Diagnosis of Spark Ignition Engine Faults", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 9(2), pp 129-137.
- Azzoni, P., Marseguerra, M. and Giovannini, R. 1992 "Diagnosis of Engine Faults from Accelerometric Data via Wiener Hilbert Methodology", *ATA*, 45, pp 13-17.
- Charbonnier, M. A. et Champoussin, J. C. 1992, "Recherché Dês Dysfonctionnements du Diesel par Analyze Temporelle et Fréquentielle de la Vitesse du Vilebrequin", *Entropie*, 28(169), pp 3-10.
- Connolly, F. T. and Rizzoni, G. 1994, "Real Time Estimation of Engine Torque for the Detection of Engine Misfire", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, American Society of Mechanical Engineers, v 116, pp 675-686.
- Ordubadi, A. 1982, "Fault Detection in Internal Combustion Engine Using an Acoustic Signal", *SAE paper*, 820365.
- Othman, M. O. 1989, "Improving the Performance of a Multi-cylinder Engine by Spectrum Analyzer Feedback", *Journal of Sound and Vibration*, v131, n1, pp 1-11.
- Powell, J. D. 1993, "Engine Control Using Cylinder Pressure: Past, Present, and Future", *Transaction of ASME-Journal of Dynamics System, and Control*, v115, pp 343-350.
- Ribbens, W. B. 1981, "A Non-Contacting Torque Sensor for Internal Combustion Engine", *SAE paper*, 810155.
- Rizzoni G. 1989, "Estimate of Indicated Torque from Crankshaft Speed Fluctuations: A Model for the Dynamics of the IC Engine", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v38, n3, pp 168-179.
- Sauw, J.; Tjong, Y.; Lau, T. H. K.; Chang, D. K. and Reif, Z. F. 1993, "Monitor Engine Condition via Vibration Signals", *Proceeding of the 11th International Modal Analysis Conference (11th IMAC)*, Kissimmee, Florida, USA, Society for Experimental Mechanics, Inc. (SEM), pp 1252-1258.
- Silva, M. R. 1998, "Instrumentação Microprocessada para Análise Espectral em Motores Alternativo de Combustão Interna", Tese de Doutorado, EESC-USP, São Carlos, SP
- Silva, M. R., Santos, A. M. 1997, "Torque Simulation on Block of Alternative Internal Combustion Engine" *SAE paper*, 973060.

DESEMPENHO DE MOTORES DIESEL PARA OPERAÇÃO COM O COMBUSTÍVEL DUAL DIESEL - GÁS NATURAL

Poucos são os fabricantes mundiais dos kits Diesel-Gás. A descrição acima refere-se ao kit da AFS do Canadá. Seus kits tem sido testados com sucesso em diferentes partes do mundo como Rússia, Japão, Coréia, Hungria, Paquistão, Tailândia, Europa Oriental, tendo sido inclusive testados no Rio de Janeiro há alguns anos atrás, em operação numa empresa de ônibus, conforme dados divulgados num Seminário sobre Gás Natural Veicular por Mirosh (1995), realizado na PUC-Rio em 13-14 de Julho de 1995. Uma substituição máxima do óleo Diesel de 94% foi obtida em testes realizados com o motor MERCEDES BENZ OM352 e mostraram que abaixo de cerca de 1200 rpm, principalmente em marcha lenta, a utilização do Gás Natural é mínima (utilização do óleo Diesel é máxima), chegando a valores máximos de substituição acima desta rotação. Foi mostrado que sua utilização em ônibus pode resultar para tráfego pesado da cidade do Rio de Janeiro numa substituição média do óleo Diesel de faixa de 72 a 76%. Para operação em marcha lenta apenas o óleo Diesel é utilizado. Para operação em estradas, com alta velocidade, uma substituição média na faixa de 85-90% pode ser alcançada. Este ciclo, adicionalmente tem a vantagem de poder operar apenas com óleo Diesel, caso não seja disponível o Gás Natural.

Podem-se avaliar aproximadamente os pontos importantes da viabilidade da conversão, onde o fator principal é a redução do custo de manutenção e a melhoria do meio ambiente. Neste caso é suposto que cada garagem tenha instalado um compressor para fornecimento direto de Gás Natural da CEG, com redução do custo do m^3 . Os dados de manutenção são suportados pelo relatório de Lastres (1991) e dados de operação de geradores de energia elétrica com óleo Diesel com potência semelhante, divulgados pela concessionária de energia elétrica do norte do país (CEAM).

A Tabela 3 apresenta dados de desempenho de um ônibus dotado de um motor MERCEDES BENZ OM352, rodando em várias cidade do mundo, obtidos de Mirosh & Beck (1994). Foram testados veículos totalmente dedicados a Gás Natural (100% de substituição) e veículos dotados do kit de conversão para operação com Diesel-Gás. O consumo é expresso em litros equivalentes de óleo Diesel ($l_e / 100 km$) para cada 100 km. As seguintes condições de operação do motor foram utilizadas na Tabela 3.

(1) Ciclo OTTO, centelha, relação Ar/Combustível estequiométrica para Gás Natural.

(2) Ciclo OTTO, centelha, *lean burner*, Gás Natural.

(3) Ciclo Diesel, com combustível Dual Diesel-Gás, kit AFS

Pode-se ver que motores dedicados a Gás Natural consomem mais óleo Diesel (litros equivalentes) que no ciclo Dual Diesel Gás, requerendo portanto um volume maior de armazenamento. A Tabela 4 mostra uma comparação entre ônibus dotados de motor dedicado a Gás Natural e de motor Diesel, com testes realizados no Japão.

Pode-se observar que o ônibus a gás natural consome mais combustível do que o operado com Diesel. Motores com combustível Dual Diesel-Gás Natural e injeção Multipoint são cerca de 15% mais eficientes do que o equivalente a Diesel para níveis de potência acima de 50% da potência nominal. Para níveis menores, o motor dual pode ser cerca de 5% menos eficiente do que o motor Diesel. Isto mostra que o desempenho do motor depende das condições de tráfego do ônibus.

A Tabela 5 apresenta as emissões de um motor convertido para Gás Natural com o kit AFS para o combustível Dual, com e sem catalisador no seu escapamento, e comparação

com a legislação do Brasil para 2002. Em adição o conteúdo de SO_x foi reduzido por um fator de 2,5, de Diesel Puro para Diesel Gás, baseado aproximadamente num teor de Enxofre de 0,2% para o óleo Diesel.

Tabela 3 : Desempenho de ônibus em tráfego urbano com diferentes motores

CIDADE	TIPO	CONSUMO $l_e / 100 km$	SUBST.DE DIESEL (%)
BRUXELAS	(1)	94	100
BANGKOK	(1)	87	100
BANGKOK	(1)	78	100
JAPÃO	(1)	69	100
VANCOUVER	(2)	79	100
TORONTO	(2)	72	100
MISSISSAUGA	(2)	68	100
ITÁLIA	(2)	68	100
HOLANDA	(2)	67	100
MOSCOU	(3)	45	83
TEHRAN	(3)	44	70
RIO DE JANEIRO	(3)	42	76
DEBRECEN	(3)	40	78
MENDOZA	(3)	34	75

Tabela 4 : Comparação de Desempenho entre ônibus a Gás Natural e a Diesel, Matros & Mirosh (1997)

TRÁFEGO	GÁS NATURAL $l_e / 100 km$	DIESEL $l / 100 km$
CONGESTIONADO	109,0	48,5
CONST.a 20 km/h	77,5	27,6
CONST a 30 km/h	58,5	34,6
CONST a 60 km/h	31,1	22,0
CONDIÇÕES REAIS	64,5	45,7

Uma substituição média típica de Diesel em cerca de 55% a 70% pode ser conseguida com sistemas de injeção mecânica, e 70% a 80% com sistemas de injeção eletrônica.

Tabela 5 : Emissões de um motor Mercedes Benz OM366LA com combustível Dual, kit AFS, em g/kWh, antes do catalisador, University of Alberta (1997), European 13 mode.

POLUENTE	BRASIL 2002	DIESEL	DUAL
CO	4	2,6	8,3
NO _x	7	9,5	7,2
rHC	1,1	0,3	0,6
CH ₄		0,0	4
CO ₂		756	629
SO _x		1,4	0,6

Tabela 6 : Emissões de um motor HINO K13U, aspirado naturalmente, com combustível dual, kit AFS, em g/kWh, usando catalisador Engelhard 300 cpi envelhecido 8 horas.

POLUENTE	BRASIL 2002	ANTES DO CATALIS.	DEPOIS DO CATALIS.
CO	4	7,1	0,2
NO _x	7	6,7	6,8
rHC	1,1	0,9	0,2
MP	0,15	0,091	0,076

Pode-se observar que o uso do combustível dual faz com que o teor de CO nos gases de exaustão seja maior do que os limites permitidos pela legislação brasileira para 2002. Esta é uma característica também do motor dedicado à gás natural. Em compensação, o teor de material particulado na exaustão, é bem maior quando se usa o combustível Diesel, conforme será mostrado a seguir. O teor de No_x para o Diesel excede os limites da legislação. Para o combustível dual, é marginal. De qualquer forma, um catalisador resolve estes problemas, assim como um motor dedicado a gás natural só atenderá a legislação com um catalisador.

DIMENSIONAMENTO DA CAPACIDADE DE ARMAZENAMENTO DE SISTEMAS DE CONVERSÃO PARA GÁS NATURAL

Esta análise é baseada num percurso médio diário para os ônibus de 200 km/dia, ou 6000 km/mês.

Segundo os testes realizados pela INSIGHT, Comercial Importadora e Exportadora Ltda, em S.Paulo, um ônibus dotado de um motor MERCEDES BENZ OM366 LA, em tráfego urbano, consome 50 l_e de óleo Diesel para cada 100 km percorridos, com uma substituição média de 65% de óleo Diesel, quando operando com o combustível dual Diesel - Gás Natural. Isto significa um consumo médio diário de $2 \times 0,65 \times 50 = 65 \text{ m}^3$ de Gás Natural para 200 km percorridos. Com o fator de conversão $0,25967 \text{ m}^3$ de Gás Natural para cada litro de capacidade hidráulica do cilindro, o volume requerido de cilindro para armazenamento de Gás Natural é $65/0,25967 = 250$ litros.

Segundo os mesmos testes realizados pela AFS, o mesmo ônibus operando somente com Gás Natural consome no mínimo 67 l_e de óleo Diesel (Tabela 3) ou 67 m^3 de Gás Natural para cada 100 km percorridos, com 100% de substituição de Diesel. Considerando 200 km percorridos, o volume requerido para armazenamento de Gás Natural é de $2 \times 67/0,25967 = 516$ litros, ou seja, mais do que o dobro da capacidade de armazenamento com Diesel - Gás Natural, ou mais do dobro do custo.

Para um motor *Lean Burn*, o consumo é de 72 l_e de óleo Diesel ou 72 m^3 de Gás Natural para cada 100 km percorridos. Para 200 km, tem-se 144 m^3 de Gás Natural ou 555 litros de capacidade hidráulica.

Assim, chega-se à conclusão que o motor operando com o combustível dual Diesel - Gás Natural, consome muito menos combustível do que os outros, além de requerer uma capacidade de armazenamento também bem menor

VIABILIDADE ECONÔMICA PRELIMINAR DO USO DO COMBUSTÍVEL DUAL PARA VEÍCULOS PESADOS.

Uma análise de viabilidade preliminar pode ser feita para o Rio de Janeiro com as seguintes hipóteses, indicadas na Tabela 7.

Considerando que o preço do m^3 do Gás Natural pode variar se o abastecimento dos ônibus for feito na garagem dos ônibus da empresa, com investimento em compressores e acessórios, ou que em grandes quantidades o preço unitário cobrado pelas distribuidoras é menor, tem-se o retorno do investimento indicado na Tabela 8, com os seguintes custos válidos, independentemente do preço do gás natural.

- Custo de Manutenção Diesel : R\$ 5037,00
- Custo de Combustível Diesel : R\$10950,00
- Custo de Manutenção Dual : R\$ 3358,00

Assim, para o preço de gás natural de R\$ $0,20/\text{m}^3$, o tempo de retorno é de 2 anos.

Pode-se observar que a viabilidade é alcançada desde que os ônibus sejam abastecidos pela empresa com uma infraestrutura de distribuição de combustível, aproveitando-se a diferença entre o preço de compra do Gás Natural do produtor (R\$ $0,18/\text{m}^3$) e venda nos postos de abastecimento (R\$ $0,396/\text{m}^3$). Observa-se também que a diminuição do custo de manutenção é um fator importante na determinação da viabilidade, normalmente não considerada nestas análises

Finalmente, o kit de conversão tem uma durabilidade grande, podendo ser transferido facilmente para outro ônibus por ocasião da revenda do mesmo ao final de sua vida útil.

Estima-se que o custo da conversão possa se situar em torno de R\$ 8000,00, para um número grande de conversões, o que inclui equipamentos e mão de obra de instalação. Presentemente em S.Paulo, para empresas de ônibus, o óleo Diesel pode ser conseguido a cerca de R\$ $0,35/\text{l}$. O Gás Natural a cerca de R\$ $0,35/\text{m}^3$. Vê-se assim que o Diesel é mais subsidiado ainda.

Tabela 7 : Análise de viabilidade preliminar para utilização do ciclo Dual Diesel-Gás (kit AFS) . Motor OM 366, avaliado pelo CENPES/PETROBRAS. Hipóteses feitas.

PARÂMETRO	UNID.	VALOR
CONSUMO ESPECIFICO DE DIESEL	km/l	2,2
JORNADA DIÁRIA DO ÔNIBUS	h	12
PERCURSO DIÁRIO DO ÔNIBUS	km/dia	200
PERCURSO ANUAL DO ÔNIBUS	km/ano	73000
HORAS DE OPERAÇÃO EM UM ANO	h/ano	4380
PREÇO DO LITRO DO ÓLEO DIESEL	R\$/l	0,33
EQUIVALÊNCIA DE COMBUSTÍVEL	l / m^3	1
REVISÃO MOTOR DIESEL P/10000 h	R\$	7500
REVISÃO DO MOTOR DIESEL	R\$/ano	3285
LIMPEZA VÁLVULAS P/2500 h(DIESEL)	R\$	1000
LIMPEZA DE VÁLVULAS (DIESEL)	R\$/ano	1752
CUSTO DE MANUTENÇÃO (DIESEL)	R\$/ano	5037
REVISÃO DO MOTOR DUAL P/15000 h	R\$	7500
REVISÃO DO MOTOR DUAL	R\$/ano	2190
LIMPEZA DE VÁLVULAS P/3750 h(DUAL)	R\$	1000
LIMPEZA DE VÁLVULAS (DIESEL)	R\$/ano	1168
CUSTO DE MANUTENÇÃO	R\$/ano	3358
DIFERENCIAL DO CUSTO DE MANUT.	R\$/ano	1679
SUBSTITUIÇÃO DO ÓLEO DIESEL	%	72
CUSTO DA CONVERSÃO	R\$	8000
CUSTO DO GÁS NATURAL	R\$/ m^3	0,32

Tabela 8: Tempo de Retorno do investimento (anos) como função do preço do Gás Natural. Motor OM 366 avaliado pelo CENPES/PETROBRAS. 73000 km/ano

PREÇO DO GÁS NATURAL R\$/ m^3	CUSTO COMBUSTÍVEL DUAL R\$/ano	RETORNO INVESTIMENTO anos
0,32	10711	-
0,30	10233	-
0,25	9039	3,3
0,20	7844	2,0
0,15	6650	1,5

RESULTADOS DOS TESTES COM MOTOR ASPIRADO NATURALMENTE

Dois ônibus da CCTC, em S.Paulo, foram convertidos para operação com o combustível dual, respectivamente identificados por 9227 e 9228. São do modelo Mercedes Benz

OM 366 NA, aspirados naturalmente, tendo em torno de 7 anos de vida. As linhas de ônibus em questão são consideradas um bom teste para o sistema devido a duas razões: (1) Serem motores já bastante usados e (2) As linhas exigirem muito do ônibus.

Dois ônibus da Viação Santa Madalena, em S.Paulo, foram convertidos para operação com combustível dual. São do modelo Mercedes Benz OM 366 NA (identificado por 36717) e LA (identificado por 35727), respectivamente naturalmente aspirado e turbinado. Neste caso os ônibus são novos, mas as linhas exigem muito dos ônibus.

Neste item apenas os motores naturalmente aspirados serão analisados, ou seja, 9227 e 9228 da CCTC, 36717 da Viação Santa Madalena, muito embora conste das Tabelas 9 e 10 os dados do motor turbinado, e os dados obtidos em testes pelo CENPES/PETROBRAS, Lastres (1991), com um kit de conversão semelhante. A Tabela 10 apresenta um resumo do desempenho dos ônibus da CCTC, da Viação Santa Madalena e do teste realizado pelo CENPES /PETROBRAS em 1991, juntamente com sua variação (igual a duas vezes o desvio padrão).

Tabela 9 : Características dos testes com ônibus da CCTC (1997), Viação Santa Madalena (1997 e 1998) e CENPES (1991)

ÔNIBUS	PERÍODO	DIAS	DIESEL		GÁS	
			km	litros	km	m ³
9227	24/05 a 24/07	34	9229	1713	10069	2353,2
9228	14/07 a 20/08	19	5695	1052	5265	1529,0
36717	02/09 a 18/11	37	4672	957	4672	1740,6
35727	18/12 a 20/02	45	8818	1532	8818	2892,6
CENPES	01/01 a 31/01	31	6002	767	6002	1922,0

Para o cálculo do consumo de combustível, foram considerados 10069 km rodados do ônibus com Gás Natural e 9229 km rodados com Diesel, porque as estações de abastecimento são distintas e distantes umas das outras. Como o cálculo da substituição de Diesel requer que a distância percorrida seja a mesma, foi considerado no trecho entre as duas estações de abastecimento o mesmo consumo calculado para Diesel e para Gás Natural.

Tabela 10 : Resumo do desempenho dos ônibus da CCTC (1997), da Viação Santa Madalena (1997 e 1998) do CENPES (1991)

ÔNIBUS	DIESEL	GÁS	EQUIV.	SUBSTIT
	(km/l)	(km/m ³)	(km/l)	(%)
9227	5,39 ± 4,67	4,28 ± 2,25	2,38 ± 0,86	56 ± 24
9228	5,41 ± 5,28	3,44 ± 3,18	2,10 ± 1,06	61 ± 30
36717	4,88 ± 6,21	2,68 ± 0,97	1,73 ± 0,81	65 ± 20
35727	5,76 ± 2,76	3,05 ± 1,19	1,99 ± 0,63	65 ± 11
CENPES	7,83 ± 1,01	3,12 ± 0,30	2,23	72

Uma análise da Tabela 10 indica uma variação do consumo equivalente da mesma ordem de grandeza do Diesel puro. Também, muito embora exista uma flutuação grande durante o mês, a média mensal tende para um valor com pequena flutuação para testes de no mínimo 18 dias. Como consequência, pode-se dizer que testes de mais longa duração não contribuirão muito para uma determinação mais precisa da média de consumo

e de substituição de óleo Diesel, apenas para a confiabilidade de sua operação. Aliás, este é o valor que interessa para os cálculos econômicos. Pode-se observar que o consumo equivalente dos dois ônibus da CCTC se encontra na mesma faixa do que foi obtido pelo CENPES (2,23 km/l ou 45 l/100 km). O percentual de substituição de DIESEL se encontra um pouco mais baixo, entretanto. Algumas hipóteses foram levantadas para explicar estas diferenças.

(1) O fato do motor da CCTC já estar um pouco desgastado. Foi mostrado que o consumo de Diesel depende muito das condições de direção do ônibus, do tráfego e do número de passageiros. Portanto, deve-se esperar que a operação com o combustível dual também oscile bastante durante o mês. Um teste representativo deve cobrir um número de dias para os quais a média de consumo atinja um valor que varie pouco daí por diante. Os resultados abaixo mostram esta variação expressa em termos de duas vezes o desvio padrão.

Um acompanhamento do consumo de combustível na Viação Santa Madalena mostrou que o ônibus 36717, também em teste com o combustível dual, apresentava o valor de (2,38 ± 0,93) km/l de óleo Diesel, durante um período de 25 dias do mês de Julho de 1997. Para 13 dias do mês de Agosto de 1997, o valor foi (1,85 ± 0,55) km/l. Para os ônibus da CCTC, a média encontrada, em longa duração foi de 2,05 km/l. A Tabela 10 apresenta as características dos testes de substituição um consumo maior (menor valor em km/l) para a mesma potência.

(2) Variações na curva de vazão da bomba injetora como função da posição da alavanca de controle da carga. Normalmente confia-se na curva do fabricante, sem proceder-se a uma calibração para cada motor. Deve-se observar que esta curva para baixas vazões de Diesel pode ser diferente para altas vazões encontradas quando se usa apenas Diesel. As bombas injetoras dos ônibus da CCTC tiveram frequentes problemas de regulagem, e tiveram de ser recalibradas pelo representante Bosh.

(3) Os valores medidos de abastecimento de Diesel por dia sendo pequenos para o combustível dual, podem conduzir a erros na avaliação. É verdade que em longa duração estes erros tendem a se compensar. Durante o período de testes houve falhas no controle do abastecimento dos ônibus da CCTC, e dando a falsa impressão de ineficiência do kit de conversão.

Com os problemas assinalados acima, acredita-se que os resultados de consumo em mais longa duração sejam melhor representativos do desempenho do veículo.

A Tabela 10 mostra que valores maiores de substituição implicam em valores maiores de consumo (menor km/l). Se os três valores para os três ônibus respectivamente forem colocados num gráfico, verifica-se uma variação quase linear. A escolha é uma solução de compromisso entre o valor de substituição do óleo Diesel (nível de emissões) e o preço do gás natural, o que determinará o nível aceitável de consumo.

Foi observado nestes três ônibus dotados de motor aspirado que muito embora o consumo tenha atingido um patamar aceitável, existe uma variação de potência com as condições de operação, em relação à operação com Diesel puro, o que requereu uma intervenção com certa frequência na programação do kit para regularizá-la. Acredita-se que este problema possa ser resolvido com mais testes do motor, pois ele ainda não havia ocorrido em outras partes do mundo onde o kit de conversão foi testado com sucesso. Este comportamento parece ser representativo de motores normalmente aspirados, muito embora os problemas ocorridos na Viação Santa Madalena tenham sido menores do que na CCTC. O ônibus da Viação Santa Madalena teve seu período de testes encerrado mais cedo devido a problemas mecânicos ocorridos com o motor por causa, possivelmente, de um ajuste errôneo de seu ponto de operação. Muito embora o motor fosse bem mais novo que os da CCTC,

isto resultou numa redução de seu desempenho. Entretanto, como apenas 20 ou 30% dos ônibus em operação tem motor aspirado, e como o tempo disponível para os testes era limitado, resolveu-se dar prioridade aos testes com o motor turbinado (80 ou 70% da frota em operação).

Finalmente, o índice de particulados nos gases de exaustão do motor do ônibus 9927 da CCTC foi medido pela transparência da fumaça emitida pelo motor através de um opacímetro. O valor encontrado para o Diesel puro foi de $2,0 \text{ m}^{-1}$; para o combustível dual foi cerca de $0,4 \text{ m}^{-1}$, bem inferior ao exigido pela legislação ($2,5 \text{ m}^{-1}$).

Em números aproximados, um ônibus a Diesel custa em torno de R\$ 80000,00. O kit de conversão e os cilindros adicionam cerca de R\$ 8000,00 a este valor. Um ônibus totalmente dedicado a Gás Natural custa mais, em torno de R\$ 120000,00. Além disso, a autonomia do veículo do ônibus convertido a Diesel - Gás Natural (km/l_c) é quase a mesma do que a do veículo a Diesel, e portanto bem superior a do veículo dedicado a Gás Natural, resultando num custo operacional mais baixo, além da necessidade de um menor número de cilindros de armazenamento de Gás Natural.

RESULTADO DOS TESTES COM MOTOR TURBINADO

O motor turbinado do ônibus 35727 da Viação Santa Madalena, convertido para operação com combustível dual Diesel - Gás Natural, operou durante 45 dias num período de 2 meses sem praticamente qualquer problema mecânico, tendo inclusive melhorado seu desempenho em termos de manutenção. Teve de fazer apenas duas autocalibrações de seu kit de conversão e reparado apenas uma vez o regulador de pressão. A variação de seu desempenho foi bem menor do que com o motor aspirado, conforme indicado na Tabela 10 e número de dias necessários para obtenção de uma pequena variação na média de desempenho foi de 6 dias apenas. Com uma substituição média de 65% de Diesel e uma autonomia de $1,99 \text{ km/l}_c$, seu desempenho foi considerado excelente e economicamente viável. Uma análise deste teste com o fabricante do kit, a canadense AFS, indicou que este desempenho pode ser melhorado desde que um sensor anti-detonante, em fase final de desenvolvimento, seja incorporado ao kit. Porém, isto não foi considerado importante.

O índice de particulados nos gases de exaustão do motor do ônibus 35727 da Viação Santa Madalena foi medido pela transparência da fumaça emitida pelo motor através de um opacímetro FLEX modelo 515, rastreado aos padrões do INMETRO. O valor encontrado para o Diesel puro foi de $2,09 \text{ m}^{-1}$; para o combustível dual, $0,12 \text{ m}^{-1}$, bem inferior ao exigido pela legislação ($2,5 \text{ m}^{-1}$).

Depois desta fase de teste, resolveu-se, sem qualquer controle, operar o ônibus por mais quatro meses, perfazendo um total de 22141 km, com uma substituição média global caindo para 51%, indicando a necessidade de ajustes periódicos no kit.

Finalmente, foi observado que o desempenho do motor turbinado operando com combustível dual é maior do que o do naturalmente aspirado. Isto também é verificado quando o mesmo motor opera com Diesel apenas.

CONCLUSÕES

O teste de vários ônibus dotados de um motor do ciclo Diesel convertido para operação com um combustível dual Diesel-Gás Natural forneceu elementos para se concluir que esta pode ser uma solução técnica econômica para o problema de poluição em grandes centros urbanos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a participação efetiva da INSIGHT, Comercial Importadora e Exportadora Ltda, por ter conduzido os testes e à SPTTrans por ter coordenado efetivamente os mesmos, colocando à disposição todos os recursos para a sua realização. Os autores também gostariam de agradecer às empresas de ônibus Viação Santa Madalena e CCTC por terem apoiado o teste do kit Dual Diesel Gás em seus ônibus, deslocando seu pessoal para que os procedimentos de teste pudessem ser implementados.

BIBLIOGRAFIA

Badakhshan, A. et alii, 1996, "The Multipoint Diesel Fuel Transport Engine : Its Merits in Fuel Efficiency, Economics and Green House Gas Emission", AFS Internal Report, Calgary, Canada.

Balanço Energético do Estado do Rio de Janeiro 1980-1994, 1995, Secretaria de Estado de Ciência e Tecnologia, Governo do Estado do Rio de Janeiro.

Beck, J. et alii, 1996, "Bus Fuel Efficiency, Local Emissions and Impact on Global Emission", NGV'96 Conference & Exhibition, Kuala Lumpur, Malaysia.

Beck, N.J. et alii, 1989, "Electronic Fuel Injection for Dual Fuel Diesel Methane", SAE Technical Paper Series 891652, Future Transportation Technology Conference and Exposition, Vancouver, Canada.

CAMPO DE PROVAS DA MARAMBAIA, 1996, "Teste de Cilindro Reservatório de Gás Natural Combustível para uso em Viaturas policiais", Boletim de Colaboração Técnica n° 01/96.

Lastres, L.F.M et alii, 1991, "Development of an Electronic Conversion System for the Use of Natural Gas in Mercedes Benz OM-366 Engine", CENPES/PETROBRAS Report DIPROD 05/91.

Matros, Y.S. and Mirosh, E., 1997, "Energy Conservation and Environment Protection Utilising Natural Gas in Diesel Engines", CADE/CAODC Drilling Conference, Paper 97-129, Calgary, Canada.

Mirosh, E. and Beck P., 1994, "Diesel Dual Fuel Considerations", International Conference and Exhibition on Natural Gas Vehicles, Toronto, Canada.

Mirosh, E., 1995, "Avaliação e Debates sobre Sistemas de Conversão para Motores do Ciclo Diesel", Seminário de Gas Natural Veicular, PUC-Rio

Newman, P., 1989, "Why More Power with the AFS Dual Fuel System?", AFS Internal Report, Calgary, Canada.

UNIVERSITY OF ALBERTA, 1997, "Turbocharged Diesel Engine NGV Conversion Project #25004U-D1-18, Final Report, Calgary, Canada

SUMMARY

This paper analyses the performance of a dual fuel (Diesel and Natural Gas) fired Diesel cycle engine converted for operation with an AFS kit, including the emission level comparison with the Brazilian legislation for the year 2002. Several buses, tested under urban traffic conditions in the city of S.Paulo, showed that this can be a technical economical solution to the emission problem in big cities.

CONTROLE DE EMISSÕES DE POLUENTES ATRAVÉS DA RECIRCULAÇÃO DOS GASES DE ESCAPE EM UM MOTOR A GASOLINA

Marcelo Trindade de Sousa

João Nildo de Souza Vianna

Departamento de Engenharia Mecânica

Universidade de Brasília

70910-900 – Brasília – DF - Brasil

RESUMO

A recirculação dos gases de escape é um método potencial para o controle das emissões veiculares no que se refere aos óxidos de nitrogênio. Entretanto, a literatura não descreve em profundidade os efeitos desta técnica sobre o desempenho global do motor, assim como, não descreve as variáveis que são afetadas pela sua utilização. O presente trabalho objetiva verificar a eficiência da recirculação dos gases de escape quando da manutenção do desempenho do motor anterior a sua utilização, através da interação entre o ponto de ignição, a posição da borboleta de aceleração, e a relação ar-combustível.

INTRODUÇÃO

Os resultados apresentados por Sousa e Vianna (1997) demonstram o grande potencial da recirculação dos gases de escape como método de combate à produção de poluentes, em especial a produção de óxidos de nitrogênio. Contudo, o maior espaçamento entre as moléculas de mistura comburentes provocada pela recirculação resulta em uma desaceleração da frente de chama e diminuição da temperatura de combustão. Além disso, a menor quantidade de mistura presente na câmara de combustão resulta na diminuição da pressão máxima no interior do cilindro. Em consequência, são grandes as alterações no desempenho do motor. Acompanham a redução das emissões de óxidos de nitrogênio, a diminuição das emissões de hidrocarbonetos não queimados e das emissões monóxido de carbono. O consumo de combustível também é reduzido quando da recirculação. Contudo, tanto a perda da potência específica quanto a perda de torque são significativas.

A recuperação do desempenho perdido envolve a busca de um aumento do rendimento térmico otimizando a razão de compressão, ou ainda, modificando, de forma interativa, outras variáveis de funcionamento do motor.

No entanto, existem questões a serem respondidas. É possível recuperar o desempenho global do motor anterior à recirculação? A recuperação do desempenho é compatível com a redução das emissões de poluentes? Em que níveis seria possível compatibilizar a redução de emissões com ganhos no desempenho global do motor com EGR?

É neste contexto que se situa o presente trabalho. O seu objetivo é verificar a possibilidade e viabilidade da recuperação do rendimento do motor anterior à recirculação através da interação entre o ponto de ignição, a posição da borboleta de aceleração e a relação ar-combustível.

INSTRUMENTAÇÃO E METODOLOGIA

Os ensaios foram realizados em um motor do ciclo Otto a gasolina carburado, com capacidade volumétrica de 1 litro, relação entre diâmetro e curso de 1,39 e razão de compressão de 8,9:1.

A bancada dinâmométrica utilizada dispõe de um dinamômetro hidráulico Heenan & Froude com uma instrumentação adequada para o completo monitoramento dos parâmetros globais de funcionamento do motor, tais como,

rotação, potência efetiva, torque, consumo de combustível, consumo de ar e as temperaturas e pressões envolvidas.

Sistema de Aquisição de Dados. O diagrama de pressão no interior do cilindro é obtido utilizando-se, um sensor piezoelétrico, com faixa de operação de 0 a 250 bar, instalado na vela de ignição do cilindro nº 4 a qual possui uma linha pneumática curta. Como apresentado por Vianna e Carvalho (1995) esse tipo de adaptador pode ocasionar, em certas frequências, amortecimento e defasagem do sinal. Nos eventos de admissão e descarga, onde o transiente de pressão ocorre em baixas frequências, não existe amortecimento do sinal. Contudo no evento de compressão, principalmente após a centelha, onde a taxa de crescimento de pressão ocorre em altas frequências, existe amortecimento do sinal da ordem de 10 a 90%, dependendo da frequência envolvida. No caso de detonações, eventos estes de mais altas frequências, além de amortecimento, existe uma defasagem do sinal. Portanto, as curvas de pressão apresentadas no trabalho não podem ser analisadas de forma quantitativa. Contudo, a análise qualitativa é perfeitamente possível, visto que, os amortecimentos existentes são da mesma ordem de grandeza para as velocidades de rotação avaliadas, afetando igualmente todas as curvas.

Devido aos elevados gradientes de temperatura a que o sensor está sujeito, foi fixada, próxima à base do sensor, um dispositivo direcionador de fluxo de ar com a finalidade de refrigerá-lo, evitando a alteração de sua sensibilidade. O sinal captado pelo sensor é amplificado e enviado a um osciloscópio. Toda a cadeia de medição conduz, seguindo os procedimentos de cálculo do ISO TAG4/WG3 (1993), a uma incerteza máxima de 1,96% do valor medido em frequências de até 1,2kHz e de 3,2% em frequências entre 1,2 e 1,6kHz.

A determinação do PMS ocorre através de um dispositivo de foto-acoplamento, instalado na extremidade do eixo cardan do motor. Este dispositivo consiste em um disco perfurado acoplado a este eixo, que gira entre um receptor e um emissor óptico, permitindo o foto-acoplamento do seu furo quando do ponto morto superior. O desvio de medição apresentado pelo sensor óptico em relação ao PMS medido geometricamente é da ordem de 0,3 graus como citado por Oliveira et al. (1996) independente da velocidade de rotação. O sinal do PMS também é enviado ao osciloscópio através de um canal auxiliar.

O registro do ângulo de início da ignição ocorre através de um sensor indutivo acoplado ao cabo da vela do mesmo cilindro onde a curva de pressão dinâmica é adquirida. O sinal do ponto

de ignição também é enviado ao osciloscópio pelo mesmo canal do PMS.

Um sistema especialista para aquisição e tratamento de dados, instalado em um microcomputador conectado ao osciloscópio, é responsável pela aquisição, tratamento e armazenamento dos sinais.

Sistema de Análise de Gases. Para a medição dos gases de exaustão utilizou-se um sistema de análise de gases que consiste, basicamente, de um analisador multigases, e um desumidificador. O sistema tem, como características particulares, a eliminação de condensado, verificação automática de vazamento, controle de fluxo e eliminação de erros de altitude, e aquecimento controlado.

O analisador de gases está capacitado para a medição, pelo método infravermelho, de:

- CO, 0 a 10% Vol., com precisão de 0,01%;
- CO₂, 0 a 20% de Vol., com precisão de 0,1%;
- HC, 0 a 10.000 ppm, com precisão de 5 ppm F.E..

e, pelo método eletroquímico de:

- O₂, 0 a 25% Vol., com precisão de 0,1%;
- NO_x, 0 a 4.000 ppm, com precisão de 1 ppm F.E..

além das medições de rotação, temperatura de óleo e cálculo da razão de equivalência.

O desumidificador é responsável pela retirada de vapor de água e preparação da amostra de gases para posterior análise. O desumidificador é constituído de um refrigerador, uma câmara de condensação e filtros. Os materiais empregados no desumidificador e sistema de análise são resistentes aos gases corrosivos existentes na exaustão de veículos automotores movidos a gasolina, álcool e outros combustíveis.

Válvula EGR e Instrumentos Complementares. Para a realização deste trabalho, além da instrumentação já mencionada, foram acoplados alguns aparelhos auxiliares ao motor supra citado, que permitiram concretizar o objetivo do trabalho.

Uma válvula EGR tradicional possibilitou o controle da porcentagem de recirculação de gases através da regulagem de sua abertura. A abertura da válvula foi controlada por um dispositivo mecânico acoplado à mesma.

Os gases são retirados do escapamento, e através de tubulação auxiliar, conduzidos até a válvula, e posteriormente ao coletor de admissão após o carburador.

O controle da relação ar-combustível (RAC) foi realizado através da utilização de um carburador de "gicleur" variável, controlado por um eixo cônico que aumenta ou diminui a área de passagem de combustível. Um parafuso micrométrico controla o posicionamento da agulha de regulagem da passagem de combustível.

Metodologia. A plena carga, a diferença de pressão entre o coletor de admissão e o coletor de escape não é suficiente para induzir um fluxo de gases capaz de permitir a recirculação dos gases de escape em níveis mínimos. Desta forma, o presente trabalho fez uso do motor operando a 75% da carga plena, onde as pressões envolvidas permitem bons níveis de recirculação.

Seguindo os estudos de Sousa e Vianna (1997), utilizou-se na mistura inicial uma relação ar-combustível pobre, próxima a estequiométrica, onde as emissões de NO_x têm valores máximos. São avaliadas três velocidades de rotação, sendo elas 2000, 3000 e 4000rpm.

Estando o motor na configuração de carga e RAC preestabelecida, diferentes percentuais de recirculação são aplicados através de diferentes aberturas da válvula EGR. Para cada abertura da válvula, a carga fornecida pelo motor é mantida constante, em 75% da carga plena, através da variação do ponto de ignição e da relação ar-combustível. A modificação destas

duas variáveis não depende de qualquer ação do operador do motor, podendo ser controladas através de um sistema eletrônico.

Contudo, as variações combinadas da RAC e do ponto de ignição foram insuficientes para recuperar totalmente a potência perdida com a recirculação. A recuperação total só foi possível com a modificação da posição da borboleta de aceleração.

Neste sentido, para cada abertura da válvula EGR, o ponto de ignição é posicionado de forma a propiciar a recuperação de potência. Em seguida, a abertura da borboleta e a relação ar-combustível são combinadas evitando, contudo, o enriquecimento excessivo da mistura visando não comprometer as emissões de hidrocarbonetos não queimados.

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados obtidos no presente trabalho são apresentados a seguir.

Curvas de Pressão Dinâmica no Interior do Cilindro. As curvas de pressão dinâmicas para 2000rpm são bastante similares para os diferentes aberturas da válvula, tendo comportamento compatível com os valores de carga constantes.

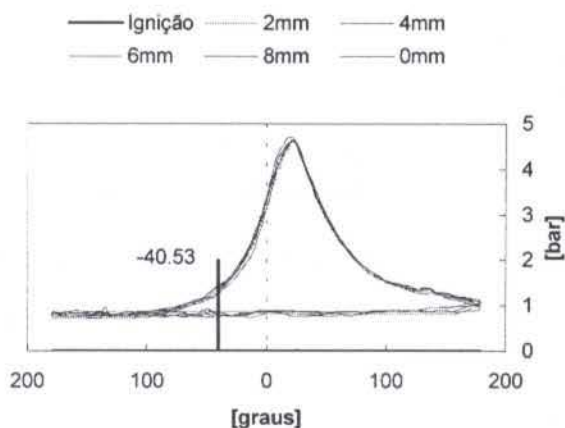


Figura 1 - Curvas de pressão em diferentes aberturas da válvula para 2000rpm.

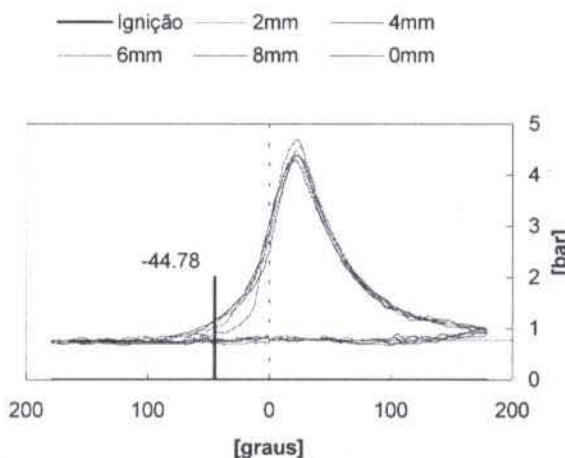


Figura 2 - Curvas de pressão em diferentes aberturas da válvula para 3000rpm.

No entanto, as curvas de pressão para 3000rpm apresentam uma tendência a queda de pressão máxima para maiores aberturas da válvula, ou seja, maiores níveis de recirculação. Como

consequência desta queda de pressão, o trabalho positivo visualizado pela área da curva após o PMS é reduzido, ocasionando uma redução do trabalho líquido fornecido pelo cilindro. A diminuição do trabalho líquido deveria ser acompanhada de uma redução da carga fornecida pelo motor, o que não ocorre, visto que, a carga é mantida constante. Esse fato pode ser explicado por uma distribuição não homogênea da mistura entre os diversos cilindros. A aparente diminuição do trabalho líquido no cilindro nº 4 é possivelmente compensada por um aumento de trabalho líquido em outro cilindro.

O ponto de ignição para as diversas condições de recirculação é muito próximo ao ponto de ignição sem recirculação. A apresentação de todos estes pontos poderia dificultar a interpretação das curvas. Portanto, o ponto de ignição apresentado nos gráficos corresponde ao ponto de ignição do motor sem recirculação.

Curvas Características do Motor. As curvas de consumo específico foram obtidas através dos dados coletados na bancada dinamométrica.

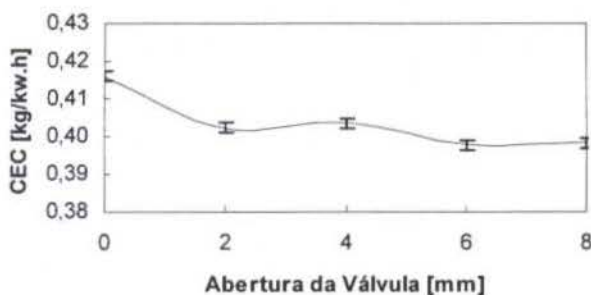


Figura 3 - CEC para diferentes aberturas da válvula para 2000rpm

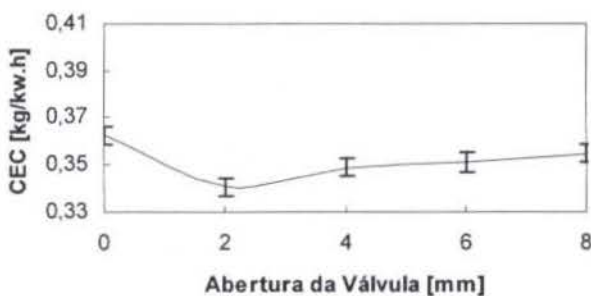


Figura 4 - CEC para diferentes aberturas da válvula para 3000rpm

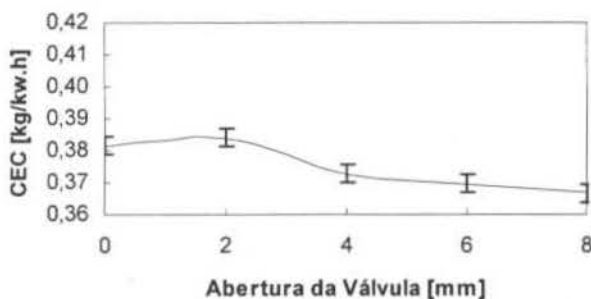


Figura 5 - CEC para diferentes aberturas da válvula para 4000rpm

As curvas demonstram uma diminuição no consumo específico de combustível para a rotação de 4000rpm. Contudo, para 2000 e 3000rpm, o consumo específico é praticamente constante. Esse comportamento diferenciado das curvas de consumo específico de combustível para cada rotação se deve ao enriquecimento diferenciado da mistura para cada condição de recirculação em cada velocidade de rotação avaliada.

Curvas de Emissões. As curvas de emissões foram construídas com os dados coletados simultaneamente aos demais resultados.

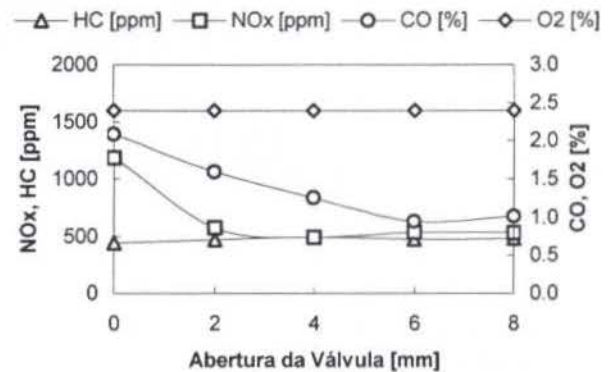


Figura 6 - Curvas de emissões para diferentes aberturas da válvula para 2000rpm

A figura 6 mostra as curvas construídas à partir dos dados coletados para 2000rpm. Pela curva pode-se perceber uma redução significativa nos níveis de NO_x. Na condição de mínimo, a redução chegou a aproximadamente 58% do valor inicial, sem recirculação. Os níveis de emissão de CO também decaíram, na ordem de 54%. Contudo, os níveis de HC tiveram um pequeno aumento da ordem de 10% na condição de máximo. Os níveis de O₂ permanecem praticamente constante.

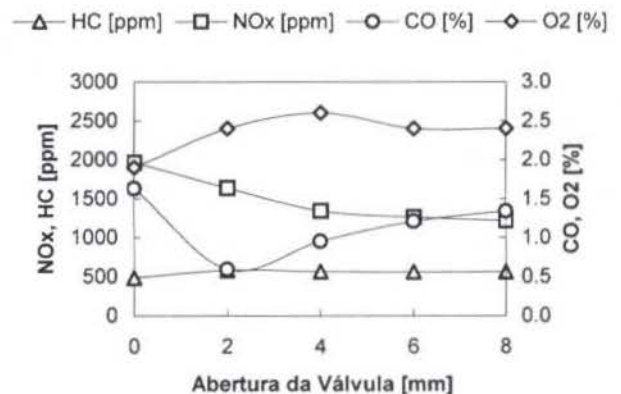


Figura 7 - Curvas de emissões para diferentes aberturas da válvula para 3000rpm

As curvas mostradas na figura 7 referem-se à velocidade de rotação de 3000rpm. Observa-se a redução máxima de 38% de NO_x, e 63% de CO e um aumento de 20% de HC. Quanto as emissões de O₂, as mesmas apresentam um pequeno aumento.

A figura 8 mostra as curvas de emissões à velocidade de rotação de 4000rpm. Observa-se a redução máxima de 48% de NO_x, 90% de CO, e 23% de HC. Nesta rotação, somente com a alteração do ponto de ignição e da posição da borboleta foi possível recuperar o torque perdido. Logo, não foi necessário o

enriquecimento da mistura, e portanto, os níveis de HC não aumentaram, e os níveis de O₂ decaíram.

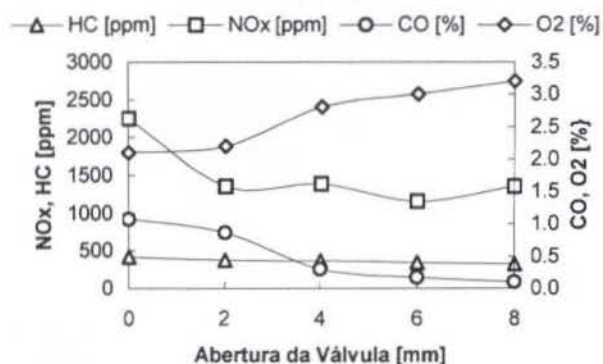


Figura 8 - Curvas de emissões para diferentes aberturas da válvula para 4000rpm

Nas curvas de emissões, as barras de erros existentes são encobertas pelo símbolo de legenda.

CONCLUSÕES

Com a manutenção da potência constante, verifica-se que a recirculação dos gases de escape é eficiente quanto à seu objetivo. Contudo, mantendo-se a potência constante, a redução das emissões de NO_x é menor se comparada a redução propiciada pela recirculação quando acompanhada da perda de potência do motor. As condições de melhor funcionamento são aquelas onde os níveis de emissão de HC, CO e NO_x são os menores possíveis.

No caso de 2000rpm, a condição de melhor funcionamento, a partir da análise das curvas de emissões, é aquela onde a abertura da válvula é de 6mm. Neste ponto, a redução dos níveis de NO_x foi da ordem de 55%; a redução dos níveis de CO foi da ordem de 55%; e o aumento dos níveis de HC foi da ordem de 7%.

No caso de 3000rpm, a condição de melhor funcionamento é aquela onde a abertura da válvula é de 4mm, onde observa-se uma redução de 32% de NO_x, e 42% de CO. Observa-se também um aumento de 16% de hidrocarbonetos não queimados.

Para 4000rpm, o ponto de melhor funcionamento corresponde ao ponto de máxima abertura da válvula, onde observa-se uma redução da ordem de 40% de NO_x, 90% de CO e 24% de HC.

Observa-se portanto, que a abertura da válvula de recirculação não ocorre de forma permanente, sendo sua abertura dependente da rotação do motor.

Por fim, conclui-se com o trabalho, que a utilização da recirculação dos gases de escape no motor é eficiente na redução dos níveis de NO_x. Contudo, é importante salientar que os níveis de emissões de hidrocarbonetos não queimados aumenta em algumas condições de funcionamento.

Pode-se afirmar ainda, que a metodologia adotada possui vantagens e desvantagens. A principal vantagem é que o controle de recirculação pela abertura da válvula permitirá, posteriormente, controlar a quantidade de gases recirculados por meio de um posicionador automático da haste da válvula EGR. Outra vantagem é que a recuperação de potência através da modificação do ponto de ignição, da relação ar-combustível e da posição da borboleta de aceleração permite manter as emissões de NO_x em níveis baixos. A maior desvantagem é que o controle mecânico de abertura da borboleta de aceleração não permite uma boa repetibilidade no posicionamento da mesma. Como a relação ar-combustível e o ponto de ignição dependem da abertura da borboleta, torna-se difícil a repetibilidade dos ensaios.

ABSTRACT

The exhaust gas recirculation is a potential method for the vehicles emission control concerning nitrogen oxides. However, the literature does not go deeply into the effects of this technical concerning the global performance of the motor, in the same way that it does not describe the variables that are affected by its utilization. The current study objective to verify the efficiency of the exhaust gas recirculation when of the maintenance of motor performance before its utilization by the interaction among the ignition point, position of the acceleration butterfly valve, and the air-fuel relation.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Hirao, O.; Pefley R. K. , 1988, "Present and Future Automotive Fuels - Performance and Exhaust Clarification", Ed. Wiley-Interscience, New York, NY, USA.

ISO TAG4/WG3, 1993, "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement".

Oliveira, A. B. S., Vianna, J. N. S., Neves, F. J. R., Sousa, M. T., 1996, "Metrological Study on the Setting of Top Dead Center in Internal Combustion Engines", SAE Paper 962362, São Paulo, Brasil.

Stone, R. , 1993, "Introduction to Internal Combustion Engines", 2ª ed., SAE International, Warrendale, PA, USA.

Sousa, M. T., Vianna, J. N. S., 1997, "Avaliação dos Efeitos da Recirculação dos Gases de Escape", Módulos Técnicos, XI SIMEA, São Paulo, Brasil.

Vianna, J. N. S.; Carvalho, M. A. M., 1995, "Estudo da Influência das Linhas Pneumáticas na Medição Dinâmica de Pressão no Interior de Cilindros de Motores de Combustão Interna", COBEM-CIDIM.

UNCERTAINTY IN AERODYNAMIC COEFFICIENT MEASUREMENT AT THE CTA TA-2 SUBSONIC WIND TUNNEL

Olympio A. F. Mello Sadahaki Uyeno Osvaldo S. Sampaio
Instituto de Aeronáutica e Espaço

Maria L.C.C. Reis
Instituto de Fomento e
Coordenação Industrial

Centro Técnico Aeroespacial
12228-904 - São José dos Campos - SP - Brazil

SUMMARY

The current method for estimation of uncertainty at the CTA TA-2 subsonic wind tunnel is described. The combined uncertainty is estimated as the square root of the quadratic sum of several contributing estimated uncertainties which are briefly discussed. A formal expression of uncertainty, using standard terminology and taking into account correlations between the contributing quantities, is being investigated and the first results of this investigation are presented here. The proposed approach is an attempt to implement international metrological standards. Evaluating and expressing the uncertainty in a standard manner will provide grounds for adequate comparisons and contribute to the Laboratory's credibility.

INTRODUCTION

The Aerodynamics Subdivision (ASA-L) of the Aeronautical Systems Division (ASA) of the Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE) of the Centro Técnico Aeroespacial (CTA) has played a key role in the development of Brazil's Aerospace Industry. The experimental aerodynamics activity is mainly devoted to wind tunnel testing for Brazilian Aeronautics Ministry's aerospace projects and Brazilian aircraft. Most tests are performed in the Aerodynamic Tunnel no. 2 (TA-2), which is a subsonic tunnel with a 2.1 by 3.0 meters (7 by 10 ft) test section (Fig. 1).

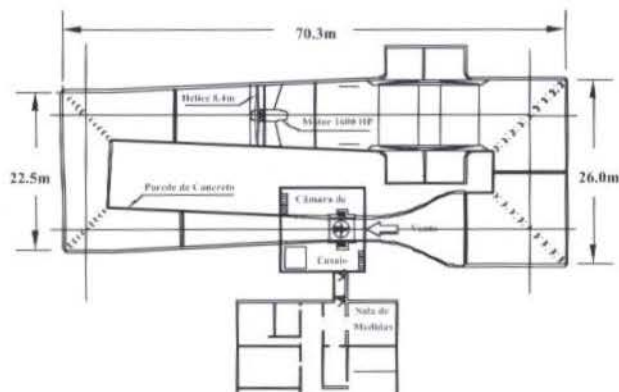


Figure 1: Aerodynamic Tunnel no. 2 (TA-2).

An external six-component pyramidal balance is used for measuring the loads acting on the model. The balance was manufactured by Taller & Cooper in 1948 and significantly modernized by ASA-L. Model angles may be set between ± 30 degrees in pitch (α) and ± 45 degrees in yaw (β). The data acquisition system is a HP-3054A, with 60 analog and 16 digital channels.

For the past several years, the uncertainty in aerodynamic loads measurement at TA-2 has been estimated primarily from the balance calibration results, although other contributions have been considered. There has been a recent concern on the appropriate estimation of the uncertainty incurred by the measurement process. In this paper,

the present uncertainty methodology for static aerodynamic loads testing will be described and the efforts toward a standard uncertainty assessment will be discussed.

PRESENT UNCERTAINTY METHODOLOGY

The measurement method at TA-2 is illustrated in Fig. 2. The six-component external balance transmits the loads acting on the model through six load cells; the test section temperature and dynamic pressure and the test chamber static pressure are measured with appropriate sensors. Each signal is fed to a signal conditioner and then the signals from the load cells are fed through a filter. The signals are read with a HP 3456A voltmeter using a HP 3497A scanner to scan the channels. Data is finally acquired by a HP 9000/300 computer.

The conversion between the loads measured by the load cells and the conventional aerodynamic loads is made using a 6 by 27-element second-order calibration matrix, obtained prior to the tests (Nogueira, 1980; Sampaio, 1983). The final results are expressed as conventional non-dimensional aerodynamic coefficients and angles tabulated for each test condition. The model angles are measured using an electro-mechanical apparatus and are visually read from a digital display.

In the data reduction process, the following systematic effects are corrected for:

- Correction for the effect of test chamber static pressure;
- Correction for zero drift;
- Correction for the effect of model angles in the balance loads, without wind;
- Tare correction;
- Wind tunnel wall corrections.

The uncertainties associated with the above corrections contribute to the combined uncertainty, together with the uncertainties associated with the following:

- External balance calibration matrix;

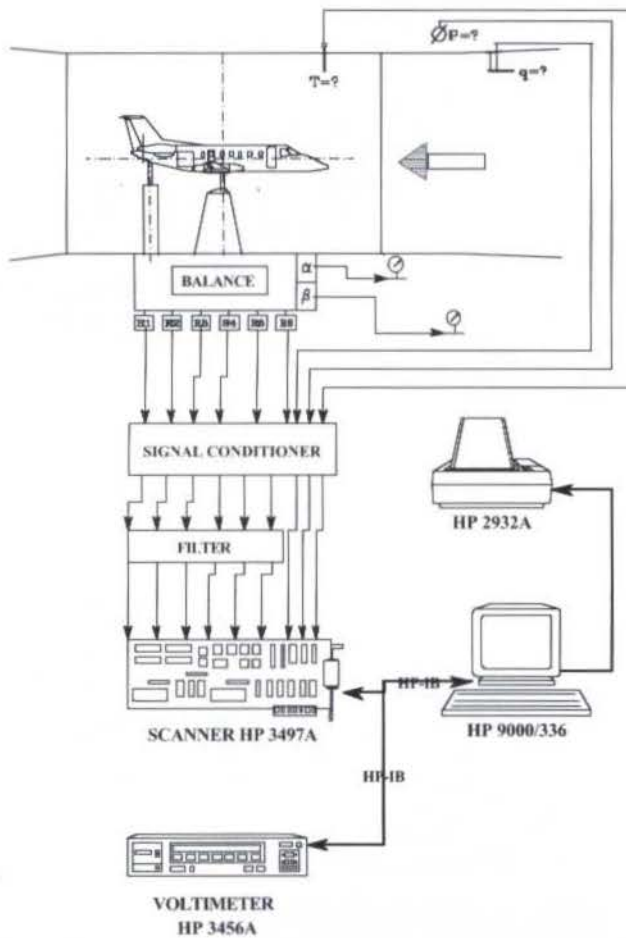


Figure 2: TA-2 Data Acquisition System.

- Measurement of dynamic pressure;
- Model position (angles).

Other contributions are the uncertainties associated with model dimensions, variations in the test section dynamic pressure and flow direction and vibrations of the balance-model system. These contributions are not considered here. Temperature effects are not considered, since the load cells used at the TA-2 are temperature compensated. The above listed contributions to the uncertainty will be discussed next.

External Balance Calibration. A six-component balance is used to measure total loads acting on the model. The loads F_i are related to the signals from the six load cells R_j using a 6 by 27 element second-order calibration matrix:

$$\{F_i\} = \begin{bmatrix} A_{ij} & D_{ijk} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_j \\ R_j R_k \end{Bmatrix} \quad (1)$$

The calibration of the external balance is performed using several lead weights which are calibrated at the Wind Tunnel's Force Lab. These weights are used to load the balance through a system of cables and pulleys. For cases where there is no variation in β , 73 combined loadings are employed.

For cases where there is variation in β , an expanded 6 by 39 element calibration matrix and 219 combined loadings, at three values of β , are used. In both cases, a least-squares procedure is used to obtain the calibration matrix. The

uncertainties associated with the balance calibration matrix for each component are taken as three times the standard deviation for that component, i.e. $u_{i,cal} = 3\sigma_{i,cal}$. These uncertainties are taken with respect to the dimensional loads F_i . Consequently, the uncertainties in the non-dimensional aerodynamic coefficients c_i depend on the dynamic pressure (q) and on the model dimensions:

$$\tilde{u}_{i,cal} = \frac{u_{i,cal}}{q S_{ref} \delta_i} \quad (2)$$

where $\delta_i = 1$ for $i = 1, 2, 3$ (corresponding to aerodynamic forces and force coefficients) and $\delta_i = c_{ref}$ for $i = 4, 5, 6$ (corresponding to aerodynamic moments and moment coefficients).

Dynamic Pressure. The dynamic pressure is measured by a pitot tube fixed to the tunnel upper wall. The dynamic pressure from this pitot is measured using a strain-gage based differential pressure transducer, which is calibrated at the Wind Tunnel's Pressure Lab. The uncertainty due to the transducer calibration is $u_{q,cal}$. The dynamic pressure at the model location is related to the dynamic pressure at the pitot tube location through a linear regression, obtained prior to the tests using a standard pitot placed at the center of the test section. The uncertainty associated with this position correction is $u_{q,pos}$. Consequently, the total uncertainty in dynamic pressure is the square root of the quadratic sum of these two contributions, $u_q^2 = u_{q,cal}^2 + u_{q,pos}^2$. The resulting uncertainty in the aerodynamic coefficients is:

$$\tilde{u}_{i,q} = \left| \frac{\partial c_i}{\partial q} \right|_{max} u_q = \frac{|c_i|_{max}}{q} u_q \quad (3)$$

Model Position. The determination of the uncertainty in model angles requires a specific analysis on the electro-mechanical apparatus used to measure the angles. This apparatus is calibrated prior to the tests using a clinometer with resolution $1'$ ($1/60$ of a degree). Presently, the uncertainties for both α and β are simply taken as the clinometer resolution, i.e., $u_\alpha = u_\beta = 1/60$ deg. The resulting uncertainties in the non-dimensional aerodynamic coefficients are estimated by multiplying the position uncertainties by the derivative of the coefficient with respect to α or β :

$$\tilde{u}_{i,\alpha} = \left| \frac{\partial c_i}{\partial \alpha} \right| u_\alpha ; \quad \tilde{u}_{i,\beta} = \left| \frac{\partial c_i}{\partial \beta} \right| u_\beta \quad (4)$$

It should be noted that elastic deformation of model and support, which are quite significant for tests in β , are not considered.

Effect of Test Chamber Static Pressure. The effect of the test chamber ambient pressure variation on the measured loads is usually termed ZQ at the TA-2. This effect is represented by curves which correlate the ZQ for each component with the dynamic pressure. These curves are obtained from linear regressions, which yield a standard deviation $\sigma_{i,ZQ}$. The associated uncertainties in the non-dimensional coefficients are taken as $u_{i,ZQ} = 3\sigma_{i,ZQ}$.

Zero Drift. Before each run, a new zero is taken for each component. This zero may drift during the run, introducing an error. The uncertainty associated with the zero drift is estimated from the standard deviation of the measured zeros during all the runs, $u_{i,z0} = 3\sigma_{i,z0}$.

Effect of Model Angles without Wind. The effect of the model-balance system center of gravity travel on the measured loads in the absence of wind is generally termed ZAB (for Zalpha beta), since they depend on the model angles. This effect is expressed by curves which correlate the ZAB

DETERMINAÇÃO DA FRAÇÃO DE COMBUSTÍVEL VAPORIZADO EM MOTORES DE COMBUSTÃO INTERNA

Marcelo V. Feitosa, Antônio M. Santos, Leônidas Hildebrand Jr.

Departamento de Engenharia Mecânica
Escola de Engenharia de São Carlos - USP
13560-250 - São Carlos - SP - Brasil

SUMÁRIO

Problemas de partida e mau funcionamento durante o período de aquecimento, são comuns em motores movidos a etanol ou metanol. Sendo assim, através de modelagem termodinâmica de um sistema representativo da mistura de ar e combustível contida no interior de um cilindro, desenvolveu-se uma formulação capaz de prever a fração de combustível vaporizado para qualquer posição do pistão, durante o estágio de compressão, utilizando-se para isso valores de pressão do gás no interior do cilindro. A formulação é válida para qualquer combustível, desde que este seja uma substância pura.

INTRODUÇÃO

Vários tipos de combustíveis, para motores de combustão interna, vem sendo pesquisados ultimamente para possibilitarem uma substituição daqueles que são derivados de petróleo. Entre esses substitutos, os mais promissores são o etanol e o metanol, que são fonte de energia renovável e menos poluentes que os derivados de petróleo. Entretanto, problemas de partida e mau funcionamento durante o período de aquecimento são comuns em automóveis movidos com esses combustíveis, isto porque são substâncias puras e, principalmente, por apresentarem um alto calor latente de vaporização.

Esse problema poderia ser amenizado, ou até mesmo eliminado, caso fosse produzida uma fração de vapor de combustível adequada no interior do cilindro, até o momento da liberação da centelha. Além disso, se o combustível estiver totalmente vaporizado nesse momento e a razão ar-combustível for adequada, a emissão de poluentes será mínima e o rendimento do motor ótimo.

Visando uma contribuição para o projeto de dispositivos que eliminem os problemas citados, a partir de modelagem termodinâmica de uma mistura de ar e combustível, foi desenvolvida uma formulação capaz de prever a fração de combustível vaporizado instantaneamente no interior do cilindro, pelo conhecimento da diferença de pressão observada entre duas situações distintas: mistura formada apenas por ar, e mistura formada por ar e combustível.

DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Para um motor trabalhando em uma condição de regime, na qual as suas partes já estejam devidamente aquecidas, o combustível começa a vaporizar-se a partir do instante em que é misturado ao ar no coletor de admissão (no caso de um motor carburado), porém durante uma partida a frio, na qual a velocidade dos gases no coletor de admissão é baixa e existe equilíbrio térmico entre o ar, o combustível e as partes metálicas do motor, não há vaporização significativa. Essa afirmação é coerente com as medições realizadas no Laboratório de Motores da Escola de Engenharia de São Carlos, onde verificou-se que, para uma temperatura ambiente de 15°C, a queda de temperatura do ar no coletor de admissão de um motor movido a etanol, para uma partida a frio, foi de apenas 5°C, o que representa aproximadamente 7% da mínima quantidade necessária para ignição da mistura. Isso indica que, para temperaturas da ordem de 0°C, a fração vaporizada no coletor de admissão será praticamente nula. Sendo assim, é considerado que o processo de vaporização aconteça apenas durante o estágio de compressão numa partida a frio, independentemente da temperatura ambiente. Essa vaporização acontece devido às trocas de calor entre o ar aquecido e o combustível ainda na fase líquida. O aquecimento do ar se dá pelo trabalho de compressão

NOMENCLATURA

A - área	P - pressão	U - energia interna	Subscritos
AVC = m_{ar} / m_{vc}	Q - calor	u - energia interna específica	amb - ambiente
b - diâmetro do cilindro	$\dot{Q} = Q / t$	V - volume	ar - ar
c - calor específico	$\dot{q} = \dot{Q} / m$	\vec{V} - velocidade	c - combustível
c ₁ - compr. da manivela	R - constante do ar	W - trabalho	cc - com combustível
c ₂ - compr. da biela	RV - rendimento volumétrico	.	sat - saturação
DV - desloc. volumétrico	t - tempo	X - fração mássica de vapor	sc - sem combustível
h - entalpia específica	T - temperatura	y - posição do pistão	vc - vapor de comb.
L - calor latente de vap.	\bar{T}_{SAT} - temp. média de saturação	ρ - densidade	
m - massa	T _{ic} - temp. inicial do comb.	θ - posição do eixo de manivelas	
	TC - taxa de compressão		

for each component with the model angles α ("Zalpha") and β ("Zbeta") which are used to introduce the appropriate corrections. These curves are obtained from linear regressions, which yield standard deviations $\sigma_{iZ\alpha}$ and $\sigma_{iZ\beta}$, respectively. The uncertainties associated with these corrections are estimated as $u_{iZ\alpha} = 3\sigma_{iZ\alpha}$ and $u_{iZ\beta} = 3\sigma_{iZ\beta}$, respectively.

Single Run Uncertainty. The uncertainty in the aerodynamic coefficients obtained from a single run is the square root of the quadratic sum of the previously considered contributions:

$$\tilde{u}_{i_{run},\alpha}^2 = \tilde{u}_{i_{cal},\alpha}^2 + \tilde{u}_{i_q}^2 + \tilde{u}_{i_\alpha}^2 + \tilde{u}_{i_Z Q}^2 + \tilde{u}_{i_{Z0}}^2 + \tilde{u}_{i_{Z\alpha}}^2 \quad (5)$$

for runs in α and

$$\tilde{u}_{i_{run},\beta}^2 = \tilde{u}_{i_{cal},\beta}^2 + \tilde{u}_{i_q}^2 + \tilde{u}_{i_\beta}^2 + \tilde{u}_{i_Z Q}^2 + \tilde{u}_{i_{Z0}}^2 + \tilde{u}_{i_{Z\beta}}^2 \quad (6)$$

for runs in β .

Tare and Interference Corrections. The tare corrections are computed from the difference between two runs. Since for each run the uncertainties are $\tilde{u}_{i_{run},\alpha}$ or $\tilde{u}_{i_{run},\beta}$, the uncertainties associated with tare corrections are $\tilde{u}_{i_{tare},\alpha} = \tilde{u}_{i_{run},\alpha}\sqrt{2}$ or $\tilde{u}_{i_{tare},\beta} = \tilde{u}_{i_{run},\beta}\sqrt{2}$, respectively. In most tests, the tare is not computed at each test point, but at a reduced number of test points. A least-squares regression is then used to provide the tare correction as a function of the model angle. In these cases, an additional uncertainty evaluated as three times the standard deviation for that regression is added (quadratically) to $\tilde{u}_{i_{tare},\alpha}$ or $\tilde{u}_{i_{tare},\beta}$.

Wind Tunnel Wall Corrections. Wind tunnel wall corrections at TA-2 are mainly based on the methods described by Rae and Pope (1984) and Lourenção (1981).

Presently, no assessment is made of the uncertainty associated with the wind tunnel corrections. In practice, it is assumed that these uncertainties, $\tilde{u}_{i_{WTcorr}}$ are about 10% of the corrections.

Combined Uncertainty. The combined uncertainty is the square root of the quadratic sum of the above contributions:

$$\tilde{u}_{i_{total},\alpha} = \sqrt{\tilde{u}_{i_{run},\alpha}^2 + \tilde{u}_{i_{tare},\alpha}^2 + \tilde{u}_{i_{WTcorr}}^2} \quad (7)$$

for runs in α and

$$\tilde{u}_{i_{total},\beta} = \sqrt{\tilde{u}_{i_{run},\beta}^2 + \tilde{u}_{i_{tare},\beta}^2 + \tilde{u}_{i_{WTcorr}}^2} \quad (8)$$

for runs in β .

FORMAL EXPRESSION OF UNCERTAINTY

A complete expression of a measurand Y should include a statement of the uncertainty:

$$Y = y \pm U \quad (9)$$

where y is the estimated value of Y and U is the expanded uncertainty. When Y is not measured directly, but from N quantities X_i (International Organization for Standardization, 1995):

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (10)$$

The first step in the standard assessment of uncertainty is to identify the measuring method, which may be illustrated

by the data acquisition system (Fig. 2). The second step is to obtain the functional relations between the aerodynamic coefficients and the quantities actually measured in the wind tunnel.

In wind tunnel testing, some estimates x_i of the quantities X_i are obtained from the arithmetic mean of a series of observations over a period of time (e.g. load cell signals), while others are obtained from single observations (e.g. model angles). Consequently, the third step to be undertaken is to establish how each quantity is estimated and then to evaluate its standard uncertainty $u(x_i)$ accordingly.

Once each standard uncertainty is obtained, we may construct the combined standard uncertainty $u_c(y)$ as (International Organization for Standardization, 1995):

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \quad (11)$$

where $u(x_i, x_j)$ is the estimated covariance associated with x_i and x_j . It should be noted that the current uncertainty estimate method, described in the previous section, does not take into account any correlation between the measured quantities. One of the goals of the present investigation is to determine to what extent one needs to consider these correlations in wind tunnel uncertainty estimates.

Once the combined standard uncertainty is determined, the expanded uncertainty is established as (International Organization for Standardization, 1995) $U = k u_c(y)$, where k is the coverage factor which should be chosen properly.

Application to Loads Testing at TA-2. We now proceed to apply a standard uncertainty assessment to loads tests performed at TA-2. The approach here is to build upon the current uncertainty methodology. Therefore, some simplifying assumptions are maintained, but are more clearly identified so that future efforts may concentrate on removing or reassuring the validity of those assumptions.

It should be noted that the International Organization for Standardization (ISO) recommends (1995) an analysis in terms of standard uncertainties u , so that the coverage factor k is only applied to the combined standard uncertainty to yield the expanded uncertainty $U = k u_c(y)$. This recommendation differs from our current procedure and that in the Standard published by the American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) (1995), where coverage factors are used to construct precision limits consistent with a specified confidence level. In this paper, the latter method is used. It should be noted that Eqn.(11) will be used throughout the paper to obtain the combined *expanded* uncertainty from the contributing *expanded* uncertainties.

For the type of testing considered here, the final results to be provided to the customer are the aerodynamic coefficients, after all corrections have been applied. Expressing wind tunnel corrections as functional relations is a more complex matter which will be left to a later stage. For now, we will consider as the results to be provided to the customer the aerodynamic coefficients in the wind axes reference system, with respect to the test section reference point, and at the aerodynamic reference condition (American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1995), i.e., for the model free in the wind tunnel. The aerodynamic coefficients at this reference condition may be expressed by:

$$c_i = \frac{1}{q S_{ref} \delta_i} (F_i - F_{i,tare}) \quad (12)$$

The measured quantities to be considered in the composition of the combined expanded uncertainty $U_c(c_i)$ are q ,

F_i and $F_{i,tare}$. Here F_i and $F_{i,tare}$ are considered quantities measured by an instrument, in this case the six-component balance. Note that uncertainties in S_{ref} and δ_i (i.e. c_{ref} for the moment coefficients) are not taken into account.

It should be noted that the model angles are considered here as "reference angles" at which the loads are measured. There will be an uncertainty associated with these reference angles, which is not discussed here but should be included in the reporting of the results.

In order to obtain the combined expanded uncertainty $U_c(c_i)$, one needs to obtain, according to Eqn. (11): $\partial c_i/\partial q$, $\partial c_i/\partial F_i$, $\partial c_i/\partial F_{i,tare}$, $U(q)$, $U(F_i)$, $U(F_{i,tare})$, $U(q, F_i)$, $U(q, F_{i,tare})$ and $U(F_i, F_{i,tare})$.

From Eqn. (12), it is clear that:

$$\begin{aligned}\frac{\partial c_i}{\partial q} &= -\frac{1}{q^2 S_{ref} \delta_i} (F_i - F_{i,tare}) = -\frac{c_i}{q} \\ \frac{\partial c_i}{\partial F_i} &= \frac{1}{q S_{ref} \delta_i} \\ \frac{\partial c_i}{\partial F_{i,tare}} &= -\frac{1}{q S_{ref} \delta_i}\end{aligned}\quad (13)$$

We will now discuss the uncertainties in the measured quantities q , F_i and $F_{i,tare}$.

Uncertainty in Dynamic Pressure. As mentioned before, the dynamic pressure is measured by a pitot tube fixed to the tunnel upper wall. Prior to the tests, this pitot tube is "calibrated" with respect to a standard pitot placed at the model location. This "calibration" therefore includes implicitly a position correction to account for the differences in dynamic pressure between the two locations.

The dynamic pressure from both the wall pitot and the standard pitot are measured using strain-gage based differential pressure transducers (Gould Stathan). These transducers are calibrated at the Wind Tunnel's Pressure Lab using a Hathaway MasterCal secondary standard which in turn is calibrated using a Desgranges et Huot primary standard.

Let the uncertainty associated with the transducers' calibration be $U_{transd cal}$, determined by the Pressure Lab. This uncertainty will be propagated to an actual dynamic pressure measurement as a bias limit contribution, $B_{q_{transd cal}} = U_{transd cal}$.

As mentioned before, the dynamic pressure at the model location is related to the dynamic pressure at the pitot tube location through a linear regression, obtained prior to the tests. For simplicity, it will be considered that this procedure introduces an added bias limit $B_{q_{pos}} = k\sigma_{q_{pos}}$. The bias limit for the dynamic pressure at the model location during the test will then be:

$$B_q = (B_{q_{transd cal}}^2 + B_{q_{pos}}^2)^{1/2} \quad (14)$$

The precision limit for the dynamic pressure may be estimated from the evaluation data obtained for the pitot correction regression, since it is a good approximation of the data that would be obtained during an actual test (American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1995). Thus $P_q = k\sigma_{q_{pos}}$ and the resulting uncertainty in the dynamic pressure is:

$$U(q) = (B_q^2 + P_q^2)^{1/2} \quad (15)$$

It should be noted that in actual testing, a number of measurements of dynamic pressure are taken and a mean is computed for each test point. As the dynamic pressure changes with time and the interval during which these measurements are taken is much smaller than cycles of changes in dynamic pressure occur, this mean is to be considered not as an average of several measurements of the same quantity

at a given time, but as a single measurement (American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1995). By comparison with the current procedure, it is seen that $U(q)$ as given by Eqn. (15) includes only an additional term due to the precision limit, under the simplification that the position correction procedure introduces only an additional bias contribution given by $k\sigma_{q_{pos}}$.

Uncertainty in Measured Loads. A rigorous analysis of the uncertainty associated with the loads measured would include an expansion on F_i of the form of Eqn. (11). Such an analysis would require obtaining the uncertainties of the calibration coefficients A_{ij} and D_{ijk} , which in turn would require an analysis of the regression procedure used to obtain these coefficients (Tripp and Tchong, 1994).

As the purpose of the present work is to build a standard uncertainty procedure from established practices at TA-2, we will defer detailed analysis of the uncertainties associated with the calibration coefficients to a later stage. Instead, we will again consider, for this initial approach, that the loads are measured using the balance as an instrument. The calibration uncertainty would result from the combination of a bias limit due to the standard lead weights' uncertainty, $B_{F_i, cal} = U_{WS} \ell_i$, where ℓ_i is the calibration arm for $i = 4$ to 6 and $\ell_i = 1$ for $i = 1$ to 3, and a precision limit determined from the calibration, $P_{F_i, cal} = k\sigma_{i, cal}$, where k is the coverage factor. Thus:

$$U_{F_i, cal} = (B_{F_i, cal}^2 + P_{F_i, cal}^2) \quad (16)$$

The balance calibration uncertainty will be propagated to the loads measurement as a bias limit. Other contributions to the bias are due to the zero drift, effect of the test chamber ambient pressure variation and correction for wind-off angle variation. These corrections apply to the signal from the load cells, R_j . In order to properly take into account these biases, one should analyze the expansion of F_i of the form of Eqn. (11). As an approximation, we will use Eqn. (1) to obtain these contributions to the bias. The contribution due to the zero drift is then:

$$\begin{aligned}B_{i_{z0}} &= k \left(\sum_{j=1}^6 A_{ij} \sigma_{j_{z0}} + \sum_{j=1}^6 \sum_{k=j}^6 D_{ijk} \sigma_{j_{z0}} \sigma_{k_{z0}} \right) \\ &\approx k \sum_{j=1}^6 A_{ij} \sigma_{j_{z0}}\end{aligned}\quad (17)$$

where $\sigma_{j_{z0}}$ are the standard deviations of the zeros for each load cell during the test. The contribution due to the test chamber ambient pressure variation correction is:

$$B_{i_{zQ}} \approx k \sum_{j=1}^6 A_{ij} \sigma_{j_{zQ}} \quad (18)$$

where $\sigma_{j_{zQ}}$ are the standard deviations from the ZQ correction curve for each load cell. The contribution due to the wind-off angle variation correction is:

$$B_{i_{z\alpha, \beta}} \approx k \sum_{j=1}^6 A_{ij} \sigma_{j_{z\alpha, \beta}} \quad (19)$$

where $\sigma_{j_{z\alpha, \beta}}$ are the standard deviations from the Z_α and Z_β correction curves for each load cell.

It should be noted that, since ZQ and ZAB corrections are functions of q and α and β , respectively, uncertainties associated with these corrections should include a formal analysis in the form of Eqn. (11). Such analysis would bring additional contributions to the biases $B_{i_{zQ}}$ and $B_{i_{z\alpha, \beta}}$ due to q and α and β . This will be included in future work. It

should also be noted that Eqns.(17-19) contain each single terms that would appear in the complete expansion of the uncertainties.

Assuming the above biases are not correlated, the combined bias limit is:

$$B_{F_i} = (U_{F_{i,cal}}^2 + B_{i_{z0}}^2 + B_{i_{zQ}}^2 + B_{i_{z\alpha,\beta}}^2)^{1/2} \quad (20)$$

The precision limit for the measured load may be estimated from the evaluation data using the balance calibration, since one usually attempts to use a representative loading according to the tests. Thus $P_{F_i} = k\sigma_{i,cal}$ and the resulting uncertainty in the load is:

$$U(F_i) = (B_{F_i}^2 + P_{F_i}^2)^{1/2} \quad (21)$$

Comparison with the current uncertainty estimate indicates that the proposed $U(F_i)$ includes additional contributions due to the standard weights' uncertainty and due to a precision limit.

Uncertainty in Tare Loads. The tare loads are computed from the difference between two tests. This is usually not performed at each test point, but at a reduced number of test points which yield data for a curve fit that gives the tare correction as a function of model angle. Let the load for each tare point n be expressed as $F_{tare}^{(n)} = F_{it1}^{(n)} - F_{it2}^{(n)}$. It follows from Eqn. (11) that:

$$U^2(F_{tare}^{(n)}) = U^2(F_{it1}^{(n)}) + U^2(F_{it2}^{(n)}) - 2U(F_{it1}^{(n)}, F_{it2}^{(n)}) \quad (22)$$

Since $F_{it1}^{(n)}$ and $F_{it2}^{(n)}$ are single load measurements, their uncertainties are given by Eqn. (21). These quantities are both measured by the balance, and consequently share some common error sources. After Ref. 6, their correlation is estimated by:

$$U(F_{it1}^{(n)}, F_{it2}^{(n)}) = B'_{F_{it1}^{(n)}} B'_{F_{it2}^{(n)}} \quad (23)$$

where $B'_{F_{it1}^{(n)}}$ and $B'_{F_{it2}^{(n)}}$ are the portions of the bias limits for $F_{it1}^{(n)}$ and $F_{it2}^{(n)}$ that are due to the same error sources and are assumed to be perfectly correlated. Of the contributions to the bias limit for two separate balance measurements (Eqn. 20), all but the contribution due to the zero drift are assumed to be perfectly correlated, as they are based on computations performed prior to the tests and used for all tests. Thus, from Eqn. (20) and according to Ref. 6:

$$\begin{aligned} B'_{F_{it1}^{(n)}} B'_{F_{it2}^{(n)}} &= \left(B_{F_{it1}^{(n)}} \right)_{cal} \left(B_{F_{it2}^{(n)}} \right)_{cal} \\ &+ \left(B_{F_{it1}^{(n)}} \right)_{ZQ} \left(B_{F_{it2}^{(n)}} \right)_{ZQ} \\ &+ \left(B_{F_{it1}^{(n)}} \right)_{Z\alpha,\beta} \left(B_{F_{it2}^{(n)}} \right)_{Z\alpha,\beta} \\ &= U_{F_{i,cal}}^2 + B_{i_{zQ}}^2 + B_{i_{z\alpha,\beta}}^2 \end{aligned} \quad (24)$$

Applying Eqns. (21), (23), and (24) to Eqn. (22) yields:

$$U^2(F_{tare}^{(n)}) = 2P_{F_i}^2 + 2B_{i_{z0}}^2 \quad (25)$$

As discussed before, the tare corrections are usually taken from a curve fit which uses the individual tare points. A rigorous analysis of the tare load uncertainty should take

into account the mathematical process involved in the curve fit. As an approximation, it is assumed that the regression introduces an additional bias contribution to the tare load uncertainty, given by $B_{F_{i,tare reg}} = k\sigma_{i,tare reg}$ where k is the coverage factor and $\sigma_{i,tare reg}$ is the standard deviation from the tare regression. Then

$$U^2(F_{i,tare}) = 2P_{F_i}^2 + 2B_{i_{z0}}^2 + B_{F_{i,tare reg}}^2 \quad (26)$$

Comparing Eqn. (26) to the current procedure indicates how essential it is to consider the correlations between the measured quantities, which in this case reduce the bias and allow a more realistic estimate of the measurement uncertainty.

As noted for above for the dynamic pressure, a number of measurements of each load are taken and a mean is computed for each test point. As the aerodynamic loads change with time and the interval during which these measurements are taken is much smaller than cycles of changes occur, this mean is to be considered as a single measurement.

Correlations Between Measurements. The dynamic pressure and loads measurements are correlated through the ZQ correction, which is applied to the load cell signal and depends on q . In the present formulation, the uncertainty in the ZQ correction was approximated by Eqn.(18), which implies the approximation that it is not influenced by errors in q . Therefore, to keep the formulation consistent, we will neglect the correlation between dynamic pressure and loads measurements.

At first it would seem that measured and tare loads would be significantly correlated. However, comparing Eqns. (20, 21) to Eqn. (26) indicates that no bias contributions are correlated, as the only common error source is the zero drift, which is specific for each test run and assumed to be uncorrelated for different runs. Thus:

$$U(q, F_i) = U(q, F_{i,tare}) = U(F_i, F_{i,tare}) = 0 \quad (27)$$

Combined Uncertainty in Aerodynamic Coefficients. Using Eqns. (11), (13), (15), (21), (26) and (27) one may compute the combined uncertainty for c_i :

$$\begin{aligned} U^2(c_i) &= \left(\frac{c_i}{q} \right)^2 U^2(q) \\ &+ \left(\frac{1}{q S_{ref} \delta_i} \right)^2 [U^2(F_i) + U^2(F_{i,tare})] \end{aligned} \quad (28)$$

The combined uncertainty will differ from the current procedure by the additional contributions due to the standards' uncertainties and due to estimated precision limits. However, the main difference between the current and proposed procedures is the contribution associated with the tare loads, which is a major contributor to the currently estimated uncertainty and is reduced when one takes into account the correlations between tare measurements.

It should be emphasized that several approximations were made so as to build upon the currently established procedures at TA-2. Future efforts should include a more detailed analysis of the mathematical procedure used to obtain the balance calibration matrix so that biases associated the calibration process and those linked to load cell signals may be properly taken into account.

It should be noted that uncertainty in model angles did not appear in the proposed formulation, as they were considered as "reference angles" at which the loads are measured. However, the uncertainties in model angles will contribute to the bias component due to the ZAB correction,

as mentioned before. This contribution should be included in future work.

CONCLUDING REMARKS

The present method for expressing uncertainty in measurement at the Brazilian subsonic wind tunnel TA-2 has been described. A formal expression of uncertainty is being established and initial results have been presented. The formal expression of uncertainty is based on international standards, especially the AIAA Standard. Evaluating and expressing the uncertainty in a standard manner and properly taking into account all contributing factors will provide grounds for comparisons between the results obtained at TA-2 and those obtained at international counterparts. It will also contribute significantly to the Laboratory's credibility with the Industry and academic communities.

In the present work, some contributions to the uncertainty have been identified but their assessment has been left for future work. These include contributions to biases in test chamber static pressure and model-balance CG travel corrections due to uncertainties in dynamic pressure and model angles, respectively. Future efforts should also concentrate in the mathematical procedures involved in the balance calibration, so that bias contributions associated with the calibration and with load cell signals may be properly considered.

REFERENCES

American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1995, "AIAA Standard for the Assessment of Wind Tunnel Data Uncertainty," AIAA S-071-95, Washington, DC, USA.

International Organization for Standardization, 1995, "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement," Genève, Switzerland.

Lourenção, P. T. M., 1981, "Correções do Túnel TA-2," (TA-2 Tunnel Corrections) Relatório PAR-G-81/14, Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento, Centro Técnico Aeroespacial, São José dos Campos-SP, Brazil.

Nogueira, S. L., 1980, "Calibração de Sistemas de Medidas de Múltiplas Componentes com Interações," (Calibration of Measurement Systems of Multiple Components with Interactions) Tese de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Centro Técnico Aeroespacial, São José dos Campos-SP, Brazil.

Rae, W. H., Jr. and Pope, A., 1984, *Low-Speed Wind Tunnel Testing*, 2nd. ed., John Wiley & Sons, New York, USA.

Sampaio, O. S., 1983 "Calibração da Balança Taller & Cooper (TA-2)," (Calibration of the Taller & Cooper Balance (TA-2)) Relatório PAR-G-82/15, Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento, Centro Técnico Aeroespacial, São José dos Campos-SP, Brazil.

Tripp, J., and Teheng, P., 1994, "Determination of Measurement Uncertainties of Multi-Component Wind Tunnel Balances," AIAA Paper 94-2589, 18th AIAA Aerospace Ground Testing Conference, Colorado Springs, CO, USA.

DETERMINAÇÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO EM CALIBRAÇÃO DINÂMICA DE TRANSDUTORES DE PRESSÃO

Alessandro B. de S. Oliveira, Mario B.B. Siqueira, João N.S. Vianna

Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade de Brasília
70910-900 - Brasília - DF - Brasil

RESUMO

Neste trabalho propõe-se mostrar a aplicação da metodologia de cálculo de incerteza de medição conforme a ISOTAG 4/WG3 para calibrações dinâmicas de sensores de pressão. São expostos aspectos referentes aos cálculos realizados, à metodologia de ensaio e ao resultado de calibração de um sensor piezoelétrico diretamente em contato com o mensurando, contato este feito através de linha pneumática.

INTRODUÇÃO

A medição de fenômenos transientes está presente em todas as áreas da engenharia. As técnicas de controle baseiam-se na medição de grandezas físicas inerentes ao processo e na posterior atuação de acordo com os dados obtidos da mensuração. Tal atuação posterior é chamada retroalimentação. Quanto melhor for o resultado desta medição maior será a qualidade do controle. Os fenômenos envolvidos são, em sua maioria transientes; é, portanto, de vital importância para o desenvolvimento tecnológico industrial, que sejam mensurados. A nível científico, em pesquisa experimental, a qualidade da medição de fenômenos transientes é mais importante ainda, já que serão tiradas conclusões a partir da análise dos resultados destas medições.

A calibração dinâmica consiste na quantificação da capacidade de resposta dos sensores à variação temporal da grandeza que se está medindo. Os sensores e equipamentos a serem utilizados em ensaios dinâmicos, precisam ser criteriosamente especificados para que sejam capazes de fornecer resultados significativos. Portanto, o comportamento dinâmico destes sensores e equipamentos tem um papel fundamental, e a calibração dinâmica é o meio mais adequado para sua caracterização.

No caso de sensores de pressão, o resultado da calibração fornece as curvas de resposta tanto temporal quanto em amplitude e fase no domínio da frequência. Alguma discussão ainda existe sobre o cálculo da incerteza associada ao sensor calibrado dinamicamente. A Norma ISO TAG4/WG3-1993 estabelece de forma detalhada a forma como devem ser feitos, tanto o cálculo de incerteza de medições de grandezas estáticas, quanto a determinação de incerteza associada a um medidor calibrado estaticamente. A sua aplicação em metrologia dinâmica tem que ser precedida de uma discussão sobre a interpretação correta da informação fornecida pela aplicação da norma. No presente trabalho será realizado um estudo sobre o cálculo da incerteza associada aos sensores de pressão em calibração dinâmica realizada em um Tubo de Choque

EQUIPAMENTO E PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO

Tubo de Choque é um equipamento constituído por um tubo dividido em duas câmaras separadas por um diafragma, mantidas a pressões diferentes, como mostra a figura 1. A câmara de alta pressão é chamada de tubo indutor e a de baixa, tubo

induzido. Quando a membrana é rompida surge uma leque de expansão que se propaga no sentido do tubo indutor, e uma onda de choque que se propaga no sentido do tubo induzido. A reflexão da onda de choque no fundo do tubo gera um degrau de pressão que é utilizado na realização da calibração.

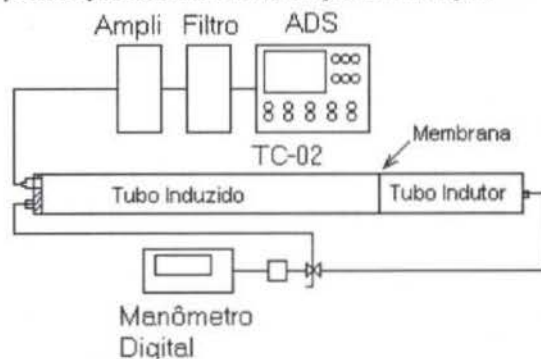


Figura 1: Tubo de choque

Atualmente tubo de choque vem sendo cada vez mais aplicado como equipamento de calibração de sensores de pressão e temperatura na área de metrologia dinâmica. O objetivo é utilizar o degrau de pressão e temperatura formado pela onda de choque no fundo do tubo induzido como sinal de entrada para o transdutor. Com isso, são obtidas curvas de resposta em frequência, em fase e amplitude. Tem-se utilizado um transdutor padrão, e a calibração é feita por métodos comparativos. Este método limita a calibração à qualidade do sensor padrão. A utilização do tubo de choque como equipamento metrológico primário esbarra na falta de um conhecimento mais aprofundado dos fenômenos que ocorrem no seu interior. A influência de variáveis geométricas, a curvatura e qualidade de rompimento da membrana bem como interação onda de choque/camada limite são alguns aspectos a serem ainda bem determinados.

Diversos trabalhos tem sido publicados com intuito de caracterizar o tubo de choque. Anderson (1982) apresenta algumas relações analíticas características de tubos de choque obtidas a partir do cálculo de uma onda de expansão centrada simples. Ikiu e Kazuyasu (1969) e Outa et al. (1973) estudaram as perturbações causadas no escoamento pelo rompimento da membrana. A interação onda de choque/camada limite foi investigada experimentalmente por Stacey e Simmons (1992) em um túnel de vento hipersônico. Pesquisa semelhante foi

conduzida por Kim et.al. (1991) que compararam interferometria laser com tubo de Preston como técnicas para determinação de atrito viscoso, e por Seilig et.al. (1989) que avaliaram a estrutura de turbulência na interação onda de choque/camada limite.

O tubo de choque também tem sido alvo de diversos estudos numéricos. Uma simulação numérica uni e bi-dimensional de escoamento sem viscosidade transiente em um tubo de choque usando esquema "upwind" de alta resolução foi desenvolvida por Yang et.al. (1984). Resultados numéricos foram também apresentados por Tobarck e Cambier (1994), sendo incluídos efeitos viscosos em um código de volumes finitos para equações de Euler. Carvalho (1995) desenvolveu um tubo de choque metrológico baseando-se em cálculos numéricos, utilizando-se de dois métodos unidimensionais para solução das equações de Euler por volumes finitos: o método das características e o de MacComarck. Daru e Damion (1993) analisaram numericamente a influência da curvatura da membrana de separação no escoamento interior ao tubo de choque. Também utilizaram a técnica de volumes finitos para integração das equações de Euler e concluíram que membranas com grandes curvaturas geram perturbações de baixa frequência com relação ao tempo de observação, o que limita a performance do equipamento para calibração dinâmica de sensores de pressão.

O Laboratório de Metrologia Dinâmica da Universidade de Brasília, LMD, utiliza o Tubo de Choque desenvolvido por Carvalho (1995) para a realização de calibrações dinâmicas em sensores de pressão elétricos. Esta calibração é realizada por comparação com um sensor de referência calibrado na ENSAM-Paris, Laboratório de Referência Europeu. Os sensores são montados na extremidade do tubo induzido, onde são submetidos a um degrau de pressão no momento em que a onda reflete no fundo do tubo. Os sinais dos dois sensores são então adquiridos a uma frequência de 50 kHz e processados em um analisador dinâmico de sinais HP 35665A, que captura 2048 pontos no domínio do tempo e calcula a curva de resposta em frequência, em amplitude e em fase. O procedimento de calibração prevê um total de seis ensaios, que são utilizados para o cálculo das curvas de resposta em frequência e incerteza.

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA O CÁLCULO DA INCERTEZA

A norma ISO TAG4/WG3-1993 estabelece que o resultado de uma medida y (estimativa do valor verdadeiro do mensurando) é dado em função das grandezas de influência:

$$y = G(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

sendo: y estimativa do valor verdadeiro do mensurando;
 x_i grandezas de influência;
 n número de grandezas de influência.

Para grandezas de influência não correlacionadas, a variância associada a y pode ser calculada por:

$$s_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G}{\partial x_i} \right)^2 s_{x_i}^2 \quad (2)$$

sendo: $s_{x_i}^2$ variâncias das grandezas de influência.

A incerteza expandida de calibração é expressa por:

$$u = k \cdot s_y \quad (3)$$

sendo: u incerteza expandida;
 s_y desvio padrão ou incerteza combinada associada ao mensurando;
 k fator de abrangência.

O desvio padrão, s_y , é definido como sendo a raiz quadrada da variância.

O valor do fator de abrangência indicado é função do número de graus de liberdade efetivo e do nível de confiança, que no caso será aproximadamente igual a 95%. O número de graus de liberdade efetivo, v_{eff} , é calculado pela equação de Welch-Satterthweite:

$$v_{\text{eff}} = \frac{s_y^4}{\sum_{i=1}^n \frac{s_{x_i}^4}{v_i}} \quad (4)$$

sendo: v número de graus de liberdade das grandezas de influência;
 n número de grandezas de influência.

Conhecido o valor do número de graus de liberdade efetivo, o fator de abrangência é obtido através da tabela de Student para o nível de confiança estabelecido.

As variâncias das grandezas de influência devem então ser conhecidas, calculadas ou estimadas com base em documentação existente, nas medições consecutivas ou por experiência própria.

Se a incerteza expandida para um nível de confiança de 95% de uma grandeza de influência é previamente especificada pelo fabricante no certificado de calibração ou no manual técnico, a incerteza padronizada será a metade do valor desta. Caso sejam conhecidos apenas os limites superior e inferior de uma grandeza de influência, ou seja uma distribuição retangular, a variância será estimada por:

$$s_{x_i}^2 = \frac{1}{3} a_i^2 \quad (5)$$

sendo: a_i diferença entre os limites superior e inferior.

A incerteza da calibração dinâmica será fornecida na forma de uma curva que relaciona à incerteza expandida, a frequência. O cálculo da incerteza expandida é feito com a multiplicação de um fator de abrangência para um nível de confiança de 95% por uma incerteza padronizada combinada que incorpora duas contribuições, a saber: a incerteza do padrão de calibração, incerteza tipo B, a dispersão das medidas, incerteza tipo A.

A calibração dinâmica de transdutores elétricos de pressão realizada no Tubo de Choque é feita através da comparação direta entre o transdutor a ser calibrado e um transdutor de referência. A pressão p a que esta submetido o transdutor a ser calibrado é dada como função das variáveis provenientes da cadeia de medição formada pelo Transdutor de Referência, Amplificador de Carga e Analisador de Sinais. A incerteza apresentada no Certificado de Calibração ENSAM AM/95/08 já inclui a contribuição de todas as grandezas de influência provenientes desta cadeia. Como o LMD emprega equipamentos semelhantes, pode-se considerar que a incerteza combinada da calibração é a que consta no Certificado de Calibração do transdutor de referência. As tabelas 1 e 2 mostram as incertezas em cada faixa de frequência em amplitude e em fase respectivamente.

Tabela 1: Incerteza de Medição de Amplitude do sensor de referência (degrau de 1 bar)

faixa de frequência [kHz]	Incerteza combinada	
	[bar]	[%]
de 0,005 a 1,2	±0,015	±1,5
de 1,2 a 1,6	±0,025	±2,5
de 1,6 a 3,5	±0,050	±5,0
de 3,5 a 7,0	±0,100	±10,0

Tabela 2: Incerteza de Medição de Defasagem do sensor de referência

faixa de frequência [kHz]	Incerteza combinada
de 0,005 a 1,2	$\pm 1,5^\circ$
de 1,2 a 3,5	$\pm 3,0^\circ$
de 3,5 a 7,0	$\pm 5,0^\circ$

A incerteza do padrão de calibração é fornecida no Certificado de Calibração ENSAM AM/95/08, reproduzido nas tabelas 1 e 2. Como não é informado o nível de confiança nem o fator de abrangência, a sua contribuição será considerada como uma distribuição retangular com intervalo definido pelo valor da incerteza reportada nas tabelas 1 e 2 para cada faixa de frequência, e o desvio padrão associado será dado pela Eq.(5).

No procedimento adotado, tem-se para cada ponto no tempo, seis leituras dos instrumentos a calibrar e dos de referência. Estes sinais são convertidos para o domínio da frequência e, para cada ponto tem-se seis valores da função de resposta em frequência, em amplitude e fase. A contribuição da dispersão das medidas para o cálculo da incerteza é contabilizada na incerteza padronizada através do desvio padrão experimental da média. Assim, calcula-se, para cada ponto de frequência, o desvio padrão das seis leituras. Estas considerações são válidas tanto para medição de amplitude como para medição de defasagem.

Por se tratar de comparação direta com um padrão, ambas as grandezas têm, como relação funcional com o mensurando, a unidade. Assim, a incerteza padronizada, dada pela Eq. (2), será simplesmente a raiz quadrada da soma quadrática das contribuições acima descritas.

Para que seja estabelecido o fator de abrangência faz-se necessário o cálculo do número de graus de liberdade efetivo através da Eq.(4). Como a contribuição do sensor de referência foi tirada de um laudo, pode-se considerar seu número de graus de liberdade como infinito. Sendo assim, o número de graus de liberdade efetivo calculado reduz-se ao número de repetições menos 1, que resulta em 5 graus de liberdade. Para este número de graus de liberdade, temos um fator de abrangência de 2,57, considerando um nível de confiança de aproximadamente 95%.

A incerteza expandida será o valor da incerteza padronizada multiplicada pelo fator de abrangência, Eq.(3). Como se tem um valor de incerteza expandida para cada valor de frequência, será fornecida uma curva que relaciona a incerteza expandida com a frequência, tanto na medição de amplitude como na de defasagem.

RESULTADOS

Os resultados analisados neste trabalho são referentes à calibração dinâmica em tubo de choque de um sensor de pressão piezoelétrico Kistler modelo 6001^A, com frequência natural de 120 kHz, e o mesmo sensor acoplado a uma linha pneumática conforme mostra a figura 2. O ensaios foram realizados com os tubos indutor e induzido a pressões absolutas de 1,89 e 0,89 bar, respectivamente. A calibração foi feita de acordo com o procedimento padronizado do laboratório descrito sumariamente em item anterior.

Além dos sinais no domínio do tempo, os resultados serão apresentados na forma de curvas de resposta em frequência, de incerteza expandida e de repetibilidade, todas em função da frequência. Para o presente, serão apenas analisados os resultados referentes a medição de amplitude do sinal.

Na figura 3 é apresentado e o sinal típico medido pelo sensor de referência. Neste caso, os sinal do sensor a ser calibrado e é bastante semelhante ao de referência, por isso não será mostrado.

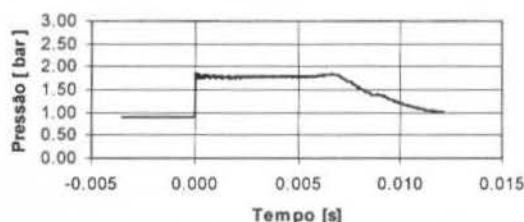


Figura 3 – Sinal Sensor de Referência no Domínio do Tempo

Nas figuras 4 e 6 tem-se as curvas mencionadas anteriormente referentes ao sensor a ser calibrado. As figura 8 a 10 apresentam a mesma seqüência, entretanto, relativas ao mesmo sensor agora acoplado a uma linha pneumática.

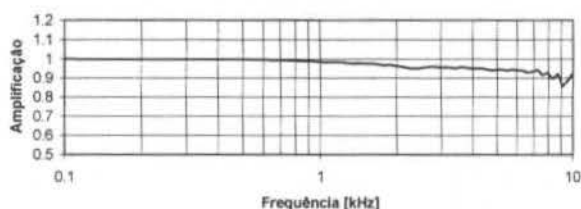


Figura 4 – Curva de Resposta em Frequência

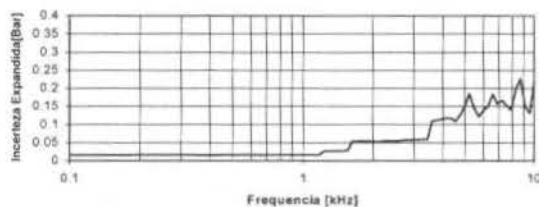


Figura 5 – Curva de Incerteza Expandida

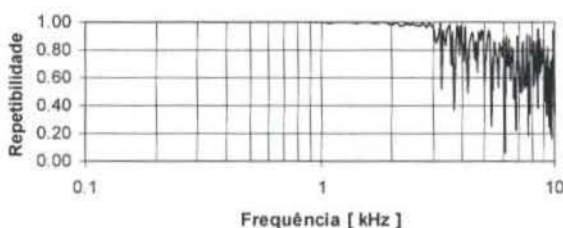


Figura 6 – Curva de Repetibilidade do Sensor à calibrar

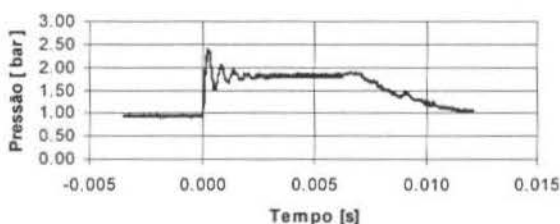


Figura 7 – Sinal do Domínio do Tempo para o sensor à calibrar com linha pneumática.

Como pode-se notar comparando as figuras 3 e 7, o efeito intrusivo da linha pneumática é bastante claro, provocando um "Overshoot" no sinal medido. Como não há "Overshoot" inicial no sinal de referência, Fig 3, nota-se um aumento na amplificação na fig 8 em frequências acima de 1000 Hz, resultado do efeito intrusivo da linha pneumática.

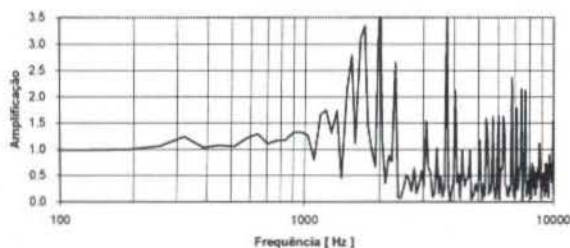


Figura 8 – Curva de Resposta em Frequência

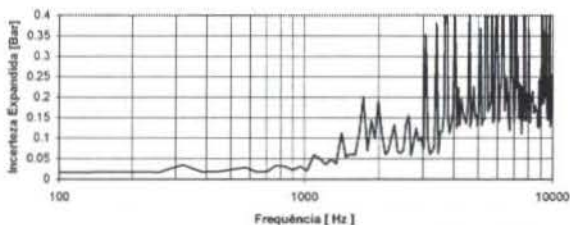


Figura 9 – Curva de Incerteza Expandida

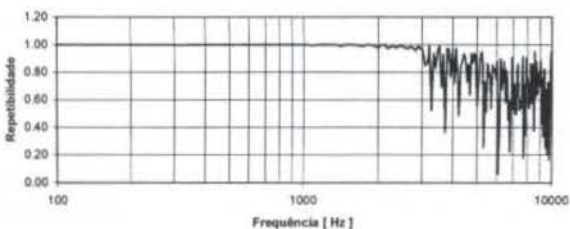


Figura 10 – Curva de Repetibilidade do Sensor à calibrar

CONCLUSÕES

Como mencionado anteriormente a grande importância de se realizar a calibração dinâmica é detectar as características do comportamento dinâmico do elemento utilizado para se realizar a medida e a influência da instalação do sensor em relação ao mensurando. A nível de elaboração projeto de controle, o efeito de "overshoot" mostrado pelo sensor na medição de um degrau de pressão, em função da linha pneumática, pode ser utilizado pelo projetista de um sistema controle de forma construtiva, mas também pode levar a ineficiência do projeto, caso não haja conhecimento deste tipo de comportamento, o que levaria por exemplo a ter-se um nível de pressão mais baixo do que aquele necessário para execução de um tarefa.

No caso do sensor sem a linha de acoplamento para realizar a medição, tem-se boas características metrológicas do sensor apresentando uma faixa linear com incerteza expandida máxima de 10% até um frequência de 3.8 kHz, com alta repetibilidade no valor de 99.6 %.

A incerteza do sensor a calibrar está limitada pela incerteza do sensor de referência, que por sua vez está limitado pelo equipamento em que foi originalmente calibrado.

Para o caso da medição de pressão com o sensor acoplado ao ponto de medição através de uma linha de pneumática, apesar de haver problemas com a amplificação, reduzindo a faixa de funcionamento linear do sensor com 10% de incerteza expandida para 1.8 kHz, com 99 % de repetibilidade. Desta forma para este caso, na faixa de 300 Hz, o sistema de medição apresenta um valor tendencioso de amplificação de 1.25, alta repetibilidade no valor 98.6% e baixa incerteza no valor de 3.5%, e sendo assim pode ser pensado na possibilidade realizar medições nesta faixa de frequência levando-se em conta a amplificação causada pela linha.

O cálculo de incerteza baseado na ISOTAG 4/WG3 para o propósito de calibração dinâmica mostra-se adequado, apesar de ter sido elaborado para a calibração estática de sistemas de medição.

REFERÊNCIAS

- Anderson, J.D., 1982, "Modern Compressible Fluid Flow with Historical Perspective", MacGraw Hill.
- Carvalho, M.A.M., 1995, "Estudo e Aplicação Metrológica do Tubo de Choque para a Calibração Dinâmica de Sensores de Pressão", *Dissertação de Mestrado, Dpto. de Eng. Mecânica, Universidade de Brasília*, Brasília, Brasil.
- Daru, V., Damion, J.P., 1993, "Analysis of the Flow Perturbations in a Shock Tube due to the Curvature of the Diaphragm", *Proceed. 19th Interantional Symposium on Shock Waves*, Marselha, França.
- Ikiu, T., Kasuyasu, M., 1969, "Investigation of the Aerodynamic Characteristic of the Shock Tubes", *Bulletin of JSME*, vol. 12 n° 52, Part I e II.
- ISO TAG4/WG3-1993, "Guide to the of uncertainty in Measurements" - GUM. Ed. 1993 Rev. 1995
- Kim, K.S., Lee, Y., Settles, G.S., 1991, "Laser Interferometer/Preston Tube Skin-Friction Comparison in Sock/Boundary Layer Intraction", *AIAA Journal*, vol. 29, n° 6, pp. 1007-1009.
- Outa, E., Tajima, K., Hayakawa, K., 1973, "Shock Tube Flow Influenced by Diaphragm Opening", *Proc. of 9th Int Symp. Shock Waves and Shock Tubes*.
- Seilig, M.S., Andreopoulos, J., Muck, K.C., Dersange, J.P., Smits, A.J., 1989, "Turbulence Structure in a Shock Wave/Turbulent Boundary Layer Interaction", *AIAA Journal*, vol. 27, n° 7, pp. 862-869.
- Stacey, C.H.B., Simmons, J.M., 1992, "Measurements of Shock-wave/Boundary Layer Interaction in a Free-Piston Shock Tunnel", *AIAA Journal*, vol. 30, n° 8, pp.2095-2098.
- Tobarcik-Polski, S., Cambier, J.L., 1994, "Numerical Study of Transient Phenomena in Shock Tunnels", *AIAA Journal*, vol. 32, n° 5, pp. 971-977.
- Yang, J.Y., Lombardi, C.K., Bershader, D., "Numerical Simulation of Transient Inviscid Shock Tube Flows", *AIAA Journal*, vol. 22, n° 12, pp. 1823-1825.

**AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA MEMBRANA NA INCERTEZA DE
MEDIÇÃO DO DEGRAU DE PRESSÃO GERADO PELA ONDA REFLETIDA
EM UM TUBO DE CHOQUE**

João Nildo de Souza Vianna
Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade de Brasília
70910-900 - Brasília - DF

Jean Pierre Damion
École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers - ENSAM
75013 - Paris - França

Alessandro Borges de Sousa Oliveira
Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade de Brasília
70910-900 - Brasília - DF

RESUMO

Neste trabalho é apresentado um estudo sobre a influência das características da membrana de separação na incerteza de medição e sobre a repetibilidade do degrau de pressão gerado pela reflexão da onda no fundo do tubo de choque. Foram realizados ensaios com vários tipos de membrana, utilizando-se dois tubos de choque metrológicos. Para o cálculo da Função de Transferência utilizou-se uma função degrau como entrada do sistema e o sinal do transdutor de pressão como saída. A análise dos resultados mostra que, para diversas faixas de frequências, as características do material da membrana e a forma como ela se rompe influem na formação do choque, provocando alterações no ganho do sinal de saída do transdutor de pressão.

INTRODUÇÃO

A calibração dinâmica de transdutores de pressão é uma atividade metrológica de difícil realização devido às limitações das fontes geradoras de pressão dinâmica. O tubo de choque é reconhecido universalmente como o meio mais preciso para se realizar a calibração dinâmica de transdutores de pressão de alta frequência. Instituições como o NIST-National Institute of Standards and Technology, Bean (1994), e o BNM- Bureau National de Métrologie, Damion (1977), adotam o tubo de choque como principal componente do padrão primário para calibração dinâmica. Entretanto, a qualidade metrológica do degrau de pressão e, em consequência, a faixa de frequências onde os valores das incertezas são aceitáveis, dependem de diversos fatores, entre eles, as características da membrana de separação do tubo induzido e tubo indutor.

Neste trabalho é apresentado um estudo do efeito das características da membrana sobre as incertezas e a repetibilidade do degrau de pressão. Para tanto, foram realizados ensaios com três tipos diferentes de membrana, em dois tubos de choque metrológicos utilizando-se, nos dois casos, o mesmo sistema de medição. Os resultados destes ensaios foram tratados por um software específico em que são calculadas as Funções de Transferência. Nestes cálculos, para a entrada do sistema utiliza-se uma função degrau ($1/s$ no domínio de Laplace) e a saída do sistema são os valores discretizados do sinal do transdutor de pressão, excitado pela onda de choque refletida no fundo do tubo.

A análise dos resultados mostra que as características do material da membrana e a forma como ela se rompe influem na formação do choque, afetando a repetibilidade dos ensaios, além de provocar alterações no ganho do sinal de saída em várias faixas de frequências. Estes efeitos são de grande relevância quando se pretende considerar o tubo de choque um padrão primário de calibração ou em processos de intercomparação laboratorial com vistas a rastreabilidade do sistema de calibração dinâmica. Quando a calibração é realizada com um transdutor de

referência, os efeitos da membrana perdem a relevância, uma vez que os dois transdutores serão submetidos aos mesmos fenômenos simultaneamente e, no tratamento dos dados, o sinal do transdutor de referência será usado como entrada do sistema.

DISPOSITIVO EXPERIMENTAL E METODOLOGIA

O estudo que conduziu a este trabalho faz parte do Projeto de Intercomparação Internacional entre o Tubo de Choque TC-02 do Laboratório de Metrologia Dinâmica da UnB, e o Tubo de Choque TC-20 da ENSAM de Paris, Vianna (1998). Conforme prevê o Projeto de Intercomparação, os ensaios foram realizados nas duas instituições utilizando-se a mesma cadeia de medição, composta de transdutor, amplificador e filtro.

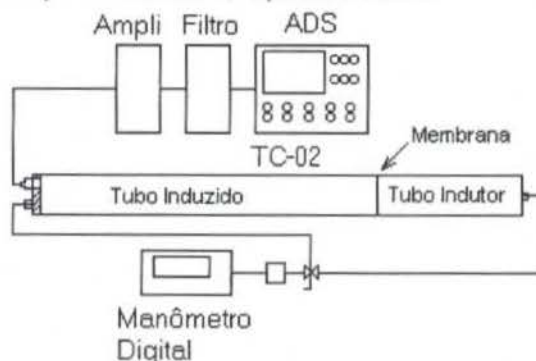


Figura 1 – Esquema da instalação do tubo de choque com o transdutor de pressão piezoelétrico instalado no fundo do tubo.

Na figura 1 é apresentada esquematicamente a instalação para medição da pressão dinâmica, composta pelo tubo de choque com o transdutor de pressão piezoelétrico instalado no fundo do tubo, o amplificador de carga, o filtro, o analisador dinâmico de sinal e o manômetro digital com o arranjo para supervisão da pressão nas

câmaras de alta e baixa pressão, tubo indutor e tubo induzido respectivamente, do tubo de choque.

As especificações dos equipamentos e instrumentos utilizados no Laboratoire de Metrologie Dynamique da ENSAM de Paris, LMD-ENSAM, e no Laboratório de Metrologia Dinâmica da UnB, LMD-UnB, estão descritas na Tabela 1.

Tabela 1 - Equipamentos Utilizados na Intercomparação

Equipamento	UnB	ENSAM
Balança de Peso Morto	Pressuremesur.	
Osciloscópio Digital	HP 54504A	
Tubo de Choque	TC-02	TC-20
Analizador de Sinal	HP-35665	Nicolet Pro 34
Filtro	Ithaco 4213	Ithaco 4213
Amplificador de Carga	Kistler 5007	Kistler 5007
Transdutor de Pressão	Kistler 601A	Kistler 601A
Transd. de Pressão Estática	Wika 891.13.500	Mensor 1500
Tratamento dos Resultados	EDYCAP	EDYCAP
Membrana	Azul/Amarela	Transparente/Amarela

Ambos os transdutores de pressão estática utilizados para monitorar as pressão iniciais dos dois tubos de choque têm uma incerteza de 0,21 %, LMD (1997).

É importante registrar que a monitoração da pressão estática das câmaras de alta e baixa pressão do Tubo de Choque TC-02 do LMD-UnB foi realizada com um único transdutor Wika, montado em um sistema composto por mangueira e válvulas conectadas às duas câmaras. Com esta montagem, as pressões das câmaras de alta e de baixa pressão era monitorada seqüencialmente.

O transdutor pressão de referência do LMD é um transdutor piezoelétrico Kistler modelo 601A, rastreado aos padrões metrológicos da ENSAM-Paris. Este transdutor foi calibrado estaticamente, utilizando-se uma balança de peso morto rastreada aos padrões do INMETRO. Os resultados da calibração estática indicam a existência de uma tendência de 0,2 bar e, considerando-se que a balança tem uma incerteza de $\pm 0,01$ %, atribuem ao transdutor uma incerteza de medição de ± 1 %, para uma faixa de 0 a 5 bar.

Os parâmetros e as condições de testes utilizados para realização dos ensaios estão apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Parâmetros de ensaios de Intercomparação Laboratorial

	UnB	ENSAM
Tubo de Choque	TC-02	TC-20
Pressão Atmosférica Local	675 mmHg	760 mmHg
Tubo Induzido - BP	2 bar abs	2 bar abs
Tubo Indutor - AP	3 bar abs	3 bar abs
Tempo de Aquisição	8 ms	8ms
Número de Pontos de medida	2040	6000
Tempo de Amostragem	0,00381 ms	0.001 ms
Frequência de aquisição	262 kHz	1000 kHz
Frequência de Filtragem do Sinal	40 kHz	40 kHz
Const. de Tempo do Amplificador	Short	Short
Modo de Filtragem	Bessel	Bessel
Tratamento dos Resultados	Edycap	Edycap

A metodologia adotada previa a realização de uma série de ensaios no TC-02 do LMD-UnB, nas condições apresentadas na Tabela 2, e posteriormente repetição destes ensaios no TC-20 do LMD da ENSAM, sob as mesmas condições e utilizando-se os mesmos transdutor, filtro e amplificador.

Para a seleção da membrana utilizada no TC-02, foram realizados ensaios com dois tipos de papel celofane comercial, um azul e outro amarelo, ambos com a mesma espessura. Em cada caso foram feitas oito medições para cada tipo de membrana. Os resultados dos ensaios foram tratados pelo programa EDYCAP, que calcula a Função de Transferência de cada ensaio, além de calcular a média dos pontos de cada ensaio obtendo uma Função de Transferência Média. No TC-20 os ensaios foram realizados com a mesma membrana amarela e com a membrana padrão do LMD-ENSAM que é feita com papel celofane especial transparente. Neste caso também foram feitos oito ensaios para cada tipo de membrana e os resultados tratados pelo EDYCAP.

Os cálculos das incertezas de medição e do desvio padrão das medidas foram realizados segundo a metodologia proposta por Oliveira et al. (1998), segundo recomendação da ISO (1996).

CÁLCULO DAS INCERTEZAS DE MEDIÇÃO

De acordo com a formulação proposta por Oliveira et al (1998), um conjunto de ensaios envolvendo sistemas dinâmicos podem ter o tratamento estatístico em cada ponto utilizando-se os métodos clássicos consagrados na calibração estática.

A norma ISO TAG4/WG3-1993 e sua revisão ISO (1996) estabelece que o resultado de uma medida y - estimativa do valor verdadeiro do mensurando - é dado como uma função das grandezas de influência:

$$y = G(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

sendo y a estimativa do valor verdadeiro do mensurando, x_i as grandezas de influência e n o número de grandezas de influência.

Para grandezas de influência não correlacionadas a variância associada a y pode ser calculada por:

$$s_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G}{\partial x_i} \right)^2 s_{x_i}^2 \quad (2)$$

sendo $s_{x_i}^2$ as variâncias das grandezas de influência.

A incerteza expandida de calibração é expressa por:

$$u = k \cdot s_y \quad (3)$$

sendo u a incerteza expandida, s_y o desvio padrão ou incerteza combinada associada ao mensurando e k é o fator de abrangência. O desvio padrão, s_y , é definido como sendo a raiz quadrada da variância.

O valor do fator de abrangência indicado é função do número de graus de liberdade efetivo e nível de confiança, que no caso será adotado 95%. O número de graus de liberdade efetivo v_{eff} é calculado pela equação de Welch-Satterthweite:

$$v_{eff} = \frac{s_y^4}{\sum_{i=1}^n \frac{s_{x_i}^4}{v_i}} \quad (4)$$

sendo v o número de graus de liberdade das grandezas influência e n o número de grandezas de influência.

Conhecido o valor do número de graus de liberdade efetivo, o fator de abrangência é obtido através da tabela de Student para o nível de confiança estabelecido. Neste caso, as variâncias das

da mistura, o qual é fornecido pelo pistão.

Analisando-se o sistema formado por ar e gotículas de combustível, limitado pelas paredes do cilindro e cabeça do pistão, durante um instante do estágio de compressão, (representado pelo deslocamento angular do eixo de manivelas de θ até $\theta + \Delta\theta$), com o objetivo de determinar-se a quantidade de vapor de combustível produzida no interior do cilindro, tem-se:

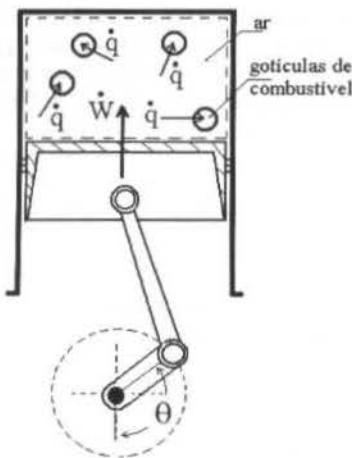


Figura 1 - Representação do sistema contendo ar e gotas de combustível

Aplicando-se a equação de conservação de energia a um sistema que contenha todas as gotículas de combustível do interior do cilindro:

$$\dot{Q} - \dot{W} + \iint_A h \cdot \rho \cdot \vec{V} \cdot \partial A = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V u \cdot \rho \cdot \partial V \quad (1)$$

Porém, como a análise é feita sobre um sistema fechado, a massa que atravessa as fronteiras é nula, logo:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial t} \quad (2)$$

Integrando-se de uma condição 1 (ângulo θ) até a condição 2 (ângulo $\theta + \Delta\theta$), temos:

$${}_1Q_2 - {}_1W_2 = U_2 - U_1 \quad (3)$$

Para o sistema líquido, ${}_1W_2$ refere-se à expansão das fronteiras do combustível ao mudar de fase. Admitindo-se que o processo ocorra quase estaticamente para variações de θ muito pequenas:

$${}_1W_2 = \int_1^2 P \partial V = P_2 V_2 - P_1 V_1 \quad (4)$$

logo:

$${}_1Q_2 = m \cdot \Delta h \quad (5)$$

A variação de entalpia do líquido, nesse caso, deve considerar um termo referente ao seu aquecimento até a temperatura de saturação (aquecimento sensível), e um termo referente à sua vaporização (CHIN et al., 1984). Sendo assim, considerando-se

que a massa de combustível aquecida é a mesma que deverá vaporizar-se, e que a massa de vapor produzida não receba energia até a vaporização completa do combustível:

$$Q_{vc} = m_c \cdot \Delta h_c = (c_c \cdot \Delta T_c + L) m_{vc} \quad (6)$$

Como o líquido inicialmente está a uma temperatura T_{ic} , e sua temperatura final nunca será superior à temperatura de saturação, T_{sat} , pode-se escrever a Eq. (6) como:

$$Q_{vc} = c_c \cdot (T_{sat} - T_{ic}) \cdot m_{vc} + L \cdot m_{vc} \quad (7)$$

Utilizando-se a Eq. (5) em um sistema que contenha todo o ar do interior do cilindro:

$$Q_{ar} = m_{ar} \cdot \Delta h_{ar} = m_{ar} \cdot c_{ar} \cdot \Delta T_{ar} \quad (8)$$

O termo ΔT_{ar} , representa a diferença de temperatura observada no interior do cilindro, para um determinado ângulo θ e condição de funcionamento do motor, entre dois tipos de carga admitida: cilindro contendo no seu interior apenas ar e cilindro contendo ar e combustível. A medição das respectivas temperaturas, para um mesmo ângulo θ , indicará que, devido ao aquecimento e vaporização de uma massa m_{vc} de combustível, houve uma queda de temperatura entre os dois tipos de carga admitida. Sendo assim, o calor perdido pelo ar, em módulo, é igual ao absorvido pelo combustível:

$$Q_{ar} = Q_{vc} \quad (9)$$

A fração de combustível vaporizado, por definição, é a razão entre a massa de vapor de combustível produzida pela massa de combustível admitido:

$$X = \frac{m_{vc}}{m_c} \quad (10)$$

Logo, a partir das Eqs. (7) a (10), determina-se a equação representativa da fração de combustível vaporizado no interior do cilindro, para uma determinada posição angular do eixo de manivelas (Eq.(11)). A temperatura de saturação do combustível é substituída por um valor médio, ($\overline{T_{sat}}$), entre a temperatura de saturação ao início e ao final do estágio de compressão, isso para facilidade de cálculos.

$$X(\theta) = \frac{m_{ar} \cdot c_{ar} \cdot \Delta T_{ar}}{m_c [L + c_c (\overline{T_{sat}} - T_{ic})]} \quad (11)$$

Faixa de utilização da Equação de fração de combustível vaporizado. A Eq. (11) pode ser utilizada para análise da fração de combustível vaporizado no interior do cilindro nos seguintes casos:

- *Combustível utilizado deve ser uma substância pura:* devem ser conhecidos os valores de L , c_c , $\overline{T_{sat}}$ e T_{ic} (para partida a frio, $T_{ic} = T_{amb}$);
- *Período de compressão da mistura até o momento da ignição;*
- *Motores de ignição por centelha ou de compressão-ignição;*

grandezas de influência devem então ser calculadas com base nas medições consecutivas.

Se a incerteza para um nível de confiança de 95% de uma grandeza de influência é conhecida, a incerteza padrão será metade do valor desta. Caso se conheçam apenas os limites superior e inferior de uma grandeza de influência, ou seja, uma distribuição retangular, a variância será estimada por:

$$s_{xi}^2 = \frac{1}{3} a_i^2 \quad (5)$$

sendo a_i a diferença entre os limites superior e inferior.

A incerteza da calibração dinâmica será fornecida na forma de curva que relaciona a incerteza expandida com a frequência. A incerteza expandida será calculada com a multiplicação de um fator de abrangência para um nível de confiança de 95% por uma incerteza padrão combinada, que incorpora duas contribuições: a incerteza do padrão de calibração, incerteza tipo B, e a dispersão das medidas, incerteza tipo A.

No procedimento adotado são feitos oito ensaios. Os pontos de cada ensaio são adquiridos no domínio do tempo e convertidos para o domínio da frequência. Desta forma, para cada frequência, têm-se oito valores da função de resposta em amplitude e fase. A contribuição da dispersão das medidas para o cálculo da incerteza é contabilizada na incerteza padrão através do desvio padrão experimental da média. Assim calcula-se, para cada ponto de frequência, o desvio padrão das oito leituras. Estas considerações são válidas tanto para medição de amplitude quanto para medição de fase.

A incerteza padrão, dada pela Eq. (2) será simplesmente a raiz quadrada da soma quadrática das contribuições acima descritas.

Para a determinação do fator de abrangência, faz-se necessário o cálculo do número de graus de liberdade efetivo através da Eq.(4). O número de graus de liberdade efetivo calculado se reduz ao número de repetições dos ensaios menos 1, que resulta em 7 graus de liberdade. Para este número de graus de liberdade tem-se um fator de abrangência de 2,36 considerando um nível de confiança de aproximadamente 95%.

A incerteza expandida será o valor da incerteza padrão multiplicada pelo fator de abrangência, Eq.(3). Como se tem um valor de incerteza expandida para cada valor de frequência, será fornecida uma curva que relaciona a incerteza expandida com a frequência, tanto na medição da amplitude como na da fase. No caso em estudo neste trabalho, serão considerados unicamente os resultados de amplitude do sinal na base de frequência.

ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados dos ensaios realizados com o TC-02 e com o TC-20 utilizando-se as membranas amarelas, azuis e transparentes foram processados no EDYCAP e, com cada conjunto de oito ensaios, foi calculada uma Função de Transferência Média, FTM, para cada tipo de membrana e cada tubo de choque. Para estes cálculos, utilizou-se como entrada do sistema uma função degrau, e para saída os valores do sinal do transdutor. Do conjunto destes ensaios são apresentadas duas curvas típicas, figuras 2 e 3, representativas da Função de Transferência Média dos ensaios realizados com a membrana azul no TC-02 e a com a membrana transparente, no TC-20. As demais FTM's bem como os resultados detalhados dos ensaios, encontram-se no "Projeto de Intercomparação Laboratorial UnB-ENSAM - Relatório Técnico", Vianna (1998).

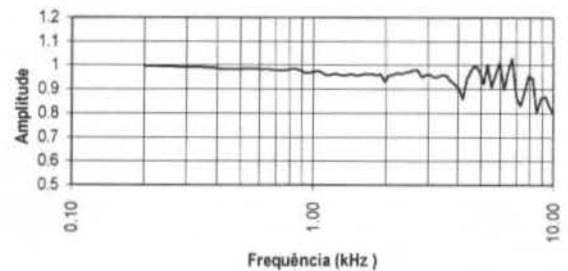


Figura 2- Função de Transferência Média, membrana azul, TC-02.

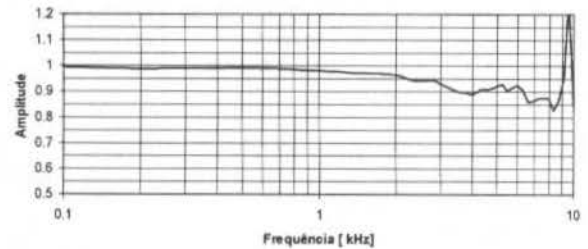


Figura 3 - Função de Transferência Média, membrana transparente, TC-20.

A influência da membrana no desempenho dos dois tubos de choque está sumarizada na Tabela 3. Esta tabela foi construída com base nas Funções de Transferência Média, duas das quais apresentadas nas figuras 2 e 3. Nesta tabela, estão registrados os percentuais máximos dos desvios da curva de resposta, tendo como referência ao ganho unitário, para diversas faixas de frequências.

Tabela 3- Desvio percentual da curva de resposta com relação ao ganho 1, para diversas faixas de frequências.

Meio	Membrana	0-2 kHz	2-3 kHz	3-4 kHz	>4 kHz
TC-02	Amarela	-4%	5%	-8%	20%
TC-02	Azul	5%	5%	-8%	28%
TC-20	Transparente	-3%	7%	11%	>30%
TC-20	Amarela	6%	8%	7%	23%

A observação das curvas de resposta dos ensaios realizados no TC-20 e TC-02, como as apresentadas nas figuras 2 e 3, mostram que, nas baixas frequências, até 1 kHz, o sinal praticamente não sofre influência da membrana. Os resultados do TC-02, apresentados por Vianna(1998), mostram que, nas frequências superiores a 4 kHz, quando começam a aparecer as oscilações de maior amplitude, a membrana amarela tende a amortecer mais estas oscilações. Como consequência, a membrana amarela confere ao sinal de alta frequência uma melhor linearidade, que é evidenciada pela síntese das curvas de resposta média apresentada na Tabela 3, onde desvios superiores a 5% na linearidade só são registrados nas frequências maiores que 3 kHz.

Nas frequências mais altas, onde as amplificações e amortecimentos ocorrem com maior intensidade, o tipo de membrana continua a ter um efeito importante sobre o sinal. Os

ensaios realizados no TC-20 com a membrana transparente e a membrana amarela colocam em evidência que nas frequências maiores que 4 kHz, a membrana transparente amplifica fortemente o sinal, figura 3 e Tabela 3, enquanto a membrana amarela o amortece. Observa-se também que, além da diferença de material, a forma como estas membranas se rompem é completamente diferente. Naturalmente isto influencia na formação do choque, como foi constatado numericamente por Daru e Damion (1993) no estudo sobre a influência da curvatura da membrana sobre o escoamento no tubo de choque.

Estas observações, complementadas pelos dados que mostram a diferença de desempenho de três tipos de membrana apresentados na Tabela 3, indicam que no projeto de intercomparação é fundamental que seja utilizado o mesmo tipo de membrana. No caso de realização de calibração dinâmica de transdutores de pressão em que se utiliza o próprio tubo de choque como referência, a membrana também deve ser padronizada. Se a calibração for realizada utilizando-se um transdutor padrão como referência, este cuidado é desnecessário uma vez que os dois transdutores serão submetidos aos mesmos efeitos da membrana.

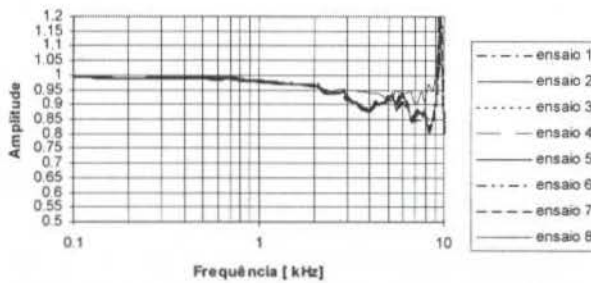


Figura 4 – Ensaios de repetibilidade, membrana transparente, TC-20

As Curvas de Resposta dos ensaios realizados no TC-20 com a membrana transparente, apresentadas na Fig. 4, colocam em evidência o alto grau de repetibilidade proporcionado por este tipo de membrana, mesmo nas altas frequências. Os outros dois tipos de membranas apresentaram uma boa repetibilidade até 1,5 kHz. Acima deste valor começa a aparecer dispersão, como pode ser verificado na figura 5, para a membrana amarela.

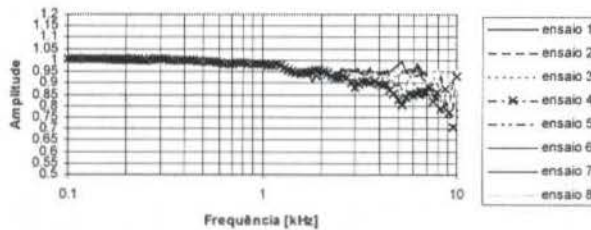


Figura 5 – Ensaios de repetibilidade, membrana amarela, TC-20

De acordo com a metodologia apresentada anteriormente, o cálculo da incerteza de medição como também do desvio padrão foi realizado para cada frequência. Neste trabalho são apresentadas somente algumas de curvas típicas, resultantes

destes cálculos. Nas figuras de 6 a 12 estão mostrados os valores calculados das incertezas e do desvio padrão relacionados com a frequência.

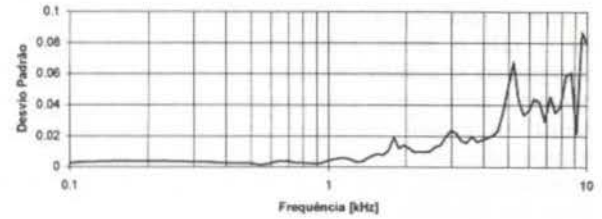


Figura 6 - Desvio Padrão, membrana amarela, TC-20

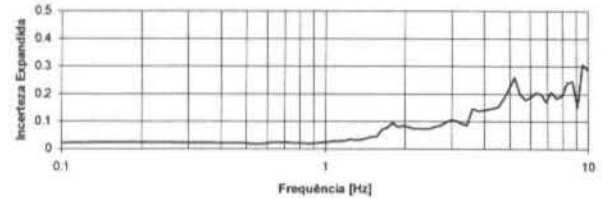


Figura 7 - Incerteza de Medição, membrana amarela, TC-20

A análise qualitativa do desvio padrão e da incerteza expandida dos ensaios realizados no TC-20 com a membrana amarela, figuras 6 e 7, e com a membrana transparente, figuras 8 e 9, mostra que nas baixas frequências, até em torno de 1,3 kHz, as curvas têm comportamento semelhante, indicando que nestas frequências o tipo de membrana não interfere na forma do sinal e as incertezas expandidas têm valores muito próximos. Quando se observam as frequências próximas a 2 kHz até 3,5 kHz, figura 8, verifica-se que o desvio padrão aumenta de 0,002 para 0,02, o que faz com que as incertezas expandidas, figura 9, aumentem em 5 vezes.

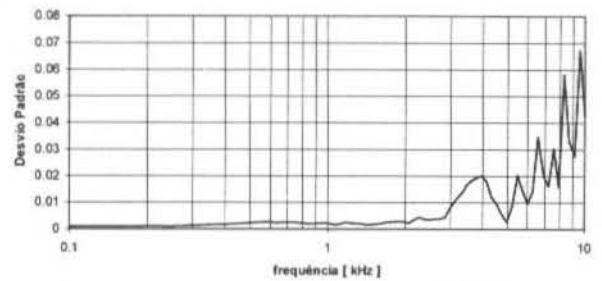


Figura 8 – Desvio Padrão, membrana transparente, TC-20.

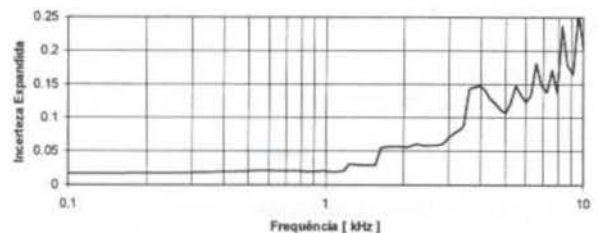


Figura 9 – Incerteza de Medição, membrana transparente, TC-20.

Quando se compara o comportamento das curvas resultantes dos ensaios realizados com a membrana transparente, figuras 8 e 9, com os resultados mostrados nas figuras 6 e 7, verifica-se que até 3 kHz o desvio padrão dos ensaios com a membrana transparente se mantém constante, não passando de 0,005, o que confere a estes ensaios uma incerteza em torno de 0,006. Desta forma, os ensaios realizados no TC-20 com a membrana transparente, até 3 kHz têm menor dispersão que com a membrana amarela. Esta observação é perfeitamente compatível com os resultados obtidos nos ensaios de repetibilidade, apresentados nas figuras 4 e 5. É importante comentar que esta constatação é um indicador de que a metodologia para o cálculo da incerteza proposta por Oliveira e al (1998), seguindo a ISSO/TAG, é adequada para a metrologia dinâmica.

Os dois patamares observados na figura 9, entre 1 e 3 Hz, devem-se à preponderância das incertezas do tipo B sobre as incertezas relativas à dispersão das medidas.

Os resultados dos cálculos do desvio padrão e das incertezas de medição dos ensaios realizados com o tubo de choque do LMD-UnB estão apresentados nas figuras 10, 11, 12

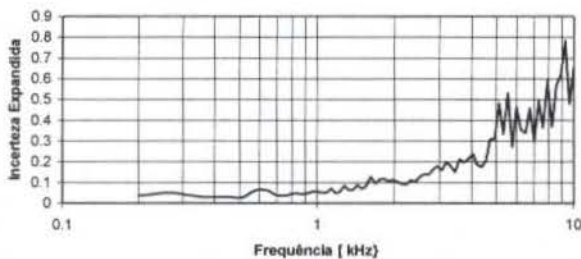


Figura 10 – Incerteza de Medição, membrana amarela, TC-02

Quando os ensaios são realizados no TC-02 utilizando-se as membranas azuis e amarelas, observa-se que até 2,5 kHz, as incertezas de medição praticamente não são influenciadas pelo tipo de membrana, figuras 10 e 12. Nas frequências no intervalo entre 2,5 kHz 6 kHz, as membranas azuis tem menor incerteza expandida que as membranas amarelas, muito embora estas tenham maior amortecimento que aquelas, nas altas frequências, como discutido anteriormente.

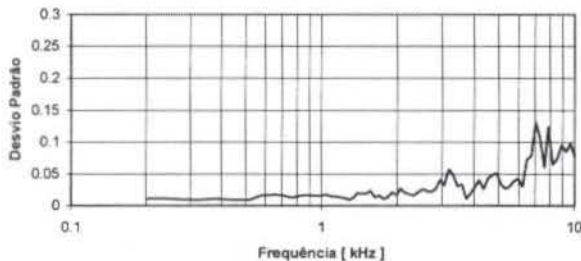


Figura 11 – Desvio padrão, membrana azul, TC-02

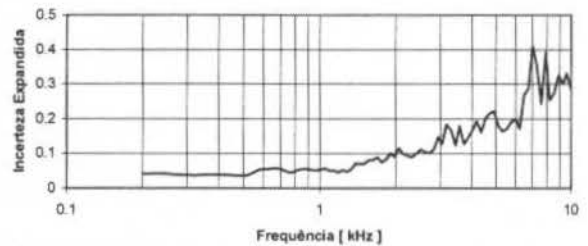


Figura 12 - Incerteza de Medição, membrana azul, TC-02.

CONCLUSÃO

A análise apresentada neste trabalho mostra que o tipo de membrana tem um papel pouco importante nas baixas frequências. Em frequências inferiores a 2 kHz, nem o valor absoluto das incertezas nem a qualidade do sinal são afetados pelo tipo de membrana ou pela forma como ela se rompe. Entretanto, nas altas frequências as membranas podem influenciar no desempenho do tubo de choque, tanto na degradação das incertezas expandidas quanto na dispersão e repetibilidade dos resultados.

Os resultados deste trabalho mostram que uma incerteza expandida de 0,2 é alcançada a 8 kHz pela membrana transparente, a 6,4 kHz pela membrana azul e a 5 kHz pela membrana amarela.

Desta forma, os ensaios realizados no TC-20 e no TC-02 indicam que, a utilização do tubo de choque como instrumento metrológico passa necessariamente pela padronização da membrana, mesmo assim com uma forte limitação na faixa de frequência de operação do tubo de choque. Por estas razões, é recomendável que a calibração dinâmica de transdutores de pressão só deva ser feita com um transdutor de referência, para que os dois transdutores sejam submetidos às mesmas variações do sinal, resultantes das características da membrana.

REFERÊNCIAS

- Bean, V.E., Bowers, W.J., Hurst, W.S., Rosasco, G.J., 1993/94, "Development of a Primary Standard for Measurement of Dynamic Pressure and Temperature" - Metrologia, 30, 747-750.
- Dmion, J.P., 1977, " Moyens d'Etalonnage Dynamique des Capteurs de Pression" - Bulletin d'Information du Bureau National de Métrologie n° 30.
- Oliveira, A.B.S., Siqueira, M.B., Vianna, J.N.S., 1998, "Determinação de Incerteza de Medição em Calibração Dinâmica de Transdutores de Pressão". ENCIT 98 - 7th Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences, Rio de Janeiro.
- Vianna, J.N.S., 1998, "Projeto de Intercomparação Laboratorial UnB-ENSAM "Relatório Técnico" - CNPq-UnB-ENSAM-Paris. 36 pag.
- LMD-UnB, 1997, "Certificado de Calibração 013/97".
- ISO/BIPM, 1996, "Guid to the expression of uncertainty in measurement (GUM)".
- Daru, V., Damion, 1995, "Analisis of the Flow Perturbations in a Shock Tube due to the Curvature of the Diaphragm". Shock Waves - Springer Verlag, Marseille, 415-456.

ABSTRACT

In this paper it is presented a study about the influence of the characteristics of the separation diaphragm in the uncertainties of measurements and about the repeatability of the pressure degree generated by the wave reflection in the end of the shock tube. Experiments were carried out with different types of diaphragms. For the estimation of the transfer function, an ideal pressure degree was considered as the input signal of the system and the pressure transducer signal as the output signal. The analysis of the results shows that, for some frequencies bands, the characteristics of the diaphragm material and the way it bursts influences the shock formation, resulting in alterations in the gain of the pressure transducer output signal.

**RESPOSTA TRANSIENTE DE TERMÔMETROS
E SUA INFLUÊNCIA SOBRE A
MEDIÇÃO E CALIBRAÇÃO**

Alcir de Faro Orlando
Simone Zwiazek Cavalieri
Departamento de Engenharia Mecânica - PUC - Rio
Rua Marquês de S. Vicente 225
CEP 22453-900, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Resumo

A medição de temperatura e a calibração de termômetros raramente é feita numa condição completamente estável, onde a temperatura não varia com o tempo. Neste trabalho é medida a constante de tempo de um termômetro de líquido em vidro e de vários termômetros de resistência de platina em alguns meios com diferentes agitações. Utilizando uma variação senoidal da temperatura com o tempo, foram analisadas as condições para que a amplitude da flutuação da temperatura indicada seja considerada de forma adequada na estimativa da incerteza da medição.

INTRODUÇÃO

Devido à inércia térmica, nenhum instrumento responde instantaneamente à variação de temperatura do meio. Idealmente, o sensor de temperatura deve estar instantaneamente em equilíbrio com o meio cuja temperatura deseja-se medir, ou seja, a temperatura indicada pelo sensor deve ter a mesma amplitude que a do meio, estando em fase com o mesmo. Na realidade, o que acontece é que quando a temperatura do meio sofre uma variação, existe uma transferência de calor entre este último e o sensor, provocada pela diferença de temperatura entre os mesmos. A frente de propagação de calor através do sensor leva um determinado tempo para influenciar toda a sua massa, resultando numa falta de fidelidade para indicação da temperatura do meio pela não existência do equilíbrio térmico necessário. A calibração do sensor de temperatura, feita na grande maioria das vezes em condições de equilíbrio térmico, não é válida para outras condições de uso, a menos que se possa garantir que o erro máximo resultante esteja dentro da faixa da incerteza desejada de medição. Isto normalmente significa usar o instrumento num meio com frequência de flutuação bem inferior à frequência característica do mesmo, relacionada diretamente com a chamada constante de tempo do sensor. Inversamente, durante uma calibração deve-se esperar um tempo suficientemente longo para que os erros resultantes do não atingimento do equilíbrio térmico sejam desprezíveis. O controlador de temperatura do banho de calibração, na tentativa de reduzir ao máximo a discrepância entre os valores de temperatura do meio e da indicada pelo sensor, provoca uma flutuação, cuja amplitude e fase podem influir decididamente na fidelidade da indicação da temperatura pelo sensor. Naturalmente, quanto menor esta amplitude, mais desprezível será a influência sobre o resultado final. Na prática, em laboratórios de calibração, a espera por um tempo desnecessariamente longo para que se possa considerar desprezível esta influência resulta num lucro cessante pela diminuição da produção do mesmo, provocada pelo menor número de termômetros calibrados. Este trabalho trata da análise das condições de flutuação do meio e as características do sensor para que se possa otimizar o tempo de calibração, ao mesmo tempo que garantindo a confiabilidade das medições.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Definição do Termo Constante de Tempo. Muito embora a formulação matemática do problema de transferência de calor transiente do meio ambiente para o sensor, nele se propagando, possa ser rigorosamente estabelecida em termos de uma equação diferencial parcial em três dimensões e no tempo, costuma-se supor uma uniformidade de temperatura ao longo do sensor, desprezando os gradientes de temperatura que por ventura existam. Assim as propriedades calculadas, inclusive temperatura, podem ser interpretadas como médias espaciais. Um balanço de energia no sensor, (Holman, 1971), resulta que a taxa de transferência de calor (q) do meio a uma temperatura T_{∞} para o sensor a uma temperatura T pode ser expressa como :

$$q = h.A.(T_{\infty} - T) = M.c. \frac{dT}{dt} \quad (1)$$

onde M é a massa do sensor, kg
 c é o calor específico do material do sensor, J/kg.K
 A é a área de transferência de calor entre o sensor e o meio, m².
 h é o coeficiente de transferência de calor, W
 t é o tempo, s.

Costuma-se definir (Benedict, 1977) um parâmetro denominado de constante de tempo (τ) como a relação entre a capacitância térmica do sensor e a condutância térmica, ou seja,

$$\tau = \frac{M.c}{h.A} \quad (2)$$

Colocando-se o sensor, inicialmente com a temperatura T_0 , num meio com uma temperatura constante T_{∞} , variação em degrau, pode-se resolver a equação diferencial ordinária de primeira ordem (1) para se ter uma interpretação física da constante de sua tempo. Para a integração da Eq. (1) supõe-se que o coeficiente de transferência de calor h seja constante, o mesmo acontecendo para o calor específico. Assim,

$$y = \frac{T_{\infty} - T}{T_{\infty} - T_0} = e^{-\nu t} \quad (3)$$

Para um tempo decorrido igual à constante de tempo, a variável adimensional y tem um valor de 0,368, ou seja a variação de temperatura do sensor em relação à temperatura do meio atinge um valor igual a 36,8% da diferença entre a temperatura do meio e a inicial do sensor. Vale a pena enfatizar que para valores muito grandes do tempo, a temperatura do sensor se aproxima da do meio, ou seja, y tende a zero.

Determinação Experimental da Constante de Tempo. O valor de τ pode ser determinado experimentalmente, medindo-se a temperatura do sensor para vários valores do tempo. Definindo-se a variável z como :

$$z = \ln(y) \quad (4)$$

Tem-se a curva,

$$t = -\tau \cdot z \quad (5)$$

Assim, tem-se um conjunto de n pares de pontos (t_i, z_i). Pelo método dos mínimos quadrados, (Bevington, 1977), pode-se mostrar que :

$$\tau = -\frac{\sum t_i \cdot z_i}{\sum z_i^2} \quad (6)$$

A incerteza de medição da constante de tempo ($\Delta\tau$) pode ser determinada supondo que ela seja função de cada medição feita, cada uma com sua incerteza Δt_i e Δz_i , de acordo com a Eq. (6), e ΔT_{∞} , ΔT_i e ΔT_0 , incertezas de temperatura, Eq. (3) e (4).

$$\tau = f(t_1, t_2, \dots, t_n, z_1, z_2, \dots, z_n) \quad (7)$$

Propagando a incerteza, (Orlando,1996) e (GUM,1995):

$$(\Delta\tau)^2 = \sum \left(\frac{\partial \tau}{\partial t_i} \cdot \Delta t_i \right)^2 + \sum \left(\frac{\partial \tau}{\partial z_i} \cdot \Delta z_i \right)^2 \quad (8)$$

$$(\Delta z_i)^2 = \left(\frac{\partial z_i}{\partial T_{\infty}} \cdot \Delta T_{\infty} \right)^2 + \left(\frac{\partial z_i}{\partial T_i} \cdot \Delta T_i \right)^2 + \left(\frac{\partial z_i}{\partial T_0} \cdot \Delta T_0 \right)^2 \quad (9)$$

Resposta a uma Variação Periódica da Temperatura do Meio. Pode ser determinada resolvendo-se a equação diferencial (1) com a seguinte variação da temperatura do meio :

$$T_m = T_0 + (T_{\max} - T_0) \cdot \sin(\omega t) \quad (10)$$

onde ω é a frequência de flutuação da temperatura, rd/s

A solução da Eq. (1), resposta transiente periódica, (Benedict, 1977) é :

$$T = T_0 + \frac{(T_{\max} - T_0)}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \cdot \sin(\omega t - \theta) \quad (11)$$

onde θ é o ângulo de fase, rd.

Pode-se portanto observar que a amplitude da flutuação da temperatura do meio ($T_{\max} - T_0$) é atenuada por um fator $[1 + (\omega\tau)^2]^{1/2}$. O presente trabalho analisa em que condições a atenuação pode ser levada em consideração para uma medição confiável, relacionando amplitude e frequência de flutuação do banho de temperatura controlada, com a constante de tempo do termômetro. A Tabela 1 apresenta a atenuação da flutuação para vários valores de $\omega\tau$.

Tabela 1 : Atenuação da flutuação da temperatura do meio.

$[1 + (\omega\tau)^2]^{1/2}$	$\omega\tau$
1,01	0,1
1,02	0,2
1,12	0,5
1,41	1,0
2,24	2,0
5,10	5,0
10,05	10,0
20,03	20,0
50,01	50,0
100,01	100,0
200,00	200,0
500,00	500,0
1000,00	1000,0

Pode-se observar que para valores grandes de $\omega\tau$, a atenuação é diretamente proporcional a $\omega\tau$. Se num banho de temperatura controlada a flutuação for $\pm 0,5$ °C, com 1 ciclo a cada 5 minutos ($\omega = 0,524$ rd/s), e para uma constante de tempo de 15 s, típica de um termômetro de resistência de platina Pt100, e portanto $\omega\tau = 7,86$ rd, a flutuação da temperatura do termômetro será $\pm 0,06$ °C. Na realidade, para minimizar esta flutuação, costuma-se usar um bloco equalizador no banho de temperatura controlada. Tendo ele uma inércia térmica elevada, as flutuações dentro do mesmo, onde são colocados os termômetros, são bastante amortecidas.

PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Conforme indicado pela Eq. (2), a constante de tempo τ é inversamente proporcional ao coeficiente de transferência de calor h . Este, por outro lado, é bastante influenciado pela agitação do fluido e pelas suas propriedades térmicas nas imediações do sensor, e pelas suas dimensões. A dependência do coeficiente de transferência de calor em relação à temperatura não é muito forte.

O presente trabalho determinou a constante de tempo de dois tipos de termômetros : (a) Termômetro de líquido em vidro (TLV) e (b) Termômetro de resistência de platina Pt100 (PRT). Mais ainda, para se quantificar a influência da mudança de fase sobre a constante de tempo, foi medido seu valor em mudança de fase líquido-sólido para a água e em água aquecida.

O aquecimento e o resfriamento também foram usados para se determinar sua influência sobre a constante de tempo. Finalmente, foi medida a constante de tempo em outros fluidos : o ar e uma mistura álcool - gelo seco, (Cavalieri, 1998).

O procedimento experimental consistiu em se colocar o termômetro num meio inicial durante um tempo suficientemente longo de tal forma que o equilíbrio térmico pudesse ser atingido. A partir deste instante, o termômetro foi retirado deste meio e colocado rapidamente no meio onde se desejava medir a constante de tempo, medindo-se a cada instante sua temperatura indicada.

Um termômetro de líquido em vidro (TLV), Mercúrio, escala -10,9 °C a +52,7 °C, menor divisão e incerteza de $\pm 0,1$ °C, calibrado no LPT/ITUC, teve sua constante de tempo medida através da medição do tempo necessário para que uma determinada temperatura fosse atingida pelo termômetro. Várias corridas foram feitas para que toda a faixa fosse coberta. A incerteza da medição do tempo com um cronômetro com resolução de 0,01 s, foi estimada em 0,2 s para levar em consideração o tempo de resposta do operador para ligar e desligar o mesmo.

Um termômetro de resistência de platina (PRT) com resistência a 0 °C de $R_0 = 99,937 \Omega$, calibrado no LPT/ITUC com multímetro HP 34401 dentro de $\pm 0,05$ °C, foi usado com um sistema de aquisição de dados para tomada da temperatura indicada em intervalos sucessivos de tempo, com incerteza estimada em $\pm 0,05$ s para se levar em consideração o tempo real para execução do programa.

Em todos os casos, as temperaturas inicial e final foram medidas com os respectivos termômetros.

Tabela 2 : Parâmetros dos PRT do LPT/ITUC

PRT	R_0 Ω	$\alpha \cdot 10^3$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$	$\beta \cdot 10^7$ $^{\circ}\text{C}^{-2}$	ΔT $^{\circ}\text{C}$
1	99,9646	3,916584	-7,187976	$\pm 0,04$
2	99,9741	3,900682	-6,463290	$\pm 0,03$
3	99,9560	3,908916	-6,066176	$\pm 0,02$
4	99,9413	3,928464	-10,33840	$\pm 0,05$
5	99,9616	3,926247	-9,212501	$\pm 0,12$
6	99,9370	3,920389	-8,051994	$\pm 0,05$
7	99,9473	3,920450	-7,436912	$\pm 0,05$
8	99,9591	3,925734	-9,307012	$\pm 0,05$
9	99,9395	3,918140	-7,234359	$\pm 0,03$
10	99,9598	3,912271	-6,317201	$\pm 0,04$
11	99,9492	3,910462	-6,613189	$\pm 0,04$
12	99,9658	3,913319	-6,612849	$\pm 0,04$
13	100,0135	3,910260	-6,503638	$\pm 0,03$
14	99,9448	3,916831	-7,057599	$\pm 0,04$
15	99,9446	3,912427	-6,302565	$\pm 0,02$
16	99,9346	3,912343	-6,332420	$\pm 0,03$
17	99,9652	3,907465	-5,773155	$\pm 0,02$
18	99,9348	3,915561	-7,392387	$\pm 0,05$
19	99,9971	3,910342	-6,394674	$\pm 0,03$
20	99,9356	3,911330	-6,064621	$\pm 0,02$

Vários PRT estavam disponíveis no laboratório, com certificados de calibração emitidos pelo LPT/ITUC, utilizando a equação ajustada :

$$R = R_0 (1 + \alpha \cdot T + \beta \cdot T^2) \quad (12)$$

A Tabela 2 apresenta os valores dos coeficientes e da incerteza para medição da temperatura através da resistência. Estes valores foram utilizados para a determinação da constante de tempo com o objetivo de quantificar a influência dos parâmetros construtivos dos PRT, teoricamente idênticos, sobre o seu desempenho térmico.

A média e a faixa de variação dentro de 95,4% (K=2) é:

$$R_0 = (99,956 \pm 0,041) \Omega$$

$$\alpha = (3,915 \pm 0,014) \cdot 10^{-3} \cdot ^{\circ}\text{C}^{-1}$$

$$\beta = (7,1 \pm 2,4) \cdot 10^{-7} \cdot ^{\circ}\text{C}^{-2}$$

$$\text{Incerteza} = \pm 0,20 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Assim, pode-se mostrar que, com os valores médios acima, a incerteza se situa no patamar de $\pm 0,20$ °C, (raiz quadrada da soma dos quadrados das incertezas).

RESULTADOS

Foram feitas várias determinações da constante de tempo (τ) e de sua incerteza ($\Delta\tau$). A Tabela 3 apresenta os seguintes parâmetros :

- Corrida : Número da corrida
- Termômetro
 - TLV - Termômetro de Hg em vidro
 - PRT - Termômetro de Resistência Pt
- Fluido :Meio para a determinação de τ
 - gelo - mudança de fase, s/agitação
 - água - água aquecida
 - álcool - mistura álcool-gelo seco
- Início : Temperatura inicial do termômetro, °C
- Fim : Temperatura do meio, °C
- Constante de tempo, s
- Incerteza da constante de tempo, 95,4% (k=2), s

Tabela 3 : Constante de Tempo (τ) e sua Incerteza ($\Delta\tau$)

Corri-da	Termo-metro	Fluido	Início $^{\circ}\text{C}$	Fim $^{\circ}\text{C}$	τ s	$\Delta\tau$ s
1	TLV	álcool	22,0	0,0	3,256	0,008
2	TLV	gelo	22,0	0,0	7,220	0,008
3	TLV	água	20,0	30,0	3,36	0,02
4	TLV	água	22,5	50,0	2,508	0,004
5	TLV	ar	0,0	21,0	69,2	0,8
6	PRT	gelo	25,0	0,0	13,46	0,02
7	PRT	ar	0,0	25,0	130	1

Os valores baixos de incerteza indicam que um número suficientemente grande de pontos foi usado para a determinação da constante de tempo, segundo a Eq.(5). Um número maior de pontos não mudaria significativamente o seu valor, para uma dada incerteza desejada. Pode-se entretanto questionar se o modelo adotado é o mais indicado, pelo menos em relação às condições experimentais existentes. Para esta verificação, foram ajustados polinômios de outros graus aos pares de pontos tempo versus z (Eq.(4)), não necessariamente passando pela origem, conforme dever-se-ia esperar pela Eq.(5). Na realidade, a Eq.(3) só é solução da equação diferencial Eq.(1) se o coeficiente de transferência de calor h for constante. O critério de escolha do grau do polinômio foi o de menor dispersão de dados em relação à curva obtida pelo método dos mínimos quadrados, ou seja, menor desvio médio quadrático. Como este último parâmetro não foi o menor para o modelo adotado, Eq. (5), foram examinados os

fatores que determinaram a discrepância. Para os primeiros pontos, foi concluído que a retirada do termômetro do fluido inicial e a sua introdução no fluido final era um processo de velocidade variável, variando o coeficiente de transferência de calor e portanto a constante de tempo, conforme indicado na Tabela 5. Assim a Eq. (3) não é a exata da equação diferencial Eq.(1), obtida pela sua integração considerando os coeficientes constantes. Os últimos pontos também apresentaram discrepâncias. Como a temperatura do termômetro era muito próxima da temperatura final, pequenos erros de medição produziam espalhamentos grandes. Assim, recomenda-se que os pontos iniciais e finais sejam descartados da análise, até que procedimentos experimentais mais refinados permitam incluí-los. Por razões de coerência e uniformidade de análise, todos os pontos foram considerados para os resultados da Tabela 3.

Uma análise da Tabela 3, mostra que o TLV utilizado tem uma constante de tempo menor do que o PRT, por um fator de cerca de 1,87, tanto para o gelo como para o ar. Isto significa que a atenuação da indicação da flutuação de temperatura do meio a ser medido pelo PRT é cerca de 1,87 maior do que para o TLV. Ou seja, o PRT indicará valores mais próximos da temperatura média do meio. Mais ainda, como a relação entre as constantes de tempo para o ar e para o gelo, tanto para o TLV como para o PRT, é cerca de 9,66, chega-se a conclusão que a relação entre os coeficientes de transferência de calor para os dois meios é de 9,66, resultando em diferentes atenuações da flutuação de temperatura. A calibração de sensores com constante de tempo elevada pode resultar num problema experimental grande a ser resolvido, isto é, manter a temperatura do meio com pequenas variações durante a realização do experimento. Recomenda-se assim que tanto o objeto como o padrão tenham aproximadamente a mesma constante de tempo, pois neste caso as discrepâncias entre os dois serão menores. Caso isto não seja possível, pode-se aumentar a agitação do meio, aumentando o coeficiente de transferência de calor e diminuindo a constante de tempo. Nesta categoria se encontram termômetros bimetalícos para medição da temperatura em ar. Conclui-se que eles não são muito adequados para esta aplicação.

Em muitos laboratórios, a calibração de termômetros em temperaturas abaixo de 0 °C é feita utilizando-se como fluido de calibração uma mistura de álcool e gelo seco. Pode-se observar pela Tabela 3 que a constante de tempo do TLV é cerca de 2 vezes menor do que no gelo. Neste último, a constante de tempo pode ser diminuída aumentando-se a agitação do banho (que não havia no caso). Na realidade, comparando-se o valor da constante de tempo para o gelo (sem agitação) e para a água aquecida (com agitação), observar-se serem aproximadamente os mesmos. Por um lado, a mudança de fase do gelo faz com que o coeficiente de transferência de calor seja mais elevado do que na água; por outro lado a agitação da água tende a aumentar o coeficiente de transferência de calor. A diferença entre as constantes de tempo para as corridas (4) e (5), água aquecida, é devido provavelmente a diferenças de agitação, pois as experiências foram feitas em banhos diferentes. Assim, uma forma de se testar a agitação do banho, e assim a uniformidade, é pela medição da constante de tempo do termômetro.

A uniformidade de desempenho de diferentes PRT do mesmo fabricante, teoricamente idênticos, foi testada pelos procedimentos anteriores e com os termômetros, cujas constantes se encontram listadas na Tabela 2.

Uma análise da Tabela 4 mostra que a variação do valor da constante de tempo entre um sensor e outro é muito grande. Como a incerteza calculada pelo método anterior é muito pequena, chegou-se a conclusão que a experiência não está sendo muito repetitiva devido à falta de manutenção das mesmas condições para todas as corridas. Assim, o procedimento experimental deverá ser refinado para garantir as mesmas

condições experimentais, bem como a metodologia para análise dos dados obtidos. De qualquer forma, os resultados indicam uma discrepância de 21,3% (em relação ao maior valor) para a constante de tempo no gelo, e de 10,0% (em relação ao maior valor) para o ar ambiente, quando estes resultados são comparados com os da Tabela 3, supostamente mais confiáveis e analisados.

Tabela 4 : Constante de Tempo (s) de PRT

PRT	gelo	ar ambiente
4	16,9	114,2
6	18,5	97,5
7	17,9	135,6
8	13,5	107,2
9	17,1	112,4
12	18,8	135,6
Média	17,1	117,1
2σ	4,9	39,8

(Suguer,1975), utilizando dados de (White,1910), (Harper,1912) e (P.T.B.,1967), apresentam valores de constante de tempo de termômetros de líquido em vidro com bulbo pequeno em diferentes meios e velocidades, conforme indicado na Tabela 5.

Tabela 5 : Constante de tempo (s) para termômetro de líquido em vidro com bulbo pequeno.

Velocidade (cm/s)	Água	Óleo	Ar
0	10,0	40 a 50	190
1	5,1	13,4	170
5	3,3	7,5	148
10	2,9	6,4	128
50	2,4	4,8	71
100	2,3		58
500			33
1000			25

A Tabela 6 apresenta valores da constante de tempo para diferentes tipos de termômetros em banhos agitados de água para calibração.

Tabela 6 : Valores típicos de constante de tempo (s) em água, para diferentes termômetros.

Termômetro	Dimensões do bulbo (mm)		Const.Temp
	Diâmetro	Comprim.	
Comum	4,5	25	2,1
Calorimét.	9,0	52	4,8
Beckmann	13,0	40	8,7

Pode-se observar pelas Tabelas 5 e 6, comparadas com a Tabela 4, que a constante de tempo depende de vários parâmetros, sendo sensível a pequenas variações dos mesmos. Assim, seu valor deve ser determinado para cada condição de operação.

Estes resultados servem para uma estimativa da influência da atenuação da flutuação de temperatura do meio sobre o desempenho do sensor em calibração, de acordo com o procedimento seguinte :

- Estimar experimentalmente a amplitude e a frequência de flutuação da temperatura do meio, através de sensores com baixa constante de tempo (por exemplo, termopares expostos, calibrados).

•Estimar a constante de tempo do sensor, pelo método exposto.

• Estimar a atenuação com o auxílio da Tabela 1, ou por cálculo de sua expressão.

•Estimar a flutuação de temperatura do sensor a partir da atenuação obtida na Tabela 1 e da amplitude de flutuação do meio. Este valor poderá ser considerado como incerteza tipo B para o estabelecimento da temperatura de calibração do banho e deverá ser composto (raiz quadrada da soma dos quadrados) com a repetitividade do sensor (obtida de catálogo, por exemplo) para fornecer um valor de leitura do objeto, importante para a calibração.

•O mesmo procedimento deverá ser feito para o padrão. Neste caso, a incerteza do padrão, de certificado, é aumentada do valor desta flutuação (raiz quadrada da soma dos quadrados).

•Compor a incerteza final do padrão com a de leitura do objeto para se ter a incerteza de calibração. Se este valor for compatível com o valor desejado, pode-se aceitar este procedimento como adequado.

Finalmente, pode-se dizer que sensores com elevada constante de tempo são mais adequados para a medição da temperatura média do meio. Sensores com baixa constante de tempo respondem mais fielmente a variações instantâneas da temperatura.

CONCLUSÕES

Neste trabalho foi desenvolvida e analisada uma metodologia para a medição da constante de tempo de termômetros. Valores foram medidos para termômetros de líquido em vidro (TLV) e termômetros de resistência de platina (PRT), para vários fluidos de trabalho e agitação do meio. Chegou-se à conclusão que procedimentos experimentais mais refinados e de análise podem fornecer valores mais repetitivos para esta determinação. Com base nestes dados, foi apresentada uma metodologia para se incorporar a flutuação da temperatura do meio na incerteza de calibração do sensor, ao mesmo tempo que estimando mais exatamente a temperatura do meio pelo sensor.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Programa RH-Metrologia, coordenado pelo INMETRO, CAPES e CNPq, por terem concedido ao segundo autor uma bolsa de iniciação científica, importante para o desenvolvimento desta pesquisa. Agradecem também a participação dos alunos do curso Temperatura, Pressão e Vazão, período 98.1, do Programa de Mestrado em Metrologia para a Qualidade Industrial da PUC-Rio, na elaboração e tomada de dados para a determinação da constante de tempo.

REFERÊNCIAS

Benedict R.P., 1977, "Fundamentals of Temperature, Pressure, and Flow Measurements", John Wiley & Sons, New York.

Bevington, P.R., 1969, "Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences", McGraw-Hill Book Company, New York.

Cavalieri, S. Z., 1998, "Análise Experimental da Constante de Tempo de Termômetros", Projeto de Graduação, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio.

GUM, 1995, "Guide to Expression of Uncertainty of Measurement", International Organization for Standardization, Switzerland.

Harper, D.R., 1912, "Thermometric lag", Bul. B38, S185, P.T.B., Alemanha.

Holman, J.P., 1971, "Experimental Methods for Engineers", McGraw-Hill Book Company, New York.

Orlando, A.F., 1996, Notas de Aula do Curso Fundamentos da Metrologia, PUC-Rio.

P.T.B. Prüfgeltn, 1967, "Flüssigkeits - Glasthermometer", 14.01, pp 41, P.T.B., Alemanha.

Suguer, T.R., 1975, "Calibracion y uso de termómetros de vidrio", Boletín Técnico nº 17, Instituto Nacional de Tecnologia Industrial (INTI), Argentina.

White, W.P., 1910, "Lag effects and other errors in calorimetry", Physics Review, 31, 562

SUMMARY

Temperature measurement and thermometer calibration are seldom carried over in absolute steady state condition. In this research, the time constant of two types of thermometers were measured, namely, liquid in glass and platinum resistance thermometers. Air, heated water, ice (changing phase) and ethanol -dry ice mixture were chosen for the time constant determination. Using a sinusoidal forcing temperature function for the fluid, the time response of the thermometer was analysed, leading to its inclusion in the estimate of the uncertainty of temperature measurement.

SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS DE ESCOAMENTOS BIFÁSICOS TURBULENTOS

Aristeu Silveira Neto

Universidade Federal de Uberlândia
Departamento de Engenharia Mecânica

Lab. de Transferência de Calor e Matéria e de Dinâmica dos Fluidos
38400-206-Santa Mônica - Uberlândia - MG

email: aristeus@ufu.br

RESUMO

Uma reflexão sobre o tema *Simulação de Grandes Escalas de escoamentos Turbulentos Bifásicos* é apresentada. A aplicação de SGE a este grupo de escoamentos requer uma metodologia de transporte e interação das interfaces com o próprio escoamento. Uma possível metodologia, *captura de interfaces (front tracking)* é apresentada resumidamente. Ela foi implementada em um código computacional em volumes finitos. Como teste preliminar foram simulados vários casos de escoamentos governados por gravidade. Não foi utilizada nenhuma modelagem explícita de turbulência. Neste estágio do trabalho objetivou-se testar a metodologia de transporte de interface. Os resultados são muito coerentes e representam bem os

INTRODUÇÃO

Os escoamentos turbulentos bifásicos podem ser encontrados numa gama muito grande de aplicações práticas. Os mais simples são os escoamentos a uma fase dispersa, como os escoamentos a bolhas independentes no interior de um meio líquido como ilustra a Figura 1 (a); encontra-se também os escoamentos de particulados dispersos numa fase líquida ou gasosa; finalmente pode-se citar os escoamentos de gotas dispersas numa fase gasosa. Os outros regimes de escoamentos bifásicos como pacotes de bolhas, Figura 1 (b), escoamentos *pistonados* Figura 1 (c), escoamentos *agitante* Figura 1 (d) e escoamentos anulares Figura 1 (e), apresentam alto nível de complexidade.

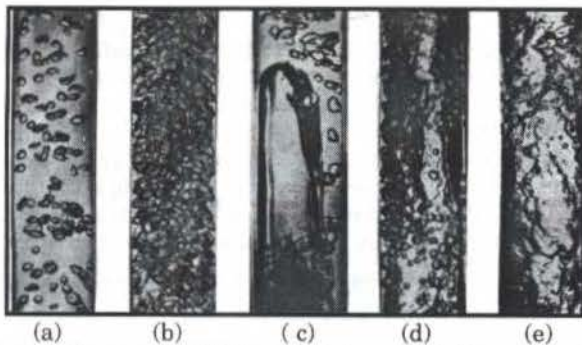


Figura 1. Escoamentos bifásicos num tubo vertical: (a) escoamento a bolhas isoladas; (b) escoamento a pacotes de bolhas; (c) escoamentos *pistonado*; (d) escoamento a *agitante* e (e) escoamento anular.

A modelagem para os escoamentos bifásicos turbulentos podem ser classificadas em dois grupos básicos: modelagens estatísticas e modelagens finas. Com o primeiro tipo de modelos busca-se informações estatísticas médias e utiliza-se para tais modelos dados também estatísticos, tais como fração de vazio, coeficientes de arrastes, área interfacial e outros. Este tipo de modelo apresenta a vantagem de permitir a análise de escoamentos bifásicos complexos. Apresenta no entanto a desvantagem de exigir muitas informações empíricas ou experimentais como dados de entrada para os modelos. O segundo grupo é baseado em metodologias que permitem

descrever localmente o movimento das interfaces, os processos de deformação e interações do tipo coalescência e fragmentação de interfaces. Este tipo de modelagem exige métodos de captura e transporte locais das interfaces. Trata-se de uma metodologia que permite análises mais localizadas e mais finas dos escoamentos, porém limitadas ainda às configurações mais simples. Permite as possibilidades de se realizar experimentos numéricos de forma a auxiliar na obtenção de grandezas e informações físicas de difícil obtenção em experimentos laboratoriais.

Na primeira categoria pratica-se a modelagem clássica de turbulência como os modelos $k-\epsilon$. No segundo grupo objetiva-se utilizar modelos de turbulência mais modernos do tipo sub-malha e praticar Simulação de Grandes Escalas. Esta é uma linha de pesquisa muito nova e objeto de comentários no próximo item.

SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS BIFÁSICOS

Em SGE supõe-se a utilização de um processo de separação de escalas via filtragem das altas frequências do espectro. Isto implica em se obter equações filtradas que governam as baixas frequências ou as grandes estruturas e a necessidade de se modelar as altas frequências ou as estruturas sub-malha da turbulência. As primeiras são determinadas pela solução das equações e as segundas são modeladas via os chamados modelos sub-malha. Este processo de separação de escalas está ilustrado na Figura 2.

A Simulação Numérica Direta (SND) e a SGE têm sido largamente utilizadas em escoamentos monofásicos e os resultados obtidos na última década têm atestado o quão elas são promissoras e poderosas, sobretudo para a análise da natureza física dos escoamentos turbulentos. A SND e a SGE são hoje ferramentas para estudos paralelos e complementares às experiências de laboratório, Bradshaw *et al.* (1996) e Garib (1996).

O desenvolvimento e aplicação de modelos sub-malha de turbulência para escoamentos bifásicos não é uma tarefa simples, devido ao problema de separação de escalas. O modelo matemático deve ser representativo dos aspectos físicos resultantes das interações entre as duas fases. Para fazer uma análise simples do problema, define-se um espectro de energia cinética turbulenta com as escalas características ilustradas na Figura 3.

- *Motores carburados, com ou sem pré-aquecimento do combustível, durante a partida a frio:* no caso de pré-aquecimento do combustível, ajusta-se T_{ic} para a temperatura do combustível aquecido;
- *Motores carburados, em regime de funcionamento:* nesse caso, o cálculo da Eq. (11) é realizado apenas para o combustível que entrou no cilindro ainda na fase líquida. A fração de combustível vaporizada total deve, então, considerar a fração produzida no coletor de admissão;
- *Motores com injeção direta ou indireta e com ou sem pré-aquecimento do combustível:* nesse caso, T_{ic} é a temperatura do combustível após a expansão isoentálpica que ocorre no bico injetor.

Determinação de ΔT_{ar} . A determinação da diferença de temperatura observada entre a mistura formada apenas por ar e mistura formada por ar e combustível, no interior do cilindro, para uma mesma condição de operação e numa mesma posição angular do eixo de manivelas, θ , é realizada através de medições de pressão no interior do cilindro para os respectivos tipos de mistura.

Pela aplicação da equação de estado dos gases, determina-se as respectivas temperaturas no interior do cilindro, para um certo valor de θ :

$$\Delta T_{ar} = T_{ic} - T_{cc} \quad (12)$$

$$T_{ic} = \frac{P_{ic} \cdot V}{m \cdot R} \quad (13)$$

$$T_{cc} = \frac{P_{cc} \cdot V}{m \cdot R} \quad (14)$$

Nas Eqs. (13) e (14), R representa a constante do ar ($R = 0,287 \text{ kPa m}^3/\text{kg K}$). Na Eq. (14), a qual representa a temperatura de uma mistura de ar e combustível, admite-se que o fluido operante (gás) seja formado apenas por ar.

O volume do cilindro é determinado por análise geométrica do conjunto formado pelo pistão, biela e manivela:

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot b^2 \cdot y + \frac{DV}{TC - 1} \quad (15)$$

$$y = c_1(1 - \cos \theta) + c_2 \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{c_1}{c_2} \right)^2 \sin^2 \theta} \right) \quad (16)$$

Onde y representa a distância desde o ponto morto superior até a cabeça do pistão.

A medição de pressões no interior é mais adequada que a de temperaturas, visto que os transdutores piezelétricos possuem uma velocidade de resposta muito maior que os termopares. Para as medições, um transdutor piezelétrico deve ser alojado na sede da vela de ignição, uma vez que a Eq. (11) só tem validade enquanto não houver combustão da mistura.

DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL

O desenvolvimento aqui apresentado foi baseado nas medições de pressão no interior do cilindro realizadas por Nakajima et al. (1978), a partir dos testes (no caso, de uma

partida a frio), em um motor Datsun L20B 4cil., 2.0litros, com diâmetro do cilindro de 0,086m, curso de 0,085m, razão de comprimentos entre biela e manivela de 0,29 (adotado) e taxa de compressão, TC, de 8,5. O experimento foi realizado nas seguintes condições: temperatura de 0°C , combustível n-hexano e rotação do eixo de manivelas de 100rpm. As medições foram realizadas no cilindro nº 4, onde, por prévia medição, sabia-se que a razão ar-combustível de fornecimento era de 1,1:1.

A partir das curvas de evolução de pressão no interior do cilindro, medidas por Nakajima et al. (1978) para misturas sem e com combustível (Figura 2), determinou-se as respectivas curvas de evolução de temperatura, utilizando-se para isso, as Eqs. (13) a (16), para um rendimento volumétrico do motor, RV, de 90%, tal como apresentado na Figura 3.

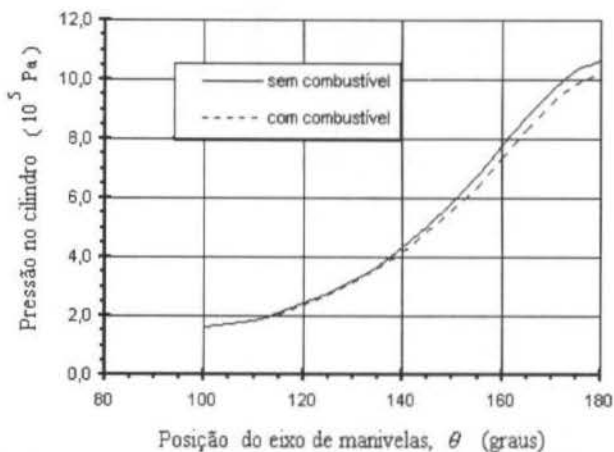


Figura 2 - Pressão no interior do cilindro para duas situações de operação (fonte: Nakajima et al., 1978)

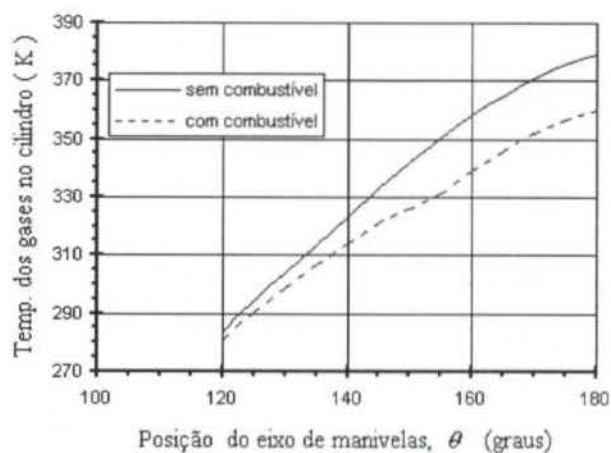


Figura 3 - Temperatura dos gases no cilindro

A Figura 4 representa a fração mássica de combustível vaporizado durante o estágio de compressão, a qual foi obtida pela aplicação das Eqs. (12) e (11), e dos valores de temperaturas calculados, que estão apresentados na Figura 3. Nota-se que, ao final do estágio de compressão, o total de combustível vaporizado foi de aproximadamente 2,4%. Isto equivale à uma queda de temperatura de 20°C entre as duas situações de carga admitida, tal como pode ser verificado pela análise da Figura 3. Para o combustível em questão, o valor de \bar{T}_{int} utilizado foi de 140°C .

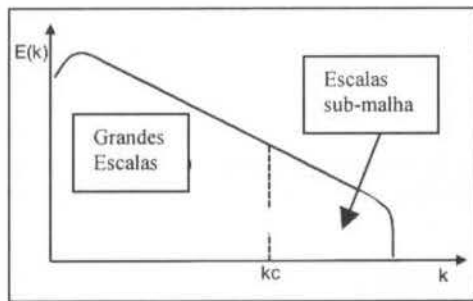


Figura 2. Espectro de energia para escoamentos turbulentos monofásicos: grandes escalas e escalas sub-malha.

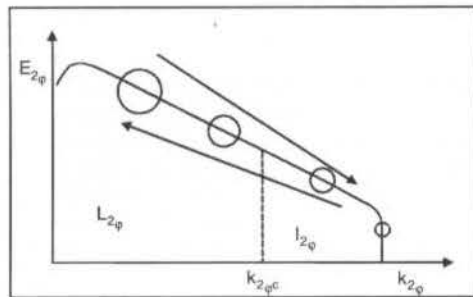


Figura 3. Espectro de energia cinética turbulenta para escoamentos bifásicos; escalas características: $k_{2\phi}$: número de onda bifásico; $k_{2\phi c}$: número de onda bifásico de corte; $L_{2\phi}$: grandes escalas; $l_{2\phi}$: escalas sub-malha bifásicas.

Observando-se esta figura, imagina-se a turbulência como dois grupos de fenômenos: a) injeção, produção, transferência e dissipação de energia cinética turbulenta e b) injeção, produção, transferência e destruição de bolhas. O processo de interação entre estes dois grupos de fenômenos permite a identificação dos fenômenos fundamentais abaixo:

- uma bolha pode criar turbulência devido ao descolamento da camada limite e a formação de uma esteira turbilhonar;
- uma bolha que entra numa região turbulenta do escoamento pode ser deformada pelo escoamento assim como excitar novos modos de instabilidades no escoamento (processo não linear);
- a deformação por cisalhamento pode fragmentar uma bolha e criar várias outras ou simplesmente desaparecer em pequenos fragmentos;
- a rotação e a aceleração de uma bolha pode aproximá-la de uma outra e promover uma coalescência, gerando uma bolha maior;
- os efeitos térmicos podem injetar bolhas no escoamento por processos de nucleação e também gerar gotas por condensação;
- o processo de coalescência de bolhas gera um processo de ascensão de bolhas no espectro de energia;
- a fragmentação cria pequenas bolhas e implica no transporte das mesmas na direção descendente do espectro.
- a fragmentação cria pequenas bolhas e implica no transporte das mesmas na direção descendente do espectro.

Este conjunto de fenômenos cria uma dinâmica de transporte de bolhas ao longo do espectro de energia bifásico. Trata-se de um processo de transferência material que induz novos processos de transporte de massa, energia e quantidade de movimento.

Os modelos sub-malha para escoamentos monofásicos permitem simular a transferência de energia cinética turbulenta assim como do fluxo turbulento de calor sobre o número de onda de corte k_c o qual depende do tamanho da malha de discretização utilizada. Um modelo sub-malha da para turbulência bifásica

(ainda não existente) deve ser também capaz de transportar as bolhas materialmente sobre o número de onda de corte $k_{2\phi}$.

Afim de facilitar a análise deste complexo problema e de se fazer proposições iniciais, os escoamentos bifásicos turbulentos são aqui classificados em três grupos, segundo as escalas envolvidas:

- escoamentos com presença de apenas grandes bolhas: $k_{2\phi} < k_{2\phi c}$;
- escoamentos com presença de apenas pequenas bolhas: $k_{2\phi} > k_{2\phi c}$;
- escoamentos com presença de um largo espectro de bolhas: $k_{2\phi L} < k_{2\phi c} < k_{2\phi \ell}$, onde $k_{2\phi L}$ corresponde às maiores bolhas e $k_{2\phi \ell}$ correspondem às menores.

Com a atual geração de modelos sub-malha, apenas os escoamentos do primeiro e do segundo grupos, podem ser objeto de Simulação de Grandes Escalas. No caso do segundo grupo, onde se tem apenas pequenas bolhas ou partículas, a solução das equações filtradas se dá como se o escoamento fosse monofásico. A presença da fase dispersa é levada em conta apenas no modelo sub-malha da turbulência. Poucos trabalhos foram desenvolvidos neste domínio: Deutsch e Simonin (1991) e Wang e Squires (1996).

Para o primeiro grupo, onde se tem apenas grandes bolhas, quando comparadas com o tamanho da malha de discretização, o campo de velocidade é obtido diretamente da solução das equações de Navier-Stokes filtradas e modeladas com um modelo sub-malha monofásico. Ressalta-se que a presença das interfaces deve ser levada em conta explicitamente, conforme será descrito na unidade de formulação do problema. Modelos sub-malha dos tipos Smagorinsky (1963) e Métails e Lesieur (1992) poderão ser utilizados.

Neste último tipo de escoamento a presença das duas fases implica na necessidade de capturá-las e transportá-las de forma local e instantânea. Fisicamente existe um salto nas propriedades físicas a nível das interfaces. O modelo deve ser capaz de injetar estas variações na solução das equações assim como de levar em conta a presença da força de interface.

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Equações de conservação. Interessa-se pela formulação para escoamentos bifásicos com interfaces móveis. Procura-se escrever um sistema de equações único que sirva para modelar simultaneamente as duas fases. A mistura bifásica é vista como sendo um fluido único, com variações bruscas de propriedades físicas e com fonte de forças de volume ligada à tensão interfacial. Para modelar esta força, a qual atua sobre uma interface muito fina de fluido, faz-se intervir uma força de volume $\vec{F}(\vec{x}, t)$ que atua sobre o elemento de fluido no interior do qual passa a interface e sobre o qual se faz o balanço de quantidade de movimento. Obtém-se assim o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{V} &= 0 & (1) \\ \rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{V} \vec{V}) \right] &= -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g} + & (1) \\ \vec{\nabla} \cdot \left\{ \mu \left(\vec{\nabla} \vec{V} + \vec{\nabla}^T \vec{V} \right) \right\} &+ \vec{F} \end{aligned}$$

Este sistema foi simplificado para se chegar à equação (1) considerando-se que as propriedades físicas só sofrem variações sobre a interfaces. A força $\vec{F}(\vec{x}, t)$ é dada pela equação abaixo:

$$\bar{F}(\bar{x}, t) = \left\{ \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N \bar{f}(\bar{x}_k, t) a_k \delta(\bar{x} - \bar{x}_k) \right\}, \quad (3)$$

$$\bar{f}(\bar{x}_k, t) = \sigma \kappa(\bar{x}_k, t) \bar{n}(\bar{x}_k, t) \quad (4)$$

onde $\delta(\bar{x} - \bar{x}_k)$ é a função delta de Dirac, \bar{x} é o vetor de coordenadas eulerianas e \bar{x}_k é o vetor de coordenadas lagrangeanas que permite acompanhar a interface, a_k é um elemento de área da interface, σ é o coeficiente de tensão interfacial, κ é a curvatura e \bar{n} é a normal. Observa-se que com esta equação esta força só é diferente de zero sobre a interface.

Os campos de propriedades físicas são obtidos com a noção de uma função indicadora a qual assume valores iguais a zero fora de uma bolha, igual a 1 no interior da bolha e valores intermediários sobre a interface. Esta função indicadora pode ser obtida da solução da equação abaixo:

$$\nabla^2 I(\bar{x}, t) = \bar{\nabla} \cdot \bar{G}, \quad (5)$$

onde \bar{G} é o gradiente da própria função indicadora, calculado em função da normal à interface. Conhecida a distribuição $0 \leq I(\bar{x}, t) \leq 1$ pode-se interpolar os valores de base das propriedades físicas utilizando-se as equações abaixo:

$$\rho(\bar{x}, t) = \rho_\ell + (\rho_v - \rho_\ell) I(\bar{x}, t), \quad (6)$$

$$\mu(\bar{x}, t) = \mu_\ell + (\mu_v - \mu_\ell) I(\bar{x}, t), \quad (7)$$

onde os índices ℓ e v referem-se às fases líquida e vapor respectivamente ou, de forma mais genérica, à fase contínua e à fase dispersa. Com estas equações obtêm-se os campos de velocidade e de pressão eulerianos.

O transporte da interface pode ser feito com uma equação lagrangeana:

$$\frac{d\bar{x}_k}{dt} = \bar{V}(\bar{x}_k, t), \quad (8)$$

onde $\bar{V}(\bar{x}_k, t)$ é a velocidade lagrangeana dos pontos que definem a interface. Esta velocidade é obtida interpolando-se as velocidades eulerianas. Com isto resolve-se esta equação e determina-se as posições sucessivas da interface. Este método, conhecido como captura de interface (*front tracking*), foi desenvolvido por Peskin (1977) para simulação do processo de bombeamento de um coração. A caracterização geométrica da interface é feita utilizando-se de polinômios de Lagrange. Este método foi recuperado mais tarde por Uverdi e Trygvason (1992) e adaptado para modelagem de escoamentos com a presença de interfaces. A formulação detalhada foi rerepresentada por Silveira-Neto e Emonot (1997).

RESULTADOS

As equações apresentadas foram resolvidas utilizando-se do método dos volumes finitos com malhas deslocadas e de um esquema temporal semi-implícito. Não foi utilizado nenhum modelo de turbulência considerando-se que nestes testes iniciais trabalhou-se com escoamentos a baixos números de Reynolds objetivando-se testar a metodologia de transporte de interfaces.

Escoamentos governados pela gravidade foram simulados. Para tanto as equações precedentes foram adimensionalizadas utilizando-se das seguintes grandezas características: $U = \sqrt{dg}$

(velocidade característica) e $t = \sqrt{d/g}$ (tempo característico). Após o processo de adimensionalização, surgem os seguintes parâmetros sem dimensões:

$$\left\{ \begin{aligned} Re &= d^{3/2} \sqrt{g} \rho_\ell / \mu_\ell \\ Eo &= \rho g d^2 / \sigma \\ F_i^* &= \frac{F_i}{\sigma / d^2} \\ R_\rho &= \rho / \rho_\ell \\ R_\mu &= \mu / \mu_\ell \end{aligned} \right. \quad (9)$$

Estes parâmetros são respectivamente os números de Reynolds e Eotvos, a força interfacial, a relação entre as densidades e a relação entre as viscosidades das fases. Utilizou-se como comprimento característicos o diâmetro d das bolhas.

No primeiro caso simulado os parâmetros adimensionais foram estabelecidos de tal forma a se simular o movimento de uma bolha pequena e com fortes efeitos de tensão interfacial.

Na Figura 4 mostra-se a evolução temporal da bolha. Nesta figura foi feita uma transformação de coordenadas de forma a se visualizar as linhas de corrente em torno e no interior da bolha à medida que ela se movimentava no sentido ascendente. Observa-se que a ela permanece indefinível como esperado. É curioso observar a formação das duas células contrarotativas no seu interior. Considerando que nenhuma partícula pode cruzar a interface (escoamento sem mudança de fases), então a indução de movimento no interior da bolha só pode ocorrer por difusão molecular. À medida que o movimento exterior se intensifica difunde-se quantidade de movimento para o interior, formando-se estas recirculações.

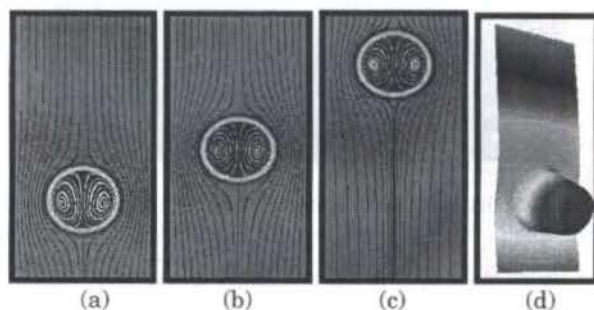


Figura 4. Transporte e deformação de uma bolha, visualiza-se a função indicadora e as linhas de corrente e a pressão (d); $\rho_\ell / \rho_v = 40$; $\mu_\ell / \mu_v = 493$; $Eo = 1$; $Re = 10$; o tempo varia de $t=1$ à $t=6 \sqrt{h/g}$.

Na Figura 4 (d) mostra-se o salto de pressão sobre a interface. Demonstra-se que o valor teórico deste salto de pressão, para uma interface circular é dado por $\Delta p_I^* = 2 / Eo$. Observa-se que para este caso específico, tem-se $Eo=1$, o que fornece $\Delta p_I^* = 2$ (valor teórico). O valor obtido pela solução das equações é $\Delta p_{sn}^* = 2,01$ (valor obtido via simulação numérica). O erro da simulação em comparação com a teoria é de 0,5%.

O estado terminal deste escoamento, isto é, o estado para o qual as forças de empuxo e viscosas se equilibram, Figura 4 (c), é comparado com uma visualização experimental, fisicamente semelhante à simulada (Clift *et al.*, 1978). Na figura 5 ilustra-se esta comparação. Observa-se em ambos os casos a presença das células recirculantes no interior da bolha. É notável a semelhança qualitativa dos dois resultados.

O transporte de uma bolha em regime de alto número de Reynolds o que pode ser interpretado como uma bolha de grande diâmetro, de alto Eotvos, $Eo=104$, ou seja, baixa tensão interfacial, foi simulado e está ilustrado na Figura 6. Neste caso a deformação da bolha é muito forte, formando caudas inicialmente, as quais se fragmentam e dão origem a bolhas menores. Este processo de deformação é criado pelos efeitos viscosos sobre a interface e pela esteira turbilhonar que se forma à jusante da bolha. Esta esteira pode ser visualizada na Figura 7 (c) com a ajuda das linhas de corrente.

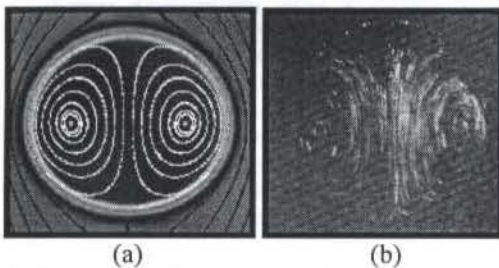


Figura 5. Comparação da visualização numérica e experimental do movimento no interior de uma bolha : (a) simulação numérica e (b) visualização experimental (Clift *et al.*, 1978).

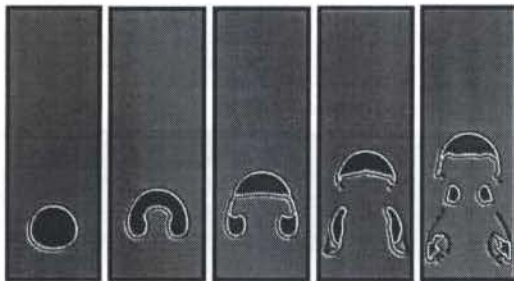


Figura 6. Bolha com baixa tensão interfacial; fortes efeitos de deformação; $\rho_l / \rho_v = 40$; $\mu_l / \mu_v = 85$; $Eo = 104$; $Re = 10.000$; o tempo varia de $t=1$ à $t=10 \sqrt{h/g}$.

Os efeitos relativos da tensão interfacial, do diâmetro da bolha são comparados na Figura 7. Percebe-se que à medida que a tensão interfacial diminui (aumenta-se Eo) e que o diâmetro aumenta (aumenta-se Re) o processo de deformação se intensifica, como se espera fisicamente.

O estado terminal ilustrado pela Figura 7 (b) é também comparado com uma visualização experimental. Esta comparação é apresentada na Figura 8, onde se observa uma boa semelhança geométrica entre os dois resultados.

Um regime de movimento muito interessante pode ser obtido quando se trabalha com um par de Eo e Re tal que a bolha entra em movimento oscilante, conhecido em inglês como sendo *wobbling*. Consultando o diagrama de forma experimental de Clift *et al.* (1978), verifica-se que este regime pode ser obtido com o par $(Eo, Re) = (1, 1000)$. Esta simulação foi realizada e o resultado está ilustrado na Figura 9.

Observa-se que este tipo de comportamento oscilante pode ser explicado pela dinâmica dos escoamento interno e externo à bolha, combinada com a resistência à deformação, oferecida pela alta tensão interfacial. Inicialmente o escoamento é simétrico tanto interna quanto externamente. No interior formam-se duas recirculações simétricas e no exterior formam-se dois turbilhões à jusante da bolha, igualmente simétricos. Uma leve perturbação numérica injetada pelo cálculo é suficiente para perturbar o sistema e gerar uma leve assimetria no conjunto e o processo oscilante se inicia. Observa-se na Figura 9 (b) que existe um turbilhão à esquerda mais próximo da bolha o que cria uma queda de pressão e uma maior resistência ao movimento deste lado. A bolha se inclina para a esquerda! Na Figura 9 (i) observa-se o contrário e a bolha se inclina para a direita.

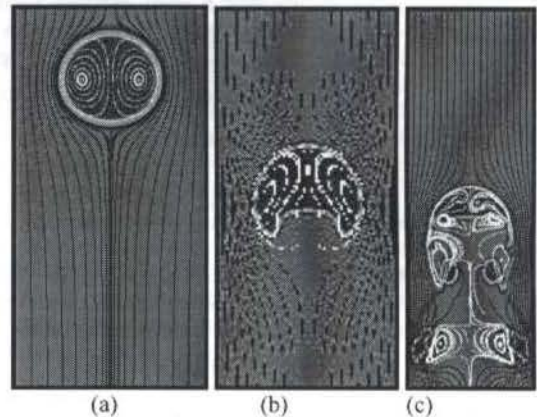


Figura 7. Deformação de bolhas com diferentes valores da tensão interfacial : (a) $Eo=1$ e $Re=10$; (b) $Eo=104$ e $Re=10$; (c) $Eo=104$ e $Re=10.000$.

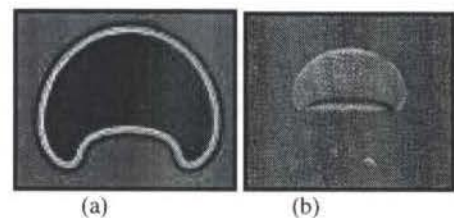


Figura 8. Comparação da visualização numérica (a) e experimental (b), Clift *et al.*, (1978); $Eo=104$ e $Re=10$.

O processo de deformação está presente. Ele também não é uniforme pois à medida que surgem regiões com pequenos raios de curvatura a tensão cresce de forma a restaurar a circunferencialidade da interface. Este é apenas um exemplo de utilização de resultados de experimentação numérica para explicar a física do problema e complementar a compreensão já adquirida experimentalmente.

Nota-se ainda que a simulação permite evidenciar outro tipo de detalhe bastante rico em informação física (Figura 10): o fato do escoamento interno ter se tornado assimétrico permite gerar um processo dinâmico com a presença diversos turbilhões, inclusive do clássico aparelhamento turbilhonar típico da transição à turbulência. Ressalta-se o fato de se tratar do escoamento no interior de uma bolha! Esta informação é muito importante para se entender que o processo de modelagem da

turbulência preconizado no início do trabalho é necessário para todo o escoamento, interno e externo às interfaces.

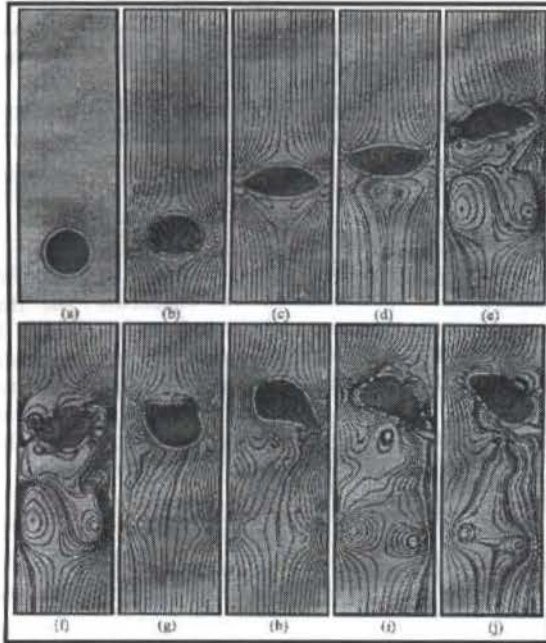


Figura 9. Transporte de uma bolha em regime *wobbling*; apresenta-se uma série temporal dos campos de função indicadora e das linhas de corrente; $\rho_l/\rho_v=40$; $\mu_l/\mu_v=85$; $Eo=1$; $Re=10.000$; o tempo varia de $t=1$ a $t=9 \sqrt{h/g}$.

Na Figura 11 apresenta-se a comparação com a visualização experimental de Clift *et al.* (1978) em condições físicas similares. Percebe-se a semelhança entre o comportamento global dos dois escoamentos: deformação da bolha e formação de esteira turbilhonar de Von Karman à jusante da bolha.



Figura 10. Detalhe da Figura 9 (d), evidenciando o processo de aparelhamento turbilhonar no interior da bolha.

Objetivando-se uma comparação semi-quantitativa dos resultados numéricos, várias configurações de escoamentos foram simuladas variando-se os parâmetros adimensionais que controlam o escoamento, ou seja, Reynolds, Eotvos e Weber (Morton).

Na Figura 12 os resultados numéricos, cores mais escuras, foram superpostos aos esquemas ilustrativos de Clift *et al.* (1978). Visualiza-se as linhas divisoras dos tipos fundamentais de formas observadas nas experiências: esféricas, elipsoidais, oscilante, calota elíptica e calota esférica. É interessante observar que as formas obtidas

numericamente coincidem com as formas previstas experimentalmente para os valores escolhidos dos três parâmetros de controle. Por exemplo, para $Re=10$ e $Eo=1$ obtém-se uma geometria esférica, como se prevê experimentalmente. Isto se deve ao fato que este par de valores correspondem a pequenas bolhas com fortes tensões interfaciais.

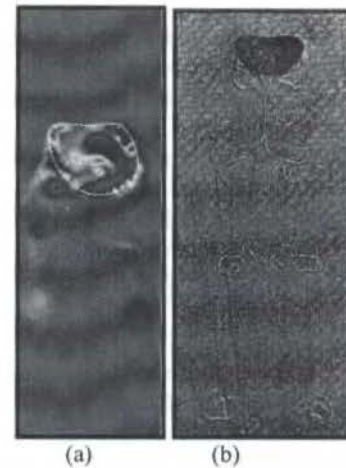


Figura 11. Comparação numérico experimental: simulação da Figura 9 e experiência de Clift *et al.* (1978).

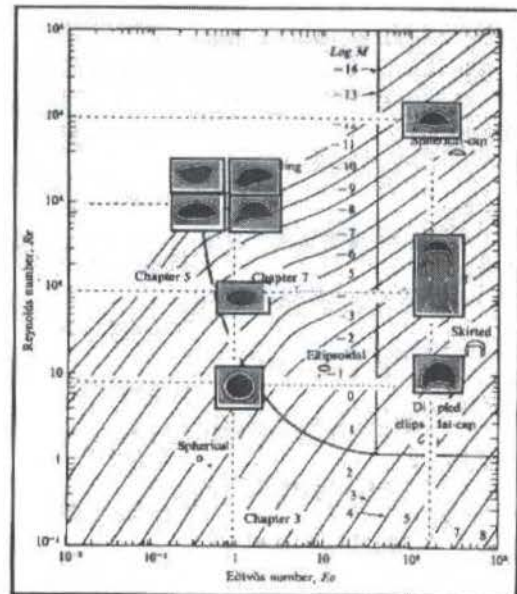


Figura 12. Diagrama de forma: comparação das formas determinadas numericamente com as formas determinadas experimentalmente (Clift *et al.* 1978).

Outras configurações interessantes são obtidas fixando-se $Eo=2 \times 10^2$ e variando-se Re de 10 a 10.000 com o que se caracteriza bolhas de grandes diâmetros e baixas tensões interfaciais. Este tipo de bolha sofre fortes deformações seguidas de fragmentação como ilustrado na Figura 6. A forma visualizada no canto direito superior da Figura 12 corresponde ao estado terminal do escoamento quando a bolha já atingiu um tamanho muito menor que o tamanho inicial. É importante ressaltar que os parâmetros de controle foram calculados com base na geometria inicial e não nesta geometria final visualizada. Acredita-se que o

autor experimentalista tenha dado a mesma interpretação ao seu diagrama esquemático.

Em resumo os resultados numéricos mostram que a modelagem apresentada representam com boa precisão as observações experimentais.

CONCLUSÕES

O método de captura e transporte de interfaces (*front tracking method*) foi utilizado com sucesso para a modelagem e simulação de escoamentos bifásicos governados por gravidade. Os resultados preliminares obtidos foram comparados com resultados existentes na literatura e a concordância obtida é bastante encorajadora. O método será estendido e aplicado para o transporte de várias bolhas simultaneamente. Objetiva-se ainda a implementação de modelos de turbulência para a aplicação de Simulação de Grandes Escalas de escoamentos bifásicos.

Objetiva-se ainda a utilização desta metodologia para a simulação de situações físicas de difícil análise experimental. Por exemplo, é de grande interesse poder simular o processo de interação interface/escoamento: uma estrutura turbilhonar excita novos modos de vibração sobre a interface e estas vibrações por sua vez excitam a formação de novas estruturas turbilhonares no escoamento. Muitos são os aspectos físicos que podem ser analisados alternativamente por simulação numérica.

Em conclusão, este projeto dá abertura a uma série de desenvolvimentos metodológicos para a solução de complexos problemas de Dinâmica dos Fluidos.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi desenvolvido no Commissariat à l'Énergie Atomique de Grenoble - França, com o suporte financeiro do CNPq e da Universidade Federal de Uberlândia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bradshaw, P., Launder, E. B. e Lumley, J. L., 1996, "Colaborative testing of turbulence models", J. Fluid Engineering, vol. 118, pp. 243-247.

Clift, R., Grace ; J. R. e Weber, M. E., 1978, "Bubbles, drops and particles", Academic Press.

Deutch, E. et Simonin, °, 1991, "Large-Eddy Simulation applied to the modeling of particulate transport in turbulent two-phase flows", 8th Symp. On Turbulent Shear Flow, Tec. Univ. Munich, pp. 1-6.

Gharib, M., 1996, "Perspective: the experimentalist and the problem of turbulence in the age of supercomputers", J. Fluid Engineering, vol. 118, pp. 233-242.

Lesieur, M., 1994, "La turbulence", presses Universitaires de Grenoble, France.

Métais, O. e Lesieur, M., 1990, "Spectral and Large-Eddy Simulations of isotropic and stably-stratified turbulence", J. Fluid Mech., vol. 239, pp. 157-194.

Peskin, C. S., 1977, Numerical analysis of blood flow in heart, J. of Computational Physics, 25, pp. 220-252.

Silveira-Neto, A, Emonot, P., 1997, "Simulation numérique fine des écoulements turbulents diphasiques non miscibles, Note technique CEA-Grenoble/DTP/SMTH/LATA/97-06, França.

Smagorinsky, J., 1963, "General Circulation Experiments with Primitive Equations", Mon. Weather Rev., vol. 91, pp. 99-164.

Unverdi, S. O. and Tryggvason, G., 1992, A front-tracking method for viscous, incompressible, multi-fluid flows, J. Computational Physics, 100, pp. 25-37, 1992.

Wang, Q. and Squire, D., 1996, "Large-Eddy Simulation of particle deposition in a vertical turbulent channel flow", Int. J. Multiphase Flows, vol. 22, pp. 667-683.

SUMMARY

An investigation about the applicability of Large-Eddy Simulation of two-phases flows was conducted. The front-tracking method for viscous incompressible flows is presented. The eulerian Navier-Stokes equations and lagrangian interface transport equations are solved simultaneously. Preliminary two-dimensional simulations of single bubbles transport are presented to illustrate the applicability and the potentialities of the method. The numerical results compare well with experimental results.

EVOLUTION OF PRESSURE DROP INSIDE DIFFERENT LAYERS OF AN ATMOSPHERIC FLUIDIZED BED

Paiva, J. *, Pinho, C. ** and Figueiredo, R. ***

* Dept de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial
Escola Sup de Tecnologia do Instituto Politécnico de Viseu
3500 Viseu Portugal. Email: jmonney@demgi.estv.ipv.pt

SUMMARY

Quantitative data are presented for a 100 mm internal diameter vertical atmospheric fluidized bed, divided into 5 sections of 50 mm high each, using spherical silica particle having diameter ranges of 355-425 and 600-710 μm , concerning a series of experiments to measure the evolution of pressure drop with the bed height. A correlation for this pressure drop, with bubble growth explicitly incorporated, is presented and is in fact a measure of global voidage increase with gas flow rate.

INTRODUCTION

Quantitative data are presented for a vertical atmospheric fluidized bed using spherical silica particles of two size ranges 355-425 and 600-710 μm , concerning a series of experiments to determine the evolution through the bed of its pressure drop per bed length. The experiments were all carried out in a 100 mm inside diameter perspex tube, with air at ambient conditions as the fluidizing medium. The bed is divided into five equally sized slices of 50 mm height each. All the slices were monitored with three pressure probes per slice set 60° apart, measured values being thus the average of these three values.

Using a two-phase model (Davidson, 1963) for the fluidized bed, with the bubble growth explicitly incorporated, there is the recognition of a decrease of the pressure drop/height of the bed, in opposition to the generally accepted idea of a constant value of this ratio. This behavior explicitly traduces the increase in the average global porosity of the whole bed, emulsion or dense phase plus bubbles, with the increase of the mass flow rate of the fluidizing medium.

On the other hand, in the evaluation of a slice pressure drop, pressure probes have a fixed position while bed expands due to flow increase, i.e., between two consecutive pressure probe layers bed overall density will diminish with fluidization air flow, whereas when the overall bed pressure drop is being measured the upper pressure probe is the atmosphere, and so it continually adjusts itself according to bed height changes.

The fact that the pressure probes are fixed/static in what concerns the height of the bed is in opposition to the virtual 'floating' pressure probe, that is, the atmosphere. Therefore, data presented for each bed slice's pressure drop is actually a measure or an indication of the global voidage increase of that portion of the bed.

Typical experimental results are shown in Figures 3 and 4, for 355-425 and 600-710 μm , respectively.

EXPERIMENTAL LAY-OUT AND PROCEDURES

The experimental set up consists of a fluidized bed made with a perspex tube 100 mm id, 3 mm thick and 500 mm high.

The fluidizing medium is atmospheric air, and its flow rate measured with a thin-plate orifice flowmeter. Differential pressure drop measurements on the orifice plate are sent to a data acquisition system.

The experiments were all carried out with spherical glass ballotinis previously screened and weighed with t tests, in the ranges of 355-425 and 600-710 μm . The particle density was 2500 kg/m^3 . Fluidizing air superficial velocities were in the 0-1.4 m/s at standard pressure and temperature. The static bed height was of 250 mm above the distributor plate, which consists

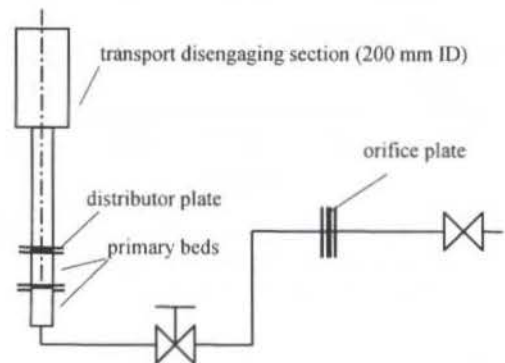


Figure 1- Experimental lay-out.

of a perspex plate, perforated with 984 0.3 mm equally spaced holes, to obtain uniform gas flow at the bottom. To help aiming at this purpose, two consecutive primary fixed beds, the first with 20 mm and the second with 3 mm diameter silica spheres were used.

Pressure drop measurements were made every 50 mm, with 3 pressure probes 60° set apart, starting at a point just above the distributor plate, to the top set at 250 mm, each probe calibrated against U-tube water pressure gauges (see Figure 2).

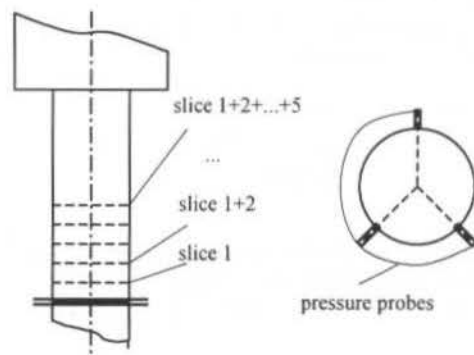


Figure 2- Slices and probe settings.

Starting with high air flows and having the bed well fluidized, values for each slice's pressure drop were recorded for several decreasing flowrates, corresponding to U_0/U_{mf} ratios from 5 to 1, that is, until minimum fluidization conditions occurred. The data acquisition system made readings every 200 ms, then arithmetically weighed in order to output at 1 s interval values. Afterwards these were averaged for each position of the flowmeter and the dubious points eliminated according to Chauvenet's criterion (Holman, 1994). The accumulated results were the object of analysis on a basis of added slices from 1 to 5, 1 being the nearest slice from the distributor plate (see Figure 2).

Typical results of pressure drop behavior versus air flow rate are shown in Figures 3 and 4, for each of the above mentioned size ranges.

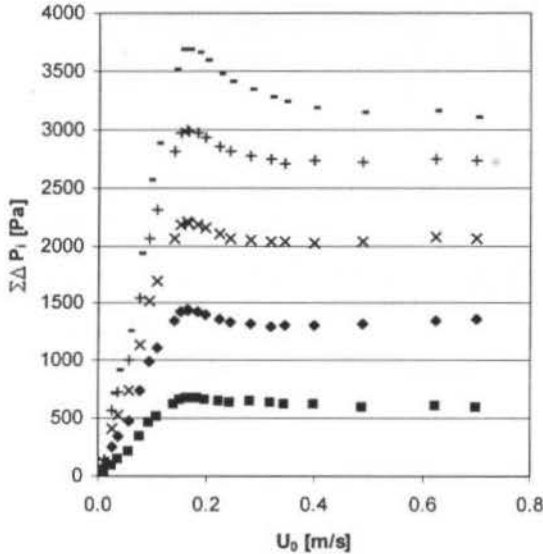


Figure 3- Accumulated pressure drop per slice versus superficial velocity, ballotinis 355-425 μm .
(slices: ■: 1, ◆: 1+2, ×: 1+2+3, +: 1+2+3+4, -: 1+2+3+4+5)

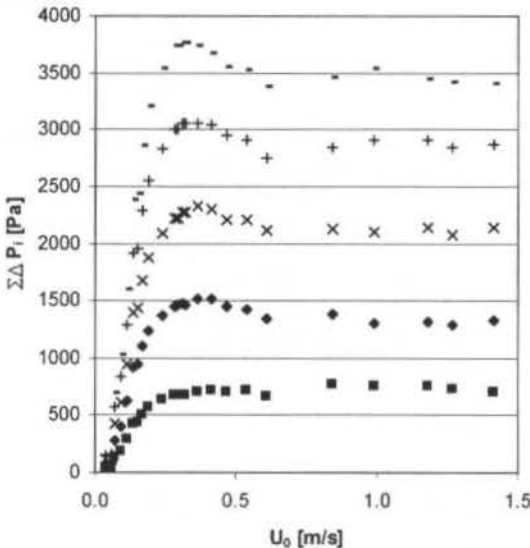


Figure 4- Accumulated pressure drop per slice versus superficial velocity, ballotinis 600-710 μm .
(slices: ■: 1, ◆: 1+2, ×: 1+2+3, +: 1+2+3+4, -: 1+2+3+4+5)

THEORETICAL CONSIDERATIONS

As stated on common literature on fluidization, there is a point in fluidization when the particles are all just suspended in the upward flowing gas, where the frictional forces between the particle and fluid counterbalances the weight of the particles, the vertical component of compressive forces among particles disappears due to the increase in void, and the pressure drop equals the weight of fluid plus particles per area of the corresponding section. This point is usually referred to as the point of minimum fluidization, and a force balance leads to the following equation (Kuni and Levenspiel, 1969),

$$\Delta P = (\rho_p - \rho_f) \cdot (1 - \epsilon_{mf}) \cdot L_{mf} \cdot g \quad (1)$$

in which L_{mf} is the bed's height at minimum fluidization conditions and ϵ_{mf} the bed voidage at that point.

Rearranging and assuming that the dense phase remains at minimum fluidization conditions, with any increase in flow rate beyond that point, we find, usually in good agreement with experimental results,

$$\Delta P = (\rho_p - \rho_f) \cdot (1 - \epsilon_{mf}) \cdot L_f \cdot g \quad (2)$$

with L_f being the bed's height attained in a particular regime, measured from the distributor plate till the free surface of the bed. This equality, which has been experimentally verified many times under these conditions, is usually considered to constitute the fundamental fluidization condition (Couderc, 1985).

Most theoretical approaches to bubbling bed's behavior try to account for the rise of single bubbles through the dense phase. Davidson's (1963) elegant model states, in accordance with the original theory proposed by Toomey and Johnstone (1952), that all gas in excess of that needed to bring a bed of solids to minimum fluidization conditions passes through it in bubble's form, and is usually written

$$\frac{Q_b}{A} = U_0 - U_{mf} \quad (3)$$

where Q_b is the volumetric flow through bubbles, A the bed cross section, U_0 and U_{mf} the superficial and minimum superficial fluidization velocities, respectively.

The ultimate aim of all these studies is to understand the behavior of rising bubbles in gas fluidized beds using ordinary distributors, which produce continuous crowds of bubbles. The relative velocity between the dense phase and bubbles being unaffected by the interaction between neighboring bubbles, this velocity should be the rise velocity of single bubbles in beds at minimum fluidizing conditions (Davidson and Harrison, 1963), or

$$U_{br} = K' \sqrt{g \cdot D_b} \quad (4)$$

However, observed rise velocities are generally smaller than predicted by equation (4) when using a value of 0.711 for K' . For groups A and B (Geldart, 1973) typical values are from 0.5 to 0.66 (Davidson, Harrison and Guedes de Carvalho, 1977).

As one can see from the published correlations for estimating D_b , the equivalent spherical diameter of bubble, namely Rowe (1972), Werther (1976), Yacono (1975), Yasui and Johanson ((1958), Park *et al.* (1969), Geldart (1972) and Darton *et al.* (1977), they always are presented in the form

$$D_b = K \cdot (U_0 - U_{mf})^n \quad (5)$$

K being a numerical constant depending on the height of the bed, the particle diameter and/or the number of holes in the distributor plate. This allows expressing U_{br} in a similar form

$$U_{br} = k \cdot (U_0 - U_{mf})^n \quad (6)$$

where k must reveal the same type of dependence as K.

Then, the absolute rise velocity of bubbles in common bubbling beds (Kuni and Levenspiel, 1969) shall be given by

$$U_{ba} = U_0 - U_{mf} + k \cdot (U_0 - U_{mf})^n \quad (7)$$

Although experimental evidence indicates that rising bubbles contain a certain amount of solids within, one can ignore it and take the bubble void fraction as

$$\epsilon_b = 1$$

Being δ the volume fraction of bubbles in the bed, then

$$\delta = 1 - \frac{L_{mf}}{L_r} \quad (8)$$

On a superficial velocity basis the upward flow of gas in the dense phase is U_{mf} and through the bubble phase is $U_{ba} + \beta U_{mf}$ (Davidson and Harrison, 1963). Thus the relationship between the total flow and the flow that passes through the two phases is

$$U_0 = (1 - \delta) \cdot U_{mf} + \delta \cdot (U_{ba} + \beta \cdot U_{mf}) \quad (9)$$

where β is a factor representing the number of times the bubbles are processing the amount of gas passing by the equivalent section of the dense phase, in the same time interval, and is usually indicated as taking a value of 2 or 3 for two or three-dimensional bubbles, respectively.

As can be noticed from Figures 2 and 3, pressure drop through slices of constant height reveals a decreasing value as mass flow rate goes beyond minimum fluidization point, due to the leaning of the number of particles in those sections, thus increasing the average slice voidage.

Therefore, it is no longer correct to account for the weight of particles in a certain section of the bed solely on a volume basis corrected by the dense phase voidage. As according to the two-phase model, the dense phase keeps its identity, we propose the introduction of the increase of fractional void of bubbles in the bed's slices, resulting in the following equation:

$$\Delta P = (\rho_p - \rho_f) \cdot (1 - \epsilon_{mf}) \cdot L \cdot g \cdot (1 - \delta) \quad (10)$$

Combining Eqns. (7), (9) and (10) and rearranging, the pressure drop per slice becomes

$$\Delta P = (\rho_p - \rho_f) \cdot (1 - \epsilon_{mf}) \cdot L \cdot g \cdot \frac{M_1 + U_{mf}}{M_1 + U_0} \quad (11)$$

with

$$M_1 = (\beta - 2) \cdot U_{mf} + k \cdot (U_0 - U_{mf})^n \quad (12)$$

The adjustment of results of equation (11) to experimental pressure drop points leads to δ values far from measurable values using equation (8). It thus induces a more elaborated relation suggesting a function of δ , such as

$$\Delta P \propto \left(1 - \frac{\delta}{\alpha}\right) \quad (13)$$

with α depending on the size of the particles, group of Geldart's classification and bed diameter.

Introducing the pressure drop at minimum fluidization conditions for a certain slice i

$$\Sigma \Delta P_{mf} = (\rho_p - \rho_f) \cdot (1 - \epsilon_{mf}) \cdot x_i \cdot g \quad (14)$$

in which x_i is the distance from the distributor plate to the slice under analysis, one can rewrite equation (10) by inserting the proportionality factor according to expression (13) into equation (14), so that

$$\Sigma \Delta P_i = \Sigma \Delta P_{mf} \cdot \left\{ 1 - \frac{U_0 - U_{mf}}{\alpha \cdot [k \cdot (U_0 - U_{mf})^n + U_0 + (\beta - 2) \cdot U_{mf}]} \right\} \quad (15)$$

where U_{mf} is the minimum fluidization velocity for the slice i .

For $n = 1$ equation (15) becomes

$$\Sigma \Delta P_i = \Sigma \Delta P_{mf} \cdot \frac{(M - 1) \cdot U_0 - (N - 1) \cdot U_{mf}}{M \cdot U_0 - N \cdot U_{mf}} \quad (16)$$

with

$$M = \alpha \cdot (k + 1) \quad (17)$$

and

$$N = \alpha \cdot (k + 2 - \beta) \quad (18)$$

DISCUSSION OF RESULTS

The result of applying equation (16) to the essays that conducted to the results expressed in Figures 3 and 4 is shown by the solid lines in Figures 5 and 6.

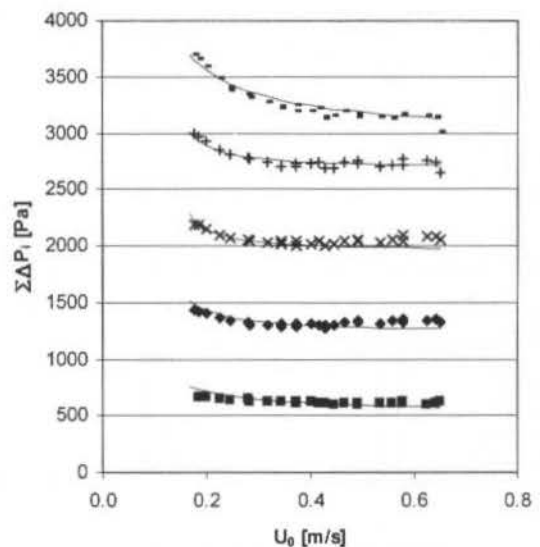


Figure 5- Curve fitting (solid lines) according to equation (14), ballotinis 355-425 μ m.
(slices: ■: 1, ♦: 1+2, x: 1+2+3, +: 1+2+3+4, -: 1+2+3+4+5)

Only values of superficial velocities above U_{mf} are used as there are no presence of bubbles until then.

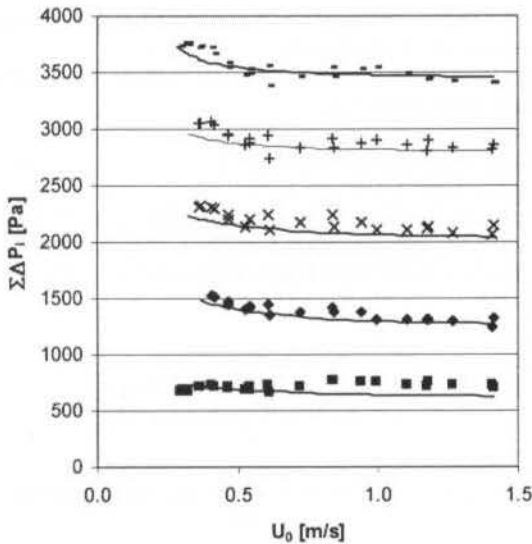


Figure 6- Curve fitting (solid lines) according to equation (14), ballotinis 600-710 μm .
(slices: ■: 1, ◆: 1+2, x: 1+2+3, +: 1+2+3+4, -: 1+2+3+4+5)

In general there is a good correlation between experimental data and values for equation (16), exception made for the first slice where the presence of jets hides the global behavior of the pressure drop.

There was the recognition of a better fit using β values of 2...3.5. Used k values were in the range 0.6...2.5.

Table 1 and 2 contains the numerical values used to obtain the fits of Figures 5 and 6.

Table 1- Assigned parameters for 355-425 μm ballotinis

slices	β	n	k	α
1	2.5	1	0.71	2
1+2	2.0	1	1.00	3
1+2+3	2.0	1	1.80	3
1+2+3+4	2.0	1	1.80	4
1+2+3+4+5	2.5	1	0.70	3

Table 2- Assigned parameters for 600-710 μm ballotinis

slices	β	n	k	α
1	3.5	1	0.60	3
1+2	2.5	1	0.90	3
1+2+3	3.5	1	1.50	4
1+2+3+4	3.5	1	2.50	5
1+2+3+4+5	2.5	1	2.00	5

The model assumes an average constant dense phase voidage fraction of 0.42.

A deeper analysis of the physical meaning of dimensionless parameter α is being carried out and will be dealt within future works.

CONCLUSIONS

1. Data presented for each bed slice's pressure drop is a measure of the global voidage increase of that portion of the bed.

2. The pressure drop of the two-phase flow is estimated based only on properties and measurable velocities, bubble voidage being calculated values. In order to use equation (16) the minimum fluidization velocity at that height, U_{mf} , must be known.

Though there are many established methods for estimating the minimum fluidization velocity, a combination of visual observation and ΔP versus U_0 analysis seems adequate.

3. The value of δ is consistent with experimental measurements of L_f , so the correction needed to the pressure drop decrease for augmented flow rates is not a single function of δ .

4. Values of α were calculated through a curve fitting software to adjust equation (16) to the experimental data.

Still, the understanding of true physical meaning of dimensionless parameter α needs the inclusion of some kind of relation that traduces the combined influence of the particle diameter, its physical properties and the height of the bed considered for analysis. Some work is already being done around this subject.

LIST OF SYMBOLS

A	bed cross section
D_b	equivalent spherical diameter of bubble
g	acceleration due to gravity
k	dimensionless parameter
K	dimensionless parameter
K'	dimensionless parameter
L_f	bed's height for mass flow rates after minimum fluidization point
L_{mf}	bed's height at minimum fluidization conditions
n	a number
Q_b	volumetric flow of bubbles
U_0	superficial fluidization velocity
U_{ba}	absolute velocity of single bubbles
U_{br}	relative velocity of single bubbles in beds at minimum fluidizing conditions
U_{mf}	minimum fluidization velocity
U_{mf}^i	minimum fluidization velocity at height x_i
ΔP	bed pressure drop
$\Sigma \Delta P_i$	bed pressure drop of i slice
$\Sigma \Delta P_{mf}^i$	bed pressure drop of i slice at minimum fluidization conditions
x_i	distance from the distributor plate to the slice i
α	dimensionless parameter
β	ratio of the amount of gas passing by bubbles and by an equivalent section of the dense phase
δ	volume fraction of bubbles in the bed
ϵ_b	bubble void fraction
ϵ_{mf}	bed voidage
ρ_f	gas density
ρ_p	solids density

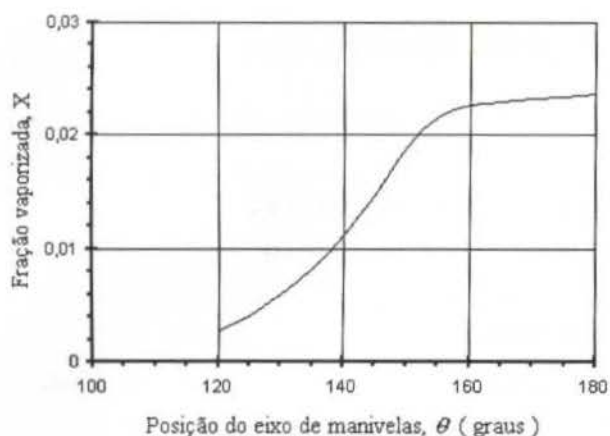


Figura 4 - Fração de combustível vaporizado

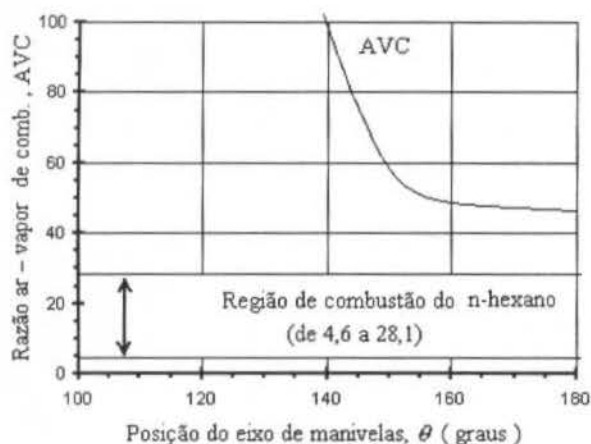


Figura 5 - Razão ar- vapor de combustível no cilindro

Na Figura 5 estão apresentados a razão ar-vapor de combustível produzida durante o processo e a região de combustão do n-hexano. Verifica-se que ao final do estágio de compressão, ($\theta = 180^\circ$), não há vapor suficiente para ignição da mistura: a curva AVC está fora da região de combustão, que no caso do n-hexano, varia desde 28:1 (mistura pobre) até 4,6:1 (mistura rica). Isso significa que, para a atual condição de funcionamento do motor, não haverá partida (resultado comprovado na experimentação de Nakajima) caso não seja utilizado algum método para aumentar a taxa de vaporização do combustível, como por exemplo, provocando-se uma diminuição da pressão de admissão, resultando assim, em uma maior vaporização do combustível (Santos, 1985).

CONCLUSÃO

Utilizando-se o procedimento aqui apresentado, pode-se facilmente determinar a fração mássica de combustível vaporizado no interior do cilindro, por simples medições de pressões. Com esse valor em mãos, torna-se mais coerente o projeto de dispositivos para implementação da operação do motor, pois agora sabe-se em quanto deve-se aumentar a taxa de vaporização do combustível para obter-se uma partida adequada, um bom funcionamento durante o período de aquecimento e um melhor rendimento durante o regime de operação.

É importante notar que a formulação aqui desenvolvida prevê o quanto foi vaporizado do combustível líquido que foi admitido pelo cilindro. Numa partida a frio, este resultado é direto, já que a quantidade de vapor produzido no coletor de admissão é desprezível; porém, no caso de uma situação de regime, deve-se determinar quanto do combustível foi vaporizado durante o período de admissão.

Conclui-se também que o calor latente de vaporização do combustível é a característica que possui maior influência no processo de formação de uma mistura adequada de ar e vapor de combustível para a partida. Isso pode ser comprovado analisando-se os termos da Eq. (11): quanto maior o calor latente de vaporização (L), menor será o divisor da equação visto que o termo que representa o aquecimento sensível do combustível ($c_p \cdot (T_{sat} - T_{ic})$) possui valor semelhante para todos os combustíveis. Sendo assim, quanto maior L, menor será a taxa de vaporização do combustível. Caso os valores de pressão medidos por Nakajima (Figura 2) fossem obtidos pelo uso de etanol, os cálculos de fração de combustível vaporizado resultariam em valores inferiores aos obtidos com n-hexano visto que o etanol possui um calor latente de vaporização cerca de 2,5 vezes maior que do n-hexano.

REFERÊNCIAS

- Ávila, M.T.; Santos, A.M., 1993, "Uso do Etanol Pré-Vaporizado em Motores de Ignição por Centelha", *Society of Automotive Engineers*, São Paulo, SAE paper n. 931631.
- Chin, S.J.; Durrett, R.; Lefebvre, A.H., 1984, "The Interdependence of Spray Characteristics and Evaporation History of Fuel Sprays", *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* - Transactions of ASME, v.108, p. 639-644, Jul.
- Feitosa, M. V., 1998, "Estudo da partida a frio em motores movidos a etanol", São Carlos, Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Liu, X.Q. et al., 1984, "Simulation of Fuel Droplet Gaseification in SI Engines", *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* - Transactions of ASME, v.106, p.849-853, Oct.
- Nakajima, Y. et al., 1978, "The Influence of Fuel Characteristics on Vaporization in S.I. Engine Cylinder During Cranking at Low Temperature", *Society of Automotive Engineers*, Warrendale, SAE paper n.780612.
- Santos, A.M., 1985, "Partida a frio de motores a álcool etílico com auxílio do afogador", *Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, 8. São José dos Campos, 1985. Anais. São José dos Campos: ABCM.

ABSTRACT

Cold start problems and bad operation during the heating period, are common in ethanol and methanol fueled engines. So, through a thermodynamic model who represents a system containing mixture of air and fuel inside a cylinder, We obtained a formulation capable to determine the vaporized fuel fraction, for any position of the piston during the compression of mixture, being used for this, values of the gas pressure inside the cylinder. The formulation is valid for any fuel, since it is a pure substance.

onde ϕ é a variável genérica que poderá ser tanto u , v ou T , dependendo da equação de conservação analisada. Γ^ϕ é o coeficiente de transporte da respectiva equação.

O método dos volumes finitos baseia-se na integração das equações diferenciais, na sua forma conservativa, sobre um volume de controle. Tradicionalmente, o volume de controle empregado é um quadrilátero, para situações bidimensionais, ou um hexaedro, para situações tridimensionais. No presente trabalho a equação genérica, Eq. (1), será integrada sobre o volume de Voronoi apresentado na Figura 1, fazendo-se uso do teorema da divergência.

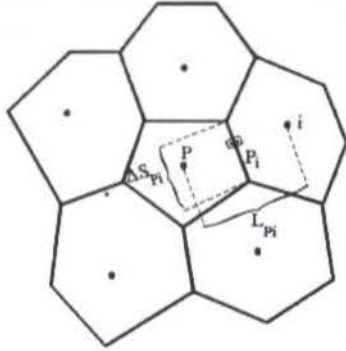


Figura 1: Volume típico usado na integração da Eq. (1).

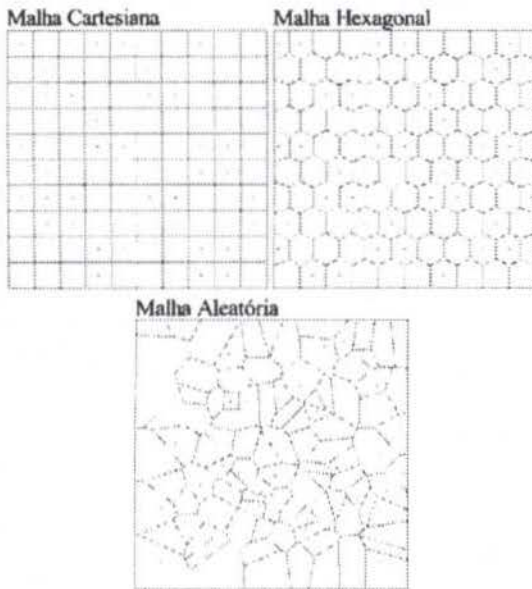


Figura 2: Malhas de Voronoi usadas para testar a metodologia.

$$\int_V \rho (\phi - \phi^o) dV = \int_t \left(\sum_i^N (\vec{J} \cdot \Delta S)_i + S^\phi \Delta V \right) dt \quad (2)$$

onde \vec{J} , que representa o fluxo total de ϕ por difusão e convecção, é assim definido

$$\vec{J} = \Gamma^\phi \nabla \phi - \rho \vec{V} \phi \quad (3)$$

O resultado da integração de cada um dos termos da Eq. (2) é

$$\int_V \rho (\phi - \phi^o) dV = M_P \phi_P - M_P^o \phi_P^o \quad (4)$$

onde M_P é a massa no volume P . O sobrescrito "o" indica que esta variável deve ser avaliada no instante de tempo anterior. O termo responsável pela convecção e difusão de ϕ na Eq. (2) é integrado da seguinte maneira

$$\begin{aligned} \int_t \sum (\vec{J} \cdot \Delta S)_i dt &= \int_t \sum \left((\Gamma^\phi \nabla \phi - \rho \vec{V} \phi) \cdot \Delta S \right)_i dt \\ &= \left(\sum \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}} \right)_{P_i} \Delta S_{P_i} - \sum \rho (\vec{V} \cdot \vec{n})_{P_i} \phi_{P_i} \Delta S_{P_i} \right) \Delta t \end{aligned} \quad (5)$$

E, finalmente, o termo fonte desta equação é convenientemente linearizado.

$$\int_t S^\phi \Delta V dt = \left(S_P^\phi \phi_P + S_c^\phi \right) \Delta V_P \Delta t \quad (6)$$

onde ΔV_P é o volume do P -ésimo volume de integração.

A Eq. (2) pode ser reescrita da seguinte maneira

$$\begin{aligned} \frac{M_P \phi_P - M_P^o \phi_P^o}{\Delta t} &= \sum \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}} \right)_{P_i} \Delta S_{P_i} - \\ &\sum \rho (\vec{V} \cdot \vec{n})_{P_i} \phi_{P_i} \Delta S_{P_i} + \left(S_P^\phi \phi_P + S_c^\phi \right) \Delta V_P \end{aligned} \quad (7)$$

A Eq. (7), na forma com que foi apresentada, pode ser usada em diversas variantes do método de volumes finitos que fazem uso de malhas estruturadas. A partir deste momento esta equação começa a ser preparada para uso de malhas não-estruturadas, especificamente, malhas de Voronoi. O termo $\left. \frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}} \right|_{P_{P_i}}$ é facilmente calculado, pois como já foi dito, o diagrama de Voronoi, usado para a discretização dos volumes, é localmente ortogonal. Desta forma pode-se avaliá-lo como

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}} \right|_{P_i} = \frac{\phi_i - \phi_P}{L_{P_i}} \quad (8)$$

onde L_{P_i} é a distância entre dois pontos geradores, como indicado na Figura 1. Deve-se, de alguma maneira, determinar o valor de ϕ_{P_i} , que é o valor de ϕ na i -ésima face do volume P . O método WUDS (Raithby e Torrence, 1974), adaptado para malhas não-estruturadas, foi a maneira escolhida para realizar esta interpolação. A função de interpolação é

$$\phi_{P_i} = (1 + \alpha_i) \phi_P + (1 - \alpha_i) \phi_i \quad (9)$$

onde α_i é calculado pela seguinte equação

$$\alpha_i = \frac{P_e^2}{10 + 2P_e^2} \quad (10)$$

e o número de Peclet, P_e , deve ser calculado como

$$P_e = \frac{V_{P_i} L_{P_i}}{\Gamma^\phi} \quad (11)$$

com V_{Pi} sendo a velocidade normal à interface i e Γ^ϕ o coeficiente de difusão da propriedade ϕ . Pode-se, então, reescrever a Eq. (7) da seguinte forma

$$A_P \phi_P = \sum A_i \phi_i + B \quad (12)$$

onde

$$A_i = \left\{ \frac{\Gamma_{Pi}^\phi}{L_{Pi}} - \rho V_{Pi} \left(\frac{1}{2} - \alpha_{Pi} \right) \right\} \Delta S_{Pi}$$

$$A_P = \sum \left\{ \frac{\Gamma_{Pi}^\phi}{L_{Pi}} + \rho V_{Pi} \left(\frac{1}{2} + \alpha_{Pi} \right) \right\} \Delta S_{Pi} \quad (13)$$

$$- S_P^\phi \Delta V_P + \frac{M_P}{\Delta t}$$

$$B = S_c^\phi \Delta V_P + \frac{M_P^o \phi_P^o}{\Delta t}$$

Assim tem-se um sistema linear de equações para determinar os valores de ϕ nos centros de cada um dos volumes finitos.

CÁLCULO DO GRADIENTE DE PRESSÃO

A correta determinação do gradiente de um vetor usando malhas não-estruturadas é uma questão chave para o método de volumes finitos. Necessita-se calcular o gradiente de pressão para ser usado na Eq. (13). Quando $\phi = u$ então $S_c = -\frac{\Delta P}{\Delta x}$ e quando $\phi = v$ então $S_c = -\frac{\Delta P}{\Delta y}$. Ao se usar malhas cartesianas a determinação dos gradientes é extremamente facilitada, pois todos os pontos estão alinhados em uma linha de coordenadas. Mas, infelizmente, quando se adota malhas não-estruturadas esta simplicidade já não é mais possível, ou pelo menos não foi ainda desenvolvida.

Taniguchi *et alii* (1990) apresentaram uma maneira para o cálculo do gradiente de um vetor baseado em uma técnica de minimização, que envolve a solução de um sistema de equações lineares para cada volume do domínio. A única limitação encontrada é que cada volume finito deve ter pelo menos dois vizinhos (no caso bidimensional). Os termos $\frac{\Delta P}{\Delta x}$ e $\frac{\Delta P}{\Delta y}$ são calculados segundo as seguintes fórmulas (Cardoso, 1997)

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\Delta P}{\Delta x} \\ \frac{\Delta P}{\Delta y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

onde

$$A_{11} = \sum g^{Pi} e_{x_i}^2$$

$$A_{12} = A_{21} = \sum g^{Pi} e_{x_i} e_{y_i}$$

$$A_{22} = \sum g^{Pi} e_{y_i}^2$$

$$B_1 = \sum g^{Pi} \nabla P_i e_{x_i} \quad (15)$$

$$B_2 = \sum g^{Pi} \nabla P_i e_{y_i}$$

$$g^{Pi} = \frac{\Delta S_{Pi}}{L_{Pi}}$$

$$\nabla P_i = \frac{P_i - P_P}{L_{Pi}}$$

e e_{x_i} e e_{y_i} são as componentes x e y do vetor normal à face i do volume, respectivamente.

Maliska (1995) propôs uma metodologia que calcula o gradiente do vetor, baseada numa média dos gradientes das faces dos volumes. Esta metodologia apresenta os mesmos resultados que a metodologia de Taniguchi *et alii* (1990) em malhas cartesianas. Para outras malhas há pequenas diferenças. Estudos, entretanto, demonstraram (Vasconcelos e Maliska, 1998) que, apesar destas diferenças no cálculo do gradiente, os campos de velocidade obtido usando as Eqs. (16) e (17) se aproximam satisfatoriamente das soluções padrão nos casos testados. Os termos $\frac{\Delta P}{\Delta x}$ e $\frac{\Delta P}{\Delta y}$ são calculados por

$$\frac{\Delta P}{\Delta x} = \frac{\sum_i^N \left(\frac{\Delta P}{\Delta \vec{n}} \cdot \vec{i} \right) L_{Pi}}{\sum_i^N L_{Pi} (\vec{n} \cdot \vec{i})} = \frac{\sum_i^N (P_i - P_P) (\vec{n} \cdot \vec{i})}{\sum_i^N L_{Pi} |\vec{n} \cdot \vec{i}|} \quad (16)$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta y} = \frac{\sum_i^N \left(\frac{\Delta P}{\Delta \vec{n}} \cdot \vec{j} \right) L_{Pi}}{\sum_i^N L_{Pi} (\vec{n} \cdot \vec{j})} = \frac{\sum_i^N (P_i - P_P) (\vec{n} \cdot \vec{j})}{\sum_i^N L_{Pi} |\vec{n} \cdot \vec{j}|} \quad (17)$$

ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE

A determinação de um procedimento de correção da pressão é uma das questões mais importantes num método numérico de simulação de escoamentos. Como se sabe, este procedimento só é necessário porque as variáveis são resolvidas de forma segregada, isto é, determina-se a solução de um sistema linear para cada uma das variáveis em estudo, no lugar de resolver um único, e grande, sistema linear para todas as variáveis. Na prática, devido as limitações dos computadores, esta alternativa tem sido evitada.

Um dos procedimentos mais amplamente difundidos para lidar com o problema do acoplamento da pressão com a velocidade é o SIMPLEC, desenvolvido por Van Doormall e Raithby (1984) para ser usado com malhas estruturadas. Com o seu uso, pode-se obter pressões e velocidades que satisfazem, simultaneamente, a equação de conservação da massa e do movimento linear. Maliska (1995) reescreveu o método SIMPLEC para poder usá-lo em malhas não-estruturadas. Desta forma, pode-se escrever V_{Pi} , velocidade normal a i -ésima face do volume, como sendo

$$V_{Pi} = V_{Pi}^* - \frac{(P_P' - P_i')}{\left(A_P - \sum A_{nb} \right)_{Pi}} \frac{\Delta V}{L_{Pi}} \quad (18)$$

onde P' é a correção da pressão, que se relaciona com P da seguinte maneira

$$P = P^* + P' \quad (19)$$

e P^* é o valor estimado de pressão. Uma aproximação linear do valor de $A_P - \sum A_{nb}$ foi então apresentada

$$\left(\overline{A_P - \sum A_{nb}} \right)_{P_i} = \frac{(A_P)_P + (A_P)_i - \sum (A_{nb})_P - \sum (A_{nb})_i}{2} \quad (20)$$

Vasconcelos e Maliska (1998) propuseram uma interpolação geométrica, Eq. (21), com a qual obtiveram melhores resultados, dada por

$$\left(\overline{A_P - \sum A_{nb}} \right)_{P_i} = \frac{2 [A_P - \sum (A_{nb})]_P [A_P - \sum (A_{nb})]_i}{[A_P - \sum (A_{nb})]_P + [A_P - \sum (A_{nb})]_i} \quad (21)$$

A relação anterior foi obtida levando-se em conta que a i -ésima face do volume P está situada a mesma distância do ponto gerador i e P . Substituindo a Eq. (18) na equação de conservação da massa, obtém-se uma equação de Poisson para a correção da pressão

$$A_P P'_P = \sum_i^N A_i P'_i + B \quad (22)$$

onde

$$A_i = \frac{\overline{\Delta V}}{\left(\overline{A_P - \sum A_{nb}} \right)_{P_i}} \frac{\Delta S_{P_i}}{L_{P_i}}$$

$$A_P = \sum_i^N A_i \quad (23)$$

$$B = \sum_i^N V_{P_i}^* \Delta S_{P_i}$$

$$\overline{\Delta V} = \frac{\Delta V_P + \Delta V_i}{2}$$

Com os coeficientes calculados, resolve-se este sistema de equações lineares, determinando, desta forma, os valores de correção da pressão.

VELOCIDADES NAS INTERFACES

O método apresentado é intrinsecamente co-localizado, ou seja, todas as variáveis estão armazenadas nos centros dos volumes. Mas, para o cálculo da conservação da massa, é necessário conhecer os valores das velocidades nas faces do volume, para realizar o balanço de massa corretamente. Como o valor das velocidades não é conhecido nas fronteiras dos volumes, uma interpolação deve ser feita. Historicamente este sempre foi um problema dos métodos co-localizados. O presente trabalho faz uso de uma interpolação, que satisfaz a conservação do movimento linear,

apresentada por Marchi e Maliska (1994). Originalmente preparada para ser usada em malhas estruturadas, especificamente em malhas que se adaptam à fronteira, esta metodologia foi alterada por Maliska (1995) para a sua aplicação em volumes de Voronoi.

A velocidade u e v na i -ésima face do volume P é calculada como

$$u_{P_i}^* = \frac{(Sc\Delta V)_i + \sum (A_{NB} u_{NB}^*)_i + (Sc\Delta V)_P + \sum (A_{NB} u_{NB}^*)_P + \frac{(M_P^o + M_i^o)}{\Delta t} u_{P_i}^o - \left(2 \frac{\Delta P}{\Delta x} \right)_{P_i} \overline{\Delta V}}{(A_P)_P + (A_P)_i} \quad (24)$$

$$v_{P_i}^* = \frac{(Sc\Delta V)_i + \sum (A_{NB} v_{NB}^*)_i + (Sc\Delta V)_P + \sum (A_{NB} v_{NB}^*)_P + \frac{(M_P^o + M_i^o)}{\Delta t} v_{P_i}^o - \left(2 \frac{\Delta P}{\Delta y} \right)_{P_i} \overline{\Delta V}}{(A_P)_P + (A_P)_i} \quad (25)$$

onde o sobrescrito "o" indica que a propriedade foi avaliada no instante de tempo anterior.

O cálculo do gradiente de pressão, para ser utilizado nas Eqs. (24) e (25), deve obedecer o seguinte procedimento: calcular o gradiente de pressão em uma determinada direção como sendo a média dos gradientes de pressão calculados nos centros dos volumes. Por exemplo

$$\left. \frac{\Delta P}{\Delta y} \right|_{P_i} = \frac{1}{2} \left[\left. \frac{\Delta P}{\Delta y} \right|_P + \left. \frac{\Delta P}{\Delta y} \right|_i \right] \quad (26)$$

Esta média não é consistente, pois sabe-se que como o gradiente de pressão é calculado da seguinte maneira

$$\left. \frac{\partial P}{\partial \vec{n}} \right|_{P_i} = \frac{P_i - P_P}{L_{P_i}} \quad (27)$$

e pode ser decomposto em suas componentes na seguinte equação

$$\left. \frac{\partial P}{\partial \vec{n}} \right|_{P_i} = \left. \frac{\Delta P}{\Delta x} \right|_{P_i} e_{x_i} + \left. \frac{\Delta P}{\Delta y} \right|_{P_i} e_{y_i} \quad (28)$$

com e_{x_i} e e_{y_i} são as componentes x e y do vetor normal à face i do volume, respectivamente. Relacionando a Eq. (27) com a Eq. (28)

$$\frac{P_i - P_P}{L_{P_i}} = \left. \frac{\Delta P}{\Delta x} \right|_{P_i} e_{x_i} + \left. \frac{\Delta P}{\Delta y} \right|_{P_i} e_{y_i} \quad (29)$$

A aproximação dos gradientes usando a Eq. (26) será inconsistente sempre que o lado esquerdo da Eq. (29) for diferente do lado direito. Não é difícil conceber que normalmente é isto o que acontece quando se usa uma média como a Eq. (26). Neste trabalho procurou-se evitar esta inconsistência da seguinte maneira:

1. Calcula-se os gradientes de pressão nas direções x e y usando a média aritmética, Eq. (26).
2. Escolher entre os dois gradientes aquele de menor valor, por exemplo $\left. \frac{\Delta P}{\Delta x} \right|_{P_i}$.
3. Determinar $\left. \frac{\Delta P}{\Delta y} \right|_{P_i}$, por exemplo, substituindo $\left. \frac{\Delta P}{\Delta x} \right|_{P_i}$ na Eq. (29).

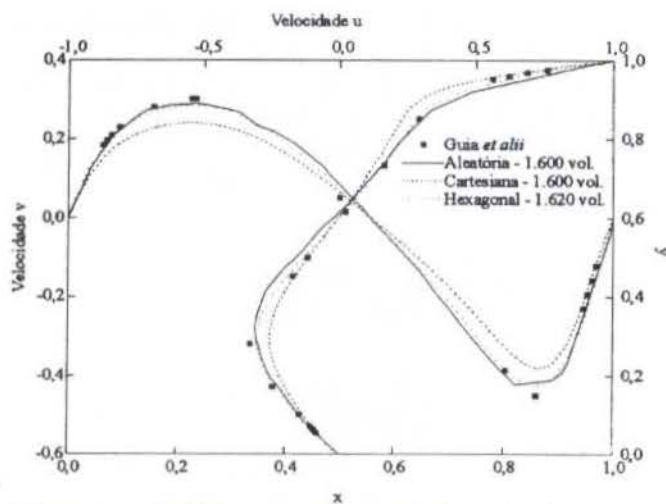


Figura 3: Cavity com tampa móvel - velocidade u e v - número de Reynolds = 400 - Gradiente de pressão calculado usando a Eq. (14)

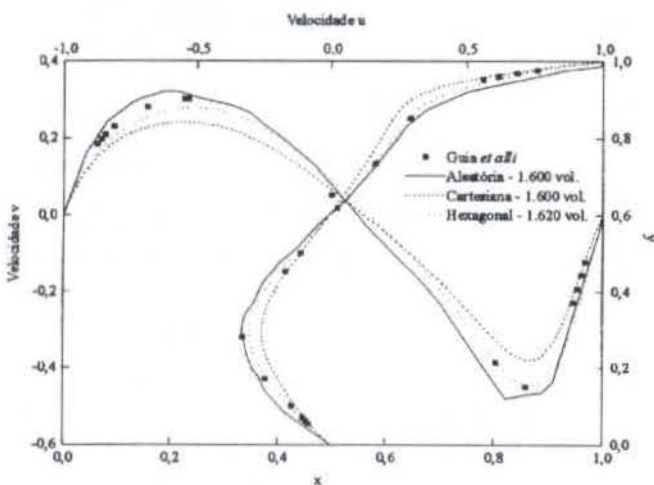


Figura 4: Cavity com tampa móvel - velocidade u e v - número de Reynolds = 400 - Gradiente de pressão calculado usando as Eqs. (16) e (17)

Este procedimento garante que os valores médios do gradiente de pressão devem satisfazer a Eq. (29). Deve-se levar em conta que, para algumas faces, pode acontecer de e_x , ou e_y , ser nulos. Com os gradientes de pressão devidamente calculados em todas as faces, determina-se os valores das velocidades cartesianas e normal à cada uma das faces.

Há a necessidade de algum esquema de correção das velocidades nos centros dos volumes usando, ou os novos valores de pressão, ou os valores das velocidades nas faces. A opção empregada foi fazer uso do gradiente de P' e corrigir as velocidades nos centros dos volumes no mesmo molde já realizado com as faces dos volumes. Sendo assim, as equações de correção para estas velocidades são

$$u_P = u_P^* - \frac{\Delta P'}{\Delta x} \frac{\Delta V_P}{[A_P - \sum A_{nb}]_P} \quad (30)$$

$$v_P = v_P^* - \frac{\Delta P'}{\Delta y} \frac{\Delta V_P}{[A_P - \sum A_{nb}]_P} \quad (31)$$

RESULTADOS

Dois problemas clássicos na mecânica dos fluidos computacional foram usados para comparar a metodologia.

São eles: escoamento em uma cavidade quadrada com tampa móvel e convecção natural em uma cavidade quadrada. As malhas que foram usadas na investigação de ambos os problemas são apresentadas na Figura 2. Em ambos os problemas as faces da cavidade tinham comprimento unitário. Para resolver o problema do escoamento em uma cavidade quadrada com tampa móvel usou-se o seguinte procedimento, baseado na solução das equações que governam o escoamento laminar de um fluido isocórico:

1. Fornecer as condições iniciais das variáveis (u, v, P);
2. Calcular o gradiente de pressão usando os valores de P disponíveis;
3. Calcular os coeficientes e resolver o sistema linear de equações definido pela Eq. (12). A solução deste sistema linear fornece u^* e v^* ;
4. Determinar as velocidades nas faces de cada volume, $u_{P_i}^*$ - Eq. (24) e $v_{P_i}^*$ - Eq. (25);
5. Determinar P' , através da solução da Eq. (22);
6. Calcular o gradiente de P' ;
7. Obter a pressão através de $P = P^* + P'$;
8. Corrigir as velocidades nas interfaces, usando a Eq. (18);
9. Corrigir as velocidades nos centros dos volumes usando Eq. (30) e (31);
10. Testar se a solução convergiu, através de algum critério pré-definido. Se a convergência não foi alcançada deve-se voltar ao item 2.

O número de Reynolds para este problema é definido por

$$Re = \frac{\rho U L}{\mu} \quad (32)$$

onde ρ e μ são, respectivamente, a densidade e a viscosidade do fluido, U a velocidade constante com que se move a tampa superior da cavidade e L a dimensão das faces da cavidade. Para este problema considerou-se ρ, U e L iguais a 1. A Figura 3 apresenta os valores de u na linha coordenada de y constante que passa pelo centro da cavidade e os valores de v na linha coordenada de y constante que passa pelo centro da cavidade. Os resultados desta figura foram obtidos com os gradientes calculados pela Eq. (14). As malhas usadas são similares às apresentadas na Figura 2, mas com uma maior quantidade de volumes. A solução obtida foi comparada com uma solução numérica padrão obtida por Guia *et alii* (1982). Os resultados são bastante concordantes. A Figura 4 apresenta a solução do mesmo problema, do mesmo número de Reynolds, da mesma malha e do mesmo critério de convergência, mas com os gradientes sendo calculados usando as Eqs. (16) e (17). Os resultados usando malhas cartesianas são os mesmos que foram apresentados na Figura 3, mas há uma pequena diferença para as outras configurações de malhas, que está associada a um erro na avaliação dos gradientes. Outros resultados que confirmam estes apresentados podem ser vistos nos trabalhos de Vasconcelos e Maliska (1998) ou Vasconcelos (1998). Na confecção das curvas das Figuras 3 e 4 foi realizada uma interpolação linear, contudo nenhum outro ajuste de curva foi realizado. Isto fez com que as curvas de velocidades usando malhas aleatórias não fossem tão suaves quanto o esperado.

O segundo problema visto é o da convecção natural em uma cavidade quadrada onde as faces laterais estão a uma temperatura de $\pm 0,5$ e as faces superior e inferior desta cavidade estão isoladas termicamente. As malhas usadas são similares as apresentadas na Figura 2. Os resultados foram comparados com outro autor (de Vahl Davis, 1983). Note-se que no trabalho de referência fez-se uso de malhas cartesianas, algoritmos de malhas múltiplas e esquemas de interpolação na fronteira para melhor calcular o número de Nusselt. Estes procedimentos não foram realizados neste trabalho. O número adimensional usado, número de Rayleigh, foi definido da seguinte maneira:

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu\alpha} \quad (33)$$

Tabela 1: Comparação com a solução padrão para o número de Rayleigh = 10^6

Malha Cartesiana			
N	\overline{Nu}	Nu_{max}	Nu_{min}
441	10,325	20,698	1,804
1681	9,274	21,324	1,083
6561	8,933	18,392	0,985
Malha Hexagonal			
N	\overline{Nu}	Nu_{max}	Nu_{min}
451	11,315	21,761	1,312
1701	9,864	19,495	1,025
6601	9,143	17,618	0,962
Malha Aleatória			
N	\overline{Nu}	Nu_{max}	Nu_{min}
441	10,245	24,687	1,237
1681	10,104	19,672	1,197
Solução Padrão			
Referência	\overline{Nu}	Nu_{max}	Nu_{min}
de Vahl Davis (1983)	8,800	17,925	0,989

Com exceção do número de Prandtl, Pr , e da viscosidade, μ , considerou-se as variáveis que fazem parte da definição do número de Rayleigh como sendo unitárias. O número de Prandtl usado neste trabalho foi 0,72. Os resultados apresentados aqui são aqueles em que se verificaram os maiores erros. Esta situação ocorreu em $Ra = 10^6$. Isto já era o esperado. Esta é uma situação crítica nos problemas desta natureza e para que os erros fossem efetivamente menores dos que os aqui apresentados seria necessário uma malha mais refinada ou os mesmos cuidados que tomaram os autores usados na comparação. A Tabela 1 apresenta os valores do número de Nusselt médio na parede, \overline{Nu} , o valor máximo, Nu_{max} , e o valor mínimo, Nu_{min} . Por limitações do gerador de volumes de Voronoi não se obteve malhas aleatórias com aproximadamente 6.600 volumes.

CONCLUSÃO

A nova metodologia apresentada, baseada integralmente no método de volumes finitos, é simples, versátil e com funções de interpolação igualmente simples. Os resultados obtidos para os dois problemas clássicos mostram o bom desempenho do método.

REFERÊNCIAS

Cardoso, Fabian Corrêa, 1997, *Algoritmo para a Simulação Numérica das Equações do Movimento pelo Método dos Volumes Finitos Usando Diagrama de Voronoi*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina.

Davidson, Lars, 1996, "A Pressure Correction Method for Unstructured Meshes with Arbitrary Control Volumes", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 22, p. 265-281.

Guia, U., Guia, K. N. e Shin, C. T., 1982, "High Reynolds Solution for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equation and a Multigrid Method", *Journal of Computational Physics*, p. 387-411.

Maliska, C. R., 1995, *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, Livros Técnicos e Científicos Editora.

Marchi, C. H. and Maliska, C. R., 1994, "A Nonorthogonal Finite-Volume Method for Solution of All Speed Flows Using Co-located Variables", *Numerical Heat Transfer - Part B*, Vol. 26, p. 293-311.

Mathur, S. R. e Murthy, S. Y., 1997, "A Pressure-Based Method for Unstructured Meshes", *Numerical Heat Transfer - Part B*, Vol. 31, p. 195-215.

Raithby, G. D. e Torrence, K. E., 1974, "Upstream-Weighted Differencing Schemes and Their Application to Elliptic Problems Involving Fluid Flow", *Computers & Fluids*, vol. 2, p. 191-206.

Taniguchi, N., Arakawa, C. e Kobayashi, T., 1990, "Construction of a Flow-Simulating Method with Finite Volume Based on a Voronoi Diagram", *JSME International Journal*, Série II, Vol. 34, p. 18-23.

Taniguchi, N. e Kobayashi, T., 1991, "Finite Volume Method on the Unstructured Grid System", *Computers & Fluids*, Vol. 19, n° 34, p. 287-295.

Thomadakis, M. e Leschziner, M., 1996, "A Pressure-Correction Method for Solution of Incompressible Viscous Flows on Unstructured Grids", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 22, p. 581-601.

de Vahl Davis, G., 1983, "Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Bench Mark Numerical Solution", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 3, p. 249-264.

Van Doormaal, J. P. e Raithby, G. D., 1984, "Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flow", *Numerical Heat Transfer*, vol. 7, p. 147-163.

Vasconcelos, J. F. V., 1998, *Solução Numérica de Injeção de Termoplásticos usando uma Formulação Completa, Diagrama de Voronoi e Solução Implícita do Posicionamento da Frente*, (Tese de doutorado em andamento), EMC/UFSC.

Vasconcelos, J. F. V. e Maliska, C. R., 1998, "A Finite Volume Method Based on Voronoi Discretization for Fluid Flow Problems", Submetido para publicação.

Vilsmeier, R. e Hänel, D., 1995, "Adaptive Solutions for Unsteady Laminar Flows on Unstructured Grids", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 22, p. 85-101.

AGRADECIMENTO

O primeiro autor agradece ao CNPq pelo apoio financeiro para a realização das pesquisas que resultaram neste trabalho.

O segundo problema visto é o da convecção natural em uma cavidade quadrada onde as faces laterais estão a uma temperatura de $\pm 0,5$ e as faces superior e inferior desta cavidade estão isoladas termicamente. As malhas usadas são similares as apresentadas na Figura 2. Os resultados foram comparados com outro autor (de Vahl Davis, 1983). Note-se que no trabalho de referência fez-se uso de malhas cartesianas, algoritmos de malhas múltiplas e esquemas de interpolação na fronteira para melhor calcular o número de Nusselt. Estes procedimentos não foram realizados neste trabalho. O número adimensional usado, número de Rayleigh, foi definido da seguinte maneira:

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu\alpha} \quad (33)$$

Tabela 1: Comparação com a solução padrão para o número de Rayleigh = 10^6

Malha Cartesiana			
N	\overline{Nu}	Nu_{max}	Nu_{min}
441	10,325	20,698	1,804
1681	9,274	21,324	1,083
6561	8,933	18,392	0,985
Malha Hexagonal			
N	\overline{Nu}	Nu_{max}	Nu_{min}
451	11,315	21,761	1,312
1701	9,864	19,495	1,025
6601	9,143	17,618	0,962
Malha Aleatória			
N	\overline{Nu}	Nu_{max}	Nu_{min}
441	10,245	24,687	1,237
1681	10,104	19,672	1,197
Solução Padrão			
Referência	\overline{Nu}	Nu_{max}	Nu_{min}
de Vahl Davis (1983)	8,800	17,925	0,989

Com exceção do número de Prandtl, Pr , e da viscosidade, μ , considerou-se as variáveis que fazem parte da definição do número de Rayleigh como sendo unitárias. O número de Prandtl usado neste trabalho foi 0,72. Os resultados apresentados aqui são aqueles em que se verificaram os maiores erros. Esta situação ocorreu em $Ra = 10^6$. Isto já era o esperado. Esta é uma situação crítica nos problemas desta natureza e para que os erros fossem efetivamente menores dos que os aqui apresentados seria necessário uma malha mais refinada ou os mesmos cuidados que tomaram os autores usados na comparação. A Tabela 1 apresenta os valores do número de Nusselt médio na parede, \overline{Nu} , o valor máximo, Nu_{max} , e o valor mínimo, Nu_{min} . Por limitações do gerador de volumes de Voronoi não se obteve malhas aleatórias com aproximadamente 6.600 volumes.

CONCLUSÃO

A nova metodologia apresentada, baseada integralmente no método de volumes finitos, é simples, versátil e com funções de interpolação igualmente simples. Os resultados obtidos para os dois problemas clássicos mostram o bom desempenho do método.

REFERÊNCIAS

- Cardoso, Fabian Corrêa, 1997, *Algoritmo para a Simulação Numérica das Equações do Movimento pelo Método dos Volumes Finitos Usando Diagrama de Voronoi*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Davidson, Lars, 1996, "A Pressure Correction Method for Unstructured Meshes with Arbitrary Control Volumes", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 22, p. 265-281.
- Guia, U., Guia, K. N. e Shin, C. T., 1982, "High Reynolds Solution for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equation and a Multigrid Method", *Journal of Computational Physics*, p. 387-411.
- Maliska, C. R., 1995, *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, Livros Técnicos e Científicos Editora.
- Marchi, C. H. and Maliska, C. R., 1994, "A Nonorthogonal Finite-Volume Method for Solution of All Speed Flows Using Co-Located Variables", *Numerical Heat Transfer - Part B*, Vol. 26, p. 293-311.
- Mathur, S. R. e Murthy, S. Y., 1997, "A Pressure-Based Method for Unstructured Meshes", *Numerical Heat Transfer - Part B*, Vol. 31, p. 195-215.
- Raithby, G. D. e Torrence, K. E., 1974, "Upstream-Weighted Differencing Schemes and Their Application to Elliptic Problems Involving Fluid Flow", *Computers & Fluids*, vol. 2, p. 191-206.
- Taniguchi, N., Arakawa, C. e Kobayashi, T., 1990, "Construction of a Flow-Simulating Method with Finite Volume Based on a Voronoi Diagram", *JSME International Journal*, Série II, Vol. 34, p. 18-23.
- Taniguchi, N. e Kobayashi, T., 1991, "Finite Volume Method on the Unstructured Grid System", *Computers & Fluids*, Vol. 19, n° 34, p. 287-295.
- Thomadakis, M. e Leschziner, M., 1996, "A Pressure-Correction Method for Solution of Incompressible Viscous Flows on Unstructured Grids", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 22, p. 581-601.
- de Vahl Davis, G., 1983, "Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Bench Mark Numerical Solution", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 3, p. 249-264.
- Van Doormaal, J. P. e Raithby, G. D., 1984, "Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flow", *Numerical Heat Transfer*, vol. 7, p. 147-163.
- Vasconcelos, J. F. V., 1998, *Solução Numérica de Injeção de Termoplásticos usando uma Formulação Completa, Diagrama de Voronoi e Solução Implícita do Posicionamento da Frente*, (Tese de doutorado em andamento), EMC/UFSC.
- Vasconcelos, J. F. V. e Maliska, C. R., 1998, "A Finite Volume Method Based on Voronoi Discretization for Fluid Flow Problems", Submetido para publicação.
- Vilsmeier, R. e Hänel, D., 1995, "Adaptive Solutions for Unsteady Laminar Flows on Unstructured Grids", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 22, p. 85-101.

AGRADECIMENTO

O primeiro autor agradece ao CNPq pelo apoio financeiro para a realização das pesquisas que resultaram neste trabalho.

UM ESQUEMA NUMÉRICO PARA ESCOAMENTOS BIDIMENSIONAIS INCOMPRESSÍVEIS EMPREGANDO MALHAS NÃO-ESTRUTURADAS

F.A. Schneider, C.R. Maliska

Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina
88040-900 – Florianópolis – SC – Brasil

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta um modelo numérico para escoamentos bidimensionais incompressíveis utilizando malhas não-estruturadas. A metodologia aqui empregada difere da metodologia CVFEM no tratamento dado ao acoplamento pressão-velocidade e na aproximação dos gradientes de pressão. É apresentada uma comparação global entre o modelo aqui desenvolvido, a metodologia que emprega os diagramas de Voronoi, também para malhas não-estruturadas, e a metodologia tradicional dos volumes finitos.

INTRODUÇÃO

Na solução numérica de problemas de mecânica dos fluidos, o uso de coordenadas generalizadas para geometrias bastante irregulares apresenta dificuldades, pois o mapeamento do domínio em uma malha única e de qualidade nestas geometrias é uma tarefa difícil. Uma das soluções para este problema é o emprego da técnica de multiblocos, presente hoje na maioria dos simuladores comerciais. Outra alternativa é o uso de malhas não-estruturadas onde o método dos elementos finitos se destaca por apresentar grande versatilidade geométrica, porém, sem garantir os princípios de conservação nos volumes elementares. Portanto, a utilização de malhas não-estruturadas em conjunto com técnicas que envolvam o balanço de conservação das propriedades nos volumes elementares resultam em metodologias robustas.

Destas observações surgiram as metodologias denominadas *Control Volume Based Finite Element Method (CVFEM)*, das quais podemos citar as desenvolvidas por Baliga e Patankar (1988) e Schneider e Raw (1987). As metodologias CVFEM são assim chamadas por utilizarem os balanços de conservação no volume elementar, semelhante a formulação tradicional de volumes finitos, e por absorverem do método dos elementos finitos a natureza das funções de interpolação.

Uma forma de se obter os volumes de controle não-estruturados é através do método das medianas, onde os volumes são gerados a partir de uma triangulação. Esse processo de obtenção dos volumes é empregado no modelo numérico desenvolvido neste trabalho e é normalmente encontrado na metodologia CVFEM desenvolvida por Baliga e Patankar (1988).

O presente trabalho implementa uma metodologia similar à proposta por Baliga e Patankar (1988). A metodologia dos Diagramas de Voronoi (Maliska e Vasconcellos, 1998) e a formulação tradicional de volumes finitos (Maliska, 1995) servem como referência para a avaliação do desempenho do método aqui desenvolvido. Estas três metodologias, diferem, basicamente, na forma de aplicar as funções de interpolação e no número de pontos em que os fluxos são calculados nas interfaces dos volumes para realizar os balanços de conservação.

Nestes métodos, como em outros, a solução das equações é feita de forma segregada gerando o problema do acoplamento pressão/velocidade. Para se resolver este problema são utilizadas equações de correção de velocidades nas interfaces dos volumes em função do gradiente de correção de pressão. Este gradiente corrige o campo de velocidades tal que a massa seja conservada em cada volume elementar. Neste trabalho, uma nova formulação

é proposta para que essa equação de correção envolva um número mínimo de pontos de pressão.

Dois problemas teste foram escolhidos para a comparação das metodologias: a convecção forçada em cavidade quadrada, com solução de referência em Guia et al. (1982), e o transporte, com convecção dominante, de um salto na variável escalar ϕ , com solução analítica aproximada proposta por Raithby (1976).

Revisão Bibliográfica. As primeiras formulações envolvendo volumes poligonais gerados a partir de malhas triangulares surgiram na década de 70 com Baliga e Patankar (1980). Soluções de escoamentos 2D incompressíveis, utilizando os denominados *Polygonal Control-volumes*, podem ser encontrados em Baliga (1978), que já definia uma nova metodologia, denominada CVFEM.

As extensões destas metodologias para escoamentos tridimensionais surgiram por volta da década de 80. A partir de então, vários trabalhos de relevância podem ser encontrados sobre o desenvolvimento destes métodos, especificamente envolvendo as funções de interpolação, o procedimento de solução dos sistemas de equações, o acoplamento pressão/velocidade e outros tópicos freqüentemente explorados nos métodos numéricos (Swaminatham e Voller, 1992).

Mais recentemente, os desenvolvimentos e contribuições surgem de trabalhos dedicados ao estudo de formulações para malhas não-estruturadas. Entre estes trabalhos podemos citar Tanigushi e Kobayashi (1991), Marcondes et al. (1995) e Peters et al. (1997), onde a metodologia desenvolvida é baseada nos diagramas de Voronoi.

FORMULAÇÃO

A Construção do Volume de Controle pelo Método das Medianas. Este método consiste em ligar o centro geométrico dos triângulos aos pontos médios dos lados dos triângulos. A figura 1 apresenta dois volumes construídos pelo método das medianas.

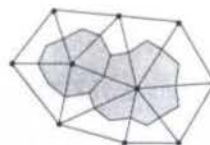


Figura 1 – Volume finito originado no processo da mediana

Equações Governantes. Admitindo o fluido como Newtoniano e adotando um sistema de coordenadas cartesianas (x, y) , temos, para problema convectivo/difusivo bidimensional transiente, as seguintes equações diferenciais:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u v) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) + S^u \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u v) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v v) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right) + S^v \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + S^\phi \quad (4)$$

As Eq. (1) e (2) são as equações de conservação da quantidade de movimento em x e y respectivamente. A Eq. (3) é a equação de conservação da massa e a Eq. (4) é a equação de conservação na forma geral para uma variável genérica ϕ , onde Γ é o coeficiente difusivo e S representa o termo fonte.

A Eq. (4) pode ser reescrita na forma

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \nabla \cdot (\vec{J}) = S^\phi \quad (5)$$

onde \vec{J} representa o fluxo total e é dado por

$$\vec{J} = \rho \vec{V} \phi - \Gamma \nabla \phi \quad (6)$$

Função de Interpolação. A função de interpolação tem o objetivo de avaliar o valor de uma propriedade genérica ϕ na interface do volume de controle bem como suas derivadas. A idéia básica da metodologia *CVFEM* é aplicar esta função de interpolação na direção média do escoamento. A figura 2 ilustra um elemento triangular 123 que compõe o volume de controle e seu novo sistema coordenado alinhado com o escoamento médio.

Para determinar a direção do fluxo convectivo médio no elemento, fazemos uso de uma velocidade média U_{av} , que pode ser obtida com uma média simples das velocidades dos nós, u_{av} e v_{av} . Então temos

$$U_{av} = (u_{av}^2 + v_{av}^2)^{1/2} \quad (7)$$

$$u_{av} = \frac{u_1 + u_2 + u_3}{3}, \quad v_{av} = \frac{v_1 + v_2 + v_3}{3} \quad (8)$$

Conhecendo-se U_{av} resolve-se o problema convectivo/difusivo neste novo sistema de coordenadas (X, Y) , cuja equação governante é dada por

$$\rho U_{av} \frac{\partial \phi}{\partial X} = \Gamma \phi \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} \right) \quad (9)$$

A solução da Eq. (9) fornece a função de interpolação

$$\phi = A\xi + BY + C \quad (10)$$

onde a coordenada ξ e o número de Peclet são dados por

$$\xi = \frac{\Gamma \phi}{\rho U_{av}} \left\{ \exp \left[\frac{P_{e\Delta} (X - X_{m\acute{a}x})}{X_{m\acute{a}x} - X_{m\acute{í}n}} \right] - 1 \right\} \quad (11)$$

$$P_{e\Delta} = \rho U_{av} \frac{(X_{m\acute{a}x} - X_{m\acute{í}n})}{\Gamma \phi} \quad (12)$$

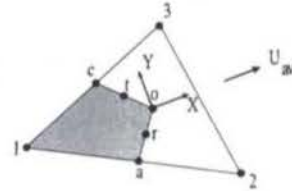


Figura 2 - Elemento triangular e seu novo sistema coordenado

onde $X_{m\acute{a}x}$ e $X_{m\acute{í}n}$ são respectivamente os valores máximos e mínimos de X nos pontos 1, 2 e 3 da figura 2.

Discretização das Equações para ϕ . Integrando a Eq (5) em um dos volumes de controle da figura 1, temos

$$\frac{M_P \phi_P - M_P^o \phi_P^o}{\Delta t} + \int_a^o \vec{J} \cdot \vec{n} ds + \int_o^c \vec{J} \cdot \vec{n} ds - \int_{laoc} S^\phi dV + [\text{contribuição dos outros elementos associados ao nó } l] = 0 \quad (13)$$

onde o termo fonte S é linearizado por (Patankar, 1980)

$$S^\phi = S_P \phi + S_c \quad (14)$$

Portanto, para a obtenção das equações aproximadas, precisamos conhecer as integrais dos fluxos nas interfaces do volume. De acordo com a Eq. (6), o fluxo \vec{J} pode ser escrito

$$\vec{J} = J_X \vec{\alpha} + J_Y \vec{\beta} = \left(\rho U \phi - \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) \vec{\alpha} + \left(\rho V \phi - \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) \vec{\beta} \quad (15)$$

onde $\vec{\alpha}$ e $\vec{\beta}$ são os vetores unitários do sistema coordenado (X, Y) .

Os valores das derivadas de ϕ , são obtidos através da função de interpolação definida pela Eq. (10). Estas derivadas são introduzidas nas componentes do fluxo e resultam em

$$J_X = \rho(U - U_{av})A\xi + \rho U(BY + C) - A\Gamma \phi, \quad (16)$$

$$J_Y = \rho VA\xi + \rho V(BY + C) - B\Gamma \phi \quad (17)$$

A integral que fornece o fluxo na face \overline{ao} , ilustrada na figura 2, pode ser aproximada envolvendo os pontos a , r e o . Aplicando a regra de Simpson para estes pontos às componentes J_x e J_y , obtemos, para a integral em \overline{ao}

$$\int_a^o \vec{J} \cdot \vec{n} ds = \frac{X_a}{6} [(J_Y)_o + 4(J_Y)_r + (J_Y)_a] - \frac{Y_a}{6} [(J_X)_o + 4(J_X)_r + (J_X)_a] \quad (18)$$

A integral que fornece o fluxo na face \overline{oc} é obtida de forma análoga, e envolve os pontos o , t e c . A integral envolvendo o termo fonte é aproximada da seguinte forma

$$\int_{laoc} S \phi dV = \frac{A_e}{3} S_c + \frac{A_e}{3} S_P \phi_1 \quad (19)$$

onde A_e é a área do elemento 123 da figura 2. Agrupando as equações aproximadas para as integrais em \overline{ao} , \overline{oc} e termo fonte, obtêm-se a contribuição total do elemento 123 referente ao nó 1, na equação de conservação do volume de controle

$$\int_a^o \bar{J} \bar{n} ds + \int_o^c \bar{J} \bar{n} ds - \int_{laoc} S \phi dV = D_1 \phi_1 + D_2 \phi_2 + D_3 \phi_3 + E_1 \quad (20)$$

Detalhes das expressões para os coeficientes D_1 , D_2 , D_3 e E_1 podem ser vistas em Baliga e Patankar (1988).

Quando a parcela correspondente aos outros elementos for adicionada e aplicadas às condições de contorno, teremos uma equação algébrica de conservação do volume de controle centrado em 1, conectado a todos os seus vizinhos, na forma

$$A_i \phi_i = \sum_n A_{nb} \phi_{NB} + B_i \quad (21)$$

Resolvendo o sistema linear obtido através de um algoritmo adequado, teremos os valores de ϕ determinados em todos os vértices dos triângulos, ou seja, no centro de todos os volumes.

Discretização das Equações para u e v . A integral da equação de conservação da quantidade de movimento é idêntica à da equação de conservação de ϕ , exceto pela presença da integral envolvendo o gradiente de pressão que pode ser aproximada por

$$\int_{laoc} \frac{\partial p}{\partial x} dV = \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_P \cdot V_P \quad (22)$$

onde o gradiente em P é o gradiente representativo do volume P . Uma forma de avaliar este gradiente é fazê-lo em função dos gradientes de cada um dos elementos que compõe este volume. Podemos escrever este gradiente como

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_P = \frac{\sum_i \left(\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_i \cdot |X_{máx} - X_{mín}|_i \right)}{\sum_i (|X_{máx} - X_{mín}|_i)} \quad (23)$$

onde o somatório é realizado para os i elementos que compõe o volume P . O gradiente em y é calculado de forma análoga usando Y no lugar de X . A figura 3 mostra os parâmetros envolvidos no cálculo do gradiente representativo para o volume centrado em P .

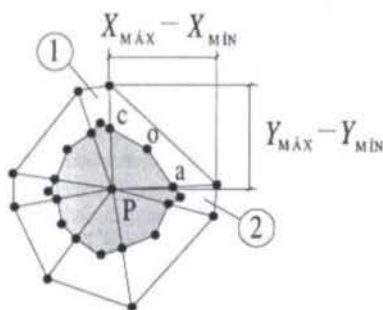


Figura 3 – Parâmetros para o cálculo do gradiente de pressão no volume

Considere os elementos 1 e 2 da figura 3. Um gradiente em x calculado no elemento 2 é mais significativo do que aquele calculado em 1, portanto, devemos atribuir ao gradiente em 2 um peso maior. Os pesos correspondentes a cada elemento poderão ser obtidos através das dimensões máximas de cada elemento. Na formulação de Baliga e Patankar (1988) os gradientes em 1 e 2 são multiplicados pelas áreas dos elementos, e portanto, recebem o mesmo peso. Isso justifica o emprego da Eq.(23).

Para obter os gradientes referentes aos elementos triangulares i , é necessário adotar uma função de interpolação para a pressão. Essa função de interpolação poderá ser linear em cada elemento triangular e determinada pela expressão

$$p = dx + ey + f \quad (24)$$

Maiores detalhes sobre esta proposição podem ser encontrados em Schneider (1998).

Acoplamento Pressão-Velocidade. A solução segregada das equações de conservação da quantidade de movimento e da equação de conservação da massa gera o problema do acoplamento pressão-velocidade. Neste item é proposto uma formulação para tratar este acoplamento, onde a equação de correção de pressão é desenvolvida e aplicada de maneira a simplificar a implementação computacional.

Pelo fato de ser usado um arranjo co-localizado, ou seja, as velocidades estão armazenadas nos centros dos volumes e não nas faces dos elementos, é necessário, inicialmente a determinação destas velocidades de interface, aqui denominadas u_f^* pois o balanço de massa na equação da continuidade é feito com os fluxos calculados nestas interfaces. Podemos obter u_f^* através da média das equações do movimento para os volumes centrados em 1, 2 e 3. Então, podemos escrevemos u_f^* como

$$u_f^* = \frac{\begin{matrix} c_1 \left\{ \sum \left\{ A_{nb} u_{NB}^* \right\} + L \left\{ S^u \right\} \Delta V \right\}_1 \\ + c_2 \left\{ \sum \left\{ A_{nb} u_{NB}^* \right\} + L \left\{ S^u \right\} \Delta V \right\}_2 \\ + c_3 \left\{ \sum \left\{ A_{nb} u_{NB}^* \right\} + L \left\{ S^u \right\} \Delta V \right\}_3 \\ + \left\{ \frac{\bar{M}^o}{\Delta t} \cdot u_f^o - L \left\{ p^u \right\}_f \cdot \Delta V \right\} \end{matrix}}{\left\{ c_1 A_{p1} + c_2 A_{p2} + c_3 A_{p3} \right\}} \quad (25)$$

onde as constantes c_1 , c_2 e c_3 de interpolação são dadas em função da posição (X, Y) do ponto em que se deseja interpolar a velocidade. A equação aproximada para a determinação de v_f^* é obtida de forma análoga.

Conhecidas as velocidades de interface, é necessário estabelecer uma equação de correção de velocidades. Como estas equações de correção, afetam, como se sabe, apenas a taxa de convergência, podemos propor uma equação de correção similar as usadas nos métodos tipo SIMPLE, como

$$V = V^* - d_f \frac{\partial p'}{\partial \bar{n}} \quad (26)$$

onde V representa as velocidades normais as faces \overline{ao} e \overline{oc} da figura 2. Admitindo para p' uma função de interpolação linear idêntica aquela estimada para p , podemos escrever

$$p' = d' x + e' y + f' \quad (27)$$

com isso, a derivada de p' normal a uma face é dada por

$$\frac{\partial p'}{\partial \bar{n}} = d' e_x + e' e_y \quad (28)$$

onde e_x e e_y são as componentes do vetor normal a face. Introdzindo estas expressões na Eq. (26) resulta

$$V = V^* - DD_1 p_1 - DD_2 p_2 - DD_3 p_3 \quad (29)$$

onde os coeficientes DD_1 , DD_2 e DD_3 podem ser vistos em Schneider (1998).

Discretização da Equação de Conservação da Massa (Equação de p'). Integrando a equação de conservação da massa no volume de controle da figura 1 assumindo ρ constante, temos

$$\int_a^o \bar{U} \cdot \bar{n} ds + \int_o^c \bar{U} \cdot \bar{n} ds + [\text{contribuições de outros elementos}] = 0 \quad (30)$$

A integral referente ao fluxo de massa na face \bar{ao} pode ser aproximadas diretamente por

$$\int_a^o \bar{U} \cdot \bar{n} ds = [V \cdot L]_{ao} \quad (40)$$

onde L_{ao} é o comprimento do segmento \bar{ao} da figura 2, e V_{ao} é a velocidade normal a este segmento.

Substituindo a Eq. (40) juntamente com a integral do fluxo de massa na face \bar{oc} , que é calculada de forma análoga, obtêm-se a contribuição total do elemento 123 , na equação de conservação da massa, para o volume de controle centrado em I

$$\int_a^o \bar{U} \cdot \bar{n} ds + \int_o^c \bar{U} \cdot \bar{n} ds = F_1 p_1 + F_2 p_2 + F_3 p_3 + S^M \quad (41)$$

O termo fonte presente na Eq. (41) é dado pelo fluxo de massa calculado com as velocidades V^* das faces dos volumes. A velocidade V em cada face poderia ser aproximada diretamente pela velocidade dos pontos r e t . Mas, para este trabalho optou-se por uma média entre os pontos a, r, o e o, t, c , representados na figura 2, usando peso dois para os pontos r e t e um para os demais.

Vale lembrar que esta formulação, apresentada para a discretização da equação de p' , envolve unicamente valores de p' armazenados no centro do volume e seus vizinhos, o que difere da formulação sugerida por Baliga e Patankar (1988), onde são envolvidos os pontos de pressão vizinhos dos vizinhos, dificultando a implementação computacional para os pontos de fronteira e também vizinhos destes.

Condições de Contorno. Para completar a modelagem é necessária a especificação das condições de contorno e a implementação das mesmas de forma discretizada, sendo esta uma das tarefas mais importantes a ser realizada.

Para ϕ prescrito a equação do volume de fronteira passa assumir a forma

$$\phi = \phi_{\text{Prescrito}} \quad (42)$$

Note que assumindo a equação anterior, não se está garantindo o balanço de conservação de ϕ , pois para as frações de

volume da fronteira não há um balanço dos fluxos de ϕ e sim a imposição de um valor prescrito, o que se traduz em um ponto falho desta metodologia, se for desejado a realização de balanços para todos os volumes. Já para o caso da conservação da massa isso não ocorre, pois o fluxo de massa na fronteira pode ser obtido de alguma forma, seja diretamente pela condição de contorno ou então pela estimativa inicial, permitindo que o volume de fronteira faça parte do sistema de equações e a pressão seja determinada, permitindo a conservação da massa de forma mais eficiente.

Em caso de fluxo prescrito, a equação do volume de fronteira é normalmente calculada e o fluxo conhecido acrescentado ao termo fonte. As condições de contorno para as componentes cartesianas da velocidade seguem, em princípio, a aplicação das condições de contorno para ϕ .

RESULTADOS

Malhas utilizadas. As malhas adotadas para a solução dos problemas citados anteriormente podem ser visualizadas na figura 4. Deve-se lembrar que esta é uma das inúmeras opções de triangulação possível para se discretizar o domínio, pois a metodologia *CVFEM* aplica-se muito bem para malhas não-estruturadas. Vale lembrar que a figura 4 tem caráter apenas ilustrativo e não representa o número exato de volumes utilizado.

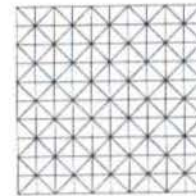


Figura 4 - Discretização do domínio (triangulação para o método das medianas)

Convecção forçada em cavidade quadrada. O problema de convecção forçada de um fluido incompressível em uma cavidade quadrada é resolvido para um escoamento bidimensional laminar e em regime permanente. A cavidade tem dimensões unitárias e possui a tampa superior móvel com velocidade horizontal também unitária, todas as demais velocidades são nulas nas faces.

As equações governantes para este problema são as Eq. (1), (2) e (3), extraídos os termos temporais. Este problema foi resolvido para dois valores do número de Reynolds, $Re = 100$ e $Re = 1000$, com uma malha 29×29 volumes. As figuras 5 à 8 apresentam os resultados obtidos.

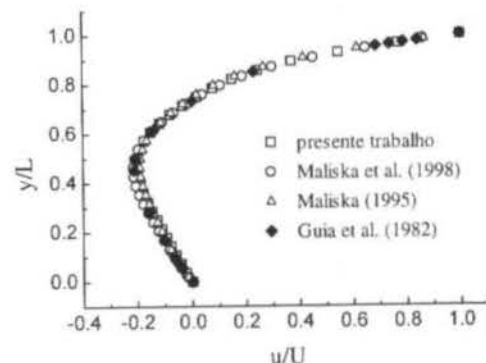


Figura 5 - Componente horizontal de velocidade em $x/L = 0.5$, $Re = 100$

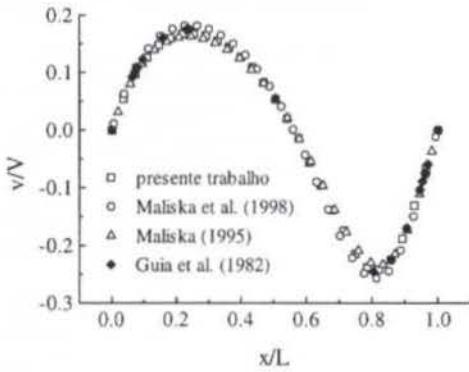


Figura 6 – Componente vertical de velocidade em $y/L = 0.5$, $Re = 100$

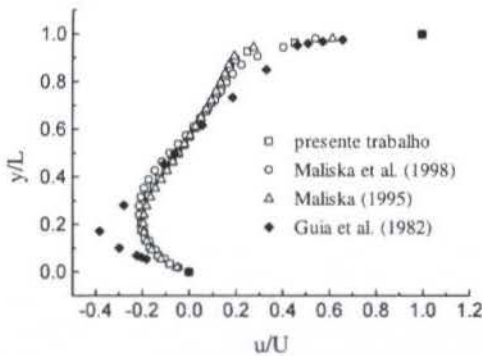


Figura 7 – Componente horizontal de velocidade em $x/L = 0.5$, $Re = 1000$

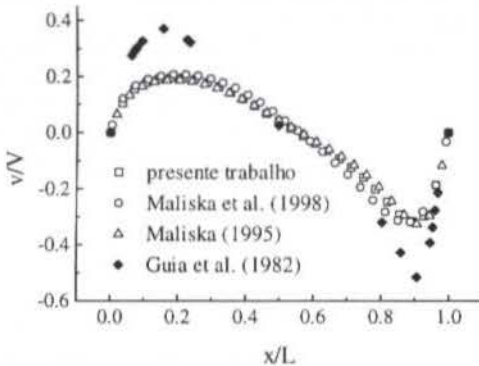


Figura 8 – Componente vertical de velocidade em $y/L = 0.5$, $Re = 1000$

Pelas figuras 5 e 6 podemos verificar que o modelo baseado na metodologia *CVFEM* apresentou um desempenho satisfatório para este caso em particular, uma vez que a solução numérica aproxima-se da solução de referência.

Para Reynolds 1000 já se observa que a solução obtida pela metodologia estruturada afasta-se mais da solução de referência que as outras soluções. Uma das causas deste resultado se deve a difusão numérica introduzida através das funções de interpolação utilizadas nesta metodologia, que, para a malha empregada, são mais pobres do que aquelas utilizadas no *CVFEM* e *Voronoi*.

Os resultados de Guia et al. (1976), são consideravelmente diferentes dos demais resultados pelo fato de utilizar uma malha mais refinada (129×129 volumes).

Transporte, com convecção dominante, de um salto na variável escalar ϕ . Para avaliar o desempenho da formulação proposta na solução de problemas com convecção dominante foi escolhido o caso do transporte, com velocidade uniforme, de um salto na variável escalar ϕ . A equação governante para este problema é a equação (4), excluindo o termo temporal e o termo fonte. A figura 9 ilustra o problema.

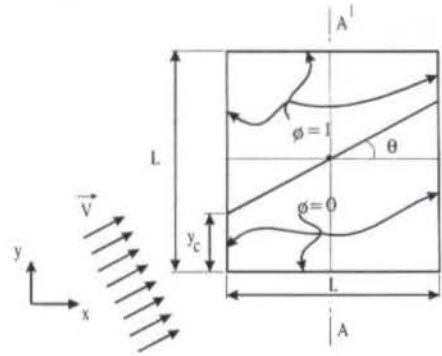


Figura 9 – Transporte da variável ϕ , com velocidade uniforme

Este problema foi resolvido para o número de Reynolds igual a 250. Para comparação dos resultados obtidos nas três metodologias, *CVFEM*, *Voronoi* e estruturada, é adotada a solução analítica aproximada, apresentada por Raithby (1976).

As condições de contorno são $\phi = 1$, acima da linha paralela ao escoamento e que passa através do centro do domínio e $\phi = 0$, abaixo dessa linha. A solução obtida é plotada ao longo da seção AA' , onde $x = 0.25$. A solução deste problema foi obtida para $\theta = 0^\circ$, $\theta = 26,57^\circ$ e $\theta = 45^\circ$ e malha 31×31 . As figuras 10 à 12 apresentam os resultados obtidos.

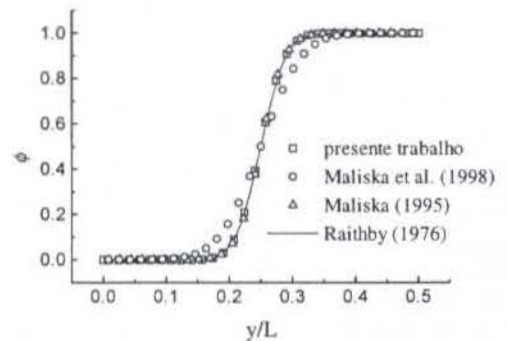


Figura 10 - Perfil de ϕ , $x = 0.25$, para o caso de $\theta = 0^\circ$, $Re = 250$

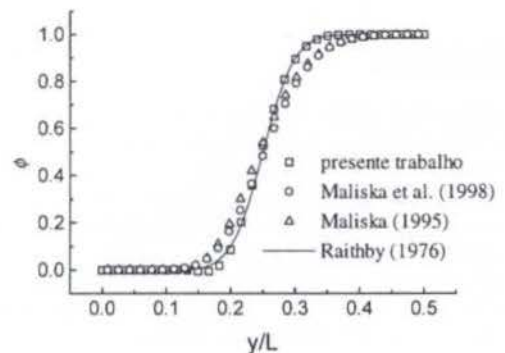


Figura 11 - Perfil de ϕ , $x = 0.25$, para o caso de $\theta = 26,57^\circ$, $Re = 250$

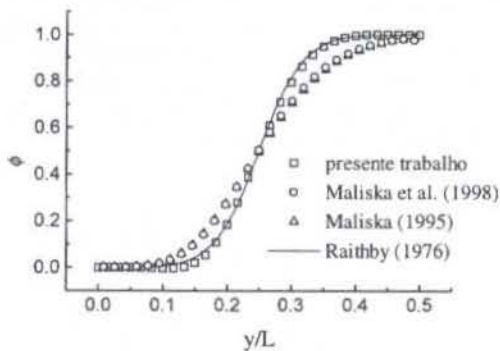


Figura 12 - Perfil de ϕ , $x = 0.25$, para o caso de $\theta = 45^\circ$, $Re = 250$

Para o modelo numérico aqui desenvolvido, como visto, a função de interpolação é aplicada na direção do escoamento, já para a metodologia Voronoi e estruturada a função de interpolação é aplicada sempre normal as faces do volume de controle, que nem sempre estão alinhadas com o escoamento. Esta é a provável razão pela qual bons resultados foram obtidos com a metodologia CVFEM.

CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi a implementação de uma metodologia similar a proposta por Baliga e Patankar (1988), e a comparação desta com a metodologia dos Diagramas de Voronoi (Maliska e Vasconcellos, 1998), que também utiliza malhas não-estruturadas, e a metodologia tradicional de volumes finitos para malhas estruturadas (Maliska, 1995). O alvo desta comparação foi o comportamento do algoritmo proposto neste trabalho em relação aos outros dois. Em todas as formulações utilizou-se as funções de interpolação básicas de cada método.

A formulação proposta aqui diferenciou-se da formulação proposta por Baliga e Patankar (1988) em alguns aspectos. Uma contribuição deste trabalho está na formulação do acoplamento pressão/velocidade, que foi implementado através de uma equação de correção de velocidades que envolve um número mínimo de pontos de pressão, facilitando a implementação computacional. Outra contribuição está no cálculo do gradiente de pressão, que foi realizado segundo os desenvolvimentos presentes nas metodologias que utilizam malhas não-estruturadas, como por exemplo, Maliska (1995) e Cardoso (1997).

Os resultados obtidos neste trabalho mostraram que o modelo numérico proposto é mais compacto do que outros métodos que utilizam malhas não-estruturadas, como o método dos elementos finitos, sem perder a generalidade que estes métodos oferecem.

REFERÊNCIAS

- Baliga, B.R., 1978, "A control volume based finite element method for convective heat and mass transfer", Ph. D. Thesis, University of Minnesota, Minneapolis.
- Baliga, B.R. e Patankar, S.V., 1980, "A New Finite Element Formulation for Convection Diffusion Problems", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 3, pp. 393-409.
- Baliga, B.R. e Patankar, S.V., 1988, "Elliptic systems: Finite-element method II", *Handbook of Numerical Heat Transfer*, pp. 421-455, John Wiley & Sons.
- Cardoso, F.C., 1997, "Algoritmo para simulação numérica das equações do movimento pelo método dos volumes finitos

usando diagramas de Voronoi", Dissertação de mestrado, Departamento de Informática e Estatística, UFSC, Florianópolis, SC, Brasil.

Guia, U., Ghia, K. N., Shin, C. T., 1982, "High-Re Solutions for Incompressible Flow using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method", *Journal of Computational Physics*, 387-411.

Maliska, C.R., 1995, "Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional", LTC, Rio de Janeiro.

Maliska, C.R., Vasconcellos, J.F.V., 1998, "An Unstructured Finite Volume Procedure for Simulating Flows with Moving Fronts", In: IV WCCM - World Congress on Computational Mechanics, Buenos Aires, CD-ROM edition.

Marcondes, F., Zambaldi, M.C., e Maliska, C.R., 1995, "Comparação de Métodos Estacionários e GMRES em Simulação de Reservatórios de Petróleo Utilizando Malhas Não-Estruturadas", *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, Vol. XVII, fasc. 4, pp. 360-370.

Patankar, S.V., 1980, "Numerical heat transfer and fluid flow", McGraw-Hill, New York.

Peters, S., Mariani, V.C. e Cardoso, F.C., 1997, "Avaliação do desempenho de diferentes métodos de cálculo do gradiente de pressão em malhas não estruturadas de Voronoi", In: Anais XVIII CILAMCE - Congresso Ibero Latino-Americano de Métodos Computacionais para Engenharia, Vol 1, pp. 1297-1304, Brasília.

Raithby, G. D., 1976, "Skew Upstream Differencing Schemes for Problems Involving Fluid Flow", *Computational Method Applied Mechanical Engineering*, Vol. 9, pp. 153-164.

Schneider, F.A., 1998, "Solução Numérica de Escoamentos Bidimensionais em Malhas Não-Estruturadas pelo método dos Volumes Finitos", Dissertação de Mestrado, Coordenadoria de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis, SC, Brasil.

Schneider, G.E. e Raw, M.J., 1987, "Control-volume finite-element method for heat transfer and fluid flow using co-located variables - 2: Application and validation", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 11, pp. 391-400.

Swaminathan, C.R. e Voller, V.R., 1992, "Streamline upwind scheme for control-volume finite-element, part I: Formulation", *Numerical heat Transfer*, Vol. 22, pp. 95-107.

Taniguchi, N. e Kobayashi, T., 1991, "Finite Volume Method on the Unstructured Grid System", *Computers & Fluids*, vol.9, n.º.34, p. 287-295.

ABSTRACT

This paper presents a numerical method for the solution of 2d incompressible fluid flow problems using unstructured grids. The method uses the control volume approach and the integration volumes are obtained by the method of the medians. The method differs from the usual CVFEM in the construction of the correction equations in the pressure-coupling procedure using the SIMPLEX method. The solutions of classical test problems are obtained for evaluation of the methodology in comparison with similar methodology developed for unstructured grids of Voronoi type.

DETERMINATION OF TERTIARY CELLS IN A VERTICAL SLOT
Pedro F. de Abreu

 Computer Engineering Department, Vale do Itajaí University – UNIVALI and
 Computational Fluid Dynamics Laboratory, Federal University of Santa Catarina
 88.040-900 – Florianópolis – SC – Brazil

Roydon A. Fraser, John L. Wright

 Mechanical Engineering Department, University of Waterloo
 Waterloo – ON – Canada – N2L 3G1

Clovis R. Maliska

 Computational Fluid Dynamics Laboratory – SINMEC
 Federal University of Santa Catarina
 88.040-900 – Florianópolis – SC – Brazil

SUMMARY

A procedure that allows the formation of tertiary cells as low as the theoretical critical Rayleigh number, Ra_c , using central differencing scheme (CDS) without a use of a higher scheme was devised. The numerical results are compared with experimental results and with the only numerical solution reported in the literature. It is well known that second and first order schemes preclude the generation of secondary cells at the Ra_c . Knowing that two or more solutions exist at lower Ra , it was thought that the simulation might select a solution with secondary and tertiary cells if it were given a "push", i.e., overriding the delay effect introduced by the discretization scheme, by perturbing the flow by summing the existing flow field with a "perturbation" velocity field which resembles secondary cells and tertiary cells. The flow is modeled for a range of Prandtl number, Pr , of 50 to 1000, to compare with the results reported in the literature. Also, to justify the discrepancies between the numerically simulated and measured Nusselt Numbers, Nu , for $Ra > 1.4 \times 10^4$ in air a try was done for Pr as low as 0.71. Although the procedure has been shown to be able to model tertiary cells for $Pr \geq 50$ near the critical Rayleigh number for tertiary cells, Ra_c , it is not able to do the same for $Pr = 0.71$ (air). Therefore, it can be concluded that tertiary flows do not exist for air Prandtl number ($Pr = 0.71$), or that any tertiary flow in the cavity is so weak that this procedure is not able to reproduce it. It is more likely the flow is going to transition to turbulence.

INTRODUCTION

The motivation of this work, the determination of tertiary cells in a vertical slot, arose when a literature survey in tall cavities was done by de Abreu (1996) to employ the state of the art in modeling complex fenestration systems (windows). It was found, see Figure 1, that for air, $Pr=0.71$, cavity aspect ratio, $A=40$, Rayleigh number, $Ra > 1.4 \times 10^4$, the numerically calculated values of Nusselt Numbers, Nu , with secondary flow being modeled by Raithby and Wong (1981), Lee and Korpela (1983), Wright (1990), were lower than those measured by ElSherbiny *et al.* (1982) and Shewen (1986). Consequently, the simulation was not fully modeling all of the physical mechanisms of heat transfer. This discrepancy could be due to, among several factors, the presence of tertiary cells, the appearance of unsteady cat's eyes and three dimensional effects which would increase the heat transfer. Although tertiary flows have only been visualized in oil by Elder (1965), Seki *et al.* (1978a and 1978b), Chen and Thangam (1985) and Wakitani (1994) and numerically determined for $Pr > 50$ by de Vahl Davis and Mallinson (1975), they were modeled for air in this work to verify whether they are present in the flow in range of the critical Rayleigh number.

The reason for perturbing the tertiary cells is because in that range neither the experiments of ElSherbiny *et al.* (1982) nor Shewen (1986) have shown unsteady disturbance, and no work has been done to determine tertiary cells for Pr as low as for air. Also, the first appearance of the tertiary flow in the

work of de Vahl Davis and Mallinson (1975) was far from the experimental critical Rayleigh number, Ra_c .

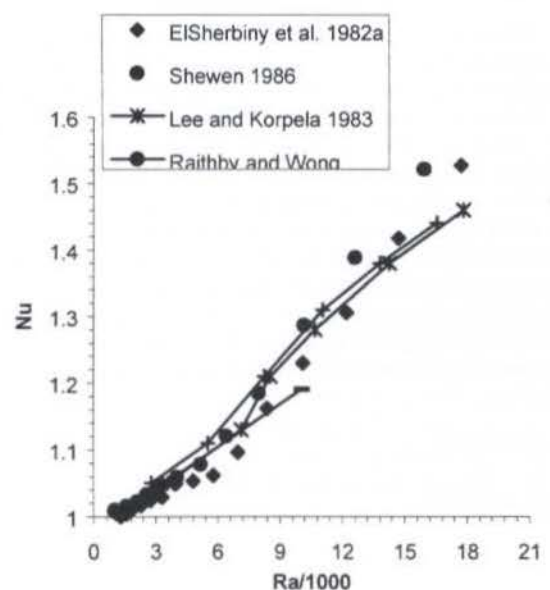


Figure 1: Comparison of Available Simulation and Measured Nu vs. Ra Results for the Vertical Cavity, $A=40$.

At high Rayleigh numbers, $Ra > Ra_c$, transverse stationary cells may be expected. For $A = 40$, Wright (1990) and de Abreu (1996) have shown that if secondary cells are not modeled in the flow, the heat transfer across the cavity, for $Ra > Ra_c$, is lower than the measured values of ElSherbiny *et al.* (1982) and Shewen (1986). When the secondary cells are generated the values for the heat transfer across the cavity agree with those measured within 1% to 5%.

Several models have been able to resolve secondary cells in the vertical cavities (Roux *et al.*, 1979; Korpela *et al.*, 1982; Lee and Korpela, 1983; de Vahl Davis and Jones, 1984; Chait and Korpela, 1989; Ramanan and Korpela, 1989; Le Queré, 1990). It is well known (Patankar, 1980) that fully upwind differencing schemes (UDS) or hybrid schemes, as exponential differencing schemes, EDS, produce false diffusion in recirculating flows which may overwhelm the physical diffusion when convection effects are dominant. This effect can delay the onset of the instabilities. This might be true when tertiary cells appear.

Most models capable of generating secondary cells, near the critical Rayleigh number, are based on high order discretization schemes (Roux *et al.*, 1979; Korpela *et al.*, 1982; Ramanan and Korpela, 1989; Chait and Korpela, 1989; Le Queré, 1990). Due to the difficulty of applying the method, boundary conditions and solving the conjugate problem they are not suitable to solve the window problem. Others claim to have avoided false diffusion by using a central differencing scheme (CDS) and uniform grids (Lauriat and Desrayaud, 1985; de Vahl Davis and Jones, 1984; Wright, 1990), but only Wright (1990) could obtain secondary cells near the critical Rayleigh number. Although from the results of the stability analysis of Bergholz (1978), the secondary cells might be expected for Ra as low as 7,150 for $A = 20$, de Vahl Davis and Jones (1984) and Lauriat and Desrayaud (1985) have reported secondary cells for Ra as low as 2×10^4 and 2.2×10^4 , respectively. However, Wright (1990), perturbing the flow, has modeled secondary cells with Ra as low as the theoretical critical value. The numerical model employed here uses the same approach used by Wright (1990), CDS when secondary or tertiary cells are expected and EDS when they are not expected.

NUMERICAL MODEL

Obtaining solutions to the nonlinear Navier-Stokes equations has always been a challenge to fluid mechanics and mathematicians alike. Even though exact solutions do exist (Schlichting, 1979), they are restricted to very specialized cases. Much of the effort has therefore been devoted to developing approximate solution techniques which can be applied to a much larger variety of problems.

For the natural-convection phenomena in cavities, as described by Equations (1), (2), (3), and (4), the momentum and energy equations are coupled through the body force term which depends on the temperature field. As a result, all the aforementioned equations must be solved simultaneously and hence represent an additional level of complexity to obtaining a solution.

continuity:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

momentum:

in x:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p_k}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

in y:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p_k}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho g \beta (T - \bar{T}) \quad (3)$$

energy:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \dot{S} \quad (4)$$

where, ρ , μ , β , g , c_p and k are the density, viscosity, coefficient of thermal expansion, gravity, constant-pressure specific heat and conductivity, respectively; t is the time; x , y are the Cartesian coordinates; u , v are the velocity components; T is the temperature; $\rho g \beta (T - \bar{T})$ is the buoyancy force/unit volume in the y direction where $\bar{T} = (T_h + T_c)/2$; T_h and T_c are the temperatures at the hot wall and cold wall, respectively; \dot{S} is the source term, and the origin of the coordinates (x , y) is placed at the most lower left corner of the cavity with gravity in the $-y$ direction. p_k , the kinematic pressure, drives the flow. It is obtained from the following expression

$$p(y) = p_o - \int_0^y \bar{\rho}(y) g dy + p_k$$

A Finite Volume Method (FVM) (Patankar, 1980) using a collocated pressure arrangement on a non-orthogonal grid (Rhie, 1981) was used in this work. In this formulation the approximate equations are obtained through conservation balances of the conserved property (mass, momentum, enthalpy, etc.) in the elemental control volume.

Equation Discretizations. Heat transfer and fluid flow problems require the solution of general conservation equations (Patankar, 1980) of the form

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho \Phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u \Phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \Phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \dot{S} \Phi \quad (5)$$

over some specified problem domain and with the appropriate boundary conditions for the solution variable which may represent any conserved quantity.

The collocated grid formulation that was implemented (Rhie, 1981) is applied over each control volume, as depicted in Figure 2. Each rectangular control volume whose node is designated as P , has four neighboring nodes designated by their compass bearing from P , i.e., S , N , W and E ; similarly, s , n , w and e refer to the location of the faces of the control volume of interest. Δx_w and Δx_e are the distances in the x direction from the node to the west and east faces of the control volume considered, respectively, while Δy_s and Δy_n are the distances to the south and north faces, respectively. The variables p , u , v and T are located and calculated at the center of the P control volumes.

The transport equations are integrated over a finite number of control volumes (CVs), leading to balance equations of fluxes J through the CV faces, and volumetric sources $\dot{S} \Phi$.

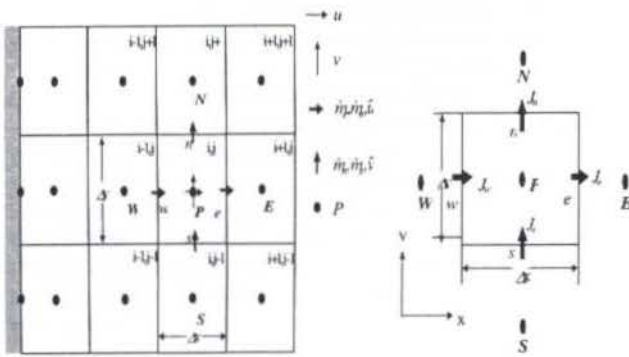


Figure 2: Computational Grid and Labeling Scheme.

Thus

$$J_e - J_w + J_n - J_s = 0 \quad (6)$$

Evaluation of the convection and diffusion contribution to the flux J will be described for the CV face "e". Analogous expressions follow for the others faces.

First the cell face mass flux is evaluated as

$$\dot{m}_e = \rho \hat{u} A_e \quad (7)$$

where \hat{u} is the convecting velocity in the x direction. The mass fluxes are assumed to be known when solving the momentum and heat transport equations.

The convective flux of a variable Φ is evaluated as

$$J_e^c = \dot{m}_e \Phi_e \quad (8)$$

where Φ_e stands for the mean value of the transported variable (u , v or T) at CV face "e". The estimate for this value is expressed in terms of the nodal values by employing the upwind weighted scheme of Raithby and Torrance (1974), from now on called EDS (Exponential Differencing Scheme).

The diffusion flux involves an estimate of the mean gradient of Φ at the CV face. Here again EDS is employed, leading to

$$J_e^D = -\Gamma_e \left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_e A_e \quad (9)$$

To perform the integration, values of variables at the faces of the control volumes were related to the nodal values using EDS. Hence, to relate Φ_e to Φ_E and Φ_P , the following approximation is made:

$$\Phi_e = (0.5 + \alpha_e) \Phi_P + (0.5 - \alpha_e) \Phi_E \quad (10)$$

Furthermore, the diffusion at the east face is approximated by:

$$\Gamma_e \left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_e = \beta_e \frac{\Gamma_e}{\Delta x} (\Phi_E - \Phi_P) \quad (11)$$

The convective and diffusive weights, α_e and β_e , are functions of the Peclet number, Pe , i.e.:

$$\alpha_e = 0.5 \left(\frac{Pe^2}{5 + Pe^2} \right) \left| \frac{\dot{m}_e}{\Gamma_e} \right| \quad (12)$$

$$\beta_e = \frac{1 + 0.005 Pe^2}{1 + 0.05 Pe^2} \quad (13)$$

where $Pe = \frac{\dot{m}_e}{D_e}$, $D_e = \frac{\Gamma_e A_e}{\Delta x}$, \dot{m}_e is the mass flux through the east face, A_e is the surface area of the east face, and Δx is the distance in the x direction between nodes P and E .

After integration is performed using the EDS scheme, the resulting equation is an algebraic expression of the form:

$$A_p^\Phi \Phi_p = A_N^\Phi \Phi_N + A_S^\Phi \Phi_S + A_E^\Phi \Phi_E + A_W^\Phi \Phi_W + B^\Phi \quad (14)$$

Equation. (14) can be cast in a short form:

$$A_p^\Phi \Phi_p = \sum A_{nb}^\Phi \Phi_{nb} + B^\Phi \quad (15)$$

where the subscript nb refers to the nodes neighboring node P , i.e., W , E , S and N . In Equation. (14), the A 's are the coefficients and B^Φ is the source term:

$$\begin{aligned} A_N^\Phi &= \beta_n D_n - \frac{\dot{m}_n}{2} + \alpha_n \dot{m}_n \\ A_S^\Phi &= \beta_s D_s + \frac{\dot{m}_s}{2} + \alpha_s \dot{m}_s \\ A_E^\Phi &= \beta_e D_e - \frac{\dot{m}_e}{2} + \alpha_e \dot{m}_e \\ A_W^\Phi &= \beta_w D_w + \frac{\dot{m}_w}{2} + \alpha_w \dot{m}_w \\ A_p^\Phi &= A_N^\Phi + A_S^\Phi + A_E^\Phi + A_W^\Phi - R^\Phi V + \frac{M_p}{\Delta t} \\ B^\Phi &= Q^\Phi V + \frac{M_p^0 \Phi_p^0}{\Delta t} \\ M_p &= \rho V \end{aligned} \quad (16)$$

For a value of grid Peclet number greater than ten, $|Pe| \geq 10$, the exponential scheme (EDS) approaches the fully upwind differencing scheme (UDS). If the grid Peclet number is smaller than two, $|Pe| \leq 2$, it approaches the central difference scheme (CDS). So to use UDS, the values of the convective and diffusive weights should be set constant, say, $\alpha=0.5$ and $\beta=0.1$, and to apply CDS, the values of the convective and diffusive weights should be fixed to, $\alpha=0$ and $\beta=1$.

Grid Description. The aim of the finite volume method is to replace Equation (5) with a set of algebraic equations involving the values of Φ at a finite number of discrete control volumes and to preserve conservation throughout. Uniform grid spacings in both the x and y directions are used in the cavity because secondary cells can be present in the flow and can be present everywhere. This precludes the use of a non-uniform grid.

Since false diffusion depends on the control volume size, it is expected that different false diffusion levels would lead to different solutions (Markatos and Pericleous, 1984). To obtain high resolution in the computed results and ensure good accuracy without the contamination of false diffusion, the control volume sizes should be as small as possible, though not so small as to overtax the available computing facilities. As pointed out by Wright (1990) the grid aspect ratios (i.e., $A_{grid} = \Delta y / \Delta x$) used in the studies found in the literature (Raithby and Wong, 1981; Korpela *et al.*, 1982; Lee and Korpela, 1983; Ramanan and Korpela, 1989) ranged from 2.5 to 10. Throughout the current study the grid aspect ratio will be 5.

Perturbation. To model secondary cells, the same four step procedure used by Wright (1990) will be utilized, as follow:

- 1) establish the solution for a unicellular base flow using EDS, allowing large time step;
 - 2) switch to CDS, reducing the time step to the maximum explicit time step;
 - 3) perturb the flow by summing the existing flow field with a "perturbation" velocity field which resembles secondary cells alone and;
 - 4) allow the iteration process to continue to convergence.
- The perturbation field is generated following the steps below given by Wright (1990).

The height of a single secondary cell, l_c , expressed in terms of a wave-number, α_c , and width of the cavity, l , is

$$l_c = l \left(\frac{2\pi}{\alpha_c} \right) \quad (17)$$

where α_c is the interpolated value between the wave-numbers given in Lee and Korpela (1983). These are:

$\alpha_c=2.82$	$Gr=1.1 \times 10^3$
$\alpha_c=2.50$	$Gr=1.5 \times 10^3$
$\alpha_c=2.41$	$Gr=2.0 \times 10^3$
$\alpha_c=2.33$	$Gr=2.5 \times 10^3$

and $Ra = Pr \cdot Gr$. If $Gr < 1.1 \times 10^3$, α_c is set to 2.82.

The number of cells, n_c , is

$$n_c = INT \left[(A - 10) \frac{\alpha_c}{2\pi} \right] + 2 \quad (18)$$

and the perturbation velocity components at the P point of the any control volume, u_c and v_c , are:

$$u_c = \frac{u_{max}}{\alpha_c A} (\Psi_S - \Psi_N) \cdot (je - jb + I) \quad (19)$$

$$v_c = \frac{u_{max}}{\alpha_c} (\Psi_E - \Psi_W) \cdot (ie - ib + I) \quad (20)$$

where the perturbation stream function, Ψ_c , is applied over the solution grid and scaled such that the maximum value of u_c would be half of the maximum value of u known in the unicellular base flow, u_{max} . This scaling differs slightly from that presented by Wright (1990), where he used $u_c \leq u_{max}$. The reason for this difference is that the secondary flow is weaker than the unicellular base flow, so the velocities must be lower in the secondary flow than in the unicellular base flow which leads to a faster convergence.

The perturbation stream function (Wright, 1990) is given by

$$\Psi_c = -\frac{I}{2} \cdot \left(I + \cos \left(2\pi \left(\frac{x}{l} - \frac{I}{2} \right) \right) \right) \cdot \left(I - \cos \left(\alpha_c A \left(\frac{y}{h} - \frac{I}{2} \right) + n_o / e\pi \right) \right) \quad (21)$$

where $n_{oe}=1$ if n_c is odd, $n_{oe}=0$ if n_c is even.

Equation (21) applies over the range

$$\frac{(h - n_c l_c)}{2} < y < \frac{(h + l_c n_c)}{2} \quad (22)$$

Otherwise, near the ends of the cavity, $\Psi_c = 0$.

The procedure to generate the perturbation field for the tertiary flow will be similar to that producing the perturbation field for the secondary flow:

- 1) calculate l_c and n_c for the secondary flow;
- 2) find the number of tertiary cells, $n_t = n_c - 1$. Here, the assumption is made that between two secondary cells there is one tertiary cell;
- 3) determine the new height of a single secondary cell, l_{cn} and the height of the tertiary cell, l_t . The l_{cn} was thought to be 2.5 times l_c , because this was the scaling found by both Elder (1965) and Seki *et al.* (1978a and 1978b) in their visualization experiments;
- 4) estimate the perturbation stream function,

where,

$$l_{cn} = 2.5 l_t \quad \text{and} \quad l_t = \frac{l_c}{\left(3.5 + \frac{I}{n_c} \right)} \quad (23)$$

$$\Psi_c = - \left(I + \cos \left(2\pi \left(\frac{x}{l} - \frac{I}{2} \right) \right) \right) \cdot \left(I + \cos \left(2\pi \left(\frac{y^*}{l_{st}} - \frac{I}{2} \right) \right) \right) \cdot (-I)^n \quad (24)$$

and

$$y^* = y - \left(\frac{I}{2} (h - n_c l_c) + n_{ts} l_{cn} + n_{tt} l_t \right) \quad (25)$$

n_{ts} , n_{tt} are the number of times the secondary cells and tertiary cells were generated, $n = n_{ts} + n_{tt}$ and l_{st} is equal to l_{cn} or l_t depends on the cell that are being produced. The generation of the stream function for the secondary and tertiary cells alternates between the two. First a secondary, and then a tertiary cell is generated, then a secondary cell, and so on, until the last secondary cell is made;

- 5) evaluate the perturbation velocity components of the tertiary cells. The maximum velocities for the perturbation field of the tertiary flow were supposed to be 5 times less than that of the secondary flow, because the tertiary flow is weaker,

$$u_t = \frac{u_{max}}{5 \alpha_c A} (\Psi_S - \Psi_N) \cdot (je - jb + I) \quad (26)$$

$$v_t = \frac{u_{max}}{5 \alpha_c} (\Psi_E - \Psi_W) \cdot (ie - ib + I) \quad (27)$$

RESULTS

To examine the reliability of the code to generate tertiary cells near the critical Rayleigh number comparison with experiments and numerical results are presented

A grid size study was conducted on computational meshes ranging from 10 to 40 control volumes in the horizontal direction, with grid (cell) aspect ratio 5, cavity aspect ratio 10, 15 and 20, $Pr = 0.71$ for $Ra = 10^4$ and, $Pr = 100$ for $Ra = 10^5$. For these different grids the difference in total heat transfer to the warm wall and the maximum velocities and temperature is less than 1% for all cases for a grid consisting of 30 and 40 control volumes. Therefore, the grid with 30 control volumes in the horizontal direction for any aspect ratio cavity was selected for the calculations unless otherwise noted. The nodes are regularly spaced in order to assist capturing the secondary cells when present. It is noticed that the grid is fine enough to

resolve the thermal and velocity boundary layers near the wall when they are present.

It was seen in the introduction that for $Ra > 1.4 \times 10^4$ the calculated values of Nusselt Numbers, Nu , are lower than those measured by ElSherbiny *et al.* (1982) and Shewen (1986) (see Figure 1). Consequently, the simulation is not fully modeling all of the physical mechanisms of heat transfer. Among several factors that could increase the heat transfer are the presence of tertiary cells, the appearance of unsteady cat's eyes and three dimensional effects. Although tertiary flows have only been visualized in oil by Elder (1965), Seki *et al.* (1978a and 1978b), Chen and Thangam (1985) and Wakitani (1994) and numerically determined for $Pr = 1000$ by de Vahl Davis and Mallinson (1975), they are modeled in this work to verify whether they are present in the Rayleigh number flow of windows and for air. The reason tertiary cells are suspected is because in this range neither the experiments of ElSherbiny *et al.* (1982) nor Shewen (1986) have shown unsteady disturbances, and no work has been done to determine the regime for tertiary cells for Pr number as low as that for air. Also, the first appearance of tertiary flow in the work of de Vahl Davis and Mallinson (1975) was far from the experimental critical Ra_c (they did not use any provision to perturb the flow). Table 1 summarizes the aforementioned results and the results of this work. For $Pr = 900$ the Ra_c found using the simple model presented here was 8.9×10^5 which is near of expected value Ra_c , within experimental error presented by Wakitani (1994), $8.5 \times 10^5 \pm 10\%$.

Works	Pr	A	Ra_c
Elder (1965)	1000	10-20	$3.0 Ra_c$
Seki et al. (1978b)	480	15	3.0×10^5
Chen and Thangam (1985)	160	15	$2.5 Ra_c$
Wakitani (1994)	50	15	1.7×10^6
	125	10	1.0×10^6
	125	15	1.8×10^6
	900	10	8.5×10^5
de Vahl Davis and Mallinson (1975)	1000	10	9.4×10^5
Present work	55	15	1.8×10^6
	125	15	1.9×10^6
	793	10	8.9×10^5
	900	10	8.9×10^5

Table 1: Summary of Values for Critical Rayleigh Number for Onset of Tertiary Flow.

To verify the existence of tertiary flow in a cavity filled with air, the flow was perturbed by superimposing a tertiary flow, in the range of Rayleigh numbers, $1.5 \times 10^4 < Ra < 2.0 \times 10^4$. For this range of Ra the cells perturbed die out in the course of converging to a solution.

CONCLUSIONS

Although the model presented here has been shown to be able to model tertiary cells for $Pr \geq 50$ near the critical Rayleigh number for tertiary cells, Ra_c , it is not able to do the same for $Pr = 0.71$ (air). Therefore, it can be concluded that tertiary flows does not exist for air Prandtl number ($Pr = 0.71$),

or that any tertiary flow in the cavity is so weak that this model is not able to reproduce it. It is more likely the flow is going to transition to turbulence. Seki *et al.* (1978b) in their visualization experiments pointed out that when tertiary cells appear, which is created by shear stress between two secondary cells, does not increase substantially the heat flow between the two vertical walls in contrast to when the flow changes to transition type flow. Consequently, further work has to be done to determine the reasons for the existing discrepancies between numerical and experimental results for high Ra in air

REFERENCES

- Bergholz, R. F., 1978. "Instability of Steady Natural Convection in a Vertical Fluid Layer", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 84(4), pp. 743-768.
- Chait, A. and S.A. Korpela, 1989. "The Secondary Flow and Its Stability for Natural Convection in a Tall Vertical Enclosure", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 200, pp. 189-216.
- Chen, C.F. and S. Thangam, 1985. "Convective Stability of a Variable Viscosity Fluid in a Vertical Slot", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 161, pp. 161-173.
- de Abreu, P.F., 1996. "Modeling the Thermal Performance of Windows Using a Two-Dimensional Finite Volume Model," Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Waterloo.
- de Vahl Davis, G. and I.P. Jones, 1984. "The Effect of Vertical Temperature Gradients on Multi-Cellular Flows in High Aspect Ratio Cavities". In *Proceedings of the Conference on Liquid Metal Technology in Energy Production*, Oxford, April 9-13.
- de Vahl Davis, G. and G.P. Mallinson, 1975. "A note on Natural Convection in a Vertical Slot", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 72(1), pp. 87-93.
- Elder, J.W., 1965. "Laminar Free Convection in a Vertical Slot", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 23(1), pp. 77-98.
- ElSherbiny, S.M., G.D. Raithby and K.G.T. Hollands, 1982. "Heat Transfer by Natural Convection Across Vertical and Inclined Air Layers", *Journal of Heat Transfer*, vol. 104, pp. 96-102.
- Korpela, S.A., Y. Lee and J.E. Drummond, 1982. "Heat Transfer Through a Double Pane Window", *Journal of Heat Transfer*, vol. 104, pp. 539-544.
- Lauriat, G. and G. Desrayaud, 1985. "Natural Convection in Air-Filled Cavities of High Aspect Ratios: Discrepancies Between Experimental and Theoretical Results", presented at the National Heat Transfer Conference, ASME, Denver, Colorado, August 4-7.
- Le Queré, P., 1990. "A Note on Multiple and Unsteady Solutions in Two-Dimensional Convection in Tall Cavity", *Journal of Heat Transfer*, vol. 112, pp. 965-974.
- Lee, Y. and S.A. Korpela, 1983. "Multicellular Natural Convection in a Vertical Slot", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 126, pp. 91-121.
- Markatos, N.C. and K.A. Pericleous, 1984. "Laminar and Turbulent Natural Convection in a Enclosed Cavity", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 27, pp. 755-772.
- Patankar, S.V., 1980. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corp.
- Raithby G.D. and K.E. Torrance, 1974. "Upstream-Weighted Differencing Schemes and their Application to

Elliptic Problems Involving Fluid Flow", *Computer & Fluids*, vol. 2, pp. 191-206.

Raithby, G.D. and H.H. Wong, 1981. "Heat Transfer by Natural Convection Across Vertical Air Layers", *Numerical Heat Transfer*, vol. 4, pp. 447-457.

Ramanan, N. and Korpela, S.A., 1989. "Multigrid Solution of Natural Convection in a Vertical Slot", *Numerical Heat Transfer*, vol. 15(3), part A, pp. 323-339.

Rhie, C.M., 1981. "A Numerical Study of the Flow Past an Isolated Aerofoil with Separation", Ph.D. Thesis, University of Illinois, Champaign, Urbana, chap. 4, pp. 22-35.

Roux, B., J-C. Grondin and P. Bontoux, 1979. "Natural Convection in Inclined Rectangular Cavities", *Proceedings of the 1st International Conference on Numerical Methods in Thermal Problems*, pp. 423-432, July 2-6.

Schlichting, H., 1979. "Boundary-Layer Theory", McGraw-Hill Publishing Company.

Seki, N., S. Fukusako and H. Inaba, 1978a. "Visual Observation of Natural Convective Flow in a Narrow Vertical Slot", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 84(4), pp. 695-704.

Seki, N., S. Fukusako and H. Inaba, 1978b. "Heat Transfer of Natural Convection in a Rectangular Cavity with Vertical Walls of Different Temperatures", *Bulletin of the JSME*, vol. 21, pp. 246-253.

Shewen, E.C., 1986. "A Peltier-Effect Technique for Natural Convection Heat Flux Measurement Applied to the Rectangular Open Cavity", Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Waterloo.

Wakitani, S., 1994. "Experiments on Convective Instability of Large Prandtl Number Fluids in a Vertical Slot", *Journal of Heat Transfer*, vol. 116(1), pp. 120-126.

Wright, J.L., 1990. "The Measurement and Computer Simulation of Heat Transfer in Glazing Systems," Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Waterloo.

**APPROXIMATIONS OF FUNCTIONS INVOLVING EXPONENTIALS IN
EXPONENTIAL-TYPE SCHEMES FOR CONVECTION-DIFFUSION
PROBLEMS.**

José R. Figueiredo

School of Mechanical Engineering
State University at Campinas
13083-970 - Campinas - SP - Brazil

SUMMARY

Sophisticated exponential-type schemes such as LOADS, Flux-Spline and UNIFAES, presented excellent accuracy and great stability. The computing time for the calculation of exponentials can be minimised with approximation procedures such as Patankar's Power-Law. The present work evaluates the impact of the Power-Law procedure upon the accuracy of the simple exponential, LOADS and UNIFAES, employing the linear test case representing the two-dimensional transport of a scalar upon a uniform flow.

INTRODUCTION

The exponential discretization schemes for convective-diffusive equations have the strong conceptual appeal of being based on ordinary equations that approximate the very equation under study, and also the practical appeal of possessing great stability. However, the simple exponential scheme (Spalding, 1972; Raithby and Torrance, 1974; Patankar, 1980) has shown poor accuracy as the global Peclet number increases, being often compared with the first order upwind scheme for its numerically diffusive behaviour.

Also, the conceptual appeal of the exponential scheme's interpolation rule is weakened due to the use of an unrealistic homogeneous generating equation. This perception gave rise to a family of schemes based on a non-homogeneous equation, including a source term that further approaches the physics of the problem. This family includes the Locally Analytic Differencing Scheme, LOADS (Wong and Raithby, 1979), the Flux-Spline scheme (Varejão, 1979; Karki et al, 1989) and, more recently, the Unified Finite Approach Exponential-type Scheme, UNIFAES (Figueiredo, 1997). This class of schemes demonstrated excellent accuracy at all Péclet numbers, with great stability.

A remaining criticism to such sophisticated exponential-type schemes concerns the computing time due to the calculation of exponentials. This limitation can be avoided by means of approximation procedures, being Patankar's power-law the best known of them

This paper evaluates the effect of the Power-Law approximation rule upon the accuracy of LOADS and UNIFAES. The simple exponential scheme, its Power-Law analogue and the central differencing are also included, but the Flux-Spline scheme is omitted due to its complexity.

A series of test cases referring to the linear constant coefficient two dimensional transport equation is employed. The results indicate the excellent approximation of the Power-Law to the exact exponential functions in all exponential based schemes.

DISCRETIZATION SCHEME

A brief presentation of three exponential type schemes, simple exponential, LOADS and UNIFAES, is given here, further details are found in the references cited above.

Let us consider the conservative-form transport equation with constant thermophysical properties in the non-dimensional form:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial (P u \phi)}{\partial x} + \frac{\partial (P v \phi)}{\partial y} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = S \quad (1)$$

where t is the non-dimensional time, u and v are the velocity components at the x and y directions respectively, ϕ is the relevant intensive property, S stands for a source term and P is the global Péclet number. For non-dimensionalization details, see Figueiredo (1997).

Integrating equation (1) on the cell area (Fig. 1) and employing the divergence theorem, according to the control volume methodology, one obtains:

$$\delta x \delta y \frac{\partial \phi}{\partial t} + (J_e - J_w) \delta y + (J_n - J_s) \delta x = S \delta x \delta y \quad (2)$$

where J_e is the combined convective and diffusive flux at cell boundary e :

$$J_e = P u \phi_e - \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_e \quad (3)$$

and so on for the other cell boundaries.

The interpolating curve is obtained as the exact solution of the ordinary equation:

$$P u \frac{d\phi}{dx} - \frac{d^2\phi}{dx^2} = K_x \quad (4)$$

which approximates partial equation (1) assuming u to be locally constant, as well as the source term K_x , that represents all the terms of equation (1) not included in (4). The general solution to equation (4) is:

$$\phi = C_1 + \frac{K_x}{P u} x + C_3 \exp(P u x) \quad (5)$$

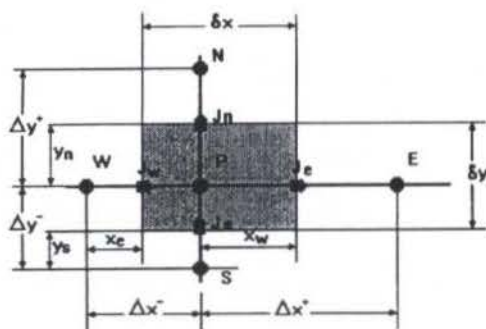


Figure 1 - Sketch of elementary control volume.

Assuming that K_e can be found somehow, the parameters C_1 and C_3 can be determined by adjusting the interpolating profile (5) to the nodes P and E, etc., so that the flux at each cell boundary can be obtained. These fluxes are substituted into equation (2), and the result simplified with the continuity equation. The resulting difference equation is:

$$\begin{aligned} \delta x \delta y \frac{\partial \phi}{\partial t} + (\phi_P - \phi_E) \pi(p_e) \frac{\delta y}{\Delta x^+} + (\phi_P - \phi_W) \pi(-p_w) \frac{\delta y}{\Delta x^-} + \\ (\phi_P - \phi_N) \pi(p_n) \frac{\delta x}{\Delta y^+} + (\phi_P - \phi_S) \pi(-p_s) \frac{\delta x}{\Delta y^-} = S \delta x \delta y - \Psi \end{aligned} \quad (6)$$

where

$$p_e = P u_e \Delta x^+ \quad (7)$$

$$p_w = P u_w \Delta x^- \quad (8)$$

$$p_n = P v_n \Delta y^+ \quad (9)$$

$$p_s = P v_s \Delta y^- \quad (10)$$

$$\pi(p) = \frac{p}{\exp(p) - 1} \quad (11)$$

$$\Psi = [K_e \Delta x^+ \chi(p_e) - K_w \Delta x^- \chi(p_w)] \delta y + [K_n \Delta y^+ \chi(p_n) - K_s \Delta y^- \chi(p_s)] \delta x \quad (12)$$

$$\chi(p) = \frac{1}{\exp(p) - 1} - \frac{1}{p} + r = \frac{\pi(p) - 1}{p} + r \quad (13)$$

$$r = \frac{x_e}{\Delta x^+} + \frac{x_w}{\Delta x^-} + \frac{y_n}{\Delta y^+} + \frac{y_s}{\Delta y^-} \quad (14)$$

The formulation above applies to all exponential based schemes, with exception of the Flux-Spline for some aspects. The simple divergent form exponential assumes null generating equation's source terms K , so that term Ψ vanishes, and the computation of function χ is immaterial.

In LOADS the source term is computed as the resultant of the terms of eq. (1) that do not remain in the schemes' generating eq. (4), i.e.:

$$K_x = S - \left(\frac{\partial P \phi}{\partial t} + P v \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) \quad (15)$$

For the computation of K_e , for instance, LOADS would consider:

$$S = \frac{S_{i,j} + S_{i+1,j}}{2} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{i,j} + \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{i+1,j}}{2} \quad (17)$$

$$P v \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{(J_n - J_s) + (J_{ne} - J_{se})}{2} \quad (18)$$

The computation of the convective and diffusive cross-fluxes in eq. (18) is done by means of the simple divergent-form exponential scheme, where the terms K are neglected. Terms of kind $P v \phi$, appearing in the computation of each J , are canceled as a further approximation. A particular difficulty relates to the transient case where, as can be seen from eq. (17), transient terms of point $(i+1,j)$, as well $(i-1,j)$, $(i,j+1)$ and $(i,j-1)$, appear in the equation for point (i,j) .

In UNIFAES the source term is found by an extension of the Allen's finite differencing approach, that led to the Allen and Southwell's scheme (1955). By adjusting the interpolating curve (5) to the nodes W, P and E one forms a three equations system that can be solved for K_x , leading to:

$$P u_p \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = K_x = (\phi_P - \phi_E) \Pi^+ + (\phi_P - \phi_W) \Pi^- \quad (19)$$

where

$$\Pi^{\pm} = \frac{\pm P u_p [1 - \exp(-\pm P u_p \Delta x^{-})]}{\Delta x^{+} [\exp(-P u_p \Delta x^{-}) - 1] + \Delta x^{-} [\exp(P u_p \Delta x^{+}) - 1]} \quad (20)$$

In the uniform grid case ($\Delta x^{+} = \Delta x^{-} = \Delta x$) these expressions reduce to Allen and Southwell's scheme:

$$\Pi^{\pm} = \frac{\pm P u_p \Delta x}{\Delta x^2 [\exp(\pm P u_p \Delta x) - 1]} = \frac{\pi(\pm P u_p \Delta x)}{\Delta x^2} \quad (21)$$

As expressed in the first equality of eq. (19), Allen's finite difference analogue of the convective and diffusive terms is equal to the generating equation's source term K_x at each node. In UNIFAES the source term K_x , for instance, is found by linear interpolation from the estimates of K_x on nodes (i,j) and $(i+1,j)$, and so on for the other cell boundary source terms. At cell boundaries neighbour to the domain boundaries the source term is linearly extrapolated from the internal nodes. Such procedure guarantees conservation since $K_x^{i,j} = K_w^{i+1,j}$, so that $J_e^{i,j} = J_w^{i+1,j}$.

Noticeably, the UNIFAES discretization on direction x , for instance, is entirely independent on direction y and on time coordinate t . In UNIFAES there is no increased complexity on the discretization of each direction as other physical dimensions are added to the problem.

POWER-LAW APPROXIMATION

Patankar's (1980) power-law approximation to the function $\pi(p)$ is:

$$\pi(p) = \max\left[0, (1 - 0.1|p|)^5\right] + \max[0, -p] \quad (22)$$

For the simple exponential scheme that approximation is employed instead of the eq. (11). For both LOADS and UNIFAES other exponential function appear in the computation of the function χ , eq. (13), that is already written in terms of function π in the second equality shown. UNIFAES also employs exponential functions in eqs. (20) or (21). In the second equality of (21) the function is already expressed in terms of function π . The factorization of the right hand side of eq. (20) was first obtained by Jorge Llagostera (private communication).

$$\Pi^{\pm} = \frac{P u_p \pi(\pm P u_p \Delta x^{\pm})}{\Delta x^2 [\pi(-P u_p \Delta x^{-}) - \pi(P u_p \Delta x^{+})]} \quad (23)$$

TESTING METHODOLOGY

The accuracy of the approximating form (22) is compared with that of the exact form (11) within the exponential scheme, LOADS and UNIFAES, by means of a set of solutions of the linear constant coefficients equation, that represents the convective-diffusive process upon a uniform velocity field making an arbitrary angle with the X -axis. The exact solutions are obtained after dropping the transient and source terms of equation (1), rewriting it in terms of coordinates s and n , respectively parallel and normal to the flow directions, and employing the variables separation method (Figueiredo, 1997). Six qualitatively distinct real solutions named A, B, C, D, CD and DC are found in terms of an eigenvalue λ :

$$\phi_A = \exp\left(\frac{P - \sqrt{P^2 + 4\lambda^2}}{2} s\right) \sin(\lambda n) \quad (24)$$

$$\phi_B = \exp\left(\frac{P + \sqrt{P^2 + 4\lambda^2}}{2} s\right) \sin(\lambda n) \quad (25)$$

$$\phi_C = \exp\left(\frac{P - \sqrt{P^2 - 4\lambda^2}}{2} s\right) \exp(\lambda n) \quad (26)$$

$$\phi_D = \exp\left(\frac{P + \sqrt{P^2 - 4\lambda^2}}{2} s\right) \exp(\lambda n) \quad (27)$$

$$\phi_{CD} = \exp\left(\frac{P}{2} s\right) \sin\left(\sqrt{\lambda^2 - \frac{P}{4}} s\right) \exp(\lambda n) \quad (28)$$

$$\phi_{DC} = \exp\left(\frac{P}{2} s\right) \cos\left(\sqrt{\lambda^2 - \frac{P}{4}} s\right) \exp(\lambda n) \quad (29)$$

The solutions types A and B exist for all real eigenvalues. The solutions types C and D are restrict to $\lambda \leq P/2$, above this limit there are solutions of types CD and DC. At $\lambda = P/2$ the C, D and DC solutions coincide and CD vanishes.

Employing coordinate transformation from s - n to x - y each exact solution is imposed as Dirichlet condition on the boundary nodes of the square domain ($-0.5 \leq x \leq 0.5$; $-0.5 \leq y \leq 0.5$), divided in square cells.

RESULTS

Figures (2) to (5) consider solutions types A to D, with flow-to-grid angle of 22.5 degrees, $P=100$, $\lambda=10$, along column $x=0.4$ in a 10×10 grid. The exact solution is shown together with solutions from seven schemes: the central differencing, the simple exponential, LOADS and UNIFAES with the exact function π , and the three corresponding schemes with the approximated forms of π .

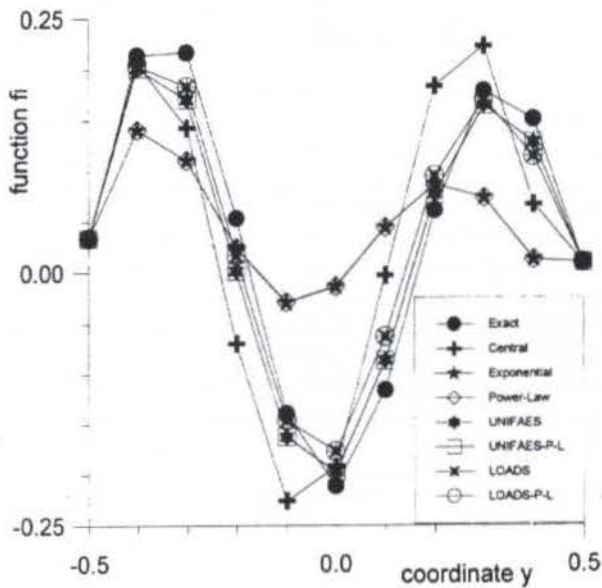


Figure 2 - Schemes' profiles for solution type A.

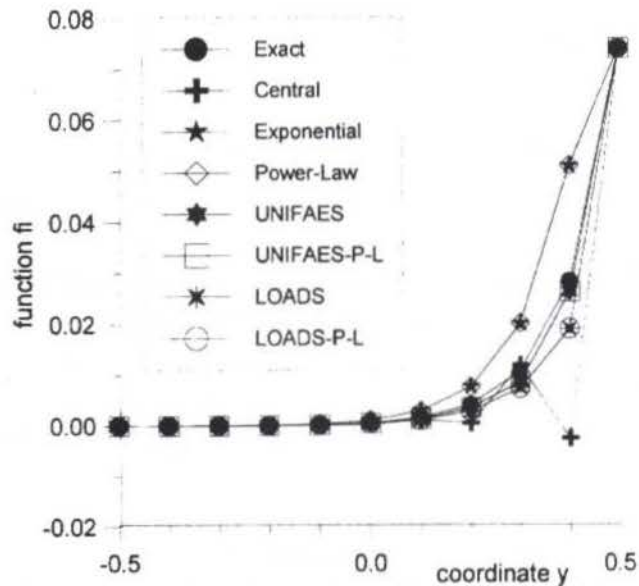


Figure 4 - Schemes' profiles for solution type C

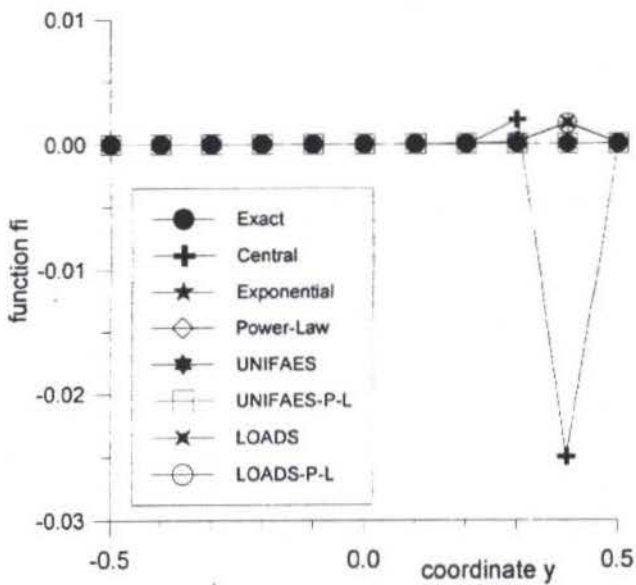


Figure 3 - Schemes' profiles for solution type B

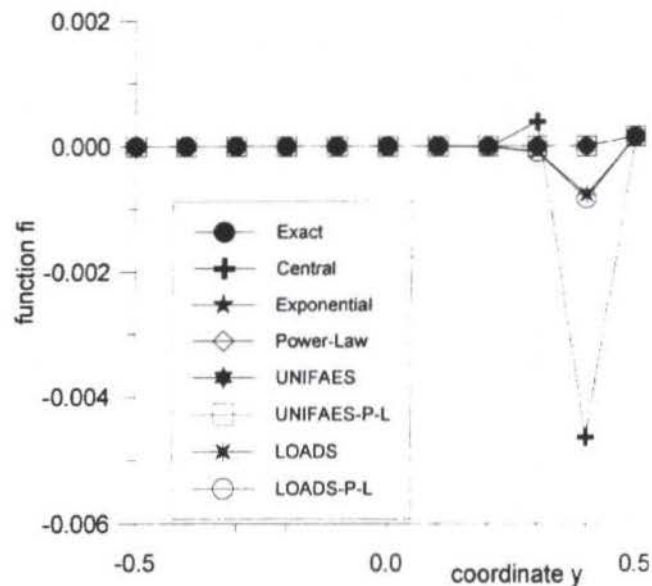


Figure 5 - Schemes' profiles for solution type D

Summing up results for the basic schemes, in all cases UNIFAES presents the smallest errors, followed by LOADS. The simple exponential has its greatest limitation in solutions A and C. Central differencing has wiggly behaviour in all solutions.

The numerical solutions obtained with the approximated forms of the three exponential based schemes are visually

coincident with the solutions obtained with the respective exact forms. Such small differences between the exact and approximated form schemes can be better appreciated numerically. Table 1 presents the root mean square of the internal nodes' errors against the exact solution, expressed as percentage of the difference between the maximum and minimum values of the function on the dominion, including its

boundaries. All solution types are considered, using 10 X 10 grid, $\lambda = 10$ and P varying from 1 to 10000.

At $P=10000$ the computer exponential function does not operate, being replaced by the limiting values also adopted in the Power-Law, so the exact and approximate forms of each of the three exponential based schemes coincide in absolute terms.

The number of iterations required for convergence up to 10^{-10} is also shown. Each iteration involves transient ADI sweeps from W to E, S to N, E to W and N to S. The time interval between each sweep was generally $\Delta t / \Delta x^2 = 10 / P$,

except for $P=1$, when $\Delta t / \Delta x^2 = 0.1$. This procedure is effectively implicit for the five node schemes Central, Exponential and Power-Law, but for UNIFAES and LOADS it is partially explicit with respect to term Ψ .

As well known, for the smaller values of P all the schemes are very close among themselves, both with respect to the accuracy and to the number of iterations, beginning to deviate as this non-dimensional number increases. As the Péclet number increases the number of iterations required for convergence of the central differencing increases significantly, and this scheme did not converge for $P=10000$.

Table 1 - Schemes' percentage rms. error in 10x10 grid for various Péclet numbers and solution types

Solution type A						
error	/ P=1	P=10	P=30	P=100	P=1000	P=10000
iterations						
Central	0.3164 / 23	0.6793 / 13	1.6627 / 12	4.922 / 21	21.092 / 178	no conv.
Exponential	0.3171 / 23	0.7561 / 13	2.5934 / 12	10.245 / 9	21.891 / 9	23.312 / 9
Power-Law	0.3172 / 23	0.7640 / 13	2.6278 / 12	10.258 / 9	21.892 / 9	23.312 / 9
UNIFAES	0.3043 / 23	0.4894 / 15	0.9883 / 18	2.405 / 19	5.482 / 30	6.091 / 32
UNIFAES-P-L	0.3019 / 23	0.4665 / 15	0.9367 / 18	2.395 / 19	5.482 / 30	6.091 / 32
LOADS	0.3004 / 23	0.4689 / 13	0.9818 / 13	2.690 / 14	6.587 / 17	7.292 / 18
LOADS-P-L	0.2974 / 23	0.4438 / 13	0.9273 / 13	2.682 / 14	6.587 / 17	7.292 / 18
Solution type B						
error	/ P=1	P=10	P=30	P=100	P=1000	P=10000
iterations						
Central	0.3164 / 23	0.2864 / 12	1.0639 / 7	0.3224 / 13	2 E-15 / 53	no conv.
Exponential	0.3170 / 23	0.3077 / 12	0.0064 / 7	2.9 E-6 / 3	0.0 / 1	0.0 / 1
Power-Law	0.3172 / 23	0.3119 / 12	0.0163 / 7	4.0 E-5 / 2	0.0 / 1	0.0 / 1
UNIFAES	0.3043 / 23	0.2784 / 12	0.0174 / 9	2.2 E-6 / 5	0.0 / 1	0.0 / 1
UNIFAES-P-L	0.3019 / 23	0.2814 / 13	0.0318 / 9	4.0 E-5 / 3	0.0 / 1	0.0 / 1
LOADS	0.3004 / 23	0.3212 / 12	0.1405 / 8	0.0185 / 6	3 E-17 / 3	0.0 / 1
LOADS-P-L	0.2974 / 23	0.3307 / 12	0.1574 / 8	0.0178 / 6	5 E-17 / 3	0.0 / 1
Solution types C and CD						
error	/ P=1	P=10	P=30	P=100	P=1000	P=10000
iterations						
Central	0.2932 / 22	0.2864 / 12	1.0825 / 10	0.9496 / 18	1.8950 / 163	no conv.
Exponential	0.2926 / 22	0.3077 / 12	0.0080 / 10	1.1031 / 8	2.1616 / 8	2.2631 / 8
Power-Law	0.2925 / 22	0.3119 / 12	0.1005 / 10	1.1082 / 8	2.1616 / 8	2.2631 / 8
UNIFAES	0.2898 / 22	0.2784 / 12	0.0475 / 15	0.1298 / 15	0.3188 / 20	0.3425 / 21
UNIFAES-P-L	0.2894 / 22	0.2814 / 12	0.0459 / 16	0.1286 / 15	0.3188 / 20	0.3425 / 21
LOADS	0.2910 / 22	0.3212 / 12	0.0719 / 11	0.4963 / 12	0.8750 / 15	0.9393 / 16
LOADS-P-L	0.2908 / 22	0.3070 / 13	0.0166 / 12	0.4946 / 12	0.8750 / 15	0.9363 / 16
Solution types D and DC						
error	/ P=1	P=10	P=30	P=100	P=1000	P=10000
iterations						
Central	0.3717 / 23	0.2681 / 12	0.2155 / 6	0.0560 / 12	3 E-16 / 45	no conv.
Exponential	0.3709 / 23	0.2762 / 12	0.0177 / 7	2.4 E-6 / 6	0.0 / 1	0.0 / 1
Power-Law	0.3707 / 23	0.2791 / 12	0.0237 / 7	3.8 E-6 / 5	0.0 / 1	0.0 / 1
UNIFAES	0.3724 / 23	0.2787 / 13	0.0088 / 9	1.6 E-6 / 5	0.0 / 1	0.0 / 1
UNIFAES-P-L	0.3725 / 23	0.2823 / 13	0.0144 / 9	5.8 E-6 / 5	0.0 / 1	0.0 / 1
LOADS	0.3719 / 23	0.3086 / 12	0.0280 / 8	0.0087 / 6	1 E-17 / 3	0.0 / 1
LOADS-P-L	0.3720 / 23	0.3189 / 12	0.0244 / 8	0.0094 / 6	8 E-18 / 3	0.0 / 1

Convergence with central differencing could be enforced even at such high P by further decreasing the parameter $\Delta t / \Delta x^2$, at the price of lower convergence, but that would be outside the scope of the present work.

At both very low and very high P values the results for the approximate and exact forms of the function π are practically coincident. The greatest difference between the results obtained with the exact and the approximated forms of function π appear at the moderate value $P=30$, being below 0.1% for the three exponential based schemes. The number of iterations is also maintained, or changed little.

In all computations so far the influence coefficients have been computed only once for this linear, constant coefficient equation, so the time spending found would not be representative. To estimate the time spending in a practical computation new results were obtained calculating the coefficients once per node at every iteration, employing function A, $P=100$, $\lambda=10$, with 40×40 grid. Table II presents the number of computations, the time spent in seconds for a PC-AT486 machine with 66MHz, and the time per iteration. Compared to central differencing, the exponential scheme is seen to require 41% more time per iteration, UNIFAES uses 118% more and LOADS demands 64% more time. When the Power-Law approximation is employed those indexes fall to 12%, 60% and 35% respectively. From another point of view, the use of the Power-Law approximation reduces the time cost of the exponential by 20%, that of UNIFAES by 26% and that of LOADS by 18%.

Table II-Time spending in solution type A, $P=100$, $\lambda=10$, 40×40 GRID

Scheme	number of iterations	time (sec)	time per iteration
Central	88	129	1.46
Exponential	105	216	2.06
Power-Law	106	174	1.64
UNIFAES	91	288	3.16
UNIFAES-P-L	91	213	2.34
LOADS	106	253	2.39
LOADS-P-L	106	209	1.97

CONCLUSION

The Power-Law approximation to the exponential scheme has been extended to the more sophisticated exponential schemes LOADS and UNIFAES. In a series of test cases concerning the linear constant coefficients two-dimensional transport equation the use of the Power-Law approximation differed from the exact forms by less than 0.1%, while the number of iterations required for convergence was maintained. The time spending is reduced by 18% in LOADS, 20% in the simple exponential and 26% in UNIFAES.

REFERENCES

- Allen, D.N.de G. & Southwell, R.V. "Relaxation Methods Applied to Determine the Motion, in Two Dimensions, of a Viscous Flow Past a Fixed Cylinder"; *Quart. J. Mech. and Applied Math.*, v.8, pp. 129-145, 1955.
- Figueiredo, J. R. "Unified Finite-Volume Finite-Differencing Exponential-Type Scheme for Convective-Diffusive Fluid Transport Equations", *J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences*, v. XIX, n. 3, pp. 371-391, 1997.
- Karki, K. C.; Patankar, S. V. & Mongia, M. C. "Solution of Three-Dimensional Flow Problem Using a Flux-Spline Method", *AIAA-89-0687*, 1989.
- Patankar, S. V. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", *Mc-Graw-Hill*, New York, 1980.
- Varejão, L.M.C. (1979) "Flux-Spline Method for Heat and Momentum Transfer", Ph.D. Thesis, University of Minnesota, Minneapolis.
- Wong, H.H. & Raithby, G.D. "Improved Finite-Difference Methods Based on a Critical Evaluation of the Approximation Errors", *Numer. Heat Transfer*, v.2, pp.139-163, 1979.

MULTIGRID NUMERICAL SOLUTION OF INCOMPRESSIBLE LAMINAR RECIRCULATING FLOWS

José A. Rabi & Marcelo J.S. de Lemos

Departamento de Energia - IEME

Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA/CTA

12228-900 - São José dos Campos - SP - Brasil

SUMMARY

Multigrid methods are known to considerably reduce computational time. This work employs the V-cycle multigrid correction storage method to numerically solve steady-state two-dimensional incompressible laminar recirculating flows. Structured, orthogonal and irregular meshes were employed for finite volume discretization. Algebraic equations were relaxed by the TDMA algorithm. Flow pattern was qualitatively checked and residue reduction histories were presented. The advantages of using more than one grid level was discussed upon.

INTRODUCTION

Computational fluid dynamics has been largely used to solve engineering problems involving fluid flow. For solution accuracy, well refined meshes are often needed which, in turn, tends to augment the computational effort required.

A spectral analysis shows that such time increase is due to a weak smoothing behavior of low frequency error components along the iterative solution, since it only efficiently reduces those of high frequency (Brandt, 1977; Stüben and Trottenberg, 1982; Hackbusch, 1985).

To overcome this drawback, the multigrid technique employs a sequence of grids of increasing coarseness instead of iterating at a single grid level. In doing so, a broader wavelength spectrum can be covered since long wavelengths in a fine mesh become smaller in a coarse grid. Therefore, in each grid level visited by the solution process the corresponding error components are efficiently reduced accelerating convergence.

Motivated by this, in the present work the multigrid method was applied to numerically solve steady-state two-dimensional incompressible laminar recirculating flows, in geometries later described. The numerical method included finite volume formulation, SIMPLE method for pressure-velocity coupling (Patankar and Spalding, 1972) and *correction storage* (CS) multigrid implementation. Flow pattern and residue history were presented. Numerical results corresponding to the laminar flow between parallel plates were also presented and compared to the existing analytical solution. The present contribution extends previous work on multigrid methods to simulation of recirculating flows (Rabi and de Lemos, 1997, 1998).

MATHEMATICAL MODEL

As no heat transfer was considered, the governing equations describing the fluid flow are the continuity and the momentum equations. For a Cartesian coordinate system and a steady state condition, they are written as

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho VU) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial U}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial U}{\partial y}\right) - \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho UV) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V^2) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial V}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial V}{\partial y}\right) - \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3)$$

where U and V are the velocity components in the x - and y -directions respectively, ρ denotes the density, μ stands for the viscosity and P is the static pressure. In the cases studied, ρ and μ were considered to be constant.

NUMERICAL METHOD DESCRIPTION

Finite Volume Formulation. The solution domain was divided into a number of rectangular control volumes (CVs) of different sizes, resulting in a structured orthogonal non-uniform mesh. Grid points were located according to a *cell-centered* scheme and variables were stored in a *collocated* arrangement. Algebraic equations were obtained after integrating Eqs. (1), (2) and (3) over the CV sketched in Fig. 1.

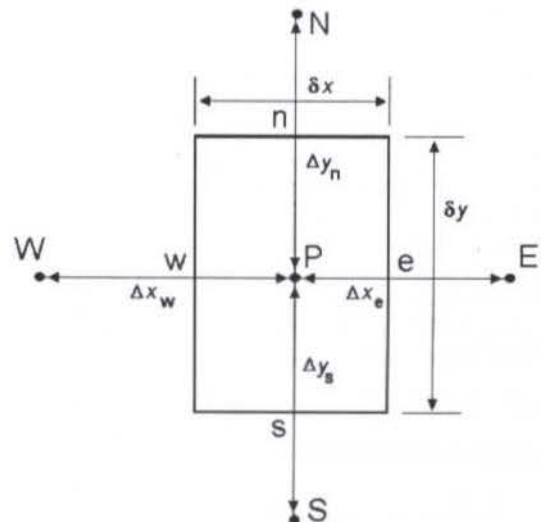


Fig. 1 Sketch of control volume to perform discretization.

The *flux blended deferred correction* scheme was employed for intermodal interpolation of convective terms (Khosla and Rubin, 1974). In this scheme, interface values are approximated as linear combination of CDS (*Central Difference Scheme*) and UDS (*Upwind Difference Scheme*) values as

$$\phi_{\text{face}} = \lambda \phi_{\text{face}}^{\text{CDS}} + (1-\lambda) \phi_{\text{face}}^{\text{UDS}} = \phi_{\text{face}}^{\text{UDS}} + \lambda (\phi_{\text{face}}^{\text{CDS}} - \phi_{\text{face}}^{\text{UDS}}) \quad (4)$$

where last term in equation (4) (starred quantities) refers to the previous iteration and ϕ replaces U or V . The combination factor λ may vary from 0 (pure UDS) to 1 (pure CDS). Central differences were also used to discretize diffusive fluxes. Interface pressure is obtained by linear interpolation (internal faces) or linear extrapolation (boundary faces) of neighboring grid values.

Substitution of all approximating expressions for interface values and gradients into the integrated transport equations gives the final discretization equation for grid node P :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (5)$$

with the east face coefficient being defined as

$$a_E = \max[-C_c^*, 0] + D_c \quad (6)$$

where

$$C_c = (\rho U)_c \delta y \quad \text{and} \quad D_c = \frac{\mu_c^* \delta y}{\Delta x_c} \quad (7)$$

are respectively the convective and diffusive fluxes at the interface. The operator $\max[a, b]$ returns the greater of a and b . The remaining coefficients are similarly defined (Rabi, 1998).

The source term b contains contributions from the pressure gradient and the deferred correction

$$b = S_P \delta v + \lambda \left(\sum_{\text{nb}} a_{\text{nb}}^{\text{DC}} \phi_{\text{nb}}^* - a_P^{\text{DC}} \phi_P^* \right) \quad (8)$$

where $S_P \delta v = -(P_e - P_w) \delta y$ in the x -direction and $S_P \delta v = -(P_n - P_s) \delta x$ in the y -direction and the subscript "nb" indicates that summation is over the neighboring CVs. As an example, the deferred correction coefficient for the east face is given by,

$$a_E^{\text{DC}} = -\max[-C_c^*, 0] - C_c^* f_{x,P} \quad (9)$$

with the definitions of the remaining coefficients as well as of the CDS linear interpolation factor f and of the pressure face values in $S_P \delta v$ being found in Rabi, 1998.

Pressure-Velocity Coupling. In this work, pressure-velocity coupling followed the SIMPLE algorithm of Patankar & Spalding (1972). The basic idea is to solve a *pressure correction equation* derived from the momentum and continuity equations.

The velocity field obtained from the momentum equations may not satisfy mass conservation and the resulting mass imbalance, S_m , is then introduced into the pressure correction equation as a source term. Solution of this equation results in pressure and velocity corrections and the updated values become new approximations for the iterative process.

The pressure correction equation is written as

$$a_P P'_P = a_W P'_P + a_E P'_P + a_S P'_P + a_N P'_P - S_m \quad (10)$$

with the east coefficient defined as

$$a_E = \frac{\rho_c \delta y^2}{(a_P)_c} \quad (11)$$

The remaining coefficients are defined in a similar manner.

In order to avoid oscillatory solutions caused by the collocated variable arrangement, a special interpolation scheme has to be adopted for the central coefficients a_P and velocity components (Patankar, 1980; Maliska, 1995).

After the pressure correction equation has been relaxed, the pressure itself, the velocity components and the mass fluxes (e.g. across the east face) are corrected according to

$$P_p = P_p^* + P'_p$$

$$U_p = U_p^* - \frac{\delta y}{a_p} (P'_e - P'_w) \quad , \quad V_p = V_p^* - \frac{\delta x}{a_p} (P'_n - P'_s) \quad (12)$$

$$C_c = C_c^* - \frac{\rho_c \delta y^2}{(a_p)_c} (P'_E - P'_P) \quad ,$$

Under-Relaxation. Because of the non-linearity and coupling of the equation set and due to the neglect of terms in deriving the pressure correction equation, the SIMPLE algorithm tends to diverge if no under-relaxation is employed (Patankar, 1980). Instead of Eq. (12), the pressure is corrected by

$$P_p = P_p^* + \xi_P P'_p \quad (13)$$

while the velocity components are under-relaxed according to

$$\frac{a_p}{\xi_\phi} \phi_p = \sum_{\text{vz}} a_{\text{nb}} \phi_{\text{nb}} + b_p + (1 - \xi_\phi) \frac{a_p}{\xi_\phi} \phi_p^* \quad (14)$$

The *under-relaxation factors* are ξ_P for pressure and ξ_ϕ (i.e. ξ_U and ξ_V) for the velocity components.

Multigrid Method. The convergence rate of the numerical solution is greatest at the beginning of calculations, slowing down sensibly as the iterative process goes on. The reason is that the smoothing algorithm is capable of reducing efficiently only those Fourier error components whose wavelengths are smaller than or comparable to the grid spacing. In order to accelerate convergence, the multigrid method aims to cover a broader error wavelengths spectrum by relaxing the equations in more than one grid level.

Assembling Eq. (5) for each CV results in an algebraic equation system of the form

$$\mathbf{A}_k \Phi_k = \mathbf{b}_k \quad (15)$$

where \mathbf{A}_k is the *matrix of coefficients*, Φ_k is the *matrix of unknowns* and \mathbf{b}_k accommodates all remaining terms in Eq. (5). The subscript k refers to a given grid level, with $k = 1$ corresponding to the coarsest grid and $k = M$ to the finest.

In this work, multigrid was implemented in a *correction storage* (CS) manner. In this formulation, one seeks in coarser grids approximations for the *correction* of the flow quantity being numerically solved. In other words, Φ_k stores the flow quantity itself when $k=M$, whereas Φ_k stores its corrections for $k < M$. Even though the literature does not recommend this formulation when solving non-linear problems, Jiang *et al.* (1991) reported good results with a CS multigrid algorithm for the solution of fluid flow problems. Moreover, CS is much simpler to implement than the *full approximation storage* (FAS) in which all variables are stored at all grid levels. In this work, the CS scheme was made use of.

After the equation system (15) has been relaxed by a small number of iterations, an *intermediate value* $\bar{\Phi}_k$ is obtained along with its *correction* $\phi_k = \Phi_k - \bar{\Phi}_k$. Defining the *residue* as

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{b}_k - \mathbf{A}_k \bar{\Phi}_k, \quad \text{one can show (Brandt, 1977; Stüben and$$

Trottenberg, 1982; Hackbusch, 1985) that ϕ_k is the solution of

$$\mathbf{A}_k \phi_k = \mathbf{r}_k \quad (16)$$

which has the same form of Eq. (15). However, Eq. (16) can be better approximated than Eq. (15) and such approximation is accomplished by a coarser grid equation

$$\mathbf{A}_{k-1} \bar{\phi}_{k-1} = \mathbf{r}_{k-1}, \quad \mathbf{r}_{k-1} = I_k^{k-1} \mathbf{r}_k \quad (17)$$

The operator I_k^{k-1} , named *restriction*, take values from grid k to grid $k-1$. Once it has been obtained, the coarse grid approximation for the correction $\bar{\phi}_{k-1}$ is taken back to the fine grid by the *prolongation operator* I_{k-1}^k

$$\bar{\phi}_k = I_{k-1}^k \bar{\phi}_{k-1} \quad (18)$$

in order to refine the intermediate value $\bar{\Phi}_k$

$$\Phi_k^{\text{new}} = \bar{\Phi}_k + \bar{\phi}_k \quad (19)$$

The sequence as how all previous operations are concatenated through all existing k -values (i.e. grid levels) is what distinguishes the so-called *V-cycle* from the *W-cycle*. Fig. 2 compares these two multigrid schemes for a 4-grid solution where s =pre-smoothing, r =restriction, cg =coarsest grid iteration and p =prolongation (post-smoothing iterations are not pictured for simplicity).

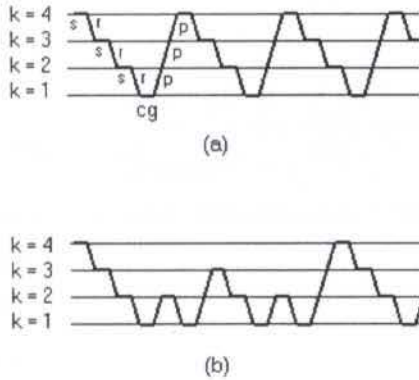


Fig. 2 Sequence of operations in a 4-grid iteration: (a) V-cycle ; (b) W-cycle.

The residue restriction is accomplished by summing up the residues corresponding to the four fine grid control volumes that compose the coarse grid one. Mathematically, this operation can be expressed as

$$r_{k-1}^{IJ} = r_k^{ij} + r_k^{i+1j} + r_k^{i+1j+1} + r_k^{ij+1} \quad (20)$$

Coefficients in matrix \mathbf{A}_k contain diffusive and convective contributions, Eqs. (6) and (7), and they need special treatment when changing grid level. Diffusive terms are recalculated since they depend upon grid geometry (internodal distances and CV dimensions). Fine grid mass fluxes (convective terms) are added up at control volume faces in order to compose the corresponding coarse grid mass flux (see Fig. 3, west and south face are not pictured for clarity). Such procedures are commonly used in literature (Peric *et al.*, 1989; Hortmann *et al.*, 1990; Jiang *et al.*, 1991; Joshi and Vanka, 1991; Bai *et al.*, 1994; Sathyamurthy and Patankar, 1994).

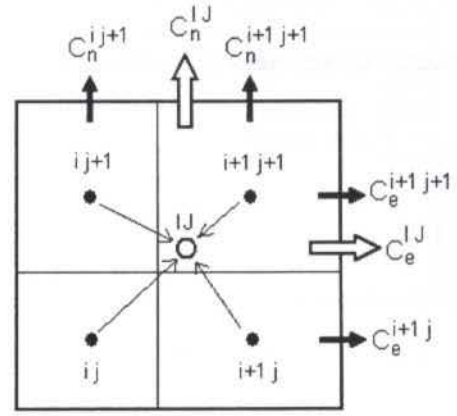


Fig. 3 Mass flux and residue restriction summation.

RESULTS AND DISCUSSION

The flow geometries and boundary conditions considered in the present work are sketched in Fig. 4 through Fig. 7. All cases consider laminar flow.

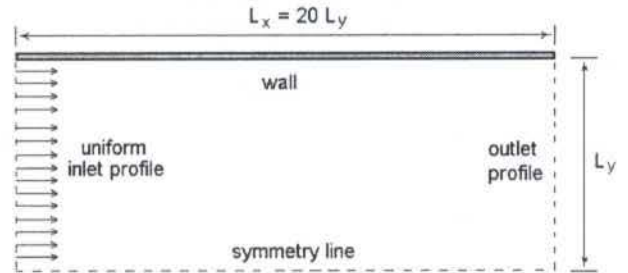


Fig. 4 - Flow between parallel plates.

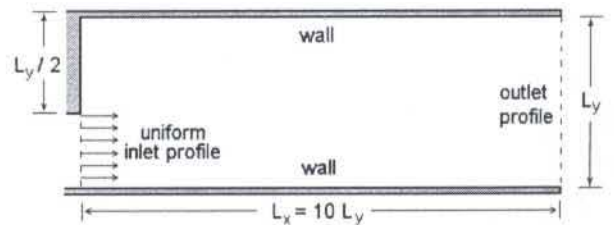


Fig. 5 - Backward facing step.

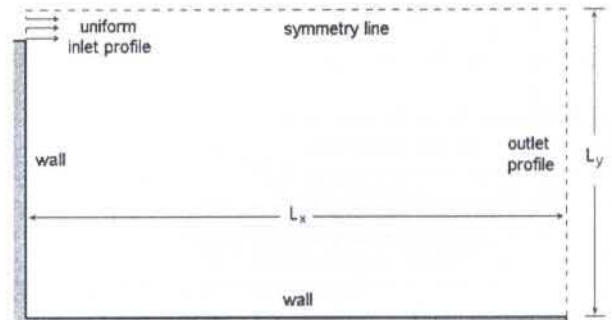


Fig. 6 - Confined jet flow.

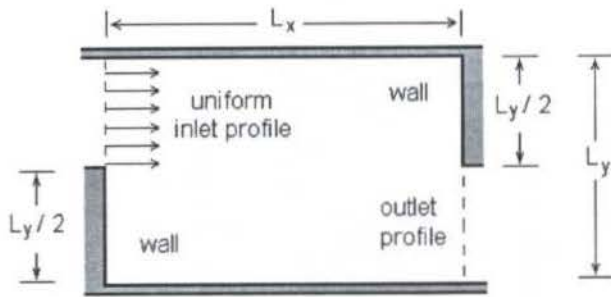


Fig. 7 - Flow through a rectangular tank.

Although in the flow sketched in Fig. 4 there is no recirculating region, it is helpful to numerically validate the solution method. For all multigrid solutions presented, only the V-cycling strategy was considered.

The values adopted for the flow in Fig. 4 were $L_y = 0.05$ m, $L_x = 1.0$ m, $U_0 = 0.1$ m/s (uniform inlet profile), $\rho = 1.0$ kg/m³, $\mu = 10^{-4}$ kg/m.s, $\xi_U = 0.8$, $\xi_V = 0.6$, $\xi_P = 0.05$. The number of pre- / post-smoothing and coarsest grid iterations were fixed at $v^{pre} = v^{post} = 1$ and $v^{c\#} = 5$, respectively. Pure UDS ($\lambda = 0$) was employed as interpolation scheme.

In Fig. 8 one can verify a good agreement between the 4-grid solution with the analytical developed profile for U which is given by (e.g. Shah and London, 1978)

$$U(y) = \frac{3}{2} U_0 \left[1 - \left(\frac{y}{L_y} \right)^2 \right] \quad (21)$$

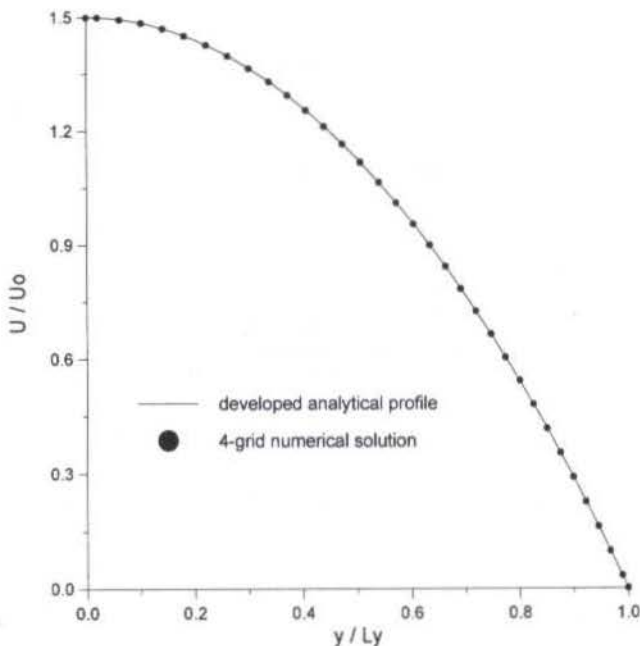


Fig. 8 Laminar flow between parallel plates: numerical validation of 4-grid solution.

Normalized residue histories for velocity components and pressure correction for both 4- and 1-grid cases are pictured in Fig. 9. Residues are calculated as,

$$R = \sqrt{\sum_{ij} (r_{ij}^2) / (NI - 2)(NJ - 2)} \quad (22)$$

$$\text{where } r_{ij} = A_p \phi_p - \left(\sum_{nb} A_{nb} \phi_{nb} \right)$$

In equation (22) the subscripts ij and nb refer to a given CV location and its neighbors, respectively. The number of CVs in the x - and y -directions were $NI=160$ and $NJ=32$ respectively.

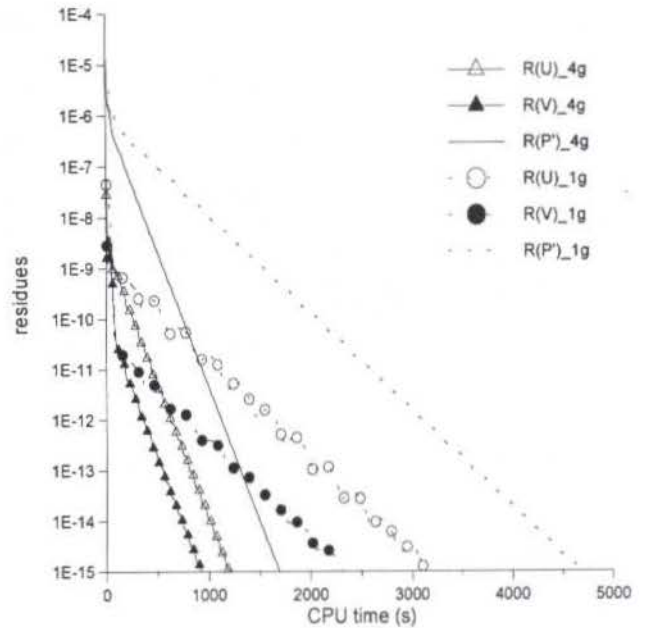


Fig. 9 Flow between parallel plates: U , V and P^* residues reduction histories.

Tab. 1 Flow between parallel plates: grid refining influence on the computational effort.

Mesh	M	R_U ($\times 10^{-18}$)	R_V ($\times 10^{-20}$)	R_{P^*} ($\times 10^{-16}$)	t_M (s)	t_1 / t_M
160 x 32	4	2.76	9.22	9.95	1688.4	2.768
	3	2.01	6.59	10.0	1874.3	2.493
	2	1.29	4.74	9.99	1912.1	2.444
	1	1.70	3.56	9.87	4672.8	1
240 x 32	4	3.53	21.0	9.99	2615.4	4.066
	3	2.71	11.6	9.93	3218.2	3.304
	2	1.67	8.11	10.0	3457.1	3.076
	1	2.34	5.85	10.0	10634.5	1
320 x 32	4	6.56	53.0	9.98	2919.0	4.474
	3	3.07	17.5	9.95	3251.6	4.017
	2	3.44	13.0	9.93	3626.1	3.602
	1	3.85	12.7	9.95	13060.8	1

In Tab. 1 the grid refining influence on the multigrid algorithm performance is verified. The number of grid levels employed is M and in the last column the ratio of the single-grid computing time to the M -grid one is presented. This ratio can be interpreted as a measure of the savings on the overall

computational effort. It is important to notice that these savings increase as the finest grid ($k=M$) becomes finer. Such feature is what makes multigrid methods interesting.

Recirculating flows are considered next. Tab. 2 summarizes all values concerned to the cases studied and it is worth mentioning that pure UDS ($\lambda=0$) was again employed.

Tab. 2 Summary of values adopted for the recirculating flows.

Flow type	backward facing step	confined jet	rectangular tank
L_x (m)	0.5	2.0	0.8
L_y (m)	0.05	0.5	0.6
U_0 (m/s)	0.2	0.01	0.01
ρ (kg/m ³)	1.0	1.0	1.0
μ (kg/m.s)	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}
$N_I \times N_J$	144 x 48	160 x 64	128 x 96
ξ_U, ξ_V, ξ_P	0.8, 0.6, 0.03	0.8, 0.6, 0.01	0.8, 0.6, 0.01
$v^{pre}, v^{post}, v^{cg}$	1, 1, 5	1, 1, 1	1, 1, 1

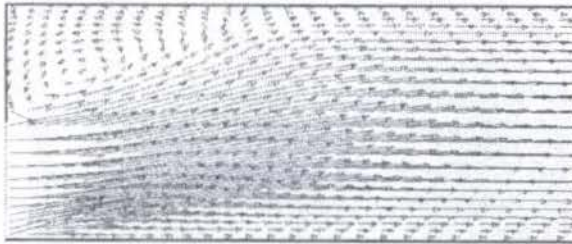


Fig. 10 Backward facing step flow: 4-grid solution visualization



Fig. 11 Confined jet: 3-grid solution visualization.

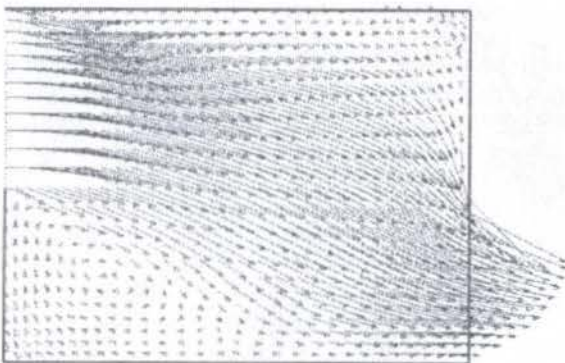


Fig. 12 Flow through rectangular tank: 3-grid solution visualization.

Fig. 10 through Fig. 12 help to qualitatively visualize the flow field pattern obtained from multigrid numerical solutions. The recirculating regions can be clearly seen. The respective

residues reduction histories of multigrid and single-grid solutions are shown in Fig. 13 through Fig. 15.

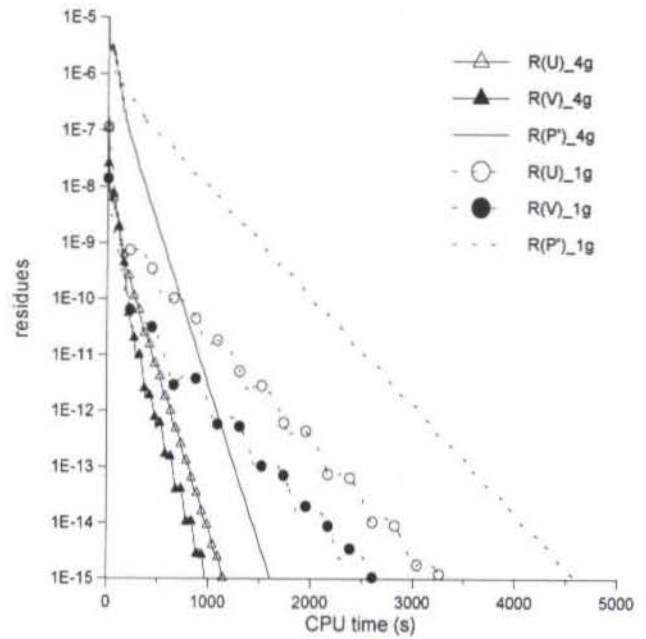


Fig. 13 Backward facing step flow: U, V, P' residues reduction histories.

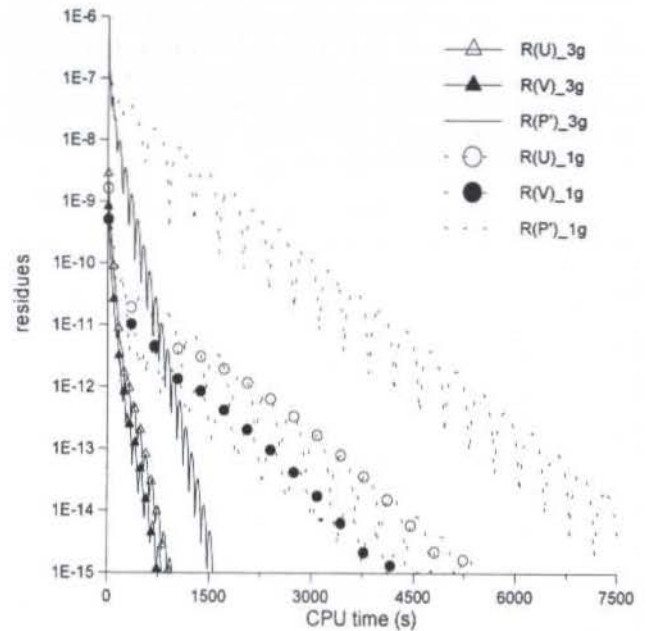


Fig. 14 Confined jet: U, V, P' residues reduction histories.

Residue levels and computational times of solutions using different numbers of grid levels (different M) are displayed and compared in Tab. 3. The last column shows the ratio of the single-grid solution time (t_1) to the multigrid one (t_M). Here also this ratio can be a measure of the economy on the required computational time. One verifies that, in general, this economy increases with the increase in the number of grids used.

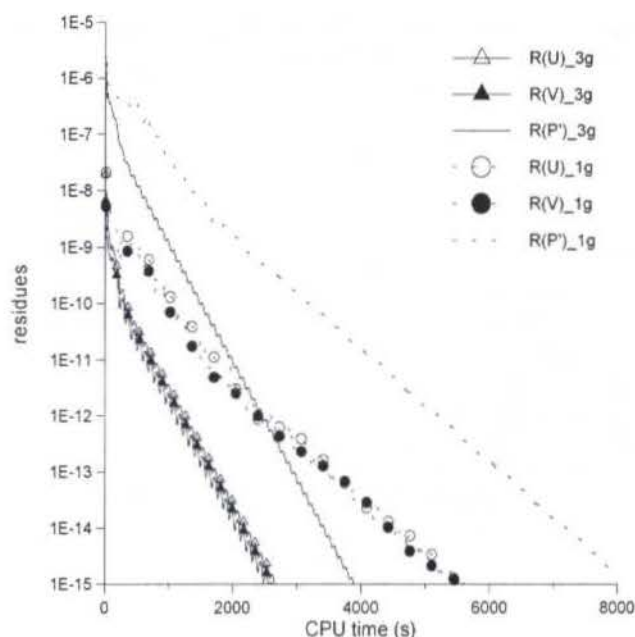


Fig. 15. Flow through rectangular tank: U , V , P' residues reduction histories.

However, there may be a limit for this number. The confined jet multigrid solution (Fig. 14) employed 3 grid levels at most because only four CVs were used to perform the inlet region and a fourth grid level would make the left upper corner CV to be requested by two distinct boundary conditions (inlet flow and wall). Also, divergence was observed when a fourth grid multigrid solution was used in the flow through a rectangular tank (not shown in Fig 15). That might be related to the fact that the corresponding coarsest grid (16x12) was not fine enough to properly deal with the existing recirculating region.

Tab. 3 Recirculating flows: computational effort results.

Flow Type	M	R_U ($\times 10^{-18}$)	R_V ($\times 10^{-19}$)	$R_{P'}$ ($\times 10^{-16}$)	t_M (s)	t_1 / t_M
Backward Facing step	4	2.99	3.96	9.92	1608.3	2.962
	3	2.54	3.62	9.91	1797.0	2.562
	2	2.52	4.78	9.95	1765.0	2.608
	1	1.43	1.71	9.96	4603.0	1
Confined Jet	3	0.194	0.389	9.13	1558.6	4.833
	2	0.997	1.37	9.60	3756.6	2.005
	1	1.85	2.20	9.05	7533.1	1
Rectangular Tank	3	3.27	2.12	9.96	3887.8	2.098
	2	2.55	2.07	9.96	4703.8	1.733
	1	2.60	1.62	9.92	8158.0	1

Results showed that the application of the multigrid technique can speed up the iterative algorithm by values varying from 1.7 up to 4.8 times, depending on the flow geometry and the number of grids employed. Fig. 10 through Fig. 12 indicates that this convergence rate acceleration did not qualitatively jeopardize the flow pattern.

CONCLUSION

The multigrid technique was applied to solve 2-D laminar recirculating flow problems. The numerical method included finite volume discretization and SIMPLE pressure-velocity

coupling. Structured, orthogonal and non-uniform meshes were employed and the algebraic equation system was relaxed by TDMA. Multigrid was implemented in a *correction storage* formulation and only V-cycle strategy was considered. Numerical solution was validated by an existing analytical profile indicating correctness of the computer code developed. All results showed better performance of multigrid solutions when compared to their single-grid counterpart. Convergence accelerations up to 4.8 times were observed without jeopardizing qualitatively the flow field pattern.

REFERENCES

- Bai, L., Mitra, N.K., Fiebig, M.C., Kost, A., A multigrid method for predicting periodically fully developed flow, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, vol. 18, pp. 843-852, 1994.
- Brandt, A., Multi-level adaptive solutions to boundary-value problems, *Math. Comp.*, vol. 31, No. 138, pp. 333-390, 1977.
- Hackbusch, W., *Multi-Grid Methods and Applications*, Springer-Verlag, Berlin, 1985.
- Hortmann, M., Peric, M., Scheuerer, G., Finite volume multigrid prediction of laminar convection: bench-mark solutions, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, vol. 11, pp. 189-207, 1990.
- Jiang, Y., Chen, C.P., Tucker, P.K., Multigrid solutions of unsteady Navier-Stokes equations using a pressure method, *Num. Heat Transfer - part A*, vol. 20, pp. 81-93, 1991.
- Joshi, D.S., Vanka, S.P., Multigrid calculation procedure for internal flows in complex geometries, *Num. Heat Transfer - Part B*, vol. 20, pp. 61-80, 1991.
- Khosla, P.K., Rubin, S.G., A diagonally dominant second-order accurate implicit scheme, *Comput. Fluids*, vol. 2, No. 12, pp. 207, 1974.
- Maliska, C.R. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro, 1995.
- Patankar, S.V., Spalding, D.B., A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 15, pp. 1787-1806, 1972.
- Patankar, S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
- Peric, M., Rüger, M., Scheuerer, G., A finite volume multigrid method for calculating turbulent flows, IN: *Seventh Symposium on Turbulent Shear Flows*, pp. 7.3.1-7.3.6, Stanford University, 1989.
- Rabi, J.A., Application of the multigrid method to the numerical solution of fluid mechanics and heat transfer 2-D problems (in Portuguese), *M.S. Thesis*, ITA, São José dos Campos, Brazil, 1998.
- Rabi, J.A., de Lemos, M.J.S., Computational effort analysis of multigrid solutions of conductive-convective problem, (in Portuguese), *Proc. of COBEM97, Braz. Congr. Mech. Eng., CD-ROM-Paper COB794*, Bauru, December 8-12, SP, 1997.
- Rabi, J.A., de Lemos, M.J.S., The effects of Peclet number and cycling strategy on multigrid numerical solutions of convective-conductive problems, *Paper AIAA-98-2584, 7th AIAA/ASME Th. & HT Conf.*, Albuquerque, USA, June 15-18, 1998.
- Sathyamurthy, P.S., Patankar, S.V., Block-Correction-Based Multigrid Method for Fluid Flow Problems, *Numerical Heat Transfer - Part B*, vol. 25, pp. 375-394, 1994.
- Shah, R. K., London, A. L., *Laminar flow forced convection in ducts*, IN: *Advances in Heat Transfer*, Academic Press, New York, 1978.
- Stüben, K., Trottenberg, U., *Multigrid Methods*, IN: *Lect. Notes Math.*, vol. 960, pp. 1-76, Berlin, 1982.

AN ADAPTIVE FINITE ELEMENT DISTRIBUTED
SOLVER FOR CFD PROBLEMSR. S. Silva^{1,*}, R. C. Almeida*,
A. L. G. A. Coutinho*, A. C. Galeão** Laboratório Nacional de Computação Científica / CNPq
* Programa de Engenharia Civil - COPPE / UFRJ**SUMMARY**

Supercomputers nowadays can be used to solve large-scale problems that come from simulation of industrial or research problems. However, those machines are usually inaccessible to most industries and university laboratories around the world. In this work we present a CFD solver to be used in a collection of workstations under PVM that can overcome the use of direct methods on a single processor.

INTRODUCTION

In the last years with advents of successful discretization methods and powerful computer technologies, the computer simulation has been seen as a valuable approach to be combined with experimental methods to solve industrial and scientific problems. Particularly in this work we are interested in convection-dominated problems for which we have to deal with sparse and non-symmetric systems. For this type of problem there are two major concerns: the accuracy and the computational cost.

In terms of accuracy good improvements can be achieved by using stabilized Petrov-Galerkin Finite Element Methods such as SUPG [5], DC2 [12], CAU [9], RVCAU [1]. In this work, the SUPG method is also combined with an h-adaptive procedure because the mesh near discontinuities in the fluid flow must be fine enough in order to accurately solve all flow details. Moreover, if the singularity position changes in time, regular meshes lead to prohibit computational costs and core memory. The efficiency of the adaptive procedure depends upon the quantitative error control and here this is performed by an error indicator based on the same norm applied to prove stability and convergence rates for the SUPG method. Its efficiency lies on generating finer grids near sharp layers and coarse meshes for regions of smooth solutions, yielding a minimum required number of elements to reach a given prescribed error.

The solution of discrete problems requires the resolution of large, sparse and non-symmetric systems of algebraic equations for different meshes. Thus, in this work we focus our attention on the development of a

distributed solver. It is well known that iterative methods are the best choice when dealing with nonlinear adaptive methods because they allow to use the last solution as the initial solution of the next step and the solution of the linearization method as the initial solution of the new mesh. With the development of parallel and distributed machines domain decomposition methods have been rediscovered and improved to deal with a large class of problems. Among them the overlapping Schwarz method has become a powerful tool because it combines high degree of parallelism with simplicity.

A good solver means not only the best method but a combination between the method and a fast implementation. Recently considerable attention has been focused in heterogeneous distributed systems as a solution for high performance computations. By definition, a heterogeneous distributed system is a collection of different computers loosely connected by a Local Area Network (LAN) or/and a Wide Area Network (WAN). The popularity of these systems can be explained by the increasing performance and lower prices of high speed networks and general-purpose workstations. This means that it is much cheaper to form and to maintain these systems than a massively parallel machine (MPM) and, in certain cases, their performances can be similar.

Unlikely MPMs, heterogeneous distributed systems can be formed with different types of processors and with different network types. Besides, they are composed by general-purpose environments, which means that it is possible to have different users running their jobs in the machines of the system. As a consequence, the load of each machine and the network traffic can vary at each instant and the choice of the communication pattern has to be done carefully. Thus, in this work, we present a distributed implementation

¹e-mail: rssr@lncc.br

of an additive Schwarz method, accelerated by FGM-RES(k) that is called Krylov-Schwarz method (KSM) from now on. Besides, as far as distributed adaptive methods are concerned, load unbalance generated by refinement or unrefinement of certain regions of the mesh can degenerate its performance. To avoid this it is necessary to apply dynamic load balance algorithms to refined/unrefined meshes.

There are two classes of dynamic load balance algorithms, the local and the global algorithms. The local methods only require information of the neighbors of the subdomain which have to be balanced. The drawbacks are that they need to perform some iterations until the load is balanced all over the domain and they have complicate logic and data structure to keep track of the elements that are moved from one subdomain to another. The global methods are faster than the local methods but they require information from all over the mesh because they are, in essence, serial algorithms and usually difficult to paralyse. To avoid this difficulty a master-slave model is used here together with the global method in each slave to perform the load balance. Numerical experiments show the performance of the proposed methodology.

PROBLEM STATEMENT

In this work we are interested in solving the stationary, linear, convection-dominated, convection-diffusion problem of the form

$$\mathbf{u} \cdot \nabla \varphi + \nabla \cdot (-\mathbf{K} \nabla \varphi) = f(\mathbf{x}) \quad \text{in } \Omega, \quad (1)$$

with the boundary conditions

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{x}) &= g(\mathbf{x}); & \mathbf{x} &\in \Gamma_g; \\ -\mathbf{K} \nabla \varphi \cdot \mathbf{n} &= q(\mathbf{x}); & \mathbf{x} &\in \Gamma_q, \end{aligned} \quad (2)$$

where the bounded domain $\Omega \in \mathbb{R}^n$ has a smooth boundary $\Gamma = \Gamma_g \cup \Gamma_q$, $\Gamma_g \cap \Gamma_q = \emptyset$, with an outward unit normal \mathbf{n} . The unknown field $\varphi = \varphi(\mathbf{x})$ is a physical quantity to be transported by a flow characterized by the velocity field $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_n)$, the (small) diffusion tensor $\mathbf{K} = \mathbf{K}(\mathbf{x})$, subject to the source term $f(\mathbf{x})$. The functions $g(\mathbf{x})$ and $q(\mathbf{x})$ are given data.

It is well known that if the boundary data $g(\mathbf{x})$ is discontinuous there may be regions in Ω , called layers, where the solution φ varies dramatically. The width of such layers depends on the amount of diffusion present in the fluid flow, being very small for convection-dominated problems. In this case, the use of the standard Galerkin method produces globally oscillating approximate solution unless an extremely fine mesh is used, which most of the time leads to an unbearable computational cost for practical purposes. To resolve those sharp layers the SUPG method, presented next, is used.

Approximate Solution. Let us consider a finite element partition π^h of triangular elements Ω_e such that

$\bar{\Omega} = \bigcup_{e=1}^{N_e} \bar{\Omega}_e$ and $\bigcap_{e=1}^{N_e} \Omega_e = \emptyset$, where N_e is the total number of elements in π^h . The chosen finite dimensional set of kinematically admissible functions and space of admissible variations are

$$\mathcal{S}^h = \left\{ \phi^h \in C^0(\Omega), \phi^h|_{\Omega_e} \in P_e^k, \phi^h|_{\Gamma_g} = g \right\} \quad (3)$$

and

$$\mathcal{V}^h = \left\{ \theta^h \in C^0(\Omega), \theta^h|_{\Omega_e} \in P_e^k, \theta^h|_{\Gamma_g} = 0 \right\}, \quad (4)$$

where P_e^k is the space of polynomials of degree less or equal to k and the subscript e denotes the restriction of a given function to the element Ω_e .

With these definitions, the Petrov-Galerkin approximation of problem (1) consists of finding $\varphi^h \in \mathcal{S}^h$ such that

$$G(\varphi^h, \theta^h) + \sum_{e=1}^{N_e} (R_e(\varphi^h), p_e^h)_{\Omega_e} = F(\theta^h), \quad (5)$$

$\forall \theta^h \in \mathcal{V}^h$ where

$$R_e(\varphi^h) = \mathbf{u} \cdot \nabla \varphi^h + \nabla \cdot (-\mathbf{K} \nabla \varphi^h) - f \quad \text{in } \Omega_e \quad (6)$$

is the residual of the approximate solution and

$$\begin{aligned} G(\varphi^h, \theta^h) &= (\mathbf{u} \cdot \nabla \varphi^h, \theta^h) + (\mathbf{K} \nabla \varphi^h, \nabla \theta^h), \\ F(\theta^h) &= (f, \theta^h) + (q, \theta^h)_{\Gamma_q}. \end{aligned}$$

Remarks:

1. in the formulation (5), the space of weighting functions is constructed by adding to the standard Galerkin weighting function $\theta^h \in \mathcal{V}^h$ a perturbation p_e^h in each element Ω_e . Different choices of this perturbation generate different consistent Petrov-Galerkin methods;
2. the operator $G(\cdot, \cdot)$ stands for the Galerkin contribution to (5).

The SUPG Method. As described in [5], the SUPG method introduces a discontinuous perturbation in the streamline direction defined as

$$p_e^h = \tau_e^s \mathbf{u}_e \cdot \nabla \theta^h, \quad e = 1, \dots, N_e, \quad (7)$$

where τ_e^s is the intrinsic time scale function (or upwind function), given by

$$\tau_e^s = \frac{\xi_e h_e}{2|\mathbf{u}_e|}, \quad (8)$$

with h_e being the characteristic element length in the streamline direction and ξ_e the non-dimensional numerical diffusivity, whose expression is discussed in [1] for

higher order interpolation elements. Rewriting the variational formulation (5) introducing the SUPG operator $S(\cdot, \cdot)$ - we obtain:

$$G(\varphi^h, \theta^h) + S(\varphi^h, \theta^h) = \bar{F}(\theta^h), \quad \forall \theta^h \in \mathcal{V}^h, \quad (9)$$

where

$$S(\varphi^h, \theta^h) = \sum_{e=1}^{N_e} \left\{ (\tau_e^s \mathbf{D} \nabla \varphi^h, \nabla \theta^h)_{\Omega_e} - (\nabla \cdot \mathbf{K} \nabla \varphi^h, \tau_e^s \mathbf{u}_e \cdot \nabla \theta^h)_{\Omega_e} \right\} \quad (10)$$

and

$$\bar{F}(\theta^h) = F(\theta^h) + \sum_{e=1}^{N_e} (f, \tau_e^s \mathbf{u}_e \cdot \nabla \theta^h)_{\Omega_e}. \quad (11)$$

In the above expression $\mathbf{D} = \mathbf{u}_e \otimes \mathbf{u}_e$, \otimes denoting the tensor product. It is exactly the quadratic term containing the tensor \mathbf{D} which is responsible for the additional stability engendered by the SUPG, as shown in [1].

OVERLAPPING SCHWARZ METHOD

Domain decomposition algorithms have been subjected to active research in the last few years [6, 7, 11, 17] due to the diffusion of parallel and distributed machines. In this work we focus on the Overlapping Schwarz Methods (OSM), with emphasis on the additive version (ASM).

The main idea of the OSM is to solve large problems by dividing the original domain Ω into a number of smaller overlapping subdomains Ω_i , which are solved by an iterative procedure. It consists of solving the original problem in each subdomain followed by the exchange of the boundary conditions on the artificial interfaces created by the partition of the original domain. The choice of how these artificial boundary conditions are exchanged will define the type of OSM used: the additive or the multiplicative versions.

In the additive version, also called Jacobi version, all subdomains use the solution of the last iteration as the boundary conditions. Thus, each subdomain can be solved independently. On the other hand the multiplicative version, also called Gauss-Seidel version, each subdomain uses the solution of the others already evaluated. In essence it is a serial method and to obtain a parallelism of this version is necessary to use some subdomain coloring schemes, where independent problems can be introduced and the number of sequential step can be minimized [6, 7, 17]. Considering these facts, the Additive version is used in this work because its high degree of parallelism and simplicity.

Defining the local matrices A_i by:

$$A_i = R_i A R_i^t, \quad (12)$$

where R_i and R_i^t are the restriction and extension matrices defined in [17, 7], A is the global stiffness matrix

and x^n is the solution of the n^{th} iteration step, the ASM can be written as:

$$x^{n+1} = x^n - \left[\sum_{i=1}^P R_i^t A_i^{-1} R_i \right] (b - Ax^n), \quad (13)$$

which is a preconditioned Richardson method with a damped factor equal to 1, for p subdomains, where the preconditioner matrix is:

$$M^{-1} = \sum_{i=1}^P R_i^t A_i^{-1} R_i \quad (14)$$

It is well known that the Richardson method presents very slow convergence. Thus, in order to accelerate the convergence another method can be used, using the matrix M^{-1} as a preconditioner.

For general non-symmetric systems of equations there are several Conjugate Gradient like methods in the literature [4] that have been widely used with relative success, but the selection of the best is still an open issue. We chose the GMRES method, proposed by Saad and Schultz, that has gained wide acceptance in solving systems coming CFD problems because it never breaks down, unless the exact solution has already been achieved, and the convergence is monotonic. Writing the linear system of equations generated by (9) as:

$$Ax = b, \quad (15)$$

the GMRES derives an approximate solution for x , $x = x_0 + z$, where x_0 is the initial guess and z comes from minimizing the residual $\|b - A(x_0 + z)\|$ over the Krylov subspace ($\text{span} [r_0, Ar_0, A^2 r_0, \dots, A^k r_0]$, where k is the dimension of the space and $r_0 = b - Ax_0$). The major drawback of GMRES is that increasing k the amount of memory required per iteration increases linearly and the computational work increases quadratically. In order to control the amount of work and memory requirements a restarted version (GMRES(k)) is used. This means that after k orthogonalization steps all variables will be cleaned up and the obtained solution will be taken as the initial solution for the next k steps. The crucial element for a successful use of this version is based on the choice of the parameter k . If it is too small, the convergence may slow down or the method can not converge, while large values would turn this method useless because of the work and memory requirements.

In this work we used a variation of the GMRES(k) called FGMRES(k) introduced by Saad [14]. Although this version increases the amount of memory required by a factor k , since the preconditioned vectors are stored, it has the advantage over the restarted version because it allows the use of an iterative method for solving the preconditioner and reduces the CPU time to compute the approximate solution.

There are two forms to solve the local problems A_i^{-1} : a direct solver or an iterative solver, like multi-grid. At this time we decided to use a direct solve, the LU decomposition method from the Lapack package[2]. More efficient ways will be dealt in future works.

DISTRIBUTED SYSTEM

Recently there has been much interest in using workstations to form distributed systems. With the quick evolution of desktop workstations, they can off-load jobs from saturated vector computers, often providing comparable term around time at a fraction of the cost. With high-speed networks the workstations can also serve as an inexpensive parallel computer. Another factor in favor of distributed computing is the availability of many lightly loaded workstations. These otherwise wasted idle cycles can be used by distributed computations to provide speedups and/or to solve large problems that otherwise could not be tackled.

Distributed KSM. The FGMRES algorithm are:

- the preconditioner;
- the matrix-vector products;
- the vector-vector products.

To reduce the computational cost they should be done in parallel. To this end, it is necessary to determine how to split the data among the processors. Thus, two factors have to be taken into account. The first one is that, as we are using the ASM, the preconditioner step is reduced to a series of local problems that can be solved in parallel. Each subdomain should be assign at least to each processor. The second one is that, for this type of system, the common networks used (Ethernet and FDDI) allow all processors to logically communicate directly with any other processor but physically support only one 'send' at a time. For these reasons we chose one-dimensional partition of the domain reducing the overhead on 'startups' in the network and the number of neighbors.

It is important to remark that this type of partition can be exchanged depending on the network types or machines, not implying in a limitation in this implementation. Other partitions only require communication reordering in order to avoid bandwidth competition on the network. Besides, the most important part of the algorithm is the procedure used in the orthogonalization process that will be explained next.

Independent of the type of partition, each processor has the matrix A_i and parts of the initial residual vector r_0 and the initial solution x_0 . To evaluate the matrix-vector products, each processor has to execute a series of local communications with its neighbors, usually called nearest-neighbors communications, to obtain the contribution of the interface degrees of freedom. At the end, each processor has v_i^m with $m = 0, \dots, P$, where P is the number of processors. Thus, the orthogonalization step is performed in parallel, where the partial results ($\|r_0\|, \|v_i\|, \beta_{i+1,j}$) are exchanged among the processors to complete the process. Obviously this procedure requires a great number of communications. However this is the better choice to solve large problems with adaptive procedures because only a fixed number

of scalar variables, equal to the Krylov dimension, is exchanged in a global form.

Two types of communication are used on this implementation: the nearest-neighbor and one global communication. For the first simple 'sends' and 'receives' between neighbors are used in form of bi-directional ring. In the global communications we will use the Bucket Collect algorithms and the Recursive Doubling Collect [3] are used.

PARALLEL ADAPTIVE METHOD

In this work the h-method presented by Rivara in [13] called bisection by the longest side is used. The a-posteriori error indicator proposed in [16] is used here, which is appropriate for this type of problem.

To reduce the computational cost of solving the systems of linear equations that come from the adaptive process, the strategy for controlling the algebraic error presented in [15] for elliptic problems is used here. For convection dominated problems treated here, this strategy also works fine. It is based on writing the tolerance (tol) of the iterative method used to solve the system of equations as a linear function of the discretization error (η):

$$tol = D\eta + C \quad (16)$$

In practice, given a initial tolerance tol_0 , a estimative of the initial discretization error (η_0), the desired final tolerance and the target discretization error $\bar{\eta}$, the tolerance of the step i is defined by

$$tol_i = \begin{cases} tol_0 & \text{if } \eta_i > \eta_0 \\ D\eta_i + C & \text{if } \eta_0 > \eta_i \\ tol_f & \text{if } \eta_i < \bar{\eta} \end{cases} \quad (17)$$

where D and C are evaluated using (tol_0, η_0) and $(tol_f, \bar{\eta})$ in (16).

The performance of the parallel refinement algorithm depends critically on the partition used and on how this partitioning is adjusted as the mesh is refined. The aim of a good partition is to balance the computational effort or load required in each subdomain. The load balance procedure among the processors during the adaptive refinement is called dynamic load balance. There are many methods for perform a dynamic load balance [8]. In this work, a simple global method, called inertial method, is used. It is a centralized method which means that one processor performs the balance and the others wait until this task is accomplished. To overcome this drawback and to decrease the amount of communication caused by the propagation of the refinement from one subdomain to another, all the information necessary to balance the load is duplicated to each processor. With this approach, the number of communications and the idle time are reduced, increasing the process efficiency.

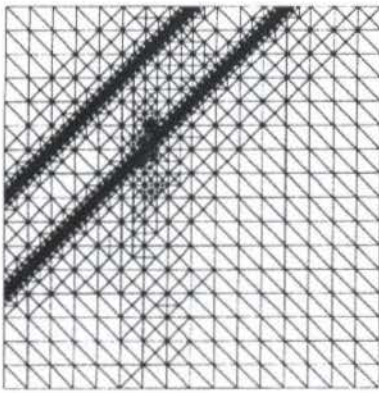


Figure 1: $NP = 2$

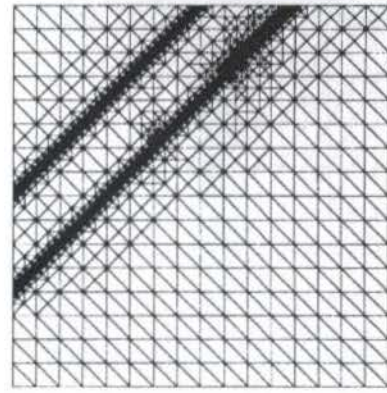


Figure 2: $NP = 4$

NUMERICAL RESULTS

For all examples we will assume that K is constant and equal to 10^{-6} and the dimension of the Krylov space (k) is equal to 5 and the tolerance is 10^{-6} .

All of experiments are performed in a distributed system, formed by 7 IBM RS6000 machines (2 model 370, 3 model 350 and 2 model 220) at LNCC/CNPq, connected by Ethernet network. A hybrid master-slave model is adopted and the PVM version 3.9 [10] is used as message passing library.

The first example is a bi-dimensional problem with $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, no source term, $u = (1, 1)^t$ and the following boundary conditions

$$\begin{aligned} \phi(x, 0) &= 0 \\ \phi(0, y) &= 1 \quad \text{if } y \leq 0.2, \\ \phi(0, y) &= 0 \quad \text{if } y \geq 0.4 \\ \phi(0, y) &= 5(0.2 - y) + 1 \quad \text{if } 0.2 \leq y \leq 0.4 \end{aligned} \quad (18)$$

Such conditions generate two internal boundary layers, beginning at $y = 0.2$ and $y = 0.4$. In this example, the target error is set to 0.05 and a constant tolerance of 10^{-6} is used.

The final meshes using two and four processors are shown in Figures 1 and 2, respectively. There is a different pattern of element concentration between them nearby the interfaces between subdomains. This is due to the size of the overlap region, always set to one element, that changes during the refinement process in boundary layer neighborhoods. Thus, the size of the overlap along the interface between subdomains is variable. As consequence, there is loss of accuracy in the solution in those regions and an extra refinement is necessary during the next refinement step. This can be avoided by taking the overlap size constant and independent of the element size.

The second example deals with a source term defined as

$$f(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{if } 0 < x \leq 0.5 \\ -1 & \text{if } 0.5 < x < 1 \end{cases},$$

with homogeneous Dirichlet boundary conditions on all sides of the domain and a velocity field $\mathbf{u}^t = (1, 0)$.

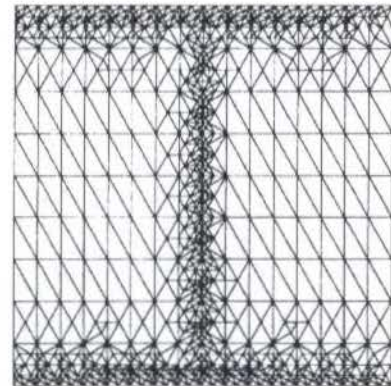


Figure 3: Constant Tolerance

The exact solution consists of by two inclined planes, symmetric about $x = 0.5$. Because of the boundary conditions, external boundary layers are formed along $y = 0$ and $y = 1$.

To compare the efficiency of the strategy for controlling the algebraic error, this problem is solved with a constant tolerance of 10^{-6} and with a variable tolerance using $tol_0 = 10^{-3}$, $\eta_0 = 0.5$, $tol_f = 10^{-6}$ and $\bar{\eta} = 0.05$. The final meshes are shown in Figures 3 and 4, respectively. They differ slightly and their final error are practically the same. The total number of iterations is presented in Figure 5. In this present case, the savings is about 20%. This means that this strategy yields iteration savings without decreasing the solution quality.

CONCLUSIONS

In this paper we have shown a distributed Krylov-Schwarz Method solver for solving convection-diffusion problems and two strategies related to the adaptive method. The first one reduces the cost of solving the series of linear systems of equations by controlling the algebraic error. The second one allows the adaptive refinement to be performed efficiently in a distributed system using a simple dynamic load balance method with duplicated data.

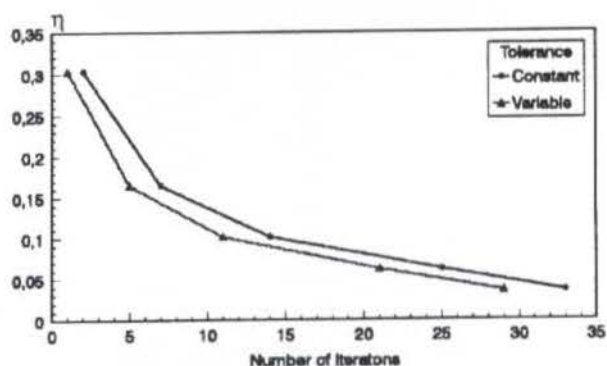
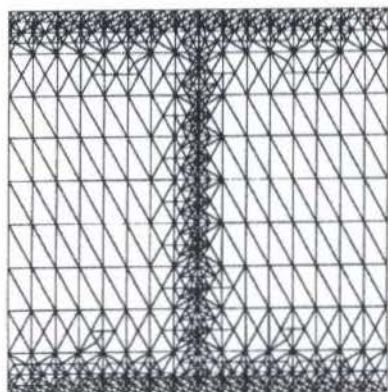


Figure 5: Iteration Numbers

REFERENCES

- [1] R. C. ALMEIDA and R. S. SILVA. A stable Petrov-Galerkin method for convection-dominated problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, pages 291-304, 1997.
- [2] E. ANDERSON, Z. BAI, C. BISCHOF, and J. DEMMEL et al. *LAPACK Users' Guide*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2 edition, 1995.
- [3] M. BARNETT, R. LITTLEFIELD, D. G. PAYNE, and R. A. van de GELJN. On the efficiency of global combine algorithms for 2-D meshes with wormhole routing. Technical Report 05, The University of Texas, Department of Computer Science, 1993.
- [4] R. BARRET, M. BERRY, T.F. CHAN, and J. DEMMEL et al. *Templates for the Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 1994.
- [5] A. N. BROOKS and T. J. R. HUGHES. Streamline upwind Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 32:199-259, 1982.
- [6] X. C. CAI, W. D. GROPP, and D. KEYES. A comparison of some domain decomposition algorithms for nonsymmetric elliptic problems. In Society for Industrial and Applied Mathematics, editors, *Fifth International Symposium on Domain Decomposition Methods for Partial Differential Equations*, pages 224-235, 1992.
- [7] T. F. CHAN and T.P. MATHEW. *Domain Decomposition Algorithms*. Acta Numerica, 1994.
- [8] I. FOSTER. *Designing and Building Parallel Programs: concepts and tools for parallel software engineering*. Addison-Wesley Publish Company, Massachusetts, USA, 1994.
- [9] A. C. GALEÃO and E. G. DUTRA DO CARMO. A consistent approximate upwind Petrov-Galerkin method for convection-dominated problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 68:83-95, 1988.
- [10] A. GEIST, A. BEGUELIN, J. DONGARRA, W. JIANG, R. MANCHEK, and V. SUNDERAM. *Parallel Virtual Machine. A Users' Guide and Tutorial for Networked Parallel Computing*. The MIT Press, 1994.
- [11] W. GROPP and D. E. KEYES. Domain decomposition methods in computational fluid dynamics. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 14:147-165, 1992.
- [12] T. J. R. HUGHES, M. MALLET, and A. MIZUKAMI. A new finite element formulation for computational fluid dynamics: II beyond SUPG. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 54:341-355, 1986.
- [13] M. C. RIVARA. Algorithms for refining triangular grids suitable for adaptive multigrid techniques. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 20:745-756, 1984.
- [14] Y. SAAD and M. SCHULTZ. A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems. *SIAM, J. Sci. Statist. Comput.*, 7:856-869, 1986.
- [15] R. S. SILVA, E. L. M. GARCIA, and A. L. G. A. COUTINHO. Um algoritmo para controle do erro algébrico em refinamento adaptativo. In *XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, volume 1, 1993.
- [16] R. S. SILVA. *Métodos Adaptativos Aplicados à Resolução de Problemas de Transporte Predominantemente convectivos*. Tese de mestrado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1992.
- [17] P. Le TALLEC. Domain decomposition methods in computational mechanics. *Computational Mechanics Advances*, 1(2), February 1994.

A THERMODYNAMICALLY COHERENT MODEL FOR MOMENTUM-DRIVEN CAVITATION

Felipe B. Freitas Rachid

Laboratory of Theoretical and Applied Mechanics
Department of Mechanical Engineering
Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria, 156
24210-240 Niterói - RJ, Brazil

SUMMARY

This work presents a logically consistent thermodynamics model to describe the cavitation phenomenon in fluid flows. The void fraction is considered as an internal variable and the fluid is regarded as a continuum mixture of the liquid and vapor phases, which can or cannot coexist at a same material point. Dissipative effects associated to the liquid-vapor phase change transformation are taken into account in such a way the Second Law of Thermodynamics is always satisfied. The potentiality of the model as well as its basic features are illustrated and highlighted through a numerical example.

INTRODUCTION

Cavitation is normally defined as the formation of the vapor phase in a liquid. It is distinguished from boiling in the sense that the former is generated by pressure reduction induced by inertial effects, whereas the latter refers to vapor formation as result of heat addition (Arndt, 1981). However, since in some cases the distinction between the two types of phenomena cannot be made, the term momentum-driven cavitation is used by some authors to better characterize the way vapor formation is induced by.

Internal as well as external liquid flows may be subjected to momentum-driven cavitation under steady or unsteady regimes. The cavitation region of the fluid flow is in general restricted to localized sites and may be induced by different aspects related to momentum variations (Rood, 1991). Among them, boundary curvature of solid surfaces in contact with the liquids (e.g. the runner blades in a turbine or pump), vortices, turbulence and transient expansion waves such as column separation in piping systems conveying liquids (Streeter and Wylie, 1993).

There are several practical engineering problems in which cavitation plays an important role and so must be considered a design consideration. Cavitation can affect the performance of turbomachineries by reducing their efficiency and power output in turbines (or head in pumps) as well as the thrust produced by various propulsion systems (Arndt, 1981). It is also a relevant feature in structural failure prediction of pipelines transporting liquids (Freitas Rachid et al, 1994 and 1998) and in the analysis of the response of submerged structures excited by transient acoustic waves (Fellipa and Deruntz, 1984).

In the great majority of these problems the cavitation phenomenon is analytically treated by the traditional thermostatics theory which assumes that the pressure remains constant at the saturated vapor pressure and that there is no dissipation associated to the phase change process. However, it is well accepted that this approach may lead to unsatisfactory results, what motivates the search for more physically realistic and mathematically coherent models.

This paper presents a logically consistent thermodynamics model to describe this cavitation phenomenon by means of an internal variable theory. The macroscopic dissipative effects of the liquid vapor transformation are accounted for in such a way that the Second Law of Thermodynamics (SLT) is always satisfied. The fluid is regarded as a continuum mixture of the two phases (liquid and vapor) for which only one balance equation of momentum is considered. The potentiality of the model as well as its basic features are illustrated through a numerical example in which a limit analysis is carried out by comparing the model's predictions with those obtained by the non-dissipative case.

BALANCE EQUATIONS AND THE SECOND LAW

In contrast to general two-phase fluid flows where the phases can assume very different geometrical configurations throughout the flow region (Graham, 1969 and Ishii, 1975), the momentum-driven cavitation is a localized phenomenon which takes place at discrete and small regions of the fluid flow. Based on it, it is reasonable to assume that there exists no significant relative motion or slip between the phases, what is equivalent to consider that the liquid and vapor phases have the same velocities. In addition, if we assume that both

phases have always the same temperature during liquid-vapor phase transformations, it suffices to consider the balance equations (mass, momentum and energy) for the mixture only, instead of doing it for each phase separately. In this way, the fluid can be regarded as a pseudo-mixture of the two phases (liquid and vapor) with average properties. Under suitable regularity assumptions, and also by restricting the analysis to isothermal transformations, only the following classical forms of the balance equations and a local version of the SLT are required to describe the problem (Germain and Muller, 1995):

$$\dot{\rho} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \dot{\mathbf{v}} = \operatorname{div} \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (2)$$

$$d = \mathbf{T} : \mathbf{D} - \dot{\Psi} - \Psi \operatorname{div} \mathbf{v} \geq 0 \quad (3)$$

The above equations, in Eulerian coordinates, represent the balance of mass, the balance of linear momentum and the Clausius-Dühen inequality, respectively. As usual, the superimposed dot stands for the material derivative, ρ is the mass density of the mixture, \mathbf{v} is the spatial velocity field, $\mathbf{T} = \mathbf{T}^T$ is the Cauchy stress tensor and \mathbf{b} is the external body force per unit mass, $\mathbf{D} = 1/2(\operatorname{grad} \mathbf{v} + \operatorname{grad}^T \mathbf{v})$ is the rate of deformation tensor and Ψ is the Helmholtz free energy of the mixture per unit volume. Equation (3) is a local version of the SLT which defines the rate of dissipation d and makes a distinction between possible ($d \geq 0$) processes and impossible ($d < 0$) ones. Processes that do not violate the SLT can be classed as reversible ($d = 0$) and irreversible ($d > 0$).

The balance equations presented so far are valid for the mixture which is considered to be made up of liquid and vapor. These phases can or cannot coexist at a same material point and time. To take it into account we introduce an internal variable α which stands for the volume fraction. The volume fraction α , $\alpha \in [0, 1]$, is defined as being the ratio of the volume of vapor and the total volume of the mixture. Thus, the mass density of the mixture can be expressed as:

$$\rho = (1 - \alpha)\rho_l + \alpha\rho_v \quad (4)$$

in which ρ_l and ρ_v stand for the mass densities of the liquid and vapor phases, respectively. Since our objective is to describe the liquid-vapor changes, it is convenient to split the mass conservation of the whole mixture as:

$$\frac{d}{dt}(\alpha\rho_v) + \alpha\rho_v \operatorname{div} \mathbf{v} - \Gamma = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt}((1 - \alpha)\rho_l) + (1 - \alpha)\rho_l \operatorname{div} \mathbf{v} + \Gamma = 0 \quad (6)$$

in which Γ is a source term which represents the mass rate of phase change per unit volume. When $\Gamma > 0$, liquid is transformed into vapor. On the other hand, if $\Gamma < 0$, then vapor is transformed into liquid. Finally, if

$\Gamma = 0$, then there is no phase change and, consequently, the liquid and vapor phases are conserved independent from each other. To complete the problem description, we must add the constitutive relationships for the mixture. They encompass an expression for \mathbf{T} and another for Γ , which must satisfy inequality (3).

CONSTITUTIVE THEORY

The constitutive relations describing the macroscopic mechanical behavior of the mixture are derived in the framework of the Thermodynamics of Irreversible Processes. In this theory, once the local state of the material has been characterized by means of an appropriate choice of the set of state variables, two thermodynamical potentials - the Helmholtz free energy and a pseudo-potential of dissipation - are sufficient to derive a complete set of constitutive equations. For this particular problem, we choose as state variables the local mass densities of the liquid ρ_l and the vapor ρ_v , the volume fraction α and the absolute temperature θ . As we shall see, the restriction associated to α is treated in this work as a physical property in the constitutive equations. This approach has already been used by Frémond and Nicolas (1987 and 1990) in the modelling of the sorption-desorption problem in saturated porous media.

Helmholtz Free Energy. Following the classic assumption of the Thermodynamics of Irreversible Processes, the free energy per total unit volume Ψ is supposed to be a function of the state variables. In our case the following form is proposed:

$$\Psi(\rho_l, \rho_v, \alpha, \theta) = (1 - \alpha)\rho_l\Psi_l + \alpha\rho_v\Psi_v + \alpha\rho_v\Psi_{lv} + I(\alpha) \quad (7)$$

in which

$$\Psi_l = \Psi_l(\rho_l, \theta) = -C_l\theta \log \theta + K_l \log \rho_l + M/\rho_l \quad (8.1)$$

$$\Psi_v = \Psi_v(\rho_v, \theta) = -C_v\theta \log \theta + K_v \log \rho_v \quad (8.2)$$

$$\Psi_{lv} = \Psi_{lv}(\theta) = L(\theta) \quad (8.3)$$

Here, C_l and C_v are the specific heats at constant volume of the liquid and vapor phases, respectively. The parameters $K_l = K_l(\theta)$, $K_v = K_v(\theta)$ and $M = M(\theta)$ are positive material functions which depend on the temperature. The functions K_v and K_l are related to the isothermal compressibility of the phases. For instance, if we assume that the vapor behaves as a perfect gas, then $K_v = R_v\theta$; R_v being the vapor gas constant.

In the above expressions, Ψ_l and Ψ_v represent the free energies per unit mass of liquid and vapor, respectively. The term Ψ_{lv} is the free energy per unit vapor associated to the phase change latent heat. The term $I(\alpha)$ is the indicator function of the convex set $[0, 1] \in \mathbb{R}$ defined as:

$$I(\alpha) = \begin{cases} 0 & , \text{ if } \alpha \in [0, 1] \\ +\infty & , \text{ otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

and is included to take the internal constraint of the mixture into account as a constitutive assumption. The term $I(\alpha)$ prevents α from getting out of its admissible interval. The state laws relating the thermodynamic forces to the state variables are obtained from the free energy potential as follows:

$$\begin{aligned} B^{e_l} &= \frac{\partial \Psi}{\partial \varrho_l} = (1 - \alpha)(\Psi_l + \varrho_l \frac{\partial \Psi_l}{\partial \varrho_l}) = (1 - \alpha)g_l \\ B^{e_v} &= \frac{\partial \Psi}{\partial \varrho_v} = \alpha(\Psi_v + \Psi_{lv} + \varrho_v \frac{\partial \Psi_v}{\partial \varrho_v}) = \alpha g_v \\ B^\alpha &\in \partial_\alpha \Psi = -\varrho_l \Psi_l + \varrho_v \Psi_v + \varrho_v \Psi_{lv} + h; \\ &h \in \partial I(\alpha) \end{aligned} \quad (10)$$

In the above equations, g_l and g_v stand for the Gibbs specific free energies of the liquid and vapor phases, respectively. The term $\partial I(\alpha)$ is the subdifferential of the indicator function $I(\alpha)$ at α , which is given by the set (Ekeland and Teman, 1976);

$$\partial I(\alpha) = \{h \in \mathbb{R} | I(\alpha^*) - I(\alpha) \geq h(\alpha^* - \alpha); \forall \alpha^* \in [0, 1]\} \quad (11)$$

From this definition, we can see that $\partial I(\alpha = 0) = \{h \in \mathbb{R} | h \leq 0\}$, $\partial I(0 < \alpha < 1) = \{0\}$, $\partial I(\alpha = 1) = \{h \in \mathbb{R} | h \geq 0\}$ and $\partial I(\alpha) = \{\emptyset\}$ if $\alpha \notin [0, 1]$.

Once we have chosen a specific form for Ψ we are able to compute its material derivative $\dot{\Psi}$ which appears in (3):

$$\begin{aligned} \dot{\Psi} &= \frac{\partial \Psi}{\partial \varrho_l} \dot{\varrho}_l + \frac{\partial \Psi}{\partial \varrho_v} \dot{\varrho}_v + (\varrho_v \Psi_v - \varrho_l \Psi_l + \varrho_v \Psi_{lv}) \dot{\alpha} + \\ &+ \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{I(\alpha(t + \Delta t)) - I(\alpha)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (12)$$

In computing $\dot{\Psi}$ care should be taken since Ψ is not a smooth function. By using the definition of the subdifferential (11) it can be shown (Moreau et al, 1988) that:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{I(\alpha(t + \Delta t)) - I(\alpha)}{\Delta t} \leq h \dot{\alpha}, \forall h \in \partial I(\alpha(t)) \quad (13)$$

When the above result is used along with the state laws (10), equation (12) can be written as:

$$\dot{\Psi} \leq B^{e_l} \dot{\varrho}_l + B^{e_v} \dot{\varrho}_v + B^\alpha \dot{\alpha} \quad (14)$$

Finally, inequality (14) can be used to find a lower bound \hat{d} for the dissipation d in equation (3) such as:

$$d \geq \hat{d} = \mathbf{T} : \mathbf{D} - \Psi \text{div} \mathbf{v} - B^{e_l} \dot{\varrho}_l - B^{e_v} \dot{\varrho}_v - B^\alpha \dot{\alpha} \quad (15)$$

To obtain a complete set of constitutive equations, it suffices to specify a potential of dissipation from which complementary laws are derived in such a way that the local version of the SLT (3) or (15) is always verified.

Pseudo-Potential of Dissipation. To assign an irreversible character to the isothermal phase change process, and also to ensure that the SLT is always satisfied, we assume that the pseudo-potential of dissipation

Φ is a convex and differentiable function of \mathbf{D} and Γ , $\Phi = \Phi(\mathbf{D}, \Gamma)$, with the following properties:

$$\Phi(\mathbf{D}, \Gamma) \geq 0, \forall (\mathbf{D}, \Gamma) \quad \text{and} \quad \Phi(\mathbf{0}, 0) = 0 \quad (16)$$

As usual, assuming that the Cauchy stress tensor is given by:

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \mathbf{T}^* \quad (17)$$

in which p ($p \geq 0$) is the thermodynamic pressure and \mathbf{T}^* is the extra stress tensor, the additional information associated to the dissipative behavior can be obtained from Φ through the following complementary laws:

$$\mathbf{T}^* = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{D}}, \quad B^\Gamma = \frac{\partial \Phi}{\partial \Gamma} \quad (18)$$

In addition, if we choose the intrinsic dissipation \hat{d} as being given by:

$$\hat{d} = \mathbf{T}^* : \mathbf{D} + B^\Gamma \Gamma - I(\alpha) \text{div} \mathbf{v} \quad (19)$$

for any actual evolution, then we get from the convexity property of Φ that:

$$\hat{d} = \mathbf{T}^* : \mathbf{D} + B^\Gamma \Gamma \geq \Phi(\mathbf{D}, \Gamma) - \Phi(\mathbf{0}, 0), \forall \alpha \in [0, 1] \quad (20)$$

In view of (16), it is easy to see that $\hat{d} \geq 0$ for any actual evolution and so the SLT (3) is always satisfied.

Constitutive Laws. The set of constitutive equations is completed provided a specific form of Φ is chosen. Before specifying a form for Φ , however, it is worth noting that the thermodynamic forces are not all independent. They are related to B^Γ . In addition, as we shall see, there exists an expression for the thermodynamic pressure of the mixture which is a consequence of the constitutive assumptions made so far. In effect, for any actual evolution of the mixture with mass density given by (4), the mass balance equation (1) defines a subspace of the linear space spanned by \mathbf{v} , $\dot{\varrho}_l$, $\dot{\varrho}_v$ and $\dot{\alpha}$. So, in order that (15) be equal to (19) one must have:

$$\begin{aligned} \hat{d} &= -p \text{div} \mathbf{v} - \Psi \text{div} \mathbf{v} - B^{e_l} \dot{\varrho}_l - B^{e_v} \dot{\varrho}_v - B^\alpha \dot{\alpha} = \\ &= B^\Gamma (\dot{\alpha} \varrho_v + \alpha \dot{\varrho}_v + \alpha \varrho_v \text{div} \mathbf{v}) - I(\alpha) \text{div} \mathbf{v} + \\ &+ \eta (\dot{\varrho} + \varrho \text{div} \mathbf{v}) \end{aligned} \quad (21)$$

in which η is a Lagrange multiplier. Since equation (21) holds for any independent evolution of \mathbf{v} , $\dot{\varrho}_l$, $\dot{\varrho}_v$ and $\dot{\alpha}$, it comes out that:

$$\begin{aligned} -p - \Psi - \alpha \varrho_v B^\Gamma - \eta (\alpha \varrho_v + (1 - \alpha) \varrho_l) + I(\alpha) &= 0 \\ -B^{e_v} - \alpha \eta - \alpha B^\Gamma &= 0 \\ -B^{e_l} - (1 - \alpha) \eta &= 0 \\ -B^\alpha + \eta (\varrho_l - \varrho_v) + \varrho_v B^\Gamma &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

By eliminating η from the above equations we obtain the desired relationships:

$$\begin{aligned} p &= (1 - \alpha) p_l + \alpha p_v \\ \alpha (1 - \alpha) B^\Gamma &= \alpha B^{e_l} - (1 - \alpha) B^{e_v} \\ B^\alpha + (\varrho_l - \varrho_v) (B^{e_v} + B^{e_l}) + \\ &+ B^\Gamma (\alpha \varrho_l - (1 - \alpha) \varrho_v) = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

in which $p_l = \varrho_l^2 \frac{\partial \Psi_l}{\partial \varrho_l}$ and $p_v = \varrho_v^2 \frac{\partial \Psi_v}{\partial \varrho_v}$ are the liquid and vapor pressures within the mixture.

Without losing generality, if we assume the mixture behaves as a Newtonian fluid an appropriate choice for Φ is:

$$\Phi(\mathbf{D}, \Gamma; \alpha) = \frac{\lambda}{2} (\text{tr}(\mathbf{D}))^2 + \mu \mathbf{D} : \mathbf{D} + \frac{1}{2\beta} \Gamma^2 \quad (24)$$

where β is a positive constant and $\lambda = \lambda(\alpha)$, $\mu = \mu(\alpha)$ are average properties between, respectively, λ_l and λ_v and between μ_l and μ_v having α as weighting factor. These material parameters are such that $\mu \geq 0$ and $\lambda + 2/3\mu \geq 0$. For this specific choice, the state and complementary laws become:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= -p\mathbf{I} + \lambda \text{tr}(\mathbf{D}) + 2\mu \mathbf{D} \\ p &= (1 - \alpha)p_l + \alpha p_v \\ p_l &= K_l \varrho_l - M \quad p_v = K_v \varrho_v \\ \Gamma &= \beta B^\Gamma \quad (25) \\ \alpha(1 - \alpha)B^\Gamma &= \alpha(1 - \alpha)(g_l - g_v) \\ B^\alpha + (\varrho_l - \varrho_v)(\alpha g_v + (1 - \alpha)g_l) &+ \\ + B^\Gamma(\alpha \varrho_l - (1 - \alpha)\varrho_v) &= 0 \end{aligned}$$

Equations (1)+(2)+(25) completed by suitable boundary and initial conditions are sufficient to describe the isothermal momentum-driven cavitation of a Newtonian fluid. Since the constitutive relation for a Newtonian fluid is well-known we shall from now on focus attention on the phase change transformation.

PHYSICAL INTERPRETATION OF THE MODEL

To better understand the liquid-vapor phase transformation described by the proposed model it is convenient to begin with the particular case in which there is no dissipation associated to the phase change process.

Non-dissipative Phase Change Behavior. In such a case Φ does not depend on Γ . In other terms, $B^\Gamma \equiv 0$, and the equations (25) are reduced to:

$$\begin{aligned} p &= (1 - \alpha)p_l + \alpha p_v \\ p_l &= K_l \varrho_l - M \quad p_v = K_v \varrho_v \\ \alpha(1 - \alpha)g_l &= \alpha(1 - \alpha)g_v \quad (26) \\ \varrho_v \Psi_v + \varrho_l \Psi_l - \varrho_l \Psi_l + h &+ \\ + (\varrho_l - \varrho_v)(\alpha g_v + (1 - \alpha)g_l) &= 0, h \in \partial I(\alpha) \end{aligned}$$

The above set of equations should be analyzed for three distinct situations; $\alpha \in (0, 1)$, $\alpha = 0$ and $\alpha = 1$.

For $\alpha \in (0, 1)$, $h = 0$ and equations (26) are reduced to:

$$\begin{aligned} g_l &= g_v \\ p &= p_l = p_v = p_{sv} \quad (27) \end{aligned}$$

which are the classical results of the thermostatics theory (Ishii, 1975 and Reynolds and Perkins, 1977). In the above expression p_{sv} stands for the saturated vapor

pressure. Equations (27) can be combined and written as:

$$\begin{aligned} K_l - K_l \frac{M}{p_{sv} + M} - C_l \theta \log \theta + K_l \log \left(\frac{p_{sv} + M}{K_l} \right) &= \\ = K_v - C_v \theta \log \theta + K_v \log \frac{p_{sv}}{K_v} + L(\theta) \quad (28) \end{aligned}$$

From the above equation we can see that for a fixed temperature there exists a unique saturated vapor pressure $p_{sv}(\theta)$.

Equations (27) imply that the liquid and vapor partial pressures remain constant and equal to the saturated vapor pressure p_{sv} of the mixture during phase change process. Moreover, from the mass balance equation (5) and (6), the evolution of the void fraction and the mass rate of phase change are governed by:

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= \frac{(\alpha \varrho_{sv} + (1 - \alpha)\varrho_{sl})}{(\varrho_{sl} - \varrho_{sv})} \text{div} \mathbf{v} \\ \Gamma &= \frac{\varrho_{sv} \varrho_{sl}}{\varrho_{sl} - \varrho_{sv}} \text{div} \mathbf{v} \quad (29) \end{aligned}$$

in which $\varrho_{sv} = p_{sv}/K_v$ and $\varrho_{sl} = (p_{sv} + M)/K_l$ stand for the saturated vapor and liquid densities, respectively. Let us now concentrate on the situations for $\alpha = 0$ and $\alpha = 1$.

For $\alpha = 0$, the pseudo-fluid is made up of liquid only and equations (26) are reduced to:

$$\begin{aligned} p &= p_l = K_l \varrho_l - M \\ p_l - p_v - \varrho_v(g_l - g_v) + h &= 0, h \in \partial I(\alpha = 0) \quad (30) \end{aligned}$$

Since $h \leq 0$ for $\alpha = 0$, equation (30.2), when combined with (28), gives rise to the following inequality:

$$p_l - p_v - \varrho_v(g_l - g_v) \geq 0 \quad (31)$$

in which

$$\begin{aligned} g_l - g_v &= K_l \log \left(\frac{p_l + M}{p_{sv} + M} \right) + K_v \log \frac{p_{sv}}{p_v} + \\ + K_l M \left(\frac{1}{p_{sv} + M} - \frac{1}{p_l + M} \right) \end{aligned}$$

This inequality provides the admissible values for p_v and p_l in the pseudo-fluid consisting of the liquid phase only. For $p_v = p_{sv}$, then (31) requires that $p = p_l \geq p_{sv}$, as it would be expected.

For $\alpha = 1$, the pseudo-fluid is made up of vapor only and equations (26) are reduced to:

$$\begin{aligned} p &= p_v = K_v \varrho_v \\ p_l - p_v - \varrho_l(g_l - g_v) + h &= 0, h \in \partial I(\alpha = 1) \quad (32) \end{aligned}$$

Since $h \geq 0$ for $\alpha = 1$, equation (32.2) gives rise to the following inequality:

$$p_l - p_v - \varrho_l(g_l - g_v) \leq 0 \quad (33)$$

This inequality provides the admissible values for p_v and p_l in the pseudo-fluid consisting of the vapor phase only. For $p_l = p_{sv}$, then (33) requires that $p = p_v \leq p_{sv}$, as it would be expected.

The foregoing results can be summarized in the diagram $p \times \rho$ shown in Fig 1 which exhibits the admissible states for the fluid. Every (p, ρ) on the curve is an equilibrium state. It should be noticed that we have assumed $K_l > K_v$ in drawing the diagram.

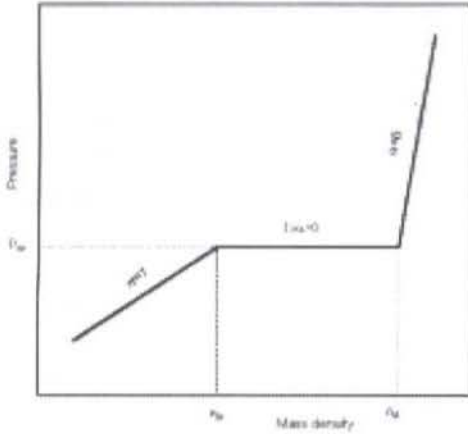


Fig 1. Equilibrium states in the $p \times \rho$ diagram.

Dissipative Phase Change Behavior. In this case, the phase change transformation takes place through non-equilibrium states giving rise to time-rate dependent constitutive equations. As it has been done in the non-dissipative case, equations (25) should be analyzed for three conditions: $\alpha \in (0, 1)$, $\alpha = 0$ and $\alpha = 1$. For $\alpha \in (0, 1)$, $h = 0$, and equations (25) are reduced to:

$$\begin{aligned} p &= (1 - \alpha)p_l + \alpha p_v \\ p_l &= K_l \rho_l - M \quad p_v = K_v \rho_v \\ \Gamma &= \beta(g_l - g_v) \\ p_l - p_v - 2\rho_v(1 - \alpha)(g_l - g_v) &= 0 \end{aligned} \quad (34)$$

The above equations, along with (5) and (6), govern the phase change transformation, that is the evolution of p_l , p_v and α . According to (34.3), the mass rate of phase change is proportional to difference between the Gibbs free energies of the liquid and vapor. It is interesting to note from the above equations that $p_l = p_v = p_{sv}$ is, for every $\alpha \in (0, 1)$, an equilibrium state, as it has been pointed out in the last section.

For $\alpha = 0$, the pseudo-fluid is made up of liquid only and equations (25) are reduced to:

$$\begin{aligned} p &= p_l = K_l \rho_l - M \\ p_l - p_v - \rho_v(g_l - g_v) + h - \frac{\rho_v}{\beta} \Gamma &= 0, h \in \partial I(\alpha = 0) \end{aligned} \quad (35)$$

Since $h \leq 0$ for $\alpha = 0$, equation (35.2) is transformed in the following inequality:

$$p_l - p_v - \rho_v(g_l - g_v) - \frac{\rho_v}{\beta} \Gamma \geq 0 \quad (36)$$

This equation provides the admissible values for p_v and p_l in the pseudo-fluid consisting of the liquid phase only. It should be analyzed for two situations: $\Gamma = 0$ and $\Gamma \neq 0$. For $\Gamma = 0$, the inequality sign prevails. The case in which $\Gamma \neq 0$ is analyzed taking into account that the liquid phase of the pseudo-fluid is a limit case of the liquid-vapor mixture. Thus, using (34) as $\alpha \rightarrow 0$ we see that (36) becomes an equality.

For $\alpha = 1$, the pseudo-fluid is made up of vapor only and equations (26) are reduced to:

$$\begin{aligned} p &= p_v = K_v \rho_v \\ p_l - p_v - \rho_l(g_l - g_v) + h + \frac{\rho_l}{\beta} \Gamma &= 0, h \in \partial I(\alpha = 1) \end{aligned} \quad (37)$$

Since $h \geq 0$ for $\alpha = 1$, equation (37.2) is transformed in the following inequality:

$$p_l - p_v - \rho_l(g_l - g_v) + \frac{\rho_l}{\beta} \Gamma \leq 0 \quad (38)$$

This equation provides the admissible values for p_v and p_l in the pseudo-fluid consisting of the vapor phase only. Again, it should be analyzed for $\Gamma = 0$ and $\Gamma \neq 0$. For $\Gamma = 0$, the inequality sign prevails. The case in which $\Gamma \neq 0$ is analyzed taking into account that the vapor phase of the pseudo-fluid is a limit case of the liquid-vapor mixture. Thus, using (34) as $\alpha \rightarrow 1$ we see that (38) becomes an equality.

AN ANALYSIS OF THE MODEL'S PREDICTIONS

To illustrate the capability of the model in describing the liquid-vapor phase change transformations a quantitative example is presented. For this purpose, consider a sample of a liquid-vapor mixture of pure inviscid water in equilibrium at a saturation pressure of $p_{sv} = 2.34 \text{ kPa}$ ($\theta = 293 \text{ K}$) having, initially at $t = 0$, a void fraction of $\alpha_0 = 0.2$. The constitutive constants of the model for water at 293 K are: $K_v = 135 \text{ kJ/kg}$, $K_l = 990 \text{ kJ/kg}$ and $M = 988 \text{ MPa}$.

The mixture is confined into a system and can have its original volume expanded or contracted along the time by means of external actions. It is further assumed that, at any time instant, the mixture is almost everywhere homogeneous throughout its volume, so that convective terms may be neglected. Under these circumstances, the time rate of the volume change per unit volume of the whole mixture is described by the term divv which is assumed to be a prescribed input excitation of the time of the form given in Fig 2.

Since $\alpha \in (0, 1)$ for the input function considered, the equations governing the behavior of the mixture are (5)+(6)+(34) which form an initial value problem of differential-algebraic equations for the unknowns p_l (or ρ_l), p_v (or ρ_v) and α . This problem is numerically solved by using a suitable scheme based on both a fourth-order Runge-Kutta method and a technique for seeking the root of a real-valued function. Typical time-steps used in the simulation are of the order of 0.06 s .

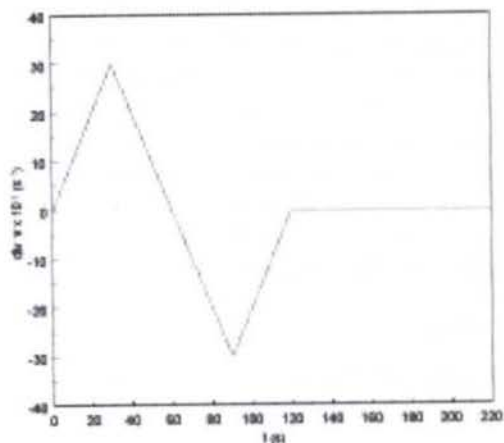


Fig 2. Input excitation $\text{div } \mathbf{v}$ vs time.

In what follows, the predictions of the model are analyzed for three different values of the parameter β ($\beta = 10^{-3}$, 10^{-5} and $10^{-8} \text{ kg}^2/\text{m}^3\text{kJ/s}$) and compared with the behavior predicted by the non-dissipative case. The evolution of the void fraction along the time is presented in Fig 3 for the three different values of β . Since $\alpha \rho_v \ll (1 - \alpha) \rho_l$ and that ρ_l presents only small variations around ρ_{sl} , the evolution of α does not depend on β as can be seen in Fig 3. Moreover, it can be shown that this response is the same that would be predicted by the non-dissipative behavior given by (29.1).

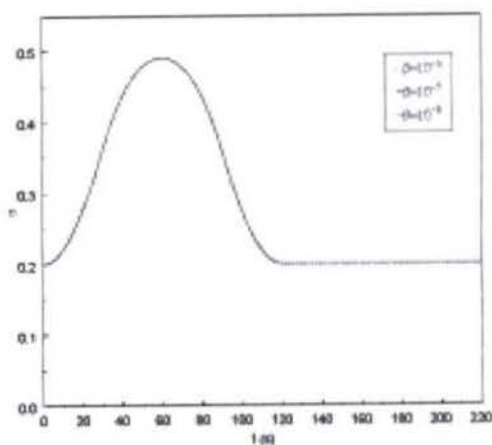


Fig 3. Void fraction vs time for different values of β .

Quite distinct behaviors are observed for the different values of β when the mass rate phase change per unit volume, Γ , is plotted against the time as depicted in Fig 4. The dotted line ($\beta = 10^{-3}$) represents the limit case in which the model's predictions describes the non-dissipative behavior given by (29.2). In such a situation, the phase change mass generation is in phase with $\text{div } \mathbf{v}$ and the amount of vapor generation in the first half-period is equal to the liquid generation in the second one.

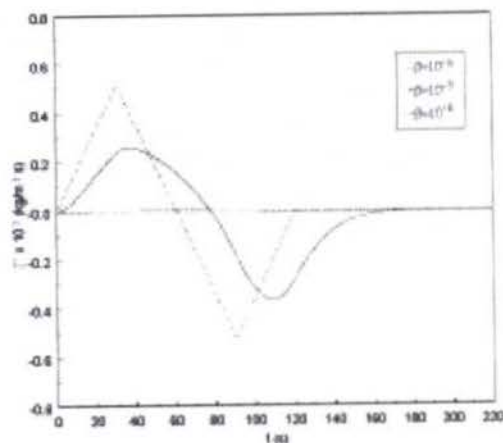


Fig 4. Mass rate of phase change vs time for different values of β .

The other limit case is obtained with $\beta = 10^{-8}$ (dashed line) for which there is no vapor generation at all. An intermediate behavior is achieved with $\beta = 10^{-5}$. This curve, represented by the solid line, exhibits a phase delay and a reduced amplitude when compared with the response for $\beta = 10^{-3}$ (the representative case of the non-dissipative behavior).

The pressure histories for the three cases are shown in Fig 5. As mentioned earlier, the limit case for $\beta = 10^{-3}$ (dotted line) describes the non-dissipative behavior in which the phase change transformation takes place at constant pressure (the saturated vapor pressure).

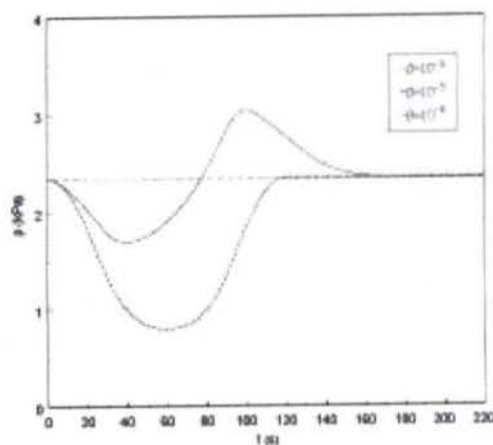


Fig 5. Pressure vs time for different values of β .

In the other limit case represented by the dashed line ($\beta = 10^{-8}$), the pressure falls and remains below the saturated vapor pressure until the end of the motion (120s). As we have seen in Fig 4, there is no mass transfer between the phases for this case and the pressure drop is solely related to the expansion of the vapor and liquid phases. Again, a quite different behavior is observed for the case in which $\beta = 10^{-5}$ (solid line). In this situation, it can be noticed the presence of a relaxation phenomenon since the pressure takes approximately 20s to come to its equilibrium value after the rate of volume change has vanished.

Finally, the dissipation associated to each of the three cases can be better visualized by plotting the pressure against the void fraction as shown in Fig 6.

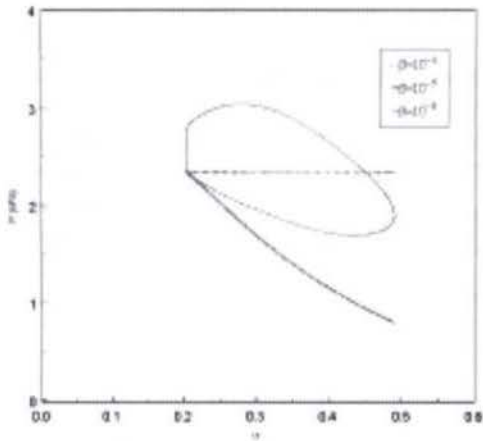


Fig 6. Pressure vs void fraction for different values of β .

The hysteresis loops clearly demonstrate that the greatest dissipation takes place for $\beta = 10^{-5}$. For the other values of β , for which less realistic responses are obtained from the physical viewpoint, there is almost no dissipation of energy during the phase change process.

CONCLUDING REMARKS

A simple thermodynamics model for momentum-driven cavitation in fluid flows which accounts for dissipative effects has been presented and analyzed. The capability of the model in describing different behaviors observed in practice is illustrated by means of a limit analysis. By modifying only one material parameter it is possible to simulate transformations ranging from the simple and classical non-dissipative case to complex rate-dependent situations in which relaxation phenomena are present.

ACKNOWLEDGMENTS

The author gratefully acknowledges the financial support provided by the agency CNPq through grant 301323/94-1.

REFERENCES

Arndt, R. E. A., 1981, "Cavitation in Fluid Machinery and Hydraulic Structures", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, vol. 13, pp. 273-328.

Ekeland, I. and Teman, R., 1976, "Convex Analysis and Variational Problems", North-Holland, Amsterdam.

Fellipa, C. A. and Deruntz, J. A., 1984, "Finite Element Analysis of Shock-Induced Hull Cavitation", *Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 44, pp. 297-337.

Freitas Rachid, F. B., Costa Mattos, H. S. and Saldanha da Gama, R. M., 1994, "Modelling of Hydraulic Transients in Damageable Elasto-Viscoplastic

Piping Systems", *Appl. Math. Modelling*, vol. 18, 207-215.

Freitas Rachid, F. B., 1998, "Modelling of Pipeline Integrity Taking into Account the Fluid-Structure Interaction", *Int. J. for Num. Methods in Fluids*, vol. 28, pp. 337-355.

Frémond, M. and Nicolas P., 1987, "Hystérésis dans les Milieux Poreux Non Saturés", *C. R. Acad. Sci.*, t. 305, série II, pp. 741-746.

Frémond, M. and Nicolas, P., 1990, "Macroscopic Thermodynamics of Porous Media", *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, vol. 2, pp. 119-139.

Germain, P. and Muller, P., 1995, "Introduction à la Mécanique des Milieux Continus", Masson, Paris.

Graham, B. W., 1969, "One-Dimensional Two-Phase Flow", McGraw-Hill.

Ishii, M., 1975, "Thermo-Fluid Dynamics Theory of Two-Phase Flow", Eyrolles, Paris.

Moreau, J. J.; Panagiotopoulos, P. D. and Strang, G., 1988, "Topics in Non-Smooth Mechanics", Birkhäuser.

Reynolds, W. C. and Perkins, H. C., 1977, "Engineering Thermodynamics", McGraw-Hill.

Rood, E. P., 1991, "Review - Mechanisms of Cavitation Inception", *ASME J. of Fluids Eng.*, vol. 113, pp. 163-175.

Wylie, E. B. and Streeter, V. L., 1993, "Fluid Transients in Systems", Prentice Hall, New Jersey.

SIMULATION OF THE BATCHING OPERATION WITH PIGS IN UNSTEADY FLUID FLOWS

Eijiro V. Campo & Felipe B. Freitas Rachid

Laboratory of Theoretical and Applied Mechanics
 Department of Mechanical Engineering - Universidade Federal Fluminense
 Rua Paso da Pátria, 156
 24.210-240 Niterói, RJ - Brazil

SUMMARY

This paper presents a mechanical model along with a simple numerical technique to simulate the unsteady state motion of different products in a same pipeline using pigs as physical interfaces. The governing equations describing the dynamics of the liquids and the pigs in the line form a system of hyperbolic partial differential equations with moving boundaries. To solve this problem, an adaptive grid of characteristics is used along with a predictor-corrector scheme to handle the pig position. Numerical examples are presented to illustrate the capability of the model in simulating the batching operations with pigs.

INTRODUCTION

Quite often different liquids are pumped at the same time through a single pipeline in an operation known as batching. The batching operation can be carried out with or without a physical interface between the liquids. In general, special types of pigs, usually the pigs of sphere, are used as a physical interface to separate dissimilar products when the same pipeline is carrying several different types or grades of refined products. This reduces the interface or contamination (Botros, 1984) when transporting products such as diesel fuel, gasoline, crude oil and kerosene.

The pig travels in the pipeline pushed ahead by the fluid flow. It is launched and received at the origin and destination stations, which can be far from each other hundreds of kilometers. The presence of two or more pigs into the pipeline is not rare and the way they move as well as the fluid flow is mainly dominated by non steady-state regimes. The geometric configuration of the line, which goes up and downhill, and the time-varying head caused by different stretches of the piping being filled with liquids of distinct densities and viscosities are some of the main reasons for the establishment of the transient regime.

The usage of pigs for batch separation is not recent (Barrett, 1959). In spite of this, due to the inherited complexity of this problem, there is not a well-established model available in the open literature.

As an attempt to advance the knowledge in this field, it is proposed in this paper a simple mechanical model along with a numerical method to simulate the batching operation in transient fluid flow conditions. Contact forces in the pig-pipe interface are taken into account in the model, which considers the fluid a slightly compressible medium. The problem is described by a non-linear system of hyperbolic equations with moving boundaries (the pigs) and is numerically solved with a suitable technique based on an adaptive method of characteristics.

Numerical examples of a representative problem are presented to illustrate the capability of the model in predicting the fluid and pig motions during the operation. It should be pointed out that the model presented here is not restricted to the simulation of the batching procedure. It is able to analyze several other operations performed by the pigs, from the time the pipeline is put into the ground until it is decommissioned at the end of a long and useful service life (Vianes Campo and Freitas Rachid, 1997).

For a review of the pigging applications the reader is referred to the works of Webb (1979) and O'Donoghue (1993).

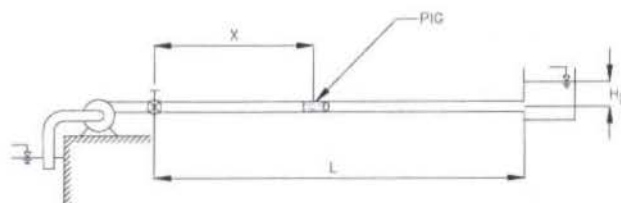


Figure 1 - Schematic of the pig-pipeline system.

GOVERNING EQUATIONS

Because the length-to-diameter ratio, L/D , of pipelines conveying fluids is large, one-dimensional models usually describe the fluid flow (Streeter and Wylie, 1993). Within this context, the pig dimensions are not taken into account so that, from the modeling viewpoint, it is reduced to a moving point of singularity $X = X(t)$ in the fluid flow domain $[0, X) \cup (X^+, L]$ (Fig. 1).

In this approach, the fluid is assumed to be a barotropic slightly compressible liquid and the flow is supposed to occur at low Mach numbers. The pipewall mechanical behavior is considered to be linear and elastic, so that the fluid flow and pig motions are governed by the following set of non-linear hyperbolic partial differential equations (Vianes Campo, 1998):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + A \frac{\partial \bar{u}}{\partial s} + \bar{G}_i(\bar{u}) &= 0 \quad \text{for } s \in \Omega, t \in (0, \infty), i = 1, 2 \\ \frac{d\bar{y}}{dt} &= \bar{f}(\bar{y}, \bar{u}(s = X^-, t), \bar{u}(s = X^+, t), \Delta p) \\ F(\bar{y}, \bar{u}(s = X, t), \Delta p) &= 0 \\ \Delta p &= \gamma_1 H(s = X^-, t) - \gamma_2 H(s = X^+, t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

where $\bar{u} = (Q, H)^T$, $\bar{y} = (V_p, X)^T$, $\Omega_1 = (0, X^-)$, $\Omega_2 = (X^+, L)$ and

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & gA \\ a_i^2 / gA & 0 \end{bmatrix}, \underline{G}_i = \begin{bmatrix} f_i Q |Q| / 2AD \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{f} = \begin{bmatrix} 1 / M (\Delta p - F_M - Mg \sin \theta) \\ V_p \end{bmatrix}$$

$$F(\underline{y}, \underline{u}(s = X, t), \Delta p) = Q(s = X, t) - AV_p$$

which is subjected to the following initial conditions

$$\underline{u}(s, t = 0) = \underline{u}_0 \text{ and } \underline{y}(t = 0) = \underline{y}_0.$$

Equation (1.1) expresses the mass and momentum conservation principles for the fluid in which A ($A = \pi D^2/4$) stands for the cross-sectional area of fluid flow, g is the gravitational acceleration and a_i ($i=1,2$) is the wave propagation velocity (constant) in the fluid confined into the pipe. Fluid friction is taken into account by the Darcy-Weisbach friction factor f_i ($i=1,2$) which is considered constant. In (1) the dependent variable vector \underline{u} is a function of the spatial coordinate s and the time t . It represents the fluid flow rate Q and the piezometric head H . Equation (1.2) expresses the balance of momentum for the pig which is supposed to have a constant mass M . The forces acting on the pig are due to the pressure difference across the pig Δp , (also called driving pressure), its own weight and the contact friction force of mechanical nature F_M acting on the pig-pipe interface. The specific weight of the fluid is denoted by γ ($\gamma = \rho g$, ρ being the fluid mass density). The dependent vector variable \underline{y} is formed by the pig velocity V_p and pig displacement X , which depend on time only. The angle θ between the pipe centerline and the horizontal is such that $\theta = \theta(X) \in [-\pi/2, \pi/2]$. Finally, equation (1.3) represents the compatibility relationship between the fluid and pig motions.

Independent from its actual geometry, the pig is considered in the modeling as a cylindrical body of radius r_p ($\Delta r = r_p - D/2 > 0$, Δr is the oversize) and of equivalent length L_C . The mechanical friction force acts at the pig-pipe lateral interface, whose nominal contact area is $\pi D L_C$. This force is described by Coulomb law and its maximum value, F_M^{max} , occurs at the onset of relative motion. If there is relative motion between the contact surfaces, then the mechanical friction force is given by F_M^{din} . It can be shown (Vianes Campo, 1998) that the mechanical friction force can be summarized as:

$$F_M = \begin{cases} \text{sgn}(V_p) F_M^{din} & \text{if } V_p \neq 0 \\ \text{sgn}(\Delta p A - Mg) F_M^{max} & \text{if } V_p = 0 \text{ and } F_M^{max} \leq |\Delta p A - Mg \sin \theta| \\ \Delta p A - Mg \sin \theta & \text{if } V_p = 0 \text{ and } F_M^{max} > |\Delta p A - Mg \sin \theta| \end{cases} \quad (2)$$

where

$$F_M^{max} = \eta_s \alpha \pi D L_C \left(\frac{\Phi E \Delta r + \nu r_p p_m}{(1-\nu) r_p} \right), F_M^{din} = \eta_d \alpha \pi D L_C \left(\frac{\Phi E \Delta r + \nu r_p p_m}{(1-\nu) r_p} \right) \quad (3)$$

in which η_s , η_d ($\eta_d < \eta_s$) stands for the static and dynamic friction coefficients, respectively, E and ν are the Young's modulus and Poisson's ratio. The mean pressure acting on the pig, p_m , which appears in (3) is given by:

$$p_m = \frac{1}{2} (\gamma_1 H(X^-, t) + \gamma_2 H(X^+, t))$$

The parameter α ($\alpha \in [0, 1]$) in (3) is a measure of the contact efficiency between the pig and the pipewall interface and is

expressed as a function of the pig velocity as (Vianes Campo, 1998):

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_0 - (\alpha_0 - \alpha_{min}) \lambda |V_p| / V_p^{max}, & \text{if } |V_p| \leq V_p^{max} \\ \alpha_{min}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

in which α_0 , α_{min} , λ , and V_p^{max} are all positive constants associated to the pig and pipe wall.

Since the actual pig geometry is in general very different from the idealized pig (O'Donoghue, 1993; Gomes, 1994; Gomes et al., 1995), it is introduced in equation (3) a correction factor Φ ($\Phi > 0$), to account for the overall stiffness of the real pig.

NUMERICAL PROCEDURE

Equation (1) forms a hyperbolic system of partial differential equations for the domains Ω_i ($i=1,2$) with a moving boundary (the pig) and two fixed boundaries at $s=0$ and $s=L$. To numerically solve this problem, we employ the classical method of characteristics for an adaptive grid along with a suitable predictor-corrector scheme to handle the pig position.

Given a time-step Δt , let us assume that all dependent variables are known at time t^n , $n=0, 1, 2, \dots$, and that we wish to compute the solution at time $t^{n+1} = t^n + \Delta t$. The spatial grid spacing is chosen as:

$$\Delta s_i = \Delta t a_i, \quad i=1,2 \quad (4)$$

Without losing generality, let us assume that at the time instant t^n the pig lies at a position X^n , such that $\Delta s_1 < X^n < L - \Delta s_2$ if $n=0$. The number of spatial intervals at the left (N_1^n) and at the right (N_2^n) of the pig have been computed according to:

$$N_1^n = \text{mod}(X^n, \Delta s_1) \quad ; \quad N_2^n = \text{mod}(L - X^n, \Delta s_2) \quad (5)$$

in which $\text{mod}(X, Y)$ stands for the integer part of the ratio X/Y . Also, the spatial interval in which the pig lies at the beginning of this time-step has been computed as:

$$\Delta s_{pig}^n = L - (N_1^n \Delta s_1 + N_2^n \Delta s_2) \quad (6)$$

The predicted position of the pig at time t^{n+1} , $X^{n+1} = X(t^{n+1})$, is then computed based on the following approximation:

$$X^{n+1} = X^n + V_p^n \Delta t \quad (7)$$

Based on (7), one verifies whether it is or it is not necessary to either add or delete nodes at the left and at the right of the pig position. To do so, N_1^{n+1} and N_2^{n+1} are evaluated through (5) by replacing X^n by X^{n+1} . Finally, to adjust the grid at the pig's neighborhood, the sub-interval Δs_{pig}^{n+1} is computed via (6) by replacing N_i^n by N_i^{n+1} , for $i=1,2$.

Now, let $j=ip$ and $j=ip+1$ be the nodes at the left and at the right of the pig position, respectively, such that $i_p = N_1^{n+1} + 1$.

Figure 2 illustrates the configuration of the adaptive grid in the neighborhood of the pig. The nodes ip and $ip+1$ are represented for the time instants t^n and t^{n+1} . In the situation shown in this figure, the pig has moved to the right from time t^n to t^{n+1} and one node has been added at the left and another has been removed at the right of the pig.

For $j=2, \dots, ip-1$ and $j=ip+2, \dots, N_1^{n+1} + N_2^{n+1} + 1$, the solution of the problem can be easily constructed by employing the classical method of characteristics (Streeter and Wylie, 1993) for $i=1$ and $i=2$, respectively. Denoting H_j^{n+1} and Q_j^{n+1} as being, respectively, the approximations of $H(s=s_j, t=t^{n+1})$ and $Q(s=s_j, t=t^{n+1})$, the following recursive finite difference equations apply, along the characteristic lines CP^* and CP^- (see Fig. 2):

$$H_j^{n+1} = CP_i - B_i Q_j^{n+1} \quad ; \quad H_j^{n+1} = CM_i + B_i Q_j^{n+1} \quad (8)$$

in which

$$\begin{aligned} CM_i &= H_{j+1}^n - B_i Q_{j+1}^n + R_i Q_{j+1}^n |Q_{j+1}^n| \\ CP_i &= H_{j-1}^n + B_i Q_{j-1}^n - R_i Q_{j-1}^n |Q_{j-1}^n| \end{aligned} \quad (9)$$

with $B_i = a/A_g$ and $R_i = f_i \Delta s_i / (2gA^2 D)$, $i=1, 2$. The simultaneous solution of (8) yields the values of H_j^{n+1} and Q_j^{n+1} for $j=2, \dots, ip-1$ and $j=ip+2, \dots, N_1^{n+1} + N_2^{n+1} + 1$, with $i=1, 2$.

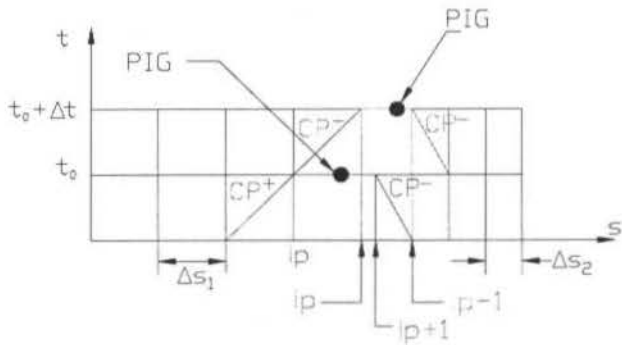


Figure 2 - Adaptive grid of characteristics.

For the spatial subdomain Δs_{pig}^{n+1} between the nodes $j=ip$ and $j=ip+1$, we consider the fluid is incompressible and the pipe wall is rigid. Since $\Delta s/L \ll 1$, we can neglect the fluid friction in this subdomain and write the momentum equation for the fluid flow (1st equation of (1.1)) for $t \in (t^n, t^{n+1})$ as:

$$\frac{1}{A_g} [\gamma_1 \Delta s^- + \gamma_2 \Delta s^+] \frac{dQ^*}{dt} + \Delta p(t) = \gamma_1 H_{j=ip}^{n+1} - \gamma_2 H_{j=ip+1}^{n+1} \quad (10)$$

in which $Q^* = Q_{j=ip}^{n+1} = Q_{j=ip+1}^{n+1}$, Δs^- and Δs^+ represent the lengths of the grid spacing in the sub-domain Δs_{pig}^{n+1} ($\Delta s_{pig}^{n+1} = \Delta s^- + \Delta s^+$) at the left and at the right of the pig position. By substituting equations (8) with $j=ip$ and $j=ip+1$ into (10) we get:

$$\frac{dQ^*}{dt} + CQ^* = \hat{f}(t) \quad (11)$$

in which:

$$\begin{aligned} C &= \frac{A_g(\gamma_1 B_1 + \gamma_2 B_2)}{\gamma_1 \Delta s^- + \gamma_2 \Delta s^+} \\ \hat{f}(t) &= \frac{A_g}{\gamma_1 \Delta s^- + \gamma_2 \Delta s^+} (\gamma_1 CP_1^* - \gamma_2 CM_2^* - \Delta p(t)) \end{aligned}$$

In the above relations, CP_1^* and CM_2^* are calculated using (9) with $j=ip$ and $j=ip+1$, respectively. By integrating (11) between

the time instants t^n and $t \in [t^n, t^{n+1}]$ based on the trapezoidal rule, we can solve (11) for Q^* as a function of t and $\Delta p(t)$:

$$Q^*(t, \Delta p) = \frac{1}{1 + C\delta t/2} \left[\frac{\hat{f}(t) + \hat{f}(t^n)}{2} \delta t + (1 - C\delta t/2) Q^*(t^n) \right] \quad (12)$$

in which $\delta t = t - t^n$. Now, if we replace $Q(s=X, t)$ by $Q^*(t, \Delta p)$ in relation (1.3), we can write a suitable approximation for this restriction:

$$\hat{F}(\bar{y}, \bar{u}(s=X^{n+1}, t), \Delta p) = Q^*(t, \Delta p) - AV_p^{n+1} \quad (13)$$

The corrected position of the pig is then evaluated by solving (1.2) for \bar{y} subjected to (13). To do so, the Runge-Kutta method is employed together with a numerical procedure for seeking the root of \hat{F} . If the new $X^{n+1} \in (N_1^{n+1} \Delta s_1, N_1^{n+1} \Delta s_1 + \Delta s_{pig}^{n+1})$ then, the other dependent variables $H_{j=ip}^{n+1}$, $H_{j=ip+1}^{n+1}$, $Q_{j=ip}^{n+1}$ and $Q_{j=ip+1}^{n+1}$ are computed as well as (H_1^{n+1}, Q_1^{n+1}) and (H_i^{n+1}, Q_i^{n+1}) , with $i = N_1^{n+1} + N_2^{n+1} + 1$, at the fixed boundaries with the aid of (8). Otherwise, the nodes $j=ip$ and $j=ip+1$ are evaluated again based on the new value of X^{n+1} and the procedure repeated.

It should be pointed out that the extension of the numerical procedure to handle the several pigs and fluids in the line is straightforward.

A NUMERICAL EXAMPLE

Aiming to illustrate the applicability of the model in describing batching operations, it is presented in this section a simple numerical example based on the system shown in Figure 1. The system is formed by a straight and horizontal pipeline (of length L and inside diameter D) having a centrifugal pump, with a valve positioned at its discharge, at the upstream end and a constant head reservoir at the downstream end. The head at the reservoir is H_L and the valve is initially closed. The pump, which is running at constant speed, has a characteristic head-flow rate curve given by the following relationship:

$$H_p = H_{so} \left[1 - \left(\frac{Q_p}{Q_{max}} \right)^2 \right] \quad (14)$$

in which H_p is the total dynamic head, Q_p is the discharge through the pump, H_{so} is the shut-off head and Q_{max} is the maximum theoretical pump discharge. These two last parameters are constants of the pump.

It is considered that at $t=0$ the pig, which has already been set into the line, is at rest and lies at a position $X_0 = X(t=0)$. The fluids behind ($i=1$) and ahead ($i=2$) of the pig are octane and kerosene, respectively. The transient motions of the pig and the fluids are generated, after $t=0$, by fully opening the valve linearly in t , seconds.

The wave speeds the pressure pulses propagate into the system are $a_1=1171$ m/s and $a_2=1320$ m/s in the stretches of the tube filled with octane and kerosene, respectively. The pipeline parameters are $L = 2$ km, $D = 97.54$ mm (4 in). The fluid properties are $\rho_1 = 699$ kg/m³, $\mu_1 = 5 \times 10^{-4}$ Pa·s, $f_1 = 0.014$, $\rho_2 = 820$ kg/m³, $\mu_2 = 1.1 \times 10^{-3}$ Pa·s, $f_2 = 0.018$. The pig and system parameters are: $H_{shut\ off} = 130$ m, $Q_{max} = 30$ m³/h, $t_r = 2$ s, $H_L = 10$ m, $\Phi = 6.75$, $M = 3.5$ kg, $E = 15$ Mpa, $\nu = 0.42$, $L_C = 50$ mm, $r_p = 52$ mm, $X_0 = 1000$ m, $\eta_p = 0.48$, $\eta_d = 0.35$, $\alpha_0 = 0.9$, $\alpha_{min} = 0.7$, $\lambda = 0.3$, $V_p^{max} = 1.5$ m/s.

The driving pressure as a function of the elapsed time is shown in Figure 3. It can be seen that the upsurge wave caused by the valve opening reaches the pig at approximately in 0.85s. At this time instant, the driving pressure grows abruptly until it reaches a critical pressure (6.75 bar) capable to set the pig in motion.

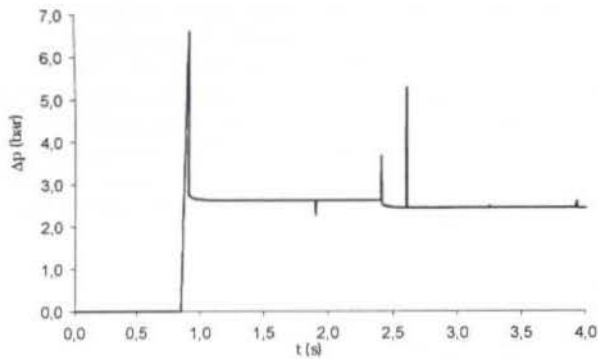


Figure 3 - Driving pressure vs. time

The pig velocity as a function of the time is illustrated in Figure 4. It can be observed that the pig motion starts at the time it is hit from the left side by the upsurge wave. As soon as the pig begins to move the driving pressure drops to 3.0 bar approximately. This value corresponds to the cruise driving pressure.

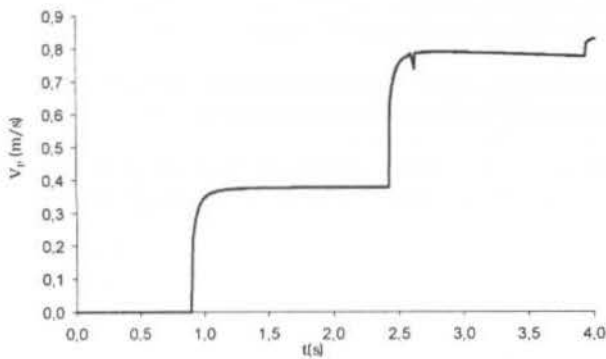


Figure 4 - Pig velocity vs. time.

It is interesting to note the jumping way the pig moves caused by the pressure wave reflections at both sides of the pig. At $t=2.36s$, the downsurge wave reflected at the reservoir reaches the pig causing the driving pressure to oscillate and the pig velocity to increase. It is important to remark that the severe transients observed in this example are associated with the absence of the by-pass flow rate through the pig-pipe wall interface. Small leakage through the pig-pipe interface can easily be incorporated in the present model by means of the concept of the effective gap (Azevedo et al, 1996). In such a case, the oscillations of the driving pressure and, consequently, the pig velocity are not so abrupt whether compared with the situation in which there exists a relative motion between the pig and the local flow rate (Vianes Campo, 1998).

To better visualize the dynamical behavior of the pig-fluid system, it is presented in the figures 5 and 6 the dimensionless head ($H/H_{shut\ off}$) distribution along the pipe extension for different time instants. To highlight the effects of the existence of distinct liquids, ahead and behind the pig, in the system response, another case (with only one liquid in the line) was considered and plotted in the figures 5 and 6 for comparison purposes. In these

figures, the solid line refers to the case in which octane-pig-kerosene is pumped whereas the dashed line corresponds to the

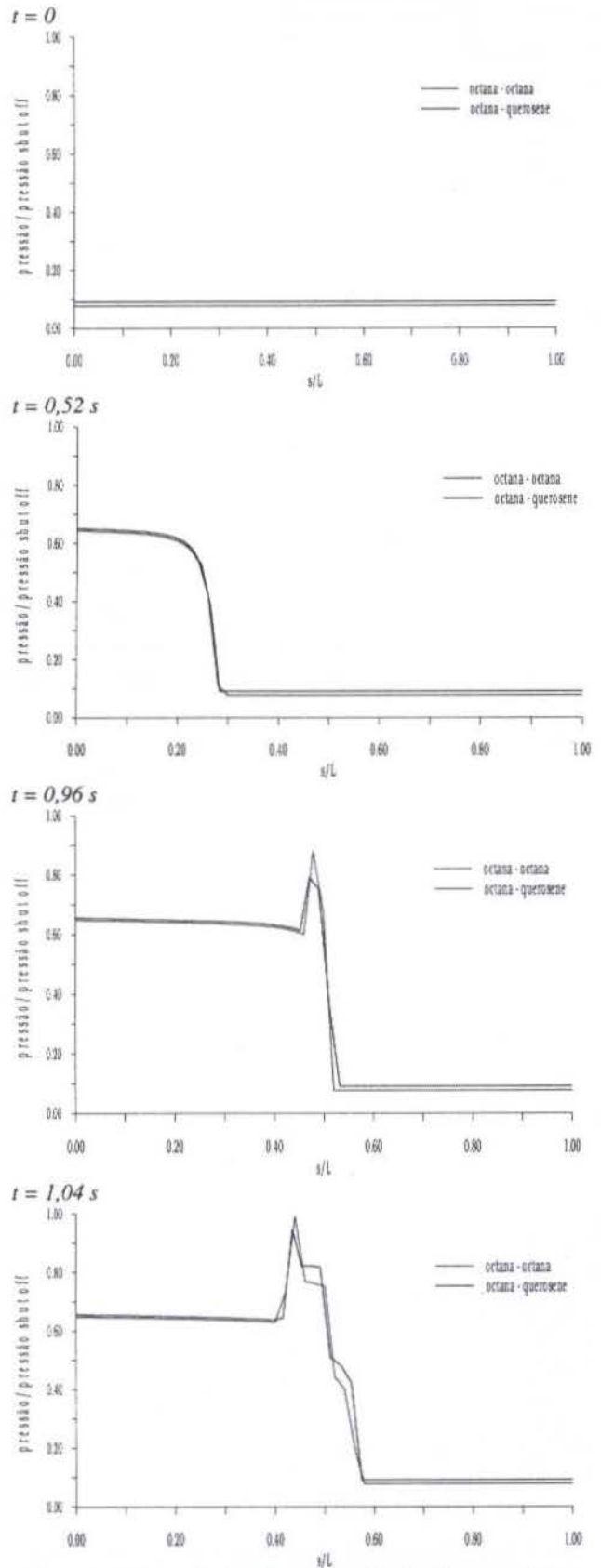


Figure 5 - Dimensionless head along the pipe for several time instants.

response of the same transient for a sequence octane-pig-octane.

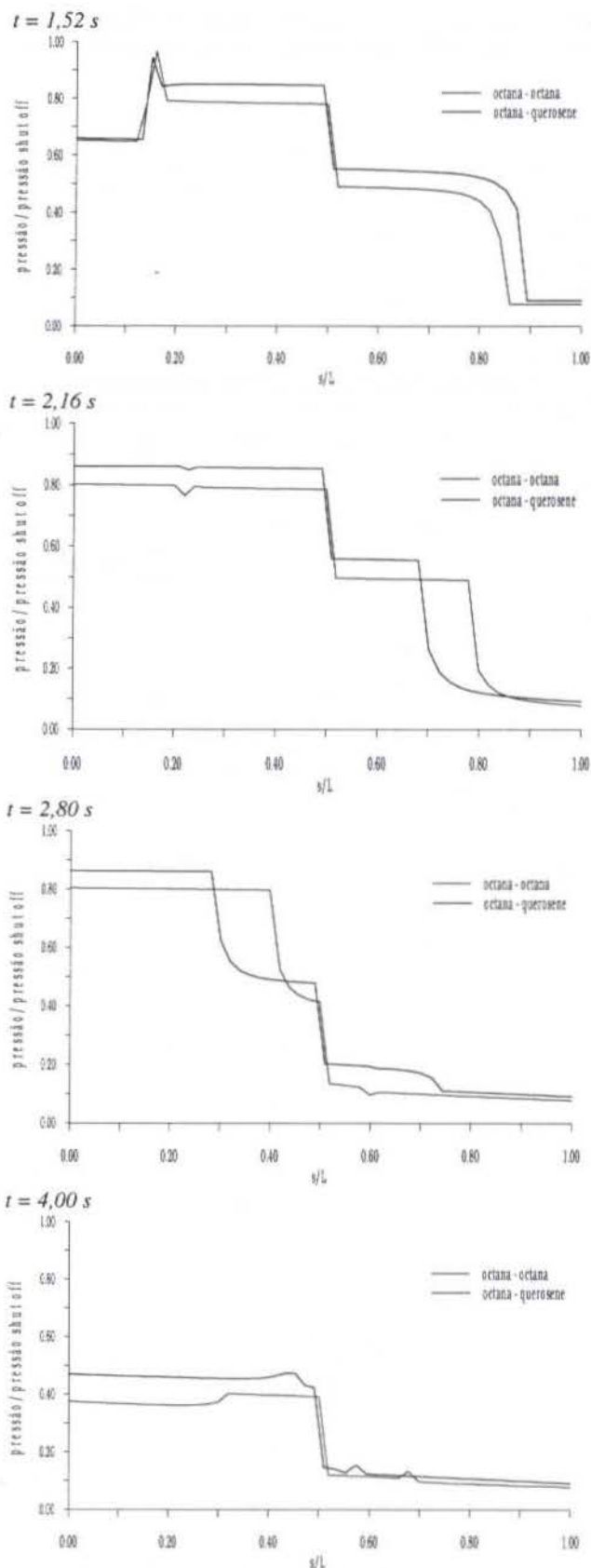


Figure 6 - Continued from figure 5.

As it would be expected, there is no difference in the wave pattern between the two cases until the wave front reaches the pig at $s/L = 0.5$. However, after the time instant $t = 1.04 \text{ s}$, it can be observed a substantial difference in both phase and amplitude of the wave pattern transmitted through the pig towards the reservoir. Such a difference is due to distinct wave speeds in the

octane and in the kerosene. Finally, at $t = 4 \text{ s}$ the steady-state regime has almost been reached in both systems. This regime is characterized by the typical head discontinuity profile, which travels along with the pig.

CONCLUDING REMARKS

A simple mechanical model, along with a suitable numerical technique, has been presented to simulate the transient batching operation with pigs as physical interfaces. The fluid compressibility and the pipe wall compliance are taken into account, as well as the contact friction force acting at the pig-pipe lateral interface. The examples presented demonstrate the capability of the model in simulating such a complex industrial operation by means of an easy implemented numerical procedure based on the well-known method of characteristics.

ACKNOWLEDGMENTS

The research reported in this work was financially supported by grants CNPq 301.323/94-1 and 400.069/96-2. The scholarship granted to Eijiro during his MSc course at UFF is gratefully acknowledged as well as the technical support provided by Eng. Marcelino G. M. F. Gomes from CENPES/PETROBRAS.

REFERENCES

- Azevedo, L. F. A., Braga, A. M. B. & Gomes, M.G.F.M., 1996, "Study of Pig Motions in Pipelines", Proc. of the 6th Brazilian Con. of Engng. and Thermal Sciences & Latin American Con. of Heat and Mass Transfer, pp.1423-1428, Florianópolis, Brazil.
- Barrett, M. L., 1959, "Using Expandable Spheroids for Batch Separation", PipeLine Industry, June, pp. 46-67.
- Botros, K. K., 1984, "Estimating Contamination Between Batches in Products Lines", Oil and Gas Journal, pp. 112-114.
- Gomes, M. G.F.M., 1994, "Análise de Copos de Pigs pelo Método dos Elementos Finitos", M. Sc. Thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Gomes, M. G. F.M., Pereira, F. & Lino, A. C., 1995, "Manual de Utilização de Pig", PETROBRAS Research & Development Center (CENPES).
- O'Donoghue, A., 1993, "Characteristics and Performance of Conventional Cleaning Pigs", Pipes and Pipelines International, vol. 38, pp.17-21.
- Vianes Campo, E., 1998, "Modeling of Pig Motion in Transient Regimes", M.Sc. Dissertation, Universidade Federal Fluminense, (in Portuguese).
- Vianes Campo, E. & Freitas Rachid, F. B., 1997, "Modeling of Pig Motion under Transient Fluid Flow", Proc. in CD-ROM of the XIV Brazilian Con. of Mech. Engng., Bauru, Dec., 8-12.
- Streeter, V. L & Wylie, E. B., 1993, "Fluid Transient in Systems", Prentice Hall, New Jersey.
- Webb, B. C., 1979, "The Art of Pigging", Pipeline and Gas Journal, pp. 25-29.
- Webb, B. C., 1978, "Guidelines Set Out for Pipeline Pigging", The Oil and Gas Journal, vol. 13, pp. 196-200.

SOLUÇÃO NUMÉRICA DE CAMADA LIMITE TURBULENTA COMPRESSÍVEL USANDO MODELO ALGÉBRICO E κ - ϵ

Wagner Machado Brasil † e Jian Su ‡

† Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais

Instituto Militar de Engenharia

22290-270 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil

‡ Programa de Engenharia Nuclear - COPPE

Universidade Federal do Rio de Janeiro

21945-970 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil

RESUMO

É descrito uma solução numérica das equações de camada limite compressível turbulenta através de modelo de turbulência algébrico de Cebeci-Smith e do modelo de duas equações de Chien. Os efeitos de compressibilidade na turbulência são modelados através de uma equação algébrica proposta por Ristorcelli. As equações diferenciais de camada limite compressível e de transporte para as quantidades turbulentas são resolvidas através do método de diferenças finitas, com esquema totalmente implícito e malha numérica adaptativa, num processo de marcha ao longo do escoamento principal. Simulou-se escoamento com gradiente de pressão nulo, favorável e adverso. Os resultados computacionais foram comparados com dados experimentais bem estabelecidas na literatura. Pelo estudo comparativo, conclui-se que os dois modelos de turbulência reproduzem as leis da parede e da esteira com razoável precisão.

INTRODUÇÃO

O crescente progresso da indústria aeronáutica e espacial e o desenvolvimento de foguetes e mísseis tem continuamente estimulado o estudo de camada limite compressível, a qual é caracterizada por grandes variações de massa específica e temperatura, resultado de efeitos de compressibilidade, dissipação viscosa e transferência de calor com a superfície sólida. Essas variações por sua vez influenciam propriedades do fluido como viscosidade e condutibilidade térmica que, diferentemente da camada limite incompressível, passam a ser incógnitas do problema, fazendo-se necessário solucionar o problema térmico e com isso acoplando as equações de Navier-Stokes e da conservação da energia.

No escoamento turbulento o fluxo ou taxa de transporte de quantidade de movimento e calor são mais elevadas que em camada limite laminar devido aos mecanismos de transporte associados com flutuações aleatórias de variáveis como velocidade, temperatura e pressão.

A complexidade do problema de camada limite compressível turbulenta está longe de ser um assunto esclarecido, principalmente com relação aos efeitos da compressibilidade e validação de modelos de turbulência. Revistando o estado da arte em escoamento compressível turbulento, Bradshaw (1996) afirma que não se conhece como a estrutura da turbulência é alterada pela compressibilidade e que a única certeza em modelagem da turbulência é que nenhum dos modelos existentes irão dar resultados de acurácia satisfatória para solucionar todos os escoamentos de interesse da engenharia. Com relação à compressibilidade, Ristorcelli (1996) argumenta que a média da flutuação da velocidade de Favre pode ser entendida como uma medida dos efeitos da compressibilidade através de variações na massa específica, chegando numa representação matemática para aquela variável.

Dados experimentais e resultados de simulação numérica direta disponíveis para camada limite turbulenta compressível mostram que os efeitos de compressibilidade na estrutura da turbulência parecem ser pequenos quando o número de Mach do escoamento não perturbado for menor que 4. Assim, os modelos de turbulência empregados em camada limite incompressível também podem ser utilizados em camada limite supersônica, desde que acompanhados por um cuidadoso programa de validação contra dados experimentais existentes. O renovado interesse em escoamento hipersônico no meio científico deverá conduzir a um crescente entendimento dos efeitos da compressibilidade na turbulência, conseqüentemente, melhorando a modelagem de escoamentos supersônicos (Bradshaw, 1996).

Matematicamente, $\overline{u_i''}$ representa a diferença entre médias de Reynolds (não ponderada na massa específica) e a média de Favre (ponderada na massa específica) do campo de velocidade e é, conseqüentemente, uma medida dos efeitos da compressibilidade na turbulência devido às variações da massa específica em escoamento compressível. A necessidade de considerar este parâmetro é motivada pela sua freqüente contribuição nas equações médias de conservação da quantidade de movimento e energia, nas equações para κ nos modelos de duas equações e nas equações de transporte das tensões de Reynolds. Na equação de Navier-Stokes média $\overline{u_i''}$ tem contribuição nos termos viscosos. Na equação da energia média, $\overline{u_i''}$ aparece na dissipação viscosa e trabalho de pressão. Nas equações de κ e das tensões de Reynolds a contribuição de $\overline{u_i''}$ vem nos termos de transporte viscoso e no trabalho de pressão. A acurácia na determinação de $\overline{u_i''}$ é importante para qualquer modelagem consistente próxima à parede e a

consideração destes termos é importante em escoamentos turbulentos compressíveis complexos (Ristorcelli, 1996).

Muitas dessas contribuições são desprezadas no fechamento dos modelos de turbulência. Isto significa assumir que as velocidades médias de Favre são uma adequada aproximação para as velocidades médias de Reynolds. Esta aproximação não é apropriada em escoamentos turbulentos onde exista gradientes de massa específica média provocados por elevado número de Mach, tais como: combustão, pontos de separação ou reatamento, choque e gradiente de pressão adverso. Mesmo em camada limite supersônica que tenha uma variação de massa específica ao longo do comprimento da camada limite da ordem de quatro vezes, \bar{u}_i'' não deve ser desprezado (Ristorcelli, 1996).

Este trabalho tem por objetivo estudar a modelagem de camada limite turbulenta compressível, realizando um estudo numérico comparativo entre o modelo de turbulência algébrico de Cebeci-Smith e o modelo de duas equações κ - ϵ para baixo número de Reynolds de Chien, junto com a equação algébrica de Ristorcelli (1996) para a flutuação da velocidade de Favre. As equações diferenciais parciais são resolvidas numericamente usando um método de diferenças finitas com malha adaptativa. Serão analisados escoamentos externos com gradiente de pressão nulo, favorável e adverso sobre placa plana e com parede adiabática, fazendo-se uma comparação dos resultados com dados experimentais disponíveis na literatura.

EQUAÇÕES DE GOVERNO

As equações de governo para camada limite turbulenta compressível, bidimensional, permanente, de um fluido newtoniano são escritas na seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho} \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\rho} \bar{v}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho} \bar{u} \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\rho} \bar{u} \bar{v}) = \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_T) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right] - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}''}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho} \bar{u} c_p \bar{T}) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\rho} \bar{v} c_p \bar{T}) = \\ & = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial}{\partial y} (c_p \bar{T}) \right] + \bar{u} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \\ & + \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{u}'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \frac{\partial \bar{u}''}{\partial y} \end{aligned} \quad (3)$$

onde $\bar{\rho}$ representa a média temporal (de Reynolds) e $\bar{\rho}$ a média ponderada em massa específica (de Favre). São introduzidas a viscosidade turbulenta, a difusividade térmica turbulenta e o número de Prandtl turbulento através das seguintes definições:

$$-\bar{\rho} \bar{u}'' \bar{v}'' = \mu_T \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (4)$$

$$-c_p \bar{\rho} \bar{v}'' \bar{T}'' = k_T \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \quad (5)$$

$$Pr_T = \frac{c_p \mu_T}{k_T} \quad (6)$$

Suponha-se que o fluido satisfaça a equação de estado de gás ideal:

$$\bar{p} = \bar{\rho} R \bar{T} \quad (7)$$

Em escoamentos de número de Prandtl constante entre 0.7 a 1.0 e sobre parede adiabática, a equação de energia Eq. (3), pode ser substituída pela seguinte relação entre a temperatura e a velocidade (Fernholz e Finley, 1977):

$$\frac{\bar{T}}{T_\delta} = 1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M_\delta^2 \left[1 - \left(\frac{\bar{u}}{u_\delta} \right)^2 \right] \quad (8)$$

MODELOS DE TURBULÊNCIA

O modelo de Cebeci-Smith (1974) é um modelo algébrico de duas regiões, μ_T sendo determinado por expressões diferentes em cada região.

Na região interna, próxima ao contorno sólido, conhecida como região de parede, a viscosidade turbulenta é determinada pela seguinte expressão:

$$\mu_{T_i} = \rho \ell_{mix}^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (9)$$

$$\ell_{mix} = \kappa y \left[1 - e^{(-r^+ / A^+)} \right] \quad (10)$$

onde $\kappa = 0.40$ é a constante de von Kármán e A^+ é definida como:

$$A^+ = 26 \left[1 + y \frac{\partial p / \partial x}{\rho u_\tau^2} \right]^{-1/2} \quad (11)$$

com:

$$y^+ = \frac{\bar{\rho} u_\tau}{\mu} \quad u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\bar{\rho}}} \quad \tau_w = \left[\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right]_w \quad (12)$$

Na região externa, afastada do contorno sólido, conhecida como região de esteira, a viscosidade turbulenta é determinada pela seguinte expressão:

$$\mu_{T_e} = \alpha \bar{\rho} \bar{u}_\delta \delta_v^* F_{Kleb} \quad (13)$$

A função F_{Kleb} é a função de intermitência de Klebanoff, \bar{u}_δ é a velocidade média no contorno externo da camada limite

e δ_v^* é a espessura de velocidade. A função de Klebanoff e a espessura de velocidade são definidos como:

$$F_{Kleb} = \left[1 + 5.5 \left(\frac{y}{\delta} \right)^6 \right]^{-1} \quad \delta_v^* = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{\tilde{u}}{\tilde{u}_\epsilon} \right) dy \quad (14)$$

No código computacional desenvolvido neste trabalho, μ_T é calculado para as duas regiões; se $\mu_{T_i} < \mu_{T_u} \Rightarrow \mu_T = \mu_{T_i}$ caso contrário $\mu_T = \mu_{T_u}$.

O modelo de Chien (1982) é um modelo de duas equações para baixo número de Reynolds, onde a viscosidade turbulenta é função de duas variáveis determinadas por equações diferenciais de transporte; κ ou energia cinética turbulenta e ϵ ou dissipação de energia cinética turbulenta.

As equações de κ e de ϵ para camada limite bidimensional são:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho} \kappa \tilde{u}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\rho} \kappa \tilde{v}) = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial y} \right] + \left(\mu_T \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} - u^* \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \bar{\rho} (\epsilon + \epsilon_0) \quad (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho} \epsilon \tilde{u}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\rho} \epsilon \tilde{v}) = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] + C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{\kappa} \left(\mu_T \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} - f_2 C_{\epsilon 2} \bar{\rho} \frac{\epsilon^2}{\kappa} + \bar{\rho} E \quad (16)$$

A viscosidade turbulenta é definida como:

$$\mu_T = C_\mu f_\mu \bar{\rho} \frac{\kappa^2}{\epsilon} \quad (17)$$

As funções de amortecimento, f_2 , f_μ , ϵ_0 e E são definidas por:

$$f_2 = 1 - 0.22 e^{-(Re_T/6)^2} \quad f_\mu = 1 - e^{-0.0115 y^+} \\ \epsilon_0 = 2 \frac{\mu}{\bar{\rho}} \frac{\kappa}{y^2} \quad E = -2 \frac{\mu}{\bar{\rho}} \frac{\epsilon}{y^2} e^{-y^+/2}$$

As funções de amortecimento dependem de y^+ e do número de Reynolds turbulento, $Re_T = \bar{\rho} \kappa^2 / \mu \epsilon$. As constantes empíricas de fechamento são: $C_{\epsilon 1} = 1.35$, $C_{\epsilon 2} = 1.80$, $C_\mu = 0.09$, $\sigma_\kappa = 1.0$ e $\sigma_\epsilon = 1.3$.

A média da flutuação da velocidade de Favre é modelada através de equação algébrica proposta por Ristorcelli (1996), que para escoamento bidimensional fica:

$$\overline{u''} = \frac{\tau}{III_A} \left[\left(1 + \tau \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) \overline{u'' u''} - \overline{v'' u''} \tau \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right] \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \frac{1}{\rho} \quad (18)$$

$$\overline{v''} = \frac{\tau}{III_A} \left[\left(1 + \tau \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) \overline{v'' v''} - \overline{u'' v''} \tau \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right] \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \frac{1}{\rho} \quad (19)$$

onde,

$$III_A = 1 + \tau D + \tau^2 \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \quad (20)$$

$$D = \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \quad (21)$$

$$\tau = \frac{M_t \kappa}{\epsilon + M_t (P_\kappa - \epsilon)} \quad (22)$$

M_t é função da velocidade do som e definido pela expressão $M_t^2 = 2 \left(\kappa / a^2 \right)$, P_κ é o termo de produção e ϵ o termo de dissipação na equação da energia cinética turbulenta, Eq. (15).

MÉTODO NUMÉRICO

Existem vários métodos numéricos para solucionar o sistema de equações diferenciais que governam os escoamentos. O objetivo básico desses métodos é transformar as equações diferenciais parciais, que são válidas para todo o domínio físico contínuo, em um sistema algébrico de equações, cujas variáveis dependentes são consideradas apenas em alguns pontos discretos daquele domínio. Neste trabalho é empregada a técnica de diferenças finitas, onde as derivadas são aproximadas por diferenças obtidas por expansão em séries de Taylor.

A equação da quantidade de movimento Eq. (2), a equação da energia Eq. (3), e as equações de κ Eq. (15) e ϵ Eq. (16) podem ser escritas na seguinte forma geral:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho} u \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\rho} v \phi) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S_1 \phi + S_0 \quad (23)$$

onde:

ϕ é a variável dependente generalizada;

Γ é o coeficiente de difusão generalizado da variável ϕ ;

$S_1 \phi + S_0$ é o termo de fonte linearizada, onde agrega todos os outros termos não representados explicitamente.

Como as equações de interesse são parabólicas, um esquema de marcha na direção do escoamento (x) foi utilizado, com a malha distribuída ao longo da direção normal à superfície (y).

A equação geral foi discretizada de modo que fosse possível utilizar diferença central na representação de todas as derivadas em y , cujo erro de truncamento é de segunda ordem. Nas derivadas em x foi utilizada diferença à montante, cujo erro de truncamento é de primeira ordem. A equação geral discretizada apresenta a seguinte forma:

$$(\bar{\rho} u)_{i,j} \left(\frac{\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}}{\Delta x} \right) + (\bar{\rho} v)_{i,j} \left(\frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}}{\Delta y_{i,j-1} + \Delta y_{i,j}} \right) =$$

$$= \frac{\left(\frac{\Gamma_{i,j+1} + \Gamma_{i,j}}{2} \right) \left(\frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}}{\Delta y_{i,j}} \right) - \left(\frac{\Gamma_{i,j} + \Gamma_{i,j-1}}{2} \right) \left(\frac{\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}}{\Delta y_{i,j-1}} \right)}{\Delta y_{i,j-1} + \Delta y_{i,j}} + (S_1 \phi)_{i,j} + (S_0)_{i,j} \quad (24)$$

As condições de contorno para as equações diferenciais de interesse foram implementadas de forma genérica como descritas a seguir.

$$y = 0 \quad bc_1 + bc_2 \frac{\partial \phi}{\partial y} = bc_3 \quad (25a)$$

$$y = \delta \quad bc_4 + bc_5 \frac{\partial \phi}{\partial y} = bc_6 \quad (25b)$$

Os coeficientes bc_1 a bc_6 variam de acordo com a equação diferencial utilizada.

A equação da continuidade também foi discretizada com o mesmo objetivo da equação diferencial geral, ou seja, aproximar as derivadas em y por diferença central. A equação discretizada tem a seguinte forma:

$$\frac{(\bar{\rho}u)_{i,j-1/2} - (\bar{\rho}u)_{i-1,j-1/2}}{\Delta x} + \frac{(\bar{\rho}v)_{i,j} - (\bar{\rho}v)_{i,j-1}}{\Delta y_{i,j-1}} = 0 \quad (26)$$

O sistema algébrico de equações que surge com a discretização da equação diferencial geral é solucionado usando-se o algoritmo de Thomas (Patankar, 1980).

O conjunto de sistemas algébricos associados a cada equação diferencial é resolvido de forma seqüencial em cada estação da marcha.

A camada limite turbulenta apresenta uma estrutura em duas regiões, caracterizada por dois comprimentos de escala distintos. Estes dois comprimentos de escala são utilizados num gerador de malha adaptativa algébrico, que se ajusta automaticamente com as mudanças que ocorrem no domínio físico durante o processo de marcha, sendo mais eficiente que um gerador de malha adaptativa diferencial (Su, 1996).

RESULTADOS

Serão apresentados resultados numéricos obtidos usando os modelos acima descritos para três casos experimentais, de camada limite turbulenta compressível com gradiente de pressão nulo, favorável e adverso, respectivamente.

Na verificação da Lei da Parede e Lei da Esteira foram utilizadas as mesmas relações empregadas por Fernholz e Finley (1980) na análise dos mesmos dados experimentais utilizados neste trabalho.

Para a Lei da Parede:

$$\frac{\tilde{u}^*}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{y \bar{\rho} u_\tau}{\mu_\omega} \right) + C_1^* \quad (29)$$

onde

$$\tilde{u}^* = \frac{\tilde{u}_\delta}{b^*} \sin^{-1} \left[\frac{2b^{*2} (\tilde{u}/\tilde{u}_\delta) - a^*}{(a^{*2} + 4b^{*2})^{1/2}} \right] \quad (30)$$

e a^* , b^{*2} e C_1^* são dados pelas seguintes relações:

$$a^* = \frac{\tilde{T}_\delta}{\tilde{T}_\omega} \left(1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M_\delta^2 \right) - 1 \quad (31)$$

$$b^{*2} = r \frac{\gamma - 1}{2} M_\delta^2 \frac{\tilde{T}_\delta}{\tilde{T}_\omega} \quad (32)$$

$$C_1^* = -\frac{1}{k} \ln \left(\frac{y_1 \bar{\rho} u_\tau}{\mu_\omega} \right) + \frac{\tilde{u}_\delta}{u_\tau} b^{*-1} \sin^{-1} \left[\frac{2b^{*2} (\tilde{u}_1/\tilde{u}_\delta) - a^*}{(a^{*2} + 4b^{*2})^{1/2}} \right] \quad (33)$$

O subscrito 1 denota o limite próximo à parede a partir do qual a lei logarítmica da parede é válida, limite este que, a princípio, só pode ser determinado experimentalmente e k é a constante de von Kármán ($k = 0.40$). No caso de parede adiabática $a^* = 0$ e $C_1^* = 5.10$ (Fernholz e Finley, 1980), que é o mesmo valor para o caso de escoamento incompressível.

Para a Lei da Esteira:

$$\frac{\tilde{u}_\delta^* - \tilde{u}^*}{u_\tau} = -M \ln \left(\frac{y}{\Delta^*} \right) - N \quad (34)$$

com $M = 4.70$ e $N = 6.74$ para $(1.5 \times 10^3 \leq Re_{\delta^*} \leq 4 \times 10^4)$ (Fernholz e Finley, 1980) e onde

$$\Delta^* = \delta \int_0^{\tilde{u}_\delta^* - \tilde{u}^*} \frac{d(y/\delta)}{u_\tau} \quad (35)$$

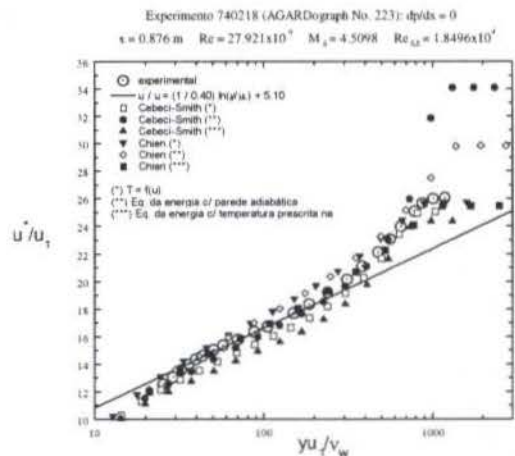


Figura 1 - Gradiente de pressão nulo: Lei da Parede

A Figura 1 apresenta os perfis adimensionais para a Lei da Parede em escoamento com gradiente de pressão nulo. Verifica-se que há boa concordância com os dados experimentais. Os coeficientes angulares das retas na região

logarítmica se aproximam bastante do inverso da constante de von Kármán. Os casos em que considerou-se a condição de contorno de parede adiabática apresentam uma intensidade de esteira (crista da curva) bem mais acentuada.

A Figura 2 apresenta os perfis adimensionais para a Lei da Esteira em escoamento com gradiente de pressão nulo. Os resultados para o caso de parede adiabática não apresentaram boa concordância, principalmente na última estação, sendo que pode haver alguma relação entre a elevada intensidade de esteira na Lei da Parede e estes resultados. O modelo κ - ϵ para baixo número de Reynolds apresentou excelente concordância com a equação da Lei da Esteira para o caso de relação de temperatura com a velocidade.

A Figura 3 apresenta os perfis adimensionais para a Lei da Parede em escoamento com gradiente de pressão favorável. Observa-se uma melhor concordância com os dados experimentais para o modelo de Cebeci-Smith. Os casos em que considerou-se a condição de contorno de parede adiabática apresentaram, como no caso com gradiente de pressão nulo, uma intensidade de esteira bem mais acentuada.

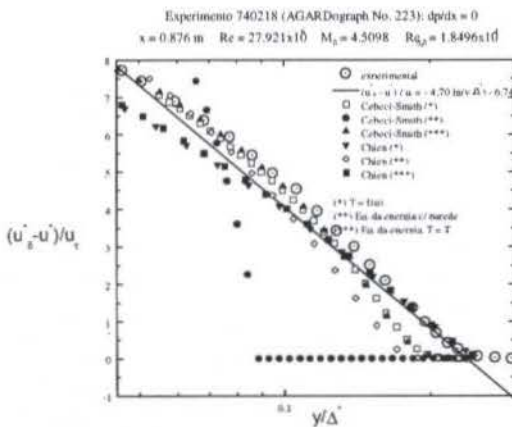


Figura 2 - Gradiente de pressão nulo: Lei da Esteira

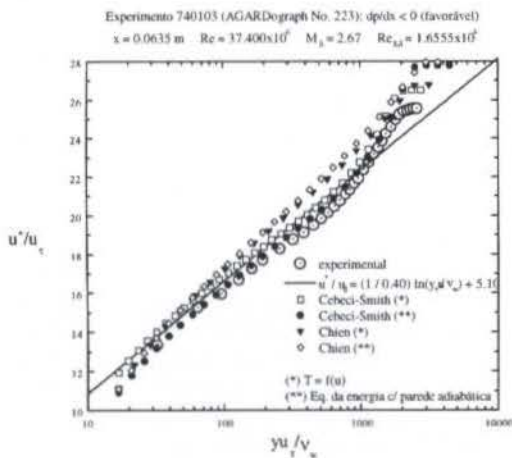


Figura 3 - Gradiente de pressão favorável: Lei da Parede

A Figura 4 apresenta os perfis adimensionais para a Lei da Esteira em escoamento com gradiente de pressão favorável. Tanto o modelo algébrico quanto o modelo κ - ϵ para baixo número de Reynolds apresentaram um perfil paralelo ao experimental. Como os perfis adimensionais da Lei da Parede e Lei da Esteira não estavam disponíveis explicitamente nos dados experimentais, sendo tais perfis obtidos manipulando-se

outros dados como o perfil de velocidade e o coeficiente de atrito, admitir-se-á que o paralelismo obtido nas curvas resultantes da simulação sejam indícios de bom resultado.

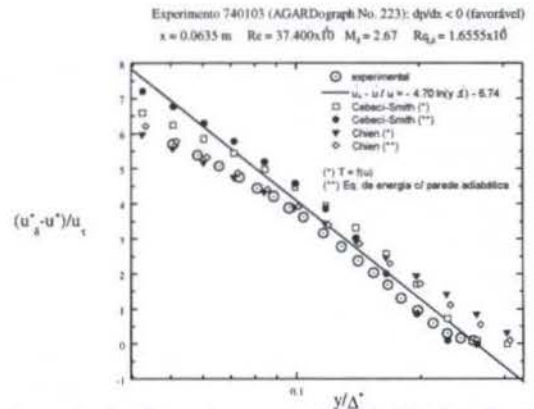


Figura 4 - Gradiente de pressão favorável: Lei da Esteira

A Figura 5 apresenta os perfis adimensionais para a Lei da Parede em escoamento com gradiente de pressão adverso. Observa-se uma melhor concordância com os dados experimentais para o modelo κ - ϵ , tendo o modelo algébrico apresentado uma intensidade de esteira mais acentuada.

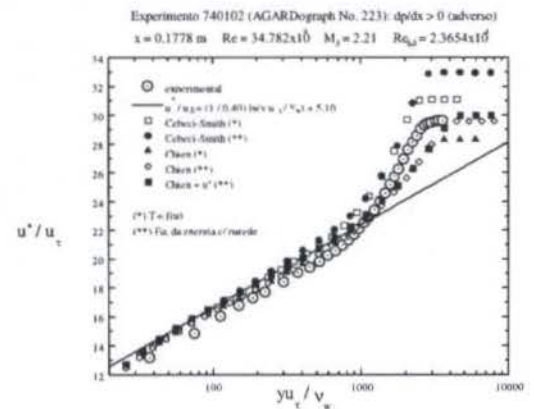


Figura 5 - Gradiente de pressão adverso: Lei da Parede

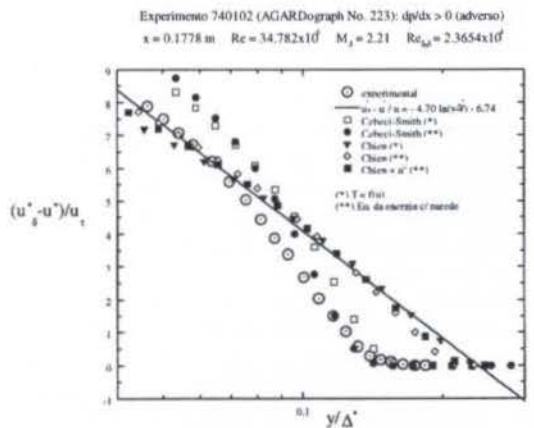


Figura 6 - Gradiente de pressão adverso: Lei da Esteira

A Figura 6 apresenta os perfis adimensionais para a Lei da Esteira em escoamento com gradiente de pressão adverso. O modelo κ - ϵ para baixo número de Reynolds apresentou resultado com uma inclinação bem próxima da Lei da Esteira para gradiente de pressão nulo, coincidindo com os dados experimentais para $y/\Delta^* < 0.1$. Já o modelo algébrico apresentou resultado com inclinação mais acentuada, coincidindo com os resultados experimentais $y/\Delta^* > 0.1$.

O perfil de $\overline{u''}$ está representado na Figura 7. Observa-se que os valores são negativos com um acentuado gradiente próximo à parede. Os valores absolutos são baixos se comparado com a velocidade média \overline{u} , pois nos valores de pico de $\overline{u''}$, \overline{u} apresenta valor em torno de 220 m/s. Os pontos de mínimo em cada estação ocorrem praticamente na mesma ordenada que corresponde ao início da região logarítmica, sendo que na estação mais afastada da origem o ponto de mínimo é menor, -4.0768 m/s, que na estação mais à montante, cujo valor é -5.6845 m/s. As curvas apresentam um comportamento coerente, pois espera-se que a influência da turbulência seja maior na região logarítmica que na subcamada viscosa ou na região de esteira.

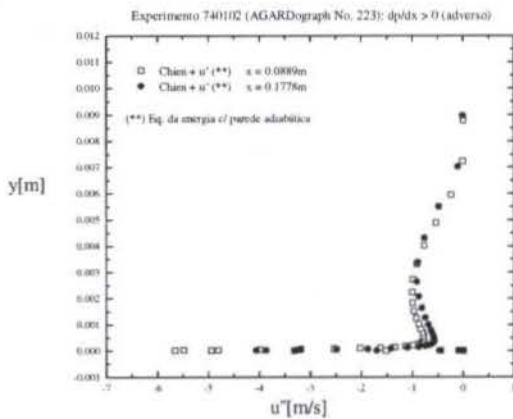


Figura 7 - Gradiente de pressão adverso: Perfil de $\overline{u''}$

CONCLUSÕES

O código numérico proposto neste trabalho mostrou-se uma ferramenta eficiente na simulação de camada limite turbulenta compressível.

O modelo algébrico de Cebeci-Smith e o modelo κ - ϵ para baixo número de Reynolds de Chien mostraram, de modo geral, desempenho satisfatório na simulação de camada limite turbulenta compressível, embora cada modelo tenha as suas peculiaridades. No escoamento sem gradiente de pressão os dois modelos apresentam excelente desempenho.

Os dois modelos de turbulência simulam de forma satisfatória a Lei da Parede em escoamento sem gradiente de pressão. O modelo algébrico prevê melhor a Lei da Parede em escoamento com gradiente de pressão favorável e o κ - ϵ representa melhor a Lei da Parede em gradiente de pressão adverso. Com relação à Lei da Esteira, o modelo algébrico mostra-se superior em escoamento com gradiente de pressão adverso e o modelo κ - ϵ apresenta melhor os casos com gradiente de pressão nulo e favorável.

A influência de $\overline{u''}$ na Lei da Esteira e Lei da Parede em escoamento com gradiente de pressão adverso foram pouco significativas.

(Agradecimentos.) Um do autores, J.S., agradece o CNPq e a FAPERJ pelos apoios financeiros concedidos durante a realização deste trabalho.

BIBLIOGRAFIA

- Anderson, D. A., Tanihill, J. C. and Pletcher, R. H., 1984, "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", Hemisphere Publishing, Washington, D. C.
- Bradshaw, P., 1996, "Turbulence Modeling with Application to Turbomachinery", Prog. Aerospace Sci., Vol. 32, pp. 575-624.
- Cebeci, T. and Smith, A. M. O., 1974, "Analysis of Turbulent Boundary Layer", Ser. in Appl. Math. & Mech., Vol. 15, Academic Press.
- Chien, K. Y., 1982, "Predictions of Channel and Boundary-Layer Flows with a Low-Reynolds-Number Turbulence Model", AIAA Journal, Vol. 20(1), pp. 33-38.
- Fernholz, H. H. and Finley, P. J., 1980, "A Critical Commentary on Mean Flow Data for Two-Dimensional Compressible Turbulent Boundary Layer", AGARDograph No. 253, Technical Report, North Atlantic Treaty Organization - Advisory Group for Aerospace Research and Development.
- Fernholz, H. H. and Finley, P. J., 1977, "A Critical Compilation of Compressible Turbulent Boundary Layer Data", AGARDograph No. 223, Technical Report, North Atlantic Treaty Organization - Advisory Group for Aerospace Research and Development.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation.
- Ristorcelli, J. R., 1996, "A Representation for the Turbulent Mass Flux Contribution to Reynolds-Stress and Two-Equation Closures for Compressible Turbulence", Institute for Computer Applications in Science and Engineering - NASA Langley Research Center.
- Su, J., 1996, "An Adaptive Nonlinear Coupled Solution Procedure for Turbulent Boundary Layer Equations with Low-Reynolds Number Two-Equation Models", Proceedings of the 4th North-Northeastern Congress on Mechanical Engineering (IV-CEM-NNE), Recife.
- Wilcox, D. C., 1994, "Turbulence Modeling for CFD", DWI Industries, Inc.

ABSTRACT

It is described a numeric solution of compressible turbulent boundary-layer equations through of the algebraic turbulence model of Cebeci-Smith and the two-equation model of Chien. The effects of compressibility in turbulence are modeled through of an algebraic equation proposed by Ristorcelli. The transport differential equation to the turbulent quantities and compressible boundary layer are solved by using a finite-difference method, with full implicit scheme and adaptive numerical grid, in marching process along freestream flow.. Simulation was done for flows with zero, favourable and adverse pressure gradient. The computational results are compared with experimental data at present in the literature. The comparative study showed that the two turbulence model reproduce the law of the wall and the law of the wake with reasonable accuracy.

**ANÁLISE HIDRODINÂMICA DA REGIÃO DE ENTRADA DO
ESCOAMENTO ANULAR DE DOIS LÍQUIDOS IMISCÍVEIS EM TUBOS
CURVOS - DETERMINAÇÃO DO VALOR DO ÂNGULO DE ENTRADA**

Luís M. S. Borges, Márcio Ziviani.
Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Minas Gerais
31270-010 - Belo Horizonte - MG - Brasil

SUMÁRIO

Neste trabalho determina-se a influência do número de Dean no valor do ângulo de entrada de um escoamento laminar, anular, de dois líquidos imiscíveis, no interior de segmentos ligeiramente curvos (com grandes raios de curvatura), no plano horizontal. Defini-se ângulo de entrada, a medida angular entre o início da curva e o ponto onde o escoamento desenvolve. O escoamento foi suposto parabólico na direção axial e as propriedades físicas dos líquidos constantes. Os líquidos escoam completamente segregados formando uma interface sem espessura, lisa, circular e concêntrica ao eixo do tubo. As equações de conservação foram resolvidas utilizando o método de volumes finitos. Analisou-se o escoamento querosene(filme)/água(núcleo), que é usado para atenuar os problemas de corrosão e incrustação acentuados no bombeamento de água.

INTRODUÇÃO

O escoamento de fluidos em tubos curvos possui diversas aplicações: o fluxo sanguíneo e o bombeamento de água em dutos são alguns exemplos de escoamento interno.

Num escoamento laminar, em desenvolvimento, no interior de um tubo reto, o contato com as paredes do tubo torna importante os efeitos viscosos e desenvolve uma camada limite cuja espessura aumenta com a distância percorrida. Suficientemente distante da entrada do tubo, a camada limite desenvolvida em suas paredes alcança o eixo. Depois da unificação da camada limite, os efeitos viscosos se estendem sobre toda a seção e o perfil de velocidade não mais se altera, sendo que a velocidade máxima do escoamento localiza-se no centro do tubo. Diz-se então que o escoamento está desenvolvido e a distância entre a entrada do tubo e o ponto do início desta condição é definido como comprimento de entrada.

Em tubos curvos, devido à ação das forças centrífugas, observa-se o aparecimento de movimentos secundários que promovem perda da simetria angular e o deslocamento da velocidade máxima para o lado externo da curva.

O desenvolvimento do escoamento secundário tem implicações importantes para o fluxo sanguíneo no sistema arterial humano. Por exemplo, ele pode ter um papel importante no depósito de colesterol nas paredes vasculares podendo contribuir no desenvolvimento da arteriosclerose. O conhecimento das condições dinâmicas desse tipo de escoamento é de fundamental importância também em muitos ramos da engenharia, pois fornece informações sobre a queda de pressão na região de entrada possibilitando a determinação da energia de bombeamento necessária para superar as perdas de carga provocadas pela curvatura.

O escoamento em tubos curvos é consideravelmente mais complexo do que em tubos retos. As primeiras observações foram feitas por Thomson (1876), ao observar os efeitos causados por uma curva sobre o escoamento em canais abertos. Williams et al. (1902) observaram que o ponto de velocidade axial máxima é deslocado em direção ao lado externo da curva. Eustice (1910) demonstrou experimentalmente a existência de um escoamento secundário. O primeiro estudo teórico sobre escoamento em tubos curvos foi feito por Dean (1927), onde resolveu as equações de Navier-Stokes para o escoamento estabelecido, incompressível e laminar, em tubos curvos. Dean mostrou que o escoamento

secundário causado pelo efeito centrífugo, em função da distribuição não uniforme de velocidade, origina um escoamento helicoidal com o pico de velocidade deslocado na direção externa da curva e que a natureza deste depende do dimensional que leva seu nome. Fisicamente este adimensional pode ser considerado como a razão entre a força centrífuga induzida pelo movimento circular do fluido e as forças viscosas. Segundo Singh (1974), quando um fluido escoar através de um tubo curvo, um gradiente de pressão dirigido para o centro de curvatura se estabelece para equilibrar a força centrífuga causada pela curvatura do tubo. O líquido junto da parede move-se mais lentamente do que o afastado dela, devido à viscosidade e, desse modo, requer um gradiente de pressão menor para equilibrar o gradiente de pressão local. Como resultados desses gradientes de pressão, o líquido que está escoando mais rapidamente se move para fora, enquanto o mais lento se move para dentro da curva. Yao e Berger (1975) e Singh (1974) estudaram o desenvolvimento do escoamento no interior de tubo curvo para um perfil de velocidade plano na entrada do tubo. Ziviani (1991) resolveu numericamente o problema do escoamento anular de dois líquidos imiscíveis em tubos retos e curvos na região de desenvolvimento. Braga (1995) estudou o escoamento completamente desenvolvido em tubo curvo e Silva (1996) acrescentou o problema de transferência de calor.

O modelo proposto neste estudo simula numericamente o escoamento anular bifásico em tubos curvos considerando apenas os casos em que o raio de curvatura é muito maior que o raio do tubo. Um escoamento é dito anular quando um dos líquidos escoar junto à parede na forma de uma película, filme e, o outro, na seção remanescente, constituindo-se no núcleo. A utilização desse modelo permite determinar a influência do número de Dean no valor do ângulo de entrada do escoamento anular.

MODELAMENTO MATEMÁTICO

A geometria considerada neste estudo está representada na Figura 1 onde, a , é o raio do tubo de seção circular, e, r_c , o raio médio de curvatura ($r_c \gg a$).

Adota-se o sistema de coordenadas toroidais (r, θ, α) que representam, respectivamente, as direções radial, angular e axial. Os componentes da velocidade, \vec{V} , nas direções coordenadas são, respectivamente, v, u, w .

Nomenclatura.

- a - raio do tubo.
- \dot{m}^* - razão das vazões mássicas (filme/núcleo).
- p - pressão.
- \bar{p} - pressão média na seção transversal.
- p'' - flutuação de pressão na seção transversal.
- p^* - pressão modificada com os efeitos gravitacionais.
- r_c - raio de curvatura do tubo.
- r - coordenada da direção radial.
- r_c^* - raio de curvatura de um elemento.
- u - componente da velocidade na direção angular.
- v - componente da velocidade na direção radial.
- w - componente da velocidade na direção axial.
- z - coordenada retificada da direção principal. $dz = d\alpha r_c$

Símbolos gregos

- α - coordenada da direção principal ou axial.
- δ - posição da interface.
- ϕ - variável genérica.
- λ - razão de curvatura.
- μ^* - razão das viscosidades dinâmicas (filme/núcleo).
- θ - coordenada na direção angular.
- ρ - densidade.
- ρ^* - razão das densidades (filme/núcleo).

Adimensionais

Número de Reynolds - $Re = \bar{w} d \rho / \mu$

Número de Dean - $K = Re \sqrt{a/r_c}$

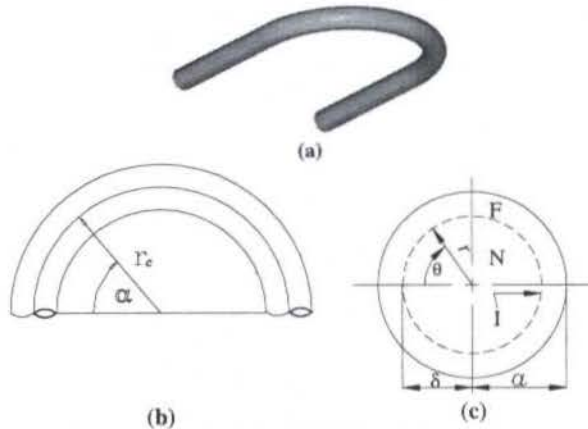


Figura 1 - (a) Tubo circular (b) coordenada axial e raio de curvatura (c) coordenadas radial e angular, e interface considerada - sem espessura, lisa, sem perturbações e penetração. (F) filme, (N) núcleo e (I) interface.

Equações de Conservação. Quando um elemento de fluido, de massa, $dm = \rho \cdot dv$, penetra no tubo curvo é obrigado a mudar constantemente de direção pela ação contínua da curvatura da parede. Este elemento está submetido a ação de duas forças centrípetas; a primeira causada pela curvatura da parede e impõe ao elemento fluido a aceleração:

$$a_{cp} = w^2 / r_c^* \quad (1)$$

$$r_c^* = r_c + r \cdot \cos \theta \quad (2)$$

A segunda decorre da primeira e atua radialmente no plano da seção, impondo ao elemento de massa a aceleração:

$$a_{ci} = u^2 / r \quad (3)$$

O elemento de massa ainda sofre a ação de uma aceleração devida à força de Coriolis na direção angular, dada por:

$$a_{co} = -uv/r \quad (4)$$

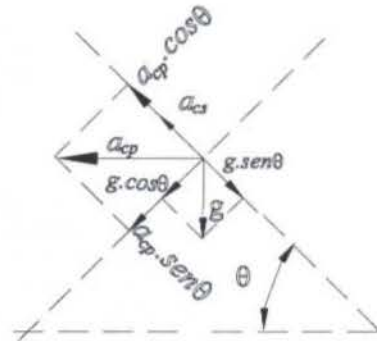


Figura 2 - Componentes das acelerações centrípetas e gravitacionais.

A ação conjunta dessas acelerações fornecem para as direções θ , r , as seguintes contribuições:

direção angular: $-a_{cp} \sin \theta + a_{co}$ (5)

direção radial: $a_{cp} \cos \theta + a_{ci}$ (6)

A presença das acelerações descritas é a principal característica do escoamento em tubos curvos de seção circular constante.

As equações descritivas do escoamento proposto devem satisfazer às equações de conservação de massa e quantidade de movimento, nas suas formas vetoriais.

Continuidade: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot \vec{V}) = 0$ (7)

Conservação de momentum: $\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla \bar{p} + \rho \cdot \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{V}$ (8)

A primeira equação estabelece que a massa de um sistema de identidade fixa é constante e a segunda representa a Segunda Lei de Newton, isto é, a massa do fluido vezes sua aceleração é igual ao somatório de todas as forças externas atuantes neste fluido (força de pressão, $-\nabla \bar{p}$, gravitacional, $\rho \cdot \vec{g}$, e as viscosas, $\mu \nabla^2 \vec{V}$).

O modelo matemático considerou as seguintes hipóteses:

1. regime permanente;
2. todas as propriedades físicas constantes;
3. raio de curvatura muito maior que o raio da seção do tubo;
4. componente axial da velocidade principal muito maior que as componentes radial e angular;
5. na região de desenvolvimento do escoamento estudado identifica-se a direção principal onde os efeitos difusivos e de pressão são desprezíveis em relação aos convectivos. Esta direção é considerada parabólica.

Considerando as hipóteses introduzidas e a pressão modificada, as equações de governo da podem ser escritas como:

Equação da Continuidade.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (9)$$

Equação do momentum na direção axial, z .

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v w) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho u w) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu \frac{\partial w}{\partial r}\right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\mu \frac{\partial w}{\partial \theta}\right) \quad (10)$$

Equação do momentum na direção radial, r .

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v v) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho u v) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu \frac{\partial v}{\partial r}\right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial \theta}\right) + Sc_v + Sp_v \quad (11)$$

onde,

$$Sc_v = \frac{\rho u^2}{r} + \frac{\rho w^2}{r_c} \cos \theta - \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \quad (12)$$

$$Sp_v = -\mu/r^2 \quad (13)$$

Equação do momentum na direção angular, θ .

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho u u) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu \frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial \theta}\right) + Sc_u + Sp_u \quad (14)$$

onde,

$$Sc_u = -\frac{\rho w^2}{r_c} \sin \theta + \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \quad (15)$$

$$Sp_u = -\rho v/r - \mu/r^2 \quad (16)$$

As aproximações descritas transformam o problema elíptico tridimensional em um problema parabólico tridimensional o que implica em uma grande simplificação da solução, pois pode-se resolver o problema tridimensional como uma sucessão de problemas bidimensionais, marchando-se na direção principal.

Condições de contorno. Identificando a existência de simetria do escoamento em $\theta=0$ e $\theta=\pi$, as equações de conservação são resolvidas para metade do domínio. As condições de contorno são:

- Parede do tubo ($r=a$). Não deslizamento e impermeabilidade. $v=0, u=0, w=0.$ (17)

- Plano de simetria ($0 < r < a; \theta=0$ e $\theta=\pi$). Fluxo de massa nulo. $\frac{\partial v}{\partial \theta}=0, u=0, \frac{\partial w}{\partial \theta}=0.$ (18)

- Eixo do tubo ($r=0$). Ponto singular com área igual a zero. $v=0, \frac{\partial u}{\partial r}=0, \frac{\partial w}{\partial r}=0.$ (19)

- Interface. ($r=\delta$). Observações experimentais evidenciam uma grande complexidade da topologia e comportamento dinâmico da interface na situação real do escoamento sendo necessário a introdução de simplificações e idealizações para a distribuição espacial dos fluidos no campo de escoamento. Trabalhos

experimentais de Anderson e Hills (1974) e Maddock e Lacey (1974) sugerem algumas dessas simplificações.

Considera-se que os fluidos escoam completamente segregados, um deles na forma de película, junto à parede constituindo o *filme*, e o outro no centro do campo de escoamento, *núcleo*. Admite-se ainda que a interface entre os fluidos é sem espessura, lisa, circular, concêntrica e que não ocorre penetração de um fluido no outro.

A região ocupada por cada líquido é definida pela posição da interface δ . Esta posição pode ser calculada em função do balanço de massa de cada um dos fluidos, ou seja:

$$\dot{m}_n = 2 \int_0^\pi \int_0^\delta \rho_n w r dr d\theta, \quad \dot{m}_f = 2 \int_0^\pi \int_\delta^a \rho_f w r dr d\theta \quad (20)$$

O modelo apresentado é válido em todo ponto do domínio em que as propriedades sejam contínuas e continuamente diferenciáveis. Na interface, devido às descontinuidades nas propriedades físicas, as equações de conservação assumem formas específicas, representando continuidade de velocidades e de tensões de cisalhamento:

$$v_n = v_f; u_n = u_f; w_n = w_f \quad (21)$$

$$\mu_n \left[\frac{\partial v}{\partial r} \right]_n = \mu_f \left[\frac{\partial v}{\partial r} \right]_f, \quad \mu_n \left[\frac{\partial u}{\partial r} \right]_n = \mu_f \left[\frac{\partial u}{\partial r} \right]_f, \quad \mu_n \left[\frac{\partial w}{\partial r} \right]_n = \mu_f \left[\frac{\partial w}{\partial r} \right]_f \quad (22)$$

MÉTODO NUMÉRICO

As equações de conservação de massa e quantidade de movimento foram solucionadas pelo método numérico de diferenças finitas com formulação em volumes de controle proposto por Patankar (1980), com esquema de interpolação POWER LAW.

O algoritmo SIMPLE foi utilizado para resolver o acoplamento pressão-velocidade. O sistema de equações discretizadas foi resolvido usando-se o algoritmo iterativo TDMA (TriDiagonal Matrix Algorithm) linha por linha, dupla varredura. A interrupção das iterações foi baseada no resíduo local de massa ($< 5 \times 10^{-7}$) e no resíduo global ($< 0,1\%$). Para acelerar a convergência foi utilizada a técnica de relaxação no cálculo de todas as variáveis dependentes. Neste trabalho os fatores de relaxação foram para: $u, v, w = 0,5$ e para $p = 0,8$.

O modelo proposto neste estudo para a determinação do ângulo da região de entrada ($\alpha_{crítico}$), analisa a derivada da velocidade em função da direção principal em todos os pontos do domínio.

Com o objetivo de tornar o critério de desenvolvimento mais conservador são analisados os valores de dw/dz dos cinco últimos passos na direção principal. O escoamento será considerado hidrodinamicamente desenvolvido quando dois critérios forem satisfeitos:

- desvio do valor da derivada nos cinco últimos passos do escoamento for menor que 1% do valor da média das derivadas desses cinco passos;

$$\left| \frac{dw}{dz} \right|_i - \sum_{j=1}^5 \left| \frac{dw}{dz} \right|_j < (1\%) \sum_{j=1}^5 \left| \frac{dw}{dz} \right|_j \quad (23)$$

- valor da média das derivadas dos cinco últimos passos for inferior a 1×10^{-6} :

$$\sum_{j=1}^5 \left| \frac{dw}{dz} \right|_j < 1 \times 10^{-6} \quad (24)$$

Malha. Foi realizado teste de malha para determinar a distribuição mais adequada para a investigação do problema físico. Definiu-se uma malha com 990 pontos na direção axial, 15 na direção angular e 30 pontos na radial. Foi utilizado um coeficiente de não-uniformidade ($\xi=1,6$) na direção axial.

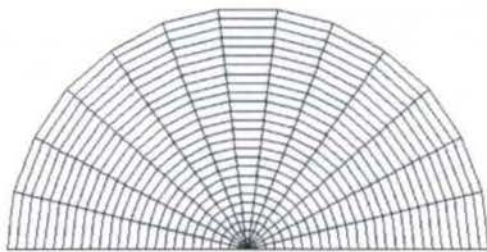


Figura 3 – Malha utilizada no plano $r\theta$. (15 x 30)



Figura 4 – Malha utilizada na direção principal (990 pontos).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Escoamento anular. É resolvido o escoamento para a composição querosene/água e estudada a influência do número de Dean no ângulo crítico (compreendido entre a entrada do tubo curvo e o ponto onde o escoamento é considerado hidrodinamicamente desenvolvido). Na entrada do tubo curvo considera-se um perfil desenvolvido proveniente de um tubo reto.

Tabela 1 - Propriedades físicas do escoamento analisado.

Composição	K	m^*	ρ^*	μ^*	λ
Querosene/Água	30 a 500	0,5	1,04	2,25	0,05

Para validar o programa utilizado foram simulados escoamentos monofásicos no interior de tubos retos e curvos e seus valores comparados com dados conhecidos e confiáveis. Os resultados das simulações em tubo reto foram comparados com a equação analítica proposta por Reynolds para determinação do comprimento de entrada:

$$L_r = 0,06.d.Re \quad (25)$$

Para escoamentos em tubos curvos os resultados foram comparados com os valores de Yao e Berger (1974):

$$L_c = e_1(2.K/\lambda)^{\frac{1}{2}}a \quad (26)$$

onde,

$e_1 \rightarrow$ coeficiente do comprimento de entrada.

O valor de e_1 é dado em função da razão de raios. Para o escoamento analisado ($\lambda=0,05$) o valor de e_1 utilizado foi de 2,2. Na entrada dos tubos reto e curvo foi considerado um perfil plano de velocidades. A Figura 5 apresenta a comparação entre os comprimentos de entrada obtidos pelo presente trabalho e os comprimentos definidos anteriormente.

Analisando os resultados obtidos, Figura 5, percebe-se uma excelente concordância entre os resultados. O maior erro relativo foi de 1,3% para o tubo reto e 2,6% para o curvo. Pelos resultados apresentados conclui-se que as técnicas numéricas são válidas na solução desses problemas e por consequência, válidas na resolução do problema proposto.

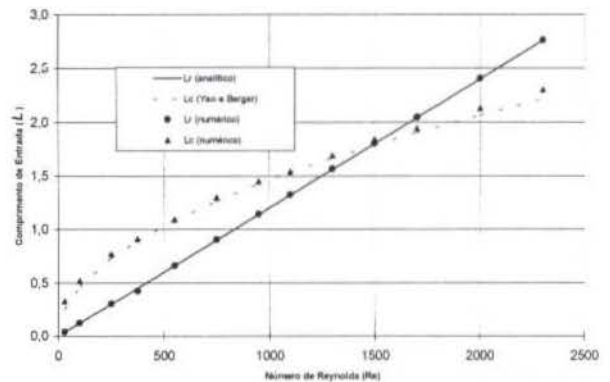


Figura 5 - Comprimentos de entrada para tubos retos (L_r) e curvos (L_c).

Braga (1995) resolveu as equações do escoamento anular completamente desenvolvido ($\partial/\partial z = 0$) para dois líquidos imiscíveis no interior de tubos curvos. A Figura 6 apresenta a comparação entre perfis de velocidade plenamente desenvolvidos, apresentados por Braga (1995), e os perfis obtidos no presente trabalho. Verifica-se uma excelente concordância entre os resultados e conclui-se que os perfis de velocidade obtidos neste estudo estão desenvolvidos.

As diferenças percentuais médias entre os resultados encontrados por Braga (1995) e os obtidos neste estudo são calculadas pela Eqs. (27):

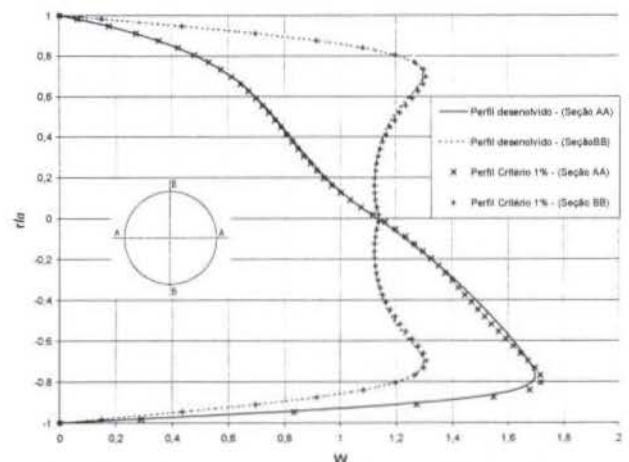


Figura 6 - (a) Comparação entre perfis de velocidades plenamente desenvolvidos, Braga (1995) e perfis obtidos neste estudo. Dean=280.

$$E(\%) = \left(\frac{1}{n}\right) \cdot \sum \left| \left(\frac{W_{desenvolvido} - W_{atual}}{W_{desenvolvido}} \right) \times 100 \right| \quad (27)$$

onde, n – número de pontos comparados;

Tabela 2 - Erro médio absoluto.

Dean (K)	Seção	Erro (%)	Seção	Erro (%)
030	A-A	0,7	B-B	0,6
075	A-A	1,0	B-B	0,9
200	A-A	1,0	B-B	1,0
280	A-A	1,1	B-B	1,0
350	A-A	1,2	B-B	1,2
500	A-A	1,3	B-B	1,2

Resultados: Para estudo do ângulo crítico o domínio foi dividido em três regiões: núcleo, interface e filme, Figura 7. Embora a interface não tenha espessura, a região definida como interface consiste no conjunto das posições ocupadas por ela durante o desenvolvimento do escoamento por causa da limitação do modelo utilizado

Na análise dessas regiões utilizou-se um modelo estatístico de médias ponderadas e atribuiu-se para cada ponto do domínio computacional um peso relativo à área do volume de controle. Esse método permite construir uma curva característica para cada região do domínio.

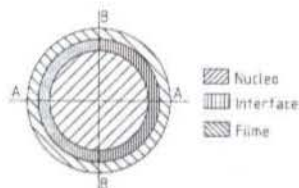


Figura 7 - Representação das regiões analisadas no escoamento.

Os efeitos do Número de Dean no desenvolvimento hidrodinâmico do escoamento querosene/água são analisados a seguir. As Figuras 8 a 10 representam o desenvolvimento do escoamento nas três regiões. As curvas apresentadas indicam a variação do ângulo crítico em função da posição angular

Com o aumento do número de Dean a região do filme do escoamento querosene/água desenvolve de maneira mais homogênea porque sua espessura diminui com o aumento da velocidade. Na região do núcleo o crescimento do número de Dean retarda seu desenvolvimento por causa do aumento da inércia do escoamento. Além disso observa-se um deslocamento do ponto de máximo no sentido anti-horário. Isso ocorre porque o movimento secundário aumenta com o Dean e desta forma desloca o ponto de velocidade máxima para o lado de fora da curva.

Na região da interface o deslocamento é retardado com o aumento do Dean. Em $\theta=90^\circ$ o escoamento na interface demora mais a desenvolver qualquer que seja o do Número de Dean. Quanto maior o número de Dean maior será o ângulo crítico.

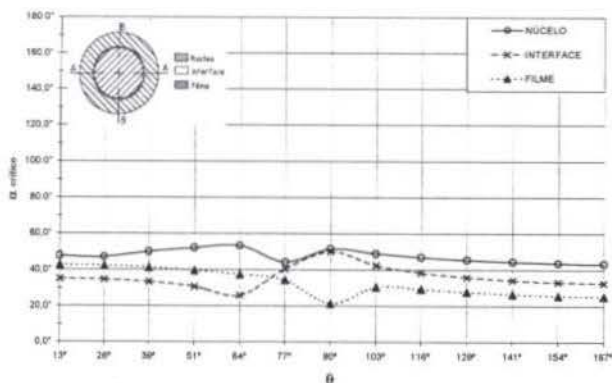


Figura 8 - Ângulo crítico ($\alpha_{critico}$) x posição angular (θ). Dean=030.

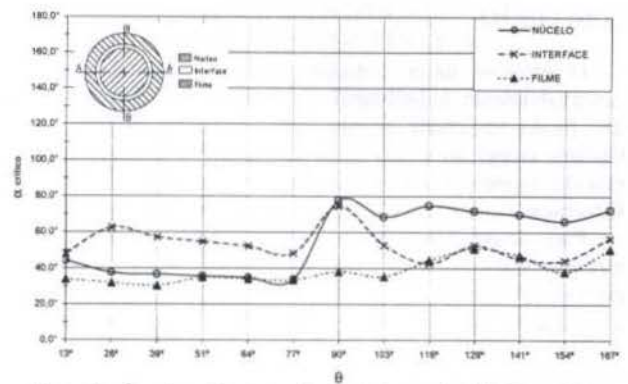


Figura 9 - Ângulo crítico ($\alpha_{critico}$) x posição angular (θ). Dean=280.

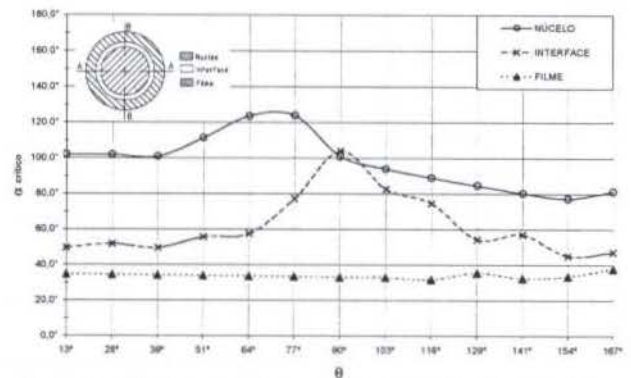


Figura 10 - Ângulo crítico ($\alpha_{critico}$) x posição angular (θ). Dean=500.

Finalmente a Figura 11 apresenta a variação do ângulo crítico em função do Número de Dean. A equação para determinação do ângulo crítico do escoamento anular querosene/água em função do número de Dean é:

$$\alpha_{critico} = 32,9 \cdot K^{0,22} \quad (28)$$

Verifica-se que para a composição querosene/água o ângulo crítico é menor em relação a um escoamento de água com as mesmas características

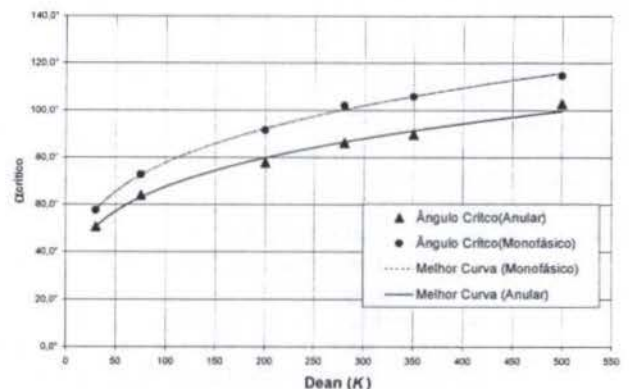


Figura 11 - Ângulo crítico do escoamento monofásico (água) e anular (querosene/água) para perfil de entrada completamente desenvolvido.

CONCLUSÃO

O objetivo desse trabalho foi determinar a região de desenvolvimento hidrodinâmico de um escoamento anular de dois fluidos imiscíveis em tubo curvo. Este tipo de escoamento é bastante complexo e não pode ser resolvido analiticamente. O método numérico utilizado neste estudo foi o método de Diferenças Finitas com Formulação em Volume de Controle.

Para desenvolvimento do modelo foram adotadas várias hipóteses simplificadoras para o escoamento e para a geometria e posição da interface. A validação do modelo foi feita através da comparação dos resultados obtidos numericamente com os resultados analíticos para escoamentos monofásicos em tubos retos e com os resultados encontrados por Yao e Berger (1974) para escoamentos monofásicos em tubos curvos. Para os dois problemas resolvidos os resultados numéricos apresentaram ótima concordância. Assim considerou-se validado o método e o mesmo foi utilizado na determinação da região de entrada para o escoamento anular de dois líquidos imiscíveis no interior de um tubo curvo, horizontal e de seção circular constante.

Com base nos resultados obtidos na simulação do escoamento anular querosene(filme)/água(núcleo) pode-se concluir que:

- aumento do Número de Dean implica no retardamento do escoamento principalmente do núcleo e da interface.
- escoamento secundário aumenta com o Número de Dean e desloca o ponto de velocidade máxima para o lado externo da curva. O ponto onde o escoamento se desenvolve por último desloca-se na mesma direção.
- escoamento no filme desenvolve-se mais homogêneo com o aumento do Número de Dean.
- definiu-se uma equação para determinação do escoamento anular querosene/água.
- a presença de um filme de viscosidade maior implica na diminuição do ângulo crítico.

BIBLIOGRAFIA

Anderson, G. H. e Hills, P. D., 1974, "Two-Phase Annular Flow in Tube Bends", *Symp. Multi-Phase Flow Systems*, University of Strathclyde, Glasgow, Paper J1. Series n.38.

Braga, F. P., 1995, "Escoamento Anular Desenvolvido de Dois Líquidos Imiscíveis no Interior de Tubo Curvo, em Regime Laminar Permanente", Dissertação, DEMEC/EEUFMG, B.H.

Dean, W. R., "Note on the Motion of the Fluid in a Curved Pipe. Philos", *Mag.* no. 20, pp. 208-223, 1927.

Eustice, J., 1910, "Flow of Water in a Curved Pipe", *Proc. R. Soc. London Ser. A* 84, pp. 107.

Maddock, C. e Lacey, P. M., 1974, "The Structure of Two-Phase Flow in a Curved Pipe", *Symp. Multi-Phase Flow Systems*, University of Strathclyde, Glasgow, Paper J2. Ser. n.38.

Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corp., 197p.

Patankar, S. V., 1991, "Computation of Conduction and Duct Flow and Heat Transfer", Innovative Research, Inc., 353p.

Silva, R.J., 1996, "Transferência de Calor no Escoamento Anular Desenvolvido de Dois Líquidos Imiscíveis em Tubos Curvos", Dissertação, DEMEC/EEUFMG, B.H.

Singh, M. P., 1974, "Entry Flow in a Curved Pipe", *J. Fluid Mechanics*, vol. 65, part 3, pp.517-539.

Willians, G. S., Hubbel, C. W. e Fenkel, G. H., 1902, "Experiments at Detroit, Mich., on the Effect of Curvature upon the Flow of Water in Pipes", *Trans. ASCE*, vol. 47, pp. 1-196.

Ziviani, M., 1991, "Escoamento Anular de Dois Líquidos Imiscíveis em Tubos Retos e Curvos", Tese, COPPE/UFRJ, R.J.

ABSTRACT

In the present study the influence of Dean number in the value of entrance angle is determined of a hydrodynamic development of an annular flow of two immiscible liquids, under laminar conditions, inside a lightly curved pipe (with a large radius of curvature), in a horizontal plane. Entrance angle is the angular measure between the beginning of the curve and the point where the flow develops. The flow has been considered parabolic in the axial direction and the physical properties of the liquids were constant. The liquids flow totally separated, without the occurrence of any penetration, forming an interface without thickness, smooth, circular and concentric to the axis of the duct. The governing equations were solved by means of a finite difference method with control volume formulation. The behavior of kerosene(film)/water(nucleus) has been analyzed. This mixture is used to decrease incrustations and corrosion, which are considerably strong in shelling of water.

Flávia C. Rezende¹, Clarissa R. Regis¹, Antônio J. Silva Neto^{2,3} e Jian Su³

¹Escola de Engenharia/UFRJ
Cidade Universitária, Rio de Janeiro, Brasil

²Instituto Politécnico - UERJ
C.P. 97282, 28601-970, Nova Friburgo, Rio de Janeiro, Brasil
e-mail: ajsneto@iprj.uerj.br

³Programa de Engenharia Nuclear - COPPE/UFRJ
C.P. 68509, 21945-970, Rio de Janeiro, Brasil
e-mail: sujian@lmn.con.ufrj.br

RESUMO

A análise de problemas inversos em transferência de calor por condução possui várias aplicações relevantes em engenharia. Neste trabalho é apresentada a análise do problema inverso unidimensional de transferência de calor por condução para estimativa do termo fontes em varetas combustíveis cilíndricas ou placas planas. O combustível é modelado como um meio com propriedades térmicas constantes e condições de contorno de Robin representa transferência de calor por convecção para o meio que o envolve. A partir de medidas experimentais da temperatura no contorno e/ou no interior do meio estima-se o termo fonte sem nenhuma informação a priori da dependência funcional espacial e temporal. Para a estimativa destas funções é usado o Método do Gradiente Conjugado associado a uma Equação Adjunta (MGCEA), envolvendo o tratamento dos seguintes passos básicos: (a) o problema direto, (b) o problema de sensibilidade, (c) o problema adjunto e equação de gradiente, (d) o método de minimização com o gradiente conjugado e (e) o critério de parada. É apresentado um caso exemplo para o qual são investigados os efeitos da magnitude dos erros experimentais na qualidade da grandeza estimada.

I. INTRODUÇÃO

A análise de problemas inversos em condução de calor possui várias aplicações tecnológicas relevantes. Esta afirmação pode ser demonstrada pelo aumento que vem sendo observado na quantidade de publicações sobre este assunto. Jurkowski et al. [1] estimaram a condutividade de termoplásticos em uma ampla faixa de temperaturas. Alekseev [2] descreve um método para estimativa de fluxo de calor que pode levar ao desenvolvimento de sensores óticos. Vozár e Srámková [3] estimaram a difusividade térmica de sólidos empregando uma variante do método "flash" que é baseado na aplicação de um pulso instantâneo de calor. Dorai e Tortorelli [4] resolveram o problema inverso clássico em condução de calor de estimativa de condição de contorno. Silva et al. [5] estimaram a difusividade térmica e a condutividade térmica de materiais não-metálicos.

Silva Neto e Özişik [6-9] estimaram a intensidade de fontes térmicas a partir de medida transiente de temperaturas no interior e no contorno do meio.

Em Engenharia Nuclear existe também um amplo conjunto de problemas tecnológicos que podem ser tratados com a abordagem de problemas inversos [10].

Neste trabalho é empregado o Método do Gradiente Conjugado associado a uma equação adjunta para a estimativa do termo de geração térmica em varetas cilíndricas ou placas planas a partir de medidas transientes de temperaturas [11]. Como o objetivo desta primeira abordagem é o desenvolvimento da metodologia, foram incluídas simplificações na formulação do problema. O revestimento e o espaço entre este e a vareta combustível não foram mode-

lados sendo levados em consideração através de um coeficiente de troca térmica entre a vareta e o fluido refrigerante. Não foi considerada a dependência com a variável espacial ao longo da vareta combustível, z , ficando a dependência espacial limitada ao raio, r . As propriedades térmicas são consideradas constantes. Nas seções seguintes são descritos os passos necessários para a aplicação do método do gradiente conjugado, bem como são apresentados alguns resultados numéricos para alguns casos-exemplo, analisando a distribuição dos sensores de temperatura e o efeito da magnitude dos erros experimentais.

II. PROBLEMA DIRETO

Considere uma vareta combustível placa plana ou cilíndrica com simetria axial inicialmente a uma temperatura constante, submetida à condição de contorno de terceiro tipo, com propriedades térmicas constantes, sem dependência na variável espacial ao longo do seu eixo, z e ϕ . A formulação matemática do problema de transmissão de calor por condução transiente unidimensional é dada por:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{k} g(r, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r, t)}{\partial t}$$

em $0 < r < R$, para $t > 0$ (1a)

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = h(T \Big|_{r=R} - T_f)$$

$$\text{em } r = R, \text{ para } t > 0 \quad (1b)$$

$$T(r, 0) = T_0 \text{ para } t = 0 \quad (1c)$$

onde T é a temperatura, $g(r, t)$ é a intensidade da fonte térmica, R é o raio da vareta ou a espessura da placa plana, k é a condutividade térmica, α é a difusividade térmica, h é o coeficiente de troca térmica, T_f é a temperatura do fluido e T_0 é a temperatura inicial, $s = 1$ representa a geometria cilíndrica e $s = 0$ a cartesiana.

Quando a geometria, a condição inicial, as condições de contorno e o termo de geração são conhecidos, as temperaturas $T(r, t)$ são calculadas usando o problema(1). Neste caso tem-se o Problema Direto.

III. PROBLEMA INVERSO

Quando alguma informação sobre o problema está faltando, ou está incompleta, e medidas de temperatura no interior e/ou no contorno do meio estão disponíveis, tem-se então um Problema Inverso onde as grandezas desconhecidas podem ser estimadas. O objetivo deste trabalho é a estimativa do termo fonte $g(r, t)$ sem nenhuma informação a priori sobre a dependência funcional espacial e/ou temporal.

Para problemas inversos em condução de calor envolvendo a estimativa de funções, o Método do Gradiente Conjugado(MGCEA) associado a uma equação Adjunta [12] tem se mostrado eficiente. Uma das vantagens desta abordagem é o fato da regularização estar embutida na aplicação do método.

Para a aplicação do MGCEA são necessários os seguintes passos: Problema de Sensibilidade; Problema Adjunto e Equação do Gradiente, Método de Minimização com Gradiente Conjugado, Critério de Parada e Algoritmo de Solução.

Estes passos serão detalhados a seguir.

Problema de sensibilidade. Este problema é obtido substituindo g por $g + \Delta g$ e T por $T + \Delta T$ no problema direto(1) e subtraindo este problema da expressão resultante, onde Δg é uma pequena perturbação que induz pequenas perturbações na temperatura ΔT . Escreve-se então:

$$\frac{1}{r^s} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^s \frac{\partial \Delta T}{\partial r} \right) + \frac{1}{k} \Delta g(r, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \Delta T(r, t)}{\partial t} \quad (2a)$$

$$\text{em } 0 < r < R, \text{ para } t > 0$$

$$-k \frac{\partial \Delta T}{\partial r} = h \Delta T$$

$$\text{em } r = R, \text{ para } t > 0 \quad (2b)$$

$$\Delta T(r=0) = 0 \text{ para } t = 0 \quad (2c)$$

Problema Adjunto e Equação do gradiente. O Problema Inverso é resolvido como um problema de otimização de forma que seja minimizado o funcional

$$J \equiv J(g(r, t)) = \int_0^{t_f} \left(\frac{r}{R} \right)^s \sum_{m=1}^M \left[T_m(t) - Z_m(t) \right]^2 dt \quad (3)$$

onde M é o número total de sensores, t_f é o instante final de observação, $T_m(t)$ e $Z_m(t)$ são as temperaturas calculadas e medidas respectivamente.

Para a obtenção do problema adjunto, primeiro é definido o lagrangeano:

$$J = \int_0^{t_f} \left(\frac{r}{R} \right)^s \sum_{m=1}^M \left[T_m(t) - Z_m(t) \right]^2 dt + \int_0^{t_f} \int_0^R \lambda(r, t) \left[\frac{1}{r^s} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^s \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{k} g(r, t) - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} \right] dr dt \quad (4)$$

onde $\lambda(r, t)$ é a função adjunta.

Fazendo mais uma vez a perturbação usada na obtenção do problema de sensibilidade(2) e subtraindo o problema original(4), desprezando os termos de segunda ordem obtém-se:

$$\Delta J = \int_0^{t_f} \left(\frac{r}{R} \right)^s \sum_{m=1}^M 2 \left[T_m(t) - Z_m(t) \right] \Delta T_m(t) dt + \int_0^{t_f} \int_0^R \lambda(r, t) \left[\frac{1}{r^s} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^s \frac{\partial \Delta T}{\partial r} \right) + \frac{1}{k} \Delta g - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \Delta T(r, t)}{\partial t} \right] dr dt \quad (5)$$

Usando integração por partes, a condição inicial e as condições de contorno do problema de sensibilidade, a periodicidade da solução no ângulo azimutal ϕ e exigindo que os termos que multiplicam ΔT sejam nulos obtém-se o problema adjunto:

$$\frac{1}{r^s} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^s \frac{\partial \lambda}{\partial r} \right) + \sum_{m=1}^M \left(\frac{2}{R} \right)^s \left((T_m(t) - Z_m(t)) \delta(r - r_m) \right) = -\frac{1}{\alpha} \frac{\partial \lambda}{\partial t} \quad (6a)$$

$$\text{Em } 0 < r < R, \text{ para } t > 0$$

$$-k \frac{\partial \lambda}{\partial r} = h \lambda \text{ Em } r = R, \text{ para } t > 0 \quad (6b)$$

$$\lambda = 0 \text{ para } t = t_f \quad (6c)$$

onde r_m , $m = 1, 2, \dots, M$, é a localização dos sensores de temperatura.

Deste procedimento resta ainda o termo:

$$\Delta J = \int_0^{t_f} \int_0^R \int_0^R \frac{1}{k} \lambda(r, t) \Delta g dr dt \quad (7)$$

Da definição de gradiente,

$$\Delta J = \int_0^{t_f} \int_0^R J' [g(r, t)] \Delta g \, r \, dr \, dt \quad (8)$$

Comparando-se as Eqs.(7) e (8) obtém-se a equação para o gradiente:

$$J' [g(r, t)] = J'(r, t) = \frac{1}{k} \lambda(r, t) \quad (9)$$

Método de Minimização com Gradiente Conjugado.

O procedimento iterativo para a estimativa da fonte térmica é dado por [13]:

$$g^{k+1}(r, t) = g^k(r, t) - \beta^k P^k(r, t), \quad (10)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

onde

$$P^k(r, t) = J'^k(r, t) + \gamma^k P^{k-1}(r, t) \quad \text{com} \quad \gamma^0 = 0 \quad (11)$$

e

$$\gamma^k = \frac{\int_0^{t_f} \int_0^R [J'^k(r, t)]^2 \, r \, dr \, dt}{\int_0^{t_f} \int_0^R [J'^{k-1}(r, t)]^2 \, r \, dr \, dt} \quad (12)$$

β^k é calculado de forma a minimizar o funcional (3) quando é aplicado g^{k+1} , ou seja:

$$\frac{\partial J(g^{k+1})}{\partial \beta^k} = 0 \quad (13)$$

Obtendo-se:

$$\beta^k = \frac{\sum_{m=1}^M \int_0^{t_f} [T_m(g^k) - Z_m(t)] \Delta T_m(P^k) \, dt}{\sum_{m=1}^M \int_0^{t_f} [\Delta T_m(P^k)]^2 \, dt} \quad (14)$$

Crítério de Parada. Como critério de parada para o cálculo iterativo é usado o princípio da discrepância [14]. Considere que o desvio padrão dos erros de medida, σ , seja o mesmo para todos os sensores de forma que da Eq.(3):

$$\epsilon^2 = \left(\frac{r}{R}\right)^n \int_0^{t_f} \sum_{m=1}^M \sigma^2 \, dt = M \sigma^2 t_f \left(\frac{r}{R}\right)^n \quad (15)$$

O procedimento iterativo é interrompido quando:

$$J[g(r, t)] < \epsilon^2 \quad (16)$$

Algoritmo da Solução. Os passos acima descritos são utilizados no procedimento iterativo apresentado a seguir:

- 1) Adotar uma estimativa inicial para $g(r, \phi, t)$. Por exemplo $g^0(r, t) = \text{constante}$;

- 2) Calcular $T(r, t)$ com o problema direto. Equações(1a - c);
- 3) Calcular $\lambda(r, t)$ com o problema adjunto. Equações(6a - c);
- 4) Calcular $J'(r, t)$ com a equação(9);
- 5) Calcular γ^k com a equação(12);
- 6) Calcular $P^k(r, t)$ com a equação(11);
- 7) Calcular $\Delta T(r, t)$ do problema de sensibilidade com $\Delta g(r, t) = P^k(r, t)$;
- 8) Calcular β^k com a equação(14);
- 9) Calcular $g^{k+1}(r, t)$ com a equação(10);
- 10) Verificar o critério de parada. Se não estiver satisffeito, volte para o passo 2.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para avaliar a eficácia do Método do Gradiente Conjugado associado a uma Equação Adjunta(MGCEA) na estimativa da intensidade de fontes térmicas em varetas combustíveis cilíndricas ou em placas planas, sem nenhum conhecimento a priori das dependências espacial e temporal, foram realizados diversos testes. Devido à difusão envolvida na transferência de calor por condução, os casos mais difíceis de reconstrução da fonte térmica são aqueles em que ocorrem variações abruptas tanto no espaço quanto no tempo.

Como dados reais de medidas transientes de temperatura não estavam disponíveis, foram gerados dados sintéticos contendo erros experimentais através da adição de erros randômicos às temperaturas exatas calculadas para as funções teste,

$$\bar{Z}_{m,i} = \theta_{m,i} + \sigma \epsilon_{m,i} \quad (17)$$

$$i = 1, 2, \dots, N; \quad m = 1, 2, \dots, M$$

onde $\bar{Z}_{m,i}$ é a temperatura "medida" adimensional, $\theta_{m,i}$ é a temperatura adimensional exata calculada, σ é o desvio padrão dos erros de medida, $\epsilon_{m,i}$ é um número randômico e com distribuição normal, M é o número de sensores de temperatura e N é o número de medidas experimentais obtidas com cada sensor no intervalo de tempo $t = [0, t_f]$. A adimensionalização da temperatura é feita tomando por referência a maior temperatura media, representando, portando, a situação mais crítica.

Para erros randômicos com uma distribuição normal há uma probabilidade de 99% de que $\epsilon_{m,i}$ fique na faixa

$$-2,576 < \epsilon_{m,i} < 2,576 \quad (18)$$

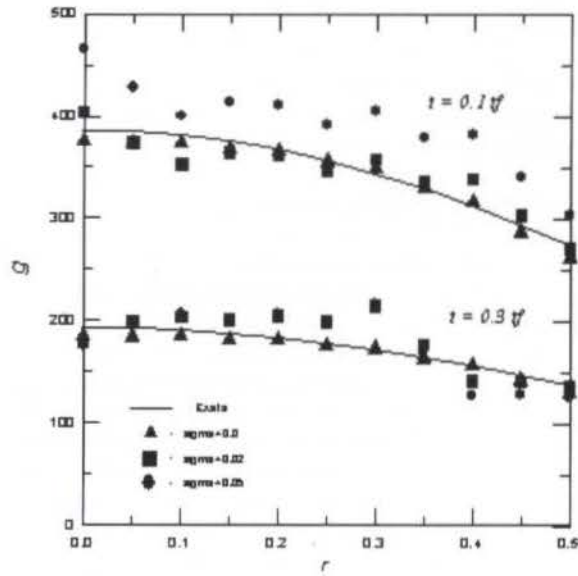
Devido à limitação de espaço, serão considerados casos-exemplo apenas com variação espacial em r .

Na Fig.1 são mostradas as estimativas para uma fonte térmica com variação segundo $1/8$ do período da função cosseno na coordenada radial, para $0 < r < R$, e decrescente linearmente com o tempo, tendo o seu valor máximo em $t = 0$ e chegando a zero em $t = 0,3t_f$. Na Fig.1a são mostradas as estimativas para os instantes de tempo $t = 0,1t_f$ e $t = 0,3t_f$, e para três valores para o desvio padrão $\sigma = 0,0; 0,02$ e $0,05$, representando 0%, 5% e 13% de erro experimental com relação à maior temperatura medida. Na Fig.1b são mostradas as estimativas para duas posições diferentes, $0,2R$ e R , para os mesmos valores de σ .

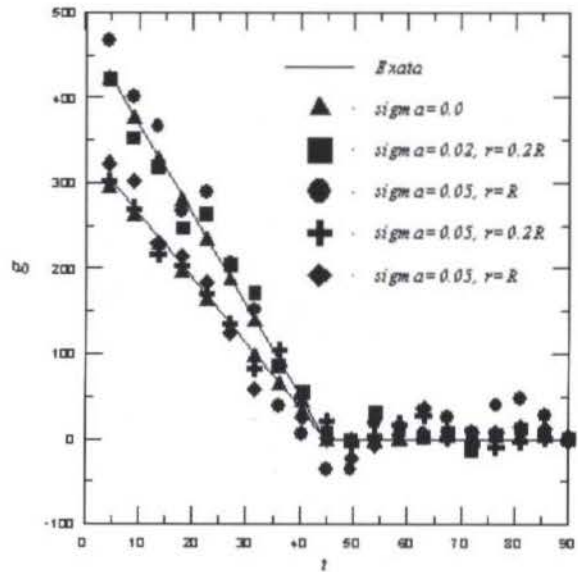
Para os resultados mostrados na Fig.1 foram considerados 6 sensores de temperatura, i.e., $M = 6$, distribuídos

da seguinte forma: 1 (um) no centro e 5 (cinco) uniformemente distribuídos ao longo do raio ou da espessura.

Na Fig.1 pode ser observada a boa concordância das estimativas com os valores exatos mesmo quando os dados experimentais apresentam erros de 13% com relação à maior temperatura medida.



(a) variação com r



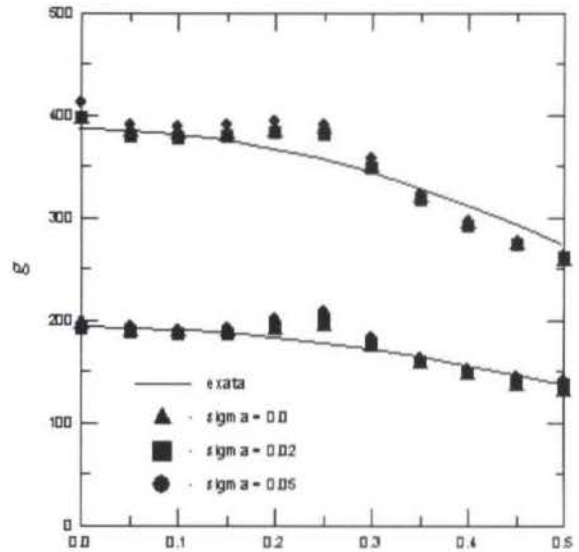
(b) variação com t

Fig.1 Fonte com variação $1/8$ de cosseno na coordenada espacial e decrescimento linear no tempo, com 6 sensores de temperatura.

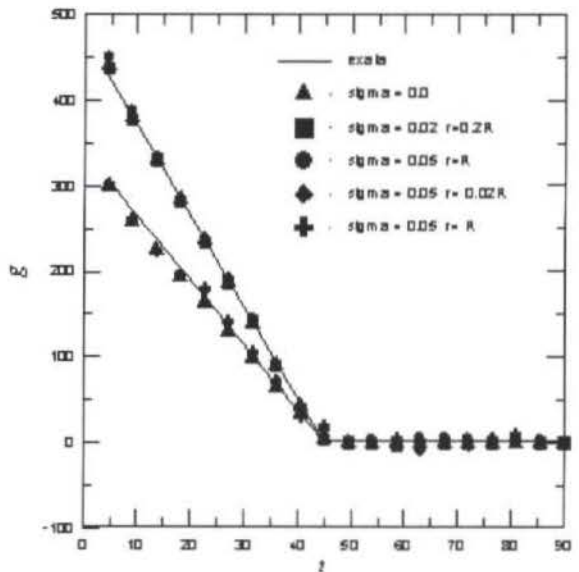
Nas Fig.2 e 3 é novamente utilizada a fonte empregada no Caso-Exemplo 1 cujos resultados usando 6 sensores de temperatura são mostrados na Fig.1. Mantendo-se todos os outros parâmetros iguais, é alterado apenas o número de sensores de temperatura. Na Fig.2 é usado $M = 3$ e na Fig.3 é usado $M = 4$, respeitando-se a distribuição descrita anteriormente.

Para este caso em que a dependência funcional da intensidade da fonte com a variável espacial é suave,

o uso de um número excessivo de sensores de temperatura ($M = 6$) pode na realidade apresentar resultados para o problema inverso inferiores àqueles obtidos com um número menor de sensores de temperatura. Este obviamente não é um resultado geral. Conforme mostrado por Silva Neto e Özişik[9] o número de sensores e a localização dos mesmos tem influência direta na qualidade da estimativa quando a fonte a ser reconstruída apresenta descontinuidades na derivada primeira com a variável espacial.

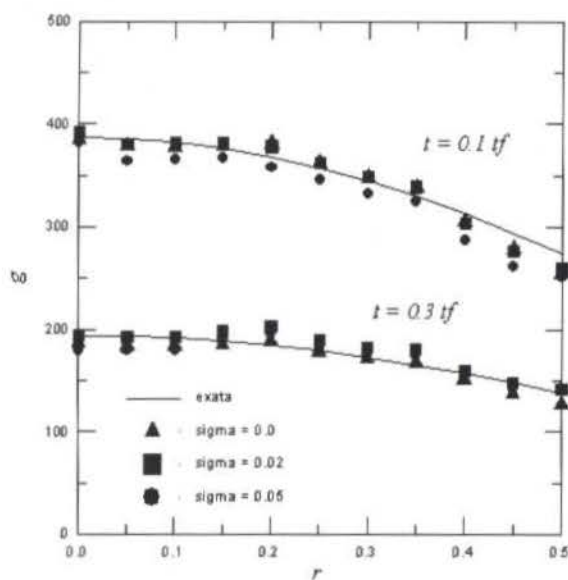


(a) variação com r

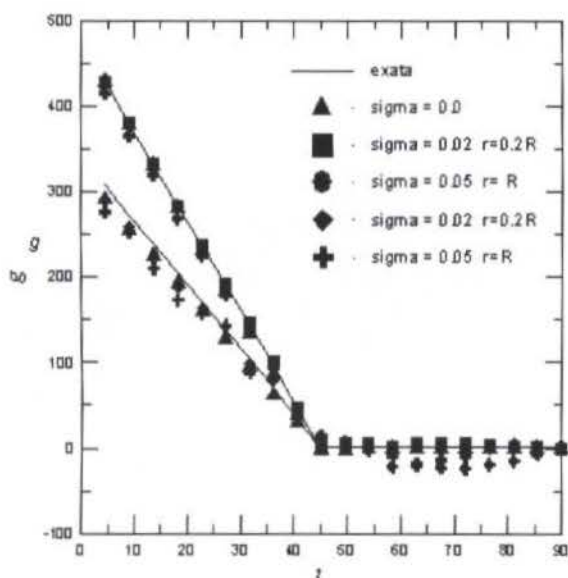


(b) variação com t

Fig.2 Fonte com variação $1/8$ de cosseno na coordenada espacial e decrescimento linear no tempo, com 3 sensores de temperatura.



(a) variação com r



(b) variação com t

Fig.3 Fonte com variação $1/8$ de cosseno na coordenada espacial e decrescimento linear no tempo, com 4 sensores de temperatura.

V. CONCLUSÕES

Estes são os primeiros resultados obtidos em um projeto de pesquisa para a análise do comportamento termohidráulico do elemento combustível em reatores nucleares empregando uma abordagem no contexto de problemas inversos. As simplificações mencionadas na introdução deste trabalho serão removidas, permitindo o tratamento de casos mais realistas destacando-se: propriedades térmicas dependentes da temperatura, uso de medidas externas e acoplamento vareta-fluido. O tratamento mais realista do problema permitirá o emprego da técnica aqui apresentada no projeto e no acompanhamento de desempenho de elementos combustíveis, sendo este o objetivo principal do projeto.

Outro aspecto importante observado ao longo do desenvolvimento deste trabalho foi a inclusão do termo r/R na Eq.(3) representando uma ponderação nas medidas experimentais usadas. Este fato merece uma análise mais detalhada.

A qualidade dos resultados apresentados na seção anterior indicam ser esta uma linha de pesquisa promissora levando inclusive a uma abordagem tecnológica de problemas relevantes em termohidráulica de reatores nucleares.

Agradecimentos. J.S. agradece a FAPERJ pelo apoio financeiro concedido durante a realização do trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] Jurkowski, T., Jarny, Y. e Delaunay, D., Estimation of Thermal Conductivity of Thermoplastics under Moulding Condition: an Apparatus and an Inverse Algorithm, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.40, pp.4169-4181, 1997.
- [2] Alekseev, A.K., The Heat Flux Measurement Method Based on Isotherm Registration, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.40, pp.1643-1646, 1997.
- [3] Vozár, L. e Srámková, T., Two Data Reduction Methods for Evaluation of Thermal Diffusivity from Step-Heating Measurements, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.40, pp.1647-1655, 1997.
- [4] Dorai, G.A. e Tortorelli, D.A., Transient Inverse Heat Conduction Problem Solution via Newton's Method, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.40, pp.4115-4127, 1997.
- [5] Silva, S.M.M.L., Guimarães, G. e Duarte, M.A.V., Estimador de uma Função Objetivo de Correlação na Medição Simultânea de Propriedade Térmicas, *Anais XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, ABCM, 1997.
- [6] Silva Neto, A.J. e Özişik, M.N., Two Dimensional Inverse Heat Conduction Problem of Estimating the Time-Varying Strength of a Line Heat Source, *J. Appl. Phys.*, Vol.71, no.11, pp.5357-5362, 1992. [7] Silva Neto, A.J. e Özişik, M.N., Inverse Problem of Simultaneously Estimating the Timewise-Varying Strengths of Two Plane heat Sources, *J. Appl. Phys.*, Vol.73, no.5, pp.2137, 1993.
- [8] Silva Neto, A.J. e Özişik, M.N., Simultaneous Estimation of Location and Timewise Varying Strength of a Plane Heat Source, *Numer. Heat Transfer, Part A*, Vol.24, pp.467-477, 1993a.
- [9] Silva Neto, A.J. e Özişik, M.N., The Estimation of Space and Time Dependent Strength of a Volumetric Heat Source in a One-Dimensional Plate, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.37, no.6, pp.909-915, 1994.
- [10] Reinhardt, H.J. e Valencia, L., The Numerical Solution of Inverse Heat Conduction Problems with Applications to Reactor Technology. *SMIRT Conference*, pp.B25-30, 1987.
- [11] Alifanov, O., M. Artyukhim, E. A. e Rumiantsev, S.V., *Extreme Methods of Solving Ill-Posed problems with Application to Inverse Heat Transfer Problems*, Springer Verlag, 1995.

ABSTRACT

A two-dimensional inverse analysis for the strength of a heat source estimation in a cylindrical fuel rod is presented.

From transient temperature data taken at the boundary and/or interior of the medium, the heat source strength is estimated with no prior information on the temporal and spatial functional forms.

The effects of the number and location of temperature sensors as well as the magnitude of the experimental errors on the accuracy of the estimations are examined.

[12]Silva Neto, A.J., The Conjugate Gradient Method Applied to Inverse Problems in Heat Conduction, *Anais VI Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas*, ABCM, 1996.

[13]Polak, E., *Computational Methods in Optimization*, Academic Press, New York, 1971.

[14]Alifanov, O.M., Solution of an Inverse Problem of Heat Conduction by Iteration Methods, *J. Engng. Phy.*, Vol.26, pp.471-476, 1974.

HOMOGENEOUS HYDRAULIC AND PNEUMATIC CONVEYING OF SOLID PARTICLES

M. C. Ferreira¹, J. T. Freire¹ and G. Massarani²

¹DEQ-Universidade Federal de São Carlos

C. P. 676, 13.565-905 - São Carlos - SP - Brazil

²PEQ/COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro

C. P. 68502, 21945-970 - Rio de Janeiro - RJ - Brazil

SUMMARY

Aiming to extend the analysis of fluid dynamic in two-phase flow systems, in this work are discussed the difficulties and limitations of the one-dimensional two-phase flow model to estimate the pressure gradients associated with the flow. Two particular cases are investigated: the hydraulic conveying and the pneumatic transport. The validity of the model is checked by comparing experimental data reported in the literature to predicted values of pressure gradients and void fractions. For the situations analyzed here, it was verified that, despite their limitations, the two-phase flow provides good predictions for the pressure gradients.

INTRODUCTION

The classical model descriptions of fluid dynamic behavior on particulate systems employ the Theory of Mixtures originally developed by Truesdell (1957) and later extended by Kelly (1964). The development of a two-phase flow model based on the Mixture Theory assumes that each point in the mixture is occupied simultaneously by two phases and the thermodynamic and transport properties of a mixture depend on the properties of each individual phase and also on its concentration. The model is described by the continuity and momentum equations written for each phase. The continuity equations for the fluid and solid phases are:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\epsilon \rho_f) + \text{div}(\epsilon \rho_f \mathbf{v}_f) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[(1-\epsilon)\rho_s] + \text{div}[(1-\epsilon)\rho_s \mathbf{v}_s] = 0 \quad (2)$$

where ρ_f and ρ_s are the fluid and particle densities, \mathbf{v}_f and \mathbf{v}_s are the fluid and particle velocity vectors and ϵ is the void fraction.

The momentum balances are:

$$\epsilon \rho_f \left[\frac{\partial \mathbf{v}_f}{\partial t} + (\text{grad } \mathbf{v}_f) \mathbf{v}_f \right] = \text{div } \mathbf{T}_f - \mathbf{m} + \rho_f \mathbf{g} \quad (3)$$

$$(1-\epsilon)\rho_s \left[\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + (\text{grad } \mathbf{v}_s) \mathbf{v}_s \right] = \text{div } \mathbf{T}_s + \mathbf{m} + (1-\epsilon)(\rho_s - \rho_f)\mathbf{g} \quad (4)$$

The interactions between the phases are taken into account by a constitutive equation for a generalized resistive force, \mathbf{m} and by the extra stress tensors acting on the phases, \mathbf{T}_f and \mathbf{T}_s

(Massarani, 1989; Silva Telles and Massarani, 1989). They are given by the following equations:

$$\mathbf{m} = \frac{\mu_f}{k} \left[1 + \frac{c \rho_f \sqrt{k \epsilon} \mathbf{U}}{\mu_f} \right] \epsilon \mathbf{U}, \quad \mathbf{U} = \mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s \quad (5)$$

$$\mathbf{T}_f = -p_f \mathbf{1} \quad (6)$$

$$\mathbf{T}_s = -p_s(\epsilon) \mathbf{1} \quad (7)$$

where μ_f is the fluid viscosity, k is the porous media permeability, c is the Ergun factor, \mathbf{U} is the relative slip velocity between solid and fluid phases, p_f and p_s are the pressure components for fluid and solid phases.

This set of equations describes the fluid dynamic behavior of a wide variety of flows through porous media, including filtration, fluidization, sedimentation, particle conveying and even silos discharging (Silva Telles, 1993; Massarani, 1997). The solution of these equations requires the knowledge of several parameters that appear in the interaction terms, such as the void fraction, ϵ , the permeability, k , the Ergun factor, c or the slip velocity, \mathbf{U} . It is well known that this approach does not consider local instantaneous fluctuations in the flow, which may cause local variations of properties such as the void fraction and the pressure drops. In spite of this, because it is simple and practical, the model is largely employed for predicting global averaged variables and several authors have reported consistent predictions for the flow characteristics using such simplifications. There is, however, some controversy referring to the interpretation of a few terms in the momentum equations. The controversy arose mainly from the assumptions of continuum medium for both phases and similarity with a single-phase flow system. Due to the presence of a dispersed solid phase, the interaction terms defined for two-phase flow not always can be described by physically consistent terms or measurable quantities. For example, a controversy on the form of the pressure gradient term in the phase momentum equation arose due to different interpretations (Ishii and Kocamustafaogullari, 1983).

Considering that the estimate of the pressure drop associated with the flow is essential for designing of conveying equipment, in this work we are interested in discussing the difficulties and limitations involved in applying this model for predicting the pressure drops for two particular cases of two-phase flow, which are the hydraulic conveying and the pneumatic transport.

The study will be restricted to steady state and non-accelerating flow in circular pipes, assuming incompressible and one-dimensional flow and uniform void fraction distribution. The equations, which appeared above, may be simplified by considering these assumptions though. For an expanded flow, equation (7) may be applied resulting in:

$$\text{grad}(p_s) = 0 \quad (8)$$

and the momentum equation for solid phase, Equation (4) is written as:

$$0 = \mathbf{m} + (1 - \varepsilon)(\rho_s - \rho_f)\mathbf{g} \quad (9)$$

where \mathbf{g} is the gravity acceleration vector.

The modeling of one-dimensional two-phase flow inside tubes requires the inclusion of a term to consider the attrition force between the gas solid mixture and the tube-wall in the momentum balances (Gidaspow, 1994). For taking into account the interaction between the mixture and the solid surface, the classical empirical relationship developed for single-phase flow through pipes is adopted (Pavlov et al., 1981).

$$F_a = (f v_M^2 \rho_M) / 2D \quad (10)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[0.27 \frac{e}{D} + \left(\frac{6.81}{\text{Re}_M} \right)^{0.9} \right], \text{Re}_M > 10^3 \quad (11)$$

$$v_M = (Q_f + Q_s) / A \quad (12)$$

$$\rho_M = \varepsilon \rho_f + (1 - \varepsilon) \rho_s \quad (13)$$

$$\text{Re}_M = D v_M \rho_M / \mu_M \quad (14)$$

In such equations, F_a is the tube-wall attrition force, e is the tube roughness, f is the friction factor, v_M , ρ_M , μ_M are respectively the velocity, density and viscosity of the mixture, Q_f and Q_s are the volumetric flow rates for fluid and solid phases, D is the transport tube diameter and A is the cross sectional area of the tube.

Since one-dimensional flow was assumed, the pressure drops in homogeneous conveying of expanded mixtures into pipes may be estimated combining Equations (3) and (9). Including the mixture-wall attrition force, Equation (10), the axial pressure drop is given by:

$$\begin{aligned} -\frac{dp}{dz} &= (1 - \varepsilon)(\rho_s - \rho_f) g_z + \rho_f g_z + F_a = \\ &= \rho_M g_z + F_a \end{aligned} \quad (15)$$

where the fluid pressure drop, p_f , is now indicated simply as p and index z is employed to indicate the direction of the flow. Equations (10), (14) and (15), plus the expressions for estimating

the mixture void fraction and mixture viscosity define a simplified theory that describes the homogeneous transport of solid-fluid mixtures in pipes. The solution of this set of equations would yield the pressure drops required for the transport of a particular dispersed phase.

It must be observed that the estimate of interaction forces represents the main shortcoming for modeling the flow through porous media in general. For some particular applications, however, such as in fluidization and filtration, the difficulties have been overcome by the establishment of empirical correlations that apply for a large range of operational conditions. For vertical flow in pipes, however, in spite of the great number of experimental data reported in the literature, no author have been successful in proposing general relationships for predicting interaction terms. Therefore it is important to know the limitations of a model used and the range of database for which the constitutive relationships may be applied. In this work, the one-dimensional two-phase flow model described above will be checked by comparing pressure-drop predictions and experimental data for the following situations: (i) hydraulic conveying of fine and low-dense particles; (ii) hydraulic conveying of coarse particles; and (iii) dilute phase pneumatic transport. In each case, the establishment of good constitutive relationships for predicting the mixture void fraction represents the main difficulty for solving the model. Each case will be discussed in the following.

Case (i) - Hydraulic Transport of Fine and Low-Dense Particles.

Some kind of particles when flowing in aqueous suspensions inside tubes may show a rheological behavior similar to that of a non-newtonian homogeneous fluid. Newitt (1955) established an empirical criteria for evaluating the conditions in which this occurs, which is given by the following equation:

$$\text{Ne} = \frac{1800 g D v_{\infty}}{v_M^3} < 1 \quad (16)$$

where v_{∞} is the particle terminal settling velocity and v_M is the solid-fluid mixture velocity.

This condition is usually accomplished in the hydraulic conveying of particles with $d_p < 100 \mu\text{m}$ and densities close to that of the carrying fluid, which are being referred as fine and low-dense particles. In hydraulic conveying, the mixture viscosity, μ_M , is usually considered to be the same of the pure fluid. In the transport of non-newtonian solutions and suspensions, Massarani and Silva Telles (1992) showed that an effective mixture viscosity could be calculated from experimental data of shear stress and characteristic distension rate:

$$\mu_M = S(\lambda^*) / \lambda^* \quad (17)$$

The shear stress, S , is experimentally determined as a function of the distension rate. The characteristic distension rate, λ^* , is a function of the flow properties. From rheological measurements in the flow of small and low-dense particles inside circular tubes, Santana et al. (1983) obtained:

$$\lambda^* = 6.25 \frac{V_M}{D} \quad (18)$$

Since the suspension is composed of small and low-dense particles, the relative slip velocity between fluid and particles is assumed to be zero. From this assumption the following expression can be written:

$$U = \frac{Q_f}{A\varepsilon} - \frac{Q_s}{A(1-\varepsilon)} = 0 \quad (19)$$

and the mixture void fraction can be estimated from the knowledge of fluid and particle volumetric flow rates:

$$\varepsilon = Q_f / (Q_f + Q_s) \quad (20)$$

With the estimate of the mixture void fraction the Equations (15) and (20) can be solved to give the pressure gradients required for the transport, with the attrition force, F_a estimated from Equations (10) to (14).

Case (ii) - Hydraulic Transport of Coarse Particles. In the general case of hydraulic conveying of coarse particles, neither the assumption of zero slip velocity nor the Newitt criteria can be applied. The void fraction in the transport line can be estimated from the momentum equation for solid phase, Equation (9). A constitutive relationship for the resistive force, m , is given by Equation (5). Equations (5) and (9) can be rewritten as:

$$\mu_f \phi_1(\varepsilon) U + \rho_f \phi_2(\varepsilon) U^2 = (1-\varepsilon)(\rho_s - \rho_f)g \quad (22)$$

where the functions $\phi_1(\varepsilon) = \varepsilon/k$ and $\phi_2(\varepsilon) = c\varepsilon^2/(k)^{1/2}$ depend on the particulate system properties and U is the relative slip velocity. The functions ϕ_1 and ϕ_2 can be experimentally determined from homogeneous fluidization experiments, since the increasing of the fluid velocity until values greater than the minimum fluidization velocity results in a uniform expansion of the bed. Experiments on liquid fluidization with high viscosity (low slip velocities) provide the values of ϕ_1 while the values of ϕ_2 may be obtained from fluidization tests with water (Massarani, 1997).

The rheology of coarse particle suspensions is not well known, thus the viscosity of mixture is considered, in a first approach, as being the same of the pure fluid.

Since the resistive force, m , is known, Equation (9) is applied for estimating the void fractions and Equation (15) can be solved for the pressure drop, with the attrition force, F_a estimated from Equations (10) to (14).

If there is no information about the functions ϕ_1 and ϕ_2 obtained from liquid fluidization, an alternative procedure is to employ an empirical relationship that correlates the void fraction and the slip velocity. The Richardson and Zaki (1954) relationship is often employed in the literature to provide such a relationship.

Case (iii) - Dilute Phase Pneumatic Conveying. At the greatest air velocities, typical of dilute phase flow, impact and friction are mainly responsible for the solid pressure drop.

Considering a constant solid flow rate, high air velocities result in mixture void fractions next to 1, so the contribution of weight force is expected to be smaller than the contribution due to friction of gas phase.

The solution of Equation (15) requires the estimate either of the void fraction in the line or of the slip velocity. These estimates are particularly difficult to be done for the dilute conditions of pneumatic transport. Since the void fractions are close to 1 in dilute phase transport, measurements of void fractions are difficult to be performed and the literature does not report reliable correlations to estimate this parameter.

In this work it was considered that two limit situations might occur. In the first one, the relative slip velocity will be assumed as zero, a lower limit in which the particles are being carried by the fluid with no drag between the phases. This assumption must provide maximum values of void fractions. In the second one the slip velocity would be assumed as being equal to the terminal settling velocity of an individual particle, thus providing minimum values of void fractions. For the extremely dilute conditions of pneumatic transport, this assumption is practically equivalent to apply the Richardson-Zaki relationship.

RESULTS

The validity of the model will be checked by comparing predicted pressure drops and experimental values reported in the literature for each case described above.

Case (i) - Hydraulic Transport of Fine and Low-Dense Particles. Experimental data on horizontal hydraulic transport of bentonite in water are reported by Santana et al. (1983). The authors verified experimentally the non-newtonian behavior of the flow. For a concentration equal to 4% in weight, the rheological behavior of the suspension is given by the following expression:

$$S = 0.68 \lambda^{0.540} \quad (25)$$

The validity of Newitt criteria was checked for the conditions investigated. The experiments were carried out in galvanized iron tubes with diameters varying from 21.6 to 53.0 mm. The friction factor, f , was estimated considering smooth tube.

A comparison between the experimental and predicted pressure drops is showed in Figure 1.

It can be observed in Figure 1 that this approach provides very good predictions of pressure drops, particularly for the 35.8 mm diameter tube. The model overestimates the pressure drops for the other diameters, but in all cases, the pressure drops were estimated with deviations in a range of $\pm 20\%$. The lack of experimental data on the rheological behavior of hydraulic transported suspensions prevented a more detailed analysis of this approach.

The main advantage is that it does not require any kind of information about the interaction forces between the phases, since the characteristics of dispersed phase have been incorporated in the rheology of the suspension. Rheological measurements can be easily performed and as the results are promising, additional data must be obtained and analyzed to confirm the validity of this

approach for predicting the pressure drops on hydraulic transport of fine and low-dense particles.

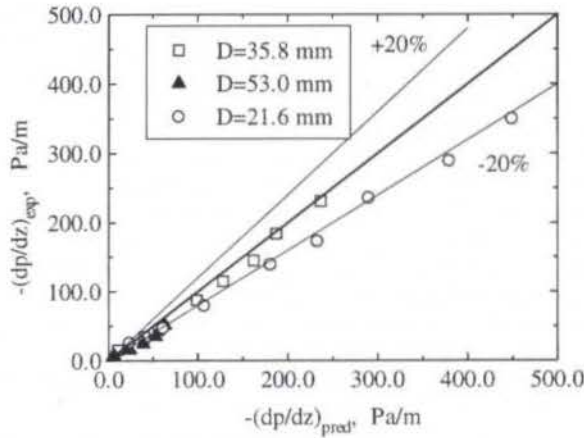


Figure 1 - Experimental versus predicted pressure drops for data obtained in hydraulic transport of fine and low-dense particles (bentonite-water suspensions, 4% in weight).

Case (ii) - Hydraulic Transport of Coarse Particles. The data analyzed here were those obtained by Restini (1977) and by Kopko et al. (1975) for hydraulic conveying of several particles. Restini (1977) investigated the vertical transport of plastic cylinders and sand in PVC tubes of internal diameter equal to 25 mm, using water as carrying fluid. The author has measured not only the pressure gradients, but also the mean void fractions, using a γ -ray technique. Kopko et al. (1975) have measured the pressure gradients for several particles, transported in a 61.0 mm diameter tube. Details of the solids employed by Restini (1977) and Kopko et al. (1975) are given on Table 1.

Table 1 - Properties of solids investigated (Restini, 1977 and Kopko et al., 1975).

	Material	ρ_s (kg/m ³)	d_p (mm)	v_m (m/s)
[1]	Plastic cylinders	1770	1.14	-
[2]	Sand	2500	0.51	-
[3]	Chilled iron	7590	19.1	6.19
[4]	Chilled iron	7560	35.6	8.43
[5]	Alumina pellets	3680	77.0	7.92

Restini (1977) has carried out experiments on liquid fluidization, so experimental data of permeability, k , and Ergun factor, c , were employed in Equation (22) for estimating the void fractions. These data were not available for the systems investigated by Kopko et al. (1975). In this case, the slip velocity was estimated from the definition:

$$U = \frac{Q_f}{\epsilon A} - \frac{Q_s}{(1-\epsilon)A} \quad (26)$$

and an empirical relationship proposed by Massarani and Santana (1994), using data obtained in sedimentation experiments, given in the following:

$$\frac{U}{v_m} = 0.095 \exp(2.29\epsilon) \quad \text{Re}_p > 10^3 \quad (27)$$

The calculated and experimental values of pressure drops are shown in Figure 2.

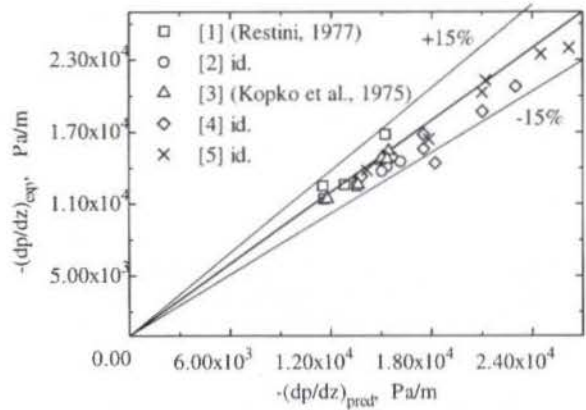


Figure 2 - Experimental versus predicted pressure drops for hydraulic transport of coarse particles.

The results show that the formulation yields to good results concerned to the pressure gradients. Although most data are overestimated, the deviations lay in a range of $\pm 15\%$. Kopko et al. (1975) obtained predictions of pressure drops within 6% accuracy using the Richardson and Zaki's (1954) correlation. The results indicate that empirical correlations obtained for sedimentation and fluidization can be extended for estimating the void fractions in hydraulic transport. The great increase in pressure gradients for transport of coarse particles when compared with those obtained for fine and low-dense particles is also noticeable.

In Figure 3 is shown a comparison between the experimental void fractions measured by Restini (1997) and the predicted values estimated from Equation (22).

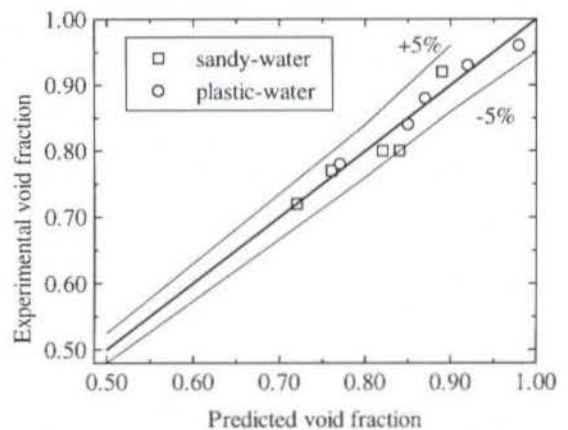


Figure 3 - Experimental versus predicted void fraction for hydraulic transport of coarse particles.

It can be observed that the values of void fractions varied from 0.70 to 0.98 and were estimated with deviations within a range of $\pm 5\%$.

Case (iii) - Dilute Phase Pneumatic Conveying.

Experimental results obtained by Ferreira (1996) are compared to the model predictions for the limit cases of $U=0$ and $U=v_{\infty}$. The data refer to the transport of spherical glass particles ($\rho_p=2505 \text{ kg/m}^3$, $d_p=1.1 \text{ mm}$ and $v_{\infty}=8.9 \text{ m/s}$) in a galvanized iron tube with diameter equal to 53.4 mm.

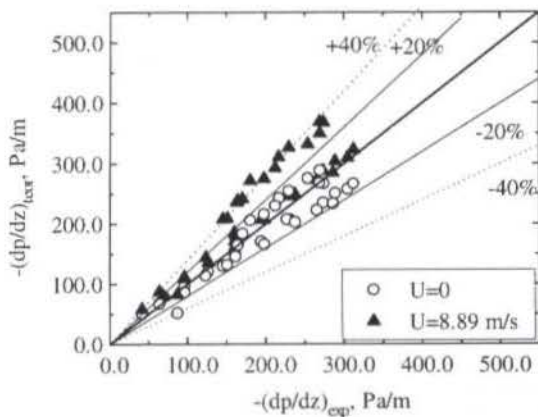


Figure 4 – Predicted versus experimental pressure drops for dilute vertical pneumatic transport.

It can be seen that the assumption of zero slip velocity provides better estimates of the pressure gradients, with deviations within a range of $\pm 20\%$. The use of terminal velocity overestimated the pressure gradients up to 40%. Despite the good predictions obtained for the pressure gradients assuming zero slip velocity, the estimates of void fractions provided by the model were not good, as can be seen in Figure 5. The experimental void fraction values shown in Figure 5 were obtained by Ferreira (1996) with an accuracy of $\pm 0.15\%$ by trapping the particles in a section of the tube and determining the volume occupied by them.

Figure 5 shows that the void fractions predicted are overestimated for both approaches adopted. It can be observed that the void fractions on dilute pneumatic transport vary in a narrow range from 0.995 to 0.999. Unlike what occurs for hydraulic transport (see Figure 3), this range of variation is practically the same of experimental measurement accuracy. So the bad predictions obtained for the void fractions are not surprisingly, and lead to the conclusion that accuracy of experimental measurement is not good enough to allow the validation of the model for void fraction predictions (Ferreira et al., 1998). Despite the small numerical differences observed between the predicted and experimental values of void fractions, they affect strongly the estimates of mixture density, ρ_M , and can lead to significant errors in the predictions of slip velocities. The literature reports no available technique for measurement of void fractions with accuracy greater than 10^{-3} for this range of

variation. This is the reason for the lack of good empirical correlations to predict void fractions in dilute pneumatic transport.

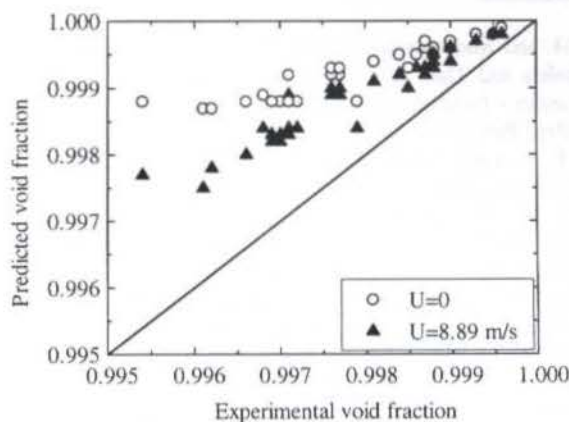


Figure 5 – Predicted versus experimental void fractions for dilute pneumatic transport.

In spite of the fact that the predictions of void fractions were not good, the pressure gradients could be estimated with good accuracy with the assumption of zero relative slip velocity. There is no evidence in the literature, however, that this is a physically consistent assumption in the case of pneumatic transport.

CONCLUSIONS

The one-dimensional two-phase flow model has been employed to predict the pressure gradients in hydraulic and pneumatic transport. For the situations analyzed here, it was verified that despite their limitations, the two-phase flow model provides good predictions for the pressure gradients. The best predictions were obtained for hydraulic transport of coarse particles, for which the deviations stayed within $\pm 15\%$. In case of hydraulic transport of fine particles and dilute pneumatic conveying, the predictions stayed within $\pm 20\%$.

The knowledge of flow structure, as well as the model solution requires the estimates of void fractions in the transport lines. In the hydraulic transport of fine and low-dense particles, the results showed that the void fraction may be estimated from information on the rheological behavior of suspensions and assumption of zero relative slip velocity. In the hydraulic transport of coarse particles, it was verified that the void fractions may be estimated either from liquid fluidization experiments, which allow the estimate of the resistive force, or from empirical correlations obtained for fluidized beds or sedimentation. In dilute pneumatic transport, neither the assumption of zero slip velocity nor the use of empirical correlations for estimating the void fraction provided good results.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thank CNPq, PRONEX and FAPESP (proc. nº 97/2256-8) for the financial assistance given to this work.

REFERENCES

- Ishii, M. and Kocamustafaogullari, G., 1983, "Two Phase Flow Models and Their Limitations", *Two Phase Flow and Heat Transfer - Fundamentals and Applications*, Vol. 1, Martinus Nijhoff Pub., pp. 1-14.
- Kelly, P. D., 1964, "A Reacting Continuum", *Int. J. Engng. Sci.*, Vol. 2, pp. 129-.
- Kopko, R. J.; Barton, P.; McCormick, R. H., 1975, "Hydrodynamics of Vertical Liquid-Solids Transport", *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, Vol. 14, no. 3, pp. 264-269.
- Ferreira, M. C., 1996, "Desenvolvimento de um Leito Pneumático com Alimentador Tipo Jorro", DSc. Thesis, PPG-EQ/UFSCar, São Carlos-SP, Brasil, 150 p.
- Ferreira, M. C.; Silva, E.M.V. and Freire, J. T., (1998), "Analysis of a One-Dimensional Fluid Dynamic Model for Dilute Gas-Solid Flow in a Pneumatic Dryer With Spouted Bed Type Solid Feeding System", *Drying Technology Journal* (in press).
- Gidaspow, D., 1994, "Multiphase Flow and Fluidization: Continuum and Kinetic Theory Descriptions", Academic Press Inc., USA, 467 p.
- Massarani, G., 1989, "Aspectos da Fluidodinâmica em Meios Porosos", *Revista Brasileira de Engenharia Química*, número especial, 96 p.
- Massarani, G., 1997, "Fluidodinâmica em Sistemas Particulados", Editora UFRJ, 189 p.
- Massarani, G. and Santana, C.C.; 1994, "Fluidização Homogênea: Caracterização Fluidodinâmica de Sistemas Particulados com Porosidade Elevada", *Congreso Europeo de Fluidization*, Vol. 1, pp. 3599-3607, Las Palmas de Gran Canaria, España.
- Massarani, G. and Silva Telles, A., 1992, "Escoamento de Soluções e Suspensões Não-Newtonianas em Dutos", *Anais do XX ENEMP*, pp. 27-33, São Carlos-SP, Brasil.
- Newitt, D. M.; Richardson, J. F.; Abbot, M. and Turtle, R. B., 1955, "Hydraulic Conveying of Solids in Horizontal Pipes", *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, Vol. 33, pp. 93-100.
- Pavlov, K. F.; Romankov, P. G. and Noskov, A.A., 1981, "Problemas y Ejemplos para el Curso de Operaciones y Aparatos en Tecnologia Química", Editorial Mir, Moscou, 611 p.
- Restini, C. V., 1977, "Transporte Hidráulico Vertical de Partículas Sólidas", MSc. Dissertation, PEQ/COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro-RJ, Brasil, 57 p.
- Richardson, J. F. and Zaki, W.N., 1954, "Sedimentation and Fluidization: Part I", *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, Vol. 32, pp. 35-42.
- Santana, C. C.; Massarani, G. and Ataíde, C.H., 1983, "Caracterização da Transição de Regimes no Escoamento Não-Newtoniano em Dutos", *Anais do VII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, pp. 1658-1666, Uberlândia-MG, Brasil.
- Silva Telles, A., 1993, "Considerações Sobre as Equações do Movimento em Sistemas Polifásicos", *Anais do XXI ENEMP*, pp. 17-25, Ouro Preto-MG, Brasil.
- Silva Telles, A. and Massarani, G., 1989, "Compactação de Meios Deformáveis: Uma Descrição Segundo a Mecânica do Contínuo", *Anais do X ABCM*, Vol. 2, pp. 13-16, Rio de Janeiro-RJ, Brasil.
- Truesdell, C., 1957, "Sulle Basi della Termodinamica", *Rend. Accad. Lincei*, Vol. 2, pp. 33 e 158.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE PARTÍCULAS DEFORMÁVEIS NÃO-COLOIDAIS EM BAIXO NÚMERO DE REYNOLDS

Marcelo H. P. Almeida & Francisco R. da Cunha

Departamento de Engenharia Mecânica

Universidade de Brasília

70.910-900 - Brasília - DF - Brasil

RESUMO

Para investigar a deformação transiente e permanente de partículas viscosas suspensas em escoamento cisalhante arbitrário de baixo número de Reynolds, utilizou-se de uma formulação de integral de contorno tridimensional não-singular. No intuito de se encontrar um método numérico mais robusto e preciso, foram testadas diferentes formas de se calcular a curvatura e o vetor normal da superfície da partícula. Realizou-se também um estudo da estabilização da estrutura da malha de cálculo. A dependência da deformação da partícula em relação ao número de capilaridade do escoamento foi quantificada e comparada a teorias assintóticas de deformação e a experimentos. Resultados preliminares de interações binárias de partículas em emulsões diluídas são também mostrados.

INTRODUÇÃO

Existe grande motivação para se estudar o problema de deformação de uma partícula viscosa imersa em fluido ambiente (emulsão infinitamente diluída). O problema requer a investigação de efeitos microestruturais que governam o comportamento de emulsões em escoamentos de grande importância tecnológica. Alguns exemplos são: comportamento de glóbulos vermelhos em pequenos vasos sanguíneos, formação de emulsões em indústrias de alimentos e tintas, recuperação terciária de petróleo, *mixing* de polímeros.

Em particular, o estudo de emulsões diluídas é atrativo para caracterização qualitativa do comportamento macroscópico de fluidos de reologia complexa. Nos limites de baixa concentração ($\phi \leq 5\%$), o comportamento da emulsão pode ser avaliado em termos das propriedades e mecanismos fundamentais envolvendo uma partícula individual ou interações binárias de partículas.

Um número considerável de artigos, iniciando com os trabalhos pioneiros de Taylor (1932, 1934), tem tratado da teoria de deformação de partículas viscosas e de propriedades de suspensões diluídas. Esses estudos têm sido expandidos, nas duas últimas décadas, com o objetivo de se determinar, para suspensões diluídas, como as partículas fluidas se deformam e em que condições se rompem ou se aglutinam (Rallison, 1981, 1984; Stone, 1994; Loewenberg & Hinch, 1996a; Zinchenko, Rother & Davis, 1997; Cristini, Blawdziewicz & Loewenberg, 1998). Para os casos-limite, quando as deformações são muito pequenas (pequenos desvios da esfericidade das partículas) ou muito grandes (teoria de corpo delgado), existem soluções analíticas (Taylor, 1934; Cox, 1969; Frankel & Acrivos, 1970; Barthès-Biesel & Acrivos, 1973; Hinch & Acrivos, 1979), enquanto, para as deformações intermediárias, os resultados são experimentais (Taylor, 1934; Guido & Simeone, 1998) ou numéricos (Rallison, 1981, 1984; Loewenberg et al., 1996a; Zinchenko et al., 1997). Quanto às soluções numéricas, há dois grandes problemas freqüentemente relatados na literatura: i) a dificuldade no cálculo da curvatura e ii) a degradação da malha de cálculo durante a evolução da solução (Loewenberg et al., 1996a; Zinchenko et al., 1997).

A proposta deste trabalho foi estudar formas de cálculo de curvatura e vetor normal, de estabilização da malha e de cálculo de deformação de partículas fluidas submetidas a escoamento

cisalhante linear geral com intensidade arbitrária, para se proceder à determinação da deformação permanente para cada tipo de escoamento.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Considere uma partícula (fase dispersa) de viscosidade μ_2 e densidade ρ_2 imersa em um fluido newtoniano (fase contínua) de viscosidade μ_1 e densidade ρ_1 . A tensão superficial da partícula, inicialmente uniforme, é denotada por Γ e o raio da partícula, inicialmente não-deformada, é a . O escoamento não-perturbado, \mathbf{u}^∞ , nas vizinhanças da partícula pode ser escrito usando uma série de Taylor, $\mathbf{u}^\infty(\mathbf{x}) = \mathbf{u}(\mathbf{0}) + \nabla \mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{x} + O(a/L)^2$, em que \mathbf{x} é o vetor posição medido a partir do centro da partícula que se encontra na origem e $L \gg a$ é um comprimento de escala característico do escoamento imposto. Suponha que a velocidade de deslocamento do centro da partícula seja idêntica a $\mathbf{u}(\mathbf{0})$, então o escoamento exterior imposto à partícula é do tipo cisalhante com taxa de cisalhamento $\dot{\gamma}$. E mais, suponha que o número de Reynolds do movimento do fluido responsável pela deformação da partícula seja pequeno ($\rho_1 \dot{\gamma} a^2 / \mu_1 \ll 1$), como também o número de Reynolds do movimento interno à partícula ($\rho_2 \dot{\gamma} a^2 / (\lambda \mu_2) \ll 1$, em que $\lambda = \mu_2 / \mu_1$ é a razão de viscosidades).

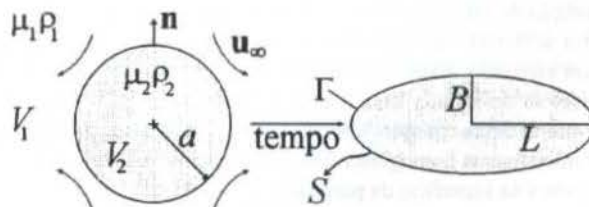


Figura 1: Esquema de deformação de uma partícula viscosa sujeita a escoamento ambiente

A Figura 1 mostra, esquematicamente, o problema que foi estudado no presente trabalho. Uma partícula viscosa, imersa em fluido infinito, que é submetida a um escoamento exterior, \mathbf{u}^∞ , e que, em consequência deste escoamento sofre deformação ao longo do tempo.

A hidrodinâmica do problema, \mathbf{u} , é governada, a cada

instante, pelas equações de Stokes: $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ e $\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}, \forall \mathbf{x} \in S$ em que:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{cases} -P_1 \mathbf{I} + \mu_1 (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) & \text{se } \mathbf{x} \in V_1 \\ -P_2 \mathbf{I} + \mu_2 (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) & \text{se } \mathbf{x} \in V_2 \end{cases} \quad (1)$$

com $P_1 = p - \rho_1 \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}$ e $P_2 = p - \rho_2 \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}$ sendo as pressões mecânicas modificadas pelo efeito da gravidade quando $\mathbf{x} \in V_1$ e $\mathbf{x} \in V_2$, respectivamente.

As condições de contorno são: i) **no infinito**, $\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}^* = \dot{\gamma}(\mathbf{D} + \mathbf{W}) \cdot \mathbf{x}$ em que \mathbf{D} e \mathbf{W} são, respectivamente, os tensores taxa de deformação e vorticidade adimensionalizados pela taxa de cisalhamento, $\dot{\gamma}$; ii) **na superfície da partícula**, $[\mathbf{u}]_s = \mathbf{0}$ e $[\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}]_s = \Delta \mathbf{f} = \mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2$ em que $[\]_s$ representa as condições de salto, através de S , da grandeza entre colchetes e \mathbf{n} é o vetor unitário normal a S orientado para fora da partícula; e iii) **condição cinemática** em S , que rege a variação da forma da partícula no tempo, $\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}, \forall \mathbf{x} \in S$.

Aplicando-se a teoria do potencial hidrodinâmico de escoamentos incompressíveis descrita em Ladyzhenskaya (1969) é possível se chegar à formulação integral completa do problema definido acima (Rallison & Acrivos, 1978):

$$(1 + \lambda) \mathbf{u}(\mathbf{x}_0) = 2\mathbf{u}^*(\mathbf{x}_0) - \frac{1}{4\pi\mu_1} \int_S \Delta \mathbf{f}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{G}(\mathbf{r}) dS(\mathbf{x}) + \frac{1 - \lambda}{4\pi} \int_S \mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{T}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) dS(\mathbf{x}) \quad (2)$$

em que $\mathbf{G} = \mathbf{I}/r + \mathbf{r}\mathbf{r}/r^3$ é a função de Green de espaço livre do escoamento de Stokes (stokeslet) e $\mathbf{T} = -6\mathbf{r}\mathbf{r}\mathbf{r}/r^3$ é o tensor de tensões associado (stresslet). As integrais da Eq. (2) são avaliadas na superfície da partícula.

Uma simplificação da Eq. (2) é obtida quando as viscosidades do fluido e da partícula são iguais ($\lambda = 1$):

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{u}^*(\mathbf{x}_0) - \frac{1}{8\pi\mu_1} \int_S \Delta \mathbf{f}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{G}(\mathbf{r}) dS(\mathbf{x}) \quad (3)$$

essa equação é válida em todos os pontos do escoamento (internos e externos à partícula) e pode ser interpretada como a superposição do escoamento-distúrbio gerado por uma membrana de pontos de força ao escoamento imposto no infinito. Essa superposição, quando levada ao limite, representa a influência da presença da partícula no escoamento.

Note que ainda é necessário determinar a equação constitutiva para $\Delta \mathbf{f}$ a fim de se efetuar a integração e o cálculo da velocidade nas Eqs. (2) e (3). Assim, a forma de $\Delta \mathbf{f}$ é $\Delta \mathbf{f} = \Delta \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{x} \mathbf{n} + \Delta[-p\mathbf{I} + \mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)] \cdot \mathbf{n}$ em que $\Delta[\] = [\]_1 - [\]_2$ é a condição de salto entre o interior e o exterior da partícula e \mathbf{g} é o vetor aceleração da gravidade. Fazendo um balanço de forças em um elemento diferencial de área da superfície da partícula é possível se determinar uma expressão para o segundo termo do lado direito dessa equação, considerando que a tensão superficial, Γ , é inicialmente homogênea e função da concentração, $C(t)$, de surfatantes na superfície da partícula:

$$\Delta(-p\mathbf{I} + \mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)) \cdot \mathbf{n} = \Gamma(C) \mathbf{n} \nabla' \cdot \mathbf{n} - \nabla' \Gamma(C) \quad (4)$$

em que o índice s significa que o gradiente é calculado tendo como sistema de referência o sistema de coordenadas locais, com z sendo a direção do vetor normal à superfície da partícula. Note ainda que $\nabla' \cdot \mathbf{n} = 2\kappa$ em que κ é a curvatura média da superfície da partícula. Aplicando as condições de contorno definidas anteriormente à Eq. (2), obtém-se a equação

$$(1 + \lambda) \mathbf{u}_0 = 2\dot{\gamma}(\mathbf{D} + \mathbf{W}) \cdot \mathbf{x}_0 + \frac{1 - \lambda}{4\pi} \int_S \mathbf{u} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} dS + \frac{1}{4\pi\mu_1} \int_S [(\Delta \rho(\mathbf{g} \cdot \mathbf{x}) + 2\Gamma\kappa) \mathbf{n} - \nabla' \Gamma] \cdot \mathbf{G} dS \quad (5)$$

em que as variáveis independentes foram omitidas por simplicidade de notação. A Eq. (5) é a formulação integral completa do problema estudado no presente trabalho.

Adimensionalização das Equações Governantes. Para proceder à adimensionalização foram utilizadas as escalas: i) de comprimento, a (raio da partícula não-deformada) e ii) de tempo, $2\pi\mu_1 a(1 + \lambda)/\Gamma$, (tempo de relaxação da tensão superficial), em que Γ , é a tensão superficial inicial da partícula (referência). A equação adimensionalizada é (Cunha, 1996)

$$\mathbf{u}_0 = 4\pi Ca(\mathbf{D} + \mathbf{W}) \cdot \mathbf{x}_0 + \frac{1 - \lambda}{4\pi(1 + \lambda)} \int_S \mathbf{u} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} dS + \frac{1}{2} \int_S \left[\left(\text{Box} \cdot \mathbf{e}_z + \frac{\Gamma}{\Gamma_0} 2\kappa \right) \mathbf{n} + \beta \nabla' \left(\frac{C}{C_0} \right) \right] \cdot \mathbf{G} dS \quad (6)$$

em que todas as variáveis são adimensionais; $Ca = \mu_1 \dot{\gamma} a / \Gamma$, é o número de capilaridade, que representa a razão entre as tensões viscosas que tendem a deformar a partícula e a tensão superficial que tende a restituir a forma esférica à partícula; $Bo = ga^2 \Delta \rho / \Gamma$, é o número de Bond, que representa as variações de pressão hidrostática relativas a tensões superficiais; $\beta = -(C_0 / \Gamma_0) \frac{d\Gamma}{dC}$ é uma medida adimensional da variação de tensão superficial devido à presença de surfatantes; e \mathbf{e}_z é o vetor unitário na direção da gravidade.

A adimensionalização da condição cinemática da superfície resulta em $d\mathbf{x}_0/dt = \mathbf{u}_0$ em que todas as variáveis são adimensionais.

Subtração de Singularidades. Note que as integrais da Eq. (6) são singulares uma vez que \mathbf{T} e \mathbf{G} apresentam singularidades sobre a superfície da partícula. Portanto é necessário que se efetuem procedimentos algébricos para a eliminação dessas singularidades (Pozrikidis, 1992). A eliminação das singularidades foi efetuada pelo método de subtração de singularidades (Pozrikidis, 1997; Loewenberg et al., 1996a) baseada nas identidades $\int \mathbf{G} \cdot \mathbf{n} dS = \mathbf{0}$ e $\int \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} dS = -4\pi \mathbf{I}$.

Após a subtração de singularidades, a Eq. (6) se torna:

$$\frac{2\mathbf{u}_0}{(1 + \lambda)} = 4\pi Ca(\mathbf{D} + \mathbf{W}) \cdot \mathbf{x}_0 + \frac{1 - \lambda}{4\pi(1 + \lambda)} \int_S (\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} dS + \frac{1}{2} \int_S \left[\left(\text{Box} \cdot \mathbf{e}_z + \frac{2}{\Gamma_0} (\Gamma\kappa - \Gamma_0 \kappa_0) \right) \mathbf{n} + \frac{\beta}{C_0} (\nabla' C \cdot \mathbf{n} - \nabla' C_0 \cdot \mathbf{n}_0) \right] \cdot \mathbf{G} dS \quad (7)$$

em que a subtração foi feita tomando-se como ponto de referência o ponto \mathbf{x}_0 para o qual se está calculando a velocidade, e \mathbf{r} é o vetor distância entre um ponto qualquer da integração e o ponto de referência. Note que o vetor \mathbf{r} que multiplica o termo de gravidade é o mesmo que é utilizado para calcular o stokeslet e o stresslet.

Tipos de Escoamentos Impostos. Os escoamentos impostos ao fluido, na ausência da partícula, foram definidos em função

dos tensores adimensionais de taxa de deformação e vorticidade. Os tensores taxa de deformação e vorticidade utilizados foram $\mathbf{D} = (\mathbf{e}_1\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_2\mathbf{e}_1)(1+\chi)/2$ e $\mathbf{W} = (\mathbf{e}_1\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_2\mathbf{e}_1)(1-\chi)/2$ em que $-1 \leq \chi \leq 1$ é um parâmetro arbitrário do escoamento. O escoamento imposto, quando $\chi = 1$, é do tipo extensional hiperbólico, quando $\chi = 0$, é do tipo cisalhamento simples e, quando $\chi = -1$, é uma rotação de corpo rígido (Rallison, 1984).

Medidas de Deformação. Uma medida escalar adimensional para quantificar a deformação foi proposta por Taylor (1934), $D = (L + B)/(L - B)$ em que D é a medida da deformação, L é a maior dimensão da partícula e B , a menor (ver Figura 1).

Hipóteses Simplificativas. A primeira hipótese assumida no presente trabalho foi a ausência de surfatantes na superfície da partícula, implicando num gradiente de tensão superficial desprezível. Considerou-se que a diferença de densidades entre fluido e partícula fosse de pequena ordem de magnitude. E, finalmente, que as viscosidades do fluido e da partícula fossem aproximadamente iguais. Essas hipóteses podem ser expressas em termos de parâmetros adimensionais: $\beta \ll 1$, $Bo \ll 1$, $\Gamma \equiv \Gamma$, e $\lambda \equiv 1$. As simplificações adotadas no presente trabalho têm como consequência a transformação da Eq. (7) em:

$$\mathbf{u}_0 = 4\pi Ca(\mathbf{D} + \mathbf{W}) \cdot \mathbf{x}_0 - \int_S (\kappa - \kappa_0) \mathbf{n} \cdot \mathbf{G} dS \quad (8)$$

Note que a velocidade, em qualquer ponto da superfície da partícula, pode ser determinada explicitamente por integração da Eq. (8), uma vez que o lado direito dessa equação é independente de \mathbf{u}_0 .

METODOLOGIA

Todos os procedimentos computacionais descritos na presente seção foram efetuados utilizando a linguagem C++ (Stroustrup, 1997; Barton & Nackman, 1994), tendo como sistema operacional o Windows NT rodando em plataforma Dual Pentium II - 300 MHz com 128 M-RAM.

A metodologia de discretização do problema, de cálculo de curvaturas e normais, de estabilização da malha e de cálculo de deslocamentos dos nós é descrita a seguir.

Discretização do Problema. A superfície interfacial da partícula foi discretizada em uma malha não-estruturada de n_s elementos triangulares (ver Figura 2). Os vértices dos triângulos são denominados nós. As velocidades foram calculadas para cada um dos nós e a posição de cada nó no tempo determinava a topologia da partícula durante a evolução da simulação.

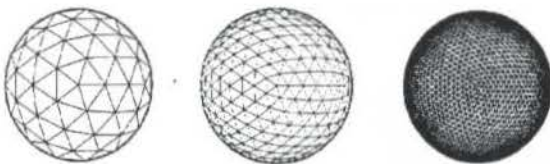


Figura 2: Esquemas de discretização da partícula com 180, 720 e 5120 elementos respectivamente

Essa discretização foi conseguida a partir do arquivo gerado pelo programa DOME.EXE (Bono, 1996), de domínio público, que, baseado nas faces de um icosaedro equilateral, cria uma cúpula esférica — o mesmo método de geração de malha utilizado em grande parte da literatura (Loewenberg et al., 1996a;

Zinchenko et al., 1997). O número de elementos foi controlado por variáveis fornecidas ao software de Bono (1996), que determinavam o número de divisões que seriam feitas nas faces do icosaedro, de forma a se conseguir malhas com qualquer resolução.

Cálculo de Curvaturas e Normais. Efetuou-se a comparação entre métodos de cálculo de curvatura e vetores normais que se encontram descritos na literatura e outro idealizado pelos autores, para determinação do método a ser utilizado no presente trabalho. Avaliaram-se o método de integral de linha de segunda espécie (Loewenberg et al., 1996a), o método do fit do parabolóide (Zinchenko et al., 1997) e o método do parabolóide modificado (projetado pelos autores do presente trabalho).

O método de integração de linha de Loewenberg et al. (1996a) é baseado na identidade:

$$\kappa n \Delta S = \frac{1}{2} \int_{\Delta S} (\nabla \cdot \mathbf{n}) n dA = -\frac{1}{2} \oint_C \mathbf{t} dl \quad (9)$$

em que a integração é efetuada em torno da curva C , ΔS é a área contornada por C (área hachurada da Figura 3) e \mathbf{t} é um vetor unitário tangente aos elementos e perpendicular a C (ver Figura 3).

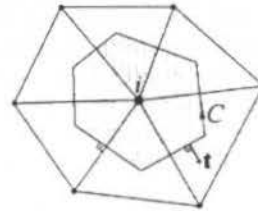


Figura 3: Esquema para o método de integração de linha de cálculo de curvatura e vetor normal

O esquema desenvolvido por Zinchenko et al. (1997) ajusta, pelo método dos mínimos quadrados, um parabolóide sobre um conjunto de nós, conforme mostrado na Figura 3. O nó i está na superfície do parabolóide e é a origem do sistema de coordenadas locais no qual a expressão do parabolóide é dada por $z = Ax + By + Cx^2 + Dxy + Ey^2$. Note que é necessário conhecer o vetor normal ao nó i (direção z) para se proceder ao ajuste. Por outro lado, o ajuste determina o vetor normal ao nó i . Desta forma, o método do fit do parabolóide itera as determinações do vetor normal e dos coeficientes do parabolóide até que o vetor normal convirja e, então, é calculada a curvatura final por $\kappa = -C - E$.

O método do parabolóide modificado difere do método descrito por Zinchenko et al. (1997) por não ser iterativo. O vetor normal de cada nó da malha é determinado pela média dos vetores normais de cada elemento que contém aquele nó, ponderada no inverso das áreas desses elementos, ou seja,

$$\mathbf{n}_i = \frac{\sum_{el} A_{el}^{-1} \mathbf{n}_{el}}{\left| \sum_{el} A_{el}^{-1} \mathbf{n}_{el} \right|} \quad (10)$$

em que \mathbf{n}_i é o vetor normal ao nó i , A_{el} é a área do elemento el , \mathbf{n}_{el} é o vetor normal ao elemento el e o somatório é efetuado em todos os elementos que contêm o nó i . A determinação da curvatura é realizada diretamente, após o ajuste do parabolóide, pelo procedimento descrito por Zinchenko et al. (1997).

Estabilização da Malha. Três métodos de estabilização de malha foram testados: i) o método descrito por Loewenberg et al.

(1996a), ii) o método de Zinchenko et al. (1997) e iii) uma adaptação do método descrito por Cristini et al. (1998).

Loewenberg et al. (1996a) descrevem um método em que um campo artificial de velocidades tangentes é criado para deslocar os nós na direção da distância média de seus nós vizinhos. O problema desse método é a sua ineficiência na aplicação em estudos de sedimentação de partículas viscosas (Zinchenko et al., 1997). Além disso, por ser um método local, tende a gerar instabilidade da malha quando o passo de tempo não é suficientemente pequeno.

O método descrito por Zinchenko et al. (1997) também calcula um campo artificial de velocidades tangentes para deslocar os nós, porém esse campo é calculado de forma a minimizar a variação do tamanho dos lados dos elementos. Esse é um método passivo, pois não consegue reverter, uma vez alcançada, a distorção da malha de cálculo. Por outro lado, o fato de esse método tratar a malha da partícula globalmente, evitando a instabilidade citada anteriormente, é uma de suas grandes qualidades.

O método descrito por Cristini et al. (1998) trata a malha de cálculo como um sistema dinâmico em que os lados dos elementos são considerados molas, cujas constantes elásticas são proporcionais ao quadrado das curvaturas. Os nós são deslocados ao longo de seus planos tangentes de maneira a minimizar a energia desse sistema de molas. E mais, quando o grau de distorção da malha se eleva, reconectam-se os nós e adicionam-se ou subtraem-se nós da malha (topologia variável). Esse método apresenta a desvantagem de ser computacionalmente muito sofisticado e, com a reconexão de nós, é possível que o número de vizinhos de um nó se reduza a ponto de o cálculo de curvatura pelo método do parabolóide modificado ficar impraticável.

A adaptação que os autores do presente trabalho propuseram ao método de Cristini et al. (1998) foi não alterar a topologia da malha. Como em Cristini et al. (1998), a rigidez de cada "mola" é proporcional à soma dos quadrados das curvaturas dos nós que une, $K_{ij} = \kappa_i^2 + \kappa_j^2$ em que i e j são os nós em questão. Essa expressão para a rigidez tende a manter maior concentração de nós em regiões onde a curvatura é mais acentuada.

Assim, a minimização da energia da malha é efetuada na função $F(\Delta x_1, \dots, \Delta x_{n_{\text{mola}}}) = \sum K_{ij} (l_{ij} - l_0)^2$ em que Δx_i é o deslocamento de cada um dos nós e $l_{ij} = |\mathbf{x}_i + \Delta \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j - \Delta \mathbf{x}_j|$ é o comprimento do segmento que une os nós i e j (alterado por $\Delta \mathbf{x}_i$ e $\Delta \mathbf{x}_j$, respectivamente) e l_0 é o comprimento não-tensionado das molas (distância típica entre dois nós no início da simulação).

A determinação da direção de deslocamento (fixa a cada passo de tempo) é feita de maneira semelhante à escolha do campo de velocidades tangentes descrito em Loewenberg et al. (1996a). E, finalmente, a minimização é alcançada pelo método de Powell (Press, Teukolsky, Vetterling & Flannery, 1992).

O método adotado neste trabalho foi o método da minimização da energia com topologia fixa. Esse método conseguiu superar as falhas apontadas nos dois outros métodos testados. Em particular, o método atual é eficiente para se estudar partículas em sedimentação e também é "ativo", sendo capaz de recuperar a qualidade de uma malha distorcida, levando-se em conta a qualidade do cálculo da curvatura e do vetor normal.

Cálculo de Deslocamentos. As velocidades foram determinadas por integração direta da Eq. (8). Para essa integração, foi selecionado o método do Trapézio (Press et al., 1992). As sucessivas posições dos nós no tempo foram determinadas por integração da equação da cinemática da

superfície, para a qual foi escolhido o método com passo de tempo variável de Runge-Kutta-Euler (Press et al., 1992), em que o controle do tamanho do passo de tempo era efetuado com base na comparação entre a velocidade prescrita pelo método de Euler e a prescrita pelo método de Runge-Kutta de segunda ordem, sendo 1% a diferença máxima aceitável entre as velocidades calculadas pelos dois métodos.

Após sua determinação, a velocidade era projetada na direção do vetor normal em cada nó para minimizar a distorção da malha (Loewenberg et al., 1996a). Os nós, então, eram deslocados com a velocidade corrigida e passo de tempo prescrito. Uma vez deslocados os nós, era efetuada a estabilização da malha de cálculo pelo método da minimização da energia, segundo descrito anteriormente.

Critério de Interrupção. O passo de tempo pode ser estimado por meio de análise de escala. Considere o intervalo de tempo dimensional do problema proposto, $\Delta t_0 = \Delta x / a\gamma$, em que Δx é a distância típica entre dois nós no início da simulação, e o tempo de relaxação da tensão superficial, $2\pi\mu_a(1+\lambda)/\Gamma$. O passo de tempo adimensional para integração numérica fica estimado em $\Delta t_0 \sim 2\Delta x Ca^{-1}(1+\lambda)^{-1}$. O critério de estabilidade de Rallison (1981) para integração numérica é $\Delta t \leq C\Delta x$ em que C é uma constante $O(1)$. Comparando o passo de tempo estimado à sugestão de Rallison, obtém-se $C \sim 2Ca^{-1}(1+\lambda)^{-1}$.

A simulação era interrompida quando $\Delta t < 10^{-3}\Delta t_0$, em que Δt é o passo de tempo utilizado na simulação que satisfaz a condição de 1% de diferença entre os métodos de integração temporal. Quando, com determinada densidade de nós (número de elementos), a condição de interrupção era atingida, a densidade dos nós era aumentada e a simulação, repetida para se obter os resultados necessários. Como o método de discretização aplicado neste trabalho utilizava topologia fixa, as simulações estavam limitadas a deformações moderadas, porque o critério de parada era alcançado, mesmo para grandes densidades de malha, quando as deformações eram grandes.

RESULTADOS E ANÁLISE

Curvaturas e Normais. Efetuou-se procedimento semelhante ao descrito em Zinchenko et al. (1997) para se comparar a eficiência dos cálculos de curvatura e normais dos métodos mencionados na metodologia. Os testes foram realizados em esferóides cujas superfícies obedeciam à expressão (Zinchenko et al., 1997) $f(x, y, z) = x^2/a + y^2/b + z^2/c - 1$ para diferentes discretizações, ou seja, para diferentes n_δ . A curvatura correta, κ_{correta} , era calculada por $\nabla \cdot \mathbf{n}/2$, em que $\mathbf{n} = \nabla f / |\nabla f|$.

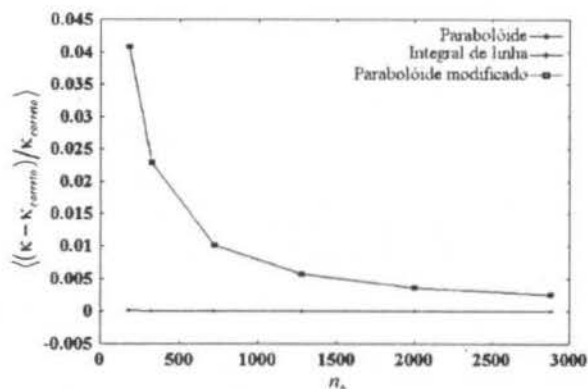


Figura 4: Erros dos cálculos de curvatura de diferentes métodos ($a = b = c = 1,0$).

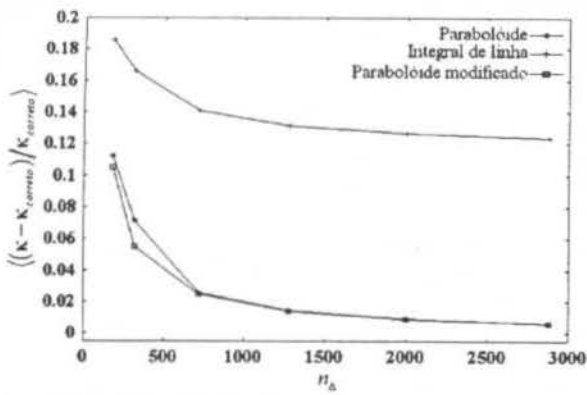


Figura 5: Erros dos cálculos de curvatura dos diferentes métodos ($a = 1,0$ $b = 0,5$ $c = 0,2$).

Nos testes realizados, o método de integração de linha mostrou-se mais preciso que os outros dois, para partículas esféricas (Figura 4), como Zinchenko et al. (1997) haviam verificado. Entretanto, para partículas cujas superfícies se afastavam da forma esférica, a precisão do método de integração de linha diminui sensivelmente como indicado na Figura 5. Os métodos do *fit* do parabolóide e do parabolóide modificado apresentaram a mesma precisão para quase todos os testes e, quando havia diferença, esta era a favor do método do parabolóide modificado (Figura 5).

Verificou-se que o método de integração de linha perde sua eficiência quando os elementos da malha tomam a forma de triângulos obtusos, fazendo com que o caminho de integração passe além dos limites do elemento. Como, para a esfera, a malha apresenta elementos aproximadamente eqüiláteros (Figura 2), o erro desse método permanece muito pequeno, enquanto, para os demais casos, como os elementos tomam uma forma alongada (Figura 6), a precisão desse método fica comprometida.

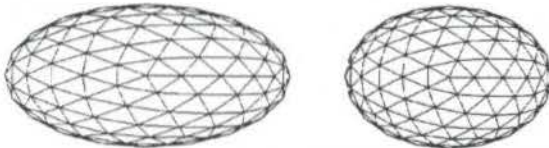


Figura 6: Esferóides utilizados para avaliação do cálculo do vetor normal e curvatura

O método do *fit* do parabolóide, para os casos em que a malha se tornava muito distorcida, apresentou convergência muito lenta e, em certos casos, solução de qualidade inferior ao método do parabolóide modificado. Esse problema deve-se à incapacidade do método do *fit* do parabolóide de determinar, com precisão, os vetores normais aos nós. Desta forma, o método do parabolóide modificado foi adotado como o método padrão para as simulações deste trabalho.

Deformações Transientes. As evoluções temporais da deformação sofrida pelas partículas são mostradas na Figura 7 e na Figura 8. Na Figura 7, é mostrada a evolução da deformação de partícula submetida a escoamento cisalhante com $Ca = 0,25$. Na Figura 8, é mostrada a evolução da deformação de partícula submetida a escoamento de pura extensão com $Ca = 0,13$. Para os casos analisados no presente trabalho, o eixo principal de deformação do escoamento ambiente se encontra inclinado de 45° em relação à horizontal, porque o tensor D não era diagonalizado.

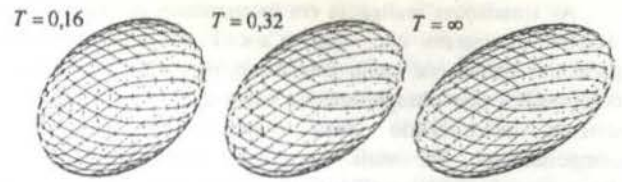


Figura 7: Estado inicial e final de deformação (escoamento cisalhante simples, $Ca = 0,25$)

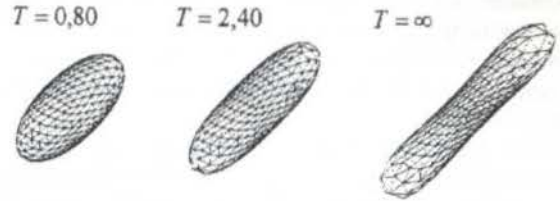


Figura 8: Estado inicial e final de deformação (escoamento extensional hiperbólico, $Ca = 0,13$)

Mesmo com Ca inferior, a deformação sofrida pela partícula, quando em escoamento extensional hiperbólico (Figura 8), é visivelmente mais acentuada que a deformação sofrida pela partícula, quando em escoamento de cisalhamento simples (Figura 7), esse comportamento será explicado na seção seguinte que trata das deformações permanentes.

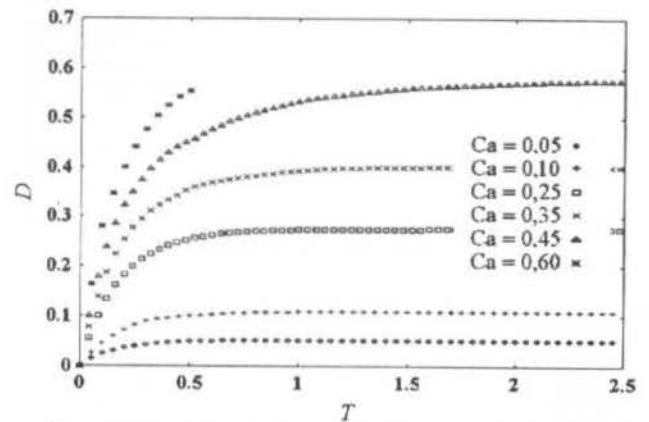


Figura 9: Evolução da deformação de uma partícula fluida submetida a escoamento cisalhante simples ($\chi = 0$).

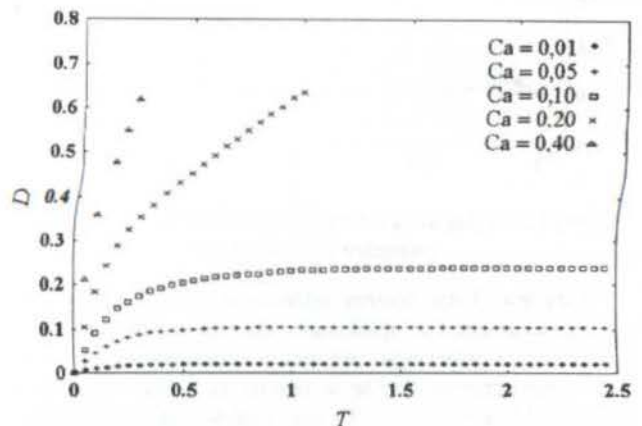


Figura 10: Evolução da deformação de uma partícula fluida submetida a escoamento extensional hiperbólico ($\chi = 1$).

As simulações realizadas em escoamentos de cisalhamento simples mostraram que, para $Ca \ll 1$, a deformação das partículas permanece muito pequena e, para $Ca \sim 1$, ocorreram deformações que ultrapassaram a capacidade de simulação do sistema desenvolvido neste trabalho (Figura 9). Esse comportamento foi mais acentuado para o escoamento extensional hiperbólico (Figura 10), para o qual, escoamentos com $Ca \sim 0,1$ já apresentavam deformação elevada.

Deformações Permanentes. Para determinado escoamento, quando as partículas atingiam um estado inalterável de deformação, essa era considerada a deformação permanente. Desta forma foi possível produzir gráficos que mostrassem a deformação permanente em função do número de capilaridade ou em função do parâmetro de escoamento (Figura 11 e Figura 12, respectivamente).

Para baixos números de capilaridade, a deformação permaneceu pequena, devido à pouca intensidade do escoamento em relação à intensidade da tensão superficial, independentemente do tipo de escoamento (valor de χ).

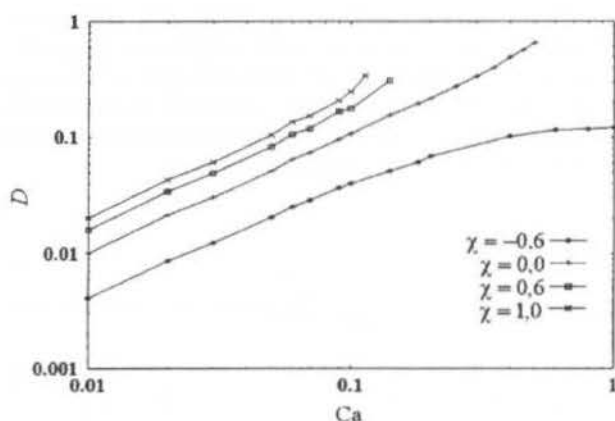


Figura 11: Evolução da deformação permanente em função do número de capilaridade

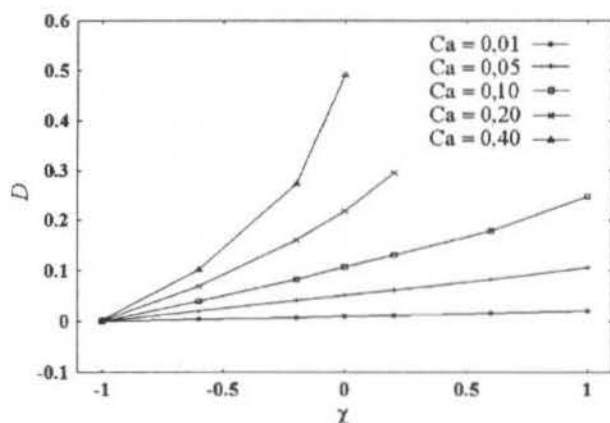


Figura 12: Evolução da deformação permanente em função do parâmetro de escoamento

Para $\chi = -1$ não ocorreu deformação. Entretanto, à medida que o escoamento se aproximava do escoamento extensional hiperbólico, a deformação aumentava notadamente (Figura 12). Esse comportamento deve-se ao fato de que, para o escoamento extensional hiperbólico ($\chi = 1$), toda a intensidade do escoamento contribui para a deformação da partícula, enquanto, para o escoamento de cisalhamento simples ($\chi = 0$), parte da intensidade do escoamento atua para deformar e parte, para girar

a partícula em torno de seu centro (vorticidade não-nula), tendo como caso-limite a situação em que $\chi = -1$, na qual a partícula gira em torno de seu centro, sem sofrer deformação (rotação de corpo rígido). Os resultados mostram que a vorticidade inibe a deformação da partícula.

Note que, para $Ca = 0,01$, não ocorre alteração do estado permanente de deformação tão acentuada quanto para os outros casos, uma vez que a grandeza que domina esse processo é a tensão superficial, que faz com que a deformação permaneça pequena, mesmo para escoamento extensional hiperbólico. O caso-limite desse comportamento é $Ca = 0$, em que não há escoamento e a partícula permanece esférica ($D = 0$).

Pequenas Deformações. As soluções das equações de Stokes para geometrias esféricas calculadas por Lamb (1932) podem ser utilizadas para determinar a deformação permanente de uma partícula viscosa submetida a escoamento exterior, desde que o desvio da forma esférica seja de pequena ordem de magnitude (Rallison, 1984). Dentro desse limite, a deformação da partícula, quando submetida a escoamento externo, obedece à expressão:

$$D = (19\lambda + 16) / (16\lambda + 16) Ca (e_{\max} - e_{\min}) \quad (11)$$

em que e_{\max} e e_{\min} são, respectivamente, a máxima e a mínima taxa de deformação principal do escoamento exterior.

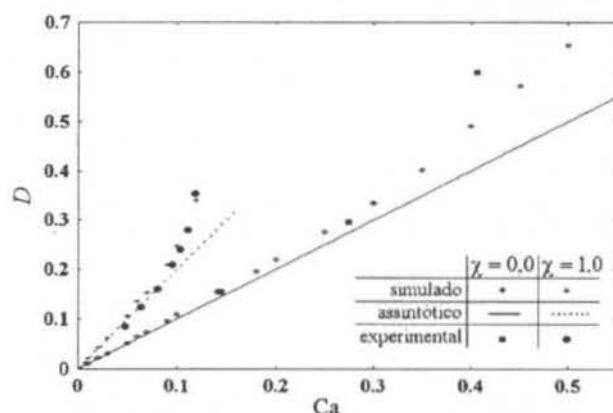


Figura 13: Comparação entre a teoria de pequenas deformações, as simulações realizadas neste trabalho e resultados experimentais (de Rumscheidt & Mason e de Duffy & Blundell)

Na Figura 13 são mostrados os estados permanentes de deformações previstos: pelas soluções assintóticas de Taylor (1934); pelas simulações realizadas; e pelos experimentos de Rumscheidt & Mason para cisalhamento simples (Barthès-Biesel & Acrivos, 1973) e de Duffy & Blundell para escoamento de pura extensão (Rallison, 1984).

Observa-se uma concordância muito boa entre os resultados das simulações e a previsão da teoria assintótica de pequenas deformações. Os desvios são percebidos a partir de $Ca = 0,2$ para o caso de escoamento cisalhante e a partir de $Ca = 0,08$ para escoamento extensional hiperbólico, para ambos os casos, as diferenças eram da ordem de 10%. Esse desvio se deve ao fato de que a partícula se afastou significativamente da forma esférica, situação em que as soluções de Lamb (1932) perdem a validade.

Para os resultados experimentais, a concordância é significativa, tanto para escoamento de cisalhamento simples quanto para de pura extensão. Os desvios são percebidos, para os resultados de Rumscheidt & Mason (cisalhamento simples), a partir de $Ca = 0,35$ com diferenças estimadas superiores a 4% e se devem à limitação na capacidade de simulação do sistema

desenvolvido nesta pesquisa. Para os resultados de Duffy & Blundell (para extensão) a concordância é excelente mesmo para os casos em que o limite de simulação estava próximo ($Ca = 0,12$).

Interações Binárias. Nesta seção são apresentados alguns resultados preliminares qualitativos do estudo de interações de partículas viscosas em emulsão diluída. Para solução deste problema, o método de integral de contorno, descrito na formulação inicial do problema, foi modificado conforme Loewenberg et al. (1996b). As superfícies, S_a , de cada partícula, α , foram discretizadas em n_s elementos triangulares e a velocidade, \mathbf{u}_0 , de cada ponto de colocação $\mathbf{x}_0 \in S_a$ foi calculada por uma simples extensão da Eq. (7):

$$\frac{2\mathbf{u}_0}{(1+\lambda)} = 4\pi Ca(\mathbf{D} + \mathbf{W}) \cdot \mathbf{x}_0 + \sum_{n=1}^2 \int_{S_n} \left\{ \frac{1-\lambda}{4\pi(1+\lambda)} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} + \frac{1}{2} \left[\text{Bor} \cdot \mathbf{e}_r + \frac{2}{\Gamma_r} (\Gamma \kappa - \Gamma_0 \kappa_0) \right] + \frac{\beta}{C_r} (\nabla' C \cdot \mathbf{n} - \nabla' C_0 \cdot \mathbf{n}_0) \right\} \mathbf{n} \cdot \mathbf{G} \, dS_n \quad (12)$$

Seguindo a mesma metodologia descrita anteriormente, simulou-se o movimento de duas partículas interagindo hidrodinamicamente em um meio fluido infinito. Com esta simulação está se estudando de que maneira a história da dinâmica de deformação de uma partícula é influenciada pelos distúrbios hidrodinâmicos causados pelas distribuições de Stokeslets e stresslets das superfícies das partículas.

A Figura 14 mostra a evolução temporal do movimento de duas partículas interagindo hidrodinamicamente em campo de escoamento de cisalhamento simples ($\chi = 0$), para $\lambda = 1$ e $Ca = 0,2$. A posição relativa inicial dos centros das partículas era $\Delta \mathbf{x} = (-10; 0,4; 0)$ e ambas as partículas estavam, inicialmente, esféricas com raio unitário. As superfícies das partículas foram discretizadas com $n_s = 720$ elementos.

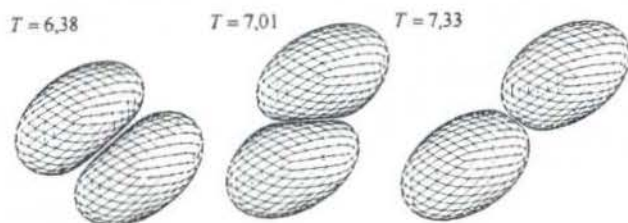


Figura 14: Seqüência da simulação de interação de duas partículas em escoamento cisalhante simples ($Ca = 0,2$)

Observa-se que a deformação das partículas aumenta no quadrante compressional de cisalhamento. É notável que grandes transientes de deformação podem estar presentes, sugerindo a possibilidade de ruptura das partículas induzida pela interação hidrodinâmica. Quando as partículas atingem o quadrante extensional de cisalhamento, inicia-se o processo de separação e a deformação diminui gradativamente até que as duas partículas se comportam como se estivessem isoladas no escoamento (não mostrado na Figura 14). É observado, também, que, para as condições simuladas, a deformação da superfície das partículas durante a interação *near-field* deve inibir a sua coalescência. Em futuras investigações a mesma seqüência da Figura 14 será apresentada para diferentes Ca e λ . Dessa maneira, conclusões mais precisas sobre a questão da coalescência poderão ser

elaboradas.

Esses resultados mostram que a deformação resulta em trajetórias irreversíveis por aumentar a separação, transversal às linhas de corrente, entre as partículas. Este fenômeno sugere a possibilidade de migração transversal de partículas induzidas pela deformação, conforme recentes estudos numéricos de Loewenberg et al. (1996b) e investigações experimentais de Guido et al. (1998). Cunha & Hinch (1996) determinaram a difusividade hidrodinâmica de partículas esféricas rígidas rugosas. Usando o procedimento computacional descrito no presente trabalho, pretende-se, futuramente, a exemplo de Cunha et al. (1996), determinar a difusividade hidrodinâmica de partículas deformáveis, $D_H = a^2 \gamma \phi f(\lambda, Ca)$, para caracterizar a dispersão de partículas em emulsões diluídas em que $\phi < 5\%$ (Almeida, 1998).

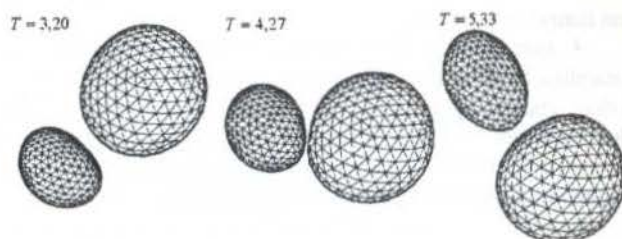


Figura 15: Seqüência da simulação de interação de duas partículas em sedimentação ($\mathbf{u}^* = 0$, $Bo = 1$)

A Figura 15 mostra uma seqüência de configurações da evolução da interação de duas partículas, inicialmente esféricas, de raios diferentes (1 e 2) interagindo em sedimentação, $Bo = 1$, em um fluido em repouso, $\mathbf{u}^* = 0$. Nota-se que, semelhantemente ao que ocorreu para interação em escoamento cisalhante, as partículas são comprimidas uma contra a outra, porém, neste caso, devido à diferença de velocidade de sedimentação entre as duas partículas, $U_s = 2\Delta\rho a^2 g / 9\mu$. Observa-se que ocorrem fortes transientes de deformação durante a etapa de aproximação bem como durante a etapa de afastamento, principalmente na partícula de menor dimensão, sugerindo, também para este caso, a possibilidade de ruptura durante o processo de interação. Novamente, a deformação das partículas inibe a coalescência, por evitar que as superfícies das partículas interagentes se aproximem.

Para o caso de interação de partículas em sedimentação, um deslocamento líquido na direção transversal à gravidade é observado, caracterizando uma irreversibilidade do movimento. Esse fenômeno, semelhantemente ao da interação em cisalhamento simples, caracteriza uma autodifusão induzida pela deformação das partículas. Em trabalhos futuros, os autores estudarão esse fenômeno para determinar o coeficiente de autodifusão de partículas em sedimentação, $D_H = aU_s \phi f(\lambda, Bo)$, em que U_s é a velocidade terminal relativa de sedimentação e a é o raio médio das partículas (Almeida, 1998).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As simulações realizadas neste trabalho mostraram uma boa concordância com os resultados assintóticos para pequenas deformações e com resultados experimentais. Essa concordância valida a metodologia utilizada no presente trabalho e, especialmente, mostra que a forma de calcular a curvatura e o vetor normal utilizada neste estudo é precisa e eficiente.

A utilização de passos de tempo variáveis mostrou-se computacionalmente econômica, pois, durante a parte transiente

da evolução, quando a deformação estava se processando, o passo de tempo permanecia pequeno (vários ciclos por intervalo de tempo) e, ao atingir o regime permanente, quando a deformação cessava, o passo de tempo crescia (poucos ciclos por intervalo de tempo), abreviando as simulações.

Constatou-se que o método de estabilização de malha utilizado foi satisfatório para deformações moderadas. Entretanto, quando a deformação passava de moderada a grande, a estabilização da malha mostrava-se insuficiente para manter adequada a distribuição de nós na superfície da partícula, inviabilizando a simulação.

Os resultados preliminares, apresentados neste trabalho, de interação de duas partículas em escoamento cisalhante simples e em sedimentação foram qualitativamente iguais a resultados disponíveis na literatura (Loewenberg et al., 1996b; Zinchenko et al., 1997; Cristini et al. 1998). Esses resultados serão detalhados em futuras investigações.

A continuidade deste trabalho deverá contemplar uma estabilização de malha capaz de reconectar nós (Cristini et al., 1998); grandes deformações; escoamentos exteriores diferentes dos simulados no presente trabalho; densidades e viscosidades diferentes entre fluido e partícula; interação de duas partículas em suspensão; e ruptura e coalescência de partículas.

AGRADECIMENTOS

Os autores do presente trabalho gostariam de expressar o agradecimento ao Prof. Michael Loewenberg pelas orientações e comentários científicos referentes a este trabalho; aos suportes financeiros recebidos do governo brasileiro na forma de uma bolsa de pesquisa do CNPq e de uma bolsa de mestrado da CAPES, indispensáveis à realização deste trabalho.

BIBLIOGRAFIA

ALMEIDA, M. H. P., 1998, "Simulação numérica da mecânica de deformação de partículas em emulsões diluídas", Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, FT, Universidade de Brasília.

BARTHÈS-BIESEL, D. & ACRIVOS, A., 1973 "Deformation and burst of a liquid droplet freely suspended in a linear shear field", J. Fluid Mech. vol. 61, pp. 1-21.

BARTON, J. J. & NACKMAN, L. R., 1994, "Scientific and engineering C++: an introduction with advanced techniques and examples", Ed. Addison-Wesley.

BONO, R., 1996, Dome.exe, versão 4.6 para ambiente DOS, http://www.teleport.com/~pdx4d/rb_gall.html.

COX, R. G., 1969, "The deformation of a drop in a general time-dependent fluid flow", J. Fluid Mech. vol. 37, pp. 601-623.

CRISTINI, V., BLAWZDZIEWICZ, J. & LOEWENBERG, M., 1998, "Drop breakup in three-dimensional viscous flows", AIChE Annual Meeting, não publicado (submetido).

CUNHA, F. R. & HINCH, E. J., 1996, "Shear-induced dispersion in a dilute suspension of rough spheres", J. Fluid Mech. vol. 309, pp. 211-223.

CUNHA, F. R., 1996, "Estudo da dinâmica de partículas deformáveis em suspensão", Relatório de projeto de pesquisa do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília.

FRANKEL, N. A. & ACRIVOS, A., 1970, "The constitutive equation for a dilute emulsion", J. Fluid Mech. vol. 44, pp. 65-78.

GUIDO, S. & SIMEONE, M., 1998, "Binary collision of

drops in simple shear flow by computer-assisted video optical microscopy", J. Fluid Mech. vol. 357, pp. 1-20

HINCH, E. J., ACRIVOS, A., 1979, "Steady long slender droplets in two-dimensional straining motion", J. Fluid Mech. vol. 91, pp. 401-414.

KIM, S. & KARRILA, S. J., 1991, "Microhydrodynamics: principles and selected applications", Ed. Butterworth-Heinemann.

LADYZHESKAYA, O. A., 1969, "The mathematical theory of viscous incompressible flow. Ed. Gordon & Breach.

LAMB, H., 1932 "Hydrodynamics", Ed. Cambridge University, 6ª ed.

LOEWENBERG, M. & HINCH, E. J., 1996a, "Numerical simulation of a concentrated emulsion in shear flow", J. Fluid Mech. vol. 321, pp. 395-419.

LOEWENBERG, M. & HINCH, E. J., 1996b, "Collision of two deformable drops in shear flow", J. Fluid Mech. vol. 338, pp. 299-315.

LOEWENBERG, M., 1998, comunicações pessoais.

POZRIKIDIS, C., 1992, "Boundary integral and singularity methods for linearized viscous flow", Ed. Cambridge University.

PRESS, W. H., TEUKOLSKY, S. A., VETTERLING, W. T. & FLANNERY, B. P., 1992, "Numerical recipes in C, the art of scientific computing", Ed. Cambridge University, 2ª ed.

RALLISON, J. M. & ACRIVOS, A., 1978, "A numerical study of the deformation and burst of a viscous drop in an extensional flow", J. Fluid Mech. vol. 89, pp. 191-200.

RALLISON, J. M., 1981, "A numerical study of the deformation and burst of a viscous drop in general shear flows", J. Fluid Mech. vol. 109, pp. 465-482.

RALLISON, J. M., 1984, "The deformation of small viscous drops and bubbles in shear flows", Ann. Rev. Fluid Mech. vol. 16, pp. 45-66.

STONE, H. A., 1994, "Dynamics of drop deformation and breakup in viscous fluids", Ann. Rev. Fluid Mech. vol. 26, pp. 65-102.

STROUSTRUP, B., 1997, "The C++ programming language", Ed. Addison Wesley, 3ª ed.

TAYLOR, G. I., 1932, "The viscosity of a fluid containing small drops of another fluid", Proc. Roy. Soc. A 138, pp. 41-48.

TAYLOR, G. I., 1934, "The formation of emulsions in definable fields of flow", Proc. Roy. Soc. A 146, pp. 501-523.

ZINCHENKO, A. Z., ROTHER, M. A. & DAVIS, R. H., 1997, "A novel boundary-integral algorithm for viscous interaction of deformable drops", Phys. Fluids vol. 9 (6), pp. 1493-1511.

ABSTRACT

A general three-dimensional boundary integral formulation is used to investigate transient and permanent deformation of viscous deformable drops suspended in arbitrary shear flows at low Reynolds numbers. In order to find a more robust and accurate numerical method, different methods of calculating the surface curvatures and unit normal vectors are tested. A study of mesh stabilization is also considered. Steady deformations as a function of the capillary number and flow parameter are determined and compared to asymptotic deformation theories and experimental results. Preliminary results of binary interaction of drops in simple shear flow and buoyancy driven motion have also been shown.

VELOCITY FLUCTUATIONS IN SEDIMENTATION
WITH VERTICAL STRATIFICATION

Otávio Luís da Silva Rosa & Francisco Ricardo da Cunha

Department of Mechanical Engineering

University of Brasilia

70910-900 - Brasilia - DF - Brazil

SUMMARY

This work investigates the sedimentation of point-particles with excluded volume shell in a rectangular box with periodic sides and impenetrable bottom and top. The particles are distributed random and independently in the vertical direction and uniformly in the other ones so that statistical density fluctuations are only verified in the gravity direction. Computer simulations, based on statistics over 150 of these configurations, show how the variances of velocity depend on the size of the box and also determine the amount of velocity fluctuation anisotropy.

INTRODUCTION

Velocity fluctuations of sedimenting particles are observed also in non-Brownian suspension flows with very small particle Reynolds numbers. Such fluctuations have a long-time behaviour characteristic of diffusion processes and their effect is called hydrodynamic self-dispersion (Cunha & Hinch, 1996). A small particle (with a diameter less than about $1\mu m$) usually diffuses due to random impacts of the fluid molecules in which it is suspended. A larger particle lacks this Brownian motion, but often exhibits a diffusive motion originated from its chaotic long-range hydrodynamic interactions with other large particles in the suspension. Long-range multibody hydrodynamic interactions play a key role in the motion of an individual sphere settling in the midst of a suspension of like non-Brownian spheres. Indeed, each sphere undergoes a random-walk motion due to the fluid velocity disturbances caused by the surrounding ones. The dimensional analysis leads to a number of simple and powerful results that explain this greatly enhanced mixing in applications such as sediment transport (Cunha, 1997). In the present time, there is a discrepancy between experiments and numerical simulations regarding the dependence of the velocity fluctuations on the sedimenting container size (Davis, 1996). Experiments performed by Nicolai and Guazzelli (1995) using well-stirred suspensions showed that the values of the velocity fluctuations did not vary significantly when the vessel width was increased by a factor of four; in contrast, Cunha and Hinch (1996) reported that computer simulations using random and independently initial distributions of particles in all directions of the space yield results which did increase with increasing the container size, following a parameter $O(\phi L/a)$ according to the scaling analysis proposed by Hinch (1988). A well-stirred experimental suspension may not be a suspension where the particles are randomly positioned as assumed by those numerical simulations, though. The screening mechanism of Koch and Shaqfeh (1991) is the only presently available theory that could lead to velocity fluctuations independent of the vessel size. However, the experiments are unable to verify the hypothesis that there is a deficit of one particle surrounding any given particle of the suspension assumed by this screening theory. There must be some suspension microstructure which depends only on the particle volume concentration.

Searching for other microstructures than the ones already simulated, a new kind of initial distribution of particles is proposed and tested in this work.

The initial configurations used in all simulations here are generated placing point-particles regularly in the horizontal (perpendicular to the gravity force vector) directions, and random and independently in the vertical (parallel to the gravity) direction inside a rectangular box of dimensions $L \times L \times H$. The distribution is made so that each particle center is separated from the other ones by a distance greater than the dimensionless particle diameter in the same configuration, avoiding overlaps. A typical initial configuration for the concentration $\phi = 3\%$ and the dimensionless radius $a/L = 0.05$ is shown in Figure (1), in three views.

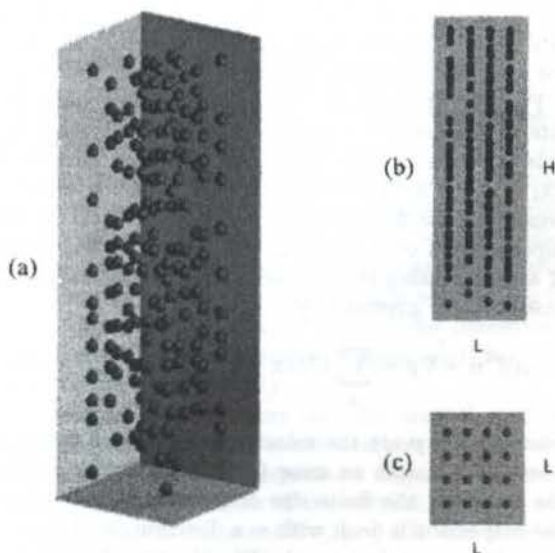


Figure 1: Typical initial distribution of particles for the concentration $\phi = 3\%$ and the dimensionless radius $a/L = 0.05$. (a) is a three-dimensional perspective view of the box, (b) is a side view and (c) is a view of the top.

The main purpose of this rather unnatural kind of distribution is to try to eliminate the possible presence of convection-driven secondary flows in the horizontal directions, what would influence the velocity variances of the particles.

The long-range nature of the hydrodynamic interactions in sedimentation requires care for the simulation of an infinite suspension. At the present, the most appropriate way to mathematically treat such kind of problem is by the use of periodic boundary conditions, which represents the sedimenting box as a spatially periodic array of identical cells. In this article, efficient simulations of sedimentation that incorporate a strong anisotropic suspension microstructure are described and the mean particle velocities and their variances properly quantified, presented and analysed.

HYDRODYNAMIC SIMULATIONS

The equations governing the motions of N particles sedimenting in a finite box are presented in this section. Together with the periodic boundary conditions (to simulate an infinite suspension), it is adopted the image system introduced by Cunha (1996) in order to make the bottom and top of the container impenetrable (to simulate a finite box). The fluid inside the box is assumed Newtonian and incompressible with density ρ and viscosity μ . The suspensions considered are monodispersions of rigid spheres with diameter $2a/L$ and density ρ_s . The value a/L is a cut-off parameter which corresponds to the non-dimensional radius of an excluded volume shell. The dimensionless volume fraction (or volume concentration) of particles is given by the expression: $\phi = 4\pi a^3 N/3L^2 H$. These particles move under the influence of gravity and the viscous resistance exerted by the fluid. The net gravity force is: $\mathbf{f} = (4/3)\pi a^3 \Delta\rho \mathbf{g}$, where $\Delta\rho = \rho_s - \rho_f$. Here, Reynolds, Stokes and Péclet numbers are defined by $Re = \rho_f U_s a/\mu$, $St = 2\rho_s U_s a/9\mu$ and $Pe = 6\pi\mu a^2 U_s/kT$, where U_s is the Stokes velocity, equal to $2a^2 \Delta\rho g/9\mu$. The problem is considered under the conditions of very small Reynolds and Stokes numbers ($Re \ll 1$ and $St \ll 1$), with $St/Re \sim \rho_s/\rho_f$, and large Péclet number ($Pe \gg 1$). Consequently, particle and fluid inertial forces are not considered and neither is Brownian motion.

Periodic Stokes Flow. The focus of this work is on dilute suspensions (i.e. $\phi \leq 5\%$), where the typical interparticle distance is large compared with the particle radius, $|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j| \gg a$. In this special case, it is convenient to approximate the fluid velocity in the sedimentation box as a superposition of Stokeslet disturbances. This simplest level of approximating the hydrodynamic is considered with the fluid velocity governed by:

$$-\mu \nabla^2 \mathbf{u} + \nabla p = \sum_{\alpha} \mathbf{f}_{\alpha}^h \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\alpha}) \quad \text{and} \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (1)$$

where \mathbf{u} and p are the velocity and pressure fields, respectively. Thus, with an error $O(\phi)$ in the settling velocity of the particles, the finite size of the spheres is neglected and the suspension is dealt with as a distribution of point-forces. Here $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\alpha})$ denotes the Dirac's delta function, and \mathbf{f}_{α}^h is the hydrodynamic force exerted on the particle α by the fluid. Using periodic boundary conditions, the solution is such that all components of the velocity field (u, v, w) are periodic in \mathbf{x} and \mathbf{y} with period L , periodic in \mathbf{z} with period $2H$, and the vertical component of velocity w satisfying a kinematic condition of vanishing velocity in the top and bottom. Adding the image system into the problem of solving

Stokes flow to obtain the impenetrable bottom and top in a wholly periodic box, the solution for the hydrodynamic equation that relates the velocity \mathbf{u}_i and the forces \mathbf{f}_j^h becomes (Cunha, 1996):

$$\mathbf{u}^i = \sum_{\alpha} \sum_j^N \mathcal{M}_{ij}^{ps}(\mathbf{r}_{\alpha}, \mathbf{r}_{\alpha,s}, \mathbf{r}_{\alpha,i}) \cdot \mathbf{f}_j^h + \frac{1}{\vartheta} \sum_{\mathbf{k}_{\beta}}' \sum_{j=1}^N \mathcal{M}_{ij}^{rs}(\mathbf{k}_{\beta}) \cdot \mathbf{f}_j^h \Theta, \quad (2)$$

where ϑ denotes the volume of a single cell of the lattice $\vartheta = L^2 \times 2H$. This equation consists of two lattice sums, one in the real space over lattice vector \mathbf{r}_{α} and the other in the reciprocal space over lattice vector \mathbf{k}_{β} . Here \sum' indicates the summation in the reciprocal space. The relative position vectors, in the physical space, are given by:

$$\mathbf{r}_{\alpha,s} = [(x_i - x_j - x_{\alpha}), (y_i - y_j - y_{\alpha}), (z_i - z_j - z_{\alpha})] \quad (\text{source}),$$

$$\mathbf{r}_{\alpha,i} = [(x_i - x_j - x_{\alpha}), (y_i - y_j - y_{\alpha}), (z_i + z_j - z_{\alpha})] \quad (\text{image}),$$

$$\mathbf{r}_{\alpha} = [(x_i - x_{\alpha}), (y_i - y_{\alpha}), (z_i - z_{\alpha})].$$

The vector \mathbf{k}_{β} , belonging to the reciprocal space, has the dimension of the inverse of length and represents a wave number defined as $\mathbf{k} = (\beta_1/L, \beta_2/L, \beta_3/2H)$, being $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ positive or negative integers ($0, \pm 1, \pm 2, \dots$). The coupling between the particle velocity and the forces, the grand mobility matrices \mathcal{M}^{ps} and \mathcal{M}^{rs} , are both $N \times N$ matrices of 3×3 blocks which describe long-range or far-field pairwise interactions between the particles in the physical (i.e. ps) and reciprocal spaces (i.e. rs), respectively. The elements \mathcal{M}_{ij}^{ps} and Θ are calculated according to the following expressions:

$$\mathcal{M}_{ij}^{ps} = \begin{cases} G_{ij}^{ps}(\mathbf{r}_{\alpha,s}) + G_{ij}^{ps}(\mathbf{r}_{\alpha,i}) - 2G_{ij}^{ps}(\mathbf{r}_{\alpha}) & \text{if } j = 1, 2, \\ G_{ij}^{ps}(\mathbf{r}_{\alpha,s}) - G_{ij}^{ps}(\mathbf{r}_{\alpha,i}) & \text{if } j = 3 \end{cases}$$

$$\Theta = \begin{cases} \cos(2\pi \mathbf{k}_{\beta} \cdot \mathbf{r}_s) + \cos(2\pi \mathbf{k}_{\beta} \cdot \mathbf{r}_i) - 2\cos(2\pi \mathbf{k}_{\beta} \cdot \mathbf{x}) \\ \cos(2\pi \mathbf{k}_{\beta} \cdot \mathbf{r}_s) - \cos(2\pi \mathbf{k}_{\beta} \cdot \mathbf{r}_i) \end{cases}$$

$\mathcal{M}_{ij}^{rs} = G_{ij}^{rs}(\mathbf{k}_{\beta})$. Here, $\mathbf{G}^{ps}(\mathbf{r})$ and $\mathbf{G}^{rs}(\mathbf{k})$ are the periodic Green's functions associated with the physical and reciprocal spaces calculated by the expressions:

$$\mathbf{G}^{ps}(\mathbf{r}) = C_1 \lambda^{-\frac{1}{2}} \Gamma_{-\frac{1}{2}}^* \left(\frac{\pi r^2}{\lambda} \right) \mathbf{I} + 2\pi C_1 \lambda^{-\frac{3}{2}} \Gamma_{\frac{1}{2}}^* \left(\frac{\pi r^2}{\lambda} \right) \mathbf{r}\mathbf{r}$$

$$\mathbf{G}^{rs}(\mathbf{k}_{\beta}) = C_1 [2\lambda \Gamma_0^*(\pi k_{\beta}^2 \lambda) \mathbf{I} - 2\pi \lambda^2 \Gamma_1^*(\pi k_{\beta}^2 \lambda) \mathbf{k}_{\beta} \mathbf{k}_{\beta}],$$

where $C_1 = 1/8\pi\mu$, $\Gamma_{\nu}^*(y)$ is the incomplete gamma function, λ is the link parameter between the physical and reciprocal spaces and the tensor \mathbf{I} denotes the unit second-rank tensor: $(\mathbf{e}_x \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z \mathbf{e}_z)$.

Dimensionless Governing Equations. The variables are made dimensionless by considering a , U_s and $6\pi\mu a U_s$ the reference scales of length, velocity and force, respectively. Hence, $\mathbf{R} = a^{-1} \mathbf{r}$, $\mathbf{K} = a \mathbf{k}$, $V = a^{-3} \vartheta$, $\mathbf{U} = U_s^{-1} \mathbf{v}$, $T = a^{-1} U_s t$, and $\mathbf{F} = (6\pi\mu a U_s)^{-1} \mathbf{f}$, where the capital letters (\mathbf{R} , \mathbf{K} , \mathbf{U} , T , \mathbf{F}) denote the corresponding dimensionless quantities. Introducing these dimensionless variables,

Eq. (2) then becomes:

$$U^i = \sum_{\alpha} \sum_j^N \mathcal{M}_{ij}^{p\alpha}(\mathbf{R}_{\alpha,s}, \mathbf{R}_{\alpha,i}) \cdot \mathbf{F}_j + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{K}} \sum_{j=1}^N \mathcal{M}_{ij}^{r\alpha}(\mathbf{K}) \cdot \mathbf{F}_j \Theta, \quad (3)$$

with $\mathbf{F}_j = 2a^2 \Delta \rho g / 9\mu U_s = (0, 0, 1)$ – since the particles are free of inertia, the only driving force is the dimensionless gravity force, which acts in the vertical direction. The Eq.(3) gives the solution for the mobility problems of this work. Given an initial distribution of particles $\mathbf{X}(0)$, the equation $d\mathbf{X}^i/dt = U^i$ can be integrated in time to produce the dynamic evolution of the suspension microstructure.

RESULTS AND DISCUSSIONS

In this section, it is presented a brief description of some simulation features and the most relevant results of this work.

The optimum value for the λ parameter had to be investigated given the particular features of the suspension initial microstructure. The $\lambda_{optimum}$ was examined for the concentrations of 1%, 3% and 4%, and for the numbers of 27, 125 and 343 periodic boxes. The container aspect ratio used in all simulations was $H/L = 3$. The best value found under the conditions set was $\lambda = \pi$.

A few simulations were made with the sedimentation of one single particle in the box in order to verify some characteristics of the numerical routine and obtain preliminary results necessary for future simulations. At first, the tests consisted of one particle of dimensionless radius $a/L = 0.05$ being released in a certain initial position close to the top and its motion followed as far as it reached the impenetrable bottom. The integration of $d\mathbf{X}/dt = \mathbf{U}$ was solved via a fourth order Runge-Kutta scheme. The magnitude of the non-dimensional time step in the Runge Kutta procedure was set up as $\Delta t \leq Ka/L$ – which is about the dimensionless time spent by a single particle to fall across its own radius. $K = 1$ gave enough precision for the present simulations. The value chosen for the one-particle simulations was $\Delta t = 0.05$. Three simulations were made with 27, 125, and 343 periodic boxes, Figure (2). In all the cases, the perpendicular components of the particle velocity were found to be null during the whole sedimentation evolution. This happened because the test particle did not suffer influence from any other particle in the box – the only pairwise interaction computed was that of the test particle in itself. The parallel component remained constant and greater than zero when the particle was not near the top or the bottom. The increasing and the decreasing in the settling velocity are due to the effect of the image system adopted to produce the impenetrability in the top and bottom. The information about the zone of influence of the top and bottom is essential to define a bulk region of the suspension in which the statistical data analysis should produce meaningful results. Based on the results of Figure 2, it was assumed that, in future simulations with many particles, only the particles comprised in the region $0.30 \leq H/L \leq 2.70$ would be considered during the calculations of the suspension transport properties. By doing this, the statistical data analysis is evaluated in a region of the box where the variations in the individual velocity of a reference particle are only due to the pairwise interactions with the other particles. The dif-

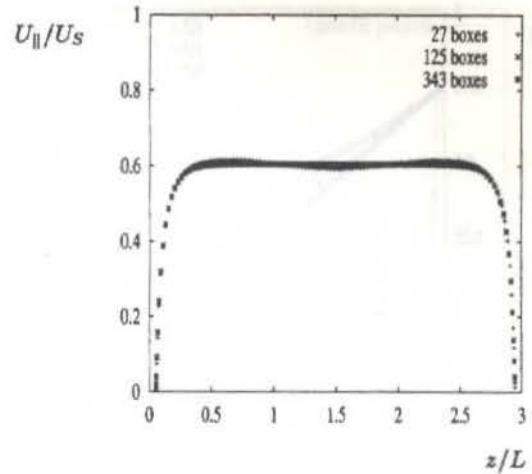


Figure 2: Dimensionless perpendicular to the gravity direction velocity versus the vertical position of the particle in the box plotted for three different sets of periodic boxes.

ferences of accuracy verified in the tests with 27, 125 and 343 periodic boxes were of the order of 0.1%. Thus, the arrangement of 27 periodic cells ($3 \times 3 \times 3$ boxes) proved to be the best choice for future simulations, since it requires the least computation time compared with the others. The terminal vertical velocity U_{\parallel}/U_s that a single particle sedimenting alone can reach is 0.75 (using the point-particle approximation and pairwise interaction between the particles, with the disturbance caused by the particle being evaluated in itself). This velocity is achieved making the non-dimensional radius a/L tend to zero or the size of the box tend to the infinite. Other one-particle simulations were run to test the influence of the box aspect ratio in the particle maximum velocity. Integer aspect ratios ranging from $H/L = 1$ to $H/L = 5$ were used and the radius of the particle was varied in order to produce volume concentrations varying in the interval $0\% \leq \phi \leq 3\%$. The terminal velocities obtained are plotted in Figure (3) versus the dimensionless radius of the particle a/L . Since the volume concentration is calculated by $\phi = 4\pi a^3 N / 3L^2 H$, the dimensionless particle radius is $O(\phi^{1/3})$. For a constant value of the aspect ratio, the settling velocity increases as the particle concentration decreases because the simulation approaches the condition of an infinitely diluted suspension, free of back flow effects. By the same reason, keeping the concentration constant, the sedimenting velocity becomes greater as the aspect ratio gets bigger. Notice that, if the volume concentration tends to zero, the dimensionless terminal particle velocity tends to the terminal velocity: 0.75.

The simulations with many particles started with measurements of the fluctuation in the number of density, called the structure factor of the suspension. Figure (4) shows the results of twenty simulations of the vertical structure factor with volume concentrations $1\% \leq \phi \leq 5\%$ and number of particles $54 \leq N \leq 1024$. The averages were obtained over 1000 initial configurations in each case. The fact that all the mean values are pretty close to the unit indicates that the numerical process of locating particles random and independently in the gravity direction produced the expected stratification. The small deviations appear due to the finite size of the system. It is seen in Figure (4) that the vertical structure factor is essentially independent of the number of par-

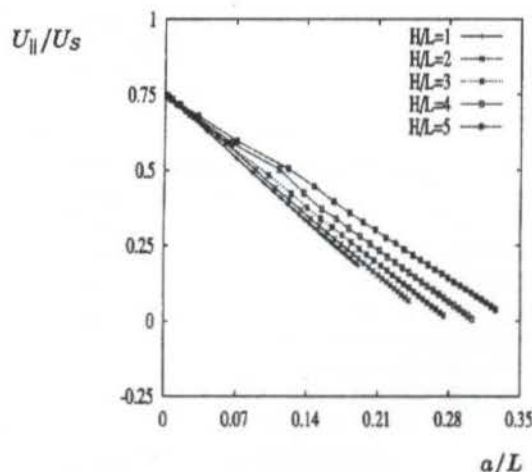


Figure 3: Dimensionless parallel to the gravity direction velocity as a function of the dimensionless radius of the particle. Five different box aspect ratios H/L were used in the simulations.

ticles. In particular, it is found to be $O(\sqrt{N})$ in agreement with the predicted by the scaling analysis of Cunha (1997). The perpendicular structure factor was exactly zero in every configuration of all simulations. This means that the 20000 initial distributions were perfectly regular in the horizontal directions, being the particles equally distant from each other in all configurations.

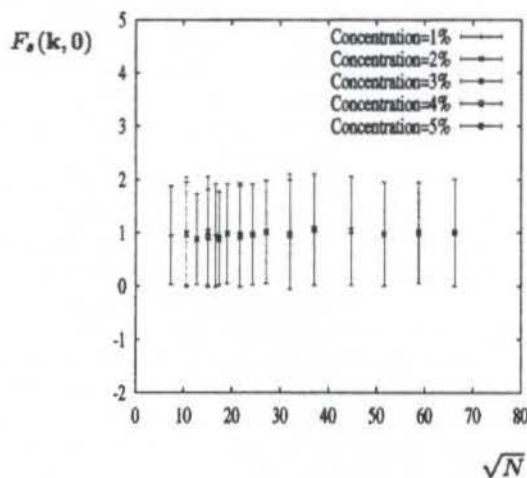


Figure 4: Vertical structure factor as a function of the square root of the number of particles.

After having verified that the numerical routine did make the expected initial distributions, the investigation of the settling velocity and its fluctuation began. Thirty different simulations were made to compute the statistics over 150 independent initial configurations. This took about 7 hours of computation time in an *Alpha Digital* work-station with 333 MHz and 200 Mbytes of RAM. In these tests, called "Zero-Time Simulations", no evolution of the sedimentation in the time (and space) was produced. Because it is a mobility problem, the velocities and fluctuations could be calculated based only in the relative positions of the particles in each

configuration. The box aspect ratio H/L was kept constant and equal to 3. The volume particle concentrations were varied throughout the range $0.5\% \leq \phi \leq 5\%$, and the values of particle radius adopted, $0.02 \leq a/L \leq 0.07$. In each configuration, the mean components of the velocity (of all particles comprised in the bulk region $0.3 \leq H/L \leq 2.7$ defined above) and their variances were calculated. At the end of every simulation, the averages over the respective 150 initial distributions were then obtained. The parallel and the perpendicular to the gravity direction components of the mean velocity and the velocity variance were made dimensionless dividing them, respectively, by the Stokes velocity U_S and by the squared Stokes velocity U_S^2 . The dependence of the mean sedimentation velocity on concentration is presented in Figure (5).

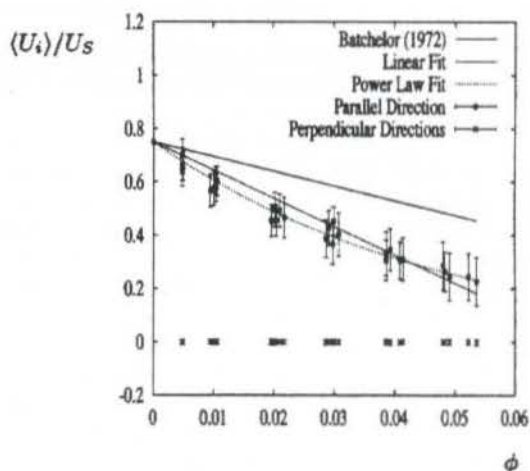


Figure 5: Sedimentation velocities as a function of the volume concentration of particles.

Along with the simulation data, three curves are plotted. The first one is the expression for the sedimentation velocity of a suspension random and independently distributed in all directions derived by Batchelor (1972). The equation of the curve, adapted for this problem, is $\langle \bar{U}_{\parallel} \rangle / U_S = 0.75 - 5.5\phi$. The factor -5.5ϕ is the hindered settling term of the equation, related to the compensating back flow of fluid induced by the sedimenting particles. Notice that this whole expression is a function of the volume particle concentration. Cunha and Hinch (1996) have recently achieved computer simulation results in good agreement with this theoretical expression, using for that a random distribution of particles in all directions. Using the same linear mathematical model, a numerical regression was performed with the data obtained in this work. The hindered settling equation found for the particle velocities under the initial condition set is: $\langle \bar{U}_{\parallel} \rangle / U_S = 0.75 - 10.6\phi$. The coefficient of correlation was 95.2%. This expression shows that the back flow effect (-10.6ϕ) in a suspension with stratification only in the vertical direction is approximately twice that in a totally random distributed suspension. It is noticed in Figure (5) that the first and second curves diverge as the volume concentration gets higher. This can be explained by the fact that a different microstructure is being used in this work and that such microstructure strongly departs from a condition near of a random distribution in all directions as the concentration grows. The third curve is another numerical regression using the simulation data, which follows the

power-law model proposed by Richardson and Zaki (1954): $\langle \bar{U}_{\parallel} \rangle / U_S = 0.75(1-\phi)^{21.3}$. The correlation coefficient, in this case, was 98.7%. If the particles were random and independently distributed in all directions, the exponent would be about 5 (Richardson and Zaki, 1954), which is near four times less than the value found here. Figure (5) also shows that the mean horizontal velocities have been found equal to zero. This indicates that there is no mean horizontal flow in the sedimentation, in agreement with the simulations of Cunha and Hinch (1996) with totally random suspensions.

In Figure (6), variances of velocity in the vertical direction of one typical simulation are presented versus the number of the configuration. It was used, for each independent initial configuration, 176 spherical particles with dimensionless radius equal to $a/L = 0.05$ - what gave a volume concentration of $\phi = 3\%$.

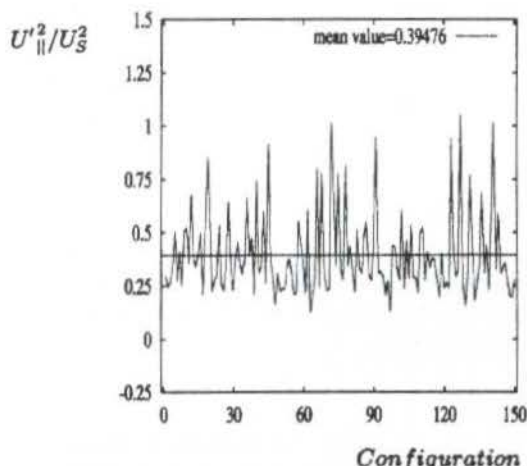


Figure 6: Parallel velocity variance versus the number of the configuration.

The ultimate goal of these initial-time simulations is to verify whether the velocity variances of the particular distributions considered in this work are depended or not on the size of the container. For this purpose, the ensemble averages $\langle U'_{\perp} \rangle / U_S^2$ and $\langle U'_{\parallel} \rangle / U_S^2$ were evaluated and plotted versus the box parameter $\phi L/a$ proposed by Hinch (1988). Figure (7) shows the variances of velocity in a perpendicular direction, and, Figure (8), the variances of velocity in both perpendicular and parallel directions as a function of the scaling parameter $\phi L/a$.

The results suggest that the velocity variances of particle distributions with stratification only in the vertical direction are best described by linear functions starting at the origin. The following equations were then obtained by linear regressions: $\langle U'_{\perp} \rangle / U_S^2 = 0.014\phi L/a$ and $\langle U'_{\parallel} \rangle / U_S^2 = 0.650\phi L/a$. The correlation coefficients were 71.5% and 92.0%, respectively. The values found for the variances of velocity in the horizontal directions stay between one third and one half of the ones achieved in totally random suspensions as simulated by Cunha and Hinch (1996). In the vertical direction, they are between three and four times the related values in the referenced publication. Different initial distributions result in diverse mean statistical properties of the suspension. Cunha and Hinch (1996) expected that if the horizontal fluctuations in the number of density were eliminated, as it was done in this work, both the horizontal and the vertical vari-

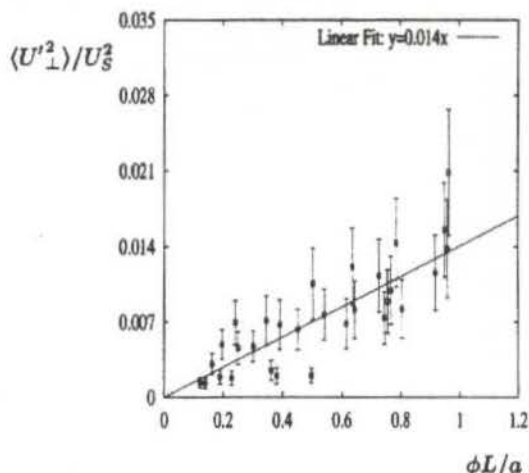


Figure 7: Horizontal velocity variance versus the box parameter $\phi L/a$.

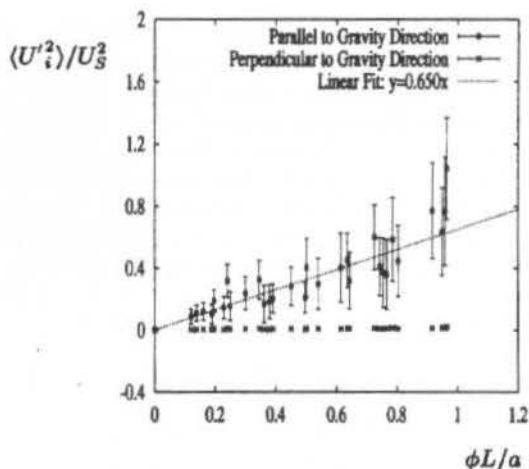


Figure 8: Velocity variances in both perpendicular and parallel directions as a function of the box parameter $\phi L/a$.

ances of velocity would be smaller than the values observed in their simulations. This prediction was verified only in the directions perpendicular to the gravity, though. The results presented in Figures (7) and (8) still leave open the problem of the ultimate structure of sedimenting suspensions which leads to finite values of the velocity fluctuations.

The velocity fluctuation anisotropies, $(\langle U'_{\parallel} \rangle / \langle U'_{\perp} \rangle)^{1/2}$, are seen in Figure (9) versus $\phi L/a$. The mean value, equal to 6.82, is much greater than the experimental one reported by Nicolai *et al.* (1995), approximately 1.9, and than the result of the simulations run by Cunha and Hinch (1996), which was about 2.5.

A typical suspension evolution in time, as it is seen by an observer placed at the top of the box, is presented in Figure (10). The initial configuration used is exactly the same as the one in Figure (1), for $\phi = 3\%$, $a/L = 0.05$ and 176 particles. Before the sedimentation began, the suspension microstructure was formed by 16 vertical parallel lines of 11 particles each, with stratification within the lines. When the sedimentation started, a mixing began to happen destroying the initial regular distribution in the horizontal directions. This mixing is due to the particle velocity fluctuations, that

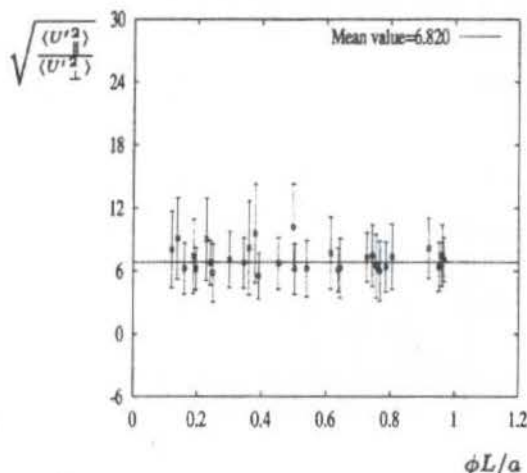


Figure 9: Velocity fluctuation anisotropy as a function of the box parameter $\phi L/a$.

are caused here only by the hydrodynamic interactions. If the volume concentration was $\phi = 0\%$, there would not be any hydrodynamic fluctuation – what does not happen to thermal fluctuations (Brownian motion), which would exist even in zero particle concentration. Since the Reynolds and Stokes numbers are very low, there were not turbulent structures in the flow, nor particle inertia effects. The dimensionless time step used in the evolution was chosen to be $K = 1/5$, so that the effects of the velocity fluctuations could be analysed in detail. The times presented in Figure (10) are made non-dimensional by the reference scale a/U_s .

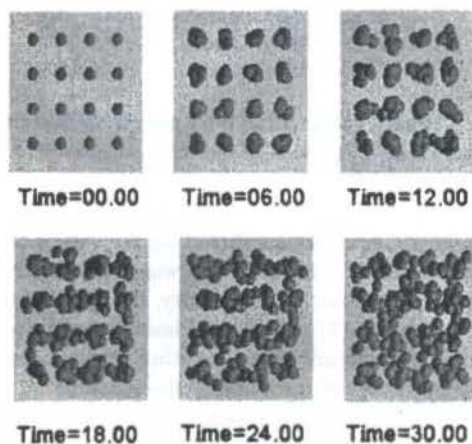


Figure 10: Time development of a suspension showing the microstructure changes in the regular distribution of particles in the horizontal directions.

Figure (11) shows the projected trajectories on vertical planes of sample particles of a settling suspension. Two time evolutions for $\phi = 1\%$ and $\phi = 3\%$ were selected. It is seen that the particles move downward in the gravity direction while responding to the lateral fluctuations caused by the continuous configuration changes.

In future publications, the time development of sedimentations with the initial distribution of particles proposed in

this work will be studied and the dependence of the self-diffusivity on the box size analysed.

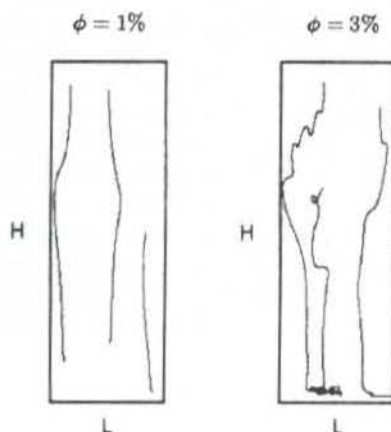


Figure 11: Trajectories of sample particles under sedimentation for $\phi = 1\%$ and $\phi = 3\%$.

ACKNOWLEDGEMENTS

We wish to thank E. J. Hinch from DAMTP of Cambridge University for useful discussions during his visit to Brazil. We also wish to thank CAPES and CNPq of Brazil for sponsoring this work.

REFERENCES

- Da Cunha, F. R., 1996, "A Numerical Method for the Simulation of Sedimenting Particles with Impenetrable Boundaries", *VI Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences*, Vol. 3, pp. 1363-1368.
- Da Cunha, F. R., and Hinch, E. J., 1996, "Hydrodynamic Self-Dispersion of Sedimentating Non-Brownian Spheres", *VI Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences*, Vol. 3, pp. 1375-1380.
- Da Cunha, F. R., 1997, "On the Fluctuations in a Random Suspension of Sedimentating Particles", *RBCM - J. of the Braz. Soc. of Mech. Sciences*, Vol. 19 - 4, pp. 474-495.
- Davis, R. H., 1996, "Hydrodynamic Diffusion of Suspended Particles: A Symposium", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 310, pp. 325-335.
- Hinch, E. J., 1988, "Sedimentation of Small Particles", *In Disorder and Mixing*, Kluwer Academic Publishers, Boston, pp. 153-161.
- Koch, D., and Shaqfeh, E. S. G., 1991, "Screening in Sedimenting Suspensions", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 224, pp. 275-303.
- Nicolai, H., and Guazzelli, E., 1995, "Effect of the Vessel Size on the Hydrodynamic Diffusion of Sedimenting Spheres", *Physics of Fluids*, Vol. 7, pp. 3-5.
- Nicolai, H., Herzhaft, B., Hinch, E. J., Oger, L., and Guazzelli, E., 1995, "Particle Velocity Fluctuations and Hydrodynamic Self-Diffusion of Sedimenting Non-Brownian Spheres", *Physics of Fluids*, Vol. 7, pp. 12-23.
- Richardson, J. F., and Zaki, W. N., 1954, "Sedimentation and Fluidisation: Part I", *TRANS. INSTN CHEM. ENGRS*, Vol. 32, pp. 35-52.

FRACTIONAL CALCULUS SOLUTION OF THE PARTICLE MOMENTUM EQUATION IN UNSTEADY STOKES FLOWS

C.F.M. COIMBRA AND R.H. RANGEL

Department of Mechanical and Aerospace Engineering
 University of California
 Irvine, CA 92697
 ccoimbra@eng.uci.edu, rhrangel@uci.edu

ABSTRACT

The general solution of the particle momentum equation for unsteady Stokes flows is obtained analytically. The method used to obtain the solution consists of applying a fractional-differential operator to the first-order, integro-differential equation of motion in order to transform the original equation into a second-order, non-homogeneous equation, and then solving this last equation by the method of variation of parameters. The fractional differential operator consists of a three-time-scale, linear operator that stretches the order of the Riemann-Liouville fractional derivative associated with the history term in the equation of motion.

1. INTRODUCTION

The description of the motion of small particles in a viscous flow is of fundamental importance in many engineering and scientific fields. The vast majority of the studies in the field of multiphase flows are conducted numerically, where the particle equation of motion is either solved through iterative schemes, or is simplified to allow for fast computations. In either situation, the outcome of the numerical studies is compromised, since computational costs need to be balanced against unrealistic solutions. The most commonly used strategy is to neglect *troublesome* terms in the equation of motion and solve exactly or numerically the remaining simplified equation. This option proves to be unsatisfactory for many important flows, especially when the unsteadiness of the flow field near the particle plays an important role on the balance of forces acting on the particle. In this work, we solve the particle equation of motion exactly, overcoming the most fundamental problems of computing particle velocities in unsteady viscous flows.

Among the earliest attempts to describe the motion of a rigid particle in a viscous flow is the equation derived by Oseen (1927), based upon the works of Boussinesq (1885) and Basset (1888). Because of these fundamental contributions, the equation of motion in uniform flows is sometimes called the BBO equation (Basset-Boussinesq-Oseen). Vojir and Michaelides (1994) pointed out that the basic form of the equation was first derived by Boussinesq in 1885. The very common denomination of *Basset equation* or *Basset force* would then be inappropriate. In this work, we refer to the equation as *particle*

momentum equation and to the *Boussinesq-Basset* term in the equation as *history term*.

Several forms of the equation of motion for a small particle moving in unsteady flows have been studied in this century (Tchen, 1947; Corrsin and Lumley, 1956; and Maxey and Riley, 1983), but few attempts have been made to solve the equation of motion for the velocity of the particle. Also, and most surprisingly, no previous attempts to describe generally the velocity of the particle as a function of the background flow characteristics have been conducted. The basic form of the equation of motion in uniform flows has been known for more than a century, but the equation of motion with unsteady forcing derived by Tchen (1947) was never analytically solved in a general form. The objective of this work is to develop a procedure to solve the equation exactly (to the approximations made in the derivation of the equation) for a generic uniform flow field characterized by a background velocity $\mathbf{U}(t) \neq 0$. Following this objective, the equation of motion for the limit of infinitesimal particle Reynolds number is solved analytically. The focus of the present work is the mathematical method used to find the analytical solution of the equation of motion, and not the correction of this equation for the case of a finite particle Reynolds number. However, the analytical solution of this classical problem in fluid dynamics should be valuable as a limiting case for higher-order expansions on the particle Reynolds number.

In section 2, a fractional differential operator is applied to a dimensionless form of the particle equation of motion. This procedure yields a second-order, ordinary differential equation on the relative particle-to-fluid velocity. During the derivation of the explicit equation, attention is given to the identification of the terms in this equation with the original forces that generate them. The resulting non-homogenous, second-order equation is then solved exactly in section 3 using variation of parameters.

2. EQUATION OF MOTION FOR PARTICLES IN UNSTEADY FLOWS

The viscous flow motion of small particles is described by the equation derived by Maxey and Riley (1983). The resulting equation for the motion of a small rigid particle subjected to nonuniform flows presents several additional terms in relation to the BBO equation, and due to its completeness, it is the starting point of our derivation. Maxey and Riley presented the particle equation of motion as (Maxey and Riley, 1983; Maxey, 1987)

$$\begin{aligned}
 m_p \frac{d\mathbf{V}}{dt} = & m_f \frac{D\mathbf{U}}{Dt} - m_f \frac{d(\mathbf{V}-\mathbf{U})}{2dt} \\
 & - 6\pi a \mu (\mathbf{V}-\mathbf{U}) + (m_p - m_f) \mathbf{g} \\
 & - \frac{6\pi a^2 \mu}{\sqrt{\pi v}} \left(\int_0^t \frac{d(\mathbf{V}-\mathbf{U})}{d\sigma} \frac{d\sigma}{\sqrt{t-\sigma}} + \frac{\mathbf{V}(0) - \mathbf{U}(0)}{\sqrt{t}} \right) \quad (2.1) \\
 & + m_f \frac{d}{dt} \left(\frac{a^2 \nabla^2 \mathbf{U}}{20} \right) + \pi a^3 \mu \nabla^2 \mathbf{U} \\
 & + \frac{a^4 \mu \sqrt{\pi}}{\sqrt{v}} \left(\int_0^t \frac{d(\nabla^2 \mathbf{U})}{d\sigma} \frac{d\sigma}{\sqrt{t-\sigma}} + \frac{\nabla^2 \mathbf{U}(0)}{\sqrt{t}} \right),
 \end{aligned}$$

where \mathbf{V} and \mathbf{U} are the particle and fluid velocities, respectively, t is time, a is the radius of the particle, m_p is the mass of the particle, m_f is the displaced fluid mass, \mathbf{g} is the gravitational acceleration vector, and μ are ν the dynamic and kinematic viscosities, respectively. The fluid velocity \mathbf{U} in equation (2.1) is the fluid velocity at the current position of the particle. The terms in brackets containing the integral from zero to t in the right-hand-side of equation (2.1) are the history terms responsible for the modification of the drag due to the unsteadiness of the near flow field as the particle moves through the fluid. The second term in each bracket accounts for non-zero initial relative velocity (Maxey, 1987). In order to simplify the following derivation, the particle and the fluid are assumed to have initially the same velocity (zero initial Reynolds number). However, the analysis can be easily extended to non-zero initial relative velocity.

The nonlinearity of equation (2.1) is related to the fact that the substantial derivative D/Dt and the terms involving the fluid velocity must be evaluated at the position of the particle. It is important to emphasize the distinction between the substantial derivative following a fluid particle (D/Dt) and the substantial derivative following the rigid particle (d/dt), not only because the values of the derivatives are not equal, but also because equation (2.1) is not limited to small flow Reynolds number $Re_f = U_o L/\nu$, where U_o is the characteristic flow velocity, and L is characteristic length of the background flow. This feature of the equation allows calculating, for example, the

motion of a small particle subjected to a turbulent background flow if the Kolmogorov length scale is much larger than the radius of the particle. Nonetheless, equation (2.1) is only valid for *small particle Reynolds number* ($Re_p = |\mathbf{U} - \mathbf{V}| a/\nu \ll 1$), *small shear Reynolds number* ($Re_s = U_o a^2/\nu L \ll 1$), and applicable only for a small particle so that $a/L \ll 1$. If the background flow field under consideration is uniform, both substantial derivatives are identically equal, and the restriction of small shear Reynolds number is relaxed. For the cases where the background flow field has negligible convective acceleration (Stokes flow) approximating the substantial derivative D/Dt as d/dt is exact to the order of approximation made in the derivation of (2.1). In this work, we concentrate on the exact analytical solution of the particle momentum equation for uniform background flows, but the form of the general solution derived in this work is valid whenever D/Dt can be approximated by d/dt .

The terms involving the Laplacian of the flow velocity in the third and fourth lines of (2.1) represent the Faxén corrections for the nonuniformity of the flow field. These terms are only relevant for background flow fields that present strong velocity gradients (significant velocity gradients on the scale of the particle radius). For uniform flows, the Faxén corrections are zero. Equation (2.1) is the original form of the equation derived by Maxey and Riley (1983) and Maxey (1987). Auton et al. (1988) studied the problem of inviscid flow over a sphere and showed that the second term on the right-hand-side of (2.1), the so-called added mass term, should be written as $m_f (d\mathbf{V}/dt)/2 - m_f (D\mathbf{U}/dt)/2$. Since the present work is concerned with unsteady Stokes flows, the suggested modification is not relevant.

For zero initial particle Reynolds number, an equation of motion is obtained from the nondimensionalization of equation (2.1):

$$\begin{aligned}
 \frac{d\mathbf{v}}{d\hat{t}} = & \alpha \frac{d\mathbf{u}}{d\hat{t}} - \alpha \frac{d(\mathbf{v}-\mathbf{u})}{2d\hat{t}} - (\mathbf{v}-\mathbf{u}) \\
 & + (1-\alpha) \frac{\tau_p \mathbf{g}}{U_o} - \sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} \int_0^{\hat{t}} \frac{d(\mathbf{v}-\mathbf{u})}{d\sigma} \frac{d\sigma}{\sqrt{\hat{t}-\sigma}}. \quad (2.2)
 \end{aligned}$$

In equation (2.2), α is the fluid to particle density ratio, τ_p is a particle characteristic time given by $2\rho_p a^2/9\mu$, \hat{t} is the dimensionless time, \mathbf{v} and \mathbf{u} are the dimensionless particle and fluid velocities, respectively. Time, velocity, and length are nondimensionalized by τ_p , U_o , and L , respectively.

Defining \mathbf{w} as the relative velocity ($\mathbf{v}-\mathbf{u}$), equation (2.2) can be rewritten as

$$\begin{aligned}
 \frac{d\mathbf{w}}{d\hat{t}} = & (\alpha-1) \frac{d\mathbf{u}}{d\hat{t}} - \alpha \frac{d\mathbf{w}}{2d\hat{t}} - \mathbf{w} \\
 & - \sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} \int_0^{\hat{t}} \frac{d\mathbf{w}}{d\sigma} \frac{d\sigma}{\sqrt{\hat{t}-\sigma}} + (1-\alpha) \frac{\tau_p \mathbf{g}}{U_o}. \quad (2.3)
 \end{aligned}$$

In order to recognize later the contribution of the different terms in equation (2.3), each term is multiplied by a binary coefficient (P^* =pressure, H^* =history, M^* =virtual mass, D^* =drag, and G^* =gravity), with possible values of 0 or 1, depending on the consideration or not of the corresponding forces. Equation (2.3) then becomes

$$\frac{d\mathbf{w}}{d\hat{t}} = (\alpha C^* - 1) \frac{d\mathbf{u}}{d\hat{t}} - M^* \alpha \frac{d\mathbf{w}}{2d\hat{t}} - D^* \mathbf{w} - H^* \sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} \int_0^{\hat{t}} \frac{d\mathbf{w}(\sigma)}{d\sigma} \frac{d\sigma}{\sqrt{\hat{t}-\sigma}} + G^* (1-\alpha) \frac{\boldsymbol{\tau}_p \mathbf{g}}{U_o} \quad (2.4)$$

The following coefficients can also be defined:

$$D = D^* \quad (2.5)$$

$$P = 1 - \alpha P^* \quad (2.6)$$

$$M = M^* \alpha / 2 \quad (2.7)$$

$$H = H^* \sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{G} = G^* (1-\alpha) \frac{\boldsymbol{\tau}_p \mathbf{g}}{U_o} \quad (2.9)$$

$$k = \frac{1}{1+M} \quad (2.10)$$

In terms of these coefficients, the equation of motion for a particle is written as

$$\frac{d\mathbf{w}}{d\hat{t}} + Dk\mathbf{w} + Hk \left\{ \int_0^{\hat{t}} \frac{d\mathbf{w}}{d\sigma} \frac{d\sigma}{\sqrt{\hat{t}-\sigma}} \right\} = \mathbf{G}k - Pk \frac{d\mathbf{u}}{d\hat{t}} \quad (2.11)$$

We identify the history term (in curly brackets) as $\sqrt{\pi}$ times the Riemann-Liouville half-derivative of the relative velocity \mathbf{w} . The Riemann-Liouville fractional derivative of order n of $f(\hat{t})$ is defined as (Zayed, 1996):

$$\frac{d^n f(\hat{t})}{d\hat{t}^n} = \begin{cases} 1/\Gamma(-n) \int_{-\infty}^{\hat{t}} (\hat{t}-\sigma)^{-n-1} f(\sigma) d\sigma & (\text{for } n < 0) \\ \frac{1}{\Gamma(m-n)} \frac{d^m}{d\hat{t}^m} \left(\int_{-\infty}^{\hat{t}} (\hat{t}-\sigma)^{m-n-1} f(\sigma) d\sigma \right) & (\text{for } n \geq 0), \end{cases} \quad (2.12)$$

where $\Gamma(z)$ is the gamma (generalized factorial) function of z , and $m-1 \leq n < m$, $m=1,2,3,\dots$

In definition (2.12), we take $n=-1/2$ and $f(\hat{t}) = d\mathbf{w}/d\hat{t}$, and using the property $d^{-1/2}/d\hat{t}^{-1/2} (d\mathbf{w}/d\hat{t}) = d^{1/2} \mathbf{w}/d\hat{t}^{1/2}$, we reduce equation (2.11) to

$$\frac{d\mathbf{w}}{d\hat{t}} + Hk \sqrt{\pi} \frac{d^{1/2} \mathbf{w}}{d\hat{t}^{1/2}} + Dk\mathbf{w} = \mathbf{G}k - Pk \frac{d\mathbf{u}}{d\hat{t}} \quad (2.13)$$

Equation (2.13) makes explicit the characteristic feature of the equation of motion that makes it hard to solve. The equation is characterized by three terms in \mathbf{w} which are associated with three different time scales, including a non-integer scale. In order to

circumvent this difficulty, we apply the following linear operator to equation (2.13):

$$\Psi = \frac{d}{d\hat{t}} - Hk\sqrt{\pi} \frac{d^{1/2}}{d\hat{t}^{1/2}} + Dk, \quad (2.14)$$

resulting in

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \mathbf{w}}{d\hat{t}^2} + (2Dk - H^2 \pi k^2) \frac{d\mathbf{w}}{d\hat{t}} + D^2 k^2 \mathbf{w} \\ & = \mathbf{G}k^2 D - \frac{Hk^2}{\sqrt{\hat{t}}} \left(\mathbf{G} - P \frac{d\mathbf{u}}{d\hat{t}} \Big|_{\hat{t}=0} \right) \\ & - Pk \frac{d^2 \mathbf{u}}{d\hat{t}^2} - PDk^2 \frac{d\mathbf{u}}{d\hat{t}} \\ & + HPk^2 \left(\int_0^{\hat{t}} \frac{d^2 \mathbf{u}}{d\sigma^2} \frac{d\sigma}{\sqrt{\hat{t}-\sigma}} \right). \end{aligned} \quad (2.15)$$

The second term on the right-hand-side of equation (2.15) results from the definition (2.12) - the contribution to the half-derivative of $f(\hat{t})$ of the time integral from $-\infty$ to 0 is equal to $f(0)/\sqrt{\pi \hat{t}}$.

When the binary coefficients (with superscript *) are set to unity, equation (2.15) is equivalent to the one derived by Michaelides (1992), who Laplace-transformed the equation of motion (2.3) to derive an equivalent second-order differential equation in \mathbf{w} . The idea of Laplace-transforming the equation of motion to transform the original integro-differential (or non-integer differential) equation into an ordinary differential equation was first suggested by Konopliv (1970). The advantage of equation (2.15) over Michaelides' equation is that it allows associating individual terms with the forces that generated them. This is important if one wishes to understand the contribution of these terms in the following derivation. It should be noticed that Michaelides' equation already presents an improvement over equation (2.2), since his equation is explicit in \mathbf{w} , although of higher order. Previously, Boggio (1927), and Sy et al. (1970), obtained analytical solutions for the case of $\mathbf{u}(\hat{t}) = 0$. Konopliv (1970) Laplace transformed the equation of motion for the case of $\mathbf{u}(\hat{t}) = 0$ to obtain a much simpler form of equation (2.15).

Michaelides (1992) extended Konopliv's method for all $\mathbf{u}(\hat{t})$, but resorted to numerical methods to solve the resulting second-order explicit differential equation (Konopliv suggested that the equation derived in his short note be solved numerically, but did not present any result). We will show that it is possible to solve analytically equation (2.15) for a general flow velocity $\mathbf{u}(\hat{t})$.

3. ANALYTICAL SOLUTION OF THE EQUATION OF MOTION

In order to simplify the notation in the following derivation, we define the following parameters that are functions of α only

$$b = (2D - H^2 \pi k) k, \quad (3.1)$$

$$c = D^2 k^2, \quad (3.2)$$

$$\Delta = b^2 - 4c, \quad (3.3)$$

$$Q = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2}, \quad (3.4)$$

$$R = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2}. \quad (3.5)$$

Equation (2.15) is then rewritten in terms of the parameters defined by equations (3.1) to (3.5), with dots denoting integer derivatives with respect to \hat{t} or to the dummy variable of integration:

$$\ddot{\mathbf{w}} + b \dot{\mathbf{w}} + c \mathbf{w} = \mathbf{G} D k^2 - \frac{H k^2 [\mathbf{G} - P \dot{\mathbf{u}}(0)]}{\sqrt{\hat{t}}} - P k \ddot{\mathbf{u}} - P D k^2 \dot{\mathbf{u}} + P H k^2 \int_0^{\hat{t}} \frac{\ddot{\mathbf{u}}(\sigma) d\sigma}{\sqrt{\hat{t} - \sigma}}. \quad (3.6)$$

Equation (3.6) is a second-order, ordinary, non-homogeneous, linear differential equation with constant coefficients. Because the coefficients b and c on the homogeneous part of equation (3.6) are functions of the coefficients D , H , and M (this last one through k), the solution for the particle velocity has a nonlinear dependence on these coefficients, making more difficult to directly associate terms on the solution for the particle velocity with the specific forces that generated them. This result is expected since these forces are dependent on the velocity of the particle and its derivatives in equation (2.2). The contribution of virtual mass is embedded in the k factor, which varies from zero (infinitely light particle) to one (infinitely heavy particle). The virtual mass effect can be easily assessed by considering solutions with the actual value of k and solutions with k equal to 1 (no virtual mass effect). The influence of the history term can be properly quantified if the general solution for the complete equation of motion is found. This is because the solution of equation (2.11) neglecting the history term is very easily found through the method of variation of parameters or through the use of an integrating factor. In other words, a complete understanding of the forces in the motion of a small particle through a viscous fluid can be achieved if the solution to the complete equation of motion is found.

Further analysis of equation (3.6) shows that contributions from the time derivatives of the fluid velocity and from the gravity field are only present in the non-homogeneous part of the same equation. The fact that both the equation (2.11) and the operator Ψ are linear makes possible to maintain the contributions from the background flow in the non-homogeneous part of the equation, allowing to find a general solution for a generic background flow. The following sections treat the cases when $\Delta > 0$ ($\alpha > 8/5$), $\Delta = 0$ ($\alpha = 8/5$), and $\Delta < 0$ ($\alpha < 8/5$), respectively.

3.1 The case $\Delta > 0$ ($\alpha > 8/5$)

For the case when the fluid-to-particle density ratio is larger than the critical value of $8/5$, the characteristic equation associated with the homogeneous part of equation (3.6) has two distinct and real roots, and the general solution of the homogeneous equation has the form

$$\mathbf{w}_h(\hat{t}) = \mathbf{A} e^{R\hat{t}} + \mathbf{B} e^{Q\hat{t}}, \quad (3.7)$$

with the Wronskian of the two linearly independent solutions given by

$$W_{1,2}(\hat{t}) = -\sqrt{\Delta} e^{-b\hat{t}}. \quad (3.8)$$

The general solution for the relative velocity $\mathbf{w}(\hat{t})$ when $\Delta > 0$ is found to be

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(\hat{t}) = & \mathbf{A} e^{R\hat{t}} + \mathbf{B} e^{Q\hat{t}} \\ & + \left[1 - \sqrt{\frac{9\alpha}{2\Delta}} k^2 \left(\frac{e^{R\hat{t}} \operatorname{erfc}(\sqrt{R\hat{t}})}{\sqrt{R}} - \frac{e^{Q\hat{t}} \operatorname{erfc}(\sqrt{Q\hat{t}})}{\sqrt{Q}} \right) \right] \mathbf{G} \\ & + (1-\alpha) \sqrt{\frac{9\alpha}{2\Delta}} k^2 \left(\frac{e^{R\hat{t}} \operatorname{erfc}(\sqrt{R\hat{t}})}{\sqrt{R}} - \frac{e^{Q\hat{t}} \operatorname{erfc}(\sqrt{Q\hat{t}})}{\sqrt{Q}} \right) \dot{\mathbf{u}}(0) \\ & + \frac{(1-\alpha) k e^{R\hat{t}}}{\sqrt{\Delta}} \int_0^{\hat{t}} e^{-R\tau} \left[\sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} k \int_0^{\tau} \frac{\ddot{\mathbf{u}}(\sigma) d\sigma}{\sqrt{\hat{t} - \sigma}} - \ddot{\mathbf{u}} - k \dot{\mathbf{u}} \right] d\tau \\ & - \frac{(1-\alpha) k e^{Q\hat{t}}}{\sqrt{\Delta}} \int_0^{\hat{t}} e^{-Q\tau} \left[\sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} k \int_0^{\tau} \frac{\ddot{\mathbf{u}}(\sigma) d\sigma}{\sqrt{\hat{t} - \sigma}} - \ddot{\mathbf{u}} - k \dot{\mathbf{u}} \right] d\tau. \end{aligned} \quad (3.9)$$

The two initial conditions associated with equation (3.6) are used to find the constant vectors \mathbf{A} and \mathbf{B} :

$$\mathbf{w}(0) = \mathbf{0}, \quad (3.10)$$

$$\dot{\mathbf{w}}(0) = \mathbf{G} k - (1-\alpha) k \dot{\mathbf{u}}(0). \quad (3.11)$$

The first initial condition is due to the original assumption of initial particle Reynolds number equal to zero. The second condition is derived directly from equation (2.11). The constant vectors \mathbf{A} and \mathbf{B} are then obtained as

$$\mathbf{A} = \frac{k}{\sqrt{\Delta}} \left(1 + \frac{kD}{R} \right) \mathbf{G} - \frac{(1-\alpha)k}{\sqrt{\Delta}} \dot{\mathbf{u}}(0), \quad (3.12)$$

$$\mathbf{B} = \frac{-k}{\sqrt{\Delta}} \left(1 + \frac{kD}{Q} \right) \mathbf{G} + \frac{(1-\alpha)k}{\sqrt{\Delta}} \dot{\mathbf{u}}(0). \quad (3.13)$$

Thus, the relative velocity of a particle lighter than critical is given by

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(\hat{t}) = & \left[1 + \sqrt{\frac{9\alpha}{2\Delta}} k^2 \left(\frac{e^{R\hat{t}} \operatorname{erfc}(\sqrt{R\hat{t}})}{\sqrt{R}} - \frac{e^{Q\hat{t}} \operatorname{erfc}(\sqrt{Q\hat{t}})}{\sqrt{Q}} \right) \right] \mathbf{G} \\ & + (1-\alpha) \sqrt{\frac{9\alpha}{2\Delta}} k^2 \left(\frac{e^{R\hat{t}} \operatorname{erfc}(\sqrt{R\hat{t}})}{\sqrt{R}} - \frac{e^{Q\hat{t}} \operatorname{erfc}(\sqrt{Q\hat{t}})}{\sqrt{Q}} \right) \dot{\mathbf{u}}(0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(1-\alpha)k e^{R\hat{i}}}{\sqrt{\Delta}} \int_0^{\hat{i}} \left[e^{-R\tau} \left(\sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} k \int_0^\tau \frac{\ddot{u}(\sigma) d\sigma}{\sqrt{\tau-\sigma}} - \ddot{u} - k\dot{u} \right) \right] d\tau \\
& - \frac{(1-\alpha)k e^{Q\hat{i}}}{\sqrt{\Delta}} \int_0^{\hat{i}} \left[e^{-Q\tau} \left(\sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} k \int_0^\tau \frac{\ddot{u}(\sigma) d\sigma}{\sqrt{\tau-\sigma}} - \ddot{u} - k\dot{u} \right) \right] d\tau. \\
& + (1-\alpha) \frac{(e^{Q\hat{i}} - e^{R\hat{i}})}{\sqrt{\Delta}} k \dot{u}(0) \tag{3.14}
\end{aligned}$$

Equation (3.14) is the general solution for the particle velocity in unsteady Stokes or uniform flows for the case when the fluid is more than 8/5 times denser than the particle, and for initial Reynolds number equal to zero. The restriction on the initial Reynolds number is not practically binding because the same solution procedure advanced here can be used to find the solution for different initial Reynolds numbers. Equation (3.14) is of particular interest in marine sciences because it allows describing the motion of small bubbles that behave as light solid spheres. The presence of surfactants in small sea bubbles may reduce the strength of the internal circulation and allow one to consider the no-slip condition as if the bubbles were rigid spheres (Clift et al., 1978). The unsteady motion of these small bubbles is greatly influenced by the history term since the inertia of the bubbles is much smaller than the inertia of the surrounding fluid.

Equation (3.14) relates explicitly the particle velocity to the background flow. We proceed in the next two sub-sections with the derivation for the other possible values for Δ .

3.2 The case $\Delta = 0$ ($\alpha = 8/5$)

When the fluid-to-particle density ratio is equal to 8/5 (critical density ratio), the solution to the characteristic equation associated with equation (3.6) has two identical roots, leading to the following form of the solution for the homogeneous equation:

$$\mathbf{w}_h(\hat{i}) = \mathbf{A} e^{k\hat{i}} + \mathbf{B} \hat{i} e^{k\hat{i}}, \tag{3.15}$$

with an associate Wronskian given by

$$W_{1,2}(\hat{i}) = e^{2k\hat{i}}. \tag{3.16}$$

The general solution for this critical case is found through the method of variation of parameters after application of the initial conditions (3.10) and (3.11) to yield

$$\begin{aligned}
\mathbf{w}(\hat{i}) &= \mathbf{G} (1 - e^{k\hat{i}}) + [\mathbf{G} (1+k) - (1-\alpha) k \dot{u}(0)] \hat{i} e^{k\hat{i}} \\
&+ [(1-\alpha) \dot{u}(0) - \mathbf{G}] \left[k^2 \hat{i} - \frac{k}{2} \right] e^{k\hat{i}} \sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{k\hat{i}} \right) \\
&+ \sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} k [(1-\alpha) \dot{u}(0) - \mathbf{G}] \sqrt{\hat{i}} \\
&- (1-\alpha) k^2 e^{k\hat{i}} \left[\int_0^{\hat{i}} \tau e^{-k\tau} \ddot{u}(\tau) d\tau - \hat{i} \int_0^{\hat{i}} e^{-k\tau} \ddot{u}(\tau) d\tau \right] \\
&+ (1-\alpha) \sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} k^2 e^{k\hat{i}} \hat{i} \int_0^{\hat{i}} \left(e^{-k\tau} \int_0^\tau \frac{\ddot{u}(\sigma) d\sigma}{\sqrt{\tau-\sigma}} \right) d\tau \\
&+ (1-\alpha) k e^{k\hat{i}} \left[\int_0^{\hat{i}} \tau e^{-k\tau} \ddot{u}(\tau) d\tau - \hat{i} \int_0^{\hat{i}} e^{-k\tau} \ddot{u}(\tau) d\tau \right] \tag{3.17} \\
&- (1-\alpha) \sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} k^2 e^{k\hat{i}} \int_0^{\hat{i}} \left(\tau e^{-k\tau} \int_0^\tau \frac{\ddot{u}(\sigma) d\sigma}{\sqrt{\tau-\sigma}} \right) d\tau.
\end{aligned}$$

Equation (3.17) is the general solution for the Stokes motion of a particle starting at zero relative velocity, and with critical fluid-to-particle density ratio ($\alpha = 8/5$). Because equation (3.17) is only valid for the critical density ratio, its practical interest is limited. The transition from less than critical to larger than critical density ratio is smooth and the solution for the critical density ratio can be approached by either side of the spectrum of α . The critical value of $\alpha = 8/5$ is thus only of mathematical relevance and does not imply a change of physical character of the problem.

3.3 The case $\Delta < 0$ ($\alpha < 8/5$)

When the discriminant of the characteristic equation associated with equation (3.6) is smaller than zero, the roots of the characteristic equation are complex. The form of the real-valued solution to the homogeneous equation is

$$\mathbf{w}_h(\hat{i}) = \mathbf{A} e^{-b\hat{i}/2} \cos \left(\sqrt{|\Delta|} \hat{i} / 2 \right) + \mathbf{B} e^{-b\hat{i}/2} \sin \left(\sqrt{|\Delta|} \hat{i} / 2 \right), \tag{3.18}$$

with an associate Wronskian given by

$$W_{1,2}(\hat{i}) = \frac{\sqrt{|\Delta|} e^{-b\hat{i}}}{2}. \tag{3.19}$$

Following the same procedure used in the previous sub-sections, the general solution for a particle heavier than critical is given by

$$\begin{aligned}
\mathbf{w}(\hat{i}) &= \mathbf{G} + \frac{2e^{-b\hat{i}/2}}{\sqrt{|\Delta|}} [\mathbf{G} - P\dot{u}(0)] k \sin \left(\frac{\sqrt{|\Delta|} \hat{i}}{2} \right) \\
&- e^{-b\hat{i}/2} \left[\cos \left(\frac{\sqrt{|\Delta|} \hat{i}}{2} \right) + \frac{b}{\sqrt{|\Delta|}} \sin \left(\frac{\sqrt{|\Delta|} \hat{i}}{2} \right) \right] \mathbf{G} \\
&+ \frac{2e^{-b\hat{i}/2}}{\sqrt{|\Delta|}} \sin \left(\frac{\sqrt{|\Delta|} \hat{i}}{2} \right) \left\{ \sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} k^2 [(1-\alpha) \dot{u}(0) - \mathbf{G}] \int_0^{\hat{i}} \frac{e^{b\tau/2}}{\sqrt{\tau}} \cos \left(\frac{\sqrt{|\Delta|} \tau}{2} \right) d\tau \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_0^t e^{b\tau/2} \cos\left(\frac{\sqrt{|\Delta|\tau}}{2}\right) (1-\alpha) \left(\sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} k^2 \int_0^\tau \frac{\ddot{u}(\sigma)d\sigma}{\sqrt{\tau-\sigma}} - k\ddot{u} - k^2\dot{u} \right) d\tau \Big\} \\
& - \frac{2e^{-b\hat{t}/2}}{\sqrt{|\Delta|}} \cos\left(\frac{\sqrt{|\Delta|\hat{t}}}{2}\right) \left\{ \sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} k^2 [(1-\alpha)\dot{u}(0) - G] \int_0^{\hat{t}} \frac{e^{b\tau/2}}{\sqrt{\tau}} \sin\left(\frac{\sqrt{|\Delta|\tau}}{2}\right) d\tau \right. \\
& \left. + \int_0^{\hat{t}} e^{b\tau/2} \sin\left(\frac{\sqrt{|\Delta|\tau}}{2}\right) (1-\alpha) \left(\sqrt{\frac{9\alpha}{2\pi}} k^2 \int_0^\tau \frac{\ddot{u}(\sigma)d\sigma}{\sqrt{\tau-\sigma}} - k\ddot{u} - k^2\dot{u} \right) d\tau \right\}.
\end{aligned}
\tag{3.20}$$

4. CONCLUDING REMARKS

The general solution of the particle equation of motion in unsteady Stokes flows has been obtained. The procedure to derive the solution consists of applying a linear operator to the equation of motion that serves the purpose of stretching the non-integer time derivative present in the history term into an integer derivative in a higher-order explicit equation. This higher-order equation is then solved exactly by the method of variation of parameters. The general solution is characterized by three different mathematical behaviors, corresponding to values of the fluid-to-particle density ratio α smaller than, equal to, and larger than the critical value of 8/5. The solution depends only on the particle and fluid parameters and on the derivatives of the background fluid velocity

5. ACKNOWLEDGMENTS

The authors gratefully acknowledge the support from the Brazilian government through a grant from CAPES (Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) to C.F.M. Coimbra (Grant # DBE 2882).

6. RELEVANT BIBLIOGRAPHY

AUTON, T. R., HUNT, J. C. R., AND PROUD'HOMME, M. 1988 The force exerted on a body in inviscid unsteady non-uniform rotational flow. *J. Fluid. Mech.* **183**, 199-218.

BASSET, A. B. 1888 On the motion of a sphere in a viscous liquid. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **179**, 43-63. (Also in *A Treatise on Hydrodynamics*, Chap. 22. Dover, 1961.)

BOGGIO, T. 1927 Integrazione dell'equazione funzionale che regge la caduta di una sfera in un liquido viscoso. *Atti. Accad. Naz. Lincei* **16**, 730-737.

BOUSSINESQ, J. 1885 Sur la resistance qu'oppose un liquide indefini en repos. *C. R. Acad. Sci. Paris* **100**, 935-937.

CLIFT, R., GRACE, J. R., AND WEBER, M.E. 1978 *Bubbles, Drops and Particles*. Academic Press. New York.

COIMBRA, C. F. M., AND RANGEL, R. H. 1998 General solution of the particle equation of motion in unsteady Stokes flows. *J. Fluid Mech.* **370**, 53-72.

CORRSIN, S., AND LUMLEY, J. 1956 On the equation of motion for a particle in turbulent fluid. *Appl. Sci. Res.*, **6**, 114-116.

FELDERHOF, B.U. 1991 Motion of a sphere in a viscous incompressible fluid at low Reynolds number. *Physica A*, **175**, 114-126.

HINCH, E. J. 1975 Application of the Langevin equation to fluid suspensions. *J. Fluid. Mech.* **72**, 499-511.

KONOPLIV, N. 1971 Gravitationally induced acceleration of spheres in creeping flow - a heat transfer analogy. *AIChE Journal*, **17**, N. 6, 1502-1503.

LOVALENTI, P. M., AND BRADY, J. F. 1993 The hydrodynamic force on a rigid particle undergoing arbitrary time-dependent motion at small Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **256**, 561-605.

MAXEY, M. R. 1987 The motion of a small rigid sphere in a non-uniform flow. *Physics of Fluids*, **30**, N. 4, 1579-1582.

MAXEY, M. R., AND RILEY, J. J. 1983 Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. *Physics of Fluids*, **26**, N. 4, 883-888.

MEI, R., ADRIAN, R. J., AND HANRATTY, J. 1991 Particle dispersion in isotropic turbulence under Stokes drag and Basset force with gravitational settling. *J. Fluid Mech.* **225**, pp. 481-495.

MICHAELIDES, E. E. 1992 A Novel Way of Computing the Basset Term in Unsteady Multiphase Flow Computations. *Physics of Fluids*, **44**, N. 7, 1579-1582.

OSEEN, C. W. 1927 Uber die Stokes'sche formel, und uber eine verwandte aufgabe in der hydrodynamik. *Hydromechanik.*, **82**, 21-29.

SY, F., TAUNTON, J.W., AND LIGHTFOOT, E.N. 1970 Transient creeping flow around spheres. *AIChE J.* **16**, pp. 386-391.

TCHEN, C. M. 1947 Mean value and correlation problems connected with the motion of small particles suspended in a turbulent fluid. *Ph.D Thesis, Delft University*.

VOJIR, D. J., AND MICHAELIDES, E. E. 1993 Effect of the history term on the motion of rigid spheres in a viscous fluid. *Int. J. Multiphase Flow* **20**, N. 3, 547-556.

WANG, L.-P. AND STOCK, D. E., 1994 Numerical simulation of heavy particle dispersion - Scale ratio and flow decay considerations. *Trans. ASME: J. Fluids Engng.*, **116**, 154-163.

ZAYED, A. I. 1996 *Handbook of function and generalized function transformations*. CRC Press, Boca Raton, Florida.

UNSTEADY HEAT TRANSFER IN A DILUTE SUSPENSION OF SMALL PARTICLES

C.F.M. COIMBRA AND R.H. RANGEL

Department of Mechanical and Aerospace Engineering

University of California

Irvine, CA 92697

ccoimbra@eng.uci.edu, rhangel@uci.edu

ABSTRACT

The governing equation for the temperature response of a small particle subjected to diffusive and radiative heat transfer and immersed in an infinite medium is derived. The method used to derive this integro-differential equation for uniform background temperature field is based on an extension of Duhamel's superposition theorem, and is shown here to be much simpler than the usual Laplace-transform method used by Maxey and Riley (1983) and Michaelides and Feng (1994). This approach is also used to discuss the origin of the history term. In the present work, the history term is shown to be simply a Riemann-Liouville-Weyl half derivative of the temperature potential between the free-stream temperature and the particle's surface value. This fact is used to solve exactly the heat transfer problem for uniform, time-dependent background temperature fields. The method used to derive the general solution of the proposed problem consists of including the radiative effects in an integro-differential equation that describes the temperature history of the particles. A fractional-differential operator is then applied to the radiation-diffusion equation. The resulting equation is solved exactly by the method of variation of parameters for the temperature potential between the particles and the medium. The scaling of the unsteady and the quasi-steady contribution is analyzed for harmonic perturbations of the background temperature field.

1. INTRODUCTION

Many industrial processes utilize dilute, dispersed multiphase environments to either promote or take advantage of the heat transfer exchange between the phases present. In other processes the interaction is passive, where the heat transfer is just inherent to the presence of the different phases, and may not be desirable. Dilute, dispersed multiphase environments of relevance include sprayed and pulverized fuel flames, seed dryers, pneumatic transport of particulate and powders, dilute separators, and many other processes occurring in high and low temperature equipment. The understanding of the thermal interaction between the phases in these processes is of fundamental importance to determine other related phenomena such as initial drying rates, onset of homogeneous and/or heterogeneous chemical reactions, or thermal wearing of the dispersed material. This work provides a theoretical approach to the radiative and diffusive heat transfer problem between the continuous and the dispersed phase in a dilute, homogeneous cloud of particles in suspension. Attention is given to non-convective phenomena that are characteristic of micro-gravity environments, but the importance of unsteady effects for more conventional engineering applications is also studied.

The transient heat transfer from a spherical particle to a time-dependent surrounding temperature field is enhanced when

compared to the quasi-steady formulation of the problem. The heat transfer enhancement is due to the developing temperature profile around the particle (Clift et al., 1978). This contribution is usually neglected in heat transfer analyses since it is common place to assume an average heat transfer coefficient that is independent of time (Michaelides and Feng, 1994). The contribution from the unsteadiness of the temperature profile in the near region of the particle is however not always negligible, and can account for significant modification of the quasi-steady temperature behavior. One of the objectives of this study is to determine the conditions for which the transient enhancing becomes important, as well as to assess the effect of the radiation heat transfer mode to the temperature history of particles in a dilute suspension.

The problem studied here is that of a suspension of small particles that are either stationary or moving with small relative velocity with respect to the surrounding medium. The volumetric density of particles is low so that the mean distance between particles is much larger than the radius of the particles (volumetric densities of the order of 10^{-4} or lower). Section 2 presents the diffusion heat transfer problem. Section 3 discusses approximations for the radiation heat transfer process, and restricts the absorption coefficient of the continuous medium for which the theory applies. In this same section, the radiation-diffusion equation that describes the phenomena under study is presented. In section 4, the formal analytical solution of the

radiation-diffusion equation is derived, Section 5 summarizes the main conclusions of this work.

2. ENERGY EQUATION FOR A GENERIC TEMPERATURE FIELD

Consider a small particle moving through a non-uniform temperature field. Assuming a small *Bi* number for the process, the uniform but time-dependent temperature of the particle is given by

$$m_p c_p \frac{dT_p}{dt} = - \oint_{A_p} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dA = - \oint_{A_p} \bar{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{n} dA - \oint_{A_p} \bar{\bar{\mathbf{q}}} \cdot \mathbf{n} dA, \quad (2.1)$$

where \mathbf{n} is the unit vector perpendicular to the surface of the particle A_p and \mathbf{q} is the total heat flux at the interface between the particle and the fluid. As in the previous sections, the total heat flux can be divided in two parts, the perturbed and the unperturbed heat flux contributions. The unperturbed temperature must satisfy the energy equation for the continuous phase (Michaelides and Feng, 1994)

$$\begin{aligned} - \oint_{A_p} \bar{\bar{\mathbf{q}}} \cdot \mathbf{n} dA &= \oint_V k_m \nabla^2 \bar{T}_m dV = \rho_m c_m \frac{4\pi a^3}{3} \left(\frac{\partial \bar{T}_m}{\partial t} + u_i \frac{\partial \bar{T}_m}{\partial x_i} \right) \\ &= \rho_m c_m \frac{4\pi a^3}{3} \frac{D\bar{T}_m}{Dt} \Big|_{\mathbf{x}(t)}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

where the subscript *m* indicates properties of the background medium and D/Dt is a substantial derivative following a fluid particle at the position of the rigid particle $\mathbf{x}(t)$.

In order to determine the contribution from the perturbed temperature field, the unperturbed fluid is expanded as a quadratic function of the coordinate system moving with the particle (Burgers, 1938; Maxey and Riley, 1983; Michaelides and Feng, 1994). Defining the relative positioning vector as $\mathbf{z} = \mathbf{X} - \mathbf{x}(t)$, where \mathbf{X} is the Eulerian reference frame fixed in time, the unperturbed temperature field is expanded in a McLaurin series

$$\bar{T}_m(\mathbf{z}, t) \equiv \bar{T}_m(\mathbf{x}, t) + z_i \frac{\partial \bar{T}_m}{\partial x_i} \Big|_{\mathbf{z} \rightarrow 0} + \frac{1}{2} z_i z_j \frac{\partial^2 \bar{T}_m}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{\mathbf{z} \rightarrow 0} + \dots \quad (2.3)$$

The perturbed temperature field is then taken as

$$\bar{T}_m(\mathbf{z}, t) = T_p(t) - \bar{T}_m(\mathbf{z}, t), \quad (2.4)$$

which gives

$$\bar{\bar{T}}_m(\mathbf{z}, t) = T_p(t) - \bar{T}_m(\mathbf{x}, t) - z_i \frac{\partial \bar{T}_m}{\partial x_i} \Big|_{\mathbf{z} \rightarrow 0} - \frac{1}{2} z_i z_j \frac{\partial^2 \bar{T}_m}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{\mathbf{z} \rightarrow 0}. \quad (2.5)$$

In order to determine the perturbed heat flux $\bar{\mathbf{q}}$, it helps noticing that because the surface of the particle is assumed spherical the third term in the right-hand-side of Eq. (2.5) does not yield a net contribution. This is also true for the non-diagonal terms in the fourth term of the same equation (Michaelides and Feng, 1994).

Through direct application of Duhamel's Superposition Theorem the heat flux from the perturbed field is given by

$$\bar{\mathbf{q}} = -\kappa_m \frac{\bar{T}_m(\mathbf{z}, t)}{a} - \kappa_m \int_0^t \left(\frac{d\bar{T}_m(\mathbf{z}, t)}{d\tau} \right) \frac{1}{\sqrt{\pi \alpha_m (t-\tau)}} d\tau, \quad (2.6)$$

where d/dt now represents a Lagrangian derivative following the particle. The temperature of the particle in a non-uniform temperature field is then governed by

$$m_p c_p \frac{dT_p}{dt} = \rho_m c_m \frac{4\pi a^3}{3} \frac{D\bar{T}_m}{Dt} \Big|_{\mathbf{x}(t)} - \oint_{A_p} \bar{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{n} dA. \quad (2.7)$$

Integration of the heat flux (2.7) over the surface of the particle gives

$$\begin{aligned} - \oint_{A_p} \bar{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{n} dA &= -\frac{\kappa_m A_p}{a} \left\{ T_p(t) - \bar{T}_m(\mathbf{x}, t) - \frac{a^2}{6} \nabla^2 \bar{T}_m \Big|_{\mathbf{z} \rightarrow 0} \right\} \\ &- \kappa_m A_p \int_0^t \frac{d}{d\tau} \left\{ T_p(t) - \bar{T}_m(\mathbf{x}, t) - \frac{a^2}{6} \nabla^2 \bar{T}_m \Big|_{\mathbf{z} \rightarrow 0} \right\} \\ &\frac{1}{\sqrt{\pi \alpha_m (t-\tau)}} d\tau. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Combination of (2.8) and (2.7) yields the energy equation for a particle moving in a non-uniform temperature field in the limit of infinitesimal *Pe* and *Bi* numbers:

$$\begin{aligned} m_p c_p \frac{dT_p}{dt} &= \rho_m c_m \frac{4\pi a^3}{3} \frac{D\bar{T}_m}{Dt} \Big|_{\mathbf{x}(t)} \\ &- \frac{\kappa_m A_p}{a} \left\{ T_p(t) - \bar{T}_m(\mathbf{x}, t) - \frac{a^2}{6} \nabla^2 \bar{T}_m \Big|_{\mathbf{z} \rightarrow 0} \right\} \\ &- \kappa_m A_p \int_0^t \frac{d}{d\tau} \left\{ T_p(t) - \bar{T}_m(\mathbf{x}, t) \right\} \\ &\frac{1}{\sqrt{\pi \alpha_m (t-\tau)}} d\tau. \quad (2.9) \\ &+ \kappa_m A_p \int_0^t \frac{d}{d\tau} \left\{ \frac{a^2}{6} \nabla^2 \bar{T}_m \Big|_{\mathbf{z} \rightarrow 0} \right\} \\ &\frac{1}{\sqrt{\pi \alpha_m (t-\tau)}} d\tau. \end{aligned}$$

Equation (2.9) is the energy equation first derived by Michaelides and Feng (1994). In their paper, Michaelides and Feng followed closely the method used by Maxey and Riley (1983), who derived the analog equation of motion for a small particle moving in non-uniform velocity field.

The present derivation of Eq. (2.9) presented above shows explicitly that the Faxén corrections (the terms in the Laplacian of the background temperature field) are contributions originated from the perturbed field through consideration of a McLaurin series expansion on \mathbf{z} for the unperturbed field. Because of this, the Faxén corrections must be included in every term associated with the temperature potential between the particle and the unperturbed field. This conclusion is in contrast with the

heuristic argument used by Tchen (1947) to derive his analogous *second equation of motion* for non-uniform velocity fields.

Burgers (1938) noted that, as a second-order approximation, a small particle "sees" the non-uniform flow around it as a modified flow field given by (Happel and Brenner, 1971)

$$\bar{u}(\mathbf{z}, t) = \bar{u}(\mathbf{x}, t) + \frac{a^2}{6} \nabla^2 \bar{u}(\mathbf{x}, t). \quad (2.10)$$

Analogously, one can argue that a particle moving in a non-uniform temperature field "sees" the background temperature field as

$$\bar{T}_m(\mathbf{z}, t) = \bar{T}_m(\mathbf{x}, t) + \frac{a^2}{6} \nabla^2 \bar{T}_m(\mathbf{x}, t). \quad (2.11)$$

Combination of Eqs.(2.11) and (2.6) yields directly Eq. (2.9).

When a uniform volumetric heat source is considered, manipulation of Eq.(2.9) allows describing the temperature history of an infinitely conductive particle in terms of an equation analogous to the momentum equation for the motion of a small sphere in a non-uniform flow (Maxey and Riley, 1983). In the next sections we concentrate on the problem of a uniform, time-dependent temperature field that is made non-uniform by the presence of the particles only. In this situation, the *background* or *unperturbed* temperature field is only a function of time. Equation (2.9) is then simplified to the following implicit, ordinary, integro-differential equation

$$\frac{d\theta}{d\hat{t}} = (\lambda-1) \frac{d\bar{T}_m}{d\hat{t}} - 3\theta - 3 \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} \int_0^{\hat{t}} \left(\frac{d\theta}{d\tau} \right) \frac{1}{\sqrt{\hat{t}-\tau}} d\tau. \quad (2.12)$$

where \hat{t} is the dimensionless time $\kappa_m t / \rho_p c_p a^2$, and λ is the heat capacity ratio $\rho_m c_m / \rho_p c_p$, θ is the dimensionless temperature potential $(T_p - T_m) / \langle T \rangle$, and \bar{T}_m is the dimensionless, *unperturbed*, time-dependent temperature of the medium at the position of the particle. *Unperturbed* here is used to mean *in the absence of the particle*. The symbol $\langle T \rangle$ is used for the characteristic mean temperature level of the particle and the medium. Equation (2.12) is valid in the limit of small Péclet ($Pe = RePr$) and Biot (Bi) numbers and for uniform background temperature fields. The small Péclet number restriction exists because the convective terms were neglected *a priori* in the present analysis. The small Biot number restriction exists because the temperature of the particle is assumed uniform throughout its volume.

Equation (2.12) yields a trivial solution for $\lambda=1$, which means that the temperature of the particle follows exactly the temperature fluctuations of the medium in this case. This solution is expected because the term containing the time derivative of the medium temperature is zero for $\lambda=1$. The term containing the time derivative of the medium temperature is called hereafter the *unsteady forcing* term, since it is responsible for inducing the transient thermal behavior of the particles. The third term on the right-hand-side of Eq. (2.12) is analogous to the *Basset* or *history*

term in the particle momentum equation and is called hereafter the *history* term.

In the following derivation, it is assumed that the average distance between particles (linear separation) is much larger than the particle radius, a condition often found in many engineering applications. This assumption means that the diffusion occurs in an approximately infinite medium, or in other words, the diffusion process occurs in the proximity of the particle and is insensitive to other particles in the cloud. The presence of the other particles is felt only through the radiation heat transfer term as described in Coimbra et al. (1998). It should be noticed that the perturbation caused by a single particle in the temperature field of the local surrounding medium is accounted for in Eq. (2.12), which is the exact diffusive formulation of the problem for the case of a single particle and vanishingly small Péclet and Biot numbers.

3. INCLUSION OF RADIATION EFFECTS

As an analogy with linearized fluid mechanics, the second (conduction) term on the right-hand-side of Eq. (2.12) represents a *drag* term for the particle temperature. This term will be referred as the *conductance* term. Coimbra et al. (1998) describes the formulation of the unsteady heat transfer problem in a dilute suspension of small particles including linearized radiation effects. Since the diffusion problem is linear, and the radiation problem can be linearized when considering small particles and relatively small radiation absorption coefficients, the radiation effect is superimposed to the diffusion heat transfer problem. Inclusion of the radiation requires the inclusion of an extra heat flux contribution, which, after nondimensionalization, becomes

$$\hat{Q}_{rad.in} = \frac{-12 a \epsilon_m \epsilon_p \sigma \langle T \rangle^3 \theta}{\kappa_m [1 - \tau_m (1 - \epsilon_p)]}, \quad (3.1)$$

where for a gray medium $\tau_m = 1 - \epsilon_m$, and for a non-gray medium both τ_m and ϵ_m are total internal properties. The diffusion-radiation equation describing the transient temperature potential for the particles is then

$$\frac{d\theta}{d\hat{t}} + H \int_0^{\hat{t}} \left(\frac{d\theta}{d\tau} \right) \frac{1}{\sqrt{\hat{t}-\tau}} d\tau + D\theta = U \frac{d\bar{T}_m}{d\hat{t}}, \quad (3.2)$$

where the following coefficients are defined in order to simplify the notation in the derivation that follows (D stands for *conductance*, H for *history*, and U for *unsteady forcing*):

$$D = 3(1 + C_R) \quad (3.3)$$

$$H = 3 \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}}, \quad (3.4)$$

$$U = \lambda - 1. \quad (3.5)$$

The dimensionless radiation coefficient C_R is defined in Coimbra et al. (1998) as

$$C_R = \frac{4a\epsilon_m\epsilon_p\sigma\langle T \rangle^3}{\kappa_m [1 - \tau_m (1 - \epsilon_p)]}. \quad (3.6)$$

This term is a measure of the contribution of the radiation mode to the temperature behavior of the particles and has the meaning of a *Radiation Nusselt* number. If $C_R \ll 1$, radiation effects can be neglected. However, in many engineering applications, the order of magnitude of C_R may range from one to much greater than one, implying that radiation can contribute dominantly to the *conductance* term in Eq. (3.3).

The restriction on the absorption coefficient for which the approximations made in the radiation modeling are valid can be evaluated in terms of the C_R coefficient. In terms of C_R , k_{am} must satisfy the following restriction for the present formulation to be valid (Coimbra et al., 1998)

$$k_{am} \ll \frac{4\lambda}{C_R a} \quad (3.7)$$

As an example of practical interest, if C_R is equal to one and λ/a is equal to $10m^{-1}$, k_{am} is conditioned by Eq. (3.7) to be much smaller than $40m^{-1}$. The restriction in this particular situation is not practically binding, being satisfied even for many (not too sooty) flame environments.

4. SOLUTION OF THE RADIATION-DIFFUSION EQUATION

Equation (3.2) can be solved numerically for a given unperturbed time-dependent temperature field of the medium $\bar{T}_m(\hat{i})$. The numerical procedure has to be iterative, and thus time-consuming, because of the implicit nature of the equation. Moreover, solving numerically gives little insight to the contribution of the different heat transfer mechanisms in this problem. If we resist the temptation of solving Eq. (3.2) numerically, we see that this equation can be solved analytically.

First, we recognize the integral term in Eq. (3.2) as $\sqrt{\pi}$ times the Riemann-Liouville-Weyl half-derivative of the temperature potential θ . The Riemann-Liouville-Weyl fractional derivative of order n of $f(\hat{i})$ is defined as (Zayed, 1996)

$$\frac{d^n f(\hat{i})}{d\hat{i}^n} = \begin{cases} 1/\Gamma(-n) \int_{-\infty}^{\hat{i}} (\hat{i}-\sigma)^{-n-1} f(\sigma) d\sigma & , n < 0 \\ \frac{1}{\Gamma(m-n)} \frac{d^m}{d\hat{i}^m} \left(\int_{-\infty}^{\hat{i}} (\hat{i}-\sigma)^{m-n-1} f(\sigma) d\sigma \right) & , n \geq 0, \end{cases} \quad (4.3)$$

where $\Gamma(z)$ is the gamma (generalized factorial) function of z , and $m-1 \leq n < m$, $m = 1, 2, 3, \dots$

We define the following conjugate linear operators Ψ^\pm that are comprised of three terms, one of them containing a Riemann-Liouville-Weyl half-derivative:

$$\Psi^\pm = \frac{d}{d\hat{i}} \pm H\sqrt{\pi} \frac{d^{1/2}}{d\hat{i}^{1/2}} + D \quad (4.4)$$

The left-hand-side of Eq. (3.2) is then simply $\Psi^+[\theta(\hat{i})]$. The initial step in the solution procedure outlined here consists of applying the fractional-differential operator Ψ^- to (3.2). The objective of this procedure is to stretch the half-derivative associated with the *history* term in that equation. Application of Ψ^- to (3.2)

$$\Psi^- \left\{ \Psi^+ [\theta(\hat{i})] \right\} = U \Psi^- \left\{ \frac{d\bar{T}_m}{d\hat{i}} \right\} \quad (4.5)$$

results in

$$\frac{d^2\theta}{d\hat{i}^2} + (2D - H^2\pi) \frac{d\theta}{d\hat{i}} + D^2\theta = -U \frac{d^2\bar{T}_m}{d\hat{i}^2} - DU \frac{d\bar{T}_m}{d\hat{i}} + HU \left(\frac{1}{\sqrt{\hat{i}}} \frac{d\bar{T}_m}{d\hat{i}} \Big|_{\hat{i}=0} + \int_0^{\hat{i}} \frac{d^2\bar{T}_m}{d\tau^2} \frac{d\tau}{\sqrt{\hat{i}-\tau}} \right) \quad (4.6)$$

Equation (4.6) can now be solved exactly. In order to solve Eq. (4.6), the nature of the solution has to be analyzed. There is a critical value of λ for which the functional form of the solution changes character. This value is $\lambda_c = 4(1+C_R)/3$. Three possible cases exist: $\lambda > \lambda_c$, $\lambda = \lambda_c$, and $\lambda < \lambda_c$. The first two cases are of limited practical interest since they imply a suspension of particles with infinite conductivity but with density smaller than the density of the surrounding medium, since the value of the specific heat capacities of solids, liquids and gases are of the same order of magnitude. Because of this implication, and because the solution for the first two cases is actually simpler than the solution for the third case, they will not be considered here.

The solution of Eq. (3.6) for $\lambda < \lambda_c$ is then found to be

$$\theta(\hat{i}) = \frac{e^{-\alpha\hat{i}}}{\beta} \left\{ \begin{aligned} & + U \frac{d\bar{T}_m}{d\hat{i}} \Big|_{\hat{i}=0} \sin(\beta\hat{i}) \\ & - \sin(\beta\hat{i}) \int_0^{\hat{i}} e^{\alpha\tau} \cos(\beta\tau) rhs(\tau) d\tau \\ & + \cos(\beta\hat{i}) \int_0^{\hat{i}} e^{\alpha\tau} \sin(\beta\tau) rhs(\tau) d\tau \end{aligned} \right. \quad (4.7)$$

where $rhs(\hat{i})$ is

$$rhs(\hat{i}) = HU \left(\int_0^{\hat{i}} \frac{d^2\bar{T}_m}{d\tau^2} \frac{d\tau}{\sqrt{\hat{i}-\tau}} + \frac{1}{\sqrt{\hat{i}}} \frac{d\bar{T}_m}{d\hat{i}} \Big|_{\hat{i}=0} \right) \quad (4.8)$$

$$-U \frac{d^2\bar{T}_m}{d\hat{i}^2} - DU \frac{d\bar{T}_m}{d\hat{i}}$$

and the coefficients α and β are defined as

$$\alpha = D - \frac{H^2\pi}{2}, \quad (4.9)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{|\Delta|}}{2}, \quad (4.10)$$

where Δ is the discriminant of the characteristic equation associated with (4.6). In order to obtain Eq. (4.7), the following initial conditions were used:

$$\theta(0) = 0, \quad (4.11)$$

$$\left. \frac{d\theta}{dt} \right|_{t=0} = U \left. \frac{dT_m}{dt} \right|_{t=0}. \quad (4.12)$$

The first initial condition is due to the original assumption of initial thermodynamic equilibrium between the particles and the surrounding medium. The second condition is derived directly from Eq. (3.2).

Equation (4.7) is the general solution for the dimensionless temperature potential. By adding to it the value of the unperturbed temperature of the medium $\tilde{T}_m(\hat{t})$, the dimensionless temperature of the particle is found.

5. CONCLUDING REMARKS

A theoretical description of the diffusive and radiative heat transfer problem of a homogeneous dispersion of highly conductive particles is presented. The particles and the medium surrounding them are considered to be initially in thermodynamic equilibrium, and the medium is considered to be weakly participating. The first condition (zero initial temperature potential) was chosen to simplify the derivation, but is not a necessary condition for the success of the methods applied in this paper. The second condition (weakly participating medium) restricts the value of the mean absorption coefficient for which the theory applies. The range of valid values for the mean absorption coefficient is discussed in section 3. The valid range is shown to be not very restrictive, allowing the application of the present theory to relevant industrial processes.

Most gas-solid suspensions of practical interest are characterized by small values of λ , in the order of 0.001. In these suspensions, the influence of the history term is negligible even at low temperatures. For the case of pulverized or sprayed fuel flames, the combined effects of radiation heat transfer and the characteristically small values of λ make the small particles behave quasi-steadily. The situation is different for liquid-solid suspensions, where values of λ in the order of 0.1 are typical, and since radiation is usually not relevant, the deviation from the quasi-steady behavior may be appreciable, especially at higher frequency perturbations.

Consider for example a harmonic temperature field varying in time with an angular frequency Ω . The angular frequency for which history effects become dominant in the heat transfer case is given by $\Omega_c = \alpha_m (1 + C_R)^{1/2} / a^2$, where α_m is the thermal diffusivity of the medium, a is the radius of the particles and C_R is the dimensionless radiation coefficient defined in Eq. (3.6). Since in the energy equation there is no term analogous to the pressure term in the Navier-Stokes equations, there is no *virtual*

mass range for the heat transfer problem. Unsteady effects become dominant over the quasi-steady diffusion and radiation terms for forcing frequency higher than Ω_c . In combustion environments, the steady-state conduction and radiation effects dominate over the history contribution, unless very high-frequency temperature fluctuations are observed.

As a numerical example of relevance, consider a cloud of particles in air with average diameter of 20 microns. At moderate temperatures ($\tilde{T}_m = 500\text{ K}$), radiation effects are negligible ($C_R \ll 1$), and $\Omega_c = 5 \times 10^5$ rad/s. This value of Ω_c is one order of magnitude larger than what would be common in fully-turbulent environments. As temperature increases, the value of α_m and C_R increase, thus decreasing the importance of history effects. Larger particles are more affected by the unsteady evolving profile, but the condition of infinitesimal Pe number necessary to derive the results obtained in this work are not satisfied for larger particles under usual conditions. However, in micro-gravity combustion environments, convective effects are diminished, thus making possible for history effects to be dominant over quasi-steady ones when particles of millimetric dimensions are considered. In liquid-solid suspensions, radiation effects are negligible and the effect of the evolving temperature profile around the particles is important even at low frequencies. Consider for example a particle with an average diameter of 200 microns suspended in water. For this situation, the value of Ω_c is approximately 10 rad/s.

6. ACKNOWLEDGMENTS

The authors gratefully acknowledge the financial support given by the Brazilian Government through a fellowship from CAPES - Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior to CFMC (Grant # DBE 2882).

7. REFERENCES

- BURGERS, J. M. 1938 "Second Report on Viscosity and Plasticity." *Proc. Konigl. Akad. Wetenschap*, **16**, 1045.
- CLIFT, R., GRACE, J. R., AND WEBER, M. E., 1978, *Bubbles, Drops and Particles*. Academic Press, New York.
- COIMBRA, C.F.M., EDWARDS, D.K., AND RANGEL, R.H. 1998 "Heat Transfer in a Homogeneous Suspension Including Radiation and History Effects". *J. Thermophysics Heat Transfer*, **12**, 304.
- HAPPEL, J., AND BRANNER, H. 1975 *Low Reynolds number hydrodynamics*, Prentice-Hall. Englewood Cliffs, NJ.
- MICHAELIDES, E. E., and FENG, Z. G., 1994, "Heat Transfer from a Sphere in a Non-Uniform Temperature and Velocity Field," *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, **37**, 2069.

MAXEY, M. R., and RILEY, J. J., 1983, "Equation of Motion for a Small Rigid Sphere in a Nonuniform Flow". *Physics of Fluids*, **26**, N. 4, 883.

EDWARDS, D. K., 1981, *Radiation Heat Transfer Notes*. Hemisphere Publishing Corporation, New York.

TCHEN, C. M. 1947 Mean value and correlation problems connected with the motion of small particles suspended in a turbulent fluid. *Ph.D Thesis, Delft University*.

Zayed, A. I., 1996, *Handbook of function and generalized function transformations*. CRC Press, Boca Raton, Florida.

LIQUID FALLBACK AND THE PERFORMANCE OF INTERMITTENT GAS-LIFT

Odair G. Santos, Francisco J. S. Alhanati, Sérgio N. Bordalo

Department of Petroleum - Faculty of Mechanical Engineering

UNICAMP

13083-970 - Campinas, SP - Brazil

SUMMARY

The study of liquid fallback in intermittent gas-lift methods shows that the impact of the fallback is misinterpreted in the literature. An explanation of the dynamics of this phenomena is presented as a contribution to a better understanding of the process. The economic analysis of gas-lift plants demonstrates the sensitivity of the performance to the correct evaluation of the effect of the fallback, when ranking the best intermittent methods.

INTRODUCTION

Gas-lift methods are employed to pump petroleum in vertical wells when the reservoir energy is not enough to elevate the oil up to the surface.

Selection of the proper gas-lift method is critical to the long term profitability of the oil well; a poor choice will lead to low production and high operating costs. In practice, after a decision has been made, it is rarely reviewed later on to determine whether it really was and still is the best choice for the existing conditions. Besides, changing the system implies additional costs, and also that the wrong decision was made in the first place; and so, once a method is chosen, it usually stays in place. This situation stresses the importance of making the correct choice right from the beginning.

Therefore, it is of paramount importance to evaluate accurately the performance of gas-lift methods. One typical aspect of such methods is the liquid fallback that occurs during the elevation of the oil in the well. The impact of the fallback is somewhat misinterpreted due to the incompleteness of the available literature.

In the present work, a computer model, developed by Santos et al. (1997), is applied to the study of fallback. The computer simulations help in the understanding of the dynamics of this phenomena. The results are applied to the economic analysis of gas-lift plants, demonstrating the sensitivity of the performance to the correct evaluation of the effect of the fallback, when ranking the best intermittent methods.

INTERMITTENT GAS-LIFT

Description of the Process. In the intermittent gas-lift, or IGL (Figure 1), the process cycle is driven by a timer controlled motor valve that feeds the well casing with gas (*injection stage*). Once the pressure inside the casing reaches a preset value, the gas-lift valve opens, and the gas

flows into the production tubing, elevating the liquid column inside the tubing (*elevation stage*). Eventually, the liquid arrives at the wellhead and is collected by the production facilities (*production stage*). After the whole liquid slug leaves the tubing, the gas flows out of the tubing too (*decompression stage*). At some point, liquid starts to pour into the bottom of the well from the reservoir, re-loading the tubing with a new liquid slug (*loading stage*). At the proper time, the motor valve opens again to re-energize the system, and a new cycle begins.

During the elevation and production stages, the gas moves up faster than the liquid (gas penetration), and a film of liquid is "left behind" in the tubing. Therefore, the final amount of liquid produced in one cycle is smaller than the initial load of liquid present in the tubing before the start of the elevation. This difference is usually referred to as the *liquid fallback*.

As a first thought, it seems that preventing the fallback will always increase production. This idea leads to the alternative design known as the gas-lift with *plunger*, or IGLP, where a solid interface between the gas and the liquid may diminish the fallback to a great extent (although not completely eliminating it due to leakage). Further, efforts have been directed at experiments to quantify the fallback, in order to develop models for use in design analysis. The laboratory experiments known to the authors reproduce only the first cycle up to the end of the production stage, and measure the initial and final volumes of the liquid slug.

Literature Review. Clegg et al. (1993) and Chacin (1994) presented an extensive overview of artificial lift design considerations, comparison of methods and their normal operating conditions. Brown and Jessen (1962), Brill et al. (1967), and Neely et al. (1974) did some experimental work on specific field installations. White et al. (1963) developed the first simple mathematical relationships for the method and did experiments on laboratory installations; Machado (1988) developed a

mechanistic model coupling physical principles and empirical correlations to calculate some variables of the system; Liao (1991) obtained theoretical results that showed good agreement with Brow, Brill and Neely. The simulator of Santos et al (1997) is inspired on Liao's work, but it includes several original elements that make it quite different and complete, such as the liquid film and the fallback.

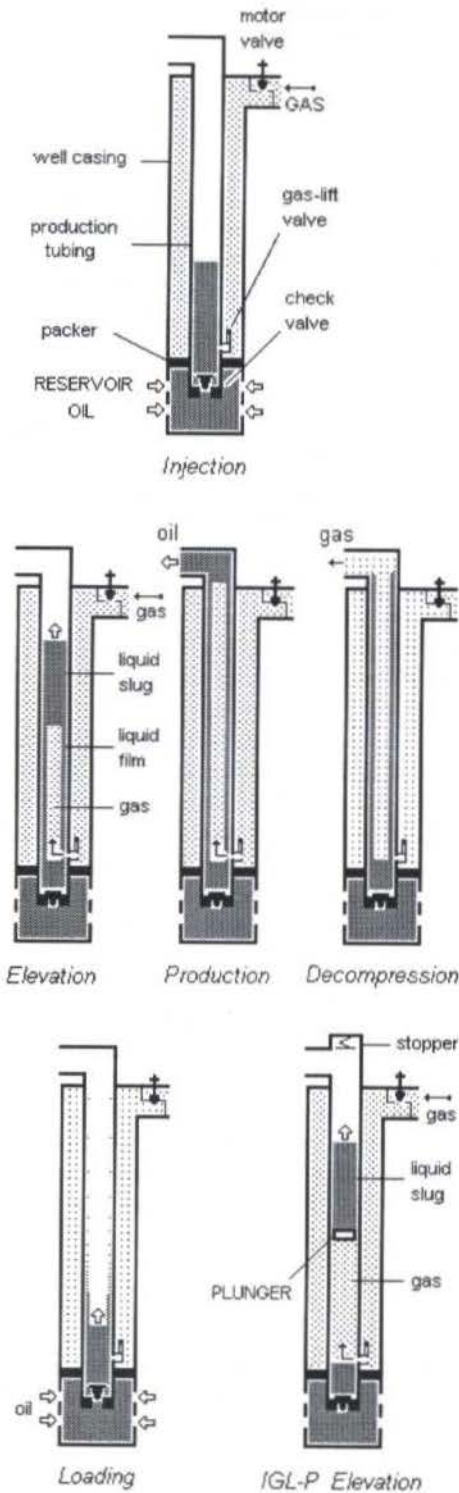


Figure 1 - The intermittent gas-lift cycle's stages: injection, elevation, production, decompression and loading; also showing the elevation stage of the gas-lift with plunger.

White (1982) conducted tests without and with a plunger to demonstrate the reduction of liquid fallback in the plunger case. Mower and Lea (1985) used different plungers to study the effect of plunger geometry on the leakage. Chacin *et al.* (1992) developed a mechanistic model, introducing the empirical findings of Mower and Lea into the model.

ANALYSIS

Flow Rate. There are two ways to compute the average flow rate of the IGL system: for one cycle period t_1 , one may calculate (or measure) either the liquid volume produced at the surface V_{LS} , or the liquid volume fed by the reservoir V_{LR} . In **steady-state** operation, these two quantities are equal. In the literature, one typically finds reference to arguments based on the first method of calculation. In the present work both values are computed:

$$Q_L = \frac{1}{t_1} \int_{t_n}^{t_n+t_1} dV_{LS} = \frac{V_{LS}}{t_1}, \quad (1)$$

$$Q_L = \frac{1}{t_1} \int_{t_n}^{t_n+t_1} dV_{LR} = \frac{1}{t_1} \int_{t_n}^{t_n+t_1} PI(P_{wf} - P_R) dt, \quad (2)$$

here, P_{wf} and P_R are, respectively, the wellbottom pressure and the reservoir pressure, and PI is the reservoir productivity index. For the "ideal" system, the produced volume V_{LS} is equal to the load volume; i.e., the initial volume of the liquid slug V_{Li} , therefore $Q_L^* = V_{Li}/t_1$. For the simple fallback model, the produced volume V_{LS} is the final volume of the liquid slug V_{Lf} , therefore $Q_L' = V_{Lf}/t_1$. The fallback is defined as $V_{fb} = V_{Li} - V_{Lf}$. It would follow, from a simple reasoning, that $Q_L' < Q_L^*$, except that, when comparing the cycle periods, one finds that they are not the same, other parameters being equal. In fact, the system with fallback has a shorter period (Figure 2); consequently, it executes more cycles per unit time $\dot{n} = 1/t_1$, and this may offset its smaller production per cycle ($Q_L = \dot{n} V_{LS}$). The simulations with the ideal plunger show that its elevation and production stages take more time because the total liquid load has more mass (more inertia) and more length (more "friction") than the slug that loses mass along the way up.

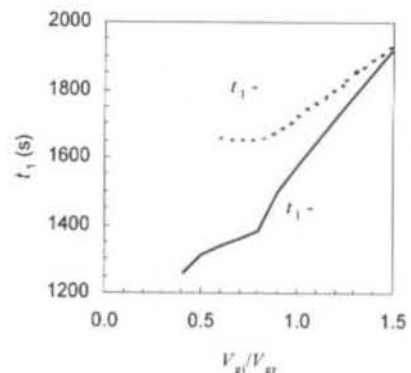


Figure 2 - Cycle period for IGL and IGLP, as a function of the gas injection per cycle.

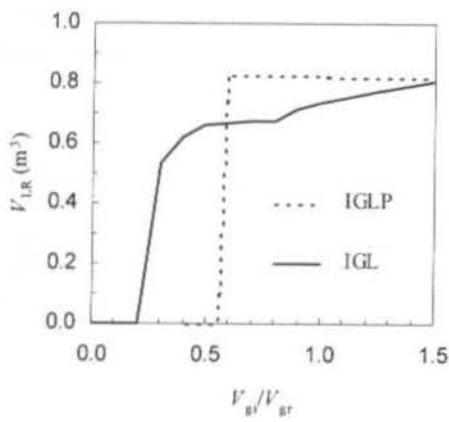


Figure 3 - Cycle production for IGL and IGLP, as a function of the gas injection per cycle.

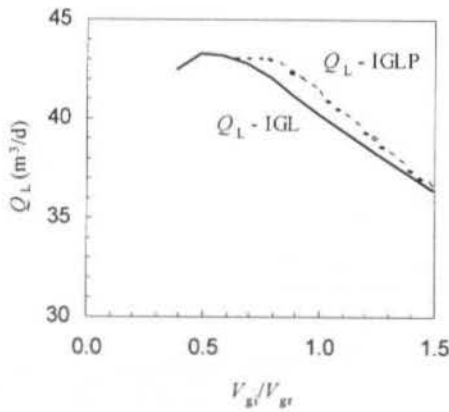


Figure 4 - Daily production for IGL and IGLP, as a function of the gas injection per cycle.

Figure 3 shows the reservoir production per cycle. The produced volume is constant for the IGLP without fallback. The IGL produces less liquid per cycle, but, thanks to its shorter period (Figure 2), its daily production (Figure 4) is comparable to that of the IGLP.

Another issue is that part of the fallback is in the liquid film around the gas, and part is in the form of dispersed liquid droplets in the gas core, $V_{fb} = V_f + V_d$. During the decompression stage, the gas flow carries the droplets and drags the liquid film. The simulations show that, in some cases, the dragged film may represent a significant contribution to the total production. In other words, a fraction of the fallback is produced, V_{fbp} , and the actual production becomes $Q_L'' = (V_{Lf} + V_{fbp})/t_1$. The volume that effectively remains in the well is $V_{fbe} = V_{fb} - V_{fbp}$.

Figure 5 shows the contributions of the liquid slug and of the liquid film to the total volume produced at the surface. The film production is negligible for lower rates of gas injection per cycle and significant for higher rates.

In conclusion, the fallback doesn't always have an adverse effect as bad as one is led to believe without running a complete cycle simulation. The simulations show that the conventional IGL may present flow rates of the same magnitude as the IGLP.

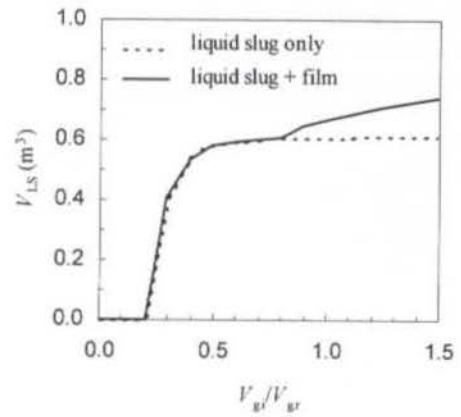


Figure 5 - Contribution of the liquid slug and liquid film, as a function of the gas injection per cycle.

Transient Period and Cycle Stability. As pointed out earlier, under steady-state conditions – when the cycles repeat themselves – the reservoir flow and the surface flow are equal. This is not true for the transient period, including, obviously, the very first cycle.

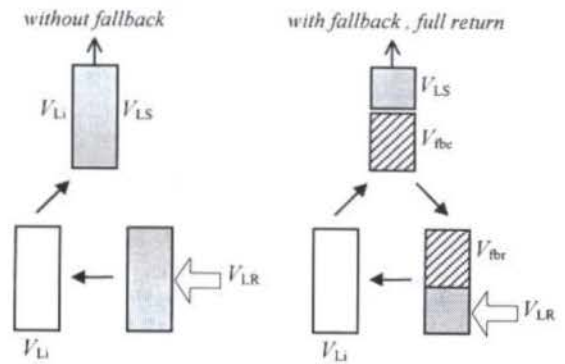


Figure 6 - Stable cycles in steady-state operation

As depicted in Figure 6, the system without fallback or with full return of the fallback to the bottom of the well, operates in steady-state right from the first cycle – $V_{LR} = V_{LS}$. For real systems, on the other hand, only a fraction of the fallback has enough time to return to the bottom, the rest will still be stored in the liquid film, at the moment when the liquid column reaches its initial state (Figure 7). It follows that $V_{LR} > V_{LS}$, in the first cycle. The second cycle will start with a liquid film above the liquid slug; hence, the second cycle will be different from the first cycle.

In the second and following cycles, the liquid film adds to the surface production, increasing V_{LS} , while V_{LR} diminishes a bit due to the somewhat greater fallback of the larger load being elevated. Eventually, after a few cycles,

the system may reach a steady-state operation with $V_{LR} = V_{LS}$ (Figure 7).

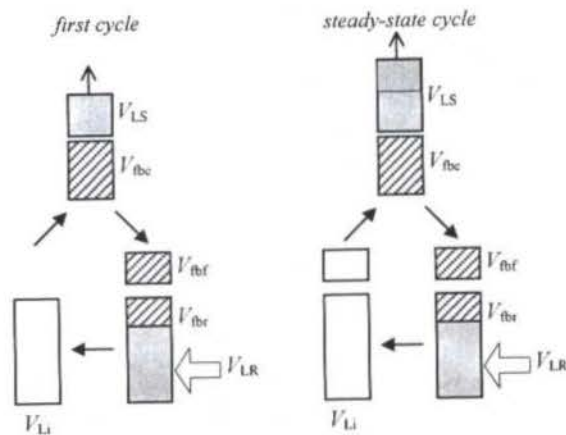


Figure 7 - First cycle and stable steady-state cycle

Figure 8 shows the difference between the surface production and the reservoir production in the first cycle as a function of the initial load. The load is expressed by the ratio of the length of the liquid slug, L , to the static head of the reservoir H_s ($P_R/\rho_L g$).

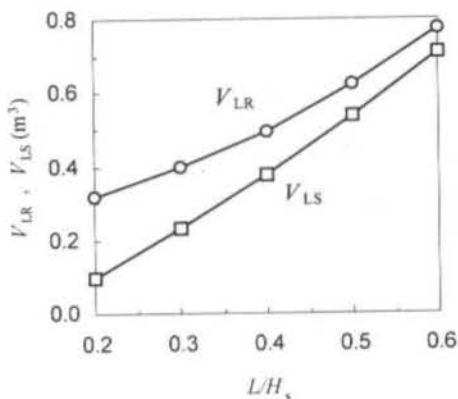


Figure 8 - Reservoir and surface production in the first cycle, as a function of the initial load.

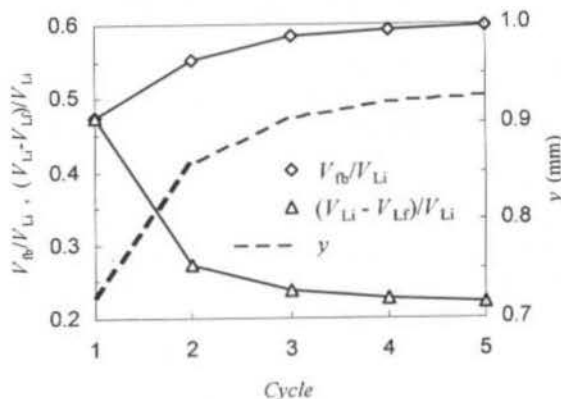


Figure 9 - Transient evolution of the gas-lift.

Figure 9 shows the transient evolution leading to the steady-state. In the first cycle the fallback is equal to the difference between the initial and final volumes of the liquid slug. In the following cycles and in the steady-state, these variables are not equivalent. The amount of liquid being pushed up increases with the addition of the liquid film, then it takes more time for the liquid to reach the wellhead, consequently the effective fallback increases a little. The added mass of the liquid film makes up for the loss of mass to the fallback, resulting in a larger final volume at the surface and a smaller difference between the initial and final volumes of the liquid slug. Since part of the fallback returns to the bottom, the volume contribution from the reservoir diminishes a little. The film thickness y also increases due to the fraction of the fallback that doesn't have time to flow back to the bottom.

The transient behavior of the surface and liquid production per cycle is presented in Figure 10.

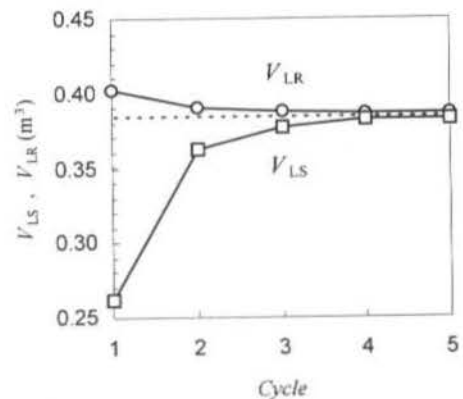


Figure 10 - Reservoir and surface production per cycle - transient development leading to the steady-state.

Two more issues must be noted. First, some sets of operational conditions do not lead to steady-state cycles. In some cases the gas will break through the liquid before the slug reaches the surface and there is no production, in others the load keeps increasing due to the fallback and the cycle doesn't close. Second, the reservoir production in the first cycle may be a good estimate of the steady-state production when the difference between the surface production and the reservoir production is not too large.

The lessons to be learned are:

- the first cycle does not represent accurately the intermittent gas-lift process;
- the first cycle produces less liquid at the surface than the steady-state cycles;
- in the first and succeeding cycles, the reservoir production is closer to the steady-state production than the surface production.

In conclusion, the performance of the conventional IGL is usually underrated, since it is common to use the first cycle surface output to estimate the liquid production. When the steady-state production is computed, one finds that the IGL flow rate is comparable to that of the IGLP.

To illustrate this point, for a reservoir with $PI = 1 \text{ m}^3/\text{d.MPa}$ and $P_R = 8.35 \text{ MPa}$, the maximum steady-state flow rates obtained with the IGL and IGLP where, respectively, $48 \text{ m}^3/\text{d} (\pm 0.4\%)$ and $49 \text{ m}^3/\text{d} (\pm 0.4\%)$. On the other hand, the maximum first cycle production of the IGL was only $39 \text{ m}^3/\text{d} (\pm 0.7\%)$.

Optimum Operational Conditions. In general, operation at the point of maximum flow rate is not warranted because the gas consumption Q_G is too high, and production becomes nonprofitable. Therefore, the flow rate is not always the proper criteria to rank the IGL systems. For the sake of comparison between the conventional IGL and the ideal IGLP, the simulator was run following an optimization procedure to find the best operation point of each system in accordance to an economic criteria. The maximization of the daily profit requires that $dQ_G/dQ_L < r$; where r is dependent on the economic values of oil and gas. The cases presented in Table 1 are for a well with an open gas injection, producing oil and water, but not gas. Each case represents a different reservoir productivity index PI , and static pressure P_R .

Table 1 - Optimum economical operation of the conventional IGL and ideal IGLP

P_R/P_H	PI ($\text{m}^3/\text{d.MPa}$)			
	20	10	5	2.5
.8 11.1	IGL 106 - 9.87	IGL 67.9 - 8.54	IGLP 37.9 - 5.12	IGLP 20.2 - 2.74
	IGLP 100 - 12.8	IGLP 67.3 - 9.03	IGL 36.8 - 4.71	IGL 19.4 - 2.73
.6 8.35	IGL 80 - 11.5	IGL 48.0 - 6.77	IGLP 27.7 - 4.71	IGLP 14.8 - 2.51
	IGLP 70.5 - 10.1	IGLP 48.1 - 7.00	IGL 25.9 - 4.14	IGL 14.0 - 2.52
.4 5.57	IGLP 47.3 - 8.35	IGLP 28.1 - 4.49	IGLP 17.2 - 3.30	IGLP 9.2 - 1.77
	IGL 42.5 - 6.33	IGL 27.6 - 4.89	IGL 14.8 - 3.03	IGL 8.6 - 2.52
.2 2.78	IGLP 17.9 - 3.91	IGLP 10.6 - 2.32	IGLP 5.8 - 1.27	IGLP 3.1 - 0.67
	IGL 16.9 - 5.31	IGL 8.4 - 2.50	IGL 4.4 - 1.75	IGL 2.2 - 0.97

The pair of numbers in each half of a cell are respectively, the daily liquid production Q_L (m^3/d) and gas injection Q_G ($10^3 \text{ m}^3/\text{d}$).

In Table 1, P_R/P_H is the ratio of the reservoir pressure to the static pressure of the well completely filled with fluid ($\rho_L g H_w$). The top position (gray shading) in a table cell is the most economic system.

The conventional IGL performs almost as well as the ideal IGLP; the differences are significant only for very low PI and P_R . The IGL does better for high PI and P_R . The performance of the IGL is more sensitive to P_R than to PI . Figure 11 depicts the effective liquid gain per day for both systems, defined as the value of the liquid minus the cost of the gas, expressed in equivalent volume of liquid in the left axis; also shown is the ratio of the IGL's gain to the IGLP's gain, in the right axis.

To stress the importance of computing the full simulation instead of employing the results from the first cycle, the economic optimization was run using the surface production of the first cycle, for the reservoir with $PI = 1 \text{ m}^3/\text{d.MPa}$ and $P_R = 8.35 \text{ MPa}$. As expected, the IGL production "fell" from 48 to $37 \text{ m}^3/\text{d}$, the effective gain "dropped" from 34.5 to $27.5 \text{ m}^3/\text{d}$, and the relative gain was "knocked down" from 1 to 0.8.

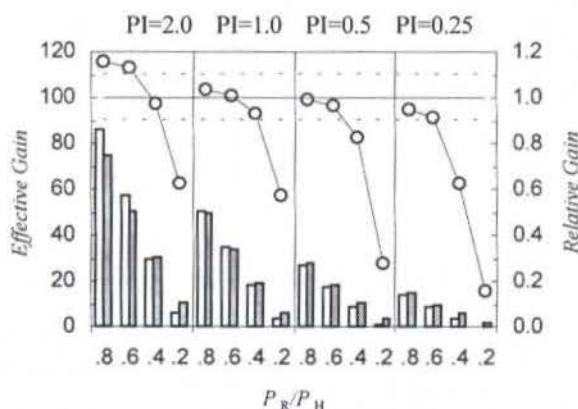


Figure 11 - Effective liquid gain for IGL (white bars) and IGLP (gray bars), and relative gain of IGL with respect to IGLP (line with dots) versus P_R/P_H , for different values of PI ($\text{m}^3/\text{d.MPa}$).

CONCLUSION

The present study indicates that the effect of the fallback is not as adverse as usually portrayed in the literature. Also, the simulations show that the first cycle is not a reliable benchmark for comparison of the gas-lift systems. In many of the cases examined, one cannot definitely disregard the IGL in favor of the IGLP, because the differences between their performances are within the uncertainties inherent to the physical and numerical models used to simulate the complex transient two-phase flow process of the gas-lift cycle. In such cases, other engineering and economic criteria are required to select between the two systems.

ACKNOWLEDGEMENTS

Thanks are due to Petrobras, Cepetro/Unicamp, and the Department of Petroleum Engineering at FEM/Unicamp.

REFERENCES

- Brill, J.P., Doerr, T.C. & Brown, K.E., 1967, "An Analytical Description of Liquid Slug Flow in Small Diameter Vertical Conduits", *Trans. AIME*, 240, *JPT*, March, pp.419-432.
- Brown, K.E. & Jessen, F.W., 1962, "Evaluation of Valve Port Size, Surface Chokes and Fluid Fall-Back in Intermittent Gas Lift Installation", *Trans. AIME*, 225, *JPT*, March, pp.315-322.
- Chacín, J.E., 1994, "Selection of Optimum Intermittent Lift Scheme for Gas Lift Wells", *SPE # 27986*.
- Chacín, J., Schmidt, Z. & Doty, D., 1992, "Modeling and Optimization of Plunger Assisted Intermittent Gas Lift Installations", *SPE # 23683*.
- Clegg, J.D., Bucaram, S.M. & Hein Jr., N.W., 1993, "Recommendations and Comparison for Selecting Artificial-Lift Methods", *SPE # 24834, JPT*, December, pp.1128-1167.
- Liao, T., 1991, "Mechanistic Modeling of Intermittent Gas Lift", *PhD thesis*, U. of Tulsa, TX, USA.
- Machado, R.T.H., 1988, "Modelagem e Simulação Numérica do Mecanismo de Gas Lift Intermitente", *M.Sc. dissertation*, Federal University of Ouro Preto, MG, Brazil.
- Mower, L.N., Lea, J.F., Beauregard, E., & Ferguson, P.L., 1985, "Defining the Characteristics and Performance of Gas Lift Plungers", *SPE # 14344*.
- Neely, A.B., Montgomery, J.W. & Vogel, J.W., 1974, "A Field Test and Analytical Study of Intermittent Gas Lift", *Trans. AIME*, 257, *SPE Journal*, October, pp.502-512.
- Santos, O.G., 1997, "Métodos Pneumáticos Intermitentes: Análise e Comparação", *M.Sc. dissertation*, Unicamp, SP, Brazil.
- White, G.W., 1963, "An Analytical Concept of The Static and Dynamic Parameters of Intermittent Gas Lift", *Trans. AIME*, 228, *JPT*, March, pp.301-308.
- White, G.W., 1982, "Combine Gas Lift - Plunger to Increase Production Rate", *World Oil*, November, pp.69-76.

APPENDIX

Table 2 presents the physical parameters of the representative well used in the simulations.

Table 2 - System parameters for the simulation of the representative well

well depth	H_w	1500 m
casing diameter	D_c	140 mm
tubing diameter	D_t	60 mm
depth of gas-lift valve	H_{gv}	1480 m
wellhead pressure	P_{wh}	0.7 MPa
compressor pressure	P_{gi}	7 MPa
surface temperature	T_s	27 °C
geothermal gradient	α_T	0.031 °C/m
oil sp. gravity	γ_o	0.825
water sp. gravity	γ_w	1.07
gas rel. density	δ_g	0.7
water volume fraction	ϕ_w	50 %

LAGRANGEAN-EULERIAN APPROACH TO TWO-PHASE VERTICAL FLOW IN PETROLEUM WELLS

Kwon-II Choi, Maria Cristina C. Cunha, Sérgio N. Bordalo
 Department of Petroleum - Faculty of Mechanical Engineering
 UNICAMP
 13083-970 - Campinas, SP - Brazil

SUMMARY

A computer model is introduced to describe long-term transients in two-phase vertical flow in petroleum wells. The gas motion is treated with Lagrangean cells, while mass and momentum balances for the liquid are done upon an Eulerian grid. This model was employed to simulate periodic transients in unstable gas-lift wells, and proved to be robust, versatile, and suitable to face severely changing boundary conditions.

INTRODUCTION

The computer simulator's module responsible for modeling the transient behavior of two-phase vertical flow is crucial for the analysis and design of the operation of petroleum wells. Among the transient phenomena one counts the periodic discharge of unstable gas-lift, the unloading of gas-lift wells, the gas kick during drilling, jet-lift operation, the flow period of well tests, changing of surface conditions of the production plant etc.

In the petroleum industry, most two-phase computer simulations employ differential equations of conservation and constitutive relationships in a discrete formulation based upon an Eulerian grid; i.e., a grid that is static and rigid in time, through which cells the fluid flows. In this work a novel approach is introduced, with moving elastic cells following packs of gas - the Lagrangean viewpoint.

The motivation for this work arose from the experience of the difficulties in adapting the traditional Eulerian formulation to cope with a gas phase moving through the liquid phase in transient flows. Santos (1989) simulated the diverter operation that follows a blowout of gas. Due to the unsuitability of the Eulerian grid to follow closely the gas front advancing through the grid, Santos introduced "adjustment" factors to match the calculated void fractions at the gas front to the experimental values. Consequently, he was able to adjust the simulated pressure profiles so that the pressure peaks corresponding to the arrival of gas at the surface resembled the ones observed in the experiments. Santos' simulator was based on Nickens' method (1987), which is reported to suffer from numerical instabilities under some conditions. Capucci (1990) simulated the unloading of gas-lift using a method based on Santos' work, but employing empirical correlations for the hold-up of liquid. In all of these methods, the variables are solved in an iterative fashion, being computed explicitly for each cell from the bottom of the well upward until the surface is reached, at which point a pressure check flags the

convergence status or the re-start of the computation loop. Gokdemir (1992) studying transient two-phase flows in petroleum wells, recommended that a model should be developed to deal with varying boundary conditions, which is quite difficult to do with the traditional formulation. Gokdemir used a semi-implicit method proposed by Liles et al. (1978) originally for nuclear reactors applications. This Eulerian method was stable and converged for relatively large time steps, but at the cost of solving simultaneously a set of algebraic non-linear equations represented by a banded matrix, requiring an iterative algorithm such as Newton-Gauss-Seidel. It was not very flexible, as noted by Gokdemir.

THE LAGRANGEAN-EULERIAN APPROACH

Characteristics of the Simulator. The simulator's goal is to compute the dynamic behavior of vertical two-phase flows under slow transients dominated by convection times. The simulator should be robust and suitable for varying boundary conditions - such as, closing and opening of the well, variable gas injection and/or liquid injection at arbitrary points along the production column.

The following characteristics are inherent to the simulator that was built for the present work. Some of these characteristics were conditioned by design decisions, which may be altered in the future: two-fluids slip-model, neglected sonic perturbations, incompressible liquid phase, static model for gas in the annular space, neglected mass transfer between phases, reservoir represented by a source with a productivity index (IP), well-head represented by a two-phase choke, gas injection represented by a gas-lift valve model or orifice model, vertical straight pipe, temperature profile pre-defined by a geothermal gradient, Lagrangean treatment of the gas phase, Eulerian grid generated on the run at each time step. The two-fluids slip-model (or drift-model) was described by Zuber (1967). In

this model the momentum balance is applied to the whole mixture, while the relative movement of the phases is controlled by a kinematic relationship, each phase has a different velocity, the mutual interaction between the phases is for, a two-phase friction factor is employed, the following vertical flow patterns are reckoned: bubble flow, slug flow, annular flow and mist flow.

Description of the Hybrid L/E Simulator. The independent variables are the time t and the position x , while the dependent variables are the void fraction α , the pressure p , the gas velocity v_G and the liquid velocity v_L . Therefore one needs two equations taken from the mass balances of each phase, one equation taken from the momentum balance for the mixture and one constitutive equation for the slip velocity. Usually, a system of partial differential equations is discretized by finite differences on an Eulerian grid. In the present hybrid scheme, the proper balances are written for moving elastic cells, treated as small control volumes; the variables are solved on each cell (here it is implied the existence of a *solver-routine* - in the present case a system of nested "do-loops", each of which has its own convergence control), and the procedure propagates from the bottom upward until the surface is reached. The moving cells carry packs of a fixed mass of gas (the mass balance for the gas is automatically satisfied). At each time step, an amount of gas is injected into the production column, originating a new cell which moves up. As gas is produced at the surface, the corresponding cells "flow out" of the system. This process leads to a continuous generation and elimination of cells, according to the injection and production rates. The size of each cell also changes due to the gas compressibility, expanding as the pressure decreases, therefore the front and back of the cells have different velocities. Meanwhile, the liquid is allowed to flow across the boundaries of the cells. The mass balance for the liquid is carried out on a grid that results from the "freezing" of the Lagrangean cells at a certain moment. The finite differences method is used on this instantaneous grid. The same grid is employed for the momentum balance of the mixture.

Figure 1 illustrates the flowchart for the simulator, which was coded in "C", and can run on a desktop computer. To follow the flowchart, start at the bottom of the figure.

The continuous generation and elimination of cells requires a method of dynamic allocation of memory. In the present work, a "virtual infinite vector" was employed; its memory space is arranged in a circular way, so that even as the numbering of the cells increases the vector does not run out of memory (Figure 2).

The algorithm's iterations were controlled by the method of Van Wijngaarden-Dekker-Brent which is available as a "C"-function presented by Press et al. (1992). Their method offers the guarantee of the bisection method and the speed of the secant method. This was the best option; the bisection, the *regula-falsi* and the secant method proved to be very slow for this specific simulator.

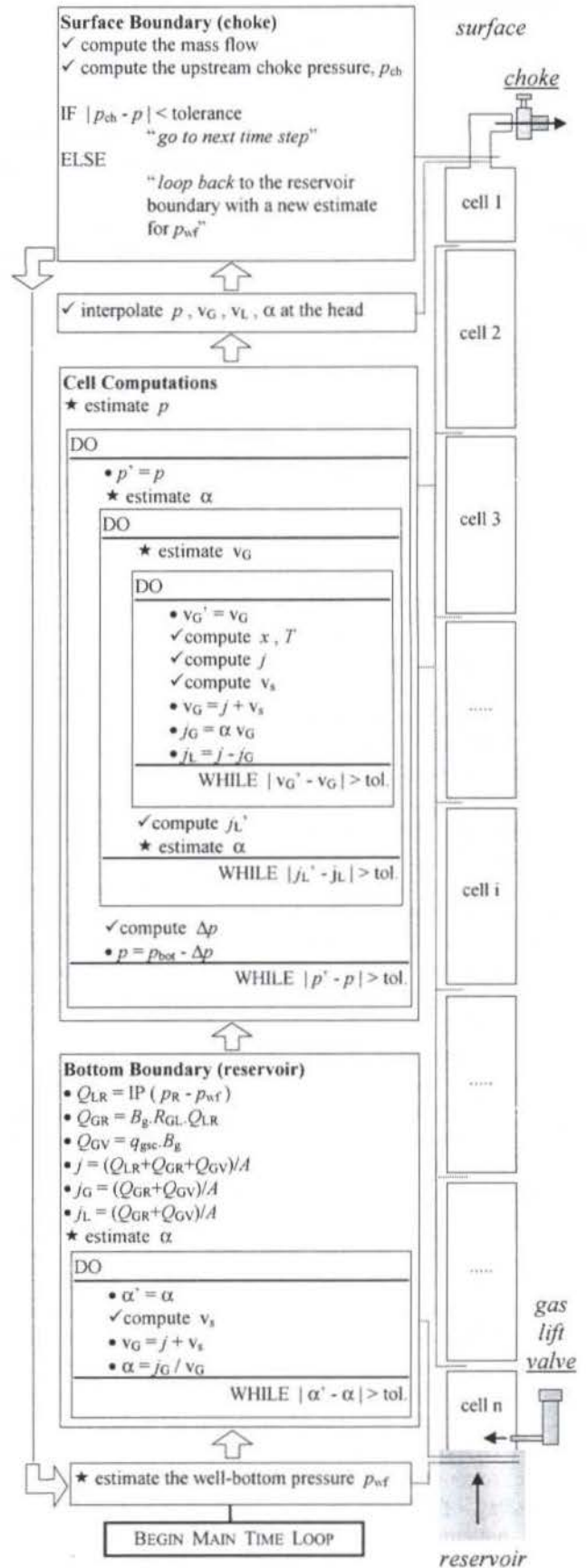


Figure 1 - Simulator's flow chart.

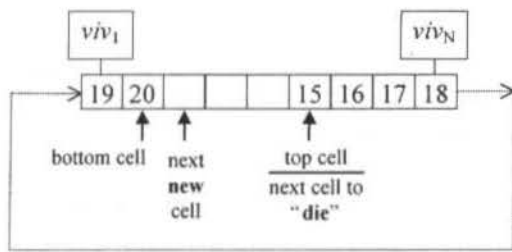


Figure 2 - The "virtual infinite vector" (*viv*).

The numerical properties of this method have not yet been established in a theoretical and precise mathematical form. Empirically, it showed robustness, stability, flexibility, economy and speed suitable for the engineering applications for which it was designed.

THE TWO-PHASE VERTICAL MODEL

The variables adopted in the present work are: the total volumetric flow rate per unit area of the pipe, $j = Q/A$, denominated *superficial velocity of the mixture*; the volumetric flow rates of each phase per unit area of the pipe, $j_G = Q_G/A$ and $j_L = Q_L/A$, respectively, the superficial velocities of the gas and liquid; the *void fraction*, $\alpha = A_G/A$, where A_G is the actual flow cross section of the gas phase; the actual velocities of the gas and liquid phases, respectively, v_G and v_L ; and the pressure, p . Among other auxiliary variables, the most important ones are: the relative velocity between phases, $v_r = v_G - v_L$; the *slip velocity*, $v_s = v_G - j$; the mixture density, $\rho_m = \alpha \cdot \rho_G + (1 - \alpha) \cdot \rho_L$, where ρ_G and ρ_L are the densities of the gas and liquid, respectively; the mixture flow velocity, $v_m = (\rho_G Q_G + \rho_L Q_L) / \rho_m A$; the flow rates of gas and liquid from the reservoir, Q_{LR} and Q_{GR} ; the flow of gas through the gas-lift valve Q_{GV} ; the pressures p_R , p_{wb} , p_{ch} , p_s , in order, the reservoir pressure, the well-bottom pressure, the upstream choke pressure and the surface back-pressure.

The slip model of Zuber et al. (1967) requires constitutive equations for the slip velocity. In the present work, the following semi-empirical relationships were used: (a) for the bubble pattern - the formula of Harmathy (1960); (b) for the slug pattern - the formula of Nicklin et al. (1962); (c) for the annular pattern - the formulas of Ishii et al. (1976) for laminar and turbulent flow.

The mass of gas of each newly generated cell is the mass of gas injected during a time step,

$$m_{Gi} = \int_{t-\Delta t}^t G_{Gi} dt = \frac{1}{2} (G_{Gi}^k + G_{Gi}^{k-1}) \Delta t, \quad (1)$$

where G_{Gi} is the mass rate of injection of gas. The mass of gas in a cell remains constant, until the cell passes along another point of injection, or until part of the cell flows out of the system. The mass balance for the gas is automatically satisfied, and an equation is obtained relating

the superficial velocities of the mixture at the top and bottom boundaries of a cell,

$$j_{top} = j_{bot} + \frac{1}{A} \left(c \frac{dp}{dt} + e \frac{dT}{dt} \right), \quad (2)$$

where c and e are, respectively, the rate of isothermal compressibility and the rate of isobaric thermal expansion, taken from a chosen equation of state, while the total derivatives of p and T , are given by

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{2\Delta t} \left[(p_{top} + p_{bot})^k - (p_{top} + p_{bot})^{k-1} \right] \quad (3)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{2\Delta t} \left[(T_{top} + T_{bot})^k - (T_{top} + T_{bot})^{k-1} \right].$$

Once the slip velocity v_s is determined from the proper formula, v_G is obtained from

$$v_G = j + v_s. \quad (4)$$

The cell position is found from the equation of movement of its boundaries $dx/dt = v_G$, yielding

$$x^k = x^{k-1} + \frac{1}{2} (v_G^k + v_G^{k-1}) \Delta t, \quad (5)$$

which, evidently, governs the dimension of the cell as well, and the temperature T , taken from a prescribed geothermal gradient $T(x)$. The time step may vary as needed to effect a compromise between accuracy and efficiency.

The mass balance for the liquid is done on the Eulerian grid that is built at each time step, and provides an equation for the liquid superficial velocities,

$$j_{L_{top}} = j_{L_{bot}} + \frac{\Delta x}{2\Delta t} \left[(\alpha_{top} + \alpha_{bot})^k - (\alpha_{top}^* + \alpha_{bot}^*)^{k-1} \right]. \quad (6)$$

The void fraction appears implicitly in the system of equations, requiring an iterative calculation. At each loop of such process, α is estimated from

$$\alpha = \frac{j_G}{v_G} = \frac{j - j_L}{v_G}. \quad (7)$$

The momentum balance requires equations for the "friction" force. Here, the models of Ansari et al. (1994) were implemented in full for the bubble and slug patterns, while the correlations of Ishii and Mishima (1981) and Wallis (1969) were combined for the annular pattern. Transition regions were patched by linear interpolation, using α as a parameter (and also j_G , in the case of slug-annular transition).

Table 1 shows the simplified version of the flow pattern map that was used to identify the regimes of flow; other schemes can be added easily. The condition of existence of annular flow was borrowed from the work of Taitel et al. (1980).

Table 1 - Simplified flow pattern identification scheme

Pattern	Void-fraction Range, α
bubble	0.00 - 0.15
slug	0.25 - 0.65
annular	0.85 - 1.00

Finally, Δp , the pressure drop across a cell is computed from the momentum balance, taking into account the gravity force, the viscous "friction" and the inertial terms (momentum flux and storage), leading to a relation between the pressures at the boundaries of the cell,

$$p_{top} = p_{bot} - \Delta p \quad (8)$$

The conditions at the bottom of the well are governed by the reservoir parameters IP (productivity index) and R_{GL} (the flowing gas-liquid ratio), therefore,

$$Q_{LR} = IP(p_R - p_{wf}) \quad (9)$$

$$Q_{GR} = B_{gr} R_{GL} Q_{GR} ,$$

where B_{gr} is the formation volume factor of the reservoir gas. The coupling of the production tubing to the annular space of the well casing occurs through a gas-lift valve, where the mass flow rate G_{Gi} is given by a function (Winkler, 1993) of p_{vc} and p_{vt} , respectively, the upstream (casing) and downstream (tubing) valve pressures. The injected gas volume is computed from

$$Q_{GV} = B_{gv} G_{Gi} , \quad (10)$$

where B_{gv} is the formation volume factor of the injected gas. The model of Cullender and Smith (1956) provides the casing pressure profile. A compressor system maintains a feed-line to the casing, supplying gas at a rate controlled by a gas-choke. Meanwhile, the conditions at the well-head are governed by the choke-valve that couples the well to the surface production facility. The choke model of Sachdeva et al. (1986) was applied to one-phase flow, liquid or gas, and two-phase flow. Given the surface back-pressure p_s , the choke pressure p_{ch} is computed for the present flow rate and compared to the well-head pressure. If those values are matched within a certain tolerance, then the simulation proceeds to the next time step; otherwise, the computations are re-started at the bottom of the well, with a new value for p_{wf} .

RESULTS

Examples of unstable continuous gas-lift simulations are presented here. In every case, the well starts out dead. Figure 3 shows the liquid and gas production for two gas-choke. After the initial unloading of the well, a long term transient behavior with "hiccups" is established. The intermittence frequency is higher for the gas-choke of larger aperture.

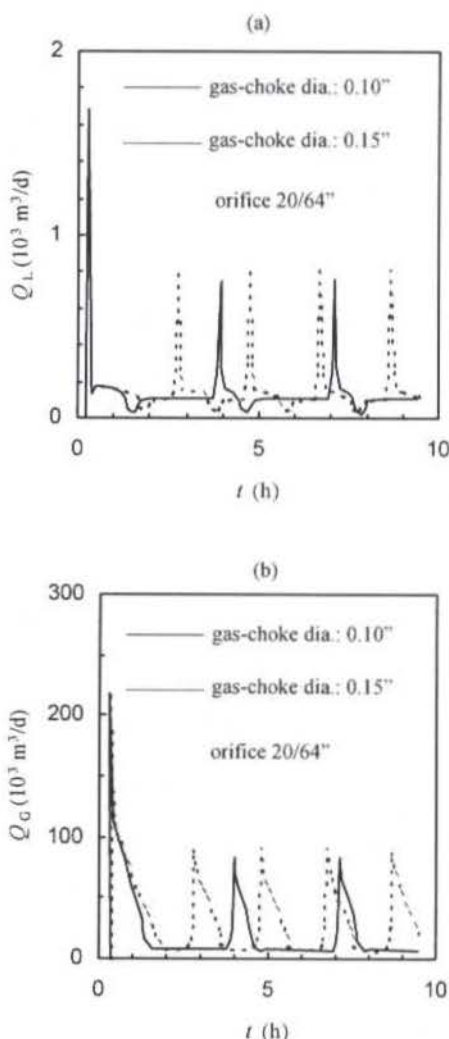


Figure 3 - (a) Intermittent liquid production; (b) intermittent gas production.

The instability is related to the cyclic gas flow from the gas-lift valve – and reservoir to a lesser extent (Figure 4). But this instability can be eliminated. Figure 5 shows stable behavior, observed with a wider gas-choke. Alternatively, a gas-lift valve of smaller orifice produces the result shown in Figure 6. Finally, a comparison is displayed (Figures 7) between the orifice valve of Figures 3-4 and a calibrated valve of the same port size, showing the stable operation attained with the last one.

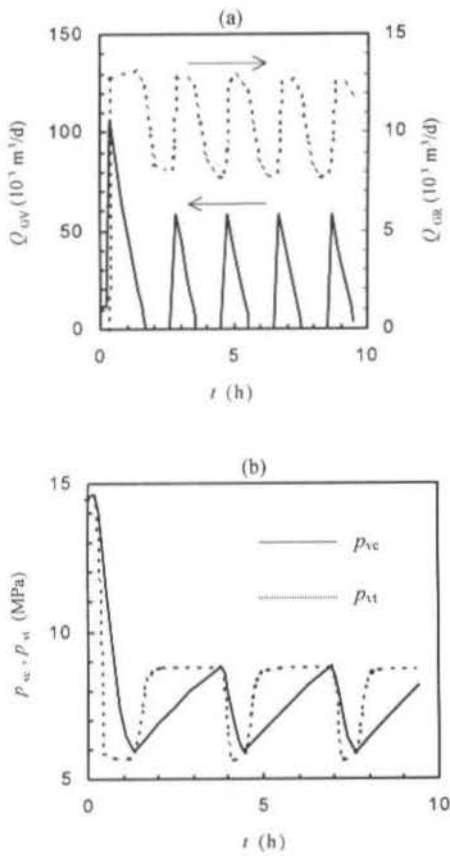


Figure 4 - (a) Flow from the gas-lift valve and reservoir - gas-choke 0.15"; (b) casing and tubing pressure - gas-choke 0.1".

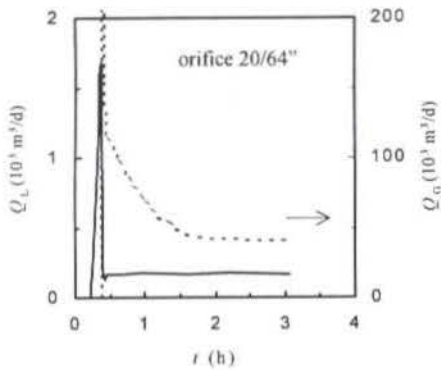


Figure 5 - Stable operation: gas-choke of 0.20".

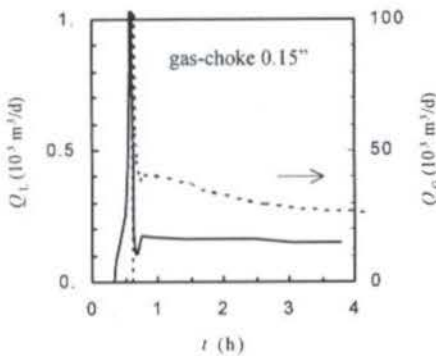


Figure 6 - Stable operation: orifice of 10/64".

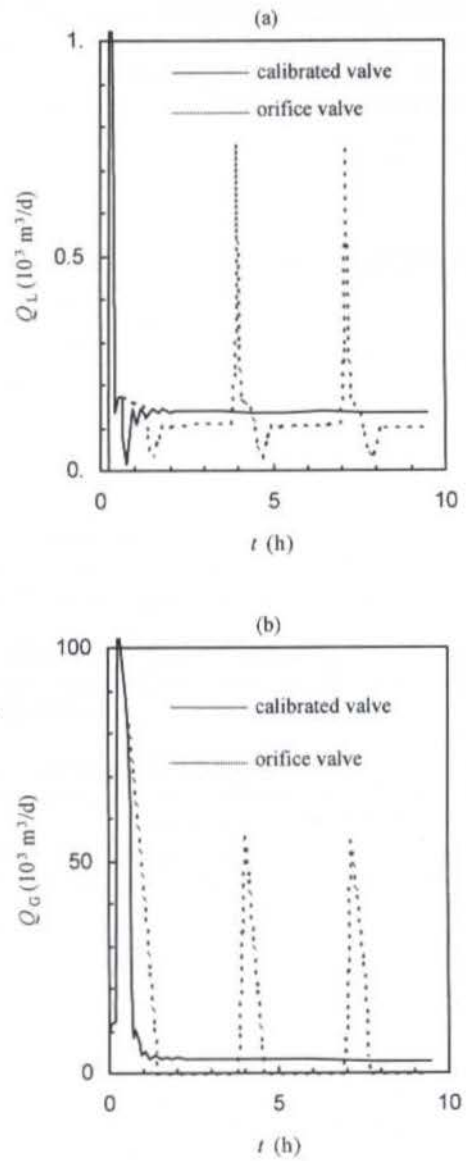


Figure 3 - (a) Liquid production; (b) gas production - orifice vs. calibrated valve of same port size, 20/64" (gas-choke of 0.1")

CONCLUSION

The Hybrid L/E Simulator built for the present work offers the following positive features: good response to strong variations in boundary conditions; liquid flowback to the reservoir when the well-bottom pressure increases above the reservoir static pressure; adaptive time step; thanks to the Lagrangean treatment, the gas phase is monitored with precision, which is ideal for gas kick studies; also, a moving point of gas injection can be tracked along the tubing, which is the case of the jet-lift with *flex-tube*; the simulator allows the user to interfere "on the run", thus simulating operation control. One drawback of the simulator is that it must run through the transient start up period to reach the steady state, there is no short cut to simulate steady states.

There is a number of modifications and studies that could be performed on the original simulator: two-phase

flow modeling; parametric study of convergence and of numerical errors; speed up of the code; development of a mathematical foundation; comparison to experimental observations on a physical laboratory model and to field data.

Winkler, H. W., and Eads, P. T., 1993, "Applying Basic Performance Concepts of Single Element, Unbalanced Gas-Lift Valves for Installation Design", *SPE Production and Facilities*, August, pp. 211-216.

Zuber, N., Staub, F. W., Bijwaard, G. and Kroeger, P. G., 1967, "Steady State and Transient Void Fraction in Two-Phase Flow Systems", Technical Report GEAP-5417, Vol. 1, General Electric Co.

ACKNOWLEDGEMENTS

Thanks are due to Petrobras, Cepetro/Unicamp, and the Department of Petroleum Engineering at FEM/Unicamp.

REFERENCES

Ansari, A. M., Sylvester, N. D., Sarica, C., Shoham, O. and Brill, J. P., 1994, "A Comprehensive Mechanistic Model for Upward Two-Phase Flow in Wellbores", *SPE Production Facilities*, May, pp. 143-152.

Cullender, M. H., and Smith, R. V., 1956, "Practical Solution of Gas Flow Equations for Wells and Pipelines with Large Temperature Gradients", *AIME Petroleum Trans.*, Vol. 207, pp. 281-287.

Capucci, E. C., 1990, "Simulação de Descarga de Poços Através de Válvulas de Gas-Lift", M.Sc. Dissertation, State University of Campinas, São Paulo, Brazil.

Gokdemir, O. M., 1992, "Transient Drift Flux Model for Wellbores", M.Sc. Dissertation, University of Tulsa, Oklahoma, USA.

Harmathy, T. Z., 1960, "Velocity of Large Drops and Bubbles in Media of Infinite or Restricted Extent", *AIChE Journal*, Vol. 6, pp. 281.

Ishii, N., Chawla, T. C. and Zuber, F., 1976, "Constitutive Equations for Vapor Drift Velocity in Two-Phase Annular Flow", *AIChE Journal*, Vol. 22, pp. 2283-289.

Ishii, N. and Mishima, K., 1981, "Liquid Transfer and Liquid Entrainment Correlation for Droplet Annular Flow", *Proc. 7th International Heat Transfer Conference*, München, Vol. 5, pp. 305-312.

Liles, D. R. and Reed, H. W., 1978, "A Semi-Implicit Method for Two-Phase Fluid Dynamics", *Journal of Computational Physics*, Vol. 26, pp. 390-407.

Nickens, H. V., 1987, "A Dynamic Computer Model of a Kicking Well", *SPE Drilling Engineering*, June, pp. 159-173.

Nicklin, D. J., Wilkes, J. O. and Davidson, M. A., 1962, "Two-Phase Flow in Vertical Tubes", *Trans. Inst. Chem Engrs*, Vol. 40, pp. 61-68.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P., 1992, *Numerical Recipes in C*, chap. 9, Cambridge University Press, England.

Santos, O. L. A., 1989, "A Dynamic Model of Diverter Operations for Handling Shallow Gas Hazards in Oil and Gas Exploratory Drilling", Ph.D. Thesis, Louisiana State University, USA.

Taitel, Y., Barnea, D. and Duckler, A. E., 1980, "Modelling Flow Pattern Transitions for Steady Upward Gas-Liquid Flow in Vertical Tubes", *AIChE Journal*, Vol. 26, pp. 345-354.

Sachdeva, R., Schmidt, Z., Brill, J. P. and Blais, M. R., 1986, "Two-Phase Flow Trough Chokes", *61st Annual Technical Conference & Exhibition*, SPE 15657, New Orleans, October.

Wallis, G. B., 1969, *One-Dimensional Two-Phase Flow*, McGraw-Hill Book Co. Inc., New York, USA.

A TIME DEPENDENT FORMULATION FOR THE MODELING OF
STRATIFIED SOLID-LIQUID ANNULAR FLOWS

Misael Santana M. ; Wellington Campos; Eduardo Gaspari and André L. Martins
PETROBRAS S.A - CENPES-DIPL0T
Ilha do Fundão Q.7 - Cidade Universitária
21949-900 - Rio de Janeiro - RJ

SUMMARY

The analysis of solid liquid stratified flows is a major interest of the oilwell drilling industry. This paper presents the formulation and implementation of a time dependent approach for the well known two layer model for solid liquid horizontal and near horizontal flows. The formulation states a set of four differential equations which are solved by a finite difference method where the variation of solids concentration with time is established for typical oilwell drilling conditions.

INTRODUCTION

The study of stratified solid liquid annular flows is of great interest for the petroleum engineering, specifically in the drilling area. This kind of flow describes the phenomena involved in the transport of solids generated by the bit during the drilling of a horizontal or highly inclined well. This technique is being used worldwide as an economic way of oilfield development. Figure 1 illustrates schematically the drilling of highly inclined well. Due to gravitational segregation, both solids and drill pipe will have the tendency to be in the lower portion of the annulus formed by the well walls and the drill column. The fluid is generally composed by a polymeric solution. This process is then characterized by a stratified solid - Non-Newtonian fluid flow in eccentric annuli. If hydraulic conditions permit, the solids may be kept in suspension avoiding operational problems such as abnormal torque and drag during drill string movement.

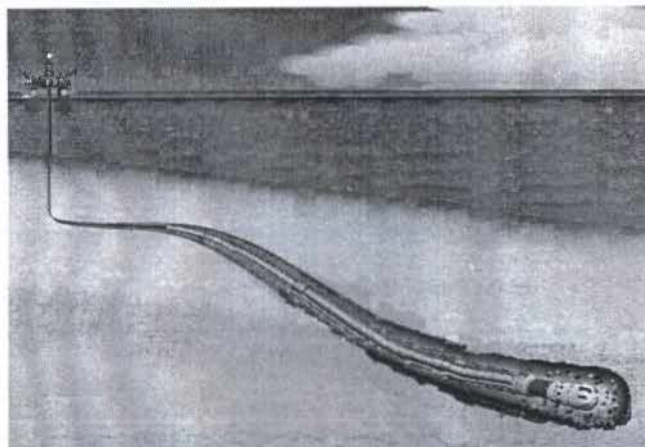


Figure 1- Horizontal Well Drilling

The topic of drilled transport during drilling has been the subject of studies for many investigators Iyoho (1980), Sanchez, et al. (1987), Peden et al. (1990), who have all focused, on steady state flows. The development of drilling activities requires,

though, more realistic simulation of the process, which is typically transient, due to interruptions in the operations and instabilities of rock formations, which tend to generate higher amounts of solids than expected.

In the present work the authors propose a way to quantify the variation of the amount of solids removed from the annulus with time, during the drilling and circulation of horizontal and inclined wells. The main objective is to provide methods to evaluate the evolution of bed erosion and build up for given hydraulic conditions

CUTTINGS TRANSPORT SIMULATION AND THE TWO LAYER MODEL

The two layer model has been originally proposed for the representation of drilled cuttings transport in high angle wells by Gavignet and Sobey (1986) based on the good results of this approach for the simulation of other industrial processes, such as specific gas-liquid flows, (Taitel and Dukler, 1976), and hydraulic transport of solids in pipes (Wilson, 1976). The model proposed by the authors can be illustrated by figure 2 and is based on the following hypothesis:

- The bottom layer represents the cuttings bed, which deposits in the annulus due to the action of gravitational forces. In this layer a fixed solids concentration of 52% is assumed.
- The top layer only contains the carrier fluid.
- There is no slip between the solid and liquid phases in each of the layers.
- There is no mass transfer between the solid and liquid phases.
- The solid-liquid system is incompressible and its rheological parameters are the same of the fluid.
- The height of the interface between the two layers is constant in the annular section studied and, consequently, a hydrostatic distribution of pressure along a cross section is assumed.
- The solids are characterized by an average diameter and by their sphericity.

This model can be formulated by a system of 2 algebraic equations, based on momentum conservation laws for the bed and

the fluid layers. The solution for the two unknowns, bed height and friction losses, require iterative approaches due to the non linearity of the system.

Martins and Santana (1990) expand the previous model, considering solids in the upper layer and four different flow patterns in the annulus: stationary bed, moving bed, heterogeneous suspension and pseudo homogeneous suspensions. The model is an adaptation of the proposal of Doron et al (1987) for annular flows. This model, is formulated by a system of 4 algebraic and 1 integral equations based on mass conversation laws for each phase, momentum conservation laws for each layer and a turbulent diffusion concept to describe solids distribution in the upper layer. This model became the basis of PETROBRAS cuttings transport simulator which is widely used in the design and troubleshooting while drilling complex trajectory wells.

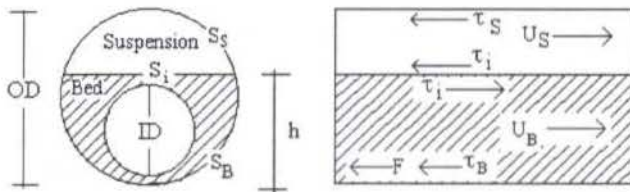


Figure 2 - The Two Layer Model, Including the modifications Proposed by Martins and Santana (1990)

In the following years, several improvements were made to the model, based on the feedback from field operators. Such improvements include specific correlations for interfacial stresses prediction Martins et al, (1996), corrections for rotation effects Sanchez et al., (1997), use of different rheological models for characterizing the fluid flow Santana et al, (1998) and the introduction of a permeability equation to describe flow through the bed Santana et al, (1998).

Among the changes in the basis model, proposed by Gavignet and Sobey (1986), the introduction of a solid phase in the upper layer and the inclusion of an equation for liquid flow through the bed showed negligible difference in the final results. For this reason, these changes will not be kept in the time dependent formulation. All the others proved to be very useful for the adequate representation of cuttings transport while drilling high angle wells.

THE TIME DEPENDENT FORMULATION

The present work consists on a first step on time dependent solid-liquid stratified flow modeling. The concept of the two layer model is kept, but now, unlike any previous approach for cuttings transport analysis, transient conservation laws are derived to describe the phenomena.

For this formulation the basic hypothesis of Gavignet & Sobey were adopted. Now, due to the time dependency, the problem will require mass and momentum conservation laws resulting in a four differential equations system.

Continuity Equations :

- Solid Phase

$$\frac{\partial A_B}{\partial t} = -\frac{\partial(A_B U_B)}{\partial x} \quad (1)$$

- Liquid Phase

$$\frac{\partial A_A}{\partial t} + (1-C_B) \frac{\partial A_B}{\partial t} + \frac{\partial A_S U_S}{\partial x} + (1-C_B) \frac{\partial U_B A_B}{\partial x} - \frac{\partial(A_B U_B)}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

Meaning: The rate of solids amount Eq. (1) or liquid amount Eq. (2) over time is the result of convective transportation .

Geometrical Relationship

$$A_B + A_S = A_T \quad (3)$$

Meaning: The total area is equal to the sum of areas of bed and suspension.

Momentum Equations

- Bed

$$\frac{\partial U_B}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_B} \frac{\partial p}{\partial x} - U_B \frac{\partial U_B}{\partial x} - \frac{\tau_B S_B}{\rho_B A_B} + \frac{\tau_i S_i}{\rho_B A_B} - \frac{F}{\rho_B A_B} - g \cos \theta \quad (4)$$

Meaning: the rate of change of bed velocity over time (velocity is momentum per unit mass) is the result of the contribution of many parcels in Eq. (4) The first term in the second hand is the driving force, i.e., a production of momentum by the pressure gradient (Note: this term is truly positive, since the derivative of pressure is negative). The second term accounts by the convective transport of momentum. The third, fourth and fifth are dissipative terms due to viscosity and friction. The last represents a sink, in which momentum is consumed due to gravity. Eq. (5), states the same for the upper layer where the coulombic (solid-solid) friction effects do not appear.

- Suspension

$$\frac{\partial U_S}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_S} \frac{\partial p}{\partial x} - U_S \frac{\partial U_S}{\partial x} - \frac{\tau_S S_S}{\rho_S A_S} - \frac{\tau_i S_i}{\rho_S A_S} - g \cos \theta \quad (5)$$

Boundary Conditions

- At the End of Hole Interval

$$P = P_{end} \quad (6)$$

$$P_{end} = \bar{\rho} g h + \Delta p_f \quad (7)$$

The pressure must be known at the extremity of the hole interval under simulation. Since the vertical part of the borehole is not to be simulated, the pressure at some depth is calculated directly with the help of mean mixture density.

At the Bit

$$A_B = \frac{A_T}{C_B} \frac{q_s}{q_s + q} \quad (8)$$

$$q_s = R_p \frac{D_p^2}{4} \pi \quad (9)$$

Meaning: During drilling, cuttings are produced at the bottom of the hole, while mud is injected through the drill pipe and bit nozzles. Here it is assumed that the cuttings form a bed right away, so that, all of the cuttings generated at the bit contribute directly to build the bed.

NUMERICAL SOLUTION:

A finite volume approach was used to solve the differential equations system. The spatial mesh is staggered with A_p/A_T (represented by α) and P evaluated at the center of the cell and the velocities at the edges. Figure 3 shows the schematic representation of the process for each layer.

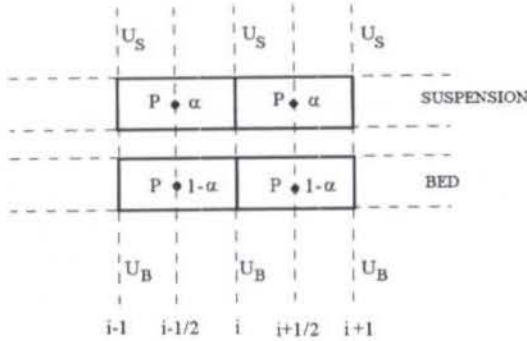


Figure 3 - Finite Volume Approach

Continuity Equations

- Solid Phase

Applying the finite volume approach to Eq (1):

$$\frac{(1-\alpha)_{i+1/2}^{k+1} - (1-\alpha)_{i+1/2}^k}{\Delta t} + \frac{(1-\alpha)_{i+1}^k U_{B_{i+1}}^{k+1} - (1-\alpha)_i^k U_{B_i}^{k+1}}{\Delta x} = 0 \quad (10)$$

The concept of donor cells is used to account for the lack of information about the variables at the edges of the cells. By this approach, the variables at the edges of the cell receive the values from the center of the last cell calculated. This results in the following relationships:

- $U_{B_{i+1}} > 0 \Rightarrow (1-\alpha)_{i+1} = (1-\alpha)_{i+1/2}$
- $U_{B_{i+1}} < 0 \Rightarrow (1-\alpha)_{i+1} = (1-\alpha)_{i+3/2}$
- $U_{B_i} > 0 \Rightarrow (1-\alpha)_i = (1-\alpha)_{i-1/2}$
- $U_{B_i} < 0 \Rightarrow (1-\alpha)_i = (1-\alpha)_{i+1/2}$

- Liquid Phase

The algebraic combination of Eqs. (1), (2) and (3) plus the integration in the wellbore axis leads to the following form of the continuity equation, already in the discretized form:

$$(1-\alpha)_i^{k+1} (U_{S_i}^{k+1} - U_i^{k+1}) + \frac{q_T}{A_T} - U_{S_i}^{k+1} = 0 \quad (11)$$

The same concept of donor cells was adopted.

Momentum Equation

- Bed Layer:

Eq. (4) was discretized in the following way:

$$\frac{U_{B_i}^{k+1} - U_{B_i}^k}{\Delta t} = -U_B \frac{\partial U_B}{\partial x} \Big|_i^k - \frac{1}{\rho_B} \left(\frac{P_{i+1/2}^{k+1} - P_{i-1/2}^{k+1}}{\Delta x} \right) - \frac{F}{A_B \rho_B} \Big|_i^k - \frac{\tau_B S_B}{A_B \rho_B} \Big|_i^k + \frac{\tau_i S_i}{A_B \rho_B} \Big|_i^k \quad (12)$$

The scheme is semi-implicit, where the velocity is a function of P . The donor-cell approach results in:

- $U_{B_i}^k > 0 \Rightarrow U_B \frac{\partial U_B}{\partial x} \Big|_i^k = U_{B_i}^k \frac{(U_{B_i}^k - U_{B_{i-1}}^k)}{\Delta x}$
- $U_{B_i}^k < 0 \Rightarrow U_B \frac{\partial U_B}{\partial x} \Big|_i^k = U_{B_i}^k \frac{(U_{B_{i+1}}^k - U_{B_i}^k)}{\Delta x}$

The bed velocity, in the term of wall shear stresses was calculated, aiming stability (Mahaffy, 1982), as follows:

$$U_{B_i}^k \Rightarrow 2U_{B_i}^{k+1} - U_{B_i}^k$$

$$\tau_{Bi}^k = \frac{1}{2} f_B \rho_B |U_B| (2U_{Bi}^{k+1} - U_{Bi}^k) \quad (13)$$

Applying Eq(12) in Eq(11)

$$\left(\frac{1}{\Delta t} + 2 \frac{f_B S_B}{A_B \rho_B} \right) U_{Li}^{k+1} = (-U_B \frac{\partial U_B}{\partial x} + \frac{\tau_B S_B}{A_B \rho_B} + \frac{\tau_i S_i}{A_B \rho_B} - g \cos(\theta) + \frac{U_B}{\Delta t})_i^k - \frac{1}{\bar{\rho}_B} \left| \frac{\partial P}{\partial x} \right|_i^{k+1} \quad (14)$$

- Suspension

The same approach is used for the upper layer momentum equation.

$$\left(\frac{1}{\Delta t} + 2 \frac{f_S S_S}{A_S \rho_S} \right) U_S^{k+1} = (-U_S \frac{\partial U_S}{\partial x} - \frac{\tau_S S_S}{A_S \rho_S} - \frac{\tau_i S_i}{A_S \rho_S} - g \cos(\theta))_i^k - \frac{1}{\bar{\rho}_S} \left| \frac{\partial P}{\partial x} \right|_i^{k+1} \quad (15)$$

Solution

The proposed discretization scheme results in a 4 unknowns (α , P , U_i and U_B) and 4 equations (10, 11, 14 and 15) algebraic system. For each time step, the 4 equation system is solved for n cells representing each section of the well. Since Eqs. (14) and (15) are only functions of pressure, the system is reduced to only two equations for each cell, where the unknowns are α and P .

The resulting non-linear system is solved by the well known Newton Method.

RESULTS

The following results reproduce typical situations for the drilling of horizontal wells. The approach is to study the effect of perturbations on an initial condition. Two effects will be analyzed: increase of fluid flow rate on bed erosion and increase of rate of penetration (or solids flow rate) on bed build up. All the cases were run for the following well geometry:

Length = 600 m
 OD = 12.25 in (0.31 m)
 ID = 6 5/8 in (0.17 m)
 Inclination = horizontal

Effect of Fluid Rheology

The effect of fluid rheological parameters on the erosion of a 43% of OD bed height, at the same flow rate, can be illustrated by figures 4 and 5. Figure 4 shows a less viscous fluid ($k=0.20$ Pa.sⁿ; $n=0.68$) than figure 5 ($k=0.37$ Pa.sⁿ; $n=0.70$). The more viscous fluid proved to be more effective than the thinner. Both

fluids have the same density. Steady state times are also different: while the less viscous fluid reached steady state in the hole section in about 1200 seconds, the more viscous was still eroding the bed after 2000 seconds of execution.

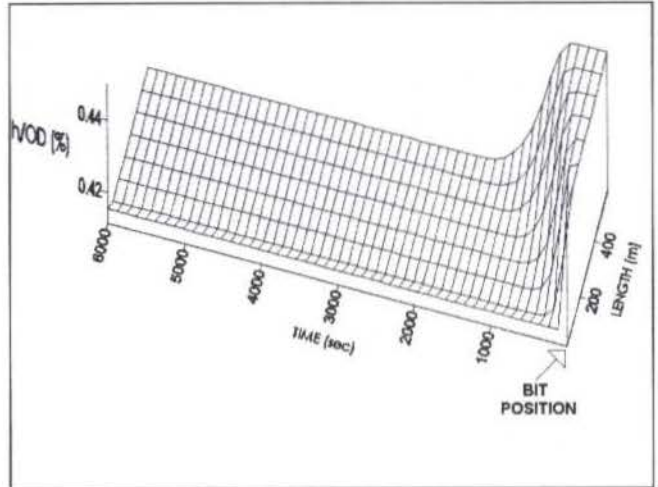


Fig 4 - Bed Erosion with the Less Viscous Fluid.

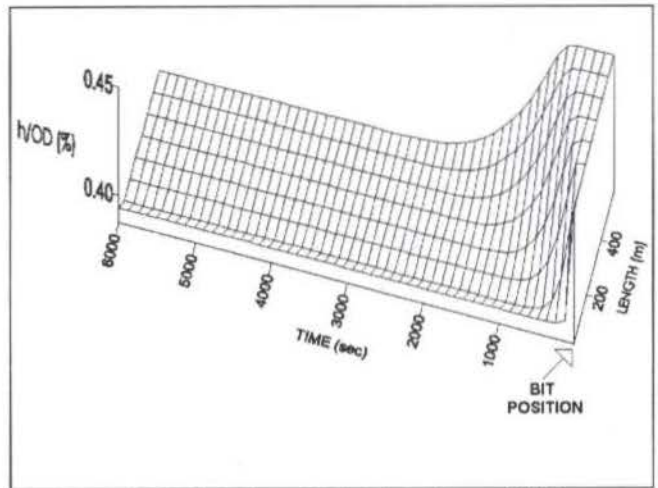


Fig 5 - Bed Erosion with the More Viscous Fluid.

Effect of Fluid Flow Rate

Figure 6 shows the erosion of the same bed while pumping the more viscous fluid at a flow rate 20% higher than in figure 5. While figure 5 shows a partial removal, the flow rate increase shown in figure 6 seems to be enough for complete bed removal. The picture reflects the transport mechanism by dunes and after 6000 seconds most of the well was completely clean. The execution for a longer period would show the complete removal of the cuttings bed.

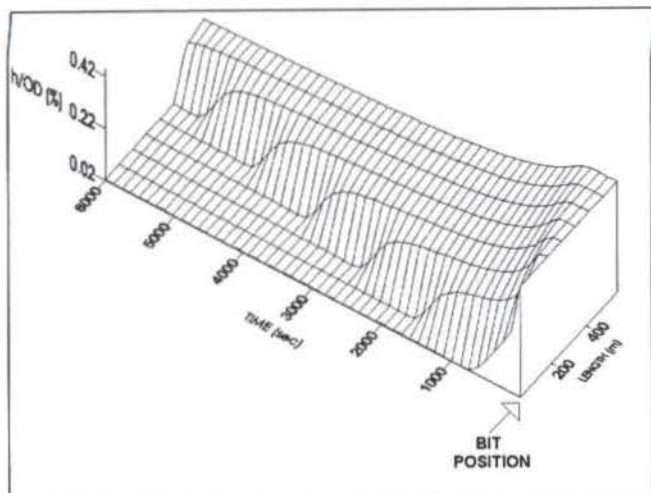


Fig 6 - Bed Erosion - Increased Flow Rate

Effect of Rate of Penetration

The effect of solids feeding rate is shown on figures 7 ($R_p=20$ m/h) and 8 ($R_p=30$ m/h). The figures show the process of bed build up by a dunes mechanism in the beginning of drilling a section, where the hole is totally clean, at the same fluid pumping rate.

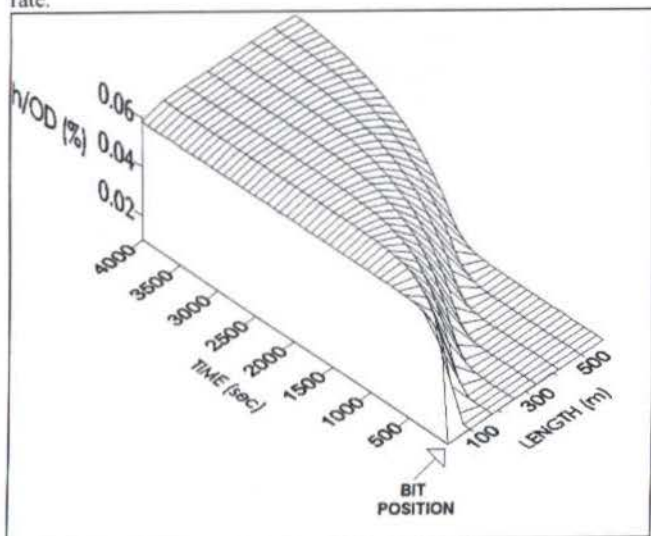


Figure 7- Bed Build Up - 20 m/h

As expected steady state bed heights are higher for the higher rate of penetration. The time for reaching steady state was also bigger for the higher rate of penetration (5500 s against 3500 s). These results reflect the tendencies observed experimentally (Martins et. al., 1996).

CONCLUDING REMARKS

The proposed formulation is an effective tool for the realistic simulation of drilled cuttings transport phenomena. Presented results indicate that, in some situations, steady state was not reached for times as big as 5500 seconds, reinforcing the limitation of using steady-state models for field application.

The results previously presented show that increase in the viscosity parameters, in the fluid flow rate and the reduction in

the rate of penetration of the bit contribute to the transport of solids in horizontal eccentric annulus. The phenomena involved in any perturbation of a steady state, seem to be similar during bed erosion and bed build up processes.

Further development include the evaluation of transport in sections of variable geometry and inclination and the inclusion of a source term to account for solids production from crumbling and cave-in of the well bores.

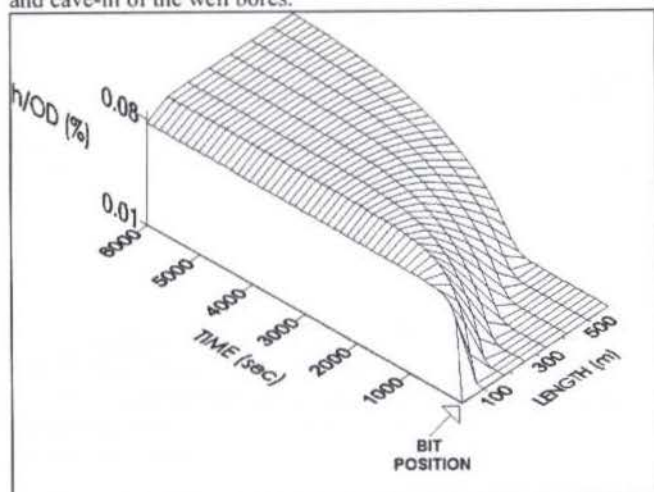


Figure 8- Bed Build Up - 30 m/h

NOMENCLATURE

A_B	: Cross-sectional area of bed (or bottom layer);
A_S	: Cross-sectional area of suspension (or upper layer);
A_T	: Total annulus cross section area;
C_B	: Solids concentration in the bed;
D_p	: Borehole diameter;
F	: Force due to Coulombic friction of cuttings and hole wall (slippage at the wall);
f_B	: Fanning friction factor for Bed;
f_s	: Fanning friction factor for suspension;
g	: Acceleration of gravity;
h	: Bed height;
H	: Depth of the end of hole interval;
i	: Space step;
k	: Time step;
p	: Absolute pressure;
q_T	: Total flow rate (solids + fluid);
q_s	: Input rate of cuttings at the bit;
R_p	: Rate of penetration;
S_B	: Perimeter of bed in contact with the hole wall;
S_i	: Perimeter of bed the interface between bed and suspension;
S_S	: Perimeter of suspension in contact with the hole wall;
t	: Time;
U_B	: Average velocity of bed;
U_S	: Average velocity of suspension;
x	: Axial direction;
α	: A_S/A_T
Δp_f	: Pressure drop in the annulus between surface and extremity of hole interval;
θ	: Inclination angle of the well in relation to a vertical axis;
$\bar{\rho}$: Mean density of mud between end of hole interval and surface;
ρ_B	: Density of bed of cuttings;

- ρ_s :Specific Gravity of suspension;
- τ_B :Shear stress at the contact between bed and hole wall (no slip at the wall);
- τ_i :Shear stress at the interface between bed and suspension;
- τ_s :Shear stress at the contact between bed and hole wall (no slip at the wall).

ACKNOWLEDGMENT

The authors wish to acknowledge Aluizio Sales Jr. Hair and Jean Martins Almeida for their help in the preparation of this paper.

REFERENCES

- Gavignet, A. A., Sobey, J.J., 1986, "A Model for the Transport of Cuttings in Highly Deviated Wells", *SPE 15417, Annual Technical Conference*, New Orleans, LA, October.
- Ioyho, A.W, 1980 "Drilled Cuttings Transport by Non-Newtonian Drilling Fluids Through Inclined Eccentric Anull", *PhD Thesis, U. of Tulsa, Tulsa, OK*.
- Martins, A.L., SÁ C.H.M., Lourenço, A.M.F. and Campos, W, 1996, "Experimental Determination of Interfacial Friction Factor in Horizontal Drilling With a Bed of Cuttings", paper SPE 36075, *Fourth SPE Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference*, Port of Spain, Trinidad & Tobago. 23-26 April .
- Martins, A.L. and Santana, C.C., 1990, "Modeling and Simulation of the Annular Axial Flow of Solid and Non-Newtonian Fluid Mixtures", *III Encontro Nacional de Ciências Térmicas (ENCIT)*, Itapema, SC.
- Peden, J.M., Ford, J.T. and Oyenevin, .B, 1990, "Comprehensive Experimental Investigation of Drilled Cuttings Transport in Inclined Wells Including the Effects of Rotation and Eccentricity", *SPE 20925, EUROPEC 90*, The Hague, Netherlands, Oct 22-24.
- Sanchez, R.A., Azar, J.J., Bassal, A.A. and Martins, A.L, 1997, "The Effect of Drillpipe Rotation on Hole Cleaning During Directional Well Drilling", *SPE/IADC 37626, SPE/IADC Drilling Conference*, Amsterdam,., Netherlands, Mar 4-6.
- Santana, M., Martins L. A., A. Sales Jr, 1998, "Advances in the Modeling of Stratified Solids Liquids Annular Flows", *SPE 39890, SPE Conference Villahermosa-Mexico*, Mar 3-5.
- Doron, P.; Granica, D. and Barnea, D., 1987, "Slurry Flow in Horizontal pipes – Experimental and modeling", *Int. J. of Multiphase Flow*, vol. 13, n° 4, pp. 535-547.
- Mahaffy, J.H., 1982, "A Stability-Enhancing Two-Step Method for Fluid Flow Calculations", *Journal of Computational Physics*, vol. 46, pp. 329-341.
- Taitel, Y. and Dukler, A.E., 1976, "A Theoretical Approach to the Lockhart-Martinelli Correlation for Stratified Flow", *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 2, pp. 591-595, Pergamon-Elsevier.
- Wilson, K.C., 1976, "A Unified Physically-Based Analysis of Solid-Liquid Pipeline Flow", *Proceedings, Hydrotransport 4 Conference, BHRA Fluid Engineering*, Al, pp.1-16.

**EFEITOS DE ORIENTAÇÃO DE MALHA NA
SIMULAÇÃO DE RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO
USANDO COORDENADAS GENERALIZADAS
COINCIDENTES COM A FRONTEIRA**

A.O. Czesnat, C.R. Maliska, A.F.C. Silva e R. Lucianetti
SINMEC - Laboratório de Simulação Numérica em
Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor
Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina
88040-900 - Florianópolis - SC - Brasil

SUMÁRIO

A conhecida dificuldade de minimizar a difusão numérica na solução de escoamentos de fluidos é, também, bastante importante na simulação de reservatórios de petróleo. O esquema tradicionalmente empregado na avaliação dos termos de fluxo convectivo é o método de ponderação a montante. Este procedimento, entretanto, introduz efeitos de orientação de malha. Em malhas curvilineas o problema é ainda mais abrangente, em função da liberdade de orientar a malha para uma dada configuração física. Neste trabalho é apresentada uma formulação em coordenadas curvilineas com resultados preliminares utilizando a configuração five-spot. Esquemas UDS e TVD são apresentados e comparados.

INTRODUÇÃO

Cabe aos engenheiros de petróleo a decisão sobre a viabilidade de exploração de uma bacia petrolífera, levando em conta parâmetros como: capacidade de produção, tipo de fluidos presentes no reservatório, estrutura geológica da bacia e técnicas operacionais necessárias para realizar a recuperação. Esta decisão envolve custos elevadíssimos e, portanto, deve ser tomada com base num estudo da bacia petrolífera. É exatamente neste estudo que a simulação numérica de reservatórios de petróleo mostra sua fundamental importância, já que uma análise experimental completa é muito complexa, senão impossível, de ser realizada. A simulação numérica além de oferecer condições para um estudo de viabilização da bacia petrolífera, também propicia o estudo de otimização da recuperação de óleo, sendo este um dos principais objetivos da engenharia do petróleo.

As equações que governam o escoamento dos fluidos no meio poroso são obtidas através de um balanço de massa para cada componente. Estas equações apresentam um caráter hiperbólico e, pode ser dito, que o maior problema encontrado na simulação numérica de reservatórios de petróleo tem origem na aproximação dos termos de fluxo convectivo destas equações. O método tradicionalmente empregado (na engenharia de reservatório) para aproximação destes termos, é o de ponderação a montante (UDS - *Upstream Differencing Scheme*) que conduz a soluções com uma grande dispersão numérica tendendo a dar um caráter muito dissipativo ao fluxo.

Neste trabalho, primeiramente, mostra-se a formulação matemática do problema do petróleo em coordenadas curvilineas. Nas seções subsequentes identifica-se o problema da orientação de malha, com o uso do esquema UDS, através da simulação de um problema com configuração simétrica dos poços em malhas não simétricas. Propõe-se a utilização de esquemas de mais alta ordem, mais especificamente esquemas TVD (*Total Variation Diminishing*), para diminuição dos efeitos de orientação. Por último, mostra-se os resultados obtidos com a aplicação dos esquemas TVD no conhecido problema de configuração *five-spot*, por este problema apresentar solução analítica para comparação.

Cabe ressaltar que, o objetivo final nesta linha de trabalho é o desenvolvimento de algoritmos, para problemas 3D com discretização generalizada, que apresentem pouco efeito de orientação de malha.

Revisão Bibliográfica. O efeito de orientação de malha foi primeiramente apontado por Todd *et al.* (1972). Eles utilizaram uma configuração de poços chamada *five-spot*, ou seja, configuração formada por quatro poços injetores em cada face de um quadrado e um poço produtor no centro, como pode ser visto na fig. 1.

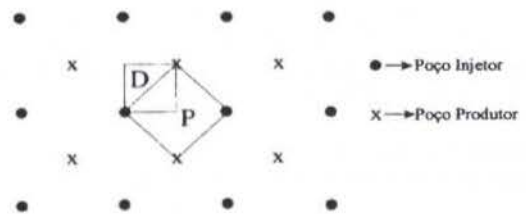


Figura 1 - Configuração five-spot

Todd *et al.* demonstraram que os resultados dependem da malha utilizada e que a diferença entre os resultados decresce com o aumento do número de pontos da mesma. Eles propuseram um esquema de dois pontos a montante para reduzir os efeitos de orientação. Além de Todd *et al.*, Ito (1982) e Taggart e Pinczewski (1985) também demonstraram que o uso de esquemas de um ponto a montante, ou seja, esquemas de primeira ordem, causam níveis inaceitáveis de difusão numérica.

Yanosik e McCracken (1976), observaram que o efeito de orientação de malha provavelmente era causado, pela não contabilização do fluxo entre o volume onde se está calculando e seu vizinho na diagonal. Eles então introduziram um esquema de nove pontos que contabilizava este fluxo. Foram mostrados

resultados, para várias razões de viscosidades, obtendo soluções praticamente idênticas para malhas diagonais e paralelas. Este esquema é semelhante aos esquemas "skew", bastante empregados em CFD, conforme Raithby (1974). Ivo (1994), por sua vez, também utilizou idéias semelhantes para propor esquemas de interpolação com termo a montante inclinado.

Maliska *et al.* (1993) e Cunha *et al.* (1994) obtiveram resultados muito próximos ao esquema de nove pontos de Yanosik e McCracken, utilizando malhas curvilíneas generalizadas, com linhas coordenadas alinhadas ao fluxo do escoamento, e esquema de interpolação de primeira ordem. Cunha observou, que são poucas as configurações onde se pode gerar malhas alinhadas ao fluxo do escoamento e portanto o uso de coordenadas curvilíneas generalizadas não elimina a preocupação com a difusão numérica.

Com o intuito de obter soluções com pouca difusão numérica, consequentemente com minimização do efeito de orientação de malha e sem provocar o aparecimento de soluções não físicas observadas em esquemas de segunda ordem, Harten *et al.* (1983) introduziram o conceito de métodos TVD para equações hiperbólicas em coordenadas cartesianas.

Rubin e Blunt (1991) introduziram um esquema TVD aplicado nos fluxos, para modelos Black-Oil, em coordenadas cartesianas com formulação totalmente implícita ou IMPES.

Pinto (1991) utilizou TVD para malhas cartesianas não-uniformes e aplicou o esquema diretamente nas permeabilidades relativas e não no fluxo, como comumente era feito. Ficou mostrado que existe pouca diferença em aplicar o TVD nas permeabilidades ou nos termos de fluxo.

Mota (1994) fez a extensão do TVD de Rubin e Blunt para coordenadas generalizadas, aplicando o esquema nas permeabilidades relativas.

FORMULAÇÃO

Antes de se escrever as equações governantes do problema do petróleo, deve-se identificar o modelo físico adotado. Neste trabalho utiliza-se o modelo chamado de *black-oil* padrão. Este modelo assume escoamento isotérmico constituído de três componentes (água, óleo e gás) e três fases (água, óleo e gás). Também é considerado que as fases água e óleo são imiscíveis e, portanto, não trocam massa e os componentes água e óleo não vaporizam na fase gás, mas o componente gás pode dissolver-se na fase óleo. O modelo *black-oil*, embora seja limitado, é bastante utilizado para reservatórios de petróleo que apresentam óleo pesado e de baixa volatilização.

Modelo Matemático. Aplicando-se os balanços de massa para cada componente obtém-se as seguintes equações

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m Z^w] = \nabla \cdot [\lambda^w \nabla \Phi^w] - m^w \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m Z^o] = \nabla \cdot [\chi^{oo} \lambda^o \nabla \Phi^o] - \chi^{oo} m^o \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m] = \nabla \cdot [\lambda^w \nabla \Phi^w + \lambda^o \nabla \Phi^o + \lambda^g \nabla \Phi^g] - m^w - m^o - m^g \quad (3)$$

onde,

- ϕ - porosidade;
- ρ^m - densidade da mistura;
- λ^p - mobilidade da fase p;
- Φ^p - potencial da fase p;

- m^w, m^o, m^g - fluxo de massa de água, óleo e gás
- z^i - fração mássica do componente i;
- χ^{oo} - razão da massa do componente óleo na fase óleo pela massa da fase óleo.

A Eq. (1) expressa a conservação de massa do componente água, a Eq. (2) expressa a conservação da massa do componente óleo e a Eq. (3), que é obtida da soma das Eqs. (1), (2) e a equação da conservação de massa do componente gás, expressa a conservação da massa total. Diz-se que a Eq. (3) é a equação da pressão, pois é usada no processo iterativo para o avanço desta variável.

As incógnitas do problema são $P^w, P^o, P^g, Z^w, Z^o, Z^g$ mas as equações disponíveis são apenas três, Eq. (1), Eq. (2) e Eq. (3). Portanto, necessita-se de mais três equações, dadas por

$$Z^g = 1 - Z^w - Z^o \quad (4)$$

$$P^w = P^o - P^{cov} \quad (5)$$

$$P^g = P^o + P^{cog} \quad (6)$$

A Eq. (4) é a equação de restrição e as Eqs. (5) e (6) são equações que relacionam as pressões de cada fase através de capilaridade.

Nas equações de conservação de massa aparecem os potenciais das fases, que podem ser escritos da seguinte maneira utilizando as Eqs. (5) e (6)

$$\Phi^w = P^o - P^{cov} + \gamma^w z \quad (7)$$

$$\Phi^o = P^o + \gamma^o z \quad (8)$$

$$\Phi^g = P^o + P^{cog} + \gamma^g z \quad (9)$$

Nas Eqs. (1), (2) e (3) a mobilidade da fase p é dada por

$$\lambda^p = \frac{k k^{rp} \rho^p}{\mu^p} \quad (10)$$

onde, k, k^{rp} e μ^p são, respectivamente, permeabilidade absoluta, permeabilidade relativa do componente r na fase p e viscosidade da fase p.

Como pode ser visto nas equações acima, o modelo matemático adotado utiliza as frações mássicas e a pressão do óleo como variáveis primárias.

Transformação e Equações Aproximadas. As equações governantes, Eq. (1), Eq. (2) e Eq. (3), são aplicadas à situação tridimensional, visando a solução de escoamentos de petróleo em reservatórios de geometrias irregulares. Tendo isto em mente, há dois caminhos a serem seguidos. Integrar as equações de conservação na geometria irregular ou transformá-las para um novo sistema coordenado. Neste trabalho utiliza-se o segundo caminho, que consiste em transformar as equações governantes para o novo sistema e então integrar as equações transformadas no domínio regular como descrito em Maliska (1995), ver fig. 2.

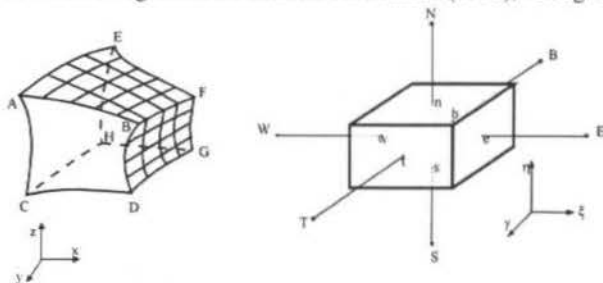


Figura 2 - Domínio físico e volume de controle elementar

Daqui em diante trabalhar-se-á, por simplicidade, apenas com a equação da conservação da massa do componente água, que também passará a ser chamada apenas de equação da água. Portanto, transformando a equação da água, vem

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho^m z^w) + \frac{m^w}{J} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[D_{11}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{12}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{13}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[D_{21}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{22}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{23}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right] + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[D_{31}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{32}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{33}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right] \quad (11)$$

onde,

J - jacobiano da transformação de coordenadas;
 ξ, η, γ - sistema de coordenadas curvilíneas;

$$D_{ij}^p = \frac{\lambda^p}{J} \left[\frac{\partial x^i}{\partial x} \frac{\partial x^j}{\partial x} + \frac{\partial x^i}{\partial y} \frac{\partial x^j}{\partial y} + \frac{\partial x^i}{\partial z} \frac{\partial x^j}{\partial z} \right] \quad (12)$$

com $i, j = 1, 2$ ou 3 e x^1, x^2 e x^3 são respectivamente, ξ, η e γ . Portanto, D_{12}^w é

$$D_{12}^w = \frac{\lambda^w}{J} \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} \right] \quad (13)$$

As equações transformadas para o componente óleo e para pressão são similares. Para se obter a equação aproximada é usado o método dos Volumes Finitos, que é baseado na integração da equação de balanço na sua forma conservativa, ou seja, na forma divergente. Integrando no tempo e no espaço a Eq. (11), tem-se

$$\frac{1}{J} \left[(\phi \rho^m z^w)_p - (\phi \rho^m z^w)_p \right] \Delta V + \frac{m^w}{J} \Delta V \Delta t = \left[D_{11}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{12}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{13}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_e \Delta \eta \Delta \gamma \Delta t - \left[D_{11}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{12}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{13}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_w \Delta \eta \Delta \gamma \Delta t + \left[D_{21}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{22}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{23}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_n \Delta \xi \Delta \gamma \Delta t - \left[D_{21}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{22}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{23}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_s \Delta \xi \Delta \gamma \Delta t + \left[D_{31}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{32}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{33}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_t \Delta \xi \Delta \eta \Delta t - \left[D_{31}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{32}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{33}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_b \Delta \xi \Delta \eta \Delta t \quad (14)$$

Note que os termos D_{ij} , ver Eq. (12), deverão ser calculados nas interfaces leste (e), oeste (w), norte (n), sul (s), frente (t) e atrás (b) do volume de controle elementar. Portanto as mobilidades, que são armazenadas no centro do volume de controle, deverão ser avaliadas nas interfaces. É importante observar que, aproximar satisfatoriamente as mobilidades nas interfaces dos blocos, ou seja, sem provocar grande difusão numérica, é o intuito deste trabalho. Na próxima subseção será apresentado a função de interpolação UDS deixando para uma seção subsequente a descrição das funções de interpolação TVD.

Maiores detalhes sobre as aproximações das derivadas dos potenciais, do processo de linearização e da integração das outras equações de conservação, podem ser vistos em Maliska et. al. (1997).

Esquema de um Ponto a Montante (UDS - Upstream Differencing Scheme). O esquema a montante é o mais simples e estável de todos os esquemas, porém é um esquema de primeira ordem e altamente difusivo. Conseqüentemente, provoca erros de difusão numérica muitas vezes inaceitáveis.

Utilizando o esquema UDS, para a avaliação das mobilidades nas interfaces do volume de controle, aplicada, para exemplificar, na mobilidade da água na interface leste (e), vem

• Se $\left[\left(\frac{\partial \Phi^w}{\partial \bar{n}} \right)_e < 0 \right]$, então

$$\lambda_e^w = \lambda_p^w \quad (15)$$

onde,

$$\left(\frac{\partial \Phi^w}{\partial \bar{n}} \right)_e = (G_{11} \Phi_\xi^w + G_{12} \Phi_\eta^w + G_{13} \Phi_\gamma^w)_e \quad (16)$$

$$G_{ij} = \frac{D_{ij}^p}{\lambda^p} \quad (17)$$

A Eq. (16) define a derivada normal do potencial da água na interface leste, o qual indica o sentido do fluxo nesta face. Pode-se observar que a mobilidade, no esquema UDS, assume o valor da propriedade do volume de controle que está atrás da interface em relação ao sentido do escoamento.

IDENTIFICAÇÃO DO EFEITO DE ORIENTAÇÃO DE MALHA

Esta seção visa reconhecer o problema de orientação de malha, através da simulação, utilizando função de interpolação UDS, de uma configuração de três poços, um injetor e dois produtores, dispostos simetricamente mas com malhas não simétricas.

Simulou-se este problema originalmente idealizado por Hegre et al. (1986), com algumas modificações que já serão explicadas. Almeja-se aqui, quantificar os resultados de corte de água para diferentes orientações de malha, compará-los e com isso obter uma ordem dos erros devido a não simetria da malha. A configuração do problema pode ser visto na fig. 3. Como pode-se observar, a disposição dos poços produtores em relação ao poço injetor é simétrica e portanto a frente de água deveria alcançar os poços produtores no mesmo momento. O instante de aparecimento de água nos poços produtores é chamado, na área de petróleo, de irrupção (breakthrough).

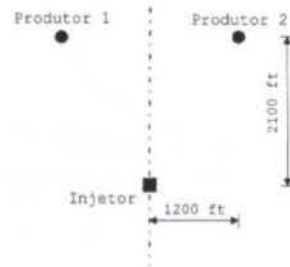


Figura 3 - Distribuição e configuração dos poços

Tabela 1 – Alguns dados relevantes do problema dos três poços

Volume Poroso	1.62x10 ⁷ m ³
Porosidade	0.19
Volume Poroso da célula do poço	2.86x10 ⁴ m ³
Vazão no Injetor	1920 bbl/dia (3.53x10 ⁻³ m ³ /s)
Vazão nos Produtores	1000 bbl/dia (1.84x10 ⁻³ m ³ /s)

No artigo de Hegre *et al.* as fronteiras do reservatório acompanhavam a orientação da malha, causando dúvida na comparação dos resultados, pois os casos deveriam diferir apenas na malha. Com base neste comentário, idealizou-se malhas, para o problema, com as fronteiras inalteradas (ver fig. 4).

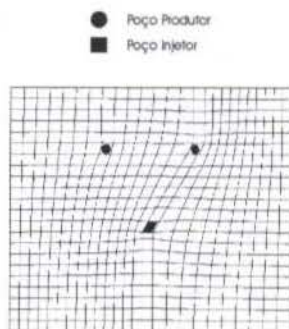


Figura 4 - Malha para o problema proposto com orientação preferencial (60°)

Como pode-se observar na fig. 4, existe uma “ligação” direta entre o volume que contém o poço injetor e o que contém o poço produtor localizado a direita. Consequentemente há um caminho preferencial, ou seja, um caminho mais fácil e por conseguinte mais rápido, para o avanço da frente de água. Deve-se notar que, a saturação da água, em qualquer bloco, só pode crescer acima do valor irreduzível somente quando a mobilidade da água, em pelo menos alguma das fronteiras do bloco, se tornar não-zero. Isto mostra que, um caminho preferencial, isto é, um caminho mais direto para a transmissão das transmissibilidades (mobilidades), provoca o avanço da frente desigualmente. A fig. 5 compara os resultados deste problema para malha cartesiana, cartesiana refinada e a malha com orientação preferencial. Nota-se que, corroborando com o que foi dito acima, existe acentuada discrepância entre os gráficos de corte de água e que a irrupção no poço alinhado está bastante adiantada.

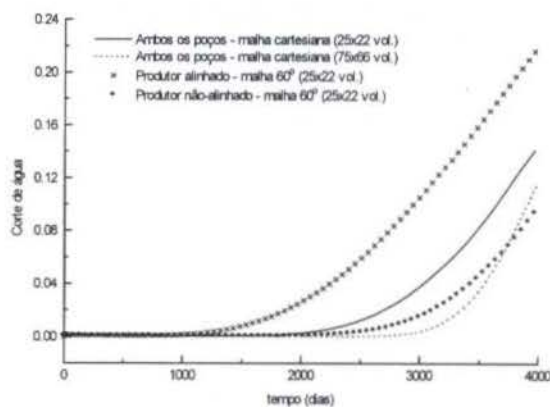


Figura 5 - Comparação entre as malhas cartesiana, cartesiana refinada e 60°

ESQUEMAS PROPOSTOS

TVD (Total Variation Diminishing). Os métodos *TVD* são métodos que introduzem um termo anti-difusivo ao esquema de um ponto a montante e um limitador para que, em regiões de gradientes suaves, o esquema seja de segunda ordem e, em regiões de discontinuidades, o esquema seja de primeira ordem.

Pinto (1991) aplicou o esquema *TVD*, para malhas cartesianas, no cálculo das permeabilidades relativas nas interfaces. Justificou-se a simplificação considerando-se a permeabilidade relativa como um fluxo. Os resultados apresentados por Pinto mostraram que a aplicação do esquema *TVD* nas permeabilidades relativas ou nos fluxos faz pouca diferença. Neste trabalho aplicou-se o esquema *TVD* nas mobilidades, para um sistema de coordenadas generalizado, como fez Mota (1994), que é composto pelas permeabilidades relativas.

A mobilidade na face leste pode ser aproximada por

$$\lambda_e = \lambda_e^{UDS} + A_e \Psi(r_e^{UDS}) \quad (18)$$

onde,

λ_e^{UDS} - mobilidade no volume imediatamente a montante da face leste;

A_e - termo de segunda ordem, ver Eq.(19);

Ψ - limitador de fluxo;

r_e^{UDS} - razão de termos sucessivos de segunda ordem, ver Eq.(20).

$$A_e = \frac{\vec{L}_{UDS}^{\xi}}{2} \cdot \vec{\nabla} \lambda_e \quad (19)$$

$$r_e^{UDS} = \frac{A_{e-upstream}}{A_e} \quad (20)$$

onde,

\vec{L}_{UDS}^{ξ} - vetor comprimento na direção ξ do volume imediatamente a montante da interface leste, ver Eq. (21);

$\vec{\nabla} \lambda_e$ - gradiente da mobilidade na interface leste;

$A_{e-upstream}$ - termo de segunda ordem na face imediatamente a montante da interface leste, comparar Eqs. (20) e (25).

$$\vec{L}_{UDS}^{\xi} = (\Delta \xi \cdot x_{\xi} \hat{i} + \Delta \eta \cdot y_{\xi} \hat{j} + \Delta \gamma \cdot z_{\xi} \hat{k})_{UDS} \quad (21)$$

Exemplificando a utilização do *TVD* para avaliação das mobilidade da água na interface leste (e), vem

Se $\left[\left(\frac{\partial \Phi^w}{\partial n} \right)_e < 0 \right]$, então

$$\lambda_e = \lambda_p + A_e \Psi(r_p) \quad (22)$$

$$A_e = \frac{\vec{L}_p^{\xi}}{2} \cdot \vec{\nabla} \lambda_e \quad (23)$$

$$A_w = \frac{\vec{L}_p^{\xi}}{2} \cdot \vec{\nabla} \lambda_w \quad (24)$$

$$r_p = \frac{A_w}{A_e} \quad (25)$$

É interessante destacar, para um caso cartesiano, que quando

- $\Psi(r)=1$, obtém-se um esquema de 2ª ordem;
- $\Psi(r)=r$, obtém-se um esquema de dois pontos a montante;
- $\Psi(r)=0$, obtém-se um esquema de ponto a montante;
- $\Psi(r)=2$, obtém-se um esquema de ponto a frente.

Nesta seção definiu-se como se aplicar o esquema TVD nas equações de petróleo de forma geral, sem especificar nenhum tipo de limitador. Será mostrado agora os limitadores implementados.

TVD com limitador de Van Leer. O limitador de Van Leer está dentro da região de Sweby que é definida por

$$0 \leq \Psi(r) \leq \min(2, 2r) \quad (26)$$

É calculado através da seguinte expressão

$$\Psi(r) = \frac{|r| + r}{1 + |r|} \quad (27)$$

TVD com limitador de 3ª Ordem. O limitador de 3ª Ordem é função de r e é calculado através da seguinte expressão:

$$\Psi(r) = \frac{1}{3}(2 + r) \quad (28)$$

Pinto mostrou que este limitador sai fora da região de Sweby em alguns trechos e por conta disto, sugere restringir o limitador de 3ª Ordem aos limites da região de Sweby, o que é feito neste trabalho. Pinto ainda comenta que, se este limitador não for restringido pode não produzir um esquema TVD.

RESULTADOS

Como primeiro passo, escolheu-se, aplicar o esquema proposto para malhas cartesianas no problema five-spot. Este problema possui soluções analíticas para comparação e tem todas as características necessárias face o estudo do efeito de orientação de malha. O passo seguinte será utilizar os esquemas TVD em problemas com malhas generalizadas, como o problema dos três poços, e avaliar o quanto este esquema reduziria o grande efeito de orientação de malha apresentado nos resultados obtidos com o esquema UDS.

Problema Bidimensional com Geometria Five-Spot. Este problema foi resolvido por Pinto (1991) e consiste na injeção de água em um reservatório bidimensional, homogêneo, isotrópico e horizontal com configuração five-spot. A tabela 2 traz os dados referentes a este problema.

Tabela 2 - Dados do problema five-spot

Pressão inicial	3000 psi (2.07×10^7 Pa)
Saturação inicial de água	0.0
Espessura	5.0 m
Comprimento	706.9 m
Largura	706.9 m
Porosidade	0.05
Densidade	$\rho^w = \rho^o = 1000$ kg/m ³
Viscosidade	$\mu^w = \mu^o = 1$ cp (10^{-3} Pa.s)
Fator volume de formação	$B^w = B^o = 1$
Permeabilidade absoluta	200 mD (1.97×10^{-13} m ²)
Permeabilidade relativa à água	S^w

Permeabilidade relativa ao óleo	S^o
Vazão de água injetada	5000 STB/d (9.20×10^{-3} m ³ /s)
Vazão de líquido produzida	5000 STB/d
Δt máximo	10 dias (8.64×10^5 s)
Δt mínimo	10^{-8} dias (8.64×10^{-4} s)

Para a malha diagonal a geometria é $\frac{1}{4}$ de five-spot e para a malha paralela a geometria passa a ser $\frac{1}{2}$ de five-spot. Por isto as dimensões da malha paralela são 1000m x 1000m x 5m calculadas por um fator de $\sqrt{2}$. Simulou-se a malha diagonal 10x10 e 30x30 e a malha paralela 14x14 e 42x42. As soluções serão comparadas com a solução semi-analítica de Le Blanc e Caudle (1971), apresentada por Pinto.

As figuras 6, 7 e 8 apresentam os resultados obtidos, para este problema, aplicando-se UDS, TVD de Van Leer e TVD de 3ª ordem. Pode-se verificar que:

- Como era esperado, as soluções obtidas pelo método UDS apresentam grande difusão numérica. O efeito de orientação de malha é bastante pronunciado;
- Os esquemas TVD apresentaram soluções com difusão numérica e efeito de orientação de malha bastante menores;
- Os esquemas TVD obtiveram resultados melhores que o esquema UDS para uma quantidade de células nove vezes menor, ver figs. 7 e 8.

A tabela 3 apresenta em volume poroso as diferentes irrupções de água para cada esquema. A irrupção é identificada quando o valor de corte de água chega a 1%.

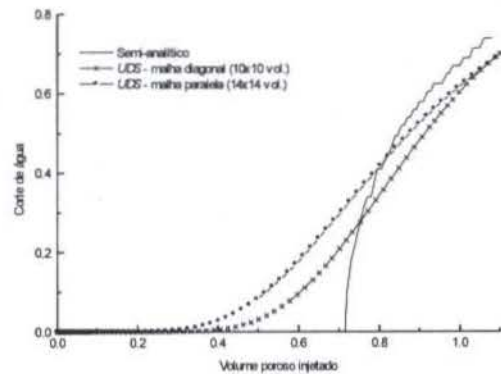


Figura 6 – Problema five-spot, UDS

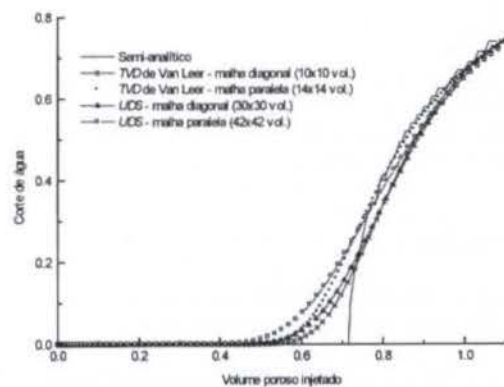


Figura 7 – Problema five-spot, UDS x TVD de Van Leer

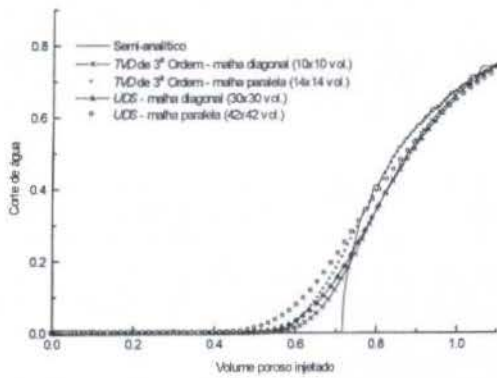


Figura 8 – Problema *five-spot*, UDS x TVD de 3º Ordem

Tabela 3 – Resultados dos diferentes *breakthroughs* (em volume poroso injetado)

	Malha Diagonal	Malha Paralela	Erro absoluto	Erro relativo %
UDS	0,430	0,341	0,089	20,7
UDS refinado	0,546	0,490	0,056	10,3
TVD de Van Leer	0,583	0,558	0,025	4,3
TVD de 3º Ordem	0,583	0,583	0,000	0,0

CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se uma metodologia numérica para simulação de escoamentos trifásicos em reservatório de petróleo com enfoque no problema da aproximação dos termos convectivos. Mostrou-se que para as equações do petróleo este problema consiste na avaliação das mobilidades nas interfaces de um volume de controle. Detalhando a implementação do esquema UDS e simulando um caso, evidenciou-se a dispersão numérica e, conseqüentemente, o efeito de orientação de malha causada pelo emprego de uma função de interpolação dissipativa.

Propõe-se a utilização de esquemas de mais alta ordem, com o fim de diminuir a difusão numérica. Para tanto, explicita-se a avaliação das mobilidades por esquemas TVD aplicados em um sistema generalizado.

Compara-se os esquemas TVD com o UDS para um problema bidimensional com configuração *five-spot*. Conclui-se, para este caso, que os esquemas TVD apresentam um efeito de orientação de malha bastante reduzido e obtêm resultados melhores que o UDS para uma quantidade de volumes nove vezes maior.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CENPES/PETROBRÁS pelo suporte financeiro parcial deste trabalho através de convênio com o SINEMC -Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor- da UFSC.

REFERÊNCIAS

Brand, C. W., Heinemann, J. E., Leoben, M. U., Aziz, K., 1991, "The Grid Orientation Effect in Reservoir Simulation", SPE 21228, pp. 275-286, Anaheim, California.
 Coats, K. H., George, W. D., e Marcum, B. E., 1974, "Three-Dimensional Simulation of Steamflooding", SPE J., pp. 573-592.
 Cunha, A. R., Maliska, C. R., Silva, A. F. C., Livramento, M.

A., 1994, "Two-Dimensional Two-Phase Petroleum Reservoir Simulation Using Boundary-Fitted Grids", V Encontro Nacional de Ciências Térmicas, São Paulo, pp. 359-362.

Harten, A., Lax, P. D. e Van Leer, B., 1983, "On Upstream Differencing and Godunov-Type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws", SIAM Review, vol. 25, n° 1.

Hegre, T. M., Dalen, V., Henriquez, A., 1986, "Generalized Transmissibilities for Distorted Grids in Reservoir Simulation", Paper SPE 15622, pp. 15, New Orleans.

Ito, Y., 1982, "The Evaluation of Interblock Mobility Using a Modified Midpoint Weighting Scheme", Paper presented at the Sixth SPE Symposium on Reservoir Simulation, New Orleans, Louisiana.

Lopez, F. L., 1994, "Esquemas de Volume de Controle para Simulação de Reservatórios", Dissertação de Mestrado, UFRJ.

LeBlanc, J.L. and Caudle, B.H., 1971, "A Streamline Model for Secondary Recovery", SPE Journal, 7-12.

Maliska, C. R., Silva, A. F. C., Jucá, P. C., Cunha, A. R., Livramento, M. A., 1993, "Desenvolvimento de um Simulador 3D Black-Oil em Coordenadas Curvilineas Generalizadas – Parte I", Relatório CENPES/PETROBRÁS, SINMEC/EMC/UFSC, Relatório RT-93-1, Florianópolis, SC, Brasil.

Maliska, C. R., 1995, "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", Ed. LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., Rio de Janeiro, R. J., Brasil.

Maliska, C. R., Silva, A. F. C., Czesnat, A.O., Lucianetti, R.M., Maliska Jr., C.R., 1997, "Three-Dimensional Multiphase Flow Simulation in Petroleum Reservoirs using the Mass Fraction as Dependent Variables", SPE 39067, Fifth Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference, R. J., Brazil.

Mota, M. A. A. e Maliska, C. R., 1994, "Simulação Numérica de Reservatórios de Petróleo Utilizando Coordenadas Generalizadas e Interpolação TVD", Anais V ENCIT, pp. 325-328, São Paulo, Brasil.

Pinto, A. C. C., 1991, "Esquemas de Alta Resolução para Controle de Dispersão Numérica em Simulação de Reservatórios", Dissertação de Mestrado, UNICAMP, São Paulo.

Raithby, G. D. and Torrance, K. E., 1974, "Upstream-Weighted Differencing Schemes and Their Application to Elliptic Problems Involving Fluid Flow", Comp. & Fluids, vol. 2.

Rubin, B. e Blunt, M. J., 1991, "Higher-Order Implicit Flux Limiting Schemes for Black-Oil Simulation", Proceedings of 11º SPE, pp. 219-229, California.

Taggart, I. J. e Pinczewski, W. V., 1985, "The Use of Higher Order Differencing Techniques in Reservoir Simulation", Paper presented at the Sixth SPE Symposium on Reservoir Simulation, Dallas, Texas.

Todd, M. R., O'Dell, P. M., e Hirasaki, G. T., 1972, "Methods for Increasing Accuracy in Numerical Reservoir Simulators", SPE J., pp. 515-530.

Yanosik, J. L. e McCracken, T. A., 1976, "A Nine-Point, Finite-Difference Reservoir Simulator for Realistic Prediction of Adverse Mobility Ratio Displacements", SPE J., pp. 253-262.

ABSTRACT

The well known difficulty of minimizing numerical diffusion in the solution of fluid flows is also an important problem in petroleum reservoir simulation. The reservoir simulation normally uses Upstream Differencing Scheme to approximate the convective flow terms. This procedure brings grid orientation effects. The problem is more ample in nonorthogonal boundary-fitted grids, due to the liberty of orient the grid for some physic configuration. This work presents a formulation in boundary-fitted coordinates with results in a five-spot pattern. Upstream Differencing Scheme and Total Variation Diminishing Schemes are presented and comparisons are made between them.

**EFEITOS DA NÃO-ORTOGONALIDADE DA
MALHA NA TAXA DE CONVERGÊNCIA DO
MÉTODO DE NEWTON UTILIZANDO
COORDENADAS GENERALIZADAS**

R.M. Lucianetti, C.R. Maliska, A.F.C. Silva e A. Czesnat
 SINMEC – Laboratório de Simulação Numérica em
 Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor
 Departamento de Engenharia Mecânica
 Universidade Federal de Santa Catarina
 88040-900 – Florianópolis – SC

SUMÁRIO

Na simulação numérica de reservatórios de petróleo, a maneira usual de linearizar as equações de conservação é através do método de Newton. Utilizando-se coordenadas generalizadas (boundary-fitted coordinates), duas estratégias distintas podem ser empregadas para a obtenção da matriz Jacobiana. Se todos os termos não-ortogonais são tratados implicitamente, tem-se uma matriz Jacobiana com dezenove diagonais. A outra estratégia é tratar apenas os termos relativos ao problema ortogonal implicitamente, avaliando os termos não-ortogonais na iteração anterior. Mesmo não afetando a qualidade do resultado, esta técnica pode afetar a taxa de convergência do método. Neste artigo, o comportamento do método de volumes finitos não-ortogonal é analisado para ambas as estratégias. Resultados para vários graus de não-ortogonalidade são apresentados.

INTRODUÇÃO

A simulação numérica de reservatórios é uma ferramenta de vital importância para o engenheiro de petróleo, uma vez que a simulação completa em laboratório é impossível de ser efetuada. Podendo estimar o escoamento do óleo, água e gás em meios porosos, torna-se uma ferramenta extremamente útil no auxílio a importantes decisões técnicas e econômicas a respeito do reservatório, tais como: produção de óleo estimada, localização de poços injetores, vida de um determinado poço, etc.

Desde a introdução dos métodos numéricos na engenharia de petróleo e ainda hoje, a discretização baseada em coordenadas cartesianas é extensivamente usada devido a sua fácil construção, simplicidade das equações discretizadas e rápida implementação do código computacional. No entanto, a discretização cartesiana apresenta consideráveis desvantagens para modelar satisfatoriamente reservatórios com geometrias complexas, falhas geológicas e/ou configurações complexas de poços.

Visando contornar estes problemas, surgiram modelos mais eficientes no tratamento da geometria de reservatórios. Tanto malhas estruturadas, quanto não-estruturadas, têm sido exploradas. No campo das malhas estruturadas, Hirasaki e O'Dell (1970), Sharp e Anderson (1985), e Sonier e Chaumet (1974) introduziram o uso de malhas curvilíneas ortogonais, promovendo a modelagem de geometrias e configurações de reservatórios um pouco mais complexas. Entretanto, a maioria dos reservatórios reais possuem contornos muito irregulares dificultando a geração de malhas ortogonais, ainda mais quando a geometria exige uma discretização tridimensional. Mais recentemente, Britto *et al.* (1991), Maliska *et al.* (1994, 1997) e Aavatsmark *et al.* (1994), fizeram o uso de sistemas curvilíneos não-ortogonais, ou generalizados, visando abranger o maior número possível de geometrias, disposição de poços e configurações geológicas de reservatórios com malhas estruturadas.

Este tipo de malha requer um esquema numérico envolvendo mais pontos do que os sete necessários para uma discretização

ortogonal tridimensional. Utilizando a formulação totalmente implícita e o método de Newton para a linearização do sistema de equações, isto implica numa matriz Jacobiana com dezenove diagonais.

Com o objetivo de manter a mesma forma da matriz Jacobiana do problema cartesiano, Maliska *et al.* (1997) propuseram calculá-la de forma inexata avaliando os termos provenientes das derivadas cruzadas na iteração anterior. Segundo os autores, apesar deste procedimento não se constituir em erro na aproximação das equações, pode afetar a taxa de convergência. Em virtude disto, justificam o emprego desta técnica para malhas ditas "quasi-ortogonais", onde a distorção dos volumes com relação a configuração ortogonal é pequena. Entretanto, ainda não são conhecidos valores quantitativos para indicar o quanto a distorção da malha influencia na taxa de convergência e também se a resolução da matriz completa realmente acarreta um maior tempo de CPU quando *solvers* de sistema linear robustos são utilizados.

Este artigo apresenta uma comparação entre as estratégias numéricas acima descritas, uma utilizando a matriz Jacobiana com suas 19 diagonais e outra com apenas as 7 correspondentes ao problema ortogonal. Os testes foram feitos em malhas tridimensionais com diferentes graus de não-ortogonalidade.

FORMULAÇÃO

Neste trabalho utilizou-se o modelo *black-oil* padrão, que consiste no escoamento isotérmico trifásico (água, óleo e gás) a três componentes (água, óleo e gás), sendo que a única solubilidade possível é a do componente gás na fase óleo. Este modelo tem vasta aplicação na indústria do petróleo e usualmente é indicado para a simulação de óleos pesados e de baixa volatilidade.

Do balanço de massa para cada componente, desprezando-se o termo difusivo (Lei de Fick) e empregando a Lei de Darcy para

a velocidade em um meio poroso, obtém-se o seguinte sistema de equações governantes

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m Z^m] = \nabla \cdot [\lambda^w \nabla \Phi^w] - m^w \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^o Z^o] = \nabla \cdot [\lambda^{oo} \nabla \Phi^o] - \lambda^{oo} m^o \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^g] = \nabla \cdot [\lambda^g \nabla \Phi^g + \lambda^o \nabla \Phi^o + \lambda^s \nabla \Phi^s] - m^w - m^o - m^g \quad (3)$$

onde ϕ , λ^p , λ^{oo} , Z^c , Φ^p , ρ^m e m^p são a porosidade, mobilidade da fase p , fração mássica do componente óleo na fase óleo, fração mássica global do componente c , potencial da fase p , densidade média da mistura e fluxo de massa de produção/injeção da fase p , respectivamente. Os super-índices w , o e g correspondem, respectivamente, às fases ou aos componentes água, óleo e gás.

A Eq. (1) expressa a conservação da massa do componente água, a Eq. (2), a conservação da massa do componente óleo e a Eq. (3) é a conservação da massa global e é obtida pela soma das duas primeiras mais a equação de conservação do componente gás. Desta forma, pode-se observar que as variáveis presentes são as frações mássicas globais da água e do óleo e os potenciais das fases, sendo que a fração mássica global do gás é obtida através da equação de restrição

$$Z^g = 1 - Z^w - Z^o \quad (4)$$

Os potenciais das fases podem ainda ser relacionados com a pressão do óleo e as pressões capilares através das relações abaixo

$$\Phi^w = P^o - P^{cow} + \gamma^w z \quad (5)$$

$$\Phi^o = P^o + \gamma^o z \quad (6)$$

$$\Phi^g = P^o + P^{cog} + \gamma^g z \quad (7)$$

Desta forma as variáveis primitivas passam a ser as frações mássicas globais e a pressão do óleo, P^o .

É importante salientar que este tipo de formulação com base nas frações mássicas, ao invés da formulação usual que utiliza as saturações como variáveis primitivas, foi empregado por facilitar a construção do código computacional devido a não ocorrência de desaparecimento da fase gás em condições de óleo sub saturado. Esta técnica é descrita em detalhes por Prais e Campagnolo (1991) e Maliska *et al.* (1997).

Nas Eqs. (1), (2) e (3) a mobilidade da fase p é dada por

$$\lambda^p = \frac{k k^{rp} \rho^p}{\mu^p} \quad (8)$$

onde, k , k^{rp} , ρ^p e μ^p , são a permeabilidade absoluta, permeabilidade relativa à fase p , densidade da fase p e viscosidade da fase p , respectivamente.

Transformação e Equações Aproximadas. Visando obter as equações na sua forma discreta, empregou-se o método dos volumes finitos em coordenadas generalizadas. Desta forma, as equações são transformadas do sistema cartesiano (x, y, z) para o sistema coordenado curvilíneo (ξ, η, γ) , levando o problema do domínio físico para o computacional como esquematizado na Fig. 1.

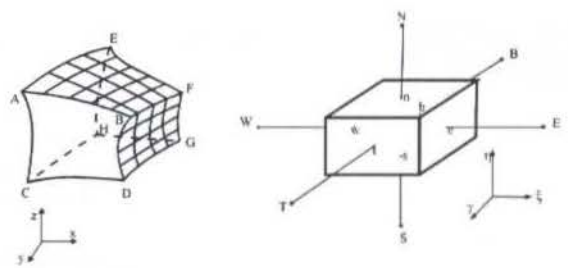


Figura 1 - Domínio físico e volume discreto no plano computacional.

Por simplicidade, daqui em diante, será mostrado apenas o processo de discretização para a equação de conservação do componente água, ou equação da água, sendo, os passos, similares para as demais equações. Desta forma, a equação transformada da água assume a forma

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^w Z^w] + \frac{m^w}{J} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[D_{11}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{12}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{13}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[D_{21}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{22}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{23}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right] + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[D_{31}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{32}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{33}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right] \quad (9)$$

onde,

$$D_{ij}^w = \frac{\lambda^w}{J} \left[\frac{\partial x^i}{\partial \xi} \frac{\partial x^j}{\partial \xi} + \frac{\partial x^i}{\partial \eta} \frac{\partial x^j}{\partial \eta} + \frac{\partial x^i}{\partial \gamma} \frac{\partial x^j}{\partial \gamma} \right] \quad (10)$$

e $x^{i,j}$, com $i, j = 1, 2$ e 3 , correspondem a ξ, η e γ , respectivamente.

Neste ponto é interessante notar que, devido as derivadas cruzadas oriundas da não-ortogonalidade da malha, tem-se nove termos possíveis de derivada dos potenciais. Este fato também pode ser evidenciado pelo aparecimento das nove componentes do tensor métrico através dos D_{ij}^w . Para sistemas ortogonais, tem-se apenas três termos: $D_{11}^w \partial \Phi^w / \partial \xi$, $D_{22}^w \partial \Phi^w / \partial \eta$ e $D_{33}^w \partial \Phi^w / \partial \gamma$.

De posse das equações transformadas, o método dos volumes finitos, que consiste na integração das equações na sua forma conservativa, é utilizado para se obter as equações aproximadas. Integrando a Eq. (9) no tempo e no volume de controle do plano transformado da Fig. 1, obtém-se

$$\frac{1}{J} \left[(\phi \rho^w Z^w)_p - (\phi \rho^w Z^w)_p \right] \Delta V + \frac{m^w}{J} \Delta V \Delta t = \left[D_{11}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{12}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{13}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_e \Delta \eta \Delta \gamma \Delta t - \left[D_{11}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{12}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{13}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_w \Delta \eta \Delta \gamma \Delta t + \left[D_{21}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{22}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{23}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_n \Delta \xi \Delta \gamma \Delta t - \left[D_{21}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \xi} + D_{22}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \eta} + D_{23}^w \frac{\partial \Phi^w}{\partial \gamma} \right]_s \Delta \xi \Delta \gamma \Delta t +$$

$$\begin{bmatrix} D_{31}'' \frac{\partial \Phi''}{\partial \xi} + D_{32}'' \frac{\partial \Phi''}{\partial \eta} + D_{33}'' \frac{\partial \Phi''}{\partial \gamma} \\ D_{31}'' \frac{\partial \Phi''}{\partial \xi} + D_{32}'' \frac{\partial \Phi''}{\partial \eta} + D_{33}'' \frac{\partial \Phi''}{\partial \gamma} \end{bmatrix} \Delta \xi \Delta \eta \Delta \gamma \quad (12)$$

As derivadas dos potenciais, que aparecem no interior dos colchetes na equação acima, são avaliadas usando diferenças centrais. Isto, para uma malha não-ortogonal, envolvendo as derivadas cruzadas, implica no aparecimento de dezoito vizinhos ao volume P, seis diretos (E, W, N, S, T, B) e doze "diagonais" (BS, BW, BE, BN, SW, SE, NW, NE, TS, TW, TN, TE) como é mostrado na Fig. 2. Este tipo de configuração, como será detalhado mais adiante, leva a uma matriz de blocos contendo dezenove diagonais, onde cada componente da matriz é outra matriz 3x3.

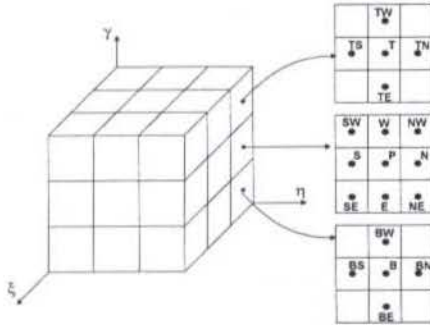


Figura 2 - Volumes presentes no esquema numérico.

Linearização. As equações do modelo *black-oil* são não-lineares. A origem desta não-linearidade está na forte dependência que as propriedades dos fluidos (mobilidades, frações mássicas dos componentes, pressões capilares, etc) têm das variáveis primitivas (pressão e frações mássicas globais). Para linearizá-las, no contexto da formulação totalmente implícita, é empregado o método de Newton, onde utiliza-se a expansão em série de Taylor das equações na sua forma residual. Desta forma, obtém-se

$$(F_p^i)^{k+1} = (F_p^i)^k + \sum_{\forall X} \left(\frac{\partial F_p^i}{\partial X} \right)^k \Delta X = 0 \quad (15)$$

onde, $i = P, w, o$ e $X = P, Z^w, Z^o$, avaliados no volume P e em todos os seus vizinhos tratados implicitamente.

Aplicando esta equação para a função resíduo da água, tem-se

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial F_p^w}{\partial P_p} \right) \Delta P_p + \left(\frac{\partial F_p^w}{\partial Z_p^w} \right) \Delta Z_p^w + \left(\frac{\partial F_p^w}{\partial Z_p^o} \right) \Delta Z_p^o + \\ & \sum_{NB} \left[\left(\frac{\partial F_p^w}{\partial P_{NB}} \right) \Delta P_{NB} + \left(\frac{\partial F_p^w}{\partial Z_{NB}^w} \right) \Delta Z_{NB}^w + \left(\frac{\partial F_p^w}{\partial Z_{NB}^o} \right) \Delta Z_{NB}^o \right] = -F_p^w \end{aligned} \quad (16)$$

onde, NB representa os pontos vizinhos do volume P.

Repetindo este procedimento para as equações de resíduo do óleo e da pressão e calculando todas as derivadas, obtém-se o sistema linear a ser resolvido

$$A \Delta X = -F \quad (17)$$

onde,

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_i^P}{\partial P_j} & \frac{\partial F_i^P}{\partial Z_j^w} & \frac{\partial F_i^P}{\partial Z_j^o} \\ \frac{\partial F_j^w}{\partial P_j} & \frac{\partial F_j^w}{\partial Z_j^w} & \frac{\partial F_j^w}{\partial Z_j^o} \\ \frac{\partial F_j^o}{\partial P_j} & \frac{\partial F_j^o}{\partial Z_j^w} & \frac{\partial F_j^o}{\partial Z_j^o} \end{bmatrix} \quad \Delta X_i = \begin{bmatrix} P_i^{k+1} - P_i^k \\ Z_i^{w,k+1} - Z_i^{w,k} \\ Z_i^{o,k+1} - Z_i^{o,k} \end{bmatrix} \quad F_i = \begin{bmatrix} F_i^P \\ F_i^w \\ F_i^o \end{bmatrix} \quad (18)$$

Neste ponto pode-se escolher diferentes formas para o tratamento dos termos cruzados. Se todos os termos forem considerados no mesmo nível iterativo, ou seja, forem incógnitas nas equações de resíduo, será obtido uma matriz Jacobiana de dezenove bandas, como esquematizado na Fig. 3. Por outro lado, se apenas os vizinhos diretos forem avaliados no mesmo nível iterativo, deixando os termos referentes as derivadas cruzadas serem avaliados explicitamente no termo fonte, será obtido uma matriz de apenas sete diagonais (ver Fig. 4). Isto, apesar de aparentemente muito atrativo, pode trazer uma sensível queda na taxa de convergência do método de Newton quando a malha for muito distorcida, visto que os termos cruzados terão um peso maior.

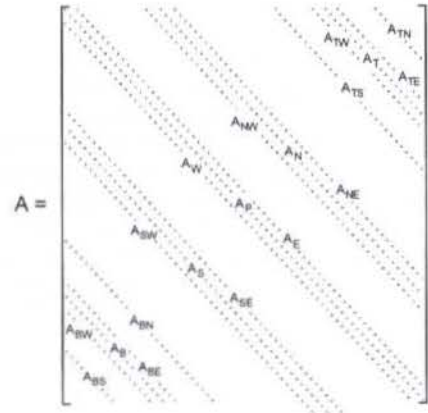


Figura 3 - Matriz Jacobiana de dezenove diagonais. Todos os termos são avaliados no mesmo nível iterativo.

É importante ressaltar que esta técnica não implica na introdução de erros, sendo apenas uma forma de avançar as variáveis no processo iterativo. Outro ponto a ser esclarecido é que o termo "avaliado explicitamente", usado para os termos não-ortogonais nesse contexto, não quer dizer que esta técnica introduz alguma característica explícita à formulação totalmente implícita, pois estes continuam sendo avaliados no mesmo nível de tempo. Esta expressão foi usada apenas para indicar que estes termos são avaliados no nível iterativo anterior.

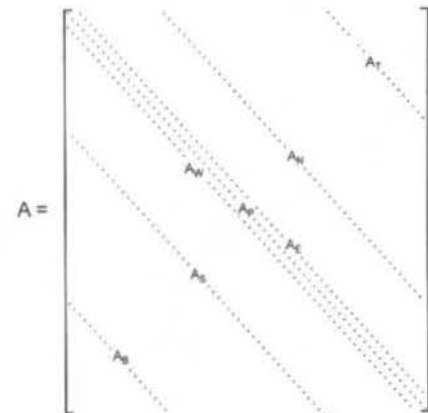


Figura 4 - Matriz Jacobiana de sete diagonais. Termos não-ortogonais são avaliados em um nível iterativo anterior.

Maliska *et al.* (1997) e Cunha (1996) utilizaram a matriz Jacobiana com sete diagonais. Esta técnica não deve apresentar problemas para malhas quase ortogonais, visto que as componentes da matriz nas diagonais correspondentes aos termos não-ortogonais são valores muito pequenos (Maliska *et al.*, 1997).

Alguns teste, que são analisados ao final deste trabalho, foram realizados visando esclarecer até que ponto é possível distorcer a malha sem prejudicar excessivamente a taxa de convergência do método de Newton, quando se utiliza a matriz Jacobiana aproximada apenas pela diagonal principal e as seis correspondentes aos seus vizinhos diretos.

COMPARAÇÃO ENTRE AS ESTRATÉGIAS NUMÉRICAS

Validação do Método Utilizado. Todos os detalhes a respeito da metodologia numérica empregada, que foi resumidamente descrita acima, bem como alguns testes realizados e comparações com resultados descritos na literatura podem ser encontrados em Maliska *et al.* (1997).

Problema Teste. A Fig. 5 mostra a geometria e a malha utilizada nos testes. O reservatório consiste em um paralelepípedo deformado, de maneira que o ângulo entre os eixos coordenados curvilíneos ξ e η é θ , entre o eixo γ e o plano ξ - η , é $\pi - \theta$. Note-se que o plano ξ - η coincide com o plano x - y . O comprimento da aresta na direção γ é de 200 m e o comprimento nas direções ξ e η é de 1.000 m. A malha empregada foi de 15x15x5 volumes. A origem dos eixos coordenados é no volume (0, 0, 0).

Visando avaliar a influência da não-ortogonalidade de forma gradativa, o mesmo problema foi resolvido, para ambas as estratégias numéricas, com ângulos θ de 20°, 30°, 45°, 60°, 80° e 90°.

O problema consiste em um escoamento bifásico imiscível envolvendo água e óleo. Conforme é ilustrado na Fig. 5, a injeção e a produção são realizadas em cantos opostos do reservatório e em apenas um único volume. As vazões são avaliadas diretamente através dos termos fonte/sumidouro das equações governantes, ou seja, não foi empregado modelo de poço.

As curvas de permeabilidade relativa do sistema água-óleo são dadas pelas seguintes equações

$$k^{rw}(S^w) = k_o^{rw} \left(\frac{S^w - S^{wc}}{1 - S^{wc} - S^{or}} \right)^{n_w} \quad (19)$$

$$k^{ro}(S^w) = k_o^{ro} \left(\frac{1 - S^w - S^{or}}{1 - S^{wc} - S^{or}} \right)^{n_o} \quad (20)$$

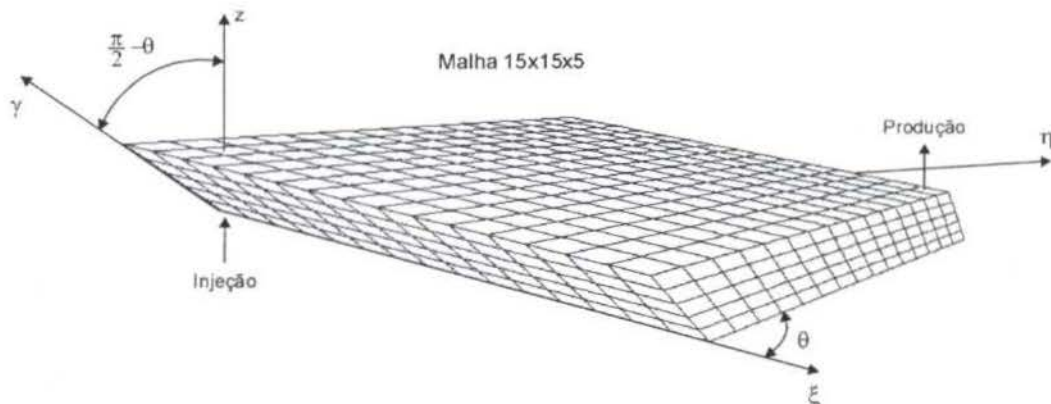


Figura 5 - Malha tridimensional utilizada nos testes.

onde, S^w , k_o^{rw} , k_o^{ro} , S^{wc} e S^{or} são, respectivamente, a saturação da água, permeabilidade relativa à água para uma saturação de $1 - S^{or}$, permeabilidade relativa ao óleo para uma saturação de água irreduzível, saturação de água irreduzível e saturação de óleo residual. n_w e n_o são expoentes.

Os dados da simulação estão condensados na Tabela 1.

Tabela 1 - Dados do problema teste.

Porosidade	$\phi = 0,3$
Permeabilidade Absoluta	$k = 0,3 \mu\text{m}^2$
Pressão Inicial	$P_i = 20.685 \text{ kPa}$
Saturação Inicial	$S^{iw} = 0,0$
Densidades	$\rho^{w,o} = 1.000 \text{ kg/m}^3$
Compressibilidades	$c^{w,o} = 7,252 \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$
Fatores Volume de Formação	$B^{w,o} = \frac{1}{1 + c^{w,o}(P - P^i)}$
Aceleração da Gravidade	$g = 0,0 \text{ m/s}^2$
Saturação de Água Irreduzível	$S^{wc} = 0,0$
Saturação de Óleo Residual	$S^{or} = 0,0$
k_o^{rw}, k_o^{ro}	$k_o^{rw} = k_o^{ro} = 1,0$
Expoentes	$n_w = n_o = 1,5$
Vazões de Produção/ Injeção	$q = 1,0 \text{ m}^3/\text{s}$

As viscosidades dos fluidos são funções da pressão e assumem as seguintes expressões

$$\mu^w = 10^{-3} \left[1 + 1,45 \cdot 10^{-12} (P - 1,38 \cdot 10^7) \right] \quad (21)$$

$$\mu^o = 1,163 \cdot 10^{-2} \left[1 + 1,45 \cdot 10^{-12} (P - 1,38 \cdot 10^7) \right] \quad (22)$$

O critério de convergência utilizado para o método de Newton foi para que a máxima variação da pressão não excedesse 10kPa e a máxima variação da fração mássica não fosse maior do que $5 \cdot 10^{-3}$. Utilizou-se um máximo de 20 iterações. No entanto, se, ao final das 20 iterações, a convergência não for atingida, reduz-se o passo de tempo pela metade e retoma-se este *time step*.

Para a solução do sistema linear, foi empregado o método GMRES (*Generalized Minimal Residual*) com decomposição LU incompleta como condicionador e um máximo de 75 iterações. O critério de convergência para o *solver* foi o de que a norma do resíduo não fosse maior do que 10^{-5} .

Empregou-se um passo de tempo, Δt , variável em cada iteração, escolhido através da seguinte relação

$$\Delta t^{k+1} = \min \left\{ \Delta t_{\max}, \max \left\{ \Delta t_{\min}, \frac{\Delta t^k}{2}, \min \left\{ \Delta t_S, \Delta t_P, 2\Delta t^k \right\} \right\} \right\} \quad (23)$$

com

$$\Delta t_S = \frac{\Delta t^k \Delta S_{\lim}^w}{\Delta S_{\max}^w} \quad \Delta t_P = \frac{\Delta t^k \Delta P_{\lim}}{\Delta P_{\max}} \quad (24)$$

onde, Δt^{k+1} , Δt^k , Δt_{\max} , Δt_{\min} , ΔS_{\max}^w , ΔS_{\lim}^w , ΔP_{\max} , ΔP_{\lim} são, respectivamente, o novo passo de tempo, o passo de tempo utilizado na iteração atual, o máximo passo de tempo permitido (neste caso foi utilizado $\Delta t_{\max} = 50$ dias), o mínimo passo de tempo permitido ($\Delta t_{\min} = 1$ s), a máxima variação da saturação da água com relação ao tempo atual, a variação máxima permitida para a saturação da água (utilizou-se 0,5), a máxima variação da saturação da água com relação ao tempo atual e a variação máxima permitida para a pressão (utilizou-se 5.10^5 kPa).

Em outras palavras, a relação acima quer dizer que o mínimo passo de tempo entre os valores permitidos pela variação da pressão e saturação, Δt_S e Δt_P , deve respeitar a seguinte relação

$$\Delta t_{\min} \leq \Delta t^k / 2 \leq \min \{ \Delta t_S, \Delta t_P \} \leq 2\Delta t^k \leq \Delta t_{\max} \quad (28)$$

A simulação é encerrada após atingir 1 VPI (volume poroso injetado), ou seja, após a injeção do volume de água equivalente ao volume poroso do reservatório.

Resultados. As Tabelas 2 e 3 mostram os resultados obtidos para ambas as formas da matriz Jacobiana e vários valores do ângulo θ .

Como era de se esperar, o efeito da não-ortogonalidade sobre o processo iterativo é grande para a matriz de 7 diagonais. Note-se que, para ângulos menores que 80° , obteve-se resultados melhores com a matriz de 19 diagonais. Isto devido a um processo iterativo muito mais eficiente, notado através do sensível menor número de iterações no método de Newton e no *solver* comparado com os valores obtidos para a matriz de 7 diagonais.

É importante ter em mente que o custo por iteração, tanto na iteração de Newton, quanto no *solver*, é maior para o método que utiliza a matriz de 19 diagonais, pelo motivo óbvio da matriz ser menos esparsa.

Este efeito é facilmente notado quando se comparam os dois métodos utilizando uma malha cartesiana ortogonal ($\theta = 90^\circ$), caso este em que as 12 diagonais não-ortogonais têm elementos zeros. Com relação a este caso é interessante notar o menor número de iterações no *solver* para a matriz de 19 diagonais. Isso pode ser explicado pelo fato de que, mesmo que ambas as matrizes sejam iguais do ponto de vista de elementos não-nulos, o caso com 19 diagonais leva em consideração as 12 diagonais nulas como pontos de nível zero (não nulos) que podem ser preenchidos pelo processo de fatorização LU incompleta. Desta forma, tem-se um maior condicionamento.

Tabela 2 - Comparação entre as estratégias numéricas para vários graus de não-ortogonalidade, $\theta = 20^\circ, 30^\circ$ e 45° .

	20°		30°		45°	
	7 Diag.	19 Diag.	7 Diag.	19 Diag.	7 Diag.	19 Diag.
Nº de iterações no método de Newton	1951	597	1941	592	1157	467
Média	7	2	7	2	6	2
Nº de iterações no solver	42.519	10.761	42.542	10.777	26.695	7.720
Média	170	43	172	43	145	42
Nº total de <i>time steps</i>	249	248	247	245	183	183
$\overline{\Delta t}$ *	0,700	0,703	0,706	0,710	1,92	1,92
CPU**	$2,778.10^3$	$1,599.10^3$	$2,742.10^3$	$1,642.10^3$	$1,604.10^3$	$1,140.10^3$
Jacobian / Resíduos**	$6,006.10^2$	$3,569.10^2$	$6,040.10^2$	$3,598.10^2$	$3,498.10^2$	$2,702.10^2$
<i>Solver</i> **	$1,458.10^3$	$1,004.10^3$	$1,401.10^3$	$1,038.10^3$	$8,243.10^2$	$6,885.10^2$

* em dias.

** em segundos.

Tabela 3 - Comparação entre as estratégias numéricas para vários graus de não-ortogonalidade, $\theta = 60^\circ, 80^\circ$ e 90° .

	60°		80°		90°	
	7 Diag.	19 Diag.	7 Diag.	19 Diag.	7 Diag.	19 Diag.
Nº de iterações no método de Newton	728	377	481	329	297	297
Média	5	2	4	3	2	2
Nº de iterações no solver	18.328	5.876	11.817	4.671	6.177	4.354
Média	133	42	108	42	58	41
Nº total de <i>time steps</i>	137	137	109	109	105	105
$\overline{\Delta t}$ *	3,85	3,85	6,08	6,24	6,64	6,64
CPU**	$1,088.10^3$	$9,202.10^2$	$7,048.10^2$	$7,849.10^2$	$3,839.10^2$	$6,787.10^2$
Jacobian / Resíduos**	$2,313.10^2$	$2,218.10^2$	$1,429.10^2$	$2,033.10^2$	$8,574.10^1$	$1,743.10^2$
<i>Solver</i> **	$5,807.10^2$	$5,486.10^2$	$3,761.10^2$	$4,536.10^2$	$1,849.10^2$	$3,887.10^2$

* em dias.

** em segundos.

Para mostrar o efeito do condicionador no número de iterações no *solver* para a matriz de 19 diagonais, como mostrado acima, o caso cartesiano foi novamente resolvido, porém, agora com o método de Jacobi. Visto que este método utiliza como matriz de condicionamento apenas a diagonal principal da matriz Jacobiana, espera-se que o número de iterações no *solver* para a matriz de 19 diagonais seja idêntico ao obtido com a matriz de 7. Isto é o que pode ser observado na Tabela 4 abaixo.

Tabela 4 - Resultado do problema cartesiano ($\theta = 90^\circ$) com o método de Jacobi como condicionador.

	7 Diag.	19 Diag.
Nº de iterações no método de Newton	314	314
Média	3	3
Nº de iterações no <i>solver</i>	22.686	22.686
Média	231	231
Nº total de time steps	98	98
Δt^*	6,96	6,96
CPU**	$7,518 \cdot 10^2$	$1,133 \cdot 10^3$

* em dias.

** em segundos.

Outro comportamento interessante de ser observado nos resultados é a mínima variação das médias de iterações para a matriz com 19 diagonais, o que mostra a independência deste método com relação a não-ortogonalidade da malha.

Com relação a liberdade dada ao algoritmo através da escolha automática do passo de tempo, pode-se dizer que ambas as estratégias numéricas tiveram comportamentos muito próximos, todavia, nos casos onde houve pequena diferença, foi observado uma vantagem para o método com matriz de 19 diagonais. Este efeito pode ser observado nas Tabelas 2 e 3 através do passo de tempo médio, Δt , e do número total de *time steps*.

A Tabela 5 quantifica a eficiência de cada estratégia com relação ao tempo de CPU, ilustrando a análise feita acima.

Tabela 5 - Razão CPU¹⁹ / CPU⁷.

	20°	30°	45°	60°	80°	90°
CPU ¹⁹ / CPU ⁷	0,576	0,599	0,711	0,846	1,11	1,77/ 1,51*

* com o método de Jacobi como condicionador.

CONCLUSÕES

Para o método dos volumes finitos em coordenadas generalizadas aplicado a simulação numérica de reservatórios de petróleo, mostrou-se duas estratégias numéricas para tratar os termos não-ortogonais.

Uma estratégia calcula a matriz Jacobiana de forma inexata avaliando os termos de derivada cruzada explícitos, obtendo a mesma forma de matriz do caso ortogonal. A outra é calcular a Jacobiana exata levando-se em consideração todos os termos e, assim, obtendo-se uma matriz com 19 diagonais para um problema tridimensional.

De acordo com os resultados obtidos vê-se que cada uma das estratégias têm um comportamento distinto com relação a não-ortogonalidade da malha.

A técnica que utiliza a matriz Jacobiana aproximada com 7 diagonais é fortemente influenciada pelos termos não ortogonais e apresentou resultados piores na taxa de convergência e, inclusive, no tempo de CPU, para ângulos menores que 80°.

Entretanto, para os ângulos de 80° e 90°, a situação se inverte devido ao maior custo por iteração da matriz de 19 diagonais e a melhora do processo iterativo da outra estratégia.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CENPES/PETROBRÁS pelo suporte financeiro parcial deste trabalho através de convênio com o SINMEC – Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor da UFSC.

REFERÊNCIAS

- Aavatsmark, I., Barkve, T., Boe, O., Mannseth, T., 1994, "Discretization on Non-Orthogonal, Curvilinear Grids for Multi-Phase Flow", Proc. 4th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery, Roros, vol. D, 17 pp.
- Britto, P. R. F., Pedrosa Jr., O. A. e Horne, R., 1991, "Application of Boundary-Fitted Curvilinear Grid to Reservoir Simulation", XI COBEM, São Paulo, Dez., pp. 129-132.
- Cunha, A. R., 1996, *Uma Metodologia Para Simulação Numérica Tridimensional de Reservatórios de Petróleo Utilizando Modelo Black-Oil e Formulação em Frações Mássicas*, Dissertação de Mestrado, Florianópolis-SC, UFSC.
- Hirasaki, G. J. e O'Dell, P. M. 1970, "Representation of Reservoir Geometry for Numerical Simulation", SPEJ, Dec.
- Maliska, C. R., Cunha, A. R., Livramento, M. A. e Silva, A. F. C., 1994, "Tridimensional Petroleum Reservoir Simulation Using Generalized Curvilinear Coordinates", V Encontro Nacional de Ciências Térmicas, São Paulo, Dez., pp. 363-366.
- Maliska, C. R., Silva, A. F. C., A. O. Czesnat, A. O. e Lucianetti R. M., 1997, "Three-Dimensional Multiphase Flow Simulation in Petroleum Reservoir using the Mass Fraction as Dependent Variables", SPEJ, Sep.
- Prais, F. e Campagnolo, E. A., 1991, "Modelagem do Escoamento Multifásico em Simulação de Reservatório", XI COBEM, pp. 545-548, São Paulo, Dez.
- Sharp, H. N. e Anderson, D. A., 1985, "Orthogonal Curvilinear Grid Generation With Present Internal Boundaries for Reservoir Simulation", SPEJ, Feb.
- Sonier, F. e Chaumet, P., 1974, "A Fully Implicit Three Dimensional Model in Curvilinear Coordinates", Trans. SPE 253, pp. 361-70.

ABSTRACT

The usual approach for solving the conservation equations in petroleum reservoir simulation is to use the Newton's method. When boundary-fitted non-orthogonal grids are used two strategies can be employed to obtain the Jacobian matrix. If all non-orthogonal terms are treated implicitly, the Jacobian matrix will have 19 diagonals. The other strategy is to evaluate implicitly only the orthogonal terms, keeping the non-orthogonal terms in the previous iteration. Of course, this strategy does not affect the quality of the results, but may influence the convergence rate of the method.

In this paper it is analyzed the behavior of a non-orthogonal finite-volume method for petroleum reservoir simulation for both strategies. The dependence of the convergence rate on the degree of non-orthogonality of the grid is analyzed.

DESLOCAMENTO DE ÓLEO PESADO POR ÓLEO LEVE NO INTERIOR DE DUTO SUJEITO A DIFERENTES CONDIÇÕES AMBIENTAIS

**Geraldo Spinelli Ribeiro, Eduardo Ferreira Gaspari,
 Lenise Couto Vieira, João Francisco Vieira**
 Divisão de Exploração (DIPL0T) - CENPES - PETROBRAS
 21949-900 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil

RESUMO

Este trabalho investiga o deslocamento de um óleo pesado por um óleo leve no interior de um duto sujeito a diferentes condições de temperatura ao longo de sua extensão. São propostos quatro modelos analíticos aproximados que permitem calcular as características do escoamento em questão. Foram realizados testes em laboratório simulando a situação, possibilitando a verificação dos modelos propostos que, de uma forma geral, fornecem resultados satisfatórios. Os modelos propostos são úteis no planejamento dos procedimentos de parada e retorno à operação de dutos que transportam óleos viscosos por regiões nas quais existem variações bruscas de temperatura ambiente, como por exemplo em linhas de transporte de hidrocarbonetos com trechos submarinos.

INTRODUÇÃO

No transporte por dutos de petróleo e seus derivados frequentemente surge a necessidade de uma interrupção inesperada no bombeamento, por variados motivos operacionais. Nestas situações, o produto que está sendo transportado pode permanecer em repouso na linha de transporte por prolongados períodos de tempo. No caso do bombeamento de petróleos pesados ou de subprodutos viscosos, a retomada do escoamento após estas paradas prolongadas pode ser extremamente problemática.

Este problema é particularmente severo no caso do transporte de óleos combustíveis, nos trechos entre instalações de superfície e embarcações atracadas nas proximidades da costa. Devido à alta viscosidade do produto transportado, torna-se necessário seu pré-aquecimento, de forma a reduzir sua viscosidade, facilitando o seu transporte. Adicionalmente, caso se deseje interromper o processo, a linha é preenchida com um produto leve antes da parada das bombas, permitindo assim uma suave retomada de escoamento. No entanto, na hipótese de uma interrupção súbita e prolongada no bombeamento, o óleo combustível entrará em equilíbrio térmico com o ambiente (de superfície ou submarino, conforme o trecho), e o conseqüente aumento da sua viscosidade dificulta enormemente, senão inviabiliza, a retomada do escoamento, já que a pressão de operação do sistema é limitada. Caso isso aconteça, a forma mais segura e rápida de recuperação da linha é através do bombeio de um produto leve, preferencialmente miscível com o óleo viscoso, que ao penetrar no duto progressivamente desloca o material ali retido.

Este processo de deslocamento de um óleo viscoso por um óleo leve no interior de dutos sujeitos a diferentes condições de temperatura ao longo de sua extensão é o objeto de estudo deste trabalho. Uma exaustiva pesquisa bibliográfica sobre o tema não encontrou referências relevantes ao assunto, ou mesmo até registro de operações do tipo em escala industrial.

Na realidade, o fenômeno do deslocamento do óleo pesado por um óleo leve é extremamente complexo, pois sobreposto ao escoamento laminar dos dois fluidos, existe um processo de mistura entre eles, que tende a promover a formação de um bolsão de líquido menos viscoso na região central do duto, que se propaga por sua extensão. Eventualmente ocorre o *breakthrough*, instante no qual este bolsão de baixa viscosidade atinge o final da tubulação. Este momento, que é facilmente identificável pela súbita queda de pressão no sistema, não sinaliza no entanto a completa retirada do produto pesado da tubulação, mas a formação de

um canal interno ao duto, pelo qual escoam uma mistura destes óleos, de viscosidade relativamente baixa. Progressivamente, esta mistura dissolve mais e mais o óleo viscoso retido junto às paredes até que o tubo esteja completamente limpo.

Foram realizados testes em laboratório simulando uma situação típica, na qual a linha inicia-se e termina em trechos de superfície, entremeados por um trecho submerso sujeito a temperaturas típicas do leito do mar em baías ou águas próximas do continente (entre 15 °C e 20 °C). Nestes testes, para diferentes pressões de bombeamento, mediu-se o tempo até o *breakthrough*, vazão e fração de vazão ao longo do tempo.

São propostos quatro modelos analíticos aproximados, de diferentes graus de sofisticação, que permitem calcular as características do escoamento em questão. A aplicação dos modelos propostos à situação testada em laboratório mostra que seus resultados são, de uma forma geral, satisfatórios.

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O objetivo dos testes realizados em laboratório era o de simular uma situação típica de carregamento de óleo combustível em um navio-tanque a partir de um terminal costeiro. Neste caso, a linha inicia-se com um trecho de superfície, ao qual segue-se um trecho submerso, e termina em outro trecho de superfície.

Fluidos de Teste. Como fluido deslocante foi utilizado o óleo Diesel. Nas temperaturas de interesse para os testes, 15 °C, 20 °C e 25 °C, as viscosidades do óleo usado (medidas por viscosímetro de cilindros concêntricos *Brookfield LVDV-II*) são, respectivamente, 7,1 cP, 5,9 cP e 4,1 cP. A densidade, medida em densímetro *Anton Paar*, é 0,8618 g/cm³, à 20 °C.

Óleo Combustível-2 (OC2) foi usado como fluido a ser deslocado. O OC2 é um produto extremamente viscoso. Nas operações de transporte em condições normais, o OC2 é pré-aquecido até 90 °C antes de ser bombeado por tubulações (térmicamente isoladas) com longos trechos submersos. É importante ressaltar que, apesar de altamente viscoso nas temperaturas de teste (entre 15 °C e 25 °C), o OC2 não exibe comportamento plástico nestas condições. As curvas tensão vs. taxa de cisalhamento para o OC2 foram levantadas nestas temperaturas a partir de medições em três viscosímetros (*Brookfield LVDV-II; Contraves Low Shear 40 e Haake RS-100*), em taxas de cisalhamento em torno de 10³ s⁻¹.

Nas temperaturas 15 °C, 20 °C e 25 °C, as viscosidades da amostra de OC2 usada são, respectivamente, $2,30 \times 10^5$ cP, $1,03 \times 10^5$ cP e $5,1 \times 10^4$ cP. A densidade da amostra, medida em densímetro digital Anton Paar, é de $1,0375 \text{ g/cm}^3$ e $1,0341 \text{ g/cm}^3$, à 20 °C e 25 °C, respectivamente. Foram também medidas as viscosidades de misturas Diesel-OC2, nas temperaturas de teste. De particular interesse, no desenrolar do trabalho, as viscosidades da mistura 30% Diesel-70% OC2, medidas em viscosímetro Brookfield LVDV-II, à 15 °C, 20 °C e 25 °C, são, pela ordem, 2500 cP, 1600 cP e 850 cP.

Metodologia experimental. Para condução dos testes foi usado o circuito mostrado esquematicamente na figura 1, montado em um recinto com controle de temperatura ambiente.

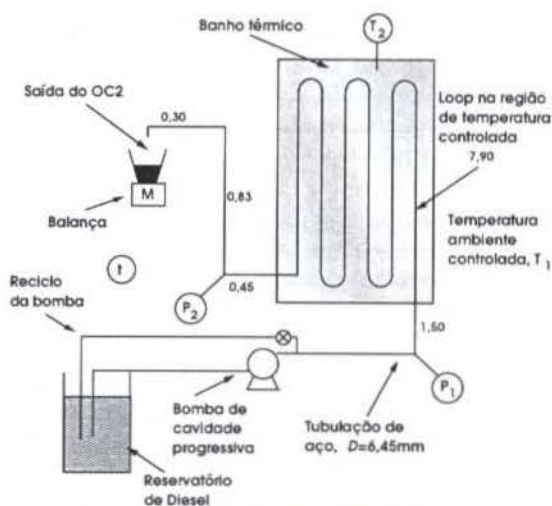


Figura 1 - Circuito de testes utilizado. Cotas em metros.

Os testes se iniciam preenchendo completamente o sistema com OC2 aquecido. Uma vez carregado o sistema, o banho térmico é acionado de forma a manter a temperatura da região resfriada no valor desejado, T_2 . O sistema é então deixado em repouso por pelo menos 48 horas. Inicia-se, então, o deslocamento de Diesel para dentro do sistema através de uma bomba de cavidade progressiva. De forma a evitar uma sobrecarga na bomba, sua partida foi feita com a válvula do reciclo completamente aberta. Após a partida, esta válvula era lentamente restringida, até que a leitura de pressão em P_1 atingisse os níveis desejados para o teste. Durante os experimentos, um sistema de aquisição de dados registra a cada 3 segundos as pressões P_1 e P_2 , e a massa de líquido transportada, M , ao longo do tempo, t . A vazão é calculada como a variação no tempo da massa recolhida. Coleta-se periodicamente uma amostra na saída do circuito para posterior medição da densidade, de forma a determinar as frações de vazão de OC2 e Diesel nesta localização. O experimento continua até a ocorrência do *breakthrough*, caracterizado por uma súbita queda de pressão no circuito e pelo aumento da vazão.

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Foram realizados testes de deslocamento com temperaturas do banho (T_2) de 15 °C e 20 °C, características do leito do mar em baías ou águas costeiras. A temperatura do laboratório foi mantida em torno de 25 °C. Para cada temperatura T_2 foi testado o deslocamento de OC2 por Diesel às pressões médias fornecidas pela bomba (p_1) de $3,9 \text{ kgf/cm}^2$ e $1,2 \text{ kgf/cm}^2$.

A tabela I resume os resultados dos quatro experimentos. Em termos da evolução temporal dos parâmetros medidos, o resultado típico

de um experimento é mostrado na figura 2 (a-b). Na tabela I, t^* é o tempo decorrido até a ocorrência do *breakthrough* (caracterizado graficamente como o momento em que ocorre uma brusca elevação da vazão -ver figura 2b), Q é a vazão média até o *breakthrough*, M_t é a massa de fluido coletada até o *breakthrough* e V_t a porcentagem do volume de OC2 contido no duto que foi deslocada até o *breakthrough*.

Tabela I - Resultados experimentais

Teste	p_1 (kgf/cm ²)	T_2 (°C)	t^* (min.)	Q (l/h)	M_t (g)	V_t (%)
1	3,86	20	74	0,0977	125	34
2	1,18	20	201	0,0341	118	32
3	3,86	15	120	0,0474	98	26
4	1,27	15	295	0,0208	105	29

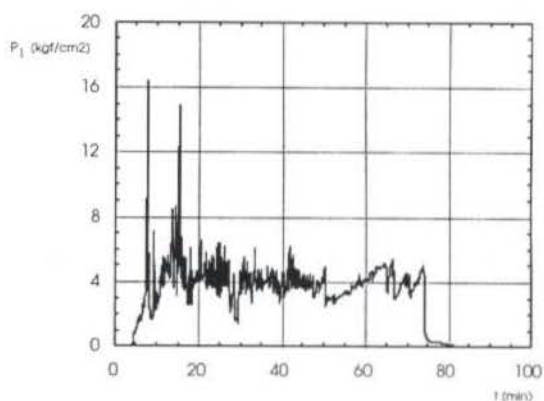


Figura 2a - Evolução temporal de P_1 - Teste 1

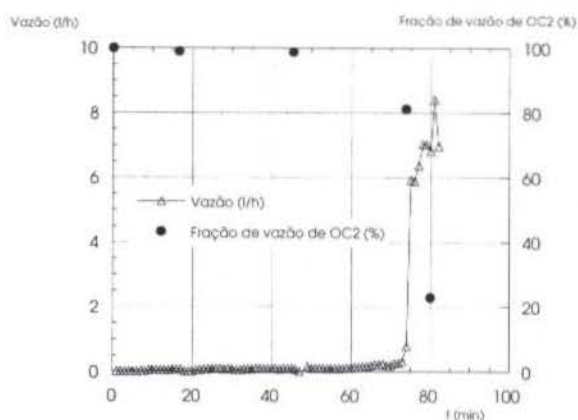


Figura 2b - Evolução temporal da vazão e da fração de vazão de OC2 na saída do circuito - Teste 1

Todos os testes apresentam o mesmo formato das curvas de pressão, vazão e teor de contaminação. De uma forma geral, as pressões se estabilizam em seus valores médios, após um transiente inicial, apresentando eventuais flutuações em torno destes valores. Na iminência do *breakthrough*, acontece uma súbita redução da pressão P_1 , sinalizando que toda a extensão do duto está ocupada por um fluido mais leve, que necessita de menores pressões de bombeio para manter a vazão pela bomba.

A vazão mostra um pequeno e gradual crescimento em torno de valores muito baixos, até o momento do *breakthrough*, quando se observa uma rápida elevação das vazões. Este crescimento lento e gradual da vazão até o momento do *breakthrough* se justifica pela ação

do Diesel: à medida que o Diesel avança pela tubulação a viscosidade à montante da frente de Diesel já é ordens de magnitude menor que a do OC2. Mantidos os níveis de pressão, é natural que se observe um pequeno crescimento da vazão (que ocorre até o *breakthrough*, quando então acontece um súbito aumento na vazão) pelo efeito da redução de viscosidade em partes da linha. Neste trabalho, para efeitos de análise e comparação será utilizado o valor da vazão média até o *breakthrough*.

Em termos de contaminação por Diesel do material recolhido, pode-se observar que praticamente coleta-se OC2 puro até o *breakthrough*. No momento em que ocorrem as rápidas variações de pressão e vazão, também ocorre um súbito aumento da fração de Diesel no material recolhido. Logo que se observa o aumento na vazão, a fração de OC2 é medida em torno de 80%; caindo então rapidamente para valores da ordem de 20%.

Observando-se a tabela 1, nota-se que em todos experimentos, só cerca de um terço do óleo foi recuperada até o momento do *breakthrough*. Este fato, somado aos perfis de contaminação do OC2, sugere uma descrição fenomenológica do escoamento como a formação de uma frente de Diesel, que se propaga na região central da tubulação, não retirando o OC2 que se encontra junto às paredes até que ocorra o *breakthrough*. Então, o Diesel fluirá com velocidades muito maiores e rapidamente removerá o OC2 restante.

MODELOS ANALÍTICOS

Buscando fornecer subsídios para o planejamento e a otimização de operações de limpeza de linhas foram desenvolvidos quatro modelos analíticos, de diferentes graus de sofisticação, que permitem calcular o tempo decorrido até a ocorrência do *breakthrough* para a situação testada em laboratório. A situação modelada é esquematizada na figura 3, a linha é subdividida em três trechos, de comprimentos L_1 , L_2 e L_3 , sujeitos à temperaturas T_1 , T_2 e T_1 . Esta situação é similar à que foi objeto dos testes em laboratório.

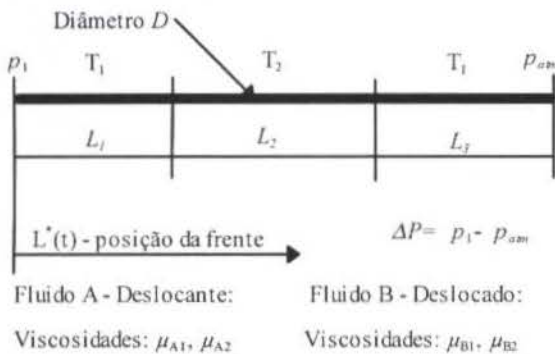


Figura 3 - Situação modelada

O deslocamento miscível de um óleo pesado por um óleo leve em um duto sujeito a diferentes condições ambientais ao longo de sua extensão é um processo complexo, o que dificulta sua modelagem analítica. Existe uma série de fenômenos envolvidos: escoamento bifásico laminar, transferência de calor, difusão mássica entre os dois produtos, efeitos gravitacionais e de molhabilidade da parede do duto, dentre outros, e a obtenção de um modelo que contemplasse todos estes fatores seria difícil, ou mesmo impossível. Sendo assim, assumiram-se hipóteses simplificadoras no desenvolvimento dos modelos. Algumas delas, são comuns aos quatro modelos propostos:

- fluidos incompressíveis;
- escoamento horizontal;
- desprezam-se os efeitos gravitacionais e interfaciais
- a temperatura dos fluidos num ponto ao longo da linha é igual à temperatura ambiente naquele ponto, uma vez que o escoamento é lento o suficiente para que o equilíbrio térmico seja atingido.

Modelo 1- Escoamento monofásico de fluido pesado. Um modelo que permita estimar com rapidez e segurança parâmetros de um dado fenômeno físico é sempre conveniente, ainda que com hipóteses extremamente simplificadoras e/ou conservadoras. Dentro deste espírito, propõe-se calcular o tempo até o *breakthrough*, t^* , supondo-se que o fluido deslocante é o próprio óleo pesado, sujeito às condições ambientais de cada um dos três trechos da linha. Assim, obtém-se facilmente uma estimativa conservadora de t^* .

A vazão Q , suposta constante para uma dada diferença de pressão ΔP , é obtida pelas equações de escoamento laminar monofásico (Bird et al., 1960), com os três trechos do duto completamente cheios de óleo pesado durante o teste:

$$Q = \frac{\pi \Delta P D^3}{128(\mu_{B1}(L_1 + L_3) + \mu_{B2}L_2)} \quad (1)$$

É óbvio que os valores da vazão assim calculados serão bem menores que os encontrados numa situação real. Para calcular-se o tempo até o *breakthrough*, t^* , há que se supor que todo óleo pesado é removido, o que não é realístico, como mostram os experimentos. Na verdade uma significativa parcela do óleo fica retida, fazendo que a estimativa de t^* seja ainda mais grosseira e conservativa que a da vazão. Assim,

$$t^* = \frac{\pi D^2(L_1 + L_2 + L_3)}{4Q} \quad (2)$$

Modelo 2- Varredura completa. Neste modelo, supõe-se que a frente de óleo leve, ao propagar-se pela tubulação, desloca completamente o óleo pesado, ocupando assim toda a seção reta da tubulação até aquele ponto. As viscosidades de ambos fluidos são calculadas com base nas temperaturas da parede do trecho ocupado por cada óleo. Os efeitos de miscibilidade entre os óleos não são considerados neste modelo. Conforme mostrado pelos resultados experimentais, a varredura completa do óleo pesado não é realística, uma vez que significativas quantidades deste óleo ficam retidas no interior do duto no momento do *breakthrough*.

Neste caso, a vazão $q(t)$ é calculada por:

$$q(t) = \frac{\pi D^2}{4} \frac{dL^*}{dt} = \frac{\pi \Delta P D^3}{128 \lambda(L^*)} \quad (3)$$

onde $L^*(t)$ é a posição da frente de óleo leve num instante t , e $\lambda(L^*)$ é dado por:

$$\lambda_1(L^*) = L^* \mu_{A1} + (L_1 + L_3 - L^*) \mu_{B1} + L_2 \mu_{B2} \quad (4)$$

$$\lambda_2(L^*) = L_1 \mu_{A1} + (L^* - L_1) \mu_{B1} + (L_1 + L_2 - L^*) \mu_{B2} + L_3 \mu_{B1} \quad (5)$$

$$\lambda_3(L^*) = L_2 \mu_{A2} + (L^* - L_2) \mu_{A1} + (L_1 + L_2 + L_3 - L^*) \mu_{B1} \quad (6)$$

de acordo com a posição de L^* em cada trecho da linha.

Pode-se então integrar-se a Eq. (3) em t e L^* :

$$\int_0^{t^*} \frac{\Delta P D^3}{32} dt = \int_0^{L_1} \lambda_1(L^*) dL^* + \int_{L_1}^{L_1+L_2} \lambda_2(L^*) dL^* + \int_{L_1+L_2}^{L_1+L_2+L_3} \lambda_3(L^*) dL^* \quad (7)$$

de forma a calcular t^* :

$$t^* = \frac{32}{\Delta P D^3} \left[\int_0^{L_1} \lambda_3(L^*) dL^* + \int_{L_1}^{L_1+L_2} \lambda_2(L^*) dL^* + \int_{L_1+L_2}^{L_1+L_2+L_3} \lambda_3(L^*) dL^* \right] \quad (8)$$

O somatório das integrais no lado esquerdo da Eq. (8) pode ser calculado analiticamente. O valor desta expressão, calculado para implementação do modelo com o auxílio do programa *Mathematica*®, é aqui omitido por razões de espaço.

Como no caso do Modelo 1, o valor estimado pelo Modelo 2 para t^* , ao considerar a retirada total do óleo pesado da linha deve ser bem maior que os encontrados experimentalmente.

De posse de t^* , é possível calcular a vazão média Q por:

$$Q = \frac{\pi D^2 (L_1 + L_2 + L_3)}{4t^*} \quad (9)$$

Modelo 3- Varredura parcial (cônica). Neste modelo, supõe-se que a frente de óleo leve, ao propagar-se pela tubulação, ocupa uma região cônica no centro do duto, não removendo completamente o óleo pesado de uma seção reta à montante da frente. Adicionalmente, o movimento do óleo pesado contido entre o tronco de cone de óleo leve e a parede do duto é desconsiderado. Assim, à montante da frente de óleo leve, o escoamento é modelado como o fluxo de óleo leve por um duto cônico; à jusante da frente considera-se fluxo de óleo pesado por um duto cilíndrico com diâmetro D . À esta situação superpõem-se as condições de temperatura nos três trechos da linha.

O modelo faz uso da solução conhecida para escoamento laminar monofásico (fluido com viscosidade μ) em uma contração cônica suave. Denota-se por β a razão entre os diâmetros de saída D^* e o de entrada D de uma tubulação em forma de tronco de cone ($\beta < 1$), de comprimento L^* (supõe-se $L^* \gg D$). Nesta situação, pode-se calcular a vazão q em função da diferença de pressão ΔP entre a entrada e saída da tubulação cônica por (Bird et al., 1987):

$$q = \frac{\pi \Delta P D^4}{128 \mu L^*} \alpha(\beta) \quad (10)$$

onde α é um fator de forma, função da razão dos diâmetros:

$$\alpha(\beta) = \frac{3\beta^3}{1 + \beta + \beta^2} \quad (11)$$

O modelo proposto combina o escoamento do fluido leve num duto cônico à montante da frente com o escoamento do óleo pesado na região cilíndrica à jusante da frente. Neste caso, a vazão $q(t)$ correlaciona-se geometricamente com a posição de frente $L^*(t)$ por:

$$q(t) = \frac{\pi D^2}{12} (1 + \beta + \beta^2) \frac{dL^*}{dt} \quad (12)$$

Por outro lado, pode-se escrever:

$$q(t) = \frac{\pi \Delta P D^4}{128 \lambda(L^*)} \quad (13)$$

onde $\lambda(L^*)$ é calculado de acordo com a posição de L^* ao longo dos três trechos da tubulação, combinando-se a Eq. (10) e a solução para o escoamento de Poiseuille:

$$\lambda_1(L^*) = \frac{L^* \mu_{A1}}{\alpha_0} + (L_1 + L_3 - L^*) \mu_{B1} + L_2 \mu_{B2} \quad (14)$$

$$\lambda_2(L^*) = \frac{L_1 \mu_{A1}}{\alpha_1^-} + \frac{(L^* - L_1) \mu_{B1}}{\alpha_1^+} + (L_1 + L_2 - L^*) \mu_{B2} + L_3 \mu_{B1} \quad (15)$$

$$\lambda_3(L^*) = \frac{L_1 \mu_{A1}}{\alpha_1^-} + \frac{L_2 \mu_{A2}}{\alpha_2^-} + \frac{(L^* - L_1 - L_2) \mu_{A1}}{\alpha_2^+}$$

$$+ (L_1 + L_2 + L_3 - L^*) \mu_{B1} \quad (16)$$

onde os fatores de forma são funções da posição da frente, L^* :

$$\begin{cases} \alpha_0 = \alpha(\beta) \\ \alpha_1^- = \alpha(D_1 / D) \\ \alpha_1^+ = \alpha(D^* / D_1) \\ \alpha_2^- = \alpha(D_2 / D_1) \\ \alpha_2^+ = \alpha(D^* / D_2) \end{cases} \quad (17)$$

e os diâmetros D_1 e D_2 são calculados como:

$$\begin{cases} D_1 = D^* + (D - D^*) \left(1 - \frac{L_1}{L^*}\right) \\ D_2 = D \left(1 - \frac{L_1 + L_2}{L^*}\right) + D^* \left(\frac{L_1 + L_2}{L^*}\right) \end{cases} \quad (18)$$

Igualando-se as eqs. (12) e (13), e integrando-se em t e L^* ,

$$\int_0^{t^*} \frac{3 \Delta P D^2}{32(1 + \beta + \beta^2)} dt = \int_0^{L_1 + L_2 + L_3} \lambda(L^*) dL^* \quad (19)$$

de forma a calcular t^* :

$$t^* = \frac{32(1 + \beta + \beta^2)}{3 \Delta P D^2} \int_0^{L_1 + L_2 + L_3} \lambda(L^*) dL^* \quad (20)$$

A integral da Eq. (20), que se desdobra em três integrais, uma para cada trecho da linha, de forma similar à Eq.(8), e pode ser calculada analiticamente. O valor desta integral, calculado para implementação do modelo com o auxílio do programa *Mathematica*®, é aqui omitido por razões de espaço.

Para implementar-se o modelo, é necessário atribuir um valor ao parâmetro β , a razão entre os diâmetros do cone. Na escolha do valor β deve-se levar em consideração o grau de miscibilidade entre os fluidos e a velocidade do escoamento. Nas situações em que os fluidos tem maior possibilidade de mistura (escoamento lento e alta solubilização dos óleos), o valor de β deve ser relativamente alto, uma vez que menor quantidade do fluido pesado será retido junto às paredes. Note que se $\beta=1$, recupera-se o resultado do Modelo 2. Ao contrário, escoamento rápido e menor miscibilidade tornam o cone mais agudo, de forma que β deverá ser pequeno nestes casos. De posse de t^* , é possível calcular a vazão média Q :

$$Q = \frac{\pi D^2 (1 + \beta + \beta^2) (L_1 + L_2 + L_3)}{12t^*} \quad (21)$$

Modelo 4- Buckley-Leverett Adaptado. A solução clássica de Buckley & Leverett (1942) foi desenvolvida para o estudo do escoamento de dois fluidos, imiscíveis e incompressíveis em um meio poroso. No modelo aqui proposto, é feita uma adaptação desta técnica para o problema em questão. É importante ressaltar que, ao contrário dos outros modelos propostos, neste caso não se pretende calcular Q e t^* a partir de um ΔP na linha. Na verdade, o modelo de *Buckley-Leverett Adaptado* permite, supondo-se Q , a vazão média, calcular analiticamente como será feita a varredura do óleo pesado, de forma a obter t^* , o tempo até o *breakthrough*.

Apesar da técnica original ser restrita a fluidos imiscíveis, será feita uma aproximação baseada nos resultados experimentais que permitirá de

forma limitada levar-se em conta os efeitos de miscibilidade entre os óleos. Supõe-se também que a velocidade do fluido deslocante é muito maior que a do fluido deslocado.

Desprezando-se efeitos transientes no balanço de forças e considerando um arranjo de fases anular, com o fluido deslocado ocupando o anel externo, pode-se escrever a perda de carga em ambas as fases:

$$\frac{dp_B}{dx} = -\frac{\tau_P S_P}{A_P} + \frac{\tau_I S_I}{A_I}, \quad e \quad (22)$$

$$\frac{dp_A}{dx} = -\frac{\tau_I S_I}{A_I}, \quad (23)$$

onde τ , S e A são respectivamente a tensão cisalhante, o perímetro e a área da parede (P) e interface (I).

As correlações de escoamento laminar podem ser usadas para o cálculo das tensões cisalhantes. Denota-se por h o holdup da fase deslocante, definido por:

$$h = \left(\frac{D_I}{D}\right)^2. \quad (24)$$

A velocidade superficial v_S de cada fluido é definida como a vazão do fluido dividida pela área da seção reta do duto, e a velocidade superficial total, v_{ST} , é dada por:

$$v_{ST} = v_{SI} + v_{SF}. \quad (25)$$

Note que v_S é uma constante no espaço para cada instante, refletindo o fato que a vazão total é função apenas do tempo.

Com isso, e desprezando-se os efeitos de interface pode-se admitir que $p_A = p_B$. Igualando-se então as Eqs. (22) e (23), e aplicando-se as definições acima:

$$\frac{\mu_B v_{SB}}{D^2(1-h)} = \frac{2\mu_A v_{SA}}{D_I^2 h}. \quad (26)$$

Define-se então o fluxo fracionário, f , a vazão do fluido deslocante adimensionalizada:

$$f = \frac{v_{SI}}{v_S}. \quad (27)$$

Usando-se as Eqs. (24) a (27), tem-se que:

$$f = \frac{\frac{\mu_B}{D^2(1-h)}}{\frac{\mu_B}{D^2(1-h)} + \frac{2\mu_A}{D_I^2 h^2}}, \quad (28)$$

ou seja, o fluxo fracionário será função apenas do holdup da fase deslocante, das propriedades do fluido e do diâmetro D .

Pode-se então escrever a conservação de massa adimensionalizada para o fluido deslocante (incompressível):

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial v_{SI}}{\partial x} = 0. \quad (29)$$

Usando-se o fato que v_S é constante no espaço x , e a definição de fluxo fracionário - Eq (27), tem-se que:

$$\frac{1}{v_S} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial x} = 0. \quad (30)$$

Sendo o holdup h uma função do tempo t e da posição x :

$$dh(x, t) = \frac{\partial h}{\partial x} dx + \frac{\partial h}{\partial t} dt, \quad (31)$$

Pode-se determinar a região no tempo e espaço na qual o holdup é constante fazendo $dh(x, t) = 0$:

$$\frac{dx}{dt} \Big|_{h \text{ constante}} = \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right) / \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right). \quad (32)$$

A Eq. (32) fornece a velocidade característica com que um determinado holdup h se propaga pela linha. Com isso, é possível reescrever a Eq (30) como:

$$\frac{dx}{dt} \Big|_{h \text{ constante}} = v_S \frac{df}{dh}. \quad (33)$$

Integrando-se no tempo a Eq. (33), pode-se determinar a posição de um determinado holdup h num dado instante t :

$$x(t) \Big|_{h \text{ constante}} = v_S \frac{df}{dh} t, \quad (34)$$

assumindo uma condição inicial e calculando v_S a partir de Q .

No entanto, o formato de $f(h)$ é tal que a solução da Eq. (34) pode implicar que uma determinada posição $x(t)$ acomode dois diferentes holdups num mesmo instante, pois df/dh pode ter um mesmo valor para duas concentrações diferentes. Isso reflete o fato que as velocidades características de propagação de determinados holdups possam ser maiores que as da frente, causando por assim dizer um "atropelo" da frente. Este fato é agravado pelas descontínuidades de temperatura presentes na situação modelada. Como na aplicação da técnica de Buckley-Leverett em meios porosos, o problema é contornado a partir de um balanço de áreas na região de dupla solução, de forma a obter-se uma frente de holdup descontínua, como mostrado numa situação genérica pela figura 4.

Assim, pode-se dividir a região ocupada pelo fluido injetado em duas. A primeira é a zona não estabilizada, que se propaga a uma velocidade inferior à da frente. A segunda zona encontra-se estabilizada e propaga-se a uma velocidade constante e igual à da frente, comportando-se como um pistão de líquido penetrando na tubulação. Matematicamente, a ocorrência desta zona estabilizada é garantida tomando-se df/dh constante na região da frente ($0 < h < h^*$), com o fluxo fracionário variando linearmente entre 0 e $f(h^*)$.

Conforme comentado, o modelo de Buckley-Leverett supõe a imiscibilidade dos dois óleos. Isso contrasta com a situação experimental, onde o deslocamento é miscível e a viscosidade do fluido deslocante na frente não será exatamente μ_A , mas um valor intermediário, função da concentração de cada óleo na frente, α . Experimentalmente, esta concentração pode ser obtida em função das fração de vazão de óleo pesado, medida no instante do breakthrough, ϕ . Por exemplo, no teste 1, ϕ foi medido em torno de 80%. Com isto, admitindo-se que o fluido deslocado é formado apenas de óleo pesado, pode-se obter a concentração de óleo pesado (α) na frente deslocante por:

$$(1 - f(h^*)) + f(h^*)\alpha = \phi. \quad (35)$$

Com o valor de α , obtém-se a viscosidade do fluido deslocante da frente. Como a variação da viscosidade afeta o valor do fluxo fracionário, é necessário um procedimento iterativo para a solução do sistema das Eqs. (28) e (35).

Por fim, outra particularidade da situação modelada que dificulta a aplicação deste modelo é o fato da linha estar sujeita a mudanças bruscas de temperatura, o que implica numa mudança descontínua de curvas de fluxo fracionário. Surge então a possibilidade do fluxo fracionário da frente em uma região ser menor do que o fluxo fracionário da mesma quando esta passa para outra região, tornando o tratamento do problema mais complexo. Para contornar este fato, a implementação matemática do modelo impõe que o fluxo fracionário seja o mesmo na passagem de uma curva para outra, de forma a garantir a continuidade do sistema. Isto é possível no caso estudado pois a diferença entre os fluxos fracionários da frente em cada região é muito pequena, de forma que este artifício não causa grandes erros.

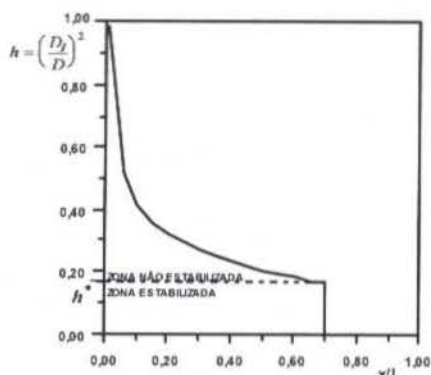


Figura 4 - Exemplo de uma frente de concentração

Assim, para uma posição inicial da frente na entrada da linha, assumindo-se Q , vazão média, é possível resolver a Eq. (34) em cada uma das 3 regiões da situação modelada (figura 3), de forma a obter t^* . O modelo foi implementado computacionalmente usando-se o programa *Mathematica*®.

VALIDAÇÃO DOS MODELOS

Os quatro modelos sugeridos neste trabalho foram aplicados à situação testada experimentalmente, de forma a verificar sua eficácia na previsão da vazão média Q e do tempo até o breakthrough, t^* .

Na tabela 2 é mostrada a comparação da vazão média das previsões dos modelos 1, 2 e 3 com resultados experimentais. Na tabela 3 são comparadas as previsões dos quatro modelos com os valores obtidos experimentalmente para t^* .

Tabela 2 - Vazão média (l/h) - Experimental vs. Modelos

Teste	Exper.	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
1	0,0977	0,0591	0,1187	0,1127
2	0,0341	0,0181	0,0363	0,0345
3	0,0474	0,0293	0,0590	0,0572
4	0,0208	0,0096	0,0194	0,0188

Tabela 3 - t^* (minutos) - Experimental vs. Modelos

Teste	Exper.	Mod. 1	Mod. 2	Mod. 3	Mod. 4
1	74	364	181	67	62
2	201	1190	593	219	188
3	120	735	365	132	121
4	295	2243	1110	401	342

Assumiram-se as propriedades do óleo Diesel como fluido deslocante (A) e do OC2 como fluido deslocado (B). Os comprimentos

L_1 , L_2 e L_3 são respectivamente, 1,50 m, 7,90 m e 1,58 m, o diâmetro D é 6,45 mm. A temperatura T_1 é 25 °C. Os valores de T_2 e p_1 variam para cada experimento conforme a tabela 1. Para a implementação do modelo de *Varredura Cônica*, após a realização de uma análise de sensibilidade ao volume de fluido recolhido até o *breakthrough*, assumiu-se que $\beta=0,05$. Para a implementação do modelo *Buckley-Leverett aproximado*, utilizou-se o valor da fração de vazão de OC2, ϕ , de 80%. Isso implicou em valores de α em torno de 70%.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A comparação dos resultados experimentais e previstos pelos modelos é satisfatória. O modelo 1 (*Escoamento Monofásico de Óleos Pesados*) é útil, por permitir estimativas rápidas e conservativas de t^* e Q . No entanto, chega a prever valores de t^* até 7 vezes superiores aos experimentais. Já o modelo 3, *Varredura Cônica* (do qual o modelo 2 - *Varredura Completa* - é um caso particular), é bem mais sofisticado, e permite estimar t^* e Q com boa precisão (da ordem de 30%), a partir dos dados normalmente disponíveis ao se planejar uma operação do gênero. Por fim, o modelo 4, *Buckley-Leverett Aproximado*, extremamente sofisticado, permite estimar t^* a partir de uma Q , ao dispor sobre o modo que o fluido deslocante ocupará espaços no interior da linha. Os valores obtidos pelo modelo 4 também são muito bons, diferindo dos experimentais em torno de 20%.

CONCLUSÃO

Apresentam-se os resultados de quatro experimentos nos quais foram determinados parâmetros do deslocamento de um óleo pesado por um óleo leve no interior de uma linha sujeita à diferentes condições de temperatura. Quatro modelos analíticos, de diferentes graus de sofisticação foram desenvolvidos, permitindo calcular grandezas relevantes deste escoamento, tais como o tempo até o *breakthrough*, t^* , e a vazão média, Q .

Afigura-se que os modelos propostos possam ser de utilidade no planejamento e otimização dos procedimentos de paradas e retorno à operação de dutos de transporte de óleos pesados por áreas onde ocorram diferentes condições ambientais.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Zuila Nunes Luiz, Carlos Henrique Marques de Sá e Edimir M. Brandão pela colaboração na realização da parte experimental deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- Bird, R.B., Armstrong, R.C. & Hassager, O., 1987, *Dynamics of Polymeric Liquids, Vol. 1*, Wiley Interscience, John Wiley & Sons, New York.
- Bird, R.B., Stewart, W.E. & Lightfoot, E.N., 1960, *Transport Phenomena*, Wiley International Ed., John Wiley & Sons, New York.
- Buckley, S.E. & Leverett, M.C., 1942, "Mechanism of Fluid Displacement in Sands", *Trans. AIME*, Vol. 146, pp.107-116.

ABSTRACT

This work studies the displacement of a heavy oil by a light oil inside a duct subject to different temperatures throughout its extension. Four analytical models are proposed to characterize this flow. Laboratory tests were also carried out, aiming at the validation of the proposed models. In general, the values forecasted by the models show reasonable agreement with experimental results. These models can be useful for planning shut down and restart operations in lines transporting viscous oils through regions where there are sharp temperature variations.

SIMULATION OF FLUID FLOW AND PIG DYNAMICS IN DEWATERING OPERATIONS IN PIPELINES

Angela O. Nieckele, Luis Fernando Azevedo, Arthur M. Braga

Department of Mechanical Engineering, PUC/Rio

Rua Marquês de São Vicente 225 22453-900 Rio de Janeiro RJ, Brasil

e-mail: nieckele@mec.puc-rio.br, lfaa@mec.puc-rio.br, abraga@mec.puc-rio.br

SUMMARY

The simulation of the fluid flow and pig dynamics in pipeline dewatering operations is presented. The differential equations governing the conservation of mass and momentum were numerically solved by a finite difference scheme, for compressible, isothermal flows through pipelines. The fluid flow equations were combined with an equation representing a force balance on the pig. The pig motion cases examined displayed good agreement with available field data.

INTRODUCTION

Pipelines are frequently serviced with the utilization of pigs. In general terms, a pig is a solid plug that is introduced in the pipeline to be serviced. Fluid is pumped upstream of the pig to provide the necessary force to set the device in motion, and to perform the desired task, i.e., removing deposits on the pipe wall, remove water from the pipeline or driving an inspection tool. The use of pigs has become a standard industry procedure. A great variety of pig models is available for each particular application. A difficulty often faced by the engineer when designing a pigging operation is the lack of reliable tools for the prediction of the many variables related to the motion of the pig through the pipeline. Most of the available knowledge is based on field experience. Hence, selecting the best pig, estimating its speed, required driving pressure and the amount of back and forward bypass of fluid, often involve some guesswork and, consequently, a high degree of uncertainty.

One operation that involves a high risk of damage to the facilities, is the removal of liquid from a pipeline. This operation, often called dewatering, is normally conducted after a hydrostatic test of a pipeline is performed. In most cases, a sealing pig driven by gas is employed to displace the liquid. If not properly designed, the operation may lead to very high pig velocities and liquid flow rates at the pipe exit section.

Figure 1 illustrates a typical sealing pig, employed in dewatering operations. The pig is formed by two piston-type cups attached to a cylindrical body. In order to produce efficient sealing, pigs have nominal diameters larger than the pipe diameter. Gas pumped upstream of the pig provides the necessary pressure difference to overcome the contact force at the wall, to displace the liquid downstream of the pig and to accelerate the pig.

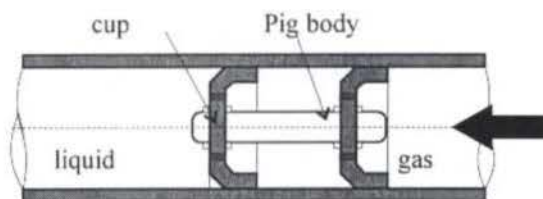


Figure 1 - Schematic view of a dewatering pig.

A literature survey reveals very few papers dealing with the motion of pigs in pipelines. Most of the available work is based on field experience, being of limited scope. Sullivan (1981), Haun (1986) and Burt and MacDonald (1997) treat the dynamics of simplified pigs in gas lines. General guidelines for the design of pigs are presented by Cordell (1986). Modeling of the pig-pipe contact forces is presented by Gomes (1994). Short (1994) conducted an experimental research program aimed at the understanding of the fundamental problems related to pipeline pigging. A simple model to predict the pig motion driven by incompressible fluids under steady state conditions was presented by Azevedo et al. (1996). Recently, Azevedo et al. (1997), analyzed the by-pass flow and contact forces in pigs. Santos et al. (1997), modeled the pig dynamics for pig-lift applications. Vianes Campo and Rachid (1997), studied the dynamics of pigs through pipelines using the method of characteristics.

The objective of the present work is to simulate the transient dewatering of a pipeline employing a sealing pig. The simulation proposed is based on the equations describing conservation of mass and linear momentum for the fluid and the pig, and takes into account the compressibility of the fluids, pipe deformation and gravity effects.

MATHEMATICAL MODEL

The motion of a pig inside a pipe during a dewatering

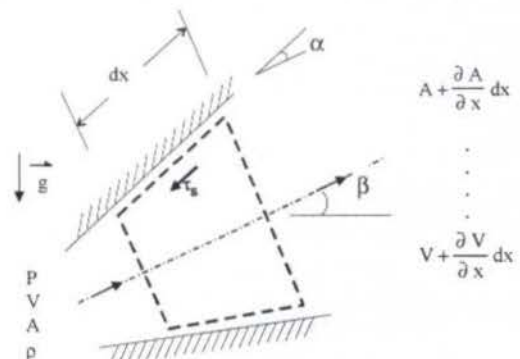


Figure 2 - Control volume for unsteady, one-dimensional flow analysis

operation can be obtained by the solution of the fluid flow problem, coupled with the a model to predict the pig motion. The upstream fluid is a gas, while the downstream fluid is a liquid. Both are considered to be Newtonian. At the present work, the fluid flow is isothermal. Thus, the flow problem is governed by the conservation of mass and linear momentum equations.

Figure 2 represents an elementary section of a variable area duct. The centerline of the duct is inclined with the horizontal at an angle β . It is assumed that the area change over the length dx is small, so the flow is essentially one-dimensional. In the figure, ρ , V , P , A are the density, velocity, pressure and area, respectively, while \vec{g} is the gravity vector and τ_s is the viscous force.

The mass conservation equation can be written using the definition of material derivatives as

$$\frac{1}{A} \frac{DA}{Dt} + \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad \text{where} \quad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \quad (1)$$

Area changes can be related to pressure, by considering the effects of pipe deformation due to pressure variations along the flow. The area and density dependence on pressure are given by the relations (see Wylie and Streeter, 1978),

$$\frac{1}{A} \frac{DA}{Dt} = \frac{D(1-\mu^2)}{eE} \frac{Dp}{Dt} + \frac{V}{A} \frac{\partial A}{\partial x}, \quad \frac{D\rho}{Dt} = \frac{1}{a^2} \frac{Dp}{Dt} \quad (2)$$

where e is the pipe wall thickness, E the Young's modulus of elasticity of the pipe material, μ the Poisson's ratio and a is the speed of sound. Substituting these equations in equation (1) one obtain,

$$\frac{\partial p}{\partial t} + V \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\rho a^2}{\xi} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\rho a^2}{\xi} \frac{V}{A} \frac{\partial A}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

where $\xi = 1 + a^2 \rho D(1-\mu^2)/(eE)$ and $\sqrt{a^2/\xi}$ is the wave speed.

The momentum conservation equation can be written as

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{f}{2} \frac{|V|V}{D} - g \sin\beta \quad (4)$$

where f is the friction factor [$f = 4 \tau_s / (0.5 \rho V^2)$]. The friction factor depends on the Reynolds number Re ,

$$Re = \rho V D / \mu_f \quad (5)$$

where μ_f is the absolute viscosity. In the turbulent regime the friction factor is also a function of the relative pipe roughness ϵ/D . It can be approximated by its fully developed expression. For a laminar regime, $Re < 2300$, it is specified as

$$f = 64/Re \quad (6)$$

For the turbulent regime, $Re > 2300$, the friction factor is approximated by Miller's correlation (Fox and McDonald, 1995)

$$f = 0.25 \left[\log \left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^{-2} \quad (7)$$

The coupling of the pig motion with the fluid flow in the pipeline is obtained through a balance of forces acting on the pig,

together with an equation that represents the fluid pressure drop across the bypass holes in the pig (Azevedo et al., 1996).

The force balance on the pig can be written as

$$m \frac{dV_p}{dt} = (p_1 - p_2) A - m g \sin\beta - F_{at}(V_p) \quad (8)$$

where, V_p is the pig velocity, m the pig mass, p_1 and p_2 the pressure on the upstream and downstream faces of the pig, β is the angle of the pipe axis with the horizontal.

The term $F_{at}(V_p)$ represents the contact force between the pig and the pipe wall. The contact force depends on x_p , the pig axial coordinate, indicating that the contact force can be allowed to vary along the pipe length. When the pig is not in motion, the contact force varies from zero to the maximum static force F_{stat} , in order to balance the pressure force due to the fluid flow.

$$F_{at}(V_p) = F(x_p) \quad \text{where} \quad -F_{stat}^{neg}(x_p) \leq F(x_p) \leq F_{stat}^{pos}(x_p) \quad (9)$$

Since the pig may resist differently to being pushed forward or backward, the maximum static force for a negative pressure gradient is F_{stat}^{neg} , while for a positive pressure gradient is F_{stat}^{pos} .

Once the pig is set in motion by the flow, the contact force assumes the constant value, F_{din} , representing the dynamic friction force that is generally different from the static force. As in the previous situation, two different values for the dynamic contact force are allowed, F_{dyn}^{neg} and F_{dyn}^{pos} , depending on the direction of the pig motion.

$$F_{at}(V_p) = \begin{cases} -F_{din}^{neg}(x_p) & \text{if } V_p < 0 \\ F_{din}^{pos}(x_p) & \text{if } V_p > 0 \end{cases} \quad (10)$$

Moving Coordinates. Since the pig moves in the computational domain, it is convenient to employ a coordinate system η that stretches and contracts in the pipe, depending on the pig position. The fluid flow conservation equation must then be written for the new coordinate system (Monteiro et al., 1998) as

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{V} \right) + \frac{\tilde{V}}{h_\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{P}{V} \right) + \left[\frac{\rho a^2}{h_\eta \xi} \right] \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{V}{P} \right) = \left[\frac{\rho a^2 \tilde{V}}{\xi A h_\eta} \frac{\partial A}{\partial \eta} \right] - \left[\frac{0}{-g \sin\beta} \right] \left(\frac{P}{V} \right) \quad (11)$$

The absolute velocity V is equal to $\tilde{V} + v_g$, where \tilde{V} is the relative velocity and v_g the grid velocity. h_η is the metric which relates the two coordinates.

$$v_g = \frac{\partial x}{\partial t} \Big|_\eta \quad h_\eta = \frac{\partial x}{\partial \eta} \Big|_t \quad (12)$$

Fluid Properties. The gas is considered to behave as an ideal gas. Therefore for an isothermal flow,

$$\rho = \frac{p}{z R_{gas} T_{ref}} \quad (13)$$

where R_{gas} is the gas constant, T_{ref} the reference temperature and z the compressibility factor.

For the liquid, the following relationship between density and pressure was considered,

$$\rho = \rho_{ref} + \frac{P - P_{ref}}{a^2} \quad (14)$$

where ρ_{ref} is the reference density evaluated the reference pressure P_{ref} , and a is the sound speed.

The fluid absolute viscosity was considered constant for the present analysis.

NUMERICAL METHOD

The set formed by equations (8) and (11), together with the appropriate boundary and initial conditions, require a numerical method to obtain the desired time-dependent pressure and velocity fields. These equations were discretized by a finite difference method. A staggered mesh distribution was selected to avoid unrealistic oscillatory solutions, as recommended by Patankar, (1980). The equations were integrated in time using a semi implicit method, that is, the equations are integrated by a totally implicit method, but the coefficients are locally linearized. The space derivatives were approximated by the central difference method around the mesh point. The resulting coefficient matrix is penta-diagonal, and can be easily solved a direct penta-diagonal algorithm.

Adaptive Mesh. The total number of grid points inside the pipe was maintained constant in the numerical calculations of the flow field upstream and downstream of the pig, as well as for the pig dynamics calculations. However, as the pig moves along the pipe, it is convenient to rearrange the node distribution. The number of grid points upstream and downstream of the pig was made proportional to the length of the pipe at each side of the pig. Further, the mesh was concentrated near the pig, to better resolve the flow variables at this location.

RESULTS

Two dewatering cases are analyzed. In both cases the pipeline is initially filled with water and nitrogen is injected to displace the water out of the pipe. A sealing pig separates the two fluids. Firstly, a horizontal pipeline geometry is investigated. Then, the dewatering of a riser geometry typically encountered in sub-sea oil production lines is studied.

Dewatering of horizontal pipeline. The pipeline characteristics are described bellow:

- pipeline length : 30 km
- diameter: $D = 1$ ft
- wall thickness: $e = 6$ mm
- relative roughness: $\epsilon/D = 1.5 \cdot 10^{-4}$
- Young's modulus of elasticity: $E = 2 \cdot 10^5$ MPa
- Poisson's coefficient: $\mu = 0.3$

A 50 kg pig is used in the dewatering operation. The contact force values are:

- Positive and Negative Static Force: 7159 N
- Positive and Negative Dynamic Force: 6800 N

The gas selected for the dewatering process was nitrogen, with the following properties

- gas constant, $R_{gas} = 296.9$ N m / (kg K)
- Reference temperature, $T_{ref} = 293.1$ K

- correction factor, $z = 1.04$
 - Absolute viscosity, $\mu = 1.5 \cdot 10^{-5}$ N s/m²
- The water properties are:
- Reference pressure, $P_{ref} = P_{atm} = 101.3$ kPa
 - Reference density, $\rho_{ref} = 1000$ kg/m³
 - Sound speed, $a = 1200$ m/s
 - Absolute viscosity, $\mu = 1.0 \cdot 10^{-3}$ N s/m²

The following boundary and initial conditions were specified:

- constant outlet pressure: 98.07 kPa

At the pipe entrance, a valve was considered to be present. The valve was progressively opened and had the following characteristics:

- valve discharge coefficient x total valve area = 0.01 m²
- valve upstream pressure = 6.0 MPa
- valve opens linearly with time until a full flow area, A_v , is reached. So,
 - $A/A_v = 0$ $t = 0$
 - $A/A_v = 1$ $t \geq 1$ s

Figure 3 illustrates the pressure variation with time for 5 positions along the pipe: $x/L = 0; 1/2; 1/4; 3/4$ and 1 . As can be seen in the figure, the inlet pressure rapidly reaches a constant value, since the inlet valve is completely open just after 1 s. The outlet pressure is kept constant. At any particular position, the pressure increases with time until the pig reaches that position. After the passage of the pig, the gas pressure decreases, because of increasing volume of pipe available for the gas.

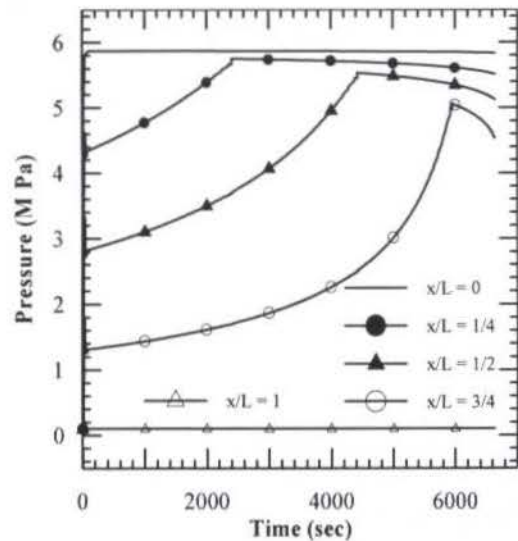


Figure 3 - Pressure variation with time at different pipe locations. Horizontal pipeline.

Figure 4 presents the gas and liquid mass flow variation with time for selected positions along the pipe. The injection of Nitrogen at the inlet section is seen in Fig. 4a. At the middle of the pipeline, Fig 4b, the gas mass flow rate is initially zero, since that position is initially occupied by water. As the pig passes this point, the gas mass flow rate increases sharply. The water mass flow rate at the same point has the opposite behavior, as seen in Fig. 4c. Initially, the water mass flow rate increases monotonically as the pig displaces the water. After the passage of the pig by the middle of the pipeline, the water mass flow rate drops instantly to zero, meaning that the pipe mid section is free of water. The most important information from the practical stand point is conveyed by Fig. 4d, where the liquid mass flow rate variation at the pipe exit section is presented.

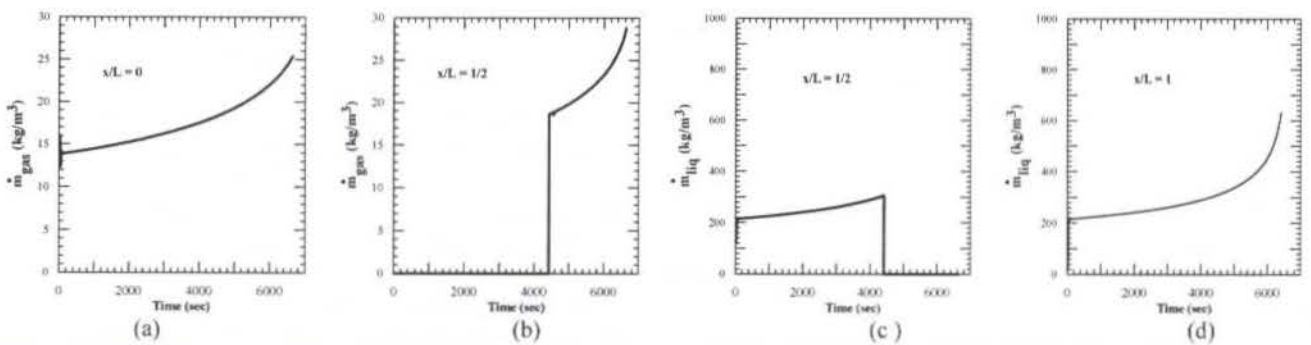


Figure 4 - Mass Flow rate variation with time. (a) gas at inlet, (b) gas at mid pipe, (c) liquid at mid pipe (d) liquid at outlet

The water mass flow rate is initially moderate. As the pig approaches the end of the pipe, the mass flow rate at the exit section increases sharply due to the decreasing flow resistance offered by the water flow. These high values of the water mass flow rate at the exit section may cause problems to the liquid receiving facilities that may not have been designed to handle these flow rate levels.

The results obtained for the pig dynamics can be observed in Figure 5. Figure 5a corresponds to the variation of the pig position with time, while Fig. 5b presents the pig velocity as a function of its position. The pig initial position and velocity were zero. As the gas is injected in the pipeline, the pig starts its motion. The pig rapidly reaches a velocity level of 3 m/s. However, as the water leaves the pipe, the water resistance to the pig motion is reduced, while the driving gas pressure is maintained. As a result, the pig velocity increases substantially

until it leaves the pipeline. The kinetic energy associated with a 50-kg pig at these velocity levels is considerable, being potentially hazardous to the pipeline operating crew and to the pig receiving facilities.

Dewatering of a riser. Figure 6 shows a simplified riser geometry. Gas is pumped at the inlet with the objective of displacing the liquid initially filling the pipe. As will be seen in the results to be presented, the change in elevation of the riser is responsible for an interesting pig dynamic behavior.

The total length of the riser is equal to 1500 m. The results to be presented are referenced to the seven stations marked in the figure.

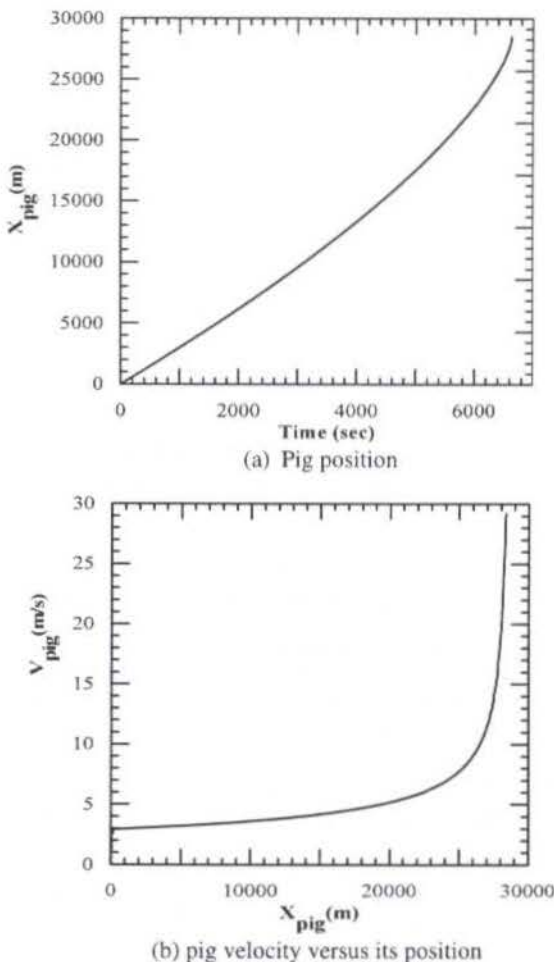


Figure 5 - Pig dynamics through horizontal pipe.

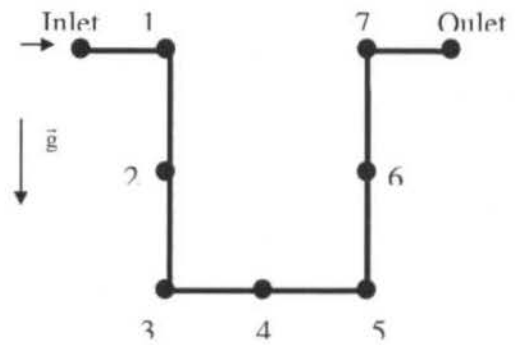


Figure 6 - Riser geometry

The coordinates of the stations indicated in Figure 6 are given in the table below:

Position	x (m)	y(m)	Position	x(m)	y(m)
Inlet	0	600	Point 5:	250	0
Point 1	50	600	Point 6:	250	300
Point 2	50	300	Point 7:	250	600
Point 3	50	0	Outlet:	300	600
Point 4	150	0			

In the simulations, the following pipe characteristics were used:

- diameter: $D = 10$ in
- wall thickness: $e = 6$ mm
- relative roughness: $\epsilon/D = 1.8 \cdot 10^{-4}$
- Young's modulus of elasticity: $E = 2 \cdot 10^5$ MPa
- Poisson's coefficient: $\mu = 0.3$

A 30 kg pig was used in the dewatering process. The contact force values were taken as:

- Positive and Negative Static Force: 4982 N
- Positive and Negative Dynamic Force: 4982 N

The same fluids as in the previous case (nitrogen and water) were selected as the working fluids in the riser.

The following boundary and initial conditions were specified:

- constant outlet pressure: 10 atm = 1.013 MPa

The inlet gas mass flow rate was varied linearly with time, from zero to a constant value, so:

- $\dot{m}_{\text{gas}} = 0 \quad t = 0$
- $\dot{m}_{\text{gas}} = 3 \text{ kg/s} \quad t \geq 10 \text{ s}$

Initially the pig had zero velocity, and was positioned at the pipe entrance section.

In Figure 7, the time pressure variation of the fluids is presented for 6 stations along the riser. Reference to Figure 11 can help identify the pig position at each time instant. It can be seen in Figure 7 that, while the outlet pressure is kept constant, the inlet pressure increases with time, until the pig reaches point 3 at the base of the riser. This behavior can be justified by noting that, as the pig moves downwards through the riser, the hydrostatic pressure to be overcome increases. As the pig moves from station 3 to 5, the inlet pressure is almost constant, because the hydrostatic column is also constant. After that, the inlet pressure decays sharply, as the pig starts its ascending motion, decreasing the hydrostatic column to be displaced. At station 2, initially the pressure is higher than the inlet pressure, due to the water column difference. After the pig has passed this station, its pressure variation is similar to that of the inlet section. At the base of the riser, points 3 and 5, the pressure is almost constant with time, since the liquid column at the right leg of the riser is constant until the pig passes station 5 and starts its ascending motion. After that, the pressure decays sharply. Note that the pressure at point 6 is almost constant until the pig reaches point 5, and it is similar to the pressure level at point 2 at the beginning of the pig motion. However, as the water column to be displaced by the pig decreases, its velocity increases sharply. In order to maintain these high flow rate levels, the fluid pressure also increases sharply until the pig reaches station 6, when, as with all other points, the pressure decreases.

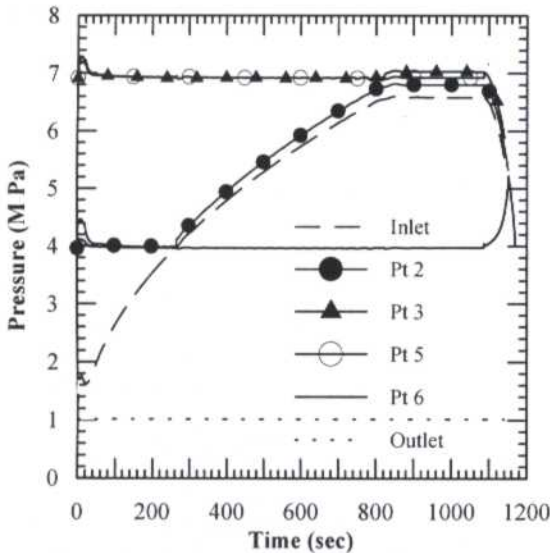


Figure 7 - Pressure variation with time. Riser.

The time variation of the gas mass flow rate is shown in Figure 8, for four positions in the riser. The inlet mass flow rate attains a constant value very rapidly. At station 2, the gas mass flow rate is zero until the pig reaches that position. Then, it gradually increases, reaching a constant value similar to the inlet mass flow rate, while the pigs moves from 3 to 5. A similar

behavior is also observed for station 3. Note that when the pig reaches point 5 (time approximately equal to 1100 s) and starts its ascending motion, the pig velocity increases sharply because of the smaller water column to be overcome. Consequently, the mass flow rate at the stations located upstream of the pig also increase sharply.

The time variation of the liquid mass flow rate through the riser is shown in figure 9. With the exception of the exit section, all other stations present a similar mass flow variation, but shifted in time. Initially, the mass flow rate increases as the pig is accelerated and start displacing the water. As the pig passes through a particular station, that position is exposed to the gas and the liquid mass flow rate immediately drops to zero. This happens for point 2 at 260 seconds, for point 3 at 820 s, and for point 5 at 1100 s. At the exit station, the liquid mass flow rate follows, initially, the same behavior as the other stations. However, as the pig accelerates in the vertical section of the riser, a sharp increase in the mass flow rate is produced. In practical applications the liquid receiving facilities at the platform would have to be designed to handle these very high flow rates produced by the accelerated, upward-moving pig.

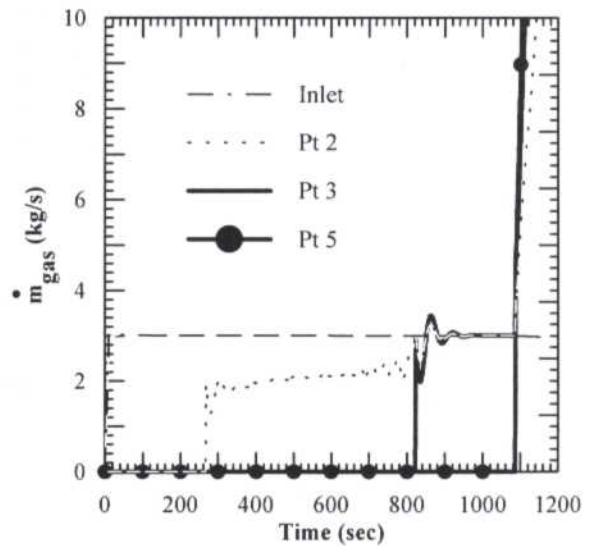


Figure 8 - Gas mass flow variation with time. Riser.

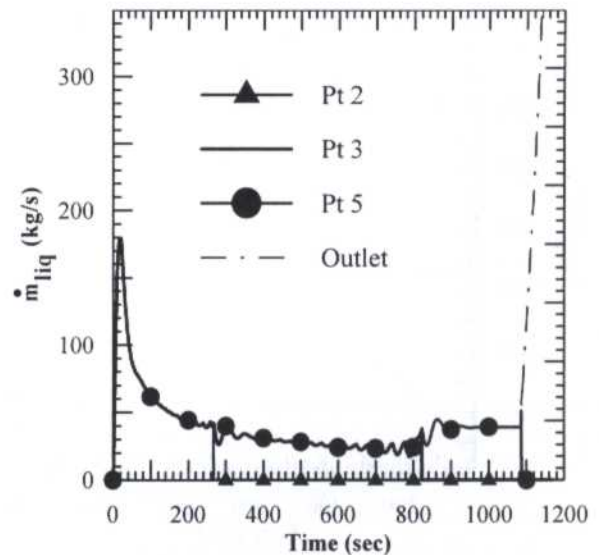


Figure 9 - Liquid mass flow variation with time. Riser.

Figure 10 presents the pig velocity as a function of its position along the riser. The results presented show that the pig is initially accelerated sharply as it goes from the inlet at station 1, as a consequence of the small hydrostatic pressure ahead of the pig. As the pig moves down along the left leg of the riser, the velocity decreases as the hydrostatic column increases. The pig velocity is approximately constant along the initial portion of the horizontal part of the riser. However, as the pig approaches the end of the horizontal leg (station 5), it is accelerated due to the decreasing resistance offered by the liquid flow that is being progressively driven out of the pipe. After the pig passes station 5 and begins to ascend in the riser, its velocity continues to increase due to the decreasing hydrostatic pressure. The velocity levels attained by the pig in the simulations are similar to those verified in field operations. These high velocity levels should be avoided at the risk of causing damage to the platform facilities.

Figure 11 presents the pig position along the riser as a function of time. The two horizontal lines plotted in the figure represent the position of stations 3 and 5, and were included to facilitate the analysis of the pig motion

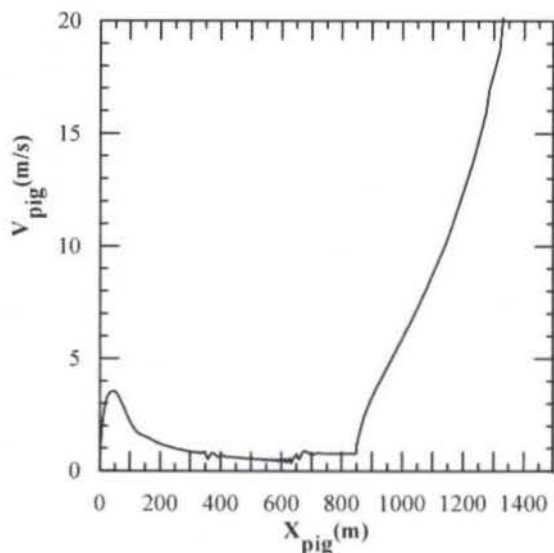


Figure 10 - Pig velocity versus pig position. Riser.

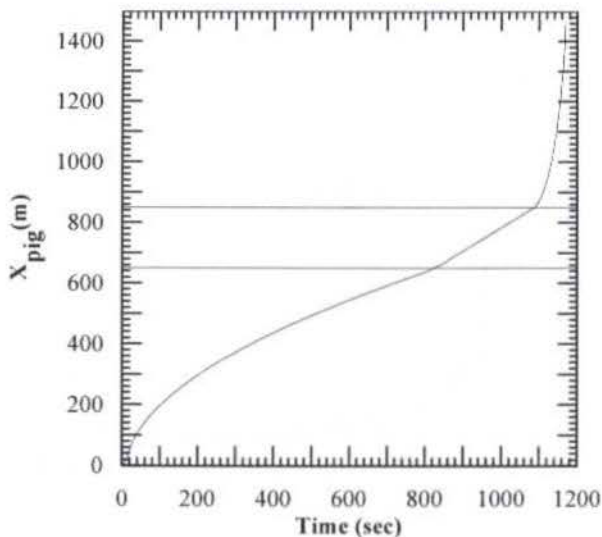


Figure 11 -Time variation of pig position. Riser.

CONCLUSION

The present paper presented a simulation of the fluid flow and pig dynamics of pipeline dewatering operations. The basic equations governing conservation of mass and linear momentum were numerically solved. Dewatering operations in horizontal lines and in a riser geometry were simulated. The results obtained agree with what has been observed in field operations. In both cases simulated, the pig attained very high velocities at the end of the operation. These are potentially dangerous situations that should be avoided by proper pig design.

ACKNOWLEDGMENT

The present research was jointly supported by the following companies: PETROBRAS from Brasil, STATOIL, NORSK HYDRO and SAGA from Norway, ANCAP from Uruguay, HALLIBURTON, EXXON, TEXACO AND PIPETRONIX from the USA and ECOPETROL from Colombia. The authors gratefully acknowledge the support awarded to the research.

REFERENCES

- Azevedo, L.F.A., Braga, A. M. B. & Gomes M.G.F.M., Study of Pig Motion in Pipelines, VI ENCIT-VI LATCYM, Florianópolis, SC, Brazil, vol. III, pp. 1423-1428, 1996.
- Azevedo, L.F.A., Braga, A. M. B. & Gomes M.G.F.M., Experimental Validation of Analytical Numerical Models for Bypass Flow and Contact Forces in Pig Cups, *The Pipeline Pigging Conference*, Houston, USA, 1997.
- Burt, E. G.C. & MacDonald, R., Pig Signaling, Location and Tracking, *The Pipeline Pigging Conference*, Houston, USA, 1997.
- Cordell, J.L., Design of Pigs for Subsea Systems, *Proceedings of the 1986 Conference on Subsea pigging*, Haugesund, Norway, Pipes & Pipelines International, 1986.
- Gomes, M.G.F.M., Finite Element Analysis of Pig Cups for Pipeline Cleaning, *Master Thesis, Department of Mechanical Engineering*, Federal University of Rio de Janeiro (in Portuguese), 1994.
- Fox, R. W. and McDonald, A. T., *Introdução à Mecânica dos Fluidos*, Ed. Guanabara, 1995.
- Haun, R., Analysis and Modeling of Pipeline Dewatering and Startup, Part I, *Pipeline Industry*, February, pp.37-41, 1986.
- Monteiro, C., Nieckele, A. O., Braga, A. M. and Azevedo, L. F. A., Simulation Of Transient Pig Motion Through Liquid And Gas Pipelines, *IV Congresso Norte Nordeste de Engenharia Mecânica*, 1998, Fortaleza, CE.
- Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*; Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1980.
- Santos, O. G., Alhanati, J.S. & Bordalo, S. N., Modeling and Performance of Pig-Lift, *XIV COBEM*, SP, Brasil, COB260, CD-ROM, 1997.
- Short, G.C., The Pigging Technology Project: The First Three Years, *Pipes & Pipelines International*, Vol. 39-4, pp.23-27, 1994.
- Sullivan, J.M., An Analysis of the Motion of Pigs Through Natural Gas Pipelines, *Master Thesis, Department of Mechanical Engineering*, Rice University, 1981.
- Vianes Campo, E. & Rachid, F.B., Modeling of Pig Motion Under Transient Fluid Flow, *XIV COBEM*, SP, Brasil, 1997.
- Wylie & Streeter, *Compressible Flow in Pipes*, McGraw Hill, 1978

SOLUÇÕES DE ESCOAMENTOS QUASE-UNIDIMENSIONAIS DE FLUIDOS COMPRESSÍVEIS E VISCOSOS EM TUBEIRAS COM TROCA DE CALOR

Fernando Laroca¹, Carlos H. Marchi² e Antonio Fábio C. da Silva¹

¹SINMEC – Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina
88040-900 – Florianópolis – SC – Brasil

²Universidade Federal do Paraná, DEMEC/UFPR
Curitiba, Paraná
e-mail: marchi@cce.ufpr.br

RESUMO

Neste trabalho são investigados os efeitos combinados da variação de área, fricção e troca de calor sobre escoamentos de fluidos compressíveis em bocais do tipo convergente-divergente (tubeiras). É utilizado um modelo quase-unidimensional e sua solução numérica é obtida através do método dos volumes finitos. Os resultados encontrados apresentaram boa concordância com a solução analítica do escoamento isentrópico e com resultados numéricos de escoamentos com fricção e troca de calor da literatura. Entretanto, foram verificadas discrepâncias na comparação com resultados experimentais. Concluiu-se que essas discrepâncias devem ser creditadas à bidimensionalidade dos escoamentos em bocais.

INTRODUÇÃO

Bocais do tipo convergente-divergente são utilizados em motores-foguete para expandir os gases resultantes da combustão de seus propelentes. Esta expansão produz uma grande variação da quantidade de movimento dos produtos da combustão, o que resulta na força de empuxo do motor.

O escoamento no interior de um bocal é, de uma maneira geral, tridimensional axissimétrico, compressível, com regiões subsônicas, transônicas e supersônicas, com fricção, e transferência de calor nas paredes. Para projetar esses bocais é importante conhecer as propriedades do escoamento, tais como pressão e temperatura locais. Além disso, necessita-se determinar os parâmetros globais como o fluxo de massa dos propelentes e o empuxo desenvolvido pelo bocal.

Para um projeto preliminar, uma hipótese amplamente utilizada é a de considerar o escoamento quase-unidimensional. Isto torna possível uma solução analítica das equações governantes para casos limites, e reduz muito o custo computacional no caso de uma solução numérica. Um dos objetivos deste trabalho é avaliar as condições em que a hipótese de escoamento quase-unidimensional é aplicável.

Os principais efeitos a serem considerados nesse escoamento são a variação de área, a fricção, e a troca de calor entre o escoamento e as paredes. Se as temperaturas alcançadas forem muito elevadas, a troca de calor por radiação e a dissociação química também se tornam importantes. Contudo, radiação e reações químicas não são consideradas neste trabalho em virtude das baixas temperaturas dos problemas analisados.

Beans (1992) apresenta um forma para resolver as equações governantes de um escoamento quase-unidimensional com variação de área, fricção, e transferência de calor, com uma formulação que utiliza somente uma equação diferencial ordinária, não-linear, para o número de Mach. Essa equação é resolvida pelo método de Runge-Kutta de 4^a ordem. Ela é deduzida por Shapiro (1953), e, na sua formulação completa, contempla também os efeitos da injeção de massa, e variações da composição química e do calor específico.

No presente trabalho emprega-se o método dos volumes finitos, como descrito por Maliska (1995), para resolver o modelo matemático quase-unidimensional do escoamento em bocais do tipo convergente-divergente. O coeficiente de transferência de calor e o fator de fricção são avaliados através de correlações empíricas. A vantagem do método empregado neste trabalho está na maior facilidade de obter-se soluções para propriedades

variáveis. Além disso, esta mesma metodologia pode ser empregada em escoamentos tridimensionais.

É feita uma investigação sobre a influência dos efeitos de fricção e transferência de calor sobre o escoamento nos bocais.

Os resultados são comparados com soluções analíticas de casos limites, resultados numéricos e resultados experimentais encontrados na literatura visando analisar o modelo matemático a seguir.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O fenômeno físico é caracterizado pelo escoamento quase-unidimensional de um fluido newtoniano, compressível, e termicamente perfeito no interior de um bocal do tipo convergente-divergente.

As equações governantes são as de conservação da massa, da quantidade de movimento linear, e da energia, além da equação de estado dos gases perfeitos. Essas equações são mostradas, respectivamente, abaixo.

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u A)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u A u)}{\partial x} = -A \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu A \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \tau_w P_w \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho A c_p T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho A u c_p T)}{\partial x} &= A \frac{\partial p}{\partial t} + A u \frac{\partial p}{\partial x} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left(k A \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{4}{3} \mu A \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + |u| \tau_w P_w + \frac{q_c P_w}{\cos \alpha} \end{aligned} \quad (3)$$

$$p = \rho R T \quad (4)$$

onde A é a área da seção transversal do escoamento, c_p é o calor específico à pressão constante, k é a condutividade térmica, p é a pressão, P_w é o perímetro da seção transversal do bocal, q_c é o fluxo de calor por convecção na parede, R é a constante do gás, t é o tempo, T é a temperatura, u é a velocidade, x é a coordenada espacial, α é o ângulo de inclinação da parede em relação ao eixo longitudinal do bocal, μ é a viscosidade dinâmica, ρ é a massa específica do fluido e τ_w é a tensão viscosa junto à parede.

Como o modelo é quase-unidimensional, a tensão viscosa junto à parede (Bejan, 1995) e o fluxo de calor por convecção (Shapiro, 1953) são dados por

$$\tau_w = \frac{f}{8} \rho u^2 \quad (5)$$

$$q_c = h(T_w - T_{aw}) \quad (6)$$

onde, além dos símbolos já apresentados, f é o fator de fricção local, h é o coeficiente local de transferência de calor por convecção, T_w é a temperatura da parede, e T_{aw} é a temperatura de parede adiabática.

Para avaliar o coeficiente local de transferência de calor, h , é utilizada a correlação empírica proposta por Bartz (1957). Essa correlação foi obtida para um bocal cônico, cujos ângulos das partes convergente e divergente possuem 30° e 15°, respectivamente, e na garganta um raio de arredondamento igual ao diâmetro da garganta. A correlação é dada por (para unidades do Sistema Internacional)

$$h = \left[\frac{0.026}{D_g^{0.2}} \left(\frac{\mu^{0.2} c_p}{Pr^{0.6}} \right) \right] \left(\frac{P_c}{C^*} \right)^{0.8} \left(\frac{D_g}{r_c} \right)^{0.1} \left[\frac{A_g}{A} \right]^{0.9} \sigma \quad (7)$$

onde A é a área local, A_g é a área na garganta, C^* é a velocidade característica, c_p é o calor específico à pressão constante, D_g é o diâmetro da garganta do bocal, P_c é a pressão na câmara ou reservatório, Pr é o número de Prandtl, r_c é o raio de curvatura na garganta; o subíndice t refere-se à propriedade na estagnação, e σ é um fator de correção devido às variações das propriedades na camada limite. A expressão para esse fator pode ser encontrada em Bartz (1957).

A temperatura de parede adiabática, T_{aw} , é dada por (Shapiro, 1953)

$$T_{aw} = T \left(1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \quad (8)$$

onde T é a temperatura local do fluido, r é o fator de recuperação adiabática, e M é o número de Mach local. O fator de recuperação vale aproximadamente $Pr^{1/3}$ para escoamentos turbulentos. Este foi o valor assumido neste trabalho.

A expressão para se obter a velocidade característica, C^* , é encontrada em Huzel e Huang (1992).

O fator de fricção local, f , pode ser avaliado através da equação sugerida por Miller (1983), que representa aproximadamente o diagrama de Moody. O diagrama de Moody foi obtido para escoamentos incompressíveis, turbulentos, plenamente desenvolvidos, em dutos circulares de seção constante. A equação sugerida por Miller é expressa por

$$f = 0,25 \left[\log \left(\frac{e/D}{3,7} + \frac{5,74}{Re_D^{0,9}} \right) \right]^{-2} \quad (9)$$

onde D é o diâmetro local, " e " é a rugosidade absoluta, Re_D é o número de Reynolds.

Outra forma de avaliar o fator de fricção local é através da analogia de Colburn (Bejan, 1995)

$$\frac{f}{8} = St Pr^{2/3} \quad (10)$$

onde St é o número de Stanton definido por

$$St = \frac{Nu_D}{Re_D Pr} \quad (11)$$

onde Pr é o número de Prandtl, Nu_D é o número de Nusselt baseado no diâmetro, Re_D é o número de Reynolds baseado no diâmetro.

A analogia de Colburn foi obtida para escoamentos incompressíveis em placas planas. Também é válida para escoamentos em dutos circulares de seção constante, com $Pr \geq 0,5$.

As correlações utilizadas para o fator de fricção foram obtidas com escoamentos cujas características são muito diferentes dos escoamentos estudados no presente trabalho. Mesmo assim, deseja-se verificar se essas expressões fornecem bons resultados em bocais.

Para simular o escoamento em bocais, as equações (1) a (4) são resolvidas simultaneamente. A avaliação do fluxo de calor é feita utilizando o coeficiente de filme dado pela equação (7). A tensão cisalhante junto à parede é avaliada utilizando o fator de fricção dado pela equação (9) ou pela equação (10).

CONDIÇÕES DE CONTORNO

Em problemas envolvendo bocais do tipo convergente-divergente com escoamento subsônico na entrada e supersônico na saída o fluxo de massa é um resultado da simulação e, desta forma, não pode ser prescrito (Anderson, 1995). Assim, na entrada pode-se prescrever duas variáveis, por exemplo temperatura e pressão, e deixar uma variável, por exemplo a velocidade, flutuar em função dos resultados no interior do bocal.

Neste trabalho, as condições de contorno na entrada são aplicadas considerando um escoamento isentrópico entre o reservatório e a entrada do bocal. Assim sendo, as condições de estagnação na entrada do bocal são iguais às do fluido no reservatório. Na saída, como o escoamento é supersônico, as variáveis podem flutuar em função do resultado no interior do bocal.

Já que as condições de estagnação são conhecidas na entrada, a temperatura e pressão estáticas são prescritas em função da velocidade de forma explícita, ou seja, utilizando a velocidade da iteração ou instante anterior. Na saída, a temperatura e a pressão são extrapoladas linearmente utilizando os valores armazenados nos dois volumes adjacentes. Isto é equivalente a fazer as derivadas de segunda ordem nulas.

Tanto na entrada quanto na saída, as velocidades podem ser extrapoladas linearmente, da mesma forma que são feitas para a temperatura e a pressão na saída. Outra forma, a que é adotada no presente trabalho, é a extrapolação dos fluxos de massa, obtendo-se as velocidades a partir destes.

MÉTODO DE SOLUÇÃO

As equações diferenciais governantes são discretizadas através do método dos volumes finitos. É utilizada uma formulação para qualquer velocidade (Van Doormaal, 1985), com arranjo desencontrado de variáveis (Patankar, 1980), diferenças centrais aplicada com correção adiada (Lilek et al., 1997) como função de interpolação, e método SIMPLEC (Van Doormaal e Raithby, 1984) para o acoplamento pressão-velocidade. A solução do sistema linear resultante é obtida com o algoritmo de Thomas (Thomas, 1949).

A solução é obtida de forma segregada e, como as equações não são lineares, é necessário um procedimento iterativo. Detalhes do algoritmo de solução podem ser vistos em Maliska (1995).

O interesse é a obtenção da solução de estado permanente. Apesar disso, os termos transientes são mantidos devido a uma questão de conveniência numérica.

Como no estado permanente o fluxo de massa não varia mais, o critério de parada do processo iterativo é feito verificando se a variação do mesmo, de uma iteração no tempo para outra, está dentro de uma determinada tolerância. Além disso, verifica-se se, obedecendo a mesma tolerância, não há variação do fluxo de massa ao longo do bocal. Para isto, admitiu-se uma tolerância de 10^{-10} .

Para facilitar a convergência do ciclo iterativo, utilizou-se como condições iniciais os valores obtidos da solução analítica do escoamento isentrópico no bocal.

Para realizar os cálculos foi elaborado um programa computacional em Fortran 90.

RESULTADOS E COMPARAÇÕES

Inicialmente é verificada a solução numérica obtida no presente trabalho através da comparação com a solução analítica do escoamento isentrópico e com soluções obtidas por Beans (1992). Em seu trabalho, Beans obteve soluções para escoamentos com fricção e com troca de calor com o objetivo de demonstrar apenas que a metodologia empregada possibilitava o uso de fatores de fricção e coeficientes de transferência de calor variáveis.

Solução isentrópica. O programa foi aplicado na solução do escoamento sem fricção e troca de calor, portanto somente com efeito da variação de área. Os resultados são comparados com a solução analítica (John, 1984). O objetivo desse teste é verificar a implementação do método utilizado.

Foi utilizado o bocal convergente-divergente descrito por Beans (1992). Esse bocal tem 3,99 de razão entre comprimento e diâmetro da garganta. A parte convergente consiste de um arco de circunferência na entrada, e outro arco de arredondamento na garganta, ambos com raio igual ao diâmetro da garganta. A razão entre a posição da garganta e o seu diâmetro é igual a 1,3. A parte divergente é cônica com ângulo de 20° . As razões de áreas são de 3,482 e 8,0, na entrada e saída, respectivamente.

O erro encontrado para uma solução numérica utilizando 200 volumes de controle foi de 0,0015% no fluxo de massa. Utilizando 400 volumes o erro foi de apenas 0,0003% em relação à solução analítica.

Nesse trabalho o erro é definido por

$$\text{erro} = \frac{|S_A - S_N|}{S_A} \quad (12)$$

onde S_A representa a solução analítica e S_N representa a solução numérica.

Deve-se enfatizar que esta comparação é feita entre uma solução numérica e uma analítica, ambas unidimensionais. Os resultados demonstram que, com exceção dos termos que modelam a fricção e a troca de calor, tudo o mais, isto é, os demais termos das equações diferenciais, as condições de contorno, a discretização, e o processo de solução, foram corretamente implementados para o escoamento isentrópico num bocal do tipo convergente-divergente, pelo menos dentro das faixas de erros mencionadas acima.

Solução adiabática com fricção. Foram obtidos resultados para escoamentos adiabáticos com fricção, utilizando o bocal e a expressão para fator de fricção conforme Beans (1992). Para avaliar o fator de fricção, Beans utiliza a equação deduzida para escoamentos incompressíveis, laminares, em dutos de seção circular constante,

$$f = \frac{64}{Re_D} \quad (13)$$

onde Re_D é o número de Reynolds baseado no diâmetro.

Os resultados são comparados com os apresentados na tabela 2 da referência citada.

A tabela 1 a seguir mostra a comparação do resultado apresentado por Beans, para um escoamento com fricção onde $Re_{Dg}=250$, com os resultados obtidos no presente trabalho utilizando 200 e 400 volumes. Nesta tabela M_i , M_g e M_e representam o número de Mach na entrada, na garganta e na saída, respectivamente, X_s/D_g é a razão entre a coordenada do ponto sônico e o diâmetro da garganta, e C_d é o coeficiente de descarga, que é a razão entre o fluxo de massa obtido experimentalmente ou numericamente e o fluxo de massa obtido da solução analítica isentrópica unidimensional.

Tabela 1 – Escoamento adiabático com fricção. Comparação dos resultados para $Re_{Dg}=250$.

	Presente trabalho		Beans	Isent.
	200 vol.	400 vol.	(1992)	
M_i	0,1463	0,1456	0,1454	0,1527
M_g	0,9365	0,9362	0,9360	1,0000
M_e	1,8946	1,8946	1,8946	3,6783
X_s/D_g	1,3450	1,3450	1,3448	1,3000
C_d	0,9587	0,9561	0,9531	1,0000

Na tabela 1, a última coluna refere-se ao escoamento sem fricção nesse mesmo bocal. Essa coluna foi incluída na tabela para mostrar que nesta situação hipotética de $Re_{Dg}=250$ os efeitos da fricção são consideráveis. Por exemplo, o número de Mach na saída do bocal é 3,6783 para o escoamento isentrópico e 1,8946 para o escoamento com fricção. Para escoamento adiabático com fricção em bocal convergente-divergente, pode-se demonstrar matematicamente (John, 1984) que o número de Mach sônico é atingido apenas na seção divergente.

A tabela 1 compara os resultados obtidos no presente trabalho com os obtidos por Beans (1992), isto é, duas soluções numéricas unidimensionais. Como já comentado na introdução, a metodologia empregada por Beans é significativamente distinta. Beans resolve uma única equação diferencial para o número de Mach pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem.

Os resultados mostrados na tabela, além dos obtidos para $Re_{Dg}=100, 500$ e 1000 e não expostos no presente trabalho, permitem concluir que o termo de fricção foi corretamente implementado no presente trabalho.

Solução com fricção e troca de calor. Neste item são apresentados os resultados para escoamentos com fricção e troca de calor. Novamente, foram usadas as expressões para avaliar o fator de fricção e o coeficiente de transferência de calor conforme Beans (1992). Beans utiliza para avaliar o coeficiente de transferência de calor a seguinte expressão, que segundo o autor é derivada da analogia de Chilton-Colburn,

$$h = \frac{f}{8} \frac{c_p \dot{m}}{A} Pr^{1/3} \quad (14)$$

Os resultados são comparados com aqueles mostrados na tabela 3 da referência citada.

A tabela 2 a seguir mostra a comparação feita do resultado apresentado por Beans para um escoamento com fricção e troca de calor, onde o fator de fricção é $f=0,04$, e a razão entre a

temperatura de parede e a temperatura de estagnação no ponto sônico vale $T_w/T_{0s}=0,6$. Nessa tabela P_{0e} e T_{0e} são as condições de estagnação na saída do bocal, e P_{0i} e T_{0i} são as condições de estagnação na entrada do bocal.

Tabela 2 – Escoamento com fricção e troca de calor. Comparação dos resultados para $f=0,04$ e $T_w/T_{0s}=0,6$.

	Presente trabalho		Beans (1992)	adiab.
	200 vol.	400 vol.		
Mi	0,1523	0,1523	0,1522	0,1515
Mg	0,9924	0,9925	0,9923	0,9893
Me	3,2033	3,2031	3,2031	3,1671
Cd	0,9972	0,9970	0,9967	0,9923
P_{0e}/P_{0i}	0,6345	0,6343	0,6341	0,6130
T_{0e}/T_{0i}	0,9838	0,9839	0,9838	1,0000

Uma observação que deve ser feita é que para reproduzir os resultados da tabela 3 de Beans (1992) assumiu-se número de Prandtl igual a 0,7, e um fator de fricção constante na avaliação do coeficiente de transferência de calor (eq. 14). Para a avaliação da tensão cisalhante utilizou-se $f=0,04$ na garganta, e ao longo do bocal f varia de acordo com a equação (13).

Ainda na tabela 2, a última coluna refere-se ao escoamento adiabático. Essa coluna foi inserida para mostrar que o efeito da transferência de calor é pequeno em relação ao efeito de fricção.

As comparações feitas para $T_w/T_{0s}=1,0$ e 1,5 foram igualmente boas.

Comparações com resultados experimentais. Para verificar a validade das hipóteses e expressões utilizadas para avaliar o coeficiente de transferência de calor e o fator de fricção são feitas comparações com os resultados experimentais de Back et al. (1972). Nesta referência são apresentados resultados experimentais para três bocais do tipo convergente-divergente. Os dados das geometrias desses bocais são apresentadas na tabela 3, onde L é o comprimento do bocal, L_g é a posição da garganta, D_g é o diâmetro da garganta, ϵ_c e ϵ_e são as razões de áreas na entrada e saída, respectivamente; σ e λ são os ângulos do convergente e divergente, respectivamente; r_i e r_e são os raios de curvatura na entrada e na garganta.

Tabela 3 – Geometrias dos bocais apresentados por Back et al. (1972).

Bocal	1	2	3
L (mm)	150,495	185,039	74,797
L_g (mm)	90,754	64,872	34,953
D_g (mm)	45,822	40,640	40,640
ϵ_c	7,90	9,76	9,76
ϵ_e	2,66	6,63	2,30
σ	30°	45°	75°
λ	15°	15°	15°
r_i (mm)	36,068	20,320	25,400
r_e (mm)	45,720	12,700	5,080

A tabela 4 mostra os resultados experimentais para coeficiente de descarga e empuxo adimensional apresentados por Back et al.(1972). O empuxo adimensional, F^* , é definido por

$$F^* = \frac{F}{F_{ID}} \quad (15)$$

onde F é a força de empuxo obtida experimentalmente ou da solução numérica, e F_{ID} é a força de empuxo obtida da solução isentrópica unidimensional.

Tabela 4 – Resultados experimentais de Back et al. (1972).

Bocal	1	2	3
Cd	0,990±0,008	0,983±0,008	0,951±0,005
F^*	0,981	0,971	0,941

Para a simulação do bocal 1 foram utilizadas as condições apresentadas por Back et al. (1965). Na entrada as condições de estagnação são $P_{0i}=697,06$ kPa e $T_{0i}=833,33$ K. Além disso, $Pr=0,70$, $R=290,7$ J/kg.K, $\gamma=1,34$, e $\mu=3,58 \times 10^{-5}$ Pa.s. Conforme Back et al. (1965), a temperatura de parede varia de 0,45 a 0,58 T_{0i} . Porém, como isto tem pouca influência no resultado final, por simplicidade T_w foi considerado constante, com $T_w/T_{0i}=0,58$.

Para o bocal 2 as condições utilizadas foram praticamente as mesmas do bocal 1, mudando somente a pressão de estagnação na entrada para $P_{0i}=1,72369$ MPa, conforme Back et al. (1967).

A figura 1 mostra a geometria do bocal 2, os resultados da simulação para o número de Mach, o coeficiente de transferência de calor dado pela equação (7) e os fatores de fricção obtidos pelas equações (9) e (10).

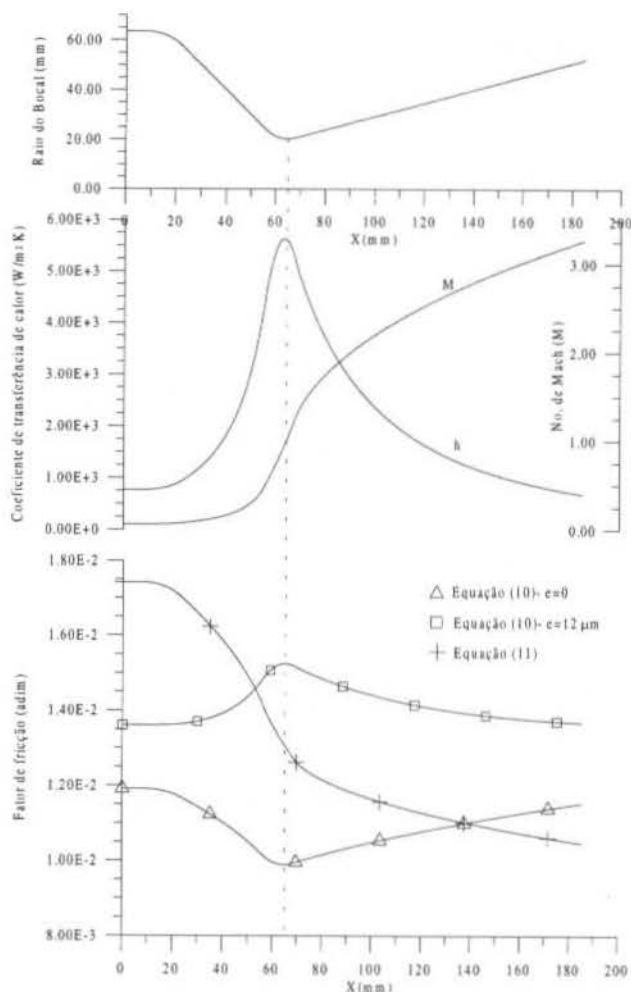


Figura 1 – Coeficiente de transferência de calor, fator de fricção e número de Mach ao longo do bocal 2.

Finalmente, para a simulação do bocal 3 foram usadas as condições apresentadas por Back e Cuffel (1971). Na entrada as condições de estagnação são $P_{i1}=689,476$ kPa e $T_{i1}=300$ K. E ainda, $Pr=0,72$, $R=287,0$ J/kg.K, $\gamma=1,40$, e $\mu=1,81 \times 10^{-5}$ Pa.s. A temperatura da parede do bocal, T_w , foi considerada constante, com $T_w/T_{i1}=1,0$. Portanto, enquanto nos bocais 1 e 2 o escoamento é refrigerado, no bocal 3 o escoamento é praticamente adiabático.

As simulações foram feitas utilizando 540 volumes e um microcomputador Pentium 200-Pro. O tempo de computação para cada simulação foi de aproximadamente cinco minutos.

Os erros das soluções obtidas com 540 volumes foram inferiores a 0,04% para C_d e F^* . Estes erros foram calculados pela diferença entre as soluções numéricas com 270 e 540 volumes.

Os resultados obtidos para coeficientes de descarga e empuxos adimensionais são apresentados na tabela 5, para diferentes formas de avaliação do fator de fricção.

Tabela 5 – Coeficientes de descarga e empuxos adimensionais dos bocais 1, 2 e 3.

	Bocal	1	2	3
Eq. (9) $e=0$	C_d	1,0012	1,0014	0,9993
	F^*	0,9949	0,9934	0,9974
Eq. (9) $e=12\mu\text{m}$	C_d	1,0006	1,0009	0,9991
	F^*	0,9935	0,9915	0,9962
Eq. (10)	C_d	1,0008	1,0010	0,9992
	F^*	0,9943	0,9929	0,9974

Por definição, o escoamento unidimensional isentrópico resulta em coeficiente de descarga e empuxo adimensional iguais à unidade. Se forem considerados os efeitos da fricção, o coeficiente de descarga e o empuxo adimensional têm seus valores diminuídos. Quando são considerados os efeitos da transferência de calor, o empuxo adimensional sofre um ligeiro decréscimo, independente do sentido do fluxo de calor. Porém, o coeficiente de descarga pode sofrer uma pequena elevação se o escoamento for refrigerado, ou um pequeno decréscimo se o escoamento for aquecido.

Os resultados apresentados na tabela 5, acima, comparados com os da tabela 4, mostram que não há boa concordância entre a previsão numérica e os resultados experimentais, tanto para o C_d quanto para F^* ; a comparação piora do bocal 1 para o bocal 3. Além disso, pode-se observar, pela tabela 5, que existe pouca diferença entre as soluções obtidas com o fator de fricção calculado através da analogia de Colburn, e através da equação sugerida por Miller para tubos lisos ou rugosos.

Uma possível explicação para essa má concordância é o fato de que as expressões utilizadas para avaliar o fator de fricção foram obtidas para escoamentos plenamente desenvolvidos, de fluidos incompressíveis, e portanto com características distintas das condições reais. A própria equação (7) obtida experimentalmente para escoamentos em bocais, tem sua validade restrita aos bocais com ângulos da parte convergente de 45° e raio de curvatura na garganta igual ao diâmetro da garganta, restrição que só é atendida pelo bocal 1.

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Nesta seção dois são os objetivos: (i) verificar a sensibilidade do coeficiente de descarga, C_d , e do empuxo adimensional, F^* , às variações do fator de atrito e do coeficiente de transferência de calor; e (ii) verificar se as discrepâncias entre as previsões numéricas e os resultados experimentais podem ser

creditadas às incertezas nas avaliações do fator de atrito e do coeficiente de transferência de calor.

Considera-se como referência o bocal 2 e a solução obtida com a equação (9) para $e=0$. Nas figuras 2 e 3, a seguir, estão plotados o C_d e o F^* , respectivamente, em função dos parâmetros f/f_{ref} e h/h_{ref} . Um resultado para $f/f_{ref}=4,0$ e $h/h_{ref}=2,0$, por exemplo, indica que foi obtido admitindo-se que o fator de fricção era de 4 vezes o valor dado pela equação (9) e que o coeficiente de transferência de calor era 2 vezes o previsto pela equação (7).

Pela figura 2 pode-se verificar que aumentando o valor do coeficiente de transferência de calor as discrepâncias aumentam ainda mais. Além disso, os efeitos da transferência de calor são pequenos, principalmente sobre F^* . Desta forma, nas figuras 2 e 3, a variação de coeficiente de transferência de calor é bem menor do que a do fator de fricção.

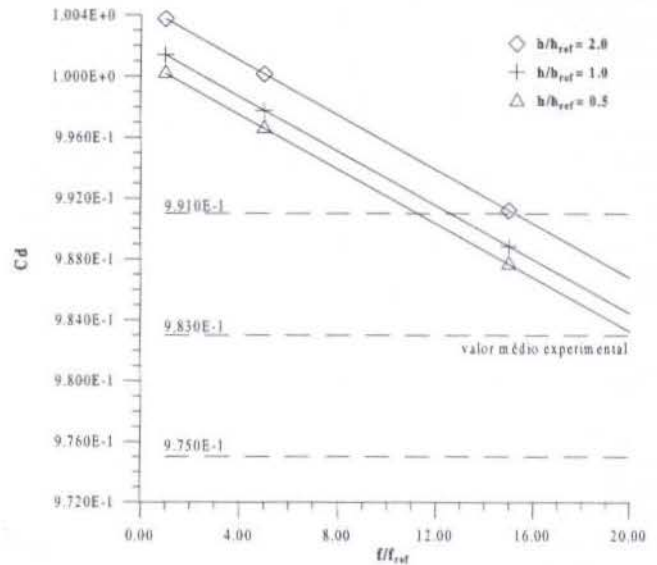


Figura 2 – Coeficiente de descarga em função de f/f_{ref} e h/h_{ref} .

A variação de F^* com f/f_{ref} é muito mais pronunciada do que a variação de C_d . Assim, o gráfico da figura 3 é plotado somente até $f/f_{ref}=10,0$.

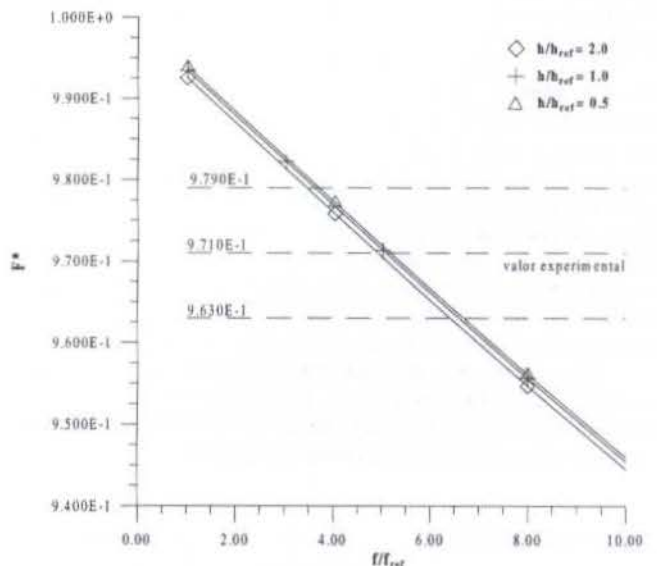


Figura 3 – Empuxo adimensional em função de f/f_{ref} e h/h_{ref} .

Nas figuras 2 e 3, as linhas tracejadas representam os valores experimentais e os limites inferiores e superiores das suas incertezas. Admitiu-se que a incerteza para o resultado experimental do empuxo adimensional tem o mesmo valor da incerteza do coeficiente de descarga.

Pode-se observar na figura 3 que para um fator de fricção de cerca de cinco vezes o valor de referência o empuxo adimensional fica muito próximo do resultado experimental. Entretanto, observando a figura 2, para este valor de fator de fricção, o coeficiente de descarga não concorda com o resultado experimental, inclusive levando em conta a sua incerteza. Mesmo considerando a rugosidade na equação (9), ou utilizando a equação (10), os resultados encontrados são muito próximos a estes.

Análises semelhantes foram feitas para os bocais 1 e 3. Para o bocal 1 foram encontrados resultados melhores, isto é, para um fator de fricção com cerca de quatro vezes o valor de referência, o coeficiente de descarga e o empuxo adimensional ficam próximos dos resultados experimentais. Porém, os resultados obtidos para o bocal 3 são piores do que os encontrados para o bocal 2.

A partir desses resultados, principalmente dos bocais 2 e 3, conclui-se que as discordâncias dos resultados numéricos com os resultados experimentais não se devem às incertezas experimentais nas avaliações do fator de fricção e do coeficiente de transferência de calor. Além disso, não foi possível determinar qual expressão é a mais adequada para avaliar o fator de fricção, uma vez que as diferenças entre os resultados obtidos com as duas expressões foram muito pequenas.

DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Uma formulação para resolver escoamentos quase-unidimensionais em bocais foi apresentada e avaliada. Os resultados obtidos quando comparados com soluções analíticas do escoamento isentrópico num bocal do tipo convergente-divergente mostram excelente concordância, validando a implementação dos processos de discretização, solução e aplicação das condições de contorno. A comparação com outras soluções numéricas demonstrou também que os termos de fricção e transferência de calor foram implementados adequadamente.

Entretanto, a comparação dos resultados numéricos com resultados experimentais não atingiu a concordância desejada neste tipo de problema. Tentativas de imputar as discrepâncias às possíveis inadequações do fator de fricção e do coeficiente de transferência de calor não foram bem sucedidas, especialmente para os bocais 2 e 3.

Esses resultados conduzem à especulação de que o motivo da discordância deva ser creditada à bidimensionalidade do escoamento. A solução isentrópica bidimensional do escoamento no bocal 2 resulta em $C_d=0,979\pm 0,001$ e $F^*=0,980\pm 0,001$, conforme Marchi et al. (1992). Esses valores, apesar de obtidos para um escoamento isentrópico, sem fricção e transferência de calor portanto, se ajustam melhor aos resultados experimentais que a solução quase-unidimensional do presente trabalho, que tentou modelar esses efeitos. Deve-se notar que nos bocais 2 e 3, onde a concordância é mais difícil, os efeitos da bidimensionalidade do escoamento são mais pronunciados.

Com base nos resultados apresentados, conclui-se que soluções quase-unidimensionais de escoamentos em bocais, embora encontrados com frequência na literatura, devem ser considerados com as devidas cautelas e reservas.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece ao colega e amigo Luciano Amaury dos Santos, doutorando da Universidade Federal de

Santa Catarina, pelas críticas e sugestões ao presente trabalho, e principalmente pela ajuda na depuração do programa computacional. O primeiro autor também agradece o apoio financeiro do CNPq.

O segundo autor agradece aos contribuintes brasileiros que através das instituições UFPR e CAPES financiam o seu trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anderson Jr., J. D., 1995, "Computational Fluid Dynamics—The Basics with Applications", McGraw Hill, New York.

Back, L. H. e Cuffel, R. F., 1971, "Flow Coefficients for Supersonic Nozzles with Comparatively Small Radius of Curvature Throats", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 8, No. 2, pp. 196 – 198.

Back, L. H., Cuffel, R. F., Massier, P. F., 1972, "Influence of Contraction Section Shape and Inlet Flow Direction on Supersonic Nozzle Flow and Performance", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 9, No. 6, pp. 420 – 427.

Back, L. H., Massier, P. F., e Cuffel, R. F., 1967, "Flow Phenomena and Heat Transfer in a Conical Supersonic Nozzle", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 4, No. 8, pp. 1040 – 1047.

Back, L. H., Massier, P. F., e Gier, H. L., 1965, "Comparison of Measured and Predicted Flows Through Conical Supersonic Nozzles, with Emphasis on the Transonic Region", *AIAA Journal*, Vol. 3, No. 9, pp. 1606 – 1614.

Bartz, D. R., 1957 "A Simple Equation for Rapid Estimation of Rocket Nozzle Convective Heat Transfer Coefficients", *Jet Propulsion*, Vol. 37, pp. 49 – 51.

Beans, E. W., 1992, "Nozzle Design Using Generalized One-Dimensional Flow", *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 8, No. 4, pp. 917 – 920.

Bejan, A., 1995 "Convection Heat Transfer", 2ed. McGraw Hill, New York.

Huzel D.K. e Huang, D.H., 1992 "Modern Engineering for Design of Liquid-Propellant Rocket Engines", *AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 147.

John, J. E. A., 1984, "Gas Dynamics", 2ed., Allyn and Bacon Inc, Boston.

Lilek, Z., Muzaferija, S., Peric, M., 1997, "Efficiency and Accuracy Aspects of a Full-Multigrid Simple Algorithm for Three – Dimensional Flows", *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 31, pp. 23 – 42.

Maliska, C. R., 1995 "Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional", Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro.

Marchi, C. H., Silva, A. F. C. e Maliska, C. R., 1992, "Solução Numérica de Escoamentos Inviscosos em Tuberias com Velocidade Supersônica na Sáfda", *Anais do IV Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, pp. 145 – 148.

Miller, R. W., 1983 "Flow Measurement Engineering Handbook", 2.ed., New York: McGraw Hill.

Patankar, S. V., 1980 "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, New York.

Shapiro, A. H., 1953, "The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow", Vol. 1, Ronald Press, New York.

Thomas, L. H., 1949, "Elliptic Problems in Linear Difference Equations Over a Network", *Watson Sci. Comput. Lab. Report*, Columbia University, New York.

Van Doormaal, J. P., 1985, "Numerical Methods for the Solution of Incompressible and Compressible Fluid Flows", PhD. Thesis, University of Waterloo, Canada.

Van Doormaal J. P., e Raithby G. D., 1984, "Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flow", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 7, pp. 147 – 163.

INSTABILIDADES DE BAIXA FREQUÊNCIA EM SISTEMAS PROPULSIVOS MONOPROPELENTES E BIPROPELENTES LÍQUIDOS

Carlos Eduardo Rolfsen Salles

Jean Luc Georges Paile

Jefferson Luiz Nogueira

Laboratório Associado de Combustão e Propulsão

INPE - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

12630-000 - Cachoeira Paulista - SP - Brasil

SUMÁRIO

Este trabalho investiga alguns aspectos dos problemas de instabilidades de combustão em sistemas que utilizam propelentes líquidos. Em especial, é apresentado um modelo analítico que leva a um critério para se assegurar que o sistema estará livre deste tipo de instabilidade. Este modelo usa o critério de Nyquist que envolve uma transformação conformal simples.

INTRODUÇÃO

Sistemas propulsivos monopropelentes ou bipropelentes líquidos, em geral, apresentam um tipo de instabilidade de combustão que aparece devido a interação entre o sistema de alimentação e a dinâmica dos processos de combustão (Sutton, 1992). Estas flutuações podem ser observadas através do registro da pressão na linha de alimentação e/ou na câmara de combustão. O modelo apresentado é de fácil implementação e permite ao usuário observar rapidamente a influência dos parâmetros da linha de alimentação e da câmara de combustão sobre a estabilidade de motores monopropelentes e bipropelentes líquidos. Inicialmente é desenvolvido o modelo para sistema monopropelente e, em seguida é feita uma generalização para o sistema bipropelentes e, também, um exemplo de aplicação do método.

SISTEMAS MONOPROPELENTES

Os sistemas monopropelentes, utilizados para o controle de atitude de satélites e outras manobras necessárias em missões espaciais, podem ser esquematicamente representados pela figura abaixo:

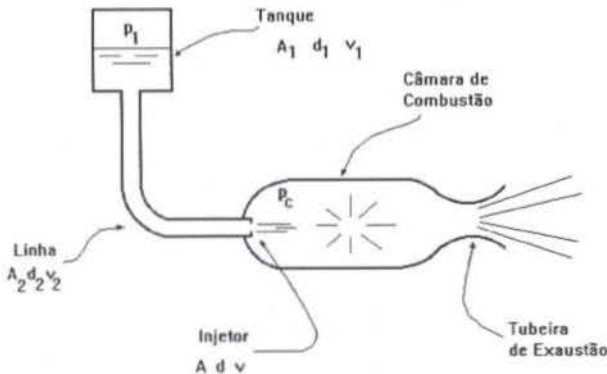


Figura 1 - Sistema monopropelente a decomposição catalítica da hidrazina

Estes sistemas, como todos os sistemas propulsivos que alimentam um combustível numa câmara, apresentam flutuações que podem ser observadas nos registros da pressão na linha de alimentação e na câmara de combustão. Estas perturbações

afetam o desempenho destes propulsores podendo inclusive excitar modos acústicos, de alta frequência, levando a um aumento significativo da transferência de calor para as paredes da câmara, podendo destruir o propulsor (Crocco and Cheng, 1956).

Para simplificar a análise, consideramos o motor fixo numa bancada de testes, desprezando-se os efeitos da compressibilidade dos líquidos, reflexão de ondas nas paredes da câmara e o efeito do golpe de ariete nas válvulas e que a combustão ocorre num ponto localizado dentro da câmara, combustão pontual. Podemos aplicar o teorema do trabalho - energia (Gunter and Friar, 1960) no qual o trabalho externo exercido sobre o fluido entre o tanque e a saída dos injetores, num tempo infinitesimal dt é igual a variação da energia cinética mais as perdas associadas; isto é:

Considerando que o fluido é incompressível:

$$Q = Av = A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Considerando-se pequenas oscilações e assumindo-se que a pressão na câmara pode ser definida por:

$$p_c = \bar{p} \left(1 + k \frac{v'_\alpha}{\bar{v}} \right)$$

Onde \bar{p} é a pressão no regime permanente e k um coeficiente de pressão constante que nos informa como a pressão na câmara é afetada pela velocidade do propelente. Desprezando-se os termos de 2ª ordem e observando que v'_α é o valor de v' avaliado num tempo $(t - \alpha)$:

$$p_1 - \bar{p} = k \frac{\bar{p}}{\bar{v}} v'_\alpha + \rho l \left(\frac{d}{d_2} \right)^2 \frac{dv'}{dt} + \rho \bar{v} \left[1 + f \frac{l'}{d_2} \left(\frac{d}{d_2} \right)^4 \right] v' + \frac{1}{2} \rho v_i^2 \left[1 + f \frac{l'}{d_2} \left(\frac{d}{d_2} \right)^4 \right] \quad (1)$$

Note que, no regime permanente:

$$v' = 0$$

$$v'_\alpha = 0$$

$$\frac{dv'}{dt} = 0$$

E, portanto:

$$p_1 - \bar{p} = \frac{1}{2} \rho v_i^2 \left[1 + f \frac{l'}{d_2} \left(\frac{d}{d_2} \right)^4 \right] \quad (2)$$

Então, podemos obter a equação diferencial:

$$\frac{dv'}{dt} + Ev' = -Gv'_\alpha \quad (3)$$

onde:

$$\begin{cases} E = \frac{\bar{v}}{l} \left(\frac{d_2}{d} \right)^2 \left[1 + f \frac{l'}{d_2} \left(\frac{d}{d_2} \right)^4 \right] > 0 \\ G = \frac{k}{\rho l} \left(\frac{d_2}{d} \right)^2 \frac{\bar{p}}{\bar{v}} > 0 \end{cases} \quad (4)$$

Para a solução da equação diferencial, vamos assumir uma expansão de v' na forma:

$$v' = \sum C_j e^{z_j \frac{t}{\alpha}}$$

Substituindo-se na equação diferencial um termo genérico, obtemos:

$$f(z) = z + B + He^{-z} = 0 \quad (5)$$

Onde:

$$\begin{cases} B = \alpha E \\ H = \alpha G \end{cases} \quad (6)$$

O método de estabilidade de Nyquist (Nyquist, 1932 e Smetana, 1994) é baseado no teorema de Cauchy que diz: "Se uma função $f(z)$ é analítica dentro de um dado domínio limitado por um certo contorno C , exceto para um n° finito de pólos no domínio D , então, quando z percorre o contorno λ na direção dos ponteiros do relógio, o vetor que representa $f(z)$ no plano complexo girará em torno da origem e o número de rotações completas no sentido horário que $f(z)$ faz é igual a diferença entre o número de zeros e o número de pólos de $f(z)$ no domínio D ". Para a análise de estabilidade $f(z)$ é obtida da equação característica:

$$f(z) = 0$$

O domínio D é o semiplano direito e o contorno C consiste do eixo imaginário e um semicírculo infinitamente grande no semiplano direito de $-\infty$ à $+\infty$.

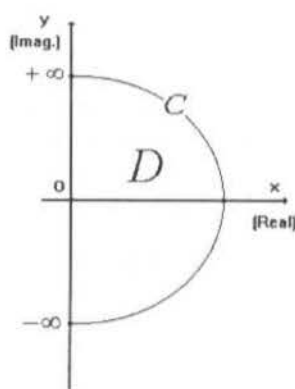


Figura 2 - Domínio no plano complexo

O gráfico de $f(z)$ no plano complexo é conhecido como diagrama de Nyquist. Se $f(z)$ é analítica em todos os pontos do domínio, o critério de estabilidade diz que no diagrama de Nyquist a função $f(z)$ não pode circundar a origem.

O método de Nyquist considera os valores de $f(z)$ a medida que z varia ao longo do caminho γ , conforme mostra a figura 3:

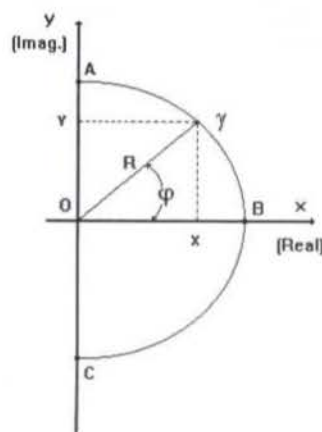


Figura 3 - Caminho γ

Como a função $f(z)$ não tem pólos, então, se plotarmos no plano de $f(z)$ a medida que z varia em torno do semicírculo γ , o número de vezes que o gráfico contornar a origem, será igual ao número de zeros dentro do contorno γ . Para que o sistema seja estável, é necessário que o gráfico não contorne a origem. Como, em geral, z é complexo, podemos assumir que:

$$\begin{cases} z = x + iy \\ z = Re^{i\varphi} = R \cos \varphi + iR \sin \varphi \\ \begin{cases} x = R \cos \varphi \\ y = R \sin \varphi \end{cases} \quad \tan \varphi = \frac{y}{x} \Rightarrow \varphi = \arctan \left(\frac{y}{x} \right) \end{cases}$$

Substituindo-se este resultado na equação (6):

$$f(z) = B + R \cos \varphi + iR \sin \varphi + He^{-R \cos \varphi} [\cos(R \sin \varphi - i \sin(R \sin \varphi))] \quad (7)$$

Se R for muito grande, para todos os pontos sobre o semicírculo, exceto nas vizinhanças de A e C, o fator $e^{-R \cos \varphi}$ é pequeno e a equação torna-se:

$$f(z) = B + R \cos \varphi + iR \sin \varphi$$

Então, a parte semicircular do caminho γ se transforma num semicírculo em λ com centro em $B + i0$.

Para plotarmos λ para a parte vertical de γ , substituindo-se $z = x + iy$, e fazendo $x = 0$, obtemos:

$$\begin{aligned} f(z) &= B + iy + He^{-iy} = B + iy + H(\cos y - i \sin y) \\ f(z) &= B + H \cos y + i(y - H \sin y) \end{aligned} \quad (8)$$

A curva completa é mostrada na figura 4:

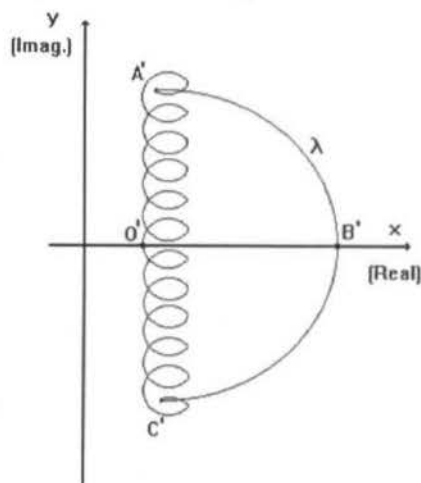


Figura 4 - Curva completa

Como a curva λ é simétrica em relação ao eixo real e que a curva $A'B'C'$ não tem efeito sobre a estabilidade para valores de R suficientemente grandes, assim, torna-se necessário apenas plotar os valores da parte em forma de "looping" para $y \geq 0$ como mostra a figura 5:

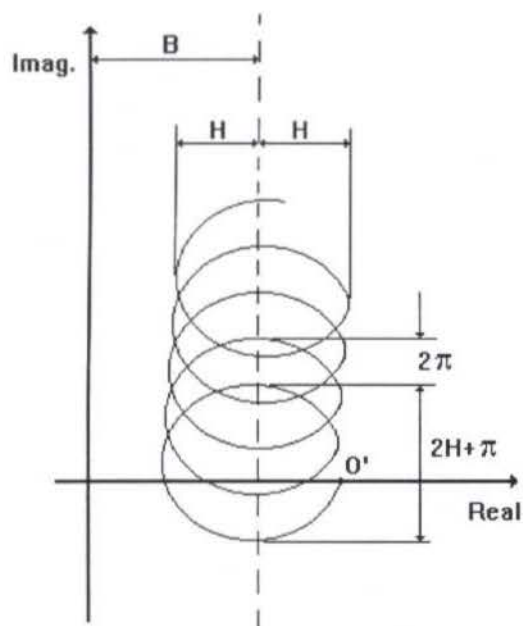


Figura 5 - Valores positivos de y

A condição crítica existe quando B é suficientemente pequeno para permitir que o primeiro "loop" passe pela origem. Assim, para que a curva passe pela origem:

$$B + \frac{y}{\tan y} = 0 = \ln \frac{y}{H \sin y} \quad (9)$$

O sistema será estável se: $B \geq H$ ou $\frac{B}{H} \geq 1$

SISTEMAS BIROPELENTES

Um sistema bipropelente pode ser esquematicamente representado pela figura abaixo.

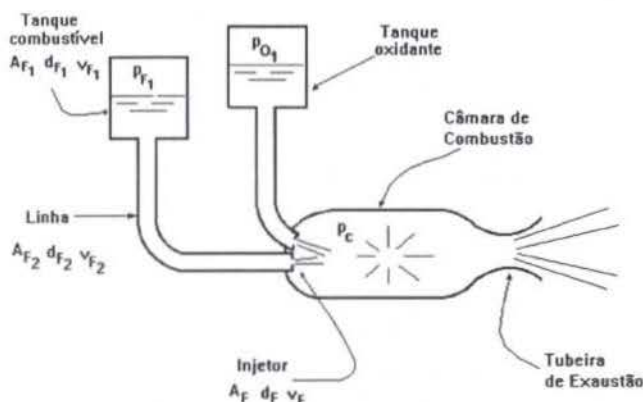


Figura 6 - Sistema bipropelente

Nestes sistemas, temos dois tanques, um de combustível e outro de oxidante. Para a utilização destes motores na propulsão

de satélites, utiliza-se, em geral, pares de oxidantes e combustíveis que formam pares hipergólicos, isto é, produtos que iniciam as reações de combustão pelo simples contato. Estes propelentes possuem ainda a vantagem de poderem ser estocados por um longo período de tempo. Como exemplo, podemos citar a Hidrazina e seus derivados, MMH e UDMH, reagindo com o Tetróxido de Nitrogênio. No caso dos sistemas Bipropelentes, utilizando a mesma nomenclatura que no caso dos sistemas monopropelentes, fazendo as mesmas hipóteses, e adotando-se os subíndices: O para o ramo do oxidante e F para o de combustível, e que o fator $\alpha_O = \alpha_F = \alpha$ que representa o tempo de atraso desde a injeção dos propelentes, na câmara de combustão, até a sua descarga pela tubeira na forma de produtos da combustão. Assim, aplicando-se a equação 4 para o sistema proposto, podemos obter as seguintes equações:

$$p_{F1} - \bar{p} = \frac{1}{2} \rho_F \bar{v}_F^2 \left[1 + f_F \frac{l'_F}{d_{F2}} \left(\frac{d_F}{d_{F2}} \right)^4 \right] \quad (10)$$

$$p_{O1} - \bar{p} = \frac{1}{2} \rho_O \bar{v}_O^2 \left[1 + f_O \frac{l'_O}{d_{O2}} \left(\frac{d_O}{d_{O2}} \right)^4 \right] \quad (11)$$

Assumindo-se que:

$$p_c = \bar{p} \left(1 + k_F \frac{v'_{af}}{v_F} + k_O \frac{v'_{ao}}{v_O} \right) \quad (12)$$

Utilizando-se a técnica das pequenas perturbações, obtemos:

$$\frac{dv'_F}{dt} + E_F v'_F = -G_F v'_{af} - L_F v'_{ao} \quad (13)$$

onde:

$$\begin{cases} E_F = \frac{\bar{v}_F}{l_F} \left(\frac{d_{F2}}{d_F} \right)^2 \left[1 + f_F \frac{l'_F}{d_{F2}} \left(\frac{d_F}{d_{F2}} \right)^4 \right] \\ G_F = \frac{k_F}{\rho_F l_F} \left(\frac{d_{F2}}{d_F} \right)^2 \frac{\bar{p}}{\bar{v}_F} \\ L_F = \frac{k_O}{\rho_F l_F} \left(\frac{d_{F2}}{d_F} \right)^2 \frac{\bar{p}}{\bar{v}_O} \end{cases}$$

No caso da linha de oxidante, mudando-se o subscrito, teremos:

$$\frac{dv'_O}{dt} + E_O v'_O = -G_O v'_{ao} - L_O v'_{af} \quad (14)$$

com:

$$\begin{cases} E_O = \frac{\bar{v}_O}{l_O} \left(\frac{d_{O2}}{d_O} \right)^2 \left[1 + f_O \frac{l'_O}{d_{O2}} \left(\frac{d_O}{d_{O2}} \right)^4 \right] \\ G_O = \frac{k_O}{\rho_O l_O} \left(\frac{d_{O2}}{d_O} \right)^2 \frac{\bar{p}}{\bar{v}_O} \\ L_O = \frac{k_F}{\rho_O l_O} \left(\frac{d_{O2}}{d_O} \right)^2 \frac{\bar{p}}{\bar{v}_F} \end{cases}$$

Diferenciando-se as equações (13) e (14), com relação ao tempo, obtemos:

$$\frac{d^2 v'_F}{dt^2} + E_F \frac{dv'_F}{dt} = -G_F \frac{d}{dt} v'_{af} - L_F \frac{d}{dt} v'_{ao} \quad (15)$$

Pode-se reescrever (13) e (14) avaliado num tempo $t - 2\alpha$:

$$\frac{d}{dt} v'_{af} = -E_F v'_{af} - G_F v'_{2af} - L_F v'_{2ao} \quad (16)$$

Então, podemos obter a equação diferencial:

$$\frac{dv'}{dt} + Ev' = -Gv'_a \quad (3)$$

onde:

$$\begin{cases} E = \frac{\bar{v}}{l} \left(\frac{d_2}{d} \right)^2 \left[1 + f \frac{l'}{d_2} \left(\frac{d}{d_2} \right)^4 \right] > 0 \\ G = \frac{k}{\rho l} \left(\frac{d_2}{d} \right)^2 \frac{\bar{p}}{\bar{v}} > 0 \end{cases} \quad (4)$$

Para a solução da equação diferencial, vamos assumir uma expansão de v' na forma:

$$v' = \sum C_j e^{z_j \frac{t}{\alpha}}$$

Substituindo-se na equação diferencial um termo genérico, obtemos:

$$f(z) = z + B + He^{-z} = 0 \quad (5)$$

Onde:

$$\begin{cases} B = \alpha E \\ H = \alpha G \end{cases} \quad (6)$$

O método de estabilidade de Nyquist (Nyquist, 1932 e Smetana, 1994) é baseado no teorema de Cauchy que diz: "Se uma função $f(z)$ é analítica dentro de um dado domínio limitado por um certo contorno C , exceto para um n^o finito de pólos no domínio D , então, quando z percorre o contorno λ na direção dos ponteiros do relógio, o vetor que representa $f(z)$ no plano complexo girará em torno da origem e o número de rotações completas no sentido horário que $f(z)$ faz é igual a diferença entre o número de zeros e o número de pólos de $f(z)$ no domínio D ". Para a análise de estabilidade $f(z)$ é obtida da equação característica:

$$f(z) = 0$$

O domínio D é o semiplano direito e o contorno C consiste do eixo imaginário e um semicírculo infinitamente grande no semiplano direito de $-\infty$ a $+\infty$.

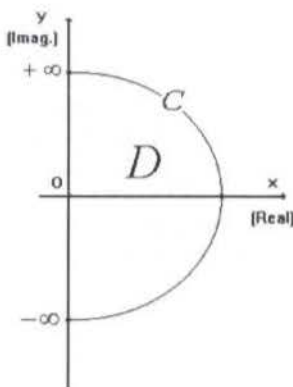


Figura 2 - Domínio no plano complexo

O gráfico de $f(z)$ no plano complexo é conhecido como diagrama de Nyquist. Se $f(z)$ é analítica em todos os pontos do domínio, o critério de estabilidade diz que no diagrama de Nyquist a função $f(z)$ não pode circundar a origem.

O método de Nyquist considera os valores de $f(z)$ a medida que z varia ao longo do caminho γ , conforme mostra a figura 3:

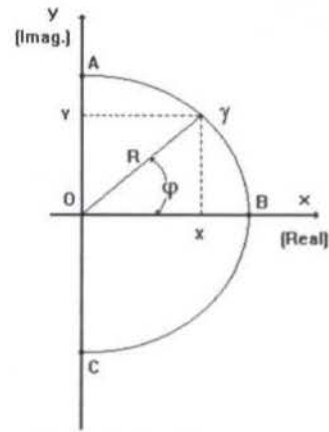


Figura 3 - Caminho γ

Como a função $f(z)$ não tem pólos, então, se plotarmos no plano de $f(z)$ a medida que z varia em torno do semicírculo γ , o número de vezes que o gráfico contornar a origem, será igual ao número de zeros dentro do contorno γ . Para que o sistema seja estável, é necessário que o gráfico não contorne a origem. Como, em geral, z é complexo, podemos assumir que:

$$\begin{cases} z = x + iy \\ z = Re^{i\varphi} = R \cos \varphi + iR \sin \varphi \\ \begin{cases} x = R \cos \varphi \\ y = R \sin \varphi \end{cases} \quad \tan \varphi = \frac{y}{x} \Rightarrow \varphi = \arctan \left(\frac{y}{x} \right) \end{cases}$$

Substituindo-se este resultado na equação (6):

$$f(z) = B + R \cos \varphi + iR \sin \varphi + He^{-R \cos \varphi} [\cos(R \sin \varphi - i \sin(R \sin \varphi))] \quad (7)$$

Se R for muito grande, para todos os pontos sobre o semicírculo, exceto nas vizinhanças de A e C, o fator $e^{-R \cos \varphi}$ é pequeno e a equação torna-se:

$$f(z) = B + R \cos \varphi + iR \sin \varphi$$

Então, a parte semicircular do caminho γ se transforma num semicírculo em λ com centro em $B + i0$.

Para plotarmos λ para a parte vertical de γ , substituindo-se $z = x + iy$, e fazendo $x = 0$, obtemos:

$$\begin{aligned} f(z) &= B + iy + He^{-iy} = B + iy + H(\cos y - i \sin y) \\ f(z) &= B + H \cos y + i(y - H \sin y) \end{aligned} \quad (8)$$

A curva completa é mostrada na figura 4:

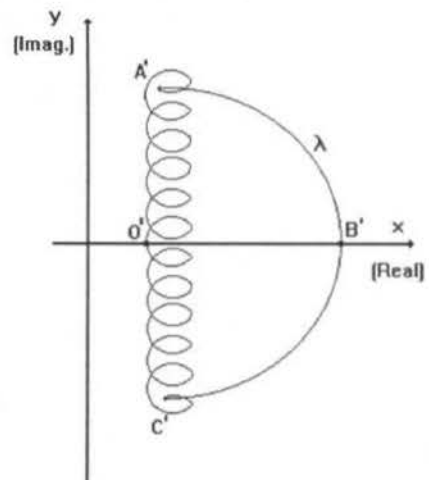


Figura 4 - Curva completa

Como a curva λ é simétrica em relação ao eixo real e que a curva A'B'C' não tem efeito sobre a estabilidade para valores de R suficientemente grandes, assim, torna-se necessário apenas plotar os valores da parte em forma de "looping" para $y \geq 0$ como mostra a figura 5:

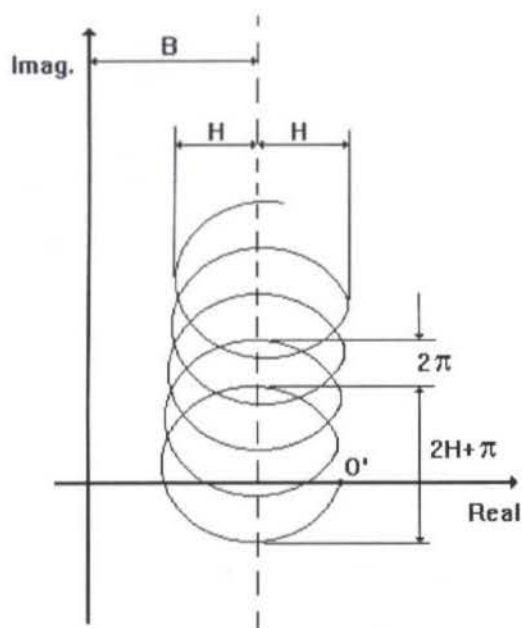


Figura 5 - Valores positivos de y

A condição crítica existe quando B é suficientemente pequeno para permitir que o primeiro "loop" passe pela origem. Assim, para que a curva passe pela origem:

$$B + \frac{y}{\tan y} = 0 = \ln \frac{y}{H \sin y} \quad (9)$$

O sistema será estável se: $B \geq H$ ou $\frac{B}{H} \geq 1$

SISTEMAS BIPROPELENTES

Um sistema bipropelente pode ser esquematicamente representado pela figura abaixo.

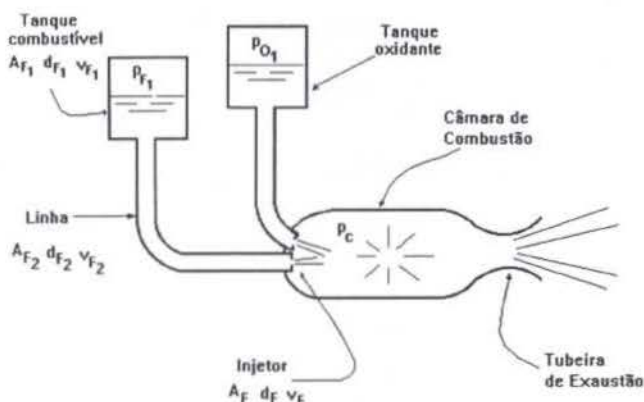


Figura 6 - Sistema bipropelente

Nestes sistemas, temos dois tanques, um de combustível e outro de oxidante. Para a utilização destes motores na propulsão

de satélites, utiliza-se, em geral, pares de oxidantes e combustíveis que formam pares hipergólicos, isto é, produtos que iniciam as reações de combustão pelo simples contato. Estes propelentes possuem ainda a vantagem de poderem ser estocados por um longo período de tempo. Como exemplo, podemos citar a Hidrazina e seus derivados, MMH e UDMH, reagindo com o Tetróxido de Nitrogênio. No caso dos sistemas Bipropelentes, utilizando a mesma nomenclatura que no caso dos sistemas monopropelentes, fazendo as mesmas hipóteses, e adotando-se os subíndices: O para o ramo do oxidante e F para o de combustível, e que o fator $\alpha_O = \alpha_F = \alpha$ que representa o tempo de atraso desde a injeção dos propelentes, na câmara de combustão, até a sua descarga pela tubeira na forma de produtos da combustão. Assim, aplicando-se a equação 4 para o sistema proposto, podemos obter as seguintes equações:

$$p_{F1} - \bar{p} = \frac{1}{2} \rho_F \bar{v}_F^2 \left[1 + f_F \frac{l'_F}{d_{F2}} \left(\frac{d_F}{d_{F2}} \right)^4 \right] \quad (10)$$

$$p_{O1} - \bar{p} = \frac{1}{2} \rho_O \bar{v}_O^2 \left[1 + f_O \frac{l'_O}{d_{O2}} \left(\frac{d_O}{d_{O2}} \right)^4 \right] \quad (11)$$

Assumindo-se que:

$$p_c = \bar{p} \left(1 + k_F \frac{v'_{aF}}{\bar{v}_F} + k_O \frac{v'_{aO}}{\bar{v}_O} \right) \quad (12)$$

Utilizando-se a técnica das pequenas perturbações, obtemos:

$$\frac{dv'_F}{dt} + E_F v'_F = -G_F v'_{aF} - L_F v'_{aO} \quad (13)$$

onde:

$$\left\{ \begin{aligned} E_F &= \frac{\bar{v}_F}{l_F} \left(\frac{d_{F2}}{d_F} \right)^2 \left[1 + f_F \frac{l'_F}{d_{F2}} \left(\frac{d_F}{d_{F2}} \right)^4 \right] \\ G_F &= \frac{k_F}{\rho_F l_F} \left(\frac{d_{F2}}{d_F} \right)^2 \frac{\bar{p}}{\bar{v}_F} \\ L_F &= \frac{k_O}{\rho_F l_F} \left(\frac{d_{F2}}{d_F} \right)^2 \frac{\bar{p}}{\bar{v}_O} \end{aligned} \right.$$

No caso da linha de oxidante, mudando-se o subscrito, teremos:

$$\frac{dv'_O}{dt} + E_O v'_O = -G_O v'_{aO} - L_O v'_{aF} \quad (14)$$

com:

$$\left\{ \begin{aligned} E_O &= \frac{\bar{v}_O}{l_O} \left(\frac{d_{O2}}{d_O} \right)^2 \left[1 + f_O \frac{l'_O}{d_{O2}} \left(\frac{d_O}{d_{O2}} \right)^4 \right] \\ G_O &= \frac{k_O}{\rho_O l_O} \left(\frac{d_{O2}}{d_O} \right)^2 \frac{\bar{p}}{\bar{v}_O} \\ L_O &= \frac{k_F}{\rho_O l_O} \left(\frac{d_{O2}}{d_O} \right)^2 \frac{\bar{p}}{\bar{v}_F} \end{aligned} \right.$$

Diferenciando-se as equações (13) e (14), com relação ao tempo, obtemos:

$$\frac{d^2 v'_F}{dt^2} + E_F \frac{dv'_F}{dt} = -G_F \frac{d}{dt} v'_{aF} - L_F \frac{d}{dt} v'_{aO} \quad (15)$$

Pode-se reescrever (13) e (14) avaliado num tempo $t - 2\alpha$:

$$\frac{d}{dt} v'_{aF} = -E_F v'_{aF} - G_F v'_{2aF} - L_F v'_{2aO} \quad (16)$$

$$\frac{d}{dt} v'_{\alpha O} = -E_O v'_{\alpha O} - G_O v'_{2\alpha O} - L_O v'_{2\alpha O} \quad (17)$$

$$\Rightarrow v'_{2\alpha O} = \frac{1}{L_F} \left(\frac{d}{dt} v'_{\alpha F} + E_F v'_{\alpha F} + G_F v'_{2\alpha F} \right) \quad (18)$$

ou, utilizando-se a equação (13):

$$v'_{2\alpha O} = -\frac{1}{L_F} \left(\frac{dv'_F}{dt} + E_F v'_F + G_F v'_{\alpha F} \right) \quad (19)$$

Substituindo-se na equação (17):

$$L_F \frac{d}{dt} v'_{\alpha O} = E_O \left(\frac{dv'_F}{dt} + E_F v'_F + G_F v'_{\alpha F} \right) + G_O \left(\frac{d}{dt} v'_{\alpha F} + E_F v'_{\alpha F} + G_F v'_{2\alpha F} \right) - L_F L_O v'_{2\alpha F} \quad (20)$$

Substituindo-se este resultado na equação (15), obtemos:

$$\frac{d^2 v'_F}{dt^2} + E_F \frac{dv'_F}{dt} = -G_F \frac{d}{dt} v'_{\alpha F} - E_O \left(\frac{dv'_F}{dt} + E_F v'_F + G_F v'_{\alpha F} \right) - G_O \left(\frac{d}{dt} v'_{\alpha F} + E_F v'_{\alpha F} + G_F v'_{2\alpha F} \right) + L_F L_O v'_{2\alpha F} \quad (21)$$

ou:

$$\frac{d^2 v'_F}{dt^2} + (E_F + E_O) \frac{dv'_F}{dt} + E_F E_O v'_F = -(G_F + G_O) \frac{d}{dt} v'_{\alpha F} - (E_F G_O + E_O G_F) v'_{\alpha F} - (G_F G_O - L_F L_O) v'_{2\alpha F} \quad (22)$$

e desde que $G_F G_O - L_F L_O \equiv 0$

$$\frac{d^2 v'_F}{dt^2} + \mu \frac{dv'_F}{dt} + \gamma v'_F + \sigma \frac{d}{dt} v'_{\alpha F} + \tau v'_{\alpha F} = 0 \quad (23)$$

onde:

$$\begin{aligned} \mu &= E_F + E_O > 0 & \sigma &= G_F + G_O \\ \gamma &= E_F E_O > 0 & \tau &= E_F G_O + E_O G_F \end{aligned}$$

Agora esta expressão assume o distúrbio v'_F no intervalo

$-\alpha < t < 0$, expandido na forma:

$$v' = \sum C_j e^{z_j \frac{t}{\alpha}}$$

substituindo v'_F na equação diferencial, vem:

$$\frac{z^2}{\alpha^2} + \mu \frac{z}{\alpha} + \gamma + \sigma \frac{z}{\alpha} e^{-t} + \tau e^{-t} = 0 \quad (24)$$

Multiplicando por α^2 :

$$z^2 + Mz + N + e^{-t}(Sz + T) \equiv f(z) = 0 \quad (25)$$

onde:

$$\begin{aligned} M &= \alpha\mu > 0 & S &= \alpha\sigma \\ N &= \alpha^2\gamma > 0 & T &= \alpha^2\tau \end{aligned}$$

z pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} z &= x + iy \\ z &= \text{Re}^{i\varphi} \end{aligned}$$

Fazendo $x = 0$ temos $f(z)$:

$$f(z) = (N - y^2 + Sy \text{ sen } y + T \text{ cos } y) + i(My + Sy \text{ cos } y - T \text{ sen } y) \quad (26)$$

Para sistemas bipropelentes:

$$\begin{cases} B_F = \alpha E_F \\ B_O = \alpha E_O \\ H_F = \alpha G_F \\ H_O = \alpha G_O \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} B_F = \alpha \frac{\bar{v}_F}{l_F} \left(\frac{d_{F2}}{d_F} \right)^2 \left[1 + f_F \frac{l'_F}{d_{F2}} \left(\frac{d_F}{d_{F2}} \right)^4 \right] \\ B_O = \alpha \frac{\bar{v}_O}{l_O} \left(\frac{d_{O2}}{d_O} \right)^2 \left[1 + f_O \frac{l'_O}{d_{O2}} \left(\frac{d_O}{d_{O2}} \right)^4 \right] \\ H_F = \alpha \frac{k_F}{\rho_F l_F} \left(\frac{d_{F2}}{d_F} \right)^2 \frac{\bar{p}}{\bar{v}_F} \\ H_O = \alpha \frac{k_O}{\rho_O l_O} \left(\frac{d_{O2}}{d_O} \right)^2 \frac{\bar{p}}{\bar{v}_O} \end{cases}$$

ou, alternativamente, utilizando as equações (10) e (11):

$$\begin{cases} B_F = 2 \frac{g\alpha A_{F2}}{\bar{w}_F l_F} \Delta p_F \\ B_O = 2 \frac{g\alpha A_{O2}}{\bar{w}_O l_O} \Delta p_O \\ H_F = k_F \frac{g\alpha A_{F2}}{\bar{w}_F l_F} \bar{p} \\ H_O = k_O \frac{g\alpha A_{O2}}{\bar{w}_O l_O} \bar{p} \end{cases} \quad (28)$$

onde:

\bar{w}_F = vazão mássica do combustível

\bar{w}_O = vazão mássica do oxidante

$$k_F = \frac{\bar{w}_F}{\bar{p}} \left(\frac{\partial p_c}{\partial w_F} \right) \quad (29)$$

$$k_O = \frac{\bar{w}_O}{\bar{p}} \left(\frac{\partial p_c}{\partial w_O} \right) \quad (30)$$

$$\begin{aligned} M &= B_F + B_O & S &= H_F + H_O \\ N &= B_F B_O & T &= B_F H_O + B_O H_F \end{aligned} \quad (31)$$

Obs.:

1. $(N - T)$ é o ponto de início da curva quando $y = 0$
2. S e T determinam o tamanho dos loops
3. M determina a parábola na qual a curva do loop incrementa a estabilidade a cada incremento de M .

APLICAÇÃO DO MÉTODO:

Como exemplo, considere um sistema bipropelente com as seguintes características:

$$\begin{aligned} \alpha &= 8 \times 10^{-3} \text{ s} & l_F &= 0,61 \text{ m} \\ A_{F2} &= 3,89 \times 10^{-5} \text{ m}^2 & l_O &= 0,61 \text{ m} \\ A_{O2} &= 6,59 \times 10^{-5} \text{ m}^2 & \bar{p}_c &= 351.540,00 \text{ kg / m}^2 \\ \Delta p_F &= 35.154,00 \text{ kg / m}^2 & w_F &= 1,65 \times 10^{-1} \text{ kg / s} \\ \Delta p_O &= 35.154,00 \text{ kg / m}^2 & w_O &= 2,88 \times 10^{-1} \text{ kg / s} \\ k_F &= 0,4 \\ k_O &= 0,6 \end{aligned}$$

Utilizando-se estes dados nas equações (28):

$$\begin{cases} B_F = 2,13 \\ B_O = 2,07 \\ H_F = 4,26 \\ H_O = 6,22 \end{cases}$$

Substituindo-se nas equações (33):

$$M = B_F + B_O = 4,20$$

$$N = B_F B_O = 4,41$$

$$S = H_F + H_O = 10,47$$

$$T = B_F H_O + B_O H_F = 22,05$$

Assim, a equação (26), forma-se:

$$f(z) = (4,41 - y^2 + 10,47y \operatorname{sen} y + 22,05 \cos y) + i(4,20y + 10,47y \cos y - 22,05 \operatorname{sen} y)$$

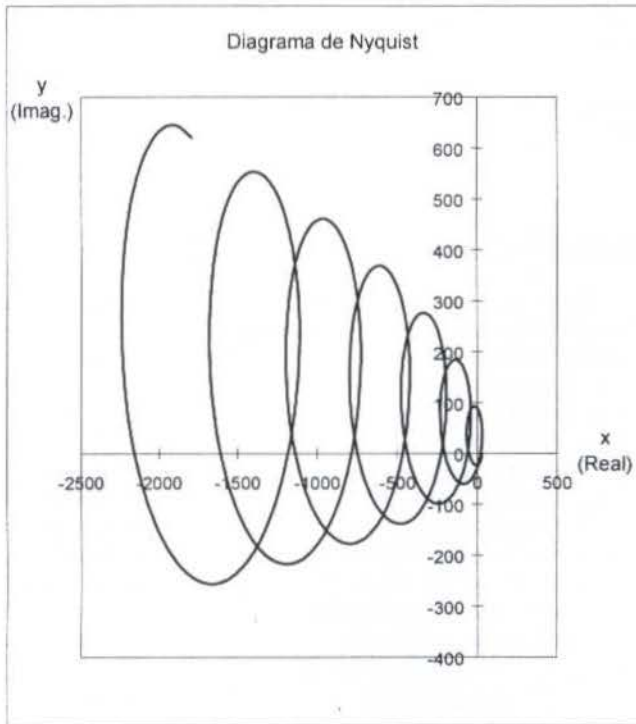


Figura 7 - Sistema bipropelente instável

O gráfico desta função, no plano complexo, para valores de $y \geq 0$, contorna a origem, então o sistema é instável. Para o sistema tornar-se estável, podemos variar os seguintes parâmetros:

$$A_{F_2} = 1,62 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \quad \Delta p_F = 217.759,50 \text{ kg / m}^2$$

$$A_{O_2} = 2,74 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \quad \Delta p_O = 217.759,50 \text{ kg / m}^2$$

Com estas modificações, e plotando-se a curva de $f(z)$ no plano complexo, obtemos a figura 8:

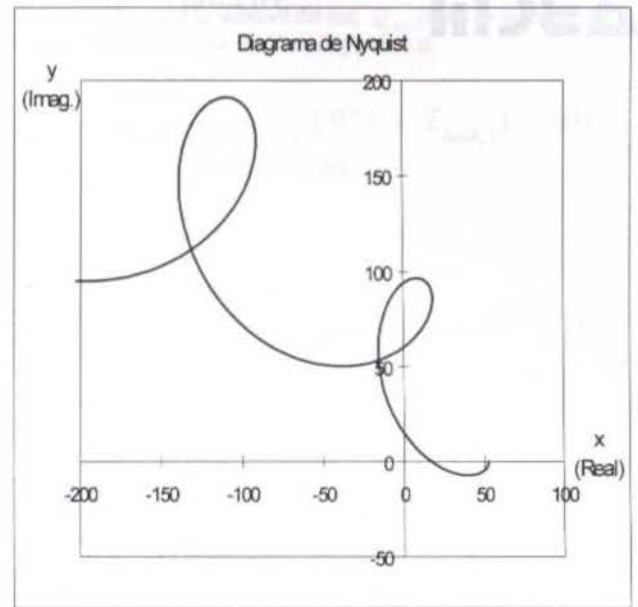


Figura 8 - Sistema bipropelente estável

Este resultado, pelo teorema de Cauchy, como não contorna a origem, mostra que o sistema agora é estável.

CONCLUSÕES

O método apresentado e a facilidade computacional implementada através de planilhas, tornam-se uma ferramenta importante no estudo dos fenômenos das instabilidades de combustão em sistemas propulsivos Monopropelentes e Bipropelentes. Em particular nos testes de qualificação destes sistemas para sua utilização em satélites. Como sugestão, fica um aperfeiçoamento do modelo apresentado, adicionando-se as perdas existentes nas linhas de alimentação e das válvulas existentes. Testes experimentais deverão ser realizados para validar o modelo.

BIBLIOGRAFIA

- Frederick O. Smetana, 1994, "Introduction to the Control of Dynamic Systems", AIAA Education Series.
 Sutton G.P., 1992, "Rocket Propulsion Elements, An Introduction to the Engineering of Rockets", John Wiley & Sons Inc.
 Harrje D. J., 1972, "Liquid Propellant Rocket Combustion Instability", NASA SP-194.
 Gunter D. F. and Friar D. R., 1960, "Stability of Flow in Rocket Motor", Journal of Applied Mechanics, vol. 17, pp 327-333.
 Crocco Luigi and Cheng Sin-I, 1956, "Theory of Combustion Instability in Liquid Propellant Rocket Motors", Butterworths Scientific Publications.
 Nyquist H., 1932, "Regeneration Theory", Bell System Technical Journal, vol. II, Janeiro, pp 126-147.

SUMMARY

This work investigates some aspects of Liquid Propellant Combustion Instability problems. In special, it discusses an analytical treatment leading to a criterion to insure freedom from the phenomenon of low frequency combustion instability in the system. This model uses the Nyquist criterion which involves a simple conformal transformation.

ELABORATION AND EXPERIMENTAL VALIDATION OF A DETERMINISTIC MODEL FOR AN INTERNAL MELT ICE-ON-COIL THERMAL STORAGE TANK

José H. M. Neto

Department of Mechanical Engineering

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

30510-000 - Belo Horizonte -MG - Brazil - e-mail: henrique@planetarium.com.br

SUMMARY

A deterministic numerical model based on a quasi-steady state approach is developed for an internal melt-ice-on-coil thermal storage tank with a built-in spiral coil tubing heat exchanger having a counterflow configuration and quiescent water around the coils. This model is able to simulate both the charging and discharging modes, taking into account the overlapping phenomenon that occurs due to the superposition of the ice layers during the freezing as well as the superposition of the water layers during melting. The developed model accounts for the cool-down of the water earlier during the charging period and the warm-up of the water during the discharging period. A thermal storage tank was instrumented and tested over various inlet conditions of secondary fluid temperature and flow rate in a full-scale heating, ventilation, and air-conditioning (HVAC) laboratory. The measurement data for one typical charging/discharging cycle were used to validate the numerical model. In general, good agreement was found between the predicted and the measured data.

INTRODUCTION

Internal melt ice-on-coil thermal storage tanks have been intensively used to shift energy demand of cooling plants in commercial buildings mainly because its compactness and modularity. The tank consists of a built-in spiral polyethylene coil tubing heat exchanger, made up of independent parallel circuits, with opposite direction of fluid in adjoining tubes. A secondary fluid, consisting of ethylene or propylene glycol and water solution, circulates through the coils for outward freezing and internal melting of the water. The tank is filled with water which remains quiescent around the coils to be used for continuous charging and discharging cycles. During the charging period the secondary fluid temperatures are below the freezing point to form ice, while during the discharging period the secondary fluid temperatures are higher than the freezing point to melt ice.

In this paper, a model for an internal melt ice-on-coil thermal storage tank and the results of an experimental validation are presented. The model is a deterministic model to be used either in a stand alone mode or integrated with existing energy building systems simulation programs. A detailed description of this model was presented by Neto and Krarti (1997a). Also, a detailed description of the experimental set-up, the validation methodology, and results was presented by Neto and Krarti (1997b).

Simplified integral solutions were derived by Neto and Krarti (1995) for the ice formation outward a pipe wall and internal melting, with internal and external convection. Jekel et al. (1993) developed a model based on an energy balance method, assuming the entire coil as a single segment. Some of the limitations of this model include: (i) the overall conductance is assumed constant; (ii) the water has to reach the temperature of 32°F (0°C) before the start of the freezing period; (iii) the intersection of the ice layers occurs at one-half of the tube spacing; and (iv) the validation of the model is based on a limited manufacturer's data. Strand et al. (1994) developed a simplified model based on the heat balance analysis, assuming the ice-tank as a heat exchanger. This method provides non-linear correlations to predict the heat transfer. However, the coefficients of their correlations depend on prior knowledge of the specific manufacturer's data.

DESCRIPTION OF THE NUMERICAL MODEL

In this paper, a dynamic model for an internal melt ice-on-coil thermal storage tank, based on a quasi-steady-state analysis, and a thermal resistance network technique is described. The model is capable of determining the extend radius of the outward freezing of water and of the internal melting of the ice layer at each time-step and at each segment along the coil. Both the cool down period of the water during the early stage of the freezing period (charging period) and the warm up of the water during the later stage of the melting period (discharging period) are taken into account. The model is able to simulate the observed overlapping phenomenon of ice and water layers, which occurs at the end of the freezing and melting periods, respectively. A model was developed to determine the pressure drop of the secondary fluid inside the coils. Figures 1 and 2 show the thermal networks used in this model.

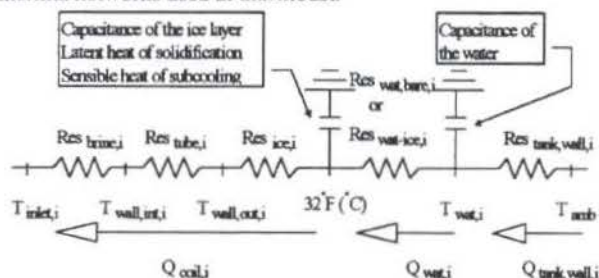


Fig. 1. Thermal network for ice formation during the charging period.

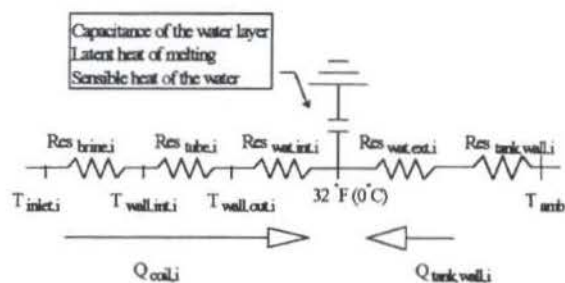


Fig. 2. Thermal network for melting during the discharging period.

MODEL FOR CHARGING CONDITIONS

During the cool down period, when the coil segment is bare:

$$Q_{coll,t} = Q_{wat,t} \quad (1)$$

with $Q_{coll,t}$, given by:

$$Q_{coll,t} = UA_{bare,t} \times (T_{wat,t} - T_{inlet,t}) \quad (2)$$

where the global coefficient of heat transfer, $UA_{bare,t}$, is given by:

$$UA_{bare,t} = (Res_{brine,t} + Res_{tube,t} + Res_{wat,bare,t})^{-1} \quad (3)$$

During the freezing period, when an ice layer is formed around the coil segment:

$$Q_{coll,t} = Q_{wat,t} + Q_{lat,t} + Q_{sc,t} \quad (4)$$

with $Q_{coll,t}$, given by:

$$Q_{coll,t} = UA_{f,t} \times (0^\circ C - T_{inlet,t}) \quad (5)$$

where the global heat transfer coefficient, $UA_{f,t}$ is defined as follows:

$$UA_{f,t} = (Res_{brine,t} + Res_{tube,t} + Res_{ice,t})^{-1} \quad (6)$$

The thermal resistances are given by the following equations:

$$Res_{tube,t} = \frac{\ln\left(\frac{R_{outer}}{R_{inner}}\right)}{(2 \times \pi - \theta_i) \times k_{tube} \times l_i} \quad (7)$$

$$Res_{brine,t} = [(2 \times \pi - \theta_i) \times R_{brine} \times l_i \times h_{brine,t}]^{-1} \quad (8)$$

$$Res_{wat,bare,t} = (2 \times \pi \times R_{outer} \times l_i \times h_{wat,bare,t})^{-1} \quad (9)$$

$$Res_{ice,t} = \frac{\ln\left(\frac{R_{ice,t}}{R_{outer}}\right)}{(2 \times \pi - \theta_i) \times k_{ice} \times l_i} \quad (10)$$

If overlapping occurs " $0 < \theta_i < 2\pi$ " otherwise " $\theta_i = 0$ ". It is assumed that the overlapped area and the secondary fluid are at the same temperature and, therefore, no heat transfer occurs through the overlapped section. During ice formation the heat transfer from the water around the ice to the interface ice/water, $Q_{wat,t}$ can be expressed as:

$$Q_{wat,t} = (2 \times \pi - \theta_i) \times R_{ice,t} \times l_i \times h_{w,t} \times (T_{wat,t} - 32) \quad (11)$$

The latent heat used to freeze the water around the coils, $Q_{lat,t}$, is given by:

$$Q_{lat,t} = \frac{\Delta M_{ice,t}}{\Delta t} \times HF_{ice} \quad (12)$$

The heat transfer used to subcool the ice, $Q_{sc,t}$ (i.e., to decrease the bulk ice temperature below the freezing point) is:

$$Q_{sc,t} = \frac{\Delta M_{ice,t}}{\Delta t} \times c_{p_i} \times (0^\circ C - T_{bulk,t}) \quad (13)$$

where

$$\Delta M_{ice,t} = \rho_{ice} \times \frac{(2 \times \pi - \theta_i)}{2} \times [R_{ice,t}^2 - R_{ice,old,t}^2] \times l_i \quad (14)$$

The ice bulk temperature, $T_{bulk,t}$, is defined as follows:

$$T_{bulk,t} = \frac{R_{ice,t} \int_{R_{outer}} T(r_i) \times 2 \times \pi \times r_i \times dr_i}{R_{ice,t} \int_{R_{outer}} 2 \times \pi \times r_i \times dr_i} \quad (15)$$

To find the radius of the ice layer, an iterative calculation procedure can be used. It should be mentioned that the outlet secondary fluid temperature of one segment is the inlet temperature for the next segment. This outlet secondary fluid temperature can be calculated as follows:

$$T_{outlet,t} = T_{inlet,t} + \frac{Q_{coll,t}}{\dot{m}_{brine} \times c_{p_{brine}}} \quad (16)$$

where the mass flowrate through each coil is given by:

$$\dot{m}_{brine} = UC \times \frac{\rho_{brine} \times GPM}{N_{coils}} \quad (17)$$

where the coefficient "UC" is a unit conversion coefficient, ($UC = 8.02 \text{ ft}^3/\text{h/gpm} [0.227 \text{ m}^3/\text{h/gpm}]$).

Water temperature during the charging period. Another model was developed to calculate the new water temperature adjacent to each segment at each time-step. This water temperature is to be used in the next time-step. First the model determines the coil turn, where the segment is located, to verify if the segment is near the tank wall. If the segment is located near the tank wall, heat gain from ambient (i.e., the space where the tank is located) is considered. Then, the volume of water " $V_{wat,t}$ " available around the segment is calculated. Finally, the new water temperature " $T_{wat,new,t}$ " is determined for all segments, except for the segments located at the last turn, using eq. (18). For the segments located at the last turn (i.e. near to the tank wall) eq. (19) is used.

$$T_{wat,new,t} = T_{wat,t} - \frac{Q_{wat,t} \times \Delta t}{60 \times c_{p_{wat}} \times \rho_{wat} \times V_{wat,t}} \quad (18)$$

MODEL FOR DISCHARGING CONDITIONS

At the end of a complete charging period, the ice inside the tank is a homogenous block of ice (i.e., formed by the ice layers around the coils) with some gaps of water at the core and near the wall of the tank. At the beginning of the melting period, the temperature of ice is typically near the freezing point and, therefore, the subcooling of the ice is negligible. In addition, internal circulation of the water due to its contraction during the melting of the ice can be neglected, since the displaced volume of water along the coils represents less than 9% of the total volume of the coils.

Heat is transferred from the secondary fluid to the ice layer, formed around the segments along the coils. While most of the heat is used to melt the ice, a small part is used to increase the melted water temperature above the freezing point. Overlapping happens when the water radius of the segment "i" and the water radius of any of the eight neighboring segments "j" touch each other. At the end of the melting period, all the heat from the secondary fluid is absorbed by the water, as sensible heat, and the water temperature increases. The following governing equations apply to each segment at each time-step. At the segment "i", the heat balance equation can be written as:

$$Q_{coil,i} = Q_{lat,i} + Q_{sh,i} \quad (24)$$

During the melting period, $Q_{coil,i}$ is given by:

$$Q_{coil,i} = UA_{m,i} \times (T_{inlet,i} - 0^\circ C) \quad (25)$$

where the global heat transfer coefficient, $UA_{m,i}$, is:

$$UA_{m,i} = (Res_{brine,i} + Res_{tube,i} + Res_{wat,i})^{-1} \quad (26)$$

The thermal resistances of the tube, $Res_{tube,i}$, and of the secondary fluid, $Res_{brine,i}$ are given by eqs. (7), and (8), respectively, while the thermal resistance of the melted ice, $Res_{wat,i}$ is calculated using:

$$Res_{wat,i} = \frac{\ln\left(\frac{R_{wat,i}}{R_{outer}}\right)}{(2 \times \pi - \theta_i) \times k_{wat,eff} \times l_i} \quad (27)$$

The latent heat used to melt the ice around the coils can be expressed as follows:

$$Q_{lat,i} = \frac{\Delta M_{water,i}}{\Delta t} \times HF_{ice} \quad (28)$$

The sensible heat transfer used to increase the water bulk temperature above the freezing point can be determined using the following expression:

$$Q_{sh,i} = \frac{\Delta M_{water,i}}{\Delta t} \times c_{pw} \times (T_{bulk,i} - 0^\circ C) \quad (29)$$

where:

$$T_{wat,new,t} = T_{wat,t} - \frac{(Q_{wat,t} - Q_{tank,wall,t}) \times \Delta t}{60 \times c_{pw} \times \rho_{wat} \times V_{wat,t}} \quad (19)$$

The calculated water temperature will be used by eq. (2), if the coil segment is bare, or by equation (11) during ice formation.

Overlapping of ice layers. During the freezing period, overlapping of the ice layers may occur. The model considers all the eight segments "j", adjacent to a given segment "i". The sum of the radius of the ice layer around the two segments (i, j) is computed and compared with the pitch (i.e., the distance between the centerlines of the two segments). If any sum is larger than this pitch, then overlapping occurs between the pair of segments (i, j). The overlapping angle $\theta_{i,j}$, shown in Figure 3, is then calculated using eq. (20).

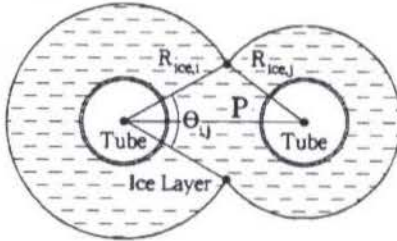


Fig. 3 Overlapping angle of the ice layers of two adjacent segments.

$$\theta_{i,j} = 2 \times \arccos \left[\frac{R_{ice,i}^2 - R_{ice,j}^2 + P^2}{2 \times P \times R_{ice,i}} \right] \quad (20)$$

where $R_{ice,i}$ and $R_{ice,j}$ are the ice radius of the two adjacent segments. The sum of all the overlapping angles, corresponding to segment "i", represents the total overlapping angle. This overlapping angle, θ_i , is used in eqs. (7), (8), (10), (11), and (14).

Inventory of ice and water: The total volumes of ice and of water available are calculated at each time-step. First, the amount of ice formed on each segment along the coils is calculated during the charging period:

$$V_{ice,i} = \frac{(2 \times \pi - \theta_i)}{2} \times [R_{ice,i}^2 - R_{ice,old,i}^2] \times l_i \quad (21)$$

Then, the ice volume for all segments is added to the total accumulated ice volume available from the previous time-step:

$$V_{ice,tot,t} = V_{ice,tot,t-1} + N_{coils} \times \sum_{i=1}^N V_{ice,i} \quad (22)$$

In addition, the volume of water available at each time-step is obtained from a mass balance:

$$V_{w,tot,t} = V_{w,tot,t-1} - \frac{\rho_{ice}}{\rho_w} \times [V_{ice,tot,t} - V_{ice,tot,t-1}] \quad (23)$$

$$\Delta M_{wat,t} = \rho_{wat} \times \frac{(2 \times \pi - \theta_i)}{2} \times [R_{wat,t}^2 - R_{wat,old,t}^2] \times l_i \quad (30)$$

and the water bulk temperature, $T_{bulk,i}$, is given by eq. (15), replacing $R_{ice,i}$ by $R_{wat,i}$

To find the radius of the water layer, an iterative calculation procedure similar to that used for the charging period can be performed. The outlet secondary fluid temperature leaving each segment is calculated as follows:

$$T_{outlet,i} = T_{inlet,i} - \frac{Q_{coil,i}}{\dot{m}_{brine} \times c_{p,brine}} \quad (31)$$

with $Q_{coil,i}$ and \dot{m}_{brine} given by eqs. (25) and (17), respectively. The temperature, $T_{outlet,i}$ is used as the inlet secondary fluid temperature for the next segment.

Overlapping of water layers. At the end of the melting period overlapping of the water layers occurs. The overlapping of the water layers can be modeled in a similar manner as the overlapping of the ice layers.

Internal water temperature. During melting, water is formed between the coil outer surface and the ice layer due to the melting of the ice layer. The present temperature of this water, $T_{bulk-avg,i}$ is obtained from a weighted average of the water temperatures, $T_{bulk-new,i}$ and $T_{bulk,i}$ located respectively inside and outside the overlapping angle, θ_{ij} . The new bulk temperature, $T_{bulk-new,i}$ is determined from an energy balance applied to the water located inside the angle θ_{ij} , where no ice is present, while $T_{bulk,i}$ is the weighted average of the water temperature available from the previous time-step.

Inventory of the ice melted. The total volumes of the melted ice and of the remaining ice are determined at each time-step. First, the amount of water formed on each segment along the coils is calculated. Then, the volume of ice melted externally to the ice layer due to the heat gain through the tank wall, is calculated for the segments located at the last turn (i.e., near the tank wall). These volumes are added to the total water volume available from the previous time-step. Finally, the volume of ice remaining is obtained from a mass balance.

Pressure Drop Model. The pressure drop is an important variable for an internal melt ice-on-coil thermal storage tank to calculate the energy requirements for pumping. The model proposed for pressure drop calculation along the coil is based on the correlations recommended by Ali (1989). The coefficients of the Ali correlation for the Archimedian configuration during laminar regime, were corrected to accommodate the high length of the coil. The detailed pressure drop model is described by Neto and Krarti (1997a).

EXPERIMENTAL VALIDATION

The predictions of the numerical model are compared with measured data obtained from five full charging/discharging tests performed in a real scale HVAC lab. A detailed description of the experimental set up and of the testing methodology can be found in Neto and Krarti (1997b). In this paper, the results of the validation of the numerical model are presented and discussed for only one charging and one discharging test.

Charging Period Validation. For the selected charging test, the charging period has an average secondary fluid temperature entering the tank (T_{inlet}) of 23°F (-5°C) and an average total secondary fluid flowrate (GPM) of 60 gpm (3.78 L/s). Figures 4.a and 4.b compare the time variation of the secondary fluid temperature leaving the ice tank (T_{outlet}) and the secondary fluid heat transfer rates ($Tons$), respectively, predicted by the numerical model with the measured data. The relative difference between the heat transfer rates predicted by the numerical model and the measurements is approximately $\pm 5\%$. The highest difference occurs during the first 5 minutes. This difference is partly due to the fact that the numerical model neglects the mass effect of the piping, and of the coil tubing inside the tank. Approximately after the first hour-and-half from the start of the charging period, a dip in the heat transfer was observed. Three factors can contribute to this dip in the heat transfer: (i) the actual convection heat transfer in the water is almost non-existent, when the water temperature is near its inversion density point; (ii) the supercooling of the water, when the water temperature is approximately 2°F (1.1°C) below the freezing point, carrying out a regain in the water temperature due to the release of the sensible heat of supercooling; (iii) the three-way-valve regains control of the water temperature entering the chiller. Additionally, a time delay of about 2.5 minutes occurs before the outlet temperature " T_{outlet} " responds to the increase in the inlet temperature " T_{inlet} ", causing a decrease in the heat transfer rate.

The relative difference between the total secondary fluid heat transfer ($Ton-hr$) predicted by the numerical model and that calculated from measurements is 1.7%.

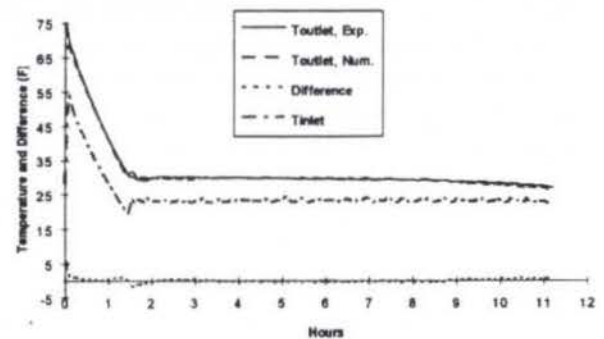


Fig. 4.a Experimental and numerical secondary fluid outlet temperature during a full charging period.

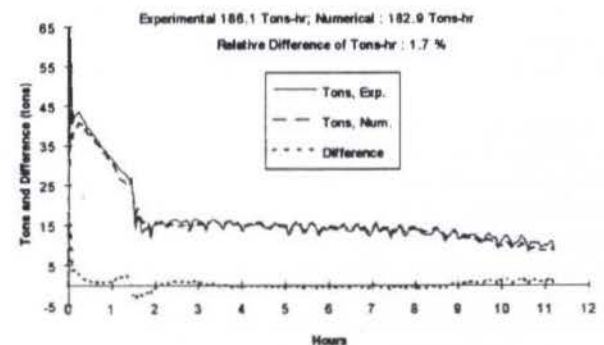


Fig. 4.b Comparison of the experimental and numerical secondary fluid heat transfer during a full charging.

Figure 5 shows the time variation of the volume of ice, obtained from the numerical model predictions and from the experimental analysis, during the charging period. A systematic difference of approximately 10 ft³ (0.3 m³) is present during the entire charging period. This difference is due to the uncertainty of the water level measurement.

$$\Delta M_{\text{wat},t} = \rho_{\text{wat}} \times \frac{(2 \times \pi - \theta_t)}{2} \times [R_{\text{wat},t}^2 - R_{\text{wat,old},t}^2] \times l_t \quad (30)$$

and the water bulk temperature, $T_{\text{bulk},t}$, is given by eq. (15), replacing $R_{\text{ice},t}$ by $R_{\text{wat},t}$.

To find the radius of the water layer, an iterative calculation procedure similar to that used for the charging period can be performed. The outlet secondary fluid temperature leaving each segment is calculated as follows:

$$T_{\text{outlet},t} = T_{\text{inlet},t} - \frac{Q_{\text{coil},t}}{\dot{m}_{\text{brine}} \times C_{p\text{brine}}} \quad (31)$$

with $Q_{\text{coil},t}$ and m_{brine} given by eqs. (25) and (17), respectively. The temperature, $T_{\text{outlet},t}$ is used as the inlet secondary fluid temperature for the next segment.

Overlapping of water layers. At the end of the melting period overlapping of the water layers occurs. The overlapping of the water layers can be modeled in a similar manner as the overlapping of the ice layers.

Internal water temperature. During melting, water is formed between the coil outer surface and the ice layer due to the melting of the ice layer. The present temperature of this water, $T_{\text{bulk-avg},t}$ is obtained from a weighted average of the water temperatures, $T_{\text{bulk-new},t}$ and $T_{\text{bulk},t}$ located respectively inside and outside the overlapping angle, $\theta_{i,j}$. The new bulk temperature, $T_{\text{bulk-new},t}$ is determined from an energy balance applied to the water located inside the angle $\theta_{i,j}$, where no ice is present, while $T_{\text{bulk},t}$ is the weighted average of the water temperature available from the previous time-step.

Inventory of the ice melted. The total volumes of the melted ice and of the remaining ice are determined at each time-step. First, the amount of water formed on each segment along the coils is calculated. Then, the volume of ice melted externally to the ice layer due to the heat gain through the tank wall, is calculated for the segments located at the last turn (i.e., near the tank wall). These volumes are added to the total water volume available from the previous time-step. Finally, the volume of ice remaining is obtained from a mass balance.

Pressure Drop Model. The pressure drop is an important variable for an internal melt ice-on-coil thermal storage tank to calculate the energy requirements for pumping. The model proposed for pressure drop calculation along the coil is based on the correlations recommended by Ali (1989). The coefficients of the Ali correlation for the Archimedian configuration during laminar regime, were corrected to accommodate the high length of the coil. The detailed pressure drop model is described by Neto and Krarti (1997a).

EXPERIMENTAL VALIDATION

The predictions of the numerical model are compared with measured data obtained from five full charging/discharging tests performed in a real scale HVAC lab. A detailed description of the experimental set up and of the testing methodology can be found in Neto and Krarti (1997b). In this paper, the results of the validation of the numerical model are presented and discussed for only one charging and one discharging test.

Charging Period Validation. For the selected charging test, the charging period has an average secondary fluid temperature entering the tank (T_{inlet}) of 23°F (-5°C) and an average total secondary fluid flowrate (GPM) of 60 gpm (3.78 L/s). Figures 4.a and 4.b compare the time variation of the secondary fluid temperature leaving the ice tank (T_{outlet}) and the secondary fluid heat transfer rates (T_{ons}), respectively, predicted by the numerical model with the measured data. The relative difference between the heat transfer rates predicted by the numerical model and the measurements is approximately $\pm 5\%$. The highest difference occurs during the first 5 minutes. This difference is partly due to the fact that the numerical model neglects the mass effect of the piping, and of the coil tubing inside the tank. Approximately after the first hour-and-half from the start of the charging period, a dip in the heat transfer was observed. Three factors can contribute to this dip in the heat transfer: (i) the actual convection heat transfer in the water is almost non-existent, when the water temperature is near its inversion density point; (ii) the supercooling of the water, when the water temperature is approximately 2°F (1.1°C) below the freezing point, carrying out a regain in the water temperature due to the release of the sensible heat of supercooling; (iii) the three-way-valve regains control of the water temperature entering the chiller. Additionally, a time delay of about 2.5 minutes occurs before the outlet temperature " T_{outlet} " responds to the increase in the inlet temperature " T_{inlet} ", causing a decrease in the heat transfer rate.

The relative difference between the total secondary fluid heat transfer (Ton-hr) predicted by the numerical model and that calculated from measurements is 1.7%.

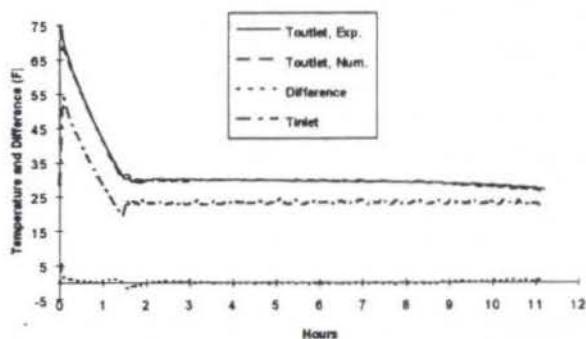


Fig. 4.a Experimental and numerical secondary fluid outlet temperature during a full charging period.

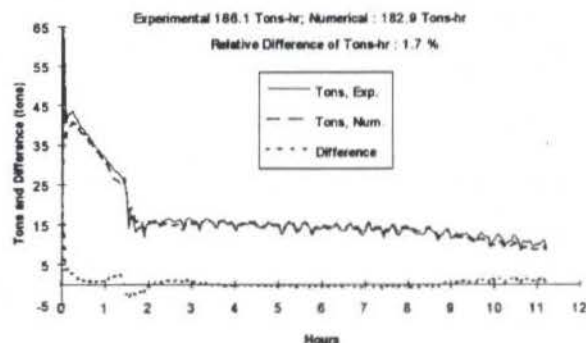


Fig. 4.b Comparison of the experimental and numerical secondary fluid heat transfer during a full charging period.

Figure 5 shows the time variation of the volume of ice, obtained from the numerical model predictions and from the experimental analysis, during the charging period. A systematic difference of approximately 10 ft³ (0.3 m³) is present during the entire charging period. This difference is due to the uncertainty of the water level measurement.

The overlapping phenomenon occurred approximately between the fourth and the sixth hour from the start of the discharging period. As discussed in the previous section, the numerical model predicts the overlapping phenomenon accurately. However, some difference occurred due to the irregular shape of the water/ice interface during this period. After this time, sensible heat dominates and the water temperature increases rapidly with a corresponding decrease in the heat transfer rates. After the sixth hour, most of the ice was melted and the sensible heat became dominant to warm up the remaining water. The secondary fluid heat transfer to the water decreased rapidly due to the small temperature gradient between the secondary fluid and the water. A good agreement between the predicted and experimental secondary fluid heat transfer rates was obtained during this period.

Figure 9 shows a time variation comparison between the volume of ice determined from measurements and that predicted by the numerical model. As indicated in the previous section, the volume of ice obtained from the water level shows an offset due to the uncertainty of the water level measurement.

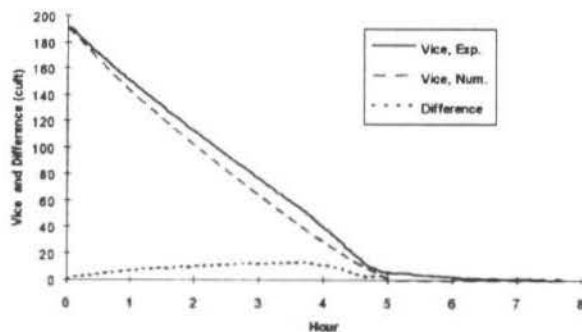


Fig. 9 Experimental and predicted volume of ice during a full discharging period, for an average secondary fluid flowrate of 60 gpm.

Figure 10 shows the time variation of the measured and predicted temperatures of the secondary fluid, and the predicted external wall temperature of the coil at a representative location along the coil tubing [i.e., turn # 16, corresponding to 156.8 ft (47.8 m) from the origin of the coil respectively]. The other three measured temperatures along the coil, show similar behavior. At the beginning of the discharging period, the temperature measured by the sensor is lower than the actual secondary fluid temperature because some ice can be trapped around the sensor. Fig. 10 shows also a drop in the measured secondary fluid temperature below the predicted temperature at the external surface of the coil, from the fourth to the sixth hour of the discharging period. This drop in the measured temperature, can be attributed to a partial rupture of the local ice layers caused by the overlapping of the water layers. This rupture allowed a free path for

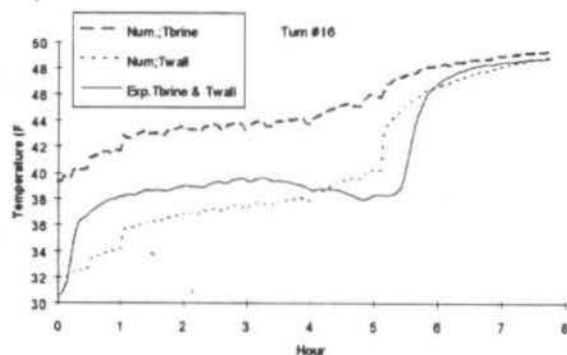


Fig. 10 Measured and predicted fluid and wall temperatures for a full discharging period, for an average flowrate of 65 gpm, for a coil turn #16.

water circulation around the sensors, mainly due to the temperature stratification observed at half-way (turn #16) and near the tank wall (turn #23). In addition, during this period a warm-up of the measured and the predicted temperatures was observed, due to the warm-up of the water around the coils. The overlapping period ends approximately at the sixth hour. After this time, a good agreement was found between the measured and the predicted temperatures, mainly because the water temperature is closer to the secondary fluid temperature.

Figure 11 shows the time variation of the measured and the predicted temperatures of the water at the same position described in the previous section, at the half-way. In general, the predicted water temperature showed good agreement with the measured data during the discharging period. The prediction difference is less than 5°F (2.8°C). The reasons of this difference are similar to those already described in the previous section during the charging period. The time variation of the measured and the predicted pressure drop of the secondary fluid along the coils for both the charging and discharging periods are in good agreement, with a maximum difference of less than 1 psi (6.89 KPa).

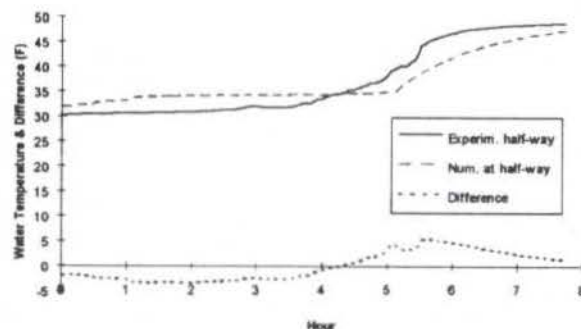


Fig. 11 Comparison between the measured data and the predictions of the model for the water temperatures at half-way, during a full discharging period, for an average flowrate of 65 gpm.

SUMMARY AND CONCLUSIONS

A deterministic numerical model, based on a quasi-steady state approach is developed for an internal melt ice-on-coil thermal storage tank. This model can be used in a stand alone mode or integrated with existing building system simulation programs. During both charging and discharging periods, the overlapping phenomenon as well as the cool down and warm up of the water during freezing and melting periods, respectively are considered. This model is able to determine various parameters such as the secondary fluid heat transfer rates, the latent heat transfer rates, the sensible heat to subcool the ice during freezing and to heat the internal water during melting, temperatures of the secondary fluid/wall/ice and water, and the radius of the ice and the water layers for each segment and each time-step. Also, the inventory of ice and water is determined. A pressure drop model for the secondary fluid through the coils inside the tank was developed.

An internal melt ice-on-coil thermal storage tank has been integrated, instrumented and tested in a real scale laboratory, to validate the numerical model. A total of 5 charging/discharging cycles tests, with different inlet conditions of temperature and flowrate have been performed. One of the cycles, representative of all cycles, has been selected and analyzed in details.

The model predicts the average secondary fluid temperature leaving the tank during the entire charging and discharging periods within 1% of the measured secondary fluid temperature for all the 10 tests performed.

In addition, the numerical model predicted the total secondary fluid heat transfer (*Ton-hr*) within 5% of the values obtained from measurements, for all the 10 tests performed.

The volume of ice determined from measurements is systematically 10 ft³ (0.3 m³) higher than that predicted by the numerical model during the freezing and melting periods. This difference is due to uncertainty of the measurements.

A good agreement was found between the predicted and the measured secondary fluid temperatures taken at four representative locations along the coil. The predicted and the measured water temperatures at three representative locations of the tank (i.e., core, half-way and near the tank wall), showed generally good agreement. A maximum difference of 5°F (2.8°C) was due to the large mass of water available at the core of the tank and some stratification present at the end of the discharging period, not accounted for by the numerical model.

Finally, the predicted and measured pressure drop showed good agreement with a difference of less than 1 psi (6.89 KPa), which is within the accuracy of the instrument.

In general, the numerical model was in good agreement with the measurements. The proposed model can be useful for design and for simulation purposes.

REFERENCES

Jekel, T.B., J.W. Mitchell, and S.A. Klein. 1993, Modeling of Ice-Storage Tanks, *ASHRAE Transactions*, 99 (1):1016-23.

Neto, J.H.M. and Krarti M. 1997a. Deterministic Model for an Internal Melt Ice-on-Coil Thermal Storage Tank, *ASHRAE Transactions* 103 (1).

Neto, J. H. M. and M. Krarti. 1997b. Experimental validation of a numerical model for an internal melt-ice-on-coil thermal storage tank, *ASHRAE Transactions* 103 (1).

Neto, J. H. M. and M. Krarti, 1995, Integral Solutions for Ice Formation and Melting Outward of the External Wall of a Pipe with Internal and External Convection, *Proceedings of the 30th Intersociety Energy Conversion Engineering (IECEC)*, Orlando: pp. (2) 243-8.

Strand, R.K., C.O. Pedersen, and G.N. Coleman. 1994. Development of direct and indirect ice-storage models for energy analysis calculations, *ASHRAE Winter Meeting*, NO-94-17-3.

OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS TERMODINÂMICOS DE FUNCIONAMENTO DE UM CICLO DE REFRIGERAÇÃO A AR

Clever Zárate e Eugene Uwimana
 Departamento de Engenharia Mecânica
 Universidade Federal de Uberlândia
 Campus Santa Mônica - Bloco 1M
 38400-902 – Uberlândia – MG - Brasil

RESUMO

O impacto dos CFC ao meio ambiente tem levado à pesquisa de ciclos de refrigeração não convencionais. O uso do ar é uma dessas alternativas pois tem um grande número de vantagens. Este trabalho apresenta o análise termodinâmica de um ciclo aberto de refrigeração a ar com duas etapas de compressão com resfriamento intermediário. O ar, do meio ambiente, é tratado como uma mistura ideal de ar seco e vapor de água. Mediante uma simulação computacional do ciclo, mostra-se o impacto dos parâmetros dos componentes do sistema sobre a eficiência do ciclo para diversas condições de operação. Finalmente otimiza-se os parâmetros termodinâmicos com a finalidade de que o sistema tenha uma operação apropriada.

INTRODUÇÃO

A preocupação atual de substituir os CFC e HCFC que danificam a camada de ozônio por um refrigerante benigno ao meio ambiente é a razão do uso do ar como um substituto a estes refrigerantes convencionais. As mais adequadas aplicações são aquelas que aproveitam vantagens das características especiais dos ciclos de ar, como são a ampla faixa de temperaturas de operação e o controle da umidade do ar (Rémy, 1987), (Murphy et al, 1994).

O ciclo a ar é amplamente utilizado na indústria aeronáutica na climatização (resfriamento e/ou aquecimento) e pressurização da cabina. Na refrigeração, o ciclo a ar demonstrou ser uma boa alternativa aos ciclos convencionais. O tamanho e peso dos compressores e turbinas tem sido drasticamente reduzidos com o desenvolvimento de novas tecnologias, fazendo que sejam mais leves e pequenos que os sistemas de compressão de vapor (Murphy et al, 1994). Instituições de ensino e indústrias estão desenvolvendo pesquisas neste campo (Van Gerwen e Van Der Wekken, 1995).

Recentemente vários trabalhos foram publicados sobre refrigeração utilizando ciclo a ar. Têm-se os que relatam o desenvolvimento de plantas protótipos (Van Der Wekken e Van Gerwen, 1995), (Gigiel et al., 1995), (Perilhon, 1992), o uso de diferentes gases de trabalho (Angelino e Invernizzi, 1995), o efeito da umidade e do gelo (Fleming et al., 1994), utilização de ar seco (Collares, 1994), (Siqueira e Parise, 1996) e outros.

O CICLO A AR

O ciclo a ar que tem a configuração da Figura 1, é o mais usado para aplicações de resfriamento e congelamento (Van Gerwen e Van Der Wekken, 1995), (Holder et al., 1994). O princípio de trabalho é o seguinte: ar do meio ambiente (ar úmido) é comprimido por um compressor C1, movido por um motor elétrico M, de tal forma que sua pressão e sua temperatura sejam elevadas. O ar comprimido é resfriado dentro de um trocador de calor TC1 e caso ocorra condensação do vapor de água, este líquido é retirado por um separador S1. Em seguida, o ar é novamente comprimido pelo compressor C2 que é movido pela turbina T (turbocompressor TC), de tal forma que novamente eleve-se a temperatura e a pressão do ar. Continuando, o ar é resfriado dentro de um trocador calor regenerativo TC2 que

utiliza o ar frio que sai da câmara fria CF e caso ocorra condensação do vapor de água os líquidos formados são retirados pelo separador S2. E finalmente o ar expande-se dentro da turbina T até a pressão da câmara fria, fazendo que sua temperatura diminua. Este ar está pronto para ser usado em aplicações de resfriamento e/ou congelamento.

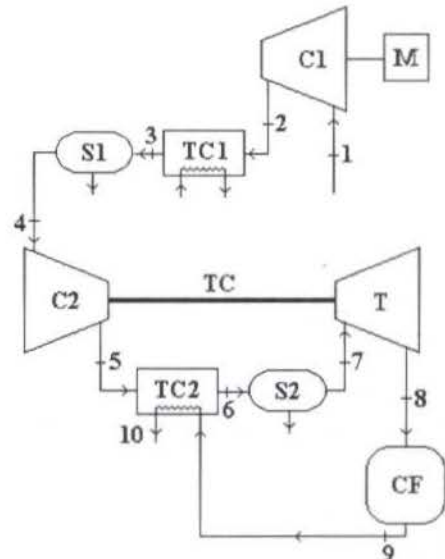


Figura 1.- Esquema do ciclo a ar.

MODELO MATEMÁTICO

Para a modelagem matemática do sistema de refrigeração com ciclo a ar é necessário fazer algumas considerações (Perilhon, 1992), (Siqueira e Parise, 1996): o fluido de trabalho é o ar úmido do meio ambiente; o sistema está operando em condições estáveis; é considerado desprezível a troca de calor com os arredores; as perdas de pressão nos diferentes elementos do sistema são considerados desprezíveis.

Os seguintes parâmetros são conhecidos: pressão P_1 , temperatura T_1 e umidade relativa ϕ_1 do ar úmido do meio ambiente que entra no sistema. São conhecidas também, as

temperaturas do ar nas saídas dos trocadores de calor TC1 e TC2, T_3 e T_6 , respectivamente.

A pressão do ar dentro do sistema é regulado pela velocidade de rotação do primeiro compressor. Da mesma forma, o fluxo volumétrico \dot{V} é uma função desta velocidade. Foram utilizados dados experimentais (Perilhon, 1992), Figuras 2, 3 e 4, com a finalidade de obter equações empíricas para o fluxo mássico do ar e para as relações de pressão r , e eficiência isentrópica η , dos compressores e da turbina. As propriedades do ar seco e do vapor de água, foram equacionadas tendo como base tabelas termodinâmicas.

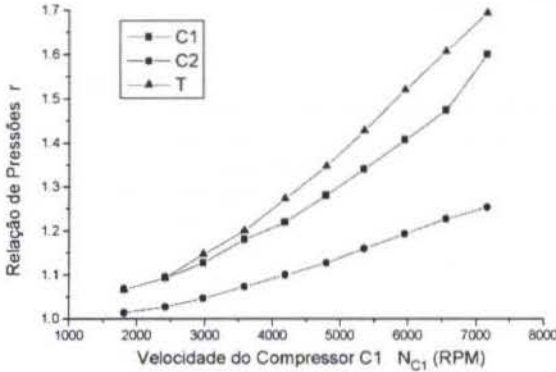


Figura 2.- Relações das pressões dos compressores C1 e C2 e da turbina T, em função da velocidade do compressor C1.

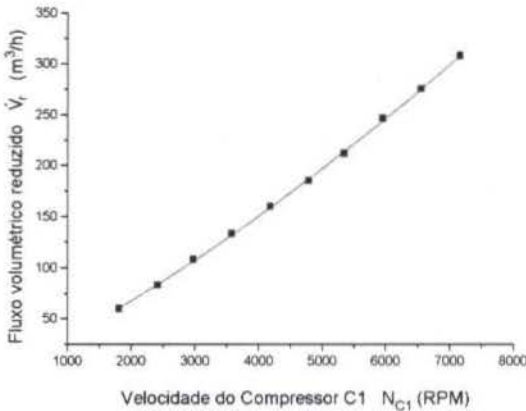


Figura 3.- Fluxo volumétrico reduzido em função da velocidade do compressor C1.

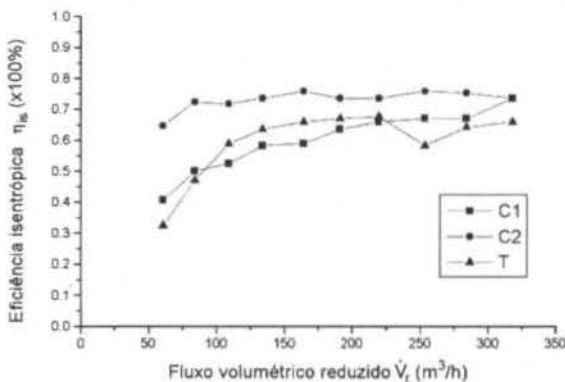


Figura 4.- Eficiências isentrópicas dos compressores C1 e C2 e da turbina T, em função do fluxo volumétrico reduzido.

Composição do Ar Úmido. Pressão de vapor saturado é uma função da temperatura T :

$$P_{vs} = f(T) \quad (1)$$

As pressões do vapor de água e do ar seco, são, respectivamente:

$$P_v = \phi \times P_{vs} \quad (2)$$

$$P_a = P - P_v \quad (3)$$

ϕ : Umidade relativa.

Os fluxos mássicos do ar seco e vapor de água, são, respectivamente:

$$\dot{m}_a = \frac{P_a \times \dot{V}}{r_a \times T} \quad (4)$$

$$\dot{m}_v = \frac{r_a}{R} \times M_w \times \dot{m}_a \times \left(\frac{P_v}{P_a}\right) \quad (5)$$

r_a : Constante da equação de estado, 287 J/kg-K.

R : Constante universal dos gases perfeitos, 8,3143 J/K-mole.

M_w : Massa molar da água, 18,02e-3 kg/mole.

Compressão 1 - 2. A compressão do ar na entrada é considerada adiabática. Pode-se calcular a temperatura isentrópica ao final da compressão:

$$T_{2i} = T_1 \left(\frac{1}{r_{C1}} \right)^{\frac{1-\gamma_1}{\gamma_1}} \quad (6)$$

O coeficiente isentrópico γ_1 , é função da composição do ar úmido.

Sendo a eficiência isentrópica do compressor C1, η_{isC1} , a temperatura e pressão na saída são:

$$T_2 = T_1 + \frac{(T_{2i} - T_1)}{\eta_{isC1}} \quad (7)$$

$$P_2 = r_{C1} \times P_1 \quad (8)$$

Resfriamento 2 - 3. O resfriamento do ar comprimido é efetuado dentro do um trocador de calor. Considera-se que o ar atinge uma determinada temperatura T_3 . As perdas de carga são desprezíveis.

Considerando-se a hipótese de que aconteça condensação parcial do vapor:

$$\phi_3 = 100\% \quad (9)$$

$$P_{v3} = P_{vs3} \quad (10)$$

$$P_{a3} = P_3 - P_{v3} \quad (11)$$

Considerando as constantes da Equação 5, os fluxos mássicos do vapor e do líquido condensado são:

$$\dot{m}_{v3} = 0.622 \times \dot{m}_a \times \frac{P_{v3}}{P_{a3}} \quad (12)$$

$$\dot{m}_{l3} = \dot{m}_{v2} - \dot{m}_{v3} \quad (13)$$

A hipótese é falsa quando:

$$\dot{m}_{v3} > \dot{m}_{v2} \quad (14)$$

Não acontece condensação, portanto o fluxo mássico e a pressão parcial do vapor de água são as mesmas:

$$\dot{m}_{v3} = \dot{m}_{v2} \quad (15)$$

$$P_{v3} = P_{v2} \quad (16)$$

A umidade relativa é:

$$\phi_3 = \frac{P_{v3}}{P_{vs3}} \quad (17)$$

Separação 3 – 4. Caso o resfriamento anterior permita condensação, grande parte do líquido condensado é separado. Esta separação parcial acontece porque a pressão não é suficientemente grande (Perilhon, 1992), (Holder et al., 1994).

Igualmente, considera-se que não existam perdas térmicas, de carga e de massa de vapor.

Compressão 4 – 5. A compressão no turbocompressor, é do tipo dinâmica, podendo ser considerada adiabática. O líquido que não foi separado na etapa anterior é injetado no compressor onde é evaporado. Portanto, não é possível calcular os parâmetros isentrópicos do ar úmido pela lei dos gases perfeitos, na presença de líquidos.

Considerando-se a hipótese de acontecer condensação parcial, ao final do processo têm-se:

$$\phi_{5i} = 100\% \quad (18)$$

$$P_{v5i} = P_{vs5i} \quad (19)$$

$$P_{5i} = r_{C2} \times P_4 \quad (20)$$

$$P_{a5i} = P_{5i} - P_{v5i} \quad (21)$$

O fluxo mássico de vapor no final deste processo pode ser calculado de duas formas:

$$\dot{m}_{v5i} = \frac{\dot{m}_a \times (s_{a5i} - s_{a4}) + \dot{m}_{v4} \times (s_{l5i} - s_{v4})}{(s_{a5i} - s_{a4})} + \frac{\dot{m}_{l4} \times (s_{l5i} - s_{l4})}{(s_{a5i} - s_{a4})} \quad (22)$$

ou:

$$\dot{m}_{v5i} = 0.622 \times \dot{m}_a \times \frac{P_{v5i}}{P_{a5i}} \quad (23)$$

Sendo que os valores das entropias são uma função da temperatura, tem-se um sistema de equações: duas incógnitas (T_{5i} e \dot{m}_{v5i}) e duas equações (22 e 23), para resolver.

O fluxo de líquido condensado é:

$$\dot{m}_{l5i} = \dot{m}_{v4} + \dot{m}_{l4} - \dot{m}_{v5i} \quad (24)$$

A hipótese anterior é falsa caso:

$$\dot{m}_{v5i} > \dot{m}_{v4} + \dot{m}_{l4} \quad (25)$$

Não acontecendo condensação:

$$\dot{m}_{v5i} = \dot{m}_{v4} + \dot{m}_{l4} \quad (26)$$

A pressão parcial do vapor de água é:

$$P_{v5i} = \left(\frac{\dot{m}_{v5i}}{0.622 \times \dot{m}_a + \dot{m}_{v5i}} \right) \times P_{5i} \quad (27)$$

O valor da temperatura T_{5i} , calculado tem que cumprir:

$$\dot{m}_a \times (s_{a5i} - s_{a4}) + \dot{m}_{v4} \times (s_{v5i} - s_{v4}) + \dot{m}_{l4} \times (s_{v5i} - s_{l4}) = 0 \quad (28)$$

Para o caso real irreversível:

$$T_5 = T_4 + \frac{(T_{5i} - T_4)}{\eta_{itc}} \quad (29)$$

O fluxo mássico e a pressão do vapor num processo sem condensação são:

$$\dot{m}_{v5} = \dot{m}_{v4} + \dot{m}_{l4} \quad (30)$$

$$P_{v5} = P_{v5i} \quad (31)$$

A umidade relativa ao final do processo:

$$\phi_5 = \frac{P_{v5}}{P_{vs5}} \quad (32)$$

Resfriamento 5 – 6. O resfriamento do ar comprimido quente é efetuado dentro de um trocador de calor regenerativo que utiliza como fluido frio o ar que sai da câmara CF. Considera-se que o ar atinge uma temperatura T_6 , logo de ser resfriado. As perdas de carga são desprezíveis. O cálculo é similar ao resfriamento 2-3.

Separação 6 – 7. No caso de acontecer condensação parcial, a separação de líquidos é total, devido à pressão mais elevada. As condições serão as mesmas da separação 3 - 4.

Expansão 7 – 8. O ar na turbina, com a expansão, resfria-se e provoca uma condensação parcial. A expansão é considerada adiabática, mas os parâmetros isentrópicos não podem ser calculados pela lei dos gases perfeitos, devido à presença de condensados.

Após a expansão, os fluxos mássicos de vapor e líquido condensado são:

$$\dot{m}_{v8i} = \frac{(\dot{m}_a \times s_{a7} + \dot{m}_{v7} \times s_{v7})}{s_{v8i}} - \frac{(\dot{m}_a \times s_{a8i} + \dot{m}_{l8i} \times s_{l8i})}{s_{v8i}} \quad (33)$$

$$\dot{m}_{l8i} = \dot{m}_{v7} - \dot{m}_{v8i} \quad (34)$$

Outra forma de calcular o fluxo mássico do vapor é:

$$\dot{m}_{v8i} = 0.622 \times \dot{m}_a \times \left(\frac{P_{v8i}}{P_{a8i}} \right) \quad (35)$$

Tem-se um sistema de equações (33 e 35) com duas incógnitas (\dot{m}_{v8i} , T_{8i}) pronta para ser resolvida.

Para o caso real irreversível:

$$T_8 = T_7 + \eta_{isT} \times (T_{8i} - T_7) \quad (36)$$

$$P_8 = P_{8i} \quad (37)$$

$$\dot{m}_{v8} = 0.622 \times \dot{m}_a \times \left(\frac{P_{v8}}{P_{a8}} \right) \quad (38)$$

$$\dot{m}_{l8} = \dot{m}_{v7} - \dot{m}_{v8} \quad (39)$$

Coefficiente de Performance do Ciclo (COP)

$$COP = \frac{Q_p}{W_g} \quad (40)$$

Energia frigorífica produzida:

$$Q_p = H_1 - H_8 \quad (41)$$

$$Q_p = (\dot{m}_{v1} \times h_{v1} + \dot{m}_a \times h_{a1}) - (\dot{m}_{v8} \times h_{v8} + \dot{m}_a \times h_{a8} + \dot{m}_{l8} \times h_{l8}) \quad (42)$$

Energia gasta:

$$W_g = H_2 - H_1 \quad (43)$$

$$W_g = (\dot{m}_{v2} \times h_{v2} + \dot{m}_a \times h_{a2}) - (\dot{m}_{v1} \times h_{v1} + \dot{m}_a \times h_{a1}) \quad (44)$$

Com esta modelagem será possível, entre outros estudos, observar a influência dos diferentes parâmetros sobre o COP, para uma posterior otimização dos mesmos.

SIMULAÇÃO DO MODELO

O modelo foi utilizado, via simulação, para identificar os parâmetros que mais afetam o desempenho do sistema de refrigeração com ciclo a ar. Entende-se como desempenho o coeficiente de performance COP e a temperatura que alcança-se na câmara fria T_8 . Para os cálculos foram utilizados os valores de entrada: condições ambientais de $P_1 = 101325$ Pa, $T_1 = 27$ C e $\phi_1 = 80$ %, e temperaturas de resfriamento $T_3 = 27$ C e $T_6 = 10$ C.

Na Figura 5, o COP varia inversamente proporcional com a velocidade de rotação do compressor C1. Isto deve-se a que ao aumentar a velocidade, aumentam as relações de pressão dos compressores e o fluxo mássico do ar no sistema, nas Figura 2 e 3, respectivamente. O fato anterior faz com que a energia gasta aumente em maior proporção que a energia frigorífica produzida, Figura 6.

O valor do COP varia diretamente proporcional com a temperatura do ar na entrada T_1 , Figura 7. Isto acontece devido à variação proporcional que a energia frigorífica produzida sofre com a entalpia do ar na entrada.

Da mesma forma, o COP varia diretamente proporcional com a umidade do ar na entrada ϕ_1 . Esse mesmo comportamento tem a entalpia e o fluxo mássico do vapor, em relação à umidade, Figura 8.

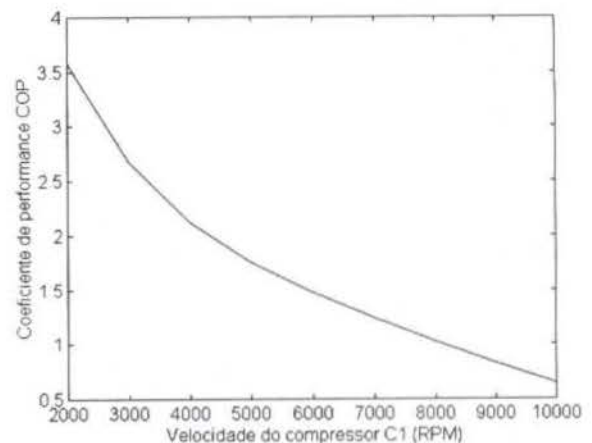


Figura 5.- Coeficiente de performance do ciclo de refrigeração a ar em função da velocidade do compressor C1.

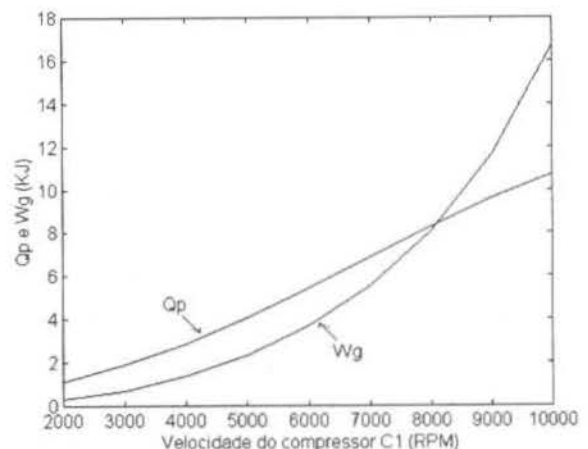


Figura 6.- Energia frigorífica produzida Q_p e energia gasta W_g no ciclo de refrigeração a ar em função da velocidade do compressor C1.

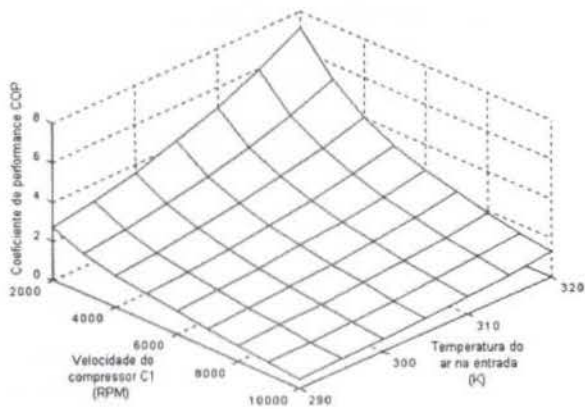


Figura 7.- Coeficiente de performance do sistema em função da velocidade do compressor C1 e da temperatura do ar na sua entrada.

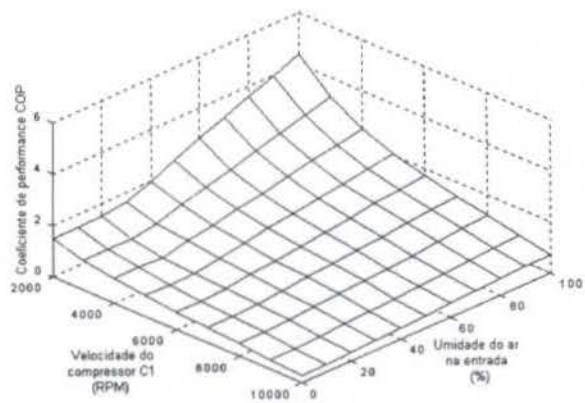


Figura 8.- Coeficiente de performance do sistema em função da velocidade do compressor C1 e da umidade do ar na sua entrada.

Para temperaturas de resfriamento T_6 menores que 295 K, o COP varia inversamente proporcional em função da velocidade do compressor C1, Figura 9.

O valor do COP varia inversamente proporcional com a temperatura de resfriamento T_6 e também com a entalpia do ar na câmara CF. Da mesma forma que a energia frigorífica produzida é inversamente proporcional a esta entalpia.

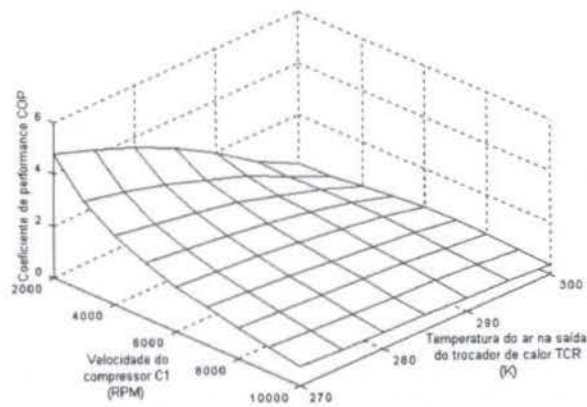


Figura 9.- Coeficiente de performance do sistema em função da velocidade do compressor C1 e da temperatura do ar resfriado no trocador de calor regenerativo TC2.

Na Figura 10, a temperatura da câmara fria T_8 varia inversamente com a velocidade do compressor C1 para valores menores de 8000 RPM, e diretamente para maiores velocidades. Esta tendência é devida a que com o aumento da velocidade de C1, aumentam as relações de pressões e as eficiências isentrópicas dos componentes. Por outro lado, o valor de T_8 varia diretamente proporcional com a temperatura do ar na entrada T_1 , Figura 11.

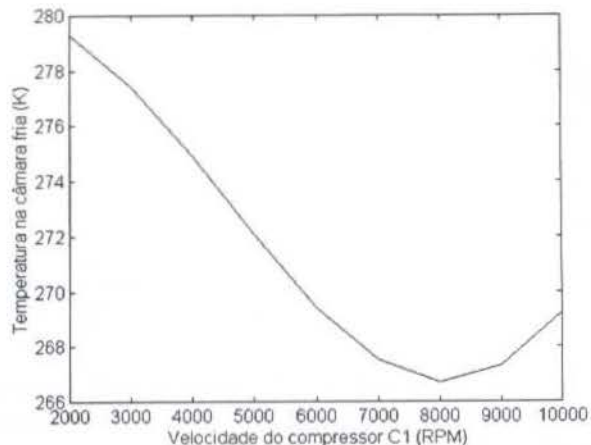


Figura 10.- Temperatura do ar na câmara fria em função da velocidade do compressor C1.

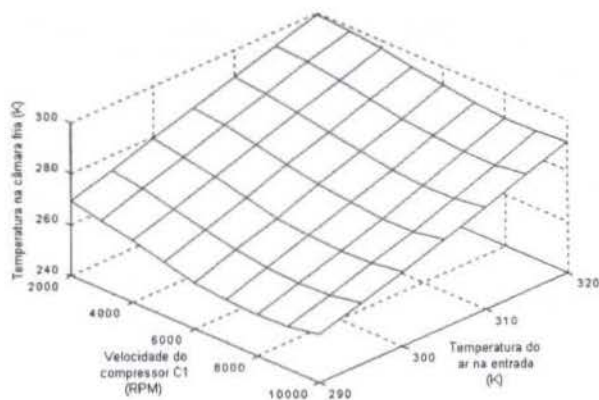


Figura 11.- Temperatura do ar na câmara fria em função da velocidade de C1 e da temperatura do ar na sua entrada.

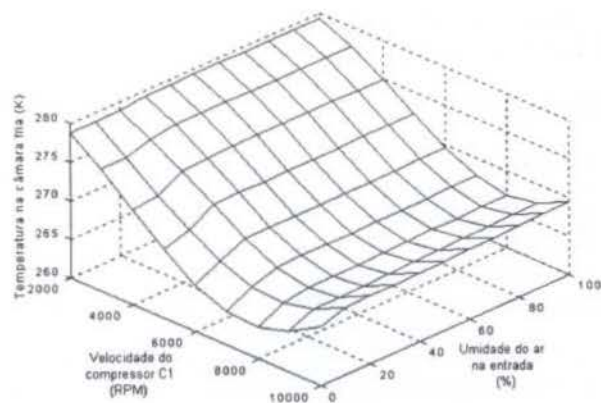


Figura 12.- Temperatura do ar na câmara fria em função da velocidade do compressor C1 e da umidade do ar na sua entrada.

A temperatura T_8 varia diretamente proporcional com a umidade do ar, Figura 12.

Na Figura 13 pode-se ver a importância de ter um bom resfriamento do ar antes de que entre na câmara fria, já que estas temperaturas variam diretamente.

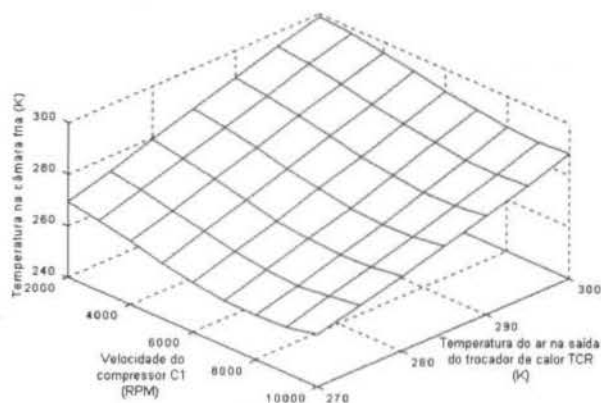


Figura 13.- Temperatura do ar na câmara fria em função da velocidade do compressor C1 e da temperatura do ar resfriado no trocador de calor regenerativo TC2.

OTIMIZAÇÃO DO SISTEMA

Pode-se comprovar a existência de valores mínimos de T_8 : valores ótimos, Figuras 11-13. Mais esta consideração estaria errada pois no caso do coeficiente de performance COP não se teria a mesma conclusão.

Portanto é fundamental conciliar os valores das condições do ar na entrada ao sistema, da velocidade de C1 e do COP. A temperatura do ar depois de ser resfriado por TC2 influirá diretamente no valor de T_8 .

A função objetivo será: a temperatura na câmara fria em função da velocidade do compressor C1 (o modelo do sistema, em forma implícita):

$$T_8 = f(T_1, P_1, \phi_1, N_{C1}) \quad (45)$$

A função de restrição será o COP, do modelo mencionado anteriormente, para um valor maior que 1, por exemplo:

$$COP = f(T_1, P_1, \phi_1, N_{C1}) > 1 \quad (46)$$

Utilizando o software MatLab, pode-se calcular o valor ótimo de T_8 , para as condições dadas.

CONCLUSÕES

- Foi apresentado um estudo simples de um sistema de refrigeração com ciclo a ar, onde se mostra a influência dos parâmetros termodinâmicos sobre este. As seguintes conclusões foram retiradas de este estudo com a finalidade de que o sistema tenha melhor desempenho:
- Os resultados mostram que este sistema pode ser competitivo com os convencionais, principalmente devido a que as turbomaquinas tendem a ser cada vez mais eficientes.
- A dupla vantagem deste tipo de sistema (resfriamento em CF e aquecimento por outro lado, no trocador TC1), poderia ser aproveitado.
- Para um funcionamento ótimo do sistema, a velocidade do compressor C1 deve ser próxima de 8000 RPM e as condições

do ar na entrada estar próximas de 300 K e 80 % de umidade.

- As condições de entrada anteriores podem ser difíceis de controlar, neste caso, é possível controlar a temperatura do ar que sai do trocador TC2 através do fluxo do ar frio que sai da câmara fria.
- A seguinte etapa de otimização englobara a totalidade das variáveis e utilização de outros programas de otimização.

REFERENCIAS

- ANGELINO, G., INVERNIZZI, C., 1995, *Prospects for Real-Gas Reverse Brayton Cycle Heat Pumps*, International Journal of Refrigeration, Vol. 18-4, 272-280.
- COLLARES, F.P., 1996, *Simulação de um Sistema de Refrigeração a Ar*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, UFU, Uberlândia-MG, Brasil.
- FLEMING, J.S., LI, L., GUILLAUD, P., VAN DER WEKKEN, B.J.C., 1994 *Environmentally Benign Air Cycle Heat Pumps and Refrigeration Systems - Part 5: The effect of Water on Coefficient of Performance*, Proceeding of the Inter. Inst. of Refr. Conference on New Applications of Natural Working Fluids in Refrigeration and Air Conditioning, Hannover.
- GIGIEL, A.J., BROWN, D., HOLDER, D., FITT, P., 1995, *Air Cycle Heat Pump and Refrigeration Systems*, Bulletin of the International Institute of Refrigeration, Vol. LXXV 4, 4-12.
- HOLDER, D.M., BROWN, T., GIGIEL, A.J., 1994, *Environmentally Benign Air Cycle Heat Pump and Refrigeration Systems - Part 2: Preliminary Experimental Data*, IIR.
- MURPHY, S., MCGOVERN, J.A.A., VAN GERWEN, R., VAN DER WEKKEN, B., 1994, *Environmentally Benign Air Cycle Heat Pumps and Refrigeration Systems, Part 1: Potential Applications of Air Cycles*, Int. Inst. of Refr., Communication B2, Vol 1, 119-178.
- PERILHON, C., 1992, *Analyses Theorique et Experimentale des Cycles Joule-Brayton Direct et Inverse Modifies par L'Utilisation de l'air Humide*. These de Docteur na especialite Mecanique-Energetique de L'Universite D'Orleans.
- RÉMY, J., 1987, *Modern Freezing Facilities*, Rev. Int. Froid. Vol. 10 165-174.
- SIQUEIRA, C.E.R., PARISE, J.A.R., 1996, *Thermodynamic Analysis of an Air-Cycle Refrigeration System*, Congresso IV CEM-NNE/96, 1065-70, Junho, Fortaleza, Brazil.
- VAN DER WEKKEN, B.J.C, VAN GERWEN, R.J.M., 1995, *Development of an Air Cycle Plant*, 19th Inter. Congr. of Refr. - Proceedings, Vol. IVb, 1037-1044, Den Hagen.
- VAN GERWEN, R., VAN DER WEKKEN, B., 1995, *Cooling and Heating with the Air Cycle - The working principle and design of an air cycle refrigeration system*, Air Cycle Seminar, TNO, Apeldoorn Holland.

ABSTRACT

The impact of CFC to the environment has been taking to the research of refrigeration cycles not conventional. The use of the air is one of those alternatives because it has a great number of advantages. This work presents a thermodynamic analysis of a refrigeration air cycle with two compression stages with intermediary cooling. The air, of the environment, is considered as ideal mixture of dry air and steam. By means of a simulation computational of the cycle, the impact of the components parameters of the system are shown on the efficiency of the cycle for several operations conditions. Finally, the system is optimized with the thermodynamic parameters for the purpose that the system has an appropriate operation.

**SEMI-EMPIRICAL MODELLING AND SIMULATION OF A CYCLE
FOR REFRIGERATION COMPRESSORS TESTING IN
SUPERHEATED REGION ONLY.**

DUARTE, J., HERNANDEZ, O., MANZI, D., OLIVEIRA, O. & PIMENTA, J.

Department of Mechanical Engineering
Federal University of Uberlândia
38400-089 Uberlândia BRAZIL

SUMMARY

This paper considers the development of a new compressor testing method based on a thermodynamic cycle taking place in the superheated region only. More than an alternative to standard testing methods the proposed superheated cycle would present significant advantages as for example a faster transient change between steady state test conditions. In order to carry out an investigation of the adjusting of operational conditions, the new cycle was modelled and simulated. Preliminary results allow to verify the system behaviour according the change in three control parameters : refrigerant system charge, expansion valve opening, and desuperheater water flow rate.

INTRODUCTION

Air-conditioning and refrigeration systems have a significant participation in the overall energy consumption of a country. In Brazil, electric consumption due to air-conditioning and refrigeration applications is continuously growing. According to a governmental program to energy efficiency improvement (Procel, 1998), the contribution of such applications in the total consumption in the residential, commercial and industrial sectors is about 32%, 20% e 6% respectively, which represents about 15 % of the total electric energy production.

In air-conditioning and refrigeration applications, the vapour compression cycle still one of the most important ones. In such cycle, the compressor is the most important component with respect to the energy efficiency use.

Although different compressor designs (scroll, screw, etc.) has gathered important market segments, the reciprocating type still being largely used due to its large field of application.

Standards for compressor performance testing, is the scope of codes such as ISO 917 (ISO, 1989) e ASHRAE 23-1978R (ASHRAE, 1993a) where several methods for performance rating are proposed. In these standards different limitations are imposed with respect to the droplet effect and steady state condition. In general, most of the proposed tests require a relatively complex apparatus, a long period of time for steady state regime, and present some difficulty to adjust test conditions.

In order to avoid such problems, Dirlea et all (1996), have considered the a testing cycle with all the refrigerant processes taking place in the superheated region only. A preliminary analysis of the feasibility of such a cycle was conducted in a small scale experimental apparatus, allowing to observe certain advantages to the superheated cycle, as for instance : low energy consumption, easy adjust of testing conditions, simple layout of the test apparatus, small refrigerant charge, and quick transient change between steady state test regimes.

In the present paper, the superheated compressor testing cycle is analysed in more details. Emphasis is given to the steady state modelling and simulation of the superheated cycle, in order to verify the change in operating conditions with the parameters of adjustment of the cycle.

STANDARD TESTS vs. SUPERHEATED CYCLE

The final goal of a compressor test is to verify how well the actual performance matches the design compromises at different operating conditions. For that, during the test, the compressor is submitted to a certain operating condition, to which its behaviour is evaluated (figure 1). Such test conditions are defined by means of the following variables (considering constants rotation speed, ambient temperature, etc.):

- P_{su} pressure at compressor supply;
- P_{se} pressure at compressor exhaust, and;
- T_{su} temperature at compressor supply

To these test conditions the compressor will response with :

- \dot{m}_{ref} a refrigerant flow rate, and;
- \dot{W}_{el} will consume some power.

From this, other important performance parameters can be obtained, such as :

- \dot{Q}_{ref} refrigerating capacity;
- ϵ_{vol} volumetric effectiveness;
- ϵ_{is} isentropic effectiveness, and;
- COP coefficient of performance.

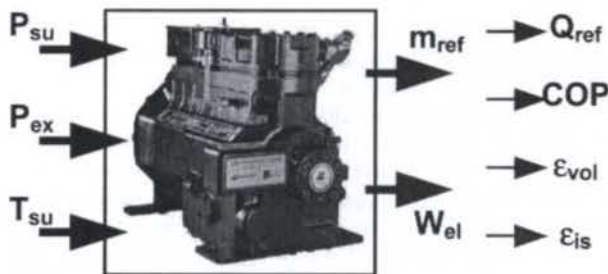


Figure 1 – Compressor performance testing concept

The ISO917 standard code (ISO, 1989) presents a set of nine different methods for the performance testing of reciprocating compressors, as follows :

- Method A : Secondary fluid calorimeter;
- Method B : Calorimeter w/ refrigerant flooded system;
- Method C : Calorimeter with refrigerant dry system;
- Method D1 : Vapour refrigerant flow meter;
- Method D2 : High pressure partial condensation;
- Method F : Liquid refrigerant flow meter;
- Method G : Water cooled condenser;
- Method J : Vapour cooled refrigerant;
- Method K : Exhaust line calorimeter.

Basically, these methods can be classified according the technique used to obtain the refrigerant flow rate as direct (when a flow meter device is used) and indirect (when refrigerant flow rate is obtained from energy balances).

Along the ISO917 standard code, several restrictions are made with respect to the influence of oil-refrigerant mixing, droplet, and steady state conditions.

Concerning the oil-refrigerant mixing, the standard imposes that the oil pumping rate must be less than 1.5 % of the refrigerant mass flow rate and recommends the use of efficient oil separation devices in the circuit. Following these limits no correction is required by the standard to the effect of the lubricating oil concentration.

Minimum superheating and subcooling degrees are imposed in the standard in order to avoid the effect of incomplete condensation at condenser exhaust, and occurrence of liquid drops in the refrigerant leaving the evaporator. According the standard, the design of the testing apparatus shall be such that the outgoing vapour will not entrain droplets of refrigerant and is superheated by at least 8 K.

The steady state conditions for the test are specified in the standard on the basis of a maximum acceptable change on the variables measured during the test inside a 1 h time interval

A schematic view of the apparatus for compressor testing in the superheated region only is shown in figure 2. Four main components are included : the compressor to be tested, a desuperheater heat exchanger, an expansion valve and a refrigerant reservoir.

The refrigerant transformation are as follows : After compression (1→2), the heat absorbed by the refrigerant (corresponding to the compression power) is delivered to the cooling water at the desuperheater heat exchanger (2→3). An isenthalpic expansion is then carried out trough an expansion device (3→1), closing the cycle.

The different operating conditions are attained by adjusting the following three parameters : desuperheater water flow rate, expansion valve pressure drop, and; refrigerant system charge. The water flow rate can be easily changed by modifying the opening of a globe valve located at water inlet. The water inlet temperature is quite constant varying only according the ambient conditions.

The pressure drop of the refrigerant trough the expansion valve is changed by displacing the needle of the valve in order to modify the flow passage area.

The refrigerant system charge is modified by means of the refrigerant reservoir place between the high and low-pressure circuits, and solenoid valves A and B (normally closed). If it is desired to decrease the system charge, solenoid valve A is open and part of the compressor exhaust gas will be bypassed to the reservoir. On the other hand, if it is needed to increase the system charge, valve B is open and some amount of gas will be added to the system.

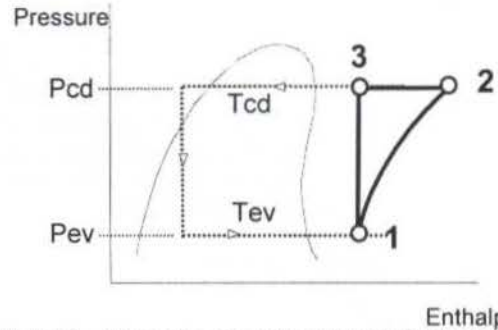
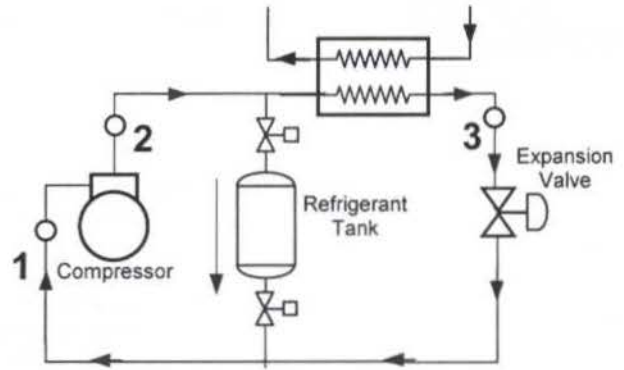


Figure 2 – Schematic apparatus and cycle for the new test.

With respect to the standard methods described before, the new proposed method may present the following advantages :

- The test apparatus is simpler not requiring heat exchangers for condensation and evaporation;
- Steady state test conditions can be reached faster because of the smaller thermal capacitance of the system;
- The influence of droplet can be minimised or even avoided completely;
- Smaller refrigerant charge.

MODELLING AND SIMULATING THE NEW CYCLE

The simulation of the superheated test cycle is carried out on the basis of component models developed to the compressor, the desuperheater, the expansion valve and a refrigerant charge inventory.

The main goal of the simulation is to obtain, for different operational conditions, the adjusts required to the control of the cycle, i.e., being imposed supply/exhaust pressures and the compressor inlet temperature, which values must be adopted to the refrigerant charge, water flow rate, and valve opening (figure 3).

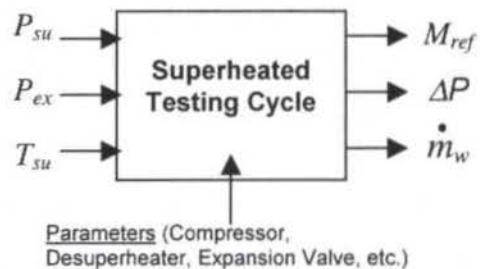


Figure 3 – Scheme for the simulation of the new cycle.

Compressor. The compressor is modelled in a semi-empirical way (Bourdouxhe et al., 1994), and consists basically in the representation of the refrigerant flow rate, as :

$$\dot{V} = \dot{V}_s \left[1 + C_f - C_f \left(\frac{P_{ex}}{P_{su}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right] \quad (1)$$

and the power consumption by means of,

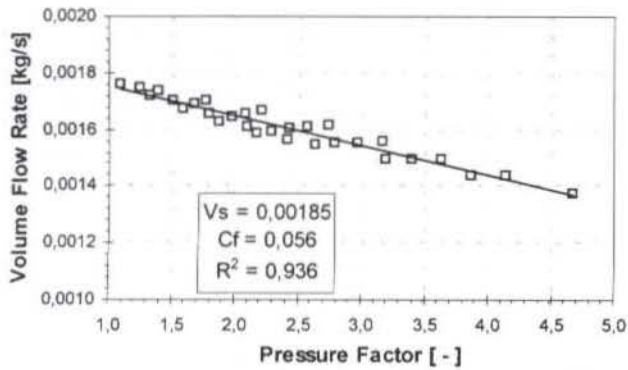
$$\dot{W} = \dot{W}_{lo} + (1 + \alpha) \dot{W}_s \quad (2)$$

where,

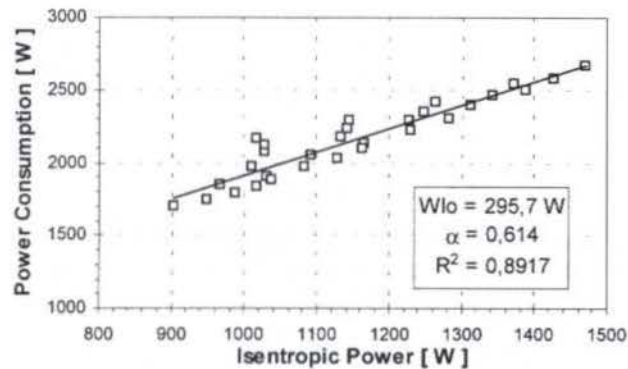
\dot{V}	volumetric refrigerant flow rate	[m ³ /s]
C_f	clearance factor	[-]
\dot{V}_s	swept volume	[m ³ /h]
P_{su}	evaporating pressure	[bar]
P_{ex}	condensing pressure	[bar]
\dot{W}	compressor power consumption	[W]
\dot{W}_{is}	isentropic compression power	[W]
\dot{W}_{lo}	constant electromagnetic losses	[W]
α	losses factor	[-]

The main assumptions of the compressor model are related with the surroundings heat losses, which are neglected, and the compression process, which is assumed as being isentropic.

The four parameters described above are characteristic of the compressor and must be identified prior to the simulation. This was made using catalogue data, to which a minimisation procedure based in the least square technique is applied. Figures 4-a and 4-b shows the identification results.



(a)



(b)

Figure 4 – Compressor identification results : (a) volume flow rate model; (b) power consumption model.

Desuperheater Heat Exchanger. The desuperheater is modelled as a classical heat exchanger. To the known dimensions, geometry and fluids arrangement, the overall heat exchanger coefficient (U), was obtained by means of :

$$U = \left(1/h_{ref} + R_{wall} + 1/h_w \right)^{-1} \quad (3)$$

where,

U	overall heat transfer coefficient	[W/K]
h_{ref}	internal convective heat transfer coefficient	[W/m ² K]
R_{wall}	conductive wall resistance	[m ² K/W]
h_{ref}	external convective heat transfer coefficient	[W/m ² K]

with the heat transfer coefficients both at the water and refrigerant side computed from the classical Dittus-Boelter equation (ASHRAE, 1993):

$$Nu = 0,023 \left[Re^{0,8} Pr^{0,4} \right] \quad (4)$$

where,

Nu	Nusselts number	[-]
Re	Reynolds number	[-]
Pr	Prandtl number	[-]

The total heat exchanged in the desuperheater (\dot{Q}), neglecting heat losses to surroundings is given, by :

$$\dot{Q} = \dot{m}_w c_p \Delta T_w = \dot{m}_{ref} \Delta h_{ref} = UA LMTD \quad (5)$$

where,

\dot{m}_w, \dot{m}_{ref}	water and refrigerant mass flow rate	[kg/s]
ΔT_w	water temperature rise	[K]
Δh_{ref}	specific enthalpy change	[kJ/kg]
$LMTD$	log-mean temperature difference	[K]

Equations (3) to (5) are used mainly to obtain the refrigerant temperature at the desuperheater outlet, which corresponds to the expansion device inlet.

Expansion Valve. The refrigerant mass flow rate through an expansion device may be modelled by means of the following equation (Tamainot-Telto et al., 1994):

$$\dot{m}_{ref} = k_v \Omega \sqrt{2 \rho \Delta p} \quad (7)$$

where, k_v and Ω , are the flow coefficient and the flow passage area respectively, which can be defined by,

$$k_v = C \left(\frac{\dot{m}_{ref}}{\rho_{su}} \right)^n \quad (8)$$

$$\Omega = b_0 x + b_1 x^2 \quad (9)$$

with C, n, b_0 e b_1 , constant parameters of the valve, and x the needle displacement of the valve.

Knowing the main dimensions of the valve needle and passage hole, allow to obtain parameters b_0 and b_1 as being 0.0015 and -0.119 respectively. In order to determine C and n , the expansion valve was tested using both nitrogen and air. The pressure drop and flow rate through the valve, as well as inlet

pressure and temperature, were measured for different valve openings and inlet pressures. Then, we obtain $C = 0.018$ and $n = -1.018$. Figure 5 show the identification results.

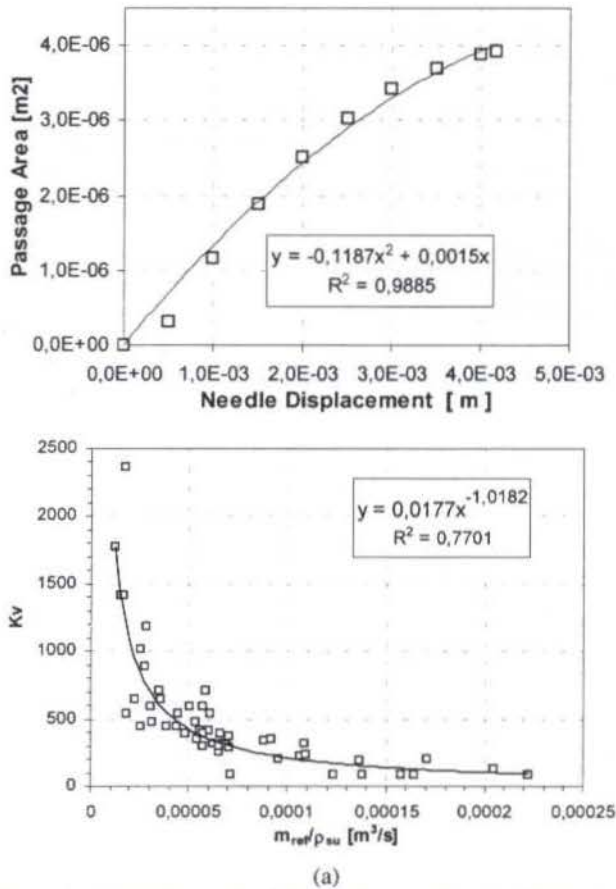


Figure 5 – Expansion valve identification results. (a) Change in expansion valve passage area with needle displacement – equation (9); (b) Identification of flow parameters – equation (8).

Refrigerant Charge Inventory. One important variable in the simulation of the superheated cycle is the charge of the refrigerant in the system (M_r). It is considered that the total mass of refrigerant can be obtained by considering the sum of the masses at low and high-pressure sides:

$$M_r = \rho_{LP} V_{LP} + \rho_{HP} V_{HP} \quad (10)$$

where,

ρ_{LP}, ρ_{HP} refrigerant average density at low and high-pressure circuits, respect. [m3/kg]
 V_{LP}, V_{HP} Low and high pressure circuits volume, respect. [m3/kg]

The values of V_{LP} and V_{HP} , where previously determined. Average densities at low and high pressure lines are considered.

Simulation of the Cycle. The governing equations defined above were solved simultaneously, to the known parameters, using the EES software (F-Chart, 1987). Thermodynamic fluid properties were calculated by built-in functions available with that program. The simulation was carried out for 30 operating points inside the application range of the compressor.

Figure 6(a) corresponds to simulation results, for a constant water flow rate at the desuperheater, showing the influence of

both the refrigerant system charge and the expansion valve opening.

For a given refrigerant charge in the system, different condensing and evaporating pressures can be imposed to the compressor by means of the expansion valve opening change. However, the change in the valve opening alone does not allow to adjust all the different combinations of condensing and evaporating required to the test of the compressors, being in this case necessary to change the refrigerant charge in the system.

With respect to the desuperheater water flow rate, this will have an influence on the compressor supply temperature. Then to a given refrigerant charge and expansion device opening it is possible to adjust the water flow rate trough desuperheater in order to maintain a constant temperature at compressor supply.

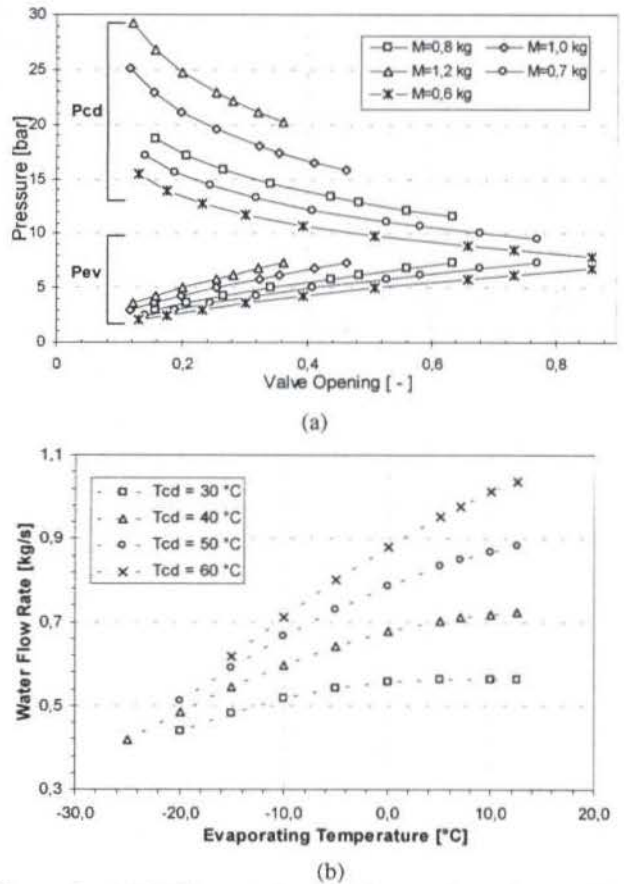


Figure 6 – (a) Refrigerant charge and expansion valve opening influence on the condensing and evaporating test conditions (water flow rate constant = 2.0 kg/s); (b) Water flow rate influence for fixed refrigerant charge and expansion valve opening.

PRELIMINARY EXPERIMENTS

An existing general-purpose test bench for experimental study of refrigeration systems, was adapted for operation according to the proposed testing cycle. A simplified view of the test apparatus is shown in figure 7.

Preliminary tests were carried out for a hermetic compressor. The main goal of these tests was to evaluate the influence of the control parameters on the adjust of operating conditions.

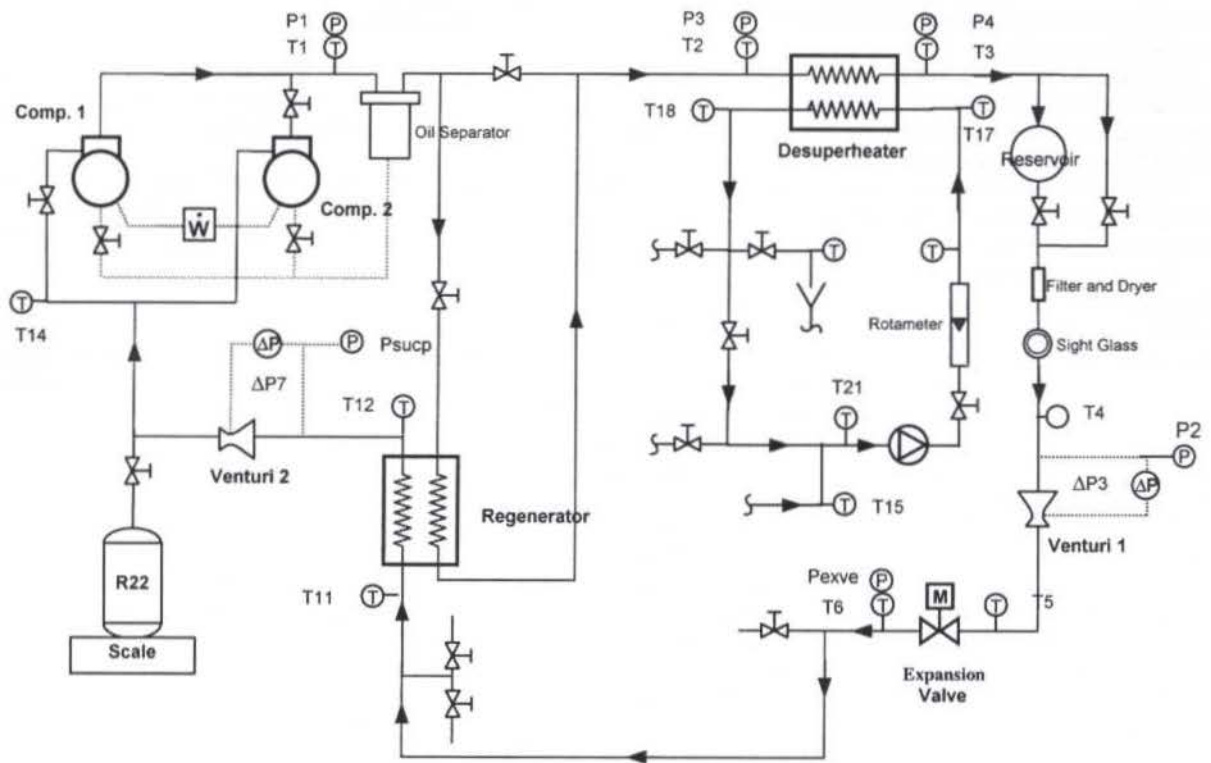


Figure 7 – Schematic view of the testing apparatus.

Refrigerant Mass Flow Rate Evaluation. The refrigerant flow rate in the system was obtained by the following different ways : (a) using two venturis at low and high pressure circuits; (b) from compressor and desuperheater energy balances; (c) simulated values from the compressor model, and (d) theoretical relationship to pressure drops in the low pressure circuit.

The pressure drop in the low pressure circuit was calculated from the pressure measurements at expansion device outlet and compressor supply, which was then correlated with the different estimations for the refrigerant flow rate (figure 8). A confrontation among the different refrigerant flow rate estimations is then possible.

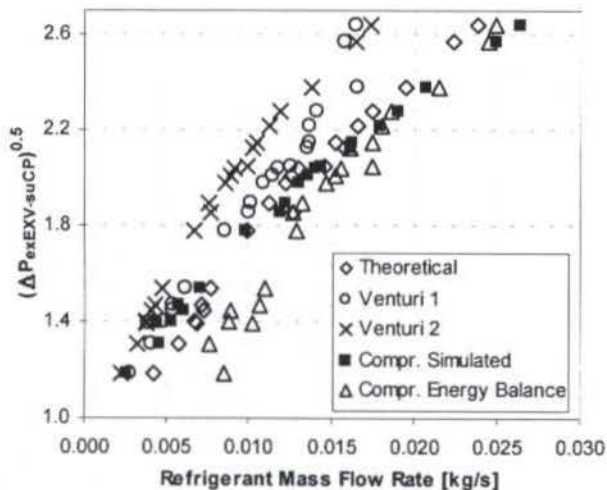


Figure 8 – Relationship between pressure drop in the low pressure circuit and the different estimations found for the refrigerant mass flow rate.

We can first remark that, for a refrigerant flow rate above 0.012 kg/s, there is a reasonable agreement between the flow rate

estimations from compressor energy balance, theoretical calculation and compressor simulation.

The venturis used were constructed and previously calibrated [Hernandez et al., 1998], being tested in the same test bench which was at that time operated with complete condensation and evaporation. Energy balance based determinations of refrigerant mass flow rate were compared with direct measurements of such meters. Results confirmed the feasibility and extension of their use.

Results shown for venturi 2 are quite smooth. However, the difference between the flow rate measured with venturi 2 and the other ones increase with the refrigerant flow rate. Since there is a good agreement among the other flow rate estimations, we may expect that venturi 2 is introducing some error which leads to an underestimation of the flow rate. This may be caused by the accuracy of differential pressure measurement and the venturi law defined from calibration, for instance.

In the case of venturi 1, we remark that, for flow rates below 0.012 kg/s, there is a good agreement with the other estimations (compressor energy balance and simulation, and theoretical). The error between venturi 1 and the other estimations increase considerably above 0.012 kg/s because this corresponds to a differential pressure higher than the full scale limits of the transducer used.

Change in Operating Conditions. When the expansion valve is closed there is both an increase in the high pressure and a decrease in the low pressure. The opposite occurs when the valve is closed, see figure 9 between 10500 and 12000 seconds. In other words closing the expansion valve causes an increase in the compression ratio, while opening the expansion device leads to a decrease in the compression ratio. This occurs because closing the expansion valve results in a decrease in the refrigerant flow rate and a consequent drop in the low pressure. As the total refrigerant charge is not changed, a smaller refrigerant mass in the low side circuit will occur, because the pressure on this side decreases. Then, since the volumes must remain unchanged, a

mass displacement (from low to high pressure circuit) increases the compression ratio.

Opening the expansion valve causes an increase in the lower pressure which leads to a mass displacement to the low pressure circuit and consequently decreases the mass in the high pressure circuit. Then, there is a decrease in the compression ratio.

With respect to the influence of the refrigerant mass we may remark that, as the mass is increased (between 17000 and 19000 seconds), both the high and low pressures will increase.

The refrigerant mass has a significant influence on the temperature of the refrigerant leaving the compressor. As the charge is increased, the discharge temperature of the gases increases, because the high pressure now is greater.

In the heat exchanger, the refrigerant mass increase causes an increase in the water outlet temperature, due to a greater refrigerant flow rate and a larger power to be dissipated, which must be compensated by increasing the temperature difference between entrance and exit of the heat exchanger.

In the several experiences undertaken to evaluate the influence of the water flow rate on the behaviour of the pressures, it was noticed that when the water flow rate is increased there is a decrease in these pressures (5000 to 9000 seconds). This occurs because for the same power to be dissipated in the heat exchanger it is necessary a smaller temperature difference.

Then, we have a smaller water outlet temperature for the same constant inlet temperature.

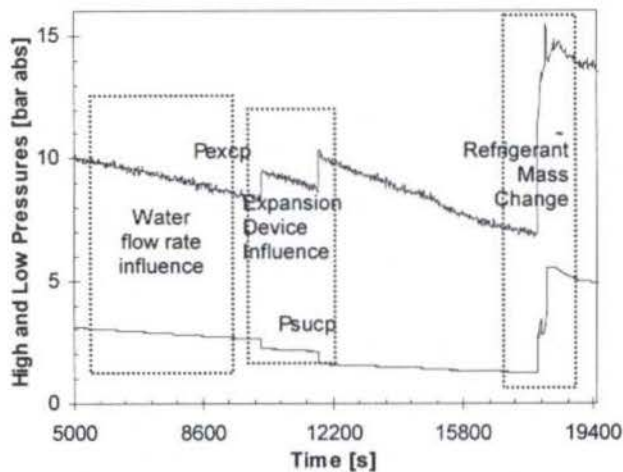


Figure 9 – Compressor operating conditions change.

CONCLUSIONS

The proposed cycle seems to be a good alternative option for the compressor performance rating. Preliminary simulation and experiments allow to verify the influence of the change in the three control parameters, in order to impose to the compressor a well-defined operating condition. Next activities will consider additional tests in order to attain a better comprehension of the control of the new cycle.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thanks to FAPEMIG – The Minas Gerais State Foundation for Research Support, which has provided the financial support to this work. The dedication and enthusiastic participation of Dr. Kátia Lopes Silva, in the preparation phase of this project is also acknowledged.

REFERENCES

- ASHRAE, 1993, "Ashrae Handbook – Fundamentals" , SI Edition, The American Society of Heating, Ventilation and Air-Conditioning Inc., Atlanta, U.S.A.
- ASHRAE, 1993a, "Methods of Testing for Rating Positive Displacement Compressors and Condensing Units", The American Society of Heating, Ventilation and Air-Conditioning Inc., Atlanta, USA.
- Bourdouxhe, J., Grodent, M., Lebrun, J., Saavedra, C., Silva, K., 1994, "A Toolkit for primary HVAC system energy calculation-Part 2 : Reciprocating Chiller Models", Ashrae Transactions, vol. 100, part 2, pp. 774-786.
- Dirlea, R., Hannay, J., e Lebrun, J., 1996, "Testing of refrigeration compressors without condensation", Purdue Conference, USA.
- F-Chart Software Inc., 1997, EES – "Engineering Equation Solver, Reference Manual (Version 3.28D)", Madison - USA.
- Hernandez, O. S., De Lima, L.C., Pimenta, J.M.D., 1998, "Measurements of Refrigerant Mass Flow Rate Using Venturi Flowmeters At Liquid and Vapour Phases", V CEM-NNE, Brazil.
- ISO, 1989, "International Standard ISO917 - Testing of refrigerating Compressors", International Organization for Standardization, Switzerland.
- PROCEL, 1998, ([http:// www. embratel. net.br/ infoserv/ electrobr/ procel/](http://www.embratel.net.br/infoserv/electrobr/procel/)), Brazil.
- Tamainot-Telto, Z., Haberschill, P, Borg, S., Lallemand, M., 1994, "Modelling of different types of thermostatic expansion valves", System Simulation in Buildings Conf., Université de Liege, pp.189-199, Belgium.

ESTUDO NUMÉRICO SOBRE O ESCOAMENTO DE MISTURAS NÃO AZEOTRÓPICAS ATRAVÉS DE TUBOS CAPILARES

Flávio A.S. Fiorelli¹, Marco A.S. Paiva^{2,3}, Roberto A. Peixoto³, Otávio M. Silveiras^{1,3}

1. Escola Politécnica da USP - Depto. Eng. Mecânica

2. IPT - Agrupamento Eng. Térmica 3. Escola de Eng. Mauá

05508-900 - São Paulo (SP) - Brasil

RESUMO

Este artigo apresenta um estudo numérico sobre o desempenho de tubos capilares com R-22 e alguns fluidos refrigerantes alternativos selecionados para substituição do R-22, especificamente o R-407C, R-410A e R-134a. Comparou-se a vazão mássica em função das condições de entrada (temperatura de condensação, grau de subresfriamento ou título na entrada) para uma dada geometria. Os resultados numéricos mostram que, tomando o R-22 como referência, as vazões mássicas do R-407C são levemente superiores (cerca de 5%), o R-410A apresenta vazões mássicas cerca de 30% maiores que as do R-22, enquanto que o R-134a apresenta vazões mássicas aproximadamente 30% inferiores. Estes resultados estão ligados com as diferentes pressões de saturação para cada fluido.

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos tem-se acumulado uma série de evidências ligando os compostos halogenados, dentre eles os fluidos refrigerantes, à redução da camada de ozônio estratosférica. Estas evidências levaram à assinatura do Protocolo de Montreal (1976), cujo objetivo principal é a eliminação destas substâncias. O R-12, utilizado principalmente em refrigeradores e "freezers" domésticos, é o mais importante e um dos mais danosos destes compostos prejudiciais à camada de ozônio. Nos países desenvolvidos o uso deste fluido foi eliminado no início de 1996. Já para o R-22, utilizado principalmente em sistemas de ar condicionado e bombas de calor e menos danoso à camada de ozônio, foi estabelecido um cronograma de eliminação menos restritivo. Assim, a prioridade da indústria de refrigeração e ar condicionado foi a busca de um substituto para o R-12, e uma substância pura, o R-134a, foi escolhida como alternativa ao R-12 em novos refrigeradores e "freezers".

Agora as atenções se voltam para o R-22. Este fluido é largamente utilizado como refrigerante em equipamentos para refrigeração comercial, condicionadores de ar comerciais e residenciais bem como em bombas de calor. Infelizmente até o momento não existe uma substância pura que possa ser utilizada como alternativa sem a necessidade de grandes modificações nos equipamentos existentes. O R-134a é uma alternativa apenas para uma estreita faixa de condições operacionais. O uso de misturas de refrigerantes não azeotrópicos ou quase azeotrópicos é a solução mais adequada até o momento.

O uso destas misturas requer novos estudos experimentais e numéricos a fim de avaliar como elas afetam o desempenho dos ciclos de refrigeração, bem como o projeto dos componentes do ciclo. Neste sentido o dimensionamento de tubos capilares adiabáticos (o dispositivo de expansão utilizado em aparelhos de ar condicionado de pequeno porte) utilizando misturas não azeotrópicas é um assunto de particular interesse.

Um levantamento recente feito pelo International Institute of Refrigeration (IIR, 1998) mostrou que tanto os fabricantes de compressores quanto os fabricantes de unidades de ar condicionado de pequeno e médio porte europeus e americanos

estão utilizando como alternativa ao R-22 principalmente o R-407C (uma mistura não azeotrópica com 23% de R-32, 25% de R-125 e 52% de R-134a em base mássica) e o R-134a. O uso do R-410A (uma mistura quase azeotrópica com 50% de R-32 e 50% de R-125 em base mássica), outra possível mistura alternativa, ainda não atingiu o nível esperado, porém os fabricantes japoneses planejam utilizar esta mistura em unidades de pequeno porte.

Este artigo apresenta os primeiros resultados de um estudo comparativo do desempenho do R-22 e de algumas misturas de fluidos refrigerantes alternativas escoando através de tubos capilares adiabáticos. Comparou-se o desempenho do tubo capilar com escoamento de R-22, R-407C (mistura não azeotrópica), R-410A (mistura quase azeotrópica) e R-134a (substância pura).

MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático é baseado em trabalhos anteriores dos autores (Paiva et al., 1994, 1995; Peixoto, 1995; Peixoto et al. 1998). Foram introduzidas modificações nestes modelos previamente desenvolvidos a fim de permitir o cálculo das propriedades termodinâmicas e de transporte das misturas de refrigerantes. A Figura 1 a seguir mostra as principais variáveis e parâmetros envolvidos na modelagem e simulação de tubos capilares.

As principais hipóteses do modelo são:

- regime permanente;
- escoamento unidimensional;
- escoamento de fluido refrigerante puro ou mistura de refrigerantes pura (sem contaminação de óleo);
- sem atraso de vaporização;

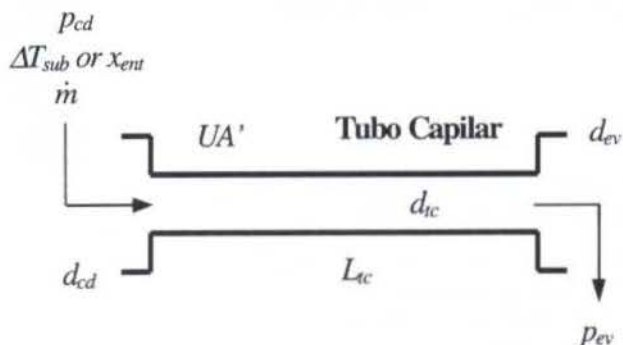


Figura 1. Variáveis do modelo de simulação do tubo capilar

- condução de calor nas paredes do tubo capilar nas direções axial e radial desprezível;
- coeficiente de troca de calor com o meio UA' (lado externo) constante
- modelo de escoamento bifásico: equilíbrio homogêneo

Esta última hipótese, segundo Whalley (1996), é razoável para os casos em que $G > 2000 \text{ kg/s.m}^2$, o que ocorre para os tubos capilares utilizados nos equipamentos de ar condicionado.

Para as misturas não azeotrópicas e quase azeotrópicas adotou-se como temperaturas de "condensação" e "evaporação" as temperaturas de bolha nas pressões de condensação e evaporação. Isto foi feito com o intuito de estabelecer uma base comum para as comparações. A temperatura de bolha corresponde à temperatura na qual se forma a primeira bolha de vapor no interior do líquido numa dada pressão.

As equações fundamentais do modelo são os balanços de massa, quantidade de movimento e energia, Eqs. (01) a (03):

- *Massa*

$$G = \frac{\dot{m}}{A} = \text{const.} \quad (01)$$

- *Quantidade de Movimento*

$$\left(\frac{dp}{dz}\right) = -\frac{f_v G^2}{2d_{tc}} - G^2 \left(\frac{dv}{dz}\right) \quad (02)$$

- *Energia*

$$\left(\frac{dh}{dz}\right) = \frac{-h_c \pi d_{tc} (T_{tc} - T_w)}{\dot{m}} - G^2 v \left(\frac{dv}{dz}\right) \quad (03)$$

onde G é o fluxo mássico, \dot{m} a vazão mássica e A corresponde à área da seção transversal do tubo capilar. Já p é a pressão, z a cota, f o fator de atrito de Darcy, v o volume específico e d_{tc} corresponde ao diâmetro interno do tubo capilar. Por fim, h é a entalpia específica, h_c o coeficiente de transferência de calor por convecção do lado interno do tubo capilar, T_{tc} a temperatura de mistura do fluido no tubo capilar e T_w a temperatura de parede do capilar.

Os fatores de atrito são calculados utilizando a correlação de Serghides (cf. Kakaç et al., 1987):

$$\left(\frac{1}{\sqrt{f}}\right) = A_5 - \frac{(A_5 - B_2)^2}{(A_5 + 2B_2 + C_1)} \quad (04)$$

$$\text{onde: } A_5 = -0,8686 \ln\left(\frac{\varepsilon/d_{tc}}{7,4} + \frac{12}{Re}\right)$$

$$B_2 = -0,8686 \ln\left(\frac{\varepsilon/d_{tc}}{7,4} + \frac{2,51A_5}{Re}\right)$$

$$\text{e } C_1 = -0,8686 \ln\left(\frac{\varepsilon/d_{tc}}{7,4} + \frac{2,51B_2}{Re}\right)$$

onde ε/d_{tc} é a rugosidade relativa do tubo capilar e Re é o número de Reynolds do escoamento. Este número de Reynolds é calculado, no caso bifásico, utilizando-se a correlação de Dukler:

$$\mu = \mu_l(1 - \alpha) + \mu_v \alpha \quad (05)$$

A perda de carga localizada na contração na entrada, para condições de escoamento bifásico na entrada, é calculada por (cf. Collier & Thome, 1996):

$$p_{cd} - p_{ent} = \frac{G^2 v_l}{2} \left[\left(\frac{1}{C_c} - 1 \right)^2 + \left(1 - \frac{1}{\sigma^2} \right) \right] \left[1 + x \left(\frac{v_v - v_l}{v_l} \right) \right] \quad (06)$$

onde $\sigma = A_{cd}/A_{tc}$ é a relação de áreas e $C_c = f(\sigma)$ é um coeficiente de contração dado em função da relação de áreas. Na Eq. (06) x é o título, v_l o volume específico do líquido e v_v o volume específico do vapor. Para o caso de entrada com líquido subresfriado, a perda de carga localizada é calculada pela Eq. (07) (cf. Idelcik, 1960):

$$p_{cd} - p_{ent} = 1,5 \frac{G^2 v}{2} \quad (07)$$

A perda de carga localizada na expansão na saída do tubo capilar, para os casos em que o escoamento não está bloqueado, é calculada por (cf. Collier & Thome, 1996):

$$p_{sai} - p_{ev} = G^2 v_l \sigma (1 - \sigma) \left[1 + x \left(\frac{v_v - v_l}{v_l} \right) \right] \quad (08)$$

A condição de escoamento crítico é verificada através da comparação entre a velocidade do escoamento e a velocidade do som no fluido no final do tubo capilar. Esta velocidade do som c é calculada através da diferenciação numérica da pressão p em relação à densidade ρ do fluido a entropia s constante

$$c^2 = \left. \frac{dp}{d\rho} \right|_{s=const} \quad (09)$$

O coeficiente de transferência de calor por convecção do lado interno h_c é dado, para a região de líquido, pela equação de Dittus-Böelter. Para a região bifásica é utilizada uma equação de Dittus-Böelter modificada (cf. Pate, 1982):

$$\frac{h_c d_{tc}}{k_l} = 0,023 Re_l^{0,8} Pr_l^n \left[\frac{1-x}{1-\alpha} \right]^{0,8} \quad (10)$$

onde k_l é a condutividade térmica do fluido, Re_l é o número de Reynolds calculado com a velocidade do escoamento e as propriedades do líquido, Pr_l o número de Prandtl do líquido e o expoente n é igual a 0,4 para aquecimento e 0,3 para resfriamento.

A temperatura de parede do tubo capilar T_w é dada por:

$$T_w = \frac{h_c \pi d_{tc} T_{tc} + UA' T_o}{h_c \pi d_{tc} + UA'} \quad (11)$$

onde T_o é a temperatura ambiente e UA' o coeficiente de troca de calor do lado externo do tubo capilar, que inclui a condução de calor através do isolamento, bem como a convecção natural e a radiação na superfície externa do isolamento.

A determinação das propriedades termodinâmicas e de transporte envolve considerações sobre o equilíbrio de fases e químico de misturas. As equações de conservação (Eqs. 01 a 03) permitem que se calcule os perfis de pressão e de entalpia ao longo do tubo capilar. De posse destes dois perfis e da

composição nominal da mistura é possível determinar o perfil de temperatura do capilar:

$$T_{tc,i} = f(p_i, h_i, y_1, \dots, y_n) \quad (12)$$

Da hipótese que existe equilíbrio térmico e hidrodinâmico entre as fases líquida e vapor (escoamento homogêneo) e dos perfis de pressão e temperatura resultam os perfis de composição do líquido e do vapor ao longo do tubo capilar, Eqs. (13) e (14):

$$y_{1,l,i}, \dots, y_{n,l,i} = f(p_i, T_{tc,i}, y_1, \dots, y_n) \quad (13)$$

$$y_{1,v,i}, \dots, y_{n,v,i} = f(p_i, T_{tc,i}, y_1, \dots, y_n) \quad (14)$$

Por fim, a partir destes perfis de p , T , h , y_l e y_v pode-se calcular as propriedades termodinâmicas e de transporte do líquido e do vapor saturados, e o perfil de título e as propriedades da mistura. Por exemplo, para o volume específico teríamos as seguintes equações:

$$h_{l,i} = f(p_i, x=0, y_{1,l}, \dots, y_{n,l}) \quad (15)$$

$$h_{v,i} = f(p_i, x=1, y_{1,v}, \dots, y_{n,v}) \quad (16)$$

$$x_i = (h_i - h_{l,i}) / (h_{v,i} - h_{l,i}) \quad (17)$$

$$v_{l,i} = f(p_i, x=0, y_{1,l}, \dots, y_{n,l}) \quad (18)$$

$$v_{v,i} = f(p_i, x=1, y_{1,v}, \dots, y_{n,v}) \quad (19)$$

$$v_i = x_i v_{v,i} + (1 - x_i) v_{l,i} \quad (20)$$

Foi desenvolvido um código computacional para simulação numérica do escoamento através de tubos capilares utilizando-se o software EES (EES, 1997). Este software utiliza um método de diferenças finitas implícito para integração numérica das equações fundamentais e resolve o sistema de equações algébricas não lineares através de um Método de Newton-Raphson modificado. A variável de integração utilizada é a perda de pressão. As propriedades termodinâmicas e de transporte do são calculadas utilizando as rotinas do REFPROP (NIST, 1996).

A validação experimental do modelo para substâncias puras (R-12 e R-134a) foi apresentada em trabalhos anteriores (Peixoto, 1995; Paiva et al., 1995). Foi também realizada uma comparação dos resultados numéricos de simulação com dados numéricos e experimentais disponíveis na literatura aberta (Dirik et al., 1994; Escanes, 1995; Whitesel, 1957; Kuehl & Goldshmidt, 1990). A incerteza das vazões mássicas calculadas é menor que 10%.

RESULTADOS

As Figs. 2 a 6 mostram os resultados numéricos obtidos. Os cálculos foram realizados utilizando-se a seguinte geometria: $d_{tc} = 1,676$ mm, $L_{ct} = 1,524$ m, $d_{cd} = d_{ev} = 6$ mm. Admitiu-se uma temperatura ambiente constante $T_o = 25^\circ\text{C}$ e um coeficiente de troca de calor do lado externo $UA' = 0,11$ W/m. $^\circ\text{C}$, bem como uma temperatura de evaporação $T_{ev} = -5^\circ\text{C}$.

Os resultados mostram que as vazões mássicas do R-407C é ligeiramente superiores (cerca de 5%) às do R-22. Já as vazões mássicas no tubo capilar trabalhando com R-410A são cerca de

30% maiores que as do tubo capilar trabalhando com R-22, enquanto que o R-134a apresenta vazões mássicas em média 30% menores que as do R-22.

Estes resultados estão basicamente ligados às diferentes pressões de saturação que cada fluido ou mistura apresenta, conforme mostrado na Fig. 6. O R-410A apresenta pressões de saturação maiores que as do R-22, enquanto que para o R-407C estes valores são próximos aos do R-22, e o R-134a por sua vez apresenta pressões de saturação menores que as do R-22.

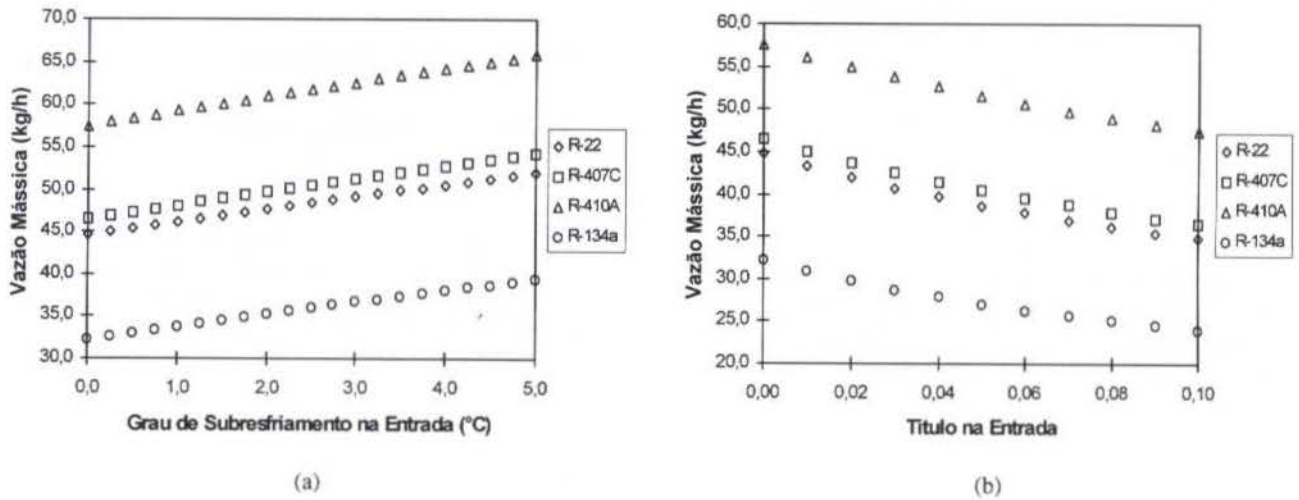


Figura 2. Vazão mássica em função do (a) grau de subresfriamento e (b) do título na entrada do tubo capilar para os diversos fluidos

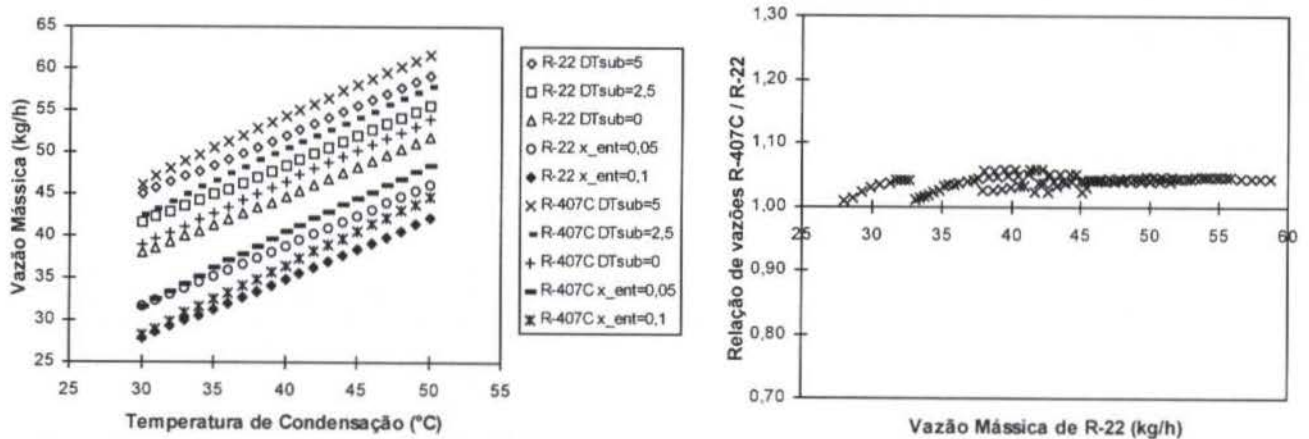


Figura 3. Comparação entre as vazões mássicas de R-22 e R-407C em função das condições de entrada do tubo capilar

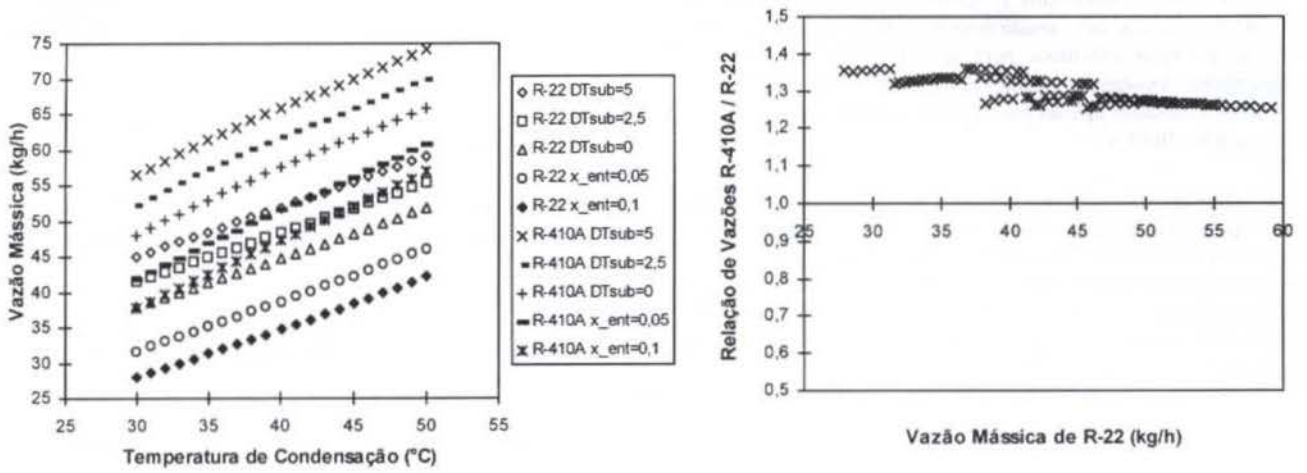


Figura 4. Comparação entre as vazões mássicas de R-22 e R-410A em função das condições de entrada do tubo capilar

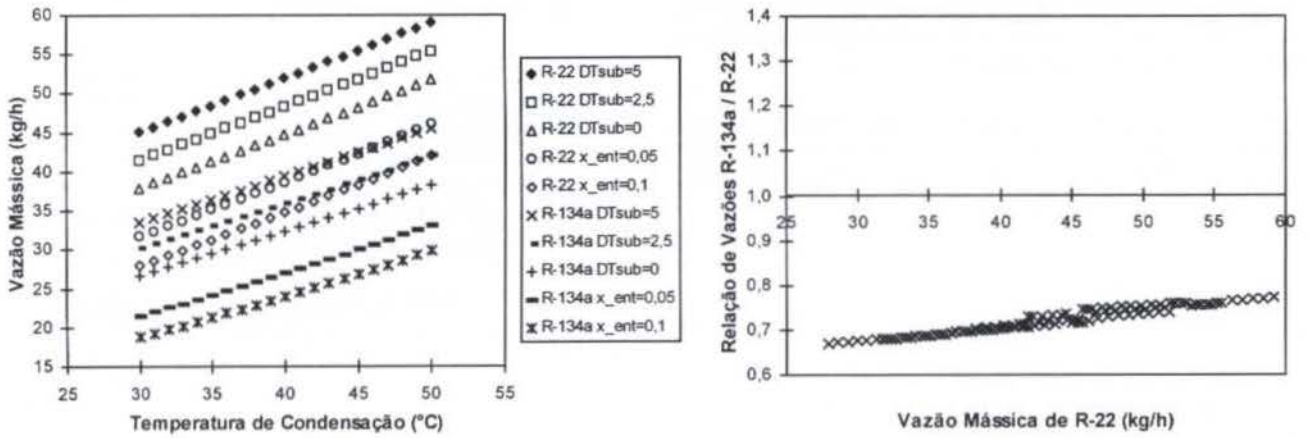


Figura 5. Comparação entre as vazões mássicas de R-22 e R-134a em função das condições de entrada do tubo capilar

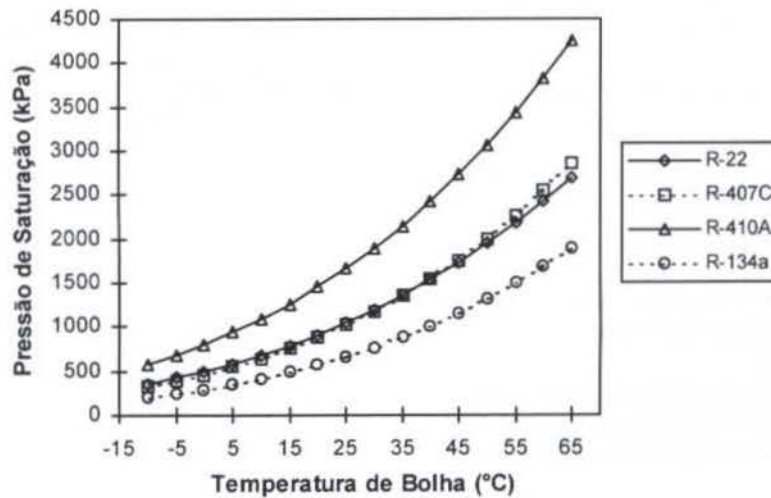


Figura 6. Pressão de Saturação em função da Temperatura de Bolha para os diversos fluidos

A partir destes resultados é razoável considerar, em termos das vazões mássicas que passam através do tubo capilar, que o R-407C é um bom substituto para ser utilizado no retrofit de equipamentos existentes, enquanto que o R-410A e o R-134a devem ser utilizados apenas para novos equipamentos reprojatados para estes fluidos.

É importante destacar que apenas a vazão mássica está sendo considerada nesta análise. Existe uma série de outros aspectos que devem ser levados em conta na seleção de um fluido para retrofit ou para novos equipamentos, porém os resultados aqui obtidos estão de acordo com a literatura, que indica o R-407C para retrofit e para novos equipamentos, e o R-410A e o R-134a apenas para novos equipamentos.

CONCLUSÃO

Este artigo apresenta os primeiros resultados de um projeto de pesquisa em desenvolvimento na Universidade de São Paulo com relação ao escoamento de misturas de fluidos refrigerantes através de tubos capilares. O próximo passo neste trabalho é a realização de levantamentos experimentais do escoamento de misturas não azeotrópicas através de tubos capilares a fim de validar o modelo de simulação e os resultados numéricos obtidos e brevemente descritos neste trabalho.

Os resultados obtidos até o momento estão de acordo com a literatura, que indica o R-407C para utilização em retrofit de equipamentos existente e para novos e equipamentos, e o R-410A e o R-134a apenas para utilização em novos equipamentos.

AGRADECIMENTO

Os autores gostariam de agradecer à FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) pelo apoio financeiro para este projeto.

REFERÊNCIAS

- , 1998, "Equipment Available for Ozone-Safe Refrigerants. First Update - January 1998". *Bulletin of the International Institute of Refrigeration*, vol. LXXVIII n°. 2.
- , 1997, *EES Engineering Equation Solver Software User's Guide*, F-Chart Software.
- , 1996, *NIST Thermodynamic Properties of Refrigerants and Refrigerant Mixtures Database (REFPROP) - Version 5.0 - User Guide*, U.S. Dept. of Commerce, Gaithersburg.
- Collier, J. G.; Thome, J. R., 1996, *Convective Boiling and Condensation*. 3rd ed. Oxford Science Publication.
- Dirik, E. et al., 1994, "Numerical and Experimental Studies on Adiabatic and Non Adiabatic Capillary Tubes with HFC-134a", *1994 Int. Refrigeration Conf. Purdue*, West Lafayette.
- Escanes, F. et al., 1995, "Numerical Simulation of Capillary Tube Expansion Devices", *Int. J. Refrigeration*, vol. 18 n°. 12, p. 113-122.
- Idelcik, I. E., 1960, *Memento des Pertes de Charge*, Eyrolles Editeurs, Paris.
- Kakaç, S.; Shah, R.K.; Aung, W., 1987, *Handbook of Single-phase Convective Heat Transfer*. John Wiley & Sons, New York
- Kuehl, S. J.; Goldschmidt, V. W., 1990, "Steady Flows of R-22 Through Capillary Tubes: Test Data". *ASHRAE Trans.*, vol. 96, pp. 743-747.
- Paiva, M. A. S., Fiorelli, F. A. S.; Peixoto, R. A.; Vodianitskaia, P., Hernandez, A. N., Silveira, O. M., 1995, "Experimental and Numerical Study of the Flow Through Non Adiabatic Capillary Tubes with Lateral and Concentric Capillary Tube-Suction Line Heat Exchanger Configuration", *19th Int. Congr. Refrigeration*, The Hague.
- Pate, M. B., 1982, "A Theoretical and Experimental Analysis of Capillary Tube-Suction Line Heat Exchangers". Ph.D. Thesis, Purdue University, West Lafayette.
- Peixoto, R. A., 1995, "Experimental Analysis and Numerical Simulation of Capillary Tube-Suction Line Heat Exchangers Using Refrigerant HFC-134a", *19th Int. Congr. Refrigeration*, The Hague.
- Whalley, P. B., 1996, *Two-Phase Flow and Heat Transfer*. Oxford Science Publications, Oxford.
- Whitesel, H. A., 1957, "Capillary Two-phase Flow - part II". *Refrig. Eng.*, vol. 65 n°. 9, pp. 35-40.

ABSTRACT

This paper presents a numerical study on the performance of capillary tubes with HCFC 22 and some alternatives considered for its replacement, namely R-410A, R-407C and HFC 134a. It is compared the mass flow rate as function of inlet conditions (condensing temperature, subcooling degree or inlet quality) for a given geometry. Taking R-22 as reference, numerical results show that R-407C mass flow rates are slightly higher (about 5%), R-410A presents about 30% higher mass flow rates and HFC 134a presents nearly 30% lower mass flow rates. These results are connected with different saturation pressures of each fluid.

COMPARATIVE ANALYSIS OF REFRIGERANT MASS FLOW RATE MEASUREMENTS USING VENTURI FLOWMETERS AT LIQUID AND VAPOUR PHASES.

De LIMA, L.C*, HERNANDEZ, O. & PIMENTA, J.

Department of Mechanical Engineering
Federal University of Uberlândia

*UNIT – Centro Universitário de Triangulo
38400-089 Uberlândia BRAZIL

SUMMARY

The use of venturis meters for the measurement of refrigerant mass flow rate at liquid and vapour phases is presented. Details of construction, calibration and utilisation of the venturi meters are also shown. The measurements of refrigerant mass flow rate using venturis meters were compared with mass flow rate determined by energy balances at condenser and evaporator of a refrigerant system. Preliminary results confirmed the feasibility of the proposal.

INTRODUCTION

Refrigerant mass flow rate can be obtained by direct measurement or by means of energy balance in components of refrigeration and air-conditioning systems. The precision of determining the refrigerant mass flow rate in components such as evaporator, condenser and compressor, is dependent upon the precision which are measured inlet and outlet temperatures and pressures, and the maintenance of certain thermodynamic conditions for the refrigerant and the fluid which exchanges heat with the refrigerant. If this method is still the most accurate on one hand, it is the most time consuming method on the other hand. The direct measurement of refrigerant mass flow rate can be processed using commercial instruments from which as say Abdul-Razzak et al. (1995) the mean flow velocity is determined and the flow density is determined from state parameters, i.e., temperature and pressure. A flow rate instrument usually measures the mean fluid velocity either directly or by measuring the fluid dynamic head or momentum flux. For the direct measurement of refrigerant mass flow rate, there are a series of differential pressure instruments available commercially, such as orifice, venturi, and nozzle meters, and others such as rotameters, turbine flowmeters, Coriolis effect flow meters, etc. Among the differential pressure instruments, venturi meters induce the lowest pressure loss relative to the other differential pressure instruments. If on one hand lower pressure loss is a positive behaviour, on the other hand, the measurement of differential pressure at a range of 5-100 mbar with good accuracy and robust manometers until recently was not easy and, if possible, instruments were expensive. Fortunately, in these days, it is possible to find circuit integrated differential pressure transducers for measurement in that range, accurate and cheap.

Although venturi meters are extensively used for measurements of mass flow rate of many fluids, including refrigerants, most of the studies in the literature are for large diameter tubes. There are few studies of venturi for relatively low and intermediate mass fluxes in small diameter tubes that are specially found in the refrigerant and air-conditioning systems.

In practice, the mass flow rate seems readily determined by using venturi meters, however it is not so simple. There is a series of occurrences and experimental conditions which can effectively mask such measurements. For example, the presence of

refrigeration oil inside the throat of the venturi meter creates a layer, which will change its discharge coefficient. The non homogenous phase velocity, the presence of droplets causing two phase flows also contributes to the inaccuracy of a venturi meter.

Based on the above-mentioned reasons, there were constructed and calibrated two small diameter venturi meters. They were installed in the high and low pressure lines of a specially assembled and computer monitored R22 refrigeration system. Energy balance based determinations of refrigerant mass flow rate were compared with direct measurements of such meters. Results confirmed the feasibility and extension of the present proposal.

EXPERIMENTAL SET-UP AND PROCEDURE

Two venturi meters were machined from two solid brass rods with throat diameters of 6.34 and 10.02 mm. They were manufactured following recommendations of Abdul-Razzak et al. (1995), ASME and ISO (ISO, 1980) Standards. Details of construction and dimension of the venturi meters are shown in figure 1.

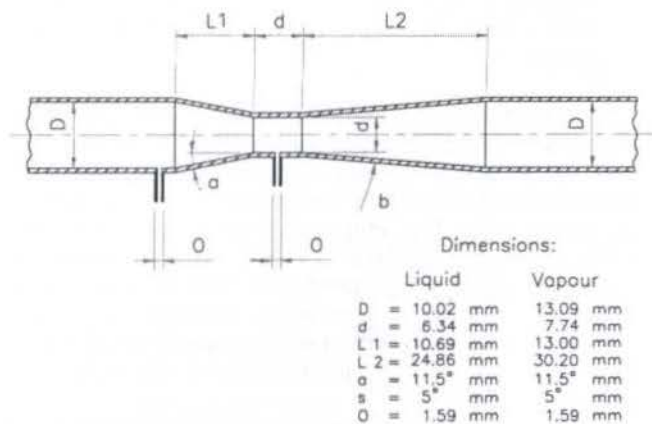


Figure 1- Details of the Venturi meters.

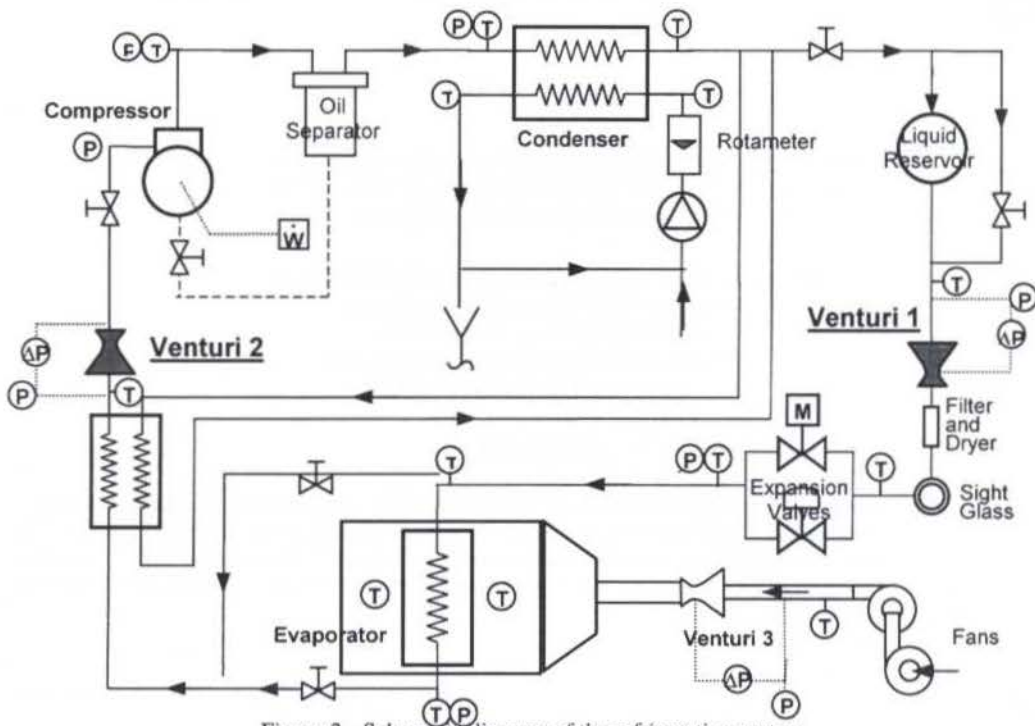


Figure 2 - Schematic diagram of the refrigeration system.

One venturi meter with throat diameter $d = 6.34 \pm 0.01$ mm and diameter $D = 10.02 \pm 0.02$ mm was designed for the measurement of refrigerant mass flow rate in the liquid phase. The other venturi meter with throat diameter $d = 7.74 \pm 0.01$ mm and diameter $D = 13.09 \pm 0.01$ mm was manufactured for the measurement of refrigerant mass flow rate in vapour phase.

Using both an external and an internal micrometer in combination with a profile projector showing a resolution of 0.01 mm, 20 measurements of each diameter (d or D) were taken in various positions in order to verify eccentricity which was less than 1 percent and also in order to have enough data for the statistic treatment.

The venturi meters were calibrated in separate ways as follows :

1. with water flow using a mercury-under-water manometer for measuring venturi's differential pressure and measuring flow rate by direct mass of collected water in a certain period of time;
2. with air flow using a water manometer for measuring venturi's differential pressure and measuring air flow rate by the use of a calibrated and ASME's standard manufactured nozzle.

Figure 2 shows a schematic of the refrigeration test bench charged with CHClF₂ (R22) as the working primary fluid, and water and air as the secondary fluids. At the same figure it is shown the installation of both venturis meters which are dealt in the present study. The refrigeration system has a maximum refrigerating capacity of about 9 kW, and may operates either as a classical vapour refrigeration cycle, with its conventional components (compressor, condenser, expansion valve and evaporator), or without condensation or evaporation following a thermodynamic cycle in the superheated region only as proposed by Duarte et al. (1998).

After the compression process and the passage through the oil separator, the superheated refrigerant flows to a water cooled heat exchanger which may operate as a condenser (standard vapour

compression cycle) or as a desuperheater (superheated cycle). Then it passes through a reservoir and the first venturi meter.

After an expansion process is carried out by the expansion device (a thermostatic or a manually operated expansion valve) the refrigerant may arrive at the evaporator inlet where a liquid-gas flow will occur (standard vapour compression cycle) or simply return to the compressor inlet (superheated cycle).

As a gas, the refrigerant passes through the second venturi meter. A city water circuit powered by a pump is provided for the condenser as shown in figure 2. A rotameter for the control of the water flow rate through a control valve it is also shown. An air circuit powered by two fans is provided for the evaporator. Air consumption is measured by the venturi meter number 3, shown in the figure 2.

Several measurement points of temperature, static pressure, differential pressure, angular rotation and electric power (figure 2) were automated by a RTI-800 AD data acquisition system driven by a 386/66 MHz personal computer running Labtech Notebook and MS Excel softwares, at 10 seconds intervals. The data were recorded and saved on the hard drive of the PC. The installed EES (Engineering Equation Solver) software provided basic mathematical functions and refrigerant thermophysical properties.

For all temperature measurements in the refrigeration system it was used conventional type T thermocouples with compensation of the cold junction by an ice-bath. Each thermocouple was installed into a "glove-finger" arrangement inserted in the lines on the measurement spot. Overall accuracy of temperature measurements is ± 0.1 °C.

For the measurement of static pressure, there were used piezoresistive pressure transducers with accuracy of ± 0.25 % of full scale. The assembling of pressure transducers in the test bench was made by screw connections. Two differential pressure transducers of 0.1 PSI and 1.0 PSI range were used to measure the pressure drop on the venturi meters. Accuracy of the differential pressure transducers was ± 0.25 % of full scale, according to the manufacturer catalogue.

Air flow rate in the evaporator was measured by a venturi whose differential pressure was monitored by an U water manometer backed by a millimetric scale (± 0.5 mm).

ENERGY BALANCES

We can consider an application of the first law of thermodynamics in order to carry out an energy balance for selected control volumes in the test bench, and obtain estimations for the refrigerant flow rate. For an open system with multiple "n" inlets and outlet streams, we can write :

$$\sum_{i=1}^n \dot{Q}_i + \sum_{i=1}^n \dot{m}_{i,su} \left(h_{su,i} + \frac{V_{su,i}^2}{2} + Z_{su} g \right) + \sum_{i=1}^n \dot{W}_i = \frac{dU}{d\tau} + \sum_{i=1}^n \dot{m}_{i,ex} \left(h_{ex,i} + \frac{V_{ex,i}^2}{2} + Z_{ex} g \right) \quad (1)$$

which, for practical purposes may be simplified by :

- neglecting both the kinetic and potential changes;
- considering a steady flow condition for the control volume, and;
- the assumption of a quasi steady state regime, i.e., $dU/d\tau = 0$.

Therefore, a simplified representation of equation (1) can be written as :

$$\sum_{i=1}^n \dot{Q}_i + \sum_{i=1}^n (\dot{m} \Delta h)_i + \sum_{i=1}^n \dot{W}_i = \frac{dU}{d\tau} \quad (2)$$

Application of energy balance equation (2) was made by defining appropriate control volumes for condenser (desuperheater), evaporator and compressor, and neglecting the presence of the lubricant mixed with the refrigerant.

For both condenser and evaporator, the heat losses to surroundings can be neglected, because good thermal insulation was provided.

For the condenser (desuperheater - figure 3), two control volumes were considered : control volume A, considers only the heat exchanger, while control volume B, includes all the water network. For both control volumes follow :

$$\dot{H}_{ref,su} + \dot{H}_{ref,ex} = \dot{H}_{w,ex} + \dot{H}_{w,su} \quad (3)$$

with the water total enthalpies being defined accordingly the control volume considered. For control volume A, we have :

$$\dot{H}_{w,ex} + \dot{H}_{w,su} = \dot{m}_w c_{p,w} (T_{w,ex} - T_{w,su}) \quad (4)$$

so that,

$$\dot{m}_{ref,cd} = \frac{\dot{m}_w c_{p,w} (T_{w,ex} - T_{w,su})}{(h_{su,cd} - h_{ex,cd})} \quad (5)$$

while for control volume B :

$$\dot{H}_{w,ex} + \dot{H}_{w,su} = \dot{m}_{w,ext} c_{p,w} (T_{w,ex} - T_{w,su})_{ext} \quad (6)$$

then,

$$\dot{m}_{ref,cd} = \frac{\dot{m}_{w,ext} c_{p,w} (T_{w,ex} - T_{w,su})_{ext}}{(h_{su,cd} - h_{ex,cd})} \quad (7)$$

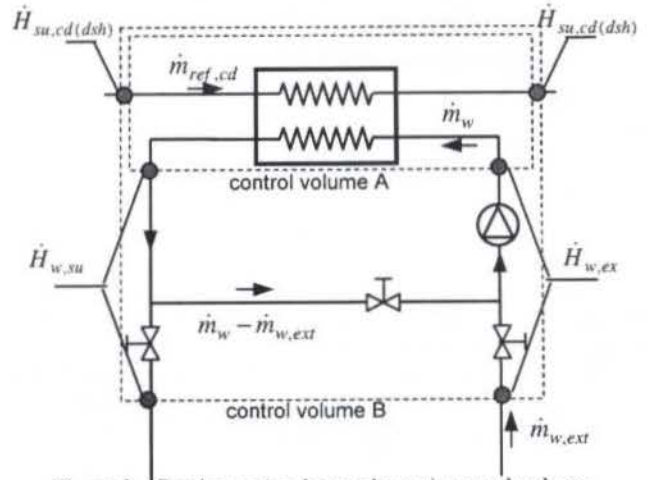


Figure 3 - Condenser (or desuperheater) control volume.

For the evaporator (figure 4) we have :

$$\dot{H}_{ref,ex} + \dot{H}_{ref,su} = \dot{H}_{air,ex} + \dot{H}_{air,su} \quad (8)$$

$$\dot{m}_{ref} (h_{su,ev} - h_{ex,ev}) = \dot{m}_{air} c_{p,air} (T_{air,ex} - T_{air,su}) \quad (9)$$

$$\dot{m}_{ref,ev} = \frac{\dot{m}_{air} c_{p,air} (T_{air,ex} - T_{air,su})}{(h_{su,cd} - h_{ex,cd})} \quad (10)$$

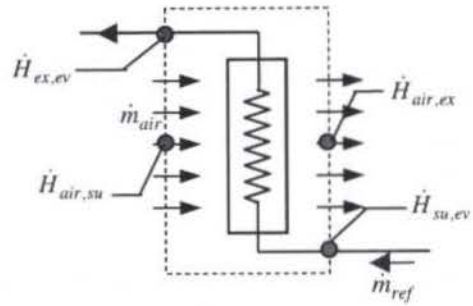


Figure 4 - Evaporator control volume.

For the compressor control volume (figure 5) we have :

$$\dot{H}_{ex,cp} + \dot{Q}_{amb,cp} = \dot{H}_{su,cp} + \dot{W}_{cp} \quad (11)$$

$$\dot{m}_{ref,ev} = \frac{\dot{W}_{cp} - \dot{Q}_{amb,cp}}{(h_{ex,cp} - h_{su,cp})} \quad (12)$$

with the compressor heat losses to surroundings being calculated by means of :

$$\dot{Q}_{amb,cp} = UA_{amb,cp} (T_{surf,cp} - T_{amb}) \quad (13)$$

where the overall heat transfer coefficient was obtained from classical free-convection empirical correlations, and the compressor shell assumed as an isothermal surface at a temperature equal to the refrigerant exhaust temperature.

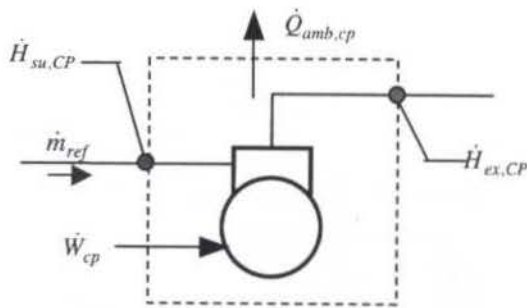


Figure 5 – Compressor control volume.

In the energy balance equations above, the specific enthalpies are calculated by state equations for the R22 refrigerant, as a function of the temperature and pressure measurements.

Then, from equations (3) to (13), we obtain estimations for the refrigerant mass flow rate, by simply introducing the experimental steady state measurements.

ANALYSIS AND DISCUSSION OF THE RESULTS.

Venturi Calibration Results. The discharge coefficients of each venturi meter were calculated through the expression :

$$\dot{m} = Cd \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2}{1-\beta^4}} \sqrt{\rho \Delta p} \quad (14)$$

where $\beta = d/D$, d is the throat diameter, \dot{m} is the mass flow rate, ρ is the fluid density, and Cd is the discharge coefficient

The overall discharge coefficient obtained in the calibration of both venturi meters are shown in figure 6 as a function of the Reynold's number based on the throat diameter of each venturi.

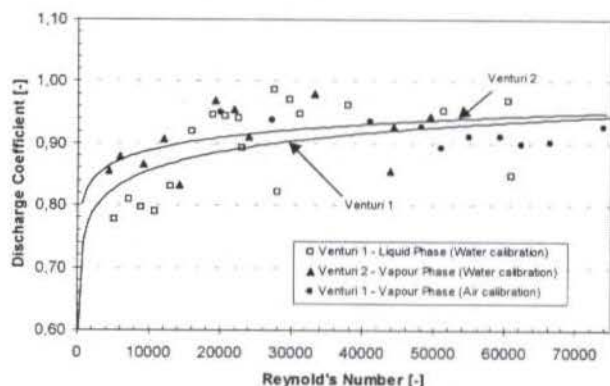


Figure 6 - Results from the calibration of the venturis.

For the considered range of Reynold's number (5E4 to 1.5E5), the average calculated discharge coefficient of both venturi meters was 0.92 ± 0.02 .

Refrigerant Flow Rate Results. The refrigerant mass flow rates obtained from the venturis and from the energy balances for the different tests are now presented. Two data sets are here considered.

Data set one (standard vapour compression cycle) was obtained running the test bench with both condensation and

evaporation, with venturi 1 installed in the liquid line after the condenser and venturi 2 installed in the compressor suction line.

Data set two (superheated cycle) was obtained running the test bench according a superheated cycle, with both venturis 1 and 2 submitted to a superheated gas.

Preliminary tests were carried out for data set one using an open type reciprocating compressor. The main goal of these tests was to evaluate the influence of the control parameters on the adjust of operating conditions.

After some modifications in the test bench, new experiments were carried out with a hermetic compressor, for data set two.

Data Set One – Conventional Cycle. The refrigerant flow rate obtained from the venturis and from the energy balances for the different tests are presented at table 1 and figure 7.

Table 1 - General results from the experimental tests.

	Tsu,cp [°C]	Tcd [°C]	Tev [°C]	Vent 1 [kg/s] *10 ⁻³	Vent 2 [kg/s] *10 ⁻³	Mref,cd [kg/s] *10 ⁻³	Mref,ev [kg/s] *10 ⁻³
1	32.5	38.8	-12.1	6,61	8,68	6,84	7,38
2	34.1	42.9	-6.6	6,61	7,96	7,03	7,17
3	39.5	43.1	-9.4	7,01	8,31	7,65	6,52
4	35.1	42.4	-6.4	6,69	7,95	7,78	6,39
5	35.1	41.3	-7.4	7,17	8,65	8,34	5,37
6	34.9	35.4	-13.4	8,60	7,83	2,22	8,51
7	34.3	38.3	-13.2	6,57	8,16	2,86	8,24
8	33.0	33.3	-13.4	8,77	7,49	3,86	8,14
9	33.4	33.4	-13.3	9,00	7,67	3,80	8,18

A comparison among the four estimations available can be made with respect to the agreement between them. First comparing the measures given by the venturi meters, we verify that they agree by $\pm 17\%$ in average. For the first five tests, indication from venturi 2 is always greater than from venturi 1, while for the last 4 tests there is some tendency to the contrary.

The condenser energy balance results for the four last experiments are quite low with respect to the other values. This can be related with the occurrence of a very low subcooling degree at condenser outlet.

The main aspect concerning the evaporator energy balance is related with the accuracy of the air temperature measurement at evaporator outlet, which was taken from a single signal from a grid composed by four thermocouples in a series circuit. The measure obtained in this way could be inaccurate due to the non-uniform mass flow rate and temperature distribution at the evaporator outlet.

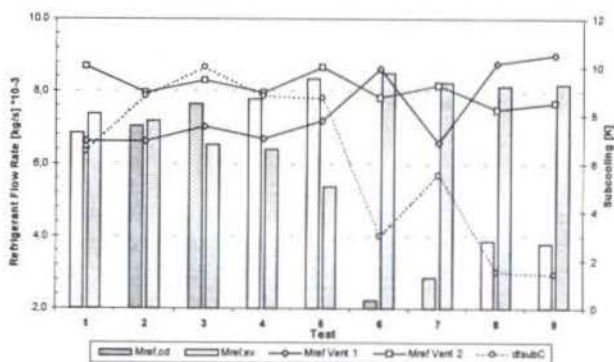


Figure 7 - Refrigerant flow rate measurements (Data Set 1).

The overall accuracy of the refrigerant flow rate obtained in this way, must be considered as subjected to some uncertainty due to the implicit accuracy limits of the individual measurements.

Another aspect is related with the thermodynamic state of the refrigerant in the control volume boundaries. While the superheated condition of the refrigerant at condenser inlet and evaporator outlet may allow to calculate specific enthalpies quite accurately, the same is not true at condenser exhaust. At this point, a small subcooling can not assure that all refrigerant has been condensed. Then, some error may be introduced.

Data Set Two – Superheated Cycle. For this data set, the refrigerant flow rate in the system was obtained by the following ways : (a) using the venturis at low and high pressure circuits; (b) from compressor and desuperheater energy balances; (c) simulated values from the compressor model, and (d) theoretical relationship to pressure drops in the low pressure circuit.

The pressure drop in the low pressure circuit was calculated from the pressure measurements at expansion device outlet and compressor supply, which was then correlated with the different estimations for the refrigerant flow rate (figure 8). A confrontation among the different refrigerant flow rate estimations is then possible.

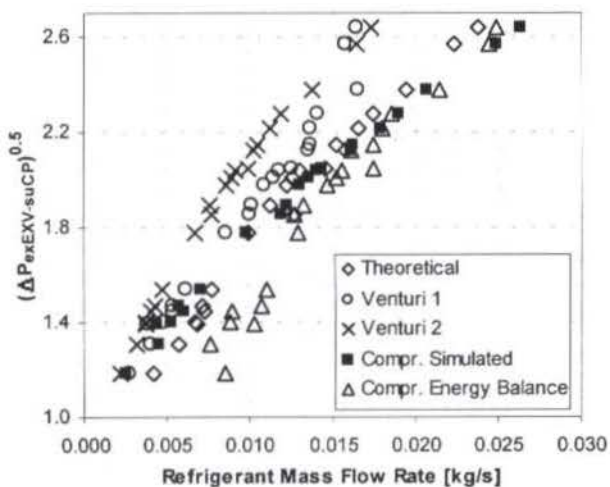


Figure 8 – Relationship between pressure drop in the low pressure circuit and the different estimations found for the refrigerant mass flow rate.

We can first remark that, for a refrigerant flow rate above 0.012 kg/s, there is a reasonable agreement between the flow rate estimations from compressor energy balance, theoretical calculation and compressor simulation.

The venturis used were constructed and previously calibrated [Hernandez et al., 1998], being tested in the same test bench which was at that time operated with complete condensation and evaporation.. Energy balance based determinations of refrigerant mass flow rate were compared with direct measurements of such meters. Results confirmed the feasibility and extension of their use.

Results shown for venturi 2 are quite smooth. However, the difference between the flow rate measured with venturi 2 and the other ones increase with the refrigerant flow rate. Since there is a good agreement among the other flow rate estimations, we may expect that venturi 2 is introducing some error which leads to an underestimation of the flow rate. This may be caused by the accuracy of differential pressure measurement and the venturi law defined from calibration, for instance.

In the case of venturi 1, we remark that, for flow rates below 0.012 kg/s, there is a good agreement with the other estimations (compressor energy balance and simulation, and theoretical). The error between venturi 1 and the other estimations increase

considerably above 0.012 kg/s because this corresponds to a differential pressure higher than the full scale limits of the transducer used.

CONCLUSIONS

The construction, calibration and use of two venturi meters for the measurement of the refrigerant mass flow rate in a laboratory refrigerating system is a difficult task. The venturi meters were used both at liquid and vapour phase, allowing to obtain indirect measurements for the refrigerant flow rate from the measures of temperature and pressure difference.

The results of this experimental investigation, on the use of venturi meters for the refrigerant flow rate measurement allow to conclude that :

- Venturi meters represents a valid option for the measurement of the refrigerant mass flow rate in refrigerating systems, provided that we take care with their construction, calibration, installation and measurement of inlet temperature and pressure drop;
- Droplet occurrence at condenser and evaporator outlet, may affect the results of the energy balances of these components. In the present study, the superheating degrees observed for the refrigerant leaving the evaporator were quite high, so we may assume complete evaporation. However, for the condenser, certain tests show a subcooling degree so small as 1.5 K, which corresponds to a state so close the saturated liquid line that the presence of bubbles of vapour may still be present and cause errors as observed in the condenser energy balance.
- One aspect which plays a quite important role both in the energy balance calculation and in the venturi meters measurement is related with the influence of the lubricant mixed with the refrigerant. The presence of oil may cause some error in the calculation of thermodynamic properties of the refrigerant, as well as, it may change the geometric characteristics of the venturi meters.

For next experiments, we intend to investigate the influence of the oil re-circulation in the venturis measurements. In such case, the mass flow rate determined through the energy balances in the condenser or evaporator can be put in terms of pressure drop Δp across the venturi meter and corresponding oil-refrigerant mixture density ρ_{mixt} , as follows,

$$\dot{m} = K \sqrt{\rho_{mixt} \Delta p} \quad (15)$$

being K a correlation coefficient.

Considering a homogeneous mixture where the velocity of the oil and refrigerant are the same, the mixture density is defined by,

$$\rho_{mixt} = \left(\frac{x}{\rho_{oil}} + \frac{1-x}{\rho_{refrig}} \right)^{-1} \quad (16)$$

with x representing the oil percentage.

When equation (16) is introduced into equation (15), the oil percentage will be given by,

$$\frac{x}{\rho_{oil}} + \frac{1-x}{\rho_{refrig}} = \Delta P \left(\frac{K}{\dot{m}} \right)^2 \quad (17)$$

Application of such an approach will require a quite accurate result from the energy balances.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thanks to CNPq and FAPEMIG – The Minas Gerais State Foundation for Research Support, which has provided the financial support to this work. The dedication and enthusiastic participation of Dr. Kátia Lopes Silva, in the preparation phase of this project is also acknowledged.

REFERENCES

Abdul-Razzak, A., Shoukri, M. & Chang, J-S, 1995, "Measurement of Two-phase Refrigerant Liquid-vapour Mass Flow Rate – Part I : Venturi and Void Fraction Meters", ASHRAE Transactions, vol. 101, Part 2, pp. 1 – 11 (sd-95-17-1).

Duarte, J.A., Hernandez, O., Manzi, D., Oliveira, O. & Pimenta, J., 1998, "Semi-Empirical Modelling and Simulation of a Cycle for Refrigeration Compressors Testing In Superheated Region Only", International Refrigeration Conference at Purdue, Purdue University, USA.

F-Chart Software Inc., 1997, EES – "Engineering Equation Solver, Reference Manual (Version 3.28D)", Madison - USA.

Hernandez, O., De Lima, L., Pimenta, J., 1998, "Measurements of Refrigerant Mass Flow Rate Using Venturi Flowmeters at Liquid and Vapour Phases.", Proc. of the V CEM NNE, Fortaleza, Brazil (to appear).

ISO, 1980, "International Standard ISO-5167 : Measurements of Fluid Flow by Means of Orifice, Nozzles and Venturi Tubes Inserted in a Circular Cross-Section Conduits Running Full", 1st edition, Switzerland.

PROJETO DE UM SISTEMA FRIGORÍFICO DESENVOLVIDO POR SIMULAÇÃO E TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO

Sidnei J. Oliveira; Antonio M. Santos
Departamento de Engenharia Mecânica
Escola de Engenharia de São Carlos - USP
13560-250 - São Carlos - SP - Brasil

SUMÁRIO

O objetivo principal deste trabalho é demonstrar a utilidade das técnicas de simulação numérica e otimização no desenvolvimento de projetos de sistemas frigoríficos. Neste caso em particular o método foi utilizado num projeto específico, buscando com isso revelar seu potencial em termos de aplicação prática. Entretanto, os conceitos básicos da metodologia podem ser extrapolados para sistemas térmicos de uma forma genérica, e até mesmo para outras áreas da engenharia.

INTRODUÇÃO

A busca de sistemas frigoríficos com melhores desempenhos mantendo, ou até mesmo reduzindo, o custo do equipamento é uma meta fundamental para o setor de desenvolvimento de produtos. Ou então a determinação da melhor configuração, em termos de componentes, para um equipamento submetido a determinadas condições de funcionamento tendo em vista certa função. Sob a luz da técnica da tentativa e erro tais tarefas tornam-se inviáveis no que se refere à agilidade e economia, principalmente em se tratando de projetos de equipamentos sem similares.

No presente trabalho buscamos propor uma metodologia para tais tipos de problema com base em métodos computacionais aliados a resultados experimentais. O método apresentado pode ser dividido em duas partes básicas: a Simulação e a Otimização.

Na primeira delas busca-se obter os modelos matemáticos dos componentes que compõem o sistema em questão. Tais modelos se traduzem em funções matemáticas que são utilizadas na composição de um sistema de equações, que quando resolvido determina o ponto de funcionamento do sistema em regime permanente. Uma vez obtidos os resultados simulados é necessário compara-los com dados experimentais no intuito de validar os modelos propostos com base em margens de erro aceitáveis, como pode ser observado em Oliveira (1996). Depois de validado, o modelo pode ser considerado para o uso na etapa de otimização.

É importante lembrar que quando nos referimos à componentes de um sistema frigorífico estamos falando basicamente de condensador, evaporador, compressor, elemento de expansão e válvulas de controle. E cada componente pode assumir diversos tipos em função da sua característica construtiva, como por exemplo o condensador, que pode ser do tipo tubo carcaça, tubo dentro de tubo, tubo aletado e etc. O tipo do componente define algumas peculiaridades quanto ao seu modelo matemático tornando-o distinto. Considerando um

mesmo tipo o modelo passa a depender basicamente das dimensões do componente.

Em termos conceituais a simulação procura representar a realidade, ou seja, gerar resultados que se aproximem dos obtidos experimentalmente com o mínimo de erro. A simulação deve obter resultados aceitáveis independentemente da configuração do sistema e das condições externas a que ele estiver submetido. Portanto, de uma forma geral, a simulação determina o comportamento de um equipamento previamente estabelecido.

A determinação da configuração de um sistema térmico, ou seja, quais os componentes seus tamanhos e tipos mais adequados para determinada aplicação, é a meta básica da otimização. A busca de pontos de ótimo para determinados parâmetros com base na variação de tamanhos e tipos de componentes, consiste em linhas gerais, a estratégia desta técnica. Os resultados obtidos através da simulação fazem parte de um passo inicial para que a otimização possa ser aplicada.

Munidos das técnicas aqui apresentadas projetamos um equipamento buscando o ponto de ótimo para alguns aspectos de interesse. Desta forma pretendemos desenvolver e divulgar uma forma criteriosa e apurada de projetar sistemas frigoríficos, tendo em vista agilidade, economia, versatilidade e qualidade do resultado final.

O PROJETO

O equipamento a ser projetado deve ter a função de resfriar uma mistura líquida a partir dos 40 °C até 4 °C, mantendo-a neste patamar. Esta mistura, usada no setor alimentício, é mantida num recipiente cilíndrico em torno do qual uma tubulação de cobre é externamente soldada, constituindo assim o evaporador do sistema. O circuito será um circuito básico no qual circulará R-22 e onde apenas o evaporador terá uma configuração específica, pois os demais componentes são peças de prateleira. O projeto deverá se preocupar com um problema comum neste tipo de equipamento que é a formação de gelo na parede do recipiente do lado da mistura. Portanto, é de interesse que a superfície do

recipiente assumam temperaturas que evitem este fenômeno, entretanto, quando a mistura aproxima-se dos 4°C o problema se torna crítico. Este pode ser um inconveniente bastante prejudicial ao equipamento, uma vez que esta camada de gelo pode proporcionar uma considerável resistência térmica que impede a troca de calor entre o líquido e o refrigerante. Isto se traduz numa redução da capacidade de refrigeração do equipamento, cada vez mais drástica em função da espessura da camada formada. Portanto é de grande interesse que o equipamento possua uma configuração que permita que esta temperatura seja a mais alta possível. É interessante também verificar se a configuração do equipamento que soluciona este problema, não causa algum prejuízo quanto a capacidade de refrigeração.

Levando em conta as considerações acima, podemos definir que o processo de otimização deverá buscar o ponto ótimo em relação à dois parâmetros de interesse, que são a temperatura na superfície da parede do recipiente e a capacidade de refrigeração do sistema. Chamaremos estes dois parâmetros a serem otimizados de variáveis resposta.

Para que o ponto de ótimo possa ser encontrado é necessário que pelo menos um parâmetro seja livremente modificado, definindo assim um grau de liberdade. Decidiu-se então por submeter o evaporador a variações em relação a dois graus de liberdade, que são, o diâmetro da tubulação a ser soldada externamente ao recipiente e o número de circuitos em que ela será dividida, definindo assim duas variáveis que chamaremos de variáveis livres.

Portanto, de um modo geral, o projeto revelará qual o diâmetro da tubulação e quantos circuitos o evaporador deverá ter para que a temperatura da parede do recipiente seja a maior possível assim como a capacidade de refrigeração do sistema.

PROGRAMA DE SIMULAÇÃO

A simulação é feita numericamente através de um programa de computador que determina o ponto de funcionamento do equipamento em regime permanente. O regime permanente ideal não é efetivamente conseguido na prática, mas apesar disso podemos chegar bastante próximos dele a ponto de o considerarmos praticamente satisfeito.

Como já citado o equipamento deve ter a função de resfriar uma mistura líquida de 40°C a 4°C, o que configura um situação notoriamente transitória. Para a execução das simulações consideramos o equipamento funcionando em regime permanente com a temperatura da mistura a 4°C, pois é justamente aí onde o problema da formação da camada de gelo é crítico. Desta forma pudemos avaliar a capacidade de refrigeração que o equipamento proporciona, assim como a temperatura da superfície da parede.

Os parâmetros externos são dados de grande importância a serem considerados pelo processo de simulação por influenciarem significativamente o funcionamento da máquina. Eles são fatores alheios ao sistema que impõem condições de funcionamento ao equipamento. Neste trabalho o condensador é resfriado à água, e a vazão e temperatura de entrada deste fluido são considerados parâmetros externos. Seus valores foram fixados para todos os casos simulados, de modo que a temperatura de entrada da água foi mantida igual a 25°C e a

vazão a 0,5 kg/s. É importante salientar que em função da variação destes parâmetros a melhor configuração do equipamento para o problema em questão pode mudar, entretanto, este aspecto não foi abordado aqui.

O fato das simulações serem em regime permanente faz com que os modelos matemáticos resultem em equação algébricas normalmente não lineares. Estas equações, definidas pelos componentes e por relações termodinâmicas, compõem um sistema de equações do referido tipo. O resultado de uma simulação é o conjunto de valores que satisfazem o sistema, ou seja, é a solução do mesmo. Portanto, matematicamente falando, o problema se resume em resolver este sistema para cada situação desejada. Para tanto, um método matemático adequado para este propósito, e aqui utilizado, foi o Quasi Newton. Um programa de computador foi especialmente elaborado para este fim, permitindo uma maleabilidade quanto a modificações de parâmetros e modelos. As propriedades termo físicas de todos os fluidos envolvidos são providas pelo programa.

Fazendo uma relação das equações e incógnitas envolvidas no sistema de equações, temos,

Equações,

- 1 - Evaporador (capacidade de evaporação),
- 2 - Compressor,
- 3 - Condensador (capacidade de condensação),
- 4 - Nível de superaquecimento,
- 5 - Elemento de expansão (expansão isoentálpica),
- 6 - Variação de entalpia no evaporador,
- 7 - Variação de entalpia no condensador,
- 8 - Compressão isoentrópica,

Incógnitas,

- 1 - Vazão mássica de refrigerante,
- 2 - Título na entrada do evaporador,
- 3 - Temperatura de evaporação,
- 4 - Capacidade de refrigeração,
- 5 - Pressão de condensação,
- 6 - Temperatura de sucção,
- 7 - Temperatura de descarga,
- 8 - Capacidade de condensação.

MODELOS MATEMÁTICOS DOS COMPONENTES

Evaporador. O modelo matemático deste componente foi definido com base na Eq. (1) usualmente empregada para trocadores de calor.

$$Q_e = U \cdot A \cdot \Delta T \quad (1)$$

onde,

Q_e = fluxo de calor trocado pelo evaporador [W]

U = coeficiente global de troca de calor [W/(m².°C)]

A = área de troca de calor [m²]

ΔT = diferença entre as temperaturas do líquido resfriado e a de evaporação [°C]

O evaporador, como já citado, é uma tubulação soldada do lado externo de um recipiente que contém o líquido a ser resfriado. Um agitador mecânico estimula a troca de calor entre este líquido e a parede do recipiente, delineando um coeficiente de troca de calor calculado pela correlação proposta por Brooks e Su (1957). Do lado interno da tubulação, onde escoo o refrigerante, a correlação para determinação do coeficiente de troca de calor usada, foi a proposta por Bo Pierre e comentada pelo artigo de Altman et al (1960).

Devido a sua forma construtiva a resistência térmica da parede do recipiente deve ser motivo de um cálculo mais apurado por assumir valores relativamente significativos no cálculo do coeficiente global de troca de calor. A figura 1 representa a analogia feita entre a configuração real do evaporador e um hipotético modelo para efeito de cálculo.

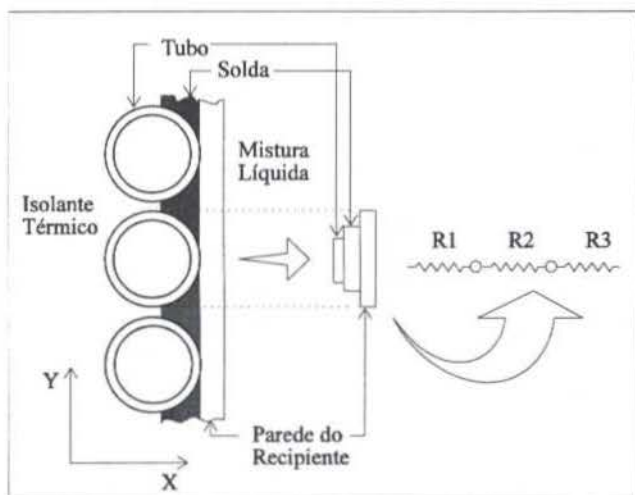


Figura 1 - Resistência térmica da parede do recipiente juntamente com o tubo soldado

Podemos verificar na figura 1 a analogia feita no intuito de simplificar o cálculo da resistência térmica existente ao soldarmos um tubo numa parede. Do lado esquerdo da figura temos uma visão em corte da tubulação soldada à parede do recipiente. Na parte central da figura podemos verificar a nossa proposta de simplificação em termos físicos que atribue uma resistência térmica equivalente. Consideramos para efeito de cálculo, que a parede do tubo, o material da solda mais a parede do recipiente podem ser considerados como três paredes em contato uma após a outra. Do lado direito desta mesma figura temos um desenho esquemático das resistências térmicas R1, R2 e R3 dispostas em série de acordo com o modelo hipotético sugerido. O fluxo de calor na direção Y foi desprezado pela simplificação e somente foi levado em conta o fluxo na direção X, devido a predominância dos altos gradientes de temperatura nesta direção.

Compressor. O modelo matemático empregado para o compressor foi baseado no modelo proposto por Mondot (1991) que lança mão de uma equação empírica (3) para a determinação do coeficiente de compressão politrópica k utilizado na equação do cálculo da vazão mássica (2)

$$m_a = (V_s/q_{suc}) \cdot [1 - \tau (\bar{d}^{1/k} - 1)] \text{rpm}/60 \quad (2)$$

onde

V_s = deslocamento volumétrico [m³]

q_{suc} = volume específico do refrigerante na sucção [m³/kg]

τ = espaço nocivo

\bar{d} = razão entre as pressões absolutas de descarga e sucção

rpm = rotação do compressor [rot/min]

k = coeficiente de compressão politrópica

sendo

$$k = (a + b \cdot T_{suc}) \cdot \bar{d}^{(0,07)} \quad (3)$$

onde

T_{suc} = temperatura de sucção [K]

Os coeficientes "a" e "b" são determinados observando-se o comportamento do compressor quando submetido a duas condições de teste com razões de compressão o mais diferente possível uma da outra. Em cada uma destas condições são conhecidos os valores de T_{suc} , \bar{d} e k (onde k é calculada pela equação 6 aplicada a cada um dos processos de compressão), que ao serem substituídos na expressão 3 definem um sistema de duas equações e duas incógnitas cuja solução revela os valores de "a" e "b". O valor destes coeficientes varia com base no tipo de compressor (hermético, semi hermético ou aberto). Mesmo para o caso de um compressor hermético podem haver variações em função do modelo ou das condições de funcionamento, como convecção forçada ou não sobre o compressor. O compressor aqui modelado e simulado com o sistema foi um modelo hermético fabricado pela Maneurop para aplicações em média pressão de retorno com R-22.

Condensador. O tipo tubo carcaça foi o condensador usado neste trabalho, com refrigerante escoando pelo lado da carcaça e água por dentro dos tubos. A Eq. (4) foi usada na elaboração do modelo matemático deste componente.

$$Q_c = m_a \cdot C_p \cdot (t_c - t_i) \cdot \{1 - \exp[-U \cdot A / (m_a \cdot C_p)]\} \quad (4)$$

onde,

Q_c = fluxo de calor trocado pelo condensador [W]

t_c = temperatura de condensação [°C]

t_i = temperatura de entrada da água no condensador [°C]

C_p = calor específico da água [J/(kg.°C)]

m_a = vazão mássica de água [kg/s]

A = área de troca de calor [m²]

U = coeficiente global de troca de calor [W/(m².°C)]

O coeficiente global de troca de calor foi obtido determinando-se os coeficientes interno e externos de troca de calor. Do lado da carcaça onde escoo o refrigerante o coeficiente de troca de calor foi determinado através da correlação proposta por Nusselt, corrigida por Goto et al (1979) e citada por Stoecker (1985). Em relação ao lado da água, referente a parte interna dos tubos, a correlação adotada para a determinação do coeficiente de

troca de calor foi a de Dittus Boelter. A resistência térmica da parede do tubo foi considerada e determinada com base nas usuais leis da condução (Incropera e Witt, 1990)

Nível de Superaquecimento. O superaquecimento é definido como a diferença entre a temperatura na sucção do compressor e a temperatura de saturação relativa a pressão na sucção.

Elemento de Expansão. O modelo matemático deste componente foi levantado com base nas propriedades termodinâmicas de uma expansão isoentálpica, ou seja, a entalpia é considerada constante ao longo da expansão.

Varição de Entalpia no Evaporador. A variação de entalpia é obtida através da Eq. (5).

$$\Delta h = Q_e / m_a \quad (5)$$

onde,

Δh = variação de entalpia do refrigerante entre a entrada e a saída do evaporador [J/kg]

m_a = vazão mássica de refrigerante [kg/s]

Varição de Entalpia no Condensador. A determinação da variação de entalpia no condensador é feita de forma análoga à do evaporador.

Compressão Politrópica. De acordo com o modelo proposto por Mondot (1991) o processo de compressão foi considerado politrópico, e portanto, segue a Eq. (6)

$$P \cdot v^k = cte \quad (6)$$

onde,

P = pressão [kPa]

v = volume específico [m³/kg]

k = coeficiente de compressão politrópica

OTIMIZAÇÃO

A metodologia que utilizamos para a otimização do projeto teve como base uma ferramenta da Estatística. Mais especificamente a técnica de Planejamento Fatorial onde estabelecem-se níveis de variação para as variáveis livres e verifica-se a repercussão causada nas variáveis resposta. Esta ferramenta nos permite avaliar não apenas os efeitos principais das variáveis livres, mas também os efeitos de interação entre elas. Neste trabalho estamos lidando com apenas duas variáveis livres, mas o método permite que inúmeras sejam manipuladas.

Box (1978) é uma excelente referência na abordagem desta técnica onde conceitos, definições e aplicações podem ser encontrados com uma enorme riqueza de detalhes.

A opção por esta ferramenta residiu na relativa simplicidade com que ela pode inicialmente atacar o problema, permitindo um posterior aprofundamento na medida em que ele se torne necessário.

Fazendo uma relação das variáveis envolvidas neste trabalho, temos,

Variáveis livres,

x_1 = Número de Circuitos

x_2 = Diâmetro da Tubulação [mm]

Variáveis Resposta,

Q_e = Capacidade de Refrigeração do Equipamento [W]

T_s = Temperatura da Superfície da Parede do Recipiente [°C]

Estabelecemos três níveis para as variáveis livres. Os níveis são: inferior (-1), superior (1) e intermediário (0). Podemos verificar na Tabela 1 os três respectivos níveis para cada uma das variáveis livres. O número de circuitos naturalmente só pode assumir valores inteiros. Já o diâmetro da tubulação pode assumir inúmeros valores, entretanto, nos restringimos aos comercialmente disponíveis. Ter alguma experiência com o equipamento envolvido no projeto é muito útil na sugestão dos níveis, pois pode-se chegar mais rapidamente aos resultados finais. Apesar disso quando não há este conhecimento prévio ter-se-á um pouco mais de trabalho estabelecendo sucessivos níveis até chegar ao resultado final.

Tabela 1 - Níveis das variáveis livres.

	Níveis		
	-1	0	1
Número de Circuitos (x_1)	1	2	3
Diâmetro do Tubo [mm] (x_2)	12,7	15,9	19

Definidos os níveis, montamos a Matriz Planejamento que estabelece todas as combinações possíveis entre as variáveis livres. Para cada combinação foi feita uma simulação obtendo-se os respectivos resultados para Q_e e T_s . A Tabela 2 apresenta as nove situações simuladas enumerando cada uma delas.

Tabela 2 - Matriz Planejamento com Resultados

Simulação	x_1	x_2	Q_e	T_s
1	-1	-1	3414	-21
2	0	-1	4396	-8
3	1	-1	4398	-5,5
4	-1	0	4314	-9,8
5	0	0	4324	-4,7
6	1	0	3947	-3,8
7	-1	1	4449	-5,7
8	0	1	3877	-3,8
9	1	1	3445	-3,3

A determinação da sensibilidade de uma variável resposta com relação a uma variável livre é algo muitas vezes desejado

Os efeitos causados pelas variáveis livres sobre as variáveis resposta consiste também num resultado de interesse. Estes efeitos podem ser classificados como efeitos principais ou efeitos de interação. Considerando apenas os níveis superior (1) e inferior (-1) levantamos estes efeitos (apresentados na Tabela 3) para exemplificar os conceitos envolvidos. O efeito principal de um variável livre é a diferença entre as respostas médias nos dois níveis daquela variável. Em outras palavras é a resposta provocada por uma variável livre quando variada isoladamente do seu nível inferior para o superior. Já o efeito de interação entre duas variáveis livres é a metade da diferença entre os efeitos principais de uma delas nos dois níveis da outra. Ou seja, é a comparação dos efeitos principais causados por uma variável em cada um dos níveis da outra variável.

Analisando a Tabela 3 verificamos que os efeitos principais de x_1 e x_2 são praticamente iguais demonstrando que quando variamos isoladamente cada uma destas variáveis ocorre um acréscimo de 4,5 e 4,4 unidades em T_s . Apesar disso o efeito de interação de x_1 e x_2 é de -3,3, o que nos leva a afirmar que x_2 exerce um efeito menor sobre T_s quando x_1 esta em seu nível superior. Ou então que x_1 exerce um efeito maior sobre T_s quando x_2 está em seu nível inferior, denotando que existe um efeito de interação significativo entre x_1 e x_2 .

Quanto a variável resposta Q_e , temos que ela decresce 5 unidades na medida que x_1 passa do nível inferior para o superior, e da mesma forma o efeito principal de x_2 incrementa Q_e em 20,5 unidades. O efeito predominante sobre Q_e é o de interação de x_1 e x_2 promovendo uma redução de 497 pontos.

É importante lembrar que os efeitos aqui discutidos são relativos a uma variação entre o nível mais baixo e o mais alto estabelecidos para as variáveis livres. Tais análises também podem ser feitas com base em outras faixas de variação como entre o nível mais baixo e o intermediário, ou então entre o intermediário e o superior e com isso obter diversas conclusões para faixas intermediárias.

Tabela 3 - Efeitos principais e de interação das variáveis livres sobre as variáveis resposta

	Q_e	T_s
x_1	-5	4,5
x_2	20,5	4,4
$x_1.x_2$	-497	-3,3

Optamos por avaliar graficamente os resultados, uma vez que estamos trabalhando com apenas duas variáveis. Isto permite uma avaliação visual das inter relações e desta forma as conclusões podem ser facilitadas. Quando o problema envolve inúmeras variáveis a análise torna-se um pouco mais elaborada. Para estes casos uma estratégia bastante interessante é a Superfícies de Resposta que permite avaliarmos a influência de uma série de variáveis livres sobre uma variável resposta. Box (1987) faz um abordagem bastante completa sobre este assunto.

Organizando todos os dados levantamos os gráficos a seguir.

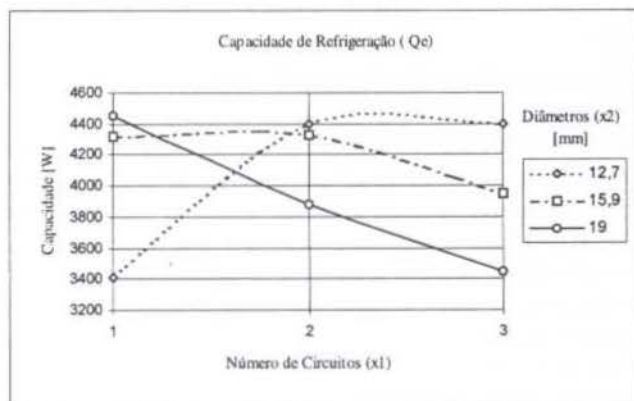


Figura 2 - Capacidade de Refrigeração em função do Número de Circuitos e do Diâmetro da Tubulação

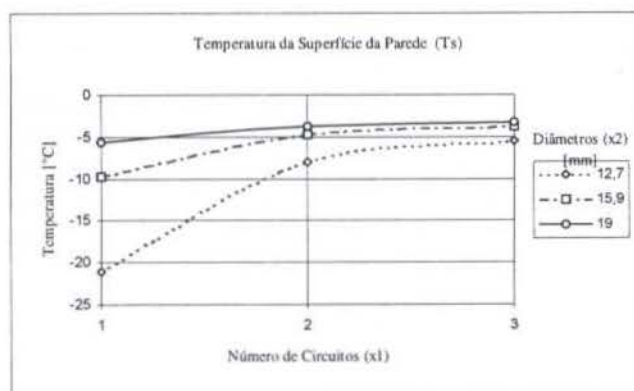


Figura 3 - Temperatura da Superfície da Parede em função do Número de Circuitos e do Diâmetro da Tubulação

Os gráficos acima representam as nove condições simuladas para cada uma das variáveis resposta. Cada uma delas está vinculada a uma configuração determinada pelo diâmetro da tubulação e pelo número de circuitos em que o evaporador foi dividido. Com isso podemos verificar as inter dependências entre as variáveis e identificar a configuração que melhor se adequa aos fins desejados para o equipamento.

A Figura 2 nos mostra como a Capacidade de Refrigeração (Q_e) depende do número de circuitos e do diâmetro da tubulação. Uma nítida redução ocorre na medida em que aumenta-se o número de circuitos considerando apenas o diâmetro maior. Para diâmetros menores a tendência se modifica, de modo que para o menor deles verificamos um ponto de máximo entre 2 e 3 circuitos e a partir daí corre um decréscimo. Para o diâmetro intermediário ocorre uma inicial estabilização seguida de um decréscimo gradual de Q_e .

O gráfico da Figura 3 nos mostra tendências semelhantes para T_s em função das duas variáveis livres. Na medida em que se aumenta o número de circuitos ocorre um aumento de T_s , qualquer que seja o diâmetro. E quanto maior é o diâmetro mais alto é o valor de T_s e menor é a influência do número de circuitos. Ou seja, para o maior diâmetro T_s varia pouco com relação ao número de circuitos e para o menor diâmetro esta variação é bem mais significativa. Notamos, também, que T_s

assume seu valor mais alto quando temos 3 circuitos e um diâmetro de 19 mm. Podemos verificar também que com este mesmo diâmetro e 2 circuitos não há uma mudança significativa em T_s . Portanto, estas duas configurações seriam adequadas para o projeto no que se refere a T_s . Entretanto, ao verificarmos o gráfico da Figura 2, com relação a estas configurações, notamos um valor baixo para Q_e , e portanto, desinteressante. Devemos, então, procurar outra situação que satisfaça da melhor forma possível a ambas as variáveis resposta. No gráfico de Q_e (Figura 2) as configurações mais interessantes são: 2 circuitos e tubo de 12,7 mm, 2 circuitos e tubo de 15,9mm, 3 circuitos com tubo de 12,7 mm e 1 circuito com tubo 19mm. Dentre estas quatro possibilidades, todas satisfatórias com relação à capacidade de refrigeração, selecionamos aquela que alcança a maior valor com relação à temperatura da superfície da parede. Desta forma adotamos a configuração com tubo 15,9 mm e dois circuitos, onde a capacidade de refrigeração é de aproximadamente 4400 W e a temperatura da parede é de -5°C .

Poderíamos levantar também a possibilidade de aumentarmos o número de circuitos para mais de três e com isso aumentar T_s , conforme a tendência do gráfico da Figura 3. Entretanto esta solução prejudicaria Q_e , cuja tendência predominante é decair para um número de circuitos maior que três independentemente do diâmetro.

Finalmente, a configuração que melhor adaptou-se as necessidades impostas pelo projeto foi a de dois circuitos com a tubulação de diâmetro intermediário (15,9mm), que atinge um valor de T_s relativamente alto e também proporciona uma razoável capacidade de refrigeração ao sistema.

CONCLUSÃO

A metodologia aqui apresentada e aplicada representa um uso bastante simplificado do que ela vem a ser. Na medida que o número de variáveis aumenta, a análise exige abordagens um pouco mais elaboradas do que a usada neste trabalho. Ferramentas matemáticas como Steepest Ascent, Ridge Analysis ou Análise Canônica utilizadas na técnica de Superfícies de Resposta tornam-se então necessárias, e com isso demonstram com maior profundidade o potencial do método. Entretanto, os resultados provenientes do desenvolvimento deste trabalho já apresentaram resultados qualitativamente positivos, uma vez que o equipamento em questão encontra-se atualmente em fase de testes. Uma análise quantitativa dos ensaios permitirá uma avaliação completa dos modelos matemáticos aqui empregados, que já revelaram uma coerência no que se refere a tendências. Portanto uma averiguação experimental de cunho quantitativo é de grande valia para o aprimoramento da metodologia de uma forma geral. O uso desta ferramenta tanto a nível acadêmico quanto industrial tem demonstrado sua agilidade, economia e rapidez na elaboração de projetos mostrando-se um excelente recurso para o segmento de desenvolvimento de produtos.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a MDG Indústria e Comércio por incentivar e promover nosso trabalho através da utilização de nossos resultados no desenvolvimento de seus produtos.

REFERÊNCIAS

- Altman M., Norris R. H., Staub F. W., 1960, "Local and Average Heat Transfer and Pressure Drop for Refrigerants Evaporating in Horizontal Tubes", *Journal of Heat Transfer*, pp. 189-198.
- Box G. E. P., Hunter W. G., Hunter J. S., 1978, "Statistics for Experimenters. An Introduction to Design, Data Analysis, and Model Building", John Wiley & Sons.
- Box G. E. P., Draper N. R. 1987, "Empirical Model-Building and Response Surfaces", John Wiley & Sons.
- Brooks, G., Su G. J., 1959, *Chemical Engineering Progress*, 55(10).
- Goto, M., Hotta H. and Tezuka S., 1979, "Film Condensation of Refrigerant Vapors on a Horizontal Tube", *15th International Congress of Refrigeration Venice*, Pap. B1-20.
- Incropera F. P., De Witt D. P., 1990, "Fundamentals of Heat and Mass Transfer", John Wiley & Sons.
- Mondot M., 1991, "Component Based Modeling as a Design Tool for Refrigerant Machines", XVIII International Congress of Refrigeration, Montreal.
- Stoecker, W. F., Jones, J. W., 1985, "Refrigeração e Ar Condicionado", McGraw-Hill.
- Oliveira, S. J., 1996, "Simulação de um Sistema Frigorífico em Regime Permanente", Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, SP.

ABSTRACT

The goal of this work is to show the utility of numerical simulation and optimization techniques on the design of refrigeration systems. The application of this methods in this article was concerned to the design of a specific system. However, the methods can be applied to many types o problems besides thermal ones and, under this point o view, are general.

EFEITO DO NÍVEL DE ESTANCAMENTO DOS SISTEMAS DE CLIMATIZAÇÃO PARA A QUALIDADE DO AR INTERIOR

José Abel Andrade

Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial
 Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
 R. dos Bragas
 4099 Porto Códex
 Portugal

RESUMO

Neste artigo é analisada a influência do efeito de filtragem e do caudal de fugas na envolvente nas características do ar interior pretendendo-se contribuir de algum modo para a melhoria da qualidade do ar interior e sensibilizar os construtores de unidades de climatização para a necessidade de colocarem no mercado equipamento de qualidade reconhecida. As metodologias de ensaios e os resultados de um conjunto de testes laboratoriais a uma unidade de tratamento de ar à qual se verificou o nível de estancamento da envolvente são também apresentados.

ENQUADRAMENTO

A preocupação com os ambientes interiores surgiu a partir do momento em que um grande número de pessoas, que trabalhavam nestes ambientes, começou a apresentar sintomas que poderiam ser atribuídos à qualidade do ambiente do edifício onde trabalhavam. A má qualidade do ambiente interior poderá não ser a única razão para o surgimento destes sintomas, mas com certeza que tem uma grande importância.

Nestes locais de grande ocupação a manutenção das condições de conforto é atribuída a sistemas de climatização com as funções de aquecimento e / ou de arrefecimento e de ventilação. As estratégias de climatização têm variado ao longo do tempo não só como resultado da crise energética mas também como função das necessidades dos ocupantes quer em termos de conforto quer em termos de qualidade do ar.

A satisfação das exigências de conforto térmico e de qualidade do ambiente no interior dos edifícios ou das necessidades de certos processos produtivos implica, em geral, o recurso a meios de ventilação, aquecimento, arrefecimento, humedificação e/ou desumidificação.

Faça a considerações menos positivas em relação a sistemas de condicionamento de ar e ventilação torna-se necessário estabelecer medidas que possibilitem usufruir das vantagens daqueles sistemas sem agravar as consequências que lhes são atribuídas.

Portugal, com um clima não muito frio no Inverno nem excessivamente quente no Verão e com períodos curtos de eventual aquecimento e/ou de arrefecimento é um país sem tradições na utilização de sistemas de climatização. Exceptua-se o caso de edifícios de serviços e daqueles em que a ocorrência de grandes cargas térmicas internas obriga ao recurso a sistemas de arrefecimento.

As condições do ar que respiramos nem sempre são as ideais em termos de saúde. As causas para estas distorções são de natureza diversa mas muitas delas são atribuíveis aos sistemas de climatização que actuam como fonte de poluição. Contudo, o conhecimento como a poluição nos locais de estar está relacionado com os sistemas de climatização e em particular dos seus constituintes ainda apresenta uma grande indefinição. Este trabalho pretende sistematizar aquela relação com vista ao desenvolvimento de estratégias e de regulamentação para melhoria do comportamento dos sistemas de climatização e seus constituintes numa perspectiva de qualidade do ar e de energia.

A quantidade de ar movimentada pelos sistemas de climatização é um dos parâmetros que influencia as condições de ambiente interior uma vez que é através deste que são retiradas as cargas térmicas do local e que as concentrações de poluentes são mantidas em níveis pré-definidas pelo que se torna fundamental o seu conhecimento assim como as suas características específicas à saída da unidade. Estas podem ser determinadas pelo conhecimento das características à entrada e pelas transformações sofridas naquela. No entanto existem aspectos construtivos que podem influenciar aqueles cálculos como seja a falta de estancamento da envolvente.

As fugas de ar existentes através da envolvente são nefastas quer em termos térmicos quer em termos de qualidade do ar. Neste último aspecto são particularmente importantes quando a unidade de tratamento de ar se encontra em depressão e a zona de filtragem é restringida à zona de admissão do ar.

QUALIDADE DO AR INTERIOR

A qualidade do ambiente é um tema que tem vindo a obter um crescente protagonismo nos dias de hoje.

De início as preocupações residiram predominantemente no ambiente exterior. As respostas às preocupações com o ambiente exterior fizeram grandes progressos como se pode constatar com as diversas normas e directrizes que têm sido editadas na tentativa de diminuir a emissão de poluentes para o ambiente e gerir a qualidade do ambiente no espaço exterior.

Após alguns anos de aparente alheamento dos problemas da qualidade do ambiente interior surgiu, de alguns anos para cá uma crescente preocupação com a qualidade deste.

O aumento do tempo passado pelas pessoas dentro de edifícios é uma das razões relevantes. Nos dias de hoje, as pessoas passam 80 a 90% do seu tempo dentro de edifícios. Sendo assim tem de haver um esforço para proporcionar a essas pessoas um ambiente confortável, o mais isento de poluentes quanto possível, de maneira a que possam desempenhar da melhor forma as diversas actividades a que se propõem. É certo que existem diversos poluentes que podem infiltrar-se no edifício a partir do exterior.

Contudo, o verdadeiro problema relativamente à qualidade do ambiente interior, é a emissão de poluentes no interior e a sua acumulação devido a uma ventilação deficiente e baixas taxas de renovação de ar, o que faz com que haja uma fraca remoção desses mesmos poluentes. Muitas vezes, apesar de um determinado local ter uma taxa de renovação adequada, existem problemas. Estes problemas podem ter origem numa deficiente ventilação, ou seja, por qualquer razão a ventilação não é capaz de renovar todo o espaço, existindo zonas de estagnação. Outra preocupação que há a ter em conta é que para além da remoção dos poluentes, a ventilação tem também o objectivo de proceder à diluição desses mesmos poluentes.

Sem esta diluição, com valores baixos de concentração de poluentes, muitas vezes dentro dos valores aconselhados, podemos ter uma qualidade do ambiente interior deficiente. Para além desses dois processos de controle da qualidade do ambiente interior, que são a diluição e a remoção, existe também outro processo que é o controle na fonte.

Para que possa haver controle na fonte é necessário conhecer à partida essa fonte. Se tiver esta fonte devidamente localizada e caracterizada, pode-se, antes de mais, tentar diminuir ou controlar a sua emissão de poluentes. Se tal não for possível há que fazer um controle localizado dessa fonte.

Outro factor que tem influenciado o crescente interesse pelo problema da qualidade do ambiente interior tem sido o aumento de casos de doenças do foro respiratório, tais como alergias, asma, rinites e sinusites.

Tem-se vindo a tentar provar, e em alguns casos com sucesso, que a qualidade do ambiente interior é um factor que proporciona o crescimento deste tipo de doenças, apesar de não se poder imputar toda a responsabilidade a este factor.

A preocupação com a redução do consumo de energia é outra razão que pode ser relacionada com a qualidade do ambiente interior. Nos dias de hoje é cada vez mais importante o controle do consumo de energia, pois este pode equivaler a uma redução de custos, muitas vezes relevante nos custos globais de exploração do edifício. A relação que existe entre o consumo de energia e a qualidade do ambiente interior tem sobretudo a ver com o gasto de energia na ventilação. Se por um lado temos a energia mecânica necessária para pôr um ventilador a funcionar, por outro temos a energia térmica associada à ventilação.

Daqui se conclui que não basta controlar o caudal fornecido por um ventilador, é necessário também estudar com cuidado as cargas térmicas necessárias e a forma de as reduzir. Se todos estes factores forem analisados com o devido rigor, pode-se obter um baixo consumo de energia associado a um tipo de ventilação que proporcione uma boa qualidade do ambiente interior e que seja capaz de remover ou diluir a maior parte dos poluentes existentes dentro desse ambiente.

Como se pode concluir da análise dos elementos atrás descritos, a preocupação com a qualidade do ambiente interior é algo de inovador e de extrema importância.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

A figura 1 mostra o modelo do balanço de massas num local de volume V em condições de regime permanente quando servida por um sistema de climatização.

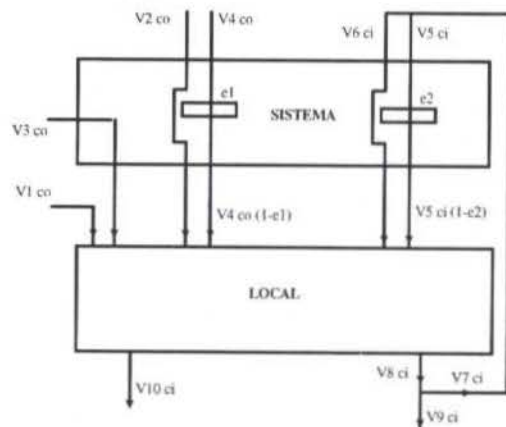


Fig. 1 - Diagrama de fluxos de massa de poluentes em regime permanente

A equação que representa o balanço do local é:

$$V \frac{dc_i}{dt} = V_1 c_o + V_2 c_o + V_3 c_o + V_4 c_o (1-e_1) + V_5 c_i (1-e_2) + V_6 c_i - V_8 c_i - V_{10} c_i + G$$

em que:

- c_i - concentração de um poluente no interior
- c_o - concentração de um poluente no exterior
- V - volume do local
- V_1 - caudal de ar de infiltração no local
- V_2 - caudal de ar exterior de fugas pelo caixilho do filtro; não sujeito a filtragem
- V_3 - caudal de ar exterior de infiltração através da envolvente do sistema não sujeito a filtragem
- V_4 - caudal de ar exterior sujeito a filtragem (eficiência e_1)
- V_5 - caudal de ar de retorno sujeito a filtragem (eficiência e_2)
- V_6 - caudal de ar de retorno não sujeito a filtragem
- V_7 - Caudal de ar de retorno
- V_8 - caudal de ar de extração
- V_9 - caudal de ar de exaustão
- V_{10} - caudal de ar de exfiltração do local
- G - Caudal de poluente libertado para o local

A consideração que o local em questão está em sobrepressão - $V_1 = 0$ e que se estuda apenas o regime permanente - $dc_i / dt = 0$ a equação anterior simplifica-se para:

$$0 = V_2 c_o + V_3 c_o + V_4 c_o (1-e_1) + V_5 c_i (1-e_2) + V_6 c_i - V_8 c_i - V_{10} c_i + G$$

Explicitando c_i e considerando que:

$$\begin{aligned} V_9 + V_{10} &= V_2 + V_3 + V_4 = V_0 \\ V_9 &= V_8 - V_7 \\ V_7 &= V_5 + V_6 \end{aligned}$$

resulta

$$c_i = (c_o V_0 - c_o V_4 e_1 + G) / (V_0 + V_5 e_2)$$

Esta equação traduz a concentração verificada no local para um dado poluente como função do caudal de ar exterior V_0 , do caudal de ar exterior que é submetido a filtragem V_4 , e do caudal de ar de recirculação que é submetido a filtragem V_5 .

Por razões de simplicidade e atendendo a que o estudo proposto diz respeito apenas a sistemas de climatização considera-se a não existência de caudal de retorno pelo que $V_5 = 0$. Do mesmo modo a produção de poluente no local G também é considerada nula. Nesta condição, a equação anterior pode ser escrita como:

$$c_i = (c_o V_0 - c_o V_4 e_1) / V_0$$

ou, colocando em destaque os caudais de ar exterior que estão associados ao sistema de climatização, ter-se-á:

$$c_i = c_o V_2 / V_0 + c_o V_3 / V_0 + c_o V_4 / V_0 - c_o V_4 e_1 / V_0$$

ou

$$c_i = c_o V_2 / V_0 + c_o V_3 / V_0 + c_o (1 - e_1) V_4 / V_0$$

Considerando que V_2 e V_3 representam o caudal de ar que não é sujeito a filtragem, em contrapartida ao caudal V_4 , a equação anterior pode ser escrita como:

$$c_i / c_o = X + (1 - e_1)(1 - X)$$

em que $X = V_{nf} / V_0$ representa a percentagem de caudal de ar, em relação ao total, que não é filtrado.

A forma gráfica desta equação é representada na figura 2.

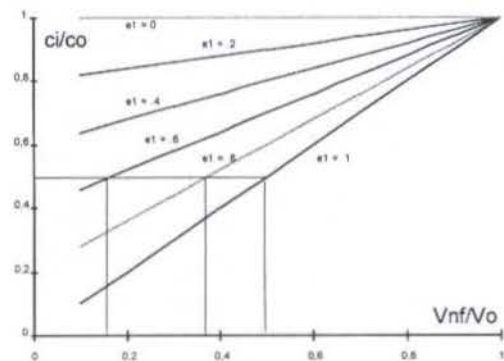


Fig 2 - Concentração interior em função do caudal de infiltração e de eficiência de filtragem

A análise desta figura permite indicar que a obtenção de uma concentração interior que seja 50% da existente no exterior pode ser conseguida pela utilização de um filtro com uma eficiência $e_1=1$ e um caudal não filtrado de 50%. Se a eficiência de filtragem for de 0,8 ou de 0,6 a quantidade de caudal não filtrado tem que ser menor e corresponde a uma relação de 0,35 e 0,15 respectivamente. A obtenção de uma relação entre a concentração exterior e a interior inferior a 20% apenas é conseguida com a colocação de um filtro com a máxima eficiência e a relação de caudais tem que ser inferior a 20%.

Quando a eficiência de filtragem é nula, $e_1 = 0$, a equação e o gráfico demonstram que a concentração no interior é igual à concentração no exterior. Este facto aplica-se a poluentes sob a forma de gases e vapores como o formaldeído, ozono, VOCs, CO_2 , nicotina para os quais o efeito de filtragem não se aplica (Bermudez, 1997) dentro do conjunto de factores que afectam a qualidade do ar interior referidos por Andrade (1995). Simultaneamente, conhecido a eficiência do filtro, e_1 , a equação permite determinar o caudal de exterior que se torna necessário insuflar no local para que a concentração de um dado poluente não ultrapasse os valores máximo admissíveis, referidos em diversa literatura como (Bermudez, 1997), (ASHRAE, 1989), (USEPA, 1994).

Por outro lado a análise da equação indica que a concentração resultante será tanto menor quanto menores forem os caudais V2 e V3, ou seja que a quantidade de ar que faz o by-pass do filtro e aquele que entra no sistema através da envolvente e que não fica sujeito a filtragem devem ser reduzidos ao mínimo. Neste sentido torna-se necessário a sua quantificação em testes laboratoriais para que as soluções de projecto, em termos de qualidade do ar no interior, sejam cumpridas.

METODOLOGIA DE ENSAIO

De acordo com os procedimentos das normas de referência prEN 1886 (1997), os testes de avaliação de fugas pela envolvente devem ser executados numa instalação laboratorial, concebida para o efeito e de acordo com a figura 3.

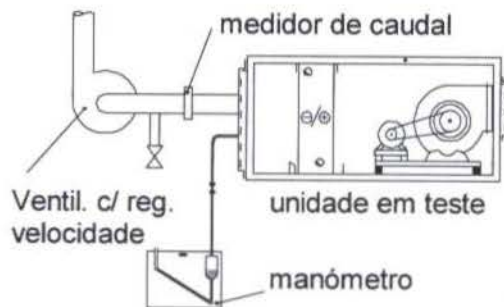


Figura 3 - Instalação para avaliar coeficiente de fugas

Todas as aberturas que a unidade a testar possui, sejam elas de entradas e saídas de ar para ligação a condutas ou de tubagens dos permutadores e tubos de esgoto (ligações hidráulicas), deverão ser eliminadas, segundo as instruções da norma de referência já referida. Nestas condições, as únicas possibilidades de passagem de ar entre o interior e o exterior da unidade são as eventuais aberturas inerentes à construção, como por exemplo, possíveis frinchas que existam entre os painéis e a estrutura.

O método de ensaio consiste em ligar um ventilador auxiliar, com regulação de velocidade, à unidade a testar, de modo a que se estabeleça uma pressão no interior da mesma, lida em manómetro (fig. 3). Entre o ventilador e a unidade é inserido um dispositivo de avaliação de caudal que no caso concreto desta instalação é constituído por uma placa orifício ($\beta = 0.5$) que permite a determinação do fluxo de ar através da leitura duma diferença de pressão.

O nível de pressão durante os ensaios de testes devem ser variáveis entre uma pressão nula e a pressão nominal de funcionamento. No entanto, de modo a ser possível comparar valores entre unidades diferentes, a pressão a estabelecer no interior é de 400 Pa negativos ou 700 Pa positivos.

O valor da pressão no interior é função do desempenho da unidade. Por exemplo, se a unidade funcionar em regime de sobrepressão, ou seja, com o ventilador colocado no início da unidade, a pressão a fixar será de 700 Pa positiva. A classificação do coeficiente de fugas pela envolvente será dada pela tabela 1, abaixo descrita.

<i>Coeficiente de fugas pela envolvente</i>	<i>Valor máximo para $p_i = +700Pa$ [$l.s^{-1}.m^{-2}$]</i>
3A	5,7
A	1,9
B	0,63

Tabela 1 - Classificação de unidades quanto ao aspecto de fugas pela envolvente + 700 Pa (positiva)

No caso em que a unidade funcionar em depressão, que é o caso da unidade em teste no esquema da figura 3, estabelece-se uma pressão de 400 Pa negativa no interior da unidade (prEN 1886, 1997). Para esta metodologia a classificação far-se-á segundo a tabela 2.

<i>Coeficiente de fugas pela envolvente</i>	<i>Valor máximo para $p_i = -400Pa$ [$l.s^{-1}.m^{-2}$]</i>
3A	3,96
A	1,32
B	0,44

Tabela 2 - Classificação de unidades quanto ao aspecto de fugas pela envolvente -400 Pa (negativa)

RESULTADOS

A unidade de tratamento de ar que foi ensaiada, tem como principais características uma construção do tipo modular, cantos e perfis em alumínio, painéis de dupla parede em chapa com isolamento interior de lã mineral (densidade absoluta de 50 kg/m³), filtro plano com eficiência EU3, serpentina de arrefecimento/aquecimento a água e ventilador de dupla aspiração. O caudal de ar, nominal, previsto para circular nesta unidade, quando em regime de funcionamento em obra, é de 10 500 m³ / h.

A área total para efeito de ensaios é de 10,83 m². O procedimento de ensaio é o descrito anteriormente, e como se trata de uma unidade que funcionará em regime de depressão é estabelecida uma pressão no seu interior de 400 Pa negativa.

Numa primeira fase, a unidade foi testada antes de alguns acabamentos finais, nomeadamente o isolamento das golas de entrada e saída de ar aos painéis da unidade e a vedação dos orifícios de passagem das ligações hidráulicas.

Para este caso foi obtido um valor de caudal de fugas $83 \text{ m}^3/\text{h}$ que corresponde a um coeficiente de fugas de $2,11 \text{ l.s}^{-1}.\text{m}^{-2}$, que se traduz numa classificação do tipo "CLASSE 3A" (ver tabela 2).

Verifica-se assim que a unidade se encontra posicionada na classe de menor qualidade em termos de caudal de fugas e que este representa cerca de 0,8% do caudal nominal.

Na procura de resultados de melhor qualidade a unidade foi devidamente finalizada quanto aos aspectos referidos, e obteve-se um valor para o mesmo coeficiente de fugas de $1,07 \text{ l.s}^{-1}.\text{m}^{-2}$ que, agora, se traduz numa classificação do tipo "CLASSE A" (ver tabela 2) a que corresponde a um caudal de fugas de $42 \text{ m}^3/\text{h}$.

Da forma de ensaio seguida, isto é, da avaliação numa primeira fase de construção do coeficiente de fugas pela envolvente e em seguida da determinação do mesmo coeficiente após todas as operações de acabamento construtivas, e por comparação dos resultados obtidos, pode-se avaliar a importância de algumas operações finais de acabamento na classificação de uma unidade de tratamento de ar quanto ao aspecto de fugas pela envolvente.

Neste caso concreto, tais acabamentos permitiram que a unidade melhorasse a sua "performance" em termos de estanqueidade, classificando-se num nível de qualidade superior e reduzindo-se o caudal de fugas para 50% do inicial situando-se a 0,4% do valor nominal do caudal.

O conhecimento deste valor e com recurso às equações descritas anteriormente ou pela análise da figura 2 é possível verificar qual o nível da concentração interior que se verificará para diferentes eficiências de filtragem.

CONCLUSÕES

O texto apresenta uma análise sobre a qualidade do ar interior e a sua correlação com os sistemas de climatização em especial no que concerne ao caudal de ar movimentado.

O efeito da eficiência de filtragem e do caudal de infiltração nos sistemas de ventilação para ao nível de concentração de poluentes nos espaços interiores torna-se mais importante quanto maior for a capacidade de retenção de poluentes nos filtros. Assim, a colocação nos sistemas de climatização de equipamento de filtragem de eficiência superior implica que o nível de estancamento da unidade seja o maior possível de modo que os dois efeitos não se anulem entre si pois têm ações contrárias.

Os resultados apresentados permitem indicar que alguns cuidados de montagem são suficientes para que o caudal de fugas pela envolvente seja reduzido de 50% permitindo, no caso concreto desta unidade, que a classe de referência, segundo critérios pré-definidos em normas internacionais, seja transferida para uma de melhor características.

A metodologia de ensaio para verificação do nível de estancamento da unidade que se apresentou não demonstra qualquer dificuldade de implementação em laboratório pelo que se recomenda que os construtores de equipamento de ventilação tenham disponíveis uma instalação deste tipo para avaliação das características das unidades que fabricam, ou em alternativa que recorram a laboratórios exteriores para acreditação dos seus produtos.

A colocação no mercado de equipamento com características pré-definidas em regulamentação permite uma garantia de qualidade do produto vendido por parte da empresa assim como uma melhoria da qualidade do ar interior por parte dos utentes.

REFERÊNCIAS

Andrade, J. A., Marques, M. G. "A qualidade do ar interior e os sistemas de climatização". *Indústria e Ambiente*, nº 6. Dezembro 1995.

ASHRAE Standard 62-1989. 1989

Bermudez, J. C., Velasquez, R., Viti, A. "Calidade del aire interior y consumo de energia". IV Congreso Iberoamericano de Aire Acondicionado y Refrigeracion. Chile. 1997.

prEN 1886:1997E - Air Handling Units - Mechanical Performances - European Committee for Standardisation.

USEPA, Ambient Air Quality Standards, 1994

SUMMARY

This paper analyses the effect of filter efficiency and casing air leakage of the assembled air handling units on indoor air quality to improve a better indoor air quality and to sensitise the air conditioning manufacturing to hold out equipment of better quality and in accordance with standards.

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE MATERIAIS EMPREGADOS NA
CONSTRUÇÃO DE UMA CÂMARA FRIGORÍFICA: STYROBLOCK E
ALVENARIA DE TIJOLOS MACIÇOS**

José Luz Silveira, Zilmara Volpe Grote, Sandra E. P. Travassos

DEN - Departamento de Energia

FEG - Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá

UNESP - Universidade Estadual Paulista

CEP 12500-000 - Guaratinguetá - São Paulo - Brasil

Tel.: (012) 525.2800 Fax.: (012) 525.2466 e-mail: joseluz@feg.unesp.br, zilmara@feg.unesp.br

RESUMO

Neste artigo estuda-se a viabilidade técnica e econômica da construção de uma câmara frigorífica em relação a dois tipos de materiais construtivos: o convencional (alvenaria de tijolos maciços) e o Styroblock (material alternativo de poliestireno expandido - EPS). A análise consiste em diminuir a potência frigorífica do maquinário para a refrigeração na câmara frigorífica, afim de buscar uma economia nos gastos com energia, através do emprego do Styroblock na construção, material de condutividade térmica menor quando comparado ao convencional. Conclui-se com a melhor opção em termos de gastos com energia, ainda relatando valores tais como, tarifa praticada para a compra de energia elétrica, tempo de operação e período de amortização do capital investido que tornem viável a construção pretendida

NOMENCLATURA

- C - Calor específico do produto antes do congelamento [kJ/kg °C]
- C' - Calor específico do produto depois do congelamento [kJ/kg °C]
- C_{ARMAZ} - Custo de armazenamento do produto [US\$/hm³]
- COP - Coeficiente de performance [adimensional]
- DI - Diferença de investimento [US\$]
- e - Espessura [m]
- E_C - Eletricidade consumida na câmara frigorífica [kW]
- f - Fator de anuidade [1/ano]
- G - Reposição de produto ao longo do dia [kg/24 h]
- γΔH - Diferença de entalpia por unidade de volume [kJ/m³]
- H - Período equivalente de operação [h/ano]
- I_{CIVIL} - Investimento de capital em obras civis [US\$]
- I_{MAQ} - Investimento de capital em maquinário [US\$]
- K - Condutividade térmica [kJ/mh°C]
- k - Diferencial do período de amortização do capital investido [anos]
- n - Número de pessoas / lâmpadas [pessoa / lâmpada]
- Pf - Potência frigorífica ou carga térmica total [kW]
- Pel - Tarifa de eletricidade [US\$/kWh]
- Q - Calor [kJ]
- q - Calor liberado por pessoa [kJ/h]
- R - Economia anual esperada [US\$]
- r - Taxas anual dos juros [%]
- r' - Calor latente de congelamento [kJ/kg]
- T - Temperatura [°C]
- Ti - Temperatura inicial do produto [°C]
- To - Temperatura de congelamento do produto [°C]
- Tfo - Temperatura final do produto [°C]
- VE - Vazão do ar exterior [m³/dia]

V_{ARMAZ} - Volume de produto armazenado [m³]

V_{câmara} - Volume da câmara frigorífica [m³]

Abreviações

- A - Alvenaria convencional (tijolos maciços)
- ARMAZ - Armazenamento
- cond - Condução
- ilum - Iluminação
- infil - Infiltração
- pess - Pessoas
- prod - Produto
- S - Styroblock

INTRODUÇÃO

Assim como outras engenharias, tais como mecânica e elétrica, a engenharia civil vem constantemente procurando novos tipos de materiais para a construção de edificações. Essa constante busca de materiais alternativos se justifica pela necessidade de redução de custos, fator primordial para a solução de problemas sociais (construção de moradias, hospitais, escolas, etc.), e aumento da competitividade da indústria civil.

A redução de custos pode se dar na construção propriamente dita ou na manutenção desta. Neste último aspecto destacamos os ambientes com necessidade de refrigeração ou aquecimento onde geralmente tem-se um grande consumo de energia.

Vários são os estudos de novas fontes de energia, visto que os recursos naturais de que dispomos são cada vez mais escassos, porém não podemos descartar os estudos para melhor utilização dessa energia.

Neste sentido o material de construção alternativo Styroblock (blocos de poliestireno expandido - EPS), aplicado na construção de um ambiente a ser refrigerado, tem merecido uma especial atenção, principalmente pelas suas características nitidamente vantajosas, visto que uma parede construída com o mesmo,

possui condutividade térmica cerca de até 5 (cinco) vezes menor quando comparado com uma parede de material convencional (alvenaria de tijolos maciços). Este estudo envolve o conceito de uso racional de energia com relação aos cálculos de Carga Térmica e aplica uma metodologia desenvolvida por Luz-Silveira (1994) para o estudo da viabilidade técnica e econômica na construção de uma câmara frigorífica para um pequeno abatedouro visando economia com gastos de energia. Na primeira parte efetua-se a análise da Carga Térmica a ser retirada do recinto em relação aos dois materiais escolhidos para a comparação. Posteriormente é efetuado o estudo de viabilidade econômica onde são determinados os custos de armazenamento e refrigeração, de maneira a escolher a melhor opção em termos de economia anual esperada, para a construção pretendida.

ANÁLISE DA POTÊNCIA FRIGORÍFICA (CARGA TÉRMICA)

Para o propósito deste estudo, optou-se por analisar o caso de uma pequeno abatedouro que necessita de uma câmara frigorífica de dimensões: largura de 2 metros, comprimento de 3 metros e altura de 2 metros. Considera-se que a câmara não está exposta ao sol portanto não existe acréscimo de carga térmica por insolação. O produto utilizado é carne bovina com 400 kg por dia de trânsito, temperatura inicial de 30 °C, temperatura final de -5 °C e umidade relativa de 60% [Oficina do frio, 1993]. A temperatura interna de câmara é de -5°C e a externa de 30 °C. A iluminação é feita por uma lâmpada de 40 W de potência. O tempo de operação é estimado em 16 h/dia.

Definidas as informações básicas - produto a ser estocado, dimensões da câmara, localização (local com insolação ou à sombra) e tipo de material utilizado na construção, calculou-se a carga térmica, com a qual se dimensionou os equipamentos de refrigeração a serem instalados.

Muitos fatores influenciam o cálculo da carga térmica: a diferença entre as temperaturas do exterior e do interior da câmara (sempre acontece alguma troca de calor entre o ambiente externo e a parte interna da câmara, mesmo através de paredes com isolamento), o calor liberado pelo produto (dependendo do produto a ser armazenado se verifica as condições desse armazenamento: temperatura, umidade, concentração de oxigênio e gás carbônico, o tipo de embalagem, distribuição do produto no ambiente, se a armazenagem é de longa ou curta duração, etc.), o número de pessoas que trabalharão dentro da câmara, o número de portas e a quantidade de vezes que elas serão abertas ao longo do dia, a presença de aparelhos elétricos (iluminação, motores) e outros.

O cálculo da carga térmica é a somatória de todos os itens que influenciam na quantidade de calor que o maquinário de refrigeração vai retirar para que a câmara frigorífica se mantenha à temperatura desejada. São eles: Calor de condução (entre os ambientes externo e interno através da parede de isolamento), calor de infiltração, calor do produto, calor devido a iluminação, calor das pessoas que trabalham na câmara, etc. [ABRAVA, 1996].

Os parâmetros construtivos para os cálculos de calor de condução (penetração) são apresentados na figura 1 para alvenaria de tijolo maciço e na figura 2 para o Styrobloc:

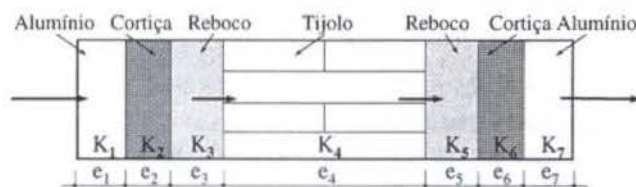


Figura 1 - Corte da parede de alvenaria [Grote, et al 1997]

Onde:

$K_1 = K_7 =$	758,538 kJ / mh°C	$e_1 = e_7 =$	0,005 m
$K_2 = K_6 =$	0,188 kJ / mh°C	$e_2 = e_6 =$	0,010 m
$K_3 = K_5 =$	3,140 kJ / mh°C	$e_3 = e_5 =$	0,030 m
$K_4 =$	3,517 kJ / mh°C	$e_4 =$	0,100 m

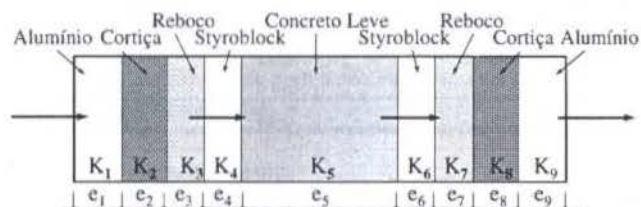


Figura 2 - Corte da parede de Styrobloc [Grote, et al, 1997]

Onde:

$K_1 = K_9 =$	758,538 kJ / mh°C	$e_1 = e_9 =$	0,005 m
$K_2 = K_8 =$	0,188 kJ / mh°C	$e_2 = e_8 =$	0,010 m
$K_3 = K_7 =$	0,314 kJ / mh°C	$e_3 = e_7 =$	0,020 m
$K_4 = K_6 =$	0,117 kJ / mh°C	* $e_4 = e_6 =$	0,022 m
$K_5 =$	0,209 kJ / mh°C	* $e_5 =$	0,126 m

Nota: referência [Bejan, 1996];

* Espessuras equivalentes: Devido à forma do Styrobloc, conforme figura 3, conduziu-se os cálculos de modo a aumentar a espessura da parede do bloco de forma a compensar a área transversal das emendas internas do material.

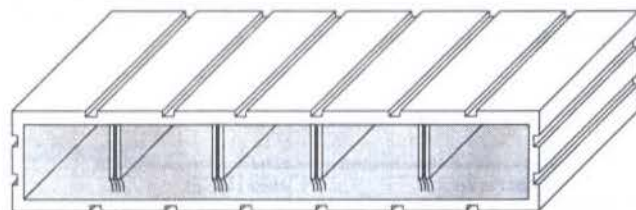


Figura 3 - Styrobloc [Grote et al, 1997]

A equação usada para o cálculo do Calor de condução é:

$$Q_{\text{cond}} = \frac{\Delta T}{\sum \frac{e_n}{K_n \cdot A}} (\text{parede}) + \frac{\Delta T}{\sum \frac{e_n}{K_n \cdot A}} (\text{teto}) + \frac{\Delta T}{\sum \frac{e_n}{K_n \cdot A}} (\text{piso}) \quad (1)$$

Para os outros itens de cálculo de calor (infiltração, produto, iluminação, pessoas, etc.) seguiu-se as normas recomendadas segundo Luz-Silveira (1994) e as equações são:

$$Q_{\text{inf il}} = VE \cdot \gamma \Delta H \quad (2)$$

$$Q_{\text{prod}} = G[C(T_i - T_o) + r' + C''(T_o - T_{fo})] \quad (3)$$

$$Q_{\text{lum}} = n_{\text{lamp}} \cdot P \cdot H \quad (4)$$

$$Q_{\text{pess}} = n_{\text{pess}} \cdot q \cdot H \quad (5)$$

$$Q_{\text{total}} = Q_{\text{cond}} + Q_{\text{inf il}} + Q_{\text{prod}} + Q_{\text{lum}} + Q_{\text{pess}} \quad (6)$$

Os resultados dos cálculos da carga térmica (calor a ser retirado) para os dois tipos de câmaras frigoríficas (uma constituída de alvenaria de tijolos maciços e outra de Styrobloc) são apresentados na tabela 1 a seguir [Creder, 1990]

Tabela 1 – Carga térmica a ser retirada na câmara frigorífica.

Carga térmica	Custo [US\$]	
	Alvenaria [kW]	Styrobloc [kW]
Q condução	5,21	1,67
Q infiltração	0,68	0,68
Q produto	1,54	1,54
Q iluminação	0,01	0,01
Q pessoas	0,18	0,18
Qtotal	7,62	4,08

ORÇAMENTO DOS SISTEMAS CONSTRUTIVOS E DO MAQUINÁRIO DE REFRIGERAÇÃO

Para compor os custos da construção da câmara frigorífica especificada foram considerados os materiais utilizados e suas quantidades, a mão de obra e os equipamentos empregados [TPCO 8, 1986].

No sistema construtivo de alvenaria convencional uso-se tijolos cerâmico maciços (0,05 x 0,10 x 0,20 m), chapisco, reboco, e a estrutura: laje pré-fabricada com tabelas cerâmicas, vigas pilares e fundação compatível ao carregamentos, com concreto armado de fck 18 MPa (resistência característica do concreto). No outro sistema usou-se o Styrobloc com enchimento de concreto leve, laje pré-fabricada com blocos de EPS, fundação compatível com o carregamento e o revestimento (reboco) somente com aditivos sem o uso de telas. Para os dois sistemas foi usado cortiça e alumínio com as mesmas espessuras [Azeredo, 1977].

A composição de custos para os métodos construtivos usando alvenaria de tijolos maciços e Styrobloc é apresentado na tabela 2 abaixo:

Tabela 2 – Composição dos custos em obra civil.

Descrição	Custo [US\$]	
	Alvenaria	Styrobloc
Tijolos	285,30	-
Styrobloc	-	763,00
Revestimento	148,00	180,00
Estrutura	1875,80	1795,00
Cortiça	1149,77	1149,77
Alumínio	804,00	804,00
Total	4262,87	4691,77

O investimento total, isto é, a composição do custo com obras civis [BASF, 1995] e o custo do maquinário de refrigeração a ser

instalado [Grote et al, 1997] conforme a potência frigorífica de cada caso (dimensionamento) é mostrado na tabela 3 abaixo:

Tabela 3 – Investimento com câmara frigorífica.

Investimento em:	Custo [US\$]	
	Alvenaria	Styrobloc
Obras civis	4262,87	4691,77
Maquinário	3517,65	2455,23
Total	7780,52	7147,00

ANÁLISE DE VIABILIDADE ECONÔMICA

A viabilidade econômica está condicionada à economia de energia elétrica. Observa-se para os dois casos, uma diferença percentual de 46 % a menos para o Styrobloc.

Deve-se observar que os resultados da tabela 5, abaixo, mostram a vantagem para o investimento em câmaras com o Styrobloc, com relação ao diferencial no período de amortização do capital investido, como exemplo para uma tarifa de eletricidade de 0,090 US\$/kWh, é indicado que a diferença de investimento será amortizado 1,02 anos antes da câmara construída com alvenaria de tijolos maciços.

A seguir desenvolve-se os cálculos para o estudo de viabilidade econômica para o material proposto [Luz-Silveira, et al, 1997 d].

Dados para os cálculos:

$$P_{el} = 0,045 \text{ a } 0,090 \text{ [US\$ / kW h]}$$

$$H = 16 \text{ [h / dia]} \times 365 \text{ [dias / ano]} = 5840 \text{ [h / ano]}$$

Estimando um coeficiente de performance COP=3,0, tem-se que:

$$COP = \frac{P_f \text{ [kW]}}{E_c \text{ [kW]}} = 3,0 \Rightarrow \text{adimensional} \quad (7)$$

a) Energia elétrica anualmente consumida:

$$E_{c_s} = \frac{P_{f_s}}{COP} \cdot H = \frac{4,08}{3} \cdot 5840 = 7942,40 \text{ kW h / ano} \quad (8)$$

$$E_{c_A} = \frac{P_{f_A}}{COP} \cdot H = \frac{7,62}{3} \cdot 5840 = 14833,60 \text{ kW h / ano} \quad (9)$$

b) Gasto e Economia anual com energia elétrica por faixa de tarifa de eletricidade (tabela 4):

Tabela 4 - Gasto e economia anual com energia elétrica.

Pel [US\$ / kWh]	Gasto anual [US\$ / ano]		Economia anual [US\$ / ano]
	Alvenaria	Styrobloc	
0,070	1038,35	555,97	482,38
0,075	1112,52	595,68	516,84
0,080	1186,69	635,39	551,30
0,085	1260,86	675,10	585,75
0,090	1335,02	714,82	620,21
0,095	1409,19	754,53	654,66
0,100	1483,36	794,24	689,12
0,105	1557,53	833,95	723,58
0,110	1631,70	873,66	758,03
0,120	1780,03	953,09	826,94

c) Diferença de investimento - DI [US\$]:
 $DI = 7780,52 - 7147,00 = 633,52 \text{ US\$}$ (10)

d) Diferença de período de amortização do capital investido - k [anos] pela tarifa de eletricidade (tabela 5):

$$k = \frac{DI}{R} \quad (11)$$

Tabela 5 - Diferencial do período de amortização do capital investido em função da tarifa de eletricidade.

Pel [US\$ / kWh]	k [anos]
0,070	1,31
0,075	1,23
0,080	1,15
0,085	1,08
0,090	1,02
0,095	0,97
0,100	0,92
0,105	0,88
0,110	0,84
0,120	0,77

A figura 4 mostra o gráfico da economia anual com eletricidade entre os dois tipos de materiais empregados na construção da câmara frigorífica.

Economia anual
[US\$/ano]

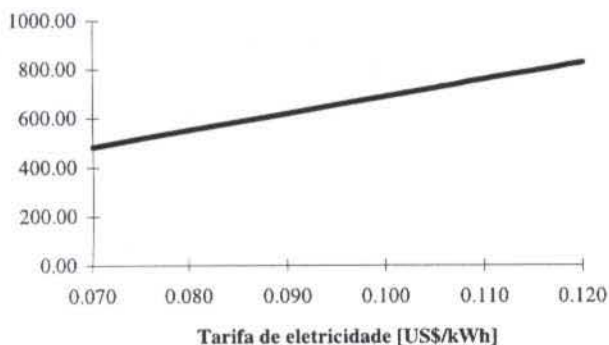


Figura 4 - Análise da economia anual em função da tarifa de eletricidade

O cálculo do custo de armazenamento foi feito através da seguinte equação [Travassos et al, 1996]:

$$C_{\text{ARMAZ}} = \frac{(I_{\text{CIVIL}} + I_{\text{MAQ}}) \times f}{H \times V_{\text{ARMAZ}}} + \frac{\text{Pel} \times E_C}{V_{\text{ARMAZ}}} \quad [\text{US\$} / \text{h m}^3] \quad (12)$$

Onde :

$$V_{\text{ARMAZ}} = V_{\text{Útil}} = 80 \% V_{\text{Câmara}} = 9,60 \text{ m}^3 \quad (13)$$

$$q = 1 + (r/100) \text{ onde } r = 12\% \quad (14)$$

$$f = \frac{q^k - 1}{q^k - 1} \quad \text{onde } k = \text{de } 0,5 \text{ à } 5 \text{ anos} \quad (15)$$

Com esses dados teremos as seguintes equações para Alvenaria e Styrobloc: [US\$ / h m³]

$$C_{\text{ARMAZA}} = \frac{(7780,52) \times f}{5,840 \times 9,60} + \frac{\text{Pel} \times 7,62 / 3}{9,60} \quad (16)$$

$$C_{\text{ARMAZ S}} = \frac{(7147,00) \times f}{5,840 \times 9,60} + \frac{\text{Pel} \times 4,08 / 3}{9,60} \quad (17)$$

A figura 5 mostra o gráfico de análise comparativa da viabilidade econômica entre os dois sistemas construtivos no período de 0,5 a 5 anos, em relação ao custo de armazenamento, onde se verifica que o sistema utilizando Styrobloc é sensivelmente melhor que o apresentado para a alvenaria de tijolos maciços. No primeiro ano o custo de armazenamento é praticamente igual mas ao longo do tempo verifica-se que a câmara construída com Styrobloc tem um custo menor de armazenamento em relação ao outro material, portanto o período de amortização do capital investido será menor. Em relação a tarifa de energia elétrica (Pel em US\$/kWh), mostra-se que com o seu aumento também aumentará o custo de armazenamento.

Custo de armazenamento
[US\$/h m³]

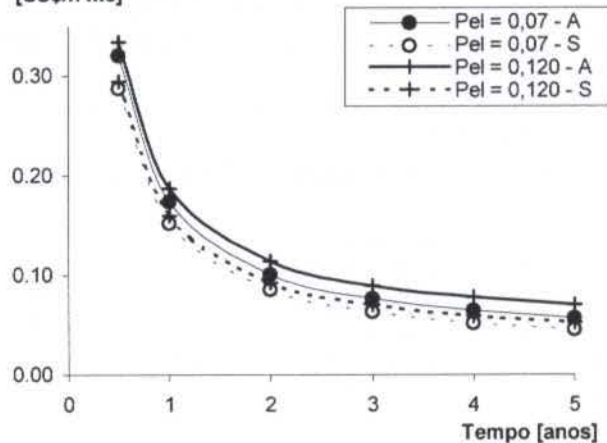


Figura 5 - Análise comparativa em termos de custo de armazenamento em função do tempo

CONCLUSÕES

Neste estudo constatou-se que o Styrobloc é um excelente material para uso alternativo, apresentando grandes vantagens devido ao seu baixo peso específico (proporcionando alívio de cargas na estrutura e fundação); aumento de produtividade na obra, pois os blocos são encaixados uns nos outros, gabaritando os prumos e esquadros, sendo ainda autoportante, isto é, não necessitando de vigas e pilares e conseqüentemente implica na obtenção de um baixo nível de desperdício na execução. Além dessas vantagens a ênfase dada é na propriedade de alto isolamento térmico.

Em relação aos custos obtidos nas obras para a câmara frigorífica verificou-se que o Styrobloc ao se comparar com a alvenaria de tijolos maciços constitui em um sistema construtivo

sensivelmente mais caro (cerca de 10 % mais caro) . A maior diferença de custo foi justamente nos materiais usados: alvenaria de tijolos maciços com um custo de US\$ 285,30 e o bloco de Styrobloc com o custo de US\$ 763,00.

Na análise da carga térmica como o EPS apresenta um coeficiente de condutividade térmica menor que o tijolo maciço, observou-se uma vantagem com uma diferença percentual de 46% em relação a carga térmica, do sistema construtivo com Styrobloc sobre a alvenaria de tijolos. Essa diferença implica numa potência frigorífica menor para a câmara construída em Styrobloc, exigindo conseqüentemente um maquinário de refrigeração com menor consumo de eletricidade, o que implica num custo de investimento menor no equipamento para refrigeração, influenciando no custo final de cada sistema construtivo

BIBLIOGRAFIA

ABRAVA, 1996, "Tabelas da ABRAVA", Associação Brasileira de Refrigeração, Ar Condicionado, Ventilação e Aquecimento.

BASF, 1995, "Composição de custos para construção de 1.00m² de alvenaria".

Oficina do Frio, 1993, "Cálculo de carga térmica para câmaras frigoríficas". Revista, RPA Editorial, Coleção Técnica, vol. 2.

TPCO 8, 1986, "Tabela de Composições de Preços para Orçamentos", Editora Pini Ltda, 8^a edição.

Azaredo, H., A., 1977, "O Edifício até a sua Cobertura", Editora Edgard Blücher.

Bejan, A., 1996, "Transferência de Calor", Editora Edgard Blücher.

Creder, H., 1990, "Instalações de ar condicionado", 4 ed., LTC - Livros técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, RJ.

Grote, Z., V., Travassos, S., E., P., 1997, "Análise Comparativa Entre Materiais Empregados na Construção de uma Câmara Frigorífica: O Styrobloc como uma Opção para a Conservação de Energia Elétrica", WEG - Concurso de Conservação de Energia Elétrica em Aplicação Industrial, Guaratinguetá, SP.

Holman, J. P., 1976, "Transferência de calor", Ed. Mc.Graw Hill, Porto Alegre, PUC, EMMA, Vol. II.

Luz-Silveira, J., Cavalcanti, M., J., L., Santos, F., E., A., Luengo, C., A., 1997 d, "Análise Técnica e Econômica da Conversão de um Gerador de Emergência em Sistema de Cogeração: Estudo de Caso para um Hospital", Anais do III CLAGTEE - Congresso Latino Americano: Geração e Transmissão de Energia Elétrica, pp.210-213, Campos do Jordão, SP.

Luz-Silveira, J., 1994, "Cogeração disseminada para pequenos usuários: estudo de casos para o setor terciário", Tese de Doutorado, Campinas, SP.

Travassos, S.,E.,P. e Luz-Silveira, J., 1996, "Análise Comparativa entre Alvenaria e Styrobloc na Construção de Câmaras Frigoríficas", Guaratinguetá, SP.

Trane, 1979, "Manual de ar condicionado", The Trane Company, La Crosse, Wisconsin.

ABSTRACT

In this paper, the technical and economical studies for the construction of a frigorific room are presented. The construction of the system is considered utilizing Styrobloc in comparison with conventional brickwork, to freeze the beef. The best system is recommended as a function of the level of annual saving expected in energy terms and by the freezing costs.

SISTEMAS CRIOGÊNICOS PARA APLICAÇÕES ESPACIAIS

Paulo Couto e Marcia B. H. Mantelli¹

Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina
88040-900 - Florianópolis - SC - Brasil

SUMARIO

Este trabalho descreve o estado da arte dos sistemas de refrigeração criogênicos para aplicações espaciais. Dentre os sistemas apresentados, é destacado o desenvolvimento e projeto de um radiador criogênico passivo de pequenas dimensões. Uma revisão dos trabalhos existentes nesta área é apresentado assim como dados obtidos com a otimização da geometria de radiadores criogênicos passivos que atenda às necessidades do Programa Nacional de Atividades Espaciais (PNAE).

INTRODUÇÃO

Os lançamentos de veículos espaciais tem levado ao espaço um grande número de equipamentos que devem ser mantidos a baixos níveis de temperatura para seu funcionamento com a máxima eficiência. Este nível de temperatura varia dentro da faixa de 200 K a poucos graus acima do Zero absoluto (0 K). Telescópios e detetores infravermelho, dispositivos supercondutores, amplificadores de sinal IR de baixo ruído, dispositivos de sensoramento remoto são exemplos de equipamentos que operam dentro desta faixa de temperatura. Estes equipamentos possuem pequenas dimensões, pouca massa e dissipam uma carga térmica pequena. Mas, esta carga térmica, por menor que seja, deve ser corretamente dissipada para que não altere o desempenho do equipamento.

Existe um grande número de técnicas para se manter estes equipamentos resfriados, dependendo do nível de temperatura desejado, da quantidade total de calor a ser retirado do equipamento e da vida útil desejada do mesmo. Os sistemas criogênicos nasceram para suprir estas necessidades.

Tabela 1 - Categorias de missões que necessitam de resfriamento criogênico (NASA).

Categoria da Missão	Faixa de Temperaturas [K]	Carga térmica de resfriamento
Meteorologia, pesquisa de recursos terrestres, monitoração de poluentes, etc.	10 a 100	Miliwatts à 10 W
Astronomia de alta energia e raios gama	4 a 100	Miliwatts à 10 W
Astronomia IR	0.3 à 10	Microwatts à 0.1 W
Dispositivos supercondutores	1 a 15	Ampla faixa de carga térmica
Experimentos de pesquisa	1 a 10	Abaixo de 0.1 W

A Tabela 1, apresentada por Gilmore (1994), mostra várias categorias de missões que requerem sistemas criogênicos de resfriamento para seus equipamentos. Esta tabela está baseada nas missões da NASA. A Figura 1, apresentada por Gilmore (1994), mostra as várias técnicas existentes e sua faixa de temperatura em função da carga térmica a ser dissipada.

O conhecimento do funcionamento destes sistemas, bem como dos fenômenos de transferência de calor à temperaturas criogênicas são essenciais para o correto desenvolvimento destes dispositivos.

¹ Atualmente professora visitante do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), Brasil

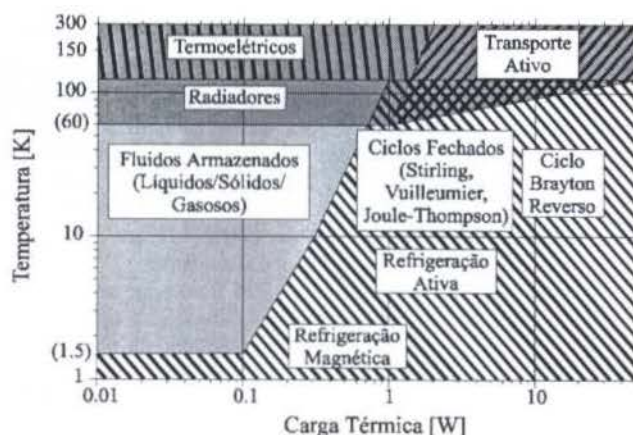


Figura 1 - Técnicas para resfriamento criogênico.

O objetivo do presente trabalho é apresentar uma visão geral dos sistemas criogênicos existentes para aplicações espaciais, enfocando mais detalhadamente os sistemas de radiadores passivos.

SISTEMAS CRIOGÊNICOS PARA APLICAÇÕES ESPACIAIS

Os sistemas de refrigeração a temperaturas criogênicas mais utilizados em aplicações espaciais são:

- Fluidos armazenados;
- Refrigeradores ativos e
- Radiadores (ativos e passivos);

Radiadores criogênicos podem ser utilizados, teoricamente, em temperaturas abaixo de 60 K sob condições ideais. Porém, abaixo de aproximadamente 100 K, a capacidade de rejeição de calor pelo radiador cai dramaticamente devido ao fator T^4 da transferência de calor radiativa (lei de Stefan-Boltzmann). A este nível de temperatura, radiadores criogênicos tornam-se pesados e/ou de grandes dimensões, proibitivos na grande maioria das missões espaciais. São também extremamente sensíveis a pequenas cargas térmicas provenientes de fugas através do isolamento e da estrutura, ou provenientes do próprio ambiente no qual o veículo está orbitando.

Em temperaturas mais altas (por volta de 150 K), resfriadores termoeletricos tornam-se mais atrativos para dissipação de pequenas cargas térmicas. Nesta mesma faixa de temperatura mas para exigências maiores de rejeição de carga térmica, radiadores combinados com tubos de calor ou circuitos de bombas capilares po-

dem ser empregados para transportar o calor e espalhá-lo sobre uma área relativamente grande de um radiador.

Sistemas criogênicos com fluido armazenado mantêm equipamentos dentro de uma faixa bastante ampla de temperatura, desde 1.5 K (hélio super fluido) até 150 K (amônia sólida). Nestes sistemas ocorre a evaporação ou sublimação de um fluido ou sólido a temperaturas criogênicas e a consequente absorção do calor. A rejeição do mesmo se dá através da sangria do fluido que mudou de fase.

Em missões de longa duração, mesmo com baixas taxas de rejeição de calor, o volume e peso de fluidos criogênicos armazenados tornam-se muito grandes, e refrigeradores ativos são uma opção bem mais atrativa. Os refrigeradores ativos são baseados em ciclos termodinâmicos e requerem força externa de acionamento.

Sistemas Criogênicos com Fluido Armazenado. Sistemas com fluido criogênico armazenado expansível usam tanto líquidos criogênicos no estado subcrítico ou supercrítico, sólidos criogênicos, ou gases a alta pressão combinados com válvulas Joule-Thompson (J-T) para o resfriamento de equipamentos de veículos espaciais.

As principais vantagens deste tipo de sistema são:

- Simplicidade dos componentes;
- Viabilidade do sistema;
- Economia relativa;
- Potência externa desprezível.

As desvantagens básicas deste tipo de sistema são sua vida operacional limitada devido a fugas de calor do reservatório e grande volume e peso em missões de longa duração. Embora sistemas de gás pressurizado com válvulas J-T possam ultrapassar os limites impostos por missões de longa duração, as limitações associadas com o armazenamento de gases a altas pressões e a baixa eficiência das expansões J-T geralmente tornam estes sistemas proibitivos quando a vida operacional aumenta.

As temperaturas operacionais de vários fluidos expansíveis que utilizam o calor de vaporização ou de sublimação é mostrado na Figura 2. Podemos ver que temperaturas variando de próximas ao zero absoluto (0 K) até 300 K podem ser atingidas.

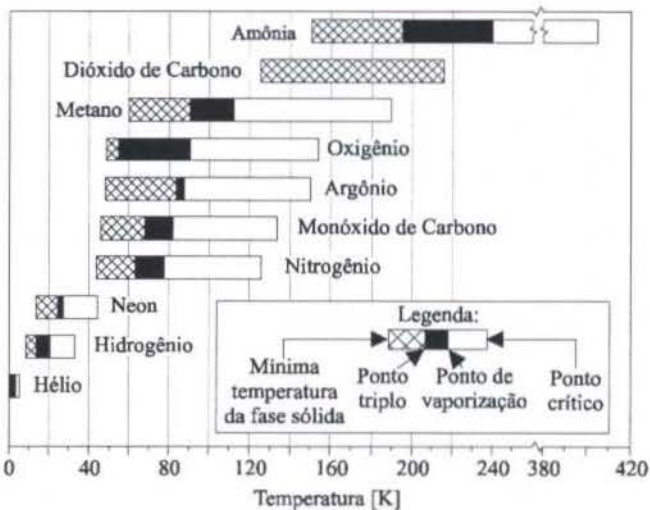


Figura 2 – Faixa operacional de temperatura de alguns fluidos criogênicos

A principal limitação destes sistemas é a complexidade do projeto do tanque necessário para minimizar a ebulição e a separação de fase em fluidos subcríticos no ambiente espacial, e o grande peso e volume para missões de grande duração. Uma alternativa é a utilização de fluidos criogênicos armazenados no estado sólido que proporcionam um conteúdo energético muito maior que os

líquidos, maior densidade, e um projeto mais simples. Este tipo de sistema apresenta algumas restrições quanto ao sistema de montagem do detector, procedimentos especiais de preenchimento do tanque criogênico e necessidade de uma malha de metal para dissipar gradientes de temperaturas enquanto o sólido sublima. Uma segunda alternativa para líquidos criogênicos armazenados são válvulas do tipo J-T que utilizam a expansão de um gás a alta pressão (15 a 45 MPa ou mais), resultando no resfriamento do gás e na eventual formação de líquido a ser utilizado no controle de temperatura de algum tipo de sensor.

O sistema de resfriamento com válvula J-T consiste em um tubo aletado de diâmetro interno fino de modo que a relação área/volume seja grande o bastante para a troca de calor ocorrer. Dado um orifício de uma válvula J-T, o fluxo de gás varia com a pressão na entrada da válvula. Portanto, somente um valor da pressão proporciona a refrigeração desejada. A manutenção da pressão em um valor constante na entrada da válvula durante toda a vida do sistema é um problema sério nos sistemas J-T tradicionais. Recentemente, criostatos de orifício variável tem apresentado bons resultados.

Refrigeradores Ativos. O que diferencia os refrigeradores espaciais dos industriais e aerotransportados são a necessidade extrema de baixo peso e baixo consumo de energia, necessidade de bom funcionamento por longos períodos sem manutenção ou reparo, e geralmente a necessidade de mínima vibração ou qualquer outra perturbação mecânica que possa significar qualquer impacto no sensor. Os ciclos típicos para sistemas de refrigeração de veículos espaciais são:

- Stirling;
- Vuilleumier (VM);
- Ciclo Brayton/Claude reverso;
- Ciclo Joule/Thompson fechado (J-T).

Os primeiros vôos utilizando refrigeradores com ciclo Stirling ocorreram em 1970 e 1971. Os equipamentos eram unidades comerciais de solo convertidas para experimentos espaciais de curto prazo. O sistema de maior longevidade foi lançado ao espaço em primeiro de setembro de 1978, desenvolvido pela Philips NA. Tratava-se de quatro unidades operando segundo um ciclo Stirling por um período de cinco anos. A primeira unidade falhou muito cedo e, em virtude disto, as demais unidades se degradaram significativamente até a destruição do satélite em meados de 1983.

Um sistema operando segundo um ciclo VM voou em 1972 no veículo SESP 71-2. O equipamento funcionou com sucesso por seis meses antes do circuito de fluido refrigerante falhar.

Jewell (1991) apresenta uma visão geral das atividades da Agência Espacial Européia no desenvolvimento de sistemas de refrigeração ativa utilizando o ciclo Stirling. Estas atividades, que tiveram início nos anos 70, levaram ao projeto de um modulador de pressão (PMC) que foi utilizado com sucesso nas missões Nimbus 6, Nimbus 7 e Pioneer Venus. O sucesso da operação deste equipamento em vôo, associada à inabilidade de se resfriar radiativamente os detectores às temperaturas criogênicas necessárias levou ao desenvolvimento de um refrigerador que operasse segundo um ciclo Stirling utilizando o mecanismo PMC para atingir 80 K. Scull e Jewell (1991) mostram os testes de pré-qualificação deste equipamento. Jones et al. (1991) mostram o desenvolvimento e a pré-qualificação de um refrigerador destinado a operar a 20 K. Bradshaw e Orłowska (1991) propõem um refrigerador mecânico operando segundo um ciclo fechado J-T para operar a 4 K. Os dois últimos ciclos tiveram seu projeto baseado no refrigerador desenvolvido para operar a 80 K. A figura 3 mostra o mecanismo de operação de um ciclo Stirling.

Radiadores Criogênicos. Uma forma extremamente simples de se produzir temperaturas criogênicas no espaço é utilizar a temperatura do mesmo (aprox. 4 K) para absorver o calor dissipado por radiação térmica através de superfícies radiadoras.

Dependendo de como o calor é transferido de sua fonte até as

superfícies radiadoras, os radiadores criogênicos são classificados de acordo com a tabela 2.

Radiadores Criogênicos Ativos. Radiadores ativos necessitam de força externa para bombear um fluido desde a fonte de calor até o radiador. Quando são utilizados circuitos de fluidos, o fluido troca calor com o espaço através de tubos aletados. Geralmente o fluido utilizado é bifásico e entra nos tubos aletados no estado de vapor saturado ou superaquecido e sai sob a forma de líquido condensado. Quando se utilizam tubos de calor acoplados a circuito de fluidos, o calor é transferido de sua fonte até a raiz de uma superfície radiadora, enquanto os tubos de calor se encarregam de distribuir o calor sobre ela.

Tabela 2 – Classificação dos Radiadores Criogênicos

Tipo	Conexão com a fonte de calor
Radiadores Passivos	Direta
	Por meio de Tubos de Calor / bombas capilares
	Por meio de Materiais com Mudança de Fase
Radiadores Ativos	Por meio de Circuito de Fluido
	Por meio de Circuito de Fluidos acoplados com
	Tubos de Calor e/ou Bombas capilares

Radiadores Criogênicos Passivos. Os radiadores criogênicos passivos são os meios mais atrativos para se produzir temperaturas criogênicas no espaço, pois não necessitam de força externa para funcionar e possuem vida operacional teoricamente infinita (dependendo de fatores externos como contaminação, bom funcionamento de tubos de calor, etc.).

A fonte de calor (ou o detector IR) pode estar montado diretamente sobre a placa fria do radiador. Neste caso, o calor é transferido para o radiador por condução térmica, radiação térmica ou por ambos. A principal vantagem deste tipo de montagem é a simplicidade do projeto. Quando não existe a possibilidade de se montar o detector junto ao radiador, utiliza-se tubos de calor ou bombas capilares, ou ainda materiais com mudança de fase para conduzir o calor desde sua fonte até a placa fria do radiador. Quando se utiliza tubos de calor ou bombas capilares, a região do condensador é montada junto à placa fria do radiador, e o evaporador junto ao equipamento a ser resfriado. Esta conexão pode ser feita de forma direta, quando o próprio evaporador compõe a placa fria, integrando o tubo de calor à placa fria através de uma estrutura de colmeia, ou através de interfaces especiais.

Materiais com mudança de fase oferecem boa transferência de calor por condução para as superfícies do radiador. Estes materiais se liquefazem durante o período de alta dissipação de calor e se solidificam quando esta dissipação diminui, controlando desta forma a temperatura de detectores, mantendo o seu valor quase constante.

Princípio de Funcionamento dos Radiadores Criogênicos Passivos. Os radiadores passivos irradiam calor para o espaço através de uma superfície de alta emissividade, chamada placa fria do radiador. Se esta superfície estiver sob a influência de cargas externas como, por exemplo, cargas térmicas solares (radiação direta) e terrestres (radiação IR e albedo) deve ser adicionado um estágio externo para interceptar estas cargas, sombreando a placa fria. Este estágio consiste de um refletor parabólico ou cônico cuja superfície interna é especular e altamente reflectiva. Fatores como tipo de órbita, altitude do veículo, orientação do mesmo em relação ao Sol e à Terra, posição do radiador na superfície do veículo, necessidades de rejeição de carga térmica, influenciam no projeto deste tipo de sistema. Desta forma é difícil de se identificar uma forma padrão de radiadores já que cada tipo de missão requer um tipo de radiador.

A placa fria dos radiadores passivos pode possuir um ou mais

estágios de rejeição de calor. Os princípios operacionais e o conceito de radiador passivo de múltiplos estágios está documentado com detalhes em Wright e Wilson (1976) e Wilson e Wright (1977). Cada estágio da placa fria é isolado termicamente do estágio subsequente por MLI^2 (para minimizar as trocas radiativas) e por suportes de baixa condutividade térmica (para minimizar a condução de calor). O princípio da performance dos radiadores de múltiplos estágios é baseado no fato de que cada estágio intermediário intercepta as fugas de calor parasitas através dos isolamentos anteriores e irradia-as para o espaço. Desta forma cada estágio subsequente possui uma condição de contorno cada vez mais fria, fazendo com que este atinja temperaturas cada vez mais frias. Os estágios intermediários também podem dissipar calor a temperaturas mais altas para refrigerar outros elementos tais como placas eletrônicas. Tubos de calor também podem ser utilizados para espalhar o calor sobre a superfície irradiadora, melhorando a performance total deste dispositivo.

Análises preliminares sobre a performance térmica de diversos tipos de radiadores de múltiplos estágios desenvolvidos pela Divisão de Sistemas Espaciais e de Reentrada da Philco-Ford Corporation (citados por Donabedian (1972)) mostraram que a performance é aproximadamente máxima com três estágios, ou em alguns casos, com dois estágios. Estágios adicionais proporcionam níveis de temperatura desprezivelmente menores enquanto adicionam considerável complexidade ao projeto.

O Estado da Arte dos Radiadores Criogênicos Passivos. O desenvolvimento de radiadores criogênicos começou no início dos anos 60, conforme mostrado por Gilmore (1994), sendo o primeiro modelo qualificado para vôo lançado em 1964 dentro do programa Nimbus I, II e III (NASA). Este dispositivo, que alcançava 195 K dissipando 1.7 mW para o espaço, foi instalado em um satélite cuja órbita era sol-síncrona. Com uma área de 9.8 cm², possuía um peso de apenas 1 libra (453.6 gramas) e foi utilizado para refrigerar um espectrômetro IR de alta resolução. A este dispositivo, seguiu-se um segundo destinado ao programa Nimbus IV (NASA). Este dispositivo operava a 175 K, dissipava 5.8 mW, e possuía uma área de placa fria menor que seu antecessor: 8.9 cm². Com um peso de 2 libras, foi utilizado para o resfriamento de espectrômetro de filtro.

Hulett e Zierman (1971) realizaram uma análise paramétrica de projeto assim como testes térmicos e estruturais em um radiador de 4 estágios. Os testes mostraram a possibilidade de se operar tal dispositivo a temperaturas de 83 K, dissipando 50 mW com uma área total de 0.021 m², e uma emissividade superficial de 0.9.

Merriam e Gabron (1972) mostram um estudo realizado sobre os requisitos básicos para o resfriamento de detectores através de radiadores passivos. Toda a metodologia de projeto de sombreadores para a placa fria é mostrada com base nos princípios da reflexão dos raios solares (radiação direta) e terrestres (radiação IR e albedo). Também são apresentados dados computados para a temperatura da placa fria. Os resultados mostraram que para uma dissipação de 40 mW a temperatura variou entre 100 K e 130 K para o solstício de inverno e de verão, respectivamente.

Mayer (1972) mostra a fabricação de um radiador passivo para um detector IR com materiais poliméricos (filme de poliéster) aluminizados.

Wright e Pence (1973) mostram um projeto de um radiador passivo acoplado a tubos de calor capaz de dissipar 12 W a temperaturas de 125 K a 140 K. Foi utilizado um tubo de calor cujo fluido de trabalho era metano, para transportar calor de um detector experimental até a raiz da placa fria do radiador. O calor era espalhado sobre os 1.3 m² do radiador através de dois tubos de calor em "C" que utilizavam freon 14 como fluido de trabalho.

Wright (1980) mostra o projeto de um radiador passivo de dois estágios acoplados a tubos de calor cujo fluido de trabalho é o oxigênio. Dois tubos conduzem o calor do detector até a raiz do

² Do inglês *Multi Layer Insulation* ou Isolante de Várias Camadas.

radiador e um terceiro o distribui sobre a superfície do segundo estágio (6.88 m²). A área total deste radiador é de 8.1 m² e 5 W são rejeitados para o espaço a uma temperatura de 70 K.

Bard (1984) descreve uma nova tecnologia utilizada para projeto de radiadores passivos, baseada no uso de "escudos de radiação inclinados". O "Radiador Passivo Avançado", como foi chamado, utiliza duas técnicas para reduzir os fluxos de calor parasitas para a placa fria do radiador. O fluxo parasita de calor condutivo foi reduzido com o uso de suportes estruturais capazes de suportar as cargas dinâmicas de lançamento, e uma vez em órbita estes suportes são mecanicamente e termicamente desconectados do radiador. Estruturas capazes de suportar as cargas dinâmicas orbitais permanecem fixas. O fluxo parasita de calor radiativo foi reduzido com a utilização de "escudos" de baixa emitância e baixa condutância, com superfície altamente especular e reflectiva. Escudos adjacentes foram arranjados de forma que entre eles existisse um ângulo de 1.5°, criando grandes cavidades em forma de "V" com o lado mais aberto voltado para o espaço. A radiação térmica proveniente do veículo é interceptada por cada um destes escudos e é refletida direto ao espaço. O conjunto destes escudos aumenta a emissividade total deste dispositivo. Os escudos foram feitos com folhas de mylar aluminizado e apresentavam um peso bem inferior a um radiador equivalente. Bard realizou testes comparativos com o dispositivo proposto por Wright (1980) e os resultados mostraram uma menor área requerida pelo radiador passivo avançado.

A performance em voo de um radiador passivo acoplado a tubos de calor de condutância variável é mostrado por Gayrard (1991). O radiador foi instalado no telescópio imageador SIGMA (França) e foi lançado ao espaço em dezembro de 1989. Utilizando tubos de calor de condutância variável com amônia como fluido de trabalho e nitrogênio como gás não-condensável, o radiador operou por mais de 18 meses (tempo de vida previsto em projeto) dissipando 35 W a uma temperatura de -100 °C.

Brand e Schlitt (1997) apresentam o projeto e testes de um radiador criogênico passivo acoplado a quatro tubos de calor desenvolvido para o satélite Alemão ABRIXAS. Este radiador é constituído de um estágio primário, sombreado das cargas externas, e que consegue dissipar 5.2 W a -100° C. Um segundo estágio externo ao sombreador consegue dissipar 8.2 W a uma temperatura de -47° C. Os tubos de calor acoplados ao radiador primário (dois tubos) utilizam etano como fluido de trabalho, e os demais acoplados ao radiador secundário utilizam amônia.

Otimização da Geometria de Radiadores Criogênicos Passivos.

A geometria dos radiadores passivos pode ser otimizada de acordo com inúmeros critérios, devido ao grande número de parâmetros de projeto. Um critério de otimização normalmente empregado é a minimização da temperatura de funcionamento de uma placa fria, dado uma carga térmica Q_i para uma certa área total do dispositivo. Para expressar matematicamente este critério, devem ser efetuados balanços de energia para cada estágio do radiador, o que leva a uma formulação um pouco extensa.

Wilson e Wright (1977) utilizaram este critério no desenvolvimento e otimização de um radiador criogênico passivo de três estágios acoplado a tubos de calor.

O balanço de energia para o sistema pode ser escrito como:

$$q_p + \sum_{i=1}^n Q_i = \sum_{i=1}^n q_{i,rej} \quad (1)$$

onde q_p é a carga térmica parasita que atravessa o isolamento, Q_i é a carga térmica imposta ao estágio i pelos equipamentos a serem resfriados e $q_{i,rej}$ é a carga térmica rejeitada ao espaço.

Para cada estágio individual o balanço de energia é dado por:

$$Q_i + q_{(i-1) \rightarrow (i)} = q_{(i) \rightarrow (i+1)} + q_{i,rej} \quad (2)$$

onde $q_{(i-1) \rightarrow (i)}$ é a carga térmica parasita incidente sobre o estágio i proveniente do estágio anterior, e $q_{(i) \rightarrow (i+1)}$ é a carga térmica parasita imposta pelo estágio i ao estágio posterior.

Realizando o balanço de energia descrito pela Eq. (2) aos n estágios de um radiador e resolvendo as equações resultantes para as n temperaturas de funcionamento, obtém-se equações que descrevem o comportamento destas temperaturas em regime permanente em função das condições de contorno do radiador. As equações resultantes são do tipo $T_i = T_i(A_1, \dots, A_n, Q_1, \dots, Q_n, \dots, Q_n, T_b, T_\infty)$. As Eq. (3) e (4) mostram as expressões obtidas para as temperaturas de funcionamento de um radiador criogênico passivo de dois estágios:

$$T_1^4 = \frac{c[rT_\infty^4 + (r+c)T_b^4]}{(r+c)^2 - A_2r^2} + \frac{A_1r^2T_\infty^4 + Q_2 \left[c + \frac{Q_1}{Q_2}(r+c) \right]}{(A_1 + A_2)(r+c)^2 - A_2r^2} \quad (3)$$

$$T_2^4 = \frac{c^2T_b^4(A_1 + A_2) + 2crT_\infty^4(A_1 + A_2) + r^2A_1T_\infty^4}{(A_1 + A_2)(r+c)^2 - A_2r^2} + \frac{Q_2 \left[c(2 + \frac{Q_1}{Q_2}) + \frac{A_1}{A_2}(r+c) \right]}{(A_1 + A_2)(r+c)^2 - A_2r^2} \quad (4)$$

onde T_1 é a temperatura do 1º estágio, T_2 é a temperatura da placa fria, A_1 e A_2 são as áreas expostas dos respectivos estágios, Q_1 e Q_2 são as cargas térmicas impostas aos respectivos estágios, T_b é a temperatura da base onde o radiador está fixado (temperatura da parede do satélite, por exemplo), T_∞ é a temperatura do espaço.

Os valores de c e r são dados por:

$$c = \sigma \epsilon_{MLI} \quad (5)$$

$$r = \sigma \epsilon_R \quad (6)$$

onde σ é a constante de Stefan-Boltzmann e ϵ_{MLI} e ϵ_R são as emissividades efetiva do isolamento e das placas radiadoras respectivamente.

A relação ótima entre as áreas dos n estágios do radiador que fornece a menor temperatura da placa fria é determinada pelo sistema de equações (7):

$$\frac{\partial T_{placa\ fria}}{\partial A_i} = 0 \quad (7)$$

e a área total do radiador é:

$$A_p = \sum_{i=1}^n A_i \quad (8)$$

Em alguns casos, a área total disponível para o radiador é um dos parâmetros do projeto. Neste caso, através da Eq. (8), pode-se obter o valor de A_i em função de A_p e das demais áreas, reduzindo o número de equações do sistema (7) de (n) para ($n-1$).

Para radiadores criogênicos que possuam sombreadores, estes também devem ser otimizados quanto à sua abertura e/ou altura. Bywaters e Keeling (1974) obtiveram valores ótimos para os ângulos de abertura de cones de sombreado para radiadores de estágios circulares. Foi estabelecido um volume fixo do radiador (altura do sombreador x área total), e o parâmetro de projeto a ser otimizado é o ângulo de abertura do cone, θ .

Estes autores adotaram as hipóteses de que a placa fria é sombreada tanto dos raios provenientes do Sol quanto do próprio veículo espacial, de que a órbita é circular equatorial, e de que o eixo do cone no qual o radiador se encaixa é normal ao plano da órbita. O fluxo incidente sobre o radiador é devido à emissão IR e ao albedo terrestre. A geometria ótima é aquela cujo ângulo θ é capaz de interceptar as cargas térmicas radiativas provenientes da atmosfera terrestre, não permitindo que as mesmas alcancem a placa fria do radiador.

Projeto e Desenvolvimento de um Radiador Criogênico Passivo para Aplicações Espaciais. O Núcleo de Controle Térmico de Satélites (NCTS) do Depto. de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina (EMC/UFSC), vem desenvolvendo tecnologia em radiadores criogênicos passivos. O dispositivo em desenvolvimento no NCTS é um radiador criogênico de pequenas dimensões operando a 110 K. Este será ensaiado em solo com diferentes configurações (um, dois ou três estágios). Os dados obtidos servirão de base para projetos futuros de maior porte.

Os parâmetros orbitais adotados para este projeto são: órbita equatorial de baixa altitude (aprox. 800 km) e baixa inclinação (aprox. 7°), Temperatura da base $T_b = 300$ K, $T_\infty = 4$ K, carga térmica imposta $Q_{placa\ fria} = 0.1$ W e área máxima disponível = 0.03463 m².

O objetivo primordial é desenvolver um radiador que opere a 110 K. Também faz parte dos objetivos o estudo dos efeitos das cargas térmicas em órbita, simulando as condições espaciais em laboratório. Também são estudados os efeitos da contaminação de superfícies sobre a temperatura de operação do radiador criogênico. Dados de vôo de outros satélites indicam que as superfícies dos radiadores passivos estão sujeitas a contaminação devido à liberação de gases (*outgassing*) por parte do satélite, e devido a fenômenos orbitais como a incidência dos elétrons e íons carregados constituintes do cinturão de radiação de Van Allen e provenientes de partículas solares. A degradação tende a mudar as propriedades ópticas das superfícies do radiador, causando, assim, um aumento na temperatura da placa fria e consequente diminuição da sensibilidade do detector.

Este radiador foi otimizado utilizando-se o procedimento descrito na seção anterior. A Tabela 3 fornece o valor das áreas ótimas obtidos com o sistema de equações (7) para o desenvolvimento de radiadores criogênicos passivos de dois e três estágios. As Figuras 3, 4 e 5 mostram a variação da temperatura de funcionamento dos estágios do radiador com a área da placa fria (obtidas a partir da Eq. (2)). A Figura 6 mostra a configuração adotada para o radiador criogênico passivo.

Tabela 3 – Áreas ótimas para radiadores criogênicos passivos.

	Rad. criogênico com um estágio	Rad. criogênico com dois estágios	Rad. criogênico com três estágios
1º Estágio	0.03463 m ² *	0.01108 m ²	0.00159 m ²
2º Estágio	-	0.02356 m ² *	0.01063 m ²
3º Estágio	-	-	0.02241 m ² *
Área total	0.03463 m ²	0.03463 m ²	0.03463 m ²

*Placa fria.

Observa-se que, pela Figura 3, que um radiador criogênico passivo de um único estágio com área máxima de 0.03463 m² não consegue operar abaixo de 110 K dissipando a carga térmica estipulada (0.1 W). A temperatura mínima que este radiador consegue atingir é de 113.7 K. Pelas Figuras 4 e 5 observa-se que radiadores de dois ou mais estágios conseguem operar abaixo de 110 K dissipando a carga térmica estipulada no projeto. Observa-se também que o estágio anterior à placa fria pode ser utilizado para dissipar 1 W a temperaturas em torno de 212 K. Observa-se também, que, se submetidos a cargas térmicas iguais, quase não existe diferença entre as temperaturas de operação das placas frias dos radiadores de dois e três estágios. A máxima carga térmica possível a ser dissipada pelo radiador criogênico de dois estágios em estudo (Fig. 4), é de 0.21 W, sem nenhuma dissipação extra pelo segundo estágio. Para o radiador de três estágios (Fig. 5), esta carga sobe para 0.23 W. A linha tracejada nas Figuras 3, 4 e 5 indica a mínima temperatura de operação requerida para o radiador (110 K).

CONCLUSÕES

Dentre os sistemas de resfriamento criogênicos apresentados a escolha pelo radiador passivo para controle térmico de sensores

deveu-se à passividade do sistema, melhor relação custo benefício em relação aos demais sistemas, projeto mais e longa vida operacional quando em órbita.

A necessidade de potência elétrica de acionamento para sistemas ativos é sua principal desvantagem. Nos sistemas de fluido criogênico armazenado, as limitações impostas pelo peso e volume do tanque e as complicações de projeto indicam sua aplicação a casos extremos (temperaturas entre 60 K e 1.5 K, e cargas térmicas entre 0.01 W e 0.1 W).

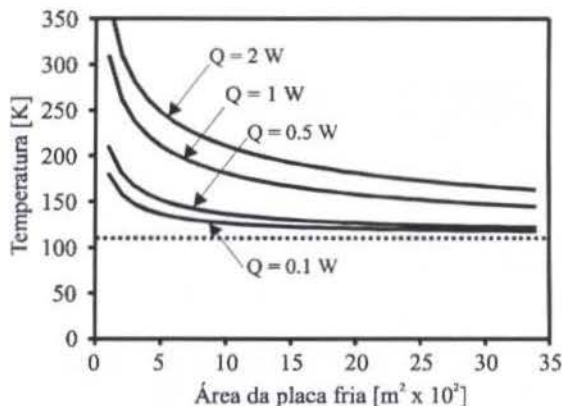


Figura 3 – Temperatura³ da placa fria de um radiador criogênico passivo de um estágio.

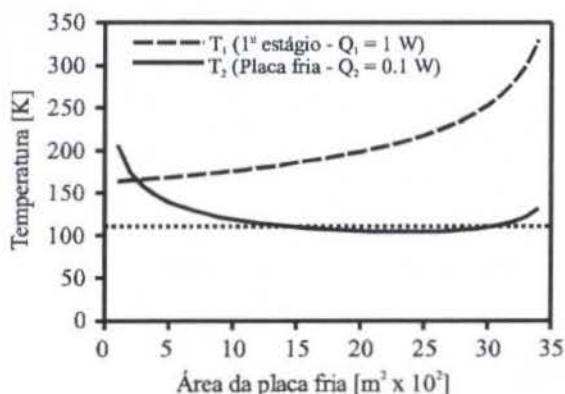


Figura 4 – Temperatura³ dos estágios de um radiador criogênico passivo de duplo estágio ($A_1 = A_p - A_2$).

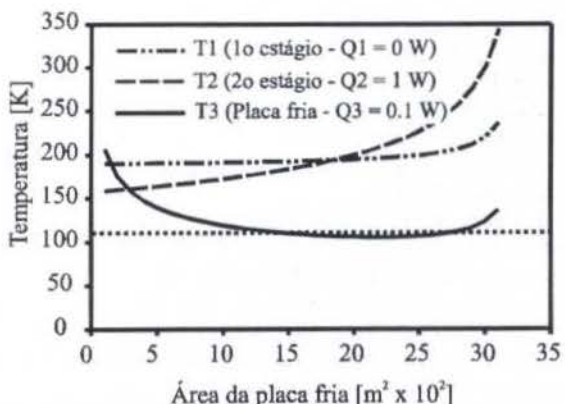


Figura 5 – Temperatura³ dos estágios de um radiador criogênico passivo de três estágios ($A_1 = 0.00159$ m² e $A_2 = A_p - A_3 - A_1$).

³ $\epsilon_{MLU} = 0.020$, $\epsilon_R = 0.900$, $T_b = 300$ K.

Um cuidado todo especial deve ser tomado na escolha dos materiais e das propriedades termo-ópticas nos projetos de radiadores passivos operando a temperaturas criogênicas. Um isolamento térmico condutivo e radiativo bem dimensionado deve ser feito entre os estágios subsequentes, evitando que fluxos de calor parasitas interfiram na eficiência global do sistema, pois a ordem de grandeza das potências dissipadas por radiadores é, normalmente, alguns miliwatts até 1 W.

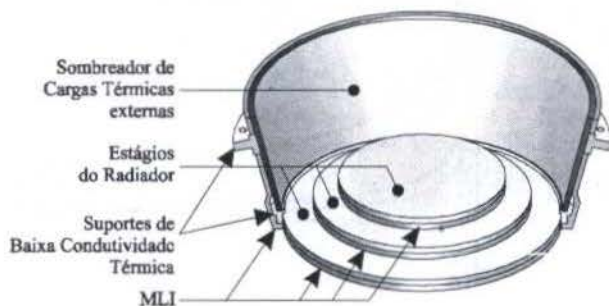


Figura 6 – Configuração adotada para o projeto do radiador criogênico passivo compacto.

As cargas térmicas incidentes sobre o radiador devem ser perfeitamente definidas. Tratando-se de temperaturas a níveis criogênicos, qualquer fluxo incidente, mesmo que de baixa intensidade, pode ser importante, interferindo diretamente na temperatura da placa fria e conseqüentemente na sensibilidade do detector ou no funcionamento do equipamento refrigerado. Couto e Mantelli (1999) mostram uma metodologia para a avaliação das cargas térmicas incidentes sobre satélites em órbita terrestre.

O desenvolvimento de um sistema criogênico que atenda às necessidades do PNAE (Plano Nacional de Atividades Espaciais), conforme apresenta a Agência Espacial Brasileira (AEB) é um importante passo para o domínio da tecnologia de controle térmico a baixas temperaturas. Esta tecnologia pode propiciar o desenvolvimento de sistemas passivos de maior capacidade de rejeição de carga térmica, visando atender necessidades futuras não só de programas espaciais nacionais, mas como também de programas internacionais.

REFERÊNCIAS

- Bard, S., "Advanced Passive Radiator for Spaceborne Cryogenic Cooling", *Journal of Spacecraft*, Vol. 21, April 1984
- Bradshaw, T. W and Orlowska, A. H., "A Closed Cycle 4 K Mechanical Cooler for Space Applications", *Proceedings of the 4th European Symposium on Space Environmental and Control Systems (ESA SP-324)*, Italy, October 1991
- Brand, O. and Schlitt, R., "Low Temperature Radiator Design for the ABRIXAS X-Ray Satellite", *Proceedings of the 6th European Symposium on Space Environmental and Control Systems (ESA SP-400)*, August 1997
- Bywaters, R. P. and Keeling, M. C., "Multistage Radiative Coolers for Spacecraft Sensors", *Advances in Cryogenic Engineering*, Vol. 19, Plenum Press, NY, 1974
- Couto, P. and Mantelli, M. B. H., "Environmental Heat Loads Over External Plates of a Microgravity Capillary Pumped Loop Experiment", *paper submetido ao 6th Congresso Pan Americano de Mecânica Aplicada*, 4 – 8 de Janeiro, 1999
- Donabedian, M., "Survey of Cryogenic Cooling Techniques", *Aerospace Report TR-0073 (3901-01)-1*, October 1972
- Gayard, J., "SIGMA VCHP Radiator: In Orbit Performance", *Proceedings of the 4th European Symposium on Space Environmental and Control Systems (ESA SP-324)*, Italy, October 1991

Gilmore, D. G., "Satellite Thermal Control Handbook", The Aerospace Corporation Press, El Segundo, CA, 1994

Hulett, R. H. and Zierman, C. A., "Staged Radiator Design for Low Temperatures Spacecraft Applications", *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 24, Cambridge, MA, 1971

Jewell, C., "An Overview of ESA Cryocooler Activities", *Proceedings of the 4th European Symposium on Space Environmental and Control Systems (ESA SP-324)*, Italy, October 1991

Jones, B. G., Bradshaw, T. W., Orlowska, A. H. and Jewell, C., "Development and Pre-Qualification Testing of a 20 K Space Cooler", *Proceedings of the 4th European Symposium on Space Environmental and Control Systems (ESA SP-324)*, Italy, October 1991

Mayer, R. D., "Fabrication of a Lightweight Circular Orbit Passive Radiative Cooler", *Philco-Ford Corporation*, CA, 1972

Merrian, R. and Gabron, F., "Spaceborne Passive Radiators for Detector Cooling", *ASME paper No. 71-Av-30*, May 1972

Scully, S. R. and Jewell, C., "Pre-Qualification Level Testing of an 80 K Stirling Cycle Cooler", *Proceedings of the 4th European Symposium on Space Environmental and Control Systems (ESA SP-324)*, Italy, October 1991

Wilson, D. E. and Wright, J. P., "The Multistage Heat Pipe Radiator – An Advancement in Passive Cooling Technology", *AIAA Paper No. 77-760*, June 1977

Wright, J. P., "Development of a 5 W 70 K Passive Radiator", *AIAA Paper No. 80-1512*, July 1980

Wright, J. P. and Pence, W. R., "Development of a Cryogenic Heat Pipe Radiator for a Detector Cooling System", *ASME Paper No. 73-ENAs-47*, July 1973

ABSTRACT

The "state of art" for the thermal control of cryogenic systems is presented. Among the several systems, the project and development of a compact passive cryogenic radiator is selected. A review on the existing studies on this area is also presented. Data obtained with the optimization methodology for passive cryogenic radiators are showed.

DESENVOLVIMENTO DE UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL PARA CARACTERIZAR O DESEMPENHO DE EVAPORADORES 'ROLL-BOND'

Luciana W. da Silva e Cláudio Melo
 Departamento de Engenharia Mecânica
 Universidade Federal de Santa Catarina
 88040-900 - Florianópolis - SC - Brasil

RESUMO

Neste trabalho foram apresentados e comparados três métodos de determinação da transferência de calor em evaporadores "roll-bond". O método escolhido, baseado na utilização de transdutores de fluxo de calor, foi utilizado para quantificar o efeito do posicionamento e da inclinação do evaporador sobre o coeficiente global de transferência de calor. Verificou-se que quando o evaporador era inclinado levemente para trás o coeficiente global de transferência de calor aumentava 6,1% em relação a posição original e que a taxa total de transferência de calor passava a ser igualmente distribuída entre os dois lados da placa.

INTRODUÇÃO

O consumo de energia de um refrigerador depende do desempenho de cada um de seus componentes: compressor, condensador, evaporador e dispositivo de expansão, e da transferência de calor através das paredes do gabinete e das gaxetas das portas. Na maioria dos refrigeradores brasileiros, o evaporador é do tipo 'roll-bond', ou seja, formado por duas placas justapostas de alumínio que originam canais por onde escoo o refrigerante. A prática atual é selecionar a área deste elemento simplesmente em função do volume interno do refrigerador, não considerando por exemplo, a distribuição e o diâmetro dos canais, apesar destes terem efeito sobre a carga de refrigerante e sobre a pressão de sucção do compressor. Desta forma, resolveu-se construir uma bancada experimental para quantificar a transferência de calor em tais tipos de trocadores, e assim poder caracterizar, por exemplo, o efeito da geometria e do posicionamento dentro do refrigerador. Além das técnicas convencionais de avaliar o fluxo de calor, este foi também avaliado através de transdutores de fluxo de calor. Testes foram realizados com um evaporador 'roll-bond' em três posições distintas no interior do gabinete, com o objetivo de aplicar a metodologia desenvolvida, Silva (1998).

BANCADA PARA CONTROLE DAS CONDIÇÕES DE FUNCIONAMENTO DO EVAPORADOR

A bancada para testes de evaporadores, construída para controlar e medir as condições do refrigerante na entrada e saída do evaporador, está montada no ambiente de testes, esquematizado na Figura 1. Compõe-se basicamente de três sistemas: i) sistema de refrigeração, ii) sistema elétrico e iii) sistema de medição.

O sistema elétrico e partes dos sistemas de medição e de refrigeração estão localizados no exterior da câmara, em ambiente climatizado, o que facilita o controle da bancada. No interior da câmara encontra-se a seção de teste composta basicamente pelo evaporador, dispositivo de expansão e transdutores de temperatura e pressão.

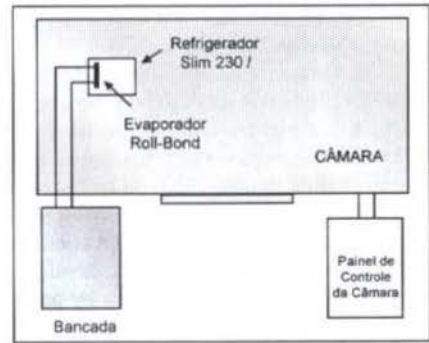


Figura 1 - Vista superior do ambiente de testes

Sistema de Refrigeração. Os componentes do sistema de refrigeração estão dispostos como ilustrado na Figura 2.

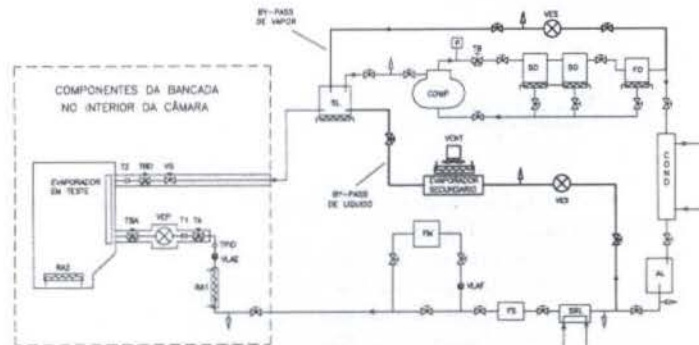


Figura 2 - Bancada para testes de evaporadores

Como mencionado anteriormente, pode-se observar que a maior parte dos componentes estão localizados no exterior da câmara de testes. No interior da câmara estão o evaporador, a

válvula de expansão principal (VEP), o visor de líquido (VLAE) e a resistência aquecedora para controle do sub-resfriamento (RA1).

A bancada utiliza HFC-134a como fluido refrigerante e funciona da seguinte forma: Refrigerante a alta temperatura e pressão sai do compressor passando pelos separadores de óleo (SO) e filtro de óleo (FO), instalados em série. Os separadores têm sistema automático de retorno de óleo para o compressor, enquanto o filtro necessita de retorno manual. O pressostato de alta (P) desliga o compressor se o sistema ultrapassar seus limites máximos de pressão.

O fluido refrigerante a alta pressão e temperatura segue então para o condensador, onde sofre mudança de fase e um possível sub-resfriamento. A pressão de condensação é controlada pela troca de calor no condensador, através de uma válvula que regula o fluxo de água de refrigeração. Refrigerante líquido a alta pressão passa do acumulador (AL) para o sub-resfriador (SRL), também refrigerado a água, onde o sub-resfriamento pode ser aumentado. Em seguida, passa pelo filtro secador (FS) e pelo medidor de fluxo de massa (FM). O visor de líquido (VLAF), antes do medidor de vazão, auxilia na verificação do estado do refrigerante, o qual, necessariamente deve se encontrar na fase líquida nesta posição.

A resistência de aquecimento (RA1), controlada por um PID, tem o objetivo de ajustar o nível de sub-resfriamento antes do refrigerante ser expandido na válvula de expansão principal (VEP). O visor de líquido logo após a resistência (VLAE), serve para verificar a presença de bolhas no fluxo de refrigerante antes da entrada no dispositivo de expansão.

A pressão de evaporação é controlada pela válvula pressostática (VEP). Esta válvula ao ser aberta, aumenta a passagem de fluido refrigerante ao evaporador, aumentando assim, a pressão de evaporação. Do evaporador, o refrigerante segue para o separador de líquido (SL), de onde apenas vapor é aspirado pelo compressor.

A capacidade de refrigeração do sistema é controlada através de um by-pass de líquido, composto por uma válvula de expansão (VES) e um evaporador secundário, e de um by-pass de vapor, que liga o filtro de óleo ao separador de líquido.

Sistema de Medição. Durante os experimentos foram utilizados transdutores para a medição de temperatura (TPID, T1 e T2), pressão (TA, TBA e TBD) e fluxo de massa (FM), também indicados na Figura 2. As incertezas de medição destes transdutores, foram compostas pela máxima dispersão da medição encontrada durante a calibração e pelo erro de ajuste da curva de calibração, Gonçalves (1994). Os valores resultantes foram: $\pm 0,04$ kg/h, $\pm 0,05$ bar e $\pm 0,2$ °C.

MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DA TAXA DE CALOR TRANSFERIDA PARA O EVAPORADOR

O evaporador em estudo é do tipo 'roll-bond' de placa plana, como ilustrado na Figura 3.

Este evaporador está montado no interior de um refrigerador de 230 litros, que por sua vez está localizado no interior da câmara com temperatura ambiente controlada, como ilustrado na Figura 1. Na Figura 2 é possível verificar a posição do evaporador em relação ao sistema de refrigeração da bancada.

O coeficiente global de transferência de calor do evaporador, será determinado através da seguinte relação (Incropera, 1990):

$$U_{evap} = \frac{q_{evap}}{A_{evap} \cdot (\bar{T}_{fr} - T_{evap})} \quad (1)$$

onde U_{evap} , A_{evap} , \bar{T}_{fr} , T_{evap} e q_{evap} , correspondem respectivamente ao coeficiente global de transferência de calor do evaporador, à área superficial total do evaporador, à temperatura média do ar na região frontal do evaporador; à temperatura de evaporação inferida a partir da pressão de evaporação e à taxa de transferência de calor

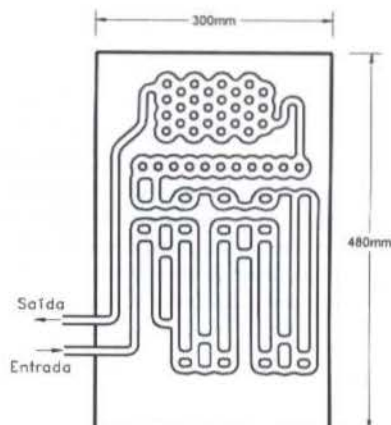


Figura 3 - Evaporador 'roll-bond' (Slim 230 litros)

Os valores utilizados na determinação de ' \bar{T}_{fr} ', (T1, T2, T6, T7, T8), foram os medidos nas posições indicadas na Figura 4.

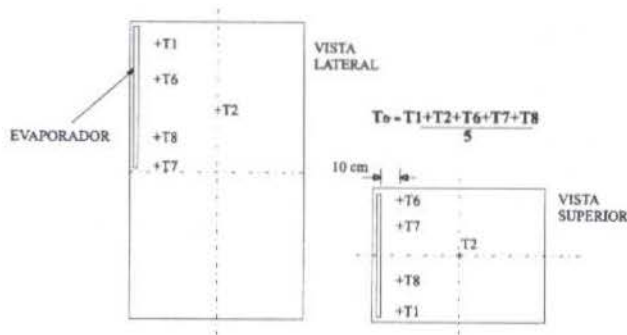


Figura 4 - Posicionamento dos termopares para medir a temperatura do ar na face frontal do evaporador

O valor de ' q_{evap} ' pode ser avaliado de diversas formas e é isto que diferencia os métodos de análise a seguir apresentados.

Método Direto. Neste método o fluxo de calor sendo transferido no evaporador é obtido diretamente através de um balanço de energia no evaporador, o que origina a equação a seguir:

$$q_{evap} = \dot{m} \cdot (h_1 - h_4) \quad (2)$$

onde ' \dot{m} ' e ' h ' representam respectivamente o fluxo de massa e a entalpia específica do refrigerante.

As condições termodinâmicas do refrigerante nos pontos 1 e 4 estão representadas no diagrama pressão-entalpia da Figura 5, ressaltando-se que as entalpias foram obtidas a partir de medições de pressão e temperatura nos pontos de interesse.

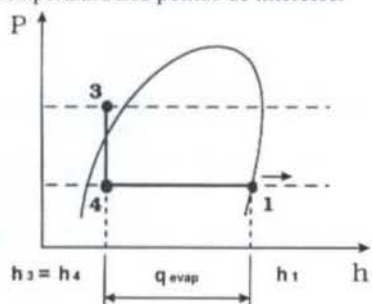


Figura 5 - Diagrama pressão-entalpia

Método Indireto. Independentemente do método empregado, é necessário que os ambientes externo e interno ao refrigerador tenham suas temperaturas controladas. O sistema de climatização da câmara controla a temperatura externa ao refrigerador. Já a temperatura interna é controlada por resistências elétricas posicionadas na parte inferior do gabinete, como ilustrado na Figura 6.

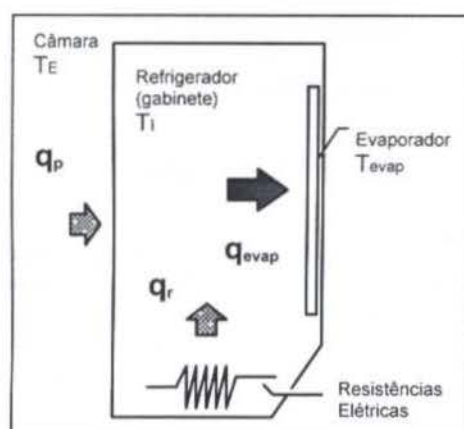


Figura 6 - Esquema da situação de teste

O método indireto, considera que todo calor transmitido através das paredes do refrigerador ' q_p ' devido à diferença entre a temperatura ambiente média externa ' \bar{T}_E ' e a temperatura média interna do gabinete ' \bar{T}_I ', adicionado ao calor gerado pelas resistências elétricas ' q_r ', é absorvido pelo fluido refrigerante, ou seja:

$$q_{evap} = q_p + q_r \quad (3)$$

O valor de ' q_r ' corresponde à própria potência dissipada pelas resistências elétricas, e ' q_p ' pode ser determinado através da seguinte expressão:

$$q_p = (UA)_p \cdot (\bar{T}_E - \bar{T}_I) \quad (4)$$

O parâmetro $(UA)_p$ é determinado experimentalmente através de teste regulamentado pela norma técnica NTB00119 (1992). O

ensaio consiste em manter o ar no interior do gabinete numa temperatura superior à temperatura externa, através do acionamento de resistências elétricas com potência não superior a 50W, instaladas na superfície inferior do gabinete, como ilustrado na Figura 6. Tais resistências são controladas por um variador de tensão sendo a sua potência ' q_r ' medida através de um transdutor de potência. Desta forma, o fator UA do refrigerador é dado por:

$$(UA)_p = \frac{q_r}{(\bar{T}_E - \bar{T}_I)} \quad (5)$$

A temperatura média interna corresponde à média aritmética das temperaturas T1, T2, T3, T4, e T5, medidas nos pontos indicados na Figura 7. Os transdutores que indicam as temperaturas TT, TD, TF e TE, foram posicionados a 10 cm das paredes, no centro geométrico das laterais e da porta. A média aritmética destas 4 temperaturas corresponde à temperatura média externa.

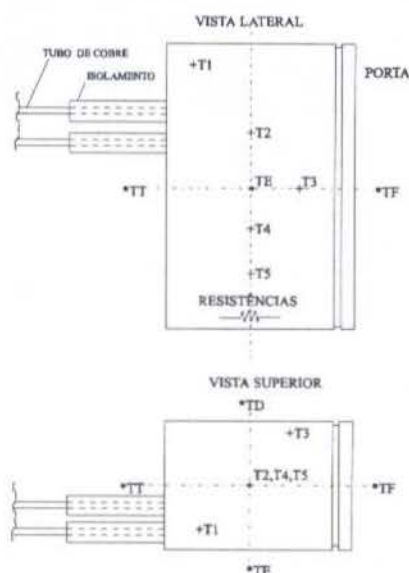


Figura 7 - Posicionamento dos transdutores de temperatura para o teste de UA

Todos os transdutores utilizados na avaliação da temperatura do ar, foram brasados com estanho no centro geométrico de massas térmicas padrões de cobre. Os acessórios do refrigerador, tais como prateleiras e gavetas, foram removidos para permitir a instalação das resistências e para evitar a estratificação térmica. As resistências foram cobertas com papel alumínio para facilitar a dissipação de calor. Dois furos com diâmetros de aproximadamente 25mm, foram realizados na parede posterior para permitir o acoplamento do refrigerador à bancada.

Os valores de UA e suas incertezas de medição, estão relacionadas na Tabela 1, para 3 diferentes condições de teste.

Utilização de Transdutores de Fluxo de Calor. Este método consiste na avaliação direta do fluxo de calor transferido para o refrigerante, através da utilização de transdutores de fluxo de calor com dimensões de 5x1 cm, dispostos nas superfícies frontal e posterior do evaporador (entre canais), como ilustrado na Figura 8.

Tabela 1 - Valores de UA (refrigerador anexado à bancada)

	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3
q , [W]	42,11 ± 0,10	45,46 ± 0,10	46,44 ± 0,11
\bar{T}_I [°C]	42,73 ± 0,10	50,02 ± 0,10	56,88 ± 0,10
\bar{T}_E [°C]	18,55 ± 0,15	25,21 ± 0,15	31,74 ± 0,15
UA [W/°C]	1,74 ± 0,01	1,83 ± 0,01	1,85 ± 0,01

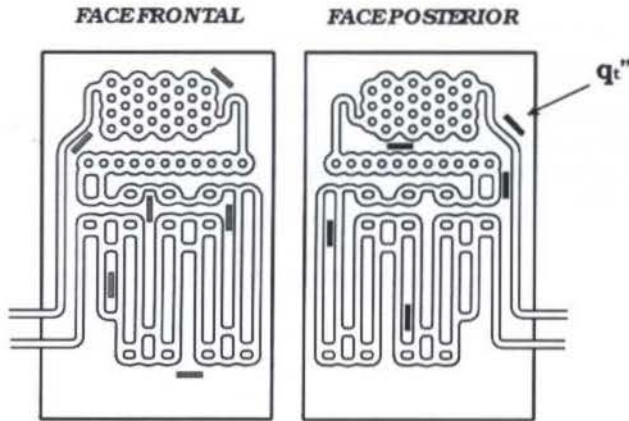


Figura 8 - Distribuição dos transdutores de fluxo de calor nas faces do evaporador

Desta forma 'q_{evap}' é dado por:

$$q_{evap} = q_{evap}^* \times A_{evap} \quad (6)$$

sendo,

$$q_{evap}^* = \frac{\left(\frac{\sum_{i=1}^n q_i^*}{n} \right)_{FACE\ FRONTAL} + \left(\frac{\sum_{i=1}^n q_i^*}{n} \right)_{FACE\ POSTERIOR}}{2} \quad (7)$$

onde 'n' é o número de transdutores de fluxo de calor em cada face do evaporador.

Um transdutor de fluxo de calor, em geral, quando submetido a um fluxo térmico, registra um gradiente de temperatura decorrente da sua configuração interna e que por sua vez é proporcional a este fluxo. Nos transdutores utilizados no presente trabalho, Güths et al. (1995), este gradiente de temperatura é gerado num plano tangencial ao plano de medição, devido a uma assimetria física que desvia as linhas de fluxo, como ilustrado na Figura 9. A Figura 10 apresenta um desenho esquemático do transdutor aberto.

Este tipo de transdutor é composto por um suporte metálico de constantan, sobre o qual estão depositadas camadas de cobre, formando o que denomina-se de termopar planar a eletrodos depositados. Pinos de cobre em contato com uma das extremidades do termopar, desviam as linhas de fluxo de calor, gerando o gradiente de temperatura. Os termopares estão ligados em série, e cada um converte a diferença de temperatura em força eletromotriz (f.e.m.) através do efeito Seebeck.

Na Figura 10 podem ser observadas as várias camadas de cobre, na parte inferior, depositadas ao longo de uma longa tira de constantan, e os pinos de cobre, na parte superior, responsáveis pela assimetria das linhas de fluxo.

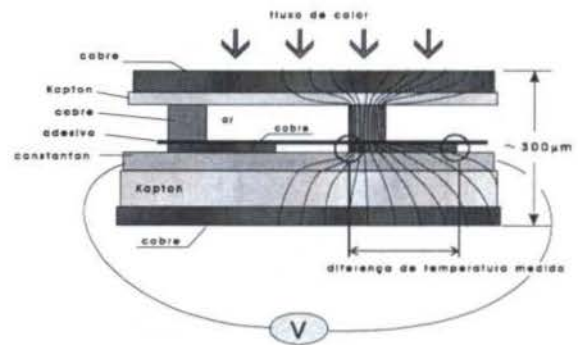


Figura 9 - Vista lateral de um transdutor em corte.

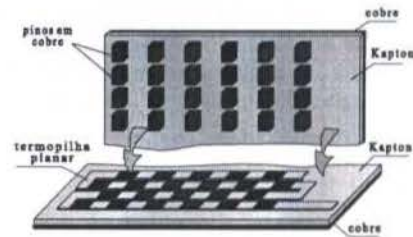


Figura 10 - Vista de um transdutor aberto

COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS

Com o objetivo de comparar os três métodos utilizados na avaliação da taxa de transferência de calor 'q_{evap}' para o evaporador, foram realizados dois testes nas seguintes condições:

A) ($\bar{T}_I = 8,13^\circ\text{C}$; $\bar{T}_E = 32,53^\circ\text{C}$) → $\Delta\bar{T} = 24,40^\circ\text{C}$

B) ($\bar{T}_I = 12,27^\circ\text{C}$; $\bar{T}_E = 43,16^\circ\text{C}$) → $\Delta\bar{T} = 30,89^\circ\text{C}$

Neste caso, a saída do evaporador foi mantida superaquecida para a determinação da entalpia 'h₁' necessária ao método direto. Para o parâmetro (UA)_p, utilizado no método indireto, foram assumidos os valores de 1,85 [W/K] de acordo com a Tabela 1 para $\bar{T}_E \sim 32^\circ\text{C}$, e 1,95 [W/K] extrapolando os resultados desta tabela para $\bar{T}_E \sim 43^\circ\text{C}$.

A Tabela 2 apresenta os valores de 'q_{evap}' determinados a partir dos testes A e B.

Tabela 2 - Comparação entre métodos, 'q_{evap}' [W]

TEST E	MÉTODO DIRETO	MÉTODO INDIRETO	UTILIZAÇÃO DE TRANSDUTORES
A	58,5	59,0	60,5
B	59,1	60,2	61,1

Pode-se observar que a maior diferença encontrada entre os métodos não ultrapassou o valor de 2 W, o que representa apenas -3,3% da taxa de calor medida com os transdutores.

Os resultados obtidos permitem concluir que os métodos apresentados não diferem significativamente entre si, optando-se

então, nos demais testes, pela utilização de transdutores de fluxo de calor, em função da sua praticidade e sobretudo, pela possibilidade de se avaliar a distribuição do fluxo de calor em ambas as faces do evaporador.

AValiação Experimental do Coeficiente Global de Transferência de Calor do Evaporador

O coeficiente global de transferência de calor ' U_{evap} ' do trocador de calor em questão, foi determinado variando-se o seu posicionamento no interior do gabinete.

Foram realizados três grupos distintos de testes como indicado na Figura 11: i) evaporador na condição original (posição 1); ii) evaporador inclinado mais para frente (posição 2); iii) evaporador inclinado para trás (posição 3). Estas variações tiveram como limite as grades horizontais do refrigerador

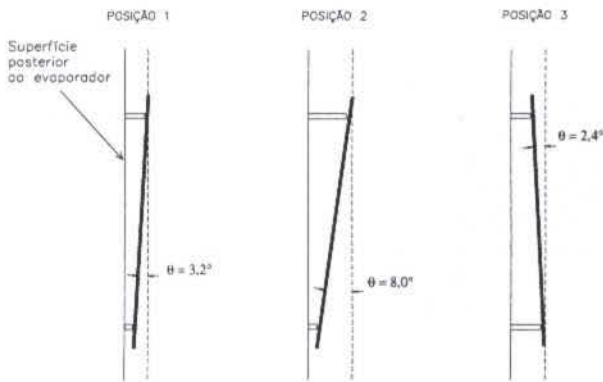


Figura 11 - Posições do evaporador no interior do gabinete

Os pontos experimentais foram obtidos mantendo constantes a pressão e temperatura do refrigerante na entrada do dispositivo de expansão, a pressão de evaporação e o fluxo de massa de refrigerante, enquanto a temperatura interna do gabinete era variada. A condição do refrigerante na saída do evaporador foi mantida sempre saturada para garantir uma maior uniformidade da temperatura superficial do evaporador.

O valor de ' q_{evap} ' foi obtido através das indicações dos transdutores de fluxo de calor fixados nas superfícies posterior e frontal do evaporador.

Foram realizados 20 testes para cada posição do evaporador. As leituras tiveram duração de 30 min e foram realizadas uma hora após a bancada ter atingido condições de estabilização. Dentro do intervalo de 30 minutos escolheu-se um outro intervalo de 5 min, onde o limite máximo aceitável para a variação de temperatura, pressão e fluxo de massa era respectivamente de $\pm 0,2$ °C, $\pm 0,05$ bar e $\pm 0,025$ kg/h. Finalmente escolheu-se um intervalo de 1 min do intervalo de 5 min, executando-se um processo de média com os valores registrados.

As Figuras 12, 13 e 14 mostram respectivamente os resultados obtidos para o evaporador nas posições 1, 2 e 3.

As linhas representam o ajuste dos pontos experimentais através do método dos mínimos quadrados. O coeficiente de cada polinômio de primeira ordem corresponde ao valor de ' UA ' do evaporador. Estes coeficientes deram origem aos seguintes valores de ' U_{evap} ': 7,69 [W/m².K] (posição original), 7,79 [W/m².K] (inclinado para frente), 8,16 [W/m².K] (inclinado para trás).

Como pode ser observado, o coeficiente global de transferência de calor não foi fortemente afetado pela posição do evaporador. Isto deve-se ao fato das limitações impostas pela geometria do refrigerador para variação das posições. Dentro destas condições, a melhor posição foi a inclinado para trás. Nesta posição, o valor médio de ' U_{evap} ' foi 6,1% superior ao valor médio encontrado para o evaporador na posição original.

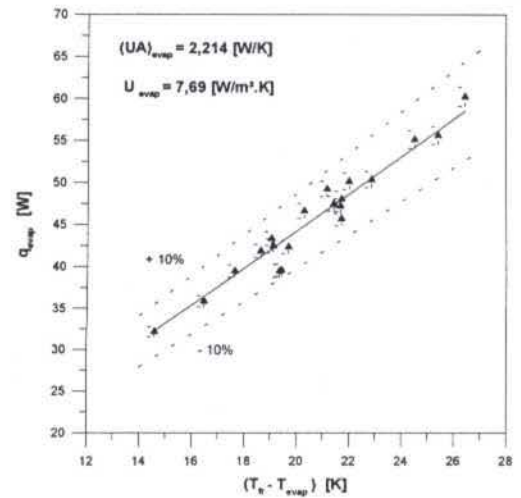


Figura 12 - q_{evap} vs ΔT (posição original)

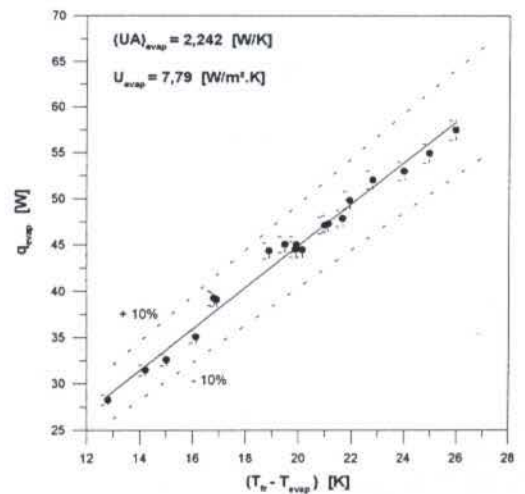


Figura 13 - q_{evap} vs ΔT (inclinado para frente)

As Figuras 15, 16 e 17 ilustram, respectivamente para as posições 1, 2 e 3, os valores das taxas de calor transferidas através das faces frontal e posterior do evaporador, na forma de valores percentuais.

Nas posições 1 e 2 verifica-se que uma maior taxa de calor é transferida para o fluido refrigerante através da face frontal do evaporador. Entretanto, quando o evaporador é inclinado para trás, esta diferença praticamente desaparece.

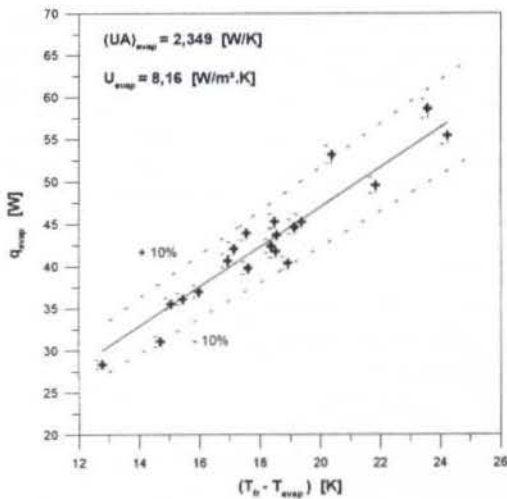


Figura 14 - q_{evap} vs ΔT (inclinado para trás)

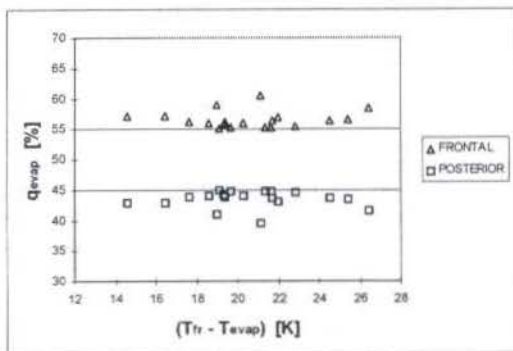


Figura 15 - Distribuição da taxa de calor (posição original)

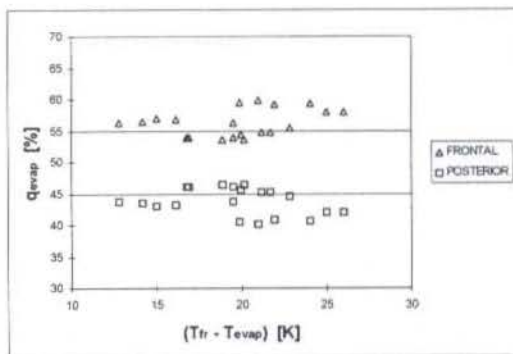


Figura 16 - Distribuição da taxa de calor (inclinado para frente)

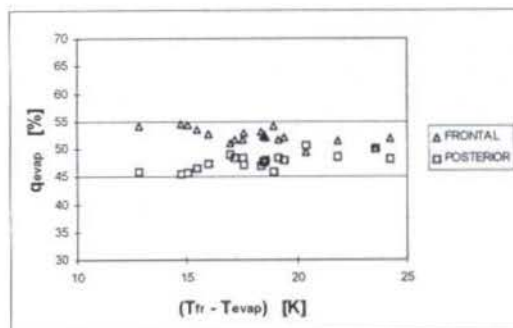


Figura 17 - Distribuição da taxa de calor (inclinado para trás)

CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma metodologia específica para a avaliação experimental da transferência de calor em evaporadores "roll-bond", baseada na utilização de transdutores de fluxo de calor.

O efeito do posicionamento do evaporador no interior do gabinete, sobre o valor de ' U_{evap} ', foi efetuado. Como as inclinações eram limitadas pelo espaço livre interno do gabinete, as diferenças observadas não foram significativas.

A partir de um processo de regressão, verificou-se que o evaporador apresentou melhor desempenho quando estava inclinado para trás. Nesta posição, o desempenho foi 6,1% superior ao valor associado com a posição original.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi desenvolvido dentro de um programa de cooperação técnico científico entre a Embraco S.A. e o Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC. O apoio recebido da Embraco S.A. foi fundamental para a realização deste trabalho, razão pela qual externamos os nossos agradecimentos, em especial ao Eng. Roberto Horn Pereira. Agradecemos também a Multibrás S.A., em especial, ao Eng. Moacyr Marangone Mezavila, pelo fornecimento dos refrigeradores e das placas evaporadoras.

ABSTRACT

In this work three methods to evaluate the heat transfer in roll-bond evaporators were presented and compared. The chosen method, based on heat flux meters, was employed to study the evaporators positioning effect on the overall heat transfer coefficient. It is shown that the overall heat transfer coefficient is increased by 6.1% when the plate is slightly tilted backwards. At this same position the overall heat transfer rate is equally distributed between both sides of the evaporator.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Gonçalves, J.M., "Análise Experimental do Escoamento de Fluidos Refrigerantes em Tubos Capilares", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, 1994
- Güths, S., Philippi, P. C., Gaviot, E. & Thery, P., "Um Transdutor de Fluxo de Calor a Gradiente Tangencial", Universidade Federal de Santa Catarina - Brasil / Université de Lille - France, XIII COBEM, Minas Gerais, 1995.
- NTB00119, "Isolação Térmica de Refrigeradores e Congeladores - Determinação do fator U_{eA} - Método de Ensaio", Norma Técnica Brasmotor, Fev. 1992.
- Incropera, F.P., DeWitt, D.P., "Introduction to Heat Transfer", John Wiley & Sons, 2nd Ed., 1990.
- Silva, L. W., "Caracterização da Transferência de Calor em Evaporadores 'Roll-Bond'", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina - EMC, 1998.

DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DE UM MODELO NUMÉRICO PARA SIMULAÇÃO DE REFRIGERADORES DOMÉSTICOS

Fábio Henrique Klein (*), Cláudio Melo (**) e Marco Eduardo Marques (***)

(*) Empresa Brasileira de Compressores S.A.

(**) Departamento de Engenharia Mecânica -UFSC

(***) Multibrás Eletrodomésticos S. A.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar um código computacional de natureza permanente, aplicado a um tipo específico de refrigerador de 1 porta, constituído por um compressor hermético alternativo, um evaporador "roll-bond", um condensador arame sobre tubo e um trocador de calor tubo capilar-linha de sucção do tipo concêntrico. As previsões do modelo são comparadas com testes de "pull-down", realizados em duas temperaturas ambiente. Uma análise de sensibilidade do modelo englobando variações na temperatura ambiente e em alguns parâmetros geométricos, é também apresentada e discutida.

INTRODUÇÃO

O emprego de fluidos refrigerantes ecologicamente aceitáveis e o consumo de energia têm sido utilizados pelas indústrias de refrigeração como elementos de marketing. Isto faz com que a transição para sistemas que operem com novos fluidos deva ser acompanhada por ações que visem principalmente a redução do consumo de energia.

O projeto de refrigeradores e freezers é feito geralmente através da utilização de processos individuais de cálculo para os componentes básicos (compressor, condensador, evaporador e tubo capilar) acompanhados de testes experimentais. Este procedimento exige a realização de vários testes experimentais que consomem tempo e recursos, pois o processo de dimensionamento não considera o inter-relacionamento entre os componentes. Um procedimento alternativo consiste na utilização de modelos computacionais que permitam simular o comportamento integrado dos componentes do sistema, como forma de gerar produtos com menor consumo de energia. Através destes modelos torna-se possível avaliar várias opções de projeto antes da necessária fase experimental.

A contribuição maior deste trabalho é apresentar um modelo para a simulação em regime permanente de um tipo específico de refrigerador, acompanhado de um conjunto de resultados experimentais utilizados na sua validação. O refrigerador utilizado é um modelo simples, de 1 porta e sem congelador. O fluido refrigerante utilizado é o HFC-134a e o isolamento é de poliuretano, expandido com CFC-11.

Devido a limitação de espaço, serão apresentadas apenas a estrutura geral do programa, as modelações do compressor, do trocador de calor tubo capilar-linha de sucção e da transferência de calor para o interior do gabinete, o inventário de massa, a validação do modelo e uma pequena análise de sensibilidade. Maiores detalhes podem ser encontrados em Klein (1998).

ESTRUTURA GERAL DO PROGRAMA

O fluxograma geral do programa é mostrado na Figura 1. Como dados de entrada, são necessários apenas os parâmetros físicos do refrigerador e a temperatura ambiente.

As estimativas iniciais das temperaturas de condensação, de evaporação, na entrada do compressor e do gabinete são obtidas através de funções dependentes da temperatura ambiente, inseridas dentro do próprio programa. Embora para muitas situações estas funções não estimem valores muito próximos do real, em nenhum caso observou-se qualquer problema de convergência.

O programa inicia com a simulação do compressor, que depende da temperatura na entrada deste componente, e também das temperaturas de evaporação, de condensação e ambiente. Os próximos componentes a serem simulados são o condensador e o trocador de calor tubo capilar-linha de sucção, os quais além dos dados de entrada, necessitam das condições do fluido refrigerante na saída do componente anterior.

Após a simulação do trocador de calor, a temperatura de condensação é ajustada através do método da falsa posição, até que os fluxos de massa fornecido pelo compressor e pelo tubo capilar sejam iguais.

Em seguida simula-se a parte da linha de sucção compreendida entre a saída do trocador de calor e a entrada no compressor. A temperatura na entrada do compressor, arbitrada inicialmente, é substituída pela temperatura na saída da linha de sucção calculada, até que não hajam mais modificações nestes valores.

O passo seguinte é a simulação do calor transferido para o interior do gabinete. São utilizadas as temperaturas ambiente, do gabinete e da placa do evaporador. Na simulação do evaporador, a capacidade de refrigeração deve ser igual ao calor transferido para o interior do gabinete. Em caso contrário, acréscimos ou decréscimos são efetuados na temperatura do gabinete, até que esta igualdade seja estabelecida.

Conhecida a entalpia do refrigerante na saída do evaporador, o fluxo de massa e a capacidade de refrigeração, determina-se a entalpia do refrigerante na entrada do evaporador. Esta, por sua vez, é comparada com a entalpia do refrigerante na saída do tubo capilar. A temperatura de evaporação é ajustada através do método da falsa posição até que estes valores coincidam.

A última parte do programa está relacionada com o cálculo da massa de refrigerante contida no sistema na condição de melhor desempenho do refrigerador, ou seja, quando o refrigerante encontra-se na condição de vapor saturado seco na saída do evaporador.

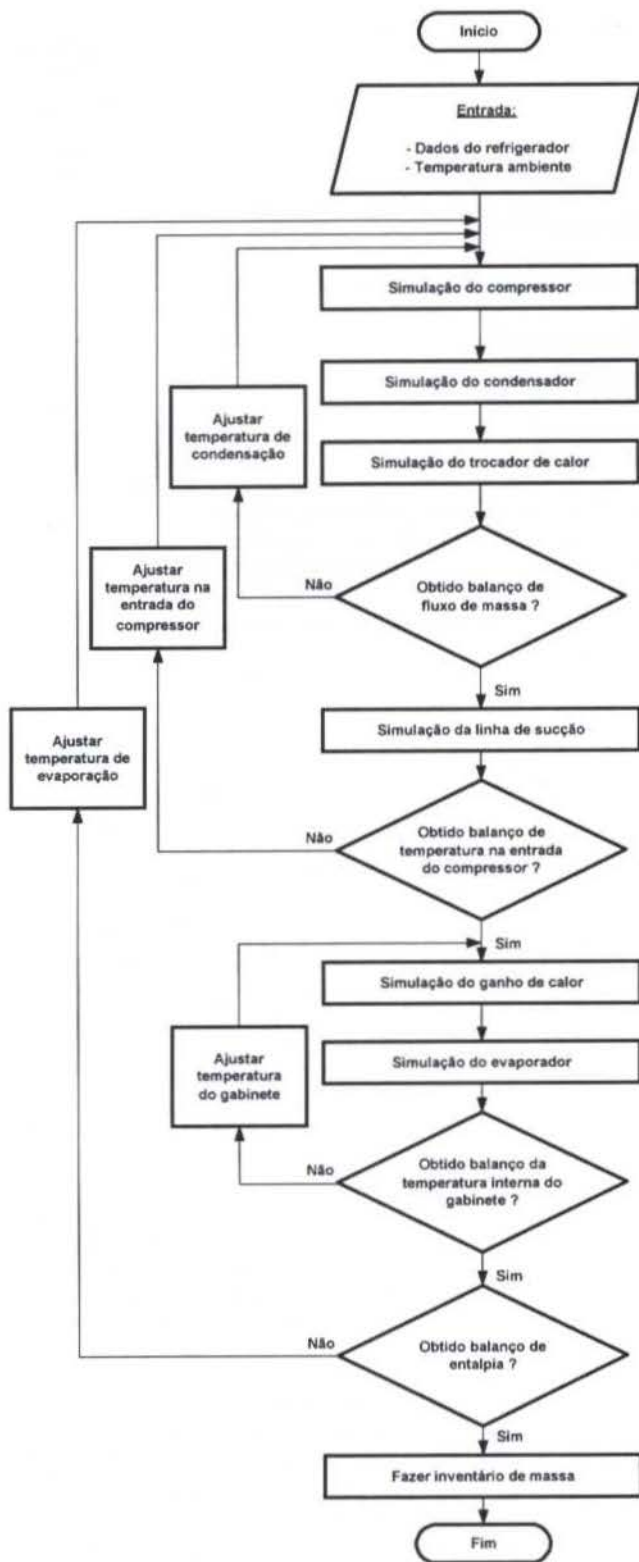


Figura 1 - Estrutura geral do programa

MODELAÇÃO DO COMPRESSOR

A modelação do compressor baseia-se em relações termodinâmicas que estimam o fluxo de massa e a potência de compressão, juntamente com algumas relações obtidas a partir de experimentos.

Os testes experimentais foram realizados em um calorímetro de fluido secundário, onde foram realizadas medições de pressão e temperatura nos passadores de sucção e descarga e nas câmaras de sucção e descarga de um compressor especialmente instrumentado, além das medições de rotina, tais como temperatura do corpo do compressor, potência elétrica, fluxo de massa e capacidade de refrigeração.

Através destes testes foram ajustadas correlações para determinação das quedas de pressão entre o passador e a câmara de sucção (queda de pressão na sucção) e entre o passador e a câmara de descarga (queda de pressão na descarga), além de correlações para determinação da elevação de temperatura entre o passador e a câmara de sucção (elevação de temperatura na sucção) e queda de temperatura entre a câmara e o passador de descarga (queda de temperatura na descarga), todas em função das temperaturas de condensação, evaporação e do corpo do compressor.

O fluxo de massa deslocado pelo compressor, \dot{m}_{comp} , é determinado pela Equação 1, onde o termo entre colchetes representa a forma usual de se expressar o rendimento volumétrico ideal. Entretanto, deve-se ressaltar que tanto os efeitos de vazamento, que aparecem na determinação do expoente politrópico, como a perda de carga nas válvulas de sucção e descarga já estão contempladas na equação proposta, o que faz com que as suas previsões se aproximem consideravelmente do valor real.

$$\dot{m}_{comp} = \frac{\dot{V}_d}{v_{SUC}} \left[I + C - C \left(\frac{P_{DES}}{P_{SUC}} \right)^{1/n} \right] \quad (1)$$

Na equação anterior os termos \dot{V}_d , v_{SUC} , C , P_{DES} , P_{SUC} , n representam respectivamente o deslocamento volumétrico, o volume específico na câmara de sucção, a fração de volume morto, a pressão na câmara de descarga, a pressão na câmara de sucção e o expoente politrópico.

A potência elétrica consumida pelo compressor, \dot{W} , é determinada diretamente a partir da potência de compressão, \dot{W}_C , através das Equações 2 e 3.

As constantes A_1 e A_2 foram determinadas a partir de testes calorimétricos, podendo ser encontradas em Klein (1998).

$$\dot{W}_C = \dot{m}_{comp} \left\{ \frac{n}{n-1} P_{SUC} v_{SUC} \left[\left(\frac{P_{DES}}{P_{SUC}} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right] \right\} \quad (2)$$

$$\dot{W} = F_{CP} (A_1 + A_2 \dot{W}_C) \quad (3)$$

Como todos os pontos utilizados na determinação das constantes A_1 e A_2 são referentes a uma temperatura de corpo do compressor de 60°C, a relação obtida deve ainda ser multiplicada pelo fator de correção F_{CP} , também determinado experimentalmente como uma função da temperatura do corpo do compressor.

A pressão no interior da câmara de sucção é obtida subtraindo-se a queda de pressão na sucção, da pressão de entrada no compressor e a temperatura através da soma da elevação de temperatura na sucção à temperatura na entrada do compressor. Como a pressão na saída do compressor é conhecida, subtrai-se deste valor a queda de pressão na descarga para se obter a pressão na câmara de descarga. A temperatura na câmara

de descarga, T_{DES} , é dada pela Equação 4, obtida através da substituição da equação dos gases perfeitos na relação de compressão politrópica. A temperatura na saída do compressor é determinada subtraindo-se a queda de temperatura na descarga da temperatura na câmara de descarga.

$$T_{DES} = T_{SUC} \left(\frac{P_{DES}}{P_{SUC}} \right)^{\frac{(n-1)}{n}} \quad (4)$$

O expoente politrópico foi determinado através da equação a seguir, onde as pressões e os volumes específicos na sucção e descarga foram também obtidos a partir de testes de calorímetro.

$$P_{SUC} v_{SUC}^n = P_{DES} v_{DES}^n \quad (5)$$

MODELAÇÃO DO TROCADOR DE CALOR TUBO CAPILAR-LINHA DE SUCCÃO

Mezavila (1995) desenvolveu um programa computacional denominado CAPHEAT, capaz de fornecer o fluxo de massa através do capilar, a temperatura na saída do trocador e o título na saída do capilar, em função das condições de operação e da geometria do trocador de calor.

Este programa, entretanto, apresenta dificuldades de convergência para algumas situações, o que impossibilitou o seu acoplamento ao programa sendo desenvolvido. Desta forma, optou-se por utilizar resultados fornecidos pelo CAPHEAT para gerar correlações que pudessem mais facilmente ser inseridas no módulo computacional, objeto deste trabalho.

Para o desenvolvimento destas correlações, fez-se necessário a utilização de um método estatístico conhecido como projeto fatorial fracionado em dois níveis (ver Box et al. (1978)), com a finalidade de racionalizar o número de "pontos experimentais" necessários para a descrição adequada do fenômeno.

Como dados de entrada, foram consideradas 8 variáveis: pressão de condensação, grau de sub-resfriamento ou título na saída do condensador, temperatura de evaporação, grau de superaquecimento na saída do evaporador, diâmetro interno do tubo capilar, comprimento do tubo capilar, comprimento da região de entrada (distância entre o início do tubo capilar e o final do trocador de calor) e o comprimento do trocador de calor.

As correlações desenvolvidas foram comparadas com as previsões do programa CAPHEAT, em diversas condições geométricas e operacionais, quando se verificou uma dispersão máxima de +/- 10%.

MODELAÇÃO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR PARA O INTERIOR DO GABINETE

De acordo com a Equação 6, a transferência de calor para o interior do gabinete, q_{tot} , foi dividida em duas partes principais: i) transferência de calor através da região da gaxeta (q_{Rgax}) e ii) transferência de calor unidimensional através das paredes e porta do refrigerador (q_{ID}).

$$q_{tot} = q_{ID} + q_{Rgax} \quad (6)$$

Flynn et al. (1992) desenvolveram um programa utilizando a técnica de elementos finitos para analisar a transferência de calor através da região da gaxeta de refrigeradores e freezers, e concluíram que esta região é responsável por cerca de 25% da transferência total de calor para o gabinete. A Equação 7, mostra que a transferência de calor através da região da gaxeta pode ser dividida em 4 partes: i) condução de calor através da gaxeta propriamente dita (q_{gaxeta}), ii) vazamentos ($q_{vazamento}$), iii) condução de calor através do flange da porta ($q_{f,porta}$) e iv) condução de calor através do flange da parede ($q_{f,parede}$). A transferência de calor através dos flanges da parede e da porta deve-se a efeitos bidimensionais, que ocorrem ao longo do perímetro do gabinete.

$$q_{Rgax} = q_{gaxeta} + q_{vazamento} + q_{f,porta} + q_{f,parede} \quad (7)$$

A transferência de calor através da região da gaxeta é determinada através da Equação 8, onde os símbolos L_{gax} , T_{amb} e T_{gob} representam respectivamente o comprimento da gaxeta, a temperatura ambiente e a temperatura do ar no gabinete. Para determinação da transferência total de calor foram realizados experimentos para determinar o valor de UA do gabinete em três temperaturas ambiente distintas de acordo com a norma *NTB00119* (1992). A transferência de calor unidimensional foi determinada nestas mesmas temperaturas. Estes valores foram substituídos na Equação 9, a partir da qual determinou-se uma função para a constante K , dependente apenas da temperatura ambiente. Vale ressaltar que a inversão das temperaturas na Equação 9 está relacionada com o fato da temperatura do gabinete ser mantida superior a temperatura ambiente na realização dos testes de UA .

$$q_{Rgax} = KL_{gax}(T_{amb} - T_{gob}) \quad (8)$$

$$K = \frac{q_{tot} - q_{ID}}{L_{gax}(T_{gob} - T_{amb})} \quad (9)$$

A transferência de calor unidimensional através das paredes e porta do refrigerador é calculada de maneira simples, resolvendo-se um problema de condução de calor através de uma parede composta, formada pela chapa metálica, isolamento e caixa plástica.

Para os lados externo e interno do gabinete, os coeficientes de transferência de calor por convecção, determinados através de correlações para placas planas em convecção natural, são somados aos coeficientes de transferência de calor por radiação. Vale ressaltar que no lado interno do gabinete considerou-se o fator de forma entre as paredes e porta do refrigerador e a placa do evaporador, através do acoplamento de uma sub-rotina do código computacional *NBSLD*, desenvolvida por Kusuda (1975).

INVENTÁRIO DE MASSA

O cálculo da massa total de refrigerante é dividida em 3 partes: i) refrigerante nas regiões de fase única, ii) refrigerante nas regiões bifásicas e iii) refrigerante dissolvido no óleo do compressor.

Nas regiões de fase única, a massa de refrigerante é determinada através da Equação 10, que utiliza uma densidade média do refrigerante para uma determinada seção.

$$m_{r,f} = \int_0^V \rho_r dV = V \bar{\rho}_r \quad (10)$$

Nas regiões bifásicas, a massa de refrigerante é determinada através da Equação 11, que considera a soma das contribuições da fase vapor com a fase líquida. O desenvolvimento completo desta equação é mostrado por Rice (1987).

$$m_{r,2f} = m_l + m_v = V[\rho_l \alpha(\bar{x}) + \rho_v(1 - \alpha(\bar{x}))] \quad (11)$$

A fração de vazio em função do título de refrigerante foi obtida através do modelo de Hughmark (1962).

A quantidade de refrigerante dissolvida no óleo depende da pressão e da temperatura no interior da carcaça do compressor e da natureza do óleo e do refrigerante em questão.

Isolando a massa de refrigerante, m_r , na definição de solubilidade, Sol , mostrada na Equação 12, pode-se determinar a quantidade de refrigerante dissolvida no óleo, uma vez que as Equações 13 e 14 foram obtidas a partir de curvas fornecidas pelo fabricante.

$$Sol = \frac{m_r}{m_r + m_o} \quad (12)$$

$$Sol = \exp(C_2 + C_1 \ln T) \quad (13)$$

$$C_1, C_2 = f(P) \quad (14)$$

VALIDAÇÃO DO PROGRAMA

O modelo desenvolvido foi validado através da comparação com resultados experimentais (testes de "pull-down"), realizados nas temperaturas ambiente de 32 e 43 °C.

Os testes foram realizados no interior de uma câmara com temperatura controlada, seguindo recomendações da norma ISO 7371/85(E).

Foram instalados transdutores de pressão nas linhas de sucção e descarga, ambos posicionados a uma distância de aproximadamente 8cm da carcaça do compressor, com incertezas de medição respectivamente de 0,02bar e 0,05bar.

As medições de temperatura foram realizadas através de 22 termopares tipo T, com incerteza de medição de +/- 0,2°C. Dos 22 termopares, 3 foram instalados no compressor, 9 na região de alta pressão, 7 na placa do evaporador e 3 na linha de sucção.

A potência elétrica consumida pelo compressor foi obtida através de um wattímetro, cuja incerteza de medição é de +/- 0,25% do valor indicado.

A Tabela 1 mostra uma comparação entre os resultados numéricos e experimentais relativos às pressões na sucção e descarga do compressor.

Pode-se verificar que o modelo reproduz razoavelmente bem os resultados experimentais tanto para a pressão de sucção como de descarga. Em ambos os casos a diferença se situa em torno de 0,13bar.

Algumas temperaturas do sistema previstas pelo programa são comparadas com resultados experimentais na Tabela 2.

Pode-se observar a boa concordância entre os valores experimentais e computacionais das temperaturas do gabinete, de entrada e saída do compressor. Esta boa concordância pode ainda ser observada para as demais temperaturas do sistema, conforme apresentado em Klein (1998).

Tabela 1 - Validação do programa - pressões na sucção e descarga do compressor

		Temperatura ambiente (°C)	
		32,0	43,0
Pressão na sucção do compressor (bar)	Experimental	0,84	1,12
	Computacional	0,96	1,25
	Erro absoluto	0,12 bar	0,13 bar
	Erro relativo	14,2%	11,6%
Pressão na descarga do compressor (bar)	Experimental	11,32	15,16
	Computacional	11,48	15,24
	Erro absoluto	0,16 bar	0,12 bar
	Erro relativo	1,4%	0,5%

Tabela 2 - Validação do programa - temperaturas do sistema

		Temperatura ambiente (°C)	
		32,0	43,0
Temperatura do gabinete (°C)	Experimental	-3,5	5,2
	Computacional	-2,7	5,4
	Erro absoluto	-0,8°C	0,2°C
Temperatura na entrada do compressor (°C)	Experimental	44,4	55,1
	Computacional	44,9	55,2
	Erro absoluto	0,5°C	0,1°C
Temperatura na saída do compressor (°C)	Experimental	73,0	88,3
	Computacional	74,5	88,6
	Erro absoluto	1,5°C	0,3°C

A Tabela 3 apresenta a comparação entre os resultados experimentais e computacionais da potência elétrica consumida pelo compressor.

Também neste caso, o modelo reproduziu razoavelmente bem os resultados experimentais.

Tabela 3 - Validação do modelo - potência elétrica consumida pelo compressor

		Temperatura ambiente (°C)	
		32,0	43,0
Potência elétrica (W)	Experimental	67,3	76,3
	Computacional	68,7	77,1
	Erro absoluto	1,4W	0,8W
	Erro relativo	2,1%	1,0%

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

A Figura 2 apresenta a influência da altura da placa do evaporador sobre a potência elétrica consumida pelo compressor e sobre a temperatura interna do gabinete. Diminuindo a altura da placa do evaporador ocorre uma diminuição na potência elétrica, já que a temperatura de condensação mantém-se praticamente constante e a temperatura de evaporação sofre uma redução. A redução da temperatura de evaporação ocorre porque ao se reduzir a área da placa, reduz-se também a quantidade de energia

sendo entregue no evaporador pelo lado do ar. Com o intuito de estabelecer o equilíbrio, o compressor reduz a sua capacidade de refrigeração através da redução da temperatura de evaporação. Apesar da redução da temperatura de evaporação, a temperatura interna do gabinete se eleva devido a redução na área de troca de calor.

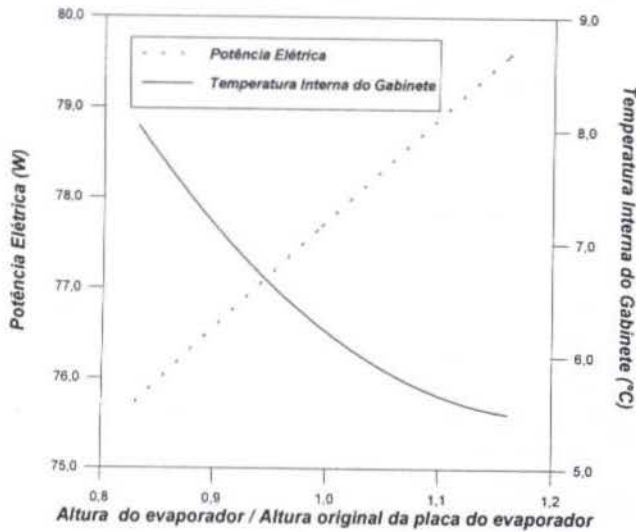


Figura 2 - Desempenho do refrigerador em função da altura da placa do evaporador

A Figura 3 apresenta a influência do número de aletas do condensador sobre a potência elétrica consumida pelo compressor e sobre a temperatura interna do gabinete. Pode-se verificar que quanto maior o número de aletas menor será a potência elétrica e a temperatura interna do gabinete. Este efeito explica-se através do aumento da temperatura de condensação com a redução do número de aletas. Este aumento vem acompanhado de um aumento na temperatura de evaporação, responsável pelo aumento da temperatura interna do gabinete. O aumento da potência elétrica é decorrente dos aumentos nas temperaturas de evaporação e condensação.

Vale ressaltar que a correlação utilizada na determinação do coeficiente de transferência de calor para o lado externo do condensador não leva em conta o espaçamento entre as aletas, portanto, deve-se utilizar o bom senso na escolha do número máximo de aletas que pode ser utilizado na simulação.

Em relação ao estado do refrigerante na saída do condensador, este praticamente não se altera, visto que um aumento na área de troca de calor do condensador (número de aletas) vem acompanhado de uma redução na temperatura de condensação.

A Figura 4 apresenta a influência da espessura do isolamento do gabinete do refrigerador sobre a potência elétrica consumida pelo compressor e sobre a temperatura interna do gabinete. Nesta análise, a área superficial externa do refrigerador foi mantida constante, ou seja, a diminuição ou aumento da espessura do isolamento foi acompanhada de uma variação no volume interno do refrigerador. Como era esperado, o aumento na espessura do isolamento fez diminuir a quantidade de calor passando para o interior do gabinete e, conseqüentemente a potência elétrica e a temperatura interna.

Um comportamento semelhante é obtido alterando-se a condutividade térmica do isolamento ao invés da espessura.

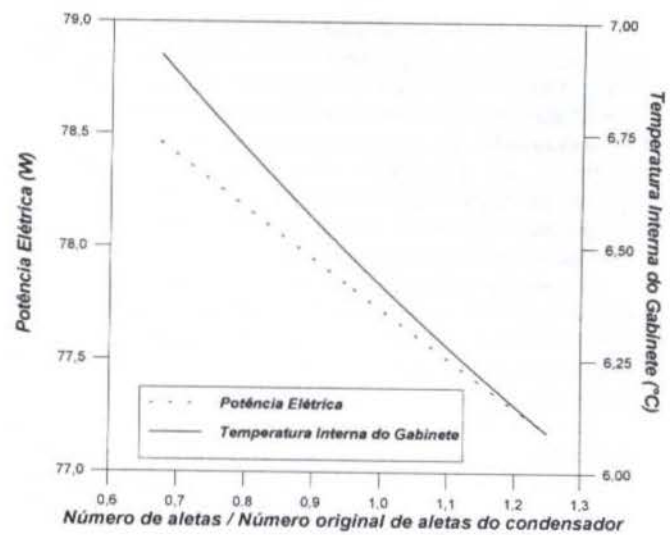


Figura 3 - Desempenho do refrigerador em função do número de aletas do condensador

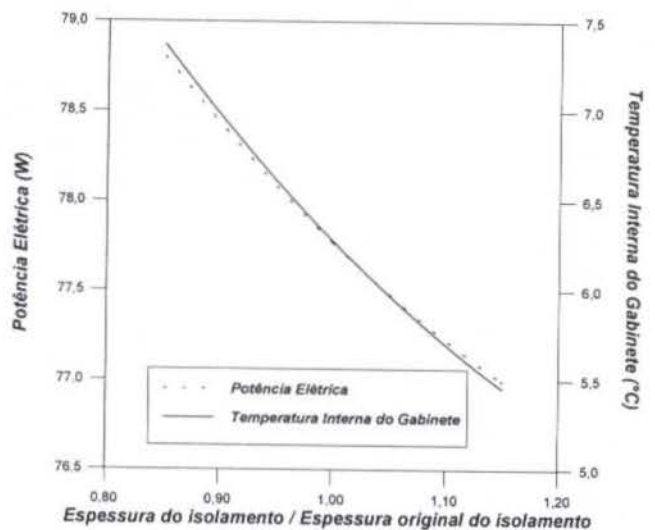


Figura 4 - Desempenho do refrigerador em função da espessura do isolamento

Vale ressaltar que os resultados apresentados nas Figuras 2, 3 e 4 referem-se a simulações realizadas na temperatura ambiente de 43 °C.

A Figura 5 apresenta a influência da temperatura ambiente sobre a carga de refrigerante no sistema. Pode-se verificar que a diminuição da temperatura ambiente implica na necessidade de uma menor massa de refrigerante no sistema.

As simulações realizadas permitem concluir que a diminuição da massa ocorreu predominantemente no compressor. Neste componente a massa de refrigerante dissolvida no óleo permaneceu constante (6,5g), já que a redução da pressão no interior da carcaça foi compensada pela redução de temperatura. Já a massa de vapor na carcaça do compressor diminuiu em virtude da diminuição da densidade do refrigerante com a temperatura.

A massa de refrigerante no condensador permaneceu praticamente inalterada, sendo este fato melhor entendido através de uma análise da Equação 11. Com a diminuição da temperatura ambiente ocorre uma diminuição mais acentuada do título ao longo do condensador, acompanhada por uma diminuição da densidade na fase vapor e aumento da densidade na fase líquida.

Em decorrência destas variações ocorre também uma diminuição mais acentuada da fração de vazio ao longo do condensador. Estas variações, quando incorporadas na Equação 11 se contrabalançam, de forma que a variação na carga de refrigerante no condensador se torna imperceptível. O mesmo efeito é observado no evaporador. Os demais componentes não contribuem de forma significativa no cômputo da massa total de refrigerante no sistema, devido aos pequenos volumes e a existência de refrigerante apenas na fase vapor.

A variação mostrada na Figura 5, embora na tendência esperada, parece ter um gradiente inferior ao indicado pela experiência prática. Este fato pode estar relacionado ao modelo empregado para computar a fração de vazio, modelo este "calibrado" para a temperatura ambiente de 43 °C.

Esta calibração consistiu em se estimar um diâmetro equivalente para os canais do evaporador, em foco da complexidade da sua geometria. O diâmetro estimado (10 mm) foi aquele que forneceu a carga de refrigerante determinada experimentalmente na temperatura de 43 °C.

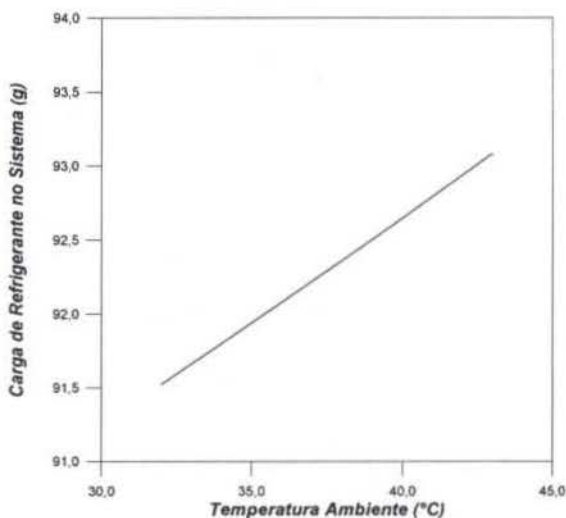


Figura 5 - Carga de refrigerante no sistema em função da temperatura ambiente

Deve ser ressaltado que em todas as simulações apresentadas neste trabalho o refrigerante foi mantido na condição de vapor saturado seco na saída do evaporador.

CONCLUSÃO

É inegável a importância de programas de simulação na fase de desenvolvimento de novos refrigeradores. Obviamente, a simulação não elimina totalmente a necessidade de realização de testes experimentais, embora o número desses possa ser consideravelmente reduzido. Neste trabalho apresentou-se um programa de simulação desenvolvido para um modelo específico de refrigerador, embora este possa ser facilmente estendido a outros modelos.

A metodologia utilizada no desenvolvimento do programa consistiu na simulação individual de cada componente com posterior inter-relacionamento entre eles. Assim, além da simulação do sistema, o programa permite também a simulação de cada um dos componentes.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi desenvolvido dentro de um programa de colaboração técnico-científica entre a Multibrás S.A. e o Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC. O apoio recebido da Multibrás S.A. foi fundamental para a realização deste trabalho, razão pela qual externamos os nossos agradecimentos, especialmente ao engenheiro Moacyr Marangone Mezavila.

Agradecemos também a EMBRACO S.A., em especial ao engenheiro Roberto Horn Pereira, pela participação na fase experimental deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Box, G.E.P., Hunter, W.G. e Hunter, J.S., 1978, "Statistics for Experimenters", John Wiley and Sons, New York.

Flynn, S., Rouch, K. e Fine, A., 1992, "Finite Element Analysis of Heat Transfer Through the Gasket Region of Refrigerators/Freezers", EPA/430/R-92/009, Washington, D.C., U.S. Environmental Protection Agency.

Hughmark, G.A., 1962, "Holdup in Gas-Liquid Flow", Chemical Engineering Progress, Vol. 58, No. 4, pp. 62-65.

ISO 7371/85(E), "Performance of Household Refrigerating Appliances - Refrigerators With or Without Temperature Compartment".

Klein, F.H., 1998, "Desenvolvimento de Um Código Computacional Para Análise do Desempenho de Refrigeradores Domésticos", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC.

Kusuda, T., 1975, "NBSLD - National Bureau of Standards Heating and Cooling Load Determination Program".

Mezavila, M.M., 1995, "Simulação do Escoamento de Fluidos Refrigerantes em Tubos Capilares Não-Adiabáticos", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC.

NTB00119, 1992, "Isolação Térmica de Refrigeradores e Congeladores - Determinação do Fator U_{xA} - Método de Ensaio", Norma Técnica Brasmotor.

Rice, C.K., 1987, "The Effect of Void Fraction Correlation on Refrigerant Charge Inventory Predictions", ASHRAE Transactions, Vol. 93, Part 1, pp. 341-367.

ABSTRACT

This work presents a steady-state computational code for a specific one-door refrigerator. The refrigeration systems includes a hermetic reciprocating compressor, a roll-bond evaporator, a wire and tube condenser and a concentric capillary tube-suction line heat exchanger. The model predictions are compared with the results of pull down tests performed at two different ambient temperatures. A sensitivity analysis of the model, to the ambient temperature and geometric data is also presented and discussed.

OTIMIZAÇÃO TÉCNICA/ECONÔMICA DE UM SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO DE LEITE USANDO ADSORÇÃO E REGENERADO POR ENERGIA SOLAR

Espínola Jr., J. **, Carvalho, F. P. **, Klüppel, R. P. *, Gurgel, J. M. **

*Escola Técnica Federal de Sergipe/UNED
49056-260 - Aracaju - SE - Brasil

**Laboratório de Energia Solar/DTM
Universidade Federal da Paraíba
58059-900 - João Pessoa - PB - Brasil

+Coord. de Pós - Graduação em Eng. Mec.
Universidade Federal da Paraíba
58059-900 - João Pessoa - PB - Brasil

#Departamento de Eng. Mecânica
Universidade Federal de Pernambuco
Recife - PE

SUMÁRIO

O trabalho mostra a necessidade de refrigeração de leite do pequeno produtor rural de regiões desprovidas de rede elétrica, enfatizando a viabilidade técnica/econômica do sistema proposto, comparando os custos de um sistema de refrigeração solar por adsorção sólida e de um outro que opera por compressão e que utiliza conversão direta (células fotovoltaicas).

INTRODUÇÃO

No presente trabalho é proposto um sistema de refrigeração para a conservação do leite, de origem bovina, após a ordenha da tarde até o recolhimento na manhã seguinte através do setor de coleta da usina, na pequena propriedade rural no Nordeste brasileiro.

Segundo dados de levantamento feito até julho/95 (INCRA, 1995) 91,56% das propriedades rurais do Estado da Paraíba são representadas por estabelecimentos com menos de 10ha (72,83%) e de 10 a menos de 50ha (18,73%). Desse total apenas 12% são eletrificadas, de acordo com estudo para determinação do índice de eletrificação rural (SAELPA, 1995). O rebanho bovino do Estado é de 858.853 reses com uma produção ano de 97.790.000 litros de leite (IBGE, 1993). Uma linha de crédito especial foi criada e repassada às cooperativas para a aquisição de matrizes, numa tentativa de recompor o rebanho anterior de 1.320.000 reses parcialmente dizimado por quatro anos seguidos de seca.

Vários estudos foram feitos para determinar a importância econômica da frequência das ordenhas sobre a produção de leite. Em Minas Gerais, na fazenda experimental de Uberaba, (Correia, 1996), obteve-se um aumento de 60% na produção média diária de leite com a adoção de duas ordenhas, sem o regime de aleitamento artificial das crias.

O Regulamento de Inspeção Industrial e Sanitária de Produtos de Origem Animal (Ministério da Agricultura - DIPOA, 1980) exige que o leite seja entregue nas usinas de beneficiamento até 12:00 horas, após a ordenha, podendo permanecer sem resfriamento por no máximo 6hs após a ordenha e deve apresentar grau de acidez máxima de 16° dornic para fabricação do leite pasteurizado e entre 18° e 21° dornic para a fabricação de outros produtos. Como a maior parte das pequenas propriedades é desprovida de energia elétrica, é estimulante a utilização de uma fonte energética alternativa, tal como a energia solar, para utilização em um sistema de refrigeração. Outros fatores determinantes na seleção do sistema são: capacidade de funcionar com recursos locais, autonomia, temperaturas de conservação adequadas ao produto, baixo custo de fabricação e de manutenção, simplicidade de manejo, segurança, longa vida e inexistência de peças móveis.

A soma destes fatores, aliada à experiência acumulada pelo Laboratório de Energia Solar da Universidade Federal da

Paraíba na pesquisa para aproveitamento de energia solar, optou-se por um sistema de refrigeração por adsorção sólida, usando sílica-gel/água como par frigorígeno. Trata-se de um sistema extremamente simples, sendo formado basicamente por três trocadores de calor interligados (Reator adsorvente, Condensador, Evaporador). O funcionamento destas máquinas é baseado na reação química entre dois compostos, que se apresentam um na forma sólida (adsorvente) e outro na forma líquida ou vapor (adsorvato).

A partir de 1973, após o grande choque na economia provocada pela crise internacional do petróleo, o Brasil, a exemplo do que acontecia no mundo, passou a investir na pesquisa de novas fontes não convencionais de energia, como Biomassa, Eólica e Solar, como forma de minimizar os custos com a dependência do petróleo, levando-se em conta que na região Nordeste do Brasil, onde os níveis de insolação atingem 3.000 horas/ano.

O primeiro trabalho sobre refrigeração solar desenvolvido no L.E.S. (Laboratório de Energia Solar) testou um sistema frigorífico intermitente de adsorção com o par frigorífico amônia-água (Coutinho, 1974). Em 1983 foram iniciados os estudos de adsorção com a apresentação de resultados experimentais de coeficientes de desempenho termodinâmico e solar, para um sistema de refrigerador solar, em 20 dias de teste, realizados entre os meses de agosto a dezembro, no resfriamento de frutas (Vodianitskaia, 1984). O uso do par gel de sílica/água foi grandemente justificado pela grande variação da capacidade adsorvente verificada em ciclos com temperaturas máximas de até 100°C.

Na análise de refrigeração solar de leite para uso na zona rural do Nordeste brasileiro, procurou-se abranger uma região do Estado da Paraíba que representasse as condições típicas nordestinas facilmente encontráveis em toda a Região.

SISTEMA PROPOSTO

O sistema refrigerador solar de leite é composto por três trocadores de calor ligados entre si por tubos de cobre, contendo em seu interior água pura, em circuito fechado. O trocador superior contém sílica gel que, com a água, forma o par frigorífico escolhido gel de sílica/água.

O coletor será posicionado em cima de dois perfis de cimento e inclinado para o Norte, com ângulo em relação à horizontal igual à latitude do local.

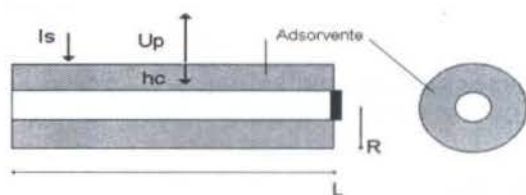


Figura 1 - Esquema de um dos tubos que compõe o reator com notação usada na modelagem matemática.

onde:

I_s = radiação solar incidente no coletor, hc = Coeficiente de contato térmico entre o tubo e o leito de sorvente (W/m^2K), U_p = Coeficiente de perdas térmicas do coletor solar (W/m^2K).

O trocador superior (coletor solar ou reator) é o local onde acontecem os processos de sorção e regeneração, isto é, os processos de combinação da água com a sílica. Adotou-se para o refrigerador solar de leite o mesmo coletor com configuração multitubular, com tubos concêntricos internos em tela metálica e com a coroa circular preenchida com gel de sílica (figura 1), já usado e testado em trabalhos desenvolvidos no Laboratório de Energia Solar (Klúppel e Gurgel, 1987). A cobertura do coletor é em vidro plano de 3mm de espessura.

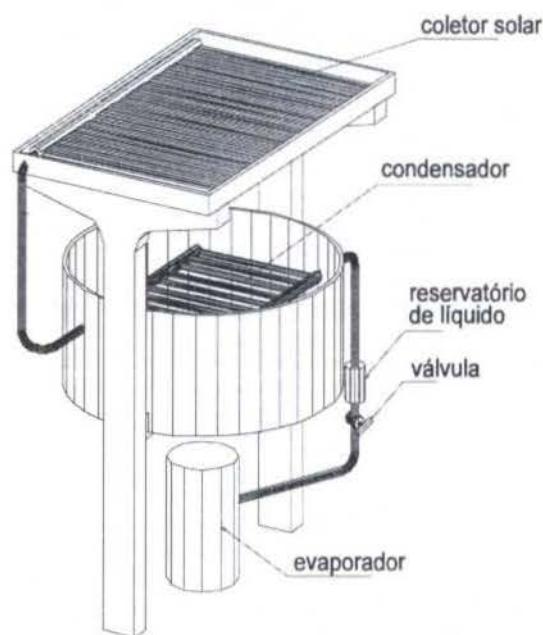


Figura 2 - Sistema refrigerador solar de leite à adsorção.

Na parte central dos perfis, apoiado em suporte preso nestes, encontra-se o condensador constituído por tubos de cobre, imerso em um reservatório contendo cerca de $0,5 m^3$ de água.

E, finalmente, o terceiro trocador, o evaporador, composto por dois cilindros concêntricos, confeccionados com chapas de aço inox ABNT-304, com 3,0 mm de espessura, formando a câmara que recebe o balde de leite em seu interior, para resfriamento. Entre os dois cilindros está a água usada para o

resfriamento. Entre o balde de leite e o cilindro interno, existe uma película de água que tem a função de facilitar as trocas térmicas. O balde de leite com capacidade de 20 litros é em ferro galvanizado, de uso corrente no campo. A figura 2 mostra uma vista do sistema.

O modelo matemático utilizado por Espínola (1997) é adaptado a realidade do modelo proposto e simulado em Carvalho et al (1998), considerando as simplificações que garantem a uniformidade da distribuição de temperaturas no interior do reator (leito poroso), a cada incremento do tempo, as quais são:

- Os processos de sorção são considerados quase-estáticos para qualquer instante de tempo (t), o que é válida somente quando o fluxo de calor imposto ao sistema é pequeno (correspondente a fluxo de energia solar), conforme comprovado experimentalmente por (Karagiorgas e Meunier, 1986).

- A pressão é uniforme em qualquer ponto do leito adsorvente para cada instante de tempo, ou seja, a difusão de massa é calculada sem a presença de resistências ao escoamento.

- As propriedades termofísicas do par são consideradas independentes da temperatura.

- Não é considerado qualquer efeito de natureza convectiva no fluxo gasoso de sorbato.

- É admitido um calor específico a pressão constante para o composto sorvente/sorbato como uma média ponderada entre sorvente seco e sorbato (líquido) adsorvido.

- O leito granular adsorvente em presença de vapor do sorbato é tratado como um sólido contínuo homogêneo, para efeito de condução térmica.

- A massa do sorbato evaporada do adsorvente durante o aquecimento sem presença de condensação é considerada desprezível.

- A parede do tubo é considerada a uma temperatura uniforme, ou seja, o fluxo de radiação solar incidente na parte superior, é rapidamente conduzido devido a uma boa condutividade térmica da parede do tubo.

- São desprezados gradientes de temperatura no interior do leito granular devido a pequena espessura das camadas porosas do leito (Leite, 1996).

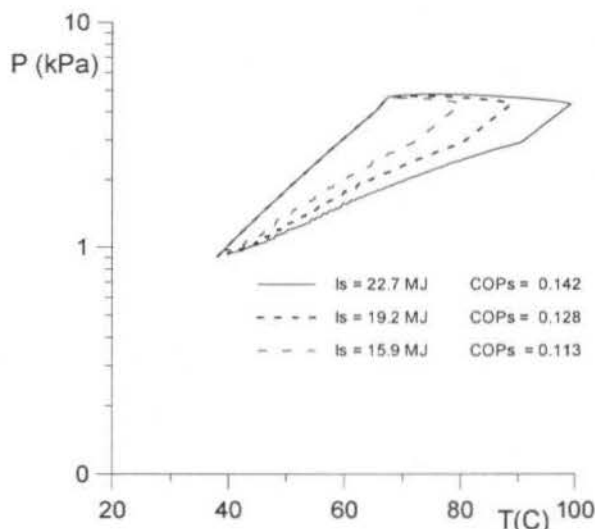


Figura 3 - Influência da temperatura de trabalho do condensador

Com diversas simulações realizadas (Carvalho op. cit.), constatou-se que dois parâmetros são extremamente determinantes no desempenho do sistema, que são: temperatura de trabalho do condensador (figura 3) e resfriamento do reator. Desta forma,

verifica - se que o desempenho do sistema está intimamente ligado a quantidade de "massa cíclica" relativa ao ciclo, ou seja, o coeficiente de perdas térmicas no período noturno determina de maneira preponderante a eficiência do sistema (figura 4), pois é responsável pelo efeito frigorífico. Assim sendo, para se obter um melhor COP, deve-se ter atenção a forma de resfriamento do coletor. Isso pode ser melhorado através de coletores com janelas e/ou com vitral ligeiramente elevado permitindo um maior coeficiente de perdas térmicas (figura 5).

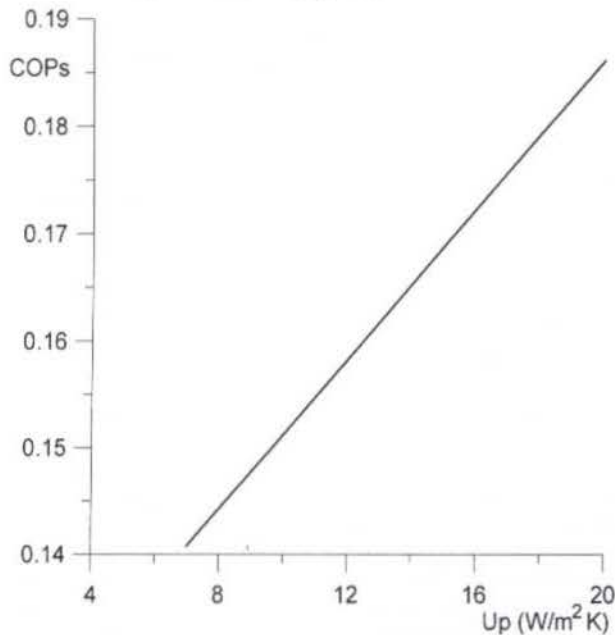


Figura 4 - Influência do coeficiente de perdas do reator no desempenho do sistema

VIABILIDADE ECONÔMICA

A viabilidade econômica da refrigeração, uma região em que grandes quantidades de produtos rurais perecíveis são perdidos todo ano, e onde apenas cerca de 10% de sua área rural é eletrificada, tornou-se de grande importância para os estudos de novas formas alternativas de energia, que aproveitassem os recursos naturais disponíveis na região.

Entre estes produtos, o leite, de grande importância na alimentação infantil, foi o escolhido para esta abordagem econômica inicial.

O sistema de refrigeração proposto é comparado com sistemas que utilizam painéis fotovoltaicos, existentes no mercado, e energia elétrica.

Uma dificuldade que poderia surgir no futuro seria a comercialização das unidades de refrigeração devido ao baixo poder aquisitivo do consumidor alvo definido neste trabalho. A solução seria o financiamento através das cooperativas existentes na Região e ou órgãos de fomento como o Banco do Nordeste, Banco do Estado, Banco do Brasil, etc.

Para a análise econômica do sistema há a necessidade de formação de um fluxo de caixa, e torna - se primordial estabelecer algumas considerações:

O tempo de vida útil adotado para o sistema, segundo o código tributário nacional para depreciação de equipamentos, é de 10 anos;

A taxa de juros adotada é 2% a.m.. Trata - se de uma taxa pouco superior a operada pela caderneta de poupança, visto que o pequeno produtor só tem acesso a este valor de valor;

O lucro do produtor com a venda do leite, segundo levantamento realizado junto a produtores e cooperativas do Estado da Paraíba, situa - se em torno de R\$ 0,20/litro;

Considerando ainda o mesmo levantamento, estima - se a produção em 20 litros por dia por produtor a ser refrigerado.

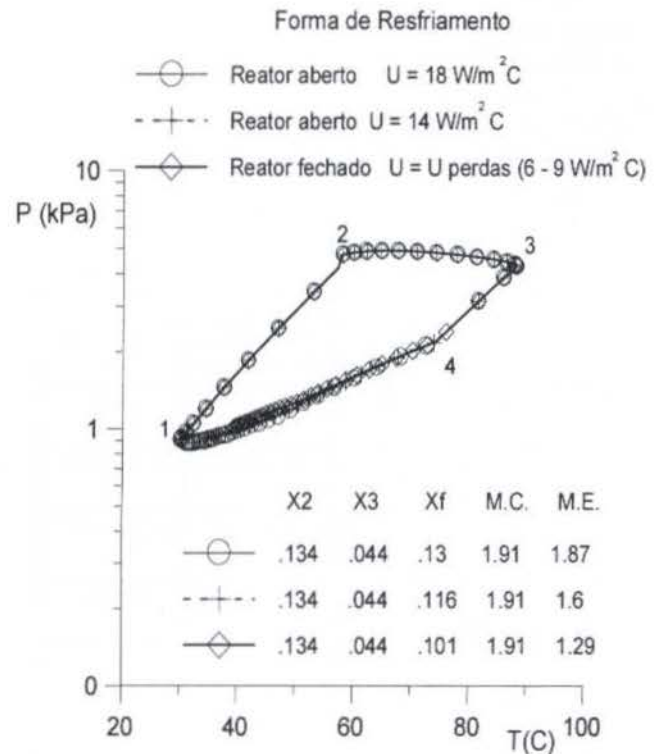


Figura 6 - Influência do coeficiente de perdas de calor do reator após o processo de condensação.

No sistema estudado não será realizada qualquer tipo de manutenção.

Os custos levantados, do sistema aqui estudado, estão assim distribuídos:

I - Materiais utilizados	R\$ 2.419,00
II - Mão de obra	R\$ 196,00
III - Investimentos em equipamentos	R\$ 89,00
IV - ICMS	R\$ 444,80
V - Lucro previsto (20%)	R\$ 630,00
Valor total estimado por unidade	R\$ 4.000,00

Realizadas estas considerações, pode - se montar o fluxo de caixa adotando como método de decisão o Método do Valor Atual. Desta forma, temos:

$$VA = -I + FVA(i, n) * R \quad (1)$$

onde:

VA = Valor atual;

I = Investimento inicial;

FVA = Fator de valor atual de uma série de recebimentos a uma taxa i durante n períodos;

Para o sistema estudado, temos então:

$$(VA)_{SE} = -4000,00 + FVA(2\%,120) * 120,00 \quad (2)$$

onde:

(VA)_{SE} = Valor atual do sistema estudado;

$$(VA)_{SE} = R\$1445,65 \quad (3)$$

Como (VA)_{SE} > 0, pode - se afirmar que o sistema é economicamente viável.

Uma empresa instalada em Vargem Grande Paulista(São Paulo), apresenta catálogo com três modelos fabricados a partir de gabinetes de "freezers" comerciais modificadores(Heliodinâmica, 1996) e adaptados para funcionar com baterias de 12 volts, conforme tabela 1.

Modelos	NF - 9V	HF - 11G	HF - 11F
Aplicação Indicada	Conservação de Vacinas	Refrigeração de Alimentos	Conservação de Alimentos
Capacidade útil(litros)	95	115	115
Temperatura de operação	4 a 7 °C	0 a -4 °C	de -4 a -8 °C
Módulos Solares	4xHM40D12	6xHM40D12	8xHM40D12
Capacidade das baterias	300Ah/20h	450Ah/20h	600Ah/20h
Preço(R\$)	4300,00	5400,00	6500,00

Tabela 1 - Modelos de sistemas fotovoltaicos existentes no mercado

Comparando as duas alternativas, verifica - se que os sistemas fotovoltaicos apresentam custo inicial maior e custo adicional de manutenção.

O sistema convencional, que utiliza energia elétrica, apresenta a seguinte composição de custos:

1 Km de rede de transmissão monofásica de energia elétrica no meio rural custa R\$ 3.071,00(Saelpa, 1995);
Custo de compra de um freezer R\$ 500,00;
Custo Mensal de energia elétrica R\$ 20,00;
Lucro do produtor neste sistema R\$ 100,00

Desta forma,o valor atual do sistema convencional será:

$$(VA)_{SC} = 3571,00 * Km + FVA(2\%,120) * 100 \quad (4)$$

O sistema só será viável se (VA)_{SC}>0, logo:

$$(VA)_{SC} = -3571,00 * Km + FVA(2\%,120) > 0 \quad (5)$$

$$Km < \frac{FVA(2\%,120)}{3751,00} \quad (6)$$

$$Km < 1,27 \quad (7)$$

O sistema convencional só será viável economicamente se a rede elétrica estiver no máximo a 1,27 Km do local desejado. Mediante esta conclusão, podemos comparar os sistemas considerando os limites estabelecidos de acordo com a viabilidade econômica de cada um. Sendo assim, temos:

$$(VA)_{SE} = (VA)_{SC} \quad (8)$$

$$1442,65 = -3071,00 * Km - 500,00 + 100,00 * FVA(2\%,120) \quad (9)$$

$$Km = 0,84 \quad (10)$$

O sistema convencional só supera o sistema estudado quando a rede elétrica estiver a menos de 0,84 Km de distância do local onde é requerida.

CONCLUSÃO

A refrigeração do leite permite um aumento da oferta do produto em regiões desprovidas de energia elétrica, permitindo a sua estocagem a temperaturas adequadas, possibilitando a sua comercialização ou melhor aproveitamento econômico, conseqüência do menor grau de acidez, com a possibilidade de duas ordenhas diárias, ficando a segunda armazenada no refrigerador para a manhã do dia seguinte. Um outro fator importante na escolha de um sistema de refrigeração, nos dias atuais, é o impacto ecológico, devido ao qual os refrigeradores que utilizam "CFC's" estão tendo seu uso restringido. A viabilidade econômica, do sistema proposto, pode ser otimizada através do melhoramento no desempenho dos sistemas.

O desempenho dos sistemas solares podem ser melhorados através de maiores investimentos, pois os projetos nesta área padecem de recursos, os quais são extremamente necessários na resolução dos problemas técnicos existentes. Entretanto, em consonância com o que foi mostrado nesse trabalho, os mesmos já são viáveis técnica e economicamente.

ABSTRACT

This research shows the necessity of milk refrigeration of little rural producer in without regions of electric net, emphasising the technique/economic feasibility of proposal system, comparing the costs of a solar refrigeration system based on solid sorption and a other type system which works by compression and which uses direct conversion (fotovoltaics cells).

REFERÊNCIAS

- Banco do Nordeste do Brasil. Manual do Produtor Rural. 1995.
Behmer, M.L.A. Tecnologia do Leite- Produção, Industrialização e Análise. 15ª Edição, Livraria Nobel S.A. Editora, São Paulo, 1985.
Boubakri, A., Arsalane, M., Yous, B. et al "Experimental study of adsorptive solar - powered ice makers in Agadir. Performance in actual site". *Renewable Energy*, Vol. 2, N° 2, pp. 7-13, 1992.

- Carvalho, F. P. "Refrigeração Solar aplicada à conservação de Leite em pequenas propriedades do semi - árido". Dissertação apresentada perante banca examinadora para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Paraíba - Campus I, João Pessoa, 1998.
- Carvalho, F.P., Espínola Jr., J., Gurgel, J.M. & Klüppel, R. P. "Simulação de Um Sistema de Refrigeração de Leite Usando Adsorção e Regenerado por Energia Solar". Anais do V Congresso Norte - Nordeste de Engenharia Mecânica, Fortaleza, 1998 (à publicar).
- Correia, A.S. Melhoramento do Zebu. Revista dos Criadores, São Paulo, 1996.
- Coutinho, A.S. "Utilização da Energia Solar em um Sistema Frigorífico por Absorção de Vapor". Boletim do LES, Ano I, Semestre II, 1974.
- Dubin, M.M., Astakhov, V.A. "Molecular-Sieve Zeolites-II". Washington: American Chemical Society, 1971.
- Espínola Jr., J. "Simulação Numérica de um Refrigerador Adsorptivo utilizando os gases de escapamento de um motor estacionário". João Pessoa: Dissertação apresentada perante banca examinadora para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Paraíba - Campus I, 1997.
- Espínola Jr, J. M. Medeiros and Gurgel, J.M.A.M. "Simulation of an adsorption refrigeration regenerated by rejected heat", XIV Brazilian Congress of Mechanical Engineering, to appear 1997.
- Gurgel, J.M.A.M. e Klüppel, R. P. "Effect of intensification of the heat transfer coefficient in adsorption beds for solar devices" Anais do II CEM-NNE Vol. II, p. 132-139, J. Pessoa, PB (1992).
- Gurgel, J. M.; Klüppel, R. P. "Thermal conductivity of hydrated silica-gel" Chem. Eng. J., Londres, 61 (1996) 133-138.
- Gurgel, J.M. "Caracterização de um Sistema de Condicionamento de Ar por Adsorção Sólida em ciclo Aberto Regenerado por Energia Solar", São Paulo, V Encontro Nacional de Ciências Térmicas-ABCM, 1994.
- Inra. Definição e Caracterização da Pequena Propriedade do Nordeste Brasileiro. 1995.
- Interpa. Estatísticas da Paraíba I. 1994.
- Kariogas, M., Meunier, F. "Etude de la relaxation d'un réacteur à zéolite pendant l'adsorption éclair provoquée par un échelon de pression". Chemical Engineering Journal, Vol. 32, pp. 171 - 192 (1986).
- Klüppel, R.P. - "Refrigeração por Adsorção Sólida: Escolha do Par Gel de Sílica/Água", Boletim da ABENS n° 14, João Pessoa (1985).
- Klüppel, R.P. e Gurgel, J.M.A.M. - "Solar Refrigeration by Solid Adsorption The Silica-Gel/Water Couple", Atas do V Congresso Latino-Americano de Energia Solar, Valparaiso, Chile (1986).
- Klüppel, R.P. e Gurgel, J.M.M - "Solar Adsorption Cooling Using Silica-Gel/Water", Proceedings of the ISES Solar World Congress 1987, Hamburgo, Alemanha (set/1987).
- Klüppel, R.P. e Gurgel, J.M.A.M. - "Solar Cooled Drinking Fountain", Sun World, Vol. 12, N0 4 (1988).
- Leite, A.P.F. "Sistema de refrigeração à adsorção sólida utilizando o par carvão ativado/metanol com regeneração por energia solar". Campina Grande: Trabalho apresentado perante banca examinadora no concurso para professor titular do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Paraíba - Campus II, 1996.
- Ministério da Agricultura. Regulamento da Inspeção Industrial e Sanitária de Produtos de Origem Animal. 1980.
- N. Khelifa, Das Adsorptionspaar Silica/gel-Wasserdampf, Anwendung als Solares Klimatisierungssystem, Dissertation Ludwig-Maximilians Universität, Munich, 1984.
- Vodianitskaia, P.J. e Klüppel, R.P. "Geladeira Solar de Adsorção". Atas do III Congresso Brasileiro de Energia, Vol.II, p 283, Rio de Janeiro, 1984.
- SAELPA. Estudo para Determinação do índice de Eletrificação Rural do Estado da Paraíba. 1995.
- Secretaria de Planejamento do Estado da Paraíba, IBGE. Pesquisa da Pecuária Municipal. 1993.

MODELOS BIFÁSICOS DO ESCOAMENTO EM TUBOS CAPILARES CONSIDERANDO O EQUILÍBRIO TÉRMICO ENTRE AS FASES

A. L. Seixlack*, A. T. Prata** e C. Melo**

**Depto. de Engenharia Mecânica - FEIS/Unesp*
38185-000 - Ilha Solteira - SP - Brasil - e-mail: andre@dem.feis.unesp.br

***Depto. de Engenharia Mecânica, NRVA/UFSC*
88040-900 - Florianópolis - SC - Brasil - e-mail: melo@nrva.ufsc.br

RESUMO

Neste trabalho, são comparados e discutidos dois modelos de solução das equações de conservação na região do escoamento bifásico ao longo de tubos capilares, quando o equilíbrio térmico entre as fases é considerado. Tais modelos são comparados com um modelo mais completo, que considera o não equilíbrio hidrodinâmico e térmico entre as fases. Apresentam-se ainda os resultados obtidos quando é assumido que as fases possuem a mesma velocidade e a mesma temperatura. As distribuições de pressão calculadas são comparadas com resultados experimentais.

INTRODUÇÃO

O dispositivo de expansão é usado no sistema de refrigeração, com as finalidades de redução da pressão do fluido refrigerante, desde aquela de condensação até a de evaporação, e de controle do fluxo de massa de refrigerante que entra no evaporador. Nos sistemas de refrigeração de pequeno porte, os dispositivos de expansão largamente usados são os tubos capilares.

A análise do desempenho de tubos capilares, tanto experimental como teórica, tem sido tratada por inúmeros pesquisadores. O escoamento do fluido refrigerante no interior desses tubos é bastante complexo, identificando-se, devido à mudança de fase, duas regiões: uma de escoamento monofásico, de fluido refrigerante no estado líquido, e outra de escoamento bifásico líquido-vapor.

Embora a modelagem da região monofásica, de líquido refrigerante, seja amplamente conhecida, a complexidade do escoamento bifásico tem levado à elaboração de diferentes modelos.

Nos modelos teóricos disponíveis na literatura, geralmente, utiliza-se a hipótese de escoamento bifásico homogêneo, no qual o deslizamento entre as fases é desconsiderado e o escoamento bifásico é assumido como escoamento monofásico, com propriedades obtidas por uma média ponderada das propriedades das fases individuais. As equações usadas são as mesmas do escoamento monofásico e as fases são consideradas em equilíbrio, com mesmas pressões, velocidades e temperaturas. Com o modelo homogêneo, os desvios entre os fluxos de massa medidos e os calculados são, aproximadamente, da ordem de 10 %.

No modelo apresentado por Seixlack et al. (1997), através de uma abordagem mais realista do escoamento bifásico, reproduz-se melhor os resultados experimentais e procura-se o melhor entendimento dos fenômenos complexos envolvidos nesse tipo de escoamento. Nesse modelo, considera-se o não equilíbrio térmico entre as fases, além do hidrodinâmico, usando o modelo de dois fluidos para a análise da região bifásica.

O modelo de dois fluidos constitui-se, até o presente, na abordagem mais avançada disponível na literatura para analisar o escoamento em questão, uma vez que permite considerar o não equilíbrio hidrodinâmico e térmico entre as fases e também os fenômenos interfaciais.

Para a validação do modelo de Seixlack et al. (1997) foram usados os dados experimentais de Melo et al. (1995). Tais

comparações foram realizadas em termos de vazões em massa e distribuições de pressão, obtidas para dois tubos capilares operando com o refrigerante HFC-134a, em diferentes condições de operação.

No presente trabalho, são apresentados e discutidos outros dois modelos de solução das equações de conservação do modelo de dois fluidos, considerando o equilíbrio térmico entre as fases. Isso é feito para demonstrar que a hipótese de equilíbrio térmico entre as fases é bastante adequada para a análise do escoamento em questão. Os resultados obtidos por esses modelos são comparados com os dados experimentais de Melo et al. (1995) e com aqueles obtidos pelo modelo que considera a diferença entre as temperaturas das fases (Seixlack et al., 1997). Os resultados obtidos são também comparados com aqueles calculados pelo modelo homogêneo.

MODELOS DE SOLUÇÃO

Nos modelos a serem apresentados no presente trabalho, o escoamento ao longo do tubo capilar é dividido em duas regiões: aquela em que o fluido refrigerante encontra-se no estado de líquido sub-resfriado e aquela de escoamento bifásico líquido-vapor, conforme se observa na Fig. 1.

O escoamento é considerado unidimensional, uma vez que os diâmetros dos tubos capilares aqui analisados encontram-se na faixa entre 0,5 e 2,0 mm. As hipóteses simplificativas consideradas são: (i) tubo capilar reto, horizontal e com diâmetro constante; (ii) escoamento incompressível na região de líquido sub-resfriado; (iii) escoamento unidimensional, em regime permanente e adiabático; (iv) refrigerante isento de óleo; (v) vapor, quando presente, está saturado em relação à pressão local; (vi) o fenômeno de metaestabilidade do escoamento é desconsiderado; (vii) ambas as fases estão na mesma pressão em qualquer seção transversal ao longo do tubo, ou seja, os efeitos de tensão superficial são desconsiderados.

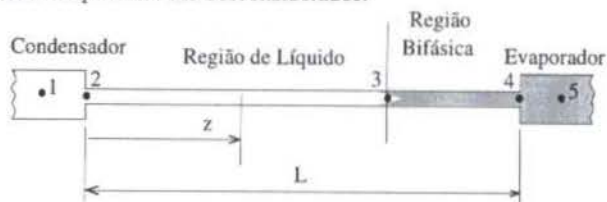


Figura 1 - Esquema de um tubo capilar.

Região de Escoamento de Líquido Sub-Resfriado. Uma vez que o escoamento nesta região é considerado incompressível, a equação da conservação da quantidade de movimento e da conservação de energia são, respectivamente, dadas por,

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{f_L G^2 v_L}{2D}, \quad \frac{dT}{dz} = 0 \quad (1)$$

nas quais z é a distância ao longo do tubo, p é a pressão, G é o fluxo de massa, v_L é o volume específico do líquido, D é o diâmetro do tubo, f_L é o fator de atrito na região líquida calculado pela correlação de Churchill (1977), T é a temperatura e c_v é o calor específico a volume constante.

Região de Escoamento Bifásico. Para obter a forma unidimensional do modelo de dois fluidos integra-se o modelo tridimensional ao longo da área da seção transversal do tubo introduzindo-se valores médios adequados para as variáveis (Ishii e Mishima, 1984). Com a realização de médias, a informação sobre a mudança das variáveis na direção normal ao escoamento no interior do tubo é perdida e as transferências de quantidade de movimento e energia entre a parede e o fluido são expressas por correlações empíricas ou modelos simplificados.

O modelo para análise da região bifásica apresentado em Seixlack et al. (1997), considerando tanto o não-equilíbrio hidrodinâmico quanto o térmico, será aqui referenciado como modelo A. Os outros dois modelos que consideram apenas o não-equilíbrio hidrodinâmico serão referenciados como modelo B e modelo C.

Modelo A. Neste caso propõe-se a solução de cinco equações governantes: conservação da massa da mistura, de quantidade de movimento da fase líquida, de quantidade de movimento da fase de vapor, de energia da fase de vapor e de energia da mistura, respectivamente, dadas por,

$$\frac{d}{dz} [(1-\alpha)\rho_L V_L + \alpha\rho_V V_V] = 0 \quad (2)$$

$$\frac{d[(1-\alpha)\rho_L V_L^2]}{dz} = -(1-\alpha)\frac{dp}{dz} - F_{WL} + F_{LV} + \Gamma_L V_L \quad (3)$$

$$\frac{d(\alpha\rho_V V_V^2)}{dz} = -\alpha\frac{dp}{dz} - F_{WV} - F_{LV} + \Gamma_V V_V \quad (4)$$

$$\frac{d}{dz} [(1-\alpha)\rho_L V_L (h_L + \frac{V_L^2}{2}) + \alpha\rho_V V_V (h_V + \frac{V_V^2}{2})] = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d}{dz} \left[\alpha\rho_V V_V \left(h_V + \frac{V_V^2}{2} \right) \right] = q_i + \frac{1}{2}(V_V^2 - V_L^2)\Gamma_V \quad (6)$$

nas quais:

- os subíndices L e V indicam, respectivamente, as fases de líquido e de vapor;
- ρ_k é a massa específica de cada fase ($k = L, V$);
- V_L e V_V são, respectivamente, as velocidades da fase líquida e de vapor;
- α é a fração de vazão (razão entre a área ocupada pela fase de vapor e a área total da seção transversal do duto);
- F_{LV} é a força interfacial por unidade de volume, atuando sobre a fase líquida na direção do escoamento e na direção oposta sobre a fase de vapor. Essa força ocorre devido ao movimento relativo entre as fases e é responsável, em parte,

pela transferência de quantidade de movimento entre elas. Embora dependa de efeitos adicionais bastante complexos (Ishii e Mishima, 1984), neste modelo, a força interfacial é modelada considerando os termos de massa virtual, F_{mV} , e o termo de atrito interfacial, F_D ;

- F_{WL} e F_{WV} são as forças por unidade de volume devido ao atrito entre a parede do tubo e, respectivamente, as fases de líquido e vapor;
- $\Gamma_k = [d(\alpha_k \rho_k V_k)/dz]$, onde $k = L$ ou $k = V$, é a taxa de transferência de massa por unidade de volume na interface e V_i é a velocidade interfacial, dada por: $V_i = \eta V_L + (1-\eta)V_V$. Para o coeficiente η , associado à variação de quantidade de movimento devido à mudança de fase, utiliza-se o valor 0,5, sugerido por Wallis (1969);
- h_L e h_V são, respectivamente, as entalpias das fases líquida e de vapor.

Com isso, o Modelo A consiste das Eqs. de conservação (1), que devem ser solucionadas para o cálculo das variáveis: p e T na região de líquido, e das Eqs. de conservação (2) a (6), que devem ser solucionadas para o cálculo das variáveis: V_L, V_V, p, α e h_L (ou T_L), na região bifásica. As propriedades termodinâmicas: ρ_L, ρ_V , e h_V são calculadas a partir de correlações obtidas por ajustes dos dados fornecidos por Gallagher et. al (1993).

Além disso, o modelo possui as seguintes características:

- na região de escoamento bifásico, três regimes de escoamento são considerados: bolhas, agitante e anular (Seixlack et al., 1997);
- assume-se que as transições entre os regimes bolhas-agitante e agitante-anular ocorram, respectivamente, para $\alpha = 0,3$ e $\alpha = 0,8$;
- as forças de atrito entre a fase de líquido e a parede do tubo (F_{WL}) e entre a fase de vapor e a parede do tubo (F_{WV}), nos regimes em bolhas e agitante, são avaliadas de acordo com o modelo de Solbrig et al. (1978) e no regime anular, a correlação de Erth (1970) é usada para calcular o fator de atrito bifásico;
- a força de massa virtual, F_{mV} , é calculada pela equação de Ishii e Mishima (1980), com o coeficiente de massa virtual calculado pela correlação de Zuber (1964);
- a força de atrito entre as fases é calculada pelo modelo de Solbrig et al. (1978), no qual o coeficiente de atrito interfacial, C_{fi} , é calculado: no regime de bolhas, a partir da correlação de Rowe e Henwood (1961), no regime anular, pela correlação de Wallis (1969) e no regime agitante, tanto C_{fi} como a área interfacial, são calculados por interpolação exponencial entre os seus respectivos valores nos pontos de transição bolhas-agitante e agitante-anular;
- o coeficiente de transferência de calor entre as fases é calculado: no regime de bolhas, pela correlação de Whitaker (1972), no regime anular, pela correlação de Colburn (1933) e no regime agitante, por interpolação.

Se o equilíbrio térmico entre as fases é considerado, em conjunto com as hipóteses simplificativas apresentadas anteriormente, o número de variáveis a serem calculadas é reduzido para quatro: V_L, V_V, p e α . Considerando então essa hipótese, dois modelos: B e C, são apresentados a seguir e os resultados são comparados com aqueles obtidos com o modelo A, no qual $T_L \neq T_V$. Apresenta-se ainda o modelo homogêneo (D) obtido quando no modelo de dois fluidos é assumido que: $V_L = V_V$ e $T_L = T_V$.

Nota-se que, em todos os casos, a região líquida é tratada de forma idêntica àquela apresentada anteriormente [vide Eqs. (1)].

Modelo B. Neste caso, o sistema de equações de conservação a ser solucionado é dado pelas Eqs. (2) a (5), com a simplificação de que na Eq. (5), a entalpia da fase líquida deixa de ser uma

variável dependente e é calculada por uma correlação obtida por ajuste dos dados fornecidos por Gallagher et al. (1993).

Expandindo a Eq. (5), a equação da conservação da energia da mistura a ser solucionada neste modelo, é dada por,

$$\begin{aligned} & \rho_L \bar{h}_L \frac{dV_L}{dz} + \rho_V \bar{h}_V \frac{dV_V}{dz} + \left[(1-\alpha)\rho_L V_L \frac{dh_L}{dp} + \alpha\rho_V V_V \frac{dh_V}{dp} \right. \\ & \left. + (1-\alpha) \left(V_L h_L + \frac{V_L^3}{2} \right) \frac{d\rho_L}{dp} + \alpha \left(V_V h_V + \frac{V_V^3}{2} \right) \frac{d\rho_V}{dp} \right] \frac{dp}{dz} + \\ & \left(\rho_V V_V h_V - \rho_L V_L h_L + \rho_V \frac{V_V^3}{2} - \rho_L \frac{V_L^3}{2} \right) \frac{d\alpha}{dz} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

na qual $\bar{h}_L = [(1-\alpha)(h_L + 3V_L^2/2)]$ e $\bar{h}_V = [\alpha(h_V + 3V_V^2/2)]$. Observa-se na Eq. (7) que as variáveis dependentes são: V_L , V_V , p e α .

Modelo C. Neste modelo, a equação da quantidade de movimento da fase líquida é substituída pela equação da quantidade de movimento da mistura líquido-vapor, que é obtida através da soma das Eqs. (3) e (4) e é dada por,

$$\frac{d}{dz} [(1-\alpha)\rho_L V_L^2 + \alpha\rho_V V_V^2] = -\frac{dp}{dz} + \left(\frac{dp}{dz} \right)_B \quad (8)$$

na qual $(dp/dz)_B$ é o gradiente de pressão devido ao efeito combinado do atrito das duas fases sobre a parede do tubo. Tratando o escoamento bifásico como um escoamento monofásico equivalente, esse termo pode ser determinado usando o fator de atrito convencional, como,

$$-\left(\frac{dp}{dz} \right)_B = \frac{f_B G^2}{2\rho_m D} \quad (9)$$

onde f_B é o fator de atrito na região bifásica calculado pela equação de Erth (1970).

Substituindo a Eq. (9) na Eq. (8) e expandindo essa última, obtém-se,

$$\begin{aligned} & [2(1-\alpha)\rho_L V_L] \frac{dV_L}{dz} + (2\alpha\rho_V V_V) \frac{dV_V}{dz} + \left[(1-\alpha)V_L^2 \frac{d\rho_L}{dp} + \right. \\ & \left. \alpha V_V^2 \frac{d\rho_V}{dp} + 1 \right] \frac{dp}{dz} + (\rho_V V_V - \rho_L V_L) \frac{d\alpha}{dz} = -\frac{f_B G^2}{2\rho_m D} \end{aligned} \quad (10)$$

As equações de conservação da massa, da quantidade de movimento do vapor e da energia da mistura são, respectivamente, idênticas às Eqs. (2), (4) e (5). Salienta-se ainda que a Eq. (8) poderia também substituir a equação da conservação da quantidade de movimento da fase líquida no modelo A.

Modelo D. Para uma avaliação adicional do modelo homogêneo, assume-se no modelo A que $V_L = V_V$ e $T_L = T_V$. Dessa forma trabalha-se com equações de conservação para a mistura líquido-vapor. Feito isso e somando as Eqs. (3) e (4), o sistema de equações de conservação na região bifásica é, neste caso, dado por,

(i) Conservação da massa da mistura:

$$\rho_m \frac{dV}{dz} + V \left[(1-\alpha) \frac{d\rho_L}{dp} + \alpha \frac{d\rho_V}{dp} \right] \frac{dp}{dz} + V\rho_{LV} \frac{d\alpha}{dz} = 0 \quad (11)$$

na qual $\rho_m = (1-\alpha)\rho_L + \alpha\rho_V$ é a massa específica da mistura líquido-vapor e $\rho_{LV} = \rho_V - \rho_L$.

(ii) Conservação da quantidade de movimento da mistura:

$$\rho_m V \frac{dV}{dz} + \frac{dp}{dz} = -(F_{WL} + F_{WV}) \quad (12)$$

(iii) Conservação de energia da mistura:

$$\begin{aligned} & [(1-\alpha)\rho_L h_L + \alpha\rho_V h_V + 3V/2] \frac{dV}{dz} + \\ & + V \left[(1-\alpha)\rho_L \frac{dh_L}{dp} + \alpha\rho_V \frac{dh_V}{dp} + \bar{h}_L \frac{d\rho_L}{dp} + \bar{h}_V \frac{d\rho_V}{dp} \right] \frac{dp}{dz} + \\ & + V \left(\rho_V h_V - \rho_L h_L + \frac{V^2}{2} \rho_{LV} \right) \frac{d\alpha}{dz} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

na qual: $\bar{h}_L = (1-\alpha)(h_L + V^2/2)$ e $\bar{h}_V = \alpha(h_V + V^2/2)$.

Obtém-se, portanto, um modelo homogêneo a partir de simplificações realizadas no modelo de dois fluidos. Dessa forma, as variáveis dependentes passam a ser: a velocidade média do escoamento, V , a pressão, p , e a fração de vazio, α .

Condições de Contorno. Geralmente, na entrada do tubo capilar, o fluido refrigerante encontra-se no estado de líquido sub-resfriado ou no estado de saturação, com título igual ou maior do que zero. A pressão nesse ponto é calculada a partir da pressão medida na conexão de entrada do tubo capilar, p_{ent} , e a temperatura é determinada em função da temperatura de saturação, relativa à pressão p_{ent} e do grau de sub-resfriamento, ΔT_{sub} .

Para a solução das equações de conservação na região bifásica é necessário que sejam conhecidas as condições de contorno, conforme o modelo usado, para as variáveis: α , V_L , V_V , p e h_L . Uma vez que o fenômeno de metaestabilidade do escoamento é desconsiderado, é assumido que a nucleação inicie-se na pressão de saturação relativa à temperatura na saída da região líquida. Esse ponto é identificado pela comparação entre a temperatura do fluido refrigerante na região líquida e a temperatura de saturação $T_{sat}(p)$, obtida a partir da pressão, através de uma correlação termodinâmica (Gallagher et al. 1993).

Considerando que as bolhas formadas sejam esféricas, a condição de contorno na entrada da região bifásica, é dada por,

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= (\pi N_0 d_0^3/6) \cdot V_V = S_0 V_L \\ V_L &= G / [(1-\alpha_0)\rho_L + S_0 \alpha_0 \rho_V] \end{aligned} \quad (14)$$

onde N_0 é a densidade inicial de bolhas por unidade de volume, d_0 é o diâmetro médio inicial de bolhas e $S_0 = 1$ é o deslizamento inicial entre as fases. Seguindo o mesmo procedimento de Schweltnus (1988) assume-se que $N_0 = 10^{11}$ núcleos/m³ e $d_0 = 5 \times 10^{-5}$ m.

Na saída do tubo capilar, nenhuma das variáveis α , V_L , V_V , p e h_L é conhecida. Considerando que o escoamento ao longo de tubos capilares freqüentemente está bloqueado, ou seja, a condição crítica é atingida na saída do tubo, a pressão nesse local poderá ser superior à pressão de evaporação.

Nos modelos aqui apresentados, o critério numérico adotado para a determinação da seção de bloqueio, foi primeiramente apresentado por Fauske (1962) e baseia-se em observações teóricas e experimentais de que, sob condições de escoamento

crítico, o gradiente de pressão assume um valor máximo finito, para um dado fluxo de massa e um dado título, ou seja,

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_{\text{crítico}} \rightarrow (\text{Valor Máximo Finito}) \quad (15)$$

Esse valor máximo é geralmente arbitrário, devendo entretanto ser suficiente para permitir a correta determinação da posição de bloqueio. Um valor excessivamente elevado pode ser inaceitável, uma vez que pode conduzir a uma pressão crítica demasiadamente reduzida e fisicamente irreal. Nos trabalhos de Ardron (1978), Richter (1983), Elias e Chambré (1984), Schwelnus (1991) e Dagan et al. (1993), a seção de bloqueio foi estabelecida como aquela em que (dp/dz) atingia valores elevados, arbitrados de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1 - Valores de (dp/dz) usados para o critério de bloqueio de Fauske (1962).

	Ardron (1978) Elias e Chambré (1984) Dagan et al. (1993)	Richter (1983)	Schwelnus (1991)
$\left(\frac{dp}{dz}\right)$ (Pa/m)	$> 5 \times 10^9$	$> 10^9$	$> 2 \times 10^9$

No presente trabalho também é usado o critério de Fauske (1962), mas é estabelecida como seção de bloqueio o incremento anterior àquele onde o sinal do gradiente de pressão (dp/dz) se inverte. Esse procedimento foi adotado em função da grande variação dos termos das equações envolvidas em torno da posição de bloqueio. Utilizou-se um incremento, da ordem de milímetros, e obteve-se a solução do sistema de equações até o incremento em que o sinal do gradiente (dp/dz) inverteu-se, significando que entre este e o incremento anterior, (dp/dz) tornou-se máximo.

Metodologia de Solução. O escoamento do refrigerante ao longo de um tubo capilar constitui um problema de valor inicial, uma vez que as condições, tais como a pressão e o grau de sub-resfriamento, são conhecidas na entrada do tubo. Além disso, esse escoamento é fortemente unidirecional e portanto as informações são transmitidas em apenas um sentido, o que equivale a dizer que o escoamento é parabólico para efeito de solução.

Para a solução do sistema de equações diferenciais utiliza-se, neste trabalho, o método de integração numérica pela técnica de Runge-Kutta de quarta ordem, bastante comum na solução de problemas parabólicos. Partindo das condições na entrada do tubo, até que a condição de bloqueio seja atingida, o programa computacional pode determinar: (i) o comprimento do tubo, conhecida a vazão em massa e demais condições de operação; ou (ii) a vazão em massa, conhecido o comprimento e demais condições de operação.

No primeiro caso é necessário que o sistema de equações seja solucionado uma única vez e o comprimento é então determinado. No segundo caso, o processo de solução é iterativo, pois as equações de conservação dependem do fluxo de massa. Dessa maneira, um fluxo de massa inicial é arbitrado e o comprimento calculado é comparado ao comprimento real, devendo esse fluxo ser corrigido para a próxima iteração, até que a convergência seja alcançada.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a validação do modelo A (Seixlack et al., 1997), utilizou-se os dados experimentais apresentados por Melo et al. (1995). Os resultados obtidos com os modelos B, C e D, são também comparados com esses dados experimentais.

Melo et al. (1995) realizaram medições de fluxo de massa, de temperatura e de pressão ao longo de dois tubos capilares, utilizando como fluido refrigerante o HFC-134a. Esses tubos são aqui identificados como capilar 7 e capilar 8 e suas características geométricas são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 - Características geométricas dos tubos capilares 7 e 8 (Melo et al., 1995).

Capilar	Comprimento (m)	Diâmetro Interno (mm)	Rugosidade Absoluta (μm)
7	2,998	0,606	1,08
8	2,973	0,871	0,78
Incerteza de Medição	0,002	0,005	0,2

Pressões de condensação na faixa de 900 a 1600 kPa (9 a 16 bar) e sub-resfriamento na faixa de 2 a 16 °C foram escolhidos como condições de operação, sendo todos os ensaios realizados sob condições de escoamento crítico. Foram realizados ensaios com e sem tomadas de pressão, verificando-se que as furações não provocaram alteração significativa sobre a vazão em massa, o que se deve a vários cuidados tomados no procedimento experimental (Melo et al., 1995). Saliencia-se que os resultados experimentais escolhidos para as comparações mostradas neste trabalho e em Seixlack et al. (1997), foram aqueles que apresentaram uma região de metaestabilidade aproximadamente nula, uma vez que tal fenômeno não é previsto no presente modelo.

Nas Figs. 2 e 3 são mostradas as comparações entre as distribuições de pressão medidas e calculadas pelos modelos A, B, C e homogêneo, respectivamente, ao longo dos tubos capilares 7 e 8.

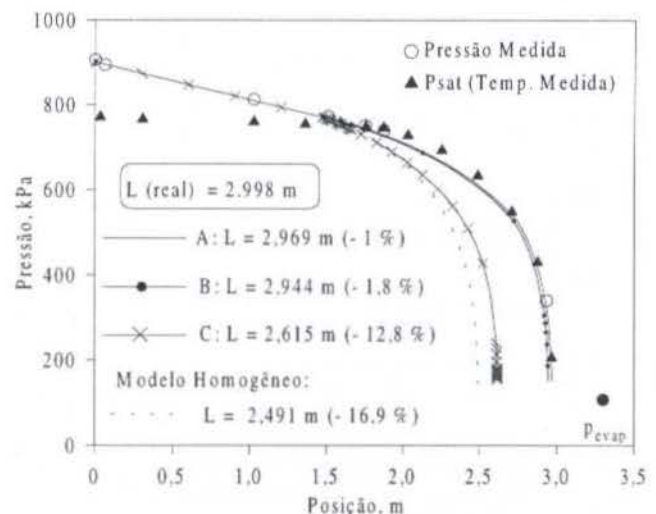


Figura 2 - Comparações entre os modelos de solução do escoamento na região bifásica - capilar 7: $P_{\text{ent}} = 905$ kPa, $\Delta T_{\text{sub}} = 5,5$ °C, \dot{m} (medida) = 1,866 kg/h.

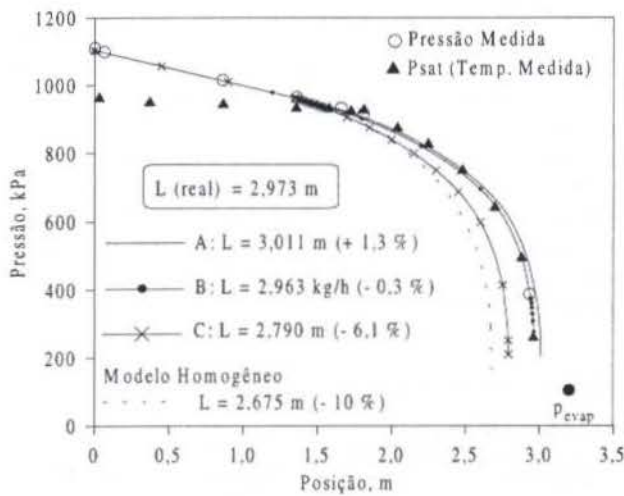


Figura 3 - Comparações entre os modelos de solução do escoamento na região bifásica - capilar 8: $p_{ent} = 1110$ kPa, $\Delta T_{sub} = 5,2$ °C, \dot{m} (medida) = 5,602 kg/h.

Observa-se que os perfis de pressão e os comprimentos dos tubos capilares, calculados pelos modelos A e B, são bastante próximos, como se esperava, pois a consideração de equilíbrio térmico entre as fases no modelo B foi comprovada pelas distribuições de temperatura obtidas com o modelo A (vide Seixlack et al., 1997). Observa-se também que as distribuições de pressão calculadas pelo modelo C são bem mais próximas daquelas calculadas pelo modelo homogêneo. Essa proximidade deve-se à utilização da mesma correlação para o cálculo do fator de atrito bifásico (Eq. de Erth, 1970) em ambos os modelos.

Na Fig. 4, a distribuição de pressão medida para um caso ao longo do tubo capilar 7 é comparada com os perfis de pressão calculados pelos modelos A, D e homogêneo. No modelo D, os termos F_{WL} e F_{WV} são calculados; nos regimes em bolhas e agitante, de acordo com o modelo de Solbrig et al. (1978) e no regime anular, a correlação de Erth (1970) é usada para calcular o fator de atrito bifásico.

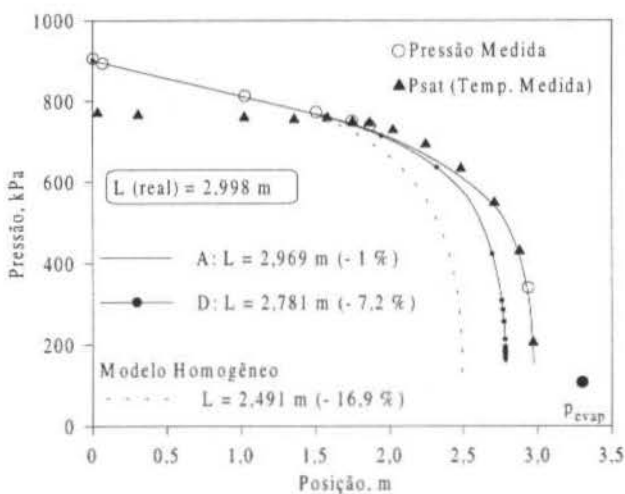


Figura 4 - Distribuições de pressão ao longo do tubo capilar 7: $p_{ent} = 905$ kPa; $\Delta T_{sub} = 5,5$ °C: comparação entre os modelos A (dois fluidos), D e homogêneo.

Observa-se na Fig 4, que o perfil de pressão calculado pelo modelo D apresenta uma concordância melhor com os dados experimentais, do que o resultado obtido com o modelo

homogêneo, no qual a concordância entre o comprimento medido e o comprimento calculado é de - 16,9 %.

Na Fig. 5, o termo de atrito do modelo homogêneo que utiliza a equação de Erth (1970) para avaliar o fator de atrito na região bifásica é comparado com o termo $(F_{WL} + F_{WV})$ da Eq. 12, calculado pelo modelo Solbrig et al. (1978) em conjunto com a Eq. de Erth (1970).

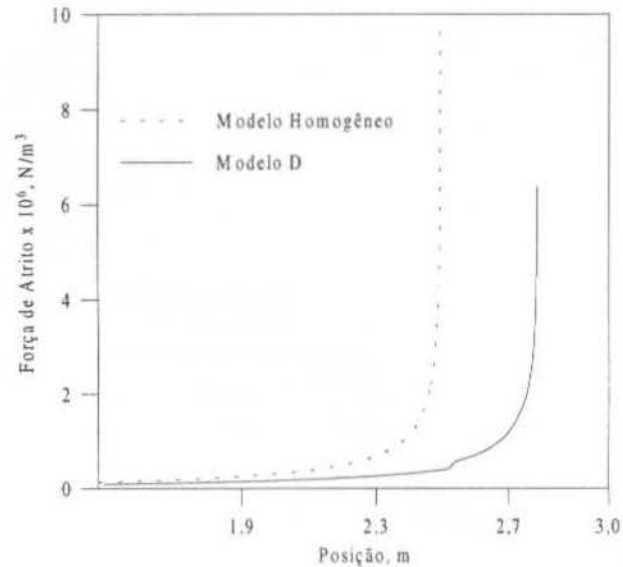


Figura 5 - Força de atrito por unidade de volume: comparação entre a equação de Erth (1970) (modelo homogêneo) e o termo $(F_{WL} + F_{WV})$ do modelo D.

Verifica-se na Fig. 5 que a equação de Erth superestima a força de atrito por unidade de volume, resultando em uma queda de pressão mais acentuada ao longo do tubo do que aquela obtida pelo modelo D (vide Fig. 4).

CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram comparadas e discutidas diferentes formas de combinação das equações de conservação do modelo de dois fluidos na simulação do escoamento bifásico ao longo de tubos capilares. Tais formas dependem das hipóteses adotadas na elaboração do modelo. Na forma mais completa, considera-se o não equilíbrio hidrodinâmico e térmico entre as fases e cinco equações de conservação devem ser resolvidas (modelo A). Caso o equilíbrio térmico entre as fases seja considerado, quatro equações de conservação devem ser resolvidas e dois modelos bifásicos podem ser obtidos (modelos B e C).

O primeiro deles (modelo B) utiliza as equações de conservação da massa da mistura, da quantidade de movimento de cada fase e da energia da mistura. Nesse caso, os resultados são bastante próximos daqueles obtidos com o modelo A, o que era esperado, uma vez que os resultados apresentados em Seixlack et al. (1997) comprovam a hipótese de equilíbrio térmico entre as fases.

O segundo modelo utiliza as equações de conservação da massa da mistura, da quantidade de movimento da mistura, da quantidade de movimento do vapor e da energia da mistura. Na equação da quantidade de movimento da mistura é usada a correlação de Erth (1970) para o cálculo do fator de atrito bifásico, que também é empregada no modelo homogêneo. Nesse caso, os perfis de pressão calculados apresentam inclinações mais acentuadas, em relação às obtidas no modelo A e, dessa

forma, os resultados estão mais próximos daqueles obtidos com o modelo homogêneo. Tal fato mostra a grande influência do termo de atrito no desempenho dos modelos apresentados. Esse fato pode ser também observado, na comparação entre os resultados obtidos com o modelo homogêneo e o modelo D.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à FAPESP pelo apoio recebido e à EMBRACO S/A, que permitiu a realização deste trabalho dentro de um programa de colaboração técnico-científico entre a EMBRACO S/A e a UFSC.

REFERÊNCIAS

Ardron, K. H., 1978, "A Two-Fluid Model for Critical Vapour-Liquid Flow", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 4, pp. 323-337.

Churchill, S. W., 1977, "Friction Factor Equation Span all Fluid Regimes", *Chem. Engineering*, Vol. 84, pp. 91-92.

Colburn, A. P., 1933, "A Method for Correlating Forced Convection Heat Transfer Data and a Comparison with Fluid Friction", *Transactions AIChE*, Vol. 29, pp. 174-210.

Dagan, R., Elias, E., Wacholder, E., Olek, S., 1993, "A Two-Fluid Model for Critical Flashing Flows in Pipes", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 19, n. 1, pp. 15-25.

Elias, E., Chambré, P. L., 1984, "A Mechanistic Non-Equilibrium Model for Two-Phase Critical Flow", *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 10, n. 1, pp. 21-40.

Erth, R. A., 1970, "Two-Phase Flow in Refrigeration Capillary Tubes: Analysis and Prediction", *Ph. D. Thesis*, Purdue University, USA.

Fauske, H. K., 1962, "Contribution to the Theory of Two-Phase, One-Component Critical Flow", *Argonne National Laboratory*, ANL-6633, Argonne, Illinois.

Gallagher, J., McLinden, M., Morrison, G. e Huber, M., 1993, "NIST Thermodynamic Properties of Refrigerants and Refrigerant Mixtures - Version 4", Gaithersburg : U.S. Department of Commerce, National Institute of Standards and Technology.

Ishii, M., Mishima, K., 1980, "Study of Two-Fluid Model and Interfacial Area", *Argonne National Laboratory - Report ANL-80-111*.

Ishii, M., Mishima, K., 1984, "Two-Fluid Model and Hydrodynamic Constitutive Relations", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 82, pp. 107 - 126.

Melo, C., Ferreira, R. T. S., Boabaid Neto, C, Gonçalves, J. M. e Stahelin, R., 1995, "Análise do Desempenho de Tubos Capilares - Parte III", Relatório de Pesquisa Convênio EMBRACO/FEESC/EMC/UFSC.

Richter, H. J., 1983, "Separated Two-Phase Flow Model: Application to Critical Two-Phase Flow", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 9, n. 5, pp. 511-530.

Rowe, P. N., Henwood, G. A., 1961, "Drag Forces in a Hydraulic Model of a Fluidised Bed - Part I", *Transactions INSTN Chemical ENGRS*, Vol. 39, pp. 43-54.

Schwellnus, C. F., 1988, "A Study of a General One-Dimensional Two-Fluid Critical Flow Model", *Master's Thesis*, McMaster University, Ontario, Canada.

Schwellnus, C. F., Shoukri, M., 1991, A Two-Fluid Model for Non-Equilibrium Two-Phase Critical Discharge, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 69, pp. 188-197.

Seixlack, A. L., Prata, A. T. e Melo, C., 1997, "Análise do Escoamento em Tubos Capilares Adiabáticos Considerando o

Não-Equilíbrio Hidrodinâmico e Térmico Entre as Fases", *XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica-COBEM/97*, CD-ROM, COB72, Bauru, SP, 1997.

Solbrig, C. W., McFadden, J. H., Lyczkowski, R. W., Hughes, E. D., 1978, "Heat Transfer and Friction Correlations Required to Describe Steam-Water Behavior in Nuclear Safety Studies", *AIChE Symposium Series*, Vol. 174, pp. 100 - 128.

Wallis, G. B., 1969, "One-Dimensional Two-Phase Flow", McGraw-Hill Book Company, USA.

Whitaker, S., 1972, "Forced Convection Heat Transfer Correlations for Flow in Pipes, Past Flat Plates, Single Cylinders, Single Spheres and Flow in Packed Beds and Tube Bundles", *AIChE Journal*, Vol. 18, pp. 361-371.

Zuber, N., 1964, "On the Dispersed Two-Phase Flow on the Laminar Flow Regime", *Chemical Engineering Science*, Vol. 19, pp. 897 - 917.

ABSTRACT

Two mathematical models for conservation equations in two-phase flow through capillary tubes are solved. The thermal equilibrium between the liquid and vapor phases is considered. Those models are compared against another one more complete, considering the hydrodynamic and thermal non-equilibrium between the phases. It is also presented, the results obtained when is assumed the same velocity and temperature of each phase. The pressure profiles given by the model are compared with experimental data.

COUPLED-CONJUGATE HEAT TRANSFER TO NON-NEWTONIAN FLUIDS IN DUCTS BY FINITE ELEMENTS

J. Karam Filho¹, J. N. C. Guerreiro¹,
A. F. D. Loula¹ and N. C. L. Brum²

¹DMC/LNCC/CNPq, CP 25651-070, Petrópolis, RJ, Brazil

²PEM/COPPE/UFRJ, CP 21945-970, Rio de Janeiro, RJ, Brazil

SUMMARY

In this work, non standard finite element methods are used to analyse coupled-conjugate thermodynamic problems of non-Newtonian fluids flowing in thick-walled ducts. To solve the resulting formulation, a Uzawa-like algorithm is applied to solve the nonlinear dynamic problem in conjunction with an external iterative procedure that deals with the coupling. A post-processing technique is applied to obtain the compatibility of the heat flux at the solid-fluid interface.

INTRODUCTION

The first works dealing with heat transfer in laminar flow inside ducts have been proposed by Graetz (1885) and Nusselt (1910), independently. They neglected the wall analysing the transfer of heat only in the Newtonian fluid, and admitted different temperatures at the inlet section of the flow and along the wall, neglecting its thickness and material. Semi-analytical solutions have been proposed and, until about the final of the seventies, extensions of these solutions have been derived to modified problems, but none of them included wall effects. These problems are known as 'conventional convection problems'. Nevertheless, after that period, researches have shown that the wall might have considerable effect on the heat transferred to or from the fluid, stimulating to analyse the problem for solid and fluid simultaneously. These problems are now being referred to as 'conjugate problems'. Then, several works have been done including radial conduction in the wall, but still not taking care of axial effects. However, some of those works predicted that axial conduction in the wall might be investigated (Shah et al., 1978 and Guedes et al., 1990). Numerical methods were proposed to deal with these problems and the majority of them fails to solve adequately at the very near inlet section of the flow; but they confirmed the predictions of the importance in considering axial conduction in thick-walled ducts, by evaluating accurately well this effect far from the critical inlet section (Campo et al., 1991, Barozzi et al., 1985 and Pagliarini, 1988) and considering heat flux prescribed at the outer surface wall of the duct and using iterative methods. Besides the coupling between thermal and kinematics effects, two basic difficulties arise when one faces conjugate problems:

the difficulty in obtaining precise solutions to the degenerated parabolic transport equation of the fluid and the satisfaction of compatibility conditions for temperature and fluxes at the solid-liquid interface. In case of considering prescribed temperature at the outside wall, semi-analytical solutions were proposed by Mori et al. (1974) with accurate results obtained far from the flow entrance region.

When non-Newtonian fluids are considered in the context of conjugate heat transfer problems, two additional difficulties arise: the satisfaction of the incompressibility internal constraint and the pure nonlinear character of some constitutive relations as the power-law to which Newton based methods fail to solve adequately for very large or very small power indices. For these kind of problems efficient mixed finite element methods, allowing same interpolation orders for all variables, and algorithms have been developed in the context of creep analysis by Glowinski and Marroco (1975), Loula and Guerreiro (1990) and Guerreiro et al. (1991), and they may be adapted to the situation of power law fluids.

Differently from the classical approach to coupled nonlinear problems which consists in linearizing the problem and uncoupling the resulting system as a starting point, in the present work we present a mixed finite element method constructed by a Petrov-Galerkin type formulation over the Hellinger-Reissner principle for the nonlinear coupled-conjugate heat transfer to fluid flow in ducts problem. Prescribed velocity and temperature at the inlet section of the duct and given temperature at the outside surface wall are considered. To solve the formulation, a Uzawa-like algorithm was developed, and it deals with the nonlinearity as well as with the coupling. A post-processing technique is used to en-

sure the continuity of the heat flux at the solid-fluid interface and no iteration is necessary to the continuity of the temperature, once this is an intrinsic characteristic of the finite element method. Numerical results are presented comparing, comparing coupled and uncoupled considerations, conjugate and non conjugate, and coupled-conjugate effects.

COUPLED-CONJUGATE DIFFERENTIAL FORMULATION

Let $\Omega = (\Omega_s \cup \Omega_f) \subset \mathcal{R}^2$ be a bounded domain with $\Gamma_i = \Omega_s \cap \Omega_f$, and boundaries Γ_s and Γ_f such that

$$\Gamma_s = \Gamma_{s\theta} \cup \Gamma_{sq} \quad , \quad \Gamma_{s\theta} \cap \Gamma_{sq} = \emptyset \quad (1)$$

$$\Gamma_f = \Gamma_{fu} \cup \Gamma_{f\theta} \cup \Gamma_{fq} \quad , \quad \Gamma_{f\theta} \cap \Gamma_{fq} = \emptyset, \quad (2)$$

where s, f, i, θ and q refer to solid, fluid, solid-fluid interface, temperature and heat flux, respectively.

Let σ be the stress tensor, \mathbf{u} the velocity vector, θ the temperature, f the heat generation in the solid, \mathbf{f} body force vector, k the thermal conductivity coefficient, m_e the density and c_p the heat capacity.

A general formulation that models thermally coupled and conjugate problems of a non Newtonian fluid flowing in ducts may be characterized by the following set of equations.

- solid phase:

$$-\text{div}(k_s \nabla \theta_s) = f \quad \text{in } \Omega_s; \quad (3)$$

- liquid phase:

$$-\text{div} \sigma + (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad \text{in } \Omega_f; \quad (4)$$

$$\nabla^s \mathbf{u} = A(\mathbf{S}, \theta_f) \quad \text{in } \Omega_f; \quad (5)$$

with $A(\mathbf{S}, \theta_f)$ a nonlinear function of

$$\mathbf{S} = \sigma - \frac{1}{2} \text{tr} \sigma \mathbf{I}; \quad (6)$$

$$\text{div} \mathbf{u} = 0 \quad \text{in } \Omega_f; \quad (7)$$

$$-\text{div}(k_f \nabla \theta_f) + m_e c_p \mathbf{u} \cdot \nabla \theta_f = \Phi \quad \text{in } \Omega_f; \quad (8)$$

with the viscous dissipation given by

$$\Phi = \sigma : \epsilon(\mathbf{u}) \quad (9)$$

and

$$\epsilon(\mathbf{u}) = B(\mathbf{u}) = \nabla^s \mathbf{u} = \frac{(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)}{2}; \quad (10)$$

- boundary conditions: being \mathbf{n} the outward unit normal vector,

$$\theta_s = \bar{\theta}_s \quad \text{on } \Gamma_{s\theta}, \quad (11)$$

$$k_s \nabla \theta_s \cdot \mathbf{n}_s = \bar{q}_s \quad \text{on } \Gamma_{sq}, \quad (12)$$

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad \text{on } \Gamma_{fu}, \quad (13)$$

$$\theta_f = \bar{\theta}_f \quad \text{on } \Gamma_{f\theta}, \quad (14)$$

$$k_f \nabla \theta_f \cdot \mathbf{n}_f = \bar{q}_f \quad \text{on } \Gamma_{fq}; \quad (15)$$

- interface compatibility condition:

$$\theta_s = \theta_f \quad \text{at } \Gamma_i, \quad (16)$$

$$k_s \nabla \theta_s \cdot \mathbf{n} = k_f \nabla \theta_f \cdot \mathbf{n}, \quad \text{at } \Gamma_i. \quad (17)$$

The constitutive equation we are interested in is a combination of Arrhenius and Ostwald-de-Waele laws, that is

$$A(\mathbf{S}, \theta) = K e^{\frac{\theta}{\beta}} |\mathbf{S}|^{\zeta-2} \mathbf{S}, \quad (18)$$

where ζ is the power-law index, K is the consistence parameter and β is a function of the activation energy.

SOME PRELIMINARY DEFINITIONS

Before introducing the formulations we need the following definitions. Let $C^m(\Omega)$ be the set of all real valued functions defined in Ω with continuous derivatives until order m , $C_0^m(\Omega)$ the subset of functions in $C^m(\Omega)$ with compact support in Ω and $D(\Omega) = C_0^\infty$ the space of trial functions to which the dual, $D^*(\Omega)$ is the space of linear functionals defined in $D(\Omega)$. Define the inner product

$$(\psi, \phi) = \int_{\Omega} \psi \phi \, d\Omega \quad \forall \psi, \phi \in D(\Omega). \quad (19)$$

$$\vartheta = \{\theta \in W_0^{\zeta, s}(\Omega)\}, \quad (20)$$

$$U = \{\tau = [\tau_{ij}]; \tau_{ij} = \tau_{ji} \in L_0^{\zeta}(\Omega), i, j = 1, 2\}, \quad (21)$$

$$U_T = \{\mathbf{T} \in U; \text{tr} \mathbf{T} = 0\}, \quad (22)$$

$$V = \{\mathbf{v} = \{v_i\}; v_i \in W_0^{1, s}(\Omega), i = 1, 2\}, \quad (23)$$

with $\frac{1}{\zeta} + \frac{1}{s} = 1$ and $W^{\zeta, s}$ and L^s are Sobolev and Hilbert spaces with their usual norms. Define the product spaces and their respective norms:

$$\bar{U} = U_T \times U, \quad \bar{V} = U_T \times V, \quad (24)$$

$$\|(\mathbf{T}, \tau)\|_{\bar{U}} = \|\mathbf{T}\|_U + \|\tau\|_U, \quad \forall (\mathbf{T}, \tau) \in \bar{U}, \quad (25)$$

$$\|(\lambda, \mathbf{v})\|_{\bar{V}} = \|\lambda\|_U + \|\mathbf{v}\|_V, \quad \forall (\lambda, \mathbf{v}) \in \bar{V}. \quad (26)$$

Consider the usual finite element discretization where $\Omega = \cup_{e=1}^{Ne} \Omega^e$, and Ne is the number of elements and h is the mesh parameter given by $h = \max\{h_e\}$. Let $P_h^k(\Omega)$ be the space of continuous finite element polynomials of order k and class C^0 and $Q_h^l(\Omega_f)$ be the space of discontinuous finite element polynomials of order l and class C^{-1} . Then, define the following finite dimensional spaces:

$$\vartheta_h = \{\theta_h \in P_h^k(\Omega) \cap W_0^{1, 2}(\Omega)\}, \quad (27)$$

$$\mathcal{H}_h(\text{div}) = \{\mathbf{q}_h \in (P_h^k(\Omega) \cap H(\text{div})(\Omega))^2\}, \quad (28)$$

$$U_h = \{\sigma_h \in (Q_h^l(\Omega_f) \cap L^{\zeta}(\Omega_f))^3\}, \quad (29)$$

$$U_{Th} = \{\mathbf{S}_h \in (Q_h^l(\Omega_f) \cap L^{\zeta}(\Omega_f))^3, \text{tr} \mathbf{S}_h = 0\}, \quad (30)$$

$$V_h = \{\mathbf{u}_h \in (P_h^k(\Omega_f) \cap W_0^{1, 2}(\Omega_f))^2\}. \quad (31)$$

where $H(\text{div}) = \{g : g \in L^2(\Omega), \text{div} g \in L^2(\Omega)\}$ equipped with the norm $\|g\|_{H(\text{div})} = \|g\| + \|\text{div} g\|$, with $\|\cdot\|$ being the usual L^2 -norm.

A MIXED STABILIZED FINITE ELEMENT FORMULATION

By segregating the deviatoric part of the stress tensor and introducing a multiplier, the nonlinearity can be isolated as in the following continuous variational formulation:

Problem P1 : Find $\{S, \sigma, \mathbf{u}, \lambda, \theta\} \in U_T \times U \times V \times U_T \times \vartheta$, such that

$$(A(S, \theta), \mathbf{T}) + (\lambda, \mathbf{T}) = 0, \quad \forall \mathbf{T} \in U_T \quad (32)$$

$$(S - \sigma_D, \mu) = 0, \quad \forall \mu \in U_T \quad (33)$$

$$(\sigma, \nabla^s \mathbf{v}) + (\mathbf{f}, \mathbf{v}) = 0, \quad \forall \mathbf{v} \in V \quad (34)$$

$$(\nabla^s \mathbf{u}, \tau) + (\lambda, \tau_D) = 0, \quad \forall \tau \in U \quad (35)$$

$$k(\nabla \theta, \nabla \eta) + mc_p(\mathbf{u} \nabla \theta, \eta) = (\Phi(\sigma, \mathbf{u}, \theta), \eta), \quad \forall \eta \in \vartheta. \quad (36)$$

Note by Eq. (33) that S and σ_D represent stress deviators treated independently, and λ plays the role of a Lagrange multiplier. Differently from the uncoupled case, Problem P1 is not a saddle point but a dissipative problem. Even being isolated, the nonlinearity which appears in Eq. (32) still remains "purely nonlinear", and can preclude applications of classical algorithms to solve it. More than this, if Galerkin approximations are introduced, the compromise between the approximation spaces prevents interpolations of the same order for σ and \mathbf{u} , which could cause instabilities. To overcome these difficulties and in view of constructing efficient algorithms to treat the strongly nonlinear equation, we introduce the following stabilized finite element method which allows same order interpolations, coupling the thermal problem governed by the diffusion-convection equation.

Problem P2 : Given \mathbf{f} , find $\{S_h, \sigma_h, \theta_h\}; \{\lambda_h, \mathbf{u}_h\} \in \{\bar{U}_h \times \vartheta_h\} \times \bar{V}_h$, such that

$$(A(S_h, \theta_h), \mathbf{T}_h) + (\lambda_h, \mathbf{T}_h) +$$

$$+(S_h - \sigma_{Dh}, \mu_h) +$$

$$+(\sigma_h, \nabla^s \mathbf{v}_h) + (\mathbf{f}, \mathbf{v}_h) +$$

$$+(\nabla^s \mathbf{u}_h, \tau_h) + (\lambda_h, \tau_{Dh}) +$$

$$+[\delta_1(S_h - \sigma_{Dh}, \tau_h - \mathbf{T}_h)] + \left[\frac{\delta_2 h^2}{\bar{\nu}} (\text{div} \sigma_h + \mathbf{f}, \text{div} \tau_h)_h \right] =$$

$$= 0, \quad \forall \{\mathbf{T}_h, \tau_h\}; \{\lambda_h, \mathbf{v}_h\} \in \bar{U}_h \times \bar{V}_h, \quad (37)$$

$$k(\nabla \theta_h, \nabla \eta_h) + m_e c_p(\mathbf{u}_h \cdot \nabla \theta_h, \eta_h) = (\Phi(\sigma_h \mathbf{u}_h, \theta_h), \eta_h),$$

$$\forall \eta_h \in \vartheta_h. \quad (38)$$

with δ_1 and δ_2 are constants to be fixed.

Note that the δ_1 parameter was added to introduce a linear S_h part to the nonlinear equation in a natural way, enabling the inversion of the constitutive equation. The term in δ_2 was included to allow same order of interpolation for σ_h and \mathbf{u}_h , stabilizing the effects of the incompressibility constraint. For the energy equation, Eq. (38), with general material conditions, it may be used an artificial diffusion method like the SUPG-method of Brooks and Hughes (1982), as done next.

Rearranging and adding the SUPG terms, Problema P2 may be written in a general form as:

Problem P3: Given \mathbf{f} , find $\{S_h, \sigma_h, \theta_h, \lambda_h, \mathbf{u}_h\} \in U_{Th} \times U_h \times \vartheta_h \times U_{Th} \times V_h$, such that

$$A_h(\{S_h, \sigma_h, \theta_h\}; \{\mathbf{T}_h, \tau_h\}) + B_h(\{\mathbf{T}_h, \tau_h\}; \{\lambda_h, \mathbf{u}_h\}) = F_h(\{\mathbf{T}_h, \tau_h\}), \quad \forall \{\mathbf{T}_h, \tau_h\} \in U_{Th} \times U_h, \quad (39)$$

$$B_h(\{S_h, \sigma_h\}; \{\mu_h, \mathbf{v}_h\}) = G_h(\{\mu_h, \mathbf{v}_h\}), \quad \forall \{\mu_h, \mathbf{v}_h\} \in U_{Th} \times V_h, \quad (40)$$

$$D(\theta_h, \eta_h) + C(\{\mathbf{u}_h, \theta_h\}, \eta_h) = E_h(\eta_h), \quad \forall \eta_h \in \vartheta_h, \quad (41)$$

where

$$A_h(\{S_h, \sigma_h, \theta_h\}; \{\mathbf{T}_h, \tau_h\}) = A(\{S_h, \sigma_h, \theta_h\}; \{\mathbf{T}_h, \tau_h\}) + \frac{\delta_2 h^2}{\bar{\nu}} (\text{div} \sigma_h, \text{div} \tau_h)_h, \quad (42)$$

$$A(\{S_h, \sigma_h, \theta_h\}; \{\mathbf{T}_h, \tau_h\}) = (A(\{S_h, \theta_h\}), \mathbf{T}_h) + \delta_1(\sigma_h - S_h, \tau_h - \mathbf{T}_h), \quad (43)$$

$$B_h(\{S_h, \sigma_h\}; \{\mu_h, \mathbf{v}_h\}) = (\tau_{Dh} - \mathbf{T}_h, \mu_h) - (\nabla^s \mathbf{v}_h, \tau_h), \quad (44)$$

$$F_h(\{\mathbf{T}_h, \tau_h\}) = -\frac{\delta_2 h^2}{\bar{\nu}} (\mathbf{f}, \text{div} \tau_h)_h, \quad (45)$$

$$G_h(\{\mu_h, \mathbf{v}_h\}) = -(\mathbf{f}, \mathbf{v}_h), \quad (46)$$

$$D(\theta_h, \eta_h) = \kappa(\nabla \theta_h, \nabla \eta_h), \quad (47)$$

$$C(\{\mathbf{u}_h, \theta_h\}, \eta_h) = m_e c_p(\mathbf{u}_h \cdot \nabla \theta_h, \eta_h) + (\xi_s \mathbf{u}_h \cdot \text{div}(-\kappa \nabla \theta_h), \nabla \eta_h)_h + m_e c_p(\xi_s \mathbf{u}_h \mathbf{u}_h^T \nabla \theta_h, \eta_h)_h, \quad (48)$$

$$(\Phi_h, \eta_h) = (\sigma_h \cdot \nabla^s \mathbf{u}_h, \eta_h), \quad (49)$$

$$E_h(\eta_h) = (\Phi_h, \eta_h) + (\xi_s \Phi_h \mathbf{u}_h, \nabla \eta_h)_h, \quad (50)$$

where δ_1, δ_2 are arbitrary positive constants to be fixed, ξ_s is the SUPG parameter defined by

$$\xi_s = \frac{h_e \xi_e}{2m_e c_p |\mathbf{u}_h|}, \quad \xi_e = \max\left\{0, 1 - \frac{\kappa}{m_e c_p |\mathbf{u}_h| h_e}\right\}, e = 1, \dots, Ne. \quad (51)$$

Note that S_h and σ_{Dh} represent the deviatoric part of the stress, but they are independently treated. Once the temperature and the velocity are continuous from element to element, we may use the temperature and the velocity calculated above to determine the heat flux

by the following post-processing technique which ensures the continuity of the heat flux along the solid-fluid interface.

Problem PQ: Given $\{\mathbf{u}, \theta_h\}$, find $\mathbf{q}_h \in \mathcal{H}_h(\text{div})$ such that

$$Q_h(\mathbf{q}_h, \hat{q}_h) = Q(\hat{q}_h), \quad \forall \hat{q}_h \in \mathcal{H}_h(\text{div}), \quad (52)$$

with

$$Q_h(\mathbf{q}_h, \hat{q}_h) = (\mathbf{q}_h, \hat{q}_h) + \delta_q (\text{div} \mathbf{q}_h, \text{div} \hat{q}_h)_h, \quad (53)$$

$$Q(\hat{q}_h) = \delta_q (m_e c_p \mathbf{u} \cdot \nabla \theta_h + \Phi, \text{div} \hat{q}_h)_h - (\mathbf{K} \nabla \theta_h, \hat{q}_h). \quad (54)$$

Stability of Problem PQ for $\delta_q > 0$ may be seen in Karam Filho and Brum (1998).

To solve the coupled Problem P3, we propose the following algorithm.

Algorithm A1: Given θ_h^0 , find $\{\mathbf{S}_h^n, \sigma_h^n, \theta_h^n\}; \{\lambda_h^n, \mathbf{u}_h^n\} \in \{U_{Th} \times U_h \times \mathcal{V}_h\} \times \{U_{Th} \times V_h\}$ and $\mathbf{q}_h^n \in \mathcal{H}_h(\text{div}), n \geq 1$ such that

$$A_h(\{\mathbf{S}_h^n, \sigma_h^n, \theta_h^{n-1}\}; \{\mathbf{T}_h, \tau_h\}) + B_h(\{\mathbf{T}_h, \tau_h\}; \{\lambda_h^n, \mathbf{u}_h^n\}) = F_h(\{\mathbf{T}_h, \tau_h\}), \quad \forall \{\mathbf{T}_h, \tau_h\} \in U_{Th} \times U_h \quad (55)$$

$$B_h(\{\mathbf{S}_h^n, \sigma_h^n\}; \{\mu_h, \mathbf{v}_h\}) = G_h(\{\mu_h, \mathbf{v}_h\}), \quad \forall \{\mu_h, \mathbf{v}_h\} \in U_{Th} \times V_h \quad (56)$$

$$D(\theta_h^n, \eta_h) + C(\{\mathbf{u}_h^n, \theta_h^n\}, \eta_h) = (\Phi_h^n, \eta_h), \quad \forall \eta_h \in \mathcal{V}_h \quad (57)$$

$$Q_h(\mathbf{q}_h^n, \hat{q}_h) = Q_h(\{\mathbf{u}_h^n, \theta_h^n\}; \hat{q}_h), \quad \forall \hat{q}_h \in \mathcal{H}_h(\text{div}), \quad (58)$$

Algorithm A1 leads to sequences bounded by the data of the problem, ensuring its convergence. Note that Algorithm A1 approaches Problem P3 for its coupled-conjugate character. It remains that system Eq. (55)-Eq. (56) is nonlinear, requiring an appropriate algorithm to solve it. To solve the nonlinearity we use a scheme proposed in [3] which when adapted to the above algorithm leads to the following procedure to the coupled-conjugate nonlinear problem.

Algorithm A2 :

[•] Given $\theta_h^{n,l}, \lambda_h^{n,l}$ and $\mathbf{S}_h^{n,l-1}$, find $\{\sigma_h^{n,l}, \mathbf{u}_h^{n,l}\} \in U_h \times V_h, n \geq 0, l \geq 1$, by solving

$$\delta_1 (\sigma_{Dh}^{n,l}, \tau_{Dh}) + \frac{\delta_2 h^2}{\bar{V}} (\text{div} \sigma_h^{n,l}, \text{div} \tau_h)_h - (\nabla \mathbf{u}_h^{n,l}, \tau_h) = \delta_1 (\mathbf{S}_h^{n,l-1}, \tau_{Dh}) - (\lambda_h^{n,l}, \tau_{Dh}) - \frac{\delta_2 h^2}{\bar{V}} (\mathbf{f}, \text{div} \tau_h)_h, \quad (59)$$

$$(\sigma_h^{n,l}, \nabla \mathbf{v}_h) = (\mathbf{f}, \mathbf{v}_h), \quad \forall \tau_h \mathbf{v}_h \in U_h \times V_h. \quad (60)$$

• Now, with $\sigma_{Dh}^{n,l}$ and $\mathbf{u}_h^{n,l}$, find $\mathbf{S}_h^{n,l} \in U_{Th}$ by

$$(A(\theta_h^{n,l}, \mathbf{S}_h^{n,l}), \mathbf{T}_h) + \delta_1 (\mathbf{S}_h^{n,l}, \mathbf{T}_h) = \delta_1 (\sigma_{Dh}^{n,l}, \mathbf{T}_h) + (\lambda_h^{n,l}, \mathbf{T}_h), \quad \forall \mathbf{T}_h \in U_{Th}. \quad (61)$$

• Then, knowing $\sigma_{Dh}^{n,l}, \mathbf{S}_h^{n,l}$ and $\lambda_h^{n,l}$, calculate $\lambda_h^{n,l+1} \in U_{Th}$ by

$$\lambda_h^{n,l+1} = \lambda_h^{n,l} + \rho_h (\sigma_{Dh}^{n,l} - \mathbf{S}_h^{n,l}), \quad (62)$$

• until

$$\|\sigma_{Dh}^{n,l} - \mathbf{S}_h^{n,l}\| \leq \text{tol}.$$

• With $\sigma_{Dh}^{n,l}$ and $\mathbf{u}_h^{n,l}$ given by the above steps, find $\theta_h^{n+1,l+1} \in \mathcal{V}_h$ by

$$k(\nabla \theta_h, \nabla \eta_h) + m_e c_p (\mathbf{u}_h^{n,l} \nabla \theta_h^{n+1,l+1}, \eta_h) = (\Phi_h^n, \eta_h) \quad (63)$$

• until

$$\|\theta_h^{n+1,l+1} - \theta_h^{n,l}\| \leq \text{tol}.$$

[•] Now, as $\theta_h^{n+1,l+1} \in \mathcal{V}_h$ and $\mathbf{u}_h^{n,l} \in V_h$ are known, find the continuous heat flux, $\mathbf{q}_h^n \in \mathcal{H}_h(\text{div})$, by solving

$$Q_h(\mathbf{q}_h^n, \hat{q}_h) = Q_h(\{\mathbf{u}_h^n, \theta_h^n\}; \hat{q}_h), \quad \forall \hat{q}_h \in \mathcal{H}_h(\text{div}). \quad (64)$$

The linear part introduced by the δ_1 -term allowed the application of Newton-like methods to solve, at the integration points (Nip), the resulting nonlinear algebraic equation:

$$A(\theta_h^{n,l}, \mathbf{S}_h^{n,l}(x_i)) + \delta_1 \mathbf{S}_h^{n,l}(x_i) = \delta_1 \sigma_{Dh}^{n,l}(x_i) + \lambda_h^{n,l}(x_i), \quad (65)$$

where $i = 1, \dots, \text{Nip}$, once we know $\sigma_{Dh}^{n,l}$ and $\lambda_h^{n,l}$.

$\|\mathbf{S}_h^n\|, \|\mathbf{u}_h^n\|, \|\sigma_h^n\|, \|\nabla \theta_h^n\|$ and $\|\lambda_h^n\|$ generate sequences bounded by the given data $\|\mathbf{f}\|$, ensuring the convergence of the algorithm.

APPROXIMATION ANALYSIS

The analysis presented here consider, for simplicity, Hilbert spaces. Extensions for Sobolev spaces are possible by using analogous arguments as in Glowinski, (1982). We can evaluate the quality of the approximation generated by Problema P7D by the following result.

Theorem T: For Problem P3, being $\{\sigma, \mathbf{S}, \theta, \lambda, \mathbf{u}\}$ solution of Problem P1, and $\{\sigma_h, \mathbf{S}_h, \theta_h, \lambda_h, \mathbf{u}_h\}$ solution of Problem P3, it is valid the estimate below:

$$\|\mathbf{S} - \mathbf{S}_h, \sigma - \sigma_h, \lambda - \lambda_h, \mathbf{u} - \mathbf{u}_h\|_{h, \bar{U}, \bar{V}} \leq c_{ap} \|\mathbf{S} - \mathbf{T}_h, \sigma - \tau_h, \theta - \eta_h, \lambda - \mu_h, \mathbf{u} - \mathbf{v}_h\|_{h, \bar{U}, \bar{V}, \mathcal{V}} \quad (66)$$

with $c_{ap} > 0$

$$\|\sigma_h\|_{h,U} = \|\sigma_h\|_U + \sup_{\tau_h \in U_h} \frac{h(\text{div} \sigma_h, \text{div} \tau_h)}{\|\text{div} \tau_h\|_h}, \quad \forall \tau_h \in U_h, \text{div} \tau_h \neq 0, \sigma_h \in U_h, \quad (67)$$

$$\begin{aligned} & \|S - S_h, \sigma - \sigma_h, \lambda - \lambda_h, \mathbf{u} - \mathbf{u}_h\|_{h, \bar{U}, \bar{V}} = \\ & = \|S - S_h, \sigma - \sigma_h\|_{h, \bar{U}} + \|\lambda - \lambda_h, \mathbf{u} - \mathbf{u}_h\|_{\bar{V}} \quad (68) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \|S - T_h, \sigma - \tau_h, \theta - \theta_h, \lambda - \lambda_h, \mathbf{u} - \mathbf{v}_h\|_{h, \bar{U}, \theta, \bar{V}} = \\ & = \|S - S_h, \sigma - \sigma_h, \lambda - \lambda_h, \mathbf{u} - \mathbf{u}_h\|_{h, \bar{U}, \bar{V}} + \|\theta - \theta_h\|_{\theta} \quad (69) \end{aligned}$$

Proof (sketch): Applying analogous arguments as in Karam Filho and Loula (1997) for the thermally coupled, but non-conjugate problem, we obtain inequality (66) with c_{ap} depending, now, on the ratio of the conductivities, k_s/k_f .

Applying the results from the interpolation theory to the theorem above, the following estimates may be obtained:

$$\begin{aligned} \|\sigma - \sigma_h\|_{h, U} & \leq C_1 [h^{l+1} (|\sigma|_{l+1} + |S|_{l+1} + |\lambda|_{l+1}) + \\ & + h^k |\mathbf{u}|_k + h^{l+\frac{1}{2}} |\theta|_{l+1}], \quad (70) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \|\nabla \mathbf{u} - \nabla \mathbf{u}_h\| & \leq C_2 [h^{l+1} (|\sigma|_{l+1} + |S|_{l+1} + |\lambda|_{l+1}) + \\ & + h^k |\mathbf{u}|_k + h^{l+\frac{1}{2}} |\theta|_{l+1}], \quad (71) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \|S - S_h\|_U & \leq C_3 [h^{l+1} (|\sigma|_{l+1} + |S|_{l+1} + |\lambda|_{l+1}) + \\ & + h^k |\mathbf{u}|_k + h^{l+\frac{1}{2}} |\theta|_{l+1}], \quad (72) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \|\lambda - \lambda_h\|_U & \leq C_4 [h^{l+1} (|\sigma|_{l+1} + |S|_{l+1} + |\lambda|_{l+1}) + \\ & + h^k |\mathbf{u}|_k + h^{l+\frac{1}{2}} |\theta|_{l+1}], \quad (73) \end{aligned}$$

The estimates above, for the coupled problem, differ from those obtained for the uncoupled case by the term coming from the temperature approximation, $\|(\theta - \theta_h)\|$.

NUMERICAL RESULTS

Numerical results for newtonian and non-Newtonian fluids flowing in circular ducts are presented in terms of the following dimensionless quantities. Being r the radial coordinate, z the longitudinal (or axial) one, L the finite length of the duct where heat is being transferred, d the thickness of the duct wall, D the internal diameter, K the conductivity ratio, u_m the axial mean velocity at the internal area A_c with perimeter P_c , Pe the Péclet number and Nu_z the local Nusselt number, define

$$\begin{aligned} r^* & = \frac{r}{D}, z^* = \frac{z}{L}, \theta^* = \frac{\theta - \theta_w}{\theta_e - \theta_w}, K = \frac{k_s}{k_f}, b = \frac{d}{L}, \\ Pe & = \frac{m_e c_p u_m D}{k_f}, \theta_{m,i} = \frac{1}{A_c u_m} \int_{A_c} u_r \theta dA_c \\ \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_i \right]_z & = \frac{1}{P_c} \int_{P_c} \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_i dP_c, Nu_z = \frac{D \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_i \right]_z}{K(\theta_{m,i} - \theta_w)}. \quad (74) \end{aligned}$$

For $K = 10 \frac{D}{L} = 0.05$ and $Pe = 500$ the results of the uncoupled-conjugate problem are presented in Figure 1, in terms of $z^* \times \theta^*$ for different values of the wall thickness, showing the importance of considering radial and axial conduction even to thin wall.

Figure 2 depicts isotherms for $\zeta = 4$, $\theta_w = \theta_e = 500K$ (where variations in temperature are due to viscous dissipation only), comparing coupled and uncoupled considerations for a duct with $3D/4$ reduction with $L = 4D$.

Figure 3 compares the results for Newtonian and non-Newtonian fluids in conjugate coupled and uncoupled cases, for $b = 0.03$, $K = 10$, and initial $Pe = 500$, in terms of $z^* \times Nu_z$.

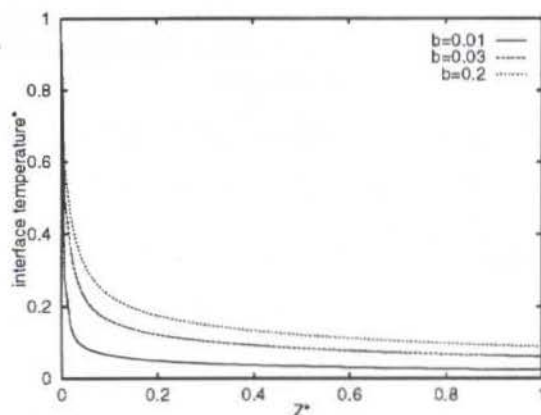


Figure 1- θ^* for different b ,
 $Pe = 500$, $K = 10$

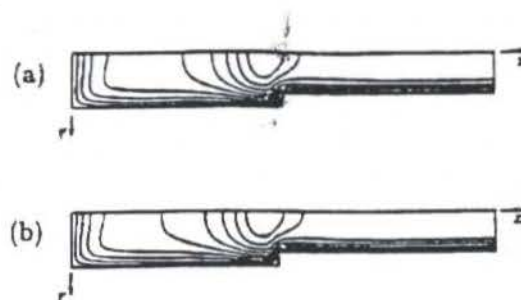


Figure 2- Isotherms for $\zeta = 4$,
(a) uncoupled, (b) coupled

CONCLUSIONS AND REMARKS

In this work it was presented a procedure by using mixed stabilized finite element formulation which allows same order of interpolation for all variables and a Uzawa algorithm capable of dealing with the coupling and the nonlinearity of the problem of conjugate heat transfer to non-Newtonian fluids. This procedure makes possible the use of simple Newton methods to solve the Power-law constitutive equation, even for critical values of the power index.

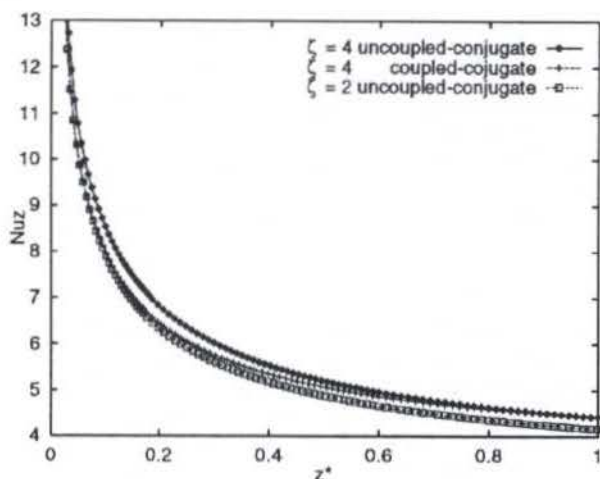


Figure 3- Coupled \times uncoupled conjugate problems. Nu_z for $\zeta = 2$ and $\zeta = 4$

To the heat conjugation (solid-fluid unknown interface temperature), the continuity of the temperature is an intrinsic characteristic of the finite element interpolation used. The compatibility of the heat flux was obtained by a post-processing technique which at the same time improves the approximation error estimate when compared to techniques based on differences, and do not need any iterative method to ensure both compatibility conditions.

From the numerical results obtained here, first it may be observed separately conjugate \times non conjugate effects by varying the thickness of the duct wall, supposing the problem as uncoupled. In this case, the results in Figure 1 may be compared to those of Mori et al. (1974) for the region far from the entrance. Here, the inlet result is obtained without oscillations. From Figure 2, by eliminating the effect of the wall, different locations of the isotherms show the importance of considering coupled effects. In Figure 3, the complete problem, coupled-conjugate, is focused and compared with two other situations. Observe that, at the entrance of the flow, the Nu_z of the coupled-conjugate problem with non-Newtonian fluid approaches the Newtonian uncoupled-conjugate curve and is very far from the uncoupled-conjugate non-Newtonian line (10-15 as the fluid enters the duct, far from the entrance, it reaches an intermediate behaviour. Then, very far from the entrance, it tends to the uncoupled Newtonian limit.

REFERENCES

Barozzi, G. L. and Pagliarini, G., 1985, "A Method to Solve Conjugate Heat Transfer Problems: The Case of Fully Developed Laminar Flow in a Pipe", *J. Heat Transfer*, 107, pp. 77-83.

Brooks, A. and Hughes, T. J. R., 1982, "Streamline Upwind/Petrov-Galerkin Formulations for Convection Dominated Flows with Particular Emphasis on the Incompressible Navier-Stokes Equations", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, V. 32, pp. 199-259.

Campo, A. and Morales, J. C., 1991, "Flow and Temperature Patterns in Thick-Walled Tubes: Inclusion of Diffusion Phenomena in Both-Media", *RBCM-J. of The Braz. Soc. Mech. Sc.*, V. XIII, no. 2, pp. 167-183.

Glowinski, R., 1984, *Numerical Methods for Non-linear Variational Problems*, Springer-Verlag, NY.

Glowinski, R. and Marroco, A., 1975, "Sur la Approximation par Element Finis d'Ordre Un et la Resolution par Penalization-Dualité d'une Classe de Problèmes de Dirichlet non Linéair", *RAIRO R-2*, pp. 41-76.

Graetz, L., 1885, "Über die Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten (On the Thermal Conductivity of Liquids)", Part 1: *Ann. Phys. Chem.*, 18, pp. 79-94 (1883); Part 2: *Ann. Phys. Chem.*, 25, pp. 337-357 (1885).

Guedes, R. O. C., Cotta, R. M. and Brum, N. C. L., 1990, "Heat Transfer in Laminar Flow with Wall Axial Conduction and External Convection", *J. Thermophysics*, V. 5, no. 4, pp. 508-513.

Guerreiro, J. N. C., Loula, A. F. D. and Sánchez, G., 1991, "Una Formulacion de Petrov-Galerkin para el Problema de Fluência Estacionária", *Applied Mathematics for Engineering Sciences*, pp. 239-251.

Karam Filho, J. and Brum, N. C. L., 1997, "Conjugate Heat Transfer to Newtonian Fluids by Finite Elements" to appear.

Karam Filho, J. and Loula, A. F. D., 1997, "Approximation Analysis to a Finite Element Formulation for Arrhenius-Ostwald-de-Waele Fluid Flows, *Proceedings of the XXV CNMAC*, Gramado, RS, pp. 323-324.

Loula, A. F. D. and Guerreiro, J. N. C., 1990, "Finite Element Analysis of Nonlinear Creeping Flows", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, V. 79, pp. 87-109.

Mori, S., Sakakibara, M. and Tanimoto, A., 1974, "Steady Heat Transfer to Laminar Flow in a Circular Tube with Conduction in the Tube Wall, *Heat Transfer Japanese research*, V. 3, no. 2, pp. 37-46.

Nusselt, W., 1910, "Die Abhängigkeit der Wärmeübergangszahl von der Rohrlänge (The Dependence of the Heat-Transfer Coefficient on the Tube Length)", *VDI Z54*, 1154-1158.

Pagliarini, G., 1988, "Effects of axial conduction in the wall and the fluid on conjugate Heat Transfer in Thick-Walled Circular Tubes", *Int. Comm. Heat and Mass Transfer*, V.15, pp. 581-591.

Shah, R. K. and London, A. L. 1978, "Laminar Flow Forced Convection in Duct", Academic Press, NY.

SIMULAÇÃO DE SISTEMAS TERMO - SOLARES DE REFRIGERAÇÃO POR ABSORÇÃO

Camilo F. M. Morejón¹ e Cirus M. Hackenberg²

PEM/COPPE/UFRJ; Universidade Federal Do Rio de Janeiro

C. Postal 68503; CEP 21945-970, Rio de Janeiro, RJ.; Fax: (021) 290 6626

¹E-mail: freddy@serv.com.ufrj.br

²E-mail: hackenberg@serv.com.ufrj.br

RESUMO

Este trabalho mostra o desenvolvimento de um código computacional para a utilização do simulador TRNSYS Versão 14.1, Klein, (1990), para a análise transiente de sistemas termo-solares acoplados a ciclos de refrigeração por absorção que operam a temperaturas moderadas. O código desenvolvido permite o projeto completo destes sistemas incluindo o dimensionamento dos equipamentos envolvidos, principalmente a área de coleta de energia solar, volume do tanque, características do ciclo de absorção e sala frigorífica em função dos principais parâmetros termostuoidinâmicos. Os resultados gráficos gerados mostram os perfis de temperatura no sistema, isto é, no coletor, no tanque e na sala frigorífica, considerando a influencia dos diferentes parâmetros. Todos estes resultados são apresentados para dados solarimétricos médios.

INTRODUÇÃO

Existem várias maneiras de se utilizar a termo-conversão da energia solar, através de diversos equipamentos de coleta, com ou sem o uso de concentradores, para diferentes finalidades. Neste trabalho foi analisado um sistema termo-solar transiente acoplado a um ciclo de refrigeração por absorção que opera a temperaturas moderadas. Para a análise termostuoidinâmica dos coletores e do tanque reservatório, incluindo o ciclo de refrigeração por absorção e a sala frigorífica, desenvolveu-se um código computacional para utilização do simulador TRNSYS versão-14.1, Klein, (1990).

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Descrição do Sistema Proposto

O sistema é dividido em três partes: sistema de coleta de energia, ciclo de refrigeração por absorção e sala Frigorífica, Figura 1.

O sistema de coleta de energia é composto por um coletor solar, tanque de armazenamento, bomba e um fluido térmico portador de energia, sendo neste caso água.

O ciclo de absorção compreende quatro componentes básicos: um evaporador e um absorvedor, localizados no lado da

baixa pressão do sistema, e um gerador e um condensador, localizados no lado da alta pressão do sistema. São utilizados dois fluidos de serviço, um refrigerante e um absorvente. O ciclo de recirculação do refrigerante é do condensador para o evaporador, deste para o absorvedor, em seguida para o gerador e retorna ao condensador, enquanto o absorvente passa do absorvedor para o gerador e retorna ao absorvedor.

O processo de refrigeração pode ser descrito em linhas gerais do seguinte modo: o fluido refrigerante vindo do gerador (após ser separado) passa por um condensador e se liquefaz. Logo após, durante a expansão produzida por uma válvula, o líquido se resfria ainda mais e penetra no evaporador, onde uma parte deste líquido se vaporiza por efeito da absorção de calor, retirando calor das vizinhanças e, deste modo, produzindo a refrigeração na câmara apropriada. O vapor do refrigerante é reabsorvido no líquido absorvente que é bombeado para o gerador, completando assim o ciclo. O calor necessário para o funcionamento deste sistema de refrigeração, reprojetoado para temperaturas moderadas, é obtido mediante coletores solares planos ou então através de coletores concentradores.

A sala ou câmara frigorífica compreende o volume onde será entregue a carga frigorífica gerada pelo ciclo de refrigeração por absorção, de modo a resfriá-lo.

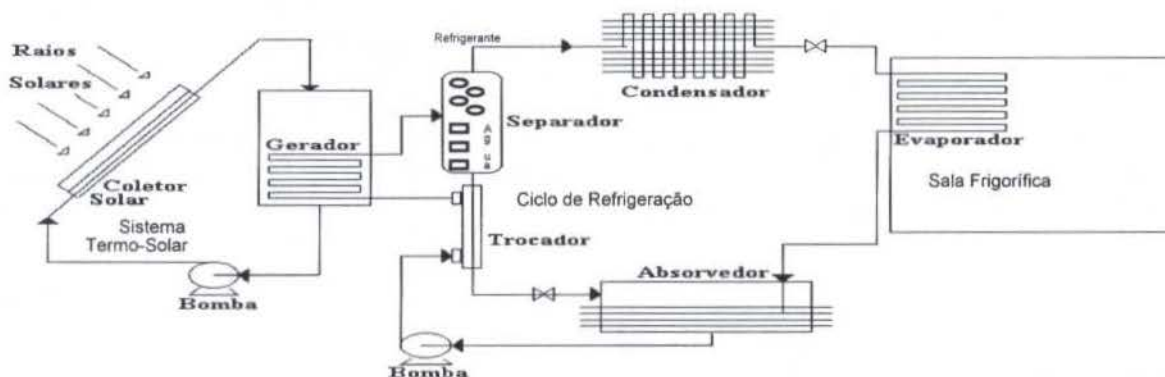


Figura 1 - Esquema Geral do sistema termo solar acoplado ao ciclo de refrigeração por absorção.

CÓDIGO TRNSYS

Para a elaboração do código TRNSYS, antes é necessário a existência de sub-rotinas escritas na linguagem Fortran, cada uma delas representando um processo específico, as quais são interconectadas mediante um programa executivo, (escrita na linguagem de programação do TRNSYS). Logo após são transformadas num outro código para saída final para utilização do usuário mostrando apenas os espaços correspondentes as entradas e ou parâmetros para a simulação do sistema global.

Com esta ideia apresenta-se a seguir a metodologia para a análise da dinâmica do sistema termo solar, acoplado ao ciclo de refrigeração e sala frigorífica. Resaltando que, quando se fala de elaboração do código, entenda-se por elaboração do programa executivo escrita na linguagem de programação do TRNSYS.

O sistema consiste de várias sub-rotinas chamadas de TYPE-n (onde n é o número que diferencia um processo do outro), que em conjunto, e com ajuda de um fluxograma (Figura 2), se necessário, possibilitam a elaboração do código que permite a simulação nas mais variadas condições. O esquema ilustrativo do sistema analisado foi mostrado na Figura 1.

Lista das Unidades ou sub-rotinas

Os seguintes TYPES, são levados em conta para a elaboração do código TRNSYS; TYPE 9 Leitor de Dados, TYPE 16 Processador de dados da Radiação, TYPE 21 Subsistema Coletor-Tanque-Bomba, TYPE 2 Controlador diferencial, TYPE 7 Ciclo de Absorção, TYPE 12 Carga Frigorífica, TYPE 28 Performance do Subsistema Coletor Tanque Bomba, TYPE 28 Performance do Ciclo de Absorção, TYPE 28 Performance da Carga Frigorífica, TYPE 28 Performance do Sistema Geral, TYPE 65 Resultados Gráficos (Online Plotter), TYPE 27 para saída em forma de histogramas e TYPE 6 Aquecedor Auxiliar (opcional).

Implementação dos Dados Meteorológicos

Os dados meteorológicos podem ser alimentados em forma de dados horários locais reais e/ou em forma de função, Morejon, (1997). Para esta simulação foi implementado os dados solarimétricos obtidos do ajuste a uma função senoidal, com a temperatura ambiente variável com defasamento em duas

horas na temperatura máxima do dia, Hackenberg, (1980). Estes dados foram armazenados num "file" contendo a seguinte informação: mês, dia, hora, radiação e temperatura ambiente, cuja leitura é feita posteriormente pelo TYPE 9.

Definição dos dados de simulação

Para inicializar a simulação foi considerada uma temperatura ambiente de 25,0 [°C], com tempo do começo, tempo final e incremento de tempo escolhidos livremente, assim neste trabalho correspondem a 1 [h], 168 [h] e 0,25 [h] respectivamente.

Definição dos dados geográficos

Sendo o lugar geográfico de interesse a cidade do Rio de Janeiro, considerou-se os valores geográficos correspondentes a esta região, como latitude de (-23 [°]), inclinação com respeito a superfície da terra e mudança do ângulo horário no tempo solar (180/12 [°]).

Controlador do fluxo mássico ao gerador

A vazão mássica do fluido aquecido que alimenta o gerador do ciclo de refrigeração é controlada por meio de um dispositivo controlador, TYPE 2, tendo como referência a temperatura de geração de vapor do refrigerante.

Ciclo de refrigeração

Foi utilizado Brometo de Lítio como refrigerante e água como absorvente, sendo separados no gerador, usando a energia proveniente do fluido aquecido pelo sol. Obtem-se, na saída, a carga frigorífica gerada pelo sistema. O ciclo de refrigeração por absorção deve ser projetado para operar com temperaturas de geração moderadas, em torno de 60 - 70 °C, utilizou-se o modelo "Arkla model Wf-36" Klein, (1990), sistema representado pela sub-rotina TYPE 7.

Sala frigorífica

Nesta sub-rotina type 12, são consideradas as características da sala frigorífica: os coeficientes globais de transferência de energia, o tamanho e o material da sala ou câmara frigorífica.

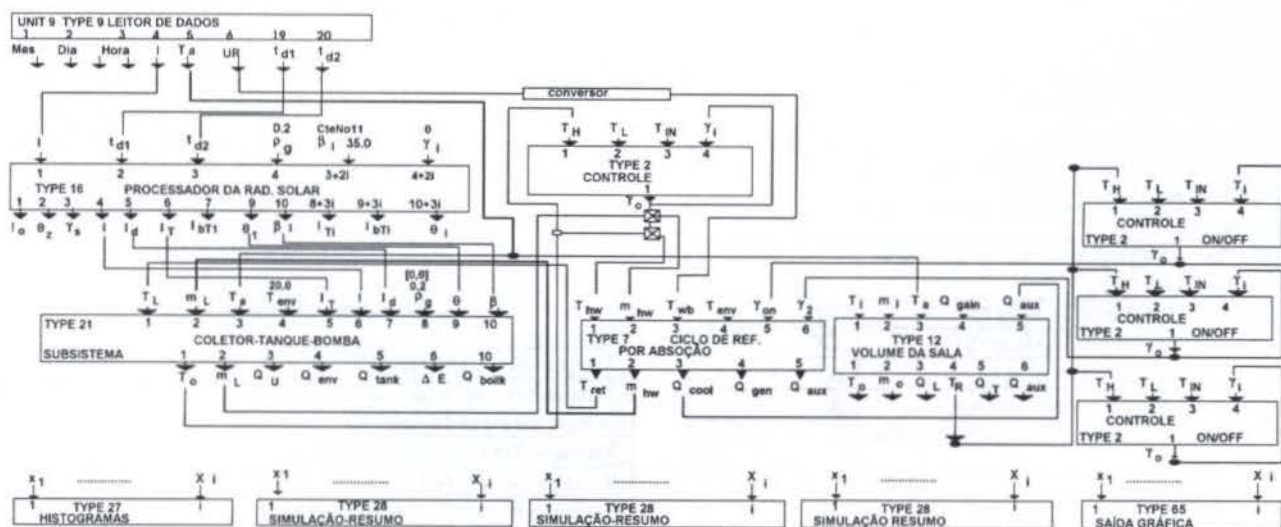


Figura 2 Fluxograma do sistema solar acoplado ao ciclo de refrigeração por absorção

SIMULAÇÃO DE SISTEMAS TERMO - SOLARES DE REFRIGERAÇÃO POR ABSORÇÃO

Camilo F. M. Morejón¹ e Cirus M. Hackenberg²

PEM/COPPE/UFRJ; Universidade Federal Do Rio de Janeiro

C. Postal 68503; CEP 21945-970, Rio de Janeiro, RJ.; Fax: (021) 290 6626

¹E-mail: freddy@serv.com.ufrj.br

²E-mail: hackenberg@serv.com.ufrj.br

RESUMO

Este trabalho mostra o desenvolvimento de um código computacional para a utilização do simulador TRNSYS Versão 14.1, Klein, (1990), para a análise transiente de sistemas termo-solares acoplados a ciclos de refrigeração por absorção que operam a temperaturas moderadas. O código desenvolvido permite o projeto completo destes sistemas incluindo o dimensionamento dos equipamentos envolvidos, principalmente a área de coleta de energia solar, volume do tanque, características do ciclo de absorção e sala frigorífica em função dos principais parâmetros termo-fluidodinâmicos. Os resultados gráficos gerados mostram os perfis de temperatura no sistema, isto é, no coletor, no tanque e na sala frigorífica, considerando a influência dos diferentes parâmetros. Todos estes resultados são apresentados para dados solarimétricos médios.

INTRODUÇÃO

Existem várias maneiras de se utilizar a termo-conversão da energia solar, através de diversos equipamentos de coleta, com ou sem o uso de concentradores, para diferentes finalidades. Neste trabalho foi analisado um sistema termo-solar transiente acoplado a um ciclo de refrigeração por absorção que opera a temperaturas moderadas. Para a análise termo-fluidodinâmica dos coletores e do tanque reservatório, incluindo o ciclo de refrigeração por absorção e a sala frigorífica, desenvolveu-se um código computacional para utilização do simulador TRNSYS versão-14.1, Klein, (1990).

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Descrição do Sistema Proposto

O sistema é dividido em três partes: sistema de coleta de energia, ciclo de refrigeração por absorção e sala Frigorífica, Figura 1.

O sistema de coleta de energia é composto por um coletor solar, tanque de armazenamento, bomba e um fluido térmico portador de energia, sendo neste caso água.

O ciclo de absorção compreende quatro componentes básicos: um evaporador e um absorvedor, localizados no lado da

baixa pressão do sistema, e um gerador e um condensador, localizados no lado da alta pressão do sistema. São utilizados dois fluidos de serviço, um refrigerante e um absorvente. O ciclo de recirculação do refrigerante é do condensador para o evaporador, deste para o absorvedor, em seguida para o gerador e retorna ao condensador, enquanto o absorvente passa do absorvedor para o gerador e retorna ao absorvedor.

O processo de refrigeração pode ser descrito em linhas gerais do seguinte modo: o fluido refrigerante vindo do gerador (após ser separado) passa por um condensador e se liquefaz. Logo após, durante a expansão produzida por uma válvula, o líquido se resfria ainda mais e penetra no evaporador, onde uma parte deste líquido se vaporiza por efeito da absorção de calor, retirando calor das vizinhanças e, deste modo, produzindo a refrigeração na câmara apropriada. O vapor do refrigerante é reabsorvido no líquido absorvente que é bombeado para o gerador, completando assim o ciclo. O calor necessário para o funcionamento deste sistema de refrigeração, reprojetoado para temperaturas moderadas, é obtido mediante coletores solares planos ou então através de coletores concentradores.

A sala ou câmara frigorífica compreende o volume onde será entregue a carga frigorífica gerada pelo ciclo de refrigeração por absorção, de modo a resfriá-lo.

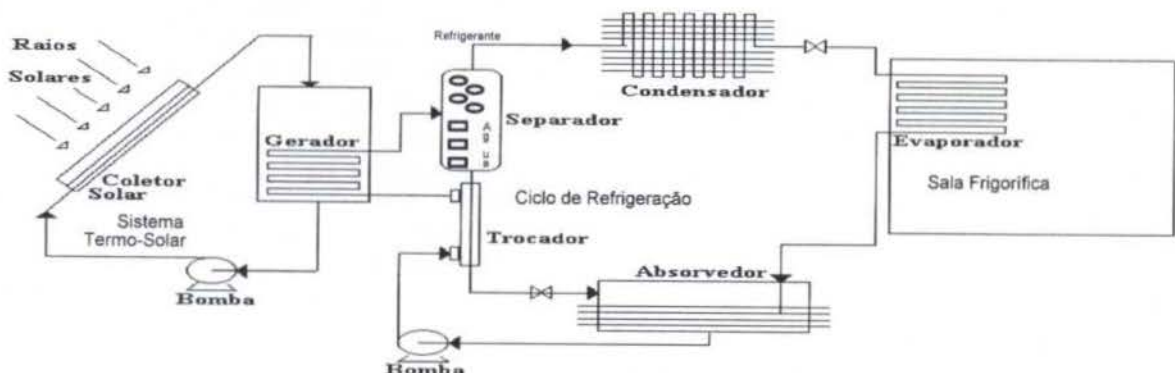


Figura 1 - Esquema Geral do sistema termo solar acoplado ao ciclo de refrigeração por absorção.

CÓDIGO TRNSYS

Para a elaboração do código TRNSYS, antes é necessário a existência de sub-rotinas escritas na linguagem Fortran, cada uma delas representando um processo específico, as quais são interconectadas mediante um programa executivo, (escrita na linguagem de programação do TRNSYS). Logo após são transformadas num outro código para saída final para utilização do usuário mostrando apenas os espaços correspondentes as entradas e ou parâmetros para a simulação do sistema global.

Com esta ideia apresenta-se a seguir a metodologia para a análise da dinâmica do sistema termo solar, acoplado ao ciclo de refrigeração e sala frigorífica. Resaltando que, quando se fala de elaboração do código, entenda-se por elaboração do programa executivo escrita na linguagem de programação do TRNSYS.

O sistema consiste de várias sub-rotinas chamadas de TYPE-n (onde n é o número que diferencia um processo do outro), que em conjunto, e com ajuda de um fluxograma (Figura 2), se necessário, possibilitam a elaboração do código que permite a simulação nas mais variadas condições. O esquema ilustrativo do sistema analisado foi mostrado na Figura 1.

Lista das Unidades ou sub-rotinas

Os seguintes TYPES, são levados em conta para a elaboração do código TRNSYS; TYPE 9 Leitor de Dados, TYPE 16 Processador de dados da Radiação, TYPE 21 Subsistema Coletor-Tanque-Bomba, TYPE 2 Controlador diferencial, TYPE 7 Ciclo de Absorção, TYPE 12 Carga Frigorífica, TYPE 28 Performance do Subsistema Coletor Tanque Bomba, TYPE 28 Performance do Ciclo de Absorção, TYPE 28 Performance da Carga Frigorífica, TYPE 28 Performance do Sistema Geral, TYPE 65 Resultados Gráficos (Online Plotter), TYPE 27 para saída em forma de histogramas e TYPE 6 Aquecedor Auxiliar (opcional).

Implementação dos Dados Meteorológicos

Os dados meteorológicos podem ser alimentados em forma de dados horários locais reais e/ou em forma de função, Morejon, (1997). Para esta simulação foi implementado os dados solarimétricos obtidos do ajuste a uma função senoidal, com a temperatura ambiente variável com defasamento em duas

horas na temperatura máxima do dia, Hackenberg, (1980). Estes dados foram armazenados num "file" contendo a seguinte informação: mês, dia, hora, radiação e temperatura ambiente, cuja leitura é feita posteriormente pelo TYPE 9.

Definição dos dados de simulação

Para inicializar a simulação foi considerada uma temperatura ambiente de 25,0 [°C], com tempo do começo, tempo final e incremento de tempo escolhidos livremente, assim neste trabalho correspondem a 1 [h], 168 [h] e 0,25 [h] respectivamente.

Definição dos dados geográficos

Sendo o lugar geográfico de interesse a cidade do Rio de Janeiro, considerou-se os valores geográficos correspondentes a esta região, como latitude de (-23 [°]), inclinação com respeito a superfície da terra e mudança do ângulo horário no tempo solar (180/12 [°]).

Controlador do fluxo mássico ao gerador

A vazão mássica do fluido aquecido que alimenta o gerador do ciclo de refrigeração é controlada por meio de um dispositivo controlador, TYPE 2, tendo como referência a temperatura de geração de vapor do refrigerante.

Ciclo de refrigeração

Foi utilizado Brometo de Lítio como refrigerante e água como absorvente, sendo separados no gerador, usando a energia proveniente do fluido aquecido pelo sol. Obtem-se, na saída, a carga frigorífica gerada pelo sistema. O ciclo de refrigeração por absorção deve ser projetado para operar com temperaturas de geração moderadas, em torno de 60 - 70 °C, utilizou-se o modelo "Arkla model Wf-36" Klein, (1990), sistema representado pela sub-rotina TYPE 7.

Sala frigorífica

Nesta sub-rotina type 12, são consideradas as características da sala frigorífica: os coeficientes globais de transferência de energia, o tamanho e o material da sala ou câmara frigorífica.

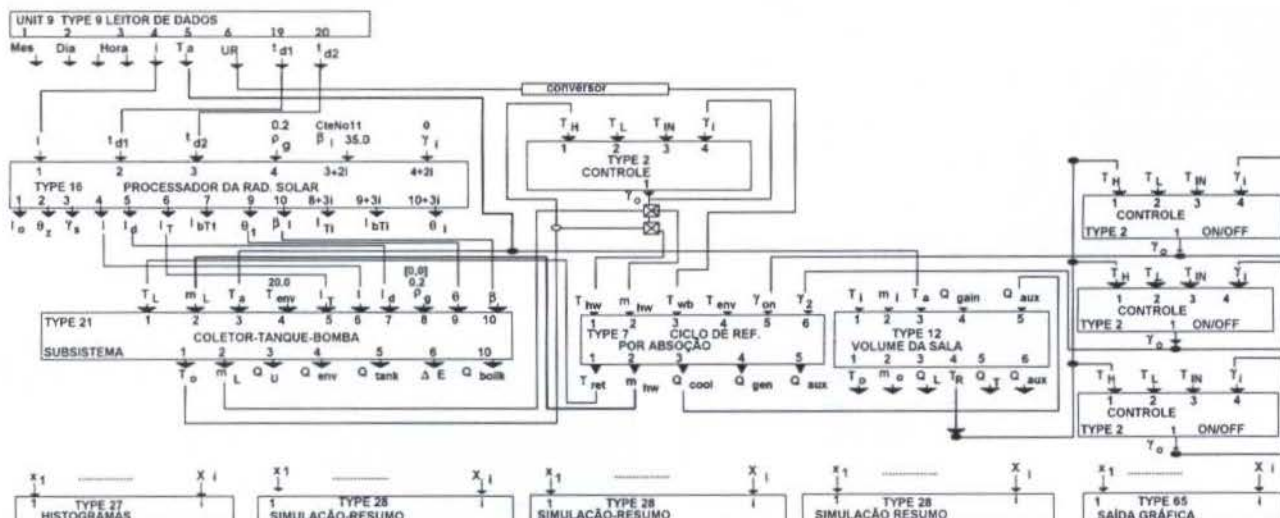


Figura 2 Fluxograma do sistema solar acoplado ao ciclo de refrigeração por absorção

Saída de resultados do sistema global

Os resultados aqui considerados são apresentados na forma numérica (TYPE 28) e na forma gráfica (TYPE 65), sendo estes: perfil de temperatura do fluido quente vindo do tanque de armazenamento, perfil de temperatura do fluido que sai do gerador e volta para o tanque, coeficiente de performance do ciclo, COP, perfil de temperatura da sala, temperatura ambiente variável, carga frigorífica alimentada à sala, calor consumido no gerador, radiação utilizada e a vazão mássica do fluido passando pelo gerador.

Com base nestas considerações e com ajuda do fluxograma (Figura 2) e Tabela 1-x que mostra todos os parâmetros e variáveis de entrada e saída, foi construído um código computacional mostrado, em detalhe por Morejón, (1997), para possibilitar a simulação programada do sistema aqui analisado.

Tabela 1A - Leitor de Dados - TYPE 9

Parâmetros	
Lê os dados do file, onde a primeira linha dos dados corresponde ao começo da simulação	MOD=2
Núm. de valores lidos desde o "data file"	N=5
Intervalo de Tempo no qual os dados foram alimentados (horas)	$\Delta t_d=1,0$
Se $1 \leq i \leq 18$, Então a i-ésima saída deve ser convertida usando os fatores de conversão.	$i=0,0$
Fator mult. Para conversão do i-ésimo valor	$M_i=0,0$
Fator aditivo para conversão de i-ésimo valor	$ai=0$
Unidade numérica de entrada lógica	$Lu=10$
formatação de leitura	$F_{RMT}=1$
Saídas	
Radiação solar	I
Temperatura ambiente	T_a
Umidade Relativa	UR
Tempo corresp. ao valor da linha anterior	Td1
Tempo corresp. ao valor da linha posterior	Td2

Tabela 1B - Proc. da Radiação Solar - TYPE 16

Parâmetros	
Radiação horizontal, Correlação de Liu & Jordan (1960)	MODE=1
Superfície fixa	$T_{RACK}MODE=1$
Modelo isotropico do céu	$S_{URF}MODE=1$
Dia do ano para começo da simulação	$D_{AY}Y_{EAR}=1$
Latitude (graus)	LAT=-23
Constante Solar, (kJ/m ² -h)	SC=4871,0
Mudança do ângulo horário no tempo Solar	SHFT=180/12
Capacidade da Radiação suave num incremento de tempo<1h	SMOOTH=2
Incremento do Tempo de simulação, if IE<0(Opcional)	IE=1
Entradas	
Radiação horizontal na superfície horizontal (kJ/m ² -h)	I
Leitor de dados, tempo anterior (h)	Td1
Leitor de dados tempo posterior (h)	Td2
Reflectância da terra ($0 \leq \rho_g \leq 1$)	ρ_g
Mudança do ângulo horário (horas)	β_i
Azimute de superfície ou rastreado dos eixos i (graus)	γ_i

Saídas	
Rad. solar horizontal total (kJ/m ² -h)	I
Rad. Difusa na superfície horizontal (kJ/m ² -h)	I_d
Radiação total na superfície 1 (kJ/m ² -h)	I_{T1}
Ângulo de incidência da superfície 1 (graus)	θ_i
Incremento na superfície 1 (graus)	β_i

Tabela 1C - Controlador Diferencial, TYPE 2

Parâmetros	
Número de oscilações num dado tempo	NSTK=5
Banda acima da diferença de temperaturas	$\Delta T_H=0,1$
Banda abaixo da diferença de temperaturas	$\Delta T_L=0,1$
Limite superior de corte na Temp., (°C)	$T_{MAX}=200$
Entradas	
Temperatura maior de entrada (°C)	T_H
Temperatura baixa de entrada (°C)	T_L
Temperatura para o limite auto apagado (°C)	T_{IN}
Entrada da função controle	γ_i
Saídas	
Saída da função controle.	γ_o

Tabela 1D - Subsistema Termo -Solar, TYPE 21

Parâmetros	
Área Total do coletor, (m ²)	A=30
Número de Coletores em Série	$N_s=1$
Fluxo mássico do fluido no coletor (quando a bomba esta ligada) (kg/h)	$\dot{m}_c=1620$
Calor esp. do fluido de trab., (kJ/kg-°C)	$C_{pc}=4,19$
Fluxo mássico do fluido do, lado frio (trocador tanque) quando a bomba está ligada, (kg/h)	$\dot{m}_h=3000,0$
Calor específico do fluido no tanque, (kJ/kg-°C)	$C_{pc}=4,19$
Fluxo por unidade de área nas condições de teste, (kg/h-m ²)	$G_{test}=90$
Eficiência Interceptada para taxa de teste	$F_R(\tau\alpha)_n=0,9$
Coef. Negativo da curva de eficiência para a taxa de teste (kJ/h-m ² -°C)	$F_R U_L=64$
Constante modificada do ângulo de incidência	$b_o=0,0$
Temp. na qual o tanque opera com a válvula aberta (temp. de ebulição) (°C)	$T_{max}=100$
Eficiência do coletor-tanque, trocador de calor.	$\epsilon=1$
Volume do tanque, (m ³)	V=5,0
Densidade do fluido no tanque, (kg/m ³)	$\rho=1000,0$
Coeficiente de perdas no tanque, (kJ/h)	U=5,7
Relação da altura do tanque ao diâmetro	r=1,5
Temp. inicial do fluido no tanque, (°C)	$T_o=Ta$
Entradas	
Temperatura do fluido de reposição que retorna da carga (°C)	T_L
Fluxo mássico do fluido que retorna da carga (kg/h)	\dot{m}_L
Temperatura Ambiente (°C)	T_a
Temperatura na qual ocorre a perda de energia para o ambiente (°C)	T_{env}
Radiação Total incidente (kJ/m ² -h)	I_T
Radiação solar total horizontal (kJ/m ² -h)	I
Radiação horizontal difusa (kJ/m ² -h)	I_d
Refletância da terra ($0 \leq \rho_g \leq 1$)	ρ_g
Ângulo de incidência	θ
Inclinação do Coletor	β

Saídas	
Temperatura do tanque (°C)	T
Fluxo mássico do fluido da carga (kg/h)	\dot{m}_L
Taxa de energia transferida para o tanque (kJ/h)	\dot{Q}_U
Taxa de energia perdida pelo tanque para o ambiente (kJ/h)	\dot{Q}_{env}
Taxa de energia transmitida para o tanque (kJ/h)	$\dot{Q}_{tan k}$
Troca de energia interna no tanque desde o começo da simulação (kJ)	ΔE
Taxa de energia liberada para a corrente do fluido para manter $T < T_{max}$ (kJ/h)	\dot{Q}_{boil}

Tabela 1E - Ciclo de Refrigeração, TYPE 7

Parâmetros	
Tipo de condicionador de ar por absorção, Arkla model Wf-36	MODEL=1
Capacitância nominal, (Kj/h)	CAPY=25320
IAUX < 0	
Constante de tempo para elevar a refrigeração, (h)	$\tau_h=1$
Constante de tempo para diminuir a refrigeração, (h)	$\tau_c=1$
Temperatura inicial do gerador, (°C)	$T_{g,0}=T_a$
Entradas	
Temperatura da água quente de reposição (°C)	T_{hw}
Fluxo mássico da água quente (kg/h)	\dot{m}_{hw}
Temperatura de bulbo úmido (°C)	T_{wy}
Saídas	
Temp. de retorno da água quente (°C)	T_{ret}
Fluxo mássico da água quente (kg/h)	\dot{m}_{hw}
Taxa de resfriamento (kJ/h)	\dot{Q}_{cool}
Calor no gerador (kJ/h)	\dot{Q}_{gen}
Taxa de consumo da energia aux. (kJ/h)	\dot{Q}_{aux}

Tabela 1F - Dados do Local a ser Resfriado, TYPE 12

Parâmetros	
Temperatura flutuante sem sist. Auxiliar	Mode=4
Coef. Global de perdas térmicas para a sala, (kJ/h-m ² -°C)	UA=30
Capacidade térmica do material da sala, (kJ/°C)	CAP=15000
Temperatura inicial da sala	$T_{RI}=35$ °C
Calor específico do fluido na superfície, (kJ/kg-°C)	$C_{pf}=0.0$
Produto da efetividade pela capacitância mínima da carga do calor trocador, (kJ/h-°C)	$C_{min}=0.0$
Razão da carga latente total de resfriamento	LHR=0.0
Entradas	
Temp. do fluido na superfície quente (°C)	T_i
Fluxo mássico do fluido na superfície quente (kg/h)	\dot{m}_i
Temperatura ambiente (°C)	T_a
Calor ganho na variação de tempo (kJ/h)	\dot{Q}_{gain}
Entrada do aquecimento auxiliar para o espaço (kJ/h)	\dot{Q}_{aux}

Saídas	
Temperatura do fluido que retorna à fonte quente (°C)	T_o
Vazão mássica do fluido que retorna à fonte quente (kg/h)	\dot{m}_o
Carga instantânea de aquecimento (kJ/h)	\dot{Q}_L
Temperatura média da sala (°C)	\bar{T}_R
Taxa de energia transmitida através do trocador de calor (kJ/h)	\dot{Q}_T
Aquecimento auxiliar instantâneo (kJ/h)	\dot{Q}_{aux}

Tabela 1G - Saída de Resultados, TYPE 65

Parâmetros	
Número de var. para o gráfico superior	Ntop=5
Número de var. para o gráfico inferior	Nbot=4
Valor Mín. no eixo Y para o gráf. Sup.	Ymin,1=0
Valor Máx. No eixo Y para o gráf. Sup	Ymax,1=100
Valor Mín. Do eixo Y para o gráf. Inf.	Ymin,2=0
Valor Máx. do eixo Y para o gráf. Inf.	Ymax,2=50000
Incremento de tempo para o gráf. Sup.	Iref=1
Incremento de tempo para o gráf. Inf.	Iupd=1
Indicador das unidades do tempo para a simulação	Units=3
Núm. de gráf. em que serão divididos as saídas	Npic=1
Número de divisões para o eixo X	Grid=10
Deseja parar depois de cada gráfico ?	Stop=1
Símbolos para a variável de saída	Símb1=2
Saída em formato HPGL	Output=1
Entradas	
Var. de saída no gráfico superior	1 a Ntop Xu
Var. de saída no gráfico inferior	Ntop+1 - Nbot X1
Níveis	
Unidades para gráf. Superior e inferior	Unid. 1 Unid.2
Título do gráfico superior	Título Acima
Título do gráfico inferior	Título Abaixo

RESULTADOS

Com base na análise feita anteriormente (Tabela 1A...G), onde foram estabelecidas os parâmetros e as condições necessárias para a elaboração do código computacional, obtém-se uma análise detalhada para os dados médios de irradiação, temperatura ambiente e temperatura mínima de funcionamento do ciclo (60 °C). Assim, a Figura 3 mostra os resultados da simulação para estes dados referenciais, onde se observa os perfis de temperatura do fluido no tanque, na sala frigorífica, temperatura ambiente e COP do ciclo de refrigeração durante a operação em 216 horas.

A seguir são mostrados os resultados gráficos da simulação levando em conta aspectos tais como: a) influência do tipo de coletor, b) influência da área de coleta, c) influência do volume do fluido no tanque, d) influência da variação da temperatura mínima de geração de vapor no gerador, e) influência da capacidade do ciclo de absorção e f) influência do tamanho da sala.

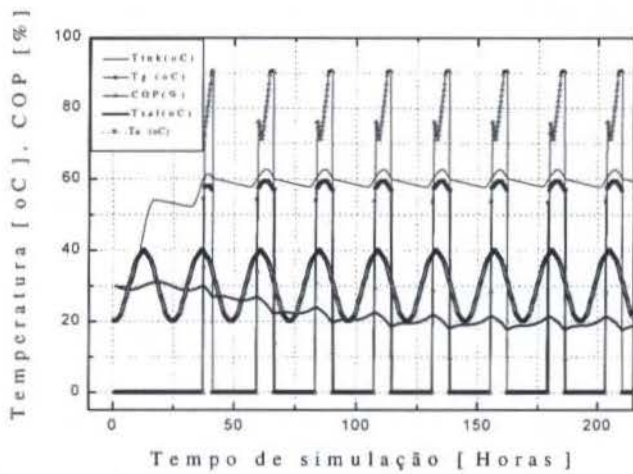


Figura 3 Perfil de temperatura da sala frigorífica

Influência do tipo de coletor

Com base nos dados referenciais apresentados anteriormente, oito diferentes tipos de coletores, foram testados nas simulações, Morejón & Hackenberg, (1998). Estes resultados são apresentados na Figura 4, mostrando-se os perfis de temperatura da sala frigorífica para 216 horas de simulação.

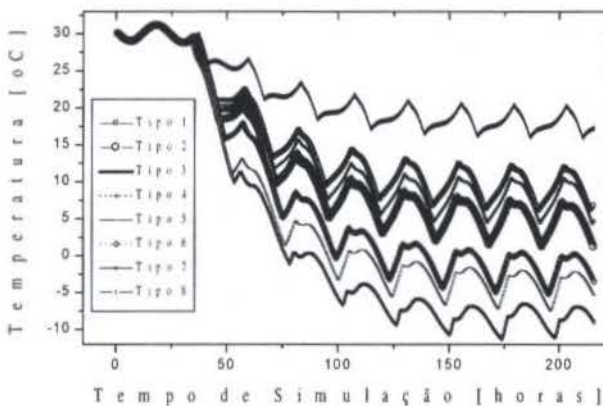


Figura 4 - Perfil de temperatura da sala frigorífica em função do tipo de coletor.

Influência da área de coleta

Foram realizadas simulações para diferentes valores de áreas de coleta, assim: 15m², 30m², 60m² e 80m² para o mesmo sistema Coletor solar Tanque e Sala Frigorífica, conforme se mostra na Figura 5. Observando-se que os perfis de temperatura na sala são inversamente proporcionais ao incremento da área, isto é quanto maior a área de coleta menor a temperatura da sala.

Influência do volume do fluido no tanque

Com base nos dados referenciais realizou-se simulações do sistema termo-solar para volumes de fluido de 2 m³, 4 m³, 5 m³, 8 m³ e 16 m³, segundo mostrado na Figura 6. Observa-se que o incremento do volume do fluido dentro do tanque produz menor refrigeração, porém com volumes pequenos de fluido consegue-se temperaturas maiores no fluido no tanque produzindo temperaturas menores na sala frigorífica. Por outro lado a energia armazenada pelo pequeno volume é consumida rapidamente pelo ciclo de refrigeração o que se traduz em um curto período de funcionamento deste.

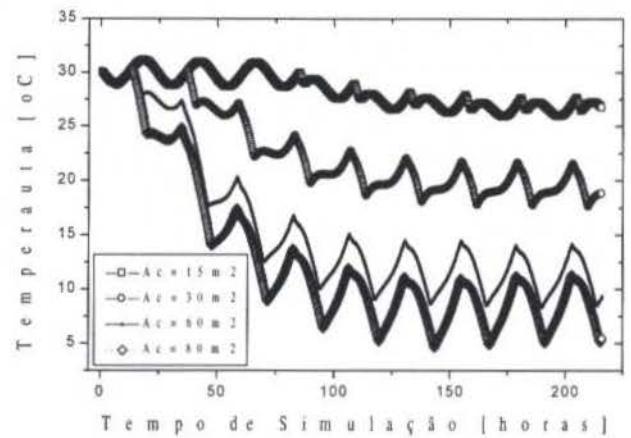


Figura 5 - Perfil de temperatura da sala frigorífica em função da área de troca do coletor.

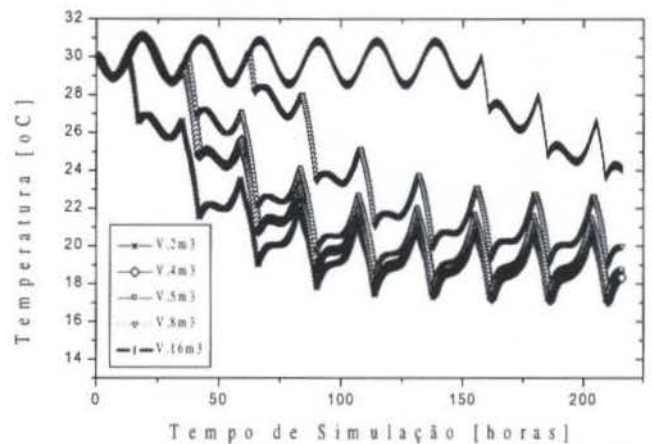


Figura 6 - Perfil de temperatura da sala frigorífica em função do volume do fluido do tanque.

Influência da temperatura mínima de geração de vapor

As simulações para diferentes temperaturas mínimas de geração de vapor no gerador Tg, (40 °C, 60 °C, 65 °C e 70 °C), são mostrados na Figura 7. Aqui se constata que quanto menor for a temperatura de geração do ciclo, maiores serão os intervalos de funcionamento deste, produzindo em consequencia, baixas temperaturas na sala.

Isto significa que é conveniente projetar ciclos frigoríficos que operem com temperaturas moderadas de geração, como foi a proposta inicial deste trabalho possibilitando a utilização de sistemas termo-solares. Entretanto ciclos com temperatura de operação abaixo de 50 °C são ainda insatisfatórios, face as capacidades e pressões operacionais para uma carga compatível com a demanda de sistemas práticos.

Influência da capacidade do ciclo de absorção

Foram considerados ciclos de refrigeração com capacidade de 0,5 t., 1 t, 2 t., 3 t e 4 t de refrigeração, correspondentes a CAPY 1...5. Observa-se que, com ciclos de refrigeração pequenos, obtém-se, como era de se esperar, cargas frigoríficas menores para intervalos de funcionamento maiores. Isto não acontece com os ciclos maiores, que consomem mais energia e, paralelamente, a carga frigorífica entregue é maior, onde o intervalo de temperatura cai, devido ao consumo rápido da energia disponível no fluido do tanque, como mostrado na Figura 8.

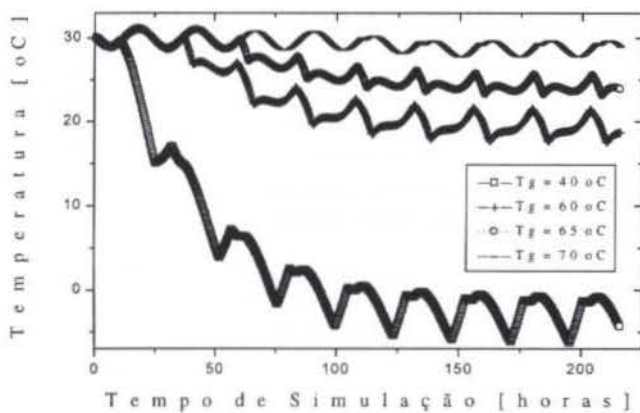


Figura 7 - Perfil de temperatura da sala ou câmara frigorífica, em função da temperatura mínima de geração de vapor.

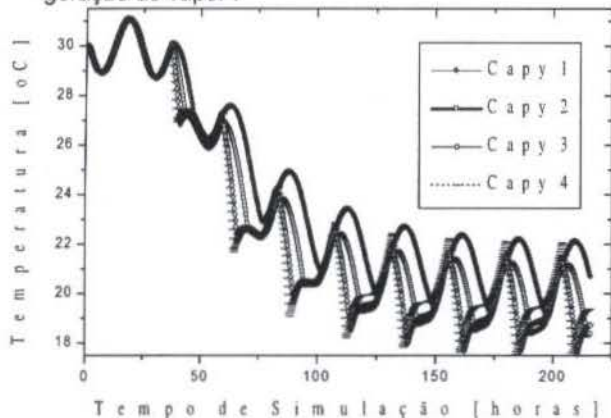


Figura 8 - Perfil de temperatura da sala ou câmara frigorífica em função da capacidade do ciclo de absorção

Influência do tamanho da Sala

Considerou-se, salas de diferentes tamanhos assim: uma de 3X3X3 (m³), sala de 5X3X3 (m³), sala de 5X5X3 (m³) e sala de 8X8X3 (m³), onde se observa que a influência do volume da sala frigorífica sobre o perfil do sistema age de forma inversamente proporcional à energia requerida pelo sistema. Assim, em função dos dados referenciais, para volumes pequenos a energia requerida é menor, e, conseqüentemente, a temperatura obtida na sala é menor, segundo mostrado na Figura 9.

CONCLUSÕES

O código computacional aqui desenvolvido se mostra muito flexível para as mais variadas simulações, permitindo o projeto deste tipo de sistemas.

Tecnicamente, verifica-se que o funcionamento do ciclo de refrigeração está fortemente influenciado pelas características do sistema de coleta de energia solar. Destacam-se nestes casos: área de coleta, tipo de coletor e volume de fluido.

No processo de refrigeração, é conveniente projetar ciclos frigoríficos que operem com temperaturas de geração relativamente baixas. Entretanto ciclos com temperatura de operação muito baixo (menores que 50 °C), são ainda insatisfatórios, face aos tamanhos (físico) e pressões operacionais para uma carga compatível com a demanda de sistemas práticos.

O dimensionamento do ciclo de absorção deve ser feito partindo da disponibilidade de energia do fluido no tanque de

armazenamento do sistema termo-solar, e não assim, adequando ciclos convencionais para funcionamento com energia solar concentrada em altas temperaturas.

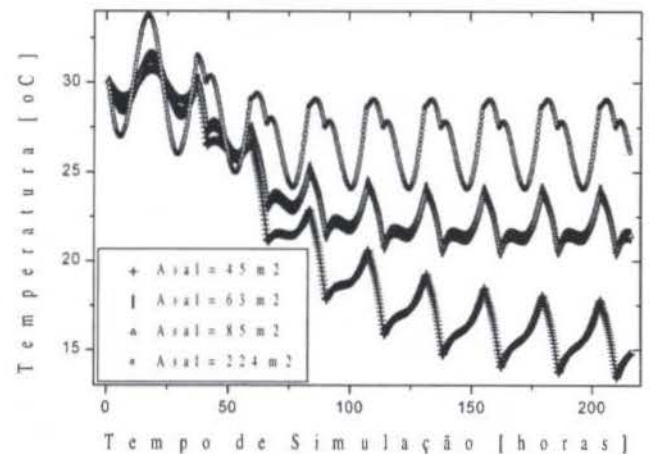


Figura 9 - Perfil de temperatura da sala ou câmara frigorífica em função do volume da sala.

Em relação aos parâmetros analisados, verifica-se que há uma maior influência da área de coleta sobre o perfil de temperatura do fluido de trabalho no tanque.

Apesar do exemplo apresentado utilizar especificamente um ciclo que utiliza Água - Brometo de Lítio como fluido de trabalho, é possível também utilizar a mesma metodologia para outros tipos de combinações de refrigerante-absorvente, tais como água-amônia.

BIBLIOGRAFIA

- Liu, B. Y. H. & Jordan, R. C., 1960, "The Interrelationship and Characteristic Distribution of Direct, Diffuse and Total Solar Radiation", Solar Energy Vol IV, pp. 1-19
- Hackenberg, C. M., 1980, "Projeto Coares" - Relatório Final, Convênio FINEP-COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.
- Klein S.A. et al, 1990, "TRNSYS A transient system simulation program". Engineering Experimental Station. Report 38-13, Solar Energy Laboratory, Madison, Wis.
- Morejón, C. F. M., 1997, "Simulação de Sistemas Termo-Solares Acoplados a Ciclos de Refrigeração por Absorção". Tese de M. Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Morejón, C. F. M. & Hackenberg, C. M., 1998 "Simulação de Sistemas Termo-Solares: Código TRNSYS 14.1", ENCIT 98 - 7th Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences, Rio de Janeiro-RJ-Brazil.

ABSTRACT

This work presents a computational code developed to be used by TRNSYS (release 14.1) simulator, in order to perform transient analysis of thermal-solar systems coupled to absorption-refrigeration cycles working at moderate temperatures. This code allows the complete design of these systems including geometric features of all equipment, the solar energy collector system, storage tank dimensions, characteristics of the absorption cycle and the refrigerated room as a function of the main thermo-fluidynamics parameters. The graphical results generated show all the relevant temperature profiles of the system, i.e., the collector, the storage tank and the refrigerated room temperatures. All results are presented for the daily average solarimetric data.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE TROCADORES DE CALOR TUBO CAPILAR-LINHA DE SUCCÃO COM R-12, R-401A, R-409A e HIDROCARBONETOS

Roberto A. Peixoto¹, Flávio A.S. Fiorelli², Marco A.S. Paiva^{1,3}, Otávio M. Silveiras^{1,2}

1. Escola de Engenharia Mauá - CEP 09580-900 - São Caetano do Sul (SP) - Brasil

2. Escola Politécnica da USP (Eng. Mecânica) 3. IPT - Agrupamento Eng. Térmica

RESUMO

Este artigo apresenta uma análise do desempenho de um trocador de calor tubo capilar-linha de sucção utilizando R-12 e alguns refrigerantes alternativos "drop-in" para uso em refrigeradores e "freezers" residenciais e comerciais. Através de um modelo matemático foram realizadas simulações numéricas do escoamento através de um trocador de calor de tubos concêntricos para os refrigerantes R-12, R-401A, R-409A e uma mistura dos hidrocarbonetos HC-290 e HC-600a. Para uma dada geometria do trocador foram avaliadas a vazão mássica e a capacidade de refrigeração para uma ampla faixa de condições operacionais.

INTRODUÇÃO

Com a aproximação da data para eliminação dos CFCs, conforme estabelecido no Protocolo de Montreal, poderá ser necessário substituir os equipamentos atualmente em uso por outros novos utilizando CFC reciclado, ou então efetuar o "retrofit" destes equipamentos com fluidos alternativos.

Os refrigeradores e "freezers" residenciais e comerciais atualmente operando com R-12 poderão, em caso de manutenção, ser convertidos para utilizar um fluido substituto a fim de eliminar a dependência do CFC e conseqüentemente diminuir o consumo e a emissão destes refrigerantes. Nesta situação é possível a utilização de refrigerantes "drop-in". Um refrigerante "drop-in" normalmente significa que ele trabalha de forma semelhante ao R-12 num número limitado de sistemas e condições operacionais para as quais ele foi testado, e que ele produz temperaturas/pressões/durabilidade muito similar à do R-12. Estes refrigerantes irão requerer pequenas modificações no equipamento a fim de se atingir um desempenho semelhante ao obtido pelo R-12. Neste sentido o HFC-134a e o HC-600a, refrigerantes que estão sendo utilizados em unidades novas, não são considerados refrigerantes "drop-in" para a substituição do R-12 devido à necessidade de modificações substanciais no equipamento para seu uso.

Normalmente os custos de manutenção nos países desenvolvidos são tão altos que os consumidores preferem comprar um novo equipamento caso o que se encontra em uso apresente problemas. Refrigeradores defeituosos estão sendo descartados e o CFC disponível nestas unidades deve ser recuperado. Já nos países em desenvolvimento, de forma diferente dos países industrializados, a atividade de manutenção de equipamentos de refrigeração em uso é uma prática comum. O preço de um equipamento novo é muito maior que o custo do serviço de manutenção, principalmente por causa do baixo custo da mão-de-obra envolvida nesta atividade. Nestas condições, um refrigerador é utilizado normalmente por um período de pelo menos 20 anos. Assim, unidades utilizando CFC necessitarão de manutenção ainda por muitos anos.

Devido a este fato, e a uma eliminação dos CFCs antes do previsto em alguns países do Artigo 5*, a atividade de manutenção pode ser utilizada para converter equipamentos para a utilização de refrigerantes alternativos aos CFCs. Neste sentido,

os refrigerantes "drop-in", que incluem misturas de HCFCs e HCs podem desempenhar um papel importante.

No caso de um "retrofit", o tubo capilar pode ser substituído facilmente (se necessário) para que seja possível obter um desempenho satisfatório da unidade, principalmente em termos de temperaturas no interior do gabinete, confiabilidade de operação e consumo de energia semelhantes às originais.

Este artigo apresenta uma avaliação preliminar da operação de um trocador de calor tubo capilar-linha de sucção (HX-TC/LS) de uma unidade projetada para R-12 com os seguintes refrigerantes "drop-in": R-401A (53% de HCFC-22, 13% de HFC-152a e 34% de HCFC-124 em massa), R-409A (60% de HCFC-22, 25% de HCFC-124 e 15% HCFC-142b em massa), uma mistura de hidrocarbonetos (50% HC-290 e 50% HC-600a em massa). Para tanto foi utilizado um modelo de simulação numérica.

O TUBO CAPILAR UTILIZADO COMO DISPOSITIVO DE EXPANSÃO

Devido à sua simplicidade e seu baixo custo, os tubos capilares são utilizados como dispositivo de expansão na maioria dos sistemas de refrigeração e ar condicionado de pequeno porte. Nos refrigeradores e "freezers" domésticos e comerciais "stand-alone" utiliza-se um trocador de calor contracorrente formado pelo tubo capilar e pela linha de sucção do compressor, chamado trocador de calor tubo capilar-linha de sucção (HX-TC/LS) para melhorar o desempenho do sistema e evitar a entrada de refrigerante líquido no compressor. O HX-TC/LS pode ser formado pela soldagem do TC no lado externo da LS ou pela introdução do TC no interior da LS (chamados respectivamente de HX lateral e concêntrico).

Na maioria dos sistemas de grande porte são utilizados diversos tipos de válvulas de expansão controladas termostaticamente, mecanicamente ou eletronicamente para regular a vazão mássica de forma a otimizar o desempenho global do sistema. O maior custo inicial destas válvulas geralmente é compensado pela eliminação das ineficiências associadas com um dispositivo de expansão fixo, como por exemplo devido à migração de carga quando o equipamento está desligado, e à incapacidade de adaptação a uma faixa ampla de condições operacionais ou a um vazamento de refrigerante. Contudo, a recente introdução de motores de rotação variável e compressores com deslocamento variável tem tornado possível a regulagem da vazão mássica de refrigerante no compressor ao invés da válvula de expansão. Assim poderá ser possível explorar as vantagens (baixo custo, confiabilidade) dos tubos capilares e tubos de

* Países do artigo 5 na classificação do protocolo de Montreal são os que consomem menos de 300 g/habitante por ano de substâncias que destroem a camada de ozônio. Nesta categoria se encontram os países em desenvolvimento.

orifício ao mesmo tempo em que se aproveita dos benefícios do controle da vazão de refrigerante. Por isso o uso de dispositivos de expansão fixos poderá não mais se limitar a sistemas de pequeno porte.

No passado a utilização de uma abordagem empírica no projeto do TC mostrou-se economicamente atraente devido aos recursos tecnológicos disponíveis na época. Contudo, o advento de novos refrigerantes tornou obsoleto todos os dados empíricos acumulados, e talvez muito do conhecimento empírico sobre importantes opções de projeto. Os modelos de simulação podem oferecer uma alternativa aos procedimentos empíricos de otimização a um custo bem razoável.

MODELO MATEMÁTICO PARA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

O modelo utilizado neste estudo é baseado em trabalhos prévios dos autores (Peixoto & Bullard, 1994; Paiva et alii, 1994). As principais características do modelo são:

As equações fundamentais que descrevem o processo são os balanços de massa, quantidade de movimento e energia. As propriedades termodinâmicas e de transporte para as fases líquida e vapor são obtidas através das subrotinas do "NIST Refrigerant Database" (1996). Os fatores de atrito são calculados utilizando a correlação de Serghides (apud Kakaç et alii, 1987). A velocidade do som na saída é obtida pela diferenciação numérica da pressão com relação à densidade a entropia constante. Os coeficientes de transferência de calor são obtidos através da correlação de Sleicher & Rouse (1975).

Adotam-se as seguintes hipóteses simplificadoras: regime permanente, refrigerante puro, escoamento unidimensional, modelo de equilíbrio homogêneo para o escoamento bifásico, condução de calor axial nas paredes do TC e da LS desprezível, paredes isotérmicas axial e radialmente simétricas.

O modelo de equilíbrio homogêneo para o escoamento bifásico admite equilíbrio térmico e hidrodinâmico entre as fases líquida e vapor (temperaturas, pressões e velocidades iguais, sem atraso de vaporização) e fornece bom resultados quando há tempo suficiente para que as duas fases atinjam o equilíbrio, o que normalmente ocorre no escoamento através do TC.

Devido ao fato que os refrigerantes alternativos analisados são misturas não azeotrópicas, apresentando um "glide" de temperatura durante os processos de condensação e evaporação, foram adotadas como temperaturas de "condensação" e "evaporação" as temperaturas de bolha nas pressões de condensação e evaporação. Isto foi feito com o intuito de estabelecer uma base comum para as comparações. A temperatura de bolha corresponde à temperatura na qual se forma a primeira bolha de vapor no interior do líquido numa dada pressão.

A partir das equações de conservação calcula-se os perfis de pressão e de entalpia ao longo do tubo capilar. A partir destes perfis e da composição global da mistura é obtido um perfil de temperaturas. Então, a partir de p e T e da hipótese que existe equilíbrio térmico e hidrodinâmico entre as fases líquida e vapor é possível determinar-se os perfis de composição do líquido e do vapor ao longo do tubo capilar. Posteriormente, com p , T e a composição pode-se calcular as propriedades do líquido e do vapor saturados. Por fim, a partir do perfil de entalpia pode-se determinar o perfil de título e as propriedades da mistura.

Normalmente o TC e a LS tem comprimentos diferentes. Esta condição é simulada no modelo através da divisão do TC em três regiões, duas adiabáticas (entrada e saída) e uma não adiabática. A Fig. 1 mostra os parâmetros e variáveis principais do modelo de simulação.

Equações

As equações fundamentais e constitutivas utilizadas no modelo de simulação do escoamento de refrigerante através do

HX-TC/LS são apresentadas a seguir. Para as regiões adiabáticas, os balanços de massa, quantidade de movimento e energia para o TC e a LS são:

$$G_{ct} = \dot{m}/A_{ct} = const. \quad (01)$$

$$(dp/dz) = -\frac{f_v G_{ct}^2}{2D_{ct}} - G_{ct}^2 (dv/dz) \quad (02)$$

$$(dh/dz) = \frac{-h_{c,ct} \pi D_{ct} (T_{ct} - T_w)}{\dot{m}} - G_{ct}^2 v (dv/dz) \quad (03)$$

$$\frac{dT_{sl}}{dz} = -\frac{h_{sl} \pi D_{sl} (T_w - T_{sl})}{\dot{m} c_{p,sl}} \quad (04)$$

$$G_{sl} = \dot{m}/A_{ls} = const. \quad (05)$$

Para a região do HX utiliza-se, para trocador lateral, as Eqs. (1), (2), (5) e mais:

$$h_{c,ct} \pi D_{ct} (T_{ct} - T_w) = h_{c,sl} \pi D_{sl} (T_w - T_{sl}) \quad (06)$$

$$\frac{dh}{dz} + \frac{G_{ct}^2}{2} \frac{d(v^2)}{dz} = c_{p,sl} \frac{dT_{sl}}{dz} \quad (07)$$

$$\dot{m} c_{p,sl} \frac{dT_{sl}}{dz} = -h_{c,sl,i} \pi OD_{ct} (T_w - T_{sl}) - h_{c,sl,o} \pi D_{sl} (T_{wsl} - T_{sl}) \quad (08)$$

Já para HX concêntrico, utiliza-se (1), (2), (5) e:

$$G_{sl} = \frac{\dot{m}}{\frac{\pi}{4} (D_{sl}^2 - OD_{ct}^2)} = const. \quad (09)$$

$$h_{c,ct} \pi D_{ct} (T_{ct} - T_w) = h_{c,sl,i} \pi OD_{ct} (T_w - T_{sl}) \quad (10)$$

O coeficiente de transferência de calor por convecção é calculado a partir de correlação de Sleicher & Rouse:

$$Nu = 5 + 0,015 Re^a Pr^b \quad (11)$$

$$a = 0,88 - \frac{0,24}{4 + Pr} \quad (12)$$

$$b = 0,333 + 0,5e^{-0,6Pr} \quad (13)$$

A perda de carga na entrada do tubo capilar é dada por:

$$\Delta p = (1 + K) \frac{G_{ct}^2 v_{in}}{2} \quad (14)$$

Para o fator de atrito utiliza-se a correlação de Serghides:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{f}}\right) = A_5 - \frac{(A_5 - B_2)^2}{(A_5 + 2B_2 + C_1)} \quad (15)$$

onde:

$$A_5 = -0,8686 \ln \left(\frac{\epsilon/D_{ct}}{7,4} + \frac{12}{Re} \right) \quad (16)$$

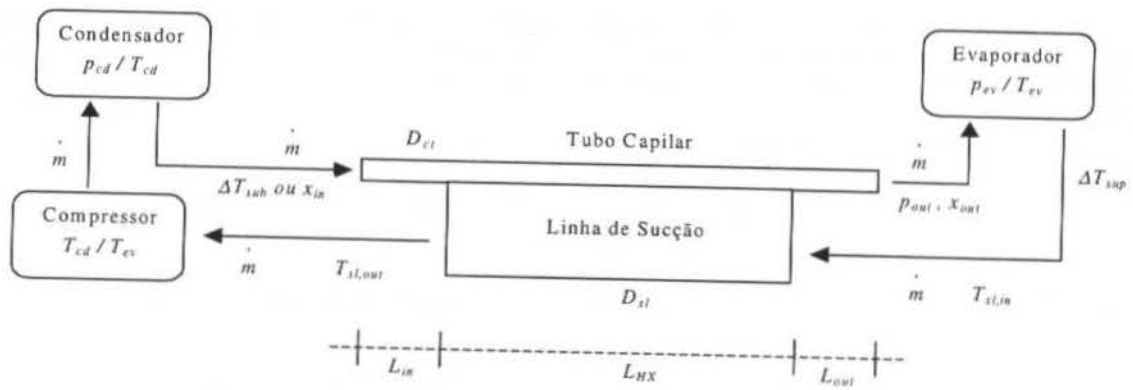


Figura 1. Variáveis e parâmetros utilizados no modelo para HX-TC/LS

$$B_2 = -0,86861 \ln \left(\frac{\varepsilon/D_{ct}}{7,4} + \frac{2,51A_5}{Re} \right) \quad (17)$$

$$C_1 = -0,86861 \ln \left(\frac{\varepsilon/D_{ct}}{7,4} + \frac{2,51B_2}{Re} \right) \quad (18)$$

$$\mu_v = \mu_v(p, x = 1, y_{1,v}, \dots, y_{n-1,v}) \quad (38)$$

A capacidade de refrigeração é calculada através da seguinte expressão:

$$\dot{Q}_{ref} = \dot{m} \Delta h_{ev} \quad (39)$$

Na determinação da velocidade do som na saída utiliza-se:

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \quad (19)$$

As propriedades termodinâmicas e de transporte são calculadas por:

$$h = (1-x)h_l + xh_v \quad (20)$$

$$s = (1-x)s_l + xs_v \quad (21)$$

$$v = (1-x)v_l + xv_v \quad (22)$$

$$h = (1-x)h_l + xh_v \quad (23)$$

$$k = (1-x)k_l + xk_v \quad (24)$$

$$c_p = (1-x)c_{p_l} + xc_{p_v} \quad (25)$$

$$\mu = (xv_v\mu_v + (1-x)v_l\mu_l)/v \quad (26)$$

$$h_l = h_l(p, x = 0, y_{1,l}, \dots, y_{n-1,l}) \quad (27)$$

$$h_v = h_v(p, x = 1, y_{1,v}, \dots, y_{n-1,v}) \quad (28)$$

$$s_l = s_l(p, x = 0, y_{1,l}, \dots, y_{n-1,l}) \quad (29)$$

$$s_v = s_v(p, x = 1, y_{1,v}, \dots, y_{n-1,v}) \quad (30)$$

$$v_l = v_l(p, x = 0, y_{1,l}, \dots, y_{n-1,l}) \quad (31)$$

$$v_v = v_v(p, x = 1, y_{1,v}, \dots, y_{n-1,v}) \quad (32)$$

$$k_l = k_l(p, x = 0, y_{1,l}, \dots, y_{n-1,l}) \quad (33)$$

$$k_v = k_v(p, x = 1, y_{1,v}, \dots, y_{n-1,v}) \quad (34)$$

$$c_{p_l} = c_{p_l}(p, x = 0, y_{1,l}, \dots, y_{n-1,l}) \quad (35)$$

$$c_{p_v} = c_{p_v}(p, x = 1, y_{1,v}, \dots, y_{n-1,v}) \quad (36)$$

$$\mu_l = \mu_l(p, x = 0, y_{1,l}, \dots, y_{n-1,l}) \quad (37)$$

Método Computacional

Foi desenvolvido um programa computacional para simulação numérica utilizando o software EES (1997). Este software utiliza um método implícito de diferenças finitas para integração numérica das equações fundamentais e resolve o sistema de equações algébricas não-lineares resultante através de um método de Newton-Raphson modificado. A variável de integração utilizada nos trechos de entrada e do HX é a perda de pressão.

O modelo permite, para um dado refrigerante, a escolha de três variáveis dependentes. Para um dado conjunto de condições operacionais e geométricas o modelo calcula a vazão mássica, o título na saída do TC e a temperatura do refrigerante na saída da LS. Alternativamente, o modelo pode determinar os comprimentos e diâmetros dos tubos necessários para uma dada vazão e condições de entrada e saída. Nos dois casos, calcula-se os perfis de título, pressão, temperatura, entalpia e composições ao longo do HX.

A validação experimental do modelo para substâncias puras (R-12 e R-134a) foi apresentada em trabalhos anteriores (Peixoto, 1995; Paiva et al., 1995). Foi também realizada uma comparação dos resultados numéricos de simulação com dados numéricos e experimentais disponíveis na literatura aberta (Dirik et al., 1994; Escanes, 1995). A incerteza das vazões mássicas calculadas é menor que 10%.

Neste trabalho foram efetuados cálculos para um HX-TC/LS de tubos concêntricos com os refrigerantes R-12, R-401A, R-409A e uma mistura dos hidrocarbonetos HC-290/HC-600a (50%-50%). Para uma dada geometria, foram calculadas a vazão mássica e a capacidade de refrigeração para uma ampla faixa de condições operacionais (pressão de entrada e grau de subresfriamento ou título na entrada).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os cálculos foram realizados para um HX concêntrico com as seguintes dimensões geométricas: $L_{in} = 1,50$ m; $L_{hx} = 1,15$ m; $L_{out} = 0,10$ m; $D_{ct} = 0,00078$ m; $OD_{ct} = 0,00198$ m; $D_{sl} = 0,0056$ m; $\varepsilon/D_{ct} = 0,0015$; $D_{ev} = 0,006$ m and $D_{cd} = 0,006$ m.

Os resultados obtidos através do modelo de simulação numérica considerando as hipóteses simplificadoras mostram que as vazões mássicas previstas para o R-401A e o R-409A são sempre maiores que as do R-12, enquanto que para a mistura de HCs a vazão mássica é menor.

Todos os refrigerantes "drop-in" analisados apresentam capacidade de refrigeração maior que a do R-12. No caso da mistura de HCs a menor vazão mássica é compensada pela maior entalpia de vaporização à mesma temperatura de evaporação.

Considera-se que em desenvolvimentos posteriores estas tendências serão observadas, mesmo com a mudança de algumas das hipóteses simplificadoras, principalmente com relação à

aproximação das temperaturas de evaporação e condensação para misturas não azeotrópicas e à avaliação da capacidade de refrigeração. Esta capacidade de refrigeração pode não aumentar tanto quanto o previsto nesta análise preliminar, porque esta avaliação não leva em conta o processo de transferência de calor no condensador e no evaporador, bem como a dinâmica do ciclo de refrigeração, para os quais se deveria utilizar um modelo de simulação do ciclo completo.

As Figs. 2 a 7 mostram alguns dos resultados obtidos utilizando o modelo de simulação com os seguintes parâmetros operacionais: $T_{ev} = -25^{\circ}\text{C}$ e $\Delta T_{sup} = 10^{\circ}\text{C}$.

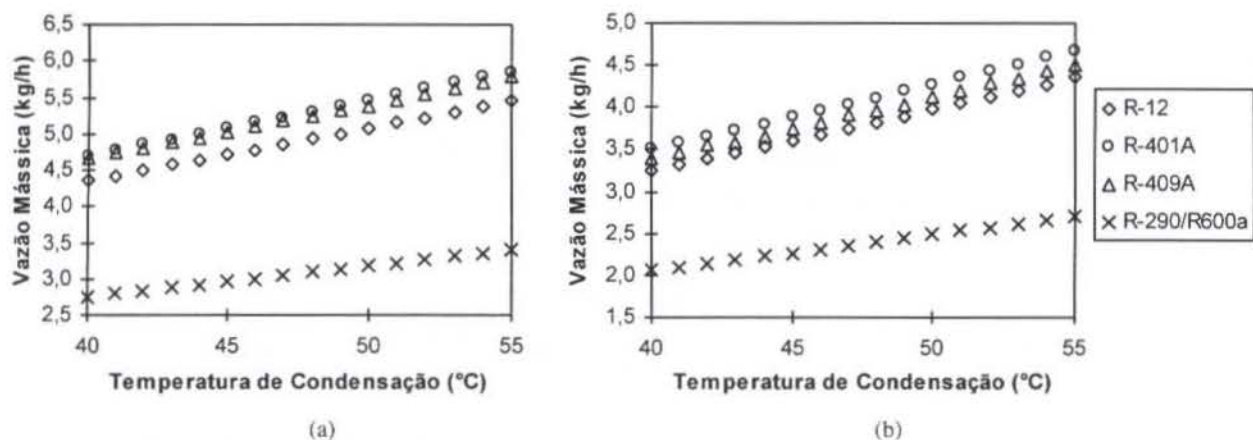


Figura 2. Vazão mássica em função da temperatura de condensação para (a) $\Delta T_{sub} = 2,5^{\circ}\text{C}$ e (b) $x_{in} = 0,05$

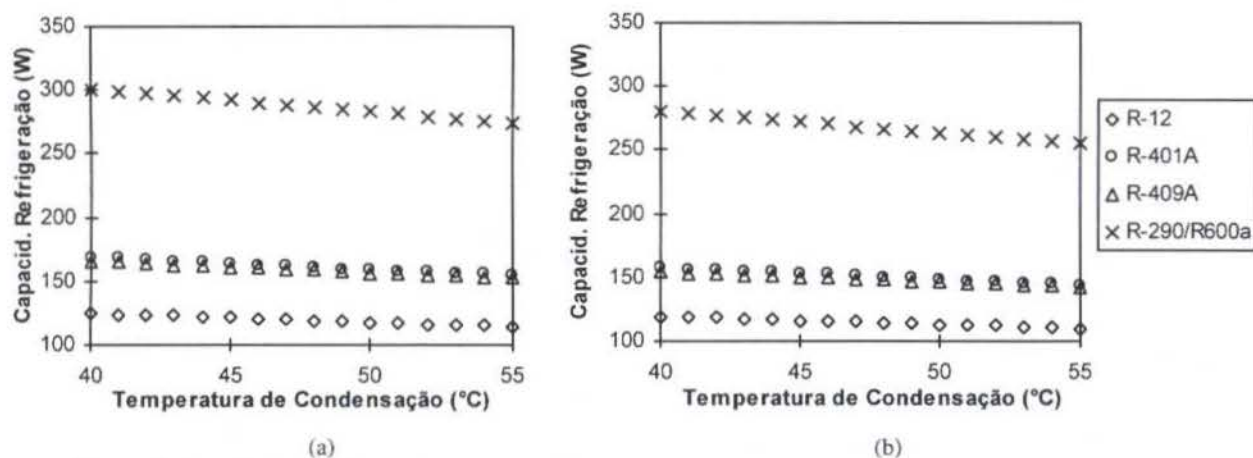


Figura 3. Capacidade de Refrigeração em função da temperatura de condensação para (a) $\Delta T_{sub} = 2,5^{\circ}\text{C}$ e (b) $x_{in} = 0,05$

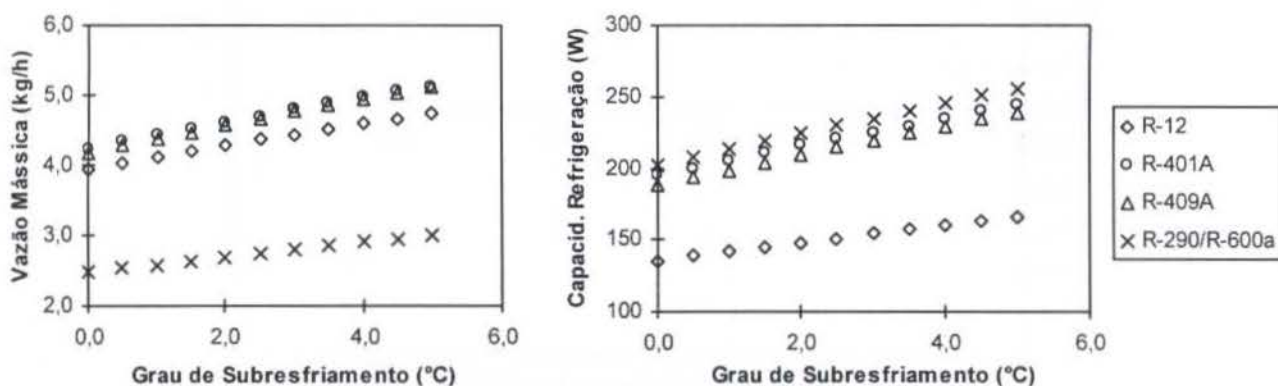


Figura 4. Vazão mássica e capacidade de refrigeração em função do grau de subresfriamento para $T_{cd} = 40^{\circ}\text{C}$

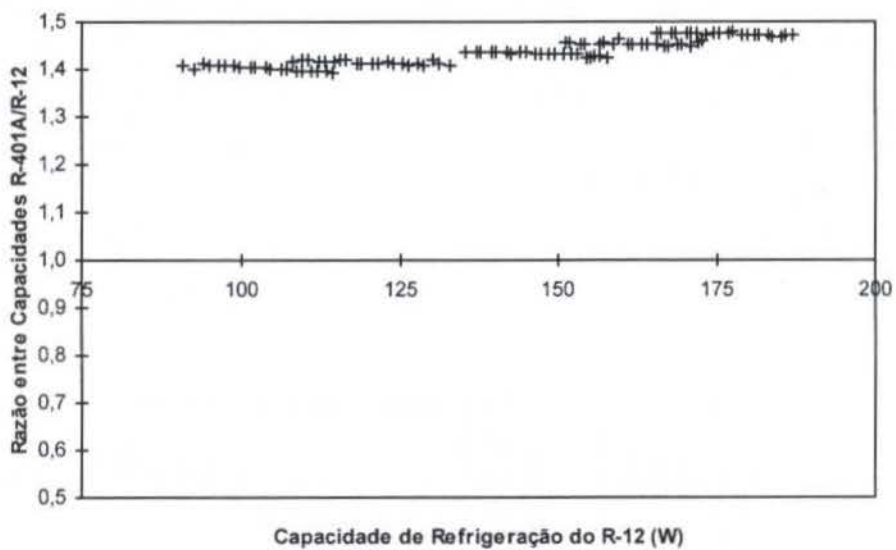


Figura 5. Comparação entre a capacidade de refrigeração do R-12 e do R-401A

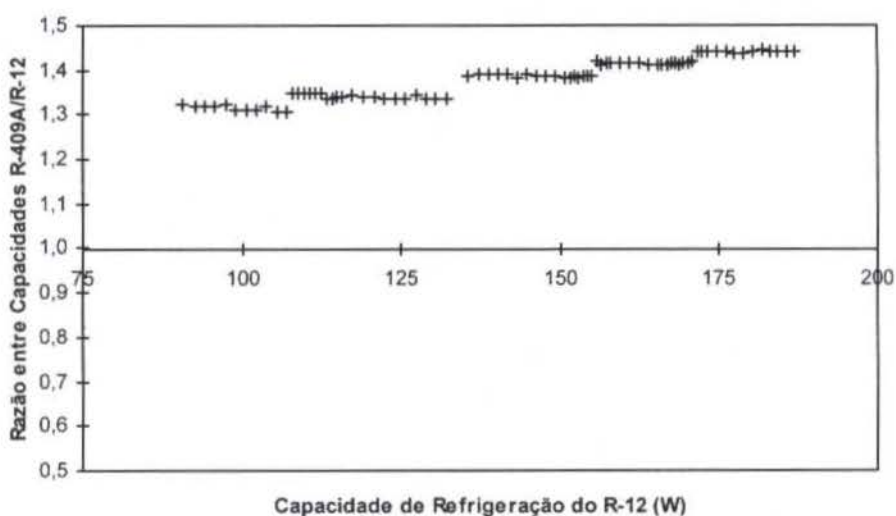


Figura 6. Comparação entre a capacidade de refrigeração do R-12 e do R-409A

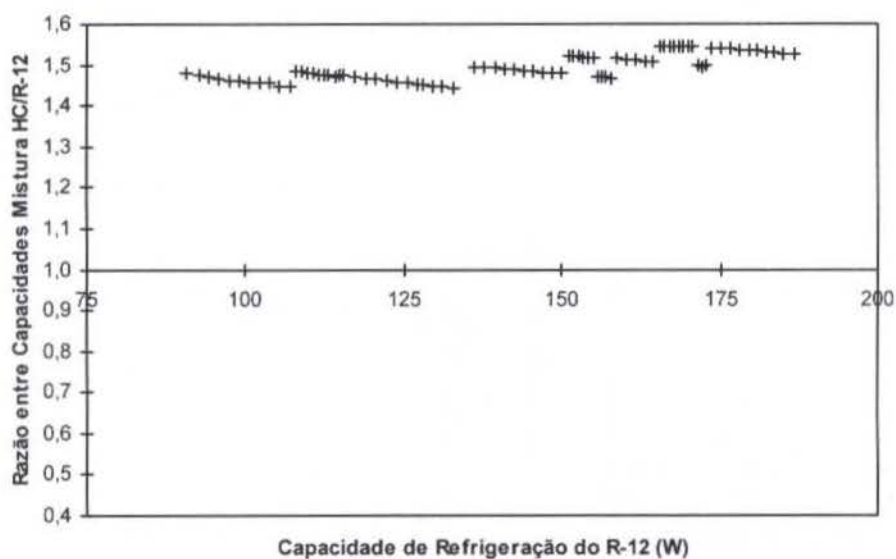


Figura 7. Comparação entre a capacidade de refrigeração do R-12 e da mistura de HCs

CONCLUSÕES

Este artigo apresentou uma comparação da vazão mássica através de tubos capilares não adiabáticos e da capacidade de refrigeração do R-12 e alguns refrigerantes "drop-in" que estão sendo estudados para substituição do R-12 (R-401A, R-409A e mistura de HC-290/HC-600a).

Os resultados obtidos pelo modelo de simulação numérica utilizando as hipóteses simplificadoras apresentadas mostram que o comportamento dos refrigerantes R-401A e R-409A é bem similar em termos de vazão mássica e capacidade de refrigeração. A mistura de HCs apresenta uma maior capacidade de refrigeração e menor vazão mássica.

Outros estudos teóricos e experimentais estão sendo desenvolvidos na EPUSP, no IMT e no IPT. Estes esforços devem permitir a obtenção de dados experimentais para o escoamento de misturas de refrigerantes não azeotrópicos através de tubos capilares e a validação do modelo numérico desenvolvido, bem como uma análise mais detalhada da utilização de refrigerantes "drop-in" em refrigeradores e "freezers" domésticos e comerciais através da utilização de um modelo de simulação do ciclo de refrigeração.

NOMENCLATURA

A	Área
c	Velocidade do som
c_p	Calor específico a pressão constante
D	Diâmetro interno
f	Fator de atrito
G	Fluxo mássico
h	Entalpia
h_c	Coefficiente de transferência de calor por convecção
k	Condutividade térmica
\dot{m}	Vazão mássica
Nu	Número de Nusselt
OD	Diâmetro externo
p	Pressão
Pr	Número de Prandtl
\dot{Q}_{ref}	Capacidade de refrigeração
Re	Número de Reynolds
s	Entropia
T	Temperatura
v	Volume específico
x	Título
y	Fração molar do componente da mistura
z	Posição ao longo do capilar
μ	Viscosidade dinâmica
ρ	Densidade
ϵ/D	Rugosidade relativa

índices

cd	Condensador
ct	Tubo capilar
ev	Evaporador
i	Interno
in	Entrada
l	Líquido
o	Externo
out	Saída
sl	Linha de sucção
sub	Subresfriamento
sup	Superaquecimento
v	Vapor
w	Parede

REFERÊNCIAS

- , 1996, *NIST Thermodynamic Properties of Refrigerants and Refrigerant Mixtures Database (REFPROP) - Version 5.0 - User Guide*, U.S. Dept. of Commerce, Gaithersburg, 90 p.
- , 1997, *EES Engineering Equation Solver Software User's Guide*, F-Chart Software.
- Dirik, E. et al., 1994, "Numerical and Experimental Studies on Adiabatic and Non Adiabatic Capillary Tubes with HFC-134a", *1994 Int. Refrigeration Conf.*, Purdue University.
- Escanes, F. et al., 1995, "Numerical Simulation of Capillary Tube Expansion Devices", *Int. J. Refrigeration*, vol. 18 n°. 12, p. 113-122.
- Kakaç, S.; Shah, R.K.; Aung, W., 1987, *Handbook of Single-phase Convective Heat Transfer*. John Wiley & Sons, New York
- Paiva, M.A.S. et al., 1994, The Behavior of Lateral and Concentric Capillary Tube-Suction Line Heat Exchangers using CFC-12 and HFC-134a, *1994 Int. Refrigeration Conf.*, Purdue University.
- Paiva, M.A.S. et al., 1995, Experimental and Numerical Study of the Flow Through Non Adiabatic Capillary Tubes with Lateral and Concentric Capillary Tube-Suction Line Heat Exchanger Configuration, *19th Int. Congr. Refrigeration, IIR/IIF*.
- Peixoto, R.A., 1995, Experimental Analysis and Numerical Simulation of Capillary Tube-Suction Line Heat Exchangers Using Refrigerant HFC-134a. *19th Int. Congr. Refrigeration, IIR/IIF*.
- Peixoto, R.A.; Bullard, C., 1994, A Simulation and Design Model for Capillary Tube-Suction Line Heat Exchangers, *Int. Refrigeration Conf.*, Purdue University.
- Sleicher, C.A., Rouse, M.W., 1975, A Convenient Correlation for Heat Transfer to a Constant and Variable Property Fluids in Turbulent Pipe Flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.18, p.677-683.

ABSTRACT

This paper presents an analysis of the performance of a capillary tube-suction line heat exchanger using R-12 and some drop-in refrigerants considered for its replacement in household or commercial refrigerators and freezers. A simulation and design model was used for numerical simulation of the refrigerant flow through the expansion device. The governing equations of the model are mass, momentum and energy conservation equations as well as equations for calculation of thermodynamic and transport properties, friction factors and heat transfer coefficients. Calculations for concentric tubes heat exchanger geometry were performed for the refrigerants R-12, R-401A, R-409A and hydrocarbon blend (mixture of HC-290 / HC-600a). For a given geometry (capillary tube and suction line length and diameter, heat exchange region), mass flow rate and cooling capacity was evaluated for a wide range of operational conditions (inlet pressure and inlet sub-cooling or quality).

**CÁLCULOS TERMODINÂMICOS DE MISTURAS REFRIGERANTES
NÃO-TÓXICAS AO MEIO AMBIENTE PARA APLICAÇÃO
EM CIRCUITOS DE REFRIGERAÇÃO**

E.D. Resende¹, M.R.W. Maciel¹
LDPS, Departamento de Processos Químicos,
Faculdade de Engenharia Química, UNICAMP
CEP 13081-970, Cx. Postal 6066
e-mail: dutra@lopca.feq.unicamp.br;
wolf@feq.unicamp.br

SUMMARY

This work shows a thermodynamic study of a refrigeration system that uses pure refrigerants or a mixture of them as a working fluid. This model allows the knowledge of the thermodynamic profiles of different mixtures that do not present risks for the environment, using only critical data for each component, heat capacity, and the vapour pressure of the refrigerating fluid.

INTRODUÇÃO

Os CFCs (clorofluorcarbonos) e os HCFCs (hidroclorofluorcarbonos) são substâncias químicas derivadas de hidrocarbonetos leves (metano, etano, etc), onde os átomos de hidrogênio são substituídos por átomos de elementos halógenos (cloro, flúor, bromo), com amplo uso na indústria de refrigeração e bombas de calor. Estes compostos, entretanto, provocam grandes distúrbios para o meio ambiente quando liberados para a atmosfera. Neste contexto foi assinado o Protocolo de Montreal em 1987, coordenado pelo Programa para o Meio Ambiente das Nações Unidas (UNEP), que estabeleceu a diminuição progressiva do uso de substâncias com alto potencial de redução da camada de ozônio e a conversão de equipamentos de refrigeração e de ar condicionado que utilizam estes gases. As restrições para o desenvolvimento de novos refrigerantes e as modificações necessárias para o sistema de refrigeração são descritas por Atwood (1988) e Kuijpers e Miner (1989). O custo de produção e as características termodinâmicas de refrigerantes alternativos, bem como as modificações necessárias ao circuito impedem uma rápida adaptação para o setor.

As misturas refrigerantes apresentam-se como uma boa solução para o limitado número de gases alternativos que podem ser utilizados. A combinação de refrigerantes permite o ajuste de propriedades desejáveis para a mistura, variando a combinação dos componentes. Existem três categorias de misturas que podem ser usadas como fluido de trabalho: azeótropos, quase-azeótropos e não-azeótropos. Os azeótropos são usualmente binários e têm sido muito usados na indústria de refrigeração. As misturas quase-azeotrópicas têm grande potencial de desenvolvimento e aplicação, mas apresentam modificações de composição e de propriedades sobre certas condições de operação. As misturas não-azeotrópicas têm grande potencial para aumentar a eficiência energética e a capacidade de modulação do sistema, mas elas requerem o redimensionamento do circuito. Didion e Bivens (1990) ressaltam que as misturas não-azeotrópicas são importantes para a indústria de refrigeração, notadamente devido às atuais restrições para os gases CFCs.

Estudo Termodinâmico do Circuito de Refrigeração. A grande maioria dos equipamentos de refrigeração e ar condicionado utiliza o ciclo termodinâmico de compressão de vapor em função da sua simplicidade, custo e eficiência energética. Dificilmente, a curto, médio e longo prazos, outra tecnologia deverá apresentar características competitivas para este setor e assim, o ciclo de compressão de vapor deve continuar sendo a tecnologia dominante em refrigeração (Peixoto et al., 1993).

As propriedades termodinâmicas dos fluidos refrigerantes têm sido amplamente estudadas, com atenção sendo dada para o predição do perfil termodinâmico de novas substâncias e suas misturas. Camporese et al. (1985) citam que as propriedades termodinâmicas de misturas refrigerantes podem ser calculadas utilizando uma equação cúbica de estado, e observa que a equação modificada de Redlich-Kwong-Soave oferece uma boa precisão e uma grande simplicidade para propósitos práticos de aplicação, pois só depende de parâmetros característicos de compostos puros e de um parâmetro de interação binário típico da mistura, que pode ser determinado pelo ajuste do cálculo da pressão de vapor da mistura. Este modelo tem sido usado em diversos estudos (Asselineau et al., 1978, Connon & Drew, 1983, Wright, 1985) mostrando uma boa capacidade para a predição do comportamento termodinâmico de fluidos de refrigeração.

Um circuito de refrigeração com trocador de calor está representado na Figura 1.A. As transformações termodinâmicas do sistema podem ser visualizadas no diagrama de pressão-entalpia indicado na Figura 1.B. O sistema sofre uma compressão isotérmica que é corrigida por um fator de eficiência de compressão adiabática entre os pontos (1) e (2), atingindo uma região de vapor superaquecido. Então ocorre um resfriamento e uma progressiva condensação entre os pontos (2) e (3), podendo atingir uma condição de líquido subresfriado no ponto (4). Após este ponto, observa-se uma expansão isoentálpica até uma condição de baixa pressão no ponto (5), quando o sistema inicia o processo de evaporação. Um superaquecimento antes do compressor pode ser observado entre os pontos (6) e (1).

Este trabalho apresenta os cálculos rigorosos de mudanças de entalpia e de entropia de um fluido de refrigeração, para diferentes condições de operação do sistema. O trabalho mostra também os cálculos rigorosos do equilíbrio de fases de misturas refrigerantes usando-se a equação de estado de Soave-Redlich-Kwong.

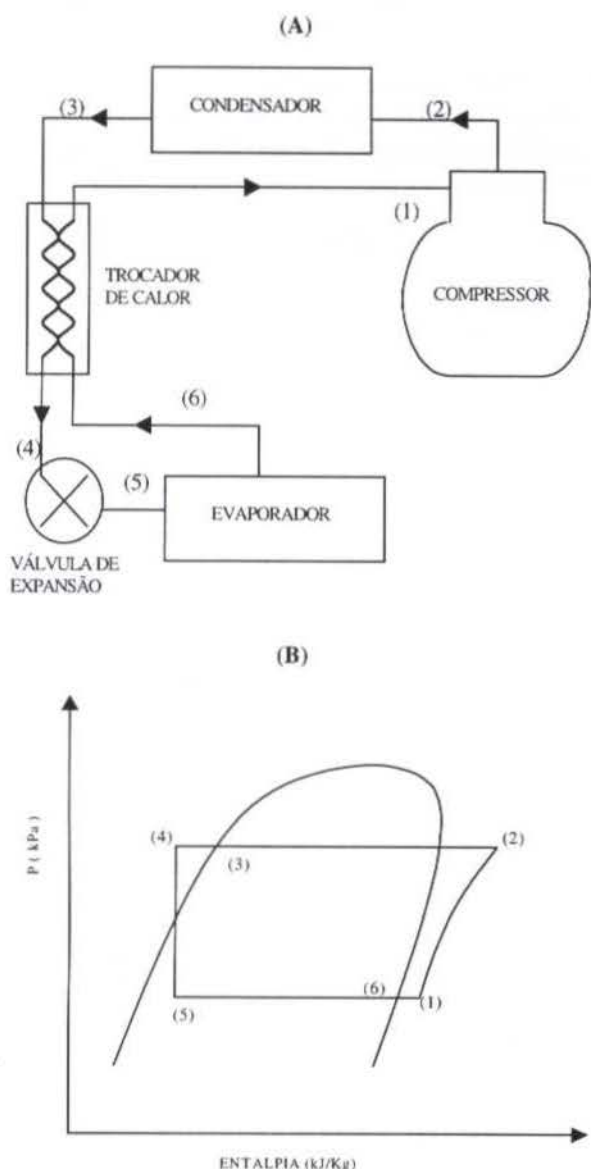


Figura 1. (A) Circuito termodinâmico com trocador de calor para subresfriamento do líquido do condensador; (B) diagrama pressão-entalpia do circuito com trocador de calor mostrado na Figura 1 (A).

MODELO

A equação de estado modificada de Soave (1980) é escrita na forma:

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a(T)}{v(v+b)} \quad (1)$$

onde os parâmetros $a(T)$ e b , para cada componente puro i na mistura, são dados pelas equações (2) até (5).

$$a(T) = a_i(T) = a_{ci} \alpha_i(T) \quad (2)$$

$$b = b_i = 0.08664 \frac{RT_{ci}}{P_{ci}} \quad (3)$$

$$a_{ci} = 0.42748 \frac{R^2 T_{ci}^2}{P_{ci}} \quad (4)$$

$$\alpha_i(T) = 1 + \left(1 - \frac{T}{T_{ci}}\right) \left(m_i + n_i \frac{T_{ci}}{T}\right) \quad (5)$$

Os parâmetros m_i e n_i de cada componente são obtidos pela minimização do quadrado dos desvios entre a pressão de vapor calculada e aquela obtida de pontos experimentais.

A equação cúbica de estado (S-R-K) pode ser aplicada para o cálculo de propriedades termodinâmicas de misturas refrigerantes utilizando uma clássica regra de mistura, Asselineau et al. (1978) e Wright (1985), dada pelas expressões (6) e (7).

$$a_m(T) = a_m = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 x_i x_j a_{ij} \quad (6)$$

$$b_m = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 x_i x_j b_{ij} \quad (7)$$

onde os parâmetros $a_m(T)$ e b_m , dependentes da composição x_i , são calculados pela regra de combinação dada pelas expressões (8) e (9).

$$a_{ij} = \sqrt{a_i \alpha_i a_j \alpha_j} (1 - k_{ij}) \quad (8)$$

$$b_{ij} = \frac{b_i + b_j}{2} \quad (9)$$

O coeficiente de interação entre componentes, k_{ij} , pode ser determinado minimizando a soma dos desvios entre os valores calculados e os dados experimentais de pressão de vapor da mistura, em diferentes temperaturas (Camporese et al., 1985).

As condições de equilíbrio térmico, mecânico e de fugacidade entre a fase líquida e a fase vapor do fluido refrigerante são obtidas conforme Smith e Van Ness (1987). O coeficiente de fugacidade para cada fase é calculado conforme Wallas (1985), sendo dado pela equação (10).

$$\ln \phi_i = \frac{b_m(i)}{b_m} (z-1) - \ln(z(1-h)) - \frac{a_m}{RTb_m} \left(\frac{b_m(i)}{b_m} - \frac{a_m(i)}{a_m} - 1 \right) \ln(1+h) \quad (10)$$

onde,

$$b_m(i) = 2 \sum_{k=1}^2 x_k b_{ik} - b_m \quad (10a)$$

$$a_m(i) = 2 \sum_{k=1}^2 x_k a_{ik} - a_m \quad (10b)$$

$$h = \frac{b_m P}{zRT} \quad (10c)$$

e o equilíbrio de fugacidades entre as fases líquida e gasosa é dado pela expressão (11).

$$x_i \phi_i^l = y_i \phi_i^v \quad (11)$$

O cálculo de energia para o fluido refrigerante é feito conforme Reid et al. (1987). A entalpia e a entropia são calculadas levando-se em consideração o comportamento não ideal da fase vapor, utilizando uma função residual que mede o desvio da condição de gás ideal. A função residual para a entalpia e entropia são obtidas pelas expressões (12) e (13), respectivamente.

$$\Delta h^r / RT = 1 - z + \frac{1}{b_m RT} \left(a_m - T \frac{d a_m}{dT} \right) \ln(1 + h) \quad (12)$$

$$\Delta s^r / R = -\ln(z(1 - h)) - \frac{1}{b_m R} \frac{d a_m}{dT} \ln(1 + h) \quad (13)$$

onde,

$$\frac{d a_m}{dT} = -\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 y_i y_j a_{ij} \left(\frac{1}{\alpha_j} \left(\frac{n_j T_{c_j}}{T^2} + \frac{m_j}{T_{c_j}} \right) \right) \quad (13a)$$

A entalpia e a entropia de gás ideal são calculadas pelas expressões (14) e (15), respectivamente:

$$h^{id} = h_v^0 + \int_{T^0}^T C_p^0 dT \quad (14)$$

$$s^{id} = s_v^0 + \int_{T^0}^T \frac{C_p^0}{T} dT - R \ln \left(\frac{P}{P^0} \right) \quad (15)$$

onde os parâmetros h_v^0 e s_v^0 especificam um estado de referência a baixas pressões (1atm) para cada componente. A capacidade calorífica do gás ideal C_p^0 é dada pela expressão (16).

$$C_p^0 = C_{p0} + C_{p1} T + C_{p2} T^2 + C_{p3} T^3 \quad (16)$$

Desta forma, a entalpia e a entropia da fase vapor podem ser calculadas pelas equações (17) e (18).

$$h(T, P) = h^{id} + \Delta h^r \quad (17)$$

$$s(T, P) = s^{id} + \Delta s^r \quad (18)$$

O cálculo de entalpia e de entropia de cada componente na fase líquida é obtido como uma função da temperatura (Chen,

1992) e pode ser calculado conforme as expressões (19) e (20), respectivamente.

$$h_i = h_i^0 + \int_{T^0}^T C_p^l dT \quad (19)$$

$$s_i = s_i^0 + \int_{T^0}^T \frac{C_p^l}{T} dT \quad (20)$$

A energia da mistura refrigerante é calculada como função da fração de vapor (β) do sistema, em uma dada T, P e composição, obtida através de um cálculo flash. A entalpia e a entropia da mistura são obtidas pelas expressões (21) até (26):

$$h_m = h_m^v + (1 - \beta) h_m^l \quad (21)$$

$$s_m = s_m^v + (1 - \beta) s_m^l \quad (22)$$

$$h_m^l = \sum_{i=1}^2 x_i h_i^l \quad (23)$$

$$s_m^l = \sum_{i=1}^2 x_i s_i^l \quad (24)$$

$$h_m^v = \sum_{i=1}^2 y_i h_i^{id} - \Delta h^r \quad (25)$$

$$s_m^v = \sum_{i=1}^2 y_i s_i^{id} - \Delta s^r \quad (26)$$

RESULTADOS E DISCUSSÃO

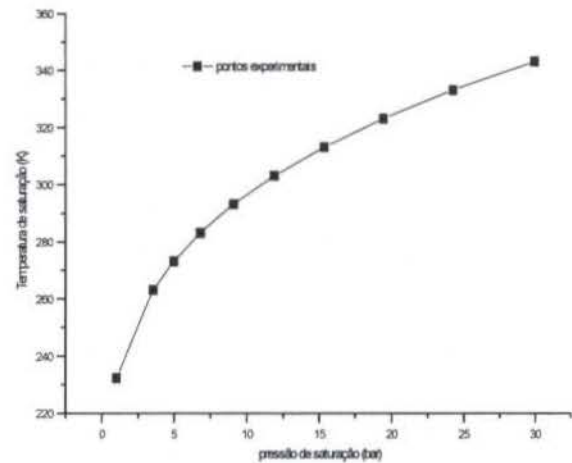


Figura 2 - curva de equilíbrio para o R22

Um estudo preliminar foi feito para verificar o ajuste do cálculo das propriedades termodinâmicas de um fluido refrigerante puro, mantido sobre diferenciadas condições de pressão dentro de um circuito termodinâmico. O R22 (clorodifluorometano) ainda é muito utilizado como fluido refrigerante em equipamentos de refrigeração e, apesar de sua restrição ambiental, foi escolhido para este estudo.

O cálculo das condições de equilíbrio de pressão e de temperatura para o refrigerante R22 está mostrado na Figura 2. Observa-se um bom ajuste entre a temperatura de equilíbrio calculada e aquela obtida de dados publicados (ASHRAE, 1985). O erro absoluto médio entre elas é de 0.07°C e o maior

desvio é de -0.15°C , para uma faixa de temperatura de equilíbrio de -40.7°C até 70°C .

As transformações termodinâmicas observadas durante a compressão e a expansão do sistema são conhecidas através do cálculo de entalpia e entropia do fluido refrigerante. O cálculo do perfil de entalpia de saturação para as fases líquida e vapor do refrigerante R22, dentro de uma faixa de temperatura de 40.8°C até 70°C , mostra um bom ajuste com os dados publicados, conforme indicado na Figura 3. O desvio absoluto médio entre o valor calculado e aquele obtido da literatura é de 0.39%. O mesmo comportamento é observado para o perfil de entropia, mostrado na Figura 4, onde o desvio absoluto médio é de 0.31%.

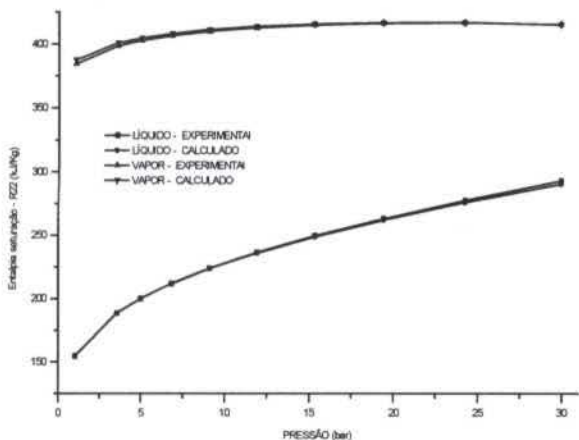


Figura 3 - Entalpia de saturação do R22

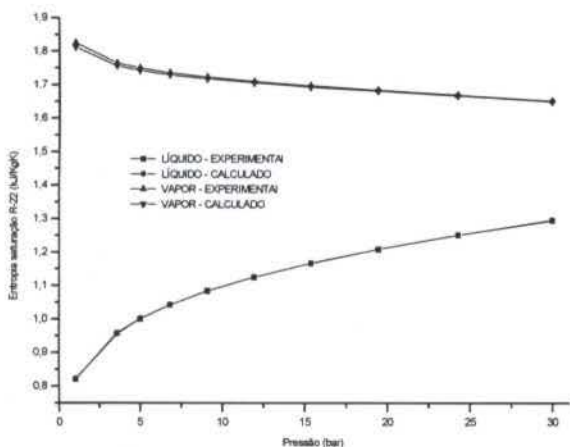


Figura 4 - Entropia de saturação do R22

O cálculo da composição de equilíbrio entre as fases líquida e vapor para três misturas refrigerantes está representado na Figura 5. Para este cálculo é necessário conhecer as propriedades críticas dos refrigerantes puros e a pressão de vapor em função da temperatura. Os resultados obtidos concordam com aqueles de Camporese et al. e permitem verificar um diferenciado comportamento termodinâmico para cada mistura, sob uma diferenciada condição de operação do sistema.

CONCLUSÕES

O modelo utilizado possibilita um bom ajuste para o cálculo do perfil termodinâmico de diferentes misturas e pode ser aplicado para a determinação do coeficiente de rendimento termodinâmico do fluido refrigerante, para uma especificada carga térmica do circuito de refrigeração.

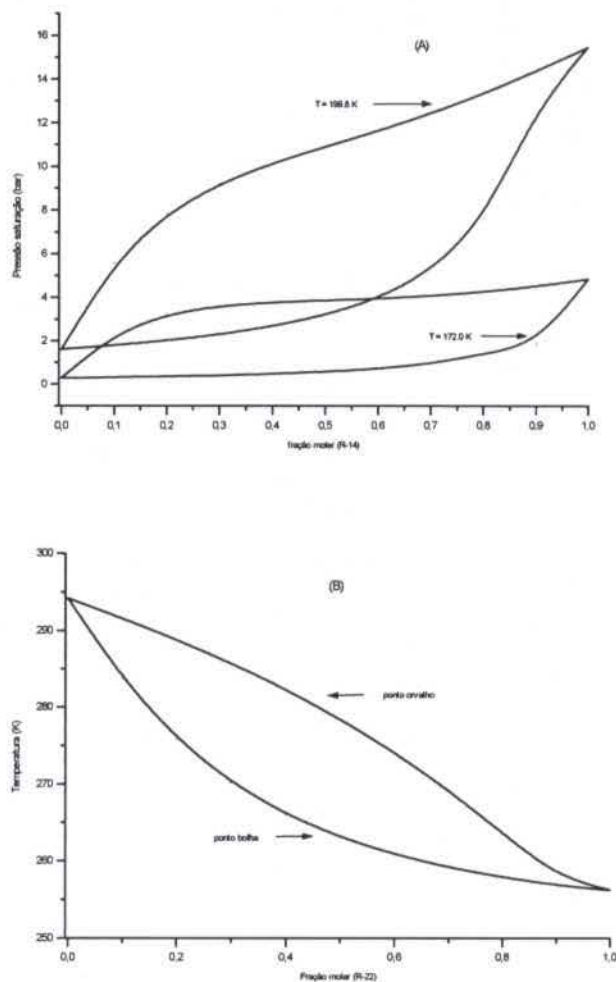


Figura 5 - Curvas de equilíbrio de misturas refrigerantes: (A) R14/R23 (B) R-22/R-C318

NOMECLATURA

- $C_{p0}, C_{p1}, C_{p2}, C_{p3}$ - constantes polinomiais
- P - pressão
- P^0 - pressão de referência
- P_{ci} - Pressão crítica do componente i
- R - constante universal dos gases
- T - temperatura
- T_{ci} - temperatura crítica do componente i
- v - volume específico
- x_i - fração molar de líquido
- y_i - fração molar de vapor
- z - fator de compressibilidade
- β - fração de vapor no circuito

REFERÊNCIAS

- ASHRAE Fundamentals Handbook, 1985.
- Asselineau, L.; Bogdanic, G. and Vidal, J. V., 1978, Calculation of Thermodynamic Properties and Vapor-Liquid Equilibria of Refrigerants. *Chem. Eng. Sci.*, 33, pp. 1269-1276.
- Atwood, T., 1988, CFCs in Transition. *Int. J. Refrig.*, 11, pp.234-238.
- Camporese, R.; Bigolaro, G. & Rebellato, L., 1985, Calculation of thermodynamic Properties of Refrigerants by the Redlich-Kwong-Soave Equation of State. *Int. J. Refrig.*, 8, pp.147-151.
- Chen, J.F. , 1992, Optimization of Vapor Compression Air Conditioner/heat Pumps Using Refrigerant Mixtures. PhD thesis, University of Leeds, England.
- Connon, H.A. & Drew, D.W., 1983, Estimation and Application of Thermodynamics Properties for a Non-azeotropic Refrigerant Mixture. *I.I.R., commission B1 B2 E1 E2*, pp.91-100.
- Didion, A.D. and Bivens, D.B., 1990, Role of refrigerant mixtures as alternatives to CFCs. *Rev. Int. Froid*, 13, pp.163-175.
- Kuijpers, L. and Miner, S.M. , 1989, The CFC issue and the CFC forum at the 1988 Purdue IIR conference. *Int. J. Refrig.*, 12, pp.118-124.
- Peixoto, A.R.; Vodianitskaia, P; Paiva, M.A.S. and Silveiras, O.M. , 1993, A Substituição dos CFCs e HCFCs e a Indústria de Refrigeração. *Anais do XII Cong. Bras. Eng. Mecânica*, pp.773-776.
- Reid, R. C., Prausnitz, J.M., and Poling, B.,1987, *The Properties of Gases and Liquids*. 4th Ed., McGraw-Hill, Inc.
- Smith, J.M. and Van Ness, H.C. , 1987. *Introduction to Chemical Engineering Thermodynamics*. McGraw-Hill Co., 698p.
- Soave, G. , 1980, Rigorous and Simplified Procedures for Determining the Pure Component Parameters in the Redlich-Kwong-Soave Equation of State. *Chem. Eng. Sci.*, 35, pp.1725-1729.
- Wallas, S. M., 1985, *Phase Equilibria in Chemical Engineering*, Butterworth Publishers.
- Wright, E.G., 1985, Prediction of Refrigerant Ternary Mixture Properties Using the Redlich-Kwong-Soave Equation State. *ASHRAE Trans.*, part 2B, pp.944-958.

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DA VISCOSIDADE DE RESINA POR ULTRA-SOM

Flávio Buiochi, Julio C. Adamowski, Miriam R. Tavares, Marcos M. Pimenta,
Luiz A. P. Alvim

Departamento de Engenharia Mecânica - Escola Politécnica da USP
05508-900 - São Paulo - SP - Brasil

RESUMO

Este trabalho trata da determinação experimental do comportamento da viscosidade de resinas utilizadas na fabricação de peças automotivas a partir de material composto. O conhecimento da variação da viscosidade da resina em função do tempo é importante para a caracterização do seu escoamento no molde. É utilizada uma célula de medição, baseada no método pulso-eco, que possibilita determinar propriedades acústicas e mecânicas da resina, tais como: coeficientes de reflexão e atenuação, velocidade de propagação e densidade da resina. A partir destas propriedades obtêm-se o comportamento da viscosidade.

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, polímeros sintéticos de alto desempenho têm sido largamente utilizados em diversas aplicações na engenharia como substitutos eficientes para os metais. Este é, por exemplo, o caso de materiais plásticos compostos usados na fabricação de peças estruturais para veículos automotivos, obtidas pela impregnação de moldes, contendo fibras de reforço, por resinas em processo de cura. Nestas condições, o preenchimento adequado e completo do molde é ditado pelo escoamento do polímero, fortemente dependente das propriedades mecânicas da resina que variam rapidamente durante a cura. Sabe-se também que tensões residuais são induzidas quando a cura ou a distribuição de temperaturas na moldagem não forem uniformes, o que torna importante a monitoração da operação. Por outro lado, em processos de injeção a eventual presença de bolhas de ar deve ser eliminada, o que pode ser feito controlando-se a pressão durante o escoamento. O conhecimento da variação das propriedades mecânicas do polímero durante um processo de moldagem permite então estabelecer seu ciclo ótimo e pode ser usado para determinar ou modificar o campo de escoamento que controla a orientação das fibras de reforço, bem como para interferir na pressão.

A caracterização do comportamento da cura de resinas de epóxi pode ser feita através da medição de propriedades acústicas, tais como, o coeficiente de atenuação e a velocidade de propagação de ondas longitudinais (Hahn, 1983). Visto que essas propriedades podem variar significativamente com a temperatura, deve-se ter um controle da temperatura do processo de cura.

Existem vários métodos de medição do coeficiente de atenuação e da velocidade de propagação no meio, mas a escolha dos métodos é feita pelo tipo da amostra a ser medida. No presente trabalho, emprega-se o método pulso-eco devido a sua simplicidade e por ser uma ferramenta muito utilizada na caracterização de líquidos. Nesse método, o coeficiente de atenuação é obtido após medir o coeficiente de reflexão na interface entre um meio sólido de referência e a amostra (Papadakis, 1975).

Na implementação do método, utiliza-se um transdutor duplo elemento, constituído por um emissor de cerâmica piezoelétrica e um receptor de membrana de PVDF (polyvinylidene fluoride),

separados por um meio sólido (Adamowski, 1993). Um segundo meio sólido usado como referência faz parte do transdutor duplo elemento, possibilitando a medição do coeficiente de reflexão. Essa montagem torna o método insensível às variações dos sinais acústicos emitido e recebido, ocasionadas pela instabilidade da eletrônica e da cerâmica piezoelétrica, com o passar do tempo, e elimina os efeitos da difração acústica. Podem ser utilizados o método de múltiplas reflexões, que detecta três ecos refletidos nas interfaces da resina, ou o método da reflexão relativa, que detecta somente os dois primeiros ecos (Adamowski *et al.*, 1995). O método de múltiplas reflexões é insensível a variação da temperatura de operação ou ambiente, não exigindo nenhum tipo de calibração, mas o método da reflexão relativa exige uma calibração inicial, possibilitando depois compensar essa variação durante as medições (Adamowski *et al.*, 1998).

Neste trabalho, são descritos os procedimentos para a medição de propriedades acústicas, da densidade e da viscosidade efetiva empregando somente o método de múltiplas reflexões (Buiochi *et al.*, 1997). São apresentados resultados experimentais preliminares para a caracterização do sistema resina epóxi LMBR207 e endurecedor LMBR208 fabricados pela Ciba-Geigy Química S.A.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

O método pulso-eco usado para caracterizar um meio líquido ou um meio sólido, baseia-se na observação de grandezas medidas a partir dos ecos recebidos, tais como: amplitude, fase, etc. Da determinação dessas grandezas pode-se calcular as propriedades acústicas, tais como: coeficiente de reflexão na interface entre dois meios, coeficiente de atenuação, velocidade de propagação da onda acústica, impedância acústica, etc., e também a densidade e a viscosidade efetiva de um dado meio.

A implementação do método pulso-eco é feita com o transdutor duplo elemento, que tem na mesma montagem o emissor e o receptor separados por um meio sólido. Existe um segundo meio sólido atuando como uma linha de retardo entre o receptor e a resina a ser caracterizada. A figura 1 mostra o desenho esquemático da célula de medição usada neste trabalho, representada pelo transdutor duplo elemento, pela resina e pelo

refletor. O emissor gera uma onda acústica que se propaga inicialmente através da linha de retardo I, sensibilizando a membrana de PVDF do receptor com o sinal a_T . Seguindo o seu trajeto, a onda propaga-se agora através da linha de retardo II e reflete nas interfaces da resina, retornando ao receptor os três primeiros ecos a_1 , a_2 e a_3 .

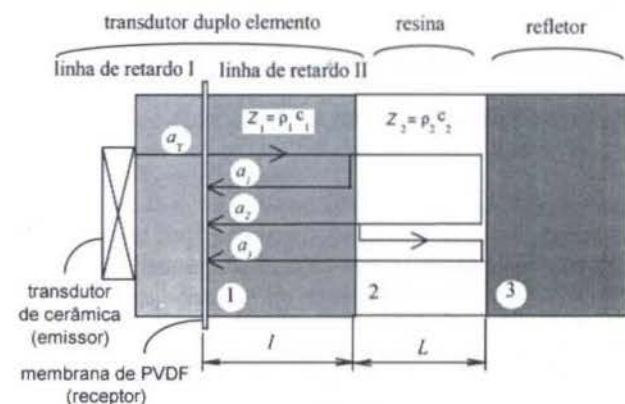


Figura 1 - Representação da célula de medição.

Medição do Coeficiente de Reflexão. Para a medição do coeficiente de reflexão na interface entre o transdutor duplo elemento e a resina, deve-se detectar os três primeiros ecos que retornam ao receptor, representados por a_1 , a_2 e a_3 na figura 1. De um modo geral, para se obter o coeficiente de reflexão, tomam-se as transformadas de Fourier desses ecos, selecionando o valor da amplitude para uma dada frequência no espectro de cada sinal. Esses valores são representados pelas amplitudes A_1 , A_2 e A_3 , respectivamente. Em termos dos coeficientes de reflexão e transmissão nas interfaces, e atenuação dos meios, os valores calculados pela transformada de Fourier dos ecos são relacionados pelas seguintes expressões (Papadakis, 1975):

$$\begin{aligned} A_1 &= A_T R_{12} e^{-2\alpha_1 l} \\ A_2 &= A_T T_{12} R_{23} T_{21} e^{-2\alpha_1 l} e^{-2\alpha_2 L} \\ A_3 &= A_T T_{12} R_{23} R_{21} R_{23} T_{21} e^{-2\alpha_1 l} e^{-4\alpha_2 L} \end{aligned} \quad (1)$$

onde A_T é a amplitude do sinal transmitido; R_{mn} o coeficiente de reflexão na interface entre os meios m e n ; T_{mn} o coeficiente de transmissão do meio m para o meio n ; l o comprimento da linha de retardo II; L o comprimento da resina; α_1 o coeficiente de atenuação na linha de retardo II; α_2 o coeficiente de atenuação na resina. Os subscritos 1, 2 e 3 referem-se à linha de retardo II, resina e refletor, respectivamente.

Essas expressões podem ser reagrupadas de modo que o coeficiente de reflexão R_{12} seja calculado por:

$$R_{12}^2 = \frac{1}{1 - \frac{A_2 A_2}{A_1 A_3}} \quad (2)$$

O cálculo de R_{12} admite que as impedâncias acústicas dos meios que definem a interface são sempre valores reais. Pode-se assumir essa hipótese mesmo para a resina que é um líquido viscoso, já que a parte imaginária da impedância acústica

complexa é desprezível em relação à parte real (Adamowski *et al.*, 1995).

Medição do Coeficiente de Atenuação. O coeficiente de atenuação α_2 da resina também pode ser determinado através da medida das amplitudes dos ecos mostrados na figura 1. A partir das equações (1) tem-se:

$$\alpha_2 = \frac{1}{2L} \ln \left[\frac{A_1 (1 - R_{12}^2)}{A_2 R_{23}} \right] \quad (3)$$

O coeficiente de reflexão na interface resina-refletor R_{23} é dado por $R_{23} = (Z_3 - Z_2) / (Z_3 + Z_2)$, sendo Z_2 a impedância acústica característica da resina a ser medida e Z_3 a impedância acústica característica do refletor, conhecida *a priori*.

Medição da Velocidade de Propagação. A determinação da velocidade de propagação acústica c_2 na resina é baseada na medida da diferença de tempo Δt entre dois ecos consecutivos refletidos nas interfaces da resina, com a linha de retardo II e o refletor, através da correlação cruzada entre os ecos a_1 e a_2 , ou a_2 e a_3 . Além desse parâmetro, deve-se medir a distância L entre as interfaces da resina. Como a medida do tempo é feita no modo pulso-eco, a velocidade c_2 é dada por:

$$c_2 = \frac{2L}{\Delta t} \quad (4)$$

A técnica de correlação cruzada usada com o transdutor duplo elemento garante medidas mais precisas, pois não é afetada pela atenuação, desde que o meio não seja dispersivo (Adamowski *et al.*, 1995).

Medição da Densidade. A densidade ρ_2 da resina é obtida a partir da medida da sua impedância acústica característica Z_2 e da sua velocidade de propagação c_2 , através da relação $Z_2 = \rho_2 c_2$. Sabendo-se que as impedâncias acústicas características da linha de retardo II, $Z_1 = \rho_1 c_1$, e da resina Z_2 são relacionadas com o coeficiente de reflexão R_{12} para uma onda plana incidindo normalmente na interface entre os dois meios, tem-se a seguinte expressão para a densidade:

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 c_1 (1 + R_{12})}{c_2 (1 - R_{12})} \quad (5)$$

onde ρ_1 é a densidade da linha de retardo II, que deve ser conhecida *a priori*, e c_1 a velocidade de propagação no mesmo meio. A velocidade de propagação c_1 é calculada a partir da medida do tempo de propagação entre os sinais a_T e a_1 , utilizando-se a técnica de correlação cruzada. O comprimento l da linha de retardo II deve ser conhecido *a priori*.

Medição da Viscosidade Efetiva. O mecanismo mais importante de absorção, que causa a atenuação de uma onda, em meios líquidos (Ristic, 1983) está associado a perdas viscosas que resultam do movimento relativo existente entre porções adjacentes do meio. No caso da absorção clássica (Herzfeld & Litovitz, 1959), quando os fenômenos de condução e radiação de calor são desprezíveis, o coeficiente de atenuação, conhecido como coeficiente de absorção clássica, é dado por:

$$\alpha_{clas} = \frac{2}{3} \frac{\omega^2}{\rho_0 c^3} \eta \quad (6)$$

onde ω é a frequência angular da onda acústica, ρ_0 a densidade do meio na ausência da onda acústica, c a velocidade de propagação acústica, e η a viscosidade dinâmica. O coeficiente de atenuação medido experimentalmente nem sempre é igual ao coeficiente de absorção clássica, porque a equação (6) baseia-se na hipótese de Stokes na qual a viscosidade volumétrica (*bulk viscosity*) é igual a zero, isto é, $\eta_b = 0$. A diferença na absorção experimental é atribuída à relaxação, ou seja, à conversão da energia da onda acústica (energia externa translacional das moléculas) em energia interna de rotação ou de vibração das moléculas (Herzfeld & Litovitz, 1959). A diferença entre os coeficientes de atenuação experimental e absorção clássica, chamada de coeficiente de absorção em excesso, é explicada pela introdução da viscosidade volumétrica. Assim, o coeficiente de atenuação experimental α_2 na resina, devido às duas viscosidades, é dado pela seguinte equação:

$$\alpha_2 = \frac{2}{3} \frac{\omega^2}{\rho_2 c_2^3} \eta_{ef} \quad (7)$$

onde η_{ef} é a viscosidade efetiva, dada pela relação:

$$\eta_{ef} = \eta + \frac{3}{4} \eta_b \quad (8)$$

Conseqüentemente, os dados experimentais somente fornecem informações sobre a viscosidade efetiva. Como a viscosidade volumétrica é dependente da frequência (Herzfeld & Litovitz, 1959), a viscosidade efetiva calculada a partir da equação (7) apresenta a mesma dependência. Pode-se, para alguns líquidos com mesmo comportamento acústico, estabelecer uma relação entre as viscosidades efetiva e dinâmica utilizando uma constante de calibração (Buiochi *et al.*, 1997).

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Construção do Transdutor Duplo Elemento. O emissor empregado é um transdutor de cerâmica comercialmente disponível de banda larga, frequência central de 5MHz e diâmetro de 13mm. O receptor é uma membrana de PVDF de 52 μ m de espessura com ambas as faces metalizadas com alumínio, formando os seus eletrodos. De um lado da membrana é montada a linha de retardo I com acrílico e do outro a linha de retardo II com alumínio. A membrana é circular com diâmetro de 64mm, pouco maior que o da linha de retardo I com diâmetro de 60mm. Assim sendo, um pequeno anel de membrana fica fora da abertura do feixe acústico, possibilitando conectar eletricamente as faces dos eletrodos a anéis metálico de contato. A união entre a membrana e as linhas de retardo é feita com uma camada fina de adesivo do tipo epóxi, durante a montagem deve-se evitar a presença de bolhas de ar. Esse arranjo da membrana entre dois sólidos (linhas de retardo) possibilita uma construção compacta e rígida do transdutor duplo elemento. O diâmetro efetivo do receptor (60mm) é escolhido de modo a interceptar todo o campo acústico gerado pelo emissor e os sinais de eco a_1 , a_2 e a_3 , evitando-se as reflexões dos sinais nas paredes laterais das linhas de retardo. O emprego do acrílico na linha de retardo I é importante porque resulta num comprimento menor do tarugo

que minimiza o efeito da difração, evitando-se o emprego de uma membrana de diâmetro maior. Já o alumínio empregado na linha de retardo II serve para evitar o ataque químico da resina à linha de retardo e devido a seu baixo coeficiente de atenuação. As linhas de retardo são dimensionadas de modo que os ecos espúrios não influenciem os três primeiros ecos originários da resina. São utilizados comprimentos de 35mm e 45mm para as linhas de retardo I e II, respectivamente. Para garantir incidências normais, as faces das linhas de retardo devem ser paralelas e planas. Um paralelismo típico utilizado é de 20 μ m/60mm.

Sistema de Medição. A figura 2 mostra os equipamentos eletrônicos utilizados nos experimentos e célula de medição. Um analisador ultra-sônico (Panametrics UA5052A) emite um sinal de *trigger*, que sincroniza o gerador de funções (Tektronix AFG5102) e o osciloscópio digital (HP 54112D). O gerador de funções gera um *burst* na frequência selecionada, que é amplificado por um amplificador de potência (Amplifier Research 150A100A). O sinal amplificado é aplicado ao emissor, gerando as ondas acústicas mostradas na figura 1. Os sinais são recebidos pelo receptor de membrana e amplificados pelo analisador ultra-sônico. Esses sinais são digitalizados pelo osciloscópio e transferidos para um computador utilizando-se o protocolo de comunicação GPIB. O processamento desses sinais é feito utilizando-se o ambiente do *software* MatlabTM.

Para montar o transdutor duplo elemento e o refletor na célula de medição, tem-se uma carcaça de 5 peças de aço inoxidável as quais unidas constituem as paredes e o fundo da cavidade onde se aloja a resina. As peças da parede foram retificadas de modo a garantir um bom paralelismo entre as faces do transdutor duplo elemento e do refletor posicionados em cada um dos furos concêntricos e passantes da carcaça. Um tarugo de latão com comprimento de 90mm constitui o refletor; essa medida garante que os ecos refletidos no seu interior não interfiram nas medidas. As cinco peças de aço são utilizadas para facilitar a desmontagem e a limpeza da célula após a cura da resina.

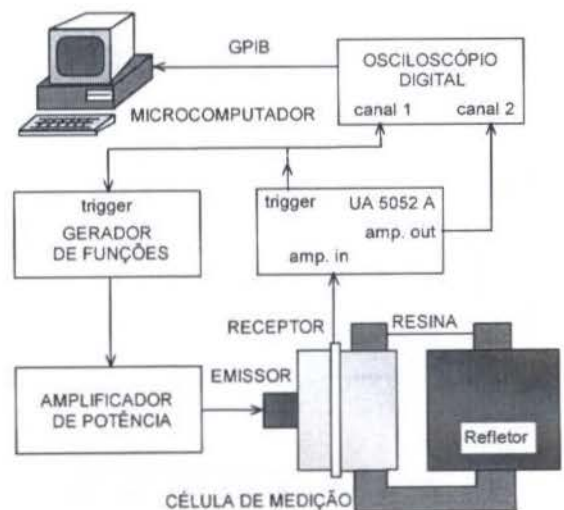


Figura 2 - Sistema de medição.

RESULTADOS

Os resultados são obtidos excitando-se o emissor com três ciclos de senóides de 5MHz. A amplitude da transformada de

Fourier dos sinais é tomada a 4,8MHz, por apresentar nesta frequência a máxima sensibilidade. O comprimento da resina L é mantido igual a 2,40mm durante o experimento realizado a uma temperatura de 31°C. A medição do comprimento L é feita com água destilada, porque a velocidade de propagação acústica na água é bem conhecida. A densidade do alumínio utilizado na linha de retardo II é $2,7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ e a impedância acústica característica do latão utilizado no refletor é $38,0 \times 10^6 \text{ kg/(m}^2 \cdot \text{s)}$.

A resina epóxi Ciba-LMBR207 é misturada com o catalisador LMBR208 na proporção em massa de 25/4. Realizam-se as aquisições dos sinais a cada aproximadamente 20 segundos durante 16 minutos. Este tempo de medida foi estabelecido por duas razões. A primeira, tem em vista a aplicação direta da resina na fabricação de peças para a indústria automobilística. Neste processo industrial, a temperatura de 60°C, o tempo máximo de impregnação de molde nunca ultrapassou 8 minutos. A segunda, aponta no sentido de evitar a cura completa da resina no interior da célula com a eventual perda do transdutor nestes experimentos preliminares.

Verificou-se que durante o tempo de medida de 16 minutos, bem menor que o tempo de cura, tanto neste experimento quanto no processo industrial, a temperatura da resina variou de 33°C a 31°C. Embora o processo neste primeiro período de cura seja exotérmico, a pequena variação da temperatura da resina se deve à grande massa de aço inoxidável da carcaça da célula de medição que envolve a amostra.

Os dados processados com o *software* Matlab são apresentados na forma de gráficos para a velocidade de propagação, o coeficiente de atenuação e a viscosidade efetiva em função do tempo (figuras 3, 4 e 5).

A figura 3 mostra que a velocidade de propagação determinada na resina cresce durante o processo de cura. Os valores da velocidade são obtidos a partir dos ecos a_1 e a_2 . Os patamares vistos neste gráfico são devido à resolução empregada na técnica de correlação cruzada, que está relacionada ao período de amostragem dos sinais, que foi de 4ns. Pode-se eliminar os patamares com tempos de amostragem menores.

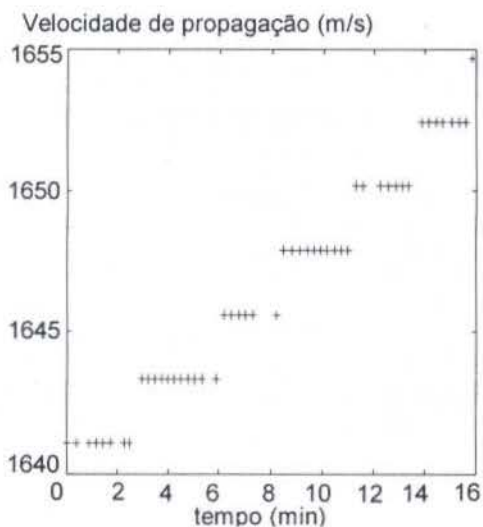


Figura 3 - Evolução da velocidade de propagação.

A figura 4 mostra que o coeficiente de atenuação cresce rapidamente neste início de processo de cura. Como as aquisições não foram prolongadas até a solidificação total, não foi possível observar se o valor máximo foi atingido nem a sua subsequente diminuição, obtida por Hahn (1983) em outro polímero.

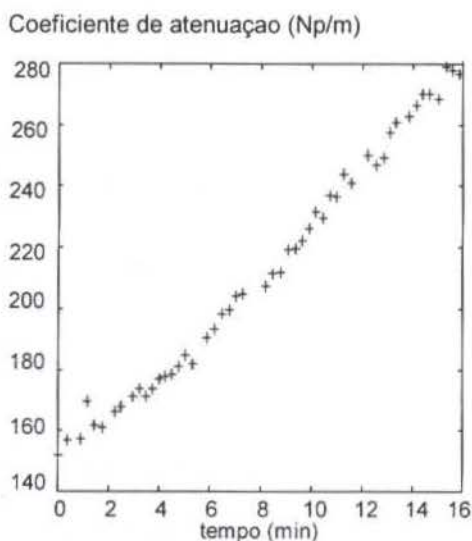


Figura 4 - Evolução do coeficiente de atenuação na frequência de 4,8MHz.

A figura 5 mostra que a viscosidade efetiva da resina cresce durante sua solidificação. Os valores foram obtidos através da equação (7) na frequência de 4,8MHz. Nota-se que a propriedade é bem sensível à cura, com uma variação de aproximadamente 100% durante o tempo de medida. O processo de cura se deu a temperatura praticamente constante.

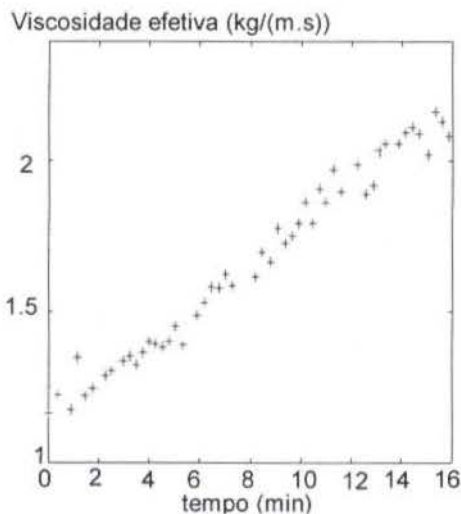


Figura 5 - Evolução da viscosidade efetiva na frequência de 4,8MHz.

Por outro lado, a densidade da resina manteve-se praticamente constante durante este período de cura. As medidas indicam um valor médio da densidade de 1062 kg/m^3 com um desvio padrão de no máximo 2%, calculado com as 50 aquisições. É importante notar que o desvio padrão obtido para a densidade é da mesma ordem de grandeza que os valores obtidos teoricamente pela propagação de erros, como visto no trabalho de Buiochi (1994). O valor relativamente alto desse desvio resulta do elevado valor do coeficiente de reflexão. Foi medido um coeficiente de reflexão R_{12} , na interface entre a linha de retardo II e a resina, de 0,82.

Em todas as aquisições, a velocidade de propagação na linha de retardo II mantém-se constante no valor de 6413m/s.

Neste experimento, uma dificuldade na medição das propriedades surgiu quando o sinal acústico ficou próximo ao nível do ruído. Isso se deve à elevada atenuação na resina, o que foi notado principalmente no sinal do eco a_3 . Esse problema pode ser contornado utilizando-se ampliações com ganhos mais elevados tanto na excitação do transdutor quanto na recepção dos ecos. Podem ser utilizados materiais nas linhas de retardo que causam menor atenuação e melhor casamento de impedância com a resina.

CONCLUSÕES

Foram apresentados resultados experimentais para a caracterização por ultra-som da resina epóxi durante o processo de cura em condições de velocidade de deformação nula. Mediram-se a velocidade de propagação acústica e o coeficiente de atenuação acústica da resina em função do tempo, e determinaram-se sua densidade e viscosidade efetiva. As medidas obtidas são preliminares e mostram através da elevação do coeficiente de atenuação e da velocidade de propagação o comportamento inicial de cura da resina na temperatura de 31°C. A monitoração dessas propriedades pode ser utilizada no controle do ciclo ótimo dos processos de moldagem e cura.

Este trabalho demonstra que o método de múltiplas reflexões é apropriado para este tipo de caracterização. Neste caso, as medidas podem ser prolongadas até a cura total se a frequência de excitação do emissor for bem menor que 5MHz, pois verificou-se que o aumento do coeficiente de atenuação durante o processo de cura da resina dificulta a aquisição dos sinais para frequências maiores. Já para esta frequência, poder-se-ia empregar o método da reflexão relativa que também possibilitaria estudar o comportamento da resina até a sua cura total, visto que o método utiliza somente os dois primeiros ecos refletidos nas interfaces da resina.

AGRADECIMENTOS

À FAPESP e à FINEP que financiaram os equipamentos e materiais utilizados neste trabalho. À Mercedes Benz do Brasil por ter cedido o sistema resina-endurecedor.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADAMOWSKI, J. C., 1993, *Medição de Densidade de Líquidos por Ultra-Som*, Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

ADAMOWSKI, J. C., BUIOCHI, F., SIMON, C., SILVA, E. C. N. & SIGELMANN, R., 1995, Ultrasonic Measurement of Density of Liquids, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 97, pp. 354-361.

ADAMOWSKI, J. C., BUIOCHI, F., SIGELMANN, R., 1998, Ultrasonic Measurement of Density of Liquids Flowing in Tubes, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 45, pp.48-56.

BUIOCHI, F., ADAMOWSKI, J. C., FURUKAWA, C. M., 1997, *Medição da Viscosidade Dinâmica de Líquidos por Ultra-som*, Anais do Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica COBEM97, em CD, Bauru, SP.

BUIOCHI, F., 1994, *Análise dos Métodos de Medição de Densidade de Líquidos por Ultra-som*, Tese de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

HAHN, H. T., 1983, Application of ultrasonic technique to cure characterization of epoxies, In *Nondestructive Methods for Material Property Determination*, C. O Ruud and R. E. Green, eds., Plenum, New York, pp. 315-336.

HERZFELD, K. F. & LITOVITZ, T. A., 1959, *Absorption and Dispersion of Ultrasonic Waves*, Academic Press, New York.

PAPADAKIS, E. M., 1975, Ultrasonics Diffraction from Single Apertures with Application to Pulse Measurements and Crystal Physics, In *Physical Acoustics: Principles and Methods*, vol. XI, W. P. Mason and R. N. Thurston, eds., Academic Press, New York, pp. 151-211.

RISTIC, V. M., 1983, *Principles of Acoustic Devices*, John Wiley & Sons, New York, USA.

ABSTRACT

This work deals with experimental determination of the behavior of a resin viscosity to be used in the manufacturing process of automotive structural pieces built with composite materials. Knowledge of the time dependence of viscosity is an important parameter for characterizing the resin flow in the mold. This viscosity is obtained through the time variation curve of the acoustic absorption coefficient during cure. Measurements of the liquid acoustic absorption coefficient were performed in a cell originally conceived for determining density of liquids. The measurement technique is based on the determination of the acoustic propagation velocity, acoustic reflection and impedance, as well as on the sample density. From several echo-signals reflected in the interior of the cell we calculate the absorption coefficient. Ultrasonic waves were produced by a piezoelectric transducer and received by a PVDF membrane. Experiments were conducted at room temperature.

HEAT TRANSFER TO HERSCHEL-BULKLEY MATERIALS IN ANNULAR FLOWS

Edson J. Soares, Mônica F. Naccache and Paulo R. Souza Mendes
Department of Mechanical Engineering
Pontifícia Universidade Católica – Rio de Janeiro, RJ 22453-900

SUMMARY

Heat transfer in the developed region of the flow of viscoplastic materials through annular spaces is analyzed, aiming at applications related to the drilling process of petroleum wells. Drilling muds are typically concentrated suspensions, and, therefore, exhibit non-Newtonian mechanical behavior. The flow analyzed is laminar and the material is assumed to behave as a Generalized Newtonian Liquid, with a Herschel-Bulkley viscosity function. The conservation equations are solved numerically via a finite volume method. The thermal boundary conditions investigated were uniform wall heat flux at the inner wall and an adiabatic outer wall. The effect of yield stress, power-law exponent and gap on the Nusselt number is discussed.

1 INTRODUCTION

Viscoplastic materials are present in an increasing number of industrial processes. The main characteristic of this type of material is the existence of an yield stress, below which it does not flow. One important process that uses viscoplastic materials is the drilling process of petroleum wells. The drilling mud should have certain rheological properties to ensure the success of a drilling operation. For example, they should have the correct density to provide the pressure needed for well integrity and for avoiding premature production of hydrocarbons. Also, to drag the rock chips generated by the drill with reasonably low pumping power, a shear-thinning rheological behavior is highly convenient. The performance of the well cementing operation is also strongly dependent on the knowledge and control of the cement rheological properties.

The rheological properties of these materials are typically strong functions of temperature. Because many flows in industrial processes are not isothermal, heat transfer information is thus required to allow reliable and successful process operations.

A large number of papers present studies to determine heat transfer coefficients for power-law fluids through tubes (Bird *et al.* (1987), Irvine and Karni (1987), Joshi and Bergles (1980a, 1980b), Scirocco *et al.* (1985)). In these works, some correlations are proposed for the Nusselt number. In the same geometry, there are also results for non-zero yield stress materials. Vradis *et al.* (1992), analyzed numerically the heat transfer problem for entrance-region flows of Bingham, constant-property materials through tubes. They considered the case of simultaneous velocity and temperature development.

An experimental and theoretical heat transfer study for Herschel-Bulkley materials was later reported by

Nouar *et al.* (1994). They also investigated the entrance region, but considered fully developed velocity profiles. An interesting discussion regarding the impact of temperature-dependent rheological properties on velocity profiles and Nusselt numbers can be found in this paper. In a more recent work, Nouar *et al.* (1995) analyzed numerically the heat transfer of Herschel-Bulkley materials through tubes. They considered temperature-dependent consistency index and the simultaneous velocity and temperature development, and neglected axial diffusion of heat. In this work, some correlations for local Nusselt number and pressure gradient were proposed.

Soares *et al.* (1998) investigated the developing flow of Herschel-Bulkley materials inside ducts, for constant and temperature-dependent properties, and considering axial diffusion. Among other results, they observed that the temperature-dependent properties do not affect qualitatively pressure drop or the Nusselt number. Also, it was shown that axial diffusion is important near the entrance of the duct.

In contrast to the relative abundance of literature regarding the flow of viscoplastic materials through tubes, rather few heat transfer results for annular ducts have been reported so far. One of these few articles is due to Naimi *et al.* (1990), who investigated experimentally the flow of a viscoplastic material (Carbopol) through annular ducts. In their work, the inner cylinder was able to rotate, and observed the appearance of secondary flows due to the rotation. The heat transfer coefficient was also obtained as a function of axial position and angular velocity of the inner cylinder.

The present work is a small contribution to supply the open literature with this kind of information. The fully developed flow and heat transfer for the axial flow of viscoplastic materials through the annular space between two coaxial tubes is analyzed. The thermal boundary

conditions investigated were uniform wall heat flux at the inner wall and an adiabatic outer wall. The governing conservation equations are solved numerically via a finite volume method. The material is assumed to behave as a Generalized Newtonian Liquid (GNL), with a Herschel-Bulkley viscosity function:

$$\boldsymbol{\tau} = \eta \dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (1)$$

where

$$\eta = \begin{cases} \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + K\dot{\gamma}^{n-1}, & \text{if } \tau > \tau_0; \\ \infty, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2)$$

In eq. (1), $\boldsymbol{\tau}$ is the extra-stress tensor, $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ the rate-of-deformation tensor, defined as $\text{grad } \mathbf{v} + (\text{grad } \mathbf{v})^T$, where \mathbf{v} is the velocity vector. In eq. (2), τ_0 is the yield stress, $\tau \equiv \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr } \boldsymbol{\tau}^2}$ a measure of the magnitude of $\boldsymbol{\tau}$, $\dot{\gamma} \equiv \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr } \dot{\boldsymbol{\gamma}}^2}$ a measure of the magnitude of $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$, K the consistency index, and n the power-law exponent. These three parameters (τ_0 , K and n) are normally determined via least squares fits to experimental shear data.

2 ANALYSIS

The flow under study is steady, axisymmetric and fully developed. The thermophysical and rheological properties of the flowing material are considered independent of temperature. The material is assumed to behave according to the GNL constitutive equation (eq. (1)), with a viscosity function given by the Herschel-Bulkley equation (eq. (2)). The thermal boundary conditions are uniform heat flux ($q_w = \text{constant}$) at the inner wall and adiabatic ($q_w = 0$) outer wall.

2.1 Conservation of momentum

For this flow, momentum conservation is assured by the following dimensionless equation:

$$\frac{1}{r'} \frac{d}{dr'} \left(\eta' r' \frac{du'}{dr'} \right) = \frac{dp'}{dx'} \quad (3)$$

In the above expression, $u' = u/\delta\dot{\gamma}_c$ is the dimensionless axial velocity, $r' = r/\delta$ and $x' = x/\delta$ are the radial and axial dimensionless coordinates. $\delta = R_o - R_i$ is the gap of the annular space. The dimensionless pressure p' is given by $p' = p/\tau_c$, where $\tau_c = \eta_c \dot{\gamma}_c$ is the shear stress at the characteristic shear rate $\dot{\gamma}_c$, which is given by:

$$\dot{\gamma}_c = \left(\frac{\tau_c - \tau_0}{K} \right)^{1/n} \quad (4)$$

The characteristic viscosity is $\eta_c = \eta(\dot{\gamma}_c)$. The stress τ_c is a characteristic wall shear stress, defined as the outer wall shear stress:

$$\tau_c \equiv -\frac{dp}{dx} \frac{R_o}{2} \quad (5)$$

2.2 Conservation of energy

The dimensionless conservation of energy equation is given by:

$$\frac{1}{r'} \frac{d}{dr'} \left(r' \frac{d\theta}{dr'} \right) = -\frac{u'}{\bar{u}'} \frac{2\delta}{(R_o + R_i)} \quad (6)$$

In this equation, θ is the dimensionless temperature, defined as:

$$\theta \equiv \frac{T_{wi} - T}{q_w R_i / k} \quad (7)$$

where q_w is the heat flux at the inner wall and k is the heat conductivity. For this situation, the Nusselt number at the inner wall is given by:

$$Nu = \frac{h_{wi} R_i}{k} = \frac{1}{\theta_b} \quad (8)$$

where θ_b is the dimensionless bulk temperature, given by:

$$\theta_b = \frac{\int \theta u' dA}{\int u' dA} \quad (9)$$

2.3 Modified bi-viscosity model

The viscosity function as given by eq. (2) for Herschel-Bulkley materials is not appropriate for numerical solutions. The difficulty is usually circumvented by replacing this viscosity function with equivalent ones which are easier to handle numerically. One of these alternative models is the so-called *bi-viscosity model* (Beverly and Tanner, 1992), for Bingham materials. This idea can be easily extended to Herschel-Bulkley materials, yielding the following expression for the viscosity function:

$$\eta' = \begin{cases} \frac{\tau'_0}{\dot{\gamma}'} + (1 - \tau'_0) \dot{\gamma}'^{n-1} & \text{if } \dot{\gamma}' > \dot{\gamma}'_{\text{small}} \\ \eta'_{\text{large}} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

Beverly and Tanner (1992) recommend

$$\eta'_{\text{large}} = 1000 \quad (11)$$

Therefore,

$$\dot{\gamma}'_{\text{small}} = \frac{\tau'_0}{1000 - (1 - \tau'_0) \dot{\gamma}'_{\text{small}}^{n-1}} \approx \frac{\tau'_0}{1000} \quad (12)$$

In the above equations, $\dot{\gamma}' \equiv \dot{\gamma}/\dot{\gamma}_c$, $\eta' \equiv \eta/\eta_c$ and $\tau'_0 \equiv \tau_0/\tau_c$ are the dimensionless shear rate, viscosity and yield stress, respectively.

2.4 Numerical solution

The governing equations presented above were discretized via the finite volume method described by Patankar (1980), using a central-difference scheme. The resulting algebraic system is solved by the TDMA algorithm (Patankar, 1980).

In order to validate the numerical solution, some tests are performed. The value of the product $fRe^* = -(8(dp/dx)\delta^2)/(\eta_c \bar{u})$ for a Newtonian fluid and $\delta/R_o =$

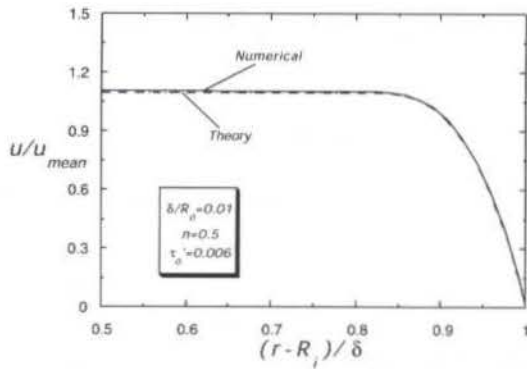


Figure 1: Comparison with the exact solution for parallel plates

0.5 was compared with the ones found in the literature ($fRe^* = 95.2$). For a mesh with 20 nodal points (18 control volumes), the error obtained was below 0.5%. For a Herschel-Bulkley material, three kinds of tests were performed. Firstly the hydrodynamic numerical solution was compared with the exact solution for parallel plates. In this case, the exact solution for the dimensionless velocity profile is given by:

$$u' = \frac{(0.5 - \tau'_0)^{1/n+1} - (y' - \tau'_0)^{1/n+1}}{(1 - \tau'_0)^{1/n}(1/n + 1)} \quad \text{if } \tau' > \tau'_0 \quad (13)$$

$$u' = \frac{(0.5 - \tau'_0)^{1/n+1}}{(1 - \tau'_0)^{1/n}(1/n + 1)} \quad \text{if } \tau' < \tau'_0 \quad (14)$$

where $y' = y/H$ is the dimensionless coordinate and H is the plate spacing. For this situation, the characteristic shear stress at walls is $\tau_c = -(dp/dx)H/2$. The dimensionless mean velocity is given by:

$$\bar{u}' = \frac{(0.5 - \tau'_0)^{1/n+1}}{(1 - \tau'_0)^{1/n}(1/n + 1)} \left[1 - \frac{(0.5 - \tau'_0)}{(1/n + 2)} \right] \quad (15)$$

The comparison of the velocity profile obtained numerically with 60 nodal points with the exact solution is shown in Fig. 1 for $\delta/R_o = 0.01$. It can be observed that the agreement is excellent.

To obtain a grid-independent solution, a grid test was performed for a Herschel-Bulkley material ($n = 0.5, \tau'_0 = 0.31$) and different meshes. The results obtained were: for 20 nodal points, $fRe^* = 178.38$ and $Nu = 3.1795$; for 60 nodal points, $fRe^* = 183.13$ and $Nu = 3.1702$; and for 500 nodal points, $fRe^* = 183.64$ and $Nu = 3.1692$. The difference between the 60-mesh and the 500-mesh was 0.3% in the fRe^* value and 0.03% in the Nu value. Therefore, the 60 mesh was selected.

Finally, a comparison of the velocity profile for $Re = 0.05$ obtained numerically with the experimental results of Naimi *et al.* (1990) is shown in Fig. 2. It can be observed that the numerical results agree very well with the data. The discrepancy obtained may be due to the difficulty in determining exactly the rheological properties of the materials used in the experiments.

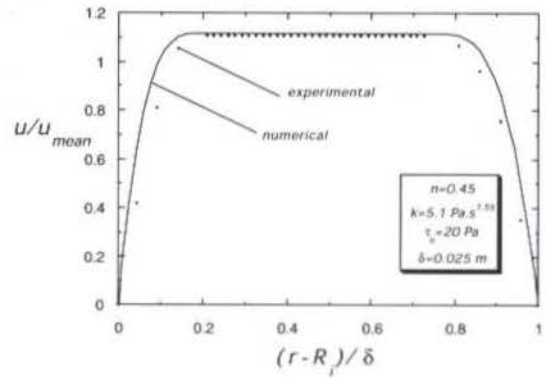


Figure 2: Comparison with experimental results (Naimi *et al.*, 1990)

3 RESULTS

Results for some representative combinations of the governing parameters are now presented and discussed.

Theoretical considerations show that there is a maximum value $\tau'_{0crit} = 1 - R_i/R_o$ (Fredrickson and Bird, 1958) for the dimensionless yield stress τ'_0 beyond which no continuous solution is possible for the axial velocity field. This threshold value corresponds to the minimum pressure gradient needed to ensure that both wall shear stresses are larger than τ_0 . The present paper is restricted to situations for which τ'_0 is lower than this limiting value. Research for situations outside this range of τ'_{0crit} is underway.

Firstly, velocity profiles for different kinds of materials are shown in Fig. 3. It can be observed that the viscoplastic materials (Bingham and Herschel-Bulkley) have a plug flow region inside the annular space, due to a non-zero yield stress. Consequently, the velocities in the neighborhood of the walls are slightly higher, as compared to the Newtonian and Power-Law cases, respectively.

Figs. 4-7 show the dimensionless velocity and temperature profiles. In Figs. 4 and 5 the profiles are plotted for $\tau'_0 = 0.24$ and $n = 0.2, 0.5$ and 1.0 . It can be noted that there is a plug flow positioned slightly closer to the inner wall, and thus larger velocity gradients are found in the region between the inner wall and the plug flow region. It is also observed that the plug flow region width decreases with increasing power-law exponent, n . This behavior reflects the fact that, for a given value of stress, the shear rate decreases with increasing n . The temperature profile, however, is essentially unaffected by the power-law exponent.

In Figs. 6 and 7 the profiles are plotted for $n = 0.5$ and $\tau'_0 = 0.2, 0.24$ and 0.35 . It can be noted that the plug flow region increases with the dimensionless yield stress τ'_0 , as expected. Again, there is no variation in the temperature dimensionless profile.

Fig. 8 show the Nusselt number at the inner cylinder wall as a function of the exponent n . It can be noted

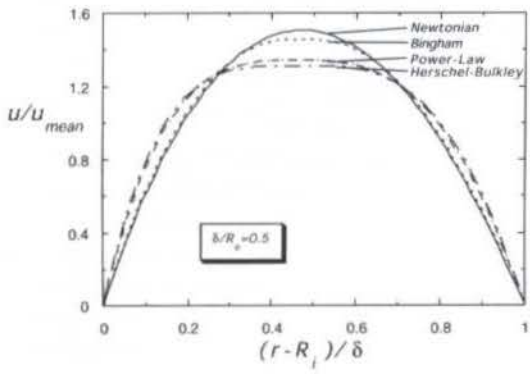


Figure 3: Velocity profile for Newtonian ($n = 1, \tau'_0 = 0$), Power-law ($n = 0.5, \tau'_0 = 0$), Bingham ($n = 1, \tau'_0 = 0.2$) and Herschel-Bulkley ($n = 0.5, \tau'_0 = 0.2$) materials.

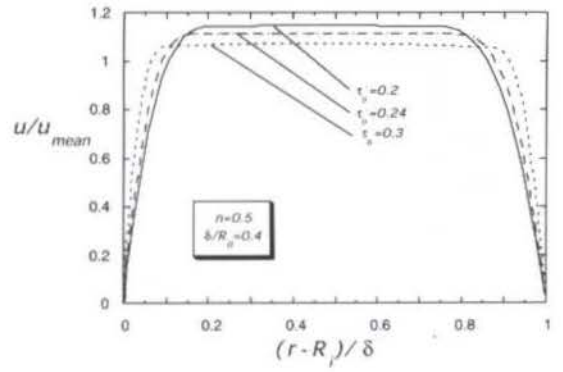


Figure 6: Velocity profile variation with τ'_0 .

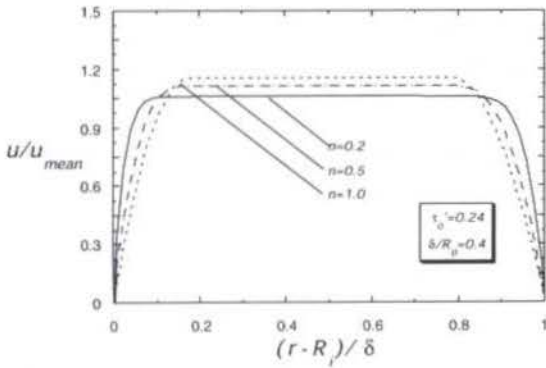


Figure 4: Velocity profile variation with n .

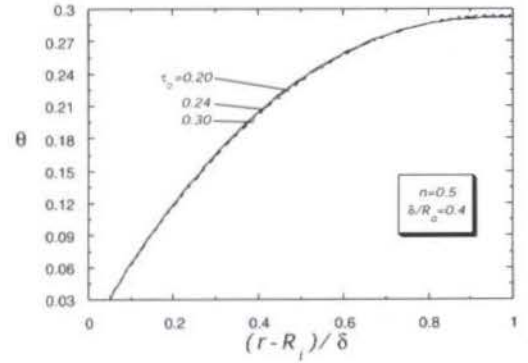


Figure 7: Dimensionless temperature profile variation with τ'_0 .

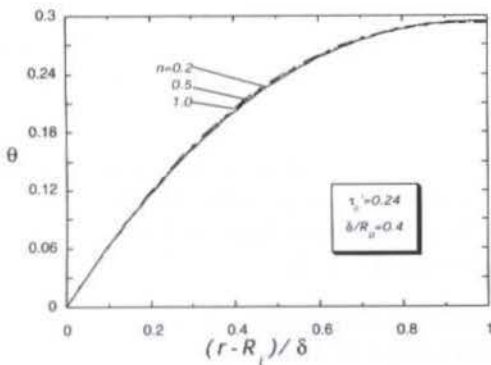


Figure 5: Temperature profile variation with n .

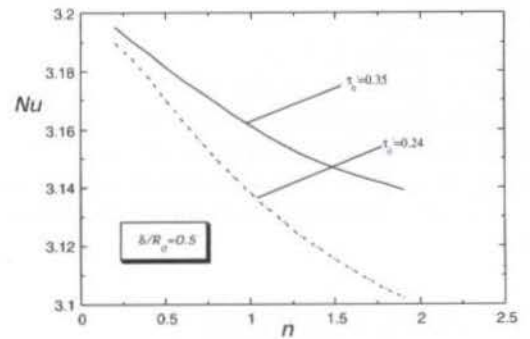


Figure 8: Nusselt number variation with n .

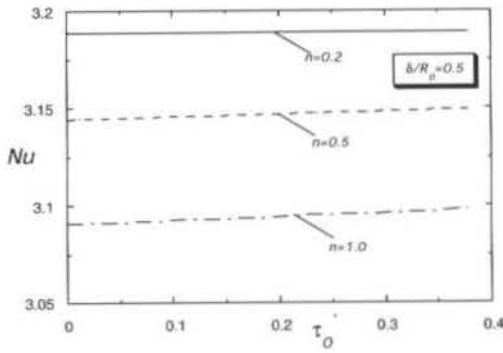


Figure 9: Nusselt number variation with τ_0' .

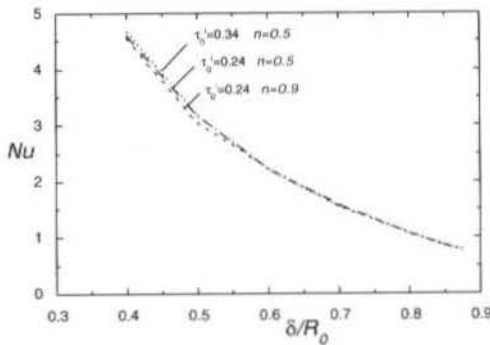


Figure 10: Nusselt number variation with δ/R_0 .

that Nu decreases with increasing n , due to the smaller plug flow region for larger n 's, and consequently, smaller velocity gradients near the wall. The effect of yield stress in Nusselt number can be observed with the aid of Fig. 9. It can be noted that Nu increases very mildly with τ_0' in this range, essentially because the maximum value of τ_0' is not be very large.

Finally, Fig.10 shows the Nusselt number variation with the ratio δ/R_0 . For very small ratios, the results obtained are similar to that obtained for parallel plates, as expected. Increasing the annular space, Nu decreases very rapidly, due to the relatively smaller plug flow regions and hence smaller velocity gradients at walls. In the limiting case of $\delta/R_0 \rightarrow 1$, it is observed that $Nu \rightarrow 0$, because the heat transfer area at the inner cylinder tends to zero.

4 CONCLUSIONS

This paper presented a preliminary study of the heat transfer problem in the fully developed region of Herschel-Bulkley materials flowing axially through annular spaces. The case of uniform inner wall heat flux and insulated outer wall was examined.

The governing equations were solved numerically via a finite-volume technique. Results are presented in the form of velocity and temperature profiles, and Nusselt number variation with some governing rheological and geometric parameters.

It was observed that the cases for which the velocity gradient at the wall is high yield higher Nusselt numbers. However, the Nusselt number variations are rather small for the range of rheological parameters analyzed.

Much larger sensitivity of Nu on the rheological parameters are expected in the range of τ_0' for which one of the wall shear stresses is larger than τ_0 while the other is lower. These heat transfer results are to appear shortly in a future publication.

5 ACKNOWLEDGEMENTS

Financial support for the present research was partially provided by CNPq, Faperj, MCT and Petrobras.

6 REFERENCES

- Beverly C R, R I Tanner 1992, Numerical analysis of three-dimensional Bingham plastic flow, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics* **42**, 85–115.
- Bird R B, R C Armstrong, O Hassager 1987, Dynamics of Polymeric Liquids, Vol. 1, Wiley.
- Fredrickson A G, R B Bird 1958, Non-Newtonian Flow in Annuli, *Ind. Engineering Chemistry* **50**, 347–352.
- Irvine, Jr. T F, J Karni 1987, Non-Newtonian fluid flow and heat transfer, in *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, edited by Kakaç S, R K Shah, W Aung, Wiley, 20.1–20.57.
- Joshi S D, A E Bergles 1980a, Experimental Study of laminar heat transfer to in-tube flow of non-Newtonian fluids, *J. Heat Transfer* **102**, 397–401.
- Joshi S D, A E Bergles 1980b, Analytical Study of laminar heat transfer to in-tube flow of non-Newtonian fluids, *AIChE Symposium Series* no. 199, **76**, 270–281.
- Nouar C, R Devienne, M Lebouche 1994, Convection thermique pour un fluide de Herschel-Bulkley dans la région d'entrée d'une conduite, *Int. J. Heat Mass Transfer* **37**, 1–12.
- Naimi M, R Devienne et M Lebouche 1990, Etude dynamique et thermique de l'écoulement Couette-Taylor-Poiseuille; cas d'un fluide présentant en seuil d'écoulement, *Int. J. Heat Mass Transfer* **33**, 381–391.
- Patankar S V 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere Publishing Corporation.

- Scirocco V, R Devienne, M Lebouche 1985, Écoulement laminaire et transfert de chaleur pour un fluide pseudo-plastique dans la zone d'entrée d'un tube, *Int. J. Heat Mass Transfer* **28**, 91-99.
- Settari A, K Aziz 1973, A Generalization of the Additive Correction Methods for the Iterative Solution of Matrix Equations, *SIAM J. Numerical Analyses* **10**, 506-521.
- Souza Mendes P R, M F Naccache 1995, Heat transfer to Herschel-Bulkley fluids in laminar fully developed flow through tubes, *COBEM-CIDIM/95*, Belo Horizonte (in CD-ROM).
- Soares M, M F Naccache and P R Souza Mendes, Heat transfer to viscoplastic liquids flowing laminarily in the entrance region of tubes, submitted to *Int. J. Heat and Fluid Flow*.
- Vradis G C, J Dougher, S Kumar 1992, Entrance pipe flow and heat transfer for a Bingham plastic, *Int. J. Heat Mass Transfer* **35**, 543-552.

COUPLED-CONJUGATE HEAT TRANSFER TO NON-NEWTONIAN FLUIDS IN DUCTS BY FINITE ELEMENTS

J. Karam Filho¹, J. N. C. Guerreiro¹,
A. F. D. Loula¹ and N. C. L. Brum²

¹DMC/LNCC/CNPq, CP 25651-070, Petrópolis, RJ, Brazil

²PEM/COPPE/UFRJ, CP 21945-970, Rio de Janeiro, RJ, Brazil

SUMMARY

In this work, non standard finite element methods are used to analyse coupled-conjugate thermodynamic problems of non-Newtonian fluids flowing in thick-walled ducts. To solve the resulting formulation, a Uzawa-like algorithm is applied to solve the nonlinear dynamic problem in conjunction with an external iterative procedure that deals with the coupling. A post-processing technique is applied to obtain the compatibility of the heat flux at the solid-fluid interface.

INTRODUCTION

The first works dealing with heat transfer in laminar flow inside ducts have been proposed by Graetz (1885) and Nusselt (1910), independently. They neglected the wall analysing the transfer of heat only in the Newtonian fluid, and admitted different temperatures at the inlet section of the flow and along the wall, neglecting its thickness and material. Semi-analytical solutions have been proposed and, until about the final of the seventies, extensions of these solutions have been derived to modified problems, but none of them included wall effects. These problems are known as 'conventional convection problems'. Nevertheless, after that period, researches have shown that the wall might have considerable effect on the heat transferred to or from the fluid, stimulating to analyse the problem for solid and fluid simultaneously. These problems are now being referred to as 'conjugate problems'. Then, several works have been done including radial conduction in the wall, but still not taking care of axial effects. However, some of those works predicted that axial conduction in the wall might be investigated (Shah et al., 1978 and Guedes et al., 1990). Numerical methods were proposed to deal with these problems and the majority of them fails to solve adequately at the very near inlet section of the flow; but they confirmed the predictions of the importance in considering axial conduction in thick-walled ducts, by evaluating accurately well this effect far from the critical inlet section (Campo et al., 1991, Barozzi et al., 1985 and Pagliarini, 1988) and considering heat flux prescribed at the outer surface wall of the duct and using iterative methods. Besides the coupling between thermal and kinematics effects, two basic difficulties arise when one faces conjugate problems:

the difficulty in obtaining precise solutions to the de-generated parabolic transport equation of the fluid and the satisfaction of compatibility conditions for temperature and fluxes at the solid-liquid interface. In case of considering prescribed temperature at the outside wall, semi-analytical solutions were proposed by Mori et al. (1974) with accurate results obtained far from the flow entrance region.

When non-Newtonian fluids are considered in the context of conjugate heat transfer problems, two additional difficulties arise: the satisfaction of the incompressibility internal constraint and the pure nonlinear character of some constitutive relations as the power-law to which Newton based methods fail to solve adequately for very large or very small power indices. For these kind of problems efficient mixed finite element methods, allowing same interpolation orders for all variables, and algorithms have been developed in the context of creep analysis by Glowinski and Marroco (1975), Loula and Guerreiro (1990) and Guerreiro et al. (1991), and they may be adapted to the situation of power law fluids.

Differently from the classical approach to coupled nonlinear problems which consists in linearizing the problem and uncoupling the resulting system as a starting point, in the present work we present a mixed finite element method constructed by a Petrov-Galerkin type formulation over the Hellinger-Reissner principle for the nonlinear coupled-conjugate heat transfer to fluid flow in ducts problem. Prescribed velocity and temperature at the inlet section of the duct and given temperature at the outside surface wall are considered. To solve the formulation, a Uzawa-like algorithm was developed, and it deals with the nonlinearity as well as with the coupling. A post-processing technique is used to en-

sure the continuity of the heat flux at the solid-fluid interface and no iteration is necessary to the continuity of the temperature, once this is an intrinsic characteristic of the finite element method. Numerical results are presented comparing, comparing coupled and uncoupled considerations, conjugate and non conjugate, and coupled-conjugate effects.

COUPLED-CONJUGATE DIFFERENTIAL FORMULATION

Let $\Omega = (\Omega_s \cup \Omega_f) \subset \mathcal{R}^2$ be a bounded domain with $\Gamma_i = \Omega_s \cap \Omega_f$, and boundaries Γ_s and Γ_f such that

$$\Gamma_s = \Gamma_{s\theta} \cup \Gamma_{sq} \quad , \quad \Gamma_{s\theta} \cap \Gamma_{sq} = \emptyset \quad (1)$$

$$\Gamma_f = \Gamma_{fu} \cup \Gamma_{f\theta} \cup \Gamma_{fq} \quad , \quad \Gamma_{f\theta} \cap \Gamma_{fq} = \emptyset, \quad (2)$$

where s, f, i, θ and q refer to solid, fluid, solid-fluid interface, temperature and heat flux, respectively.

Let σ be the stress tensor, \mathbf{u} the velocity vector, θ the temperature, f the heat generation in the solid, \mathbf{f} body force vector, k the thermal conductivity coefficient, m_e the density and c_p the heat capacity.

A general formulation that models thermally coupled and conjugate problems of a non Newtonian fluid flowing in ducts may be characterized by the following set of equations.

- solid phase:

$$-\text{div}(k_s \nabla \theta_s) = f \quad \text{in } \Omega_s; \quad (3)$$

- liquid phase:

$$-\text{div} \sigma + (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad \text{in } \Omega_f; \quad (4)$$

$$\nabla^s \mathbf{u} = A(\mathbf{S}, \theta_f) \quad \text{in } \Omega_f; \quad (5)$$

with $A(\mathbf{S}, \theta_f)$ a nonlinear function of

$$\mathbf{S} = \sigma - \frac{1}{2} \text{tr} \sigma \mathbf{I}; \quad (6)$$

$$\text{div} \mathbf{u} = 0 \quad \text{in } \Omega_f; \quad (7)$$

$$-\text{div}(k_f \nabla \theta_f) + m_e c_p \mathbf{u} \cdot \nabla \theta_f = \Phi \quad \text{in } \Omega_f; \quad (8)$$

with the viscous dissipation given by

$$\Phi = \sigma : \epsilon(\mathbf{u}) \quad (9)$$

and

$$\epsilon(\mathbf{u}) = B(\mathbf{u}) = \nabla^s \mathbf{u} = \frac{(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)}{2}; \quad (10)$$

- boundary conditions: being \mathbf{n} the outward unit normal vector,

$$\theta_s = \bar{\theta}_s \quad \text{on } \Gamma_{s\theta}, \quad (11)$$

$$k_s \nabla \theta_s \cdot \mathbf{n}_s = \bar{q}_s \quad \text{on } \Gamma_{sq}, \quad (12)$$

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad \text{on } \Gamma_{fu}, \quad (13)$$

$$\theta_f = \bar{\theta}_f \quad \text{on } \Gamma_{f\theta}, \quad (14)$$

$$k_f \nabla \theta_f \cdot \mathbf{n}_f = \bar{q}_f \quad \text{on } \Gamma_{fq}; \quad (15)$$

- interface compatibility condition:

$$\theta_s = \theta_f \quad \text{at } \Gamma_i, \quad (16)$$

$$k_s \nabla \theta_s \cdot \mathbf{n} = k_f \nabla \theta_f \cdot \mathbf{n}, \quad \text{at } \Gamma_i. \quad (17)$$

The constitutive equation we are interested in is a combination of Arrhenius and Ostwald-de-Waele laws, that is

$$A(\mathbf{S}, \theta) = K e^{\frac{\beta}{\theta}} |\mathbf{S}|^{\zeta-2} \mathbf{S}, \quad (18)$$

where ζ is the power-law index, K is the consistence parameter and β is a function of the activation energy.

SOME PRELIMINARY DEFINITIONS

Before introducing the formulations we need the following definitions. Let $C^m(\Omega)$ be the set of all real valued functions defined in Ω with continuous derivatives until order m , $C_0^m(\Omega)$ the subset of functions in $C^m(\Omega)$ with compact support in Ω and $D(\Omega) = C_0^\infty$ the space of trial functions to which the dual, $D^*(\Omega)$ is the space of linear functionals defined in $D(\Omega)$. Define the inner product

$$(\psi, \phi) = \int_{\Omega} \psi \phi \, d\Omega \quad \forall \psi, \phi \in D(\Omega). \quad (19)$$

$$\mathcal{V} = \{\theta \in W_0^{\zeta, s}(\Omega)\}, \quad (20)$$

$$U = \{\tau = [\tau_{ij}]; \tau_{ij} = \tau_{ji} \in L_0^{\zeta}(\Omega), i, j = 1, 2\}, \quad (21)$$

$$U_T = \{\mathbf{T} \in U; \text{tr} \mathbf{T} = 0\}, \quad (22)$$

$$V = \{\mathbf{v} = \{v_i\}; v_i \in W_0^{1, s}(\Omega), i = 1, 2\}, \quad (23)$$

with $\frac{1}{\zeta} + \frac{1}{s} = 1$ and $W^{\zeta, s}$ and L^s are Sobolev and Hilbert spaces with their usual norms. Define the product spaces and their respective norms:

$$\bar{U} = U_T \times U, \quad \bar{V} = U_T \times V, \quad (24)$$

$$\|(\mathbf{T}, \tau)\|_{\bar{U}} = \|\mathbf{T}\|_U + \|\tau\|_U, \quad \forall (\mathbf{T}, \tau) \in \bar{U}, \quad (25)$$

$$\|(\lambda, \mathbf{v})\|_{\bar{V}} = \|\lambda\|_U + \|\mathbf{v}\|_V, \quad \forall (\lambda, \mathbf{v}) \in \bar{V}. \quad (26)$$

Consider the usual finite element discretization where $\Omega = \cup_{e=1}^{Ne} \Omega^e$, and Ne is the number of elements and h is the mesh parameter given by $h = \max\{h_e\}$. Let $P_h^k(\Omega)$ be the space of continuous finite element polynomials of order k and class C^0 and $Q_h^l(\Omega_f)$ be the space of discontinuous finite element polynomials of order l and class C^{-1} . Then, define the following finite dimensional spaces:

$$\mathcal{V}_h = \{\theta_h \in P_h^k(\Omega) \cap W_0^{1, 2}(\Omega)\}, \quad (27)$$

$$\mathcal{H}_h(\text{div}) = \{\mathbf{q}_h \in (P_h^k(\Omega) \cap H(\text{div})(\Omega))^2\}, \quad (28)$$

$$U_h = \{\sigma_h \in (Q_h^l(\Omega_f) \cap L^{\zeta}(\Omega_f))^3\}, \quad (29)$$

$$U_{Th} = \{\mathbf{S}_h \in (Q_h^l(\Omega_f) \cap L^{\zeta}(\Omega_f))^3, \text{tr} \mathbf{S}_h = 0\}, \quad (30)$$

$$V_h = \{\mathbf{u}_h \in (P_h^k(\Omega_f) \cap W_0^{1, 2}(\Omega_f))^2\}. \quad (31)$$

where $H(\text{div}) = \{g : g \in L^2(\Omega), \text{div} g \in L^2(\Omega)\}$ equipped with the norm $\|g\|_{H(\text{div})} = \|g\| + \|\text{div} g\|$, with $\|\cdot\|$ being the usual L^2 -norm.

A MIXED STABILIZED FINITE ELEMENT FORMULATION

By segregating the deviatoric part of the stress tensor and introducing a multiplier, the nonlinearity can be isolated as in the following continuous variational formulation:

Problem P1 : Find $\{\mathbf{S}, \sigma, \mathbf{u}, \lambda, \theta\} \in U_T \times U \times V \times U_T \times \vartheta$, such that

$$(A(\mathbf{S}, \theta), \mathbf{T}) + (\lambda, \mathbf{T}) = 0, \quad \forall \mathbf{T} \in U_T \quad (32)$$

$$(\mathbf{S} - \sigma_D, \mu) = 0, \quad \forall \mu \in U_T \quad (33)$$

$$(\sigma, \nabla^s \mathbf{v}) + (\mathbf{f}, \mathbf{v}) = 0, \quad \forall \mathbf{v} \in V \quad (34)$$

$$(\nabla^s \mathbf{u}, \tau) + (\lambda, \tau_D) = 0, \quad \forall \tau \in U \quad (35)$$

$$k(\nabla \theta, \nabla \eta) + mc_p(\mathbf{u} \nabla \theta, \eta) = (\Phi(\sigma, \mathbf{u}, \theta), \eta), \quad \forall \eta \in \vartheta. \quad (36)$$

Note by Eq. (33) that \mathbf{S} and σ_D represent stress deviators treated independently, and λ plays the role of a Lagrange multiplier. Differently from the uncoupled case, Problem P1 is not a saddle point but a dissipative problem. Even being isolated, the nonlinearity which appears in Eq. (32) still remains "purely nonlinear", and can preclude applications of classical algorithms to solve it. More than this, if Galerkin approximations are introduced, the compromise between the approximation spaces prevents interpolations of the same order for σ and \mathbf{u} , which could cause instabilities. To overcome these difficulties and in view of constructing efficient algorithms to treat the strongly nonlinear equation, we introduce the following stabilized finite element method which allows same order interpolations, coupling the thermal problem governed by the diffusion-convection equation.

Problem P2 : Given \mathbf{f} , find $\{\mathbf{S}_h, \sigma_h, \theta_h\}; \{\lambda_h, \mathbf{u}_h\} \in \{\bar{U}_h \times \vartheta_h\} \times \bar{V}_h$, such that

$$(A(\mathbf{S}_h, \theta_h), \mathbf{T}_h) + (\lambda_h, \mathbf{T}_h) +$$

$$+(\mathbf{S}_h - \sigma_{Dh}, \mu_h) +$$

$$+(\sigma_h, \nabla^s \mathbf{v}_h) + (\mathbf{f}, \mathbf{v}_h) +$$

$$+(\nabla^s \mathbf{u}_h, \tau_h) + (\lambda_h, \tau_{Dh}) +$$

$$+[\delta_1(\mathbf{S}_h - \sigma_{Dh}, \tau_h - \mathbf{T}_h)] + \left[\frac{\delta_2 h^2}{\bar{v}} (\text{div} \sigma_h + \mathbf{f}, \text{div} \tau_h)_h \right] =$$

$$= 0, \quad \forall \{\mathbf{T}_h, \tau_h\}; \{\lambda_h, \mathbf{v}_h\} \in \bar{U}_h \times \bar{V}_h, \quad (37)$$

$$k(\nabla \theta_h, \nabla \eta_h) + mc_p(\mathbf{u}_h \cdot \nabla \theta_h, \eta_h) = (\Phi(\sigma_h \mathbf{u}_h, \theta_h), \eta_h),$$

$$\forall \eta_h \in \vartheta_h. \quad (38)$$

with δ_1 and δ_2 are constants to be fixed.

Note that the δ_1 parameter was added to introduce a linear \mathbf{S}_h part to the nonlinear equation in a natural way, enabling the inversion of the constitutive equation. The term in δ_2 was included to allow same order of interpolation for σ_h and \mathbf{u}_h , stabilizing the effects of the incompressibility constraint. For the energy equation, Eq. (38), with general material conditions, it may be used an artificial diffusion method like the SUPG-method of Brooks and Hughes (1982), as done next.

Rearranging and adding the SUPG terms, Problema P2 may be written in a general form as:

Problem P3: Given \mathbf{f} , find $\{\mathbf{S}_h, \sigma_h, \theta_h, \lambda_h, \mathbf{u}_h\} \in U_{Th} \times U_h \times \vartheta_h \times U_{Th} \times V_h$, such that

$$A_h(\{\mathbf{S}_h, \sigma_h, \theta_h\}; \{\mathbf{T}_h, \tau_h\}) + B_h(\{\mathbf{T}_h, \tau_h\}; \{\lambda_h, \mathbf{u}_h\}) = F_h(\{\mathbf{T}_h, \tau_h\}), \quad \forall \{\mathbf{T}_h, \tau_h\} \in U_{Th} \times U_h, \quad (39)$$

$$B_h(\{\mathbf{S}_h, \sigma_h\}; \{\mu_h, \mathbf{v}_h\}) = G_h(\{\mu_h, \mathbf{v}_h\}), \quad \forall \{\mu_h, \mathbf{v}_h\} \in U_{Th} \times V_h, \quad (40)$$

$$D(\theta_h, \eta_h) + C(\{\mathbf{u}_h, \theta_h\}, \eta_h) = E_h(\eta_h), \quad \forall \eta_h \in \vartheta_h, \quad (41)$$

where

$$A_h(\{\mathbf{S}_h, \sigma_h, \theta_h\}; \{\mathbf{T}_h, \tau_h\}) = A(\{\mathbf{S}_h, \sigma_h, \theta_h\}; \{\mathbf{T}_h, \tau_h\}) + \frac{\delta_2 h^2}{\bar{v}} (\text{div} \sigma_h, \text{div} \tau_h)_h, \quad (42)$$

$$A(\{\mathbf{S}_h, \sigma_h, \theta_h\}; \{\mathbf{T}_h, \tau_h\}) = (A(\{\mathbf{S}_h, \theta_h\}), \mathbf{T}_h) + \delta_1(\sigma_h - \mathbf{S}_h, \tau_h - \mathbf{T}_h), \quad (43)$$

$$B_h(\{\mathbf{S}_h, \sigma_h\}; \{\mu_h, \mathbf{v}_h\}) = (\tau_{Dh} - \mathbf{T}_h, \mu_h) - (\nabla^s \mathbf{v}_h, \tau_h), \quad (44)$$

$$F_h(\{\mathbf{T}_h, \tau_h\}) = -\frac{\delta_2 h^2}{\bar{v}} (\mathbf{f}, \text{div} \tau_h)_h, \quad (45)$$

$$G_h(\{\mu_h, \mathbf{v}_h\}) = -(\mathbf{f}, \mathbf{v}_h), \quad (46)$$

$$D(\theta_h, \eta_h) = \kappa(\nabla \theta_h, \nabla \eta_h), \quad (47)$$

$$C(\{\mathbf{u}_h, \theta_h\}, \eta_h) = mc_p(\mathbf{u}_h \cdot \nabla \theta_h, \eta_h) + (\xi_s \mathbf{u}_h \cdot \text{div}(-\kappa \nabla \theta_h), \nabla \eta_h)_h + mc_p(\xi_s \mathbf{u}_h \mathbf{u}_h^T \nabla \theta_h, \eta_h)_h, \quad (48)$$

$$(\Phi_h, \eta_h) = (\sigma_h \cdot \nabla^s \mathbf{u}_h, \eta_h), \quad (49)$$

$$E_h(\eta_h) = (\Phi_h, \eta_h) + (\xi_s \Phi_h \mathbf{u}_h, \nabla \eta_h)_h, \quad (50)$$

where δ_1, δ_2 are arbitrary positive constants to be fixed, ξ_s is the SUPG parameter defined by

$$\xi_s = \frac{h_e \xi_e}{2mc_p |\mathbf{u}_h|}, \quad \xi_e = \max\{0, 1 - \frac{\kappa}{mc_p |\mathbf{u}_h| h_e}\}, e = 1, \dots, Ne. \quad (51)$$

Note that \mathbf{S}_h and σ_{Dh} represent the deviatoric part of the stress, but they are independently treated. Once the temperature and the velocity are continuous from element to element, we may use the temperature and the velocity calculated above to determine the heat flux

by the following post-processing technique which ensures the continuity of the heat flux along the solid-fluid interface.

Problem PQ: Given $\{\mathbf{u}, \theta_h\}$, find $\mathbf{q}_h \in \mathcal{H}_h(\text{div})$ such that

$$Q_h(\mathbf{q}_h, \hat{q}_h) = Q(\hat{q}_h), \quad \forall \hat{q}_h \in \mathcal{H}_h(\text{div}), \quad (52)$$

with

$$Q_h(\mathbf{q}_h, \hat{q}_h) = (\mathbf{q}_h, \hat{q}_h) + \delta_q(\text{div} \mathbf{q}_h, \text{div} \hat{q}_h)_h, \quad (53)$$

$$Q(\hat{q}_h) = \delta_q(m_e c_p \mathbf{u} \cdot \nabla \theta_h + \Phi, \text{div} \hat{q}_h)_h - (\mathbf{K} \nabla \theta_h, \hat{q}_h). \quad (54)$$

Stability of Problem PQ for $\delta_q > 0$ may be seen in Karam Filho and Brum (1998).

To solve the coupled Problem P3, we propose the following algorithm.

Algorithm A1: Given θ_h^0 , find $\{\mathbf{S}_h^n, \sigma_h^n, \theta_h^n\}; \{\lambda_h^n, \mathbf{u}_h^n\} \in \{U_{Th} \times U_h \times \vartheta_h\} \times \{U_{Th} \times V_h\}$ and $\mathbf{q}_h^n \in \mathcal{H}_h(\text{div}), n \geq 1$ such that

$$A_h(\{\mathbf{S}_h^n, \sigma_h^n, \theta_h^{n-1}\}; \{\mathbf{T}_h, \tau_h\}) + B_h(\{\mathbf{T}_h, \tau_h\}; \{\lambda_h^n, \mathbf{u}_h^n\}) = F_h(\{\mathbf{T}_h, \tau_h\}), \quad \forall \{\mathbf{T}_h, \tau_h\} \in U_{Th} \times U_h \quad (55)$$

$$B_h(\{\mathbf{S}_h^n, \sigma_h^n\}; \{\mu_h, \mathbf{v}_h\}) = G_h(\{\mu_h, \mathbf{v}_h\}), \quad \forall \{\mu_h, \mathbf{v}_h\} \in U_{Th} \times V_h \quad (56)$$

$$D(\theta_h^n, \eta_h) + C(\{\mathbf{u}_h^n, \theta_h^n\}, \eta_h) = (\Phi_h^n, \eta_h), \quad \forall \eta_h \in \vartheta_h \quad (57)$$

$$Q_h(\mathbf{q}_h^n, \hat{q}_h) = Q_h(\{\mathbf{u}_h^n, \theta_h^n\}; \hat{q}_h), \quad \forall \hat{q}_h \in \mathcal{H}_h(\text{div}), \quad (58)$$

Algorithm A1 leads to sequences bounded by the data of the problem, ensuring its convergence. Note that Algorithm A1 approaches Problem P3 for its coupled-conjugate character. It remains that system Eq. (55)-Eq. (56) is nonlinear, requiring an appropriate algorithm to solve it. To solve the nonlinearity we use a scheme proposed in [3] which when adapted to the above algorithm leads to the following procedure to the coupled-conjugate nonlinear problem.

Algorithm A2 :

[•] Given $\theta_h^{n,l}, \lambda_h^{n,l}$ and $\mathbf{S}_h^{n,l-1}$, find $\{\sigma_h^{n,l}, \mathbf{u}_h^{n,l}\} \in U_h \times V_h, n \geq 0, l \geq 1$, by solving

$$\delta_1(\sigma_{Dh}^{n,l}, \tau_{Dh}) + \frac{\delta_2 h^2}{\bar{\nu}}(\text{div} \sigma_h^{n,l}, \text{div} \tau_h)_h - (\nabla \mathbf{u}_h^{n,l}, \tau_h) = \delta_1(\mathbf{S}_h^{n,l-1}, \tau_{Dh}) - (\lambda_h^{n,l}, \tau_{Dh}) - \frac{\delta_2 h^2}{\bar{\nu}}(\mathbf{f}, \text{div} \tau_h)_h, \quad (59)$$

$$(\sigma_h^{n,l}, \nabla \mathbf{v}_h) = (\mathbf{f}, \mathbf{v}_h), \quad \forall \tau_h \mathbf{v}_h \in U_h \times V_h. \quad (60)$$

• Now, with $\sigma_{Dh}^{n,l}$ and $\mathbf{u}_h^{n,l}$, find $\mathbf{S}_h^{n,l} \in U_{Th}$ by

$$(A(\theta_h^{n,l}, \mathbf{S}_h^{n,l}), \mathbf{T}_h) + \delta_1(\mathbf{S}_h^{n,l}, \mathbf{T}_h) = \delta_1(\sigma_{Dh}^{n,l}, \mathbf{T}_h) + (\lambda_h^{n,l}, \mathbf{T}_h), \quad \forall \mathbf{T}_h \in U_{Th}. \quad (61)$$

• Then, knowing $\sigma_{Dh}^{n,l}, \mathbf{S}_h^{n,l}$ and $\lambda_h^{n,l}$, calculate $\lambda_h^{n,l+1} \in U_{Th}$ by

$$\lambda_h^{n,l+1} = \lambda_h^{n,l} + \rho_h(\sigma_{Dh}^{n,l} - \mathbf{S}_h^{n,l}), \quad (62)$$

• until

$$\|\sigma_{Dh}^{n,l} - \mathbf{S}_h^{n,l}\| \leq \text{tol}.$$

• With $\sigma_{Dh}^{n,l}$ and $\mathbf{u}_h^{n,l}$ given by the above steps, find $\theta_h^{n+1,l+1} \in \vartheta_h$ by

$$k(\nabla \theta_h, \nabla \eta_h) + m_e c_p(\mathbf{u}_h^{n,l} \nabla \theta_h^{n+1,l+1}, \eta_h) = (\Phi_h^n, \eta_h) \quad (63)$$

• until

$$\|\theta_h^{n+1,l+1} - \theta_h^{n,l}\| \leq \text{tol}.$$

[•] Now, as $\theta_h^{n+1,l+1} \in \vartheta_h$ and $\mathbf{u}_h^{n,l} \in V_h$ are known, find the continuous heat flux, $\mathbf{q}_h^n \in \mathcal{H}_h(\text{div})$, by solving

$$Q_h(\mathbf{q}_h^n, \hat{q}_h) = Q_h(\{\mathbf{u}_h^n, \theta_h^n\}; \hat{q}_h), \quad \forall \hat{q}_h \in \mathcal{H}_h(\text{div}). \quad (64)$$

The linear part introduced by the δ_1 -term allowed the application of Newton-like methods to solve, at the integration points (Nip), the resulting nonlinear algebraic equation:

$$A(\theta_h^{n,l}, \mathbf{S}_h^{n,l}(x_i)) + \delta_1 \mathbf{S}_h^{n,l}(x_i) = \delta_1 \sigma_{Dh}^{n,l}(x_i) + \lambda_h^{n,l}(x_i), \quad (65)$$

where $i = 1, \dots, \text{Nip}$, once we know $\sigma_{Dh}^{n,l}$ and $\lambda_h^{n,l}$.

$\|\mathbf{S}_h^n\|, \|\mathbf{u}_h^n\|, \|\sigma_h^n\|, \|\nabla \theta_h^n\|$ and $\|\lambda_h^n\|$ generate sequences bounded by the given data $\|\mathbf{f}\|$, ensuring the convergence of the algorithm.

APPROXIMATION ANALYSIS

The analysis presented here consider, for simplicity, Hilbert spaces. Extensions for Sobolev spaces are possible by using analogous arguments as in Glowinski, (1982). We can evaluate the quality of the approximation generated by Problema P7D by the following result.

Theorem T: For Problem P3, being $\{\sigma, \mathbf{S}, \theta, \lambda, \mathbf{u}\}$ solution of Problem P1, and $\{\sigma_h, \mathbf{S}_h, \theta_h, \lambda_h, \mathbf{u}_h\}$ solution of Problem P3, it is valid the estimate below:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{S} - \mathbf{S}_h, \sigma - \sigma_h, \lambda - \lambda_h, \mathbf{u} - \mathbf{u}_h\|_{h, \bar{U}, \bar{V}} &\leq \\ &\leq c_{ap} \|\mathbf{S} - \mathbf{T}_h, \sigma - \tau_h, \theta - \eta_h, \lambda - \mu_h, \mathbf{u} - \mathbf{v}_h\|_{h, \bar{U}, \bar{\vartheta}, \bar{V}} \\ &\quad \forall \{\mathbf{T}_h, \tau_h\} \in \bar{U}_h, \{\mu_h, \mathbf{v}_h\} \in \bar{V}_h, \eta_h \in \vartheta_h \end{aligned} \quad (66)$$

with $c_{ap} > 0$

$$\begin{aligned} \|\sigma_h\|_{h,U} &= \|\sigma_h\|_U + \sup_{\tau_h \in U_h} \frac{h(\text{div} \sigma_h, \text{div} \tau_h)}{\|\text{div} \tau_h\|_h}, \\ &\quad \forall \tau_h \in U_h, \text{div} \tau_h \neq 0, \sigma_h \in U_h, \end{aligned} \quad (67)$$

For $K = 10 \frac{L}{d} = 0.05$ and $Pe = 500$ the results of the uncoupled-conjugate problem are presented in Figure 1, in terms of $z^* \times \theta^*$ for different values of the wall thickness, showing the importance of considering radial and axial conduction even to thin wall. Figure 2 depicts isotherms for $\zeta = 4$, $\theta_w = \theta_e = 500K$ (where variations in temperature are due to viscous dissipation only), comparing coupled and uncoupled considerations for a duct with $3D/4$ reduction with $L = 4D$. Figure 3 compares the results for Newtonian and non-Newtonian fluids in conjugate coupled and uncoupled cases, for $b = 0.03$, $K = 10$, and initial $Pe = 500$, in terms of $z^* \times Nu_z$.

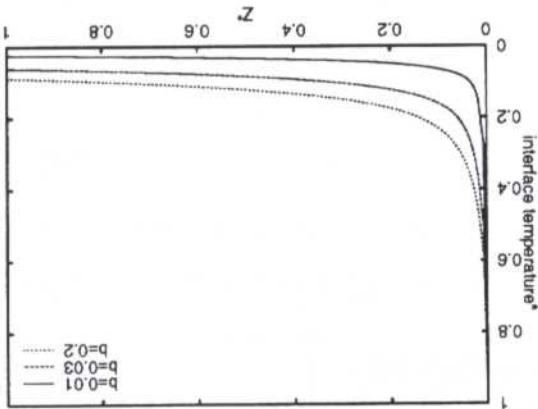


Figure 1- θ^* for different b , $Pe = 500$, $K = 10$

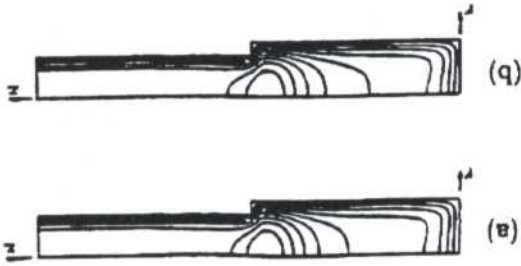


Figure 2- Isotherms for $\zeta = 4$, (a) uncoupled, (b) coupled

CONCLUSIONS AND REMARKS

In this work it was presented a procedure by using mixed stabilized finite element formulation which allows same order of interpolation for all variables and a Uzawa algorithm capable of dealing with the coupling and the nonlinearity of the problem of conjugate heat transfer to non-Newtonian fluids. This procedure makes possible the use of simple Newton methods to solve the Power-law constitutive equation, even for critical values of the power index.

$$\|S - S_h, \sigma - \sigma_h, \lambda - \lambda_h, \mathbf{u} - \mathbf{u}_h\|_{h, \bar{V}} =$$

$$\|S - S_h, \sigma - \sigma_h\|_{h, \bar{V}} + \|\lambda - \lambda_h, \mathbf{u} - \mathbf{u}_h\|_{\bar{V}} \quad (68)$$

$$\|S - \mathbf{T}_h, \sigma - \sigma_h, \theta - \theta_h, \lambda - \lambda_h, \mathbf{u} - \mathbf{u}_h\|_{h, \bar{V}, \theta, \bar{V}} =$$

$$\|S - S_h, \sigma - \sigma_h, \lambda - \lambda_h, \mathbf{u} - \mathbf{u}_h\|_{h, \bar{V}, \bar{V}} + \|\theta - \theta_h\|_{\theta} \quad (69)$$

Proof (sketch): Applying analogous arguments as in Karam Filho and Loula (1997) for the thermally coupled, but non-conjugate problem, we obtain inequality (66) with cap depending, now, on the ratio of the conductivities, k_s/k_f .

Applying the results from the interpolation theory to the theorem above, the following estimates may be obtained:

$$\|\sigma - \sigma_h\|_{h, \bar{V}} \leq C_1 [h^{l+1} (|\sigma|_{l+1} + |S|_{l+1} + |\lambda|_{l+1}) + h^\kappa |\mathbf{u}|_\kappa + h^{l+\frac{1}{2}} |\theta|_{l+1}] \quad (70)$$

$$\|\Delta \mathbf{u} - \Delta \mathbf{u}_h\| \leq C_2 [h^{l+1} (|\sigma|_{l+1} + |S|_{l+1} + |\lambda|_{l+1}) + h^\kappa |\mathbf{u}|_\kappa + h^{l+\frac{1}{2}} |\theta|_{l+1}] \quad (71)$$

$$\|S - S_h\|_{\bar{V}} \leq C_3 [h^{l+1} (|\sigma|_{l+1} + |S|_{l+1} + |\lambda|_{l+1}) + h^\kappa |\mathbf{u}|_\kappa + h^{l+\frac{1}{2}} |\theta|_{l+1}] \quad (72)$$

$$\|\lambda - \lambda_h\|_{\bar{V}} \leq C_4 [h^{l+1} (|\sigma|_{l+1} + |S|_{l+1} + |\lambda|_{l+1}) + h^\kappa |\mathbf{u}|_\kappa + h^{l+\frac{1}{2}} |\theta|_{l+1}] \quad (73)$$

The estimates above, for the coupled problem, differ from those obtained for the uncoupled case by the term coming from the temperature approximation, $\|(\theta - \theta_h)\|$.

NUMERICAL RESULTS

Numerical results for newtonian and non-Newtonian fluids flowing in circular ducts are presented in terms of the following dimensionless quantities. Being r the radial coordinate, z the longitudinal (or axial) one, L the finite length of the duct where heat is being transferred, d the thickness of the duct wall, D the internal diameter, K the conductivity ratio, u_m the axial mean velocity at the internal area A_c with perimeter P_c , Pe the Péclet number and Nu_z the local Nusselt number, define

$$r^* = \frac{r}{d}, z^* = \frac{z}{L}, \theta^* = \frac{\theta - \theta_w}{\theta_e - \theta_w}, K = \frac{k_s}{k_f}, b = \frac{L}{d}, Pe = \frac{m c_p u_m D}{k_f}, \theta_{m,i} = \frac{1}{A_c} \int_{A_c} u_r \theta dA_c$$

$$\left[\left(\frac{\partial r^*}{\partial t^*} \right) \right]_z = \frac{1}{L} \int_{P_c} \left(\frac{\partial r^*}{\partial t^*} \right) dP_c, Nu_z = \frac{D \left[\left(\frac{\partial r^*}{\partial z^*} \right) \right]_z}{K(\theta_{m,i} - \theta_w)}. \quad (74)$$

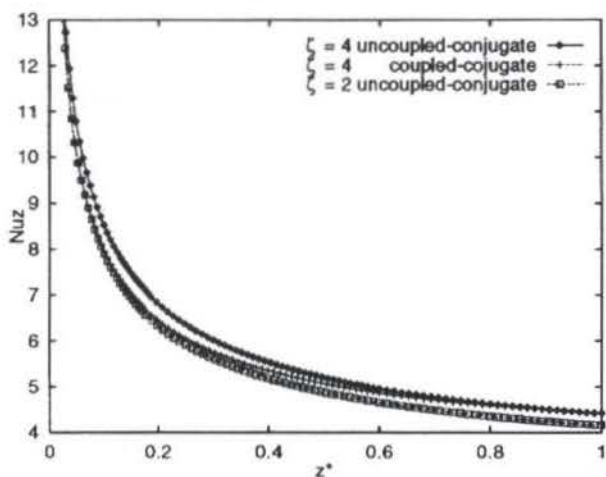


Figure 3- Coupled \times uncoupled conjugate problems. Nu_z for $\zeta = 2$ and $\zeta = 4$

To the heat conjugation (solid-fluid unknown interface temperature), the continuity of the temperature is an intrinsic characteristic of the finite element interpolation used. The compatibility of the heat flux was obtained by a post-processing technique which at the same time improves the approximation error estimate when compared to techniques based on differences, and do not need any iterative method to ensure both compatibility conditions.

From the numerical results obtained here, first it may be observed separately conjugate \times non conjugate effects by varying the thickness of the duct wall, supposing the problem as uncoupled. In this case, the results in Figure 1 may be compared to those of Mori et al. (1974) for the region far from the entrance. Here, the inlet result is obtained without oscillations. From Figure 2, by eliminating the effect of the wall, different locations of the isotherms show the importance of considering coupled effects. In Figure 3, the complete problem, coupled-conjugate, is focused and compared with two other situations. Observe that, at the entrance of the flow, the Nu_z of the coupled-conjugate problem with non-Newtonian fluid approaches the Newtonian uncoupled-conjugate curve and is very far from the uncoupled-conjugate non-Newtonian line (10-15 as the fluid enters the duct, far from the entrance, it reaches an intermediate behaviour. Then, very far from the entrance, it tends to the uncoupled Newtonian limit.

REFERENCES

Barozzi, G. L. and Pagliarini, G., 1985, "A Method to Solve Conjugate Heat Transfer Problems: The Case of Fully Developed Laminar Flow in a Pipe", *J. Heat Transfer*, 107, pp. 77-83.

Brooks, A. and Hughes, T. J. R., 1982, "Streamline Upwind/Petrov-Galerkin Formulations for Convection Dominated Flows with Particular Emphasis on the Incompressible Navier-Stokes Equations", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, V. 32, pp. 199-259.

Campo, A. and Morales, J. C., 1991, "Flow and Temperature Patterns in Thick-Walled Tubes: Inclusion of Diffusion Phenomena in Both-Media", *RBCM-J. of The Braz. Soc. Mech. Sc.*, V. XIII, no. 2, pp. 167-183.

Glowinski, R., 1984, *Numerical Methods for Non-linear Variational Problems*, Springer-Verlag, NY.

Glowinski, R. and Marroco, A., 1975, "Sur la Approximation par Element Finis d'Ordre Un et la Resolution par Penalization-Dualité d'une Classe de Problèmes de Dirichlet non Linéair", *RAIRO R-2*, pp. 41-76.

Graetz, L., 1885, "Über die Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten (On the Thermal Conductivity of Liquids)", Part 1 : *Ann. Phys. Chem.*, 18, pp. 79-94 (1883); Part 2 : *Ann. Phys. Chem.*, 25, pp. 337-357 (1885).

Guedes, R. O. C., Cotta, R. M. and Brum, N. C. L., 1990, "Heat Transfer in Laminar Flow with Wall Axial Conduction and External Convection", *J. Thermophysics*, V. 5, no. 4, pp. 508-513.

Guerreiro, J. N. C., Loula, A. F. D. and Sánchez, G., 1991, "Una Formulacion de Petrov-Galerkin para el Problema de Fluência Estacionária", *Applied Mathematics for Engineering Sciences*, pp. 239-251.

Karam Filho, J. and Brum, N. C. L., 1997, "Conjugate Heat Transfer to Newtonian Fluids by Finite Elements" to appear.

Karam Filho, J. and Loula, A. F. D., 1997, "Approximation Analysis to a Finite Element Formulation for Arrhenius-Ostwald-de-Waele Fluid Flows, *Proceedings of the XXV CNMAC*, Gramado, RS, pp. 323-324.

Loula, A. F. D. and Guerreiro, J. N. C., 1990, "Finite Element Analysis of Nonlinear Creeping Flows", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, V. 79, pp. 87-109.

Mori, S., Sakakibara, M. and Tanimoto, A., 1974, "Steady Heat Transfer to Laminar Flow in a Circular Tube with Conduction in the Tube Wall, *Heat Transfer Japanese research*, V. 3, no. 2, pp. 37-46.

Nusselt, W., 1910, "Die Abhängigkeit der Wärmeübergangszahl von der Rohrlänge (The Dependence of the Heat-Transfer Coefficient on the Tube Length)", *VDI Z54*, 1154-1158.

Pagliarini, G., 1988, "Effects of axial conduction in the wall and the fluid on conjugate Heat Transfer in Thick-Walled Circular Tubes", *Int. Comm. Heat and Mass Transfer*, V.15, pp. 581-591.

Shah, R. K. and London, A. L. 1978, "Laminar Flow Forced Convection in Duct", Academic Press, NY.

ANÁLISE DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS TIPO LEI DE POTÊNCIA ATRAVÉS DE UMA FORMULAÇÃO GENERALIZADA DE CAMADA LIMITE

José Maria Oliveira Miranda
Daniel Onofre de Almeida Cruz
Emanuel Negrão Macêdo
 Universidade Federal do Pará
 Departamento de Engenharia Mecânica
 Grupo de Turbomáquinas
 66075-900 Belém-PA-Brasil
 E-mail: gtdem@amazon.com.br

RESUMO

No presente trabalho, o método assintótico da variável intermediária desenvolvido por Kaplun foi utilizado na obtenção de uma formulação generalizada de camada limite para fluidos do tipo Lei de Potência (Power Law). Nessa nova formulação a divisão do escoamento em duas regiões (viscosa e não viscosa) desaparece eliminando a necessidade de processos iterativos. É mostrado que o sistema de equações obtidos pode ser reduzido a uma equação diferencial ordinária "quase similar", de modo semelhante ao caso da equação de Blasius para fluidos Newtonianos. Soluções numéricas para esta equação são apresentadas para escoamentos sobre uma placa plana assumindo-se diferentes valores do índice de comportamento não-Newtoniano do fluido N.

INTRODUÇÃO

A análise do escoamento de fluidos não-Newtonianos se apresenta como um tópico de grande interesse em muitos problemas de Engenharia Química e Mecânica. A descrição detalhada deste tipo de escoamento somente pode ser feita através da resolução das equações do movimento, juntamente com um modelo reológico adequado (Skelland, 1967). Esse procedimento contudo, é ainda bastante caro, o que impede a sua aplicação em muitos problemas práticos. Nesse contexto, o desenvolvimento de formulações simplificadas mas, ainda capazes de descrever adequadamente o fenômeno se faz necessária. Dentre estas formulações podemos citar a equação de camada limite como estando entre as mais utilizadas, devido a sua relativa simplicidade e precisão. Essa formulação porém, apresenta algumas limitações, necessitando em alguns casos, como na região de separação (Goldstein, 1948), de um processo iterativo viscoso-não viscoso para descrever o escoamento.

No presente trabalho, o método da variável intermediária desenvolvida por Kaplun (1967) foi utilizado na obtenção de uma generalização da formulação clássica de camada limite para fluidos não-Newtonianos do tipo Lei de Potência. Nessa formulação, os efeitos do escoamento não viscoso sobre a região próxima à parede e vice-versa são naturalmente considerados, tornando desnecessário qualquer processo iterativo (viscoso-não viscoso) adicional. É mostrado que as equações podem ser resolvidas como uma equação diferencial ordinária "quase-similar" (Cruz e Mesquita, 1997), através de uma mudança adequada de variável, de modo semelhante ao procedimento utilizado na dedução da equação de Blasius (Schlichting, 1967). A solução numérica da equação diferencial resultante é mostrada para diversos casos.

ANÁLISE ASSINTÓTICA

O escoamento de fluidos não-Newtonianos tipo Lei de Potência para o caso estacionário e incompressível é descrito pelos seguintes conjuntos de equações diferenciais parciais.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{R_e} \left[\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right] \quad (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{R_e} \left[\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

sendo,

$$\tau_{xx} = \left(\frac{\Pi}{2} \right)^{\frac{N-1}{2}} \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} = \left(\frac{\Pi}{2} \right)^{\frac{N-1}{2}} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{yy} = \left(\frac{\Pi}{2} \right)^{\frac{N-1}{2}} \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\left(\frac{\Pi}{2} \right) = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2$$

onde, u e v são velocidades nas direções x e y , respectivamente, p é a pressão e N representa o índice de medida do grau de comportamento não-Newtoniano do fluido. As equações acima foram adimensionalizadas utilizando-se um comprimento e uma

característicos do fenômeno L e U, respectivamente e, $p = \frac{p_1 - p_0}{\rho U_\infty^2}$, onde p_0 é uma pressão de referência. O parâmetro Re' representa um número de Reynolds para o caso de fluido não-Newtoniano do tipo Lei de Potência sendo definido através da seguinte relação:

$$Re' = \frac{\rho}{K} U^{2-N} L^N \quad (4)$$

onde ρ e K são a massa específica e o índice de consistência do fluido, respectivamente.

Faremos agora a análise assintótica do fenômeno no limite quando $Re' \rightarrow \infty$ ($1/Re' \rightarrow 0$) definindo as seguintes relações:

$$\bar{y} = \frac{y}{\eta(\epsilon)} \quad (5)$$

$$\bar{v} = \frac{v}{\eta(\epsilon)} \quad (6)$$

onde $\epsilon = 1/Re'$ e $\eta(\epsilon)$ é uma função genérica de ϵ tal que se $\epsilon \rightarrow 0$ então $\eta(\epsilon) \rightarrow 0$. Substituindo a relação (5) nas equações (1), (2) e (3) teremos:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\epsilon}{\eta^N} \left\{ \eta \frac{\partial \bar{\tau}_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\tau}_{yx}}{\partial \bar{y}} \right\} \quad (7)$$

$$u \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = -\frac{1}{\eta^2} \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} + \frac{\epsilon}{\eta^{N+1}} \left\{ \eta \frac{\partial \bar{\tau}_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\tau}_{yy}}{\partial \bar{y}} \right\} \quad (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (9)$$

Onde,

$$\bar{\tau}_{xx} = \left(\frac{\bar{\Pi}}{2} \right)^{\frac{N-1}{2}} \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\bar{\tau}_{yx} = \bar{\tau}_{xy} = \left(\frac{\bar{\Pi}}{2} \right)^{\frac{N-1}{2}} \left(\eta \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} \right)$$

$$\bar{\tau}_{yy} = \left(\frac{\bar{\Pi}}{2} \right)^{\frac{N-1}{2}} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}}$$

$$\left(\frac{\bar{\Pi}}{2} \right) = \frac{1}{\eta^2} \left\{ 2\eta^2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial \bar{y}} + \eta^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 \right\}$$

As equações (7) e (8) assumem diferentes formas no limite quando $\epsilon \rightarrow 0$ dependendo da função $\eta(\epsilon)$, as quais são mostradas abaixo.

Quantidade de movimento na direção de x:

$$0(\eta) = 0(\epsilon^0): \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (10)$$

$$0(\eta) = 0(\epsilon^{N+1/\sqrt{\epsilon}}) < 0(\eta) < 0(\epsilon^0): \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (11)$$

$$0(\eta) = 0(\epsilon^{N+\sqrt{\epsilon}}): \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\partial u}{\partial \bar{y}} \right)^{N+1} \quad (12)$$

$$0(\eta) < 0(\epsilon^{N+\sqrt{\epsilon}}): \quad \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\partial u}{\partial \bar{y}} \right)^{N+1} = 0 \quad (13)$$

Quantidade de movimento na direção de y:

$$0(\eta) = 0(\epsilon^0): \quad u \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = -\frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \quad (14)$$

$$0(\eta) < 0(\epsilon^0): \quad \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (15)$$

No conjunto das equações acima temos que as equações (12) e (14) destacam-se das demais pois contém todos os termos presentes nas outras equações sem estarem contidas em nenhuma delas, sendo portanto chamadas de equações principais do conjunto (Cruz e Freire, 1998). Isto indica que no limite quando $\epsilon \rightarrow 0$, a solução do sistema (1)-(3) tende assintoticamente para a solução do seguinte sistema de equações:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re'} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\partial u}{\partial \bar{y}} \right)^N \quad (16)$$

$$u \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = -\frac{\partial p}{\partial \bar{y}} \quad (17)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (18)$$

Na formulação apresentada pelas equações acima estão contidas as equações de Euler (eq. (10) e eq. (14)) e as equações de camada limite (eq. (12) e eq. (15)), isto mostra que os efeitos do escoamento viscoso sobre o escoamento não viscoso e vice-versa estão naturalmente considerados no sistema (16)-(18) representando assim uma generalização da formulação clássica de camada limite.

O sistema (16)-(18) pode ser utilizado na análise de diversos tipos de escoamento fornecendo bons resultados, principalmente nos casos envolvendo separações nos quais a singularidade existente na formulação clássica de camada limite deve ser removida.

A EQUAÇÃO QUASE SIMILAR

Substituindo-se as definições de função corrente no sistema de equações (16)-(18) teremos:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^2 \partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^2 \partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right)^N \quad (19)$$

A equação (19) pode ser transformada em uma equação diferencial ordinária através da seguinte mudança de variável:

$$\eta = y^{N+1} \sqrt{\left(\frac{1-m(1-2N)}{N(N+1)} \right)^{mN-m+1} \text{Re} x^{2m-mN-1}} \quad (20)$$

$$\xi = N+1 \sqrt{\left(\frac{N(N+1)}{1-m(1-2N)} \right)^{2(mN-m+1)} \frac{1}{\text{Re}^2} x^{2mN-4m-2N}} \quad (21)$$

$$\lambda = 1 - \xi \quad (22)$$

$$\psi = N+1 \sqrt{\left(\frac{N(N+1)}{1-m(1-2N)} \right)^{mN-m+1} \frac{1}{\text{Re}} x^{2mN-m+1}} \quad (23)$$

Substituindo-se as relações (20)-(23) em (19) tem-se:

$$\begin{aligned} & (m+h)F'F'' + (h-m)FF''' - B \left((N-1)F''^2 F''^{N-2} + F''^{N-1} F'''' \right) + \\ & A \left[(h^3 + 3h^2 + 2h - 5mh - hm^2) \eta F'^2 + (mh^2 - 2h^2 - h^3) \eta^2 F'F'' + \right. \\ & \left. (3mh^2 + 5mh - 2m^2h - 2m^2 + 2m - h^3 - 3h^2 - 2h) FF' + \right. \\ & \left. (mh^2 - 2hm^2 + mh + h^3 - h^2) \eta FF'' + (h^3 - mh^2) \eta^2 FF''' \right] = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

Onde,

$$F^{(j)} = \frac{\partial^j F}{\partial \eta^j} \quad (24a)$$

$$h = \frac{2m - mN - 1}{N + 1} \quad (24b)$$

$$A = N+1 \sqrt{\left(\frac{N(N+1)}{1-m(1-2N)} \right)^{2(mN-m+1)} \frac{1}{\text{Re}^2} x^{2(mN-m-N)}} \quad (24c)$$

$$B = N \left(\frac{1-m(1-2N)}{N(N+1)} \right)^{mN-m+1} \quad (24d)$$

A equação (24) está sujeita as seguintes condições de contorno:

$$F(0, \lambda) = 0 \quad (25)$$

$$F'(0, \lambda) = 0 \quad (26)$$

$$F'(\eta_\infty, \lambda) = 1 \quad (27)$$

$$F''(\eta_\infty, \lambda) = 0 \quad (28)$$

Onde η_∞ representa um valor de η considerado no infinito. As relações (25)-(27) são condições de contorno clássicas utilizadas no escoamento em camada limite com similaridade. No presente caso, uma condição adicional caracterizando o comportamento assintótico do perfil de velocidade em $\eta = \eta_\infty$ se faz necessária devido à equação (24) ser de quarta ordem. O procedimento utilizado aqui é semelhante ao empregado na equação de camada limite para a obtenção da expressão de Falkner-Skan. No presente caso contudo, a equação (18) não pode ser considerada formalmente como uma equação similar pois não possui todos os seus coeficientes como sendo constantes, isto no entanto não impede que ela possa ser resolvida como uma equação diferencial ordinária, pois todas as suas derivadas estão relacionadas a apenas uma variável.

Sob o ponto de vista assintótico, a equação (24) é semelhante a uma correção de ordem superior da equação de camada limite (Van Dyke, 1962) sendo que, no presente caso, a solução do problema não foi obtida da soma de várias equações diferenciais independentes mas, através da solução de uma única equação diferencial.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A figura 1 mostra a solução da equação (24) para o caso de fluido Newtoniano ($N=1$) sobre uma placa plana para vários valores do parâmetro ξ , fixando-se $x=1$. Como se pode notar, a solução de Blasius é um caso particular da presente formulação representando o limite assintótico da solução da equação (24) quando $\xi \rightarrow 0$. Os demais perfis da figura 1 descrevem o escoamento na região próxima a ponta da placa. Como se pode notar, o perfil de velocidade apresenta uma pequena "protuberância" próximo à parede, comportamento este já observado experimentalmente e na solução da equação de Navier-Stokes entre placas (Guerrero e Cotta, 1995).

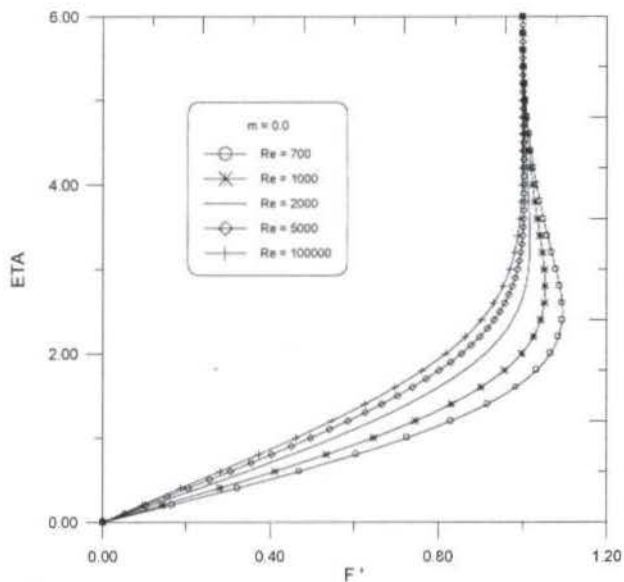


Figura 1- Perfis de velocidade para $m=0.0$ e $N=1.0$

As figuras 2 e 3 mostram os perfis de velocidade para o escoamento sobre uma placa plana ($m=0$) considerando dois valores diferentes do índice de comportamento não-Newtoniano do fluido ($N=0.9$ e $N=1.1$), fixando-se $\chi=1$. Para $N=0.9$ temos que os perfis de velocidade na região próxima a ponta da placa atingem o escoamento completamente desenvolvido para um número de Reynolds menor quando comparado com $N=1.1$. Isto ocorre devido à difusão viscosa ser mais efetiva para $N=0.9$ na maior parte da camada limite, como pode ser visto na figura 4, causando uma adaptação mais rápida do escoamento uniforme anterior à placa para o escoamento completamente desenvolvido. Nessa região a variação do perfil de velocidade na direção de x é bastante elevada provocando grandes valores de velocidade na direção de y (v) próximo à parede, isto causa o surgimento de elevados valores de velocidade u , junto à parede como pode ser visto nas figuras acima.

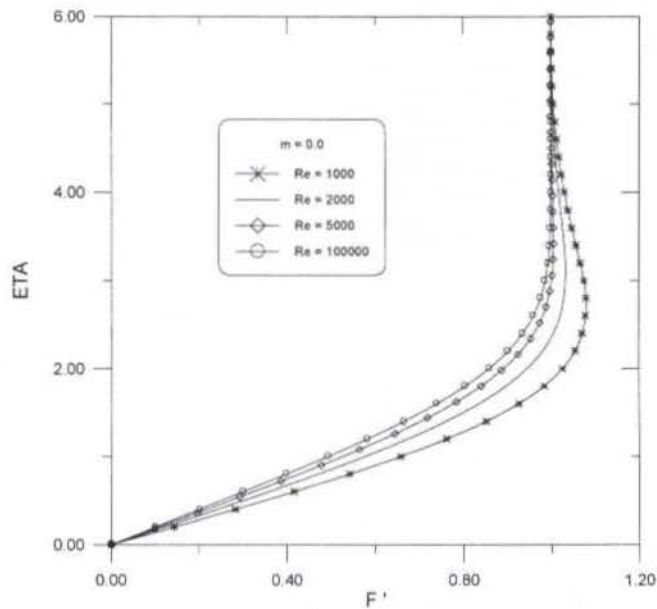


Figura 3 - Perfis de velocidade para $m=0.0$ e $N=1.1$

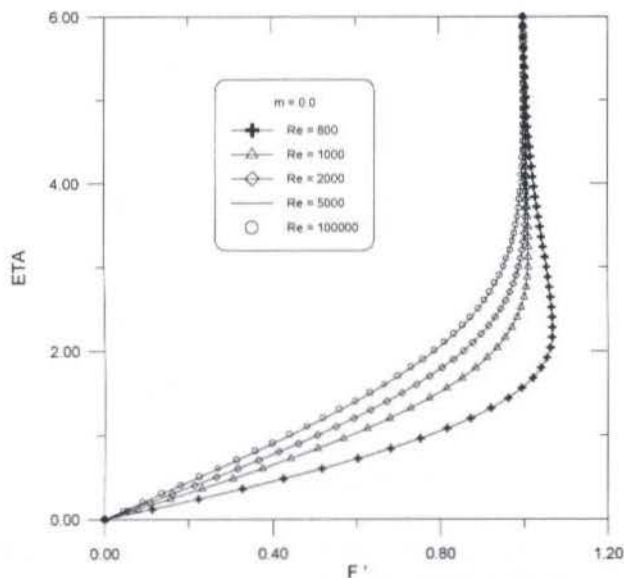


Figura 2 - Perfis de velocidade para $m=0.0$ e $N=0.9$

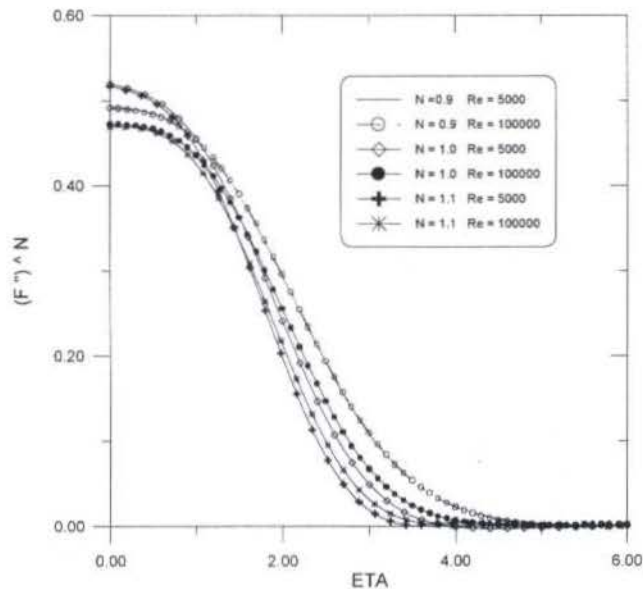


Figura 4 - Tensão adimensionalizada

Nos gráfico 5 e 6 aparecem os perfis de velocidade para $N=0.9$, $m=-0.0952$ e $N=1.1$, $m=-0.08603$, respectivamente, fixando-se $\chi=1$. Como se pode notar, o fluido com $N=0.9$ resiste mais ao gradiente de pressão adverso ($m<0$) sem apresentar separação pois, nesse caso, o transporte difusivo de quantidade de movimento a partir do escoamento externo para o interior da camada limite é mais efetivo que no caso de $N=1.1$.

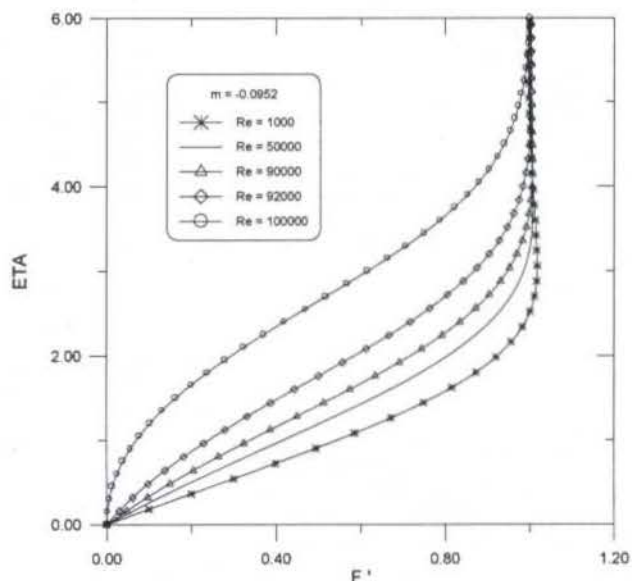


Figura 5 - Perfis de velocidade para $m=-0.0952$ e $N=0.9$

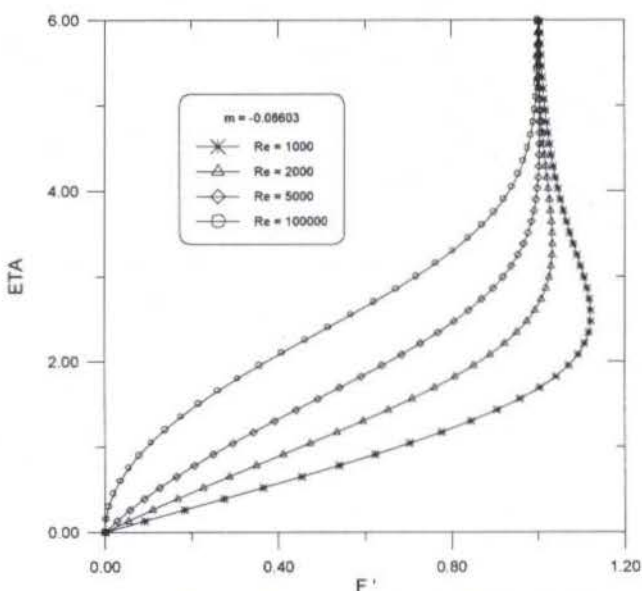


Figura 6 - Perfis de velocidade com $m=-0.08603$ e $N=1.1$

CONCLUSÃO

No presente trabalho, uma formulação alternativa para escoamentos em camada limite foi aplicada na análise do escoamento de fluidos não-Newtoniano do tipo Lei de Potência. Nessa formulação a influência do escoamento viscoso e vice-versa é naturalmente considerado, dispensando qualquer processo iterativo adicional. Foi obtida uma equação diferencial ordinária "quase-similar", a qual descreve o escoamento de fluidos tipo Lei de Potência sobre uma placa plana com gradiente de pressão, de modo semelhante à equação de Falkner-Skan (Schlichting, 1967) para fluidos Newtonianos. Neste caso contudo, a relação obtida mostrou ser mais geral, descrevendo também o escoamento nas regiões próximas à ponta da placa. Os resultados aqui obtidos indicam que a formulação alternativa de camada limite pode ser utilizada com sucesso na análise do escoamento de fluidos não-Newtonianos, principalmente no caso de complexos termos difusivos, proporcionando melhores resultados que a formulação de camada limite clássica mas ainda com reduzidos custos computacionais.

REFERÊNCIAS

- Cruz, D. O. A. e Freire, A. P. S., "On Single Limits and The Asymptotic Behaviour of Separating Turbulent Boundary Layers", 1998, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 41, pp. 2097-2111
- Cruz, D.O.A, Mesquita, A.L.A., 1997, "O Problema da Camada Limite para a Avaliação de Perdas: Uma Metodologia Alternativa", COBEM-Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica.
- Dyke, M.V., 1962, "Higher Approximations in Boundary Layer Theory Part. I General Analysis", J. Fluid Mech, pp. 162-177.
- Goldstein, S., 1948, "On Laminar Boundary Layer Flow Near a Position of Separation", A.J. Mesh. Appl. Math., pp45-58
- Guerrero, J.S.P and Cotta, R.M., 1995, "Integral Transform Solution of Developing Laminar Duct Flow in Navier-Stokes Formulation", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 20, pp. 1203-1213.
- Kaplun, S., 1967, "On Approximation of Double Limits by Single Limits and the Kaplun Extension Theorem", J. Inst. Maths Appls, vol. 3, pp. 245 -249.
- Schlichting, H., 1967, "Boundary Layer Theory", McGraw-Hill Book Company, New York.
- Skelland, A.H.P., 1967, "Non-Newtonian Flow and Heat Transfer", John Wiley & Sons, Inc., New York.

ABSTRACT

In this work, the asymptotic method of Kaplun's intermediate variable technique was used to obtain an alternative formulation for boundary layer of non-Newtonian fluids. In this alternative formulation the classical viscous-inviscid division of the flow disappears making unnecessary any additional interactive process. It has been shown that the resulting system of differential equation can be reduced into a "quasi-similar" ordinary differential equation. Numerical solutions of this equation are presented for different values of Power Law exponent N .

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO INTERNO DE FLUIDOS POLIMÉRICOS

Roberto Guimarães Pereira
 Departamento de Engenharia Mecânica
 Universidade Federal Fluminense
 24210-240 Niterói - RJ - Brasil

SUMÁRIO

Motivado pela importância comercial e tecnológica do escoamento interno de fluidos não-newtonianos, simulou-se o caso do escoamento de fluidos em dutos apresentando regiões de contração e expansão circular. Resultados são apresentados para a queda de pressão e a força de arrasto atuante no bloqueio ao escoamento, em função de parâmetros reológicos, geométricos e hidrodinâmicos. O código computacional desenvolvido utiliza a formulação primitiva e malhas não deslocadas. As equações da quantidade de movimento são resolvidas usando um método tridiagonal em bloco de dois permitindo o acoplamento das equações durante a solução. A equação da pressão é resolvida pelo método SOR.

INTRODUÇÃO

No presente trabalho numérico, investigou-se o comportamento da força de arrasto e da queda de pressão no escoamento de fluidos não-newtonianos em dutos parcialmente bloqueados. Estes escoamentos são encontrados em diversas situações de interesse científico e tecnológico, compreendendo: o processamento de polímeros; o problema da estenose (escoamento obstruído em artérias e veias); o bombeamento de fluidos etc. O conhecimento da força de arrasto atuante na região do bloqueio ao escoamento e da queda de pressão é de fundamental importância, uma vez que tais esforços crescem significativamente à medida que cresce a obstrução ao escoamento, podendo ocasionar rupturas de material nesta região, por exemplo, levando ao derrame em vasos sanguíneos e vazamento em tubulações industriais. As necessidades de investigações, a importância científica e comercial destes escoamentos são destacadas nas referências: Keunings (1989) e Pak et al. (1990) entre outras.

O PROBLEMA FÍSICO

O escoamento confinado de um fluido na presença de um bloqueio é ilustrado na Figura 1, sendo R_0 o raio e L o comprimento do duto. O bloqueio parcial, resultando em uma variação na seção reta do duto, impõe ao escoamento uma brusca contração e expansão circular, além de uma região de seção reta reduzida. As grandezas a e l quantificam a magnitude do bloqueio ao escoamento e denotam respectivamente: o quanto diminuiu o raio do duto e o trecho apresentando seção reta reduzida.

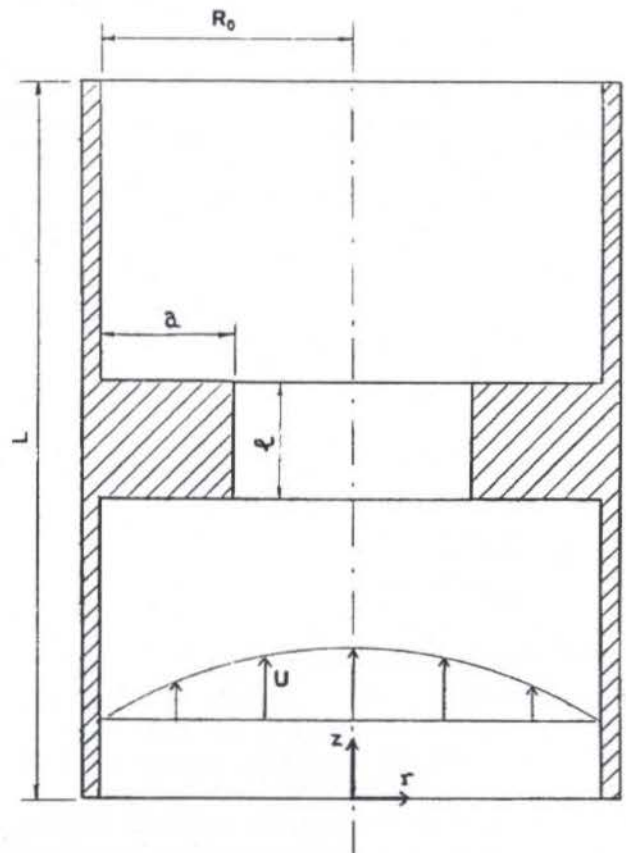


Figura 1- Escoamento parcialmente bloqueado

As equações de movimento em regime permanente para o caso de um fluido newtoniano generalizado aplicadas ao problema físico em questão considerando escoamento incompressível e admitindo simetria axial são dadas por:

Equação da continuidade:

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{v}{r} = 0 \quad (1)$$

Equação da quantidade de movimento na direção radial:

$$\frac{\partial v^2}{\partial r} + \frac{\partial uv}{\partial z} + \frac{v^2}{r} = \frac{\eta}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \frac{\eta}{\text{Re}} \frac{v}{r^2} + \frac{2}{\text{Re}} \frac{\partial v}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial \eta}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2)$$

Equação da quantidade de movimento na direção axial:

$$\frac{\partial vu}{\partial r} + \frac{\partial u^2}{\partial z} + \frac{vu}{r} = \frac{\eta}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{2}{\text{Re}} \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial \eta}{\partial r} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3)$$

As equações acima foram adimensionalizadas com base nos seguintes parâmetros característicos: raio do duto (R_0); velocidade média do escoamento (V_m); massa específica do fluido (ρ) e uma função viscosidade característica (η^*), dada por:

$$\eta^* = m \left(\frac{V_m}{R_0} \right)^{n-1} \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n 8^{n-1} \quad (4)$$

sendo m o parâmetro de consistência do fluido e n o índice do escoamento (expoente *power-law*).

O número de Reynolds generalizado (razão entre forças de inércia e forças viscosas) é dado por:

$$\text{Re} = \frac{\rho V_m R_0}{\eta^*} \quad (5)$$

Substituindo-se, então, a equação (4) na equação (5), obtém-se:

$$\text{Re} = \frac{\rho V_m^{2-n} R_0^n}{m 8^{n-1} \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n} \quad (6)$$

Nas equações acima: v ; u ; p e η denotam, respectivamente, os seguintes parâmetros adimensionalizados: componente radial da velocidade, componente axial da velocidade, pressão, e função viscosidade.

Em uma primeira abordagem do problema, admitiu-se o modelo constitutivo de fluido newtoniano generalizado, sendo o tensor da tensão dado por:

$$\Pi = 2\eta\Gamma - Ip \quad (7)$$

Na equação (7) Γ , é o tensor da taxa de deformação, dado por:

$$\Gamma = 0,5(\nabla v + v\nabla) \quad (8)$$

sendo v o vetor velocidade.

A função viscosidade foi descrita pelo modelo *Power-Law*:

$$\eta = m(2II_\Gamma)^{\frac{n-1}{2}} \quad (9)$$

sendo II_Γ o Segundo Invariante do tensor da taxa de deformação.

Este modelo constitutivo não considera os efeitos associados com as diferenças de tensões normais do escoamento. A não linearidade está relacionada com a dependência da função viscosidade com a taxa de cisalhamento.

Como condições de contorno impõe-se o não deslizamento do fluido nas paredes do duto (S_w) e na superfície do bloqueio ao escoamento (S_b). Considera-se, ainda, o campo de velocidade do fluido distante da obstrução como sendo o campo de velocidade do escoamento não obstruído (U), ou seja:

$$\begin{aligned} v = u = 0 & \text{ em } S_w; & v = u = 0 & \text{ em } S_b \\ \text{e } u = U & \text{ em } z = 0 \text{ e } z = L \end{aligned} \quad (10)$$

O CÓDIGO NUMÉRICO

O método numérico utilizado considera a técnica de diferenças finitas na discretização das equações de movimento, trabalhando-se com a formulação primitiva e malhas não-deslocadas. Empregou-se, ainda, uma decomposição adequada do domínio computacional de modo a evitar o uso de malhas não-ortogonais. A célula computacional típica e uma das malhas utilizadas são mostradas nas Figuras 2 e 3.

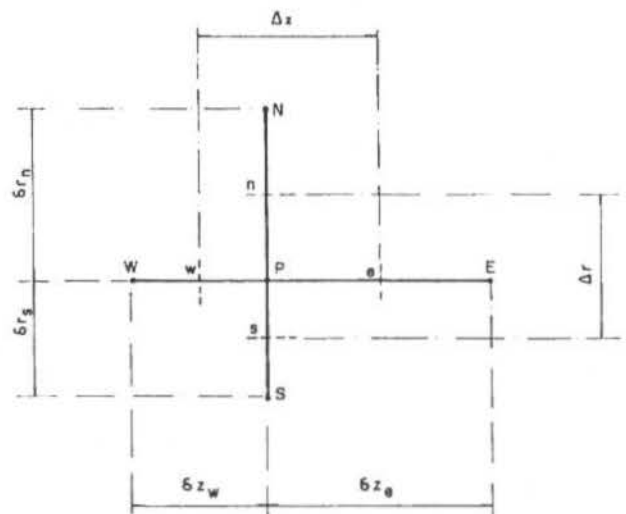


Figura 2 - Célula Computacional Típica

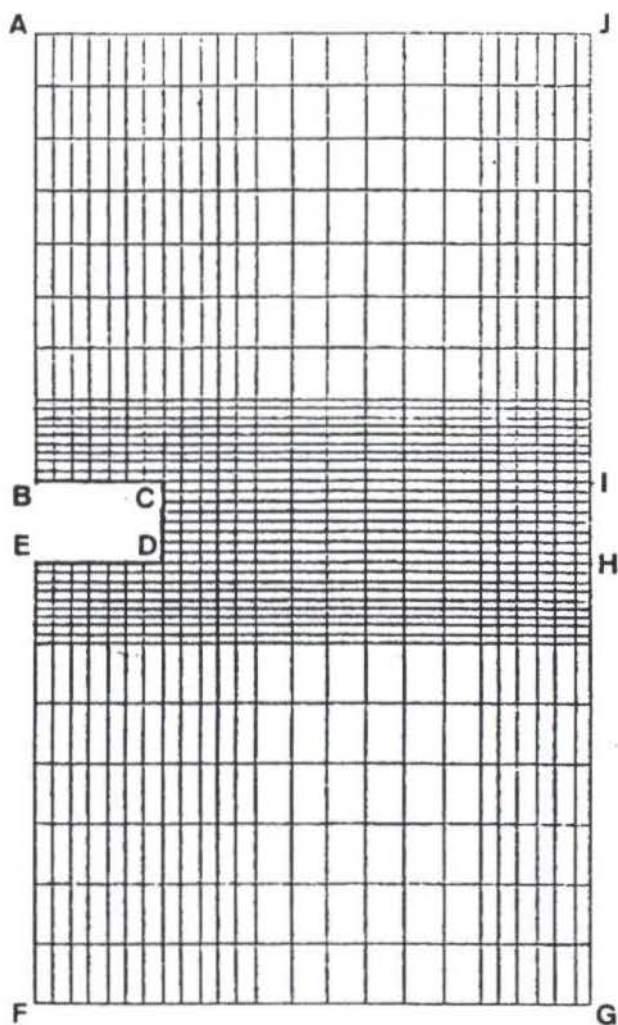


Figura 3 - Malha Computacional Típica

Na discretização das equações de movimento, visando manter-se o acoplamento entre as equações, os termos não lineares foram tratados utilizando-se a técnica de Newton-Raphson, similarmente ao procedimento usado por Lee (1968) e Galpin e Raithby (1986).

A não linearidade associada à dependência da função viscosidade com o tensor da taxa de deformação foi tratada explicitamente, deste modo utilizou-se o campo de velocidades da iteração anterior na avaliação da função viscosidade. Embora, diversas técnicas implícitas de linearização dos termos viscosos tenham sido investigadas, o modo mais eficiente foi a utilização do procedimento explícito o que levou a uma melhor taxa de convergência para todos os casos testados.

Na discretização dos termos convectivos das equações da quantidade de movimento, utilizou-se um esquema adaptativo de três pontos, aplicado às malhas não uniformes, similar ao proposto por Braga (1990) para o caso de malhas uniformes. Assim, de acordo com a nomenclatura da Figura 2, tem-se:

$$\frac{\partial(v\phi)}{\partial r} = \frac{(v\phi)_n}{\delta r_n} - \frac{(v\phi)_s}{\delta r_s} + \left(\frac{1}{\delta r_s} - \frac{1}{\delta r_n}\right)(v\phi)_p \quad (11)$$

sendo:

$$v_n = \frac{\delta r_n}{\delta r_n + \delta r_s} v_N + \frac{\delta r_s}{\delta r_n + \delta r_s} v_P \quad (12)$$

$$\phi_n = \left(1 - \alpha_r \frac{2\delta r_s}{\delta r_n + \delta r_s}\right) \frac{\delta r_n \phi_N}{\delta r_n + \delta r_s} + \left(1 + \alpha_r \frac{2\delta r_n}{\delta r_n + \delta r_s}\right) \frac{\delta r_s \phi_P}{\delta r_n + \delta r_s} \quad (13)$$

O valor de α_r na equação (13) é obtido de modo a evitar o aparecimento de flutuações espaciais durante a solução do problema, de acordo com Braga (1990):

$$\alpha_r = \frac{\delta r_n + \delta r_s}{2\delta r_s} - \frac{2}{|Re_r|} \quad \text{para } v_P > 0 \quad (14)$$

ou seu negativo, no caso de $v_P < 0$. Nesta equação, Re_r denota o número de Reynolds da célula computacional relativo ao componente radial da velocidade, sendo dado por:

$$Re_r = 2 \text{Re} \frac{\delta r_n \delta r_s}{\delta r_n + \delta r_s} v_P \quad (15)$$

No caso de se obter da equação (14) valor negativo para α_r caracterizando um escoamento fortemente viscoso, utiliza-se $\alpha_r = 0$ o que corresponde a um sistema central para a discretização dos termos convectivos.

Para a discretização dos termos envolvendo derivadas de segunda ordem, utilizou-se um sistema central aplicado às malhas não uniformes. No caso, por exemplo, das derivadas com respeito a coordenada radial, tem-se:

$$\frac{\partial^2 \phi_P}{\partial r^2} = \frac{2}{\delta r_n + \delta r_s} \left[\frac{\phi_N}{\delta r_n} - \left(\frac{1}{\delta r_n} + \frac{1}{\delta r_s}\right) \phi_P + \frac{\phi_S}{\delta r_s} \right] \quad (16)$$

Obtem-se, então, respectivamente para a direção radial e axial, as seguintes equações da quantidade de movimento discretizadas:

$$\begin{aligned} & \frac{A_P^v v_P^{t+1}}{\beta} + A_N^v v_N^{t+1} + A_S^v v_S^{t+1} + A_E^v v_E^{t+1} + A_W^v v_W^{t+1} + \\ & B_P^v u_P^{t+1} + B_E^v u_E^{t+1} + B_W^v u_W^{t+1} = \\ & A_P^v v_P^t \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) - C_N^v p_N^t - C_P^v p_P^t - C_S^v p_S^t + D^v \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \frac{A_P^u u_P^{t+1}}{\beta} + A_N^u u_N^{t+1} + A_S^u u_S^{t+1} + A_E^u u_E^{t+1} + A_W^u u_W^{t+1} + \\ & B_P^u v_P^{t+1} + B_N^u v_N^{t+1} + B_S^u v_S^{t+1} = \end{aligned}$$

$$A_P^u u_P^t \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) - C_E^u p_E^t - C_P^u p_P^t - C_W^u p_W^t + D^u \quad (18)$$

Nas equações (17) e (18), β é o fator de relaxação, incluído devido ao desacoplamento entre as equações da quantidade de movimento e da pressão visando assegurar um procedimento iterativo convergente.

Na discretização da equação da continuidade utilizou-se um esquema de segunda ordem, aplicado à malha não uniforme, do tipo:

$$\frac{\partial v}{\partial r} = \frac{v_n - v_s}{0,5(\delta r_n + \delta r_s)} \quad (19)$$

Tem-se, então, após a discretização da equação da continuidade:

$$u_e + u_w + a_1 v_n + a_2 v_s = 0 \quad (20)$$

sendo os coeficientes a_1 e a_2 prontamente obtidos.

A equação da pressão é obtida substituindo-se na equação da continuidade os componentes de velocidade dados pelas equações da quantidade de movimento. A determinação de u_e , u_w , v_n e v_s é feita aplicando-se as equações da quantidade de movimento entre os pontos nodais. Obtem-se, assim, por exemplo:

$$v_n = \hat{v}_n - \frac{\beta}{A_n} \frac{p_n - p_p}{\delta r_n} \quad (21)$$

sendo \hat{v}_n o agrupamento de todos os termos discretizados nas equações da quantidade de movimento excetuando os termos relativos ao gradiente de pressão, analogamente ao procedimento utilizado por Peric et al. (1988), e A_n , de modo similar ao trabalho de Marchi e al. (1989), corresponde ao coeficiente da velocidade na estação intermediária, dados respectivamente por:

$$\hat{v}_n = \frac{1}{2} \left(\hat{v}_P + \hat{v}_N \right) \quad (22)$$

$$A_n = \frac{1}{2} \left(A_P^v + A_N^v \right) \quad (23)$$

Após a substituição de todos os termos, obtém-se para a equação da pressão:

$$A_P^p p_P^{t+1} + A_N^p p_N^{t+1} + A_S^p p_S^{t+1} + A_E^p p_E^{t+1} + A_W^p p_W^{t+1} = B^p \quad (24)$$

A equação (24) aplica-se a todos os pontos nodais internos. Próximo ao contorno, utiliza-se os valores conhecidos de velocidades na substituição indicada pela equação (20), evitando-se, assim, a necessidade de se conhecer as condições de contorno para a pressão.

O algoritmo numérico consiste em atualizar inicialmente o campo de pressão, via uma única iteração do método SOR (*Successive Over Relaxation*). Em seguida, os novos valores dos campos de velocidades são determinados através da solução simultânea das equações da quantidade de movimento. Isto é feito pelo método TDMA (*TriDiagonal Matrix Algorithm*), alternando-se as direções de busca através da geometria computacional.

RESULTADOS

A força de arrasto (**D**) atuante no bloqueio ao escoamento é obtida integrando-se o tensor da tensão na superfície do bloqueio ao escoamento:

$$D = \iint_{S_b} \Pi \cdot dS \quad (25)$$

Os resultados apresentados foram obtidos em uma malha computacional de 1000 pontos (40 na direção axial e 25 na direção radial). Vários pontos foram concentrados na região central do duto, onde localiza-se o bloqueio ao escoamento, conforme ilustrado na Figura 3. A investigação numérica abrangeu as seguintes faixas: n , de 0,4 a 2; Re , de 0,01 a 1000; l/R_0 , de 0,4 a 1,4 e a/R_0 , de 0,2 a 0,9. Durante a simulação, o parâmetro de relaxação β variou de 0,3 a 0,9 sendo obtida a convergência para: $\left| (\phi^{t+1} - \phi^t) / \phi^t \right| < 10^{-4}$, sendo ϕ uma dada grandeza avaliada numericamente.

A seguir, analisam-se as influências da natureza reológica do fluido, do regime hidrodinâmico e de diversas condições de bloqueio ao escoamento em parâmetros de interesse.

A Figura 4 mostra como a razão a/R_0 afeta o valor da força de arrasto atuante na obstrução ao escoamento, para $Re=0,1$ e para os casos de fluidos: pseudoplástico (com $n=0,7$); newtoniano ($n=1$) e dilatante (com $n=1,5$ e $n=2$). Constata-se que o aumento da obstrução na direção radial (valores crescentes de a/R_0) concorre para um substancial aumento na força de arrasto, sendo este aumento mais acentuado nas situações em que $a/R_0 > 0,6$. Assim, por exemplo, para $n=2$, a força de arrasto atuante na obstrução localizada tem um aumento da ordem de 17 vezes quando o valor de a/R_0 varia de 0,2 para 0,6, enquanto que ao variar-se a/R_0 de 0,2 para 0,9 obtém-se um aumento da ordem de 180 vezes no valor da força de arrasto. A previsão de tais esforços é sem dúvida de grande valia em situações tais como: escoamento em tubulações que apresentam redução na seção reta e escoamento em artérias e veias obstruídas.

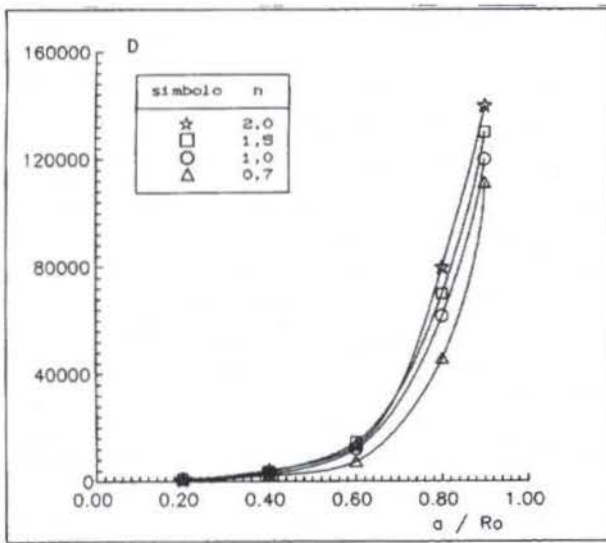


Figura 4 - Influência da Razão a/R_0 em D
($Re=0,1$; $l/R_0 = 1$)

A influência da razão l/R_0 na força de arrasto é mostrada na Figura 5, para os casos de fluidos pseudoplástico, newtoniano e dilatante, sendo $Re=0,1$ e $a/R_0=0,4$. Os casos investigados evidenciam um aumento na força de arrasto à medida que cresce o bloqueio na direção axial (valores crescentes de l/R_0). Deste modo, tomando-se como exemplo o caso de fluido dilatante (com $n=2$), a força de arrasto duplica de valor quando l/R_0 varia de 0,4 para 1,4. Observa-se, também, que, para um dado valor de l/R_0 , valores crescentes do expoente *power-law* do fluido, que implicam em uma mudança no perfil de velocidade do escoamento, concorrem para um aumento no valor da força de arrasto. Para as situações em que $l/R_0 \rightarrow 0$ e $l/R_0 \rightarrow \infty$, necessitam-se de novas simulações para melhor descrever o comportamento da força de arrasto.

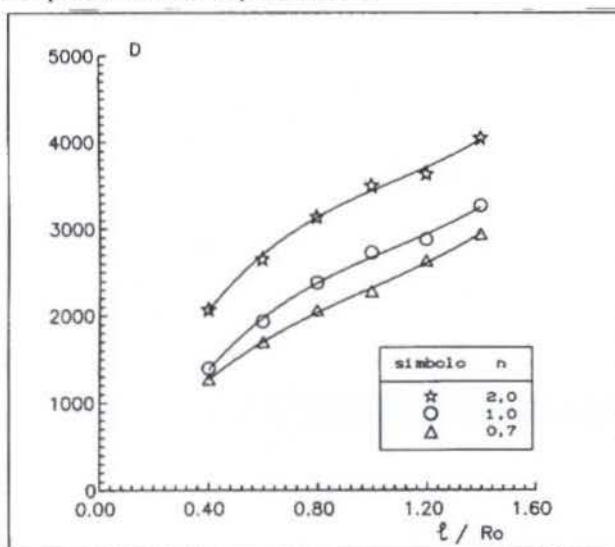


Figura 5 - Influência da Razão l/R_0 em D
($Re=0,1$; $a/R_0 = 0,4$)

A Figura 6 evidencia como a razão $\Delta P / \Delta P^0$, que relaciona a queda de pressão do escoamento parcialmente bloqueado com a queda de pressão do escoamento não obstruído, no mesmo regime hidrodinâmico, é afetada pelo bloqueio ao escoamento na direção axial, para os casos de fluidos pseudoplástico (com $n=0,7$), newtoniano ($n=1$) e dilatante (com $n=2$), sendo $Re=0,1$ e $a/R_0=0,4$. O aumento da razão l/R_0 concorre para o aumento da queda de pressão. Assim, por exemplo, para $n=2$, a razão $\Delta P / \Delta P^0$ tem o seu valor aumentado de 1,5 quando l/R_0 varia de 0,4 para 1,4. Nota-se, ainda, que a medida que aumenta-se o expoente *power-law* do fluido o valor da razão $\Delta P / \Delta P^0$ cresce para um dado valor de l/R_0 .

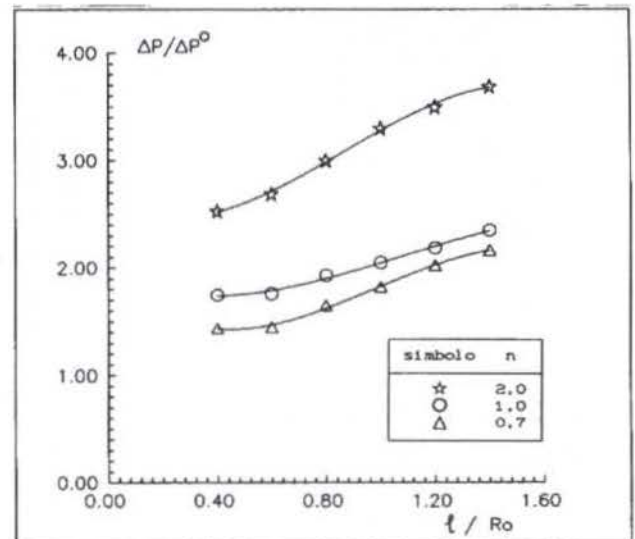


Figura 6 - Influência da Razão l/R_0 em $\Delta P / \Delta P^0$
($Re=0,1$; $a/R_0 = 0,4$)

A influência do regime hidrodinâmico do escoamento na força de arrasto é mostrada na Figura 7 para o caso de um fluido dilatante apresentando expoente *power-law* igual a 1,5 e para $a/R_0=0,2$ e $l/R_0=1$. Conforme evidenciado, à medida que predominam os efeitos de inércia o valor da força de arrasto decresce. Para $Re > 1000$, é necessário realizar novas simulações para melhor avaliar o comportamento da força de arrasto.

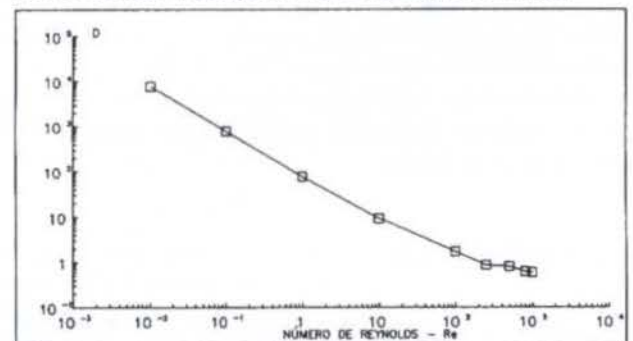


Figura 7 - Influência do Regime Hidrodinâmico em D
($n=1,5$; $a/R_0 = 0,2$; $l/R_0 = 1$)

A Figura 8 evidencia, para uma dada situação física, as linhas de corrente nas proximidades da obstrução ao escoamento, para o caso de um fluido apresentando expoente *power-law* igual a 0,7.

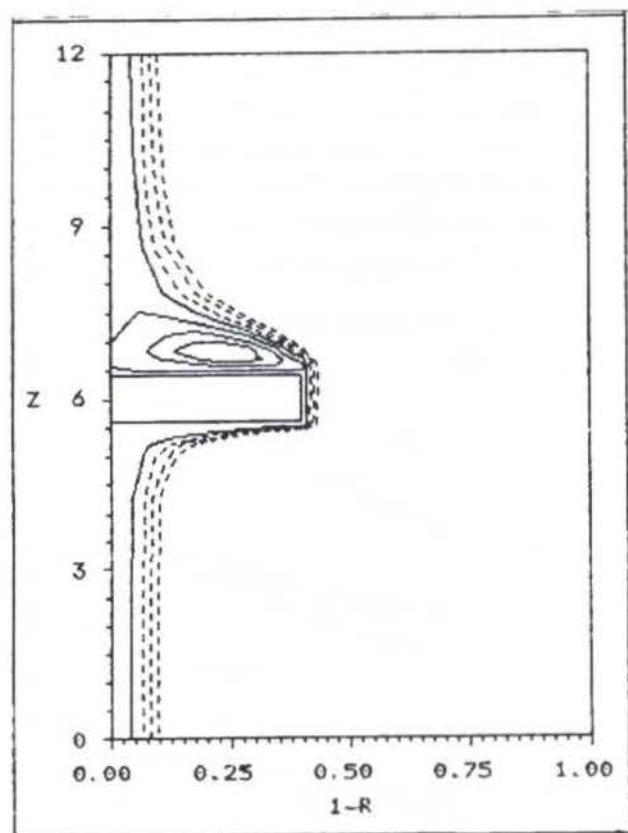


Figura 8 - Visualização Computacional
($n=0,7$; $Re=10$; $a/R_0 = 0,4$; $l/R_0 = 1$)

(Linhas de corrente: -0,010 a 0,020, incremento=0,005)

CONCLUSÕES

Simulou-se o escoamento de fluido em duto parcialmente bloqueado. Investigou-se a influência do caráter não-newtoniano do fluido do regime hidrodinâmico e das razões de aspecto nos parâmetros queda de pressão e força de arrasto. A determinação destes parâmetros constitui importante subsídio para várias situações de interesse científico e tecnológico, tais como: o processamento de polímeros; o problema da estenose e o bombeamento de fluidos.

AGRADECIMENTOS

O autor agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro recebido.

REFERÊNCIAS

- Braga, W., 1990, "On the Use of Some Weighted Upwind Schemes for Strongly Convective Flows", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 18 (B), pp. 43-60.
- Galpin, P.F. e Raithby, G.D., 1986, "Numerical Solution of Problems in Incompressible Fluid Flow: Treatment of the Temperature-Velocity Coupling", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 10 (2), pp. 105-129.
- Keunings, R., 1989, "Simulation of Viscoelastic Fluid Flow, Fundamentals of Computer Modeling for Polymer Processing", C. L. Tucker III (ed.), pp. 403-469, Hanser Publishers, N.York.
- Lee, E.S., 1968, "Quasilinearization and Invariant Imbedding, with Applications to Chemical Engineering and Adaptive Control", Academic Press, New York.
- Marchi, C.H., Maliska, C.R. e Bortoli, A.L., 1989, "The Use of Co-Located Variables in the Solution of Supersonic Flows", *Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Rio de Janeiro, Brasil, Vol. 1, pp. 157-160.
- Pak, B.; Cho, Y. I. e Choi, S.U.S., 1990, "Separation and Reattachment of Non-Newtonian Fluid Flows in a Sudden Expansion Pipe", *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 37, pp. 175-199.
- Peric, M., Kessler, R. e Scheuerer, G., 1988, "Comparison of Finite-Volume Numerical Methods with Staggered and Colocated Grids", *Computers & Fluids*, Vol. 16, (4), pp. 389-403.

SUMMARY

Motivated by the importance of the internal flow of non-Newtonian fluids, a numerical code using the primitive formulation written on non-staggered grid was developed. The momentum equations are solved using a 2x2 block tri-diagonal method allowing a coupled solution to be obtained. The pressure equation, obtained through the use of the continuity equation, is solved by the SOR method. Results for the drag force and the pressure drop are shown as a function of the power-law exponent, the Reynolds number and the aspect ratios in the case of the flow of a non-Newtonian fluid inside a tube, in the presence of a partial blockage.

STUDY ON MULTILAYER INSULATION BLANKET EFFECTIVE THERMAL COEFFICIENTS

Fabiano Luis de Sousa

Divisão de Mecânica Espacial e Controle
 Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
 12227-010 - São José dos Campos – SP - Brasil

SUMMARY

In this paper, an analysis of the use of effective thermal parameters to characterize Multilayer Insulation (MLI) blankets is made. It is focused on the influence of the experimental procedure used to determine the effective parameter, on the way the blanket is taken into account in the numerical thermal model of a satellite. One-dimensional and a simplified three-dimensional models of a MLI blanket, are used to verify the influence of the reference temperature points positioning on the thermal coefficients of MLI blankets, considering their type and use in satellite thermal control. Highlights on the influence of heat losses on the insulation performance of a blanket are also made.

INTRODUCTION

Multilayer insulation blankets have been extensively used in satellite thermal control design for many years. They provide a very reliable radiative thermal insulation shield for equipment or parts of a satellite subject to either hazard hot or cold environments.

Common MLI blankets used in satellites are made of 5 to 40 very thin layers of Kapton or Mylar packed in a sandwich like arrangement. In order to decrease as much as possible the heat through the blanket under vacuum, the internal layers are generally covered with a low emissivity aluminium coating on both sides and spaced by nets of a very low conductive material. The low conductive coupling between adjacent layers results also from the effective small contact area between the net spacers and adjacent layers, and in most cases the main mode of heat exchange among the blanket layers is by radiation.

Usually, the inner and outer layers are made of Kapton 25.4 to 50.8 μm thick, aluminized in the internal surfaces, while the internal layers are made of 6.35 μm thick double side aluminized Mylar. For the net spacers, Nylon, Dacron or silk can be used. The total thickness of a blanket is around 5 mm. A MLI blanket layout is shown in Figure 1.

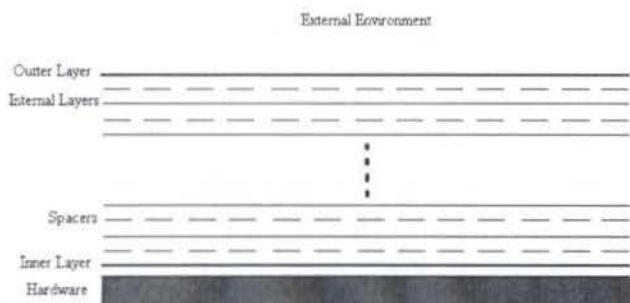


Figure 1 – MLI blanket layout

Multilayer insulation blankets are used to cover either equipment or specific areas on the satellite. For example, they can have an area as small as 0.04268 m², when covering a sensor in the Brazilian Scientific Application Satellite (SACI-1), or as

large as 0.7776 m², when covering part of an external panel on the China-Brazil Earth Resources Satellite (CBERS).

BLANKET EFFECTIVE THERMAL COEFFICIENTS DEFINITION

In practice, MLI blankets are characterized by an effective emissivity (ε_{eff}) or an effective conductivity (k_{eff}), defined as:

$$\epsilon_{eff} = \frac{Q}{A \cdot \sigma \cdot (T_H^4 - T_C^4)} \tag{1}$$

and,

$$k_{eff} = \frac{Q \cdot L}{A \cdot (T_H - T_C)} \tag{2}$$

Where Q is the heat through the blanket, T_H and T_C hot and cold reference temperatures, respectively, A a reference area, L the blanket thickness and σ the Stefan-Boltzman constant.

In cases where the heat transfer through the blanket relied mostly on radiation and provided that there is no heat leak through its edges, the MLI can be modeled as a set of infinite parallel flat plates. Applying this approach to a blanket like the one outlined on Figure 1, with the aluminized surfaces having the same emissivity and the reference temperatures being taken at the outer and inner layers, the effective emissivity is given by:

$$\epsilon_{eff} = \frac{1}{(N-1) \cdot \left(\frac{2}{\epsilon} - 1 \right)} \tag{3}$$

where N is the number of layers and ε the surface emissivity of each layer. Equations similar to Eq. (3), can be obtained for blankets with different emissivities on each surface layer (Siegel and Howell, 1992), so that one could theoretically determine the effective emissivity of any prospective MLI blanket.

A Figura 8 evidencia, para uma dada situação física, as linhas de corrente nas proximidades da obstrução ao escoamento, para o caso de um fluido apresentando expoente *power-law* igual a 0,7.

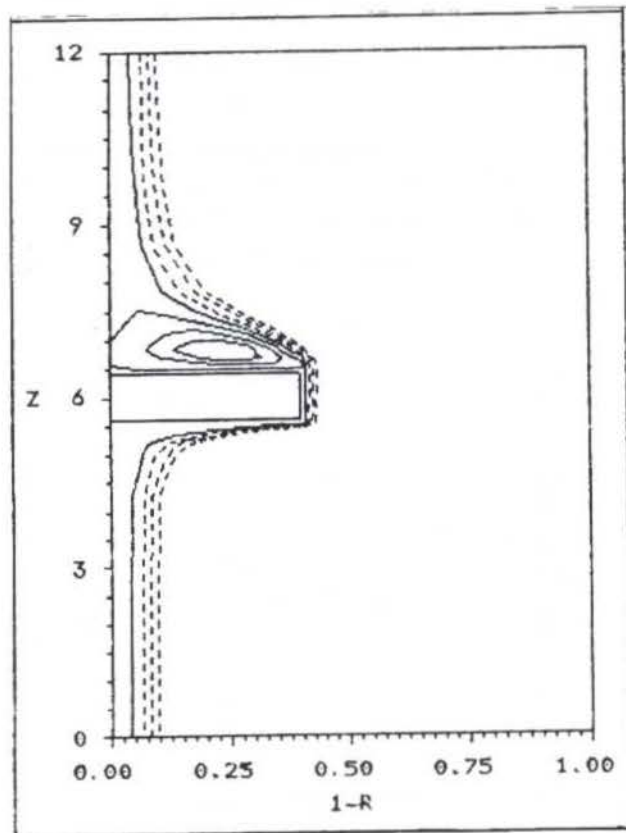


Figura 8 - Visualização Computacional
($n=0,7$; $Re=10$; $a/R_0 = 0,4$; $l/R_0 = 1$)
(Linhas de corrente: -0,010 a 0,020, incremento=0,005)

CONCLUSÕES

Simulou-se o escoamento de fluido em duto parcialmente bloqueado. Investigou-se a influência do caráter não-newtoniano do fluido do regime hidrodinâmico e das razões de aspecto nos parâmetros queda de pressão e força de arrasto. A determinação destes parâmetros constitui importante subsídio para várias situações de interesse científico e tecnológico, tais como: o processamento de polímeros; o problema da estenose e o bombeamento de fluidos.

AGRADECIMENTOS

O autor agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro recebido.

REFERÊNCIAS

- Braga, W., 1990, "On the Use of Some Weighted Upwind Schemes for Strongly Convective Flows", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 18 (B), pp. 43-60.
- Galpin, P.F. e Raithby, G.D., 1986, "Numerical Solution of Problems in Incompressible Fluid Flow: Treatment of the Temperature-Velocity Coupling", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 10 (2), pp. 105-129.
- Keunings, R., 1989, "Simulation of Viscoelastic Fluid Flow, Fundamentals of Computer Modeling for Polymer Processing", C. L. Tucker III (ed.), pp. 403-469, Hanser Publishers, N.York.
- Lee, E.S., 1968, "Quasilinearization and Invariant Imbedding, with Applications to Chemical Engineering and Adaptive Control", Academic Press, New York.
- Marchi, C.H., Maliska, C.R. e Bortoli, A.L., 1989, "The Use of Co-Located Variables in the Solution of Supersonic Flows", *Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Rio de Janeiro, Brasil, Vol. 1, pp. 157-160.
- Pak, B.; Cho, Y. I. e Choi, S.U.S., 1990, "Separation and Reattachment of Non-Newtonian Fluid Flows in a Sudden Expansion Pipe", *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 37, pp. 175-199.
- Peric, M., Kessler, R. e Scheuerer, G., 1988, "Comparison of Finite-Volume Numerical Methods with Staggered and Colocated Grids", *Computers & Fluids*, Vol. 16, (4), pp. 389-403.

SUMMARY

Motivated by the importance of the internal flow of non-Newtonian fluids, a numerical code using the primitive formulation written on non-staggered grid was developed. The momentum equations are solved using a 2x2 block tri-diagonal method allowing a coupled solution to be obtained. The pressure equation, obtained through the use of the continuity equation, is solved by the SOR method. Results for the drag force and the pressure drop are shown as a function of the power-law exponent, the Reynolds number and the aspect ratios in the case of the flow of a non-Newtonian fluid inside a tube, in the presence of a partial blockage.

STUDY ON MULTILAYER INSULATION BLANKET EFFECTIVE THERMAL COEFFICIENTS
Fabiano Luis de Sousa

 Divisão de Mecânica Espacial e Controle
 Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
 12227-010 - São José dos Campos – SP - Brasil

SUMMARY

In this paper, an analysis of the use of effective thermal parameters to characterize Multilayer Insulation (MLI) blankets is made. It is focused on the influence of the experimental procedure used to determine the effective parameter, on the way the blanket is taken into account in the numerical thermal model of a satellite. One-dimensional and a simplified three-dimensional models of a MLI blanket, are used to verify the influence of the reference temperature points positioning on the thermal coefficients of MLI blankets, considering their type and use in satellite thermal control. Highlights on the influence of heat losses on the insulation performance of a blanket are also made.

INTRODUCTION

Multilayer insulation blankets have been extensively used in satellite thermal control design for many years. They provide a very reliable radiative thermal insulation shield for equipment or parts of a satellite subject to either hazard hot or cold environments.

Common MLI blankets used in satellites are made of 5 to 40 very thin layers of Kapton or Mylar packed in a sandwich like arrangement. In order to decrease as much as possible the heat through the blanket under vacuum, the internal layers are generally covered with a low emissivity aluminium coating on both sides and spaced by nets of a very low conductive material. The low conductive coupling between adjacent layers results also from the effective small contact area between the net spacers and adjacent layers, and in most cases the main mode of heat exchange among the blanket layers is by radiation.

Usually, the inner and outer layers are made of Kapton 25.4 to 50.8 μm thick, aluminized in the internal surfaces, while the internal layers are made of 6.35 μm thick double side aluminized Mylar. For the net spacers, Nylon, Dacron or silk can be used. The total thickness of a blanket is around 5 mm. A MLI blanket layout is shown in Figure 1.

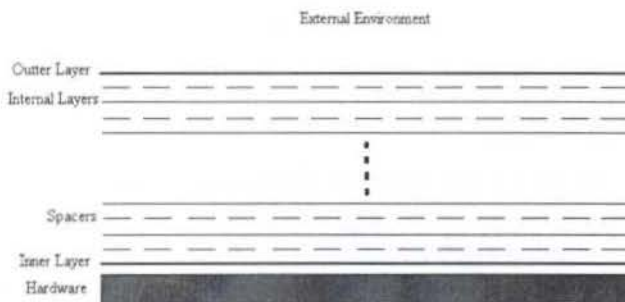


Figure 1 – MLI blanket layout

Multilayer insulation blankets are used to cover either equipment or specific areas on the satellite. For example, they can have an area as small as 0.04268 m^2 , when covering a sensor in the Brazilian Scientific Application Satellite (SACI-1), or as

large as 0.7776 m^2 , when covering part of an external panel on the China-Brazil Earth Resources Satellite (CBERS).

BLANKET EFFECTIVE THERMAL COEFFICIENTS DEFINITION

In practice, MLI blankets are characterized by an effective emissivity (ϵ_{eff}) or an effective conductivity (k_{eff}), defined as:

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{Q}{A \cdot \sigma \cdot (T_H^4 - T_C^4)} \quad (1)$$

and,

$$k_{\text{eff}} = \frac{Q \cdot L}{A \cdot (T_H - T_C)} \quad (2)$$

Where Q is the heat through the blanket, T_H and T_C hot and cold reference temperatures, respectively, A a reference area, L the blanket thickness and σ the Stefan-Boltzman constant.

In cases where the heat transfer through the blanket relied mostly on radiation and provided that there is no heat leak through its edges, the MLI can be modeled as a set of infinite parallel flat plates. Applying this approach to a blanket like the one outlined on Figure 1, with the aluminized surfaces having the same emissivity and the reference temperatures being taken at the outer and inner layers, the effective emissivity is given by:

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{1}{(N-1) \cdot \left(\frac{2}{\epsilon} - 1 \right)} \quad (3)$$

where N is the number of layers and ϵ the surface emissivity of each layer. Equations similar to Eq. (3), can be obtained for blankets with different emissivities on each surface layer (Siegel and Howell, 1992), so that one could theoretically determine the effective emissivity of any prospective MLI blanket.

Unfortunately, actual blankets often have effective emissivities much higher than theoretical ones and the effective thermal parameters are actually obtained from experimental data. A good review of the main parameters that affect MLI insulation performance can be found in Doenecke (1993).

In most cases the effective emissivity is the parameter used to characterize the blanket since, unless conductivity coupling became comparable to radiation, it is independent on temperature (Doenecke, 1993). Moreover, it may be difficult to determine precisely the thickness of the blanket and ϵ_{eff} is a better parameter when comparing insulation performance of blankets to tapes and coatings.

The experimental determination of the thermal coefficients of a MLI blanket is done using a thermal-vacuum chamber to provide either an appropriate low pressure environment (less than 10^{-5} Torr) as well as the sink temperature to the heat generated inside the hardware covered by the blanket. The hardware is generally a dummy resembling at least geometrically the real equipment, but the blanket must be exactly as the one that will be actually used later.

Although at first may seem obvious that the reference temperatures to be used to obtain ϵ_{eff} or k_{eff} would be the ones at the inner and outer blanket layers, measurements of MLI thermal characteristics are usually made for a particular application and other reference points can be chosen. As an example, three different sets of reference temperatures were used to characterize the MLI blankets employed in the Cassini spacecraft (Lin et al, 1996). As mentioned in that article, although a large amount of experimental data have been released through the last 20 years on MLI thermal coefficients, it is hardly reported the positions used for the reference temperatures, although it seems that most of them use the hardware and the vacuum chamber walls as the temperature reference points. Hence, care should be taken when using previous MLI data for estimate the thermal characteristics of a prospective MLI blanket to be used in a new satellite or spacecraft.

INFLUENCE OF REFERENCE TEMPERATURES

In order to study the impact of using different reference temperatures on the value of the effective emissivity of a MLI blanket, a simplified three-dimensional model resembling an experimental setup was built. In this model a blanket consisting of 5 layers, spaced by 1 mm each, covers the surface of a flat hardware area of 1m x 1m, and the conjunct is completely surrounded by an enclosure, simulating the internal walls of a vacuum chamber. To comply with common used blanket layouts, the inner and outer layers are made of Kapton aluminized on the internal surfaces, and the internal layers are made of Mylar aluminized on both sides. The aluminized surfaces either of Kapton or Mylar have an emissivity of 0.05, while the non-aluminized Kapton surfaces have an emissivity of 0.71. The enclosure emissivity was considered equal to 1 because the internal black walls of a vacuum chamber, provided it is big enough compared with the blanket under test, behaves as a perfect black body (Butler et al, 1963).

In most MLI applications, the blanket wrapped snugly the hardware, so that its temperature and of the inner layer is nearly the same. Hence, in the present analysis only two sets of reference temperatures will be used. One considering the temperatures of the inner (T_i) and outer (T_o) layers and other considering the inner layer and the enclosure temperature (T_e). The effective emissivity for the two sets of reference temperatures can then be defined as:

$$\epsilon_{io} = \frac{q}{\sigma \cdot (T_i^4 - T_o^4)} \quad (4)$$

and,

$$\epsilon_{ie} = \frac{q}{\sigma \cdot (T_i^4 - T_e^4)} \quad (5)$$

The temperature distribution across the blanket is obtained applying a heat flux "q" of 5 W/m² on the inner layer, and setting the enclosure temperature to -180 °C, which is the vacuum chamber wall temperature normally used in MLI tests. In real blankets the edges are closed, and many techniques exists to do that in order to reduce the lateral heat losses (Edelstein et al, 1979). In the present simplified model this is simulated by putting one layer of doubled aluminized Mylar covering each edge of the blanket. However, the temperature distribution for the blanket with open edges was also calculated in order to give an idea of the impact of the heat losses through the edges on the insulation performance of the blanket.

In the numerical model each MLI layer was divided in 25 squared nodes, and each lateral layer in 20. In Figure 2 a partial drawing of the nodal breakdown is shown, depicting only the inner and the first internal blanket layer and two lateral layers. For better understanding of the position of the layers, the drawing was made out of scale. In the real model the blanket is much thinner than appears on Figure 2. The node corresponding to the enclosure is not shown, but it is a boundary condition with constant temperature enveloping all the blanket.

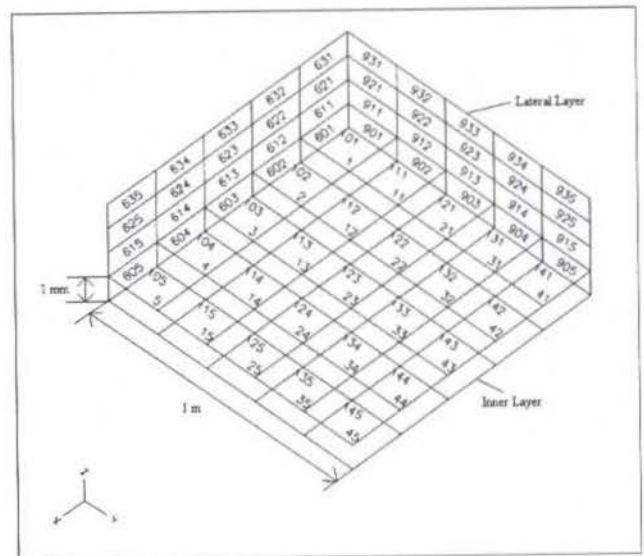


Figure 2 – Blanket nodal breakdown. Partial view. Drawing out of scale.

Since heat conduction is considered negligible in the present analysis, the steady state temperature of each node is calculated by solving the system of equations given by:

$$\sum_{j=1}^{n+1} R_{ji} \cdot \sigma \cdot (T_j^4 - T_i^4) + Q_i = 0 \quad (6)$$

$i = 1, \dots, n$

Where T_i is the absolute temperature of node i ; T_j is the absolute temperature of node j ; R_{ij} is the radiative coupling, calculated by the Gebhart method (Siegel and Howell, 1992), between nodes i

and j ; Q_i is the heat applied to node i (in the analysis the ones on the inner layer) and n is the number of nodes ($n+1$ is the node representing the enclosure). To facilitate the analysis of the results, the nodal breakdown didn't follow a sequential numbering, as can be seen in Figure 2. To solve the system of equations, INPE's PCTER thermal analyzer was used.

In Figures 3 and 4 below, the temperature distribution on each layer is shown, for the blanket with open and closed edges. Due to symmetry only the temperature distribution along the diagonal of each layer is shown.

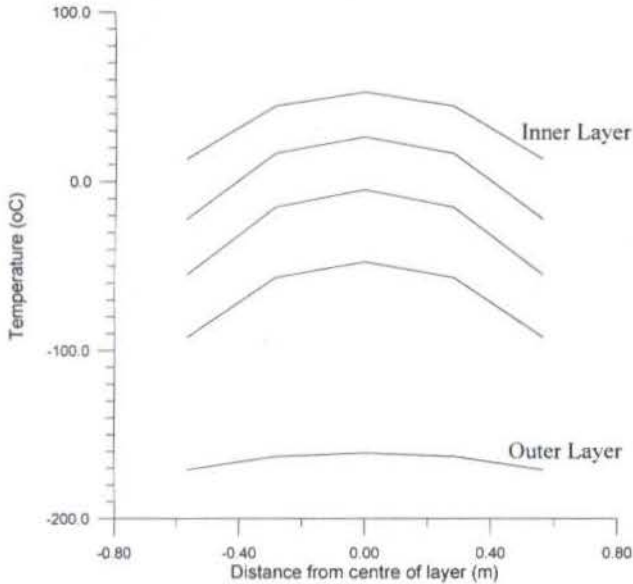


Figure 3 – Temperature distribution along the diagonal of each layer of the open edge MLI blanket

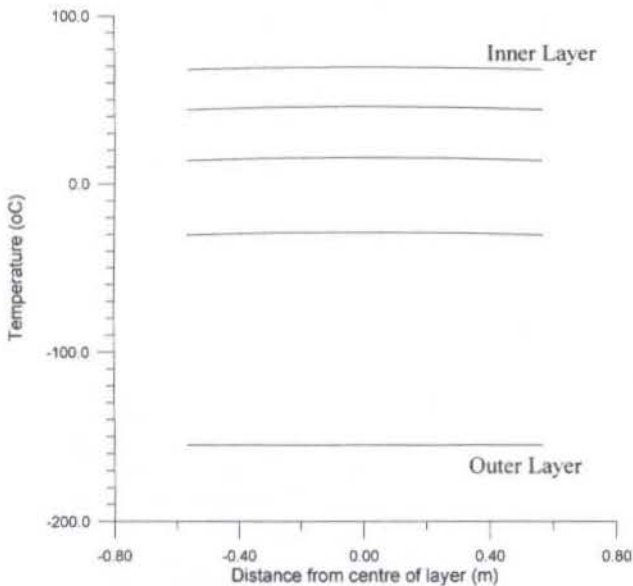


Figure 4 – Temperature distribution along the diagonal of each layer of the closed edge MLI blanket

It is evident from Figure 3, that not properly closing the small gaps between the layers on the blanket edges, can lead to great radiative heat losses. Although the view factors between adjacent layers are much greater than the ones between them and the enclosure, the low emissivity, and consequently high reflectance, of their surfaces provides a “tunneling effect” for the thermal radiation to escape through the edges. This effect is amplified

closer to the edges, where the number of multi-reflections before the radiation escapes the blanket is much lesser than near the layer's center, leading to the high decrease on the nodes temperature, from the center towards the layers edges, observed in Figure 3. This effect significantly reduces the effective insulation of the blanket, being one of the major points to pay attention when using MLI blankets. It is interesting to note that the outer layer is less affected by the “tunneling effect”, as a result of its high radiative coupling with the enclosure. With the edges closed, the temperature distribution over the layers is almost uniform and the heat loss through the edges is much lesser than the net heat flux that cross the blanket as will be highlighted further on the text.

Using data of Figure 4 in Eqs. (4) and (5), the two effective emissivities can be calculated, resulting: $\epsilon_{io} = 0.00649$ and $\epsilon_{ie} = 0.00644$. These values are too close (the difference between them, relative to ϵ_{io} , is lesser than 1%) and no significant error would arise if, for such kind of blanket, one calculate the value of the effective emissivity between the inner and outer layer from experimental data obtained using reference temperatures at the hardware and chamber walls. From the experimental point of view, this result is welcome since it means that no thermocouple need to be installed on the MLI blanket. However, the proximity between the values of ϵ_{io} and ϵ_{ie} may be a consequence of the high radiative thermal coupling between the external surface of the outer layer and the enclosure. To verify this, the outer layer was made aluminized at both sides and the temperatures recalculated (Figure 5).

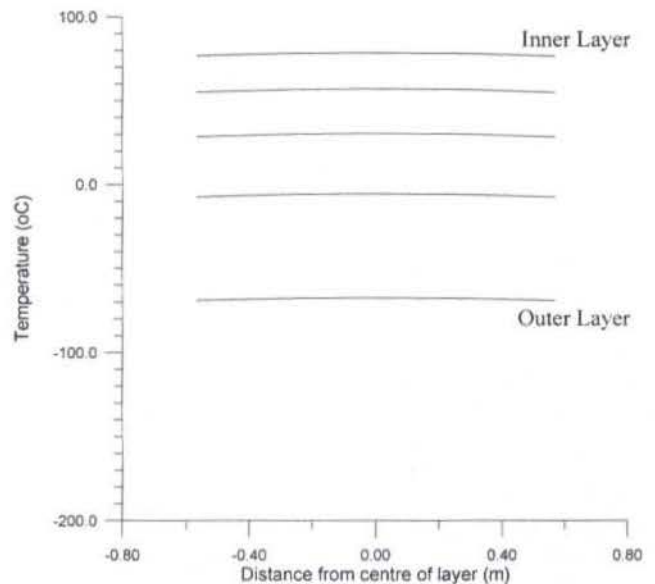


Figure 5 - Temperature distribution along the diagonal of each layer of the closed edge MLI blanket. Outer layer aluminized at both sides.

In this new condition, the temperatures of the inner and outer layers were around 78,0 and -67,0 °C, respectively, resulting for the effective emissivities: $\epsilon_{io} = 0.00652$ and $\epsilon_{ie} = 0.00579$. The difference between the emissivities, relative to ϵ_{io} , raised from lesser than 1% to 11%, confirming the previous hypothesis.

To better understand the influence of the number of layers, and the outer layer external surface emissivity, on the difference between ϵ_{io} and ϵ_{ie} , a parametric analysis was performed using the ideal one-dimensional model for the present study case MLI blanket.

In the one-dimensional approach, ϵ_{io} is given by Eq. (3) and ϵ_{ie} by:

$$\epsilon_{ie} = \frac{1}{(N-1) \cdot \left(\frac{2}{\epsilon} - 1 \right) + \frac{1}{\epsilon_{o_ext}}} \quad (7)$$

Either on Eqs. (3) as on (7), ϵ is the emissivity of the aluminized surfaces (0.05) and N is the number of MLI layers. On Eq. (7) ϵ_{o_ext} is the emissivity of the external surface of the outer layer. The variation of ϵ_{io} and ϵ_{ie} in function of the number of layers and the emissivity of the external surface of the outer layer is shown on Figure 6 below.

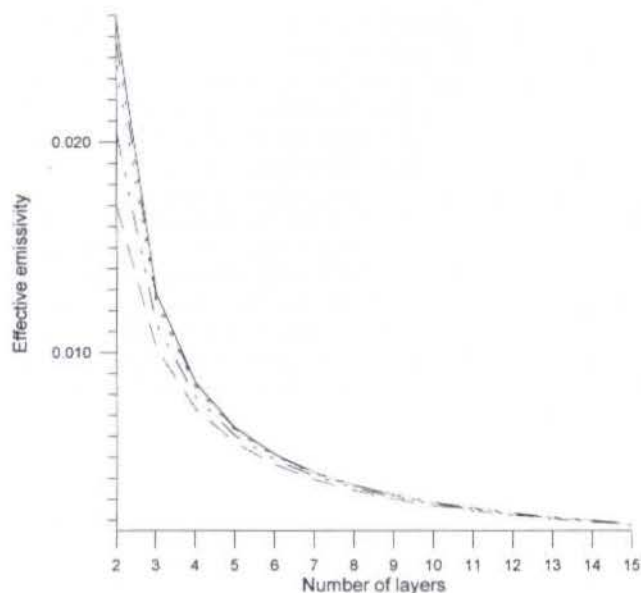


Figure 6 – Dependence of blanket effective emissivity on number of layers and emissivity of the external surface of the outer layer

In Figure 6, the continuous line represents ϵ_{io} , which is only dependent on N . The dashed lines represent ϵ_{ie} for four different values of ϵ_{o_ext} : 0.05, 0.1, 0.3 and 0.7, from the “lower” to the “higher” dashed line, respectively. From Figure 6 it can be concluded that as the number of blanket layers increases, the difference between ϵ_{io} and ϵ_{ie} is less dependent on ϵ_{o_ext} . In fact, for N greater than 15 the difference can be considered negligible. It is also clear that as ϵ_{o_ext} increases the difference decreases sharply, becoming almost independent on N , as is evidenced by the ϵ_{ie} curve for $\epsilon_{o_ext} = 0.7$ be almost identical to the ϵ_{io} curve.

It is interesting to note that the difference between the value of ϵ_{io} calculated with the one-dimensional model for 5 layers (0.00641) and the one calculated with the simplified three-dimensional blanket model with closed edges (0.00649), is lesser than 1.5 %. On the other hand, the difference increases to more than 60 %, when ϵ_{io} is calculated using the average temperatures of the inner and outer layers of the open edge model. The effective emissivity in this case reaches 0.01027. These results, as previously noted, confirms that the losses through radiation can be significantly reduced with the procedure of covering the blanket edges, what not always is made in practice. In fact, the heat losses through the edges is a complex problem, involving either radiation as conduction heat transfer, and the overall thermal insulation performance of a blanket greatly depends on the way its edges are closed or folded (Lin et al, 1996).

CONCLUSIONS

For the thermal analyst, a reduction on the number of nodes of a numerical thermal model, unless it decreases significantly the accuracy of the modeling, is always welcome. From the experimental point of view, every time that the number of measurement points can be reduced or measurements that imply on possible high uncertainties is avoided, the same can be said.

The present study indicates that for blankets commonly used in satellite thermal control, its intrinsic effective emissivity (ϵ_{io}) can be obtained experimentally without taking any temperature measurement on the blanket itself. If the blanket is snugly wrapped around the hardware and the number of layers is greater than 15, only measurements of hardware and vacuum chamber temperatures are necessary to determine ϵ_{io} , even if the external surface of the outer layer has a very low emissivity. If the emissivity is greater than 0.7 this procedure produces no significant error even for blankets with 5 layers. This is an advantage since it is much easier to fix thermocouples on hardware than on thin MLI layers. Moreover, since thermal vacuum chambers commonly have thermocouples attached to its internal walls, it may be necessary only to be concerned with the hardware instrumentation for the experimental setup.

Moreover, if such kind of blanket is used to cover equipment inside internal compartments painted or taped with high emissivity coatings, that are common in satellite thermal designs, or hardware on external panels that only “see” space, ϵ_{io} can be used as the emissivity of the outer surface of the hardware, so that reducing the total number of nodes in the satellite numerical model.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author would like to thank Dr. Valeri Vlassov for the helpful comments on the preparation of this paper.

REFERENCES

- Butler, C., P. and Jenkins, R., J., 1963, “Space Chamber Emissance Measurements”, NASA SP-31, pp. 39-43.
- Doenecke, J., 1993, “Survey and Evaluation of Multilayer Insulation Heat Transfer Measurements”, SAE Technical Paper Series 9321167, pp. 1-11.
- Edelstein, F., Harwell, W., Haslett, R. and Timlen, W., 1979, “Shuttle Payload Thermal Control – Vol. 2 Insulation, Design and Fabrication”, Contract NAS5-23414, Grumman Aerospace Corporation.
- Gilmore, D., G. (editor), 1994, “Satellite Thermal Control Handbook”, The Aerospace Corporation Press, El Segundo, CA.
- Lin, E. I., Stultz, J. W. and Reeve, R., T., 1996, “Effective Emissance for Cassini Multilayer Insulation Blankets and Heat Loss Near Seams”, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 10, No. 2, pp. 357-363.
- Siegel, R., Howell, J., R., 1992, “Thermal Radiation Heat Transfer”, 3rd ed., Taylor & Francis Publishing, Washington.

ANÁLISE DO MÉTODO DE ORDENADAS DISCRETAS: DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL

Luís Mauro Moura

Pontifícia Universidade Católica do Paraná - Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Rua Imaculada Conceição, 1155 - CEP 80215-901, Cx.P. 16210, Curitiba, PR, Brasil

Dominique Doermann-Baillis; Jean-François Sacadura

Centre de Thermique de Lyon, ESA CNRS 5008, INSA de Lyon
20, Avenue Albert Einstein, F69621 Villeurbanne Cedex, França

RESUMO

Analisa-se neste trabalho diferentes tipos de funções de interpolação utilizadas no cálculo da variação das intensidades radiativas no volume de controle no método das ordenadas discretas aplicado à equação de transferência radiativa (ETR). As funções de interpolação consideradas são do tipo: step (ou upwind), linear, exponencial e integral. Estas funções de interpolação são analisadas para uma geometria cartesiana unidimensional utilizando-se diferentes casos testes. Apresenta-se também um método de linearização do termo fonte eficaz para a redução do número de iterações.

INTRODUÇÃO

Diferentes formulações para a discretização espacial utilizando a técnica de volumes finitos aplicadas ao método de ordenadas discretas para a solução da equação de transferência radiativa (ETR) são listadas na literatura. Muitas destas formulações foram desenvolvidas para uma geometria bidimensional (Lathrop, 1969; El Wakil e Sacadura, 1992; Chai *et al.*, 1994; Moura *et al.*, 1996) procurando-se evitar problemas de difusão numérica devido ao tipo de interpolação espacial utilizada. Entretanto em uma geometria unidimensional este fenômeno não existe e uma análise mais eficiente sobre as diferentes interpolações pode ser realizada.

Alguns tipos de formulação, aplicados a determinados casos, podem apresentar resultados irrealísticos ou divergirem, caso determinadas hipóteses não forem respeitadas (número de volumes e número de direções da quadratura).

As funções de interpolação consideradas são do tipo: *step* (ou *upwind*), linear, exponencial e integral. Pode-se escrever, para diferentes tipos de interpolações, uma formulação do tipo onde f é a ponderação que varia conforme cada tipo de formulação.

Um método de linearização do termo fonte para uma geometria unidimensional é apresentado. Esta técnica é baseada na formulação proposta por Chai *et al.* (1994) para uma geometria bidimensional.

Essas interpolações são associados a uma nova quadratura apresentada por Moura *et al.* (1997) que são definidas para um semi-hemisfério, integrando corretamente o fluxo de calor nas paredes.

Considera-se um meio semi-transparente, cinzento, com índice de refração unitário, geometria unidimensional e com quatro diferentes condições limites.

Resultados são comparados em termos de fluxo radiativo, intensidade radiativa e transmitância hemisférica através de quatro soluções analíticas.

FORMULAÇÃO

Para um meio semi-transparente, com geometria unidimensional cartesiana, absorvente, difuso, com propriedades

radiativas constantes, em equilíbrio termodinâmico local, índice de refração unitário e com simetria azimutal, a Equação de Transferência Radiativa (ETR) pode ser expressa como (Özisik, 1973):

$$\mu \frac{\partial I(\tau, \mu)}{\partial \tau} + I(\tau, \mu) = S(\tau, T, \omega) \quad (1)$$

sendo o termo fonte dado por:

$$S(\tau, T, \omega) = (1 - \omega) I_b(T) + \frac{\omega}{2} \left[\int_0^1 I(\tau, \mu') p(\mu', \mu) d\mu' + \int_0^1 I(\tau, -\mu') p(\mu', -\mu) d\mu' \right] \quad (2)$$

onde τ é a espessura ótica do meio, $I_b(T)$ é a intensidade de radiação emitida pelo corpo negro à temperatura do meio, β é o coeficiente de extinção, ω é o albedo, p é a função de fase e os dois termos integrais representam o ganho por difusão para cada semi-hemisfério. Esta representação do termo integral em duas partes com domínio de integração entre $[0, 1]$ é realizada de maneira a se poder utilizar uma quadratura definida também em um semi-hemisfério, como no caso do fluxo e condições de contorno.

Como condição de contorno considera-se dois problemas, o primeiro possui paredes cinzentas e difusas em emissão e reflexão, o segundo trata-se de um feixe colimado incidindo normalmente a uma face do meio. As condições de contorno para este dois casos podem ser representadas conjuntamente pela seguinte expressão:

$$\begin{cases} I(0, \mu) = \varepsilon_1 I_b(T_1) + 2\rho_1 \int_0^1 I(0, -\mu') \mu' d\mu' & \mu > 0 \\ \quad + \tau'_1 \delta_{\mu 1} I^C(0, 1) \\ I(\tau_0, \mu) = \varepsilon_2 I_b(T_2) + 2\rho_2 \int_0^1 I(\tau_0, \mu') \mu' d\mu' & \mu < 0 \end{cases} \quad (3)$$

onde ε_1 é a emissividade da parede 1, ε_2 é a emissividade da parede 2, ρ_1 é a reflectividade da parede 1, ρ_2 é a reflectividade da parede 2 e T_1 e T_2 são respectivamente as temperaturas das

paredes 1 e 2. τ_1 é a transmitividade da parede 1 em relação a um feixe colimado incidente (I^0) na parede 1 e na direção $\mu=1$. O símbolo $\delta_{\mu 1}$ (Delta de Dirac) assume o valor 1 quando $\mu=1$ e o valor 0 quando $\mu \neq 1$.

A equação (1) é do tipo integrodiferencial, sua solução pelo método de ordenadas discretas (OD) é constituída de duas etapas: i) uma discretização angular, sendo o termo integral substituído por uma soma quadrática das intensidade radiativas. Desta maneira, obtém-se um conjunto de equações diferenciais parciais de primeira ordem; ii) uma discretização espacial, considerando um volume de controle, para a solução das equações diferenciais parciais.

Para o cálculo da variação da intensidade radiativa no interior do volume de controle utiliza-se um fator de ponderação f que será detalhado em seguida para os diferentes esquemas de interpolação. A relação das intensidades radiativas entre as faces e o centro do volume é dada pela seguinte equação:

$$I_{i+1/2,j} = f I_{i+1,j} + (1-f) I_{i,j} \quad (3)$$

Obtém-se então, a partir da eq. (1), uma equação discretizada na seguinte forma:

$$I_{i+1/2,j} = \frac{1}{(1+f\alpha_j)} [f\alpha_j S_{i+1/2,j} + I_{i,j}] \quad (4)$$

sendo

$$\alpha_j = \frac{\Delta\tau_{i+1/2}}{\mu_j} \quad (5)$$

$$S_{i+1/2,j} = (1-\omega) I_b(T_{i+1/2}) + \frac{\omega}{2\beta} \left[\sum_{n=1}^{N/2} w_n (P_{nj} I_{i+1/2,2n} + P_{-nj} I_{i+1/2,-2n}) \right] \quad (6)$$

desta forma, $I_{i-1/2,j}$ é calculado a partir das equações (3) e (4):

$$I_{i+1/2,j} = \frac{1}{(1+f\alpha_j)} [f\alpha_j S_{i+1/2,j} + (1-\alpha_j + f\alpha_j) I_{i,j}] \quad (7)$$

onde o índice $i+1/2$ representa o centro do volume situado entre as faces de índices i e $i+1$. Na eq. (3) $I_{i,j}$ é um valor conhecido e calcula-se $I_{i+1/2,j}$ através de várias iterações, atualizando o termo fonte $S_{i+1/2,j}$. As ponderações são representadas por w_n e são associadas a direção μ_n .

As condições de contorno são obtidas a partir da eq. (2):

$$\begin{cases} I(0, \mu_j) = \varepsilon_1 I_b(T_1) - 2\rho_1 \sum_{\mu_n < 0} w_n \mu_n I(0, \mu_n) & \mu_j > 0 \\ \quad + \tau'_1 \delta_{\mu 1} I^c \\ I(\tau_0, \mu_j) = \varepsilon_2 I_b(T_2) + 2\rho_2 \sum_{\mu_n > 0} w_n \mu_n I(\tau_0, \mu_n) & \mu_j < 0 \end{cases} \quad (7)$$

O método de solução é progressivo, conhecendo-se a intensidade radiativa numa face do volume $I_{i,j}$ e utilizando a eq. (3), calcula-se a intensidade radiativa no centro do volume e então a intensidade noutra face $I_{i-1/2,j}$. Para as direções positivas ($\mu > 0$) o cálculo é realizado no sentido crescente dos volumes i . Para as direções negativas ($\mu < 0$) o sentido é inverso e considera-se as condições limites da outra face do meio.

Para um valor de $f=1$ (formulação *upwind*) as intensidades radiativas calculadas são sempre positivas. Para valores de f inferiores a 1 deve-se escolhe-lo de maneira a se evitar a

obtenção de intensidades radiativas negativas na eq. (7), desta maneira, as seguintes condições devem ser respeitadas:

$$\alpha_j S_{i+1/2,j} + (1-\alpha_j + f\alpha_j) I_{i,j} > 0 \quad (8)$$

$$f \geq 1 - \frac{S_{i+1/2,j}}{I_{i,j}} - \frac{1}{\alpha_j} \quad (9)$$

O termo fonte $S_{i-1/2,j}$ é um valor positivo e estabiliza a eq. (7) evitando a obtenção de intensidades radiativas negativas. Quando a espessura ótica ($\tau_{i-1/2}$) aumenta α_j também aumenta e valores de f mais próximos de 1 devem ser utilizados.

Formulação *step* (ou *puwind*)

Esta formulação garante a obtenção de intensidades radiativas positivas mas apresenta uma convergência demorada é definida como:

$$f=1 \quad (10)$$

$$I_{i-1/2,j} = I_{i,j} \quad (11)$$

Formulação linear

A formulação linear é a que mais aparece em trabalhos neste domínio (Fiveland, 1985; Kumar *et al.*, 1990 e Moura *et al.*, 1997). Esta formulação impõe uma lei de variação linear das intensidades radiativas no interior do volume de controle.

$$f=1/2 \quad (12)$$

$$I_{i+1/2,j} = \frac{1}{(1+0.5\alpha_j)} [0.5\alpha_j S_{i+1/2,j} + (1-\alpha_j + 0.5\alpha_j) I_{i,j}] \quad (13)$$

Fiveland (1985) calcula o número necessário de volumes para se evitar as intensidades radiativas negativas utilizando a eq. (9) na qual ele considera o termo fonte como nulo, desta forma obtém-se:

$$\frac{|\mu_{min}|}{\Delta\tau} > \frac{1}{2} \quad (14)$$

onde μ_{min} é a direção da quadratura mais próxima de $\mu=0$.

Um procedimento utilizado por Lathrop (1969) consiste em setar a zero as intensidades radiativas negativas obtidas durante o processo iterativo. Este método melhora a convergência mas não evita as oscilações obtidas no campo de intensidades radiativas convergido, sobretudo para as direções próximas de $\mu=0$, Figura (1).

Formulação exponencial

Com o objetivo de se obter uma formulação mais próxima da solução física, Lathrop (1969) propôs a integração da eq. (1) considerando o termo fonte constante no trajeto de integração.

Desta forma obtém-se uma solução na seguinte forma:

$$I_{i+1/2,j} = I_{i,j} e^{-\alpha_j} + \int_0^{\Delta\tau/\mu_j} e^{-\alpha_j x} S(x) dx \quad (15)$$

$$I_{i-1/2,j} = I_{i,j} e^{-\alpha_j} + S_{i-1/2,j} (1 - e^{-\alpha_j}) / \beta \quad (16)$$

$$I_{i+1/2,j} = I_{i,j} (1 - e^{-\alpha_j}) / \alpha_j + [1 - (1 - e^{-\alpha_j}) / \alpha_j] S_{i+1/2,j} / \beta \quad (17)$$

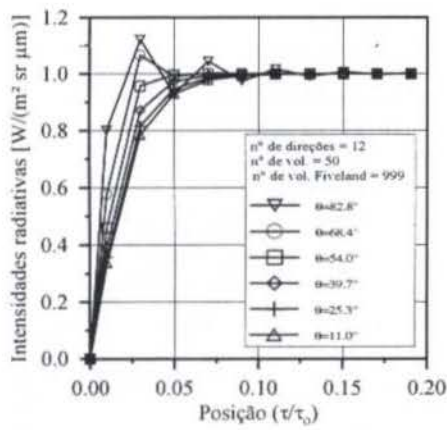


Figura 1- Oscilações obtidas no cálculo das intensidades radiativas $\tau_0=50$, $\omega=0$, $\epsilon_1=\epsilon_2=1$ e com meio mantido a uma temperatura constante (adimensionalizado com uma emissão unitária).

o fator f é calculado comparando-se a eq. (17) com a eq. (4)

$$f = \frac{1}{1 - e^{-\alpha_j}} - \frac{1}{\alpha_j} \quad (18)$$

Formulação integral

Esta formulação proposta por El Wakil e Sacadura (1992) para um problema bidimensional foi adaptada por De Miranda e Sacadura (1996) para um caso unidimensional. Desta vez, considera-se um meio volume de controle para o cálculo de $I_{i,j,2}$:

$$I_{i,j,1} = I_{i,j} e^{-\alpha_j} + S_{i,j,1} (1 - e^{-\alpha_j}) / \beta \quad (19)$$

$$I_{i,j,2} = I_{i,j} e^{-\alpha_j/2} + S_{i,j,2} (1 - e^{-\alpha_j/2}) / \beta \quad (20)$$

O fator f é calculado da mesma maneira que o caso anterior:

$$f = \frac{1 - e^{-\alpha_j/2}}{1 - e^{-\alpha_j}} \quad (21)$$

Apresenta-se na Figura (2) a variação do fator f em função da espessura ótica (τ) para os quatro diferentes casos. Para as formulações exponencial e integral o valor de f é variável com a espessura do meio.

Linearização do termo fonte

Esta formulação foi apresentada por Chai *et al.* (1994) para o tratamento da ETR em um geometria bidimensional. De maneira similar, esta formulação é aplicada a um problema unidimensional. Considera-se neste caso que a intensidade radiativa $I_{i,j,2}$ do termo fonte (eq. (6)) é uma incognita na eq. (4) e não uma variável conhecida da iteração anterior. Desta forma, obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$I_{i,j,2}^{n+1} = \frac{2}{[2(1 + f\alpha_j) - f\alpha_j \omega w_j p_{j,2}]} [S^i] \quad (22)$$

onde

$$S^i = f\alpha_j S_{i,j,2} (I_{i,j,2}^n) - \frac{\omega}{2} w_j p_{j,2} I_{i,j,2}^n + I_{i,j} \quad (23)$$

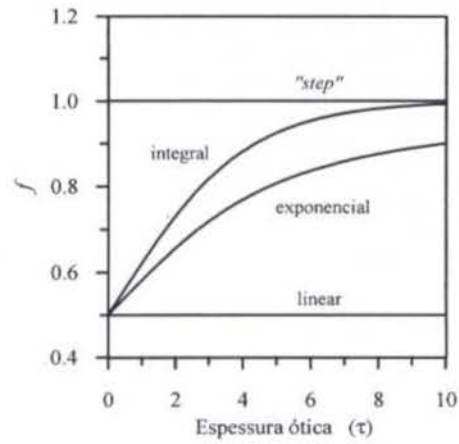


Figura 2- Variação do fator f com a espessura ótica (τ) do meio.

Fluxo de calor e transmitância hemisférica

O fluxo de calor, q , e a transmitância hemisférica são definidos respectivamente como:

$$q_i = 2\pi \sum_{n=1}^{N/2} w_n \mu_n (I_{i,n} - I_{i,-n}) \quad (24)$$

$$T_{ch} = \frac{\sum_{n=1}^{N/2} w_n \mu_n I_{i,n}}{I_o d\omega_o} \quad (25)$$

onde $I_o d\omega_o$ representa a fluxo radiativo incidente na parede num ângulo sólido de $d\omega_o$.

RESULTADOS

Apresenta-se a seguir quatro casos testes para as diferentes formulações os quais podem ser comparados com soluções exatas encontradas na literatura. Variou-se a espessura ótica e emissividades e apresenta-se os resultados considerados representativos. Os teste são divididos em quatro casos:

Caso 1: O meio é conservativo ($\omega=1$) com difusão isotrópica e paredes negras ($\epsilon_1=\epsilon_2=1$), com temperatura T1 constante e T2 nula. Neste caso o fluxo é constante em qualquer posição do meio. A solução de referência é apresentada por Fiveland (1985) com um erro de 10^{-4} .

Caso 2: O meio é somente absorvente ($\omega=0$), mantido a uma temperatura constante, temperaturas nulas nas paredes e paredes negras ($\epsilon_1=\epsilon_2=1$). A solução analítica deste caso é obtido através de funções exponenciais (Özsisik, 1973).

Caso 3: O meio apresenta uma difusão anisotrópica expressa em termos de polinômios de Legendre com 25 termos obtido a partir da teoria de Mie para partículas esféricas com índice de refração ($n=1.5+i0.10$) e parâmetro de dimensão igual a 8 (Kumar *et al.* 1990). Neste caso, assume-se o meio sem fronteiras (não há mudança na direção do feixe incidente na fronteira do meio) e como condição limite considera-se um feixe incidente normalmente a superfície do meio e com um fluxo unitário. Kumar *et al.* (1990) listam valores obtidos através de uma solução F_0 e que é utilizado como referência.

Caso 4: Este caso é equivalente ao anterior mas a função de fase utilizada apresenta um pico de difusão mais pronunciado. Desta forma, uma função de fase do tipo Henyey-Greenstein modificada (Nicolau, 1994; Moura, 1998) é utilizada. Esta função de fase é descrita somente como função de 4 parâmetros (g_1, g_2, f_1, f_2). Utiliza-se como solução de referência a solução "analítica" proposta por Nicolau (1994). Esta solução resolve analiticamente o sistema de equações diferenciais de 1º ordem obtido a partir da hipótese de discretização angular pelo método de ordenadas discretas.

Apresenta-se nas Figuras 3 a 13 os resultados obtidos para as diferentes formulações (*step*, *linear*, *exponencial*, *integral*, *linearização* do termo fonte) para os quatro casos citados. Utiliza-se uma malha igualmente espaçada para a discretização espacial, exceto para a formulação *linear* variável onde utiliza-se uma malha mais refinada nas paredes, obtida através da seguinte eq. (26) onde Δx_n é a dimensão do volume de controle e np o número de volumes.

$$\Delta x_n = \frac{1}{2} \left\{ \cos \left[\frac{(n-1)\pi}{np} \right] - \cos \left[\frac{n\pi}{np} \right] \right\} \quad (26)$$

Todas as variáveis são definidas em dupla precisão e utiliza-se uma quadratura de Radau modificada (Moura *et al.*, 1997) com 24 direções para os três primeiros casos. Para o último caso utiliza-se uma quadratura proposta por Nicolau (1994) para meios que apresentam um forte pico de difusão. Contudo, outros tipos de quadratura (listadas em Moura *et al.*, 1997) foram analisadas para as diferentes formulações espaciais e os resultados são equivalentes aos obtidos com a quadratura utilizada neste trabalho.

Nas Figuras 3 a 5 mostra-se os resultados obtidos para o caso 1 em termos de fluxo, intensidade radiativa e número de iterações. Nota-se que a formulação *linear* apresenta oscilações na solução quando não é utilizado um número suficiente de volumes. Entretanto este número é inferior ao número de volumes calculado pela condição de Fiveland (np_{fv}) a partir da eq. (14), isto é explicado pela estabilização que o termo fonte fornece a esta formulação e que não é considerado na eq. (14). Na Figura (5) vê-se que o número de iterações necessário para cada método é relativamente constante para as diferentes formulações, sendo que a *linearização* do termo fonte apresenta melhores resultados para um número elevado de volumes.

As Figuras 6 e 7 mostram os resultados obtidos para o caso 2. A solução *exponencial* é a solução exata para este problema e o erro existente no cálculo do fluxo é inerente ao erro da discretização angular pelo método de ordenadas discretas. A formulação *integral* apresenta resultados um pouco melhores que a formulação *linear*. Este caso, por não ser difusivo ($\omega=0$), necessita de apenas uma iteração para o cálculo do campo das intensidades radiativas.

Nas Figuras 8 a 10 mostra-se os resultados obtidos para o caso 3. Neste caso o esquema *linear* converge mais rapidamente mas este esquema apresenta oscilações para um número de volumes inferior a 40 ($np_{fv}=400$). Para este problema a *linearização* do termo fonte representou uma redução de aproximadamente 40% do número de iterações.

As Figuras 11 a 13 apresentam os resultados obtidos para o caso 4 em termos de transmitância hemisférica, intensidade radiativa e número de iterações, respectivamente. A formulação *linear* apresenta uma convergência um pouco melhor que a formulação *integral* e *exponencial*. Novamente, a *linearização* do termo fonte reduz eficazmente (superior a 100%) o número de iterações em relação as outras formulações.

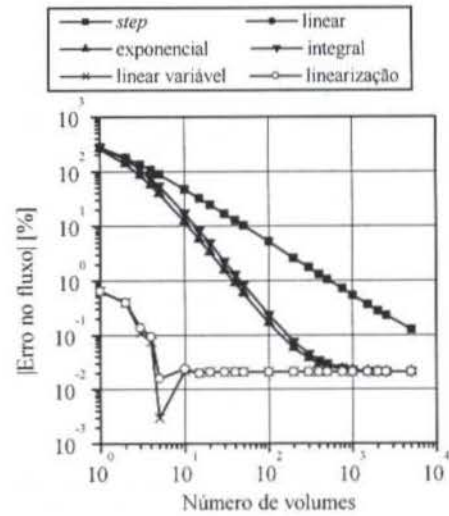


Figura 3- Erro no fluxo para o caso 1 ($\tau_0=8, \omega=1, np_{fv}=320$).

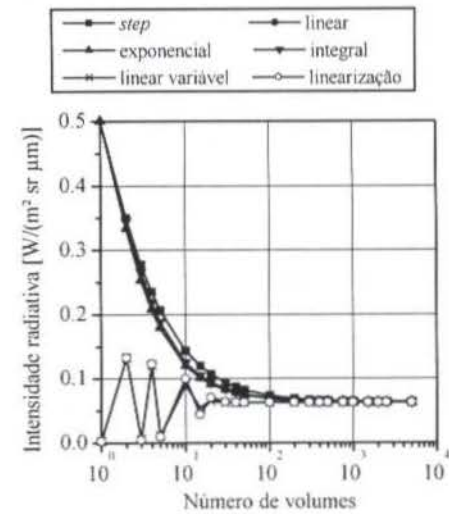


Figura 4- Variação das intensidades radiativas para o caso 1 ($\tau_0=8, \omega=1, np_{fv}=320$).

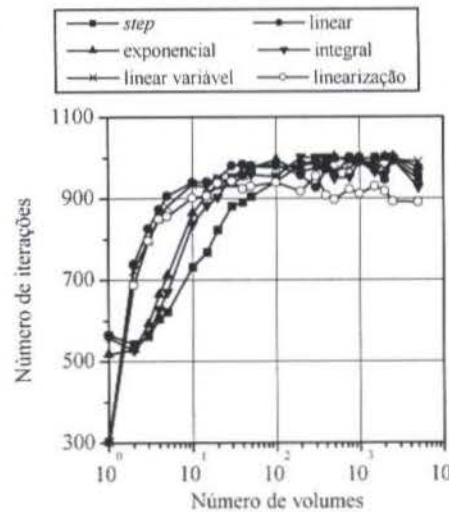


Figura 5- Número de iterações para o caso 1 ($\tau_0=8, \omega=1, np_{fv}=320$).

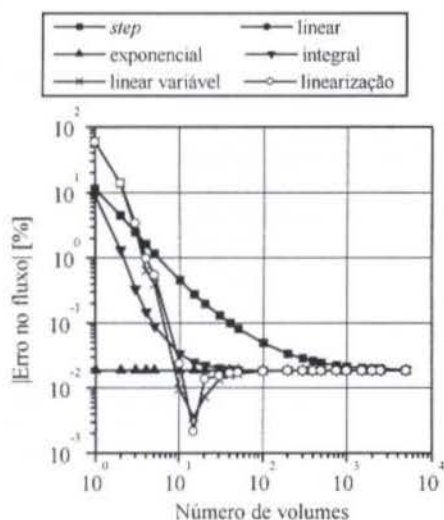


Figura 6- Erro no fluxo para o caso 2 ($\tau_0=5$, $\omega=0.8$, $np_N=200$).

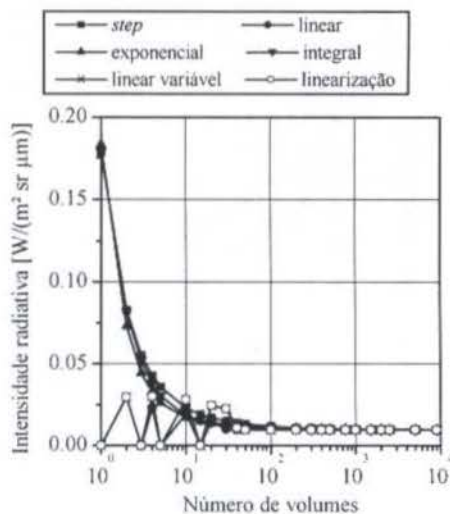


Figura 9- Variação das intensidades radiativas para a direção $\mu=89.426^\circ$ para o caso 3 em $\tau=\tau_0$ ($\tau_0=10$, $\omega=0.8$, $np_N=400$).

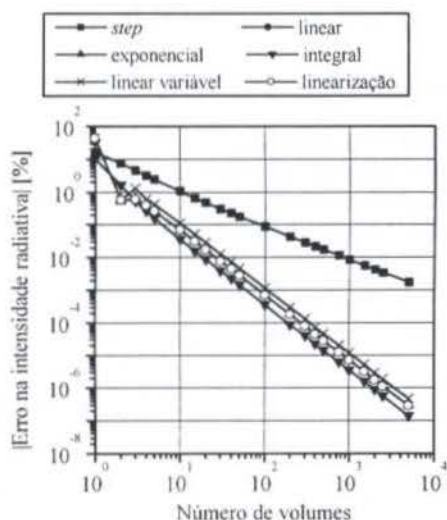


Figura 7- Variação das intensidades radiativas para o caso 2 ($\tau_0=5$, $\omega=0.8$, $np_N=200$).

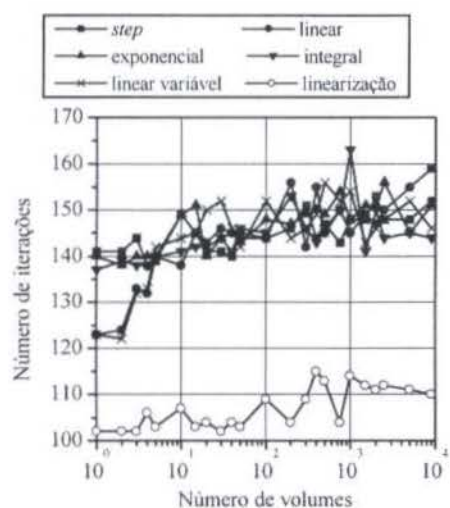


Figura 10- Número de iterações para o caso 3 ($\tau_0=10$, $\omega=0.8$, $np_N=400$).

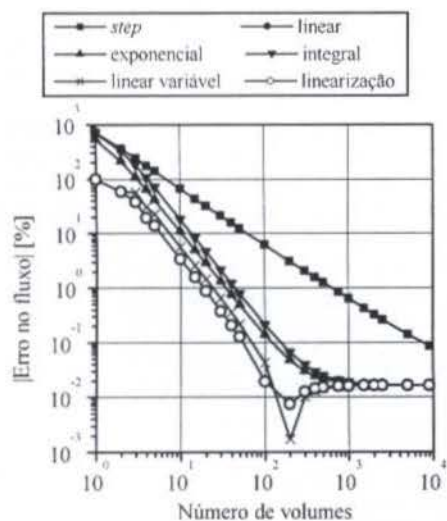


Figura 8- Erro no fluxo para o caso 3 ($\tau_0=10$, $\omega=0.8$, $np_N=400$).

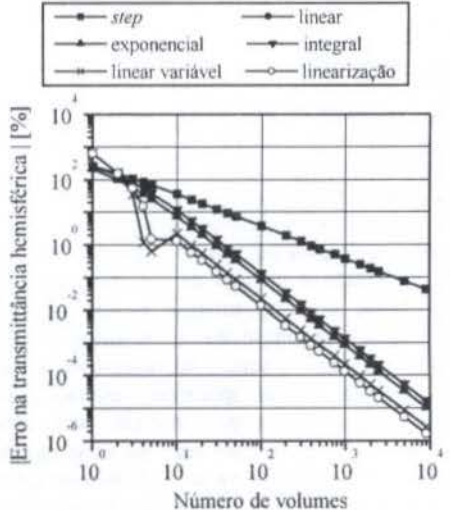


Figura 11- Erro na transmitância hemisférica para o caso 4 em $\tau=\tau_0$ ($\tau_0=11.86$, $\omega=0.95$, $g_1=0.95$, $f_1=0.9$, $g_2=0.6$, $f_2=0.95$, $np_N=212$).

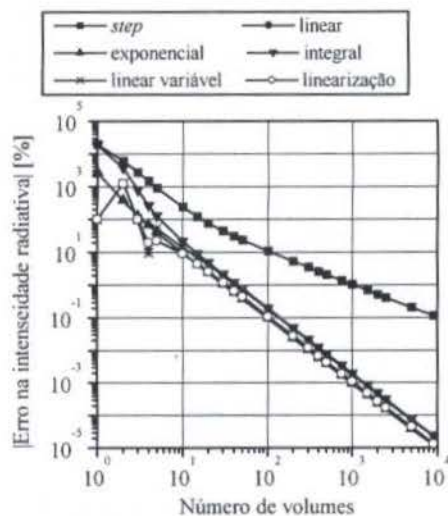


Figura 12- Erro na intensidade radiativa para o caso 4 em $\tau_0 = \tau_0$ e $\mu = 1$ ($\tau_0 = 11.86$, $\omega = 0.95$, $g_1 = 0.95$, $f_1 = 0.9$, $g_2 = -0.6$, $f_2 = 0.95$, $np_f = 212$).

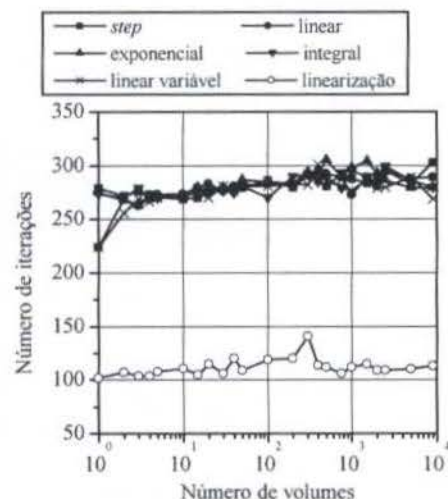


Figura 13- Número de iterações para o caso 4 ($\tau_0 = 11.86$, $\omega = 0.95$, $g_1 = 0.95$, $f_1 = 0.9$, $g_2 = -0.6$, $f_2 = 0.95$, $np_f = 212$).

CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentou-se quatro tipos de formulações que podem ser empregadas no método de ordenadas discretas associado a técnica de volumes de controle para a solução da equação de transferência radiativa. Mostrou-se que a formulação linear apresenta bons resultados em relação as outras formulações desde que um número suficiente de volumes sejam utilizados para se evitar oscilações ou valores negativos das intensidades radiativas. Entretanto o número de volumes necessário para a formulação linear é muito inferior ao critério definido por Fiveland (1985) e uma análise deve ser realizada para cada caso a fim de definir quantos volumes são necessários. A formulação *step* (ou *upwind*) é que apresenta resultados piores. As formulações exponencial ou integral são praticamente equivalentes e são recomendadas para um meio não difusivo ou fracamente difusivo. A linearização do termo fonte para os dois últimos caso testes reduziu o número de iterações na ordem de 100%. O uso de uma malha mais refinada na parede não melhorou a convergência para a formulação linear.

ABSTRACT

This work presents a numerical study for the solution of the Equation of Radiative Transfer (ERT) using different spatial schemes in the finite volume discrete ordinates method. These spatial schemes are: step (upwind), diamond, exponential and integral. These schemes are compared for a slab of anisotropic scattering gray medium. A source-term linearization treatment is presented. This treatment reduces the number of iterations needed to obtain a converged solution.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece ao CNPq (*Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico*) pela bolsa GDE (nº 201241/93-5) fornecida para execução deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Chai, J.C., Lee, H.S., Patankar, S.V., 1994, "Improved Treatment of Scattering Using the Discrete Ordinates Method", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 116, pp. 260-263.
- De Miranda, A.B., Sacadura, J.F., 1996, "An Alternative Formulation of the S-N Discrete Ordinates for Predicting Radiative Transfer in Nongray Gases", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 118, pp. 650-653.
- El Wakil, N. e Sacadura, J.F., 1992, "Some Improvements of the Discrete Ordinates Method for the Solution of the Radiative Transport equation in multidimensional anisotropically scattering Media", *ASME Developments in Radiative Heat Transfer*, HTD-Vol. 203, pp. 119-127.
- Fiveland, W.A., 1985, "Discrete ordinate methods for radiative heat transfer in isotropically and anisotropically scattering media", *ASME HTD*, Vol. 49, pp.1-8.
- Kumar, S., Majumdar, A. & Tien, C.L., 1990, "The differential-discrete-ordinate method for solutions of the equation of radiative transfer", *J. of Heat Transfer*, Vol. 112, pp. 424-429.
- Lathrop, K. D., 1969, "Spatial Differencing of the Transport Equation: Positivity vs Accuracy", *Journal of Computational Physics*, vol.4, pp. 475 - 498.
- Moura, L.M., Baillis, D., Sacadura, J.F., 1998, "Identification of thermal radiation properties of dispersed media: comparison of different strategies" *11th International Heat Transfer Conference*, 23-28 August, Kyongju, Korea.
- Moura, L.M., Baillis, D., Sacadura, J.F., 1997, "Analysis of the discrete ordinate method: angular discretization", *14th Brazilian Congress of Mechanical Engineering*, December 8-12th, Bauru, Brazil, COB1425.
- Moura, L.M., Da Silva, S., Sacadura, J.F., Laurent, M., 1996, "Comparação entre dois métodos de ordenadas discretas aplicados à forma integral da equação de transferência radiativa", *6º ENCIT/LATCYM*, Florianópolis, Brasil, pp. 1667-1672.
- Nicolau, V.P., Raynaud, M., Sacadura, J.F., 1994, "Spectral radiative properties identification of fiber insulating materials", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 311-324.
- Özisik, M.N., 1973, "Radiative Transfer and interaction with conduction and convection", *John Wiley and Sons*, New York, 575p.

UM NOVO ALGORITMO PARA CÁLCULO DE PERDAS TÉRMICAS EM RESERVATÓRIOS DE ÁGUA QUENTE DE SISTEMAS SOLARES

Arno Krenzinger, Rejane de César Oliveski e Antônio Marcos Siqueira
 Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
 Universidade Federal do Rio Grande do Sul

RESUMO

Este trabalho apresenta um algoritmo que permite o cálculo da distribuição de temperatura dentro de um reservatório de água quente de um sistema de energia solar, incluindo o efeito de estratificação que é produzido quando há transferência de calor pelas paredes durante a noite. A única variável que é ajustada a partir de dados experimentais é a vazão das correntes internas de resfriamento, que ocorrem na forma de um fluxo pistonado ascendente central. O uso deste modelo permite levar em conta efeitos não incluídos em softwares de simulação de energia solar, além disso, o tempo computacional do presente modelo é de cerca de 3000 vezes menor que tempo de processamento de modelos bidimensionais acoplados em regime transiente.

INTRODUÇÃO

A utilização de sistemas de aquecimento solar de água tem aumentado no Brasil. O aumento na demanda deste tipo de equipamento pode ser atribuído à combinação entre a elevação do custo das formas convencionais de aquecimento com o aumento da conscientização com respeito à diminuição de danos ecológicos quando a opção é utilizar energia solar. Como a instalação de sistemas solares envolve também custos significativos, é importante conhecer plenamente todos os processos térmicos envolvidos para melhor poder otimizar o sistema.

Uma das maneiras de buscar a plena compreensão dos fenômenos envolvidos e simultaneamente obter um enorme número de parâmetros para otimizar sistemas como estes é proceder simulações numéricas do comportamento térmico dos mesmos sistemas por períodos de tempo adequados a cada pesquisa. Em geral na simulação de sistemas solares são utilizados métodos transientes que levam em consideração as características de capacidade térmica dos componentes e que tem uma boa representação do comportamento das partes do sistema. O comportamento do reservatório é analisado através de uma combinação dos efeitos da movimentação da água que circula pelos coletores e pelo circuito de alimentação/consumo com um cálculo difusivo da redistribuição de temperaturas no volume com o tempo (Duffie e Beckmann, 1991). Esta hipótese puramente difusiva não é verdadeira pois sempre que há perda de calor pelas paredes do reservatório, correntes convectivas se formam, tendendo a acentuar a estratificação do reservatório. Os softwares conhecidos de simulação de sistemas solares, como TRNSYS (Klein, 1997), apenas reorganizam as temperaturas para evitar as conseqüentes falsas inversões térmicas que ocorrem no cálculo difusivo.

Sistemas solares em operação nos países mais frios geralmente usam circulação forçada e um líquido anticongelante como fluido de troca. A perda de carga no circuito passa a ter pouca importância e todos os efeitos conseqüentes das variações de densidade são minimizados, incluindo os causados pela estratificação de temperaturas na água do reservatório. Já nos sistemas solares de aquecimento mais utilizados no Brasil, que operam em regime de termossifão, a estratificação de temperaturas no reservatório exerce importante influência. A força que impede a água através da tubulação depende do exato valor da temperatura da água em seu interior. Como a água da coluna mais fria provém do fundo do reservatório, todo o comportamento

seqüencial das velocidades de circulação do fluido nestes sistemas está intimamente correlacionado com esta estratificação. Para sua mais exata simulação faz-se necessário incluir nos algoritmos de distribuição de temperaturas os efeitos das mencionadas correntes convectivas.

CIRCULAÇÃO DO FLUIDO NO RESERVATÓRIO.

Circulação no Sistema. O reservatório de água quente de um sistema solar que opere por termossifão está necessariamente instalado em altura acima dos coletores que promovem a conversão da energia solar. Durante o dia, especialmente quando os raios solares incidirem com intensidade adequada, a parte superior dos coletores formarão o ponto mais quente da instalação. A tubulação que leva a água aquecida dos coletores ao reservatório estará preenchida também por uma coluna de água muito quente. Por outro lado, no fundo do reservatório estará a água mais fria da instalação, tendo muitas vezes a mesma temperatura da água do principal de distribuição, pois sempre que há consumo de água quente, a reposição de água no reservatório deve ser realizada nesta região para evitar mistura indesejável de temperatura.

Nos sistemas mais simples há dois circuitos independentes interconectados através do reservatório. O circuito de aquecimento solar retira água do ponto mais baixo do reservatório, circula a mesma pelos coletores e retorna a água aquecida em um ponto geralmente a 2/3 da altura total do reservatório. O circuito de consumo retira água quente de um ponto elevado (4/5 da altura) e devolve água fria pelo ponto mais baixo do reservatório. Enquanto o primeiro circuito provoca um deslocamento descendente da água no reservatório, o segundo produz um deslocamento ascendente. O movimento de água dentro do reservatório é muito lento tendo em vista a relação entre a vazão e o diâmetro interno do tanque. Mesmo sendo um movimento brando, sua consideração permite desprezar as muito mais fracas correntes convectivas oriundas da não uniformidade de temperatura em cada camada térmica. Estas correntes internas serão sentidas justamente quando ambos os circuitos externos estão inativos, fato que ocorre todas as noites sempre que o consumo é interrompido. Os efeitos da estratificação provocados pela circulação externa são adequadamente tratados nos programas de simulação por meio de simular no cálculo o ingresso da água na camada térmica correspondente

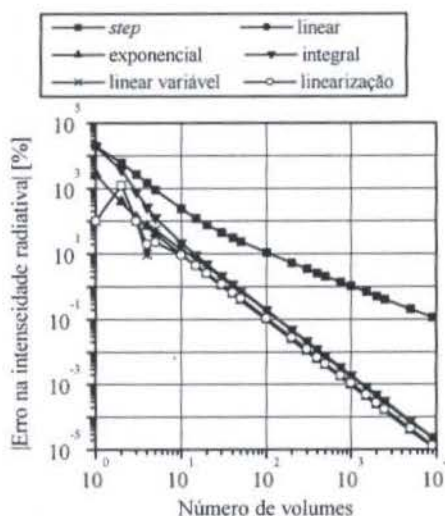


Figura 12- Erro na intensidade radiativa para o caso 4 em $\tau_0 = \tau_0$ e $\mu = 1$ ($\tau_0 = 11.86$, $\omega = 0.95$, $g_1 = 0.95$, $f_1 = 0.9$, $g_2 = -0.6$, $f_2 = 0.95$, $np_N = 212$).

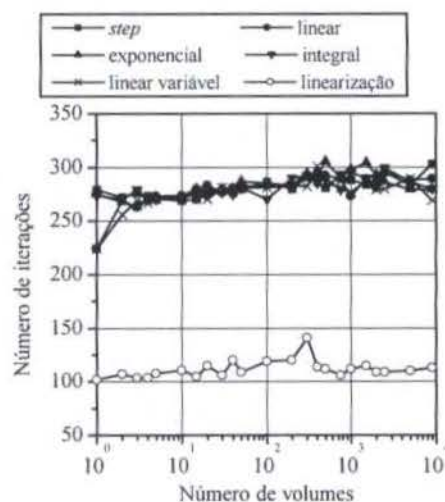


Figura 13- Número de iterações para o caso 4 ($\tau_0 = 11.86$, $\omega = 0.95$, $g_1 = 0.95$, $f_1 = 0.9$, $g_2 = -0.6$, $f_2 = 0.95$, $np_N = 212$).

CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentou-se quatro tipos de formulações que podem ser empregadas no método de ordenadas discretas associado a técnica de volumes de controle para a solução da equação de transferência radiativa. Mostrou-se que a formulação linear apresenta bons resultados em relação as outras formulações desde que um número suficiente de volumes sejam utilizados para se evitar oscilações ou valores negativos das intensidades radiativas. Entretanto o número de volumes necessário para a formulação linear é muito inferior ao critério definido por Fiveland (1985) e uma análise deve ser realizada para cada caso a fim de definir quantos volumes são necessários. A formulação *step* (ou *upwind*) é que apresenta resultados piores. As formulações exponencial ou integral são praticamente equivalentes e são recomendadas para um meio não difusivo ou fracamente difusivo. A linearização do termo fonte para os dois últimos caso testes reduziu o número de iterações na ordem de 100%. O uso de uma malha mais refinada na parede não melhorou a convergência para a formulação linear.

ABSTRACT

This work presents a numerical study for the solution of the Equation of Radiative Transfer (ERT) using different spatial schemes in the finite volume discrete ordinates method. These spatial schemes are: step (upwind), diamond, exponential and integral. These schemes are compared for a slab of anisotropic scattering gray medium. A source-term linearization treatment is presented. This treatment reduces the number of iterations needed to obtain a converged solution.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pela bolsa GDE (nº 201241/93-5) fornecida para execução deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Chai, J.C., Lee, H.S., Patankar, S.V., 1994, "Improved Treatment of Scattering Using the Discrete Ordinates Method", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 116, pp. 260-263.
- De Miranda, A.B., Sacadura, J.F., 1996, "An Alternative Formulation of the S-N Discrete Ordinates for Predicting Radiative Transfer in Nongray Gases", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 118, pp. 650-653.
- El Wakil, N. e Sacadura, J.F., 1992, "Some Improvements of the Discrete Ordinates Method for the Solution of the Radiative Transport equation in multidimensional anisotropically scattering Media", *ASME Developments in Radiative Heat Transfer*, HTD-Vol. 203, pp. 119-127.
- Fiveland, W.A., 1985, "Discrete ordinate methods for radiative heat transfer in isotropically and anisotropically scattering media", *ASME HTD*, Vol. 49, pp.1-8.
- Kumar, S., Majumdar, A. & Tien, C.L., 1990, "The differential-discrete-ordinate method for solutions of the equation of radiative transfer", *J. of Heat Transfer*, Vol. 112, pp. 424-429.
- Lathrop, K. D., 1969, "Spatial Differencing of the Transport Equation: Positivity vs Accuracy", *Journal of Computational Physics*, vol.4, pp. 475 - 498.
- Moura, L.M., Baillis, D., Sacadura, J.F., 1998, "Identification of thermal radiation properties of dispersed media: comparison of different strategies" *11th International Heat Transfer Conference*, 23-28 August, Kyongju, Korea.
- Moura, L.M., Baillis, D., Sacadura, J.F., 1997, "Analysis of the discrete ordinate method: angular discretization", *14th Brazilian Congress of Mechanical Engineering*, December 8-12th, Bauru, Brazil, COB1425.
- Moura, L.M., Da Silva, S., Sacadura, J.F., Laurent, M., 1996, "Comparação entre dois métodos de ordenadas discretas aplicados à forma integral da equação de transferência radiativa", *6º ENCIT/LATCYM*, Florianópolis, Brasil, pp. 1667-1672.
- Nicolau, V.P., Raynaud, M., Sacadura, J.F., 1994, "Spectral radiative properties identification of fiber insulating materials", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 311-324.
- Özisik, M.N., 1973, "Radiative Transfer and interaction with conduction and convection", *John Wiley and Sons*, New York, 575p.

UM NOVO ALGORITMO PARA CÁLCULO DE PERDAS TÉRMICAS EM RESERVATÓRIOS DE ÁGUA QUENTE DE SISTEMAS SOLARES

Arno Krenzinger, Rejane de César Oliveski e Antônio Marcos Siqueira
 Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
 Universidade Federal do Rio Grande do Sul

RESUMO

Este trabalho apresenta um algoritmo que permite o cálculo da distribuição de temperatura dentro de um reservatório de água quente de um sistema de energia solar, incluindo o efeito de estratificação que é produzido quando há transferência de calor pelas paredes durante a noite. A única variável que é ajustada a partir de dados experimentais é a vazão das correntes internas de resfriamento, que ocorrem na forma de um fluxo pistonado ascendente central. O uso deste modelo permite levar em conta efeitos não incluídos em softwares de simulação de energia solar, além disso, o tempo computacional do presente modelo é de cerca de 3000 vezes menor que tempo de processamento de modelos bidimensionais acoplados em regime transiente.

INTRODUÇÃO

A utilização de sistemas de aquecimento solar de água tem aumentado no Brasil. O aumento na demanda deste tipo de equipamento pode ser atribuído à combinação entre a elevação do custo das formas convencionais de aquecimento com o aumento da conscientização com respeito à diminuição de danos ecológicos quando a opção é utilizar energia solar. Como a instalação de sistemas solares envolve também custos significativos, é importante conhecer plenamente todos os processos térmicos envolvidos para melhor poder otimizar o sistema.

Uma das maneiras de buscar a plena compreensão dos fenômenos envolvidos e simultaneamente obter um enorme número de parâmetros para otimizar sistemas como estes é proceder simulações numéricas do comportamento térmico dos mesmos sistemas por períodos de tempo adequados a cada pesquisa. Em geral na simulação de sistemas solares são utilizados métodos transientes que levam em consideração as características de capacidade térmica dos componentes e que tem uma boa representação do comportamento das partes do sistema. O comportamento do reservatório é analisado através de uma combinação dos efeitos da movimentação da água que circula pelos coletores e pelo circuito de alimentação/consumo com um cálculo difusivo da redistribuição de temperaturas no volume com o tempo (Duffie e Beckmann, 1991). Esta hipótese puramente difusiva não é verdadeira pois sempre que há perda de calor pelas paredes do reservatório, correntes convectivas se formam, tendendo a acentuar a estratificação do reservatório. Os softwares conhecidos de simulação de sistemas solares, como TRNSYS (Klein, 1997), apenas reorganizam as temperaturas para evitar as conseqüentes falsas inversões térmicas que ocorrem no cálculo difusivo.

Sistemas solares em operação nos países mais frios geralmente usam circulação forçada e um líquido anticongelante como fluido de troca. A perda de carga no circuito passa a ter pouca importância e todos os efeitos conseqüentes das variações de densidade são minimizados, incluindo os causados pela estratificação de temperaturas na água do reservatório. Já nos sistemas solares de aquecimento mais utilizados no Brasil, que operam em regime de termossifão, a estratificação de temperaturas no reservatório exerce importante influência. A força que impele a água através da tubulação depende do exato valor da temperatura da água em seu interior. Como a água da coluna mais fria provém do fundo do reservatório, todo o comportamento

seqüencial das velocidades de circulação do fluido nestes sistemas está intimamente correlacionado com esta estratificação. Para sua mais exata simulação faz-se necessário incluir nos algoritmos de distribuição de temperaturas os efeitos das mencionadas correntes convectivas.

CIRCULAÇÃO DO FLUIDO NO RESERVATÓRIO.

Circulação no Sistema. O reservatório de água quente de um sistema solar que opere por termossifão está necessariamente instalado em altura acima dos coletores que promovem a conversão da energia solar. Durante o dia, especialmente quando os raios solares incidirem com intensidade adequada, a parte superior dos coletores formarão o ponto mais quente da instalação. A tubulação que leva a água aquecida dos coletores ao reservatório estará preenchida também por uma coluna de água muito quente. Por outro lado, no fundo do reservatório estará a água mais fria da instalação, tendo muitas vezes a mesma temperatura da água do principal de distribuição, pois sempre que há consumo de água quente, a reposição de água no reservatório deve ser realizada nesta região para evitar mistura indesejável de temperatura.

Nos sistemas mais simples há dois circuitos independentes interconectados através do reservatório. O circuito de aquecimento solar retira água do ponto mais baixo do reservatório, circula a mesma pelos coletores e retorna a água aquecida em um ponto geralmente a 2/3 da altura total do reservatório. O circuito de consumo retira água quente de um ponto elevado (4/5 da altura) e devolve água fria pelo ponto mais baixo do reservatório. Enquanto o primeiro circuito provoca um deslocamento descendente da água no reservatório, o segundo produz um deslocamento ascendente. O movimento de água dentro do reservatório é muito lento tendo em vista a relação entre a vazão e o diâmetro interno do tanque. Mesmo sendo um movimento brando, sua consideração permite desprezar as muito mais fracas correntes convectivas oriundas da não uniformidade de temperatura em cada camada térmica. Estas correntes internas serão sentidas justamente quando ambos os circuitos externos estão inativos, fato que ocorre todas as noites sempre que o consumo é interrompido. Os efeitos da estratificação provocados pela circulação externa são adequadamente tratados nos programas de simulação por meio de simular no cálculo o ingresso da água na camada térmica correspondente

à sua temperatura, como foi examinado por Salvadoretti e Krenzinger (1995) para o programa SOLARCAD, Krenzinger (1995). Quando a circulação externa cessa, surge a importância das correntes de resfriamento.

Correntes internas no resfriamento. Com os circuitos externos inoperantes, a água do reservatório passa a perder calor pelas paredes isoladas do mesmo. As moléculas mais próximas da parede lateral são as primeiras a diminuir suas temperaturas. Assumindo um reservatório cilíndrico vertical, um dos desenhos mais utilizados para sistemas de energia solar, pode-se dizer que se forma um anel de água mais fria e mais densa nas cercanias da parede lateral. Esta água tende a submergir arrastando as moléculas que estão acima e produzindo uma corrente que só é interrompida no fundo do tanque quando a água se choca contra a parede inferior. Ali a água mais fria será distribuída em toda a camada inferior e formará um núcleo com diâmetro apenas um pouco menor que o diâmetro do reservatório que ascende muito lentamente em forma de um pistão, dando a necessária continuidade ao movimento. Esta descrição do movimento da água durante o resfriamento do reservatório é especialmente válida para as situações em que o sistema parte de uma completa uniformidade de temperatura.

Havendo uma estratificação preliminar, o comportamento descrito será limitado a camadas térmicas diferenciadas e o comportamento geral seria obtido de combinações das correntes de cada camada. Por exemplo, se há uma camada de 15 cm no fundo do reservatório com água a 18°C e o restante do reservatório está a 50°C, o escoamento junto à superfície somente existirá na camada quente e a água resfriada que desce por este cinturão ocupará o espaço imediatamente acima dos 15 cm, empurrando o núcleo da água quente para cima.

OBJETIVOS DO TRABALHO

O procedimento necessário para incluir o efeito desta corrente convectiva nos cálculos das perdas térmicas de tanques cilíndricos verticais levando em consideração o comportamento real do fluido, envolve o uso de, por exemplo, o método dos volumes finitos. Como as dimensões nos intervalos de tempo e na definição das malhas deve ser refinado para garantir a convergência, o tempo computacional resultante para resolver o problema passa a ser proibitivo, especialmente se o objetivo é analisar todo o sistema solar por um longo período de tempo. O objetivo deste trabalho é apresentar um modelo alternativo que reproduz os resultados experimentais com uma velocidade de mais de 3 mil vezes mais rápida, apesar de ter um desenvolvimento também numérico. Esta proposta é dependente de ajuste do comportamento térmico das camadas com resultados experimentais e por isto sua validade é, pelo menos por enquanto, limitada a situações similares àquelas ensaiadas em laboratório.

PROCEDIMENTO

O desenvolvimento experimental para obter os dados sobre o qual o presente trabalho está estruturado está descrito em Oliveski et. all (1997). A análise experimental foi realizada sobre um reservatório de aço inox com 55 cm de altura e 26 cm de raio interno. A parede do reservatório tem 1 mm de espessura e o mesmo estava isolado com uma camada de 3 cm de isopor. Para monitorar a temperatura foram utilizados termopares do tipo ferro-constantan de 0,18 mm de diâmetro. Os sinais provenientes destes foram medidos

através de um sistema de aquisição de dados HP75000, equipado com um multimetro de 5 ½ dígitos e multiplexadores a relé, acoplado a um microcomputador via GP-IB. Os dados foram adquiridos e gravados minuto a minuto. Inicialmente foram montados termopares em várias distâncias radiais a partir do centro e várias profundidades. Como resultado confirmou-se que a variação radial da temperatura durante um ensaio de resfriamento natural é quase nula, com exceção das proximidades da parede. Posteriormente, para otimizar os canais de medida, foram monitorados 28 pontos de temperatura, sendo 14 destes localizados na linha de centro e 14 medindo a temperatura da parede.

Os estudos demonstram uma significativa separação da água do reservatório em camadas de diferentes temperaturas. Para proceder o modelo foi elaborado um algoritmo baseado na introdução de um coeficiente de transferência de calor entre diferentes camadas horizontais do reservatório, contemplando o efeito do deslocamento vertical descendente de massa de água junto à parede. Como resultado, o perfil de temperaturas depois de um longo período de repouso do reservatório se assemelha muito mais ao perfil medido do que ao perfil que seria calculado por um modelo difusivo.

O algoritmo utiliza uma falsa superfície cilíndrica com diâmetro um pouco menor que o diâmetro do reservatório. O espaço entre esta superfície e a parede do reservatório foi denominado cinturão virtual, onde o efeito do resfriamento do tanque induz uma corrente descendente, conforme indica a Figura 1. A temperatura de todo o volume de cada camada i no cinturão é considerada igual e representada por TC_i . A vazão é igual em todas as camadas a menos que a camada do núcleo do reservatório tenha temperatura superior. Neste caso o fluxo é desviado para a região central do reservatório. O mesmo valor de vazão descendente no cinturão ocorre para vazão ascendente no volume central do reservatório.

A Figura 2 apresenta o esquema de transferência de calor. O cálculo é iniciado pelo cinturão considerando uma situação de regime permanente e repetindo todas as iterações para determinar TC_i até que haja convergência. A principal vantagem de

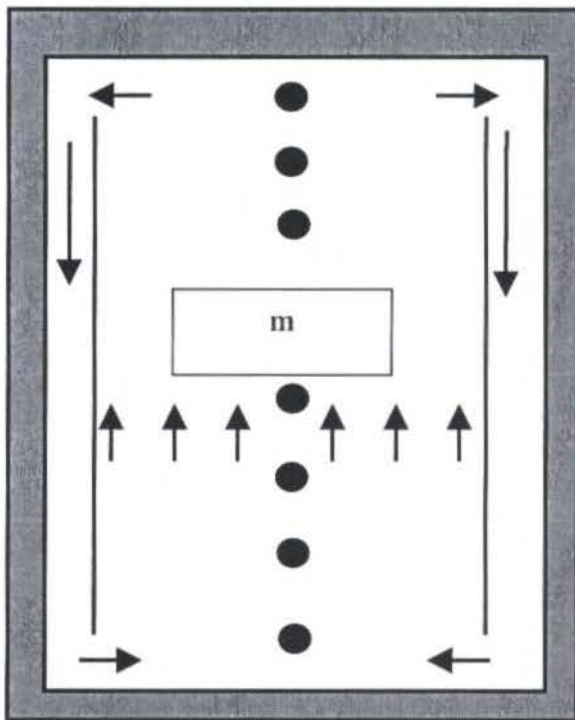


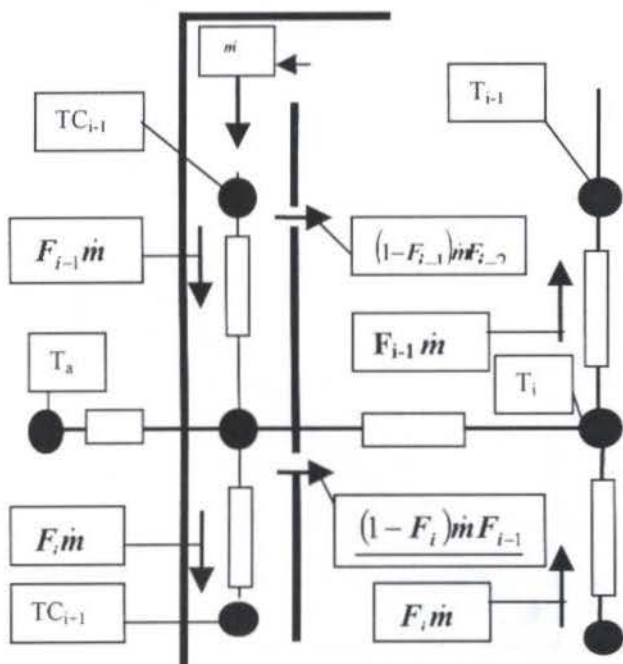
Figura 1 – Representação esquemática das correntes de resfriamento e massa utilizado para o modelo.

considerar nesta etapa de cálculo um regime permanente é que neste caso a espessura do cinturão não necessita ser determinada e não será considerado nenhum armazenamento de calor nesta região. Como a evolução do resfriamento é lenta, esta aproximação não acarreta erros importantes. A temperatura da parede do reservatório foi considerada igual à temperatura da água no cinturão em cada altura. Conhecendo os valores de TC_i são calculados os estados das válvulas de fluxo F_i para todas as alturas. As válvulas regulam a direção do escoamento em cada camada e são determinadas imediatamente a partir da distribuição de temperaturas no centro e no cinturão, pelas relações:

$$F_i = 1 \text{ se } TC_i > T_A \text{ e } TC_i < T_i \quad (1)$$

$$F_i = 0 \text{ se } TC_i < T_A \text{ ou } TC_i > T_i \quad (2)$$

A seguir são calculados os valores das temperaturas centrais T_i , de baixo para cima, apenas uma vez, passando-se logo a seguir para o intervalo de tempo seguinte. Foi utilizado um intervalo de tempo de um minuto entre cada varredura de cálculo. As Eq.(3), Eq.(4) e Eq.(5) são resolvidas para T_i enquanto que na Eq.(6) a variável a ser calculada é TC_i . Nestas equações A_p representa área da seção reta da parede ($2.\pi.r.e$ onde e é a espessura da parede); A_L é a área lateral de uma camada ($2.\pi.r.\Delta Z$ sendo ΔZ a altura da camada); A_S é a área da seção do tanque ($\pi.r^2$); A_T é a área no topo (no caso igual a A_S); k é condutividade térmica; U_L , U_B e U_T são respectivamente os coeficientes globais de transferência de calor pela lateral, por baixo e por cima do reservatório; C_p é o calor específico da água; M_i é a massa de água contida na camada i ; m é a vazão de resfriamento; T é a temperatura da água objeto do cálculo, no centro do reservatório, sendo seu sobrescrito indicador do intervalo de tempo e seu subscrito indicador da posição vertical; TC é a temperatura da água no cinturão virtual e ΔE é a espessura de gradiente térmico na água nas proximidades da parede, sendo este um valor fixado em 20mm com base em observações



experimentais.

Figura 2 - Esquema de transferência de calor e massa no reservatório, no qual se baseia o algoritmo apresentado

Ponto Central

$$\begin{aligned} \frac{M_i C_p}{\Delta \tau} (T_i^{t+1} - T_i^t) = & \frac{k^{agua} A_S}{\Delta Z} [T_{i-1}^t + T_{i+1}^t - 2T_i^t] + \\ & F_{i-1} m \cdot C_p (1 - F_i) [TC_i^t - T_i^t] - \\ & \frac{k^{agua} A_L}{\Delta E} [T_i^t - TC_i^t] + m \cdot C_p F_i [T_{i+1}^t - T_i^t] \end{aligned} \quad (3)$$

Ponto Superior

$$\begin{aligned} \frac{M_1 C_p}{\Delta \tau} (T_1^{t+1} - T_1^t) = U_T A_T [T_A^t - T_1^t] + \\ m \cdot C_p [T_2^t - T_1^t] + \frac{k^{agua} A_L}{\Delta E} [TC_1^t - T_1^t] + \\ \frac{k^{agua} A_S}{\Delta Z} [T_2^t - T_1^t] \end{aligned} \quad (4)$$

Fundo

$$\begin{aligned} \frac{M_n C_p}{\Delta \tau} (T_n^{t+1} - T_n^t) = \frac{k^{agua} A_S}{\Delta Z} [T_{n-1}^t + T_n^t] + \\ F_n \cdot m \cdot C_p [TC_n^t - 2T_n^t + T_{n-1}^t] + \\ U_B A_B [T_A^t - T_n^t] + \frac{k^{agua} A_L}{\Delta E} [TC_n^t - T_n^t] \end{aligned} \quad (5)$$

Cinturão Virtual

$$\begin{aligned} m \cdot C_p (TC_{i-1}^{t+1} - TC_i^{t+1}) + \\ \frac{k^{parede} A_p}{\Delta Z} [TC_{i-1}^{t+1} + TC_{i+1}^t - 2TC_i^{t+1}] + \\ \frac{k^{agua} A_L}{\Delta E} [T_i^t - TC_i^{t+1}] + \\ A_L U_L [T_A^t - TC_i^t] = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

RESULTADOS

Aplicando o algoritmo descrito obtém-se diversos tipos de resultados diferentes, demonstrando pouca sensibilidade do sistema de cálculo ao valor de vazão (m) arbitrado, enquanto este varia 2 ou 3 vezes. Por outro lado quando m varia 10, 100 ou 1000 vezes, os efeitos são claramente percebidos. A Figura 3 apresenta as curvas de resfriamento para cada uma de 7 profundidades na linha vertical do centro do reservatório teste para os casos (a) $m = 5E-2$, (b) $m = 5E-4$, (c) $m = 5E-5$ e (d) $m = 5E-6$ kg/s. Observe-se que no caso (a) a alta vazão leva a uma situação de mistura total. No caso (c) ocorre um perfil bem diferente do observado experimentalmente (ver figura 4); mais longe da realidade está o caso (d) onde a vazão é tão pequena que o efeito difusivo é dominante. Fica evidente depois de examinar a

Figura 5 que o caso (b) é o único que pode representar a realidade. O valor atribuído à vazão de escoamento no cinturão depende do total das perdas laterais. Para o tanque estudado experimentalmente um valor de m foi determinado pelo direto ajuste do presente modelo aos dados

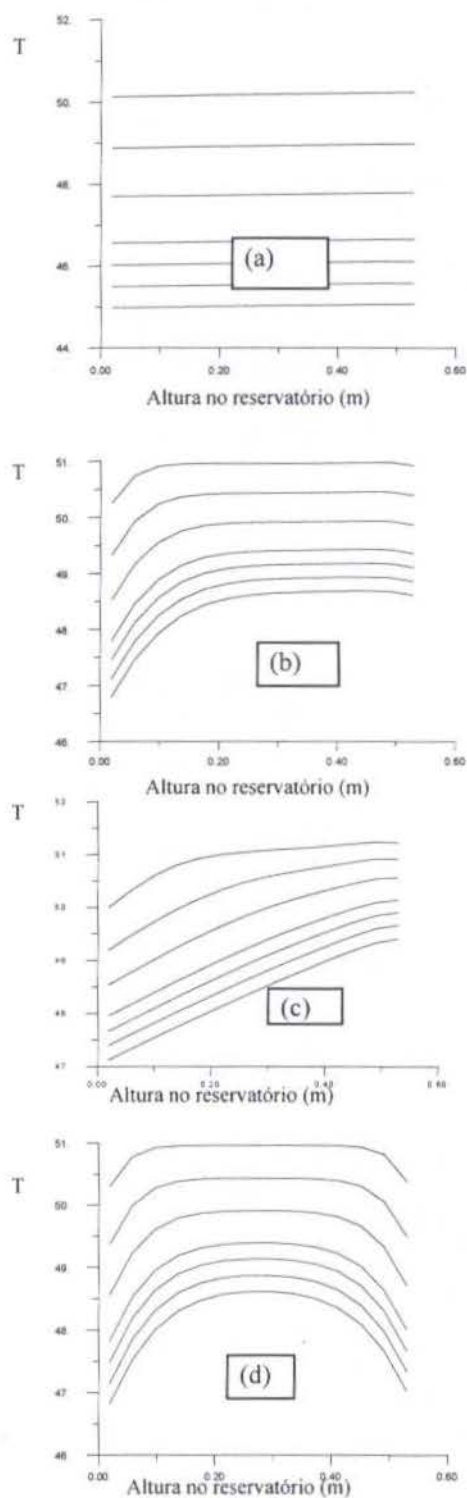


Figura 3. Perfis de temperatura ao longo da altura no reservatório obtidos para a linha central do mesmo pela aplicação do algoritmo proposto com diferentes vazões m sendo (a) vazão muito elevada, (b) vazão adequada, (c) vazão baixa e (d) vazão quase nula. As diversas linhas em cada gráfico representam diferentes intervalos de tempo transcorrido: 2h, 4h, 6h, 8h, 10h, 12h e 14h.

experimentais medidos. Para tanques com razão de aspecto e volumes diferentes, evidentemente a vazão não poderia ser arbitrada com o mesmo valor.

Uma série de simulações com um modelo bidimensional acoplado e em regime transiente, discretizado pelo método dos volumes finitos permitiu confirmar que o comportamento da distribuição de temperaturas em reservatórios de diferentes dimensões acompanha o mesmo padrão da Figura 3. Estas simulações que estão sendo realizadas no nosso grupo de pesquisa, produzem como resultado muito mais informações que ajudam a alcançar a plena compreensão dos incorporadas em programas de simulação do sistema como um todo tendo em vista o enorme tempo de processamento necessário para sua perfeita convergência. Como base de comparação, um reservatório como o descrito para os testes experimentais, pequeno para os padrões solares em instalações domésticas, gasta cerca de 3000 vezes mais tempo de processamento que o tempo utilizado pelo algoritmo aqui descrito. Para reservatório maiores, a malha a ser utilizadas exige mais elementos para a convergência e, conseqüentemente, o tempo de processamento é muito maior.

Com a base de comportamento revelada nas simulações empregando o método dos volumes finitos, foi possível experimentar com o algoritmo em diversos tanques e combinar os resultados do valor operativo de m em função do produto $U_L A_L$. A Figura 4 apresenta esta relação, sendo que cada ponto representa um tanque de diferentes dimensões. Na mesma Figura pode-se ver a linha reta que ajusta os pontos e dá origem à Eq.(7), com a qual se estima o valor de m a ser utilizado para qualquer tanque cilíndrico vertical.

A equação de ajuste do gráfico da Figura 4 é

$$m = R \cdot U_L A_L \quad (7)$$

onde $R=0,00354 \text{ kg} \cdot ^\circ\text{C}/\text{J}$. Usando esta correlação e o algoritmo proposto para comparar com os ensaios experimentais obtém-se finalmente os resultados apresentados na Figura 5. Cada linha representa a distribuição de temperaturas depois de duas horas de esfriamento em relação à linha anterior. O ensaio foi iniciado com o reservatório (0,55m de altura) com água em temperatura uniforme de $51,5^\circ\text{C}$. O reservatório estava isolado com uma espessura média de 1,6 cm de isopor na lateral e um isolamento bem mais reforçado no topo e no fundo, com a intenção inicial de praticamente eliminar o fluxo de calor axial nas tampas (em função da utilização de modelo numérico de volumes finitos mais

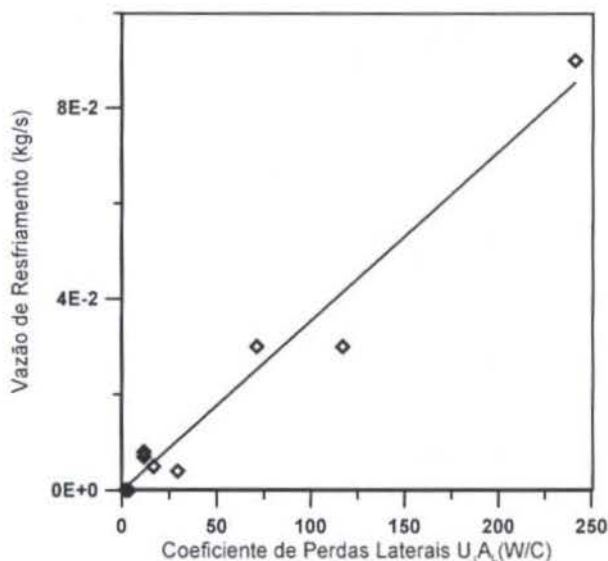


Figura 4. Relação entre a vazão de resfriamento e o fluxo de calor lateral dos reservatórios, expresso pelo produto $U_L A_L$.

simples). O valor de U_L foi estimado considerando condução do isolante ($k=0.04\text{W/mC}$) e convecção com o ar ambiente ($h=10\text{W/m}^2\text{C}$) de forma a produzir valores globais de $U_L=2\text{W/m}^2\text{C}$. U_T e U_B foram estimados como $0,3\text{W/m}^2\text{C}$. A parede lateral tem continuidade vertical na base do reservatório formando um suporte cilíndrico para o apoio do mesmo. Esta base funciona como uma aleta e retira calor mesmo estando isolada como o resto da parede. Para levar em conta este fato foi considerado que a área lateral da camada mais baixa tem o dobro do valor real, levando o modelo a acentuar as perdas nesta região. Estas considerações dos coeficientes globais são sustentadas pela análise da curva de resfriamento da temperatura média da água do reservatório. A área lateral do reservatório tem $0,79\text{m}^2$ e usou-se uma vazão de $m=5,6\text{g/s}$ na circulação de resfriamento. A Figura 5 apresenta uma comparação entre os resultados experimentais (círculos) e o calculado pelo algoritmo, em 14 alturas correspondendo aos pontos onde foram instalados os termopares.

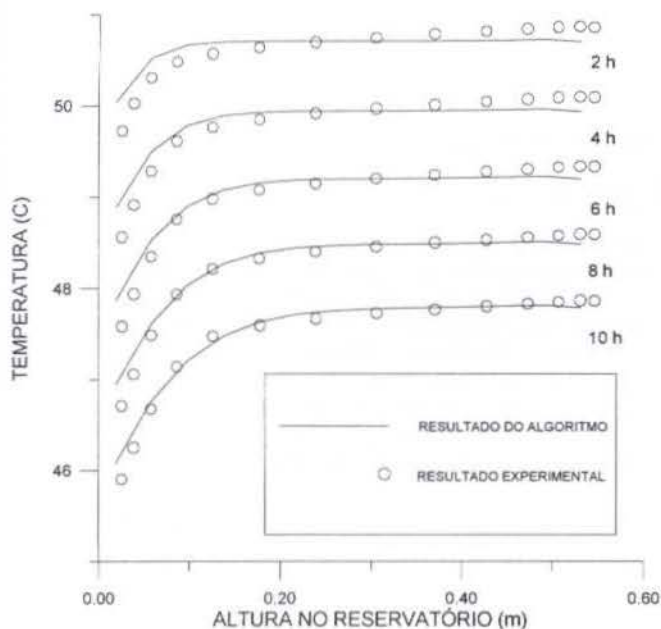


Figura 5. Comparação entre temperaturas medidas e calculadas em função da altura do reservatório para 2h, 4h, 6h, 8h e 10 h depois de iniciado o processo de resfriamento sem circulação externa.

CONCLUSÕES

Foi apresentado um novo algoritmo como uma alternativa rápida e precisa de inserir os efeitos das correntes internas de resfriamento nos modelos de operação de reservatórios de água quente em programas de simulação de sistemas solares. Comparando-se o tempo de processamento com métodos bidimensionais acoplados observou-se que além da simplicidade o algoritmo acelera o procedimento em cerca de 3 mil vezes para tanques de dimensão pequena e muito mais para tanques maiores. Na forma como foi elaborado, o algoritmo depende de um valor de vazão de resfriamento prescrito mas sua sensibilidade a este valor é pequena. O valor de vazão que confere a característica de operação adequada ao algoritmo pode ser obtido de uma simples relação linear onde é necessário conhecer apenas as dimensões e a qualidade de isolamento do reservatório. A implementação do algoritmo em sistemas de simulação deve

selecionar os momentos quando as circulações externas, tanto dos coletores quanto do consumo, são nulas, tendo em vista a sutileza do efeito aqui considerado frente àquelas correntes.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e CAPES pelo apoio financeiro através de bolsas de pesquisa e pós-graduação.

REFERÊNCIAS

- Duffie, J.A. and Beckman, W.A., *Solar Engineering of Thermal Processes*, Wiley, New York, 1991.
- Klein, et al., *TRNSYS, A Transient Simulation Program*, Solar Energy Laboratory, University of Wisconsin, Madison, USA, 1997.
- Krenzinger, A., SOLARCAD - Sistema de Simulação de Instalações de Energia Solar, *Anais do CIDIM-COBEM*, Belo Horizonte, 1995 (em cd-rom).
- Oliveski, R. D-C., Krenzinger, A., Vielmo, H. A. e Prieb, C. W. M., 1997, "Numeric-Experimental Analysis of the Temperature Distribution in a Reservoir of Hot Water", XIV Brazilian Congress of Mechanical Engineering, in CD-ROM, Baurú, S.P.
- Salvadoretti, J.L. e Krenzinger, A. Comparação entre duas Abordagens para Distribuição da Água Quente em Reservatórios na Simulação de Sistemas Solares. *Anais do CIDIM-COBEM*, Belo Horizonte, 1995 (em cd-rom).

SUMMARY

This work presents an algorithm that allows the calculation of the temperature distribution inside a hot water reservoir of a solar system, including the stratification effect that happens when there is heat transfer through the walls during the night. The only variable to be adjusted from experimental information is the internal flow rate that occurs in the form of an ascending central plug flow. The use of this model allows to consider effects that are not included in solar systems simulation softwares and it is 3000 times faster than high quality numeric methods.

BALANÇOS DE RADIAÇÃO SOLAR E DE ENERGIA EM ESTUFA COM COBERTURA DE POLIETILENO
Valéria de Almeida Frisina e João Francisco Escobedo

 Departamento de Ciências Ambientais
 Faculdade de Ciências Agrônomicas, UNESP
 18603-970 - , Botucatu - SP - Brasil

RESUMO

Objetivou-se, neste trabalho, determinar o balanço de radiação e de energia em um meio sob cobertura de polietileno e em uma área externa. Verificou-se que a transmissividade média da radiação global foi de 79,59%. O balanço de radiação de ondas curtas foi maior para a área externa e o saldo de radiação, igual nos dois meios. O balanço de energia, mostrou que: para o exterior, 83,07% do saldo de radiação foi convertido em calor latente; 18,00% em fluxo de calor no solo e 9,96% em calor sensível. No interior da estufa, 58,71% foi convertido em calor latente; 42,68% em sensível e 28,79% em fluxo de calor no solo.

1. INTRODUÇÃO

Muito embora o uso de casa de vegetação com cobertura de polietileno seja recente no Brasil, a criação de ambientes controlados vem ganhando cada dia mais usuários nas diversas áreas da agricultura (PLASTICULTURA, 1993). Segundo SCHNEIDER et al (1993), a principal vantagem desta técnica consiste na possibilidade de produção, principalmente de hortaliças, nos períodos de entressafra, permitindo maior regularização da oferta e melhor qualidade dos produtos. De um modo geral, as estufas são grandes aliadas das culturas pois possibilitam melhores condições de desenvolvimento e produção, fornecendo microclimas amenos, livres de excessos de chuva, por exemplo, que podem provocar encharcamento do solo, lixiviação dos nutrientes e erosão, que normalmente prejudicam a colheita e a qualidade do produto.

Sabe-se que as estufas provocam grandes alterações nos elementos meteorológicos, que apresentam importância vital às plantas para sua manutenção e desenvolvimento, através da fotossíntese, evapotranspiração, fototropismo, morfogenia, formação de pigmentos, entre outros. No entanto, na literatura especializada, praticamente não se encontram informações numéricas e precisas dessas modificações, que muito contribuiriam para pesquisadores e agricultores otimizarem o sistema em tecnologia de produção.

Com esse objetivo, os primeiros trabalhos com elementos meteorológicos em estufa de polietileno tiveram seu início no sul do país através de FARIAS et al (1993); BURIOL et al (1993), SCHNEIDER et al (1993); MARTINS e GONZALES (1995); CAMACHO et al (1995). Paralelamente, pesquisadores de outras regiões do país prestaram colaborações neste desenvolvimento: ESCOBEDO et al (1994); RICIERI (1994); PEZZOPANE et al (1995); FRISINA e ESCOBEDO (1995; 1998); SOUZA e ESCOBEDO (1997); ASSIS e ESCOBEDO (1997); NASCIMENTO FILHO et al (1997); SENTELHAS et al (1997); entre muitos outros.

Assim, dando continuidade nos estudos de elementos meteorológicos em estufa de polietileno, objetivou-se no presente trabalho efetuar os balanços de radiação e de energia da cultura de alface em estufa de polietileno tipo túnel, visando o fornecimento de parâmetros agrometeorológicos para uso racional de recursos hídricos nesse sistema.

2. MATERIAL E MÉTODOS
2.1. Local do Experimento

O experimento foi realizado no período de 27/09/96 à 11/11/96, na Estação de Radiometria Solar de Botucatu. Foi realizado o estudo do balanço de radiação e balanço de energia durante o ciclo da cultura de alface, em uma casa de vegetação e em uma área aberta, ambas com 35 m².

A casa de vegetação utilizada foi uma estufa tipo túnel com cobertura de polietileno (100 µm), com as seguintes dimensões: 7 m de comprimento; 5 m de largura; 2 m de altura do pé direito e 1,7 m de altura da concavidade do arco.

2.2. Cultura de Alface

Foi utilizado como substrato a cultura de alface *Lactuca sativa*, L. cv. Verônica, variedade adaptada ao verão, de folhas crespas e verde-claras.

As sementes foram semeadas em substrato preparado comercial. Foram efetuadas três adubações com 200 ppm de nitrato de amônia e 160 ppm com nitrato de potássio. O transplante foi efetuado em 30/09/96, utilizando-se espaçamento 0,30 x 0,30 cm, em uma área plana, cujo solo é classificado como areia franca.

A cada 7 dias, durante o ciclo da alface, foram coletadas, aleatoriamente, duas plantas da estufa e duas da área externa para medição da altura e área foliar.

Foi estabelecido como altura das plantas a medida entre a base do caule e a extremidade da folha maior. A área foliar das plantas foi estimada, utilizando-se um medidor de área foliar (AUTOMATIC AREA METER MODEL AAM-7).

2.3. Determinação do Balanço de Radiação

O saldo de radiação de ondas curtas (SR_{oc}), definido pela diferença entre a radiação de ondas curtas (R_G) que incide na superfície terrestre (radiação solar global) e a radiação de ondas curtas que é refletida (R_r), foi calculado pela equação:

$$SR_{oc} = R_G - R_r \quad (1)$$

Ambos os valores das radiações foram tomados em base diária (MJ/m²).

O saldo de radiação de ondas longas (SR_{OL}) foi obtido pela diferença entre o saldo de radiação total (SR) e o saldo de radiação de ondas curtas (SR_{OC}), conforme a equação:

$$SR_{OL} = SR - SR_{OC} \quad (2)$$

2.4. Determinação do Balanço de Energia

O balanço de energia da superfície vegetada foi calculado em termos de fluxos verticais, segundo o modelo:

$$SR + G + LE + H + P \equiv 0 \quad (3)$$

onde: SR é a energia do saldo de radiação total diário disponível à superfície, monitorado pelo saldo radiômetro; G é o fluxo de calor no solo, medido diariamente pelo fluxímetro de calor; LE é o fluxo convectivo de calor latente e H é fluxo convectivo de calor sensível, estimados pelo método de BOWEN (1926); P é a energia gasta nos processos fotossintéticos.

A equação acima representa a partição do saldo de radiação total em fluxos de calor sensível e calor latente, fluxo de calor no solo e radiação convertida em biomassa, através de processos fotossintéticos.

Vários trabalhos envolvendo balanço de energia demonstraram que a energia utilizada nos processos fotossintéticos pode ser desconsiderada, sem acarretar erros significativos no balanço de energia, pois este termo raramente excede 2 à 5% do saldo de radiação total, estando portanto, dentro dos limites de erro do método de estimativa do balanço de energia.

A razão de BOWEN ($\beta = H/LE$) foi determinada de acordo com a equação de WEBB (1965):

$$\beta = 1 / (((s + \gamma / \gamma) \cdot (\Delta T_u / \Delta T_s)) - 1) \quad (4)$$

onde: ΔT_u = diferença de temperatura de bulbo úmido entre dois níveis de altura; ΔT_s = diferença de temperatura de bulbo seco entre dois níveis de altura; s = tangente à curva de saturação de vapor sobre a água no ponto temperatura média úmida entre os níveis de medida; γ = constante psicrométrica reduzida.

A unidade $(s + \gamma) / \gamma$ foi determinada, segundo metodologia descrita por PENMAN (1967), pela equação:

$$(s + \gamma) / \gamma = (0,317 \cdot \exp(0,05979 \cdot T) / 0,5) + 1 \quad (5)$$

onde: T = temperatura média do ar ($^{\circ}C$), obtida pela média dos valores de temperatura do bulbo seco, medidos ao longo do dia.

A partir dos valores medidos de SR e G e valores estimados de β , o fluxo convectivo de calor latente de evaporação foi estimado pela equação:

$$LE = - (SR + G) / (1 + \beta) \quad (6)$$

Para o cálculo deste parâmetro, foram selecionados 12 dias do ciclo.

2.5 Instrumentação

As radiações global e refletida externa e interna à estufa, foram monitoradas por dois albedômetros de filmes finos (FRISINA, 1998) com fatores de calibração: $K_{1ex} = 8,13 \mu Vm^2/W$; $K_{2ex} = 12,86 \mu Vm^2/W$; $K_{1in} = 12,77 \mu Vm^2/W$; $K_{2in} = 15,20 \mu Vm^2/W$.

O saldo de radiação total foi monitorado por dois saldo radiômetros REBS, com fatores de calibração iguais a $K_{SRex} = 75,80 \mu Vm^2/W$ e $K_{SRin} = 79,50 \mu Vm^2/W$, respectivamente, à 1m a partir da superfície.

Os fluxos de calor no solo foram medidos diariamente por fluxímetros REBS, com fatores de calibração $K_{ex} = 35,8 W/m^2mV$ e $K_{in} = 36,2 W/m^2mV$, instalados na estufa e área externa, a 1,0 cm da superfície do solo.

Os fluxos convectivos de calor latente e sensível estimados de acordo com a razão de BOWEN (1926) e método de PENMAN (1967), a partir de medidas de temperatura do ar, seca e úmida, foram efetuadas hora à hora por meio de psicômetros de ventilação forçada, modelo ASSMANN, com sensibilidade de décimo de grau, instalados em dois níveis de altura, a 18 cm e 100 cm da superfície do solo, no interior de microabrigos que os protegiam contra irradiação direta do sol, chuvas e ventos fortes.

2.6. Aquisição de Dados

Na medição do balanço de radiação de ondas curtas e fluxo de calor no solo, foi utilizado um sistema de aquisição de dados constituído de um DATALOGGER 21 X da CAMPBELL, de oito canais, interligado a uma placa MULTIPLEX AM 416, de 32 canais, e um microcomputador 486 DX4. A comunicação entre o sistema de aquisição de dados e os radiômetros solares é efetuada através de cabos coaxiais e a comunicação entre o DATALOGGER e o microcomputador, através de uma interface SC 32A. O DATALOGGER operou na frequência de 1Hz, captando uma leitura por segundo e armazenando médias de cinco minutos ou 300 leituras.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1. Balanço de Radiação

3.1.1. Radiações Global e Refletida

A Figura (1) mostra as curvas de energias diárias (MJ/m^2) das radiações global externa (R_{Gex}) e global interna (R_{Gin}) e as refletidas externa (R_{rex}) e interna (R_{rin}), nos dois meios.

As energias variaram em amplo intervalo: radiação global externa de $7,27 MJ/m^2$ à $29,38 MJ/m^2$; global interna, de $5,59 MJ/m^2$ à $23,85 MJ/m^2$; refletida externa, de $0,63 MJ/m^2$ à $7,53 MJ/m^2$ e refletida interna, de $0,67 MJ/m^2$ à $6,22 MJ/m^2$.

A Figura (2) mostra as relações da radiação global (R_{Gin}/R_{Gex}) e refletida (R_{rex}/R_{rin}) entre os meios interno e externo. A relação R_{Gin}/R_{Gex} permaneceu aproximadamente constante durante o ciclo, com transmissividade média de 79,59% e portanto, mostrando uma absorção pela cobertura de polietileno de 20,41%. Em um estudo sobre elementos meteorológicos em estufas, CAMACHO et al (1995) constataram variação de transmissividade de 65 à 89% no período de um ano.

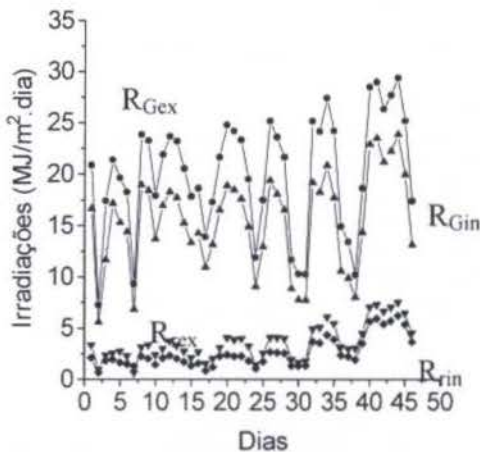


Figura 1. Curvas de energias diárias das radiações R_{Gex} (o), R_{Gin} (Δ), R_{rex} (V) e R_{rin} ().

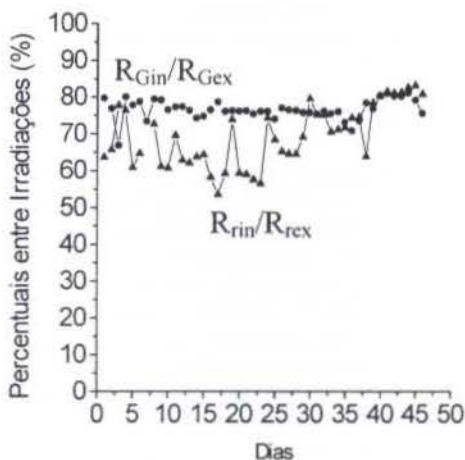


Figura 2. Curva de relações entre as radiações R_{Gin}/R_{Gex} (o) e R_{rin}/R_{rex} (Δ) em percentagens.

A curva da relação entre as refletidas interna e externa R_{rin}/R_{rex} não apresentou o mesmo comportamento da radiação global. Durante os trinta primeiros dias, ocorreram muitas oscilações, sem tendência definida e, a partir do trigésimo dia, a curva mostra um crescimento progressivo. Nos primeiros trinta dias, estas variações ocorreram devido aos efeitos de cobertura do céu, que não são iguais nos dois meios. No interior da estufa, há um aumento da componente difusa da radiação solar, proporcionando um aumento na refletida interna. A partir do trigésimo dia, a tendência crescente da curva ocorreu porque, neste período, o percentual da radiação refletida em relação à radiação incidente foi maior no interior da estufa. A altura e a superfície da copa da cultura interna já se encontravam em estágio mais avançado de desenvolvimento, provocando maiores taxas de reflexão do que na área externa. Em média, a relação entre a radiação refletida interna e externa foi de 69,21% com desvio-padrão de 8,47%.

3.1.2. Saldo de Radiação de Ondas Curtas

A figura (3) mostra a variação do saldo de radiação de ondas curtas durante o ciclo.

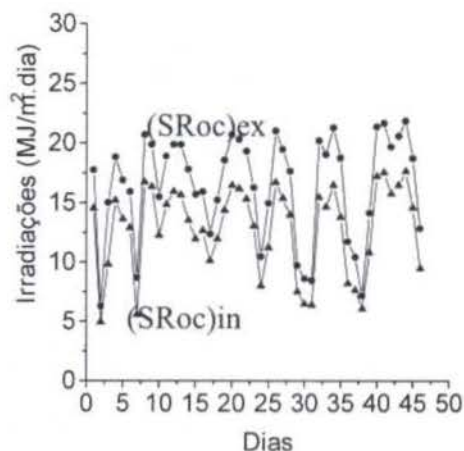


Figura 3. Curvas de energias diárias (MJ/m^2) dos saldos de radiações de ondas curtas externo (SRoc)ex (o) e interno (SRoc)in (Δ).

O intervalo de variação das energias do saldo radiação de ondas curtas externo apresentou um mínimo de $6,25 MJ/m^2$ na condição de solo nu e máximo de $21,85 MJ/m^2$ na fase final da cultura. No ambiente interno, o intervalo das energias variou de $4,92 MJ/m^2$ à $17,63 MJ/m^2$. Em média, a energia do saldo de radiação foi de $16,43 MJ/m^2$ na área externa e de $12,84 MJ/m^2$ no interior da estufa.

A figura (4) apresenta curvas dos saldos de radiação externo e interno em função da radiação global.

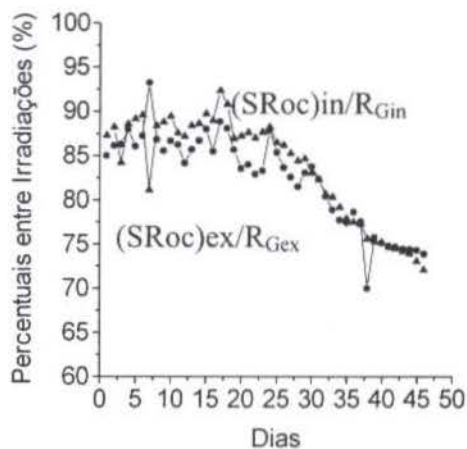


Figura 4. Curvas de percentuais $(SRoc)ex/R_{Gex}$ (o) e $(SRoc)in/R_{Gin}$ (Δ).

O comportamento é similar à curva de albedo da cultura (FRISINA, 1998), com diferença apenas na fase final do ciclo, onde o saldo de radiação de ondas curtas é decrescente, como previsto pela equação (1). No período em que a radiação refletida permaneceu aproximadamente constante (21 dias iniciais), a diferença $(R_G - R_r)/R_G$ manteve-se constante e, posteriormente, com o crescimento progressivo de R_r , a diferença passou a ser progressivamente decrescente. Na área

externa, o percentual do saldo de radiação de ondas curtas médio foi de 85% da radiação global nos primeiros 25 dias e de aproximadamente 80% na segunda fase. No interior da estufa, o percentual foi de 88% na primeira fase e de 80% após o vigésimo quinto dia.

3.1.3. Saldo de Radiação Total

A figura (5) mostra o saldo de radiação total externo e interno, durante o ciclo. Nota-se, através dos valores de energia que os saldos de radiação na cultura externa e interna apresentaram comportamentos aproximadamente similares, com pequena superioridade de SR_{ex} no ambiente externo.

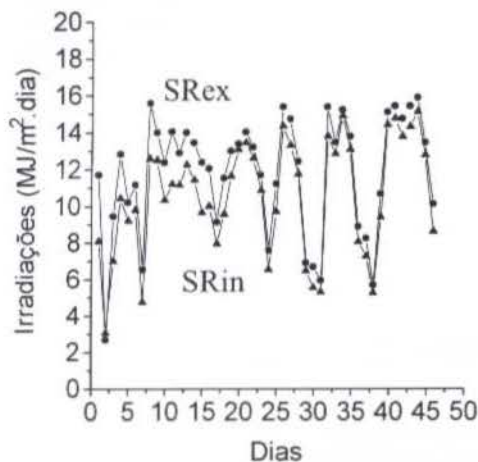


Figura 5. Curvas de energias diárias (MJ/m^2) do saldos de radiação total externo SR_{ex} (o) e interno SR_{in} (Δ).

A variabilidade dos valores das energias, como visto anteriormente, foi consequência da variação da densidade de fluxo das radiações incidentes e refletidas durante o experimento. Os valores limites das energias foram: $2,71 MJ/m^2$ e $15,89 MJ/m^2$ para a cultura externa e $3,06 MJ/m^2$ e $15,11 MJ/m^2$ para a cultura interna.

Em termos médios, o saldo de radiação externo apresentou valor de $11,83 MJ/m^2$ com desvio-padrão de 3,18 e o interno, média de $10,53 MJ/m^2$ e desvio-padrão de 3,11. Estatisticamente os valores médios podem ser considerados iguais. Normalizando os valores do saldo de radiação em relação à radiação global, as curvas da figura (6) mostram que o percentual do saldo de radiação nos dois meios foi crescente nos dez primeiros dias e, na fase final, uma ligeira tendência de decréscimo.

Considerando que o percentual do saldo de radiação de ondas curtas (figura 4) permaneceu constante no início do ciclo, supõe-se que os valores mais baixos ocorreram devido à contribuição do balanço de radiação de ondas longas, onde o substrato era predominantemente o solo. O saldo de radiação de ondas longas contribuiu com valores negativos devido à radiação terrestre ser maior do que a radiação emitida pela atmosfera. Do décimo ao vigésimo dia, os percentuais permaneceram relativamente constantes e, posteriormente, a partir do vigésimo quinto dia, ocorreu um decréscimo, tendo um comportamento similar ao do saldo de radiação de ondas curtas,

como esperado, mesmo que o balanço de radiação de ondas longas tenha contribuído com valores negativos.

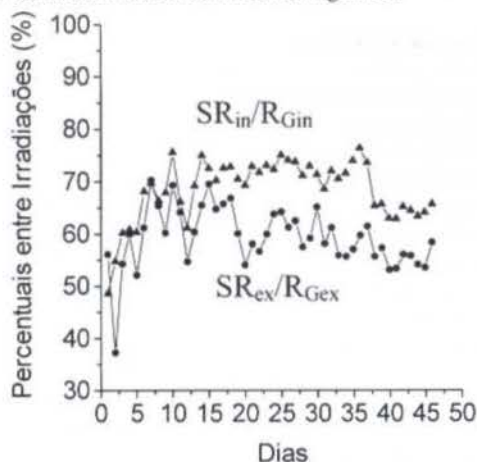


Figura 6. Curvas de percentuais SR_{ex}/R_{Gex} (o) e SR_{in}/R_{Gin} (Δ)

Em termos médios, percentual do saldo de radiação em relação à radiação global foi de 59,26% com desvio-padrão de 5,77 para a cultura externa e de 68,39% com desvio-padrão de 5,77 para a cultura interna, percentuais estatisticamente diferentes.

3.1.4. Saldo de Radiação de Ondas Longas

A partir dos resultados obtidos das medições do saldo de radiação (SR) e saldo de radiação de ondas curtas (SR_{oc}), determinou-se, através da equação (2), o balanço de radiação de ondas longas (SR_{ol}).

O saldo de ondas longas externo teve como limite mínimo $-1,47 MJ/m^2$ e máximo de $-7,30 MJ/m^2$ e o interno, de $-0,12 MJ/m^2$ e $-6,44 MJ/m^2$. Em média, o saldo de ondas longas externo foi maior que o interno, apresentando os seguintes resultados: $-4,60 MJ/m^2$ para a cultura externa e $-2,32 MJ/m^2$ para a interna.

A figura (7) mostra o percentual do saldo de radiação de ondas longas sobre o saldo total.

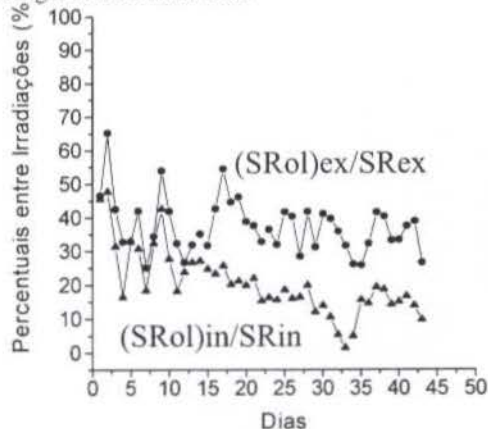


Figura 7. Curvas de percentuais $(SR_{ol})_{ex}/SR_{ex}$ (o) e $(SR_{ol})_{in}/SR_{in}$ (Δ).

Durante o ciclo, os percentuais apresentaram limites de 25,83% e 65,26% para a cultura externa e de 1,49% e 47,72%

para a cultura interna. Em média, os percentuais foram: 37,92% para a área externa e 20,99 % dentro da estufa.

3.2. Balanço de Energia

A figura (8) representa curvas de percentuais G/SR, LE/SR e H/SR ao longo do ciclo.

Em média, na área externa, os percentuais obtidos foram: G/SR = 18,00%; LE/SR = 83,07% e H/SR = 9,96%. A maior porção do saldo de radiação total externo foi utilizada nos processos de evaporação, em segundo lugar para o aquecimento do solo e, na menor parte para aquecimento do ar. No interior da estufa, os percentuais foram: G/SR = 28,79%; LE/SR = 58,71% e H/SR = 42,68%.

Os resultados mostram que, no ambiente coberto, houve um aumento significativo do fluxo de calor sensível em relação à área externa, inclusive superando o fluxo de calor no solo. Desta forma, na estufa, a maior porção do saldo de radiação total foi utilizada nos processos de evaporação, aquecimento do ar e, em menor parte, aquecimento do solo. Em ambos os ambientes, a soma dos percentuais dos componentes do balanço de energia ultrapassou 100%, demonstrando que os fluxos de calor latente e sensível podem ter sido superestimados.

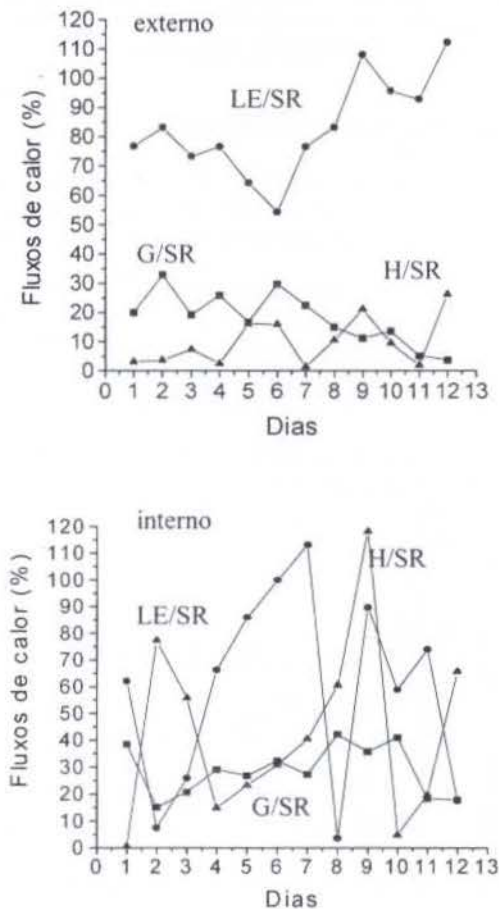


Figura 8. Curvas dos percentuais: G/SR (■), LE/SR (○) e H/SR (Δ).

4. CONCLUSÕES

A transmissividade no polietileno R_{Gin}/R_{Gex} , aproximadamente constante, mostrou ser independente da superfície vegetada, enquanto a fração da radiação refletida R_{rin}/R_{rex} não apresentou a mesma uniformidade, muito provavelmente devido ao maior crescimento da cultura dentro da estufa. O saldo de radiação de ondas curtas, maior no exterior do que no meio interno, não caracteriza maior nível de conversão da energia da radiação global. O saldo de radiação total apresentou comportamento inverso ao saldo de ondas curtas: estatisticamente, os níveis de absorção foram iguais para os dois meios, no entanto, há um maior aproveitamento de conversão da radiação global para o interior da estufa. A perda de radiação por emissão de radiação de ondas longas é maior para o meio externo. Através do balanço de energia, constatou-se que o fluxo de calor latente de evaporação foi maior no meio externo; enquanto os fluxos de calor no solo e sensível foram maiores no interior da estufa.

Apoio Financeiro: FAPESP (95/6952-3 e 95/7022-0) e CNPq (302624/88-0).

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOWEN, I.S. The ratio of heat losses by conduction and by evaporation from any water surface. *Phys. Rev. Ser. 2*. Ithaca, 27: 779-87, 1926.

BURIOL, G.A.; SCHNEIDER, F.M.; ESTEFANEL, V.; ANDRIOLO, J.L.; MEDEIROS, S.L.P. Modificação na temperatura mínima do ar causada por estufas de polietileno transparente de baixa densidade. *Revista brasileira de agrometeorologia*. v. 1, p. 43-49, 1993.

CAMACHO, M.J.; ASSIS, F.N., MARTINS, S.R.; MENDEZ, M.E.G. Avaliação de elementos meteorológicos em estufa plástica em Pelotas, RS. *Revista Brasileira de Agrometeorologia*. v. 3, p. 19-24, 1995.

ESCOBEDO, J.F.; MELO, J.M.D.; FRISINA, V.A. Radiações Solar Global e Fração da Global Refletida em Estufa Tipo Túnel em Cobertura de Polietileno. *Anais... VII Congresso Ibérico de Energia Solar. Energias Limpas em Progresso*, v. 1, p. 53-58, Vigo, Espanha, 1994.

FARIAS, J.R.B.; BERGAMASCIE, H.; MARTINS, S.R.; BERLATO, M.A.; OLIVEIRA, C.B. Alterações da temperatura e umidade relativa do ar provocadas pelo uso de estufa plástica. *Revista brasileira de agrometeorologia*. v. 1, p. 51-62, 1993.

FRISINA, V.A.; ESCOBEDO, J.F.; ASSIS, S.V. Balanço de energia em cultura de alface (*Lactuca sativa*, L.) em estufa de polietileno. *Anais VIII Congresso Ibérico de Energia Solar*. Porto, Portugal, p. 599-604, 1997.

FRISINA, V.A. Otimização de um albedômetro e aplicação no balanço de radiação e energia da cultura de alface (*Lactuca sativa*, L) no exterior e interior da estufa de polietileno." Botucatu, 1998. 86p. Dissertação (Mestrado em Agronomia - Energia na Agricultura) - FCA-UNESP, 1998.

MARTINS, S.R.; GONZALEZ, JESUS FERNANDEZ. Avaliação da temperatura interna de estufa plástica dotada com sistema de calefação por fluxo de ar quente. Revista Brasileira de Agrometeorologia, v. 3, p. 5-11, 1995.

NASCIMENTO FILHO, M.F.; MOURA, M.A.L.; SOUZA, D.K.S.; BRAGA, M.B. Caracterização microclimática em diferentes estufas plásticas com hortaliças. Anais... X Congresso Brasileiro de Agrometeorologia. Piracicaba, SP. p. 488-490. 1997.

PENMAN, H.L.; TANNER, C.B. Measurement of evapotranspiration. Agronomy, 11: 534-74. 1967.

PEZZOPANE, J.E.M., PEDRO JÚNIOR, M.J., ORTOLANI, A.A. Modificações microclimáticas provocadas por estufa com cobertura plástica. Bragantia, Revista de Ciências Agronômicas, v. 54, n. 2, p. 419-425, 1995.

PLASTICULTURA: a agricultura embalada para o presente. UNESP - Jaboticabal em Notícias, v. 4, n. 19, 1993.

RICIERI, R.P. Transmissão da radiação solar global e difusa em estufas plásticas e nebulizadora. Botucatu, 1995. 91p. Dissertação (Mestrado em Agronomia - Energia na Agricultura) - FCA-UNESP, 1995.

SCHNEIDER, F.M.; BURIOL, G.A.; ANDRIOLO, J.L.; ESTEFANEL, V.; STRECK, N.A. Modificação na temperatura do solo causada por estufas de polietileno transparente de baixa densidade em Santa Maria, RS. Revista brasileira de agrometeorologia. v. 1, p. 37-42, 1993.

SENTELHAS, P.C.; VILLA NOVA, N.A.; ALGELOCCI, L.R. Efeito de diferentes tipos de cobertura em mini-estufas na atenuação da radiação solar e da luminosidade. Anais... X Congresso Brasileiro de Agrometeorologia. Piracicaba, SP. p. 479-481. 1997.

SOUZA, J.L.; ESCOBEDO, J.F. Balanço de radiação em cultivos de feijão-vagem com e sem cobertura de polietileno. Pesquisa agropecuária brasileira. Brasília, v. 32, n. 1, p. 1-15, 1997.

WEBB, E.K. Aerial Microclimate. Meteorological Monographs, v.6, p.27-58, 1965.

The objective of this paper is describe the radiation and energy balance, during the lettuce (*Lactuca sativa*, L, var. Verônica) crop cycle inside a polyethylene greenhouse. The radiation and energy balance was made inside of a tunnel greenhouse with polyethylene cover (100 μm) and in an external area, both area with 35 m^2 . Global (R_G), reflected (R_r) and net radiation (SR), soil heat flux and air temperature (dry and humid) were measured during crop cycle, in this two environment. In the data aquisition it was utilized a DATALOGGER, which operated at 1 Hz frequency, storing 5 minutes averages. The global and reflected radiations (MJ/m^2) allowed the verification that the average transmission of global radiation (R_{Gin}/R_{Gex}) was almost constant, near 79,59%, while the average ratio of reflected radiation (R_{rin}/R_{rex}) was 69,21% with 8,47% standard-deviation. The short-wave radiation average (SRoc) was bigger in the external area. The normalized curves to short-wave net radiation, in relation to the global radiation (SRoc/ R_G), found to both environments, were almost constants in the beginning of cyclo; this relation decreased in the final satge of culture. The normalized relation (SR/ R_G) was bigger in the external area, about 12%, when the green culture covered the soil surface. The long-wave radiation balance average (SRol) was bigger outside, about 50%. The energy balance, estimated in terms of vertical fluxes, showed that, for the external area, in average, 83,07% of total net radiation was converted in latent heat evaporation; 18% in soil heat flux and 9,96% in sensible heat, while, inside of the greenhouse, 58,71% of total net radiation was converted in latent heat evaporation; 42,68% in sensible heat and 28,79% in soil heat flux.

SOLAR RADIATION DATA BASE MANAGEMENT SOFTWARE

Modesto A. Chaves & João F. Escobedo
 Departamento de Ciências Ambientais
 UNESP- FCA
 18603970 - CP 237 - Botucatu -SP - Brazil

SUMMARY

This work presents a solar radiation data base management software. This software can be used in meteorological and climatic stations, and also as a support for solar radiation measurements in researches of solar energy availability. It allows data quality control, statistical calculations, modelling validation, pyranometers calibration. The software is datalogger independent (any datalogger can be used since it generates ASCII files). Data quality is analysed in several ways: negative values during the day period, irradiance value greater than the extraterrestrial one and other Unexpected values are pointed. Test results are summarised and possible erroneous data are identified. Unexpected or missing data can be corrected. The data generated by the software, including graphics, can be easily transferred to other software of common use. The program has a report generator module which can be used to print and save data. Researchers from Solar Radiation Measurements Laboratory in São Paulo State University (UNESP - Botucatu - Brazil) tested this software using real and simulated data. As a result of these tests some advantages of its use can be pointed out: significant reduction in the level of dependence upon the kind (model) of datalogger used in the data acquisition; the program allows fast training in acquisition of solar radiation data, even when the user is not a specialist in this area; optimisation of memory use when compared with other systems developed only for worksheet and graphic applications; minimisation of human influences since it controls the format of final reports. Another advantage that must be brought up is that the software reduces the time spent by the researchers in data acquisition and processing.

INTRODUCTION

Any technique that aims the use of solar energy should start with the research of radiation data available in the studied region. According to Durish *et al* (1995) solar irradiation data are important not only for the optimum site-selection for solar power stations but also for their design, operation and economic assessment. Detailed solar radiation data become more and more important with the increasing number of studies on solar systems dynamic behaviour and on biological related processes (for instance, biomass production). The referred data are also important in theoretical studies, such as process and biological simulations (Chaves & Escobedo, 1997).

Researches about the "state of art" in the operation of solar radiation information systems show that the use of digital data are relatively recent, even in developed countries.

Duffie and Beckman (1984) show several forms in which daily solar data should be presented, in order to make the understanding of the phenomenon easier and for also for general use.

The World Meteorological Organisation have enhanced the importance of data base in agricultural applications. Post-graduation courses are organised by WMO, trying to outspread its rules and prepare specialised technicians (WMO, 1997). In the specific case of solar radiation a guide to instrument exposition for solar radiation measurements is given in the WMO norm number 8 (WMO, 1970).

According to Jain *et al.* (1988) the development of new tools in modelling implies a great demand for accuracy in the data. Many studies can be found (for instance: Woodward, 1987; Bonan, 1991), in which the need of accuracy in solar radiation data is essential.

Vazquez (1993) states that for a correct application and use of solar radiation it is necessary to obtain reliable local data base

while Herrero (1993) vouches the importance of a reliable sequence of measured radiation data. Extrapolations and future planning, generally made by statistical analysis is an important use for such sequences. For Ariza (1993) the tool used in data processing affects the application of modelling results in solar radiation, since the data are strongly related to one specific site. The tool used for data processing must allow renewal as well as innovations in instruments and devices for data collection.

Al-Hinai and Al-Alawi (1995) state that effective solar energy utilization requires reliable data because it is the nature of empirical data to be noisy, poorly distributed, and spotty. According to these authors, these data need to be examined, organized and analysed: data examination will identify missing records and outline any characteristics that may be unusual, such as outliers and suspected erroneous values; data organisation involves understanding of the user's information needs and tailoring the information through the analysis to fit this need. However, Wendler and Eaton (1980) state that data quality control for all environmental measurements has always been a problem and that with the advent of the emphasis on solar energy utilization, interest in high quality solar radiation data is being improved.

Molineaux and Ineichein (1994) established a methodology for data quality control of solar radiation with emphasis in modelling and simulation studies.

There is, in Europe, a standard set of algorithms for analysis and simulation of solar Irradiation (Aguiar, 1997). However, even when the resources (hardware and software) are available, the necessary detailed data sometimes do not exist. (Aguiar, 1997b).

In Brazil (this is valid for almost all of other developing countries) data in digital form are recent and tools to process this kind of data are restricted to few very specialised centres. The majority of Brazilian meteorological stations have their solar

data, if existent, still recorded in mechanical devices. However, according to Perez *et al.* (1990) it is likely that, in the foreseeable future, solar irradiances, as a climatological quantity, will become increasingly available in many locations with of the development of new low cost/low maintenance instrumental and to the gradual improvement of networks worldwide.

The aim of this work is to present a software developed to process solar radiation data. This software can be used in meteorological and climatic stations, and also as a support for solar radiation measurements in researches of solar energy availability allowing data quality control, statistical calculations and validation of models, as well as, an easier interchange of data.

METHODOLOGY

A system for data base management of solar radiation can be understood as the whole of hardware and software needed to save, analyse and represent these specific kind of data, taking into account the necessity of interchange and availability. Using this approach and the object based development system (Rumbaugh *et al.*, 1991) a software was elaborated and implemented in Visual Basic 5.0 (another version is also available in Visual Basic 3.0). It was designed to be independent from the datalogger or any other hardware used in data acquisition. It is only necessary ASCII format for unprocessed information. Since there is no standard for solar radiation data collection, in Brazil, we decided to accomplish USA Department of Energy (1990).

The concept herein used for data base is that from Cianconi (1987) which states that data base is a set of data interconnected and organised in order to allow recovering information which must be processed, indexed and codified.

Top-down design was used, as defined by Jones (1982), which allowed modular programming (Peixoto *et al.*, 1987).

The program was built in three modules: basic information module; data quality control and recording module and data generation and statistics module. Each module is weakly dependent upon the others and has specific functions in the software.

The routines to calculate solar position, solar extraterrestrial radiation, coefficients to project direct radiation in an horizontal surface, for shadow ring correction, and so on, are in the module of basic information. This module also saves and processes the information about the station and the routines for pyranometer calibration. The algorithm used in solar ephemeris estimations was that proposed by Michalsky (1988) which was tested against several others and showed to be the most accurate.

The algorithm for pyranometer calibration, against a reference one, is an implementation of the rules from WMO (1970).

For shadow ring correction Drummond's isotropic (Drummond, 1964) and LeBaron factors (LeBaron *et al.* 1990) were implemented and it is also possible to make this correction by linear regression.

All routines to process data file (including transfer by modem) are in the quality control and recording module.

Quality control is made according to Wendler and Eaton (1980) and to Molineaux and Ineichein (1994). The program was designed in order to show the problems found (such as erroneous or suspected values). However, the operator will always take the final decision about what should be made with the data (if they will be accepted, rejected or modified), since to these authors agreed that occasionally real but unusual events can occur. For instance: a unique spacing and location of clouds surrounding the solar disk can cause high global radiation values which sometimes exceed the solar constant. This anomaly, often referred to as the "lens effect", would produce data regarded as erroneous in a single method of data quality control which

specifies only predictable limits. It is, in other words, difficult to predict reasonable values for any specific sensor as the ranges of the signals can vary so widely.

The routines to generate statistics and to calculate integrals of the values as well as generate missing values are in the data generation and statistics module.

When daily data is missed simulated values must be generated. In this case data are generated artificially using modelling methods from Jain *et al.* (1988) and Perez *et al.* (1990). These models must have their coefficients estimated previously and the station should have enough data to allow this estimation. The user can type these coefficients if they were calculated by other means.

Descriptive statistics were generated using the algorithms proposed by Dachs (1988) while integration is calculate by Symphison's rule in the case of data not equally spaced and by the trapeze method, when data are equally spaced (Dahlquist and Björck, 1974).

Figure 1 shows the data flow (black lines) and the kind of information that is flowing in the program modules (dashed lines coming from boxes made in traced lines which contains the text in italics).

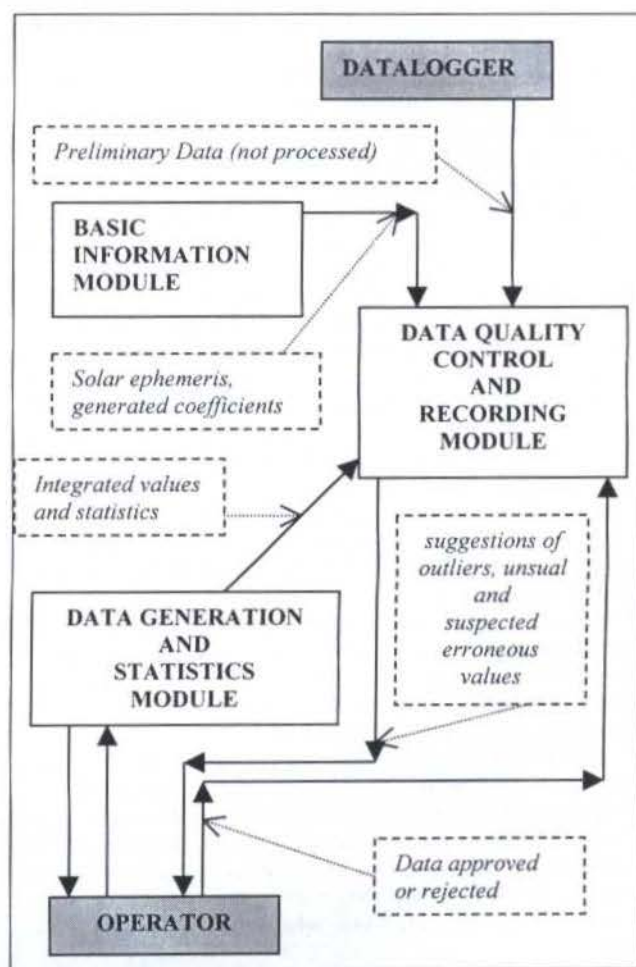


Figure 1. Data flow in the modules of the program

RESULTS

This software runs under Microsoft Windows and can handle ASCII files (delimited by comma; semicolon; spaces or tabs) besides its own generated files. The use of this kind of files made the software independent of the hardware used in data acquisition

(any datalogger can be used since it generates ASCII files). ASCII files will be processed in the data control and storage module, with the data being updated, instruments constants been applied, and so on.

There are two language options: English or Portuguese. The difference between them is only the language in which menus and messages are exhibited. Herein we show figures and examples in the English option.

The program can analyse the quality of the data in several ways: negative values during the day period, irradiance greater than the extraterrestrial value and other unexpected values are pointed out. It summarises test results and identifies possibly erroneous data. Unexpected or missing data can be corrected.

Daily operation of the system generally starts with the user loading an ASCII data file with data from the station. In these files instruments readings generally are in millivolts. Since the data are collected once a day, the data referring to one day are in two ASCII files (one file has data before the moment of the acquisition and the rest of the data is in the other one). So, the first thing to do is to update this file with data from the former day. In the sequence each column is labelled. Predefined label and instruments constants are applied in the data columns.

Labels and instruments constants can be defined and changed at any time, by the user, and then they can be stored in the system.

The next step in the process is to submit the data to quality control. In this routine the user will be informed about outliers, suspected erroneous values and so on. In any case, the user takes the final decision about what should be made with these data: if they will be rejected or accepted.

After data have passed in quality control, they are ready to report generation and other processes such as graphs generation, calculus of descriptive statistics and integrals as well as application of coefficients and transform factors.

Among the coefficients used in an ordinary way are those used to correct diffuse radiation measurements made by the use of shadow ring. The program allows the use of Drummond's isotropic and LeBaron factors. It is also possible to use a correction if the ring was calibrated using linear regression. In this case linear and angular coefficients of this calibration must be saved when the program is set up.

It is also very common to find direct radiation on an horizontal surface which is the measured direct radiation multiplied by the cosine of the zenithal angle. This multiplication can be done by the software automatically.

In the end of the processing data are stored so that daily data, with all information requested during the processing, will stay in only one file. Although, it is possible to generate files which will have hourly radiation values and monthly or yearly reports having daily radiation as individual registers.

In order to make the software easier to use, even for laymen, there is a configuration menu item. After the use of this configuration the system will work almost automatically. This allows the user to prepare the software for specific uses, for example only for calibration of instruments; for generation of index or for daily reports. Since the system was set up, in this way, changes are necessary only when other kinds of reports are desired.

The following parameters can be set up: column labels; instruments constants for each column; station parameters (latitude, longitude, altitude an identification); dimensions of shadow rings and standard instruments for calibration of others.

This software was prepared to perform other operations in the data base management such as: extract some data from files, daily, weekly, monthly and yearly reports and so on.

There is an inherent limitation in the name of the files: each file in the set of files (in ASCII format) must be named with the data in the DDMMYY format and with .DAT extension (for example the file containing data referring to may, 13 in the year

of 1997 must be named 130597.DAT). However, with this limitation files can be processed together in only one operation with daily, weekly, monthly, and yearly reports. This means that the software can be used in any pre-existent data base (in ASCII format and with the files named properly) that will be converted and adapted automatically, in only one operation. After this operation the user will have his station prepared for the use of the software and its advantages.

Figure 2 shows one worksheet, generated by the software, with the initial ASCII file, before any processing. The screen is almost like any other screen created in other windows software (such as Excel, Lotus, Origin, and so on), with cells and one menu bar. The difference is essentially that the menu bar has specific commands for solar radiation processing. For instance, in the "COLUMN" item (see Figure 2) we have options such as change/apply labels, change/apply instrument constants, information an operations, among others. It is also possible to see options such as integration during the day and quality control that are also specific for radiation data. These options were especially designed to make solar radiation processing easier.

Columns 1 and 2 from the left, in Figure 2, are the day number and the time when data were collected. It can be seen that the data in this file start at 7:35 a. m. in day number 277. In the end of this file is the information about day number 287 morning. The existence of information about two days in one file is a natural consequence of data collection each morning. As said before, after processing, daily data will stay in a single file.

Figure 3 shows how the software worksheet looks like, after been processed several times. It can be seen that labels and instrument constants were applied. One screen with the results of daily integration for the selected columns is detached. The first line, in this worksheet, shows data collected five minutes after the beginning of the day. In Brazil there is no solar radiation at this time, but this presentation is very important in the studies about energy budget. If there is no interest in the night time, all values can be deleted automatically.

Data collected and saved as ASCII files from any station can be easily updated (since files can be updated automatically in sequence). All that the user should do is load the first ASCII file; label the columns; specify and apply instrument constants; and then, type the number of days to be updated from that day on. The same thing can be done in the generation of hourly integrated values: only the first file must have its values integrated and the desired indexes specified.

From the worksheet shown in figure 3, it is possible to generate another worksheet with hourly values for the irradiations and containing indexes such as clearness index, diffuse fraction of the global radiation, hourly extraterrestrial irradiation, and so on. Figure 4 shows this kind of work sheet.

There is a graphic generator in the program, in which almost all graphics, frequently used for solar radiation data, can be plotted.

Figure 5. shows an irradiance curve for global radiation. Irradiance curve can be plotted for all day (this means from 5 minutes a.m to 12 p.m), from sunrise to sunset, or from sunset to sunrise. In all cases, in the same screen integrated values can be showed. The moments of sunrise and sunset, calculated by the software, as well as the moments of first and last positive values can also be showed in the plot.

Titles of the graphic and the axis as well as labels and legends can be replaced and edited having their font style and font size changed. Lines colour and the width can be changed as well as the presence (or not) of symbols for the data (and also the kind of symbol) can be set. The aim here is to allow the representation of the data according to the general needs in a solar station. It is not intended to produce a complete and sophisticated graphic editor, since any column can be copied and pasted in such kind of software.

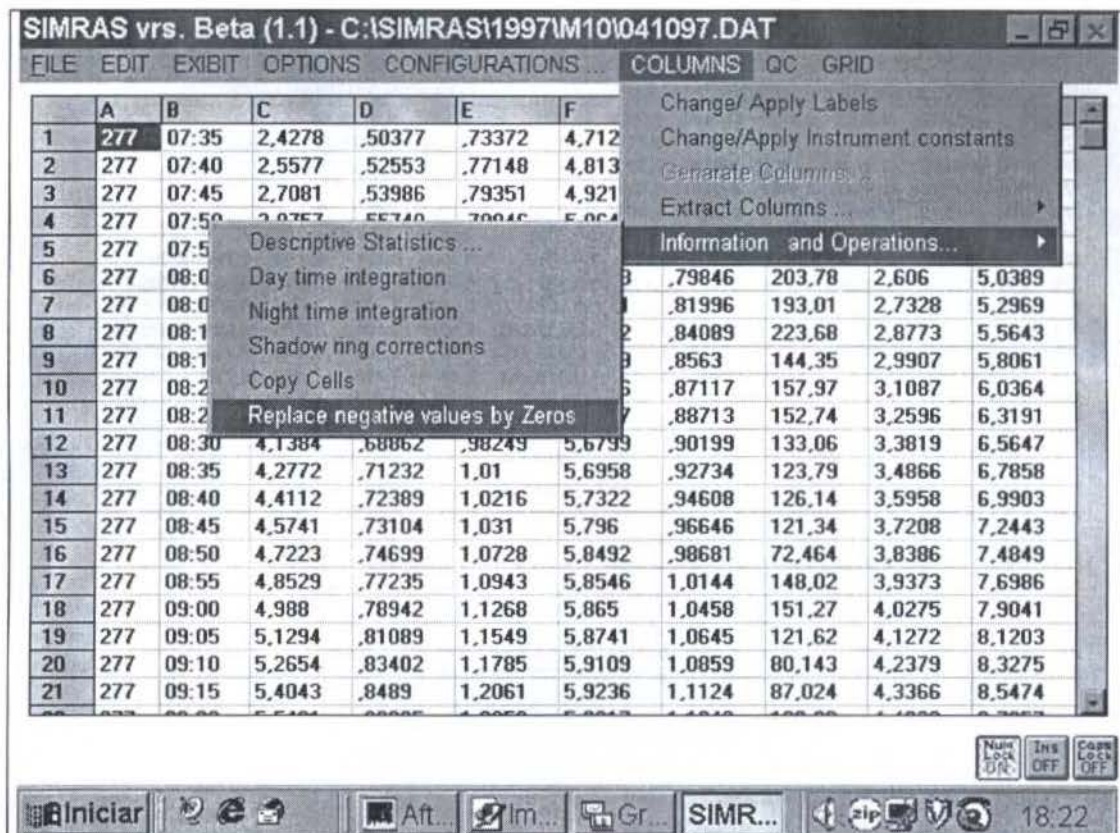


Figure 2. Software Worksheet with an ASCII file.

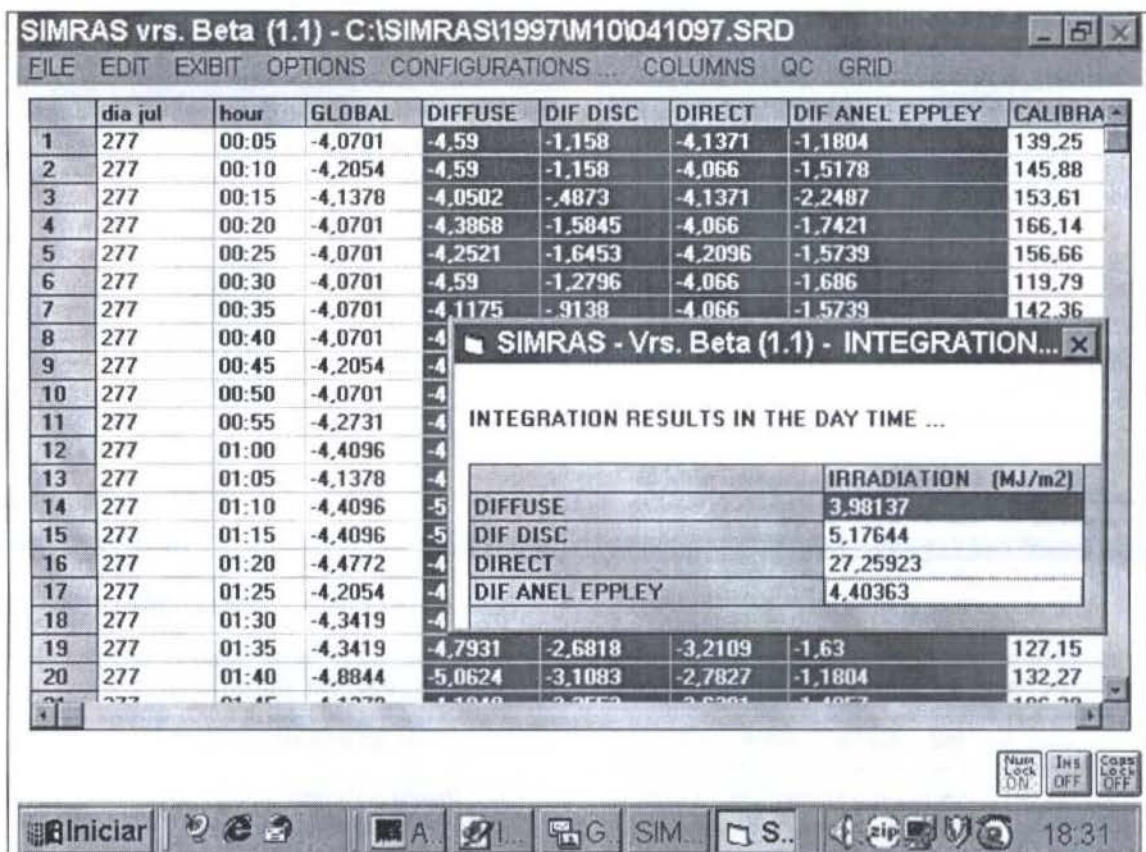


Figure 3. Software worksheet, after several processing, detaching daily integration results for selected columns.

dia	hora	GLOBAL	DIFFUSE	DIRECT	DIRECT	DIFFUSE	PAR	GLOBAL	GLOBAL	H0(MJ/m ² KT	KD		
1	278	5	-0.0227	-0.0206	-0.0125	-0.0109	-0.0075	41,959	-0.0087	-0.0235	0	---	---
2	278	100	-0.0185	-0.0172	-0.0031	-0.0077	-0.0119	56,9339	-0.008	-0.0271	0	---	---
3	278	200	-0.0189	-0.0144	-0.0008	-0.0041	-0.0094	57,4379	-0.0072	-0.0287	0	---	---
4	278	300	-0.0185	-0.0147	-0.0021	-0.0077	-0.0085	68,276	-0.007	-0.0291	0	---	---
5	278	400	-0.0201	-0.0157	-0.0027	-0.0095	-0.0092	64,3469	-0.007	-0.0292	0	---	---
6	278	500	-0.0156	-0.0132	-0.0015	-0.0101	-0.0061	65,9982	-0.0042	-0.0225	0	---	---
7	278	600	0.182	0.1118	0.1617	0.2839	0.1761	54,5032	0.1509	0.2747	0.2337	0.7787	0.8982
8	278	700	0.6832	0.3053	0.4243	0.767	0.465	65,1991	0.5487	1.0512	1.3582	0.503	0.7852
9	278	800	1.4955	0.5914	0.8074	1.1293	0.8873	95,2672	1.2015	2.3388	2.4151	0.6192	0.7013
10	278	900	2.2572	0.6662	0.9004	1.5978	0.9894	-16433,1462	1.8012	3.5348	3.2994	0.6841	0.699
11	278	1000	2.9168	0.8737	1.1571	1.7415	1.2861	-16430,7464	2.301	4.5021	3.9508	0.7383	0.6436
12	278	1100	3.1507	0.8781	1.1779	1.786	1.3002	-10910,293	2.4818	4.9181	4.3251	0.7285	0.6346
13	278	1200	2.4647	1.0607	1.4283	0.9769	1.5611	127,2245	1.9514	3.8321	4.3965	0.5606	0.4249
14	278	1300	2.1295	1.1341	1.5386	0.6252	1.6676	-16441,8652	1.6786	3.268	4.1604	0.5118	0.3205
15	278	1400	1.6835	1.0925	1.4465	0.403	1.5954	104,2404	1.3496	2.5523	3.6328	0.4634	0.2908
16	278	1500	1.6166	0.811	1.0673	0.9114	1.1871	-10935,7724	1.2936	2.459	2.8495	0.5673	0.5671
17	278	1600	0.9748	0.4578	0.6177	0.8713	0.6832	-16440,2518	0.7721	1.511	1.8641	0.5229	0.7144
18	278	1700	0.2287	0.1277	0.1912	0.2499	0.2082	-5412,0622	0.1877	0.3705	0.7437	0.3075	0.8041
19	278	1800	-0.0117	-0.0106	0.0027	-0.0118	0.0003	-5436,3226	-0.0023	-0.0069	-0.0214	0	---
20	278	1900	-0.018	-0.0172	-0.0075	-0.0149	-0.0108	115,1595	-0.0089	-0.0143	0	---	---
21	278	2000	-0.0171	-0.0159	-0.0075	-0.007	-0.0105	164,5822	-0.01	-0.0175	0	---	---
22	278	2100	-0.0147	-0.0142	-0.0086	-0.0096	-0.0107	-16363,4694	-0.0096	-0.0148	0	---	---
23	278	2200	-0.0199	-0.0187	-0.0079	-0.0111	-0.0113	233,4487	-0.0095	-0.0182	0	---	---
24	278	2300	-0.013	-0.013	-0.0094	-0.0112	-0.0111	-35674,0596	-0.0089	-0.0146	0	---	---

Figure 4. Software worksheet with hourly integrated values.

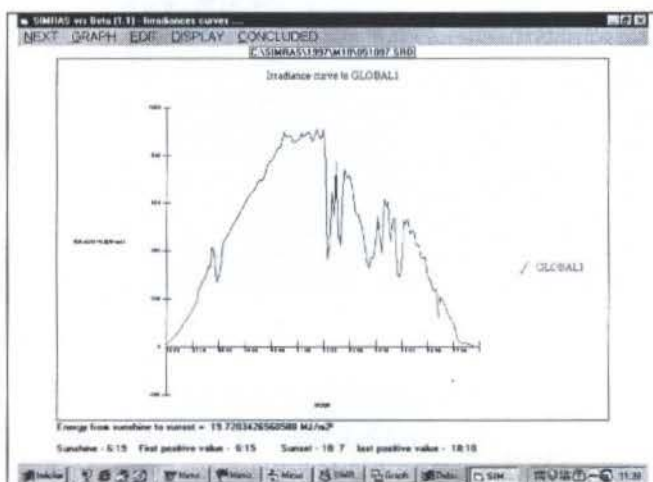


Figure 5. Software irradiance curve for global radiation

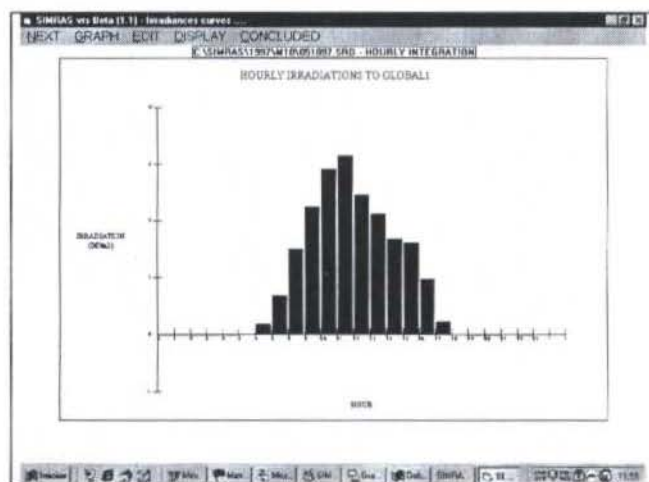


Figure 6. Hourly values graphic, generated by the software.

Hourly integrated values, like those in Figure 4, can also be presented in graphic format. In this case the obvious option was bar graphics. Figure 6 presents one of these graphics.

The data generation and statistics module allows the calculation of maxims, minima, averages, standard deviations, and so on. Instantaneous values can also be integrated in order to produce hourly values. General indexes, such as Kt and Kd, can also be calculated. Hourly and Daily Extraterrestrial solar radiation can be estimated.

There is in the software a special routine in which general values of ephemeris (solar inclination; day length; sunshine and sunset hour, and so on) can be calculated.

The data generated by the software, including graphics, can be easily exported to other software of common use.

Reports can be produced, in which the user will find, among others, the following information:

- Irradiances values during the day for each component of solar radiation measured;
- Daily plot of solar irradiances for each component;
- Daily and hourly irradiances for each component measured;
- Beam radiation (if measured) can be converted to horizontal surfaces;

- Indexes such as Kt and Kd;
- Specific columns of data can be extracted from the files;
- Daily ephemeris;
- Correction factors applied in special cases, for example shadow ring factors in the measurement of diffuse solar radiation;
- Algebraic sums of two measured components in order to find a third one;
- Special graphics with up to seven components in the same plot.

CONCLUSIONS

Researches from Laboratory of Solar Radiation Measurements in São Paulo State University (UNESP – Botucatu – Brazil) tested this software using real and simulated data. As a result of these tests some advantages of the software can be pointed out:

- This software is independent from the hardware used in data acquisition;
- The program allows fast training in acquisition of solar radiation data, even when the user is not a specialist in this area;
- It optimises memory utilisation when compared with other systems developed only for worksheet and graphic applications;
- It controls the final format of the reports allowing standardisation;
- It reduces the time spent by the researchers in data acquisition and processing

ACKNOWLEDGEMENT

The authors would like to acknowledge FAPESP (Proc 97/02475) for the financial support in this research.

REFERENCES

Aguiar, R. (1997). European Solar Radiation Atlas – Standard Set of algorithms. *Annals of VIII Congresso Ibérico de Energia Solar*, pp. 177-184.

Aguiar, R. (1997b). Panorama atual do estado-da-arte (1997) em medição de radiação solar nos países ibéricos. *Annals of VIII Congresso Ibérico de Energia Solar*, pp. 63- 65.

Al_Hinai, H. A. & AlAlawi, S. M. (1995). Typical solar radiation data for Oman. *Applied energy*, **52**, pp. 153-163.

Ariza, F. J. Bases de datos georeferenciadas en el dimensionado de instalaciones solares. *Annals of VI Congresso Ibérico de Energia Solar*, pp. 372-375.

Bonan, G. B. (1991). Atmosphere-biosphere exchange of carbon-dioxide in boreal incoming solar radiation and daily maximum and minimum temperatures. *Journal of Geophysics Research*, **14**, pp. 7301-7312.

Chaves, M. A.; Escobedo, J. F. Estimation of monthly diffuse solar radiation using Ångström's equation linear coefficient. *Annals of 14th Brazilian Congress of Mechanical Engineering*, pp. 384-390.

Cianconi, R. B. (1987) Banco de dados de acesso público. *Ciência e Informação*, **16**, pp. 53-59.

Dachs, J. N. W. (1988). *Estatística Computacional*. Livros técnicos e científicos editora, 236p.

Dahlquist, G. and Björck, A. (1974). *Numerical methods*. (Translated by N. Anderson) Prentice-Hall, 573 p.

Drummond, A. J. (1964). Comments on sky radiations and corrections. *Journal of Applied Meteorology*, **3**, pp. 810-811.

Duffie, J. A. and Beckman, W. A. (1984). *Solar Engineering of Thermal Processes*. John Wiley & Sons, 762p.

Durish, W.; Keller, J.; Bugheroni, W.; Keller, L. & Fricker, H. (1995). Solar irradiation Measurements in Jordan and comparisons with California and Alpine data. *Applied Energy*, **52**, pp. 111-124.

Herrero, M. A. (1993). Simulación Y análisis de irradiación solar diaria en España. *Annals of VI Congresso Ibérico de Energia Solar*, pp 343-348.

Jain, P. C.; Jain, S.; Ratto, C. F. (1988). A new model for obtaining horizontal instantaneous global and diffuse radiation from daily values. *Solar Energy*, **41**, pp.397-404.

Jones, W. B. (1982). *Programming concepts - a second course*. Prentice-Hall, inc. 319 p.

LeBaron, B. A., Michalsky, J. J. and Perez, R. (1990). A simple procedure for correcting shadowband data for all sky conditions. *Solar Energy*, **44**, pp. 249-256.

Michalsky, J. J. (1988). The astronomical almanac's algorithm for approximate solar position (1950-2050). *Solar Energy*, **40**, pp. 227-235.

Molineaux, B. and Ineichen, P. (1994) Automatic quality control of daylight measurements. In: *Guide to recommend practice of daylight measurement – Appendix I*. CIE TC-3.07

Peixoto, A. A. O. A.; Rocha, M. M.; Vieira, S. V. (1987). *TURBO-PASCAL: Manual básico de Referência*. Ciência Moderna Computação Ltda. 408p.

Perez, R.; Seals, R. Zelenka, A and Pierre, I. (1990). Climatic evaluation of models that predict irradiance from hourly global irradiance: prospects for performance improvements. *Solar Energy*, **44**, pp. 99-108.

Rumbaugh, J.; Blaka, M.; Premerlane, W.; Eddy, F. (1991). *Modelagem e projetos baseados em objetos*. Editora Campus, 398 p.

USA Department of Energy. (1990). *Atmospheric radiation measurements program plant*. Environmental Science Division, Office of Energy, 116p.

Vazquez, M. (1993). Estudio de la radiación solar diaria Y ciertas variables climatológicas para Madrid. *Annals of VI Congresso Ibérico de Energia Solar*, pp. 343-348.

Wendler, G. and Eaton, F. D. (1980). Quality control for solar radiation data. *Solar energy*, **25**, pp. 131-138.

WMO. (1997). *V International Postgraduate Course Data Base Management in Agrometeorology*. Regional Meteorological Centre for postgraduate Training in Applied Meteorology, Bet-Dagan, Israel. (class notes).

WMO. (1970). *Guide to meteorological instruments and observing practices*. Genova, 75p.

Woodward, F. I. (1987). *Climate and plant distribution*, Cambridge University Press, 174p.

SIMULAÇÃO DE SISTEMAS TERMO - SOLARES :CÓDIGO TRNSYS
Camilo F. M. Morejón¹ e Cirus M. Hackenberg²

PEM/COPPE/UFRJ; Universidade Federal Do Rio de Janeiro

C. Postal 68503; CEP 21945-970, RJ, Rio de Janeiro-Brasil; Fax: (021) 290 6626

¹E-mail: freddy@serv.com.ufrj.br

²E-mail: hackenberg@serv.com.ufrj.br

RESUMO

Foi desenvolvido um código computacional para a análise de sistemas termo-solares (Coletores-Tanque-Bomba), para implementação no simulador TRNSYS versão 14.1 Klein et al (1990). Este código permite que se realize além da simulação operacional um projeto, incluindo o dimensionamento dos equipamentos, envolvidos como: área de coleta de energia, volume do tanque de armazenamento e eficiência do sistema de coleta, em função da demanda e da insolação local. Os resultados mostram os perfis de temperaturas no sistema, principalmente, no coletor e no tanque analisando-se também a influência dos parâmetros mais relevantes. Todos estes resultados são apresentados para os dados solarimétricos médios obtidos do ajuste de funções senoidais utilizadas também para representar a variação da temperatura ambiente.

INTRODUÇÃO

O componente mais característico de uma instalação térmica solar é o coletor de energia solar, que tem a função de captar a radiação solar para convertê-la em energia calorífica. Da energia incidente apenas uma parte é aproveitada para aquecer o fluido, sendo a restante perdida para o meio ambiente. A performance de um coletor solar pode ser avaliada através do calor útil transferido ao fluido de trabalho que atravessa o coletor. Na atualidade a velocidade do cálculo computacional permite que se elaborem algoritmos sofisticados e precisos para previsão de resultados, dentro desta filosofia foi desenvolvido um código computacional que possibilita a análise transiente do sistema coletor-tanque-bomba, vide Figura 1, para implementação no TRNSYS versão 14.1, Klein, (1990).

CODIGO TRNSYS

O TRNSYS é um conjunto modular de programas de simulação escritos na linguagem Fortran. Originalmente desenvolvido por Klein et al (1990). O conceito modular dos

sistemas foi estendido diretamente dentro da estrutura de programação. O TRNSYS, é composto de um programa executivo e um número grande de sub-rotinas, os usuários podem escrever as suas próprias sub-rotinas no caso de não estarem satisfeitos com as disponíveis ou na falta de algum.

Por meio de uma linguagem própria do TRNSYS, os componentes são ligados de maneira similar ao de uma placa ou circuito eletrônico, conexão feita por meio de tubulações, válvulas e dutos como ocorre num sistema real. O usuário deve alimentar os valores de todos os parâmetros, dos componentes envolvidos no processo.

O programa realiza as soluções simultâneas necessárias das equações algébricas e diferenciais que representam os componentes, e também realiza a organização dos dados de entrada e saída. Vários níveis de complexidade podem ser escolhidos para o cálculo, o usuário deve definir o grau de detalhe que requer para a simulação, sendo que para maior detalhe maior será o custo de programação e tempo de computação.

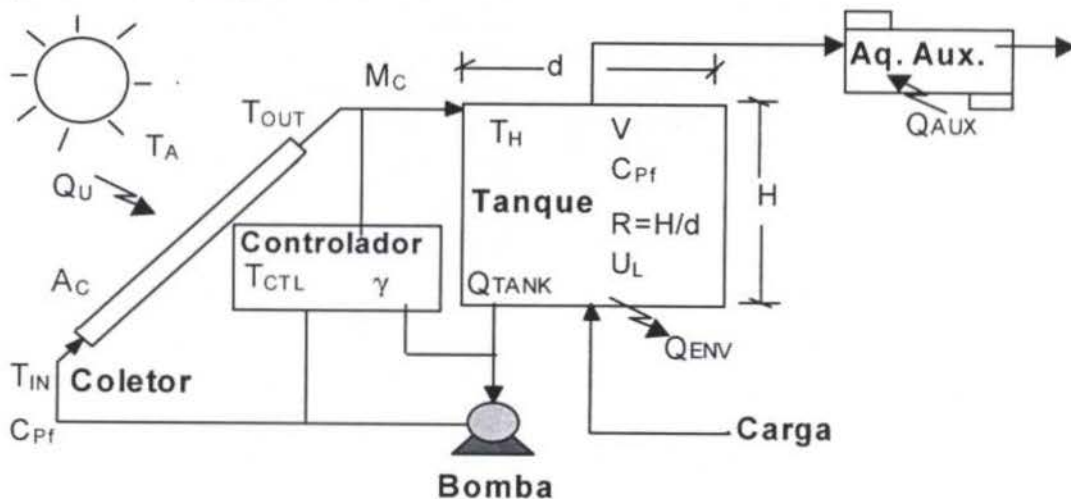


Figura 1 - Esquema do coletor-tanque de armazenamento

Entretanto, a escolha dos componentes e o desenvolvimento do algoritmo é função do projetista ou usuário, que deve definir quais as variáveis influentes no processo em análise, com a definição dos parâmetros de cada componente para conseguir a compatibilidade computacional desejada entre os sub-programas.

Apresenta-se a seguir a metodologia utilizada neste trabalho para a elaboração do código, para a simulação operacional e a análise do desempenho de um sistema de aquecimento de água, por energia solar não concentrada. O sistema termo-solar utiliza um coletor solar, com água como fluido de trabalho, dotado de um tanque de armazenamento, bomba e um sistema auxiliar de aquecimento (opcional), como é mostrado na Figura 1

Irradiação e Temperatura ambiente

Fazendo a irradiação como sendo função do tempo e irradiação diária máxima I_{max} , vem que:

$$I_r(t) = I_{max} \sin \frac{\pi t}{t_d} \quad (1)$$

tendo em vista que esta função representa bem o comportamento natural dos dias sem nebulosidade.

Também considerando uma função da temperatura ambiente com defasamento de duas horas em relação da insolação máxima, devido a maior concentração de energia neste período, vem que,

$$T_a(t) = T_{am} + (T_M - T_{am}) \sin[w_a(t - t_{def})] \quad (2)$$

onde T_{am} é a temperatura ambiente média, T_M é a temperatura média máxima de um dia insolarado e w_a é a frequência de variação da temperatura ambiente definida como segue:

$$w_a = \frac{\pi}{t_{dt}} \quad (3)$$

onde t_d e t_{dt} são os períodos de duração correspondentes a irradiação e temperatura ambiente.

Eficiência dos Coletores

Características de diferentes tipos de coletores são obtidas com resultados existentes na literatura em forma da função linear representado pela equação a seguir:

$$\eta = a - b \frac{\Delta T}{I} \quad (4)$$

Onde ΔT é a diferença da temperatura média do fluido de trabalho do coletor e o ambiente.

As correlações dos parâmetros de projeto dos coletores com os valores de a e b da Eq. (4), podem ser encontradas na literatura Duffie e Beckman (1980), valores que também podem ser obtidos em bancos de testes, sob condições estáveis de velocidade do vento, temperatura do fluido, temperatura ambiente e radiação solar, que pode ser simulada, por exemplo mediante um radiador de energia eletromagnética de espectro muito parecido à energia solar com incidência normal ao coletor.

Para esta simulação utilizou-se os seguintes valores para o fator de remoção ($F_R(\tau\alpha)_n=0.9=a$), e produto de F_R pelo coeficiente global U_L ($F_R U_L=61.2 \text{ kJ/h}\cdot\text{m}^2\cdot^\circ\text{C}=b$), da eficiência linear do coletor, Equação 1. Sabe-se também que a vazão por unidade de área através do coletor nas condições de teste, realizado no laboratório de Termofluidodinâmica do PEQ/COPPE/UFRJ, foi de $90 \text{ kg/h}\cdot\text{m}^2$ Hackenberg (1980). Na Tabela 1 são apresentados os valores das constantes da Eq. (4); eficiência linear para diferentes tipos de coletores, Hottel e Woertz, (1942), Kreider e Kreith, (1981) e Hackenberg, (1980).

Tabela 1 Constantes da Equação da Eficiência Linear para Diferentes Tipos de Coletores.

Tipo	Coletor	a	b KJ/ m ² -h-°C-
1	Plano absorvedor (n=1)	0.83	31.896
2	Plano absorvedor (n=2)	0.80	20.7
3	Plano tubo aletado (n=1)	0.78	23.796
4	Plano Tubo Aletado (n=2)	0.74	16.596
5	Plano Conc. Seletivo REX (2:1)	0.91	15.588
6	CPC Winston	0.70	3.24
7	Contracting Acurex 3011	0.80	1.8
8	Teste	0.9	61.2

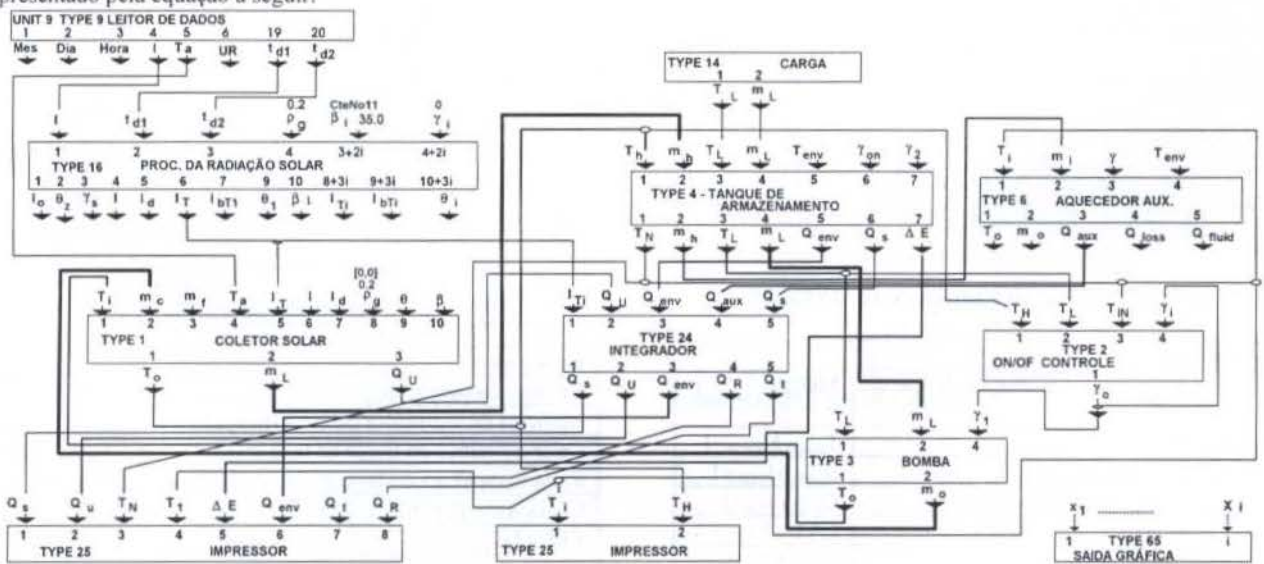


Figura 2 - Fluxograma para o Sistema de Aquecimento de Água Coletor - Tanque - Bomba

Unidades ou Sub-rotinas

As seguintes sub-rotinas, chamadas de "TYPE n", foram considerados na construção do código computacional para simulação do sistema em estudo, todo com ajuda do fluxograma representado pela Figura 2, Morejón, (1997):

TYPE 9	Leitor de dados
TYPE 16	Processador da radiação. Solar (opcional)
TYPE 1	Coletor Solar
TYPE 2	Controlador da Bomba
TYPE 3	Bomba
TYPE 6	Aquecedor Auxiliar (opcional)
TYPE 14	Fluido na Carga
TYPE 4	Tanque de Armazenamento
TYPE 24	Integrador
TYPE 25	Impressor de Resultados
TYPE 65	Saída Gráfica (em linha)

possibilitando a simulação do sistema, previa especificação dos parâmetros e as correspondentes entradas e saídas de cada uma das sub-rotinas utilizadas no sistema termo-solar aqui estudado.

Os parâmetros são determinados pelo analista em função da especificação de cada sistema. Assim, por exemplo, o coletor de energia solar requer 13 parâmetros, o tanque de armazenamento e o aquecedor auxiliar requer 5 parâmetros, estes valores se mostram em detalhe nas tabela 2-A...I, mostrando também as correspondentes entradas e saídas variáveis no tempo.

Tabela 2A - Leitor de Dados, TYPE 9

Parâmetros	
Lê os dados do file, onde a primeira linha dos dados corresponde ao começo da simulação	MOD=2
Núm. de valores lidos desde o "data file"	N=5
Intervalo de Tempo no qual os dados foram alimentados (horas)	$\Delta t_d=1,0$
Se $1 \leq i \leq 18$, Então a i-ésima saída deve ser convertida usando os fatores de conversão.	$i=0,0$
Fator mult. Para conversão do i-ésimo valor	$m_i=0,0$
Fator aditivo para conversão de i-ésimo valor	$a_i=0$
Unidade numérica de entrada lógica	$LU=10$
Formatação de leitura	$F_{RMI}=1$
Saídas	
Radiação solar	I
Temperatura ambiente	T_a
Umidade Relativa	UR
Tempo corresp. Ao valor da linha anterior	td1
Tempo corresp. Ao valor da linha posterior	td2

Tabela 2B - Proc. da Radiação Solar, TYPE 16

Parâmetros	
Radiação horizontal, Correlação de Liu & Jordan (1960)	MODE=1
Superfície fixa	$T_{RACK} MODE=1$
Modelo isotropico do céu	$S_{URF} MODE=1$
Dia do ano para começo da simulação	$D_{AY} Y_{EAR}=1$
Latitude (graus)	LAT=-23
Constante Solar. (kJ/m ² -h)	SC=4871.0
Mudança do ângulo horário no tempo Solar	SHFT=180/12
Capacidade da Radiação suave num	SMOOTH=2

incremento de tempo<1h	
Incremento do Tempo de simulação. if IE<0(Opcional)	IE=1
Entradas	
Radiação horizontal na superfície horizontal (kJ/m ² -h)	I
Leitor de dados. tempo anterior (h)	td1
Leitor de dados tempo posterior (h)	td2
Refletancia da terra ($0 \leq \rho_g \leq 1$)	ρ_g
Mudança do ângulo horário (horas)	β_i
Azimute de superfície ou rasteado dos eixos i (graus)	γ_i
Saídas	
Rad. solar horizontal total (kJ/m ² -h)	I
Rad. difusa na sup. Horizontal (kJ/m ² -h)	I_d
Radiação total na superfície I (kJ/m ² -h)	I_{T1}
Ângulo de incidência da superfície I (graus)	θ_1
Incremento na superfície I (graus)	β_1

Tabela 2C - Coletor de Energia Solar, TYPE 1

Parâmetros	
Área (m ²)	Ac= 30
Coefficientes da eficiência linear do coletor	a=0,9
Coefficientes da eficiência linear do coletor	b=61,2
Coefficiente de perdas (kJ/m ² hr °C)	$U_L=5,7$
Calor específico do Fluido no Coletor (Kj/kg °C)	$C_{pf}= 4,19$
Vazão mássica do fluido escoando (kg/hr)	$m_c = 3000$
Dia do ano para o começo da simulação	D = 1
Latitude da simulação	L = -23°
Inclinação da superfície do coletor	$\alpha' = 23$
Orientação do coletor com respeito ao Norte	$\beta = 180^\circ$
Dif. de Temp. do fluido entre a saída e a T _{CTL} requerida para ligar a bomba (°C)	$\gamma_{T_{SUP}} = 6$
Dif. de Temp. do fluido entre a saída e a T _{CTL} requerida para desligar a bomba (°C)	$\gamma_{T_{SUP}} = 6$
Entradas	
Incidência da energia solar na superfície horizontal por unidade de tempo e área	I
Temperatura ambiente	T_a
Temperatura de entrada do fluido	T_1
Temperatura de referencia do controlador	T_{CTL}
Função de controle ON-OFF	γ
Saídas	
Temperatura do fluido na saída	T_o
Vazão mássica do fluido	m_L
Energia útil ganho por unidade de tempo	Q_U

Tabela 2D - Tanque de Armazenamento, TYPE 4

Parâmetros	
Volume do tanque (m ³)	V = 5
Números de segmentos de estratificação	N = 1
Calor específico do fluido no tanque (Kj/ kg °C)	$C_{pf} = 4,19$
Relação da altura do tanque com o diâmetro	R = 1,5
Coefficiente de perdas (kJ/m ² hr °C)	$U_L = 1,44$
Entradas	
Vazão mássica do fluido quente	m_h
Temperatura de entrada do fluido quente	T_h
Vazão mássica do fluido (carga)	m_L

Temperatura de entrada do fluido (carga)	T_i
Temperatura dos arredores ao tanque	T_{env}
Saídas	
Temp. do fluido no topo superior do tanque	T_t
Temperatura do tanque no nível inferior	T_N
Vazão mássica do fluido na carga	m_i
Perda de Energia para o amb. na. unid. De tempo	Q_{env}
Taxa de energia suprida à carga pelo tanque	Q_s
Saldo de energia trocada no tanque	λE

Tabela 2E - Aquecimento Auxiliar, TYPE 6

Parâmetros	
Coefficiente global de perdas (Kj/hr °C)	UA = 1700
Grupo de temperatura da sala (°C)	$T_R = 18,3$
Taxa máxima de aquecimento (kg/hr)	$Q_{max} = 1620$
Calor específico do fluido (Kj/ kg °C)	$C_p = 4,19$
Eficiência do aquecedor auxiliar	$0 \leq \eta_{hr} \leq 1$
Entradas	
Temperatura ambiente	T_a
Temperatura de entrada do fluido	T_i
Vazão mássica do fluido (Kg/hr)	M_i
Função de controle ON-OFF	γ
Saídas	
Taxa de aquecimento da carga	Q_{loss}
Temperatura do fluido na saída	T_o
Vazão mássica do fluido	m_o
Taxa de aquecimento auxiliar requerido	Q_{aux}

Tabela 2F - Gerador de Constantes, TYPE 00

Saídas	
Temperatura dos arredores do tanque	T_{env}

Tabela 2G - Integrador, TYPE 24

Entradas	
Taxa de energia útil ganho pelo coletor	Q_U
Fluxo de energia solar na superfície	I_{Tj}
Taxa de energia suprida à carga pelo tanque	Q_s
Saldo de energia suprida à carga pelo tanque	Q_t
Taxa de requerimento de aquecimento auxiliar	Q_{aux}
Taxa de aquecimento da carga	Q_{env}
Taxa de transferência de energia no trocador de calor	Q_T
Saídas	
Energia total útil ganha pelo coletor	Q_U
Energia total descartada para o meio ambiente	Q_{env}
Energia suprida à carga	Q_s
Energia total para aquecimento auxiliar	Q_R

Tabela 2H - Controlador Diferencial, TYPE 2

Parâmetros	
Número de oscilaciones num dado tempo	NSTK=5
Banda acima da diferença de temperaturas	$\Delta T_H=0,1$
Banda abaixo da diferença de temperaturas	$\Delta T_L=0,1$
Limite superior de corte na Temp.. (°C)	$T_{MAX}=200$
Entradas	
Temperatura maior de entrada (°C)	T_H

Temperatura baixa de entrada (°C)	T_L
Temperatura para o limite auto apagado (°C)	T_{IN}
Entrada da função controle	Y_i
Saídas	
Saída da função controle.	Y_o

Tabela 2I - Saída de Resultados TYPE 65

Parâmetros	
Número de var. para o gráfico superior	Ntop=5
Número de var. para o gráfico inferior	Nbot=4
Valor Mín. no eixo Y para o gráf. sup.	Ymin,1=0
Valor Máx. No eixo Y para o gráf. sup	Ymax,1=100
Valor Mín. do eixo Y para o gráf. inf.	Ymin,2=0
Valor Máx. do eixo Y para o gráf. inf.	Ymax,2=50000
Incremento de tempo para o gráf. sup.	Iref=1
Incremento de tempo para o gráf. inf.	lupd=1
Unidade de tempo para a simulação	Units=3
Núm. de gráf. em que serão div. as saídas	Npic=1
Número de divisões para o eixo X	Grid=10
Deseja parar depois de cada gráfico ?	Stop=1
Símbolos para a variável de saída	Simbl=2
Saída em formato HPGL	Output=1
Entradas	
Var. de saída no gráfico superior	1 a Ntop Xu
Var. de saída no gráfico inferior	(Ntop+1) a Nbot X1
Níveis	
Unidades para gráf. superior e inferior	Unid.1 Unid.2
Título do gráfico superior	Título Acima
Título do gráfico inferior	Título Abaixo

RESULTADOS

Todas as simulações foram feitas com base nos dados referenciais citados nas tabela 2-A...I, verificando-se a influencia do tipo de coletor, área de coleta e volume de fluido no tanque. Todos eles para os dados médios de insolação ajustados a uma função senoidal diaria; assim também utilizou-se uma tempera ambiente bariavel com defasamento de duas horas do pico de insolação também ajustada à função senoidal.

Os resultados deste código (Sistema termo-solar) foram comparados também com outra programação desenvolvida, pelos autores para resolver as equações termofluidodinâmicas do sistema em PABLE-V. Neste caso o tanque de armazenamento não permitia extratificação, ver Morejón (1997).

Influência do Tipo de Coletor

Com base nos dados referenciais da tabela 2 foram considerados para a simulação, oito tipos de coletores com as características mostradas na Tabela 1. A Figura 3 mostra os resultados para os perfis de temperatura de cada tipo.

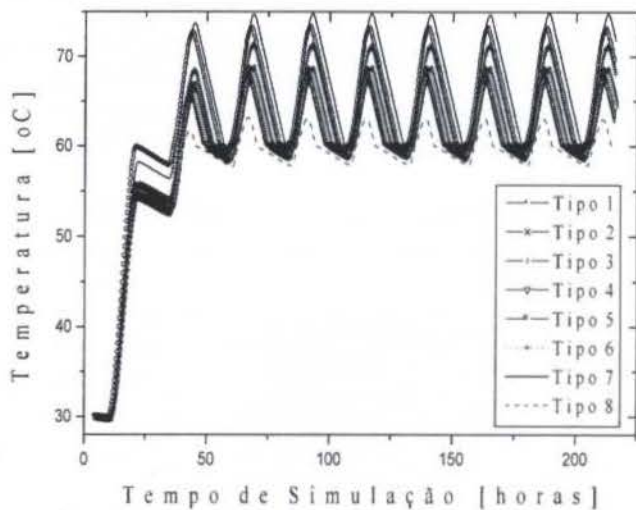


Figura 3 - Perfil de Temperatura do fluido no Tanque de Armazenamento para diferentes tipos de coletores.

Influência da Área de Coleta

Com base nos dados referenciais da tabela 2, foram testados quatro coletores com áreas de coleta de

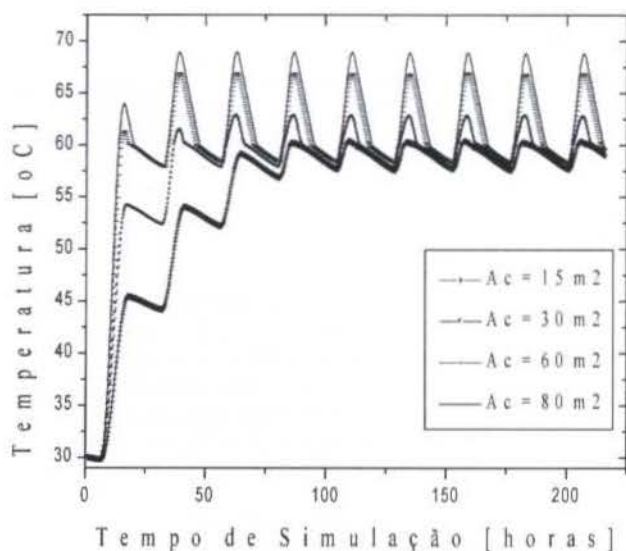


Figura 4 - Perfil de Temperatura do fluido do tanque de armazenamento, para diferentes áreas de coleta.

energia de: 15, 30, 60 e 80 m², observando-se a proporcionalidade direta sobre o perfil de temperatura do fluido no tanque, isto é, quanto maior é a área de coleta, maior é a temperatura obtida no fluido no tanque e menor o tempo de resposta, como mostrado na Figura 4.

Influência do Volume de Fluido no Tanque

A Figura 5 mostra o perfil de temperatura do fluido no tanque para o sistema coletor-tanque-reservatório, variando o volume do tanque; assim 2, 4, 5, 8 e 16 m³, sempre com base nos dados referenciais da tabela 2.

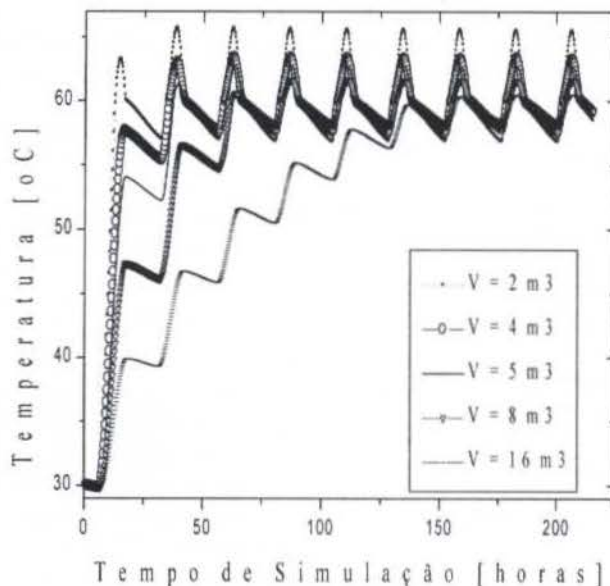


Figura 5 - Perfil de Temperatura do fluido no tanque de armazenamento, para diferentes volumes de fluido.

CONCLUSÕES

O programa desenvolvido neste trabalho mostra-se flexível para as mais variadas simulações, pela rapidez e confiabilidade dos resultados dependendo da especialização do analista e/ou projetista quem deve estar amplamente familiarizado com o sistema. Assim as simulações apresentadas neste trabalho mostram resultados para diferentes tipos de coletores, diferentes áreas de coleta e volume de fluido. Para temperaturas máximas do fluido no tanque de armazenamento para operação de 200 horas variando o tipo de coletor, em ordem crescente mostra que no Tipo 1 alcançou-se uma temperatura de (62 °C), e no Tipo 3, 4 e 5 (66 °C) e no Tipo 2 (67 °C) assim também no Tipo 6 (68 °C), e no Tipo 5 e 7, (72 °C) e (73 °C) respectivamente, onde dentre os coletores planos o melhor resultou ser o seletivo REX 2:1, desenvolvido pelo PEQ/COPPE Hackenberg (1980); os diferentes tipo de coletores estão especificados na tabela 1.

O aumento da área de coleta influencia diretamente sobre o perfil de temperatura do fluido do tanque de modo a aumentar a temperatura deste através do tempo e reduz o tempo de resposta do sistema. Contrariamente o volume de fluido do tanque de armazenamento, influencia inversamente sobre o perfil de temperatura do fluido. O algoritmo aqui desenvolvido pode ser utilizado para uma completa análise e/ou projeto permitindo a seleção de todos os parâmetros envolvidos no processo e também para otimizar procedimentos operacionais atendendo a especificações prévias de projeto, garantindo um funcionamento eficiente.

Alem disso os resultados do código aqui desenvolvido podem ser utilizados para o projeto e simulação de outros sistemas dinâmicos em dois casos distintos: por meio do acoplamento a um sistema complementar, na mesma linguagem; ou simplesmente via utilização da saída numérica como fonte de dados num outro código. Assim tem-se como exemplo para o primeiro caso o acoplamento do sistema termo solar a ciclos de refrigeração por absorção, código TRNSYS, Morejón e

Hackenberg (1998) e no segundo caso utilizando os resultados do sistema termo solar para a simulação de secagem de grãos. Morejón, Calçada e Hackenberg (1996).

BIBLIOGRAFIA

Hottel H. C., Woertz, B. B., 1942, "The performance of Flat-Plate Solar Heat Collector", Trans ASME, 91-104.

Liu, B. Y. H. & Jordan, R. C., 1960, "The Interrelationship and Characteristic Distribution of Direct, Diffuse and Total Solar Radiation", Solar Energy Vol IV, pp. 1-19

Duffie, J.A. and Beckman, W.A., 1980, "Solar engineering of Thermal Processes", Wiley Interscience, New York.

Hackenberg, C. M., 1980, "Projeto Coares", Relatório Final, Convênio FINEP-COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

Kreider e Kreith, 1981, Solar Energy Handbook, New York, McGraw Hill.

Klein S.A. et al., 1990, "TRNSYS A transient system simulation program". Engineering Experimental Station. Report 38-13, *Solar Energy Laboratory*, Madison, Wis.

Morejón, C. F. M., Calçada, L. A. & Hackenberg, C. M., 1996, "Simulação de Sistemas Termo-Solares Aplicados a Secagem de Grãos" anais XXIV Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados, Uberlândia M.G.

Morejón, C. F. M., 1997, "Simulação de Sistemas Termo-Solares Aoplados a Ciclos de Refrigeração por Absorção". Tese

de M. Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Morejón, C. F. M. & Hackenberg, C. M., 1998 "Simulação de Sistemas Termo-Solares de Refrigeração por Absorção", ENCIT 98 - 7th Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences, Rio de Janeiro-RJ-Brazil

ABSTRACT

A computational code has been developed to analyse thermo-solar systems (Collectors - Storage Tank - Pump) performance to utilize simulator TRNSYS v.14.1 (Klein, 1975). The developed code allows for the operational simulation during several days and the design of solar systems, including equipment and parametric specification, mainly the collectors area, storage tank volume and the solar system collector efficiency. All this as a function of the local insulation and energy consumption. The graphics generated by the code show the system transient temperature profiles, mainly, the solar collectors and in the storage tank. The influence of the relevant parameter for the system are also analysed. The numerical results are obtained for a sinusoidal function input, representation of the daily averaged solarimetric and ambient data available

DESIDRATAÇÃO SOLAR DO JACINTO D'ÁGUA E SUA CARACTERIZAÇÃO COMO COMBUSTÍVEL

Márcio Amaral de Oliveira

Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Universidade Salgado de Oliveira - Niterói - RJ

Carmen Lúcia R. Pinto

Divisão de Meio Ambiente - DIMA
Instituto Nacional de Tecnologia - Rio de Janeiro - RJ

Roberto Guimarães Pereira

Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal Fluminense - Niterói - RJ

ABSTRACT

Because of a new technology for waste water treatment utilizing water hyacinth as an instrument for water pollution control, studies were developed to profit the resultant biomass from this process proposing its utilization like an energy source after its dehydration. A direct exposition solar dryer with double glazing was utilized in the process. During the process were evaluated the following parameters: time of drying; physicochemistry characteristics of the plant; and inlet air, outlet air and inside air temperatures during the whole process of drying.

INTRODUÇÃO

Devido à uma tecnologia inovadora no tratamento de efluentes a partir da utilização do jacinto d'água como agente despoluidor, desenvolveram-se estudos para o aproveitamento da biomassa resultante deste processo propondo-se o seu aproveitamento como energético após sua desidratação.

Utilizou-se para a desidratação da planta aquática jacinto d'água um secador solar de exposição direta, composto de: cobertura transparente em duplo vitral; chapa absorvedora de ferro galvanizado de 1,5 m² com 3 mm de espessura pintada de preto fosco; e isolante térmico composto de camadas de serragem e lã de vidro.

Foram avaliados durante o processo de desidratação solar os seguintes parâmetros: tempo de secagem; características físico-químicas da planta; e as temperaturas do ar na entrada, na saída e no interior do secador solar durante todo o processo de desidratação. Além da discussão do processo de secagem solar, aproveitamento da biomassa e dos resultados obtidos, apresenta-se, também, uma descrição da ação despoluidora da planta aquática jacinto d'água.

SECAGEM SOLAR

A secagem solar, geralmente, é classificada como uma técnica de secagem que utiliza o calor coletado pela radiação solar para suprir a energia térmica requerida para a secagem.

Dentre as diferentes técnicas de preservação disponíveis como refrigeração, tratamento químico, controle atmosférico e desidratação, a secagem usando a energia solar tem sido aceita como um dos métodos mais simples e de menor custo.

Durante os últimos anos, várias pesquisas neste campo vêm demonstrando que produtos agrícolas, como frutas, carnes, peixes, grãos, etc. que necessitam de um método de preservação adequado para mantê-los por um longo período de tempo sem deterioração da sua qualidade, podem ser secados satisfatoriamente utilizando-se a energia solar.

Existe, atualmente, um grande interesse nos secadores solares mais simples, caracterizados pelo baixo investimento e operação simples. Dentre os vários tipos de secadores solares construídos e analisados experimentalmente por diversos pesquisadores, os que se utilizam de coletores de placa plana são os mais utilizados.

Os coletores solares de placa plana são os dispositivos mais comuns na energia solar. Eles são largamente utilizados no aquecimento de água ou do ar a temperaturas relativamente baixas. Os coletores planos podem ser de circulação (convecção) forçada ou natural. São dispositivos extremamente simples, apresentam baixo investimento inicial e baixo custo de manutenção. Diversos autores: Palz (1995); Luis (1985); Bezerra (1990) etc destacam a importância da utilização da energia solar como uma excelente alternativa para o desenvolvimento sustentável dos diversos países.

TIPOS DE SECADORES SOLARES

Existem, basicamente, dois tipos de secadores solares: os de exposição direta e os de exposição indireta. Ambos podem ser de convecção natural ou forçada. Os de exposição indireta podem ser ainda providos de pré-aquecedor.

Secador solar de exposição direta. É assim chamado porque o produto posto a secar recebe diretamente a radiação solar. No caso de secadores para utilização doméstica, uma área de 2m² é suficiente, além de facilitar a sua utilização e ser de fácil construção.

Os secadores solares devem ser inclinados de um ângulo de no mínimo igual a latitude do lugar onde serão instalados. Neste trabalho o ângulo de inclinação escolhido foi de 33,5°, ou seja, a latitude do lugar acrescida de 10°. A temperatura do ar no interior do secador varia de 80 a 100°C, dependendo de o secador ter um ou dois vidros de cobertura (duplo vitral).

De um modo geral, os secadores são constituídos de uma caixa retangular, devidamente isolada na parte inferior e recoberta por uma lâmina de vidro plano transparente. Entre a lâmina de vidro e o isolamento, é colocada uma chapa absorvedora pintada de preto fosco, sobre a qual os produtos são postos a secar. As extremidades devem ter aberturas teladas, a fim de permitir a circulação de ar que, ao ser aquecido por convecção pela chapa absorvedora, carrega a umidade do produto através de uma corrente convectiva. A figura 1 apresenta esquematicamente a posição do secador solar de exposição direta em relação ao sol.

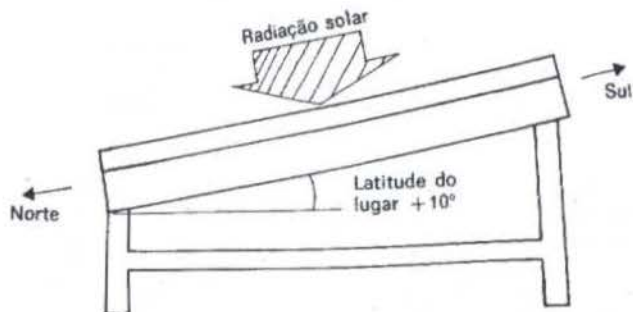


Figura 1 - Posição do secador solar de exposição direta em relação ao sol

Secador solar de exposição indireta. O secador de exposição indireta é formado por um coletor plano acoplado a uma câmara de secagem com prateleiras, feitas em geral de tela de arame ou de chapa perfurada, onde ficam depositados os produtos a secar.

O coletor plano recebe nesse caso o nome de pré-aquecedor. A única diferença entre este tipo de secador e o anteriormente descrito é que, aqui, o vitral pode ser fixo.

O secador de exposição indireta pode ser de convecção natural ou forçada. O secador de convecção natural consiste de uma câmara de secagem e uma chaminé que servem para regular o fluxo de ar quente (fig.2). O secador de convecção forçada é idêntico ao de convecção natural, apenas diferenciado pela presença de um exaustor cuja finalidade é aumentar a circulação do ar aquecido na câmara de secagem.

A relação entre a câmara de secagem e o pré-aquecedor é de 1m^3 de câmara para 8m^2 de pré-aquecedor.

A secagem por exposição indireta tem grande aplicação na agricultura, principalmente para grandes quantidades de grãos. Nesse caso, os secadores precisam sofrer uma modificação em sua geometria e serem transformados em silos-secadores ou armazéns-secadores, que tanto servem para estocar o produto agrícola como para mantê-lo em um grau de umidade adequado à sua conservação.

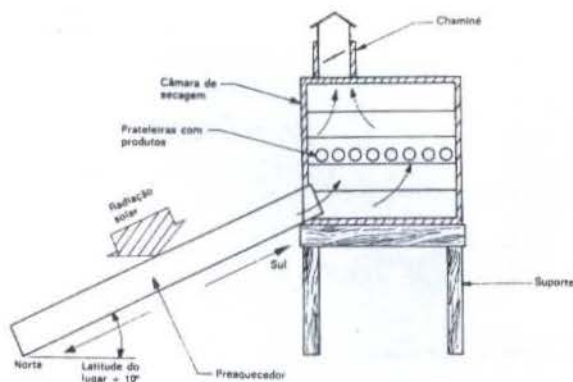


Figura 2 - Secador solar de exposição indireta (conforme Bezerra [3])

PROJETO DO SECADOR SOLAR

O secador solar construído e utilizado no experimento encontra-se detalhado em Pereira e Oliveira (1996) e apresenta as seguintes características: Caixa do secador e tampa em madeira; isolamento térmico constituído de camadas de lã de vidro e serragem; chapa absorvedora de ferro galvanizado (3mm de espessura) pintada de preto fosco; cobertura transparente de vidro plano (duplo vitral); tela metálica para proteção contra insetos; dobradiças em metal cromado; suporte metálico; e área interna de $1,5\text{m}^2$. A figura 3 mostra o protótipo construído.



Figura 3 - Secador solar construído

O JACINTO D'ÁGUA (AGUAPÉ)

Conforme detalhado em Roquette Pinto e Paoliello (1996) e Oliveira *et al* (1997), a planta aquática "Eichhornia crassipes" macrófita da família das pontederiaceas conhecida em todo mundo como jacinto d'água, tem no Brasil diversas denominações como baroneza, camalote, aguapé, gigoga e outras. Esta planta possui características especiais que possibilitam seu aproveitamento industrial nas áreas de tratamento de efluentes sanitários ou industriais; energia; recuperação de microcomponentes valiosos de rejeitos industriais; indústrias de rações, fertilizantes, papel e fibras.

As características que fazem do aguapé matéria-prima apropriada para o desenvolvimento da biotecnologia simples e de baixo custo são:

- Nativa da América do Sul, prolifera abundantemente durante todo o ano;
- Possui velocidade espantosa de crescimento de biomassa: 1 ton/ha/dia de matéria seca. Dez plantas se multiplicam em 600.000 unidades e cobrem 4.050m^2 (1 acre) em 8 meses;
- Tem grande capacidade de sobrevivência em meios hídricos poluídos;
- Absorve através de suas raízes substâncias tóxicas orgânicas e inorgânicas e retém partículas sólidas em suspensão.

Ação despoluidora do aguapé. A ação despoluidora do aguapé é realizada através de 4 (quatro) mecanismos que são:

- **Ação filtrante** - Com suas raízes em forma de cabeleira, esta planta retém o material particulado em suspensão, como argila e partículas orgânicas.
- **Absorção** - Através de suas raízes o aguapé absorve, de corpos d'água poluídos, metais pesados (Ag, Pb, Hg, Cd e outros), compostos organoclorados e organofosforados, cianetos, amônia e fenóis.

- **Oxigenação** - Através de sua parte aérea, o aguapé transfere oxigênio do ar para o corpo hídrico, oxigenando a massa de água.
 - **Ação bioquímica** - As raízes das plantas, flutuando nas águas poluídas com nutrientes, desenvolvem um ecossistema complexo e dinâmico onde, além da absorção de nitrogênio e fósforo pela planta, se processa também uma intensa atividade bacteriana. Estas bactérias promovem a oxidação biológica dos compostos orgânicos degradáveis abaixando a DBO (demanda bioquímica de oxigênio) e a DQO (demanda química de oxigênio), índices esses, indicadores de poluição orgânica.

Utilização do aguapé para tratamento de efluentes sanitários e industriais. O sistema de despoluição sanitária utilizando o aguapé já é bastante conhecido em todo o mundo, mas ainda pouco conhecido e utilizado no Brasil. Em cidades dos Estados Unidos, como San Diego na Califórnia e Orlando na Flórida, o tratamento do esgoto doméstico é feito utilizando esta planta, já existindo empresas especializadas nesta tecnologia. Mesmo em cidades de clima frio como Austin no Texas, onde há necessidade de estufas para o cultivo do aguapé, esta matéria-prima é largamente empregada. Com a utilização deste sistema, o nitrogênio é reduzido a 1,5 mg/l e o fósforo a 0,2 mg/l, níveis abaixo do permitido, reduzindo também os coliformes e os sólidos em suspensão em 80%.

O tamanho e o custo de um sistema de despoluição utilizando o aguapé dependem de vários fatores, tais como: fluxo e características do efluente, padrões requeridos para o efluente e processamento do sistema. Um sistema de despoluição sanitária, com utilização desta planta, projetado para tratamento secundário e terciário, tem um custo 80 % menor do que um sistema tradicional secundário.

Para o tratamento de efluentes industriais, esta tecnologia tem características vantajosas, pois o aguapé remove simultaneamente uma grande variedade de substâncias tóxicas, bem como metais pesados. Tal sistema é simples e econômico, sendo portanto muito mais viável que os tratamentos tradicionais.

Aproveitamento da biomassa. Uma das vantagens do aguapé como matéria-prima é que ao mesmo tempo que despolui o rejeito industrial por absorção, ele concentra em seus tecidos os materiais absorvidos. A recuperação destes materiais é de grande interesse, pois não só algumas substâncias poluentes são de valor elevado, justificando sua recuperação para serem reciclados na própria indústria, como existe a possibilidade de se utilizar o aguapé com o objetivo específico de recuperar materiais valiosos. Tal é o caso da prata, do ouro e de outros elementos que muitas vezes não contam ainda com uma tecnologia adequada para a sua extração em corpos d'água, onde se encontram em ínfimas concentrações, mas cujo valor viabiliza sua recuperação dos tecidos das plantas.

O aguapé depois de utilizado em efluentes industriais, pode ser queimado diretamente ou utilizado em biodigestores. No primeiro caso pode-se recuperar das cinzas elementos valiosos, para reciclagem na indústria, aproveitando-se o resíduo como fertilizante. Também se pode recuperar substâncias da lama residual dos biodigestores empregando o resíduo, do mesmo modo, como fertilizante.

Os subprodutos do tratamento de efluentes sanitários são de grande valor comercial como adubo orgânico, ração, fibras têxteis e papéis especiais. Através deste vegetal pode-se transformar a proteína do efluente sanitário em concentrado protéico para a alimentação. Ao produzir esta proteína, as plantas removem aproximadamente de 5 a 9 kg de nitrogênio por dia, por acre (4.000 m²), o que corresponde à formação de 10 ton de proteína por acre, por ano.

Além destes produtos comercializáveis, o aguapé fornece biomassa adequada para digestão anaeróbica, produzindo biogás rico em metano. A planta seca ao sol também pode ser utilizada

como combustível, sendo seu poder calorífico da ordem de 12.500 kJ/kg, o que não é desprezível.

DESCRIÇÃO DOS EXPERIMENTOS

As medições foram realizadas no terraço do prédio da Escola de Engenharia da Universidade Federal Fluminense durante o período de abril à dezembro de 1997. Os experimentos, que consistiam em fazer o monitoramento por computador das temperaturas atingidas durante os testes, foram divididos em duas etapas: desempenho do secador, e desidratação do aguapé e determinação da umidade.

O sistema de monitoramento das temperaturas é composto por cinco controladores e apresenta as seguintes características básicas: cinco sensores do tipo PT 100 (termoresistência); escala de - 50 °C a 250 °C e incerteza de 0,3 %.

Desempenho do secador. Com a finalidade de se analisar o desempenho do secador solar construído, partiu-se para experiências medindo-se as temperaturas do ar em três pontos: na entrada (sensor S1), no interior (sensor S3) e na saída do secador solar (sensor S2) e ainda, em dois pontos da chapa absorvedora (sensores S4 e S5), sem a presença de nenhum item posto a secar. Posteriormente, partiu-se para a análise do tempo de secagem de uma determinada quantidade de aguapé.

Os testes foram desenvolvidos com um sistema de medição monitorado por computador, com isso, foi possível medir as temperaturas com resolução de 0,1°C em intervalos de tempo de 5 em 5 minutos durante 24 horas ininterruptamente.

As figuras 4 e 5 mostram a variação das temperaturas do ar na entrada, na saída e no interior do secador solar, e da chapa absorvedora em função da hora do dia durante o experimento. Durante os experimentos foram observadas inversões nas correntes convectivas, evidenciado pela variação das temperaturas do ar na entrada e na saída do secador solar, em função dos ventos.

Para se calcular a eficiência do secador durante todo o processo de secagem, adotou-se, então, a seguinte expressão, proposta por Lawrence (1990):

$$\eta_c = \frac{\sum m_a \cdot C_a \cdot (T_s - T_e)}{A_p \cdot I_{ht}}$$

Onde m_a e C_a são o fluxo de massa e o calor específico do ar, T_s e T_e são as temperaturas do ar na saída e na entrada do secador, A_p é a área da placa absorvedora e I_{ht} a radiação solar incidente sobre a placa.

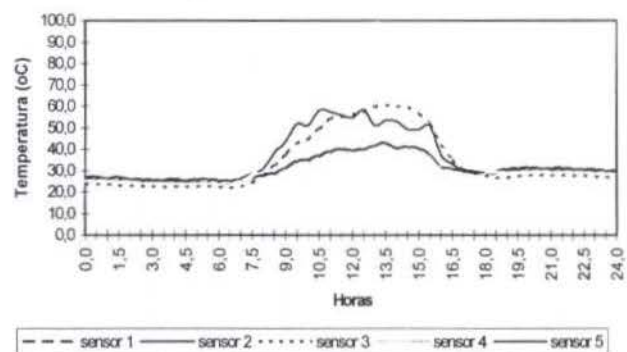


Figura 4 - Variação da temperatura no secador solar na ausência do aguapé, em 21/05/97

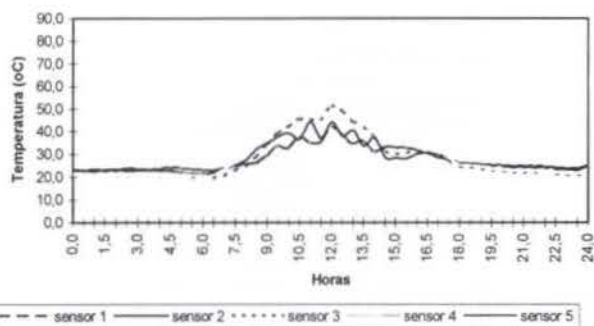


Figura 5 - Variação da temperatura no secador solar na presença do aguapé, em 15/05/97

Conforme evidenciado nas figuras 4 e 5, as máximas temperaturas alcançadas no interior do secador, ocorrem no período das 10:30 às 15:00 hs.

Como alternativa para o aumento da eficiência do processo de secagem fora dos horários de maior intensidade solar, pode-se utilizar um secador híbrido. Neste sentido, testes estão sendo realizados em um protótipo utilizando-se de energia solar e de gás como fontes energéticas.

Desidratação do aguapé e caracterização como combustível. O aguapé utilizado nos experimentos foi coletado em um sistema de tratamento de esgoto sanitário doméstico, implantado pelo Instituto Nacional de Tecnologia em convênio com a Secretaria de Meio Ambiente da Prefeitura de Niterói (1996).

Para se agilizar os experimentos, as plantas foram coletadas em grande quantidade e mantidas em um tanque com água no Laboratório de Energia Solar da UFF (LAES).

A finalidade do experimento foi a determinação das propriedades físico-químicas da planta após o processo de secagem solar por exposição direta.

Os parâmetros monitorados durante o processo de secagem no secador solar foram os pesos iniciais e finais das amostras, e a variação das temperaturas nos sensores S1, S2, S3, S4 e S5, mantidos nos mesmos pontos do experimento que avaliou o desempenho do secador.

As amostras eram retiradas do tanque e colocadas sobre uma mesa para que o excesso de água pudesse sair das raízes. Apresentavam folhagem verde, raízes pretas e úmidas. Após 1 hora, aproximadamente, era feita a pesagem da amostra (12 plantas em média) em uma balança de precisão.

Após a pesagem, as plantas eram levadas ao secador solar, dispostas uniformemente sobre a chapa absorvedora, conforme mostra a figura 6, e era iniciado o sistema de monitoramento das temperaturas.



Figura 6 - Disposição das plantas sobre a chapa absorvedora

Os experimentos de secagem solar do aguapé tiveram, em média, uma duração de três dias. Ao final, as amostras eram recolhidas, levadas ao LAES para a pesagem e enviadas ao INT para a análise das características finais da planta.

Na tabela 1, a seguir, destacam-se algumas características da desidratação do aguapé:

Tabela 1 - Características do processo de secagem solar das amostras de aguapé

CARACTERÍSTICAS	AMOSTRA	AMOSTRA	AMOSTRA
	1	2	3
Peso inicial (kg)	2.077,31	2.127,65	2.968,66
Umidade inicial (% em peso)	86,9	87,3	87,4
Peso final (kg)	331,12	298,33	399,54
Umidade final (% em peso)	17,85	9,43	6,38
Tempo de secagem *	25,5 horas	24,0 horas	24,5 horas

* Tempo efetivo de secagem considerando o "dia solar" das 8:00 às 16:30 hs

Para o cálculo da eficiência do processo de secagem solar, é necessário que se relacione o tempo de secagem d com a eficiência do secador solar. Relacionando-se, também, as umidades inicial e final do produto posto a secar, tem-se:

$$\eta_p = \left[\frac{U_i}{(100 - U_i)} - \frac{U_f}{(100 - U_f)} \right] \cdot W_{ms} / (A_p \cdot I_{bt} \cdot \eta_c \cdot d)$$

Onde U_i e U_f são as umidades inicial e final do produto e W_{ms} é o peso de matéria seca do produto. Com isso, a eficiência calculada para o processo de secagem solar foi, em média, de 16,1%.

A caracterização do aguapé como combustível foi realizada pelo INT, segundo os métodos de análise descritos na tabela 2, comuns para carvões minerais.

Tabela 2 - Métodos de análise

DETERMINAÇÕES	MÉTODOS
Umidade total (% peso)	ABNT NBR - 8293
Umidade de análise (% peso)	ABNT NBR - 8293
Teor de cinzas (% peso)	ABNT NBR - 8289
Teor de matéria volátil (% peso)	ABNT NBR - 8290
Teor de carbono fixo (% peso)	ABNT NBR - 8299
Poder calorífico superior e inferior (kJ/kg)	ASTM D - 1989 / ASTM D - 3286
	Aparelho LECO AC - 350 - método isoperibol
Teor de carbono, hidrogênio e Nitrogênio (% peso)	ASTM D - 5291 - Aparelho LECO CHN - 600
Teor de enxofre (% peso)	ASTM D - 1552 - Aparelho LECO SC - 32

A tabela 3, consolida a caracterização do aguapé após o processo de secagem solar e subsidia no estabelecimento de parâmetros para a queima direta da biomassa resultante em caldeiras e fornos a lenha.

Tabela 3 * - Caracterização do aguapé antes e após o processo de secagem solar

DETERMINAÇÕES	AMOSTRA 1		AMOSTRA 2		AMOSTRA 3	
	úmida	seca**	úmida	seca**	úmida	seca**
Umidade total (% peso)	86,90	-	87,3	-	87,4	-
Umidade de análise (% peso)	-	17,85	-	9,43	-	6,38
Matéria volátil não aquosa (% peso)	8,27	71,62	8,23	79,81	8,22	83,03
Teor de cinzas (% peso)	1,67	10,53	1,66	10,76	1,68	10,59
Teor de carbono (% peso)	4,30	37,73	4,28	38,34	4,28	39,39
Teor de hidrogênio (% peso)	0,63	5,71	0,63	5,93	0,62	5,48
Teor de nitrogênio (% peso)	0,11	0,97	0,11	1,01	0,11	0,98
Teor de enxofre (% peso)	0,051	0,45	0,05	0,38	0,05	0,12
Teor de oxigênio (% peso)	4,92	44,61	4,90	34,15	4,91	37,06
Poder calorífico superior (kJ/kg)	1644,40	8005,51	1636,87	15153,36	1637,48	15529,80
Poder calorífico inferior (kJ/kg)	1501,90	7311,77	1495,02	13840,43	1492,31	14251,56
Perda na queima (% peso)	98,33	89,46	98,34	89,24	98,32	89,41

* Dados do Instituto Nacional de Tecnologia

** Determinação em base úmida

CONCLUSÕES

Verificou-se através dos resultados obtidos, a possibilidade de utilização do aguapé em queima, como substituto total ou parcial da lenha, em função de sua alta produtividade, 120 ton./ha ano de material seco, como também pelo considerável poder calorífico de 14,00 MJ/kg, que gera energia final de 1.680,00 MJ/ha ano. Esta quantidade de energia comparada com 126,80 MJ/ha ano provinda da lenha florestal, conforme a tabela 4 abaixo, demonstra a potencialidade de substituição, contribuindo assim para a redução dos desmatamentos ou disponibilizando áreas para plantio de alimentos.

Tabela 4 - Comparação entre as produções de energia

Biomassa	Produtividade anual		Poder Calorífico (kJ/kg ou m ³)	Energia final MJ/ha ano
	Biomassa ton/ha ano	Combustível		
Aguapé - Matéria seca	120	120 ton	14.454,44	1.734,5328
Cana de açúcar - Alcool *	60	4.200 l 18 ton	29.636,20 9.434,26	98,230 169,817
- Bagaço (50% úmido)*				
Floresta - Lenha *	12	12 ton	10.554,50	126,654
- Carvão *	5	5 ton	28.424,00	142,120

* Balanço Energético Nacional - 1993 - Ministério das Minas e Energia

Para o uso do aguapé como combustível, substituindo a lenha na queima direta, tornam-se necessários os seguintes procedimentos:

1 - redução do teor de água para no máximo 25 %, através de processo de secagem natural;

2 - compactação, para a formação de briquetes, visando otimizar o transporte e tornar o tempo de queima compatível com o da lenha;

3 - adequar as condições dos equipamentos, buscando maior eficiência na queima;

4 - testes de campo em caldeiras e/ou fornos a lenha, utilizando o aguapé como combustível e conseqüentemente, análise das emissões geradas, permitindo concluir sobre a viabilidade técnica, econômica e ambiental.

Nos últimos anos, um grande número de trabalhos experimentais realizados por pesquisadores de várias partes do mundo, principalmente dos países equatoriais e do hemisfério sul, comprovaram a eficácia dos secadores solares na desidratação de produtos agrícolas.

No presente trabalho utilizou-se um secador de exposição direta para a desidratação da planta aquática jacinto d'água (aguapé). Obteve-se, em média, uma redução de 85% em massa, eficiência do secador solar de 20,2 %, e eficiência do processo de secagem solar de 16,1 %, mostrando-se a viabilidade do processo de secagem solar desta planta visando o aproveitamento de sua biomassa. Ressalta-se ainda, a importância desta matéria-prima, tendo em vista sua produtividade significativa possibilitando o seu aproveitamento energético e na obtenção de produtos comercializáveis, tais como adubo, ração, papel e proteína.

De acordo com os resultados obtidos para o aguapé, que apresenta uma umidade de aproximadamente 87%, pode-se concluir que o processo de secagem solar é perfeitamente viável para a secagem de qualquer produto que apresente altos teores de umidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Fisk, M. J. e Anderson, H. C., 1982, "Introduction to solar technology", Addison-Wesley Publishing Company, USA.

Fraidenreich, N. e Lyra, F., 1995, "Energia solar: fundamentos e tecnologias de conversão heliotermoeletrica e fotovoltaica", Editora Universitaria da UFPE, Pernambuco.

Lawrence, S. A., Pole, A., Tiwari, G. N., 1990, "Performance of a solar crop dryer under PNG climatic conditions", Energy Convers. Mgmt., v. 30, n. 4, p. 333-342, Londres.

Oliveira, M. A., Roquette Pinto, C. L., Medeiros R. M. e Pereira, R. G., 1997, "Desidratação solar da planta aquática jacinto d'água para o aproveitamento da biomassa", III CIDIM, Havana.

Pereira, R. G. e Oliveira, M. A., 1996, "Secagem solar de frutas por exposição direta", 4ª Semana de Engenharia da UFF, vol III, pp.75-80, Niterói - RJ.

Roquette Pinto, C. L. e Paoliello, J. R., 1996, "New technology for waste water treatment with biotechnological process utilizing aquatic plants", 5th International Conference on Wet land Systems for Water Pollution Control - IAWQ, pp. VIII / 1 -7, Vienna.

IGNITION MECHANISMS OF SOLID MATERIALS BY A HIGH RADIATION SOURCE

Javad A. Esfahani and Antonio C.M. Sousa

Department of Mechanical Engineering,
University of New Brunswick
P.O.Box 4400, Fredericton, N.B., Canada E3B 5A3

SUMMARY

The transient, two dimensional non-charring materials version of a numerical model developed to study the ignition of charring and non-charring materials was used to analyse the ignition process of polystyrene when subjected to a monochromatic radiation source. The model has the significant feature of coupling the solution for the solid and gas phase through the boundary conditions at the gas/solid interface along with a global finite rate thermal degradation for the solid phase. The predictions yield physically realistic results, and in particular ignition delay is compared with good agreement against published experimental data.

INTRODUCTION

Fire initiation of solid materials has been the focus of numerous experimental and theoretical investigations, however, despite the large volume of work already performed, the physically complex intervening mechanisms, to a great extent, remain to be understood. In this area a major challenge, one among many others, is the formulation of a theoretical model capable of describing the ignition of actual solid materials. This model, if available, would provide not only the background for a better understanding of combustion phenomena, but also the basis for materials fire safety and enhanced design of fire detection and protection devices.

Over the years, analytical and numerical models have been reported with different degrees of sophistication. The complexity of the ignition process, however, requires different assumptions to make the problem tractable. Ignition delay often is predicted without solving the equations for the surrounding air flow, which is the case, for example, of the analytical work of Ohlemiller and Summerfield (1971), and of the numerical work of Nelson et al. (1997). While the momentum and species equations when modelling combustion in air, were included, as for example, in the one dimensional model with attenuation of radiation in the solid and gas phases proposed by Di Blasi et al. (1991), and the approach by Chandrasekaran et al. (1996) in which the attenuation of radiation in the solid and gas phases is not considered.

The primary mode of energy transfer in fire initiation and propagation is thermal radiation, as it is well established in the studies, among others, by Quintiere (1975) for room fires and by Ramachandra (1995) for microgravity fires. The energy transfer is affected by

the radiation attenuation caused by the solid material itself and/or by the volatiles resulting from the solid decomposition, in particular those with strong absorption bands. The radiation properties, and in particular surface reflectance and absorption, and gas absorption, vary greatly with the source wavelength which adds a further degree of difficulty to the analysis and understanding of the ignition process. To circumvent this particular difficulty in the present work, the process will be studied for a monochromatic radiation source. Relevant information and experimental guidance for this study were found in Kashiwagi (1982) for the radiation absorption by the concentration plume formed by the gaseous decomposition products, and in Ohlemiller and Summerfield (1971) who indicate that in-depth radiation absorption can have a very strong effect on ignition data obtained with a radiative energy source.

MATHEMATICAL MODEL

In the present work, the transient, two dimensional, non-charring materials version of a numerical model developed to study the ignition process (Esfahani, 1998) is used to emulate the experiments reported in Ohlemiller and Summerfield (1971). In these experiments, solid samples were irradiated by a continuous CO_2 laser beam ($10.6 \mu m$) in a quiescent atmosphere, oxygen chamber for auto ignition tests. The primary objective was to study the influence of the external radiant heat flux upon the ignition delay.

ASSUMPTIONS

In view of the complexity of the physical situation

to be dealt with, and to simplify the modelling approach the following assumptions were made:

- i) negligible surface regression,
- ii) constant thermal properties,
- iii) negligible radiation from the reacting volatiles to the solid surface,
- iv) no photo-degradation,
- v) negligible storage of mass and energy in the interior of the solid due to the volatiles,
- vi) migration of volatiles within the solid is only towards the interface surface,
- vii) the air within the solid is at constant pressure, and
- viii) the circular beam is approximated by a square cross-section beam.

The first two assumptions (i) and ii) require some caution, as their validity is not universal, and it may not apply to cases dealing with high temperature and/or high temperature gradients, but in general they are reasonable for ignition threshold and early fire development. Assumption iii) is acceptable for fires occurring in pans with a characteristic length less than 0.1 m (Kashiwagi 1994), which corresponds to the cases to be analysed in this study. Assumption iv) is satisfied because the radiation from an external source as used in the laboratory tests has the visible or infrared wavelength with a lower quantum energy than the bond dissociation energy of molecules (Hawkins 1984). For example, the quantum energy of a CO_2 laser beam estimated with the Planck's law is 11 kJ/mol, which is an order of magnitude less than the dissociation energy of chemical bonds. Assumptions v) and vi) are valid when the characteristic time of the intraparticle fluid flow, based on the characteristic diameter of the pores or tracheids through which volatiles escape, is shorter than the characteristic time of the solid degradation. Assumption viii) is valid when the heat diffusion scale in the radial direction is much smaller than that in the vertical direction, i.e.,

$$k/R^2 \ll k/L^2 \quad (1)$$

where k , R , and L are thermal conductivity, radius of the beam, and diffusion length in the vertical direction, respectively. The diffusion length in the vertical direction can be scaled by $(\alpha t)^{1/2}$, replacing this in Eq. (1) results:

$$k/R^2 \ll k/\alpha t \quad (2)$$

or

$$t \ll R^2/\alpha \quad (3)$$

this condition, Eq. (3), is satisfied for all cases studied for the ignition process.

FORMULATION

A schematic diagram of the physical configuration to be analysed along with the coordinate system and boundary conditions is shown in Fig. 1. The two-dimensional solid region, mimicking polystyrene, is based on *real* dimensions of 6.35 mm for the width and of 2.5 mm for the thickness, and it is located at the lower end of the computational domain which is 6.35 mm wide and 15 mm height. The buoyancy-driven flow of air, volatiles and combustion gases occurs right above

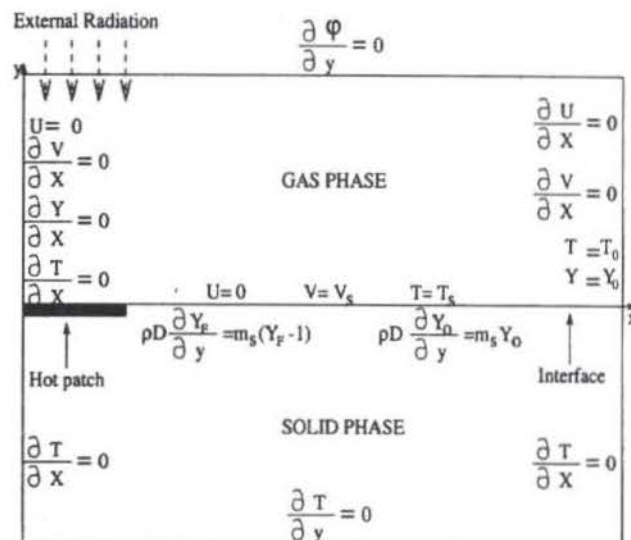


Figure 1 - Physical configuration of radiative ignition of a solid fuel in quiescent air, including the boundary conditions used in the simulation.

the polystyrene, and the computational region was chosen large enough to capture the main features of the ignition process in what concerns time development of temperature, fuel fraction and velocity. The ignition is initiated by incident radiation that heats up a 4.5 mm patch at the central region of the polystyrene surface in contact with the flow. The physical properties are selected in the range of those typical for polystyrene and for air/combustion gases at atmospheric conditions.

The mathematical model follows closely that reported in Esfahani (1998), and it is largely based on the model proposed by Ohlemiller (1985). The unique feature of the present model is the coupling of the solution for the solid and gas phase through the boundary conditions at the gas/solid interface. The model also includes a global finite rate thermal degradation for the solid phase and a global finite rate combustion kinetics for the gas phase as well as in-depth absorption radiation in the solid, and the attenuation of radiation by the gas phase. Both radiation effects, in-depth absorption radiation in the solid and the attenuation of radiation by the gas phase, are assumed to be governed by the Beer's law (Sparrow and Cess, 1970).

The main components of the model are succinctly summarized in Table 1. The model incorporates the partial differential equations governing continuity, momentum, and energy for the gaseous phase, and mass fraction for oxygen and volatiles, respectively. For the solid phase the constitutive relations describe kinetics of pyrolysis, consumption of the solid phase, mass balance of volatiles, and energy balance.

proposed by Lopes et al. (1993) in their study of wild-land fires.

Based on tests conducted with the model for different time steps and grid sizes, it was found that slow convergence and even numerical instability may arise at the threshold of ignition due to the exponential formulation used for the combustion and gas absorption submodels. These submodels participate in the

Table 1- Mathematical model

Gas phase model			
$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{U}\phi) = \nabla \cdot (\Gamma\nabla\phi) + S_\phi \quad \phi = 1, u, v, T, Y_i, h$			
Equation	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuity	1	0	0
Momentum:			
x-direction	u	μ	$-\frac{\partial P}{\partial x}$
y-direction	v	μ	$-\frac{\partial P}{\partial y} + \rho g\beta(T - T_0)$
Mass fraction:			
fuel (F)	Y_F	$\frac{\mu}{Sc}$	$-A_g \exp(-E_g/RT) Y_O Y_F \rho^2 (= S_F)$
oxygen (O)	Y_O	$\frac{\mu}{Sc}$	$S_F \nu_O M_O / M_F$
Energy	T	$\frac{\mu}{Pr}$	$\frac{-S_F \Delta H + \kappa_{PF} I_0 \exp(\kappa_{PF} y)}{c_g}$
Solid phase model for non-charring material			
Kinetics of pyrolysis:	$r = A \exp(-E/RT_s)$		
Consumption of solid:	$\partial\rho_s/\partial t = -r\rho_s$		
Mass balance of volatiles:	$\partial m/\partial y = r\rho_s$		
	$m = \int_0^y r\rho_s dy$		
Energy balance:	$\rho_s c_s \partial T_s / \partial t + (T_s - T_0) \rho_s (-c_s r + c_v r) + m c_v \partial T_s / \partial y = \nabla \cdot (k_s \nabla T_s) + r \Delta h + \kappa_s I_0 \exp(\kappa_s y)$		

NUMERICAL MODEL

The non-linear coupled partial differential equations are integrated by the control volume formulation to obtain the discretized equation set (Patankar, 1980). The convective/diffusive link coefficients are based on the hybrid scheme. The present formulation also uses a staggered grid where the velocity vectors are computed at the centre of each control volume face with the scalar values computed at the centre of the control volume. The equations governing fluid flow, continuity and momentum equations, are solved using the SIMPLEC procedure developed by Van Doormal and Raithby (1984) which is an enhancement to the basic SIMPLE algorithm (Patankar, 1980) and tends to provide improved solution times and numerical stability. The discrete equations are solved iteratively using a TDMA algorithm in conjunction with an additive correction multigrid strategy (Braaten and Shyy, 1987), as

simulation through the source terms of the discretized gas phase governing equations for the fuel mass fraction and energy equations as shown in Table 1. They may lead to a high level of stiffness of the solution as described by Roache (1972), and to partly remedy this particular difficulty, the source term in the energy equation, which uses the temperature as the dependent variable, is *lagged* by one time step. The formulation employed, based on extensive numerical testing, requires for accuracy and stability that the restrictions imposed by the Courant number (Roache, 1972 and Satoh, 1983) be satisfied.

PROPERTIES

The parameters required to analyse numerically the ignition delay chosen for polystyrene (PS) are given in

Table 2 along with their sources of reference. On a complete combustion basis, styrene (C_8H_8) reacts with oxygen at a ratio of 3.08, namely:



The reaction is exothermic and the heat of combustion is 41.57 MJ per kilogram of styrene (Brandrup & Immergut 1989).

Heat of gasification includes heat of degradation and heat of vaporization. The heat of degradation of polystyrene is estimated to be 0.70 MJ/kg by Lengelle (1970), which is close to the value of 0.67 MJ/kg for the heat of polymerization given by Brandrup and

size, the ignition delay for the laser flux of $0.21 MW/m^2$ is used to evaluate sensitivity to different grid sizes. The ignition delay converges, by refining the grid, to a value of 1.025 s. For a decrease of 33% of the grid size corresponding to a reduction from 5.55 mm to 4.20 mm, the ignition delay varies by 17%, while the variation is only 1% when the grid is decreased by 33% from 1.90 mm to 1.40 mm. It can be noticed, as expected, that solution convergence increases with decreasing grid size.

The temperature profiles along the centreline of the plume predicted for the time of 1 s with five different grid sizes nearly coincide away from the surface, however grid sizes greater than 2.80 mm yield poor

Table 2 - Physical, kinetic and radiative properties of Polystyrene

Property	Value	Unit	Reference
Molecular weight of fuel	104.15	g/mol	Brandrup & Immergut (1989)
Density of virgin PS	1120	kg/m ³	Ohlemiller & Summerfield (1971)
Thermal conductivity of PS	0.17	W/m.K	Ohlemiller & Summerfield (1971)
Specific heat of PS	1300	J/kg.K	Brandrup & Immergut (1989)
Heat of combustion	41.57	MJ/Kg	Brandrup & Immergut (1989)
Frequency factor of combustion	1e9	m ³ /kg.s	Krishnamurty & Williams (1973)
Activation energy of combustion	85	KJ/mol	Krishnamurty & Williams (1973)
Heat of gasification	1.14	MJ/kg	*
Frequency factor of gasification	10 ¹⁶	s ⁻¹	*
Activation energy of gasification	230	KJ/mol	Pal and Macskasy (1990)
Stoichiometric ratio	3.07		*
Surface reflectivity of PS	0.05		*
Surface emissivity of PS	0.82		Lubin(1969)
Radiation absorption coefficient of PS	8000	m ⁻¹	Ohlemiller & Summerfield (1971)
Radiation absorption coefficient of S	4	m ⁻¹ .atm ⁻¹	*

* present work estimate

Immergut (1989). An accepted value for the heat of vaporization is 0.44 MJ/kg (Lengelle, 1970, and Boundy and Boyer, 1952). Therefore, the heat of gasification can be estimated to be 1.14 MJ/kg. Thermal degradation products of polystyrene may include monomer, dimer, trimer, and tetramer which may account for 95% of the weight of the volatiles. The monomer by itself may account for 62% of the weight at atmospheric pressure (Madorsky, 1964).

The refractive index of polystyrene is taken as 1.6 (Brandrup and Immergut, 1989). Thus, the reflectivity from a surface of polystyrene is predicted to be 0.05 by the Fresnel relation for dielectric materials.

NUMERICAL SIMULATION

Here only a few typical tests for the validation of the model are reported; additional tests to assess and evaluate the numerical and phenomenological formulation of the model were reported by Esfahani and Sousa (1996). To determine the sensitivity of the solutions to the grid

resolution in the vicinity of the surface. Therefore, a power grid distribution was employed to increase the resolution near the surface and still placing, at moderate computational cost, the top boundary condition at an appropriate distance away from the high temperature region. Typical time step sizes in the vicinity of the ignition threshold are of the order of 5 μ s.

RESULTS AND DISCUSSION

The temperature distribution for the flux of 4 MW/m² is shown in Fig. 2 for three different times. The temperature distribution is stratified by layers parallel to the surface at 30 ms (Fig. 2(a)). Figure 2(b) shows the temperature distribution at 42.2 ms, where the maximum temperature (1100 K) occurs as a layer at 0.5 mm away from the surface. This maximum temperature is higher than the yielding spontaneous ignition of styrene, in accordance with Pal and Macskasy (1991), who reported a spontaneous ignition temperature of polystyrene in the range of 753-803 K. The occurrence

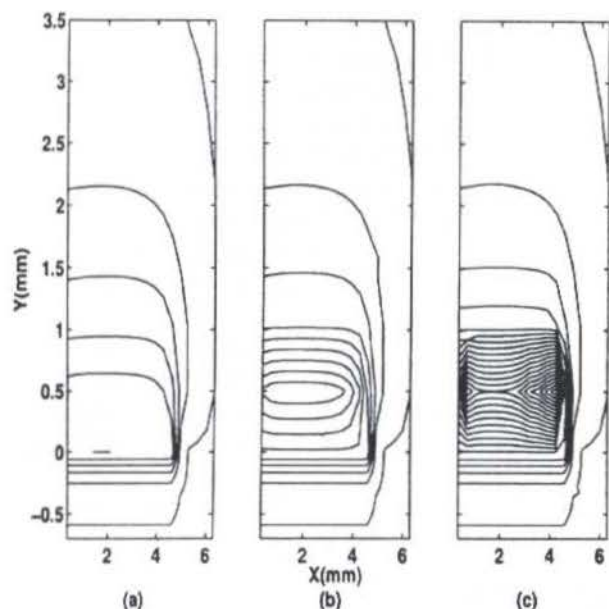


Figure 2 - The evolution of temperature distribution for polystyrene subjected to an incident flux of 4 MW/m^2 at: a) 30 ms, b) 42.2 ms (about the threshold of ignition), and c) 42.205 ms.

of this maximum temperature above the surface is due to the combustion reaction. After $5 \mu\text{s}$ have elapsed (Fig. 2(c)), although the stratification is still clearly visible, the highest temperature is located at the periphery of the irradiated spot, as observed by Ohlemiller and Summerfield (1971) with the help of high speed movies. This can be explained by the corresponding spatial distribution for fuel mass fractions which are presented in Fig. 3. At 30 ms, the residual fuel mass fraction has a maximum value of 0.18, and its distribution is stratified by layers parallel to the surface which is shown in Fig. 3(a). At 42.2 ms the highest fuel mass fraction is found in the periphery of the irradiated hot spot as depicted in Fig. 3(b). This results from high diffusion of fuel to the periphery of the irradiated region, and it creates the conditions to have the highest temperature in this region rather than along the layers. Thus, one can conclude the location of the highest temperature is strongly related to the fuel mass fraction which is itself related to the amount of volatiles production and its diffusion.

The ignition delay was predicted to be approximately 42.2 ms while the measured value is about 44.4 ms as given by Ohlemiller and Summerfield (1971). The deviation is less than 5%, a remarkably good agreement, when the uncertainties related to the experimental data and input values are considered; the thermal and chemical properties obtained from literature may take different values for similar products, but produced by different manufacturers. Also, the dynamic values for combustion reaction, degradation, and radiation are not devoided of uncertainty.

Simulations conducted for lower heat fluxes, less

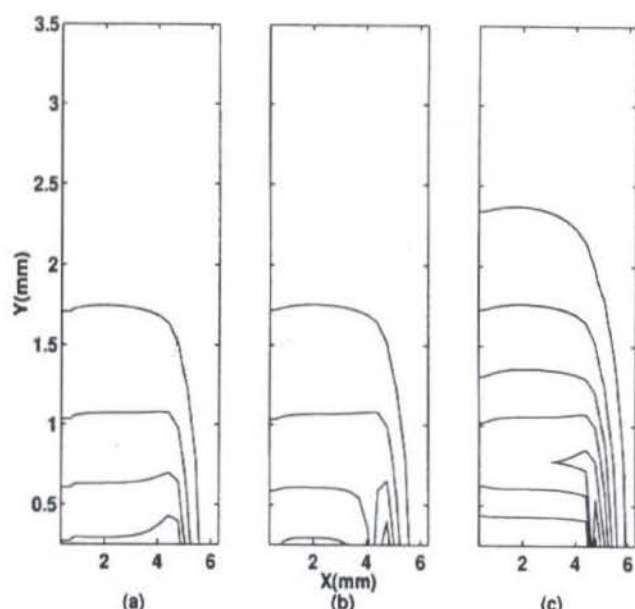


Figure 3 - The evolution of fuel mass fraction distribution for polystyrene subjected to an incident flux of 4 MW/m^2 at: a) 30 ms, b) 42.2 ms (about the threshold of ignition), and c) 42.205 ms.

than $\sim 1 \text{ MW/m}^2$, indicate that the highest temperature occurs above the centre of the irradiated region. This can be explained on the basis that over the ignition delay (197 ms for a heat flux of 1 MW/m^2), for lower heat fluxes, the reference time scale for entrained air flow is shorter than that for diffusion of volatiles.

CONCLUDING REMARKS

The numerical model yields predictions which compare well with the published experimental data. Predictions are well within the uncertainties related to the experimental and numerical methodologies, and the input thermal and chemical properties required by the simulation. Typical ignition delay are 197 ms and 42.2 ms for heat fluxes of 1 MW/m^2 and 4 MW/m^2 , respectively.

The predictions demonstrate the location of the highest temperature just at the threshold of ignition is strongly related to the fuel mass fraction distribution which is itself related to the thermal degradation process rate and diffusion of volatiles.

ACKNOWLEDGMENT

This work was supported by Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada grant OGP0001398 (ACMS), and one of the authors (JAE) also acknowledges the scholarship received from Ferdowsi University, Mashhad, Iran.

REFERENCES

- Amos, B. and Fernandez-Pello, A. C., 1988, "Model of the Ignition and Flame Development on a Vaporizing Combustible Surface in a Stagnation Point Flow: Ignition by Vapor Fuel Radiation Absorption", *Combustion Science and Technology*, vol. 62, pp. 331-343.
- Boundy, R. H. and Boyer, R. F., 1952, "Styrene Its Polymers, Copolymers and Derivatives", American Chemical Society.
- Braaten, M. E., and Shyy W., 1987, "Study of Pressure Correction Methods with Multigrid for Viscous Flow Calculation in Non-Orthogonal Curvilinear Coordinates", *Numerical Heat Transfer*, vol. 11, pp. 417-442.
- Brandrup, J. and Immergut, E. H., 1989, "Polymer Handbook", 3th edition, John Wiley & Sons.
- Brosmer, M. A. and Tien, C. L., 1987, "Radiative Energy Blockage in Large Pool Fires", *Combustion Science and Technology*, vol. 51, pp. 21-37.
- Chandrasekaran V., Brescianini C. P., Yeoh G.H., Grubits S.J., and Yuen R., 1996, "A Numerical Model for the Prediction of Pilot Ignition of PMMA", *Advances in Fluid Mechanics* vol. 9, pp. 156-166.
- Di Blasi C., Crescitelli S., Russo G. and Cinque G., 1991, "Numerical Model of Ignition Process of Polymeric Materials Including Gas-Phase Absorption of Radiation", *Combustion and Flame*, vol. 83, pp. 333-334.
- Esfahani, J. A., 1998, "Numerical Studies of the Ignition Process of Charring and Non-Charring Solid Materials", PhD Thesis (in progress), Department of Mechanical Engineering, University of New Brunswick, Canada.
- Esfahani, J. A., Sousa, A. C. M., 1996, "Numerical Modeling of Radiative Ignition of PMMA in Quiescent Air" in : *4th Annual Mech Eng Conf of ISME and 2nd Int Mech Eng Conf Vol II*, Emdad, H., ed., Shiraz University, Iran, pp. 403-410.
- Hawkins, W. L., 1984, "Polymer Degradation and Stabilization", Springer-Verlag, Berlin.
- Kashiwagi, T., 1994, "Polymer Combustion and Flammability-Role of the Condensed Phase" in : *25th (Int.) Symposium on Combustion*, The Combustion Institute, Pittsburgh, USA, pp. 1423-1437.
- Kashiwagi, T., 1982, "Effects of Sample Orientation on Radiative Ignition", *Combustion and Flame*, vol. 44, pp. 223-245.
- Krishnamurthy L. and Williams F. A., 1973, "Laminar Combustion of Polymethylmethacrylate in O₂/N₂ Mixtures" in : *14th (Int.) Symposium on Combustion*, The Combust Institute, Pittsburgh, pp. 1151-1164.
- Lengelle, G., 1970, "Thermal Degradation Kinetics and Surface Pyrolysis of Vinyl Polymers", *AIAA J.*, vol. 8, pp. 1989-1996.
- Lopes, A. M. G., Sousa, A. C. M., and Viegas D. X., 1995, "Numerical Simulation of Turbulent Flow and Fire Propagation in Complex Topography", *Numerical Heat Transfer A*, vol. 27, pp. 229-253.
- Lubin, G., 1969, "Handbook of Fiberglass and Advanced Plastics Composites", Reinhold Book Co, New York, USA.
- Madorsky, S. L., 1964, "Thermal Degradation of Organic Polymers", Interscience, New York.
- Nelson, M. I., Brindley, J., and McIntosh, A. C., 1997, "The Effect of Heat Sink Additives on the Ignition and Heat Release Properties of Thermally Thin Thermoplastics", *Fire Safety J.*, vol. 28, pp. 67-94.
- Ohlemiller, T. J., 1985, "Modelling of Smoldering Combustion Propagation", *Prog. Energy Combustion Science*, vol. 11, pp. 277-310.
- Ohlemiller, T. J. and Summerfield, M., 1971, "Radiative Ignition of Polymeric Materials in Oxygen/Nitrogen Mixtures" in : *13th (Int.) Symposium on Combustion*, The Combustion Institute, Pittsburgh, pp. 1086-1094.
- Pal G. and Macskasy, H., 1991, "Plastics Their Behaviour in Fires", Elsevier, New York, USA.
- Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publication Corporation, Washington D.C.
- Pouchert, C. J., 1975, "The Aldrich Library of Infrared Spectra", Milwaukee Wisconsin: Aldrich Chemical Corporation.
- Quintiere, J., 1975, "Some Observation on Building Corridor Fires" in : *15th (Int) Symp on Combustion*, The Combustion Institute, Pittsburgh, USA, pp. 163-174.
- Ramachandra, P. A., Altenkirch, R. A., Bhattacharjee, S., Tang, L., Sacksteder, K., and Wolverton, M. K., 1995, "The Behavior of Flames Spreading Over Thin Solids in Microgravity", *Combustion and Flame*, vol. 100, pp. 71-84.
- Roache, P. J., 1972, "Computational Fluid Dynamics", Hermosa Publishers, Albuquerque, New Mexico.
- Satoh, K., Lloyd, J. R., Yang K. T., and Kanury, A. M., 1983, "A Numerical Finite-Difference Study of the Oscillatory Behavior of Vertically Vented Compartments" in : *Numerical Properties and Methodologies in Heat Transfer*, Shih TM, ed., Hemisphere Publishing Corporation, pp. 517-528.
- Sparrow, E. M. and Cess, R. D., 1970, "Radiation Heat Transfer", Brooks/Cole Publishing Company, California.
- Van Doormaal, J. P. and Raithby, G. D., 1984, "Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows", *Numerical Heat Transfer*, vol. 7, pp. 147-163.

ANÁLISE DE EMISSÕES DE GASES POLUENTES EM USINAS TÉRMICAS DE PRODUÇÃO DE ELETRICIDADE

Denilson B. E. Santo e Waldyr L. R. Gallo
Departamento de Energia - FEM - UNICAMP

Waldir A Bizzo

Dep. de Engenharia Térmica e de Fluidos - FEM - UNICAMP
13083-970 - Campinas - SP - Brasil

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta e discute os principais poluentes formados durante o processo de combustão (gases e material particulado na corrente gasosa) e seus efeitos na atmosfera (efeito estufa, chuva ácida, visibilidade do ar, etc). Os resultados apresentados são relativos a instalações termelétricas e para a análise comparativa das emissões foram escolhidas plantas de 100 MW de potência. Diferentes tipos de combustíveis são analisados, associados a cada tipo de tecnologia de conversão.

INTRODUÇÃO

A geração térmica é a forma mais empregada mundialmente para a geração de eletricidade, sendo possível a utilização de combustíveis fósseis ou renováveis. Tradicionalmente, as reservas e o custo do combustível eram os fatores determinantes na opção pelo ciclo térmico a ser empregado. Os problemas ambientais, porém, despertaram preocupações sociais e a criação de limites de emissões de poluentes por parte de órgãos públicos.

Embora no Brasil a geração seja basicamente hidroelétrica, espera-se um significativo aumento da contribuição da energia elétrica gerada por usinas térmicas (devido à nova regulamentação e à privatização do setor elétrico), seja para afastar a possibilidade de *black-out's*, seja pelo incremento de disponibilidade de gás natural, seja pelo interesse do produtor independente de eletricidade em empregar sistemas de cogeração.

Este trabalho analisa as emissões associadas à geração termelétrica, considerando as tecnologias: ciclos a vapor, motores de combustão interna de grande porte (diesel navais), turbinas a gás e ciclos combinados. Os combustíveis considerados são o carvão, óleo combustível, óleo diesel, gás natural e biomassa (bagaço de cana e cavacos de lenha).

Para uma análise comparativa de emissões poluentes (CO₂, CO, SO₂, material particulado e NO_x) foram admitidas tecnologias disponíveis comercialmente, para uma instalação termelétrica com uma unidade de 100 MW. No caso dos motores diesel, supõem-se várias unidades de grande porte operando em paralelo (duas ou três).

Uma comparação entre os requisitos definidos pela legislação brasileira pertinente, e os requisitos definidos por outros países parece indicar a necessidade de revisão dos limites legais de emissões gasosas estabelecidos para o país.

A PROBLEMÁTICA AMBIENTAL

O potencial poluente das diferentes substâncias formadas durante o processo de combustão e seu impacto sobre o ambiente e/ou sobre a saúde humana tem sido motivo de extensas pesquisas multidisciplinares, englobando desde pesquisadores da área de combustão até meteorologistas e toxicologistas.

As emissões de gases poluentes provenientes da combustão podem ser divididas, a grosso modo, entre as de impacto global e as de impacto local.

As emissões de impacto global contribuem, junto a emissões de outras origens, para o aquecimento da Terra, responsável pelo efeito estufa (*greenhouse effect*). Há gases que ocorrem espontaneamente na natureza e que são responsáveis pelo efeito estufa, tais como o CO₂, o vapor de água e o metano. Embora imprescindível para a sustentação da vida no planeta (mantendo a temperatura da biosfera dentro de limites adequados), o efeito estufa pode também ocasionar um aumento na temperatura média da Terra (com efeitos enormes sobre o clima), caso aumente substancialmente a concentração destes gases.

Cientistas tem alertado contra a emissão de CO₂ e CH₄ de origem fóssil, que têm apresentado taxas crescentes de concentração na atmosfera. Isto pode ser evidenciado através de estudos realizados em geleiras, de onde se pode verificar as características atmosféricas de milhares de anos atrás, bem como através de registros e estimativas de concentração de CO₂, que demonstram um aumento de aproximadamente 290 ppm em 1870 para 335 ppm em 1995 e projeção de 363 ppm para o ano 2000 (Kural, 1994).

Além dos gases de ocorrência natural, contribuem também para um possível aumento de temperatura compostos organoclorados de uso refrigerante (sintetizados artificialmente), como os CFC's e os HCFC's. Estes compostos foram também identificados como responsáveis pela destruição de parte da camada de ozônio da estratosfera, que protege a superfície terrestre contra raios cósmicos. O estabelecimento de um prazo internacionalmente aceito para a eliminação dos CFC's e HCFC's foi uma decisão importante na luta a favor da preservação da camada de ozônio.

As emissões de impacto local são as associadas à deposição ácida, ao *smog* fotoquímico e ao material particulado.

As emissões de óxidos de enxofre e de nitrogênio são responsáveis pela deposição ácida. Duas formas de deposição podem ocorrer para estes gases, denominadas de seca e úmida. A deposição seca é atribuída à deposição destas substâncias diretamente no solo e a deposição úmida ocorre quando estes gases se oxidam formando o H₂SO₄ e H₂NO₃ e sofrem dissolução em água, formando ânions SO₄ e NO₃ que depois são depositados na crosta juntamente com a água da chuva. É sabido que estes gases provocam doenças respiratórias, comprometem a qualidade do solo, comprometem a qualidade da água de rios, lagos e lençóis freáticos e podem entrar na cadeia alimentícia.

O smog fotoquímico é causado por complexas reações químicas na atmosfera, sob efeito da luz solar, diminuindo a visibilidade e afetando a saúde humana através de sua inalação. Associados a emissões provenientes do processo de combustão, os óxidos de nitrogênio, os hidrocarbonetos não queimados, material particulado e os óxidos de enxofre contribuem para a formação do smog.

Os materiais particulados apresentam-se em fase sólida, porém arrastados por correntes gasosas na atmosfera. São constituídos por resíduos de carbono, hidrocarbonetos não queimados, sais e cinzas oriundos de processos de combustão de combustíveis fósseis ou biomassa, de mineração do carvão, queimadas, etc. A estas emissões atribui-se a diminuição da visibilidade do ar, a contaminação de solos e águas, a ocorrência de problemas respiratórios e problemas de saúde devido a sua inserção na cadeia alimentícia.

A GERAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

A maior parte da energia elétrica gerada no mundo provém da queima de combustíveis fósseis (óleo, carvão, gás natural, etc.). O Brasil é uma exceção dentro do mercado de geração de eletricidade, já que aproximadamente 95% da geração de energia elétrica brasileira se dá em usinas hidrelétricas (MME, 1997). Entretanto, a geração térmica tende a ter uma maior participação nos próximos anos, devido ao aumento da oferta de gás natural e aos menores prazos de construção de usinas térmicas, quando comparadas a outras formas de geração de grande porte, já que existe uma previsão de déficit de eletricidade caso o parque gerador não seja expandido.

A expansão da capacidade do sistema de geração através da opção hidráulica possui limitações associadas à escolha de novos sítios apropriados, uma vez que os melhores aproveitamentos já foram explorados. A competição entre os reservatórios e terras agricultáveis e os impactos ambientais provenientes do alagamento de grandes áreas também tem colocado restrições a esta opção.

A opção nuclear tem encontrado bastante resistência popular, dados os problemas de segurança (Three Mile Island e Tchernobyl) e ambientais que surgem no manejo do combustível descartado. Até o momento, o país conta com uma usina em operação e outra em construção (retomada há pouco tempo). De qualquer modo, o prazo de construção de usinas nucleares é muito longo, comparável ao de hidroelétricas de grande porte.

O uso de sistemas de conversão não convencionais (células de combustível, células fotoelétricas, energia térmica solar, energia eólica, etc) em larga escala não é esperado em curto prazo. Problemas tecnológicos ainda por resolver, custos de geração e disponibilidade de fontes e/ou materiais ainda limitarão sua penetração no parque gerador.

A geração de eletricidade em sistemas térmicos convencionais pode ser feita empregando-se diferentes tecnologias. A princípio, vários combustíveis diferentes poderiam ser adotados para uma mesma tecnologia.

Ciclos a vapor. Possibilitam a utilização de combustíveis sólidos (carvão, biomassa, turfa, etc.), líquidos (diesel, óleo combustível, resíduos de processos industriais, etc.) e gasosos (gás natural, gases provenientes de gaseificação de carvão, biomassa, etc.). Normalmente as plantas a vapor utilizam combustíveis sólidos ou líquidos. Para o porte da instalação tomada como base neste trabalho (100 MW), foram considerados como possíveis combustíveis o carvão, óleo combustível, bagaço de cana e cavacos de lenha. O uso de gás natural foi descartado devido à possibilidade de seu emprego em turbinas a gás ou em

ciclos combinados, com grandes vantagens ambientais e de eficiência. O uso de óleo diesel deve ser evitado sempre que possível, dada sua escassez no mercado nacional.

Na região Sudeste há instalações a vapor operadas a óleo combustível, que tem permanecido na reserva do sistema elétrico, pois são de projeto muito antigo e possuem vários problemas de operação. Várias unidades térmicas a vapor foram construídas ou estão em construção no Sul do país, visando o emprego do carvão mineral; algumas delas possuem sistemas de controle de emissões.

Industrialmente, ciclos a vapor empregando turbinas de contrapressão são usados para auto-produção de energia elétrica em sistemas de cogeração na agro-indústria canavieira, na fabricação de celulose pelo processo Kraft, na indústria química e petroquímica e em refinarias de petróleo. Em todos os casos acima, existe a disponibilidade de combustíveis residuais a baixo custo. Até hoje, estas instalações foram projetadas (com raras exceções) apenas para atender a demanda elétrica da própria indústria.

Detalhes sobre as características tecnológicas de instalações a vapor de última geração podem ser encontrados na literatura (Oeynhausen et al, 1993). Valores de eficiência líquida típicos para termelétricas a vapor, de condensação e com vários estágios de regeneração, estão na faixa de 30 a 40%, dependendo da complexidade do sistema. Para sistemas de cogeração, a eficiência (apenas a elétrica) é substancialmente mais baixa (10 a 20%), dada a necessidade de vapor para uso industrial.

Motores de combustão interna a pistão. Este tipo de unidade de potência pode utilizar combustíveis líquidos e/ou gasosos. Embora existam grupos geradores de pequeno porte empregando motores de ignição por faísca, os grupos geradores em geral empregam motores de ignição por compressão (diesel). Nas regiões servidas pelo sistema interligado, a aplicação de tais grupos geradores se restringe a localidades remotas ou a sistemas de emergência. Na Amazônia, onde não há um sistema interligado de distribuição de energia elétrica, constituem a espinha dorsal de geração, em unidades de potência entre 0,5 e 3 MW. Motores diesel tem sido propostos para sistemas de cogeração de pequeno e médio porte, no setor terciário (Espírito Santo, 1997), especialmente quando convertidos ao uso de gás natural.

Embora não sejam usados no Brasil, motores de ignição por compressão de alta potência e usando óleos combustíveis tem ganhado mercado, na faixa de potência de 15 a 40 MW. Tais motores, de dois tempos, alta eficiência, turboalimentados e de baixa rotação, são provenientes da tecnologia marítima (Petersen e Jacobsen, 1992).

Os motores de combustão interna a gás natural de pequeno e médio porte apresentam eficiência da ordem de 30 a 36%, motores diesel de pequeno e médio porte tem de 33 a 40%, enquanto que grandes motores movidos a óleo combustível (derivados dos motores de propulsão marítima) possuem eficiência entre 45 e 49%.

Turbinas a gás. A geração de eletricidade com turbinas a gás pode se dar com o uso de combustíveis líquidos ou gasosos, sendo mais comum a utilização de combustíveis gasosos, principalmente o gás natural. O ciclo simples de uma turbina a gás é composto por compressor, câmara de combustão, a turbina propriamente dita e o gerador elétrico.

As turbinas a gás têm sido aplicadas em sistemas de cogeração de pequeno e médio porte (setor terciário) ou mesmo de grande porte em cogeração industrial (Avitabile et al., 1997), em geral empregando o gás natural como combustível. No Brasil,

tem sido responsáveis pela geração elétrica em Manaus, empregando óleo diesel.

A eficiência de turbinas varia de acordo com a sua potência e características construtivas na faixa entre 25 a 38%, sendo que os maiores valores se aplicam a máquinas de maior porte. Uma das desvantagens das turbinas a gás reside na queda sensível de seu desempenho em função das condições ambientes.

Ciclo combinado. A tecnologia conhecida por ciclo combinado consiste na associação entre uma instalação de turbina a gás com um ciclo a vapor. A energia dos gases de exaustão da turbina fornece calor para a geração de vapor em uma caldeira de recuperação, e a expansão do vapor ocorre em uma turbina a vapor de condensação, com produção adicional de eletricidade.

Os combustíveis adequados ao ciclo combinado são os mesmos recomendados para as turbinas a gás. Pode-se realizar queima adicional de combustível na caldeira de recuperação, aumentando a potência da turbina a vapor, mas sacrificando a eficiência global da instalação. O ciclo a vapor que faz parte de um ciclo combinado é bastante simplificado em relação a uma instalação usual a vapor, dispensando todos os aquecedores regenerativos. A grosso modo, a turbina a vapor responde por um terço da potência total produzida, sem o uso de queima adicional. Tem sido adotada em vários países como unidades principais de geração elétrica, em unidades entre 50 e 500 MW. Esta tecnologia apresenta as mais altas eficiências de geração termelétrica, com valores variando de 48 a 58% (Gas Turbine World, 1997).

METODOLOGIA PARA A AVALIAÇÃO DAS EMISSÕES

A potência de 100 MW foi escolhida por possibilitar a comparação de várias combinações entre tecnologias e combustíveis, com um porte que, embora não seja muito alto, apresenta ganhos de escala em todas as opções.

A Tabela 1 apresenta as diferentes combinações de tecnologias e combustíveis que foram avaliadas neste trabalho, bem como a eficiência adotada nos cálculos e a vazão mássica de combustível, em base seca.

Quando se analisa o emprego de combustíveis sólidos, apenas ciclos a vapor foram considerados. Embora exista a possibilidade de realizar a gaseificação de carvão ou de biomassa para uso em ciclos combinados (IGCC), com eficiências da ordem de 45%, esta tecnologia não pode ser ainda considerada consolidada e plenamente comercial.

Quando se emprega biomassa em ciclos a vapor (bagaço e madeira), são admitidas eficiências menores que com o carvão pois não há a possibilidade de realizar queima senão em grelhas. A queima em leito fluidizado poderia melhorar o desempenho destas instalações, mas ainda não pode ser considerada como plenamente comercial para esta faixa de potência.

Para a instalação a carvão considerou-se a queima de carvão pulverizado, com queimadores tangenciais. O valor de eficiência apresentado na Tabela 1 considera não só a energia elétrica produzida, mas também o consumo da própria instalação (eficiência líquida). O mesmo vale para todos os demais casos.

O emprego de óleo combustível em ciclo a vapor foi considerado pois corresponde à prática das termelétricas em operação no Sudeste. Além disso, com o aumento da participação do gás natural na matriz energética brasileira, pode-se prever um aumento na disponibilidade de óleo combustível. O óleo combustível pode ser usado também em motores diesel de grande porte (opção 5 na Tabela 1).

Tabela 1 - Descrição dos ciclos estudados

Tecnologia	Combustível	Eficiência %	Combustível [kg/s] b. seca
1 Ciclo a vapor	carvão	33	14,60
2 Ciclo a vapor	óleo 3 A	36	7,03
3 Ciclo a vapor	bagaço cana	30	19,05
4 Ciclo a vapor	cavaco eucal..	30	18,21
5 Motor ICO	óleo 3 A	47	5,39
6 Turbina a gás	gás natural	38	5,48
7 Turbina a gás	diesel	37,5	6,33
8 Ciclo comb.	Gás natural	52	4,01

Embora o óleo diesel seja pouco recomendado para geração termelétrica, seu emprego em turbinas a gás foi considerado, com a finalidade de "simular" a prática atual da geração em Manaus.

No caso do gás natural, seu uso foi restrito a turbinas a gás ou a ciclos combinados.

A partir da composição elementar característica de cada combustível (apresentadas na Tabela 2), bem como do excesso de ar adequado a uma boa combustão em cada um dos sistemas considerados, foi utilizado o programa ACOMB - versão 1.21 (análise de combustíveis industriais) desenvolvido pelo Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT, 1997).

Para o desenvolvimento da análise de emissão de poluentes para cada opção, foram admitidas hipóteses de condições de operação típicas em plena carga. As emissões analisadas referem-se ao dióxido de carbono que, embora não seja um poluente, é um gás de efeito estufa, monóxido de carbono, dióxido de enxofre, material particulado e óxidos de nitrogênio.

A oxidação do enxofre contido nos combustíveis foi admitida como completa em SO₂. Tal hipótese prende-se ao fato de ser esta substância a preponderante quando as temperaturas são elevadas, como é o caso da combustão. Na verdade, à medida que os produtos de combustão esfriam, ocorre a conversão do dióxido de enxofre para trióxido de enxofre; admitiu-se que este processo ocorre já após os gases de combustão terem sido lançados na atmosfera.

Para o CO₂ é adotado um balanço de massa de carbono entre CO₂, CO e carbono volante no material particulado. Nos casos de monóxido de carbono, de material particulado, e de NO_x as emissões não podem ser obtidas por um simples modelamento da combustão. Para cada tecnologia e combustível foram tomados valores típicos de literatura, citados com detalhes no próximo tópico.

Os valores das emissões de dióxido de enxofre foram modificados nos casos identificados na Tabela 1 pelos números 1,2,5 e 7. Admitiu-se a instalação de sistemas de tratamento dos gases de exaustão (*wet scrubbers*, usando calcário como absorvente de enxofre), com 90% de eficiência de remoção de SO₂. Para os demais casos, os baixos teores de enxofre no combustível não justificam a inclusão de tais equipamentos.

Para as emissões de material particulado, admitiram-se sistemas de captação (filtros de mangas e/ou precipitadores eletrostáticos) nos casos 1,2,3,4 e 5 da Tabela 1. A eficiência de captação foi fixada em 95% de remoção para as opções em que existe o tratamento.

Um abatimento de 50% foi admitido para óxidos de nitrogênio nos casos 1,2,5 e 7. Esse abatimento em relação aos valores de emissões não controladas foi suposto apenas com medidas não catalíticas como combustão estagiada, recirculação de gases ou queimadores projetados para baixa produção de NO_x (Briggs, 1997). Também para turbinas a gás se admitiu o uso de *low NO_x burners*.

Tabela 2 - Características dos combustíveis

Combustível	Umidade %	PCI [MJ/kg]	Composição elementar em massa - base seca, %					Cinzas
			C	H	O	N	S	
Carvão	10	20,75	51,78	3,34	7,58	0,52	3,60	33,18
Bagaço cana	50	17,50	48,4	6,7	43,8	0,0	0,1	1,0
Cavaco eucal.	30	18,30	48,6	5,8	43,9	0,6	0,1	1,5
Óleo 3 A	0	39,50	87,8	9,6	0,5	0,7	1,4	0,0
Diesel	0	42,14	86,0	13,1	0,0	0,0	0,9	0,0
Gás natural	0	48,01	73,62	23,48	0,87	2,03	0,0	0,0

ANÁLISE DAS EMISSÕES DE GASES POLUENTES

Os números presentes nas abscissas das figuras abaixo, em que são apresentados os resultados das emissões, correspondem aos casos apresentados na Tabela 1.

Emissões de dióxido de carbono. A análise de emissão de CO₂ (figura 1) provém do balanço de massa do carbono contido no combustível, considerando a presença do monóxido de carbono e do carbono presente no material particulado.

A figura 1 revela o bagaço de cana e os cavacos de eucalipto como os maiores formadores de dióxido de carbono. Entretanto, há que se considerar que o CO₂ formado pela combustão da biomassa será reabsorvido pela planta em fase de crescimento (ciclo do carbono), uma vez que se supõe um manejo florestal ou agrícola adequado. Esta emissão de CO₂ não deve ser computada como uma contribuição para o aumento da concentração dessa substância na atmosfera.

Dentre os combustíveis de origem fóssil, o maior emissor é o carvão, seguido pelas tecnologias que utilizam o óleo combustível. O gás natural se destacou como o menor emissor, comprovando a sua reputação de combustível fóssil de menor participação na formação do efeito estufa.

GRI (1995) argumenta que plantas em ciclo combinado a gás natural de eficiência de 50% emitem apenas 42% de CO₂ quando comparadas com plantas a vapor a carvão de 33% de eficiência. Os resultados aqui apresentados mostram que a emissão do caso 8 (ciclo combinado) representa apenas 38,5% daquela do caso 1 (ciclo a vapor, carvão); a maior eficiência admitida neste trabalho, bem como eventuais diferenças de composição entre o gás natural e o tipo de carvão usados em cada um dos trabalhos explicam a diferença destes valores.

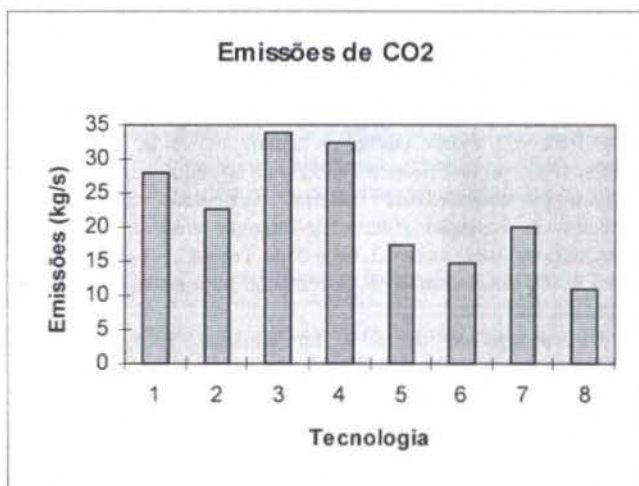
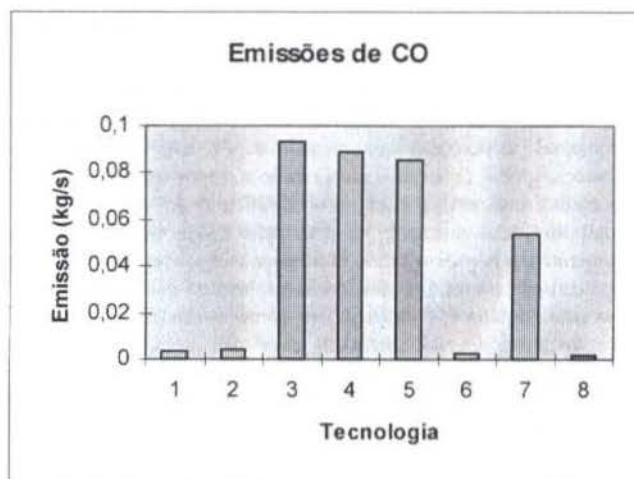
Figura 1 - Comparação entre as opções analisadas: CO₂.

Figura 2 - Comparação entre as opções analisadas: CO

Emissões de monóxido de carbono. Para os casos 1 a 5, as emissões foram calculadas a partir das informações da EPA (1998) para sistemas sem qualquer tipo de abatimento. No caso de turbinas a gás e de ciclo combinado, admitiram-se os dados indicados por Cohen et al (1996) e por Smith (1997).

Pela Figura 2 pode-se verificar que a queima de biomassa em ciclos a vapor (casos 3 e 4) constituem as maiores fontes de monóxido de carbono. A geração elétrica em motores a pistão empregando óleo combustível e em turbinas a gás queimando óleo diesel são também bastante altas frente às demais.

Para os ciclos a vapor empregando carvão pulverizado ou óleo combustível, as emissões de CO são bastante baixas, mesmo sem qualquer tratamento, e comparáveis às obtidas em turbinas a gás e em ciclos combinados.

Deve-se ressaltar que, embora altas quando comparadas às demais, as emissões de CO que sobressaem na Figura 2 ainda são muito menores do que as produzidas por motores de automóvel, mesmo quando providos de catalisador.

Emissões de dióxido de enxofre. A análise de emissão de SO₂ provém do balanço da reação do enxofre contido no combustível e do oxigênio do ar de combustão. Vale lembrar que para combustíveis com altos teores de enxofre admitiu-se a existência de um sistema FGD (*flue gas desulfurizer*) com 90 % de abatimento.

A análise da figura 3 aponta o carvão como o maior produtor de SO₂, apesar do sistema FGD, principalmente devido à hipótese de utilização de um carvão nacional que possui alto teor de enxofre e cinzas. Na segunda posição encontram-se os sistemas que empregam a biomassa, que contém enxofre em pequena concentração em sua composição mas para os quais não se previu o uso de sistemas de dessulfurização.

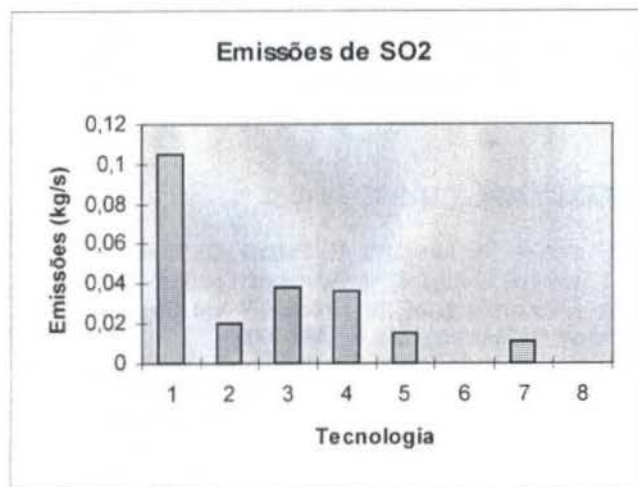


Figura 3 - Comparação entre as opções analisadas: SO₂.

Sistemas que empregam o óleo combustível ou o diesel vem a seguir, com taxas de emissão mais baixas em relação à biomassa devido à presença do FGD. Para os sistemas que utilizam gás natural não foi considerada qualquer emissão de SO₂, já que o gás natural não possui enxofre em quantidade mensurável em sua composição após o tratamento conhecido como *softening*, que ocorre junto à sua produção (Machado Jr., 1993). Smith (1997), entretanto, relata a emissão de SO₂ para gás natural (composição não especificada) em turbinas a gás (11 mg/m³ de gases de combustão). Mesmo se admitindo o valor apresentado por Smith, teríamos a emissão de 0,0022 kg/s para o caso 6 e 0,0016 Kg/s para o caso 8 (uma ordem de grandeza menores que o menor valor reportado na Figura 3).

Emissões de Material Particulado. A nível internacional o limite de emissão de materiais particulados é imposto pelas autoridades do meio ambiente locais, e as plantas térmicas de geração de eletricidade prevêem meios tecnológicos de atender a legislação.

Para os cálculos apresentados na figura 4, foram considerados os fatores de emissões de material particulado apresentados pela EPA (1998) para sistemas sem abatimento, corrigidos para uma eficiência de 95% nos casos 1 a 5.

Note-se que mesmo com abatimento de 95%, o carvão emite muito mais material particulado que os demais. Ciclo a vapor empregando cavacos de madeira se destaca a seguir. As menores emissões de MP estão associadas ao uso do gás natural, mesmo sem qualquer tratamento.

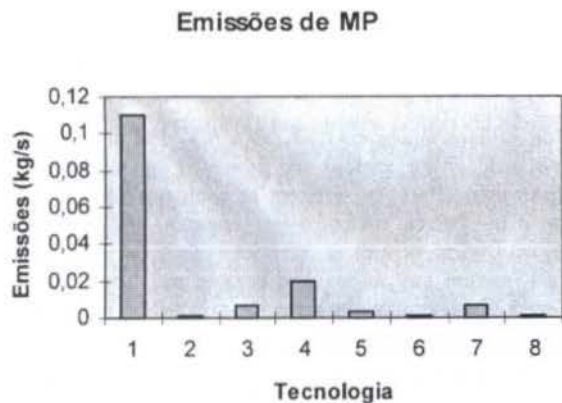


Figura 4 - Comparação entre as opções: material particulado.

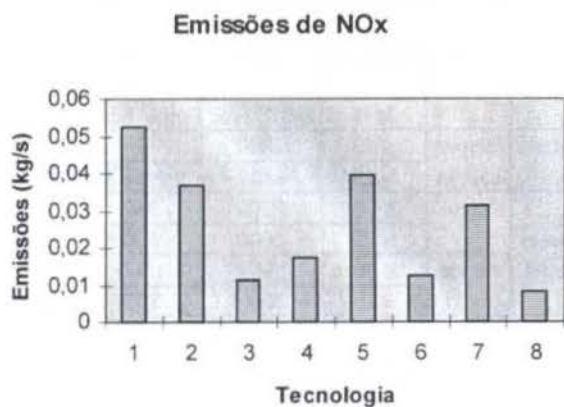


Figura 5 - Comparação entre as opções: óxidos de nitrogênio

Um ciclo a vapor usando bagaço de cana (com abatimento) emite quase a mesma quantidade de material particulado que uma turbina a gás operando com diesel (sem abatimento).

Emissões de óxidos de nitrogênio. Diversas tecnologias de combustores, para turbinas a gás e caldeiras, têm sido desenvolvidas para diminuir a formação de NO_x, já que à mesma se atribui, entre outras coisas, a características do processo de combustão como temperatura, pressão, tipo de combustível, tempo de residência na zona de combustão, temperatura da mistura na entrada, razão superfície - volume do reator, tamanho do jato na entrada da câmara de combustão, etc (Steele et al, 1997).

Um abatimento de 50% foi admitido para as opções 1, 2, 5 e 7 em relação aos valores referenciados pelo EPA (1998). No caso da biomassa (casos 3 e 4) as emissões não possuem abatimento. Para o gás natural, admitiu-se o emprego de câmaras de combustão de baixa geração de NO_x (12 ppmvd para uso de gás natural e 42 ppmvd para diesel).

A Figura 5 mostra os valores obtidos. As emissões mais elevadas novamente estão associadas ao carvão. Seguem-se as opções que empregam óleo combustível ou diesel. Turbinas a gás emitem pequenas quantidades de NO_x quando operando com gás natural e empregando câmaras de combustão especiais. No caso do gás natural, as emissões de NO_x podem ser bastante altas, caso não se atente para o tipo de câmara de combustão adotada.

As menores emissões de óxidos de nitrogênio relacionam-se à biomassa. Apesar de possuir nitrogênio em sua composição ponderal, as baixas temperaturas de queima são responsáveis pelo melhor desempenho da biomassa quanto ao NO_x.

Comparação entre a legislação brasileira e internacional. A legislação brasileira referente a emissões gasosas é bastante recente. De interesse para termoeletricas existem três regulamentações: a Portaria IBAMA 348 (14/03/1990), a Resolução CONAMA 003/90 (28/06/90) e a Resolução CONAMA 008/90 (06/12/1990) (Ventura e Rambeli, 1996).

As duas primeiras estabelecem padrões (primários e secundários) de qualidade do ar, concentrações de poluentes, monitoramento da qualidade do ar e definem Planos de Emergência para episódios críticos de poluição do ar. A terceira Resolução estabelece limites máximos para emissões de poluentes do ar, para processos de combustão (externa) em fontes fixas.

Tabela 3 - Limites Resolução CONAMA 008/90

Áreas	Comb.	Potência	SO ₂	MP total	Densid. Colorim.
		MW	g/10 ⁶ kcal	g/10 ⁶ kcal	%
Classe I	óleo ou	≤ 70	2000	120	20
	carvão	> 70	não é	permitido	-----
Classes II e III	óleo	≤ 70	5000	350	20
		> 70	2000	120	20
	carvão	≤ 70	5000	1500	20
		> 70	2000	800	20

As resoluções associadas com qualidade do ar não discutem a origem dos poluentes do ar; preocupam-se com sua concentração e efeitos sobre a saúde humana e sobre o meio ambiente.

A Resolução CONAMA 008/90 (Tabela 3) estabelece os limites de emissões de dióxido de enxofre, partículas totais em suspensão e a densidade colorimétrica dos fumos. Os limites máximos aplicáveis são diferentes segundo Classes de áreas distintas. A Classe I corresponde a áreas de preservação e lazer; quando uma área é declarada como Preservada, não se permitem a instalação de novas fontes de poluição do ar; quando declaradas como Conservadas, valem os limites estabelecidos na Tabela 3. Áreas de Classe II são aquelas em que a qualidade do ar é limitado pelos padrões secundários. Nas áreas de Classe III a qualidade do ar é limitada pelos padrões primários.

Os valores da Resolução CONAMA 008 são mais elevados em relação aos adotados internacionalmente. Para MP (material particulado), cerca do dobro dos valores americanos ou europeus. No caso dos óxidos de enxofre, os menores limites brasileiros são coincidentes com os limites máximos europeus ou americanos.

Quanto à emissão de NO_x, a Resolução CONAMA sequer estabelece limites para fontes fixas. Tal exclusão é estranha, pois as várias Resoluções CONAMA que se referem a veículos automotores são explícitas com relação aos óxidos de nitrogênio.

CONCLUSÃO

Através da metodologia empregada foi possível quantificar as emissões de poluentes para a geração térmica de 100 MW de eletricidade, considerando as características dos combustíveis sugeridos e dos ciclos térmicos analisados.

Supondo a existência de tratamento de emissões, todas as opções analisadas atendem a legislação brasileira. Todavia, o pior desempenho ambiental refere-se ao ciclo a vapor empregando carvão. O uso de óleo combustível em ciclos a vapor ou em motores a pistão também possui desempenho ambiental ruim. O uso de gás natural em ciclos combinados (desde que empregando câmaras de combustão de baixa formação de NO_x) apresenta os resultados ambientalmente mais favoráveis. O emprego de biomassa também é muito interessante, dada a natureza reciclável do CO₂ produzido, bem como as baixas emissões de NO_x.

Na queima de hidrocarbonetos de origem fóssil, a produção de CO₂ é a melhor destinação possível para o carbono; os outros compostos que contêm carbono - monóxido de carbono, material particulado ou UHC (hidrocarbonetos não queimados) - são ainda mais perniciosos ao ambiente. Assim, o uso de combustíveis fósseis deve ser feito de maneira a maximizar os benefícios associados a sua conversão. O uso de altas eficiências de conversão passa a ser justificável não só do ponto de vista econômico, mas também ambiental.

A expansão do parque térmico brasileiro, principalmente através de produtores independentes de eletricidade, juntamente com a análise sobre legislações vigentes em países com parque gerador basicamente térmicos, revelam a necessidade de criar-se

uma legislação federal mais abrangente que a atual, para se regular as emissões das novas usinas de forma a preservar a qualidade do ar e se evitar que sejam instalados equipamentos de baixa tecnologia e com grande geração de poluentes.

REFERÊNCIAS

Avitabile, M.; Minghetti, E.; Palazzi, G., 1994, "Economic and Technical Design of an Advanced Combined Heat Power Plant". Proceedings of the Florence World Energy Research Symposium, Florence, Italy, pp. 989-1000.

Briggs, O., 1997, "RSFC burner retrofit up and running in Richmond". Modern Power Systems, May, pp.45-49.

Cohen, H.; Rogers, G. F. C.; Saravanamuttoo, H. I. H., 1997, "Gas Turbine Theory". 4th Edition, Longman, London.

EPA (Environmental Protection Agency), 1998 "Compilation of Air Pollutant Emission Factors". Report AP42, 5th edition, Vol.1: Stationary Plants and Area Sources. USA.

Espírito Santo, D. B., 1997, "Possibilidades de Conservação de Energia e Estudos de Caso de Cogeração no Hospital de Clínicas da Unicamp". Dissertação de Mestrado, Unicamp, Campinas.

Gas Turbine World, 1997, "Performance Especifications", v.17, p.29-37.

GRI (Gas Research Institute), 1995, "The environmental benefits of natural gas". Gas World International, October.

IPT (Instituto de Pesquisas Tecnológicas), 1997, "ACOMB: Análise de Combustíveis Industriais". Versão 1.21.

Kural, O., 1994, "Coal - Resources, Properties, Utilization, Pollution". Edited by Istanbul Technical University, Turkey.

Machado Jr., H. A., 1993, "Avaliação de Desempenho de Turbinas a Gás em Condições de Uso em Campo". Dissertação de Mestrado, Unicamp, Campinas.

MME (Ministério de Minas e Energia), 1997, "Balanço Energético Nacional". Ministério de Minas e Energia. Brasília.

Oeynhausen, H.; Bergmann, D.; Termuchlen, H., 1993, "Large Steam Turbines for Advanced Power Plants". Proc. of the 55th American Power Conference, Chicago, USA, p.656-668.

Petersen, B.H. & Jacobsen, N., 1992, "Diesel plant adds 77 MW to the Macau grid". Modern Power Systems.

Smith, D., 1997, "RWE operates BASF private gas fired power plant". Modern Power Systems, september, pp.39-41.

Steele, R. C.; Jarret, A. C.; Malte, P. C.; Tonouchi, J. H.; Nicol, D. G., 1997, "Variables Affecting NO_x Formation in Lean-Premixed Combustion". ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol 119, January, pp.102-107.

Ventura, V. J. e Rambeli, A. M., "Legislação Federal sobre o Meio Ambiente". Editora Vana Ltda, 1996.

ABSTRACT

The gaseous emissions (CO₂, CO, SO₂, PM and NO_x) from thermoelectric power stations are presented and discussed. The environmental effects of different technologies for a 100 MW power plant (steam cycles, diesel engines, gas turbines and combined cycles) as well as different fuels (coal, fuel oil, light distillate, natural gas, sugar cane bagasse and wood chips) are explored. Some limitations present on Brazilian environmental legislation are also pinpointed.

DEVELOPING TURBULENT FLOW IN A SIMULATED ROD BUNDLE

Aidir Parizzi Jr. and Sergio V. Möller

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - PROMEC
 Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS
 Rua Sarmento Leite, 425
 90050-170 - Porto Alegre, RS, Brazil
 e-mail: svmoeller@vortex.ufrgs.br

SUMMARY

In this paper, the turbulent flow in the entrance region of a simulated rod bundle is investigated. The test section consists of a 4-rod bundle, in square arrangement, with a pitch-to diameter ratio $P/D = 1.15$. Measurements of velocity were made by means of Pitot tubes and hot wires. Dimensionless results show that the development of the velocity profiles is influenced, as expected, by the walls, due to the non-slip condition. It is strongly influenced by the narrow gaps as well, so that in that region, the particular features of the flow development in rod bundles starts.

INTRODUCTION

Rod bundles are the most common geometry of nuclear reactors fuel elements. The heat generated by the nuclear reaction is removed by the coolant, usually in turbulent flow parallel to the rods. The design of the fuel elements requires the solution of the conservation equations for mass, momentum and energy, to arrive at their safe and reliable operation. Detailed experimental data of velocity, turbulence and temperature are, therefore, necessary for turbulence modeling and code validation.

With this purpose, a lot of effort has been devoted in the last years to obtain experimental results from the turbulent flow in rod bundles, showing that the structure of the fully developed turbulent flow in this type of channel differs strongly from the flow in pipes (Rehme, 1987-a). This is due to a process of quasi-periodic flow pulsations in the narrow gaps between the rods, which is responsible for the mass and heat exchange between adjacent subchannels (mixing) and, due to its features, can induce vibrations on the rods (Möller, 1988, 1991, 1992; Wu, Trupp, 1994). The particular geometry of rod bundles is responsible for this phenomenon.

Entrance effects were not considered in most of the experimental studies in the literature, although heat is generated at short distances from rod tip. Heat transfer coefficients in this region are expected to be higher than in other regions and there exist a lack of information for the subsequent structural analysis. The work of Presser, (1967), dealing with heat transfer and pressure drop in rod bundles, is singular in the literature considering entrance effects. It is also the only one in this subject cited by Rehme (1987-b), in his extensive review about flow through rod bundles. Flow visualizations with smoke and a high speed camera, performed by Guellouz and Tavoularis (1995) to complement their hot wire measurements of developed flow in a rectangular channel, where a single rod was placed to simulate the gap region between rod and channel wall, show the presence of flow pulsations even in regions near the entrance.

In this paper, the velocity and velocity fluctuations distributions of the turbulent flow in the entrance region of a simulated rod bundle are

investigated with the purpose of determining the characteristics of the flow development in rod bundles, as presented in more detail in Parizzi (1998).

APPARATUS AND EXPERIMENTAL TECHNIQUE

The test section, shown in Figure 1, consists of a 4-rod bundle, in square arrangement, with a pitch-to diameter ratio $P/D = 1.15$, placed in a 1370 mm long rectangular sleeve, with 146 mm height and a width of 193 mm. This sleeve could be slidden in the main channel, with rectangular cross section, with 146 mm height and a width of 193 mm to create the entrance conditions by inserting the rod bundle at different lengths.

Air is the working fluid, driven by a centrifugal blower, passed by a settling chamber and a set of honeycombs and screens, before reaching the rod bundle with about 2 % turbulence intensity. The rods were hollow with chamfered edges to reduce disturbances effects that might affect the formation of the boundary layer at the entrance and a diameter of 60 mm. One of the rods could be changed, having lengths of 65 mm ($L/D_h = 1.62$), 350 mm ($L/D_h = 8.65$), 550 mm ($L/D_h = 13.59$) and 800 mm ($L/D_h = 19.77$). At the external extremity of the rod measurement probes were placed, allowing measurements of air flow velocity and turbulence intensities at about 30 mm before the outlet of the rectangular channel. Measurements were performed in a quadrant of the subchannel, as shown, schematically in Fig. 2 for the Pitot tube.



Figure 1: General view of the test section. Flow is from right to left.

Wall shear stresses were measured by a Preston tube (Patel, 1965), while a Pitot tube was used for velocity measurements. Both had 1.3 mm external diameter and were connected to a Hartmann & Braun ARA 500 pressure transmitter. Velocity and velocity fluctuations in axial direction were measured by means of a DANTEC *StreamLine* hot wire anemometer. Axial velocity and its fluctuations were measured with a "boundary-layer" hot wire probe, with a single wire perpendicular to the direction of the main flow. The results of the measurements were directly evaluated with the help of the software *StreamWare*.

The Pitot tube or the hot wire probe were mounted in the extremity of the rod with variable length, as shown in Fig. 3. This positioning device allowed the radial displacement of the probes, with help of a micrometer, perpendicular to the rod wall. It could also be rotated, so that the measurements of velocity and velocity fluctuations could be performed at various angles, covering 90° starting from the lower narrow gap between the rods. This procedure allowed measurement of these quantities in one quadrant representative of the central subchannel of the test section.

Data acquisition was carried out with help of a Keithley DAS-58 A/D converter board connected to a personal computer, with a sampling frequency of 50 kHz and a time record of 10 seconds.

RESULTS

Velocity Field

Figure 3-a-d shows the dimensionless velocity profile. The measured velocities are scaled by the mean friction velocity, given by the local wall shear stress τ_w and the fluid density ρ , as

$$u^* = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad (1)$$

Hence, the dimensionless velocity u^* will be defined as

$$u^+ = \bar{U} / u^* \quad (2)$$

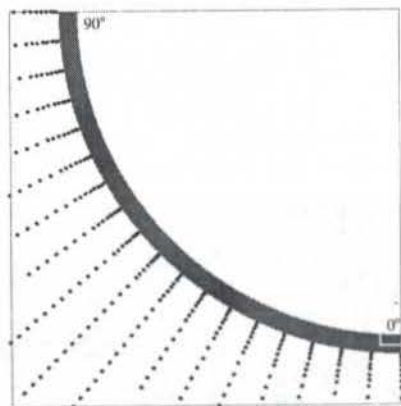


Fig. 2 Schematic view of the subchannel quadrant with the points for velocity measurement with the Pitot tube.

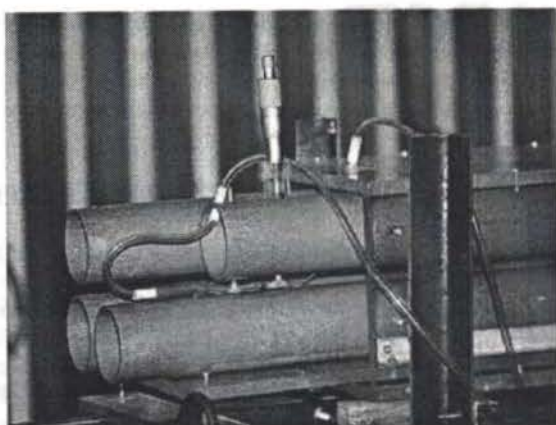


Figure 2: Detail of the outlet of the test section, showing the instrumented tube and the micrometric positioner with the Pitot tube placed at the lower gap (0°).

and presented as a function of the dimensionless distance from the wall

$$y^+ = \frac{yu^*}{\nu} \quad (3)$$

where y is the distance from the wall and ν the kinematic viscosity.

Overbars will denote, henceforth, time averaged quantities.

For comparison, as a continuous line Nikuradse's "Law of the Wall" (Nikuradse, 1936) distribution of the time-averaged velocity of the turbulent isothermal flow in a smooth pipe, is also shown, given by

$$u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5 \quad (4)$$

As the L/Dh ratio increases, experimental points approach Nikuradse's curve. The influence of the free stream in the channel is gradually reduced as the constant dimensionless velocity values at higher y^+ values start to follow the slope of the Law of the Wall. The flow is not completely developed at the largest L/Dh ratio, although in the regions of the narrow gaps between the rods the boundary layer formation is complete, since all data points of the angles 0° to 20° and 75° to 90° follow the Law of the Wall.

The same velocity fields, scaled with the reference velocity are presented as contours in figures 4-a-d. The smallest L/Dh ratio shows very high velocity gradients near the walls and the region of constant velocity in the center of the subchannel observed in Fig. 3. As the L/Dh ratio increases, velocity gradients near the walls are reduced, while the velocity near the center of the subchannel increases and, from the narrow gaps toward the center of the subchannel, velocity gradients parallel to the walls are being formed. The latter is the condition of existence of flow pulsations between the subchannels (Möller, 1988, 1992), which may indicate that mixing takes place at short distances from the entrance.

Turbulence Measurements

The normal components of the Reynolds stress tensor are usually presented in form of turbulence intensities, i.e. the square root of the mean square value of the component of the velocity fluctuation in axial, radial and azimuthal directions, respectively, scaled with the friction velocity. Figure 5-a-d shows the distribution of the axial component, given by

$$\sqrt{u'^2}/u^*$$

For comparison, results for pipe flow are presented as a dotted line (Lawn, 1971).

In the entrance, experimental values of axial turbulence intensities are scattered, showing the influence of the channel turbulence. As the L/Dh ratio increases, experimental points tend to approach pipe flow results, although some scattering is still observed for the largest L/Dh ratio, indicating again that the flow is not entirely developed. On the other side, in the regions of the narrow gaps the data points follow the same distribution of the fully developed pipe flow. Near the largest distance from the wall, at $20-25^\circ$ and 75° a small growth of the turbulence intensities is observed, similar to the results of Rehme (1986) indicating the presence of flow pulsations (Möller, 1988, 1991).

Spectral analysis

The Fourier Analysis is a valuable tool for the study of random phenomena being widely applied to turbulence studies. Usually, random data are presented in form of time series, representing a continuous (analog) function of time, sampled for digital analysis with a frequency f as a sequence of numbers at regular time intervals.

The autospectral density function (or power spectrum) represents the rate of change of the mean square value of a certain time function $x(t)$ with the frequency f (Bendat and Piersol, 1986).

$$\phi_{xx}(f) = \frac{1}{B\theta} \int_0^\theta x^2(f, B, t) dt \quad (5)$$

where θ is an adequate integration (observation) time and B the bandwidth.

In the Fourier space, the autospectral density function will be defined as the Fourier transform of the autocorrelation function $R_{xx}(t)$, defined as the mean value of the product of this function at a time t , with its value at a time $t+\tau$.

Let $x(t)$ be a generic function of time, so that a correlation function of $x(t)$ can be written as

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{\theta} \int_0^\theta x(t)x(t+\tau) dt \quad (6)$$

The function defined via equation (6) is called autocorrelation function, when divided by the mean square value of $x(t)$, will be called autocorrelation coefficient function, noted by C_{xx} . The autospectral density will be given by

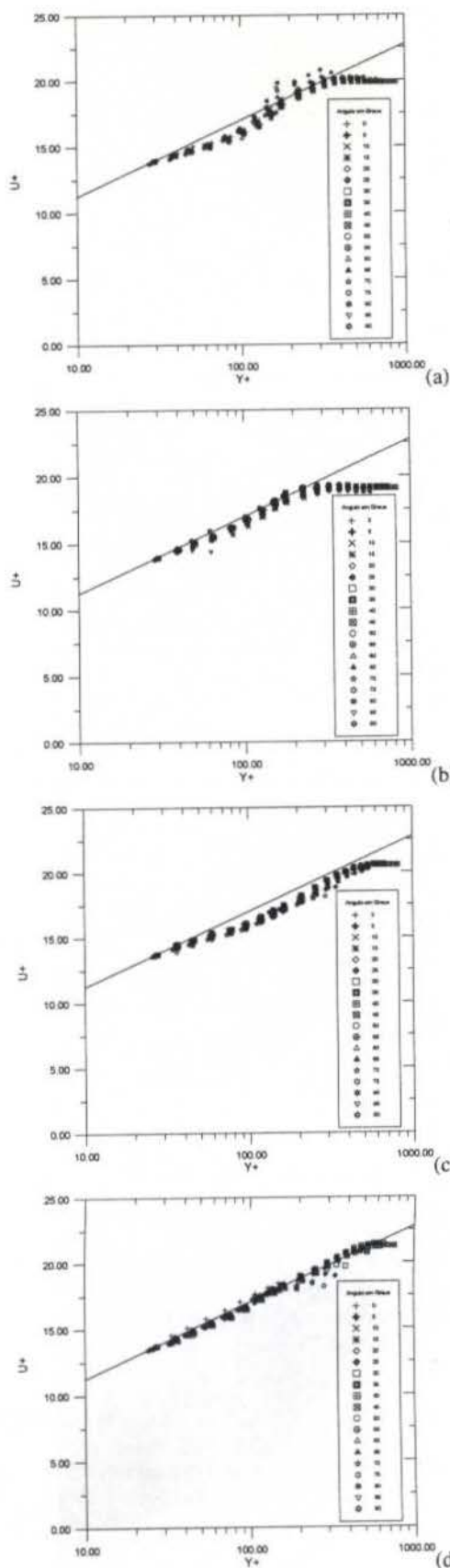


Fig. 3: Dimensionless logarithmic velocity field: (a) $L/Dh = 1.2$, (b) $L/Dh = 5.8$, (c) $L/Dh = 9.5$, (d) $L/Dh = 13.5$.

Fig. 4: Velocity field as contours: (a) $L/Dh = 1.2$, (b) $L/Dh = 5.8$, (c) $L/Dh = 9.5$, (d) $L/Dh = 13.5$.

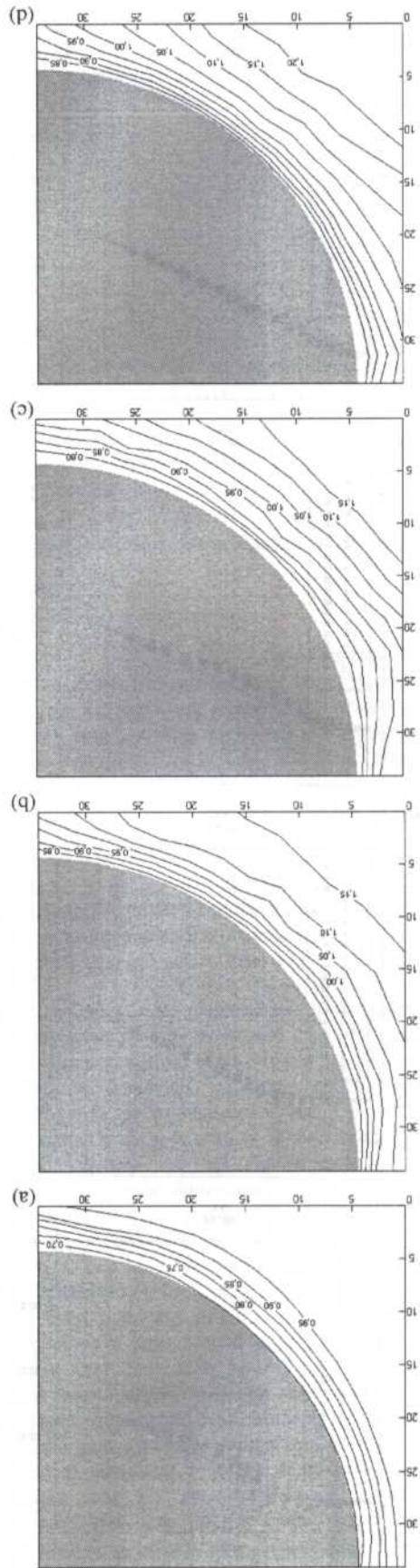
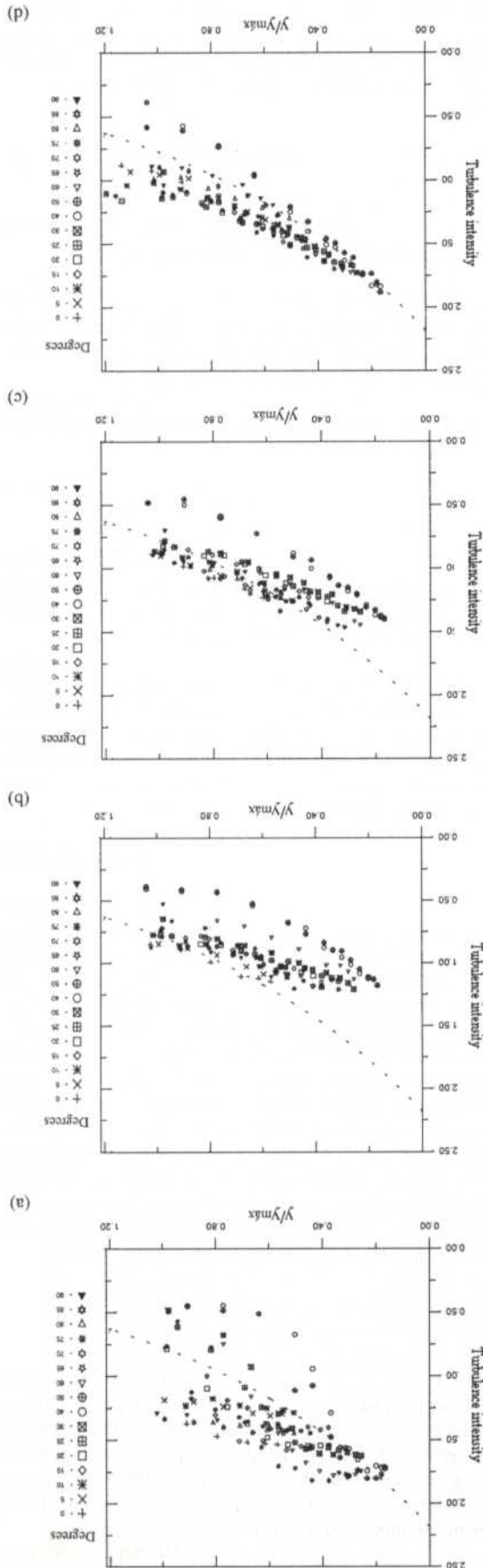


Fig. 5: Axial turbulence intensities: (a) $L/Dh = 1.2$, (b) $L/Dh = 5.8$, (c) $L/Dh = 9.5$, (d) $L/Dh = 13.5$.



$$\phi_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(t) e^{-i2\pi f t} dt \quad (7)$$

In this research work, time function $x(t)$ is the axial velocity fluctuation of the flow.

The autospectral density for the position at $\theta = 65^\circ$, $L/Dh = 13.5$, is shown in Fig. 6. The choice of this measuring point is based on results by Rehme (1987-a), Möller (1988, 1991) and Wu and Trupp (1994) that show that flow pulsations appear in the axial direction at locations where a small growth of this component of the turbulence intensity is observed near the largest distance from the wall. The analysis of the spectra in all L/Dh ratios allows to identify the small peak at about 40° as produced by the rod bundle, other peaks are attributed to the channel, since they appear in all spectra measured, with decreasing intensity as the L/Dh ratios increase.

This frequency can also be identified in the plot of the autocorrelation, Fig. 7, where this function presents an oscillation with a period of about 20 to 25 ms, corresponding to a frequency of 40 to 50 Hz. By calculating a Strouhal number with the hydraulic diameter and the friction velocity at the nearest gap, a value of $Str = 4.72$ is obtained, 17% lower than the value obtained for this P/D ratio ($Str = 5.69$) through the relation (Möller, 1988, 1991)

$$Str^{-1} = 0.808 \frac{S}{D} + 0.056 \quad (8)$$

where S is the gap width (P-D).

CONCLUSIONS

This paper presents the experimental study of the flow development in one quadrant of a subchannel of a simulated rod bundle.

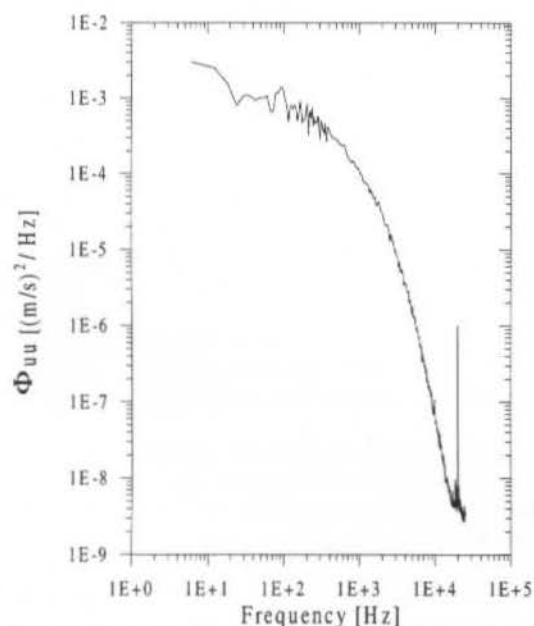


Fig. 6: Autospectral density of the axial turbulence intensity at $\theta = 65^\circ$, $L/Dh = 13.5$.

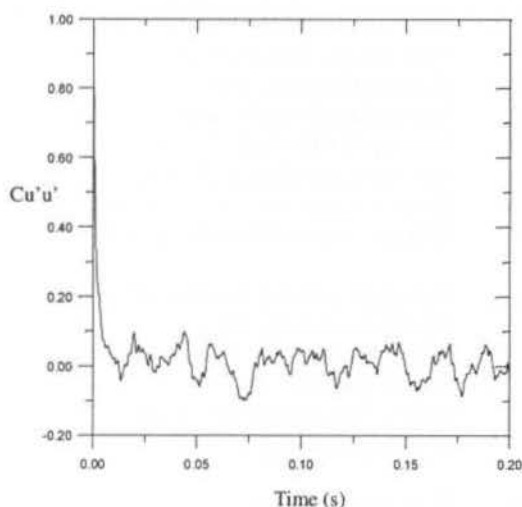


Fig. 7: Autocorrelation function of the axial turbulence intensity at $\theta = 65^\circ$, $L/Dh = 13.5$.

Dimensionless results show that the development of the velocity profiles is influenced, as expected, by the walls, due to the non-slip condition. It is strongly influenced by the narrow gaps as well, so that in that region, the particular features of the flow development in rod bundles starts.

Results of axial turbulence intensities and of autospectral densities and autocorrelation functions show that the phenomenon of flow pulsations, responsible for the mass exchange between subchannels starts during the flow development.

This study considered only entrance effects due to the boundary layer formation on the rods, since they were hollow to avoid entrance effects due to flow acceleration around plugs in their extremities or other structural elements like perforated plates, as in actual fuel elements. Future work will consider this aspect. Effects of flow redistribution due to asymmetric entrance conditions will also be studied.

ACKNOWLEDGEMENTS

The support of CNPq - Brazilian Scientific and Technological Council, through the grant 400180/92-8, is gratefully acknowledged.

Aidir Parizzi Jr. thanks also the CAPES / Ministry of Education, Brazil, for granting him a fellowship.

LIST OF SYMBOLS

$C_{u'u'}$	Autocorrelation function - $(m/s)^2$.
D	Rod diameter - m.
f	Frequency - Hz.
P	Pitch - m.
$R_{u'u'}$	Autocorrelation coefficient function.
Re	Reynolds number $(U_m D_e / \nu)$.
S	Gap width (P-D) - m.
Str	Strouhal number $(f.D/u^*)$.
t	Time - s.

\bar{U}	Axial velocity - m/s.
u'	Axial velocity fluctuation - m/s.
U_m	Mean axial velocity - m/s.
U_{max}	Maximal axial velocity - m/s.
u^*	Friction velocity $(\tau_w/\rho)^{-1/2}$ - m/s.
u^+	Dimensionless velocity (\bar{U}/u^*) .
y	Distance to pipe wall - m.
y^+	Dimensionless wall distance (yu^*/ν) .
$\Phi_{u'u'}$	Autospectral density function - $(m/s)^2/Hz$.
ν	Kinematic viscosity - m^2/s .
ρ	Density - kg/m^3 .
θ	Angular position - deg.
τ	Time lag for autocorrelations - s.
τ_w	Wall shear stress - Pa.
$\sqrt{u'^2}/u^*$	Turbulence intensity.

REFERENCES

- Bendat, J. S. and Piersol, A. G., 1986, "Random Data: analysis and measurement procedures", Wiley, New York.
- Guellouz, M. S. and Tavoularis, S., 1995, "Large-scale transport across narrow gaps in rod bundles", Proc. NURETH 7 - 7th Int. Conf. on Reactor Thermal Hydraulics, Saratoga Springs.
- Hinze, O., 1975, "Turbulence", McGraw-Hill, New York.
- Lawn, C. J., 1971, "The determination of the rate of dissipation in turbulent pipe flow", J. Fluid Mechanics, Vol. 48, pp. 477-505.
- Möller, S. V., 1988, "Experimentelle Untersuchung der Vorgänge in engen Spalten zwischen den Unterkanälen von Stabbündeln bei turbulenter Strömung", Dr.-Ing. Dissertation, Universität Karlsruhe (TH), Karlsruhe (also: KfK 4501, 1989).
- Möller, S. V., 1991, "On phenomena of turbulent flow through rod bundles", Exp. Thermal Fluid Science, Vol. 4, pp. 25-35.
- Möller, S. V., 1992, "Single-phase turbulent mixing in rod bundles", Exp. Thermal Fluid Science, Vol. 5, pp. 26-33.
- Nikuradse, J., 1932, "Gesetzmässigkeit der turbulenten Strömung in glatten Röhren", VDI-Forschungsheft 356.
- Parizzi Jr., A., 1998, "Desenvolvimento do escoamento axial turbulento nos subcanais de feixes de barras", Dissertação de Mestrado, PROMEC/UFRGS, Porto Alegre-RS.
- Patel, V. C., 1965, "Calibration of the Preston tube and limitations on its use in pressure gradients", J. Fluid Mech., Vol. 23, pp. 185-208.
- Presser, K., 1967, "Wärmeübergang und Druckverlust an Reaktorbrunnenelementen in Form längsdurchströmter Rundstabbündeln", Jül-486-RB, Kernforschungsanlage Jülich, Jülich.
- Rehme, K., 1986, "Turbulenzstruktur im Wandkanal eines Stabbündels ($P/D=W/D=1.148$) für drei Ebenen im Einlauf", KfK 4027, Kernforschungszentrum Karlsruhe, Karlsruhe.
- Rehme, K., 1987-a, "The structure of turbulent flow through rod bundles", Nuclear Eng. Des., Vol. 99, pp. 141-154.
- Rehme, K., 1987-b, "Convective heat transfer over rod bundles", Handbook of Convective Heat and Mass Transfer, S. Kakaç, R. K. Shah, W. Aung Eds., Chap. 7, pp. 7_1-7_62.
- Wu, X. and Trupp, A. C., 1994, "Spectral measurements and mixing correlation in simulated rod bundle subchannels", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 37, pp. 1277-1281.

Keywords: Turbulent flow, rod bundles, hot wires.

DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS EM PLACAS AQUECIDAS ELETRICAMENTE E RESFRIADAS POR ASPERSÃO

Walmir Maximo Torres, Benedito Dias Baptista Filho, Daniel Kao Sun Ting e
Mauro Onofre Martins
Diretoria de Reatores
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares
05508-900 - São Paulo - SP - Brasil

RESUMO

Este trabalho apresenta o projeto de um experimento para estudo do processo de resfriamento por aspersão de placas aquecidas eletricamente. O experimento e a seção de testes simulam as condições que podem existir nas placas combustíveis do reator nuclear de pesquisas IEA-R1m no caso de um acidente de perda de refrigerante com descobrimento total do núcleo. Um modelo numérico simples foi desenvolvido para dar suporte à análise e interpretação do comportamento das temperaturas medidas nas placas. O modelo resolve a equação de energia numa placa em condições semelhantes àquelas proporcionadas pelo sistema de aspersão e permite avaliar o efeito da diferença de materiais das placas usadas no experimento e das placas combustíveis nos gradientes de temperaturas.

INTRODUÇÃO

O IEA-R1m é um reator de pesquisas do tipo piscina de 5 MW que utiliza elementos combustíveis do tipo MTR (Materials Testing Reactor) com placas planas. Estudos experimentais realizados por Webster (1967) indicaram que para esse tipo de reator, com potências de operação acima de 3 MW, existe a necessidade de um Sistema de Resfriamento de Emergência por Aspersão (SRE) para atuar no caso de um acidente de perda de refrigerante de grandes proporções onde possa ocorrer o descobrimento do núcleo. A função desse sistema é resfriar os elementos combustíveis, retirando o calor gerado pelo decaimento radioativo, até que os níveis de fluxo de calor sejam suficientemente baixos para que o resfriamento possa ser feito por convecção natural do ar. Apesar de originalmente ser projetado para operar a 5 MW, o reator IEA-R1m tem operado desde a sua inauguração (1957) com potência máxima de 2 MW. Porém, em meados de 1995, foi decidido que o reator deveria operar na potência de projeto (5 MW), aumentando assim a sua capacidade de produção e experimental. Na época do projeto do reator não foi previsto um SRE, que então teve que ser projetado e implementado em 1997, para que o reator pudesse operar nas novas condições.

Este trabalho apresenta o experimento e a seção de testes desenvolvidos para avaliar a efetividade do sistema de aspersão no resfriamento do núcleo e fornecer dados para a certificação do sistema.

O trabalho ressalta um aspecto fenomenológico do resfriamento das placas por aspersão, descrevendo alguns pontos observados durante os testes. É descrito também, um modelo numérico desenvolvido para auxiliar na interpretação do comportamento das temperaturas nas placas. O modelo resolve a equação de energia, em duas dimensões, numa placa resfriada em condições semelhantes àquelas observadas durante os testes experimentais. O modelo avalia a influência do material das placas nos gradientes de temperaturas e indica que para as placas combustíveis podem ser esperadas temperaturas bem menores do que aquelas observadas no experimento.

PARÂMETROS DE PROJETO DO EXPERIMENTO

Para definir os parâmetros de projeto do experimento é necessário conhecer as condições de fluxo de calor de decaimento no núcleo e como este se distribui, após o esvaziamento da piscina.

Um reator de pesquisas de 5 MW com núcleo formado por 21 elementos combustíveis com 18 placas e 4 elementos de controle com 12 placas, dispostos em um arranjo 5x5, após ter operado por tempo infinito, apresenta a curva de potência de calor de decaimento mostrada na Fig.1. A curva, calculada usando o código ORIGEN (Croff, 1980), considera um acréscimo de 20% durante todo o período de decaimento. Esse calor não é uniformemente distribuído no núcleo, existindo uma distribuição radial e axial. A distribuição axial normalizada, calculada usando o código LEOPARD (Kerr et al., 1991), modificado para cálculos em reatores com combustível do tipo placa, e CITATION (Flowler et al., 1971), pode ser vista na Fig. 2. Assume-se, para fins de dimensionamento do sistema e execução do experimento, um acréscimo de 10% no fator de pico do canal quente, normalmente considerado para levar em conta as incertezas de cálculo, e também que esses perfis se mantenham durante o período de decaimento, com o nível de potência diminuindo de acordo com a curva de decaimento da Fig. 1.

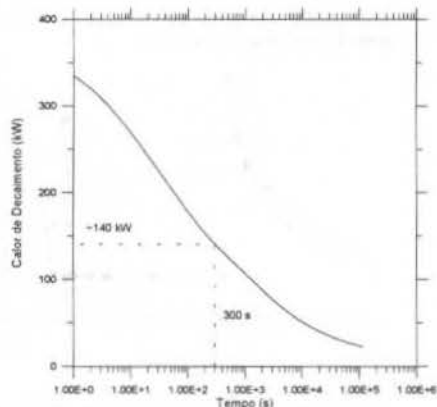


Fig. 1. Curva de Calor de Decaimento para o Reator a 5 MW

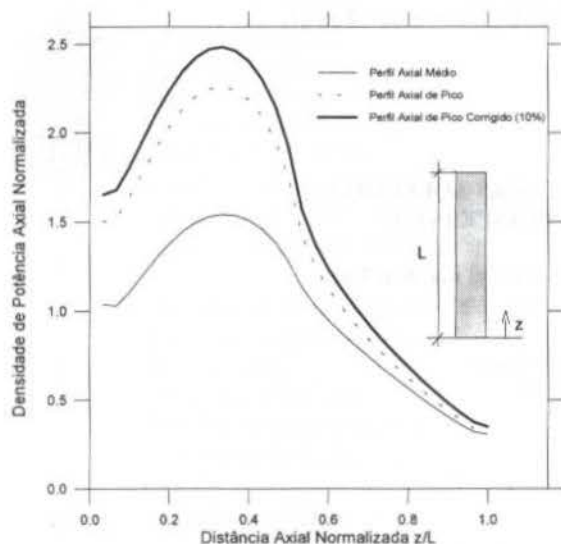


Fig. 2. Perfil de Potência Axial Normalizado do Reator IEA-R1m

O intervalo de tempo para o esvaziamento da piscina do reator, considerando um acidente de perda de refrigerante de grandes proporções, foi calculado por Maprelian (1997). Os cálculos mostraram que esse intervalo de tempo é de aproximadamente 300s, momento em que a potência de decaimento é da ordem de 140 kW (Fig. 1) e o máximo fluxo de calor no canal quente é 1,13W/cm², já considerados os fatores de segurança. Portanto, as condições térmicas em t=300s serão consideradas como condições iniciais para o transiente nos testes experimentais.

Como ponto de partida para o desenvolvimento do experimento foram utilizados os resultados de Parkanski (1992), que realizou testes com 4 placas aquecidas eletricamente e fluxo de calor uniforme, obtendo as temperaturas máximas nas placas, em condições estacionárias, como função do fluxo de calor para diversas condições de resfriamento, mostradas na Fig. 3. Observa-se dessas curvas que é possível, com vazões de aspersão entre 30 e 45 cm³/min/placa, resfriar placas parcialmente submersas sujeitas a fluxos de calor de até 4,5 W/cm², sem que a temperatura suba acima de 108°C. Esses resultados foram usados no desenvolvimento do sistema de resfriamento de emergência do reator argentino RP-10 de 10 MW, que usa combustíveis de placas do tipo MTR semelhantes aos do IEA-R1m.

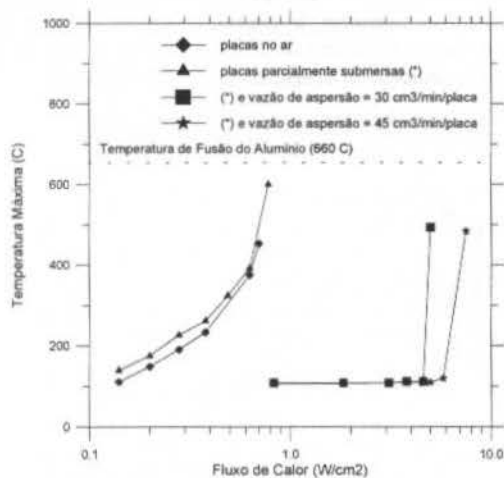


Fig. 3. Temperatura Máxima nas Placas versus do Fluxo de Calor

O experimento foi projetado com o objetivo de demonstrar a efetividade do sistema de aspersão no resfriamento de um elemento combustível sujeito às condições que podem existir no evento de um acidente de perda de refrigerante. Para isso, foi projetada a seção de testes (STAR - Seção de Testes Aquecida do Reator), mostrada na Fig. 4. A região aquecida é formada por 4 placas, ligadas eletricamente em série, que simulam as placas combustíveis e os canais de 2,89 mm existentes entre elas. As placas de (625x59x1,4 mm) são de uma liga de 80 % Ni e 20% Cr. Foram soldados 10 termopares do tipo K não aterrados, com bainha em aço inoxidável e 0,5 mm de diâmetro externo nas 2 placas centrais. O posicionamento e a identificação dos termopares nas placas 2 e 3, podem ser vistos na Fig.5. As placas foram montadas no centro de um perfil quadrado de alumínio de (76,2x76,2 mm), e isoladas eletricamente deste, por Celeron. Para representar a geometria do elemento combustível tipo MTR, foram adicionadas 12 placas de alumínio de 1,58 mm sem aquecimento. A alimentação elétrica para a seção de testes foi proporcionada por um retificador de tensão com capacidade para 24 kW (12VCC ; 2000A), que permite ajustes de tensão na forma de degraus de aproximadamente 0,5V. Para a aquisição dos dados experimentais de temperatura foi usado um sistema de aquisição de dados (SAD) da National Instruments e software LabWindows e dois medidores portáteis com capacidade para 5 termopares cada.

O experimento térmico foi realizado no circuito experimental mostrado na Fig. 6. Para representar a região do núcleo do reator foi montado um conjunto constituído por 72 simuladores, num arranjo 9x8, que representam os elementos combustíveis, elementos de controle, câmara de irradiação e refletores de grafite, todos construídos em perfil quadrado de alumínio de (76,2x76,2 mm). Esse conjunto foi montado inicialmente para a realização de experimentos de distribuição de vazão de aspersão sobre o núcleo, realizados por Torres (1997), para a verificação dos efeitos de sombreamento provocados pelos elementos de controle sobre os elementos combustíveis. A seção de testes STAR foi instalada entre 2 elementos de controle, possibilitando assim a execução dos testes em condições mais realísticas, ou seja, considerando os piores efeitos de sombreamento. Um distribuidor de vazão de aspersão em forma de U foi montado no circuito envolvendo o conjunto que representa o núcleo. Esse distribuidor possui 7 bicos aspersores selecionados e posicionados com base nos resultados dos experimentos de distribuição de vazão de aspersão no núcleo.

TESTE STAR52

Para ilustrar algumas observações feitas durante o processo de resfriamento das placas pela aspersão de água, foram escolhidos os resultados referentes ao teste STAR52. Neste teste foram simuladas, com fluxo de calor uniforme (Fig. 7), as condições de fluxo de calor no canal do núcleo com maior integral de energia, aproximadamente 40% acima das condições médias do núcleo. A intensidade do fluxo de calor na seção de testes foi decrescente com o tempo, seguindo tanto quanto possível o comportamento da curva de taxa de calor de decaimento, conforme Fig. 8. Durante o teste o circuito operou recirculando água entre o tanque TQ2 e a bomba, com uma vazão total de aspersão mantida constante e igual a 3,5 m³/h.

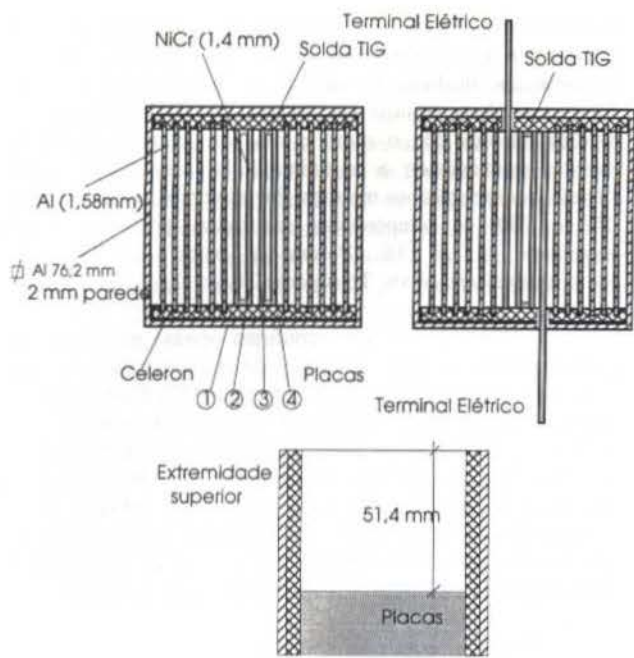


Fig. 4 - Seção de Testes STAR

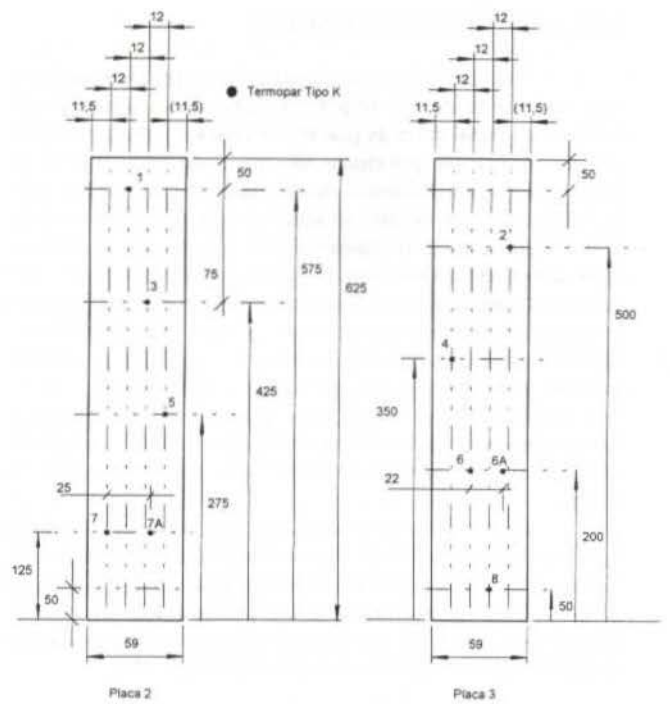


Fig. 5 - Posicionamento dos termopares nas placas 2 e 3 da seção de testes STAR

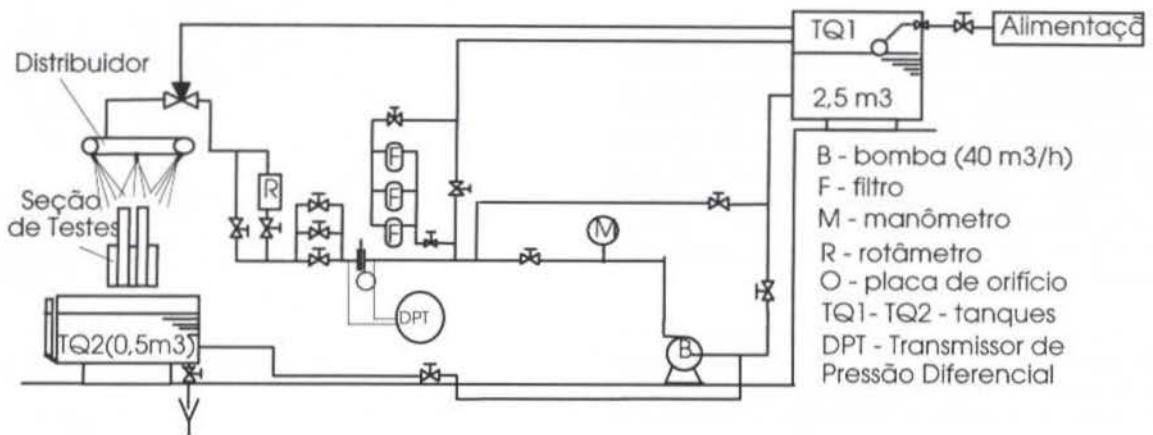


Fig. 6. Circuito Experimental e Seção de Testes

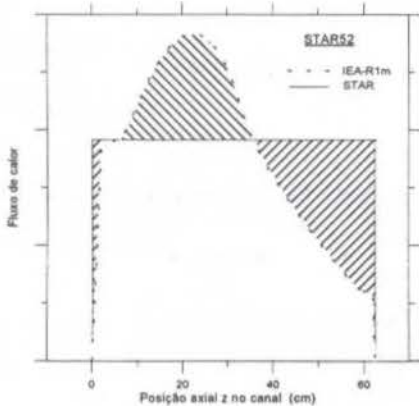


Fig. 7 - Perfil de Fluxo de Calor na Seção de Testes

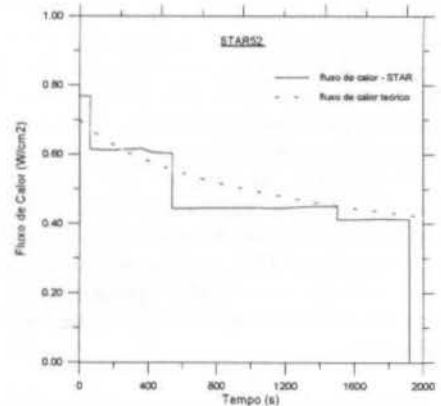


Fig. 8 - Intensidade de Fluxo de Calor na Seção de Testes

RESULTADOS DO TESTE STAR52

Uma das primeiras observações experimentais feitas com o experimento diz respeito ao tipo de escoamento que acontece no canal entre as placas. Os testes iniciais mostraram que o escoamento, principalmente na parte mais central da placa (sentido longitudinal), ocorre na forma de um ou mais filetes de água que escoam ao longo destas, resfriando-as. Este resfriamento se dá principalmente pela evaporação de parte da água dos filetes. Observou-se ainda, que estes filetes não percorrem sempre o mesmo caminho durante o teste. Este tipo de escoamento e seu comportamento peculiar serão importantes na interpretação dos resultados e se deve à pequena quantidade de água, na forma de gotas, que atinge o canal entre as placas. Esta quantidade não é suficiente para preencher o canal e formar um escoamento uniformemente distribuído, e as gotas, devido à tensão superficial tendem a se juntar formando os filetes.

Foi medida a quantidade de água de aspersão recebida pela seção de testes STAR. As medidas foram realizadas de 2 modos: na forma global, ou seja, toda a água que chega à seção de testes, e separadamente nas quatro placas aquecidas centrais. Observou-se que as placas centrais são menos favorecidas na distribuição, pois a água tende a escoar pelas paredes.

O teste STAR52 teve duração aproximada de 32 minutos e os resultados de temperaturas registrados por um Sistema de Aquisição de Dados (SAD) podem ser vistos nas Fig. 9 e 10, que mostram os registros dos termopares nas placas 2 e 3.

As temperaturas máximas observadas foram da ordem de 160°C na placa 2 e 220°C na placa 3. Para combustíveis tipo MTR, admite-se 500°C como limite de temperatura para as placas. Convém lembrar que, as condições de fluxo de calor às quais foram submetidas as placas do experimento referem-se ao canal do núcleo com maior integral de energia a ser dissipada, portanto conservativas. Os resultados mostram que o processo de resfriamento por aspersão é eficiente, e que o distribuidor e a vazão total de aspersão estão adequadamente dimensionados.

Como esperado, as temperaturas registradas pelo termopar T1 foram as mais baixas, isto se deve a sua localização próxima da extremidade superior da seção de testes. Contudo, é possível notar a existência de patamares decrescentes de temperatura provocados pela diminuição da potência na seção de testes. Nesta região a troca de calor se dá pelo aumento da temperatura da água, sem mudança de fase. Em T2, também próximo da extremidade superior, observam-se patamares com temperaturas inferiores a 100°C, indicando também o mesmo tipo de troca de calor. Alguns picos de temperaturas podem ser observados e foram provocados pela utilização dos medidores portáteis de termopares usados para aferir as medidas do SAD. Estes medidores foram instalados em paralelo com SAD e, para registrar manualmente os valores de temperatura eram necessárias operações de chaveamento que provocavam os picos. Devido a problemas durante a aquisição dos dados referentes ao termopar T7A, os mesmos foram registrados manualmente usando o medidor portátil. Por isso as temperaturas de T7A não apresentam oscilações como nos demais termopares.

As Fig. 9 e 10 mostram que, embora os termopares 6 e 6A e 7 e 7A estejam dois a dois na mesma posição axial, eles registram temperaturas bem diferentes durante o transiente. Este

comportamento pode ser explicado com base no tipo de escoamento que ocorre nas placas. As diferenças entre as temperaturas medidas se devem ao posicionamento do(s) filete(s) na placa. Nota-se que, ora um dos termopares registra valores maiores que o outro e ora esse comportamento se inverte, evidenciando a aproximação ou afastamento do(s) filete(s) com relação aos mesmos. Por exemplo, na Fig. 10 entre 150 e 700s as temperaturas registradas por T6A foram superiores às de T6. Porém, a partir de 700s, até aproximadamente 1400s, T6 superou T6A.

Outro ponto que confirma essas mudanças no posicionamento do filete na placa pode ser visto na Fig. 9, onde observam-se quedas bruscas na temperatura T7, enquanto que o termopar adjacente T7A registra temperaturas constantes e próximas a 100°C, temperatura de saturação, durante boa parte do teste. As quedas nas temperaturas são decorrentes da passagem de um filete de água próximo ou sobre o ponto sensível do termopar. Neste caso específico, pode-se concluir que existiam pelo menos dois filetes de água na região desses termopares, com um deles passando muito próximo a T7A.

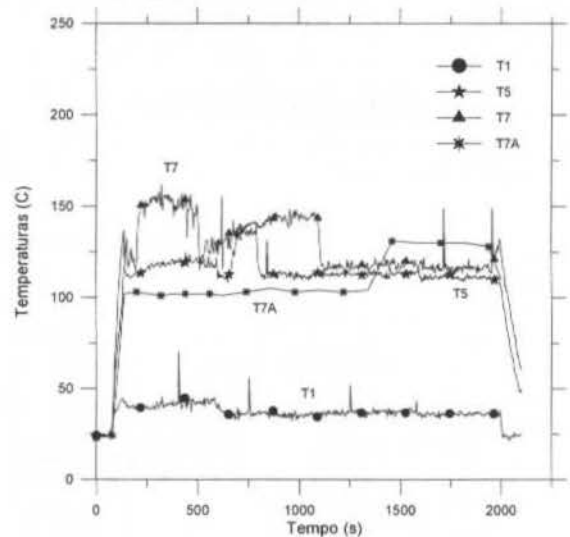


Fig. 9 - Temperaturas na Placa 2

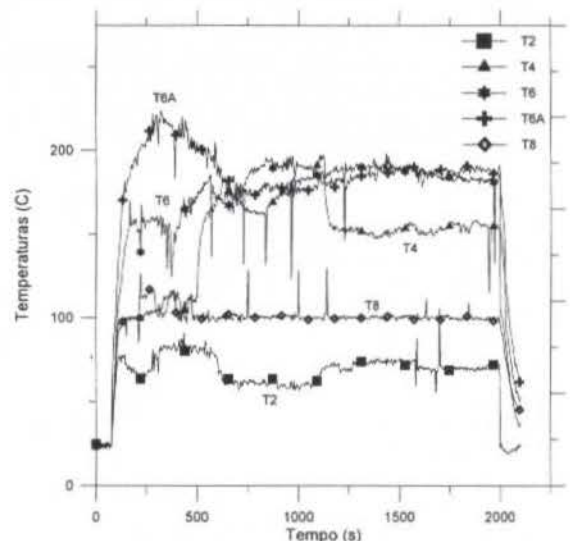


Fig. 10 - Temperaturas na Placa 3

MODELAGEM NUMÉRICA

Para analisar o que pode ocorrer nas placas em termos de temperaturas em função do tipo de escoamento observado Fig. (11), e ainda ajudar na compreensão da influência da diferença de materiais entre as placas de combustível que são de alumínio e ligas de alumínio urânio ou óxido de urânio e da seção de testes, modelou-se a seção transversal de uma placa da seção de testes pela equação de energia em duas dimensões conforme Eq. (1). Para resolver numericamente a equação por diferenças finitas foi elaborado um programa em FORTRAN 90.



Fig. 11 - Escoamento típico nas placas aquecidas.

Equação de Energia na Placa

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = q''' + k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (1)$$

onde ρ é a densidade em $[\text{kg}/\text{m}^3]$, c é o calor específico em $[\text{J}/\text{kg} \text{ } ^\circ\text{C}]$, q''' é a fonte volumétrica de calor em $[\text{W}/\text{m}^3]$ e k é a condutibilidade térmica em $[\text{W}/\text{m}^\circ\text{C}]$.

Foi utilizada a discretização mostrada na Fig. 12, com $ii=30$ e $jj=5$. Para calcular a transferência de calor entre os filetes de água e a placa considerou-se a correlação (Eq. 2) de Thom et al. (1965), e entre a placa e o ar foi adotado um valor constante igual a $7,5 \text{ W}/\text{m}^2\text{C}$.

$$T_w - T_{sat} = 22,65 \phi^{0,5} e^{-P_{abs}/87}, \quad (2)$$

onde ϕ é o fluxo de calor em $[\text{MW}/\text{m}^2]$, P_{abs} é a pressão absoluta em $[\text{Bar}]$ e T_w e T_{sat} são as temperaturas na superfície da placa e de saturação em $[\text{ } ^\circ\text{C}]$.

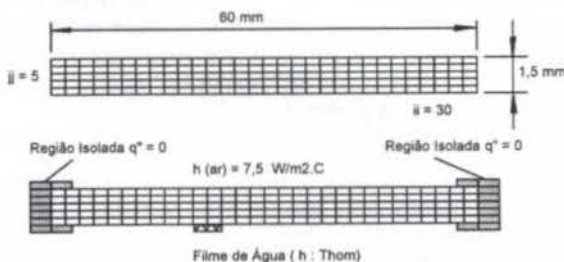


Fig. 12 - Discretização em 2-D da Placa Aquecida.

Verificou-se experimentalmente que nos canais centrais da seção de testes as vazões proporcionadas pelo sistema de aspersão foram sempre superiores a $45 \text{ cm}^3/\text{min}/\text{placa}$, quantidade de água mais do que suficiente para resfriar todo o comprimento aquecido da placa, mesmo na condição mais severa de fluxo de calor uniforme igual ao fluxo de pico de $1,133 \text{ W}/\text{cm}^2$. Nessa condição, cálculos indicaram que a máxima evaporação de água é de aproximadamente 30%, o que não afeta significativamente a largura e a espessura do(s) filete(s). Desta forma, pode-se considerar no modelo filete(s) com dimensões constantes sem risco de estar cometendo grandes erros.

A Fig. 13 mostra os resultados da análise de uma condição com um único filete de água com 4 mm de largura posicionado a 22 mm da borda de uma placa aquecida com uma potência de 600 W, equivalente a um fluxo de calor uniforme de $0,8 \text{ W}/\text{cm}^2$. Essa condição corresponde a um adicional de 76% com relação a média do núcleo em $t=300\text{s}$. Estão sobrepostos os resultados para a placa de Ni-Cr, cuja condutibilidade térmica é $12 \text{ W}/\text{m}^\circ\text{C}$, e os resultados para a placa de combustível cuja condutibilidade térmica é $144 \text{ W}/\text{m}^\circ\text{C}$. Para a placa de Ni-Cr pode-se observar temperaturas superiores a $250 \text{ } ^\circ\text{C}$, enquanto que a mesma condição aplicada a uma placa de combustível de Al/U resultaria em uma temperatura máxima por volta $160 \text{ } ^\circ\text{C}$. Nota-se, também na placa de Ni-Cr, que o termopar T7 estaria medindo uma temperatura igual a $150 \text{ } ^\circ\text{C}$, enquanto seu adjacente T7A acusaria $200 \text{ } ^\circ\text{C}$. Para a placa combustível nas mesmas condições são esperadas temperaturas de 120 e $140 \text{ } ^\circ\text{C}$ em T7 e T7A, respectivamente. Comportamento semelhante acontece com os termopares T6 e T6A. Os resultados da modelagem ilustram a influência da posição do filete e do material da placa nos gradientes de temperaturas, e ajudam na compreensão dos resultados do teste STAR52. A Fig. 13 mostra ainda que, se o ponto sensível do termopar estiver na mesma posição do filete, ele registrará temperaturas próximas a $100 \text{ } ^\circ\text{C}$. Isso deve ter ocorrido com os termopares T7A e T8 durante o teste, conforme mostram as Fig. 9 e 10.

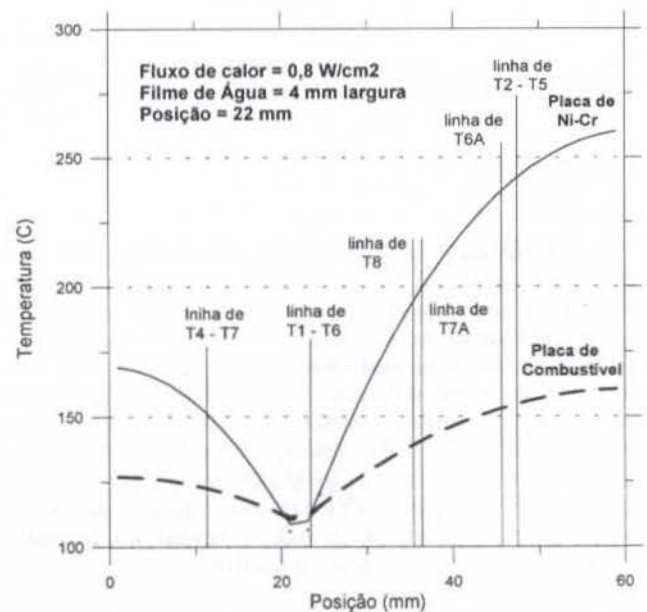


Fig. 13 - Distribuição de temperaturas para $\phi = 0,8 \text{ W}/\text{cm}^2$.

A Fig.14 mostra os resultados da análise de uma condição onde o objetivo foi verificar o efeito da multiplicidade de filetes na placa. As condições impostas à placa do modelo foram: fluxo de calor uniforme igual a $1,103 \text{ W/cm}^2$ e dois filetes com 2 mm de largura, posicionados em apenas um dos lados da placa a 27 e 51 mm da borda. Para essas condições foram obtidas temperaturas máximas aproximadas de 500°C para a placa de Ni-Cr e 150°C na placa combustível. Convém lembrar que essa condição de fluxo de calor corresponde a um acréscimo de 143% com relação a média no núcleo em $t=300\text{s}$. A Fig. 14 ilustra também as diferenças nas medidas dos termopares adjacentes. Na placa de NiCr, enquanto T7 estaria medindo 410°C , T7A mediria temperaturas próximas a 200°C . O mesmo comportamento é apresentado por T6 e T6A, porém com valores menores, já que estes estão mais próximos aos filetes.

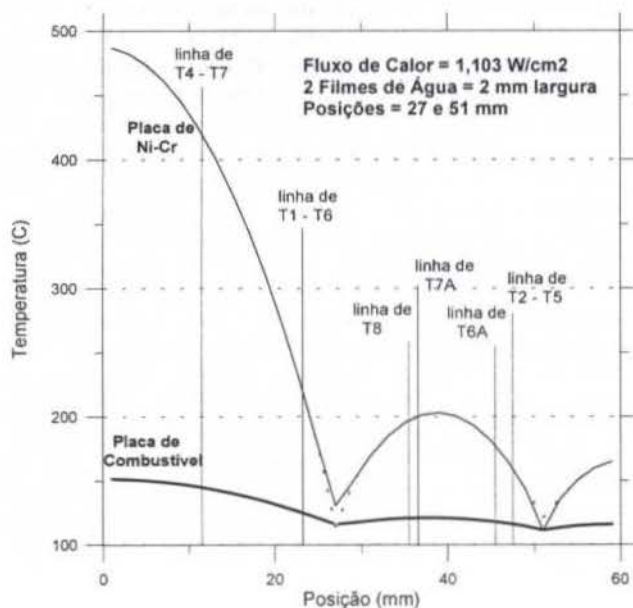


Fig. 14 - Distribuição de temperaturas para $\phi = 1,103 \text{ W/cm}^2$.

CONCLUSÕES

A principal conclusão retirada dos experimentos é que, mesmo para condições de fluxo de calor superestimadas e com material da placa aquecida diferente, o limite de temperatura estabelecido não foi atingido. O material da placa aquecida (liga de NiCr) possui baixa condutibilidade térmica e para que haja condução de calor são necessários elevados gradientes de temperatura, conforme mostram os resultados do modelo numérico. O material das placas combustíveis possui alta condutibilidade térmica quando comparado ao da placa aquecida, de forma que os gradientes de temperatura esperados devem ser bem menores. Isso mostra que a vazão de aspersão e a geometria definida para o distribuidor estão adequadas.

O escoamento da água nas placas ocorre na forma de pequenos filetes sem trajeto fixo. Esse tipo de escoamento é responsável pelo comportamento incomum das temperaturas, observado nos resultados.

REFERÊNCIAS

Croff, A.G. ORIGEN-2, 1980, "Isotope Generation and Depletion Code", ORNL-TM-7175, Oak Ridge National Laboratory

Flowler, T.B., Vondy, D.R. and Cunningham, G.W., 1971, "Nuclear Reactor Colors Analysis Code: CITATION", ORNL-TM-2496 Ver.2, Oak Ridge National Laboratory

Kerr, W., King, J.S., Martin, J.C. and Wehe, D.K., 1991, "The Nuclear Ford Reactor Demonstration Project goes the Evaluation and Analysis of Low Enrichment Fuel - Final Report", Argonne National Laboratory, Argonne, ANL/RERTR/TM-17

Maprelian, E., 1997, "Programas LOSS e TEMPLOCA para Análise de Acidentes de Perda de Refrigerante no Reator IEA-R1m" - Relatório Interno IPEN no. PSI.RAS.IPEN.004 - RELT.001.R00

Parkanski, D., 1992, "Sistema de Refrigeração por Rociado de um Reator Tipo Piscina", Proceedings of IV-CGEN - Congresso Geral de Energia Nuclear, Rio de Janeiro, vol.1

Thom, J.R.S., Walker, W.M., Fallon, T. A. and Reising, G.F.S., 1965, "Boiling in Subcooled Water during Flow Up Heated Tubes or Annuli", Proc. Inst. Mechanical Engineering 180-226

Torres, W.M., 1997, "Distribuição de Vazão para definição do Distribuidor do Sistema de Resfriamento de Emergência do Reator IEA-R1m" - Relatório Interno IPEN no. PSI.RES.IEAR1.002 - RELT.006.R00

Webster, C.C., 1967, "Water-loss Tests in Water-Cooled and -Moderated Research Reactors", Nuclear Safety, Vol.8, p590-596

ABSTRACT

This work presents the design of an experiment to study the cooling process, by a spray system, of electrically heated plates. The experiment and the test section simulate the conditions that could exist in fuel plates of IEA-R1m research reactor in the case of a loss of coolant accident with total core exposure. A simplified numerical model was developed for the temperature analysis of heated plates. The model solve the energy equation in a plate subjected to similar conditions of cooling provided by the spray system and permits the material influence analysis on temperature gradients.

MULTISCALE FLOW AND HEAT TRANSFER IN SWELLING POROUS MEDIA
M.A. Murad

 DMC/LNCC/CNPq, Rua Getulio Vargas 333, CP 95113, Petrópolis, Brazil
 DMAC/IPRJ/UERJ, 28601 Nova Friburgo, RJ, Brazil

J.H. Cushman

Center for Applied Math, Purdue University, 47907-1395, W. Lafayette, Indiana, USA

SUMMARY

A thermomechanical theory of swelling porous media composed of a solid matrix and adsorbed fluid is derived using a hybridization of the mixture-theoretic approach of Bowen (1976) and the Coleman and Noll method of exploitation of the entropy inequality. The microscale consists of macromolecular structures (clay platelets, polymers, shales, biological tissues, gels) in a solvent (adsorbed water), both of which are considered as distinct nonoverlapping continua. These continua are homogenized in the spirit of hybrid mixture theory (HMT), so that at the macroscale they may be thought of as two overlapping continua. The exploitation of the entropy inequality within the Coleman and Noll method yields constitutive results which capture the physics of swelling. A new form of Darcy's law governing the adsorbed water flow is derived. The model is applied to a bentonitic clay used for engineered barrier of nuclear waste repository.

INTRODUCTION

Due to the physico-chemical forces between phases, many porous media (macromolecular-solvent systems) can swell or shrink resulting in macroscopic behavior which may differ significantly from non-swelling media. Examples of such media include polymers, shales, clays and cartilages. It is crucial to understand the constitutive behavior of these materials for applications involving almost all aspects of life. Swelling polymers have numerous technological applications in drug delivery, contact lenses, semiconductor manufacturing and food stuffs. In oil and gas production swelling shales form 75% of drilled formations and have been responsible for 90% of wellbore instability problems. Clay soils covers 80% of the earth's crust and consequently they play a critical role in all aspects of nutrition on earth. All of these systems have in common a structure that can be loosely identified as a mixture of macromolecules (polymers, clay platelets) and solvent (water, organic fluid). The solvent is either adsorbed to the macromolecules or in bulk (i.e. free of any adsorptive force). The clusters of macromolecules and adsorbed solvent form fine particles which swell under imbibition and shrink under drainage. Although everything derived in this paper can be applied to a wide variety of swelling systems, for ease of exposition, we henceforth restrict our discussion to compacted clays.

The thermomechanical response of swelling clays has received great attention. Due to their low hydraulic conductivity, plasticity, swelling and adsorptive capacity for contaminants, clays have been used to inhibit the migration of contaminants to the environment. In the case of nuclear, heat-generating wastes, canisters of vitrified radioactive waste are buried in compacted clay. The clay acts as a geochemical filter to prevent the migration of radionuclides in groundwater.

Thermomechanical models for non-swelling porous media have been widely discussed in the literature (Bai & Abousleiman 1997). A major assumption underlying these models is that no other forces except those of direct contact (effective stresses and pore pressure) are present. Porous media characterized by the absence of physico-chemical interaction between the pore water and solid matrix, such as granular materials, are governed by the above theories. On the other hand, hydrophilic clays such as smectites (montmorillonites) with 2:1 lattice exhibit complex physico-chemical interaction and their constitutive behavior is significantly more complicated.

The nature of the physico-chemical forces remains controversial. In contrast to the effective stress, net attractive(A)-repulsive(R) forces between the clay par-

ticles do not depend upon direct contact. They have at least three components: the Van der Waals attraction, electrostatic (or osmotic) repulsion and surface hydration (a structural component). The electrostatic component arises from the electro negativity of natural smectites. The hydrophilic structure of the platelets manifest short range hydration forces between the minerals and water. In the case of clay and many other hydrophilic colloidal particles, hydration forces are believed to arise from the hydrophilic character of the mineral surfaces. For interstices smaller than 30Å, the structural hydration forces play a crucial role in swelling and diffuse double layer forces play a negligible role in swelling and are too weak to explain the anomalous behavior of the adsorbed water. (Israelachvili (1991)).

In this work we propose a thermomechanical model for swelling clays within the framework of the hybrid mixture theory, HMT (Hassanizadeh and Gray (1980)), which is a slight modification of the classical mixture theory of Bowen (1976). In this context, microscopic field equations are averaged so that the terms in Bowen's macroscopic field equations can be identified precisely with microscopic counterparts. After adopting a proper set of independent variables for a swelling medium and using the Coleman and Noll (1963) method of exploitation of the entropy inequality we derive constitutive equations describing the thermomechanical properties of a two-phase system composed of adsorbed water and clay platelets. Within the framework of the HMT, our goal is to provide a natural thermodynamical definition for physico-chemical forces within the clay particles. This is accomplished by adopting a proper theory of constitution which includes appropriate internal variables needed to capture the swelling character of the system. In particular, the approach developed herein provides a thermodynamical basis for the role hydration forces play on the macroscopic constitutive behavior of a swelling clay soil. By treating the adsorbed water as a phase different from the clay minerals we get a novel form of Darcy's law, which governs the averaged adsorbed water flow. This form involves an additional interaction potential gradient accounting for the adsorptive character of the clay platelets. The thermomechanical model is applied to a clay-based engineered barrier for encapsulating a heat generating container involving highly compacted bentonitic clays. The governing equations are discretized by the finite element method and numerical results are presented showing the influence of physicochemical effect on the performance of the clay buffer.

In this section we present the constitutive assumptions and constitutive theory for a two-phase system composed of clay-platelets and adsorbed water (clay particles). The average balance laws can be found in Hasanizadeh and Gray (1980). The clay systems we have in mind are smectite swelling clays such as montmorillonite. This system may swell under hydration and shrink under desiccation. Consider the clay particles as a mixture of two phases (the solid clay platelets and liquid adsorbed water) viewed as coexisting continua, which undergo independent motions $\mathbf{x} = \mathbf{x}_\alpha(\mathbf{X}_\alpha, t)$, $\alpha = l, s$ with respect to each reference configuration (here \mathbf{x} denotes the spatial position of the particle in the α -phase at time t with respect to a reference position \mathbf{X}_α). Let the subscript $\alpha = l, s$ denote the adsorbed liquid and solid phase respectively. Further denote \mathbf{v}_α and $\mathbf{v}_{l,s}$ be the velocity of phase α and velocity of the adsorbed water relative to the solid phase respectively. Further let D_α/Dt denote the material time derivative following the α -phase satisfying

$$\frac{D_\alpha}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_\alpha \cdot \nabla \quad \frac{D_l}{Dt} = \frac{D_s}{Dt} + \mathbf{v}_{l,s} \cdot \nabla \quad \alpha = l, s \quad (1)$$

Assume that the macroscopic fluid is non-viscous and also the validity of the principle of local thermal equilibrium between adsorbed water and clay minerals so that a common temperature is locally assigned to both phases. The behavior of the system is dictated by the following independent variables (Murad et al. (1995):

$$T, \nabla T, \rho_l, \rho_s, \mathbf{E}_s, \phi_l, \nabla \phi_l, \mathbf{v}_{l,s} \quad (2)$$

where T is the temperature, ρ_l and ρ_s are the averaged densities of the adsorbed water and clay minerals, ϕ_l the volume fraction, and \mathbf{E}_s is the averaged strain tensor of the solid phase given by $2\mathbf{E}_s = \mathbf{F}_s^T \mathbf{F}_s - \mathbf{I}$ with \mathbf{F}_s denoting the deformation gradient. The novelty in the above set of independent variables is the inclusion of ϕ_l and $\nabla \phi_l$ which allows for the medium to swell at the averaged scale (see Murad and Cushman (1996) Murad et. al. (1995)).

It is usually postulated that the Helmholtz free energies of the phases A_α depend only on a subset of the set of independent variables. For the system under consideration we postulate the following dependence of the Helmholtz free energies

$$A_s = A_s(T, \rho_s, \mathbf{E}_s) \quad (3)$$

$$A_l = A_l(T, \rho_l, \phi_l) \quad (4)$$

Note that A_l depends on ϕ_l in (4). This dependence is motivated by the experimental observations of Low (1987) relating the behavior of the adsorbed water to the platelet separation.

Let \mathbf{d}_α , \mathbf{t}_α and η_α ($\alpha = l, s$) denote, respectively the symmetric part of the gradient of velocity, averaged stress tensor and entropy of the α -phase. To obtain a constitutive theory for the swelling clay particles we exploit the entropy inequality (Murad et al. (1995))

$$T\Lambda = \sum_{\alpha=l,s} -\phi_\alpha \rho_\alpha \left(\frac{D_\alpha A_\alpha}{Dt} + \eta_\alpha \frac{D_\alpha T}{Dt} \right) + \phi_\alpha \text{tr}(\mathbf{t}_\alpha \mathbf{d}_\alpha) - \mathbf{v}_{l,s} \cdot \hat{\mathbf{T}}_l \geq 0$$

where Λ is the rate of net entropy production and $\hat{\mathbf{T}}_l$ represents the net gain of momentum of the adsorbed water from the solid phase arising in the momentum equation,

$$\phi_\alpha \rho_\alpha \frac{D_\alpha \mathbf{v}_\alpha}{Dt} - \text{div}(\phi_\alpha \mathbf{t}_\alpha) = \hat{\mathbf{T}}_\alpha \quad (\alpha = l, s) \quad (5)$$

where gravity effects have been neglected. To exploit the restrictions placed by the entropy inequality on the constitutive theory we apply the Coleman and Noll (1963) method. Within this framework the total derivatives of the free energies are rewritten in terms of partial derivatives using the chain rule and the functional forms postulated in (3)-(4). Denoting the volume fraction of the solid phase by $\phi_s = 1 - \phi_l$ and the thermodynamic pressure of the α -phase by

$$p_\alpha = \rho_\alpha^2 \frac{\partial A_\alpha}{\partial \rho_\alpha}, \quad \alpha = l, s \quad (6)$$

and using the relation $D_s \mathbf{E}_s / Dt = \mathbf{F}_s^T \mathbf{d}_s \mathbf{F}_s$ (Eringen (1967)), the entropy inequality can be rewritten as (see Murad et al. (1995))

$$\begin{aligned} T\Lambda &= \sum_{\alpha=l,s} -\phi_\alpha \rho_\alpha \left(\frac{\partial A_\alpha}{\partial T} + \eta_\alpha \right) \frac{D_s T}{Dt} \\ &+ \phi_l \text{tr}((\mathbf{t}_l + p_l \mathbf{I}) \mathbf{d}_l) \\ &+ \phi_s \text{tr}((\mathbf{t}_s + p_s \mathbf{I} - \mathbf{t}_s^e) \mathbf{d}_s) \\ &- \mathbf{v}_{l,s} \cdot (\phi_l p_s \nabla \phi_l - p_l \nabla \phi_l + \hat{\mathbf{T}}_l) \\ &- \frac{D_s \phi_l}{Dt} (\phi_l p_s - p_l + p_s) \\ &- \frac{1}{T} \nabla T \cdot \left(\sum_{\alpha=l,s} \phi_\alpha \mathbf{h}_\alpha \right) \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

where

$$\mathbf{t}_s^e = \rho_s \mathbf{F}_s \frac{\partial A_s}{\partial \mathbf{E}_s} \mathbf{F}_s^T, \quad p_s = \rho_l \frac{\partial A_l}{\partial \phi_l} \quad (7)$$

denote respectively the effective stress tensor and the hydration pressure (Murad and Cushman (1997)). As we shall see next the difference between granular and swelling media is the physico-chemical stress component \mathbf{t}_s^e (or p_s) which arises because we postulated that A_l depends on ϕ_l . Recall that the definition of vicinal or adsorbed water is water whose properties vary with the distance from the solid phase. In an well ordered clay particle, where the solid phase is composed of flat parallel platelets the adsorption of additional water causes the platelets to move further apart, changing the interlayer separation and consequently the properties of the vicinal fluid (density, viscosity, etc., Low (1976)). This change is represented by the additional dependence $A_l = A_l(\cdot, \phi_l)$.

We now linearize the entropy inequality about equilibrium to derive near equilibrium results. We choose to linearize only about the one variable which gives a positive quadratic form in the entropy inequality. So for example, if z is a variable of the set $\{\mathbf{v}_{l,s}, D_s \phi_l / Dt, \nabla T\}$ which vanishes at equilibrium and f is the coefficient of z within the entropy inequality, the linearization procedure gives an approximation for the near-equilibrium value of f as, $f_{\text{neq}} \approx f_{\text{eq}} + Cz$, where C is the linearization constant. In addition, Λ is a linear function of the rates of change $\{D_s T / Dt, \mathbf{d}_l$ and $\mathbf{d}_s\}$ which are neither dependent (constitutive) nor independent. Hence to satisfy the entropy inequality for all possible processes, the coefficients of these variables must be identically zero.

In applying the above procedure, the entropy inequality yields the following relations

$$\sum_{\alpha=l,s} \varepsilon_\alpha \rho_\alpha \left(\frac{\partial A_\alpha}{\partial T} + \eta_\alpha \right) = 0 \quad (8)$$

$$t_l = -p_l I \quad (9)$$

$$t_s = -p_s I + (\phi_s^{-1}) t_s^e \quad (10)$$

$$\phi_l p_* \nabla \phi_l - p_l \nabla \phi_l + \hat{T}_l = -R_l v_{l,s} \quad (11)$$

$$p_l - p_s = \phi_l p_* + \mu_* \frac{D_s \phi_l}{Dt} \quad (12)$$

$$\sum_{\alpha=l,s} \phi_\alpha h_\alpha = -K^T \nabla T \quad (13)$$

where R_l, K^T and μ_* are material coefficients arising from the linearization procedure.

Stress Analysis

To obtain a physical interpretation for the constitutive equation (10) for the solid phase stress tensor, we follow Murad and Cushman (1996) and introduce the total particle stress tensor t and the particle thermodynamic pressure p

$$t = \phi_s t_s + \phi_l t_l, \quad p = \phi_l p_l + \phi_s p_s \quad (14)$$

If we multiply (9) and (10) by ϕ_l and ϕ_s respectively and add them we obtain after using (14)

$$t = -pI + t_s^e + t_s^l, \quad t_s^l = \phi_l \phi_s p_* I \quad (15)$$

In the above result, t_s^e denotes the effective stress tensor which measures stresses induced by mineral to mineral contact and primarily controls the deformation of non-swelling systems. The additional term, t_s^l , is the stress due to the change in the free energy of the adsorbed fluid with volume fraction. This additional term accounts for the solid-fluid physico-chemical interactions and is viewed as a stress structural component arising from surface hydration. Whence, as in Murad and Cushman (1996), we henceforth call t_s^l and p_* the *hydration stress tensor* and *hydration pressure* respectively.

Modified Darcy's Law for the Adsorbed Water

Defining the permeability tensor of the clay particles as $K_l = \phi_l^2 R_l^{-1}$ then eliminating \hat{T}_l in (11) using the momentum equation (5), using (9) and neglecting inertial effects gives

$$\phi_l v_{l,s} = -K_l (\nabla p_l + p_* \nabla \phi_l), \quad (16)$$

Equation (16) is a modified form of Darcy's law for the adsorbed water flow. The first term on the r.h.s. of (16) is the driving force for the traditional Darcy's law. The last term shows that due to the hydrophilic attraction between the adsorbed water and the minerals, the adsorbed fluid tends to flow from regions of high volume fraction to regions of low volume fraction.

Equation (12) tells us that near equilibrium, the thermodynamic pressure of the adsorbed fluid and solid phases are not necessarily equal. The coefficient μ_* may be thought of as a relaxation factor which among other effects, accounts for the re-ordering of the adsorbed water, i.e. the redistribution of the fluid molecules over the interlamellar spaces. Moreover, from (14) and (12), the near equilibrium form of (15) is given by

$$\begin{aligned} t - t_s^e - p_* \phi_l \phi_s I &= -pI = (-p_l + \phi_s(p_l - p_s))I \\ &= \left(-p_l + \mu_* \phi_s \frac{D_s \phi_l}{Dt} \right) I \end{aligned}$$

Energy Balance for Swelling Systems

Since we have assumed that the clay minerals and adsorbed water are at local thermal equilibrium ($T_s = T_l = T$) there is no need to consider individual energy balances and Fourier's law for each phase. Equation (13) is the classical Fourier's law of heat conduction for the overall heat flux. The energy balance for the mixture as a whole can be derived by summing up the energy balances for the individual phases. In terms of the Helmholtz free energies, A_α , the overall energy balance can be expressed as (see Hassanizadeh and Gray (1980))

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha=l,s} \phi_\alpha \rho_\alpha \frac{D_\alpha A_\alpha}{Dt} + \phi_\alpha \rho_\alpha \eta_\alpha \frac{D_\alpha T}{Dt} + \phi_\alpha \rho_\alpha T \frac{D_\alpha \eta_\alpha}{Dt} \\ = \phi_\alpha t_\alpha : d_\alpha - \text{div}(\phi_\alpha h_\alpha) + \hat{Q}_\alpha = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

where $A : B = \text{tr}(AB^T)$ denotes the classical inner product between tensors, d_α is the symmetric part of ∇v_α , h_α is the heat flux, and \hat{Q}_α is the net exchange of energy between phases. Conservation of momentum and energy for the mixture as a whole requires

$$\sum_{\alpha=l,s} \hat{T}_\alpha = 0, \quad \sum_{\alpha=l,s} \hat{Q}_\alpha = - \sum_{\alpha=l,s} \hat{T}_\alpha \cdot v_\alpha = -\hat{T}_l \cdot v_{l,s} \quad (18)$$

Recalling our assumptions $A_l = A_l(T, \rho_l, \phi_l)$ and $A_s = A_s(T, \rho_s, E_s)$, using (8), (7) and (6), by the chain rule, the expansions for $D_l A_l / Dt$ and $D_s A_s / Dt$ are

$$\phi_l \rho_l \frac{D_l A_l}{Dt} + \phi_l \rho_l \eta_l \frac{D_l T}{Dt} = \frac{\phi_l p_l}{\rho_l} \frac{D_l \rho_l}{Dt} + \phi_l p_* \frac{D_l \phi_l}{Dt} \quad (19)$$

$$\phi_s \rho_s \frac{D_s A_s}{Dt} + \phi_s \rho_s \eta_s \frac{D_s T}{Dt} - t_s^e : d_s = 0 \quad (20)$$

where the solid was assumed incompressible and the relation $D_s E_s / Dt = \mathbf{F}_s^T d_s \mathbf{F}_s$ (Eringen (1967)) was used. Since ρ_s is constant, by adding the mass balances $(\phi_l / \rho_l) D_l \rho_l / Dt + D_l \phi_l / Dt + \phi_l \text{div} v_l = 0$ and $D_s \phi_s / Dt + \phi_s \text{div} v_s = 0$ yields

$$\begin{aligned} \frac{\phi_l}{\rho_l} \frac{D_l \rho_l}{Dt} &= - \sum_{\alpha=l,s} \left(\phi_\alpha \text{div} v_\alpha + \frac{D_\alpha \phi_\alpha}{Dt} \right) \\ &= - \sum_{\alpha=l,s} \phi_\alpha \text{div} v_\alpha - v_{l,s} \cdot \nabla \phi_l \end{aligned}$$

where the relation (1) and the constraint $\phi_l + \phi_s = 1$ have been used. By adding (19) to (20), using the above result, and (1) we obtain

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha=l,s} \phi_\alpha \rho_\alpha \frac{D_\alpha A_\alpha}{Dt} + \sum_{\alpha=l,s} \phi_\alpha \rho_\alpha \eta_\alpha \frac{D_\alpha T}{Dt} - t_s^e : d_s \\ = \phi_l p_* \frac{D_l \phi_l}{Dt} + \frac{\phi_l p_l}{\rho_l} \frac{D_l \rho_l}{Dt} = \phi_l p_* \frac{D_s \phi_l}{Dt} \\ - p_l \sum_{\alpha=l,s} \phi_\alpha \text{div} v_\alpha + (\phi_l p_* - p_l) v_{l,s} \cdot \nabla \phi_l \end{aligned}$$

Together with the constitutive equations (9) and (12) for the stress tensors and the mass balance for the incompressible solid $D_s \phi_l / Dt = \phi_s \text{div} v_s = \phi_s I : d_s$ this gives, after further manipulations

$$\sum_{\alpha=l,s} \phi_{\alpha} \rho_{\alpha} \frac{D_{\alpha} A_{\alpha}}{Dt} + \sum_{\alpha=l,s} \phi_{\alpha} \rho_{\alpha} \eta_{\alpha} \frac{D_{\alpha} T}{Dt}$$

$$= (\phi_l p_* - p_l) \mathbf{v}_{l,s} \cdot \nabla \phi_l + (p_s - p_l) \frac{D_s \phi_l}{Dt}$$

$$+ \sum_{\alpha=l,s} \phi_{\alpha} t_{\alpha} : \mathbf{d}_{\alpha}$$

Using the above expression and (18) in the energy balance (17) gives

$$\sum_{\alpha=l,s} \phi_{\alpha} \rho_{\alpha} T \frac{D_{\alpha} \eta_{\alpha}}{Dt} + \text{div}(\phi_{\alpha} \mathbf{h}_{\alpha}) = \Phi$$

where Φ denotes the intrinsic dissipation function

$$\Phi \equiv (p_l - p_s) \frac{D_s \phi_l}{Dt} - (\hat{T}_l + (\phi_l p_* - p_l) \nabla \phi_l) \cdot \mathbf{v}_{l,s}$$

The above result shows that the dissipation function has two contributions due to the Darcy velocity $\mathbf{v}_{l,s}$ and due to the non-equality between p_l and p_s at near-equilibrium.

LINEARIZED GOVERNING EQUATIONS

The infinitesimal thermomechanical model for the clay particles is obtained following the standard linearization procedure (Eringen (1967)). Consider that particles are initially in a homogeneous, equilibrium and isotropic state and assume small deformations and small deviations from their reference values. Expand A_{α} ($\alpha = l, s$) in a Taylor series about equilibrium and retain quadratic terms in A_{α} and linear terms in the set of governing equations. At the initial equilibrium state denote $T = \bar{T}$, $\rho_l = \bar{\rho}_l$, $\mathbf{E}_s = \mathbf{0}$, $\phi_l = \bar{\phi}_l$ and $\phi_s = \bar{\phi}_s$ ($\bar{\phi}_s = 1 - \bar{\phi}_l$) and also denote $\{\bar{A}_{\alpha}, \bar{\eta}_{\alpha}, \bar{p}_l\}$ the values of $\{A_{\alpha}, \eta_{\alpha}, p_l\}$ in the reference state. Let $\{\bar{p}_*, \bar{K}_l, \bar{K}^T, \bar{\mu}_*\}$ be the values of $\{p_*, K_l, K^T, \mu_*\}$ at the reference configuration. Further let the infinitesimal strain tensor be given as $\mathbf{E}_s = \nabla^s \mathbf{u}_s$, where $\nabla^s \mathbf{u}_s = 1/2(\nabla \mathbf{u}_s + \nabla \mathbf{u}_s^T)$, with \mathbf{u}_s denoting the displacement of the solid phase. Let $\{\mu_s, \lambda_s\}$ denote the pair of Lamé coefficients of the platelet matrix and let α_{α} and C_{α} denote the coefficients of thermal expansion and the constant volume specific heat of the α -phase defined as follows

$$C_l \equiv \bar{T} \left. \frac{\partial \eta_l}{\partial \theta_T} \right|_{\rho_l, \phi_l}, \quad C_s \equiv \bar{T} \left. \frac{\partial \eta_s}{\partial \theta_T} \right|_{E_s}$$

$$\alpha_{l,s} \equiv \left. \frac{\partial \text{tr} \mathbf{E}_s}{\partial \theta_T} \right|_{\text{tr} \mathbf{t}_s^i}, \quad \alpha_l \equiv - \left. \frac{1}{\bar{\rho}_l} \frac{\partial \rho_l}{\partial \theta_T} \right|_{\rho_l, \phi_l}$$

where $\theta_T \equiv T - \bar{T}$. Additionally let K_0 denote the bulk modulus for hydration stresses, defined as the coefficient of proportionality between p_* and ϕ_l and also introduce the physico-chemical coefficient of thermal expansion $\alpha_{l,s}$ in the sense of Campanella and Mitchell (1968) to account for changes in volume resulting from a temperature induced change in physico-chemical forces. Within the current framework, these new physico-chemical coefficients are defined as

$$\alpha_{l,s} \equiv \left. \frac{\partial \phi_l}{\partial \theta_T} \right|_{\rho_l, p_*}, \quad K_0 = \bar{\phi}_l \left. \frac{\partial p_*}{\partial \phi_l} \right|_{\rho_l, \theta_T}$$

Assume that induced changes in ρ_l , due to p_l and p_* are small compared to those induced by changes in θ_T . The linearized version of $\rho_l = \rho_l(\theta_T)$ is

$$\rho_l - \bar{\rho}_l = -\bar{\rho}_l \alpha_l \theta_T. \quad (21)$$

Postulate now the quadratic expansions

$$\rho_s \phi_s A_s = \rho_s \bar{\phi}_s \bar{A}_s - \rho_s \bar{\phi}_s \bar{\eta}_s \theta_T + \frac{\lambda_s}{2} (\text{tr} \mathbf{E}_s)^2 + \mu_s \text{tr} \mathbf{E}_s^2$$

$$- (3\lambda_s + 2\mu_s) \alpha_s \text{tr} \mathbf{E}_s \theta_T - \frac{\rho_s C_s \bar{\phi}_s}{2\bar{T}} \theta_T^2$$

$$\rho_l A_l = \bar{\rho}_l \bar{A}_l - \bar{\rho}_l \bar{\eta}_l \theta_T + \bar{p}_* (\phi_l - \bar{\phi}_l) + \frac{K_0}{2\bar{\phi}_l} (\phi_l - \bar{\phi}_l)^2$$

$$- \frac{K_0 \alpha_{l,s}}{\bar{\phi}_l} (\phi_l - \bar{\phi}_l) \theta_T - \frac{\bar{\rho}_l C_l}{2\bar{T}} \theta_T^2$$

Together with (7) this gives

$$\mathbf{t}_s^e = (\lambda_s \text{tr} \mathbf{E}_s - K_s \alpha_s \theta_T) \mathbf{I} + 2\mu_s \mathbf{E}_s \quad (22)$$

$$p_* = \bar{p}_* + \frac{K_0}{\bar{\phi}_l} (\phi_l - \bar{\phi}_l) - \frac{\alpha_{l,s} K_0}{\bar{\phi}_l} \theta_T. \quad (23)$$

where $K_s \equiv 3\lambda_s + 2\mu_s$ is the solid matrix bulk modulus. The above expansions together with (8), gives the linearized entropy relations

$$\eta_s = \bar{\eta}_s + \frac{C_s}{\bar{T}} \theta_T + \frac{K_s \alpha_s}{\bar{\rho}_s \bar{\phi}_s} \text{tr} \mathbf{E}_s \quad (24)$$

$$\eta_l = \bar{\eta}_l + \frac{C_l}{\bar{T}} \theta_T + \frac{K_0 \alpha_{l,s}}{\bar{\rho}_l \bar{\phi}_l} (\phi_l - \bar{\phi}_l) \quad (25)$$

Eq (22) is the classical linear thermoelastic constitutive equation for the effective stresses. Defining $K'_{ls} \equiv \bar{\phi}_s K_0 + \bar{p}_* \bar{\phi}_s (\bar{\phi}_s - \bar{\phi}_l)$ and $\alpha'_{ls} \equiv \bar{\phi}_s \alpha_{l,s} K_0 / K'_{ls}$, by linearizing $\mathbf{t}_s^i = \phi_s \phi_l p_* \mathbf{I}$ we have from (23)

$$\mathbf{t}_s^i = p_* \phi_l \phi_s \mathbf{I} = \left(\bar{p}_* \bar{\phi}_l \bar{\phi}_s + \frac{K'_{ls}}{\bar{\phi}_s} (\phi_l - \bar{\phi}_l) - \alpha'_{ls} K'_{ls} \theta_T \right) \mathbf{I}, \quad (26)$$

Let $\mathbf{h}_T = \sum_{\alpha=l,s} \phi_{\alpha} \mathbf{h}_{\alpha}$ be the overall heat flux. Neglecting convective effects, using relations (24) and (25) in the linearized energy equation (17) gives,

$$\text{div} \mathbf{h}_T - \Phi = -\bar{T} \sum_{\alpha=l,s} \bar{\phi}_{\alpha} \bar{\rho}_{\alpha} \frac{\partial \eta_{\alpha}}{\partial t} = -\bar{\rho} C_T \frac{\partial \theta_T}{\partial t}$$

$$- \alpha_{l,s} \bar{T} K_0 \frac{\partial \phi_l}{\partial t} - \bar{T} K_s \alpha_s \text{div} \frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial t}$$

where $\bar{\rho} C_T \equiv \rho_s \bar{\phi}_s C_s + \bar{\rho}_l \bar{\phi}_l C_l$, $\bar{\rho} \equiv \rho_s + \bar{\rho}_l$.

The above result consists of a generalized linearized energy balance for swelling systems. The last two terms in the r.h.s. measure, respectively, the mechanical work of hydration and effective stresses.

Linearized Thermoelastoc Model

Let $\mathbf{q}_l \equiv \phi_l \mathbf{v}_{l,s}$ be the Darcean velocity. In the absence of inertial and convective effects, our linearized governing equations are

Mass of the Solid Phase

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial t} - \bar{\phi}_s \operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial t} = 0.$$

Total Mass

$$-\alpha_l \bar{\phi}_l \frac{\partial \theta_T}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{q}_l + \operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial t} = 0.$$

Total Momentum

$$\operatorname{div} \mathbf{t} = 0.$$

Constitutive Relation for the Total Stress Tensor

$$\mathbf{t} = -p_l \mathbf{I} + \mathbf{t}_s^e + \left(\phi_l \phi_s p_* + \bar{\phi}_s \bar{\mu}_* \frac{\partial \phi_l}{\partial t} \right) \mathbf{I} \quad (27)$$

Effective Stress Constitutive Relation

$$\mathbf{t}_s^e = (\lambda_s \operatorname{div} \mathbf{u}_s - \alpha_s K_s \theta_T) \mathbf{I} + 2\mu_s \nabla^s \mathbf{u}_s$$

Hydration Stress Constitutive Relation

$$\phi_l \phi_s p_* = \bar{p}_* \bar{\phi}_l \bar{\phi}_s + \frac{K'_{ls}}{\bar{\phi}_s} (\phi_l - \bar{\phi}_l) - \alpha'_{ls} K'_{ls} \theta_T \mathbf{I}$$

Darcy's Law for the Adsorbed Water

$$\mathbf{q}_l = -\bar{K}_l (\nabla p_l + \bar{p}_* \nabla \phi_l). \quad (28)$$

Energy Equation for the Mixture

$$\operatorname{div} \mathbf{h}_T + \bar{\rho} C_T \frac{\partial \theta_T}{\partial t} = -\bar{T} \alpha_* \operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial t} + \Phi \quad (29)$$

Fourier's Law of Heat Conduction

$$\mathbf{h}_T = -\bar{K}^T \nabla \theta_T$$

where $\alpha_* = \alpha_s K_s + \alpha_{ls} \bar{\phi}_s K_0 = \alpha_s K_s + \alpha'_{ls} K'_{ls}$. If the adsorbed water is assumed incompressible ($\alpha_l \rightarrow 0$), and denoting $\lambda_s^* \equiv \lambda_s + \bar{\phi}_s (\bar{f} + \bar{p}_*)$, $\mu^* = \bar{\phi}_s \bar{\mu}_*$ and $\alpha^* = \alpha_s K_s + \alpha_{ls} \bar{\phi}_s \gamma$, then in terms of $\{\mathbf{u}_s, p_l, \theta\}$ the above governing equations can be rewritten as

$$\begin{aligned} \mu_s \Delta \mathbf{u}_s + (\lambda_s^* + \mu_s) \nabla \operatorname{div} \mathbf{u}_s - \nabla p_l + \\ + \mu^* \nabla \operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial t} - \alpha^* \nabla \theta = 0 \\ \operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial t} - \bar{K}_l (\Delta p_l - \bar{\phi}_s \bar{p}_* \Delta \operatorname{div} \mathbf{u}_s) = 0 \\ \bar{K}_T \Delta \theta = \bar{\rho} C \frac{\partial \theta}{\partial t} + \bar{T} \alpha_* \frac{\partial \operatorname{div} \mathbf{u}_s}{\partial t} \end{aligned}$$

The above system of equations govern the hydration swelling of a porous media composed by an elastic matrix and adsorbed fluid. A remarkable consequence of the above governing equations is the reproduction of the classical linear model of thermo-poroelasticity upon neglect of the physico-chemical coefficients $\{\bar{p}_*, \bar{\mu}_*, \alpha_{l,s}, \bar{f}\}$.

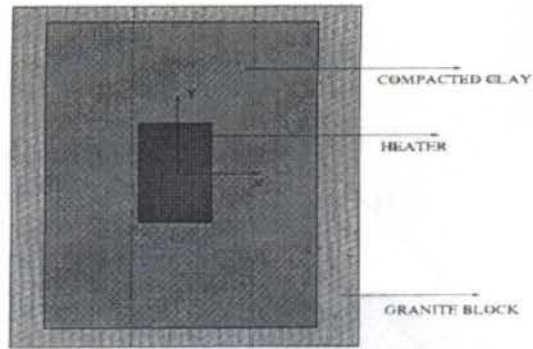


Fig. 1: Decreasing heat source buried in a compacted clay

NUMERICAL RESULTS

The above model is discretized by the finite element method and numerical simulations of a highly compacted swelling clay used for engineered barrier of nuclear waste repository (fig. 1) are performed assuming a monomodal character for the bentonite, i.e. composed of clay minerals and adsorbed water.

The subsequent figures depict the influence of physico-chemical effects in terms of the the difference between total pressure $P = -(1/3)\operatorname{tr} \mathbf{t}$ and fluid pressure p_l . This excess is denoted by E . Taking the trace in (27) we have

$$E \equiv -\frac{1}{3} \operatorname{tr} \mathbf{t} - p_l = P - p_l = P_s^e + \phi_l \phi_s p_* + \bar{\phi}_s \bar{\mu}_* \frac{\partial \phi_l}{\partial t} \quad (30)$$

where $P_s^e \equiv -(1/3)\operatorname{tr} \mathbf{t}_s^e$ is the effective pressure. Fig. 2 shows the plot of E when hydration stresses are present ($p_* = 1$), whereas fig. 3 shows the same plot for a non-swelling medium, ($p_* = \mu_* = 0$). We may note from (30) that for a non-swelling medium, the excess E is nothing but the effective pressure. For positive p_* and μ_* , the quantity E incorporates both effective and physico-chemical contributions. Fig. 4 depicts the difference $E - P_s^e$.

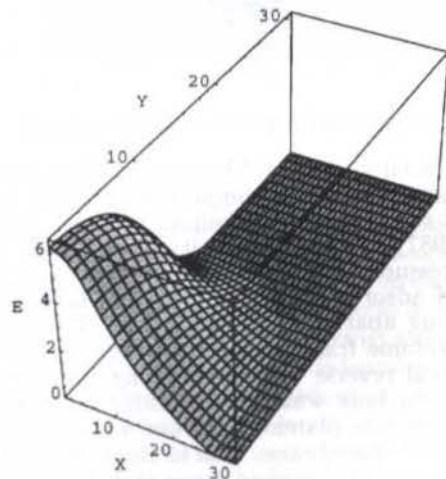


Fig 2: Effective pressure elevation including the physicochemical contribution

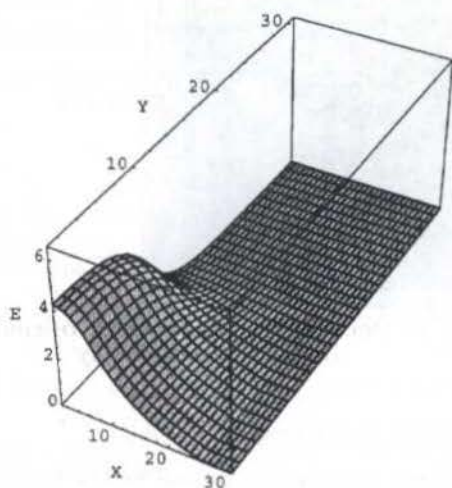


Fig 3: Effective pressure for a non-swelling medium ($p_* = \mu_* = 0$)

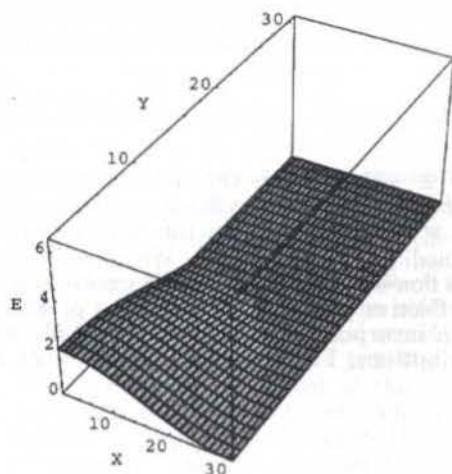


Fig 4: Physicochemical contribution $E - P_s^c$

It has been shown by Murad and Cushman (1997) that the physicochemical component depicted in fig. 4 is somewhat related to the swelling pressure. According to Low (1987) this latter quantity is viewed as the overburden pressure excess that can be applied to a saturated mixture of adsorbed water and clay to keep the layers from moving apart. The dependence of this quantity with the volume fraction was measured by Low (1987) in a classical reverse osmosis swelling pressure experiment wherein bulk water is separated from a well ordered parallel clay platelet-adsorbed water mixture by a semipermeable membrane. Due to the hydrophilic interaction between the adsorbed water and the clay minerals the clay tends to swell as water penetrates the region between its superimposed layers and forces them apart. In this experiment an overburden pressure P is applied normally to the clay-water mixture and the average interlayer separation, h , of the platelets is measured. We may observe from the numerical simulations, that the magnitude of physicochemical effects is larger close to the heat source, which means that that hydrations swelling effects and water uptake are greater close to the source.

CONCLUSIONS

A thermomechanical model for a two-phase swelling porous medium is proposed using a hybridization of the mixture-theoretic approach of Bowen (1976). In the proposed formulation hydration effects are manifested in additional terms in the governing equations, in particular: (1) In a modified effective stress principle for swelling porous media which incorporates the hydration stress tensor t_s^i . (2) In the energy balance where physico-chemical effects are manifested through an additional term accounting for the mechanical work of hydration stresses. (3) In the appearance of an additional physico-chemical coefficient of thermal expansion of the platelet matrix α_{1g} . (4) In a modified form of Darcy's law governing the vicinal water flow which involves an additional volume fraction gradient accounting for the hydrophilicity between adsorbed water and the clay minerals. (5) In the appearance of a retardation viscosity coefficient (μ_*) as a natural consequence of relaxation behavior. Numerical simulations were performed showing the influence of physico-chemical forces on the performance of a clay buffer.

REFERENCES

- Bai, M. & Abousleiman, 1997. Thermoporoelastic Coupling with Application to Consolidation *Int. J. Num. Anal. Methods Geomech*, 21, pp 121-132.
- Bowen, R., 1976. Theory of mixtures", *Continuum Physics*", editor, A. C. Eringen, Academic Press.
- Campanella, R., & J.K. Mitchell, 1968. Influence of temperature variations on soil behavior *J. Soil Mech. and Found. Div. (ASCE)*, 94(SM3), pp 709-734.
- Coleman, B. D. & W. Noll, 1963 The thermodynamics of elastic materials with heat conduction and viscosity *Arch. Rat. Mech. Anal*, 13, pp 167-178.
- Eringen, A. C., 1967. *Mechanics of Continua*, John Wiley and Sons.
- Hassanizadeh, S. M. and W. G. Gray, 1980 General conservation equations for multiphase systems: 3. *Adv. Water Resour.*, 3, pp 25-40
- Israelachvili, J., (1991) *Intermolecular and Surface Forces*, Academic Press, New York
- Low, P. F., 1976 Viscosity of interlayer water in montmorillonites *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol 40, pp 500-505.
- Low, P. F., 1987 Structural component of the swelling pressure of clays, *Langmuir*, Vol 3, pp 18-25.
- Murad M.A. L.S. Bennethum & Cushman, J.H. 1995. A Multiscale theory of swelling porous media: I. *Transport in Porous Media*, Vol 19:1, pp 93-122
- Murad M.A. & Cushman, J.H., 1996. Multiscale flow and deformation in hydrophilic swelling porous media, *Int. J. Engrg Sci*, Vol 34:3, pp 313-336
- Murad M.A. & Cushman J.H., 1997. A Multiscale theory of swelling porous media: II. *Transport in Porous Media*, Vol 28:1, pp 69-108
- Sridharan A. and Rao G. V., 1973. Mechanisms controlling volume change of saturated clays and the role of the effective stress concept, *Geotechnique*, Vol 23:3, pp 359-382.

DESEMPENHO DE UM DESSUBLIMADOR BASEADO EM
 CONVECÇÃO EM MEIOS POROSOS

Luís Antônio Waack Bambace

Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE

Caixa Postal 515. CEP 12227-010. São José dos Campos

RESUMO

Este artigo compara um dessublimador baseado em convecção induzida por tensão superficial em um meio poroso com dessublimadores convencionais anulares e de bandeja. Este dessublimador trabalha continuamente com a diferença de carga de pressão entre teias diferentes, submetidas a gradientes de temperatura e concentração. Um fluido de trabalho especial transporta o vapor do lado do alto vácuo para uma câmara com pressões na faixa de trabalho das bombas de anel líquido.

INTRODUÇÃO

Os dessublimadores convencionais são aparelhos de operação em batelada, cuja função é retirar por solidificação vapores em sistemas de vácuo. São muito usados na separação de UF_6 e nas indústrias alimentícia e farmacêutica. Estão ligados a liofilização de alimentos e remédios, processos onde a retirada da água é feita abaixo de $0^\circ C$, para evitar perdas de componentes relevantes do produto por evaporação. Nestes aparelhos, cuja operação não é contínua, a camada de neve isola a interface de evaporação das fontes de frio, reduzindo ao longo do tempo as taxas de deposição. Os problemas de obstrução à passagem de gás, de erosão da bomba de vácuo ou de contaminação do seu fluido de trabalho pelo condensado impedem que se permita a deposição de neve em toda a área de troca dos dessublimadores convencionais. Por isso buscou-se uma solução alternativa baseada na experiência do autor com tubos de calor. Na primeira fase do desenvolvimento, (Bambace, 1996) analisou-se apenas a taxa de deposição junto a entrada do dessublimador alternativo. Já, neste trabalho, analisa-se a deposição em várias seções deste.

Há tubos de calor que são basicamente uma teia porosa e um tubo de retorno. A teia leva o fluido por tensão superficial até um ponto quente onde este evapora, e o vapor retorna pelo tubo. Teias de poros de características diferentes geram cargas de pressão diferentes. A energia potencial do sistema é a integral da tensão superficial entre o fluido e o substrato ao longo da área de contato. A teia fina, de maior área de contato, armazena mais energia que a grossa. Em geral a tensão superficial é menor para o fluido mais quente e menos carregado do soluto vaporizável. Havendo gradientes de concentração e temperatura, a energia potencial do sistema é mínima se a teia fina tiver a parcela do fluido de menor tensão superficial. Assim, pode-se induzir convecção, com arranjos adequados das fontes frias e quentes e superfícies de troca de massa. Se o vapor a ser bombeado for solúvel em qualquer proporção no fluido de trabalho, por exemplo $C_8H_{16}O_4$, para a água e Flombin para o UF_6 , e se o fluido de trabalho puder chegar às superfícies de condensação e evaporação em condições de temperatura e concentração de soluto adequadas, ter-se-á um sistema de operação contínua com taxas de transporte satisfatórias. O fluido permanecerá na teia se a porosidade e pressões forem compatíveis. A escolha do fluido se deve ao fato do mesmo ter pressões de vapor tão baixas como as do etileno-glicol, viscosidade menor e resultar em misturas com a água de temperaturas de congelamento muito menores.

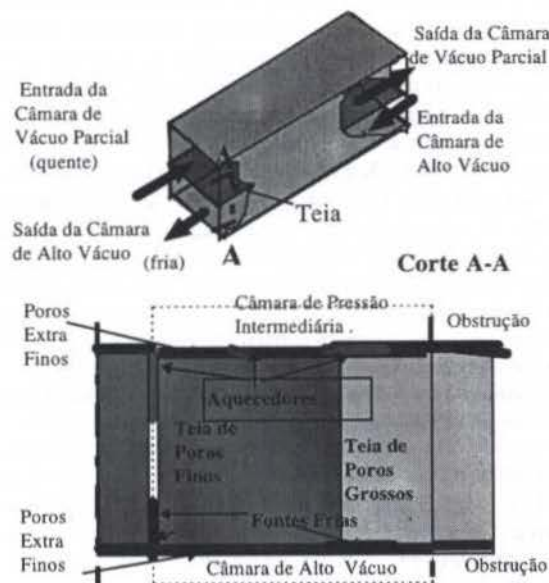


Figura 1: Célula Unitária e Geometria do Sistema Proposto

A análise diferencial do problema, exige modelos similares aos de escoamentos induzidos por tensão superficial em crescimento de cristais. Usou-se um programa de diferenças finitas de formulação de volume de controle de malha defasada para esta análise. Devido aos baixos gradientes na direção do escoamento, analisa-se a teia bi-dimensionalmente em várias seções, e o escoamento de gás na câmara de alto vácuo independentemente. A figura 1, mostra a geometria proposta, podendo-se operar num aparelho vários canais em paralelo, e eventualmente, neste caso usar-se teias para limitar duas faces de quaisquer das câmaras. Entre os dessublimadores convencionais tem-se o tipo anular, onde simplesmente há um tubo de fluido refrigerante, eventualmente aletado, no eixo de um duto de maior diâmetro. O conjunto só tem uma parede, e pelo nível de vácuo elevado e baixa emissividade da parede externa se garante o isolamento térmico do sistema. Outro tipo é o dessublimador de casco aletado, apresentado na figura 2. Vê-se na figura, um vaso cilíndrico com uma entrada e uma saída de gás, e três jogos de grades de placas paralelas ao escoamento, sobre as quais correm dutos de fluido refrigerante.

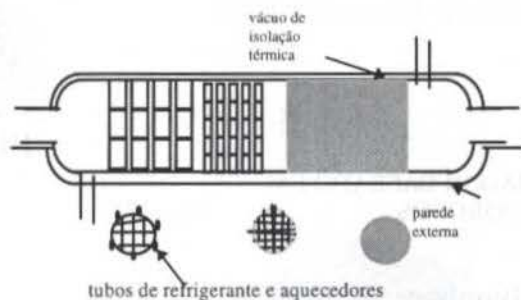


Figura 2: Dessublimador Convencional com Paredes Internas

MODELO DOS DESSUBLIMADORES CONVENCIONAIS

Apresenta-se primeiro a análise simplificada de dessublimadores de casco aletado convencionais (Dunthorn em 1968), pois na análise do escoamento de gás nas câmaras auxiliares se usará um modelo similar. Na análise em questão, a derivada no tempo da espessura local de camada de depósito, é dada por

$$\partial b/\partial t \Big|_{x=cte} = W K(p-p_w)/[\rho_s(1-\alpha)] = W K(\phi P-p_w)/[\rho_s(1-\alpha)] \quad (1)$$

onde ρ_s é a densidade do depósito, W o peso molecular do vapor, K o coeficiente de transferência de massa, p a pressão parcial do vapor na câmara, α é o fator de precipitação, p_w a pressão do condensado na parede fria, P a pressão total e ϕ a fração molar. O fator de precipitação é nulo para mistura superaquecida, e em caso contrário leva em conta a dessublimação do vapor longe da parede e sua precipitação nesta. K é relacionado com o fator de atrito f , via $Sc^{2/3} K P_{gr} M_m/(\rho_m V)$ igual a $f/8$. Onde Sc é o número de Schmidt, M_m e ρ_m o peso molecular médio e a densidade média de mistura na corrente, V a velocidade e P_{gr} é $(p-p_w)/\ln(p/p_w)$. Deve-se notar que a precipitação é um item não desejado na operação de dessublimadores, pois se de um lado aumenta a taxa de deposição, de outro aumenta o risco contaminação do fluido ou de erosão da bomba de vácuo.

Algumas expressões aparecem repetidamente nas fórmulas de análise em questão, assim define-se:

$$N = (Pr/Sc)^{2/3} \quad (2)$$

$$a = W C_i N (M_m C_m)^{-1} \ln[(1-p_w/p)/(1-\phi)] \quad (3)$$

$$b_1 = p h a (1-\phi) (Z M_m C_m)^{-1} \quad (4)$$

$$b_2 = \alpha (1-\alpha)^{-1} (W C_i)^{-1} \quad (5)$$

$$b_3 = (T - T_w) / (e^a - 1)^{-1} \quad (6)$$

onde Z é taxa de moles de gás a ser retirada no sistema, e é p o perímetro da seção de deposição, C_i e C_m são os calores específicos do vapor e gás, M_m o peso molecular médio, T e T_w as temperaturas da corrente e parede, e Pr e Sc os números de Prandtl e Schmidt.

Os dessublimadores trabalham em regime quasi-estático, assim as derivadas parciais no tempo na corrente de gás são desprezíveis, e decorrem do balanços de massa e energia no gás:

$$\partial \phi/\partial x \Big|_{x=cte} = -(1-\phi)^2 p \rho_s (\partial b/\partial t)/(M_i Z) \quad p/M_i = W/W' \quad (7)$$

$$\partial T/\partial x = b_1 [b_2 - b_3] \quad (8)$$

Onde W' é o peso molecular do gás. T_w é obtida pelo balanço de energia na interface, desprezando-se a resistência térmica da estrutura. Combinado (7) (8) e a equação de Classius Clapeyron $d\phi/dT = \phi h_{iv} R^{-1} T^{-2}$, com R a constante universal dos Gases e h_{iv} o calor latente de mudança de fase, definindo-se $a_4 = h_{iv}(M_m C_m)^{-1}$ tem-se a equação algébrica para α :

$$\alpha = [a_4 + RT^2(1-\phi)h_{iv}^{-1}\phi^{-1}] / [a_4 + M_i C_i b_3 (M_m C_m)^{-1}] \quad (9)$$

ANÁLISE TEÓRICA DO DESSUBLIMADOR DE CONVECÇÃO EM MEIO POROSO

A análise que se segue é basicamente a de Bambace, 1996, acrescida das equações para a mistura gás vapor nas câmaras de vácuo. Definindo-se: P_1 e P_2 respectivamente como as pressões nas câmaras de vácuo parcial e alto vácuo; σ_1 e σ_2 como a tensão superficial da mistura do lado do vácuo parcial e do lado do alto vácuo; e d_1 e d_2 como os diâmetros de poros. A garantia de retenção do fluido de trabalho na teia exige (Moore, 1968):

$$P_1 - P_2 \leq 2 (\sigma_1 d_1^{-1} + \sigma_2 d_2^{-1}) \quad (10)$$

A taxa de evaporação ou condensação junto a uma superfície de troca de massa, pode ser obtida por (Moore, 1968):

$$m_i = k_i [p_i - p(T_i, C_i)] \quad (11)$$

onde m é a taxa de deposição de massa na fronteira i , k_i o coeficiente de transferência de massa, p_i é a pressão parcial do vapor na câmara associada a fronteira i , $p(T_i, C_i)$ é a pressão de vapor do soluto, com concentração de massa C_i , e temperatura T_i , na mistura. Aplica-se a lei de Rault, na falta de dados específicos sobre a mistura, i.e. toma-se esta pressão como a do líquido puro multiplicada pela fração molar deste na solução. A pressão de vapor do líquido é calculada pela equação de Classius- Clapeyron:

$$(T^{-1} - T_r^{-1}) = h_{iv} W R^{-1} \ln(P_r/P) \quad (12)$$

onde W é o peso molecular, R a constante universal dos gases, h_{iv} é o calor latente de mudança de fase, o índice r se refere a condição de referência e T e P são pressão e temperatura. Supôs-se dependência linear da tensão superficial com temperatura e concentração. A carga de pressão fornecida por uma teia, foi calculada de acordo com ESA (1983) como:

$$\Delta P = 9.756 \sigma d^{-1} \quad (13)$$

onde d é o diâmetro local dos poros, e a perda de carga na teia, foi calculada (ESA 1983) como:

$$\Delta P' = 150 \mu (1-\phi)^2 \phi^{-3} d^2 \quad (14)$$

onde ϕ é a fração de vazio da teia, e μ é a viscosidade absoluta. Os coeficientes numéricos são experimentais para teias sinterizadas e valem para o sistema SI. Numa interface entre 2 fluidos, há uma força abrupta proporcional à diferença de tensão superficial. Ao tratar-se por diferenças finitas a equação da quantidade de movimento em uma teia com tensão superficial variando continuamente devido a mudanças de temperatura e concentração, é intuitivo se considerar o fluido de cada uma das células vizinhas às fronteiras de cálculo de balanços de pressão como entidades independentes, diferentes e não miscíveis. Assim, nos pontos onde se define pressão na malha de solução das equações de Navier-Stokes, surge um termo igual ao diferencial ΔP da equação (13), que adotando-se o modelo de Darcy para um meio poroso bi-dimensional, podem ser escritas conforme ESA (1983 e 1987), Bejan (1984) e Patankar (1980), como:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u_i^2) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x} p - 9.756 d^{-1} \frac{\partial}{\partial x} \sigma dx - 150 \mu u_i (1-\phi)^2 \phi^{-3} d^2 \quad (15)$$

onde u_i e u_j são as velocidades nas direções das coordenadas independentes x_i e x_j , ρ é a densidade da mistura, e μ é a viscosidade absoluta, tendo se desprezado os termos relativos ao divergente do produto da viscosidade pelo gradiente de velocidades, e de gravidade e diferença de densidade. Vale notar, que o termo em $\partial \sigma/\partial x_i$ pode ser obtido derivando-se via regra da cadeia a energia potencial armazenada pela tensão superficial com a posição. A diferença abrupta de tensão superficial da interface de 2 fluidos é, assim,

substituída pelo diferencial da tensão superficial na equação (15). A equação da energia é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_i T) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u_j T) + \frac{\partial}{\partial z}(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}) - \frac{\partial}{\partial x}(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}) = 150 \frac{(u_i^2 + u_j^2) \mu (1-\phi)^2 d^2}{\phi^3 C_p^1} \quad (16)$$

onde λ é a condutividade térmica efetiva da teia e fluido, i.e. $[\lambda_f \phi + \lambda_b (1-\phi)]^{1/2} [\lambda_f^{-1} \phi + \lambda_b^{-1} (1-\phi)]^{1/2}$, onde f e b designam o fluido e material base. Dada a constante de difusão γ , e seu produto ξ pelo coeficiente de Posnov (Prata et al. 1988), vale para a concentração C de soluto no fluido de trabalho:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_i C) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u_j C) - \frac{\partial}{\partial x}(\gamma \frac{\partial C}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial y}(\gamma \frac{\partial C}{\partial y}) - \frac{\partial}{\partial z}(\xi \frac{\partial T}{\partial z}) - \frac{\partial}{\partial x}(\xi \frac{\partial T}{\partial x}) = 0 \quad (17)$$

As equações acima são resolvidas junto com a equação da continuidade,

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u_j) = 0 \quad (18)$$

que é substituída pela "equação da pressão", conforme Patankar (1980). Dividindo a equação (11) pela densidade do soluto, ρ_s , tem-se a condição de contorno da velocidade transversal nas zonas de troca de massa. Nas fronteiras sólidas e eixos de simetria esta velocidade é nula. A derivada da concentração C é nula onde não ocorre troca de massa. Junto aos aquecedores e resfriadores temperatura é especificada. A velocidade tangencial é nula nas fronteiras sólidas, e sua derivada é nula nas interfaces de evaporação e eixos de simetria. Nas interfaces de evaporação a temperatura e concentração obedecem as condições de contorno:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} - u_n C_p^* \rho_s (T_w - T) - \rho_s h_{lv} u_n + h (T - T_w) = 0 \quad (19)$$

$$-\gamma \frac{\partial C}{\partial n} - \xi \frac{\partial T}{\partial n} + C u_n = \rho_s u_{nc} \quad (20)$$

onde a velocidade u_n normal a interface é positiva quando direcionada para fora da teia, n é o versor normal a interface apontado para fora da teia, h é o coeficiente de película, h_{lv} é o calor latente, T_w é a temperatura do meio externo, C_p^* é o calor específico do vapor, ρ_s é a densidade do líquido soluto, e $\rho_s u_{nc}$ é a taxa de troca de massa. Nas áreas sem troca de massa, u_n é nula na equação (19). A concentração na interface é controlada pela difusão, e a escolha do $C_8H_{16}O_4$ como fluido de trabalho deve-se a maior constante de difusão da água neste, o que facilita a troca de massa na interface.

Sendo M_B o peso molecular do solvente, μ_b sua viscosidade absoluta, e T a temperatura em Kelvin, o coeficiente de difusão da água no soluto em m^2/s , pode ser obtido (Treyball 1988), por:

$$\gamma = 551.5 \cdot 10^{-18} M_B^{1/2} T \mu_b^{-1} \quad (21)$$

As equações (11) a (19) foram discretizadas segundo Spalding e Pun (1977), Patankar (1980) e Maliska (1993). Usou-se o algoritmo SIMPLER, na solução conjunta das equações, com pesos baixos e número de ciclos alto antes de se avançar na malha, devido ao alto acoplamento entre escoamento e distribuição de temperatura e concentração. Como a espessura da camada limite de concentração é algumas ordens de grandeza menor que as demais, a solução da equação (20) por diferenças finitas e formulação de volume de controle implica em malhas muito finas. Sendo a espessura da camada limite bem menor que os demais dimensões do nó da malha, pode-se resolvê-la por aproximação polinomial, e usar-se uma formulação híbrida, (Bambace, 1996) em que a solução da camada limite de concentração é analítica e as das demais equações numérica. A condição de contorno mista de troca de calor discretizada é escrita como:

$$h(T_n - T_w) - q + \rho h_{lv} u_i + 0.5 \rho C_p^* (u_i + |u_i|) (T_w - T_n) = 0.5 \rho C_p (u_d + |u_d|) (T_{n-1} - T_n) + (T_{n-1} - T_n) \lambda / (x_n - x_{n-1}) \quad (22)$$

onde T_n é a temperatura do nó de fronteira, T_{n-1} é a temperatura do nó vizinho na direção normal a fronteira, u_i é a velocidade de transpiração, positiva se o soluto evapora, u_d a velocidade no nó de velocidade normal à superfície de evaporação, vizinho a fronteira na sua normal, sendo u_d positivo se a velocidade aponta para a fronteira; λ o coeficiente de condutividade térmica, e x_n e x_{n-1} , as coordenadas dos nós de temperatura de fronteira e vizinho. ρ é a densidade da mistura, C_p seu calor específico, C_p^* o calor específico do vapor, e h_{lv} é o calor latente de sublimação.

A derivação da condição de contorno para a concentração nas regiões de troca de massa, (Bambace 1996), parte da equação da camada limite para a concentração:

$$\frac{\partial}{\partial x} \int u (C - C_w) dy - V_0 (C - C_w) = -D \frac{\partial C}{\partial y} \quad (23)$$

Onde V_0 e u são as velocidade transversal à camada limite e paralela na fronteira, C a concentração local, C_w a concentração no domínio. Nas zonas de transpiração se tem fronteira livre e a camada limite de concentração muito fina face as demais e pode-se supor $u \neq 0$ e independente de y . O perfil de camada limite cúbico $C = C_0 [1 - 1.5n + n^3/2]$, onde $n = y/\delta$ fornece:

$$3 \delta \delta' u/8 - V_0 \delta = 1.5 D \quad (24)$$

Integrada esta equação fornece:

$$8 V_0^2 x / (3Du) = V_0 \delta / D - 1.5 \ln(V_0 \delta / D + 1.5) + 1.5 \ln(1.5) \quad (25)$$

Obtido δ , tem-se a taxa de difusão $D \frac{\partial C}{\partial y} = -1.5(C_w - C_0)/\delta$, adotando-se $y=0$ para a posição da fronteira. Deve-se notar que se $V < 0$, ou seja se evapora soluto, a camada limite é menor. Nas soluções numéricas, onde u e V mudam de nó para nó, tomou-se:

$$\Sigma_i \{ 8 V_0^2 \Delta x_i / (3Du) \} = V_0 \delta / D - 1.5 \ln(V_0 \delta / D + 1.5) + 1.5 \ln(1.5) \quad (26)$$

onde Δx_i é o tamanho do nó i , que está a montante do considerado para cálculo da camada limite, e não tem fronteira sólida.

Para acelerar a convergência e facilitar a garantia de continuidade de vazões na interface, resolveu-se por bissecção uma equação de igualdade de trocas para achar qual o acréscimo de concentração de soluto que acrescentado em todo o campo, e portanto sem alterar as vazões internas, garante o balanço de massa nas fronteiras. Obteve-se, assim, a solução para o escoamento na teia em planos perpendiculares aos fluxos de gás.

As equações (8) a (10), relativas a solução de Dunthorn para os dessublimadores de casco aletado, valem para o escoamento de gás nas câmaras de alto e médio vácuo do sistema proposto, se $\rho_s \frac{\partial b}{\partial t}$, taxa de deposição de massa por área, for substituída pela taxa de troca de massa por área $\frac{\partial m}{\partial t}$ dada pela equação (11).

RESULTADOS NUMÉRICOS

A solução das equações do sistema da figura 1 é feita de modo independente para cada plano perpendicular ao escoamento de gás, já que os gradientes no fluxo de gás são muito menores que os da teia. Sendo de contra corrente, resolve-se o escoamento de gás via *shooting method*, tendo-se condições contorno referentes a característica da bomba em uma extremidade, e na outra de composição, temperatura e pressão do sistema de vácuo, ou vazões, além do acoplamento entre os escoamentos relativos à teia.

A tabela 1 mostra as coordenadas dos nós utilizados na solução da teia com malha defasada: variáveis gerais, x_g e y_g , velocidade v na direção y paralela às fronteiras de evaporação, x_v e y_v , velocidade na direção x perpendicular a y , x_u e y_u . A tabela 2, ilustra as condições de contorno nas células unitárias da teia. Na

Tabela 2, $P_v(C,T)$ é a pressão de vapor da água dissolvida no fluido de trabalho à temperatura T e concentração C . Todos os nós de fronteira de transpiração tem diâmetro de poro de $1.0E-4$ m, os poros interiores, para $IY \leq 6$, tem $2.5E-4$ m de diâmetro, e os demais $6.5E-4$ m. A fração de vazio é sempre 0.7. A densidade, viscosidade, tensão superficial σ , $\partial\sigma/\partial T$ e $\partial\sigma/\partial C$ do fluido são 1009 kg/m^3 , $2.8E-3$ Poises, $2.6E-2 \text{ N/m}$, 10^{-4} N/m-K , e $5.3E-5 \text{ N}^2/\text{kg}$. As temperaturas de controle são otimizadas seção a seção.

Tabela 1: Coordenadas da Malha Usada no Meio Poroso

IX / IY	x_g (mm)	y_g (mm)	x_u (mm)	y_u (mm)	x_v (mm)	y_v (mm)
1	0	0	0	0	0	0
2	2,69	2,22	4,21	2,22	2,69	3,55
3	5,73	4,88	7,45	4,88	5,73	6,48
4	9,17	8,08	11,1	8,08	9,17	10
5	13,1	11,9	15,3	11,9	13,1	13,5
6	17,4	15,1	19,9	15,1	17,4	16,4
7	22,4	17,8	25,2	17,8	22,4	20
8	28	20	31,2	20	28	na
9	34,3	na	37,9	na	34,3	
10	41,5	na	45,1	na	41,5	
11	48,7		51,8		48,7	
12	55		57,8		55	
13	60,6		63,1		60,6	
14	65,6		67,7		65,6	
15	69,9		71,9		69,9	
16	73,8		75,5		73,8	
17	77,3		78,8		77,3	
18	80,3		83		80,3	
19	83		na		83	

Tabela 2: Condições de Contorno nos Nós Extremos da Teia

Fronteira	IX / IY	Condições de Contorno
$x = 0$	1,3,7,8	$T = T_{in}$, $u = 0$, $v = 0$, $\partial C / \partial x = 0$
	2,4,5	$-0.31 \partial T / \partial x = 30(T_{g1} - T)$, $\partial v / \partial x = 0$ $-D \partial C / \partial x = 2.7E-5(P_{g1} - P_v(C,T))$ $\partial C / \partial x = 0$, $u^* \rho(C) = -D \partial C / \partial x$
$x = 8,3$ mm	2,4,6	$-0.31 \partial T / \partial x = 8(-T_{g2} - T)$, $\partial v / \partial x = 0$ $-D \partial C / \partial x = 2.5E-5(104.4 - P_v(C,T))$ $\partial C / \partial x = 0$, $u^* \rho(C) = -D \partial C / \partial x$
	1,3,5,7,8	$T = -T_{in}$, $u = 0$, $v = 0$, $\partial C / \partial x = 0$
$y = 0$	14 a 19	$T = -T_{in}$, $u = 0$, $v = 0$, $\partial C / \partial x = 0$
$y = 2$ mm	1 a 13	$\partial C / \partial x = 0$, $\partial T / \partial x = 0$, $\partial u / \partial x = 0$, $v = 0$
	7 a 19	$\partial C / \partial x = 0$, $\partial T / \partial x = 0$, $\partial u / \partial x = 0$, $v = 0$
	1 a 6	$T = -T_{in}$, $u = 0$, $v = 0$, $\partial C / \partial x = 0$

Na figura 3, pode-se observar um movimento circular do fluido, no qual este vai pela malha fina da face fria, junto ao alto vácuo, à face quente, junto as pressões relativas as bombas de anel líquido. A parte de poros grossos da teia, oferece menos resistência ao escoamento, e assim é feita propositalmente mais estreita que a teia fina. Como o retorno do fluido frio fica confinado a teia grossa, as velocidades nesta são bem maiores. Nas figuras 4, 5, 6 e 7, vê-se os campos de pressões e de temperatura em 2 seções da teia perpendiculares ao escoamento de gás: entrada, zona central e de saída da câmara de alto vácuo. Estas seções respectivamente são traçadas com linha cheia, tracejada e de centro. Devido às forças de tensão superficial a vazão é baixa junto à parede fria, e boa parte do fluido frio retorna sem passar nas proximidades da superfície de condensação.

Com o diâmetro de poros de 0,10 mm, e da tensão superficial de 0,026 N/m do fluido usado, o sistema pode resistir a uma diferença de pressão de 1040 Pa entre os 2 lados da teia. As propriedades dos materiais e fluidos, foram obtidas de Rohsenow e Hartnett (1977), ESA (1993) e do catálogo da Bayer A.G (1993).

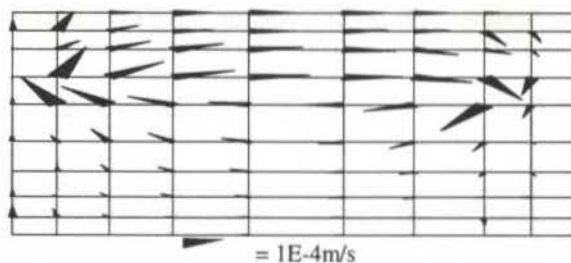


Figura 3: Exemplo de Campo de Velocidades na Teia

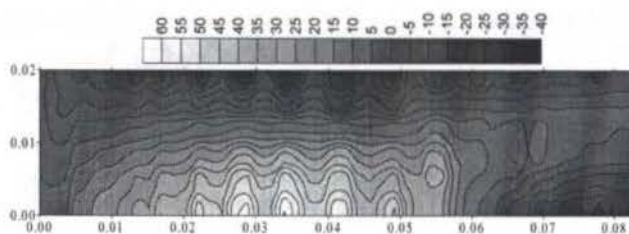


Figura 4: Curvas de Nível da Pressão Junto à Saída do Dispositivo

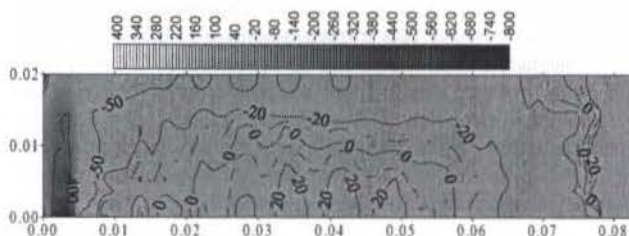


Figura 5: Curvas de Nível da Pressão Junto à Entrada do Dispositivo

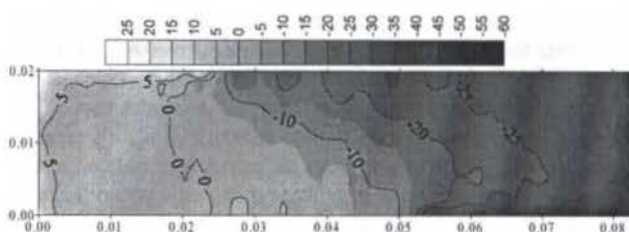


Figura 6: Curvas de Nível da Temperatura Na Teia Junto à Entrada do Dispositivo

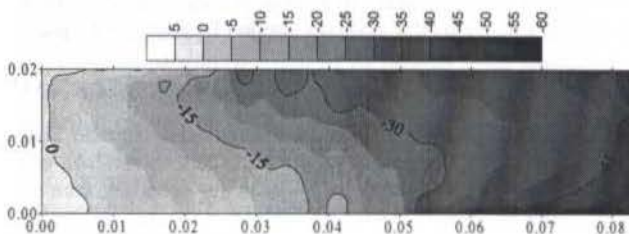


Figura 7: Curvas de Nível da Temperatura Na Teia Junto à Saída para A Bomba de Alto Vácuo

A figura 8 mostra a variação no tempo das taxas de deposição na: entrada, zona central e saída de um dessublimador anular convencional de mesma área de troca que o de teia porosa proposto. Dessublimadores convencionais podem ter sua parada decretada por 2 motivos: não recuperarem a contento o vapor (UF_6), ou excederem o nível de dano na entrada da bomba de vácuo. A figura 9 mostra a massa depositada sobre a massa máxima para um dessublimador convencional com água. Dessublimadores

anulares não admitem o regime de neblina sólida, onde se forma neve diretamente no interior do gás, ao contrário daqueles com paredes internas, que agem como separador de poeira. Todavia mesmo estes não podem ter este regime na seção de saída.

Tabela 3: Concentrações de Água nos Nós nos Cortes de Estudo

Localização	IY	Concentração	
		Corte entrada / saída	
Zona com troca de Massa na Fronteira $x=0$	2	71	7,1
	4	84	7,9
	5	120	8,1
Zona com troca de Massa na fronteira $x=2$ mm	2	530	26
	4	490	21
	6	450	18
Demais nós		390	16

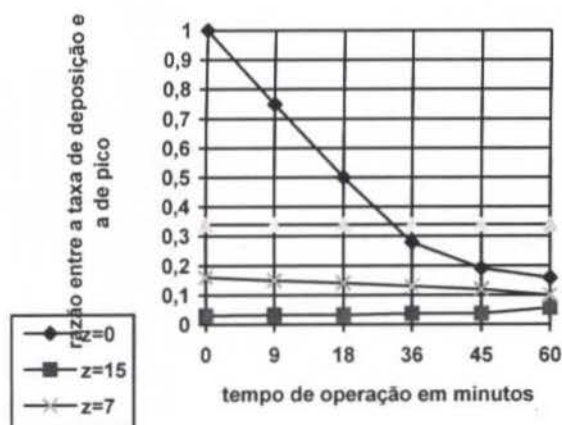


Figura 8: Evolução no Tempo das Taxas de Deposição em $z=0$, $z=7$ e $z=15$ cm num Dessublimador Convencional Axial

Os valores típicos de coeficiente de troca em modelos de dessublimadores convencionais, e dados para efeitos de comparação foram obtidos com base nos trabalhos sobre sistemas de paredes internas de Dunthorn (1968) e sobre dessublimadores de tubo anular de Ueda e Takashima (1976 e 1977).

A taxa efetiva de bombeamento do sistema, é a soma em uma das fronteiras do produto da taxa de transpiração pela área de cada nó. O sistema estudado é capaz de bombear em regime permanente $0,926\text{-g}/(\text{sm}^2)$ entre as pressões de 104 e 500 Pa. A pressão mais baixa é a da evaporação de água a -20°C , e é largamente empregada em liofilização. A taxa limite para a deposição no instante inicial no bordo de ataque de um sistema convencional varia entre $1,9$ a $2,6\text{ g}/(\text{sm}^2)$. Notar que em sistemas tradicionais a formação de uma camada monomolecular de água nas placas é considerada instantânea. Estando a temperatura da parede a pressão de vapor desta camada é muito menor que a da fase gasosa. A taxa de $2,7\text{ g}/(\text{sm}^2)$ seria a taxa limite para a superfície nua com coeficiente de troca de $27\text{ mg}/(\text{Pa s m}^2)$. Na operação real do sistema, alimenta-se em contra corrente o duto de média pressão, com relação ao duto de alto vácuo. O ar ambiente a 30°C e com 80% de umidade relativa, sofre expansão com entalpia constante até a pressão de vapor da água a 15°C , a faixa de trabalho ideal da bomba de anel líquido. Isto gera uma pressão parcial de vapor de água de 60 Pa na entrada desta câmara, que permite retirar o vapor da saída da câmara principal mesmo com 2.2 Pa de pressão parcial do vapor de água na mesma. A Tabela 4, mostra as velocidades de transpiração do líquido na fronteira da teia e mostra o

maior valor em módulo da velocidade de circulação no interior da teia, cerca de mil vezes maior que as demais.

Tabela 4: Velocidades de Transpiração e Máxima Velocidade na Teia.

X (mm)	Y (mm)	VELOCIDADE NORMAL A INTERFACE OU PICO (*) (mm/s)
0	2,22	1,87E-3
0	8,08	3,27E-3
0	11,9	7,29E-5
83	2,22	1,68E-3
83	8,08	1,96E-3
83	11,09	1,90E-3
2,7	17,7	1,57 *

A figura 9 mostra a evolução da taxa média em toda superfície de quatro dessublimadores: dois dessublimadores de paredes internas (operando em regime de neblina sólida com paredes a -55°C); um dessublimador anular com parede a -35°C ; e o dispositivo poroso. As larguras das superfícies de troca são respectivamente 0,8, 0,8, 1,3 e 1,5 metros para os 4 sistemas, para comprimento de 8 metros. Os dessublimadores de parede precisam de um módulo adicional de captura da neve, tendo área final 15% maior que a nominal.

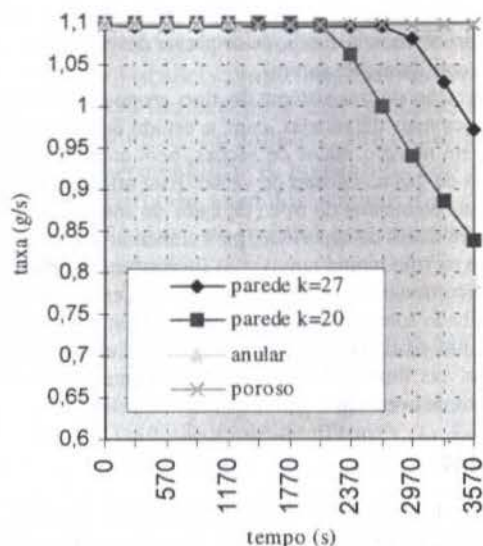


Figura 9: Evolução no Tempo das Taxas de Deposição Globais de Vários Dessublimadores

Deve-se notar que a taxa referente ao sistema proposto toma como área de referência não a área de troca, mas a área total da célula. Nas regiões de evaporação e condensação as áreas de troca são respectivamente 46% e 43% da total. A vazão paralela a superfície é muito maior que a de transpiração, e a maior parte do calor retirado ou adicionado nos processos de troca de massa é fornecida ou retirada pela convecção. Isto indica que o desempenho do sistema tende a melhorar com células mais estreitas, que liberarão maior fração da área total para troca. A colocação de defletores que reduzem a liberdade do fluido passar para teia grossa antes de atingir a superfície fria de troca de massa, e o uso de uma terceira densidade de poro junto às paredes frias também devem melhorar o sistema.

O dessublimador proposto tem área total 87,5% maior que a área de troca nominal dos dessublimadores de parede interna da figura 9, ou área total 63% maior que a área total destes des-

sublimadores, que inclui as zonas de segurança. O aparelho proposto pode operar indefinidamente com o desempenho igual aquele inicial de um hipotético dessublimador de parede de coeficiente de troca de massa $k=27$, típico de dessublimadores anulares. Comparado com um dessublimador anular, que não admite formação direta de neve no gas, o sistema proposto tem apenas 7% a mais de área. Levando-se em conta que a área de troca de massa efetiva é apenas uma fração da área, e que ainda pode-se melhorar o arranjo, verifica-se que o sistema é promissor.

CONCLUSÕES

O presente estudo permite afirmar que dessublimadores de operação contínua são viáveis quando analisados sobre o ponto de vista de Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor e Massa. Estes aparelhos baseiam-se na circulação de um fluido auxiliar em um meio poroso, a qual é induzida por variações de porosidade e tensão superficial. Tais dessublimadores podem atingir, em vários tipos de aplicação, taxas médias de troca por unidade de área e tempo comparáveis a sistemas convencionais, o que torna seu desempenho superior, quando se desconta o tempo de parada de sistemas tradicionais. Deve-se notar que as velocidades de circulação do fluido na teia são muito maiores que as velocidades de transpiração, de forma que o sistema não tem seu desempenho limitado pela vazão do fluido auxiliar. As limitações decorrem da dificuldade de se fornecer ou retirar calor nas interfaces de troca de massa relativas a baixa condutibilidade térmica da teia. Em decorrência disto, pode-se prever desempenhos ainda melhores em configurações futuras.

A otimização de um sistema do tipo proposto, porém, envolverá análises mais detalhadas, com o estudo do efeito de adição de sais, um número maior de seções, bem como a evolução das condições do gás na câmara de vácuo. Esta otimização, poderá ainda incluir elementos de troca de calor no interior do domínio, nas proximidades da superfície, para aumentar a área de troca de massa e ao mesmo tempo remover as limitações impostas pelo balanço térmico nestas áreas. Também se faz necessário um estudo mais detalhado sobre os desvios da lei de Rault nas condições operacionais prováveis do sistema, e um levantamento mais extenso de possíveis fluidos de trabalho. Finalmente deve-se estudar os aspectos de corrosão

REFERÊNCIAS

- Bambace, L.A.W. 1996. Uso de Convecção Induzida por Tensão Superficial no Bombeamento de Vapores em Sistemas de Vácuo. *Anais do VI ENCIT - Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, pp 901-906. Florianópolis.
- Moore, W.J. 1968. Físico Química. Editora da Universidade de São Paulo e ao Livro Técnico S.A.
- ESA, 1983. ESA Thermal Control Reference Handbook. European Space Agency.
- Bejan, A. 1984. Convection Heat Transfer. John Wiley & Sons. N.Y.
- Patankar, S.V. 1980. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Mc Graw-Hill. N.Y
- Treybal, R.E. 1981. Mass Transfer Operations. Mc Graw-Hill. N.Y
- Maliska, C.R. 1993. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional.
- Spalding, D.B. Pun, W.M. 1977. A General Computer Program for Two-Dimensional Elliptic Flows. Imperial College of Science and Technology. Mechanical Engineering Department. London.
- Rohsenow, W.M. and Hartnett, J.P. 1977. Handbook of Heat Transfer. Mc Graw-Hill. N.Y

Bayer.A.G 1993. Zusammenstellung II; Kennzahlen von Lösmitteln. München. (Catálogo Comercial)

Dunthorn, D. I. 1968. The Design of Batch Dessublimers. Union Carbide Corporation. Nuclear Division. Oak Ridge. USA.

Ueda, H; Takashima, Y. 1976. The Local Growth Rate of Dessublimation on the Surface of an Annular Tube Cold Trap. *Journal of Chemical Engineering of Japan*. vol 9,# 2.

Ueda, H; Takashima, Y. 1977. Dessublimation of 2 Component Vapors on the Surface of an Annular Tube Cold Trap. *Journal of Chemical Engineering of Japan*. vol 10,# 1.

Prata, A.T; Colle,S; Puff,R. 1988. A Parametric Analysis of Moisture Migration in Polymers. *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*. v 10(2).

Weatherill, N.P. Morgan, K. Recent 1993. Developments in Computational Fluid Dynamics. Propesa./University of Whales.

ESA. 1987. Fluid Sciences and Materials Sciences in Space. H.U.Walter Editor. Paris.

ABSTRACT

This paper analyses the use of the Marangoni-Bénard convection in a porous media with zones of different pore sizes and induced temperature gradients, in the pumping from a high Vacuum zone to a zone with pressures compatible with liquid ring pumps of vapors that are soluble in the special fluid that fills the porous media. The overall characteristics of porous system and conventional annular and tube-shell dessublimers to a given sating flow rate are also compared.

PARALLEL COMPUTATION OF THE TRANSVERSE PERMEABILITY OF FIBROUS POROUS MEDIA USING PVM

Manuel E. Cruz

Department of Mechanical Engineering
EE/COPPE/Federal University of Rio de Janeiro
21945-970 - Rio de Janeiro - RJ - Brazil

SUMMARY

In this paper we utilize the parallel computing environment recently implemented in the Laboratory for Computer Aided Education and Design, based on the UNIX system and the PVM (Parallel Virtual Machine) software, to compute the transverse permeability of fibrous porous media. We convert a finite-element code originally written for the Intel iPSC/860 hypercube to the PVM protocol, validate the PVM implementation, and show some parallel performance results.

INTRODUCTION

The importance of parallel computing for simulating technological and scientific problems has been growing steadily over the last ten years. Powerful parallel machines are now available to researchers and the scientific community at supercomputing centers in large research laboratories and universities throughout the world. In order to make appropriate use of such costly computing resources, access to a parallel program development environment is necessary for the users, where they can produce and test parallel codes and algorithms.

We have recently implemented (Dallalana *et al.*, 1998) a parallel computing environment in the Laboratory for Computer Aided Education and Design (LEPAC). In this paper, we utilize this environment to compute the transverse permeability of fibrous porous media. We convert a finite-element code originally written for the Intel iPSC/860 hypercube (Cruz and Patera, 1995) to the PVM protocol, validate the PVM implementation by comparing serial and parallel permeability calculations, and show some parallel performance results.

The fibrous porous media of interest here are composed of unidirectional solid fibers dispersed in a continuous fluid medium. The practical importance and physical complexity of creeping flow in fibrous porous media have continued to attract varied research efforts from diverse fields (Sangani and Yao, 1988; Torquato, 1991; Kim and Karrila, 1991; Gebart, 1992). More recently, advances in both serial and parallel computing have enabled the numerical solution of relatively more involved flow problems in such media (Cruz and Patera, 1995; Ghaddar, 1995). Because of the complex microstructure typically exhibited by porous media, it is often the *macroscopic*, rather than local, behavior that

is of primary interest. Engineering analyses (Hashin, 1983) thus focus on the determination of effective (bulk) properties, such as the *transverse permeability*.

The paper is organized as follows. First, we briefly describe the parallel computing environment which we utilize. Next, the creeping flow problem in a fibrous porous medium is formulated, an expression for the transverse permeability is presented, and the parallel numerical methods used for solving the problem are described. Finally, we present and discuss our results, and offer conclusions.

PARALLEL COMPUTING ENVIRONMENT

The parallel computing environment at LEPAC, detailed in Dallalana *et al.* (1998), is based on the UNIX operating system and the PVM (acronym for Parallel Virtual Machine) software (Geist *et al.*, 1994), supported by a local Ethernet network which connects the participating machines. The UNIX system employed is either the native system in workstations or the cost-free version Linux in personal microcomputers (Linux supports FORTRAN 77, used in this work, and Ethernet networking with TCP/IP). The cost-free software PVM enables a cluster of (homogeneous or) heterogeneous computers to exchange messages through UNIX sockets. Therefore, the distributed-memory message-passing (MIMD loosely-coupled) computational model (Leiss, 1995) is supported. PVM comes equipped with a collection of FORTRAN 77 library (sub)routines, accessed in the linking stage of the application; we have used Version 3 of PVM.

The parallel environment at LEPAC serves both as a parallel code development and testing facility and as a computing resource for research purposes. In Dallalana *et al.* (1998), the success of this environment implementation has been demonstrated by parallel so-

lution of a simple model problem, the inner product of two vectors, and of a research-level heat transfer problem, the computation of the effective conductivity of random two-dimensional composites. We observe that parallel computing with PVM can be both faster and slower than the equivalent serial computation, depending on the parallel algorithm adopted. Also, as we show here, the same algorithm performs differently on different hardware.

Hardware and Network Topology. At LEPAC, we have installed the UNIX/PVM set in three clusters. Cluster 1 is composed of four microcomputers IBM Aptiva, each with the Intel 486-DX2 chip, 32 Mb of RAM and the network card IBM LAN Adapter for Ethernet. Cluster 2 is composed of two microcomputers IBM Aptiva, each with the Intel Pentium-90 chip, 32 Mb of RAM and the network card IBM LAN Adapter for Ethernet. Cluster 3 is composed of three workstations IBM RISC System/6000 43P-133 (with the AIX operating system), 64 Mb of RAM and native Ethernet card. All Ethernet cards transmit and receive data at a rate of 10 Mbps. All machines in each cluster are connected in a linear array topology (Leiss, 1995).

CREEPING FLOW IN FIBROUS POROUS MEDIA

We consider here a unidirectional (i.e., two-dimensional) random porous medium, Ω , composed of co-oriented circular cylindrical solid fibers distributed in a fluid continuum. The fluid is assumed Newtonian, with constant density, ρ , and viscosity, μ . We further assume that the flow is inertia-free, thus governed by the Stokes equations, and that the porous medium is isotropic. By external means (i.e., through inlet and outlet boundary conditions on subregions of the surface $\partial\Omega$ of the medium), a pressure gradient $\Delta P/L$ is imposed over the large scale L of Ω ; L is the *macroscale*. The smallest scale of Ω is the characteristic size of the dispersed fibers, d , called the *microscale*. The *mesoscale* λ ($d \ll \lambda \ll L$) is the characteristic size of the "representative volume element" of Ω (Hashin, 1983), here a periodic supercell of area λ^2 containing many randomly placed cylinders. The cylinder-to-cell area ratio defines the (dispersed-phase) volume fraction, or concentration, c .

In Cruz and Patera (1995), a variational hierarchical scale-decoupling procedure is described, which decomposes the original multiscale problem in Ω into the microscale (length scale d), mesoscale (length scale λ), and macroscale (length scale L) problems. In the macroscale problem, one considers the creeping flow equation (conservation of mass combined with Darcy's law) and the external boundary conditions for the smooth *homogenized* porous medium characterized by the *transverse permeability* $\kappa(c)$; the quantity of interest is the global volumetric flow rate. In the mesoscale problem, the permeability κ is actually determined, and so are the length scales at which periodic and truly random microstructures are statistically indistinguishable.

The computationally intensive mesoscale problem encompasses four nested levels, described in detail in Cruz and Patera (1995). Finally, in the microscale problem, local effects, such as the nearfield behavior of clustered fibers, are modeled and subsequently incorporated into the mesoscale problem.

For the purposes of this paper, we are exclusively interested in the first level of the mesoscale problem: to wit, we want to determine the transverse permeability, $\kappa(\{\mathbf{y}\}_N; c, \lambda)$, for a *particular realization* (i.e., configuration) of the supercell, see Figure 1. The property κ is defined as the product of the viscosity μ and the superficial average y_1 -velocity normalized by the imposed y_1 -pressure gradient. The periodically replicated supercell, $\Omega_{sc} = [0, \lambda] \times [0, \lambda] \subset \mathbb{R}^2$, contains $N = 4c\lambda^2/\pi d^2$ cylinders (or fibers); the particular placement of the cylinder centers within Ω_{sc} , $\{\mathbf{y}\}_N = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N) \in \Omega_{sc}$, is sampled from an assumed isotropic and homogeneous joint probability density function, $f_{\{\mathbf{y}\}_N}(\{\mathbf{y}\}_N; c, \lambda)$. Here, we use the probability density function corresponding to the random sequential addition procedure (Torquato, 1991), which does not allow the sequentially placed cylinders to overlap.

The transverse permeability $\kappa(\{\mathbf{y}\}_N; c, \lambda)$ is a functional of the solution to the structure-dependent steady-state creeping flow cell problem on Ω_{sc} , which is obtained from the original multiscale problem by applying the method of homogenization (Bensoussan *et al.*, 1978; Mei and Auriault, 1989). The variational form of the mesoscale cell problem, for the driving pressure gradient $\Delta P/L$ arbitrarily set in the y_1 direction, is given by (Cruz and Patera, 1995)

$$\mathbf{u} = \arg \max_{\mathbf{w} \in Y} J_{\Omega_{sc}}(\mathbf{w}), \quad (1)$$

where: $\mathbf{u} = (u_1(y_1, y_2), u_2(y_1, y_2))$ is the mesoscale velocity vector; $J_{\Omega_{sc}}$ is the functional defined by

$$J_{\Omega_{sc}}(\mathbf{w}) = 2 \frac{\Delta P}{\mu L} \int_{\Omega_{sc}} w_1 \, dy - \int_{\Omega_{sc}} \frac{\partial w_i}{\partial y_k} \frac{\partial w_i}{\partial y_k} \, dy; \quad (2)$$

Y is the function space $Y = \{(w_1, w_2) \in (H_{0\#}^1(\Omega_{sc}), H_{0\#}^1(\Omega_{sc})) \mid \text{div } \mathbf{w} = 0\}$, and $H_{0\#}^1(\Omega_{sc})$ is the space of all λ -doubly periodic functions (subscript $\#$) which vanish on $\partial\Omega_{sc,f}$, and for which both the function and derivative are square integrable over Ω_{sc} , $\partial\Omega_{sc,f}$ is the union of all the fiber surfaces in Ω_{sc} . In order to arrive at the standard velocity-pressure weak form, we first transform the constrained maximization (1) into an unconstrained saddle-problem: we enlarge the velocity space Y to include *all* functions $(w_1, w_2) \in (H_{0\#}^1(\Omega_{sc}), H_{0\#}^1(\Omega_{sc}))$, and introduce a Lagrange multiplier — the mesoscale pressure, p — to impose the incompressibility constraint. Taking then the first variation of the resulting Lagrangian, we obtain the weak form: Find $(u_1, u_2, p) \in (H_{0\#}^1(\Omega_{sc}), H_{0\#}^1(\Omega_{sc}), L_{\#}^2(\Omega_{sc}))$ such that, $\forall (v_1, v_2) \in$

$(H_{0\#}^1(\Omega_{sc}), H_{0\#}^1(\Omega_{sc}))$ and $\forall q \in L_{\#}^2(\Omega_{sc})$,

$$\mu \int_{\Omega_{sc}} \frac{\partial v_i}{\partial y_k} \frac{\partial u_i}{\partial y_k} dy - \int_{\Omega_{sc}} \frac{\partial v_i}{\partial y_i} p dy = \frac{\Delta P}{L} \int_{\Omega_{sc}} v_1 dy, \quad (3)$$

and

$$-\int_{\Omega_{sc}} q \frac{\partial u_i}{\partial y_i} dy = 0, \quad (4)$$

where $L_{\#}^2(\Omega_{sc})$ is the space of all λ -doubly periodic functions $z(\mathbf{y})$ which are square-integrable over Ω_{sc} (note that candidate pressures need not be continuous), and for which $\int_{\Omega_{sc}} z d\mathbf{y} = 0$. Once the mesoscale velocity field $u_i(\mathbf{y})$, $i = 1, 2$, has been found, the transverse permeability κ can be computed from the expression (Cruz and Patera, 1995)

$$\kappa = \frac{\mu L}{\Delta P \lambda^2} \int_{\Omega_{sc}} u_1 dy. \quad (5)$$

PARALLEL NUMERICAL SOLUTION USING PVM

In this section we describe all the components for the parallel numerical solution of the cell problem presented in the previous section, and indicate the PVM functions utilized in the parallel implementation. More details can be found in Cruz and Patera (1995).

Domain and Mesh Generation. The calculation of the transverse permeability κ for a supercell configuration with a particular placement of fibers, $\{\mathbf{y}\}_N$, requires the solution of the problem (3)–(4) in the periodic domain Ω_{sc} . Our supercell–domain geometry generation and partition procedure is based on the Voronoi diagram (Preparata and Shamos, 1988). One Voronoi tile is associated with each fiber, and the N tiles are sequentially distributed among N_P processors. Finite-element mesh generation in the tiles (subdomains) takes place separately and concurrently on each processor. First, a boundary–node distribution function (Cruz and Patera, 1995) is used to distribute nodes on the fibers surfaces and Voronoi edges. Next, the positions of the nodes on these boundaries are input to the mesh generator, which then generates the triangular finite elements in the domain. A conforming mesh is generated with no parallel communication by specifying the same nodes on Voronoi edges shared by tiles residing on different processors. We use the FORTRAN 77 implementations VORONOI2 (Sugihara and Iri, 1989) and MSHPTG (Hecht and Saltel, 1990) to generate, respectively, the Voronoi diagrams and meshes of this work. A typical finite–element mesh for a particular 16–fiber supercell, for which $c = 0.3$, is shown in Figure 1.

Discretization and Iterative Solution. Finite element discretization (Gunzburger, 1989) is used to solve the nondimensional form of the creeping flow problem (3)–(4). Here, given the triangulation of a supercell domain, we employ Taylor–Hood \mathcal{P}_2 – \mathcal{P}_1 elements: quadratic and linear piecewise continuous polynomials are used to represent the velocity and pressure,

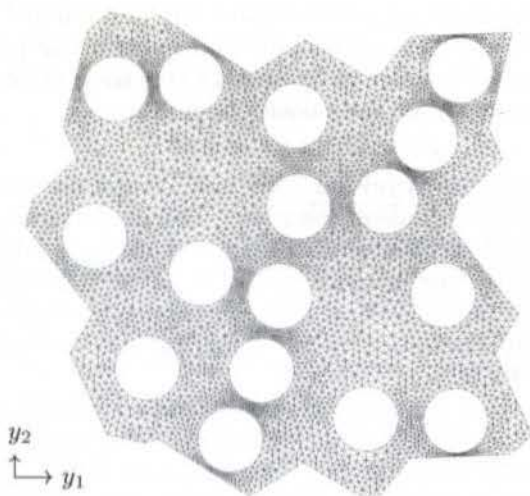


Figure 1: Finite–element mesh for a particular 16–cylinder supercell, $c = 0.3$, $\lambda = 6.47$: total of 8776 triangles.

respectively. Expressing the basis and test functions in terms of the usual nodal Lagrangian interpolants, and performing all quadratures exactly, we arrive at the system

$$\mu \underline{A} \underline{u}_{h,i} - \underline{D}_i^T \underline{p}_h = \underline{M} \underline{f}_i, \quad i = 1, 2, \quad (6)$$

and

$$-\underline{D}_i \underline{u}_{h,i} = 0. \quad (7)$$

In (6)–(7), \underline{A} is the discrete negative Laplacian operator, $\underline{u}_h \equiv (\underline{u}_{h,1}, \underline{u}_{h,2})$ and \underline{p}_h are, respectively, the velocity and pressure vectors of unknown global nodal values, $-\underline{D}_i^T$ is the discrete gradient operator, \underline{M} is the global mass matrix, and \underline{f}_i is the vector of global nodal values corresponding to the driving pressure gradient (forcing term). All Dirichlet boundary conditions are incorporated into the matrix operators. The linear algebraic system (6)–(7) constitutes a classical symmetric saddle–point problem. The discrete equation for κ_h^* , the numerical approximation to κ normalized by the square of the fibers diameter, is given by

$$\kappa_h^* = \frac{1}{d^2} \frac{\mu L}{\Delta P \lambda^2} \int_{\Omega_{sc,h}} u_{h,1} dy, \quad (8)$$

where $\Omega_{sc,h}$ is the discrete approximation (linear ‘skin’) to Ω_{sc} .

The Uzawa saddle–decoupling algorithm (Maday *et al.*, 1993) is employed to transform the system (6)–(7) into discrete equivalents suitable for conjugate gradient iteration (Golub and Van Loan, 1989). The algorithm essentially consists in the application of block Gaussian elimination to the system (6)–(7): formally multiplying (6) on the left by $\underline{D}_i \underline{A}^{-1}$, and using (7), we obtain

$$\underline{S} \underline{p}_h = -\underline{D}_i \underline{A}^{-1} \underline{M} \underline{f}_i, \quad (9)$$

where $\underline{S} \equiv \underline{D}_i \underline{A}^{-1} \underline{D}_i^T$ is a symmetric, positive–semidefinite operator, and

$$\mu \underline{A} \underline{u}_{h,i} = \underline{D}_i^T \underline{p}_h + \underline{M} \underline{f}_i, \quad i = 1, 2. \quad (10)$$

The solution $(\underline{u}_h, \underline{p}_h)$ of the system (9)–(10) is found by a nested conjugate gradient iteration to obtain the pressure from (9), followed by another conjugate gradient iteration to obtain the velocity from (10).

Parallel Algorithm. We now discuss the parallel conjugate gradient iteration. The main feature of our model architecture is distributed-memory MIMD processing; our program model is an SPMD (single program multiple data) message-passing system; actual implementation is for a machine cluster under UNIX/PVM.

In each conjugate gradient iteration (Golub and Van Loan, 1989), the two crucial evaluation operations as regards computational complexity are the matrix-vector product and the inner products. Our algorithm consists of: first, data partition; and subsequently, at every iteration, local (elemental) operator evaluation (the global system matrix is never formed), direct stiffness summation, and inner product evaluation. *Data partition* consists of identifying and grouping different data types, which are either local (to a single processor) or global (resident on all processors). The supercell domain is partitioned into tiles, which are local subdomains of finite elements; each tile boundary is divided into edges (local) and vertices (global). *Local operator evaluation* performs, concurrently on each processor, the quadratures and assembly of the elemental matrices. Next, the action of the elemental operator (\underline{A} or \underline{S}) on the elemental field vector is evaluated; in this step, the processors operate in a loosely-synchronous fashion on the resident data. *Parallel direct stiffness summation* updates local operator products to effect global (matrix-free) evaluations. First, a serial-type direct stiffness operation is performed concurrently on every processor to update local data. Next, on each processor, we accumulate the requisite system (global) quantities through “nearest neighbor” and gather-scatter operations for the edges and vertices, respectively. For *inner product evaluation*, each processor accumulates the local contribution to the inner product in one partial sum; next, a gather-scatter operation is invoked which sums the processor contributions and broadcasts the final result to all participating processors.

PVM Implementation. The PVM implementation is now described by indicating the FORTRAN 77 PVM routines (Geist *et al.*, 1994) which are called from within the program to effect the various tasks of the parallel algorithm presented above. It is first required to start up PVM and, next, to configure a parallel virtual machine with N_P machines of one of our three homogeneous clusters ($N_P \leq 4$ for Cluster 1, $N_P \leq 2$ for Cluster 2, and $N_P \leq 3$ for Cluster 3); one of the N_P participating machines is the parent (the one where PVM is started), the other $N_P - 1$ are the children.

Data partition requires the labeling of each of the N_P participating machines of a virtual machine; the setup and identification of each of the N_P machines are

effected with the `pvmfmytid` and `pvmfparent` routines. All N_P machines form a dynamic process group by calling `pvmfjoininggroup`. The “nearest neighbor” operations required to update edge data are effected by, first, assembling the edge data in a message buffer and, next, calling the `pvmfinitend`, `pvmfpsend` and `pvmfprecv` routines, the first two by the sending processor and the latter by the receiver. The receiver obtains information about the incoming messages (such as message length and arrival status) by calling `pvmfbufinfo` and `pvmfprobe`. Finally, the gather-scatter operations required to update vertice data and to compute inner products are effected using the `PvmSum` function of the `pvmfreduce` routine. The `pvmfreduce` routine is called by all the N_P processors of the dynamic group, and `PvmSum` sums the local contributions across the processors and stores the global result in the parent. The parent, after calling `pvmfinitend` and `pvmfpack`, calls `pvmfbcast` to broadcast the result to the children. The children call the `pvmfprecv` routine to receive the global result from the parent.

RESULTS AND DISCUSSION

The validation of the current PVM implementation has been effected in two steps: first, we reproduce some of the previous transverse permeability results presented in Cruz and Patera (1995), utilizing only one processor of each homogeneous cluster; second, for the same supercell, we verify that the same numerical value for the transverse permeability, κ_h^* , is obtained as the number of processors in the parallel virtual machine is increased to 2, 3, or 4. We report here that the PVM implementation is working properly; for example, for the supercell shown in Figure 1, we obtain $\kappa_h^* = 0.0185$ regardless of the number of processors in a parallel virtual machine configured in any one of our three clusters.

We now present and discuss the parallel performance results obtained with our UNIX/PVM environment and PVM implementation. Tables 1, 2, and 3 show, respectively for Clusters 1, 2, and 3, the total execution times required to calculate κ_h^* by solving the creeping flow problem in a supercell with N fibers, using N_P processors; the times are measured with the Unix `time` command and are given in minutes. (Times quoted for $N_P = 1$ are obtained with only one machine of one of our homogeneous clusters; the fastest machines are those of Cluster 3.) Six typical supercell realizations are selected: the number of fibers in one realization, N , is set equal to 2, 4, 6, 8, 16 (shown in Figure 1), and 24; all supercells have concentration $c = 0.3$. We have not performed the computations for which $N < N_P$, since the Voronoi tiles are indivisible units in the current data partition procedure, and for which N is not divisible by N_P , so as not to impose a severe load imbalance on the processors; the entries in the tables corresponding to these computations are marked with a dash (—). Comparing the machines in-

dividually, we observe that the machines of Clusters 2 and 3 are, respectively, about 2.8 and 11.8 times faster than the machines of Cluster 1. On the other hand, the two-processor virtual machines of Clusters 2 and 3 are, respectively, about 3.3 and 8.5 times faster than the ones of Cluster 1. This indicates that, as an overall effect of both hardware and software, the ratio of the time allocated to communication to the time allocated to computation for Cluster 2 is about 1.2 times better than that for Cluster 1, while such ratio for Cluster 3 is actually about 1.4 times worse than that for Cluster 1. The latter result is consistent with the fact that the three-processor virtual machines of Cluster 3 are also about 8.5 times faster than those of Cluster 1. As regards the total time spent to compute κ_h^* , it is important to point out that, for each cluster, as the number of processors is increased, a considerable amount of time can be saved for the more involved and relevant calculations with large N (order of dozens).

Table 1: Execution times (in minutes) for Cluster 1. Parallel solution, using N_P processors, of creeping flow problems in supercells with $c = 0.3$ and N fibers.

	$N_P = 1$	$N_P = 2$	$N_P = 3$	$N_P = 4$
$N = 2$	18	29	—	—
$N = 4$	58	64	—	66
$N = 6$	136	128	113	—
$N = 8$	283	243	—	200
$N = 16$	981	862	—	519
$N = 24$	1668	1516	1002	800

Table 2: Execution times (in minutes) for Cluster 2. Parallel solution, using N_P processors, of creeping flow problems in supercells with $c = 0.3$ and N fibers.

	$N_P = 1$	$N_P = 2$
$N = 2$	6.3	8.5
$N = 4$	21	19
$N = 6$	49	40
$N = 8$	102	78
$N = 16$	355	271
$N = 24$	605	474

Table 3: Execution times (in minutes) for Cluster 3. Parallel solution, using N_P processors, of creeping flow problems in supercells with $c = 0.3$ and N fibers.

	$N_P = 1$	$N_P = 2$	$N_P = 3$
$N = 2$	1.7	3.7	—
$N = 4$	4.8	7.4	—
$N = 6$	11.2	15.0	13.5
$N = 8$	23	28	—
$N = 16$	82	100	—
$N = 24$	140	175	117

Tables 4, 5, and 6 show the speed-up, S , defined as the execution time for one processor divided by the execution time for N_P processors, and the parallel efficiency, defined as the speed-up for N_P processors divided by N_P , corresponding to the timing data of Tables 1, 2, and 3, respectively. To aid data analysis, Figure 2 shows a plot of the speed-up as a function of N for fixed N_P ($N_P = 2$), for the three clusters. Several observations can be drawn from these tables and Figure 2. First, it is clear that parallel computation of κ_h^* in our UNIX/PVM environment is increasingly advantageous (i.e., has a higher speed-up and parallel efficiency) as the number of fibers, N , is increased (at fixed concentration c), provided that the granularity of about 8 fibers is not exceeded in one processor. This behavior is explained by the fact that, up to an "optimal" granularity, the amount of computation on one processor increases more rapidly than the amount of communication when N is increased. Second, Cluster

Table 4: Speed-up (figure on the left of /) and parallel efficiency (figure on the right of /) for Cluster 1, computed from data in Table 1.

	$N_P = 2$	$N_P = 3$	$N_P = 4$
$N = 2$	0.62 / 0.31	—	—
$N = 4$	0.91 / 0.46	—	0.88 / 0.22
$N = 6$	1.06 / 0.53	1.20 / 0.40	—
$N = 8$	1.16 / 0.58	—	1.42 / 0.36
$N = 16$	1.14 / 0.57	—	1.89 / 0.47
$N = 24$	1.10 / 0.55	1.66 / 0.55	2.09 / 0.52

Table 5: Speed-up (figure on the left of /) and parallel efficiency (figure on the right of /) for Cluster 2, computed from data in Table 2.

	$N_P = 2$
$N = 2$	0.74 / 0.37
$N = 4$	1.11 / 0.56
$N = 6$	1.23 / 0.62
$N = 8$	1.31 / 0.66
$N = 16$	1.31 / 0.66
$N = 24$	1.28 / 0.64

Table 6: Speed-up (figure on the left of /) and parallel efficiency (figure on the right of /) for Cluster 3, computed from data in Table 3.

	$N_P = 2$	$N_P = 3$
$N = 2$	0.46 / 0.23	—
$N = 4$	0.65 / 0.33	—
$N = 6$	0.75 / 0.38	0.83 / 0.28
$N = 8$	0.82 / 0.41	—
$N = 16$	0.82 / 0.41	—
$N = 24$	0.80 / 0.40	1.20 / 0.40

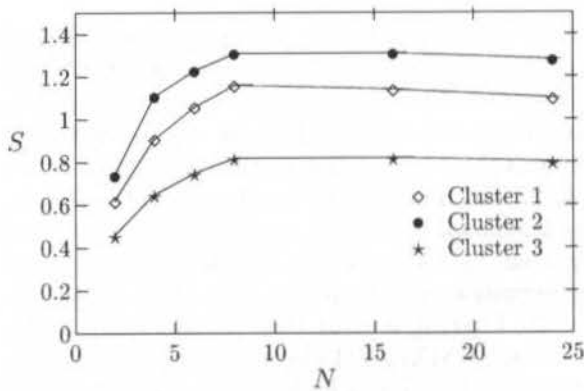


Figure 2: Speed-up, S , as a function of number of fibers, N , for a fixed number of processors, $N_P = 2$, for the three clusters.

2 exhibits the best parallel efficiencies, while Cluster 3 exhibits the worst, consistently with their relative communication-to-computation performance noted in the previous paragraph. Third, Cluster 3, the one with the most powerful processors and worst communication-to-computation performance, reveals itself advantageous for virtual machines with $N_P = 3$ over the range of N where the creeping flow calculations are expected to be most relevant.

CONCLUSIONS

We have utilized the UNIX/PVM parallel computing environment at LEPAC to compute the transverse permeability of fibrous porous media. By analysing the parallel performance results of each one of our three clusters, we conclude that our UNIX/PVM environment is very useful for both parallel code development/testing and research-level computations; naturally, better (i.e., faster) communication hardware (Geist *et al.*, 1994) would improve all our speed-up and parallel efficiency results.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author would like to gratefully acknowledge the support of the Brazilian Council for Development of Science and Technology (CNPq) through Grant 521002/97-4. Thanks are also due to Mr. Alexandre Dallalana, Mr. Bruno J. Costa and Mr. Alan Z. Labes for their excellent help with PVM. All the runs were conducted at LEPAC/DEM/EE/UFRJ.

REFERENCES

Bensoussan, A., Lions, J.-L. and Papanicolaou, G. C., 1978, *Asymptotic Analysis for Periodic Structures*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam.

Cruz, M. E. and Patera, A. T., 1995, "A Parallel Monte-Carlo Finite-Element Procedure for the Analysis of Multicomponent Random Media", *Int. J. Numer. Methods Engng.*, Vol. 38, pp. 1087-1121.

Dallalana, A., Costa, B. J. and Cruz, M. E., 1998, "Parallel Microcomputing; Application to Heat Conduction in Thermal Composites", Proceedings of the V CEM-NNE 98, Fortaleza, CE, Brazil.

Gebart, B. R., 1992, "Permeability of unidirectional reinforcements for RTM", *J. Compos. Mater.*, Vol. 26, pp. 1100-1133.

Geist, A., Beguelin, A., Dongarra, J., Jiang, W., Manchek, R. and Sunderam, V., 1994, *PVM - Parallel Virtual Machine, A user's guide and tutorial for networked parallel computing*, The MIT Press, Cambridge, MA.

Ghaddar, C. K., 1995, "On the permeability of unidirectional fibrous media: A parallel computational approach", *Phys. Fluids*, Vol. 7, pp. 2563-2586.

Golub, G. H. and Van Loan, C. F., 1989, *Matrix Computations*, 2nd edition, The Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD.

Gunzburger, M. D., 1989, *Finite Element Methods for Viscous Incompressible Flows: A Guide to Theory, Practice, and Algorithms*, Academic Press, San Diego, CA.

Hashin, Z., 1983, "Analysis of Composite Materials - A Survey", *Trans. ASME, J. Applied Mechanics*, Vol. 50, pp. 481-505.

Hecht, F. and Saltel, E., 1990, "Emc2: Editeur de maillages et de contours bidimensionnels, Manuel d'utilisation", *Rapport Technique No. 118*, INRIA, France.

Kim, S. and Karrila, S. J., 1991, *Microhydrodynamics: Principles and Selected Applications*, Butterworth-Heinemann, Boston, MA.

Leiss, E. L., 1995, *Parallel and Vector Computing, A Practical Introduction*, McGraw-Hill, Inc., New York, NY.

Maday, Y., Meiron, D., Patera, A. T. and Rønquist, E. M., 1993, "Analysis of iterative methods for the steady and unsteady Stokes problem: application to spectral element discretizations", *SIAM J. Sci. Comp.*, Vol. 14, pp. 310-337.

Mei, C. C. and Auriault, J.-L., 1989, "Mechanics of heterogeneous porous media with several spatial scales", *Proc. Roy. Soc. (London) A*, Vol. 426, pp. 391-423.

Preparata, F. P. and Shamos, M. I., 1988, *Computational Geometry: An Introduction*, 2nd print, Springer-Verlag, New York, NY.

Sangani, A. S. and Yao, C., 1988, "Transport processes in random arrays of cylinders. II. Viscous Flow", *Phys. Fluids*, Vol. 31, pp. 2435-2444.

Sugihara, K. and Iri, M., 1989, "VORONOI2 Reference Manual: Topology-Oriented Version of the Incremental Method for Constructing Voronoi Diagram", *Research Memorandum RMI 89-04*, Department of Mathematical Engineering and Information Physics, University of Tokyo.

Torquato, S., 1991, "Random heterogeneous media: Microstructure and improved bounds on effective properties", *Appl. Mech. Rev.*, Vol. 44, pp. 37-76.

**SOME PHYSICAL FEATURES OF THE INTERNAL
HEAT SOURCE IN A SOLID-FLUID MIXTURE**

M. L. Martins-Costa⁽¹⁾ and R. M. Saldanha da Gama⁽²⁾

(1) Laboratório de Mecânica Teórica e Aplicada (LMTA)

TEM, UFF - Rua Passo da Pátria No.156, 24210-240 Niterói/RJ, Brazil

(2) LNCC/CNPq - Av. Getúlio Vargas No.333, 25651-070 Petrópolis/RJ, Brazil

SUMMARY

The continuum theory of mixtures, specially developed to describe multiphase phenomena, in which the phases are treated as overlapping continuous constituents, requires additional source terms - absent in a continuum mechanics approach, in order to couple the transport processes among the constituents. A physical interpretation for the internal heat source, present in the energy balance equations for a solid-fluid mixture, is proposed by relating the heat transfer processes between both constituents in two distinct approaches: continuum theory of mixtures and continuum mechanics. This leads to an analogy between the local temperature difference and the usual heat transfer coefficients.

INTRODUCTION

A continuum mechanics approach (Atkin and Craine, 1976) - a well established theory - is suitable to describe the majority of problems in mechanics. However in many relevant cases a theory, specially developed to model multiphase phenomena - such as fluid-particulate flows and flows through porous media, just to mention a few of them - would be more adequate for a local description. The continuum theory of mixtures, specially developed to describe multiphase phenomena, allows the construction of thermodynamically consistent local models by means of a systematic procedure. An important feature of this theory is to treat the phases as superimposed continuous constituents, each one representing a phase of a mixture and occupying simultaneously its whole volume.

The superposition of continua, induced from this above mentioned approach, gives rise to an apparent thermomechanical independence among the transport processes taking place in each constituent. This independence is only apparent since the processes are coupled by means of internal interaction terms - absent in a classical continuum mechanics approach (Billington and Tate, 1981). The presence of additional source terms in the basic governing principles (balance equations and second law of thermodynamics) - which play the role of internal sources whose magnitude is strongly dependent on the local thermomechanical non-equilibrium among the constituents guarantees the coupling of transport processes among the constituents. However, in order to build realistic models for multiphase transport phenomena, it is important to measure these terms - whose non-classical features requires an adequate physical interpretation to make the measurement possible.

The present work main subject is the physical interpretation of the internal source which appears in the set of energy balance equations for a binary mixture and represents the amount of energy (per unit time and unit volume)

supplied from a constituent 1 to a constituent 2, due to a local thermal non-equilibrium and is usually represented as (Saldanha da Gama, 1989; Martins-Costa et al., 1992; Quintard et al., 1997)

$$\Psi_{1 \rightarrow 2} = R_{1 \rightarrow 2} (T_1 - T_2) \quad (1)$$

in which T_1 and T_2 represent the constituents 1 and 2 local temperatures and the coefficient $R_{1 \rightarrow 2}$ is the object of discussion in this article. The heat transfer (per unit time) from a constituent 1 to a constituent 2 in the subset $\Gamma \subset \Omega$ is given by the integration of the internal heat source

$$\begin{aligned} Q_{1 \rightarrow 2 / \Gamma} &= \int_{\Gamma} \Psi_{1 \rightarrow 2} dV \\ &= \int_{\Gamma} R_{1 \rightarrow 2} (T_1 - T_2) dV \end{aligned} \quad (2)$$

Two distinct approaches - continuum theory of mixtures and continuum mechanics - have been employed in this work to propose a physical interpretation for the energy source term, which arises naturally when thermal non-equilibrium among the constituents of the mixture is allowed. Some idealised solid-fluid mixtures were employed to validate the relation proposed.

**THE CONTINUUM MECHANICS APPROACH
FOR A SOLID-FLUID MIXTURE**

Let the bounded open set $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ be occupied by a solid-fluid mixture. A classical continuum mechanics viewpoint is considered as a first step to build a physical interpretation for the energy source term - and, in this case the

set Ω is given by $\Omega \equiv \Omega_s \cup \Omega_f$, with Ω_s and Ω_f representing respectively the regions occupied by the solid and by the fluid.

The set $\partial\Omega^*$ represents the solid-fluid interfaces being given by $\partial\Omega^* \equiv [\bar{\Omega}_s \cap \bar{\Omega}_f] \cap \Omega$ and the heat exchange (per unit time and unit area) from the solid to the fluid at some point on $\partial\Omega^*$ is given by (Slattery, 1972)

$$\begin{aligned} q_{s \rightarrow f} &= -k_s \nabla T_s \cdot \mathbf{n}_s \\ &= k_f \nabla T_f \cdot \mathbf{n}_f \quad \text{on} \quad \partial\Omega^* \end{aligned} \quad (3)$$

where k_s and k_f are the thermal conductivities of the solid and the fluid, respectively, T_s and T_f their temperatures and \mathbf{n}_s and \mathbf{n}_f their unit outward normals, so that $\mathbf{n}_s = -\mathbf{n}_f$. At this point it is to be noticed that $q_{s \rightarrow f} = -q_{f \rightarrow s}$.

The heat transfer (per unit time) from the solid to the fluid in a subset $\Gamma \subset \Omega$ is given by

$$\begin{aligned} Q_{s \rightarrow f / \Gamma} &= \int_{\partial\Gamma} q_{s \rightarrow f} dS \quad , \\ \partial\Gamma &\equiv [\bar{\Omega}_s \cap \bar{\Omega}_f] \cap \Gamma \end{aligned} \quad (4)$$

Equation (3) represents the coupling between the energy transfer in Ω_s and Ω_f . The set $\partial\Omega^*$ is, in general, of great complexity and unknown (e. g. in a porous medium) giving rise to a mathematical description that cannot be simulated.

One way to surpass the above geometrical complexity is to describe the phenomena in a continuum theory of mixtures viewpoint, in which the solid and the fluid are represented by superimposed continuous constituents. In other words, the solid and the fluid constituents are present in all the points of Ω and the original interfaces (the set $\partial\Omega^*$) vanish, as it will be presented in the following section. One shortcoming of this artificial superposition is to give rise to new terms in the balance equations, in order to account for the interchanges between the constituents.

THE BINARY MIXTURE DESCRIPTION

Now a mixture theory viewpoint will be employed to model the solid-fluid mixture described in the previous item. According to Atkin and Craine (1976), the following set of equations represents the energy balance for solid and fluid constituents of a binary mixture

$$\begin{aligned} \rho_F c_F \left[\frac{\partial T_F}{\partial t} + \nabla T_F \cdot \mathbf{v}_F \right] &= \\ \nabla \cdot (k_F \nabla T_F) + \dot{q}_F + \Psi_{S \rightarrow F} + \mathbf{T}_F \cdot \mathbf{D}_F & \\ \rho_S c_S \left[\frac{\partial T_S}{\partial t} + \nabla T_S \cdot \mathbf{v}_S \right] &= \\ \nabla \cdot (k_S \nabla T_S) + \dot{q}_S + \Psi_{F \rightarrow S} + \mathbf{T}_S \cdot \mathbf{D}_S & \\ \text{with} & \\ \Psi_{S \rightarrow F} = -\Psi_{F \rightarrow S} & \end{aligned} \quad (5)$$

in Ω

in which the indexes F and S refer to the solid and the fluid constituents

It is important to stress the differences between the quantities with indexes s and f (related to the solid and fluid) and those with indexes S and F (representing the solid and fluid constituents in a binary mixture), which are defined in the whole region Ω . The following relations are verified for specific heats, mass densities and thermal conductivities

$$c_S = c_s \quad \text{and} \quad c_F = c_f \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \rho_S = \varphi_s \rho_s \quad \text{and} \quad \rho_F = \varphi_f \rho_f \\ \text{with} \quad \varphi_s + \varphi_f = 1 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} k_S = \Lambda \varphi_s k_s \quad \text{and} \quad k_F = \Lambda \varphi_f k_f \\ \text{with} \quad \varphi_s + \varphi_f = 1 \end{aligned} \quad (8)$$

where φ_s and φ_f represent solid and fluid volume fractions and Λ is an always positive parameter related to the solid-fluid mixture structure and kinematics (Saldanha da Gama, 1989; Martins-Costa et al, 1992).

The temperature fields T_F and T_S (fluid and solid constituents) at the point $\mathbf{X} \in \Omega$ are related to the fluid and solid temperatures T_f and T_s by means of

$$T_F = \frac{1}{\text{vol}(\Gamma \cap \Omega_f)} \int_{\Gamma \cap \Omega_f} T_f dV \quad (9)$$

$$T_S = \frac{1}{\text{vol}(\Gamma \cap \Omega_s)} \int_{\Gamma \cap \Omega_s} T_s dV \quad (10)$$

in which Γ is some small neighbourhood of the point $\mathbf{X} \in \Omega$ chosen in such a way that it may represent a typical cell of the considered mixture and $\text{vol}(\cdot)$ represents the occupied volume.

The internal heat sources $\Psi_{S \rightarrow F}$ and $\Psi_{F \rightarrow S}$ are usually supposed to be linear functions of both constituents' temperature difference ($T_F - T_S$), in other words,

$$\Psi_{S \rightarrow F} = R_{S \rightarrow F} (T_S - T_F) \quad (11)$$

in which $R_{S \rightarrow F}$ is a positive-valued coefficient, since it is expected that the heat supply from the solid constituent to the fluid constituent $\Psi_{S \rightarrow F}$ arising from their interaction must be positive if $T_F \leq T_S$ and negative otherwise (Costa Mattos et al., 1995).

The internal heat transfer coefficient $R_{S \rightarrow F}$ coincides with $R_{F \rightarrow S}$ in order to satisfy the global energy balance for the mixture as a whole (Martins-Costa et al., 1993) - which requires that the sum of both the heat transfer from the solid constituent to the fluid constituent and the one from the fluid constituent to the solid constituent must be zero everywhere.

It is convenient to rewrite eq.(2) here as follows

$$Q_{S \rightarrow F/\Gamma} = \int_{\Gamma} \Psi_{S \rightarrow F} dV \quad (12)$$

$$= \int_{\Gamma} R_{S \rightarrow F} (T_S - T_F) dV$$

$$\int_{\Gamma} R_{S \rightarrow F} (T_S - T_F) dV = \int_{\partial\Gamma} h (T_S - T_F) dS \quad (17)$$

or, taking into account that Γ is an arbitrary small neighbourhood of a point $\mathbf{X} \in \Omega$,

$$R_{S \rightarrow F} (T_S - T_F) V_{\Gamma} = h (T_S - T_F) A_{\partial\Gamma} \quad (18)$$

RELATING THE TWO APPROACHES TO EVALUATE R

The continuum mechanics and mixture theories approaches may be related at this point, taking into account that $Q_{S \rightarrow F/\Gamma}$ must be equal to $Q_{s \rightarrow f/\Gamma}$ for any subset Γ . In this case, the discussion in the previous items allows the following conclusion:

$$\int_{\Gamma} R_{S \rightarrow F} dV = \int_{\partial\Gamma} -k_s \nabla T_s \cdot \mathbf{n}_s dS \quad (13)$$

$$= \int_{\partial\Gamma} k_f \nabla T_f \cdot \mathbf{n}_f dS$$

in which $\partial\Gamma$ ($\partial\Gamma \equiv [\bar{\Omega}_s \cap \bar{\Omega}_f] \cap \Gamma$) is not the usual boundary of Γ .

At this point it is convenient to rewrite equation (13) - using the definition of the convection heat transfer coefficient h ,

$$\int_{\Gamma} R_{S \rightarrow F} dV = \int_{\partial\Gamma} h (T_s - \bar{T}_f) dS \quad (14)$$

in which \bar{T}_f is a bulk temperature, defined as

$$\bar{T}_f = \frac{\int_{\Gamma \cap \Omega_f} T_f \omega dV}{\int_{\Gamma \cap \Omega_f} \omega dV} \quad (15)$$

where ω is some adequate weight function (e.g. a velocity). Taking into account that T_f is a smooth function and again considering Γ a small neighbourhood of a given point \mathbf{X} which represents a typical cell of the mixture, \bar{T}_f may be approximated by

$$\bar{T}_f = \frac{\int_{\Gamma \cap \Omega_f} T_f dV}{\int_{\Gamma \cap \Omega_f} dV} \quad (16)$$

which is equivalent to consider ω a constant in $\Gamma \cap \Omega_f$. Equation (16) represents exactly the definition of T_F .

At this point a restriction must be considered in order to approximate T_s by its mean value (evaluated in the region $\Gamma \cap \Omega_s$ - as in equation (10)). The solid temperature T_s represents a local temperature and not a bulk one, so that it may be adequately approximated by its mean value in Γ only if the solid thermal conductivity is very high - when compared to its dimensions. The present work is restricted to these cases, so that T_s may be replaced by T_S in equation (14), giving rise to:

in which V_{Γ} represents the volume of the neighbourhood Γ while $A_{\partial\Gamma}$ represents the area of the solid-fluid interfaces within Γ .

The above stated considerations lead to the following relationship between the coefficients $R_{S \rightarrow F}$ (mixture theory viewpoint) and h (classical heat transfer), for any point $\mathbf{X} \in \Omega$, to be derived

$$R_{S \rightarrow F} = h \frac{A_{\partial\Gamma}}{V_{\Gamma}} \quad (19)$$

in which the ratio $A_{\partial\Gamma}/V_{\Gamma}$ represents a geometrical coefficient. Equation (19) provides a simple relation between the mixture theory approach and the classical continuum mechanics one, by relating the internal heat transfer coefficient $R_{S \rightarrow F}$ to the usual convection heat transfer coefficient h .

SOME PARTICULAR SITUATIONS

In order to illustrate the discussion performed in the previous item, two examples of solid-fluid mixtures will be considered. In the first one the mixture will be considered as composed by infinite solid parallel plates at rest with thickness δ separated by a fluid - flowing through a region with thickness Δ with constant velocity, as shown in figure 1.

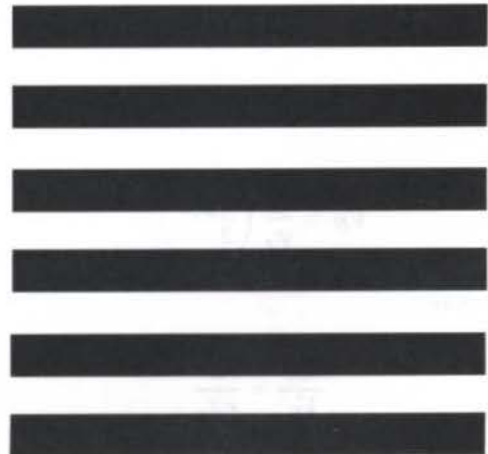


Figure 1. Scheme of a solid-fluid mixture: Solid infinite parallel plates with fluid flowing through them.

In this case the ratio $A_{\partial\Gamma}/V_{\Gamma}$ is given by

$$\frac{A_{\partial\Gamma}}{V_{\Gamma}} = \frac{2}{\Delta + \delta} \quad (20)$$

and does not depend on position.

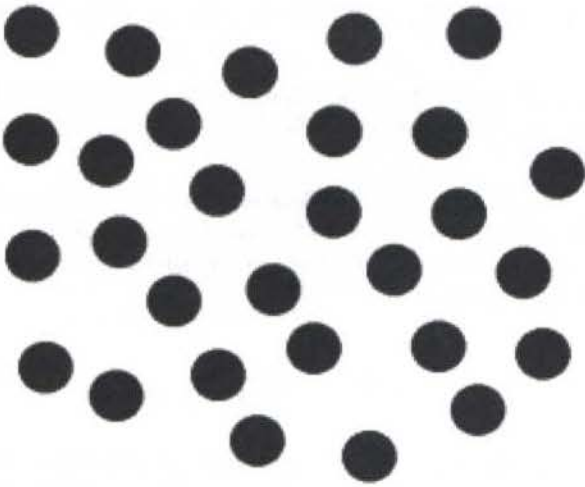


Figure 2. Scheme of a solid-fluid mixture: Solid spheres surrounded by a fluid.

The second example of solid-fluid mixture is composed by several solid spheres (with the same radius r) surrounded by a fluid. Computations of the ratio $A_{\partial\Gamma}/V_{\Gamma}$ give rise to

$$\frac{A_{\partial\Gamma}}{V_{\Gamma}} = \frac{N(4\pi r^2)}{V_N} \quad (21)$$

in which N represents the number of spheres present in a given volume V_N of the mixture. Clearly, in this case, the ratio $A_{\partial\Gamma}/V_{\Gamma}$ may depend on the position - since it depends on the solid (and fluid) volume fractions in the mixture.

Denoting by φ_s the solid volume fraction, V_N is given by

$$V_N = \frac{N}{\varphi_s} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) \quad (22)$$

and, therefore,

$$\frac{A_{\partial\Gamma}}{V_{\Gamma}} = \frac{3}{r\varphi_s} \quad (23)$$

in which φ_s and r may be easily evaluated.

CONSTITUTIVE ASSUMPTIONS ON $R_{S \rightarrow F}$

At this point it may be concluded that the internal heat transfer coefficient $R_{S \rightarrow F}$ depends on the internal structure

of the mixture and on the same parameters used to evaluate the heat transfer coefficient h .

The above stated reasoning leads to the introduction of an alternative Nusselt number, which may be defined as follows

$$Nu_R = \frac{R_{S \rightarrow F}}{k_f} \left(\frac{V_{\Gamma}}{A_{\partial\Gamma}} \right)^2 \quad (24)$$

and depends on (forced convection) modified Reynolds and Prandtl numbers - given by

$$Re_R = \frac{(v_f - v_s)}{\nu} \left(\frac{V_{\Gamma}}{A_{\partial\Gamma}} \right) \quad (25)$$

$$Pr_R = \frac{\nu}{\alpha_f} \quad (26)$$

The (mean) velocity difference between the fluid and the solid $(v_f - v_s)$ present in the modified Reynolds number defined in equation (25) may be coincident, for instance, with the velocity difference evaluated from a continuum theory of mixtures viewpoint (Martins-Costa et al., 1992).

FINAL REMARKS

In this work a physical interpretation for the energy source term (which provides the thermal interaction among the constituents of a continuous mixture, where one temperature for each phase is allowed) has been proposed. The referred interpretation was based on the comparison of both continuum theory of mixtures and continuum mechanics approaches.

Considering the relation proposed in the previous items for solid and fluid constituents temperatures and solid and fluid temperatures in a continuum mechanics viewpoint, an analogy with the well known Newton's law of cooling allowed to consider the internal heat transfer coefficient for a two-constituents mixture analogous to the usual heat transfer coefficient. As expected, the above mentioned internal heat transfer coefficient depends on the constituents' velocities as well as on the fluid and the solid thermomechanical properties.

Some idealised solid-fluid mixtures - in which the geometric coefficient $V_{\Gamma}/A_{\partial\Gamma}$ is analytically determined - have been employed to illustrate the interpretation proposed.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author M.L. Martins-Costa gratefully acknowledges the financial support provided by the agency FAPERJ through grant n° E-26/151.157/96.

REFERENCES

Atkin, R.J. and Craine, R.E., 1976, "Continuum Theories of Mixtures. Basic Theory and Historical Development", *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, vol. 29, pp. 209-244.

Billington, E.W. and Tate, A., 1981, "The Physics of Deformation and Flow", McGraw-Hill, New York.

Costa Mattos, H., Martins-Costa, M.L. and Saldanha da Gama, R.M., 1995, "On the Modelling of Momentum and Energy Transfer in Incompressible Mixture", *Int. J. Non-Linear Mech.* vol. 30/4, pp. 419-431.

Martins-Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M., 1992, "Modelling and Simulation of Energy Transfer in a Saturated Flow through a Porous Medium", *Appl. Math. Modelling* vol. 16/11, pp. 589-597.

Martins-Costa, M.L., Sampaio, R. and Saldanha da Gama, R.M., 1993, "On the Energy Balance for Continuous Mixtures", *Mech. Research Comm.* vol. 20/1, pp. 53-58.

Quintard, M., Kaviany, M., and Whitaker, S., 1997, "Two-Medium Treatment of Heat Transfer in Porous Media: Numerical Results for Effective Properties", *Advances Water Resources* vol. 20, pp. 77-94.

Saldanha da Gama, R.M., 1989, "A Model for Heat Transfer in Rigid Continuous Mixtures", *Int. Comm. Heat Mass Transfer* vol. 16, pp. 123-132.

Slattery, J.C., 1972, "Momentum, Energy and Mass Transfer in Continua", McGraw-Hill Kogakusha, Tokyo.

ESTUDO DO EFEITO DE PAREDE NO ESCOAMENTO DE FLUIDOS NEWTONIANO E NÃO-NEWTONIANO EM MEIOS POROSOS

C. H. Ataíde, G. T. Cardoso e M. A. de Oliveira

Universidade Federal de Uberlândia, DEQ/UFU, Uberlândia, MG
38400 089 Uberlândia – Minas Gerais E-mail chataide@ufu.br

SUMÁRIO

Neste estudo, verificou-se experimentalmente o efeito do diâmetro do tubo e dimensão das partículas no fluxo de fluidos Newtoniano e não-Newtoniano através de leitos porosos constituídos de esferas de vidro. Determinou-se os valores de queda de pressão em função da velocidade superficial do líquido, durante o escoamento de água, glicerina e soluções de CMC através de meios porosos compostos de três tipos de recheio. Acondicionou-se o leito fixo poroso em quatro tubos de diâmetros distintos. Investigou-se o chamado efeito de parede, por intermédio da análise do diâmetro do tubo (D_T) e diâmetro da partícula (d_p), no fator de atrito. Analisou-se o desempenho das correlações propostas por Ergun (1952), para a predição do fator de atrito no escoamento de fluidos Newtoniano e Kumar et al. (1981) e Chhabra e Srinivas (1991), aplicadas ao fluxo de líquidos não-Newtoniano. Da análise estatística dos resultados experimentais, estabeleceu-se correlações para a estimativa do fator de atrito no escoamento de líquidos Newtoniano e não-Newtoniano em meios porosos. Os resultados obtidos na unidade experimental encontram-se seguinte na faixa: $0,005 \leq Re \leq 1700$; $3 \cdot 10^{-4} \leq Re_G \leq 62$; $2 \cdot 10^{-4} \leq Re_M \leq 55$; $0,33 \leq \varepsilon \leq 0,41$; $3,54 \leq D_T/d_p \leq 16,51$; $0,453 \leq n \leq 1,0$ e $1,0 \leq f \leq 3,0 \cdot 10^5$

INTRODUÇÃO

Em função da ampla aplicação envolvendo o escoamento de líquidos Newtoniano e não-Newtoniano através de meios porosos, em diversos setores da indústria química e de processamento em geral, observou-se, nas últimas três décadas, um interesse crescente de diversos pesquisadores no sentido de descrever com sucesso o fenômeno da queda de pressão durante o fluxo destes materiais.

Sobre o comportamento fluidodinâmico do escoamento de líquidos Newtoniano em meios porosos os relatos consistentes disponíveis na literatura são consensuais e apontam para a utilização de equações semelhante àquela proposta originalmente por Ergun (1952), conforme revela o trabalho desenvolvido por Rao e Chhabra (1993). Por outro lado as informações disponíveis sobre o escoamento de líquidos não Newtoniano, significativamente mais escassas, são freqüentemente discutidas como reportam as revisões desenvolvidas por Kemblowski e Michniewicz (1979), Chhabra (1993) e mais recentemente por Sabiri e Comiti (1995).

Neste trabalho utilizou-se uma unidade experimental para medir a queda de pressão durante o escoamento de água, glicerina e soluções de carboximetilcelulose (CMC), a qual apresenta comportamento pseudoplástico, através de meios porosos constituídos de esferas de vidro, acondicionadas em quatro tubos transparentes de 1,5 m de comprimento e diâmetros distintos. Afim de ampliar a faixa de estudo sobre a relevância do efeito de parede, variou-se a porosidade do leito fixo, pelo emprego de esferas de vidro de três diferentes diâmetros, obtendo-se assim doze valores para a razão diâmetro do tubo (D_T) - diâmetro de partícula (d_p). Para o fator de atrito analisou-se os desvios obtidos entre os valores experimentais negligenciando o efeito de parede, determinados neste trabalho, e àqueles oriundos da correlação de Ergun (1952), no caso de escoamento de água ou glicerina, e das expressões apresentadas por Kumar et al. (1981) e Chhabra e Srinivas (1991), aplicadas ao fluxo de soluções de CMC, em todas as condições estudadas. Desta forma, neste trabalho procura-se averiguar a influência do diâmetro do tubo e dimensão das esferas na queda de pressão e, do tratamento

estatístico dos resultados experimentais, obteve-se correlações para a estimativa do fator de atrito durante o escoamento de líquidos Newtoniano e não-Newtoniano através de meios porosos.

DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

No estudo do escoamento de líquidos Newtoniano através de meios porosos, optou-se inicialmente por caracterizar os grupos adimensionais, considerando os parâmetros típicos de fluxo, e os dois números usados foram:

- **Fator de Atrito:**

$$f = \frac{\Delta P}{L} \left(\frac{d_p}{\rho v^2} \right) \left(\frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} \right) \quad (1)$$

- **Número de Reynolds:**

$$Re = \frac{\rho d_p v}{\mu(1-\varepsilon)} \quad (2)$$

Posteriormente, Kozeny (1927) e também Carman (1937) mostraram a dependência do fator de atrito com o número de Reynolds, tomando-se por base o modelo de capilaridade do leito, considerando-se este como sendo constituído por um feixe de canais tortuosos, que na média têm a mesma área de secção. A equação geral do fluxo laminar em canais é análoga a de Hagen-Poiseulle para dutos cilíndricos:

$$v_L = \left(\frac{\Delta P}{L} \right) \frac{r_h^2}{\mu K_o} \quad (3)$$

Utiliza-se, também, algumas relações:

$$v_L = \frac{v L_c}{\varepsilon L} \quad (4)$$

$$L_e = K_f L \quad (5)$$

$$r_b = \frac{l}{6} d_p \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) \quad (6)$$

Igualando as equações (3) e (4) e substituindo a Eq. (6) na Eq.(3) e, rearranjando convenientemente, chega-se a:

$$v = \left(\frac{\Delta P}{L} \right) d_p^2 \left[\frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2} \right] \frac{1}{36\mu K} \quad (7)$$

Relacionando a velocidade superficial (v) com a definição de fator de atrito Eq. (1), temos:

$$f = 36K \left[\frac{\mu(1-\varepsilon)}{d_p \rho v} \right] \quad (8)$$

Como o termo entre colchetes é o inverso do número de Reynolds definido inicialmente, pode-se fazer:

$$f = \frac{36K}{Re} \quad (9)$$

que é mais comumente encontrada na literatura na forma:

$$f = \frac{A}{Re} \quad (10)$$

Esta equação relaciona o fator de atrito com o número de Reynolds e é fonte de muitas controvérsias quanto ao valor da constante A. Encontra-se na literatura valores desde 115 até 200, mas os dois valores mais utilizados para A são 150, como desenvolvido por Ergun (1952) e 180 conforme descreveu Carman (1937). Assim, devido às discordâncias entre os valores usuais para A, apesar de muito simples, o uso desta equação para a predição do fator de atrito tem a sua aplicação contestada.

Com o intuito de facilitar o cálculo de f, Ergun (1952), baseando-se em inúmeros ensaios experimentais propôs a seguinte equação para a predição do fator de atrito, que tem validade para $Re \cong 1000$:

$$f = \frac{150}{Re} + 1,75 \quad (11)$$

Mais uma vez, as constantes da equação anterior não são de consenso entre os pesquisadores, mas os valores 150 e 1,75 são freqüentemente usados. Após extensivas comparações de diversos resultados experimentais, MacDonald et al (1969) concluíram que a equação proposta por Ergun prediz o valor da queda de pressão com uma incerteza de $\pm 50\%$, para a maioria dos casos de interesse prático.

O fator de atrito na forma da Eq. (11) não considera um importante parâmetro presente no escoamento e que exerce considerável influência na queda de pressão: o chamado efeito de parede. Este, aparece quando a razão entre o diâmetro do tubo e o diâmetro da partícula (D_T/d_p) é inferior a 200. Porém, a partir de observações experimentais, sabe-se que para razões de (D_T/d_p) superior a 50 o efeito de parede tem pouca influência na queda de pressão.

As manifestações do efeito de parede são notadas na porosidade, que é quase unitária na região junto a parede do tubo e decresce muito, conforme se desloca para o centro do leito poroso. O efeito de parede também se manifesta no raio hidráulico (de acordo com o modelo da capilaridade do meio

poroso), pois a presença da parede proporciona o aparecimento de uma área superficial extra, que deve ser levada em consideração no cálculo do mesmo.

Na tentativa de corrigir o efeito parede e melhorar o desempenho da equação estabelecida por Ergun, Mehta e Hawley (1969) propuseram uma equação corrigida para o raio hidráulico, englobando o chamado efeito de parede:

$$r_b = \frac{l}{M} \left[\frac{\varepsilon d_p}{6(1-\varepsilon)} \right] \quad (12)$$

Com estas equações (Eq. 11 e 12), o fator de atrito corrigido considerando o efeito parede fica:

$$f = \left(\frac{150M}{Re} + 1,75 \right) M \quad (13)$$

Conforme Mehta e Hawley, o valor de M seria:

$$M = 1 + \frac{2}{3} \frac{d_p}{D_T} \left(\frac{1}{1-\varepsilon} \right) \quad (14)$$

Cabe ressaltar que quando (d_p/D_T) for muito pequeno, o valor de M tende à unidade, e a Eq. (13) se reduz à proposta apresentada por Ergun.

No entanto, conforme Ataíde e Cardoso (1997), o desempenho da Eq. (12) usando M dado pela Eq. (14) não foi satisfatório. Deste modo, procurou-se na literatura outra equação para M, definida por Dolejs (1978) para o fluxo de fluidos Newtonianos. Esta equação é muito similar à Eq. (14), sendo dada como:

$$M = 1 + \frac{4}{9} \frac{d_p}{D_T} \left(\frac{1}{1-\varepsilon} \right) \quad (15)$$

Com relação ao fluxo de líquidos não-Newtoniano puramente viscosos (NNPV) através de meios porosos ainda persiste algumas dúvidas, entre os pesquisadores, sobre a definição mais apropriada para o denominado número de Reynolds generalizado. Por este motivo, encontra-se na literatura algumas definições, as quais freqüentemente incorporam informações relativas à matriz porosa através da porosidade do meio (ε) e também por intermédio do índice de comportamento do fluido (n), no caso de líquido pseudoplástico.

A aceitação das definições apresentadas por Kemplowski e Michniewicz (1979) e Kumar et al. (1981), para correlacionar a queda de pressão de líquidos power law em meios porosos, tem crescido ultimamente, sendo as expressões, utilizadas neste trabalhos, dadas, respectivamente por:

$$Re_G = \frac{(15\sqrt{2})^n \rho v^{2-n} d_p^n \varepsilon^{2n-2}}{m \left[\frac{(3n+1)}{4n} \right]^n (1-\varepsilon)^n} \quad (16)$$

$$Re_M = \frac{(12)^n \rho v^{2-n} d_p^n \varepsilon^{2n-2}}{m \left[\frac{(3n+1)}{4n} \right]^n (1-\varepsilon)^n} \quad (17)$$

A partir de resultados experimentais para o fluxo de fluidos não-Newtonianos puramente viscosos (NNPV) e meios porosos constituídos de esferas e anéis de Rashig, Kumar et al. (1991) propuseram uma adaptação na clássica expressão de Ergun, para uma larga faixa de número de Reynolds (Re_M):

$$f = \frac{150}{Re_M} + 1,75 \quad (18)$$

Similarmente, Chhabra e Srinivas (1991), apresentaram mais recentemente uma nova modificação na equação de Ergun, para o fluxo de diversos líquidos do tipo NNPV ao longo e meios porosos de sólidos esféricos e não-esféricos, também para uma faixa considerável de número Reynolds (Re_G):

$$f = \frac{150}{Re_G} + 1,75 \quad (19)$$

UNIDADE EXPERIMENTAL

Uma visão esquemática da unidade experimental utilizada no desenvolvimento do estudo é apresentada na Figura 1. Na composição dos meios porosos empregados, utilizou-se esferas de vidro pré classificadas com os seguintes diâmetros médio:

$$d_p = 4,38 \text{ mm } (-4 + 5 \text{ Tyler})$$

$$d_p = 2,61 \text{ mm } (-7 + 8 \text{ Tyler})$$

$$d_p = 1,84 \text{ mm } (-9 + 10 \text{ Tyler})$$

Os diâmetros interno dos tubos de vidro de 1500 mm de comprimento empregados no estudo, encontram-se a seguir:

Tubo 1, $D_T = 30\text{mm}$ **Tubo 2**, $D_T = 24,2\text{mm}$

Tubo 3, $D_T = 19,8\text{mm}$ **Tubo 4**, $D_T = 15,5\text{mm}$

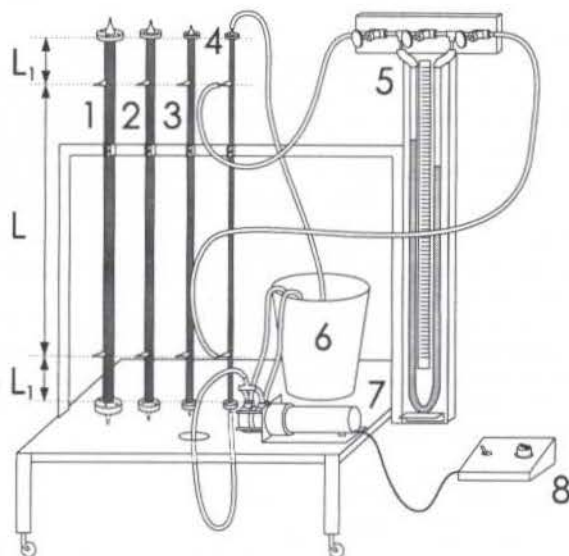


Figura 1— Unidade experimental. 1-Tubo 1, 2-Tubo 2, 3-Tubo 3, 4-Tubo 4, 5-Manômetro de Hg, 6-Reservatório para líquido, 7-Bomba peristáltica, 8-Controlador de rotação da bomba, $L = 1000$ mm e $L_1 = 250$ mm.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste trabalho foram realizados 12 ensaios experimentais para cada um dos líquidos estudados: água, glicerina hidratada (\pm

3% massa) e soluções de carboximetilcelulose com concentração de 0,4; 0,7 e 1,0 % em massa. Como as soluções de CMC são susceptíveis à degradação ao longo do tempo, adicionou-se às soluções preparadas um preservativo conservante, o formaldeído, em concentração 0,5% em peso.

Os ensaios experimentais consistiram-se em medir a vazão do fluido e a diferença de pressão no leito fixo. Monitorava-se a temperatura dos líquidos ao longo dos ensaios e, devido à utilização de uma bomba peristáltica, a qual não apresenta problemas consideráveis de dissipação térmica, observou-se um incremento médio na temperatura de no máximo $0,5^\circ\text{C}$. Em cada um dos quatro tubos da montagem experimental foram utilizadas esferas de vidro de três diâmetros distintos. Imediatamente após a realização dos ensaios com glicerina e CMC, procedia-se a caracterização reológica da suspensão com um viscosímetro tipo cone e prato (Brookfield modelo RVDVIII).

Para verificar a possibilidade de concordância dos dados obtidos com o que se encontra publicado na literatura, fez-se a comparação dos valores experimentais para o fator de atrito com aqueles preditos pela equação proposta por Ergun, para fluxo de fluidos Newtonianos, conforme ilustra a Figura 2.

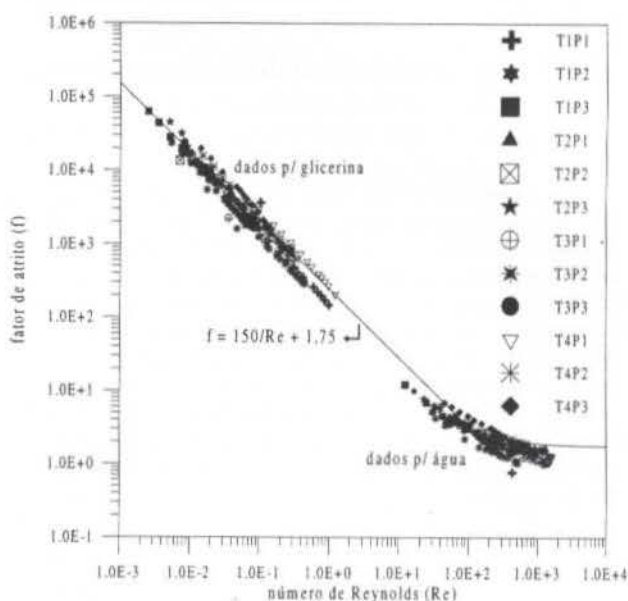


Figura 2- Fator de atrito em função de Re para escoamento de água e glicerina em meios porosos.

Empregou-se para as Figuras 2 e 3 a seguinte simbologia na representação dos ensaios experimentais:

T1: Tubo 1; T2: Tubo 2; T3: Tubo 3 e T4: Tubo 4

P1: $d_p = 0,438$ cm; P2: $d_p = 0,261$ cm; P3: $d_p = 0,184$ cm

Os resultados experimentais obtidos para o fator de atrito, no fluxo de água e glicerina, foram comparados com os valores estimados pela Eq. (11), proposta por Ergun, e com a Eq. (13), a qual utilizou o fator M , estipulado por Dolejs et al. Neste sentido, calculou-se os desvios relativos entre o fator de atrito experimental e o estimado por essas equações. Os valores de DRFE (Desvio Relativo para fator de atrito de Ergun) e DRFD (Desvio Relativo para fator de atrito corrigido, considerando a expressão de efeito de parede proposta por Dolejs et al.), para faixa de número de Reynolds investigada, encontram-se na Tabela 1 e 2 respectivamente.

Tabela 1- Resultados para água.

D_T (cm)	d_p (cm)	ϵ	Número de Reynolds	DRFE (%)	DRFD (%)
3,00	0,438	0,3752	200 < Re < 1000	-36,3	-52,3
	0,261	0,3456	30 < Re < 500	-29,8	-40,3
	0,184	0,3459	10 < Re < 300	-20,1	-27,5
2,42	0,438	0,3900	300 < Re < 1300	-30,9	-13,9
	0,261	0,3670	30 < Re < 600	-10,5	-21,9
	0,184	0,3604	20 < Re < 300	-2,7	-10,8
1,98	0,438	0,3625	200 < Re < 1500	-69,7	98,9
	0,261	0,3344	30 < Re < 500	-69,5	-89,7
	0,184	0,3384	16 < Re < 300	-28,3	-40
1,55	0,438	0,4055	200 < Re < 1700	-34,2	-66,2
	0,261	0,4014	57 < Re < 700	+1,1	-15,1
	0,184	0,3977	40 < Re < 450	+20,7	+10,8

Tabela 2- Resultados para glicerina hidratada.

D_T (cm)	d_p (cm)	ϵ	Número de Reynolds	DRFE (%)	DRFD (%)
3,00	0,438	0,345	0,008 < Re < 1	+3,7	-16,3
	0,261	0,3366	0,005 < Re < 0,07	-23,4	-38,2
	0,184	0,3447	0,002 < Re < 0,02	+4,5	-3,7
2,42	0,438	0,3882	0,01 < Re < 0,2	+16,8	-6,6
	0,261	0,3726	0,007 < Re < 0,15	-0,06	-15,9
	0,184	0,3650	0,005 < Re < 0,09	+2,1	-8,7
1,98	0,438	0,3591	0,03 < Re < 0,4	-4,9	-39,5
	0,261	0,348	0,0130 < Re < 0,44	-27,5	-51,3
	0,184	0,3398	0,008 < Re < 0,12	-2,4	+9,3
1,55	0,438	0,445	0,03 < Re < 1,2	41,4	12
	0,261	0,4033	0,02 < Re < 0,32	29,1	10,3
	0,184	0,3953	0,01 < Re < 0,15	39,3	28,3

De modo análogo, analisando entretanto, o escoamento de fluidos não-Newtonianos (soluções de CMC 0,4%; 0,7% e 1,0%) através dos meios porosos, os resultados do fator de atrito experimental foram confrontados com os valores de f estimados pelas Equações (19) e (18), calculando-se os desvios relativos definido como DRFC (Desvio Relativo para fator de atrito de Chhabra e Srinivas) e DRFK (Desvio Relativo para o fator de atrito de Kumar et al.). Os resultados encontrados, para a respectiva faixa de número de Reynolds, são apresentados nas Tabelas 3, 4 e 5.

Tabela 3- Resultados para CMC 0,4%.

D_T (cm)	d_p (cm)	ϵ	número de Reynolds	DRFC (%)	DRFK (%)
3,00	0,438	0,3467	0,02 < Re < 13,6	-13,8	-31,6
	0,261	0,3366	0,03 < Re < 6,4	-34	-54,1
	0,184	-----	-----	-----	-----
2,42	0,438	0,3808	0,02 < Re < 25	+5,6	-9,6
	0,261	0,3635	0,05 < Re < 7,5	-21	-38,8
	0,184	0,365	0,004 < Re < 2,5	+10	-4,0
1,98	0,438	0,3736	0,08 < Re < 37	-31	-53,2
	0,261	0,3452	0,008 < Re < 10	-38,6	-58,6
	0,184	0,3398	0,02 < Re < 2,5	-19,7	-44,7
1,55	0,438	0,4508	0,1 < Re < 62	+10	-2,1
	0,261	0,4050	0,03 < Re < 14	+16,1	+1,2
	0,184	0,3953	0,02 < Re < 2,4	+32,1	+20,2

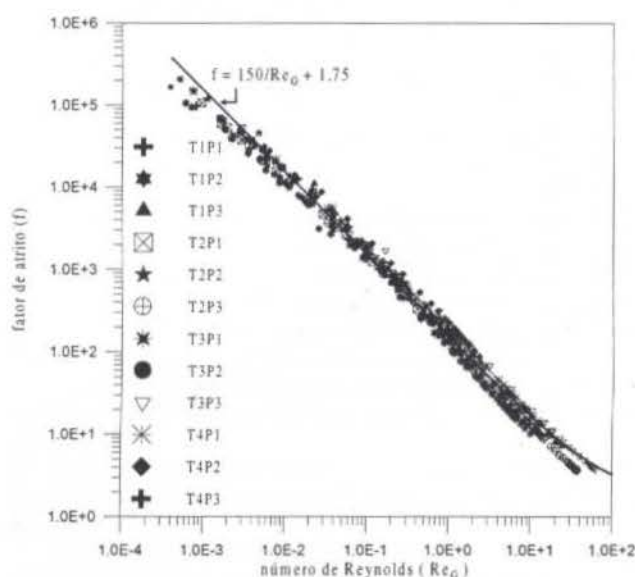
Tabela 4- Resultados para CMC 0,7%.

D_T (cm)	d_p (cm)	ϵ	Número de Reynolds	DRFC (%)	DRFK (%)
3,00	0,438	0,3798	0,0008 < Re < 0,8	-18,3	-58,3
	0,261	0,3567	0,0006 < Re < 0,07	-47,7	-78,4
	0,184	0,3567	0,001 < Re < 0,009	-11,4	-41,1
2,42	0,438	0,3871	0,0016 < Re < 1,1	-3,3	-33,1
	0,261	0,3634	0,0016 < Re < 0,06	-25,7	-62,0
	0,184	0,3650	0,0007 < Re < 0,01	-11,6	-51,4
1,98	0,438	0,3662	0,002 < Re < 1,2	-21,6	-59,8
	0,261	0,3430	0,0005 < Re < 0,08	-30,0	-74,2
	0,184	0,3461	0,0003 < Re < 0,017	-45,7	-96,6
1,55	0,438	0,4460	0,003 < Re < 1,84	+21,7	-3,1
	0,261	0,4112	0,005 < Re < 0,01	+13,7	-17,4
	0,184	0,3902	0,002 < Re < 0,05	+9,1	-15,9

Tabela 5- Resultados para CMC 1,0%.

D_T (cm)	d_p (cm)	ϵ	Número de Reynolds	DRFE (%)	DRFD (%)
3,00	0,438	0,3732	0,01 < Re < 0,3	17,5	-7,5
	0,261	0,3506	0,0006 < Re < 0,008	-68,2	-156,0
	0,184	-----	-----	-----	-----
2,42	0,438	0,3950	0,02 < Re < 0,2	+7,6	-27,3
	0,261	0,3719	0,0009 < Re < 0,007	-37,5	-91,7
	0,184	-----	-----	-----	-----
1,98	0,438	0,388	0,03 < Re < 0,22	-3,2	-43,1
	0,261	0,3453	0,0017 < Re < 0,01	-51,2	-97,5
	0,184	-----	-----	-----	-----
1,55	0,438	0,4615	0,05 < Re < 0,4	16,3	-17,7
	0,261	0,3985	0,0007 < Re < 0,003	-30,1	-70,5
	0,184	-----	-----	-----	-----

Os resultados obtidos para o fator de atrito no escoamento das três soluções de CMC são plotados contra o respectivo número de Reynolds e mostrados na Figura 3.

Figura 3- Fator de atrito versus Re_G para o escoamento de soluções de CMC.

Analisando o efeito parede, pode-se confirmar que este exerce pouca influência no fator de atrito quando o regime de escoamento é caracterizado por baixos valores de Re . Na Figura 4 observa-se que variações da ordem de 138% na razão de d_p/D_T não provocam modificações consideráveis na forma da função do fator de atrito em função de Re_G . Ratificou-se este resultado típico para as soluções de CMC e também para a glicerina.

Por outro lado, modificações significativas do fator de atrito são observadas para a mesma faixa de d_p/D_T , no estudo do escoamento da água, notadamente em regiões de escoamento com $Re > 100$, como ilustra a Figura 5.

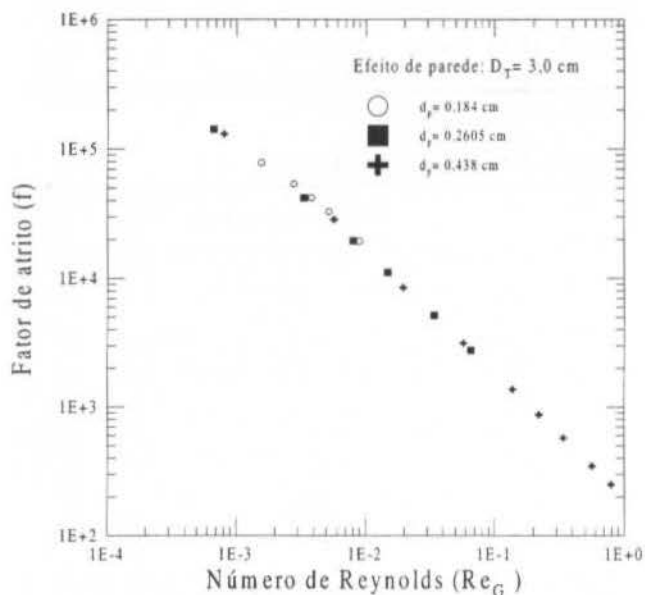


Figura 4- Efeito d_p no fator de atrito para escoamento de suspensão de CMC (0,7 %).

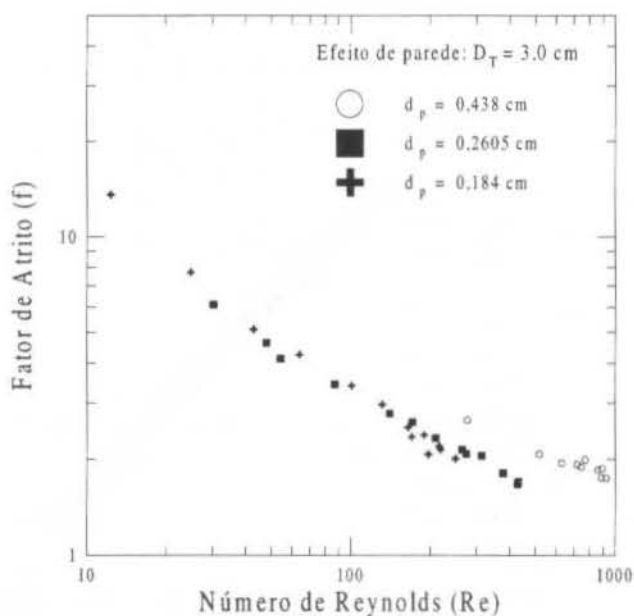


Figura 5- Efeito do diâmetro da partícula no fator de atrito para água.

A análise dos resultados experimentais obtidos, para as condições investigadas, mostram que o efeito relativo do diâmetro interno do tubo, na queda de pressão durante o escoamento, é mais acentuado que a influência da dimensão das esferas do meio poroso, aspecto também observado experimentalmente por Rao e Chhabra (1993).

Uma evidência típica dos resultados experimentais, que ilustra tal fato, pode ser observada através da comparação das Figuras 4 e 6, válidas para o fluxo das soluções de CMC e também para a glicerina, e das Figuras 5 e 7, aplicadas aos escoamento de água em meios porosos.

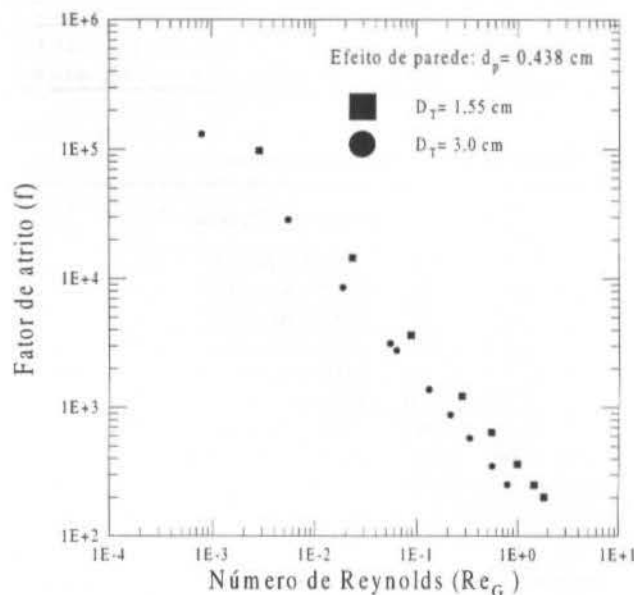


Figura 6- Influência do diâmetro do tubo no fator de atrito para suspensão de CMC (0,7 %).

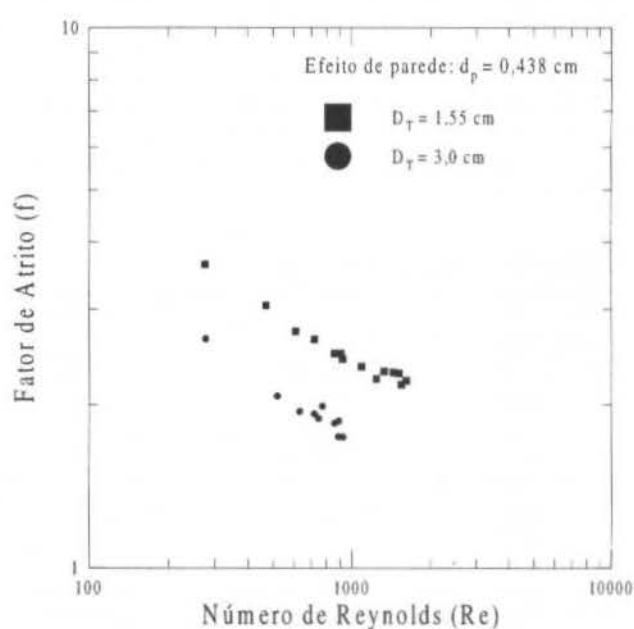


Figura 7- Efeito do diâmetro do tubo sobre o fator de atrito no escoamento de água.

Observando os gráficos anteriores fica clara a influência de D_T , e d_p , no efeito de parede. Deste modo, estabeleceu-se equações para estimar a relação queda de pressão contra vazão no escoamento dos líquidos analisados. Tais correlações consideram distintamente o efeito dos dois diâmetros, além do número de Reynolds; visando tornar mais simples e rápida a predição do fator de atrito no escoamento de fluidos Newtoniano e não-Newtoniano em meios porosos; tendo a seguinte forma:

$$f = \frac{a}{Re} + b \left[1 + c \left(\frac{d_p}{D_T} \right) \right] \quad (20)$$

A Tabela 6 traz os valores, o desvio padrão (SD) e o teste "t" dos parâmetros estimados, bem como o quadrado do coeficiente de correlação.

Tabela 6- Estimativa das equações para predição de f .

Fluido	Reynolds	Parâmetro	SD	teste t	r^2
Newtoniano	0,008 < Re < 1700,0	a = 151,7	1,06	143,1	0,96
		b = -164,2	113,6	-1,5	
		c = -6,2	1,94	-3,2	
não Newtoniano	0,0003 < Re _G < 62,0	a = 85,9	1,4	61,8	0,99
		b = 2651,6	1028,7	2,6	
		c = -2,7	1,4	-1,9	

Nota-se que a constante associada ao diâmetro do tubo é superior àquela relacionada ao diâmetro da partícula, confirmando as observações dos gráficos apresentados de que o efeito do D_T se sobrepõe ao do d_p .

CONCLUSÕES

O fluxo de fluidos Newtoniano e Não-Newtoniano através de leitos fixos constituídos de esferas de vidro foi estudado e, baseando-se nos resultados experimentais, pode-se escrever:

O desempenho da equação de Ergun para a estimativa do fator de atrito mostrou-se satisfatório uma vez que os desvios médios obtidos, em relação aos valores experimentais, foram inferiores a $\pm 50\%$, para todos os fluidos analisados. Entretanto, os desvios pontuais de f para o escoamento com valores mais elevados de Re, região onde o efeito de parede torna-se mais nítido, são na sua maioria, superiores à 50% . Comparando os desvios encontrados para f , no fluxo de água e glicerina, verifica-se o melhor desempenho da expressão original de Ergun em relação à modificação proposta por Dolejs.

Os desvios obtidos para f , a partir da equação de Kumar et al., foram superiores aos valores encontrados utilizando a equação proposta por Chhabra e Srinivas, para o fluxo de soluções de CMC, na faixa de número de Reynolds investigada.

Constatou-se que o diâmetro do tubo e a dimensão média das partículas, exercem influência considerável na queda de pressão. Entretanto o efeito relativo do diâmetro do tubo, no fator de atrito, preponderou sobre o diâmetro médio das partículas. Como proposta, os autores apresentam correlações para a previsão do fator de atrito, considerando o efeito de parede, durante o escoamento de líquidos em meios porosos.

NOTAÇÃO

- a parâmetro da equação (20), [-];
b parâmetro da equação (20), [-];

- c parâmetro da equação (20), [-];
d_p diâmetro das esferas, [m]
f fator de atrito, [-]
K constante de Kozeny definida por Ko e K₁ [-]
K₀ constante associada forma do canal, [-]
K₁ constante definida pela equação (5)
L altura do leito, [m]
L_c comprimento do canal, [m]
M fator de correção do r_h, [-]
r² quadrado do coeficiente de regressão, [-]
r_h raio hidráulico, [m]
Re_G número de Reynolds Eq. 16 [-]
Re_M número de Reynolds Eq. 17 [-]
v velocidade superficial no leito, [m/s]
ΔP queda de pressão, [N/m²]
ε porosidade do meio poroso, [-]
ρ densidade do fluido, [kg/m³]
μ viscosidade do fluido, [kg/m s]
m índice de consistência [Pa sⁿ]
n índice de comportamento [-]

REFERÊNCIAS

- Atafde, C.H. e Cardoso, G.T., 1997, "Escoamento de Fluidos Newtoniano e Não-Newtoniano em Meios Porosos: Efeito do Diâmetro da Coluna e Dimensão das Partículas", XXV ENEMP São Carlos (SP), anais no prelo.
- Carman, P. C., 1937, "Fluid Flow Through Granular Beds", *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, Vol. 15, pp.150.
- Chhabra, R. P. and Srinivas B. K., 1991, "Non-Newtonian (purely viscous) Fluid Flow Through Packed Bed", *Powder Technology*, Vol. 67, p. 15-19.
- Chhabra, R.P., 1993, **Bubbles, Drops and Particles in a Non-Newtonian Fluids**, CRC Boca Raton - USA, pp. 217-297
- Dolejs, V., (1978) "Pressure Drop in Viscous Flow of Newtonian Liquid Through a Fixed Random Bed of Spherical", *International Chemical Engineering*, Vol. 18, pp.718.
- Ergun, S., 1952, "Fluid Flow Through Packed Columns", *Chemical Engineering Progress*, Vol. 48, pp. 89.
- Kemblowski, Z. and Michniewicz, M., 1979, "A New Look at the Laminar Flow of Power Law Liquids Through Granular Beds", *Rheology Acta*, Vol. 18, pp. 730-739.
- Kozeny, J., 1927, "Über Kapillare Leitung des Wassers in Boden", *Sitzungsber Akad, der Wissenschaften, Wien* 136, pp.271.
- Kumar, S., Kishore, J. and Updhyay, S.N., 1981, "Non-Newtonian Flow Through Packed Beds and Porous Media", *Journal of Science Industrial and Research*, Vol. 40, pp. 236-245
- MacDonald, S. F., El-Sayed, K. M., and Dullien, F.A.L., 1979, "Flow Through Porous Media-The Ergun Equation Revisited", *Ind. and Eng. Chem. Fundam.*, Vol. 13, pp. 199-215
- Metha, D. and Hawley, M.C., 1969, "Wall Effect in Packed Colmns", *I&EC Process Design and Development*, Vol. 8, pp.280-282.
- Rao, P.T. and Chhabra, R. P., 1993, "Viscous non-Newtonian Flow in Packed Beds: Effects of Column Walls and Particle Size Distributions", *Powder Technology*, Vol. 77, pp. 171-176.
- Sabiri, N. E. and Comiti, J., 1995, "Pressure Drop in Non-Newtonian Purely Viscous Fluid Flow Through Porous Media", *Chemical Engineering Science*, Vol. 50, pp. 1193-1201.

CONVECÇÃO NATURAL NUMA CAVIDADE POROSA RETANGULAR NO REGIME NÃO DARCIANO

Jesus Medeiros *, Francisco Marcondes [†] & José Maurício Gurgel #
*ETFSE/CPGEM/CT/UFPB, † UFPB/CCT/DEM, # UFPB/CT/DTM/LES
UFPB - Campus I - 58059-900 João Pessoa - PB

SUMÁRIO

Apresenta-se neste trabalho uma investigação numérica da transferência de calor convectiva numa cavidade retangular confinada com um meio poroso saturado sob regime não Darciano, utilizando o modelo generalizado incluindo os termos de Brinkman e Forchheimer nas equações de Navier-Stokes. As condições de contorno empregadas para a temperatura foram a de duas paredes verticais isotérmicas e duas paredes horizontais adiabáticas. As equações governantes em termos de variáveis primitivas foram resolvidas numericamente pelo método dos volumes finitos e o acoplamento pressão-velocidade foi tratado via algoritmo PRIME, com arranjo de variáveis desencontrado. Os resultados obtidos tanto para Regime Darciano e não-Darciano foram comparados com outros modelos, amplamente reportados na literatura.

INTRODUÇÃO

A análise do campo térmico em meios porosos, tem sido um ramo de grande interesse na engenharia nas últimas três décadas, devido as inúmeras aplicações industriais. Alguns das aplicações envolvem sistemas geofísicos, uso de leitos compactados na indústria química, armazenamento e secagem de grãos, engenharia de reservatórios petrolíferos e projetos de isolamento térmico. Grande parte dos trabalhos existentes na área de transferência de calor por convecção natural em um meio poroso saturado, utilizavam fundamentalmente as simplificações baseadas no modelo de Darcy. Contudo, quando a permeabilidade do meio poroso é alta, o modelo de Darcy não apresenta resultados satisfatórios quando comparados com dados experimentais. Esta divergência, nos resultados teóricos com dados experimentais foi analisada inicialmente por Cheng (1978). Com o intuito de desenvolver modelos matemáticos que corroborem com os resultados experimentais, foram incluídos termos adicionais ao modelo de Darcy. Dentre os quais podem se destacar o modelo de Darcy com extensão de Forchheimer (Forchheimer, 1901), e o modelo de Darcy com a extensão de Brinkman (Brinkman, 1947). Posteriormente, Vafai e Tien (1981), levaram em conta os efeitos não-Darcianos, utilizando a técnica da média volumétrica local nas equações governantes para regime permanente numa placa porosa. Poulikakos e Bejan (1985) investigaram os efeitos inerciais através da inclusão do termo de Forchheimer, na equação de Darcy, e apresentaram a solução da camada limite. Tong e Subramanian (1985) investigaram os efeitos viscosos através da inclusão do termo de Brinkman, na equação de Darcy. Definiram um parâmetro $E = Ra \cdot Da^2 / A$, onde Ra , Da e A representam o número de Rayleigh, número de Darcy e razão de aspecto da cavidade, respectivamente. Segundo estes autores, o modelo de Darcy seria válido para $E < 10^{-4}$. Obtiveram a solução da camada limite usando a técnica de Oseen modificada, O que mostrou boa acuidade com dados experimentais para a faixa de estudo. Beckermann et al. (1986), utilizaram ambos os termos mencionados acima na equação de Darcy, formando assim o Modelo Darcy-Brinkman-Forchheimer (DBFM). Demonstraram que a inclusão de ambos os termos viscosos e inerciais são importantes para convecção natural em uma cavidade retangular preenchidas com esferas

compactadas. Lauriat e Prasad (1989) reexaminaram o significado das modificações de Forchheimer e Brinkman no modelo de Darcy sob uma cavidade vertical porosa. Formularam o problema utilizando as equações de Navier-Stokes, mas resolveram numericamente em termos da vorticidade e da função corrente. Os resultados mostraram a importância dos efeitos não-darcianos tanto para taxa de transferência de calor quanto para o escoamento do fluido confinado, delimitando critérios para aplicação do fluxo de Darcy, extensão de Brinkman, extensão de Forchheimer e para o modelo proposto. Satya Sai et al. (1997) reportaram uma excelente revisão da literatura da convecção natural em uma cavidade porosa e investigaram o regime darciano e não-darciano (Darcy com a extensão de Brinkman), utilizando a formulação em termos das variáveis primitivas empregando a técnica de elementos finitos, mas desconsideraram a porosidade no meio nas equações governantes. Nithiarasu et al. (1997) utilizando um modelo generalizado incluíram os termos de Forchheimer e de Brinkman, nas equações de Navier Stokes e analisaram o efeito da porosidade na determinação da taxa de transferência de calor na parede da cavidade, considerando porosidade constante em todo o domínio e numa segunda análise, foi resolvido outro problema, no qual considerou-se apenas fluido no centro da cavidade e próximo as paredes, consideraram porosidade variável para cada volume elementar. Formularam o problema em termos das variáveis primitivas e empregaram o método dos Elementos Finitos para a solução das equações.

No presente trabalho, o objetivo é analisar o modelo generalizado tanto para regime Darciano como para regime não-Darciano, empregando o método de volumes finitos aplicados as variáveis primitivas (u , v , p e T) com arranjo de variáveis desencontrado. Os resultados obtidos para o cálculo do número de Nusselt médio na parede foram comparados com resultados reportados na literatura. Estes resultados mostraram que o modelo proposto e método empregado podem ser aplicados em todo domínio de estudo, e que no Regime não-Darciano, o efeito da porosidade é importante para determinação da taxa de transferência de calor.

FORMULAÇÃO

Considerando uma cavidade retangular porosa, bidimensional, como mostrado na Fig. 1 e utilizando o modelo Generalizado 4(Nithiarasu et al., 1997) com os termos de Brinkman e de Forchheimer nas equações de Navier-Stokes e assumindo as seguintes hipóteses,

- Meio poroso isotrópico, homogêneo e saturado por um fluido incompressível
- Escoamento laminar e bidimensional
- A aproximação de Boussinesq é empregada para a representação dos efeitos de empuxo térmico
- O fluido e a matriz sólida estão em equilíbrio térmico local
- Não há mudança de fase do fluido

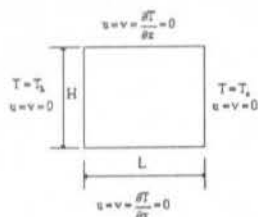


Fig. 1 - Geometria e condições de contorno do problema

pode-se escrever as equações de conservação de massa, quantidade de movimento nas direções x e y e energia como,

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho u u}{\epsilon}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho v u}{\epsilon}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) - \frac{\mu \epsilon}{K} u - \frac{1,75 \rho |\vec{V}|}{\sqrt{150 K \epsilon}} u \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho u v}{\epsilon}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho v v}{\epsilon}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \rho \beta g \epsilon (T - T_c) - \frac{\mu \epsilon}{K} v - \frac{1,75 \rho}{\sqrt{150 K \epsilon}} |\vec{V}| v \quad (3)$$

$$(\rho c_p)_m \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \left(\frac{\partial}{\partial x}(uT) + \frac{\partial}{\partial y}(vT) \right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\kappa_m \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\kappa_m \frac{\partial T}{\partial y}\right) \quad (4)$$

onde ϵ , κ_m e K representam a porosidade, a condutividade térmica e a permeabilidade absoluta, respectivamente do meio poroso e ρ , μ , k , c_p , e β são massa específica, viscosidade, condutividade térmica, calor específico a pressão constante, coeficiente de expansão térmica, respectivamente do fluido. Enquanto, u , v , p , T e g representam as componentes cartesianas do vetor velocidade, a pressão média, a temperatura e a aceleração da gravidade, respectivamente. Os dois últimos termos das Eqs. (2) e (3) representam respectivamente os termos linear e não-linear de Darcy e Forchheimer.

As Eqs. (1) - (4) podem ser adimensionalizadas empregando os seguintes parâmetros adimensionais:

$$X = \frac{x}{L} \quad Y = \frac{y}{L} \quad U = \frac{uL}{\alpha} \quad V = \frac{vL}{\alpha}$$

$$\tau = \frac{t\alpha}{L^2} \quad P = \frac{pL^2}{\rho\alpha^2} \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}$$

$$R_k = \frac{\kappa_m}{k} \quad Ra = \frac{g\beta\Delta T L^3}{\alpha\nu} \quad Da = \frac{K}{L^2}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad \sigma = \frac{(\rho c_p)_m}{(\rho c_p)} = \frac{\epsilon(\rho c_p)_s + (1 - \epsilon)(\rho c_p)}{(\rho c_p)} \quad A = \frac{H}{L} \quad (5)$$

onde R_k , Ra , Da , Pr , α , σ e A são respectivamente, razão de condutividade, número de Rayleigh, número de Darcy, número de Prandtl, difusividade térmica, razão de capacidade térmica e razão de aspecto. No presente trabalho, as propriedades térmicas da matriz porosa e do fluido foram consideradas unitárias ($\sigma = 1$, $\kappa_m = \kappa_s = k$), ou seja não foram analisados os efeitos da razão de condutividade e da razão de capacidade térmica. As Eqs. (1) - (4) com a utilização dos parâmetros adimensionais da Eq.(5) podem ser escritas da seguinte forma,

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{UU}{\epsilon}\right) + \frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{VU}{\epsilon}\right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr\left(\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right) + \frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\partial U}{\partial Y}\right)\right) \quad (7)$$

$$- \frac{Pr}{Da} \epsilon U - \frac{1,75}{\sqrt{150 Da \epsilon}} (U^2 + V^2)^{1/2} U$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{UV}{\epsilon}\right) + \frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{VV}{\epsilon}\right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr\left(\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial V}{\partial X}\right) + \frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\partial V}{\partial Y}\right)\right) + Pr Ra \epsilon \theta \quad (8)$$

$$- \frac{Pr}{Da} \epsilon V - \frac{1,75}{\sqrt{150 Da \epsilon}} (U^2 + V^2)^{1/2} V$$

$$\sigma \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \left(\frac{\partial}{\partial X}(U\theta) + \frac{\partial}{\partial Y}(V\theta) \right) = \frac{\partial}{\partial X}\left(R_k \frac{\partial \theta}{\partial X}\right) + \frac{\partial}{\partial Y}\left(R_k \frac{\partial \theta}{\partial Y}\right) \quad (9)$$

Para as Eqs. (6) - (9) foram empregadas as seguintes condições de contorno adimensionalizadas,

$$U = V = \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad \text{em } Y = 0 \text{ e } Y = A$$

$$U = V = 0 \quad \text{em } X = 0 \text{ e } X = 1$$

$$\theta = 1 \text{ em } X = 0 \text{ e } \theta = 0 \text{ em } X = L \quad (10)$$

TRATAMENTO NUMÉRICO

O problema proposto, forma um sistema de equações diferenciais elípticas não-lineares, composto pelas equações da continuidade, da quantidade de movimento nas direções x e y e pela equação da energia. Estas equações foram discretizadas pelo Método de Volumes Finitos (Patankar, 1980 e Maliska, 1995). A Fig. 2 apresenta os volumes de controle para cada variável, para o arranjo desencontrado (Staggered Grid). Para avaliar a propriedade e seu gradiente nas faces de cada volume de controle foi empregado o esquema de interpolação WUDS (Weighted Upstream Differencing Scheme) proposta por (Raithby e Torrance, 1974). Para resolver o problema do acoplamento pressão-velocidade foi adotado o método PRIME (Pressure Implicit Momentum Explicit), Maliska (1995). O procedimento de solução obedeceu os seguintes passos: a) Estimar as variáveis (u, v, P e T); b) Calcular os coeficientes das equações de quantidade de movimento; c) Calcular as velocidades \hat{u} e \hat{v} (estas velocidades, foram obtidas através da equação da quantidade de movimento e contém todos os termos, exceto os termos da pressão); d) Resolver a equação para a pressão e corrigir as velocidades u e v , de forma que estas satisfaçam a conservação da massa; e) Resolver a equação da energia; f) voltar ao passo b e iterar até a convergência. Para delimitar a parada do programa, foi utilizado um critério de convergência r igual a 10^{-5} para o campo de velocidade (u e v) através da equação abaixo:

$$\frac{\phi_i^{n+1} - \phi_i^n}{|\phi_{\max} - \phi_{\min}|} \leq r \quad (11)$$

onde $|\phi_{\max} - \phi_{\min}|$ representa a variação máxima de u ou v obtida na iteração n . Caso em algum ponto a Eq. (11) não seja satisfeita, uma nova iteração torna-se necessária. Para todos os casos que serão apresentados na próxima seção, foram simulados com uma malha de 41×41 volumes com refinamento próximo das paredes.

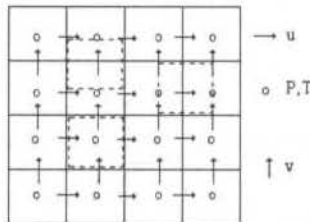


Fig. 2 – Volume de controle e arranjo de variáveis empregado

RESULTADOS E DISCUSSÕES

O modelo generalizado foi testado para uma faixa de espectro envolvendo desde o modelo Darciano ($Da=10^{-7}$) até o regime não-Darciano ($Da=10^{-6}$, 10^{-4} e 10^{-2}). Variou-se o número de Rayleigh modificado ($Ra_m=Ra \cdot Da$) de 10 a 5000. Para todos os casos estudados foram considerados os seguintes valores para os adimensionais envolvidos: $Pr=1$, $A=1$, $\epsilon=0.4$ e 0.9 .

O Número de Nusselt médio foi obtido por,

$$\overline{Nu} = -\frac{L}{H} \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=0,1} dY \quad (12)$$

A Tab. 1, mostra o número de Nusselt médio nas paredes esquerda e direita da cavidade, podendo ser observado que no regime Darciano, o efeito da porosidade não é significativo na determinação da taxa de transferência de calor. Observou-se também, uma pequena diferença nos valores calculados para o número de Nusselt médio na face esquerda e direita. Uma vez que não foram empregadas malhas com quantidades de volumes superiores a 41×41 , isto pode ser uma indicação de que nestes casos, a malha a ser empregada deveria ter uma maior quantidade de volumes.

A Tab. 2, mostra o número de Nusselt médio na parede esquerda para regime darciano em comparação com outros trabalhos reportados na literatura, observando-se uma boa concordância entre os resultados. Os trabalhos de Walker et al. (1978) e Trevisan et al. (1986) utilizaram o modelo de Darcy, já Lauriat et al. (1989) e Nithiarasu et al. (1996) utilizaram modelos não-Darcianos.

Apresentam-se agora resultados para faixa de Da para o qual o modelo Darciano não é válido. A Tab. 3, mostra o número de Nusselt médio nas paredes esquerda e direita da cavidade, observando-se o aumento do número de Nusselt médio em todo o domínio em estudo, quando aumenta-se a porosidade, principalmente quando o número de Rayleigh modificado aumenta. Este comportamento pode ser observado claramente na Fig. 3, que apresenta a variação do número de Nusselt em função do número de Rayleigh, da porosidade e número de Darcy. Analisando-se valores de Ra_m envolvendo o regime de Darcy e o regime não-Darciano, observa-se que quanto maior for o número de Darcy, maior será a influência da porosidade na taxa de transferência de calor. Pode ser observado também que as curvas de $\epsilon=0.4$ e 0.9 são coincidentes para o regime Darciano ($Da=10^{-7}$), pois neste regime a porosidade não é um parâmetro importante na determinação do número de Nusselt médio na parede.

Tab. 1- Variação do Número de Nusselt médio em função do Número de Rayleigh modificado e da porosidade no regime Darciano ($Da=10^{-7}$)

Ra_m	Nu médio			
	$\epsilon = 0.4$		$\epsilon = 0.9$	
	Nu esq.	Nu dir.	Nu esq.	Nu dir.
10	1.078	1.078	1.078	1.078
100	3.097	3.091	3.104	3.099
1000	13.359	13.247	13.704	13.590

Tab. 2- Comparação do modelo generalizado em regime Darciano com diversos trabalhos considerando modelos darcianos e não-darcianos.

Ra_m	Nusselt médio face esquerda				
	Walker et al. (1978)	Lauriat et al. (1989)	Trevisan et al. (1986)	Nithiarasu et al. (1996)	Presente trabalho
10	-	1.07	-	1.08	1.078
50	1.98	-	2.02	1.958	1.978
100	3.09	3.09	3.27	3.02	3.097
500	8.40	-	-	8.38	8.870
1000	12.49	13.41	18.38	12.514	13.359

A Tab. 4 mostra o número de Nusselt médio na parede esquerda para regime não-darciano em comparação com o trabalho de Nithiarasu et al. (1997), de onde pode-se observar que existiu uma

boa concordância entre os resultados. Analisando os dados desta tabela, observa-se um decréscimo na taxa de transferência de calor, quando o número de Darcy aumenta, devido ao aumento da permeabilidade e consequentemente o aumento da circulação do fluido.

Tab. 3- Variação do Número de Nusselt em função do Número de Rayleigh modificado e da porosidade no regime não-Darciano ($Da=10^{-6}, 10^{-4}$ e 10^{-2})

Ra_m	Da	Nu médio			
		$\epsilon = 0.4$		$\epsilon = 0.9$	
		Nu esq.	Nu dir.	Nu esq.	Nu dir.
10	10^{-6}	1.077	1.077	1.078	1.078
100	10^{-6}	3.059	3.054	3.089	3.083
1000	10^{-6}	13.374	12.282	13.240	13.137
5000	10^{-6}	26.231	25.871	30.680	30.016
10	10^{-4}	1.064	1.063	1.069	1.069
50	10^{-4}	1.779	1.779	1.859	1.858
100	10^{-4}	2.595	2.594	2.792	2.790
500	10^{-4}	5.842	5.837	6.811	6.802
1000	10^{-4}	7.779	7.762	9.351	9.390
2000	10^{-4}	10.053	10.035	12.412	12.384
5000	10^{-4}	13.697	13.677	17.417	17.371
10	10^{-2}	1.007	1.007	1.017	1.017
50	10^{-2}	1.140	1.140	1.278	1.278
100	10^{-2}	1.359	1.359	1.630	1.630
500	10^{-2}	2.371	2.371	3.056	3.056
1000	10^{-2}	2.992	2.992	3.913	3.913
2000	10^{-2}	3.745	3.745	4.934	4.934
5000	10^{-2}	4.981	4.981	6.578	6.578

As Figs. 4 e 5 mostram o comportamento do perfil de temperatura na linha horizontal média da cavidade para os casos de $Ra_m=1000$ e $Ra_m=5000$, para valores distintos do número de Darcy. Observa-se que para valores baixos de Da (10^{-4} e 10^{-6}) os perfis de temperatura obtidos são bastantes similares.

Tab. 4 - Comparação do modelo generalizado no regime não-Darciano.

Ra_m	Da	Nusselt médio face esquerda			
		$\epsilon = 0.4$ Nithiarasu et al. (1997)	$\epsilon = 0.9$ Nithiarasu et al. (1997)	$\epsilon = 0.4$ presente trabalho	$\epsilon = 0.9$ presente trabalho
10	10^{-6}	1.079	1.08	1.077	1.078
100	10^{-6}	2.97	3.00	3.059	3.089
1000	10^{-6}	11.46	12.01	12.374	13.240
5000	10^{-6}	23.09	26.91	26.231	30.680
10	10^{-4}	1.067	1.072	1.064	1.069
100	10^{-4}	2.55	2.740	2.595	2.792
1000	10^{-4}	7.81	9.202	7.779	9.351
5000	10^{-4}	13.82	16.77	13.697	17.417
10	10^{-2}	1.01	1.023	1.007	1.017
100	10^{-2}	1.408	1.64	1.359	1.630
1000	10^{-2}	2.983	3.91	2.992	3.913
5000	10^{-2}	4.99	6.70	4.981	6.578

No entanto para $Da=10^{-2}$ observa-se que existe um aumento considerável da espessura da camada limite e que o perfil de temperatura é bastante distinto dos demais. Pode-se observar também, que aumentando o número de Rayleigh a região central fica praticamente na temperatura média da cavidade, enquanto para baixos Ra existe um variação de temperatura aproximadamente linear nesta região.

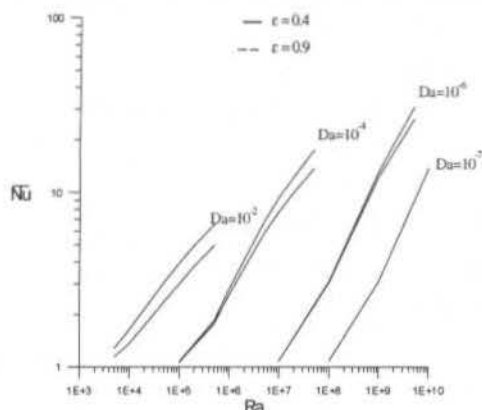


Fig. 3- A influência da porosidade na taxa de transferência de calor

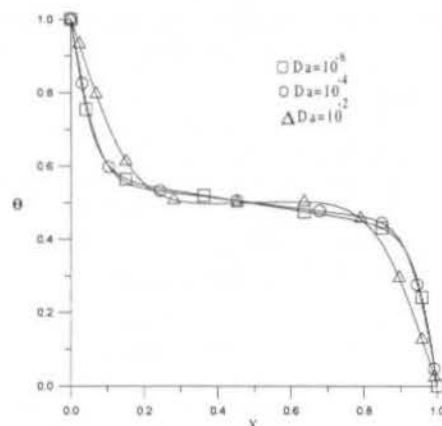


Fig. 4 Perfil de Temperatura na linha horizontal média para $Ra_m=1000$ e $\epsilon = 0.4$.

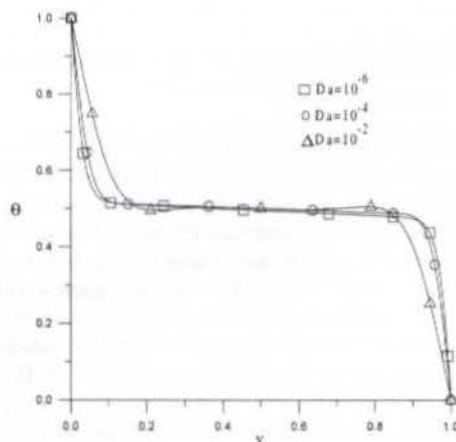


Fig. 5 Perfil de Temperatura na linha horizontal média para $Ra_m=5000$ e $\epsilon = 0.4$.

As Figs. 6 e 7 mostram o comportamento dos perfis de temperatura na linha horizontal média da cavidade para os casos de $Da=10^{-6}$ e $Da=10^{-2}$, para valores distintos do número de Rayleigh modificado e porosidade igual a 0.4. Pode ser observado que para valores baixos do número de Rayleigh modificado, os perfis de temperatura aproximam-se do comportamento condutivo. Caso contrário, os efeitos convectivos são predominantes. Novamente, ocorreu um aumento significativo da espessura da camada limite térmica quando Da variou de 10^{-6} para 10^{-2} , para valores de Ra_m elevados.

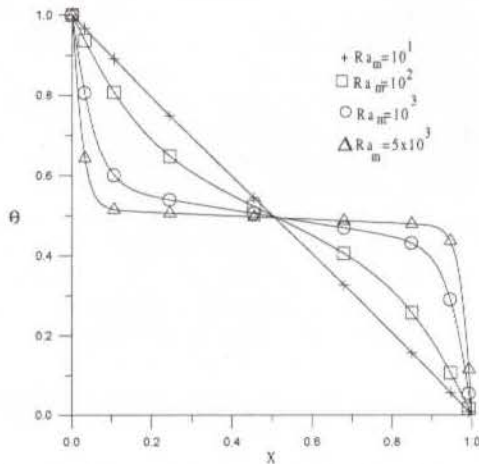


Fig. 6 - Perfil de Temperatura na linha horizontal média para $Da=10^{-6}$ e $\varepsilon = 0.4$.

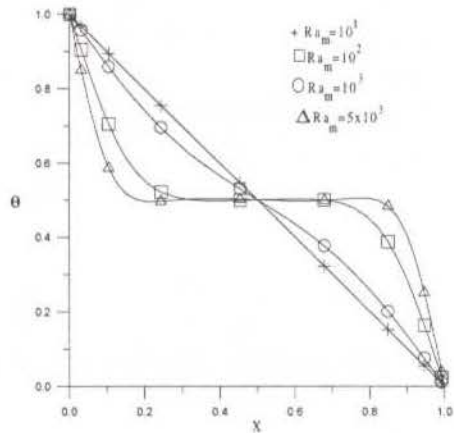


Fig. 7 - Perfil de Temperatura na linha horizontal média para $Da=10^{-2}$ e $\varepsilon = 0.4$.

As Figs.8-10, mostram o comportamento das linhas de correntes e isotermas, para $Ra_m=5000$, $\varepsilon=0.4$, para diferentes valores de Da . Nestas figuras $\Delta\psi$ e $\Delta\theta$ representam os incrementos entre as linhas de correntes e isotermas, respectivamente. Observa-se que para $Da < 10^{-4}$, as camadas limites térmica e hidrodinâmica são mais concentradas nas paredes verticais, fazendo com que o fluido permaneça quase estático no centro da cavidade e as isotermas quase horizontais. Ou seja, no centro da cavidade há uma região de estagnação que diminui com o aumento de Da . Por outro lado, quando $Da=10^{-2}$, os efeitos convectivos são predominantes e pode-se observar, também o surgimento do fenômeno da inversão térmica.

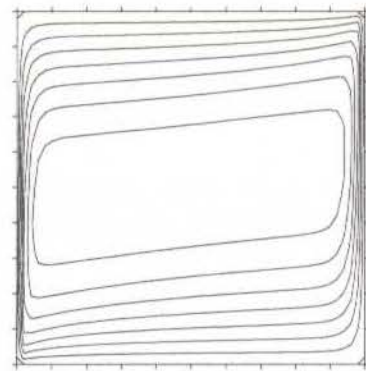


Fig. 8(a) -Linhas de correntes $Da=10^{-6}$, $\Psi_{max}=0$, $\Psi_{min}=-40$, $\Delta\psi=5$

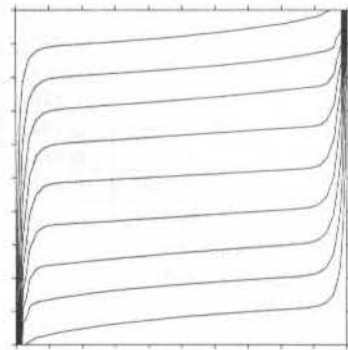


Fig. 8(b) - Isotermas $Da=10^{-6}$, $\theta_{max}=1$, $\theta_{min}=0$, $\Delta\theta=0.1$

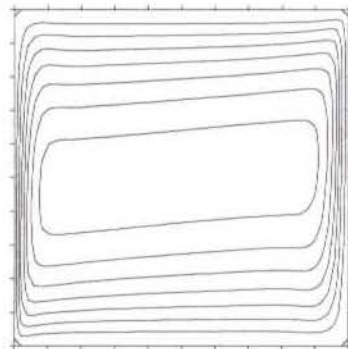


Fig. 9(a) -Linhas de correntes $Da=10^{-4}$, $\Psi_{max}=0$, $\Psi_{min}=-24$, $\Delta\psi=3$

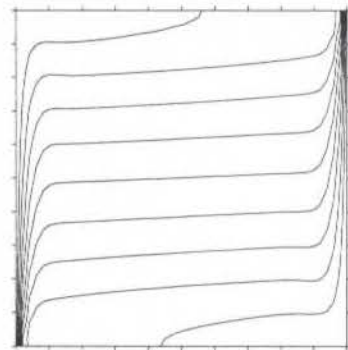


Fig. 9(b) - Isotermas $Da=10^{-4}$, $\theta_{max}=1$, $\theta_{min}=0$, $\Delta\theta=0.1$



Fig. 10(a) -Linhas de correntes $Da=10^{-2}$, $\Psi_{\max}=0$, $\Psi_{\min}=-9$, $\Delta\Psi=1$

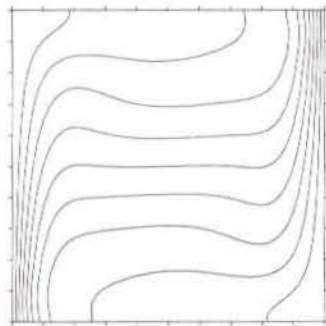


Figura 10(b) - Isotermas $Da=10^{-2}$, $\theta_{\max}=1$, $\theta_{\min}=0$, $\Delta\theta=0.1$

5- CONCLUSÃO

Foi verificado uma boa concordância entre os resultados obtidos e resultados reportados na literatura, garantindo assim a utilização do modelo generalizado para todo o domínio de estudo e a acuidade do método de volumes finitos para este tipo de problema. Observou-se que para regime não-Darciano, a porosidade é um parâmetro importante para determinação da taxa de transferência de calor num meio poroso. A coerência dos resultados permite dar continuidade a este trabalho na direção de analisar o efeito da porosidade variável a cada volume elementar. Pois, deve ser salientado a importância deste efeito sobretudo para casos de grandes trocas térmicas pelas paredes, o que é uma realidade em diversas aplicações em reatores granulares industriais, permitindo dar uma contribuição a modelagem de reatores químicos.

6- AGRADECIMENTOS

Trabalho foi realizado com o apoio do CNPq através dos auxílios: AI n° 52255995-0, AI n° 52193494-0, AI n° 523714/96-3, PP n° 350163/91-0 e auxílio visita técnica n° 452697/96-4.

7- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Beckermann, C., Viskanta, R. e Ramadhyani, S., "A numerical study of non-Darcian natural convection in a vertical enclosure filled with a porous medium", *Numerical Heat Transfer*, vol. 10, pp. 557-570, 1986.

Cheng, P., "Heat transfer in geothermal systems", *Advances in Heat Transfer*, vol. 4, pp.1-105, 1978.

Lauriat, G. e Prasad, V., "Non-Darcian effects natural convection in a vertical porous enclosure", *Int. J. Heat & Mass Transfer*, Vol.32, pp 2135-2148, 1989.

Maliska, C.R., *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, LTC, Rio de Janeiro 1995.

Nithiarasu, P., Seetharamu, K.N. e Sundararajan, T., "Double-Diffusive Natural convective in enclosure filled with fluid-saturated porous medium: a generalized non-darcy approach", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol.30, pp 413-426, 1996.

Nithiarasu, P., Seetharamu, K.N. e Sundararajan, T., "Natural convective heat transfer in a fluid saturated variable porosity medium", *Int. J. Heat & Mass Transfer*, Vol.40, pp 3955-3967, 1997.

Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, New York, 1980.

Poulikakos, D. e Bejan, A., "The departure from Darcy flow in natural convection in a vertical porous layer", *Physics of Fluids*, vol.28 pp. 3477-3484, 1985.

Raithby, G.D. e Torrance, K. E., "Upstream-weighted differencing schemes and their application to elliptic problems involving fluid flow", *Computers & Fluids*, Vol. 2, pp 191-206, 1974.

Satya Sai, B. V. K., Seetharamu, K. N. e Aswathanarayana, P. A., "Finite element analysis of heat transfer by natural convection in porous media in vertical enclosures", *Int. J. of Numerical Methods of Heat and Fluid Flow*, Vol.7, pp 367-400, 1997.

Tong, T.W. e Subramanian, E., "A boundary-layer analysis for natural convection in vertical porous enclosures - use of the Brinkman - extended Darcy model", *ASME Journal of Heat Transfer*, vol.28, pp.563-571, 1985.

Trevisan O. V. e Bejan A., "Mass and Heat Transfer by Natural Convection in a Vertical Slot Filled with Porous Medium", *Int. J. Heat & Mass Transfer*, Vol.29, pp 403-415, 1986.

Vafai, K. e Tien, C.L., "Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media", *Int. J. Heat & Mass Transfer*, Vol.24, pp 195-204, 1981.

Walker, K. L. e Homsy, G. M., "Convection in a porous cavity", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 87, pp. 449-474, 1978.

ABSTRACT

This paper presents an numerical investigation of natural convection heat transfer in a saturated porous media under non-Darcian regime using a generalized model. The generalized model employs a Navier-Stokes equation and added the Brinkman and Forchheimer terms to represent the linear and non-linear porous medium drag, respectively. The boundary conditions were: Two isothermal vertical walls and two adiabatic horizontal walls. The governing equations in terms of the primitive variables are solved numerically by the finite volume method employing a staggered grids. The results of the generalized model have been compared with various Darcy and non-Darcy porous media model predictions reported in literature. It has been observed that the average Nusselt number is significantly affected by porosity in the non-Darcy flow regime.

**NUMERICAL SOLUTION OF TURBULENT FLOW IN POROUS MEDIA
USING A SPATIALLY PERIODIC ARRAY AND THE $k-\epsilon$ MODEL**

Francisco D. Rocamora Jr.

Dept. de Energia Nuclear
Instituto de Estudos Avançados - IEAv/CTA
12231-970 - São José dos Campos - SP - Brasil

Marcelo J. S. de Lemos

Dept. de Energia
Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA/CTA
12228-900 - São José dos Campos - SP - Brasil

ABSTRACT

A spatially periodic array is used to simulate the flow field inside an elementary control volume representing a porous medium. For simplicity, two-dimensional geometry is considered. Boundary treatment includes symmetry lines and spatially periodic conditions. This arrangement is aimed at the analysis of the medium representative cell in order to give insight to the macroscopic treatment of flow in porous media. A Generalized Coordinate system is used to generate the grid inside the computational domain. Solution of the flow equations is accomplished through the SIMPLE method.

INTRODUCTION

Due to its broad range of applications in science and industry, the study of flow through porous media has gained extensive attention lately. Engineering systems based on fluidized bed combustion, enhanced oil reservoir recovery, combustion in an inert porous matrix, underground spreading of chemical waste and chemical catalytic reactors are just a few examples of applications of this interdisciplinary field. In a broader sense, the study of porous media embraces fluid and thermal sciences, materials, chemical, geothermal, petroleum and combustion engineering.

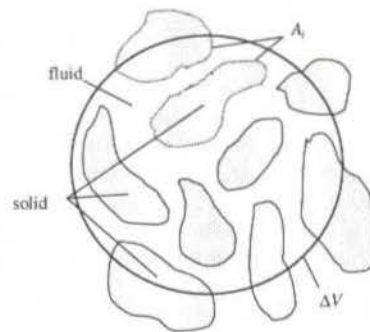
Classical mathematical treatment of flow in porous media (Darcy 1856, Forchheimer 1901, Brinkman 1947, Ward 1964, Whitaker 1969, Bear 1972, Vafai & Tien 1981, Hsu e Cheng 1990) invokes the notion of a **Representative Elementary Volume** (REV, Figure 1) for which balance equations governing momentum, energy and mass transfer are written. These theories make use of the medium porosity ϕ defined as the ratio of void volume to total volume. Models based on this **macroscopic** point of view loose details on the flow pattern inside the R.E.V. and, together with *ad-hoc* information, give results on global flow characteristics such as inertia, turbulence and overall pressure drop.

Another way of gathering information on transport phenomena in a porous substrate is to model the geometry of the solid material and solve the flow equations within the fluid phase. This **microscopic** point of view has been used by Kuwahara *et al.* (1998) who modeled porous media with a spatially periodic array of square rods. They used a low Reynolds version of the $k-\epsilon$ model and investigated effects such as inertial, turbulence and macroscopic pressure drop. Recently, a bridge between these two distinct views has been discussed in Pedras & de Lemos (1998a, 1998b).

In this work, we have followed the later approach, describing the R.E.V. by an infinite pack of circular rods with diameter D . For this geometry, a spatially periodic cell can be identified as illustrated in Figure 2. Turbulent flow was calculated with a boundary-fitted computational grid and a high Reynolds number $k-\epsilon$ model with periodic boundary conditions along the x -

coordinate. Cell size ($H=10\text{cm}$, see Figure 2), and Reynolds number range ($1.075 \times 10^3 < Re_H < 4.03 \times 10^3$) justified the use of high Re turbulence model. Results include distribution of statistical turbulence quantities and integrated pressure gradient.

Figure 1 - Representative elementary volume (REV).



TRANSPORT AND CONSTITUTIVE EQUATIONS

Mean Flow. The vector form of transport equations governing fluid flow can be written as:

Mass:

$$\text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

Momentum:

$$\text{div}(\rho \vec{v} U_i - \vec{t}_i) = s_{u_i} \quad (2)$$

where \vec{t}_i in Eq. (2) contains the total stress acting in the i -direction, and s_{u_i} represents all source terms, including the pressure gradient and gravitational forces. Expressions for \vec{t}_i and s_{u_i} are readily obtained as,

$$\vec{t}_i = \tau_{ij} \cdot \vec{i}_j \quad (3)$$

$$s_{u_i} = -\frac{\partial P}{\partial y^i}, \quad P = p + \rho gh \quad (4)$$

The total stress in Eq.(3) comprises both laminar plus turbulent contributions and can be written as:

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} + (\mu_t + \mu) S_{ij} \quad (5)$$

where δ_{ij} is the delta Kronecker, $k = \overline{u'_i u'_i} / 2$ is the turbulent kinetic energy per unit mass, μ and μ_t , are the molecular and turbulent viscosity, respectively, and

$$S_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

Eq. (5) already embodies the Eddy Diffusivity Model (EDM) of turbulence.

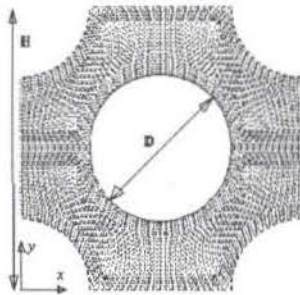


Figure 2 - Model of R.E.V.. Periodic cell and elliptically generated grid

The standard k - ϵ model. The coefficient μ_t appearing in Eq. (5) is here calculated through the standard k - ϵ model (Jones & Launder, 1972) and reads :

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (7)$$

where C_μ is a constant. Since transport equations for k and ϵ are presented elsewhere, they are not repeated here due to lack of space. With this in mind, the source terms in the k - ϵ equations are given by :

$$S_\epsilon = P_\epsilon - \rho \epsilon; \quad S_k = \frac{\epsilon}{k} (C_1 P_k - C_2 \rho \epsilon) \quad (8)$$

where the C 's are constants. The term P_k in Eq. (8) is the rate of production of turbulence and reads :

$$P_k = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (9)$$

where τ_{ij} is given by Eq. (5).

DISCRETIZATION OF TRANSPORT EQUATIONS

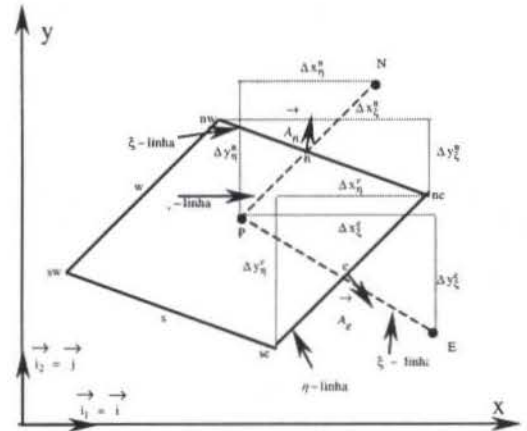


Figure 3: Control-volume and notation

Grid Layout and Coordinate Transformation. The numerical method employed for discretizing the governing equations is the control-volume approach. For clarity, Figure 3 shows a typical control-volume and entails all notation, distances and indexing used in transforming the equations into the η - ξ coordinate system. For brevity, only the equations related to the east face are presented. For the north face they are obtained in a similar way. With the help of Figure 3, the following distances can be identified:

$$\begin{aligned} \Delta x_\eta^e &= (x_{ne} - x_{se}), \quad \Delta x_\xi^e = (x_E - x_P), \quad \Delta y_\eta^e = (y_{ne} - y_{se}), \\ \Delta y_\xi^e &= (y_E - y_P), \end{aligned} \quad (10)$$

With approximations in Eq.(10), the vector form of the area at the east face is then given by:

$$\vec{A}_e = \Delta y_\eta^e \vec{i} - \Delta x_\eta^e \vec{j} \quad (11)$$

The velocity derivatives and cross-derivatives with respect to x and y , appearing after transforming Eq. (5) into the curvilinear coordinate system ξ - η , are obtained by taking :

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial \eta} = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial U}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right] \quad (12)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial \xi} = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial U}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial U}{\partial \xi} \right]$$

where J is the Jacobian of the transformation defined as:

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (13)$$

In order to obtain discrete forms of Eq. (2), both the velocity derivatives and the Jacobian have to be approximated at faces "e" and "n" of the control volume of Figure 3. Also, for a general dependent variable ϕ one has:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_e = \frac{\phi_E - \phi_P}{\xi_E - \xi_P}; \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right)_e = \frac{\phi_{ne} - \phi_{se}}{\eta_{ne} - \eta_{se}} \quad (14)$$

Here, for ease of notation, the following parameters are introduced based on the distances shown in Figure 3:

At east face "e":

$$\begin{aligned} \Pi_e &= \Delta y_\eta^e \Delta x_\xi^e - \Delta y_\xi^e \Delta x_\eta^e \\ \pi_a^e &= \Delta y_\eta^e (U_E - U_P) - \Delta y_\xi^e (U_{ne} - U_{se}) \\ \pi_b^e &= \Delta x_\xi^e (U_{ne} - U_{se}) - \Delta x_\eta^e (U_E - U_P) \\ \pi_c^e &= \Delta y_\eta^e (V_E - V_P) - \Delta y_\xi^e (V_{ne} - V_{se}) \\ \pi_d^e &= \Delta x_\xi^e (V_{ne} - V_{se}) - \Delta x_\eta^e (V_E - V_P) \end{aligned} \quad (15)$$

Using then Eqs. (15) to represent (13) at the east face, one has:

$$J_e = \frac{\Delta x_\xi^e \Delta y_\eta^e - \Delta x_\eta^e \Delta y_\xi^e}{(\xi_E - \xi_P)(\eta_{ne} - \eta_{se})} = \frac{\Pi_e}{(\xi_E - \xi_P)(\eta_{ne} - \eta_{se})} \quad (16)$$

yielding for equations (12) at face "e",

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_e = \frac{\Delta y_\eta^e (U_E - U_P) - \Delta y_\xi^e (U_{ne} - U_{se})}{\Delta y_\eta^e \Delta x_\xi^e - \Delta y_\xi^e \Delta x_\eta^e} = \frac{\pi_a^e}{\Pi_e} \quad (17)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_e = \frac{\Delta x_\xi^e (U_{ne} - U_{se}) - \Delta x_\eta^e (U_E - U_P)}{\Delta y_\eta^e \Delta x_\xi^e - \Delta y_\xi^e \Delta x_\eta^e} = \frac{\pi_b^e}{\Pi_e}$$

The gradients of V component with respect to x and y are similarly obtained.

Momentum Equations. For a general dependent variable ϕ , in a steady state flow, a discrete form of Eq. (2) can be written as:

$$I_e + I_w + I_n + I_s = S_\phi, \quad (18)$$

where $I_e, I_w, I_n \in I_s$ are the overall fluxes (convection plus diffusion) of ϕ (either velocity component) at the east, west, north and south control-volume faces, respectively, and S_ϕ the corresponding source term.

For the east face the flux can be written as:

$$I_e = \int_{A_e} (n \cdot \phi) dA = (n_e \cdot \phi_e) A_e, \quad (19)$$

where n_e is the unit vector normal to A_e and ϕ_e is the average value of ϕ prevailing at that face. Also, for coherence in the discretization process, one has for any nodal point P $(I_w)_P = -(I_e)_W$ and $(I_s)_P = -(I_n)_S$.

The numerical treatment of convection and diffusion mechanisms is handled in separate. When Eq. (18) is written for the x -direction, the convection flux, I_e^c , has contributions from both faces east and north such as:

$$I_e^c = F_e U_e \quad (20)$$

where,

$$F_e = \rho [U_e \Delta y_\eta^e - V_e \Delta x_\eta^e] \quad (21)$$

For the diffusive flux in the same x -direction, I_e^{Dx} , one has for the east face:

$$I_e^{Dx} = - \left(\tau_{11} \vec{i} + \tau_{12} \vec{j} \right)_e \cdot \vec{A}_e \quad (22)$$

Applying coordinate transformation to Eq. (22), with the help of Eq. (15), a discrete form for the diffusive flux in the x -direction at east face reads,

$$\begin{aligned} I_e^{Dx} &= - \frac{\rho \mu_e}{\Pi_e} (U_E - U_P) \left[2 \left(\Delta y_\eta^e \right)^2 + \left(\Delta x_\eta^e \right)^2 \right] \\ &\quad - (U_{ne} - U_{se}) \left[2 \Delta y_\xi^e \Delta y_\eta^e + \Delta x_\xi^e \Delta x_\eta^e \right] \\ &\quad - \left(\pi_c^e \right) \Delta x_\eta^e / - \frac{2}{3} \rho k \Delta y_\eta^e \end{aligned} \quad (23)$$

At face north the diffusive flux is of analogous form. Also, for the y -momentum equation, convection and diffusive fluxes at both east and north faces are obtained in a similar fashion.

Pressure Source term. The source term due to integration of the pressure gradient term over the control volume of Figure 3 gives for the x -direction:

$$S_{P_x} = - \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \delta V, \quad (24)$$

where:

$$\delta V = (y_n - y_s)(x_e - x_w) - (y_e - y_w)(y_n - y_s) \quad (25)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{(P_e - P_w)(y_n - y_s) - (P_n - P_s)(y_e - y_w)}{(y_n - y_s)(x_e - x_w) - (y_e - y_w)(x_n - x_s)} \quad (26)$$

giving for Eq. (24) a discrete form :

$$S_{P_x} = -(P_e - P_w)(y_n - y_s) - (P_n - P_s)(y_e - y_w) \quad (27)$$

Treatment of the Diffusion term. For improving numerical stability, the diffusion term in Eq. (23) is further rewritten as a combination of an implicit and an explicit contribution as :

$$I_e^D = - \underbrace{(U_E - U_P) D_e^{x,y}}_{\text{Implicit part}} + \underbrace{S_e^{*x}}_{\text{Explicit part}} \quad (28)$$

where $D_e^{x,y}$ on the right of Eq. (28) is a diffusion coefficient. The explicit part S_e^{*x} will make use of velocities at the grid points calculated at the previous iteration.

Treatment of equations for k and ϵ . As it was done with the pressure gradient term, integration of S_ϕ (Eqn. (8), $\phi=k,\epsilon$) over the cell volume of Figure 3 surrounding point P , and already linearizing it to enhance convergence gives:

$$\overline{S_\phi} \equiv \int_{\Delta V} S_\phi \delta V = S_\phi^* - S_\phi^{**} \phi_p \quad (29)$$

This dependence on ϕ_p is sometimes artificially introduced when a negative part of S_ϕ is non-existing (Patankar, 1980). Then, when the integrated source S_k is rewritten in the form of Eq. (29) one has :

$$S_k^* = (P_k) \delta V; \quad -S_k^{**} k = -\rho \epsilon \delta V = - \left(\frac{\rho \epsilon^* \delta V}{k^*} \right) k \quad (30)$$

The values of k and ϵ in S_k^{**} (with superscript "*" in Eq. (30)) are taken from the previous iteration and, when the solution finally converges, $k^* \rightarrow k$ and the two values cancel out.

For S_k , the choices for S_k^* and S_k^{**} are: $S_k^* = C_1 \epsilon S_k^*/k$; $S_k^{**} = C_2 S_k^{**}$, respectively. The term P_k needs to be evaluated at the central point P . To this end, derivatives of the mean velocities with respect to Cartesian coordinates are transformed according to Eqs. (17). With the help of these equations, one obtains:

$$\begin{aligned} \Delta x_\xi^P &= (x_e - x_w), \quad \Delta x_\eta^P = (x_n - x_s), \\ \Delta y_\eta^P &= (y_n - y_s), \quad \Delta y_\xi^P = (y_e - y_w) \\ \Pi_P &= \Delta y_\eta^P \cdot \Delta x_\xi^P - \Delta y_\xi^P \cdot \Delta x_\eta^P \\ \pi_a^P &= \Delta y_\eta^P (U_e - U_w) - \Delta y_\xi^P (U_n - U_s) \\ \pi_b^P &= \Delta x_\xi^P (V_n - V_s) - \Delta x_\eta^P (V_e - V_w) \\ \pi_c^P &= \Delta x_\xi^P (U_n - U_s) - \Delta x_\eta^P (U_e - U_w) \\ \pi_d^P &= \Delta y_\eta^P (V_e - V_w) - \Delta y_\xi^P (V_n - V_s) \end{aligned} \quad (31)$$

Eq. (9) has the following discrete expression :

$$P_k = \frac{\rho \mu_t^p}{(\Pi_p)^2} \left[2(\pi_a^p)^2 + 2(\pi_b^p)^2 + (\pi_c^p + \pi_d^p)^2 \right] - \frac{4}{3} \rho k \quad (32)$$

Values of the velocity components at cell face locations e , w , n and s , as well as the coordinates of these locations, are calculated from the nodal values by means of linear interpolation.

The system of equations above is rearranged in its familiar algebraic format. The equation set is relaxed with the well-known SIMPLE algorithm (Patankar, 1980). The inlet conditions at left are updated, after substantial residue reduction, with outlet profile at right. This periodic boundary condition is repeatedly applied until inlet and outlet velocity profiles are essentially equal. At top and bottom boundary, symmetry condition is applied.

RESULTS AND DISCUSSION

Calculations with the model above were performed in the domain and grid shown in Figure 2. A total of five runs were made, three of them for the same porosity but distinct Reynolds numbers. The other two cases consider different porosity and Re . A summary of all results is shown in Table 1.

The normalized pressure field for the case of $\phi=0.61$ and $Re_H=1.525 \times 10^5$ is presented in Figure 4. Inspecting the Figure one can clearly see the pressure reduction and subsequent recovery along the central rod wall, clockwise from left. Also, outlet isobars fit perfectly inlet pressure distribution, as expected by the imposed periodic boundary condition along the x -direction.

Non-dimensional turbulent kinetic energy contours for the same average inlet velocity are shown in Figures 5 to 7. Non-dimensional values are confined within the range $0 < k^* < 1$, where $k^* = (k - k_{min}) / (k_{max} - k_{min})$. A similar expression was used to obtain ϵ^* . From the Figures one can notice that k^* presents a peak on the wake of the rods as porosity increases. This might be an indication that, with increasing fluid volume, a wake region takes place past the rods and generation of turbulence in that region becomes significant. It appears that, the higher the porosity, the more relevant turbulent transfer mechanism is, with the flow pattern approaching that of clean fluid ($\phi=1$). Ultimately, mathematical treatment of high porosity media cannot neglect turbulence when scales are of order of pore size. As for the energy dissipation distribution, Figures 8-10 show a similar effect, only that the dissipation occurs much closer to the rod surface.

Table 1 - Pressure gradient results for different Reynolds numbers and porosities.

ϕ	$ \bar{u} _{x=0}$	$Re_H = \bar{u} H / \nu$	$\left(\frac{d\bar{P}}{ds} \right) / \left(\frac{H^2}{\mu \langle \bar{u} \rangle} \right)$
0.43	36.0	1.075×10^5	5.487×10^5
0.61	36.0	1.525×10^5	2.681×10^5
0.86	18.0	1.075×10^5	2.937×10^4
0.86	36.0	2.150×10^5	5.161×10^4
0.86	72.0	4.300×10^5	1.094×10^5

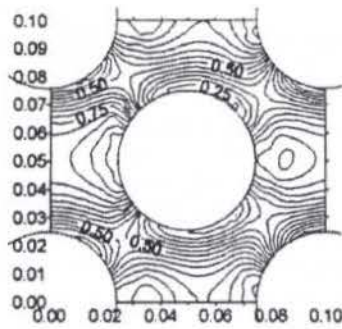


Figure 4 - Isobars ($\phi=0.61, Re_H=1.525 \times 10^5$).

The pressure gradient, integrated across the cell of Figure 2, is shown in Figure 11 compared with similar square rod results by Kuwahara et al. (1998). The Reynolds number based on the Darcy velocity and the length of the cell is given by:

$$Re_H = |\bar{u}| H / \nu.$$

Variation of pressure along the x-coordinate is obtained as:

$$-\left(\frac{d\bar{P}}{dS}\right)^f = \frac{1}{H(H-D)} \int_{D/2}^{H-D/2} (P|_{x=0} - P|_{x=H}) dy \quad (33)$$

where H is the length of the cell and D is the circular rod diameter. The well known Darcy-Forchheimer law is stated as:

$$-\left(\frac{d\bar{P}}{dS}\right)^f = \frac{\mu}{K} |\bar{u}| + \rho b |\bar{u}|^2 \quad (34)$$

where K is the permeability and b is a model coefficient for the inertia term. In the high Reynolds region here considered (see Table 1 and Figure 11), the 2nd term on the rhs of Eq. (34) dominates, a tendency correctly simulated with the results plotted in Figure 11. Corresponding pressure gradients, however, lie below those of Kuwahara et al. (1998). This difference can be explained due to the use of distinct cell sizes and by the fact that, using circular instead of square rods, the flow becomes more streamlined requiring less pressure drop for the same Re .

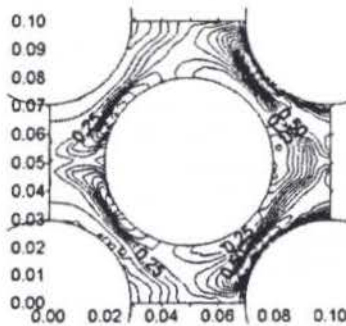


Figure 5 - Turbulent Kinetic Energy ($\phi=0.43, Re_H=1.075 \times 10^5$).

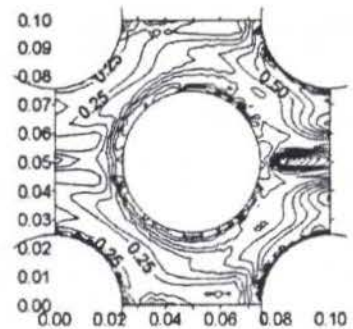


Figure 6 - Turbulent Kinetic Energy ($\phi=0.61, Re_H=1.525 \times 10^5$).

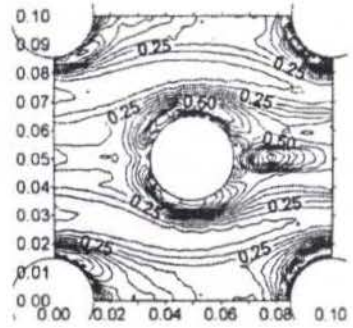


Figure 7 - Turbulent Kinetic Energy ($\phi=0.86, Re_H=2.150 \times 10^5$).

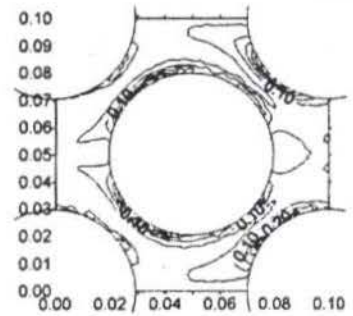


Figure 8 - Energy Dissipation ($\phi=0.43, Re_H=1.075 \times 10^5$).

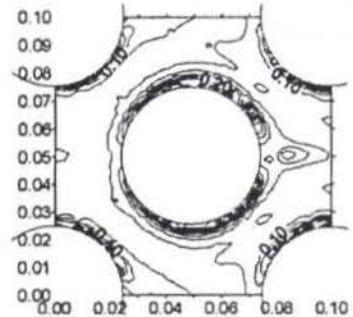


Figure 9 - Energy Dissipation ($\phi=0.61, Re_H=1.525 \times 10^5$).

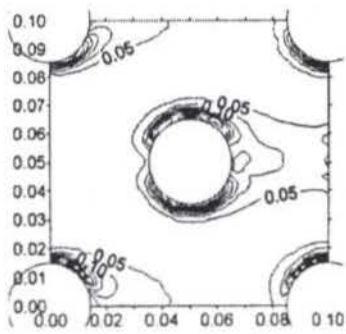


Figure 10 - Energy Dissipation ($\phi=0.86, Re_H=2.150 \times 10^5$).

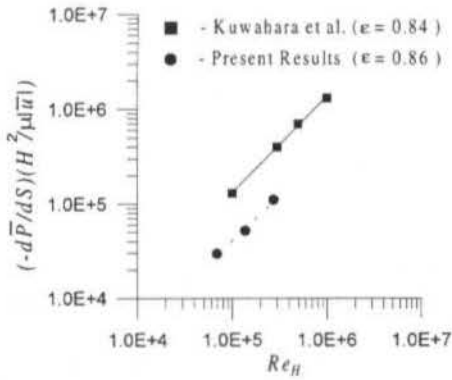


Figure 11 - Pressure Gradient Results

CONCLUDING REMARKS

In this work we have presented an analysis of porous media from a microscopic point of view using a spatially periodic array of circular rods. The flow equations were solved for an elementary cell. High Reynolds number $k-\epsilon$ model and a relatively large cell size were used. Nevertheless, some important features of flow behavior in porous media could be observed. In order to better analyze this kind of transport phenomenon, it is necessary to study finer structures which might require the use of low Reynolds number turbulence models. This, in fact, is the step in this research endeavor programmed next.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors are thankful to CNPq, Brazil, for their financial support during the preparation of this work.

REFERENCES

Bear, J., 1972, "Dynamics of Fluids in Porous Media", American Elsevier Pub. Co., New York.

Brinkman, H. C., 1947, "A Calculation of the Viscous Force Exerted by a Flowing Fluid on a Dense Swarm of Particles", *Appl. Sci. Research*, A 1, pp. 27-34.

Darcy, H., 1856, "Les Fontaines Publiques de la Vile de Dijon", Victor Dalmont, Paris.

Forchheimer, P., 1901, "Wasserbewegung durch Boden", *Z. Ver. Deutsch. Ing.*, vol. 45, pp. 1782-1788.

Hsu, C. T., e Cheng, P., 1990, "Thermal Dispersion in a Porous Medium", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 33, pp. 1587-1597

Jones, W.P. & Launder, B.E., 1972, "The Prediction of Laminarization with Two-Equation Model of Turbulence", *Int. J. Heat & Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 301 - 314.

Kuwahara, F., Kameyama, Y., Yamashita, S., e Nakayama, A., 1998, "Numerical Modeling of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array", *J. Porous Media*, vol. 1, pp. 47-55.

Patankar, S.V., 1980, *Numerical Heat Transfer*, Hemisphere, New York.

Pedras, M.H.J., de Lemos, M.J.S., 1998a, "Macroscopic Turbulence Modeling Results For Flow In Porous Media" (in Portuguese), *Proc. of ENCIT98- 7th Braz. Therm. Scienc. Meetg.*, Rio de Janeiro, RJ, November 3-6, 1998.

Pedras, M.H.J., de Lemos, M.J.S., 1998b, "Analysis of Porous Media Flow Models Via Spatial Averaging of Navier-Stokes Equations" (in Portuguese), *Proc. of ENCIT98- 7th Braz. Therm. Scienc. Meetg.*, Rio de Janeiro, RJ, November 3-6, 1998.

Tennekes, H., e Lumley, J. L., 1972, "A First Course In Turbulence", The MIT Press, Massachusetts.

Vafai, K., e Tien, C. L., 1981, "Boundary and Inertia Effects on Flow and Heat Transfer in Porous Media", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 24, pp. 195-203.

Ward, J. C., 1964, "Turbulent Flow in Porous Media", *J. Hydraul. Div. ASCE*, vol. 90 (HY5), pp. 1-12.

Whitaker, S., 1969, "Advances in Theory of Fluid Motion in Porous Media", *Indust. Engng. Chem.*, vol. 61, pp. 14-28.

RESULTADOS DA MODELAGEM DA TURBULÊNCIA MACROSCÓPICA EM MEIOS POROSOS

Marcos Heinzemann Junqueira Pedras*
Marcelo J.S. de Lemos**

*Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento IP&D, UNIVAP
Av. Shishima Hifumi, 2911-São José dos Campos-SP, Brasil
**Dep. de Energia, Instituto Tecnológico de Aeronáutica ITA
Centro Técnico Aeroespacial, São José dos Campos-SP, Brasil

SUMÁRIO

O presente trabalho apresenta a média volumétrica da equação de Navier-Stokes mediada no tempo, da qual surge o tensor de Reynolds macroscópico. Discute quando o fenômeno de turbulência pode ser estimado apenas pelo termo de Forchheimer ou quando há a necessidade de se considerar também o tensor de Reynolds macroscópico. Propõe, ainda, um modelo de turbulência macroscópica para a viscosidade turbulenta em meios porosos.

INTRODUÇÃO

Os fenômenos de transporte em meios porosos são de interesse em várias áreas da ciência e engenharia tais como, hidrologia, sismologia, reservatórios de petróleo, reatores químicos, entre inúmeros outros. Desde os primeiros trabalhos de Darcy (1856), várias investigações tem sido conduzidas nessas áreas, sendo que as primeiras formulações foram baseadas principalmente na própria lei de Darcy, a qual desconsidera efeitos inerciais e a presença de fronteiras impermeáveis. Com o tempo, o modelo de Darcy foi sendo aprimorado, podendo-se citar as contribuições de Forchheimer (1901), Brinkman (1947), Ward (1964), Whitaker (1969), Bear (1972), Vafai e Tien (1981), Hsu e Cheng (1990), dentre muitas. Além dos modelos clássicos e da vasta literatura existente, aspectos da solução numérica em meios porosos (de Lemos, 1996) e modelos voltados para aplicações específicas (Pedras e de Lemos, 1996) tem sido objeto de revisões recentes.

Entretanto, em nenhum dos trabalhos acima é apresentada uma abordagem rigorosa do fenômeno de turbulência em meios porosos. Escoamento turbulento em meios porosos pode ocorrer em várias situações práticas tais como em reatores químicos catalíticos, nas proximidades dos poços em reservatórios de petróleo e, em última análise, em todas as aplicações onde o número de Reynolds, baseado no diâmetro de partícula ou na raiz quadrada da permeabilidade, é elevado. Portanto, a análise do mecanismo de turbulência em tais meios, embora importante em muitos escoamentos, é ainda tema pouco abordado na literatura.

O presente trabalho busca contribuir na análise do fenômeno de turbulência em meios porosos e apresenta a média volumétrica da equação de Navier-Stokes, mediada no tempo, da qual surge o tensor de Reynolds macroscópico. Discute quando o fenômeno de turbulência pode ser estimado apenas pelo termo de Forchheimer ou quando há a necessidade de se considerar também o tensor de Reynolds macroscópico. Propõe, ainda, um modelo de turbulência macroscópica para a viscosidade turbulenta em meios porosos

TURBULÊNCIA EM MEIOS POROSOS

O fenômeno de turbulência em escoamentos em meios porosos ocorre internamente aos poros, tal turbulência será aqui denominada de *turbulência microscópica* cujos comprimentos característicos estão diretamente relacionados ao tamanho dos poros. Já a *turbulência macroscópica* (efeito macroscópico da

turbulência) é obtida via média temporal do escoamento em meio poroso, a qual segue o mesmo procedimento da média temporal do escoamento livre, tendo como comprimentos característicos grandezas macroscópicas do escoamento.

Neste trabalho, adotou-se primeiro a aplicação da média temporal às equações de conservação microscópicas e em seguida a média volumétrica, a ordem inversa levaria aos mesmos resultados.

Equações Microscópicas do Escoamento Médio no Tempo.

Para um fluido compressível escoando num meio poroso, a equação de continuidade microscópica instantânea é dada por,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (1)$$

que para ρ constante,

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (2)$$

A equação de momentum microscópica instantânea para um fluido, com ρ e μ constantes, escoando num meio poroso é expressa pela equação de Navier-Stokes:

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \mathbf{u}) \right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g}. \quad (3)$$

Uma determinada propriedade, ϕ , associada ao fluido tem a sua média temporal definida como,

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi dt, \quad (4)$$

onde Δt é o intervalo de tempo escolhido, de forma que seja longo comparado com a escala de tempo das flutuações temporais e curto quando comparado com a escala de tempo necessária para que as variações ordenadas ocorram. A velocidade instantânea \mathbf{u} pode então ser definida como a soma de sua média temporal, $\bar{\mathbf{u}}$, mais a sua flutuação temporal, \mathbf{u}' :

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}', \quad (5)$$

donde conclui-se que $\bar{\mathbf{u}'} = 0$.

Aplicando-se a média temporal na equação da continuidade microscópica para ρ constante, Eq. (2), encontra-se,

$$\overline{\nabla \cdot \mathbf{u}} = \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} + \overline{\mathbf{u}'}) = \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0. \quad (6)$$

Aqui é interessante lembrar que a média temporal é comutativa, ou seja, a média temporal do gradiente é igual ao gradiente da média temporal. Tal propriedade não se verifica no caso da média volumétrica, como será visto adiante.

Aplicando-se a média temporal na equação de momentum microscópica, Eq. (3), obtém-se:

$$\rho \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) \right] = -\nabla \bar{p} + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} + \nabla \cdot (-\rho \bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) + \rho \mathbf{g}, \quad (7)$$

onde o termo $\nabla \cdot (-\rho \bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}})$ surge no processo de obtenção da média temporal do termo convectivo. As tensões turbulentas microscópicas, $-\rho \bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}$, são freqüentemente denominadas tensões de Reynolds. Utilizando o conceito de Boussinesq generalizado para as tensões de Reynolds,

$$-\rho \bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}} = \mu_t 2\bar{\mathbf{D}} - \frac{2}{3} \rho k \mathbf{I}, \quad (8)$$

a Eq. (7) fica:

$$\rho \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) \right] = -\nabla(\bar{p} + \frac{2}{3} \rho k) + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} + \nabla \cdot (\mu_t 2\bar{\mathbf{D}}) + \rho \mathbf{g}, \quad (9)$$

onde $\bar{\mathbf{D}} = [\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T] / 2$ é o tensor deformação médio, $k = \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}} / 2$ é a energia cinética turbulenta por unidade de massa, \mathbf{I} é o tensor unitário e μ_t a viscosidade turbulenta.

Equações Macroscópicas do Escoamento Médio no Tempo. As equações de conservação macroscópicas num meio poroso podem ser obtidas por médias volumétricas das equações de conservação microscópicas, em relação a um **Volume Elementar Representativo** do meio poroso, ΔV (Bear, 1972), Figura 1.

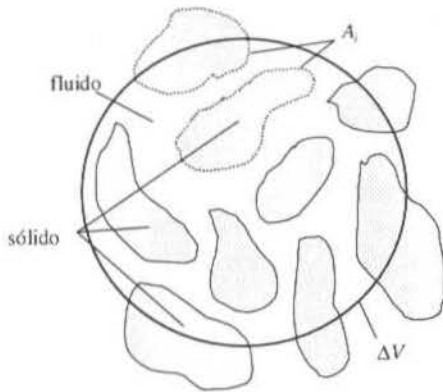


Figura 1 - Volume elementar representativo ΔV .

Uma determinada propriedade mediada no tempo, $\bar{\varphi}$, associada ao fluido tem a sua média volumétrica intrínseca definida como,

$$\langle \bar{\varphi} \rangle' = \frac{1}{\Delta V_f} \int_{\Delta V_f} \bar{\varphi} dV, \quad (10)$$

onde ΔV_f é o volume de fluido contido em ΔV . A propriedade $\bar{\varphi}$ pode, então, ser definida como sendo a soma de $\langle \bar{\varphi} \rangle'$ mais um termo relacionado ao "desvio" ${}^i \bar{\varphi}$,

$$\bar{\varphi} = \langle \bar{\varphi} \rangle' + {}^i \bar{\varphi}, \quad (11)$$

donde conclui-se que $\langle {}^i \bar{\varphi} \rangle' = 0$.

A porosidade ϕ é definida por,

$$\phi = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V_f} dV = \frac{\Delta V_f}{\Delta V}. \quad (12)$$

Assim, a média volumétrica com respeito a ΔV da propriedade mediada no tempo $\bar{\varphi}$ fica definida como,

$$\langle \bar{\varphi} \rangle^v = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \bar{\varphi} dV = \frac{\langle \bar{\varphi} \rangle' \Delta V_f}{\Delta V} = \phi \langle \bar{\varphi} \rangle'. \quad (13)$$

Como já mencionado a média volumétrica não é comutativa, assim, na derivação das equações macroscópicas, é necessário que se conheça a relação entre a média volumétrica das derivadas e a derivada das médias volumétricas. Tais relações foram desenvolvidas por Slattery (1967), Whitaker (1969), Gray e Lee (1977) e outros, sendo atualmente denominadas de *teorema da média volumétrica local* e definidas por:

$$\langle \nabla \bar{\varphi} \rangle^v = \nabla \cdot (\phi \langle \bar{\varphi} \rangle') + \frac{1}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} \bar{\varphi} dS, \quad (14)$$

$$\langle \nabla \cdot \bar{\varphi} \rangle^v = \nabla \cdot (\phi \langle \bar{\varphi} \rangle') + \frac{1}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} \cdot \bar{\varphi} dS \quad (15)$$

$$\text{e } \langle \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} \rangle^v = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle \bar{\varphi} \rangle') - \frac{1}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} \cdot (\bar{\mathbf{u}}_i \bar{\varphi}) dS, \quad (16)$$

onde A_i e $\bar{\mathbf{u}}_i$ representam respectivamente a área e a velocidade da interface f e \mathbf{n} é o vetor unitário normal à A_i . No caso de escoamento monofásico a fase f é o próprio fluido e $\bar{\mathbf{u}}_i = 0$ (tem-se apenas a interface fluido/sólido, Figura 1). No desenvolvimento das Eqs. (14), (15) e (16) a única restrição imposta é a independência de ΔV em relação ao tempo e espaço.

A equação de continuidade macroscópica do escoamento médio no tempo, de um fluido com ρ constante, num meio poroso é obtida aplicando-se a média volumétrica com respeito a ΔV na Eq. (6) que, através da Eq. (15), produz,

$$\langle \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} \rangle^v = \nabla \cdot (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle') + \frac{1}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} \cdot \bar{\mathbf{u}} dS = 0. \quad (17)$$

Devido à condição de não deslizamento, tem-se que $\bar{\mathbf{u}} = 0$ na área interfacial A_i . Se introduzirmos a velocidade de Darcy, mediada no tempo, $\bar{\mathbf{u}}_D$, que é dada pela relação de Dupuit-Forchheimer, $\bar{\mathbf{u}}_D = \phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle'$, a equação de continuidade macroscópica do escoamento médio no tempo num meio poroso de um fluido com ρ constante fica finalmente expressa por:

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_D = 0. \quad (18)$$

Para se obter a equação de momentum macroscópica, será aplicada a média volumétrica com respeito a ΔV em ambas as Eqs. (7) e (9). Utilizando-se das Eqs. (14), (15) e (16), os diversos termos nas Eqs. (7) e (9) ficam,

$$\langle \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} \rangle^v = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle'), \quad (19)$$

$$\langle \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) \rangle^v = \nabla \cdot (\phi \langle \bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}} \rangle') + \frac{1}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} \cdot (\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) dS, \quad (20)$$

$$\langle \nabla \bar{p} \rangle^v = \nabla \cdot (\phi \langle \bar{p} \rangle') + \frac{1}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} \bar{p} dS, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \langle \nabla \cdot \nabla \bar{\mathbf{u}} \rangle^v &= \nabla \cdot \langle \nabla \bar{\mathbf{u}} \rangle^v + \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot (\nabla \bar{\mathbf{u}}) dS \\ &= \nabla^2 \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v + \nabla \cdot \left[\frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \bar{\mathbf{u}} dS \right] + \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot (\nabla \bar{\mathbf{u}}) dS, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\langle \rho \mathbf{g} \rangle^v = \phi \rho \mathbf{g}. \quad (23)$$

A Eq. (7) tem ainda,

$$\langle \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \rangle^v = \nabla \cdot \langle \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \rangle^v + \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} dS, \quad (24)$$

e a Eq. (9),

$$\langle \nabla \cdot \left(\frac{2}{3} \rho k \right) \rangle^v = \nabla \cdot \left(\frac{2}{3} \phi \rho \langle k \rangle^v \right) + \frac{2}{3} \frac{\rho}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} k dS, \quad (25)$$

$$\langle \nabla \cdot (\mu_i 2\bar{\mathbf{D}}) \rangle^v = \nabla \cdot (\mu_i 2\langle \bar{\mathbf{D}} \rangle^v) + \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot (\mu_i 2\bar{\mathbf{D}}) dS, \quad (26)$$

$$\text{onde, } \mu_i \langle \bar{\mathbf{D}} \rangle^v = \langle \mu_i \bar{\mathbf{D}} \rangle^v \text{ e} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{\mathbf{D}} \rangle^v &= \frac{1}{2} \langle \nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T \rangle^v \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left[\nabla \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v + [\nabla \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v]^T \right] + \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} (\mathbf{n} \bar{\mathbf{u}} + \bar{\mathbf{u}} \mathbf{n}) dS \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

Sabendo-se que na interface, A_i , $\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}}^T = \mu_i = k = 0$ a equação de momentum macroscópica baseada na Eq. (7), para escoamento médio no tempo em um meio poroso, fica,

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial}{\partial t} \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v + \nabla \cdot \langle \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \rangle^v \right] &= -\nabla \langle \bar{p} \rangle^v + \\ &\mu \nabla^2 \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v + \nabla \cdot (-\rho \phi \langle \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \rangle^v) + \phi \rho \mathbf{g} + \bar{\mathbf{R}}, \end{aligned} \quad (29)$$

e baseada na Eq. (9),

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial}{\partial t} \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v + \nabla \cdot \langle \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \rangle^v \right] &= -\nabla \langle \bar{p} \rangle^v + \frac{2}{3} \phi \rho \langle k \rangle^v + \\ &\mu \nabla^2 \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v + \nabla \cdot (\mu_i 2\langle \bar{\mathbf{D}} \rangle^v) + \phi \rho \mathbf{g} + \bar{\mathbf{R}}, \end{aligned} \quad (30)$$

onde,

$$\bar{\mathbf{R}} = \frac{\mu}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot (\nabla \bar{\mathbf{u}}) dS - \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \bar{p} dS \quad (31)$$

$$\text{e } \langle \bar{\mathbf{D}} \rangle^v = \frac{1}{2} \left[\nabla \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v + [\nabla \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v]^T \right], \quad (32)$$

sendo $\bar{\mathbf{R}}$ a força total de arrasto mediada no tempo por unidade de volume ("força de campo"), devida à presença de partículas sólidas, composta pelo arrasto viscoso e pelo arrasto de forma (ou pressão) e $-\rho \phi \langle \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \rangle^v$ o tensor de Reynolds macroscópico.

Comparando a Eq. (29) com a (30) conclui-se que o tensor de Reynolds macroscópico pode ser expresso por:

$$-\rho \phi \langle \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \rangle^v = \mu_i 2\langle \bar{\mathbf{D}} \rangle^v - \frac{2}{3} \phi \rho \langle k \rangle^v \mathbf{I}, \quad (33)$$

o qual lembra o conceito de Boussinesq para escoamentos microscópicos (Eq. 8).

O segundo termo à esquerda na Eq. (29) pode ser expandido como,

$$\nabla \cdot \langle \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \rangle^v = \nabla \cdot [\phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v + \langle \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \rangle^v]. \quad (34)$$

Na Eq. (34) o termo $\nabla \cdot (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v)$ representa a dispersão hidrodinâmica mediada no tempo que, assim como no escoamento laminar (Hsu e Cheng, 1990), é de ordem superior se comparada ao $\nabla \cdot (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v)$ podendo, assim, ser desprezada. A Eq. (29) juntamente com a relação de Dupuit-Forchheimer, $\bar{\mathbf{u}}_D = \phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v$, resulta então em:

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_D}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{\bar{\mathbf{u}}_D \bar{\mathbf{u}}_D}{\phi} \right) \right] &= -\nabla \langle \bar{p} \rangle^v + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}}_D + \\ &\nabla \cdot (-\rho \phi \langle \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \rangle^v) + \phi \rho \mathbf{g} + \bar{\mathbf{R}}. \end{aligned} \quad (35)$$

No escoamento laminar em meios porosos o arrasto total interno ao volume elementar representativo, \mathbf{R} , é dado pelo oposto da soma do termo de Darcy mais o de Forchheimer (Vafai e Tien, 1981; Hsu e Cheng, 1990), ou seja:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \frac{\mu}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot (\nabla \bar{\mathbf{u}}) dS - \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} p dS = \\ &-\left[\frac{\mu \phi}{K} \bar{\mathbf{u}}_D + \frac{c_f \phi \rho |\bar{\mathbf{u}}_D| \bar{\mathbf{u}}_D}{\sqrt{K}} \right], \end{aligned} \quad (36)$$

onde K é a permeabilidade do meio poroso e c_f é o coeficiente de Forchheimer. Comparando a Eq. (31) com a (36) conclui-se que $\bar{\mathbf{R}}$ é a média temporal de \mathbf{R} , sendo função apenas das propriedades médias no tempo (não apresenta flutuações). Assim, $\bar{\mathbf{R}}$ pode ser expresso por,

$$\bar{\mathbf{R}} = -\left[\frac{\mu \phi}{K} \bar{\mathbf{u}}_D + \frac{c_f \phi \rho |\bar{\mathbf{u}}_D| \bar{\mathbf{u}}_D}{\sqrt{K}} \right]. \quad (37)$$

Substituindo a Eq. (37) na (35) tem-se finalmente para a equação de momentum macroscópica do escoamento médio no tempo,

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_D}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{\bar{\mathbf{u}}_D \bar{\mathbf{u}}_D}{\phi} \right) \right] &= -\nabla \langle \bar{p} \rangle^v + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}}_D + \\ &\nabla \cdot (-\rho \phi \langle \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \rangle^v) + \phi \rho \mathbf{g} - \left[\frac{\mu \phi}{K} \bar{\mathbf{u}}_D + \frac{c_f \phi \rho |\bar{\mathbf{u}}_D| \bar{\mathbf{u}}_D}{\sqrt{K}} \right]. \end{aligned} \quad (38)$$

É interessante notarmos que no caso limite de $\phi \rightarrow 1 \Rightarrow K \rightarrow \infty$ (escoamento livre de meios porosos) a Eq. (38) recupera a forma da equação de Navier-Stokes mediada no tempo, assim como o tensor de Reynolds macroscópico (Eq. 33) e viscosidade turbulenta em meios porosos, μ_i , (Eq. 27).

O TERMO DE FORCHHEIMER E O TENSOR DE REYNOLDS MACROSCÓPICO

Vários autores já verificaram que a turbulência em meios porosos pode ser estimada através do termo de Forchheimer na equação de momentum macroscópica. De fato, no desenvolvimento do presente trabalho é esperado que isto ocorra em escoamentos onde o gradiente da velocidade de Darcy seja nulo (escoamentos macroscópicos unidimensionais em meios homogêneos e isotrópicos). Nessas condições, o tensor de Reynolds macroscópico terá apenas componentes normais com valor constante de $-\frac{2}{3} \phi \rho \langle k \rangle^v$ por todo o campo de escoamento (ver Eq. 33), ou seja, o divergente do tensor de Reynolds macroscópico será nulo; juntamente com as forças inerciais e viscosas macroscópicas. Assim, a equação de momentum macroscópica final que rege esse escoamento será do tipo Darcy-Forchheimer.

Por outro lado, o efeito microscópico da turbulência, das forças inerciais e viscosas microscópicas, serão sentidos via $\bar{\mathbf{R}}$ (Eq. 31), pois a pressão microscópica \bar{p} resulta da solução da Eq. (7) sendo função, desta forma, das forças inerciais, viscosas e do tensor de Reynolds microscópicos. Recentemente, Kuwahara *et al.* (1998) calcularam, numericamente, o escoamento turbulento em regime permanente num modelo de meio poroso com arranjo espacial periódico (homogêneo e isotrópico), empregando a equação de momentum microscópica mediada no tempo (Eq. 9) e o modelo $k-\varepsilon$. Através do campo de pressão microscópico, resultante da solução, os autores mostraram que o gradiente da média volumétrica intrínseca da pressão, $\nabla\langle\bar{p}\rangle'$, pode ser estimado por uma equação do tipo Darcy-Forchheimer, assim como sugere o presente trabalho. Resultados semelhantes, para o caso de escoamento transversal a feixe de cilindros, estão sendo apresentados em Rocamora Jr. & de Lemos (1998).

Em escoamentos onde o gradiente da velocidade de Darcy não é nulo (normalmente encontrados em meios não homogêneos e/ou anisotrópicos e nas fronteiras do escoamento) as forças inerciais convectivas macroscópicas, as forças viscosas macroscópicas e o divergente do tensor de Reynolds macroscópico não serão identicamente nulos, sendo necessária a análise de seus efeitos.

MODELO DE TURBULÊNCIA MACROSCÓPICA

A Eq. (33) não constitui de fato um modelo de turbulência macroscópica e sim apenas uma relação para $-\rho\phi\langle\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}\rangle'$. A descrição da viscosidade turbulenta em meios porosos, μ_t , é que de fato constitui um modelo de turbulência macroscópica.

Similarmente ao modelo $k-\varepsilon$ em escoamento livre, a viscosidade turbulenta em meios porosos será modelada segundo a seguinte expressão:

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{\langle k \rangle'^2}{\langle \varepsilon \rangle'} \quad (39)$$

onde C_μ é uma constante empírica adimensional e f_μ uma função de amortecimento. Assim, para a obtenção de μ_t é necessário o conhecimento de $\langle k \rangle'$ e $\langle \varepsilon \rangle'$ os quais serão obtidos via equações de transporte.

A equação de transporte para a média volumétrica intrínseca da energia cinética de turbulência, $\langle k \rangle'$, será obtida aplicando-se a média volumétrica, Eq. (13), na equação de transporte para a energia cinética turbulenta, $k = \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}} / 2$, de um escoamento livre. Esta, por sua vez, é obtida subtraindo-se da equação de momentum instantânea (Eq. 3) para cada coordenada a equação de momentum média no tempo correspondente (mesma coordenada). Multiplica-se em seguida o resultado obtido pela velocidade instantânea correspondente. Aplica-se, então, a média temporal em cada equação obtida, somando-se em seguida as três equações. Este procedimento resulta em (Hinze, 1959):

$$\rho \left[\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} k) \right] = -\rho \nabla \cdot \left[\mathbf{u} \left(\frac{p'}{\rho} + k \right) \right] + \mu \nabla^2 k - \rho \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}} : \nabla \bar{\mathbf{u}} - \rho \varepsilon, \quad (40)$$

onde $\varepsilon = \mu \nabla \bar{\mathbf{u}}^T : (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T / \rho$ é a dissipação viscosa de k (a interpretação dada à ε só está estritamente correta quando a turbulência é isotrópica). Sabendo que $k = \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}} / 2$, o Laplaciano de k na Eq. (40) pode ser reescrito como

$$\nabla \cdot \nabla k = \frac{1}{2} \nabla \cdot \nabla (\bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}}) = \nabla \cdot \overline{[\mathbf{u}'^T (\nabla \mathbf{u}')^T]} \quad (41)$$

Aplicando-se agora na Eq. (40) a média volumétrica com respeito a ΔV , têm-se para cada termo:

$$\left\langle \frac{\partial k}{\partial t} \right\rangle^v = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle k \rangle'), \quad (42)$$

$$\langle \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} k) \rangle^v = \nabla \cdot (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} k \rangle') + \frac{1}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} \cdot (\bar{\mathbf{u}} k) dS, \quad (43)$$

$$\left\langle \nabla \cdot \left[\mathbf{u} \left(\frac{p'}{\rho} + k \right) \right] \right\rangle^v = \nabla \cdot \left\{ \phi \left\langle \mathbf{u} \left(\frac{p'}{\rho} + k \right) \right\rangle^i \right\} + \frac{1}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} \cdot \left[\mathbf{u} \left(\frac{p'}{\rho} + k \right) \right] dS, \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \langle \nabla^2 k \rangle^v &= \left\langle \nabla \cdot \overline{[\mathbf{u}'^T (\nabla \mathbf{u}')^T]} \right\rangle^v \\ &= \nabla \cdot \left\langle \overline{[\mathbf{u}'^T (\nabla \mathbf{u}')^T]} \right\rangle^v + \frac{1}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} \cdot \overline{[\mathbf{u}'^T (\nabla \mathbf{u}')^T]} dS \\ &= \nabla \cdot \langle \nabla k \rangle^v + \frac{1}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} \cdot \overline{[\mathbf{u}'^T (\nabla \mathbf{u}')^T]} dS \\ &= \nabla^2 (\phi \langle k \rangle') + \nabla \cdot \left[\frac{1}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} k dS \right] + \\ &\quad \frac{1}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} \cdot \overline{[\mathbf{u}'^T (\nabla \mathbf{u}')^T]} dS, \end{aligned} \quad (45)$$

$$\rho \langle \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}} : \nabla \bar{\mathbf{u}} \rangle^v = \rho \phi \langle \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}} : \nabla \bar{\mathbf{u}} \rangle', \quad (46)$$

$$\rho \langle \varepsilon \rangle^v = \rho \phi \langle \varepsilon \rangle'. \quad (47)$$

Sabendo-se que na interface, A_i , $\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{u}' = k = 0$ a equação de transporte para $\langle k \rangle'$ fica expressa por:

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle k \rangle') + \nabla \cdot (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} k \rangle') \right] &= -\rho \nabla \cdot \left\{ \phi \left\langle \mathbf{u} \left(\frac{p'}{\rho} + k \right) \right\rangle^i \right\} + \\ &\quad \mu \nabla^2 (\phi \langle k \rangle') - \rho \phi \langle \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}} : \nabla \bar{\mathbf{u}} \rangle' - \rho \phi \langle \varepsilon \rangle'. \end{aligned} \quad (48)$$

O segundo termo à esquerda na Eq. (48) pode ser expandido como,

$$\nabla \cdot (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} k \rangle') = \nabla \cdot [\phi (\langle \bar{\mathbf{u}} \rangle' \langle k \rangle' + \langle \bar{\mathbf{u}}^i k^i \rangle')]. \quad (49)$$

No caso de $\langle \bar{\mathbf{u}} \rangle' \langle k \rangle' \gg \langle \bar{\mathbf{u}}^i k^i \rangle'$, ou seja, se o fluxo de energia cinética turbulenta carregado pelo escoamento macroscópico for muito maior que o fluxo de energia cinética turbulenta resultante dos "desvios" (dispersão de k) a Eq. (49) fica simplificada para,

$$\nabla \cdot (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} k \rangle') = \nabla \cdot (\phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle' \langle k \rangle'). \quad (50)$$

Analogamente, o terceiro termo à direita na Eq. (48) pode ser expandido como,

$$\begin{aligned} -\rho \phi \langle \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}} : \nabla \bar{\mathbf{u}} \rangle^v &= -\rho \phi [\langle \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \rangle' : \langle \nabla \bar{\mathbf{u}} \rangle' \\ &\quad + \langle \bar{\mathbf{u}}^i \bar{\mathbf{u}}^i \rangle' : \langle \nabla \bar{\mathbf{u}} \rangle^v]. \end{aligned} \quad (51)$$

O primeiro termo à direita da Eq. (51) representa a produção de $\langle k \rangle'$ devido ao escoamento macroscópico, já o segundo termo representa a produção de $\langle k \rangle'$ devido aos "desvios". Da Eq. (27)

verifica-se que μ_v é uma razão entre grandezas macroscópicas do escoamento. O tensor de Reynolds macroscópico (Eq. 33) é função da deformação macroscópica do escoamento. Assim, para a descrição de μ_v será considerada apenas a produção de $\langle k \rangle'$ devido ao escoamento macroscópico, o que simplifica a Eq. (51) para

$$-\rho \phi(\overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'} : \nabla \overline{\mathbf{u}})' = -\rho \phi(\overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'})' : \langle \nabla \overline{\mathbf{u}} \rangle'. \quad (52)$$

Tem-se que,

$$\begin{aligned} \langle \nabla \overline{\mathbf{u}} \rangle' &= \frac{1}{\phi} \langle \nabla \overline{\mathbf{u}} \rangle^v = \frac{1}{\phi} \left[\nabla(\phi \langle \overline{\mathbf{u}} \rangle') + \frac{1}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} \overline{\mathbf{u}} dS \right] \\ &= \frac{1}{\phi} \nabla(\phi \langle \overline{\mathbf{u}} \rangle'). \end{aligned} \quad (53)$$

Inserindo as Eqs. (50), (52) e (53) na (48) a equação de transporte para $\langle k \rangle'$ resulta em,

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle k \rangle') + \nabla \cdot (\phi \langle \overline{\mathbf{u}} \rangle' \langle k \rangle') \right] &= -\rho \nabla \cdot \left\{ \phi \left\langle \mathbf{u}' \left(\frac{p'}{\rho} + k \right) \right\rangle' \right\} \\ &+ \mu \nabla^2 (\phi \langle k \rangle') - \rho \langle \overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'} \rangle' : \nabla (\phi \langle \overline{\mathbf{u}} \rangle') - \rho \phi \langle \varepsilon \rangle', \end{aligned} \quad (54)$$

que com a relação de Dupuit-Forchheimer, $\overline{\mathbf{u}}_D = \phi \langle \overline{\mathbf{u}} \rangle'$, fica

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle k \rangle') + \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}}_D \langle k \rangle') \right] &= -\rho \nabla \cdot \left\{ \phi \left\langle \mathbf{u}' \left(\frac{p'}{\rho} + k \right) \right\rangle' \right\} \\ &+ \mu \nabla^2 (\phi \langle k \rangle') - \rho \langle \overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'} \rangle' : \nabla \overline{\mathbf{u}}_D - \rho \phi \langle \varepsilon \rangle'. \end{aligned} \quad (55)$$

O primeiro termo à direita da Eq. (55) representa a média volumétrica da difusão por turbulência de $\phi \langle k \rangle'$ que pode ser aproximado por uma forma similar à difusão molecular:

$$-\rho \nabla \cdot \left\{ \phi \left\langle \mathbf{u}' \left(\frac{p'}{\rho} + k \right) \right\rangle' \right\} = \rho \nabla \cdot \left[\frac{\mu_v}{\rho \sigma_k} \nabla (\phi \langle k \rangle') \right]. \quad (56)$$

Assim, a equação de transporte para $\langle k \rangle'$ resulta finalmente em:

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle k \rangle') + \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}}_D \langle k \rangle') \right] &= \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_v}{\sigma_k} \right) \nabla (\phi \langle k \rangle') \right] \\ &- \rho \langle \overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'} \rangle' : \nabla \overline{\mathbf{u}}_D - \rho \phi \langle \varepsilon \rangle'. \end{aligned} \quad (57)$$

onde $\rho \langle \overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'} \rangle'$ é definido pela Eq. (33) e σ_k é uma constante empírica adimensional.

Analogamente, a equação de transporte para $\langle \varepsilon \rangle'$ será obtida aplicando-se a média volumétrica, Eq. (13), na equação de transporte para $\varepsilon = \mu \overline{\nabla \mathbf{u}' : (\nabla \mathbf{u}')^T} / \rho$, de um escoamento livre. Esta é obtida via equação de Navier-Stokes (com ρ e μ constantes), sendo expressa na notação tensorial cartesiana por (Tennekes e Lumley, 1972):

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u}_k \varepsilon)}{\partial x_k} \right] &= -2\mu \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_k} \left\{ \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \frac{\partial u'_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \frac{\partial u'_k}{\partial x_l} \right\} \\ &- 2\mu \left\{ \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \frac{\partial u'_k}{\partial x_l} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u'_j}{\partial x_k \partial x_l} \right)^2 \right\} \\ &- \mu \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ u'_k \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} + \frac{2}{\rho} \frac{\partial u'_k}{\partial x_l} \frac{\partial p'}{\partial x_l} \right\} \\ &- 2\mu \frac{\partial^2 \overline{u}_j}{\partial x_l \partial x_k} \left(u'_k \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \right) + \mu \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_l \partial x_l}. \end{aligned} \quad (58)$$

Na Eq. (58) o primeiro termo à direita representa a produção de ε , o segundo a energia líquida transferida dos "pacotes" de menor frequência de flutuações para os de maior frequência, o terceiro representa o transporte difusivo de ε devido às flutuações, o quarto a geração de ε devido ao escoamento médio e finalmente o quinto termo representa a difusão molecular de ε .

A média volumétrica com respeito a ΔV da Eq. (58) produz para cada termo:

$$\langle \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \rangle^v = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle \varepsilon \rangle'), \quad (59)$$

$$\left\langle \frac{\partial (\overline{u}_k \varepsilon)}{\partial x_k} \right\rangle^v = \frac{\partial (\phi \langle \overline{u}_k \varepsilon \rangle')}{\partial x_k} + \frac{1}{\Delta V} \int_A n_k (\overline{u}_k \varepsilon) dS, \quad (60)$$

$$\begin{aligned} \left\langle 2\mu \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_k} \left[\frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \frac{\partial u'_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \frac{\partial u'_k}{\partial x_l} \right] \right\rangle^v &= \\ \phi \left\langle 2\mu \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_k} \left[\frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \frac{\partial u'_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \frac{\partial u'_k}{\partial x_l} \right] \right\rangle^v, \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} \left\langle 2\mu \left[\frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \frac{\partial u'_k}{\partial x_l} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u'_j}{\partial x_k \partial x_l} \right)^2 \right] \right\rangle^v &= \\ \phi \left\langle 2\mu \left[\frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \frac{\partial u'_k}{\partial x_l} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u'_j}{\partial x_k \partial x_l} \right)^2 \right] \right\rangle^v, \end{aligned} \quad (62)$$

$$\begin{aligned} \left\langle \mu \frac{\partial}{\partial x_k} \left[u'_k \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} + \frac{2}{\rho} \frac{\partial u'_k}{\partial x_l} \frac{\partial p'}{\partial x_l} \right] \right\rangle^v &= \\ \phi \left\langle \mu \frac{\partial}{\partial x_k} \left[u'_k \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} + \frac{2}{\rho} \frac{\partial u'_k}{\partial x_l} \frac{\partial p'}{\partial x_l} \right] \right\rangle^v, \end{aligned} \quad (63)$$

$$\left\langle 2\mu \frac{\partial^2 \overline{u}_j}{\partial x_l \partial x_k} \left(u'_k \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \right) \right\rangle^v = \phi \left\langle 2\mu \frac{\partial^2 \overline{u}_j}{\partial x_l \partial x_k} \left(u'_k \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \right) \right\rangle^v, \quad (64)$$

$$\left\langle \mu \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_l \partial x_l} \right\rangle^v = \phi \left\langle \mu \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_l \partial x_l} \right\rangle^v. \quad (65)$$

Sabendo-se que na interface, A_i , $\overline{\mathbf{u}} = 0$ e considerando que $\langle \overline{\mathbf{u}} \rangle' \langle \varepsilon \rangle' \gg \langle \overline{\mathbf{u}} \rangle' \langle \varepsilon \rangle'$, ou seja, se o fluxo de dissipação de energia turbulenta carregado pelo escoamento macroscópico for muito maior que o fluxo de dissipação de energia turbulenta resultante dos "desvios" (dispersão de ε) a equação de transporte para $\langle \varepsilon \rangle'$

fica expressa por:

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle \epsilon \rangle') + \frac{\partial (\phi \langle \bar{u}_k \rangle' \langle \epsilon \rangle')}{\partial x_k} \right] = & \\ -\phi \left\langle 2\mu \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} \left[\frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \right] \right\rangle' & \\ -\phi \left\langle 2\mu \left[\frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} + \mu \left(\frac{\partial^2 u'_j}{\partial x_i \partial x_i} \right)^2 \right] \right\rangle' & \quad (66) \\ -\phi \left\langle \mu \frac{\partial}{\partial x_k} \left[u'_k \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} + \frac{2}{\rho} \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right] \right\rangle' & \\ -\phi \left\langle 2\mu \frac{\partial^2 \bar{u}_j}{\partial x_i \partial x_k} \left[u'_k \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right] \right\rangle' + \phi \left\langle \mu \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial x_i \partial x_i} \right\rangle' & \end{aligned}$$

A Eq. (66) ainda pode ser manipulada, porém tal manipulação não traz novas simplificações nem uma melhor interpretação dos termos envolvidos. Assim como no escoamento livre, onde várias suposições são introduzidas a fim de tornar a Eq. (58) tratável, a Eq. (66) também será simplificada tomando-se como base a interpretação de cada termo da equação.

Desta forma, assim como na Eq. (58), a Eq. (66) é composta por uma taxa de mudança local, convecção, difusão (molecular e turbulenta) e geração/destruição de $\langle \epsilon \rangle'$. Sendo modelada como (lembrando da relação de Dupuit-Forchheimer, $\bar{u}_D = \phi \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle'$):

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle \epsilon \rangle') + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}_D \langle \epsilon \rangle') \right] = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_{t_e}}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla (\phi \langle \epsilon \rangle') \right] & \\ + C_1 f_1 \frac{\langle \epsilon \rangle'}{\langle k \rangle'} [-\rho \langle \bar{\mathbf{u}} \mathbf{u}^T \rangle'] : \nabla \bar{\mathbf{u}}_D - C_2 f_2 \rho \phi \frac{\langle \epsilon \rangle'^2}{\langle k \rangle'} & \quad (67) \end{aligned}$$

onde σ_ϵ , C_1 e C_2 são constantes empíricas adimensionais, f_1 e f_2 são funções de amortecimento e $-\rho \langle \bar{\mathbf{u}} \mathbf{u}^T \rangle'$ é definida pela Eq. (33). Na Eq. (67) os termos da esquerda para direita representam respectivamente a taxa de mudança local, a convecção, a difusão (molecular + turbulenta), a geração e a destruição de $\langle \epsilon \rangle'$.

CONCLUSÕES

Este artigo apresentou a média volumétrica da equação de Navier-Stokes mediada no tempo, da qual surge o tensor de Reynolds macroscópico. Mostrou quando o fenômeno de turbulência pode ser estimado apenas pelo termo de Forchheimer ou quando há a necessidade de se considerar também o tensor de Reynolds macroscópico. Propôs, ainda, um modelo de duas equações para a turbulência macroscópica, o qual merece futuras investigações.

AGRADECIMENTOS

Os autores são especialmente gratos ao CNPq pelo suporte financeiro durante a preparação deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bear, J., 1972, "Dynamics of Fluids in Porous Media", American Elsevier Pub. Co., New York.

Brinkman, H.C., 1947, "A Calculation of the Viscous Force Exerted by a Flowing Fluid on a Dense Swarm of Particles", *Appl. Sci. Research*, A 1, pp. 27-34.

Darcy, H., 1856, "Les Fontaines Publiques de la Vile de Dijon", Victor Dalmond, Paris.

de Lemos, M.J.S., 1996, "Recent Advances In Numerical Techniques Applied To Flow, Heat And Mass Transfer In Porous Media", *Proc. of Intern. Conf. on Porous Media and its Applications in Science, Eng. and Industry*, Kona, Hawaii, EUA, 16-21 de Junho.

Forchheimer, P., 1901, "Wasserbewegung durch Boden", *Z. Ver. Deutsch. Ing.*, vol. 45, pp. 1782-1788.

Gray, W.G., Lee, P.C.Y., 1977, "On the Theorems for Local Volume Averaging of Multiphase System", *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 3, pp. 333-340.

Hinze, J.O., 1959, "Turbulence", McGraw-Hill, New York.

Hsu, C.T., Cheng, P., 1990, "Thermal Dispersion in a Porous Medium", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 33, pp. 1587-1597.

Kuwahara, F., Kameyama, Y., Yamashita, S., Nakayama, A., 1998, "Numerical Modeling of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array", *J. Porous Media*, vol. 1, pp. 47-55.

Pedras, M.H.J., de Lemos, M.J.S., 1996, "Porous Media Flow Modeling For Petroleum Reservoir Simulation", *Proc. of ENCIT96- 6th Braz. Therm. Sci. Meetg.*, ABCM, vol. III, pp. 1471-1475, Florianópolis, SC, Brazil, November 11-14.

Rocamora Jr, F.D., de Lemos, M.J.S., 1998, "Numerical Solution of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array and the k-ε Model", *Proc. of ENCIT98- 7th Braz. Therm. Scienc. Meetg.*, Rio de Janeiro, RJ, November 3-6.

Slattery, J.C., 1967, "Flow of Viscoelastic Fluids Through Porous Media", *A.I.Ch.E. J.*, vol. 13, pp. 1066-1071.

Tennekes, H., Lumley, J.L., 1972, "A First Course In Turbulence", The MIT Press, Massachusetts.

Vafai, K., Tien, C.L., 1981, "Boundary and Inertia Effects on Flow and Heat Transfer in Porous Media", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 24, pp. 195-203.

Ward, J.C., 1964, "Turbulent Flow in Porous Media", *J. Hydraul. Div. ASCE*, vol. 90 (HY5), pp. 1-12.

Whitaker, S., 1969, "Advances in Theory of Fluid Motion in Porous Media", *Indust. Engng. Chem.*, vol. 61, pp. 14-28.

SUMMARY

This article presents the volumetric average of the time averaged Navier-Stokes equation. In this process, the macroscopic Reynolds stress tensor is obtained. The paper discusses when the turbulence phenomena can be estimated only with Forchheimer term, or else, when both the Forchheimer term and macroscopic Reynolds stress tensor have to be accounted for. Furthermore, a macroscopic turbulence model for flow in porous media is proposed.

ANÁLISE DOS MODELOS DE ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS VIA MÉDIA ESPACIAL DAS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES

Marcos Heinzelmann Junqueira Pedras*

Marcelo J.S. de Lemos**

*Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento IP&D, UNIVAP
Av. Shishima Hifumi, 2911-São José dos Campos-SP, Brasil

**Dep. de Energia, Instituto Tecnológico de Aeronáutica ITA
Centro Técnico Aeroespacial, São José dos Campos-SP, Brasil

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta dois modos de se obter a equação de transporte para o escoamento em meios porosos. O primeiro é via o desenvolvimento de Irmay o qual mostra que o termo de Forchheimer surge devido aos efeitos inerciais microscópicos. A segunda abordagem utiliza o teorema da média volumétrica local. Neste caso, o termo de Forchheimer é relacionado com o arrasto de forma no volume elementar representativo.

INTRODUÇÃO

Os fenômenos de transporte em meios porosos são de interesse em várias áreas da ciência e engenharia tais como, hidrologia, sismologia, reservatórios de petróleo, reatores químicos, entre inúmeros outros. Desde os primeiros trabalhos de Darcy (1856), várias investigações têm sido conduzidas nessas áreas, sendo que as primeiras formulações foram baseadas principalmente na própria lei de Darcy, a qual desconsidera efeitos como os inerciais e a presença de fronteiras impermeáveis. Com o tempo, o modelo de Darcy foi sendo aprimorado (Forchheimer, 1901; Brinkman, 1947), porém, com um embasamento muito mais empírico do que matemático, levantando questões que até o momento ainda são discutidas tais como se o termo de Forchheimer provém das forças inerciais, do arrasto de forma ou até mesmo da turbulência. Ou ainda, se a viscosidade proposta por Brinkman pode ser a viscosidade do fluido ou não.

Na tentativa de elucidar estas questões, a literatura tornou-se vasta, incluindo, por exemplo, revisões sobre aspectos da solução numérica (de Lemos, 1996), análises de modelos para reservatório de petróleo (Pedras e de Lemos, 1996) e propostas para tratamento de turbulência em meios permeáveis (Pedras e de Lemos, 1998, Rocamora Jr. e de Lemos, 1998).

O presente trabalho, tendo como motivação o aprimoramento dos modelos para escoamento em meios porosos, apresenta dois tipos de desenvolvimentos baseados na média volumétrica da equação de Navier-Stokes. Estas análises levam à interpretações distintas sobre a origem do termo de Forchheimer. O trabalho discute também o *creeping flow* sobre uma esfera (lei de Stokes) e conclui a respeito da origem do termo de Forchheimer.

DESENVOLVIMENTO DE IRMAY

A equação de continuidade microscópica para um fluido incompressível é expressa por:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (1)$$

A equação de momentum microscópica (Navier-Stokes) considerando μ constante é,

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g}. \quad (2)$$

Introduzindo-se a identidade $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \nabla |\mathbf{u}|^2 / 2 - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{u})$ na Eq. (2) e rearranjando, tem-se

$$\nabla \left(\frac{|\mathbf{u}|^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz \right) = \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{u}) - \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nu \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (3)$$

O primeiro termo à direita da Eq. (3) expandido fica,

$$\begin{aligned} \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{u}) = & \left[u_y \frac{\partial u_x}{\partial x} - u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial x} - u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \right] \mathbf{i} \\ & + \left[u_z \frac{\partial u_x}{\partial y} - u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial y} - u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} \right] \mathbf{j} \\ & + \left[u_x \frac{\partial u_x}{\partial z} - u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial z} - u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right] \mathbf{k}. \end{aligned} \quad (4)$$

Escrevendo a Eq. (3) apenas na direção x e definindo $E = |\mathbf{u}|^2 / 2 + p / \rho + gz$, encontra-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial x} = & \left[u_y \frac{\partial u_x}{\partial x} - u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial x} - u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \right] \\ & - \frac{\partial u_x}{\partial t} + \nu \left[\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

O primeiro termo à direita pode ser reescrito como,

$$\begin{aligned} u_y \frac{\partial u_x}{\partial x} - u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial x} - u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = \\ \frac{1}{2} \frac{\partial u_x^2}{\partial x} - \frac{\partial (u_x u_y)}{\partial y} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial u_x^2}{\partial x} - \frac{\partial (u_x u_z)}{\partial z} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial z}, \end{aligned} \quad (6)$$

da equação de continuidade microscópica obtém-se,

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \Rightarrow u_x \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial z} = -\frac{1}{2} \frac{\partial u_x^2}{\partial x}. \quad (7)$$

Inserindo as Eqs. (6) e (7) na (5),

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial x} = & \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (u_y^2 + u_z^2 - u_x^2) - \frac{\partial (u_x u_y)}{\partial y} \\ & - \frac{\partial (u_x u_z)}{\partial z} - \frac{\partial u_x}{\partial t} + \nu \left[\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

A Eq. (8) foi utilizada por Irmay (1958) para o processo de média da equação de Navier-Stokes num meio poroso. Em seu processo de média foi utilizado o modelo apresentado na Figura 1.

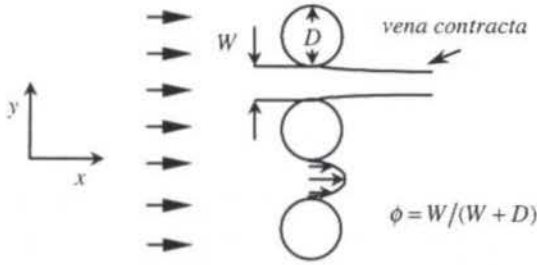


Figura 1 - Modelo de escoamento utilizado por Irmay.

Aplicando a média volumétrica intrínseca a um escoamento cujo ∇E é na direção x e definindo a média volumétrica intrínseca de uma variável ϕ como sendo $\langle \phi \rangle'$, para um escoamento em meio poroso homogêneo e isotrópico, tem-se $\langle u_x \rangle' = \langle u_z \rangle' = 0$. Assumindo que não existe correlação entre os componentes de velocidade (descolamento do escoamento em altas velocidades), então,

$$\begin{aligned} \langle u_x u_x \rangle' &= \langle u_x \rangle' \langle u_x \rangle' = 0; \quad \langle u_x u_z \rangle' = \langle u_x \rangle' \langle u_z \rangle' = 0 \\ \Rightarrow \frac{\partial \langle u_x u_x \rangle'}{\partial y} &= \frac{\partial \langle u_x u_z \rangle'}{\partial z} = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

e da equação de continuidade microscópica,

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial x} &= -\frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \Rightarrow \left\langle \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \right\rangle' = 0 \\ &\Rightarrow \left\langle \frac{1}{2} \frac{\partial u_x^2}{\partial x} \right\rangle' = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

A média volumétrica intrínseca da Eq. (8) é dada por:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial E}{\partial x} \right\rangle' &= \frac{1}{2} \left\langle \frac{\partial}{\partial x} (u_x^2 + u_z^2 - u_x^2) \right\rangle' - \left\langle \frac{\partial (u_x u_x)}{\partial y} \right\rangle' \\ &- \left\langle \frac{\partial (u_x u_z)}{\partial z} \right\rangle' - \frac{\partial \langle u_x \rangle'}{\partial t} + v \left\langle \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right\rangle'. \end{aligned} \quad (11)$$

que juntamente com as Eqs. (9), (10) e a condição de não deslizamento resulta em,

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial E}{\partial x} \right\rangle' &= \frac{1}{2} \left\langle \frac{\partial}{\partial x} (u_x^2 + u_z^2) \right\rangle' - \\ &\frac{\partial \langle u_x \rangle'}{\partial t} + v \left\langle \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right\rangle'. \end{aligned} \quad (12)$$

Na *vena contracta* entre grãos, $u_x = u_z = 0$. Assim, na região convergente e divergente formada pelos grãos $\partial(u_x^2 + u_z^2)/\partial x < 0$. Irmay (1958) comenta que na região de separação a divergência é suave, propondo a seguinte aproximação,

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial x} (u_x^2 + u_z^2) \right\rangle' = -\frac{2B \langle u_x \rangle'^2}{W}, \quad (13)$$

onde B é um fator de forma empírico. Introduzindo na Eq. (13) a relação de Dupuit-Forchheimer, $\mathbf{u}_D = \phi \langle \mathbf{u} \rangle'$, (onde \mathbf{u}_D é a velocidade de Darcy) tem-se:

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial x} (u_x^2 + u_z^2) \right\rangle' = -\frac{2B u_D^2}{\phi^2 W} = -\frac{2B(1-\phi)}{\phi^3 D} u_D^2. \quad (14)$$

A medida que o fluido adere à parede, $u_x = 0$; proporcionando uma distribuição de u_x cujo máximo está em algum lugar entre os grãos. Nessa distribuição $\partial^2 u_x / \partial y^2 < 0$ e $\partial^2 u_x / \partial z^2 < 0$. Irmay (1958), então, propôs que

$$\left\langle \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right\rangle' = -\frac{A(1-\phi)^2}{\phi^3 D^2} u_D, \quad (15)$$

onde A é um fator de forma empírico dependente da forma dos grãos mas não da porosidade ou do diâmetro. Introduzindo as Eqs. (14) e (15) na (12),

$$\left\langle \frac{\partial E}{\partial x} \right\rangle' = -\frac{B(1-\phi)}{\phi^3 D} u_D^2 - \frac{1}{\phi} \frac{\partial u_D}{\partial t} - v \frac{A(1-\phi)^2}{\phi^3 D^2} u_D, \quad (16)$$

definindo $\mathbf{J} = -\nabla E$ e rearranjando a Eq. (16),

$$\rho \langle \mathbf{J} \rangle' = \frac{A\mu(1-\phi)^2}{\phi^3 D^2} u_D + \frac{B\rho(1-\phi)}{\phi^3 D} u_D^2 + \frac{\rho}{\phi} \frac{\partial u_D}{\partial t}. \quad (17)$$

Para escoamentos em regime permanente a Eq. (17) representa a equação de Forchheimer ($K = \phi^3 D^2 / A(1-\phi)^2$ e $c_f = B/A^2 \phi^2$) e para números de Reynolds baixos a lei de Darcy. Com $A = 150$, $B = 1,75$ e em regime permanente a Eq. (17) é conhecida como equação de Ergun.

Este tipo de desenvolvimento sugere que o termo introduzido por Forchheimer na lei de Darcy é devido às forças inerciais convectivas microscópicas do escoamento.

MEDIA VIA TEOREMA DA MÉDIA VOLUMÉTRICA LOCAL

As equações de conservação macroscópicas num meio poroso podem ser obtidas por médias volumétricas das equações de conservação microscópicas, em relação a um volume elementar representativo do meio poroso, ΔV (Bear, 1972).

Uma determinada propriedade, ϕ , associada ao fluido tem a sua média volumétrica intrínseca definida como,

$$\langle \phi \rangle' = \frac{1}{\Delta V_f} \int_{\Delta V_f} \phi dV, \quad (18)$$

onde ΔV_f é o volume de fluido contido em ΔV . A propriedade ϕ pode, então, ser definida como sendo a soma de $\langle \phi \rangle'$ mais um termo relacionado ao "desvio" ϕ ,

$$\phi = \langle \phi \rangle' + \phi, \quad (19)$$

onde $\langle \phi \rangle' = 0$.

A porosidade ϕ é definida por,

$$\phi = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V_f} dV = \frac{\Delta V_f}{\Delta V}. \quad (20)$$

Assim, a média volumétrica com respeito a ΔV da propriedade ϕ fica definida como,

$$\langle \phi \rangle^v = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V_f} \phi dV = \frac{\langle \phi \rangle' \Delta V_f}{\Delta V} = \phi \langle \phi \rangle'. \quad (21)$$

Nestes processos de média três comprimentos característicos devem ser definidos (Whitaker, 1969): 1) o comprimento microscópico característico, d , que representa a distância sobre a qual verifica-se significativas variações na velocidade microscópica do fluido, \mathbf{u} ; 2) comprimento macroscópico característico, L , sobre o qual verifica-se significativas variações na velocidade macroscópica do fluido, $\langle \mathbf{u} \rangle^v$; 3) e o comprimento característico, l , relacionado com o volume elementar representativo, ΔV .

A princípio assumi-se que l deve ser muito maior que d ($d \ll l$) e que $\langle \varphi \rangle^v = \langle \langle \varphi \rangle^v \rangle^v$; Whitaker (1969) mostra que para $\langle \varphi \rangle^v = \langle \langle \varphi \rangle^v \rangle^v$ é necessário que $l \ll L$.

Na derivação das equações macroscópicas é necessário que se conheça a relação entre a média volumétrica das derivadas e a derivada das médias volumétricas. Tais relações foram desenvolvidas por Slattery (1967), Whitaker (1969), Gray e Lee (1977) e outros, sendo atualmente denominadas de teorema da média volumétrica local e definidas por:

$$\langle \nabla \varphi \rangle^v = \nabla \left[\frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \varphi dV \right] + \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \varphi dS, \quad (22)$$

$$\langle \nabla \cdot \varphi \rangle^v = \nabla \cdot \left[\frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \varphi dV \right] + \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot \varphi dS \quad (23)$$

$$\text{e } \left\langle \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right\rangle^v = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \varphi dV \right] - \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{u}, \varphi) dS. \quad (24)$$

A única restrição imposta ao desenvolvimento das equações acima é a independência de ΔV em relação ao tempo e ao espaço. Através da Eq. (21) as Eqs. (22), (23) e (24) podem ser reescritas para:

$$\langle \nabla \varphi \rangle^v = \nabla (\langle \varphi \rangle^v) + \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \varphi dS, \quad (25)$$

$$\langle \nabla \cdot \varphi \rangle^v = \nabla \cdot (\langle \varphi \rangle^v) + \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot \varphi dS \quad (26)$$

$$\text{e } \left\langle \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right\rangle^v = \frac{\partial}{\partial t} (\langle \varphi \rangle^v) - \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{u}, \varphi) dS, \quad (27)$$

onde A_i e \mathbf{u}_i representam respectivamente a área e a velocidade da interface da fase f e \mathbf{n} é o vetor unitário normal à A_i . No caso de escoamento monofásico a fase f é o próprio fluido e $\mathbf{u}_i = 0$ (tem-se apenas a interface fluido/sólido).

Equação de Continuidade Macroscópica. Para um fluido compressível escoando num meio poroso, a equação de continuidade microscópica é dada por,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (28)$$

aplicando-se a média volumétrica com respeito ao volume elementar representativo e utilizando as Eqs. (26) e (27), encontra-se

$$\frac{\partial (\langle \rho \rangle^v \phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\langle \rho \mathbf{u} \rangle^v) = \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot (\rho \mathbf{u}) dS - \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot (\rho \mathbf{u}) dS, \quad (29)$$

a velocidade da interface fluido/sólido, \mathbf{u}_i , é zero e a velocidade microscópica do fluido \mathbf{u} na superfície A_i também é zero devido à condição de não deslizamento do fluido. O segundo termo à esquerda na Eq. (29) pode ser expandido como,

$$\nabla \cdot (\langle \rho \mathbf{u} \rangle^v) = \nabla \cdot [\phi \langle \rho \rangle^v \langle \mathbf{u} \rangle^v + \langle \rho' \mathbf{u}' \rangle^v], \quad (30)$$

a Eq. (29) resulta, então, em:

$$\frac{\partial (\langle \rho \rangle^v \phi)}{\partial t} + \nabla \cdot [\phi \langle \rho \rangle^v \langle \mathbf{u} \rangle^v + \langle \rho' \mathbf{u}' \rangle^v] = 0. \quad (31)$$

No caso de $\langle \rho \rangle^v \langle \mathbf{u} \rangle^v \gg \langle \rho' \mathbf{u}' \rangle^v$, ou seja, se o fluxo mássico carregado pelo escoamento macroscópico for muito maior que o fluxo mássico resultante dos "desvios", a equação de continuidade macroscópica com a relação de Dupuit-Forchheimer, $\mathbf{u}_D = \phi \langle \mathbf{u} \rangle^v$, fica expressa por,

$$\frac{\partial (\langle \rho \rangle^v \phi)}{\partial t} + \nabla \cdot [\langle \rho \rangle^v \mathbf{u}_D] = 0, \quad (32)$$

se o meio poroso for indeformável, $\phi = \phi(x, y, z)$, tem-se,

$$\phi \frac{\partial \langle \rho \rangle^v}{\partial t} + \nabla \cdot [\langle \rho \rangle^v \mathbf{u}_D] = 0. \quad (33)$$

Que para um fluido incompressível fica,

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_D = 0, \quad (34)$$

sendo que neste caso a suposição $\langle \rho \rangle^v \langle \mathbf{u} \rangle^v \gg \langle \rho' \mathbf{u}' \rangle^v$ não é necessária.

Equação de Momentum Macroscópica. A equação de momentum microscópica para um fluido, com a densidade e a viscosidade constantes, escoando num meio poroso é expressa pela equação de Navier-Stokes,

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \mathbf{u}) \right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g}. \quad (35)$$

Aplicando-se a média volumétrica com respeito ao volume elementar representativo e utilizando as Eqs. (25), (26) e (27) têm-se para cada termo da equação acima,

$$\left\langle \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right\rangle^v = \frac{\partial}{\partial t} (\langle \mathbf{u} \rangle^v) - \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{u}, \mathbf{u}) dS,$$

$$\langle \nabla \cdot (\mathbf{u} \mathbf{u}) \rangle^v = \nabla \cdot (\langle \mathbf{u} \mathbf{u} \rangle^v) + \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{u} \mathbf{u}) dS,$$

$$\langle \nabla p \rangle^v = \nabla (\langle p \rangle^v) + \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} p dS,$$

$$\begin{aligned} \langle \nabla \cdot \nabla \mathbf{u} \rangle^v &= \nabla \cdot \langle \nabla \mathbf{u} \rangle^v + \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot (\nabla \mathbf{u}) dS \\ &= \nabla^2 (\langle \mathbf{u} \rangle^v) + \nabla \cdot \left[\frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \mathbf{u} dS \right] \\ &\quad + \frac{1}{\Delta V} \int_{A_i} \mathbf{n} \cdot (\nabla \mathbf{u}) dS, \end{aligned}$$

$$\langle \rho \mathbf{g} \rangle^v = \phi \rho \mathbf{g}.$$

Sabendo-se que $\mathbf{u} = 0$ na superfície A_i e que $\mathbf{u}_i = 0$, a equação de momentum macroscópica fica expressa por

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle \mathbf{u}' \rangle) + \nabla \cdot (\phi \langle \mathbf{u} \mathbf{u}' \rangle) \right] = -\nabla (\phi \langle p' \rangle) + \mu \nabla^2 (\phi \langle \mathbf{u}' \rangle) + \phi \rho \mathbf{g} + \mathbf{R}, \quad (36a)$$

onde

$$\mathbf{R} = \frac{\mu}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} \cdot (\nabla \mathbf{u}) dS - \frac{1}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} p dS \quad (36b)$$

representa a força total de arrasto por unidade de volume ("força de campo"; Hsu e Cheng, 1990) devida à presença de partículas sólidas, sendo composta pelo arrasto viscoso e pelo arrasto de forma (ou pressão). O segundo termo à esquerda na Eq. (36a) pode ser expandido como,

$$\nabla \cdot (\phi \langle \mathbf{u} \mathbf{u}' \rangle) = \nabla \cdot [\phi (\langle \mathbf{u}' \mathbf{u}' \rangle + \langle \mathbf{u}' \mathbf{u}' \rangle)]. \quad (37)$$

Na Eq. (37) o termo $\nabla \cdot (\phi \langle \mathbf{u}' \mathbf{u}' \rangle)$ representa a dispersão hidrodinâmica que é de ordem superior se comparada ao $\nabla \cdot (\phi \langle \mathbf{u}' \mathbf{u}' \rangle)$ (Hsu e Cheng, 1990) podendo, assim, ser desprezada. A equação de momentum macroscópica fica, então:

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi \langle \mathbf{u}' \rangle) + \nabla \cdot (\phi \langle \mathbf{u}' \mathbf{u}' \rangle) \right] = -\nabla (\phi \langle p' \rangle) + \mu \nabla^2 (\phi \langle \mathbf{u}' \rangle) + \phi \rho \mathbf{g} + \mathbf{R}, \quad (38)$$

que com a relação de Dupuit-Forchheimer, $\mathbf{u}_D = \phi \langle \mathbf{u}' \rangle$, resulta finalmente em,

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{u}_D}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{u}_D \mathbf{u}_D}{\phi} \right) \right] = -\nabla (\phi \langle p' \rangle) + \mu \nabla^2 \mathbf{u}_D + \phi \rho \mathbf{g} + \mathbf{R}. \quad (39)$$

Em meios porosos o transiente na velocidade normalmente decai rapidamente (Whitaker, 1969; Bear, 1972; Nield e Bejan, 1992), dificilmente excedendo a 1 segundo. Desta forma, este termo é desprezado na equação de momentum macroscópica para a maioria dos casos práticos (Whitaker 1969; Bear, 1972; Vafai e Tien, 1981; Vafai e Thiagaraja, 1987; Vafai e Kim, 1990a; Vafai e Kim, 1990b; Nield e Bejan, 1992).

O segundo termo à esquerda na Eq. (39) representa a força inercial convectiva macroscópica que normalmente é desprezível se comparada com os termos à direita da equação. Este termo é responsável pelo "crescimento" da camada limite hidrodinâmica que ocorre em comprimentos na ordem de grandeza de $K u_c / \nu$ (onde u_c é a velocidade de Darcy não perturbada; Vafai e Tien, 1981), cujo valor é pequeno na maioria das situações práticas.

O termo de Brinkman, $\mu \nabla^2 \mathbf{u}_D$, é responsável pelo perfil da camada limite sendo quase sempre desprezível a não ser nas regiões de interfaces (meio poroso/parede impermeável, meios porosos distintos e meio poroso/fluido livre). A espessura da camada limite hidrodinâmica é da ordem de grandeza de $(K/\phi)^{1/2}$ (Vafai e Tien, 1981) sendo este valor muito pequeno (10^{-3} m) na maioria dos casos práticos. Devido ao fato da camada limite hidrodinâmica estar confinada a uma espessura fina, a sua observação experimental é complicada, por esta razão as informações experimentais tem sido primeiramente limitadas a efeitos globais como perda de carga e vazão, onde, na maioria dos casos, o efeito da camada limite hidrodinâmica é desprezível. Na transferência de calor, entretanto, o efeito da camada limite hidrodinâmica é fundamental, principalmente quando a camada limite térmica é menor que a hidrodinâmica.

Baseados nos comentários acima podemos concluir que a equação de momentum macroscópica que descreve experimentos clássicos como os de Darcy (1856), Forchheimer (1901), Ward

(1964), etc. fica resumida a,

$$\nabla (\phi \langle p' \rangle) = \phi \rho \mathbf{g} + \mathbf{R}, \quad (40)$$

que para pequenos gradientes de ϕ ,

$$\nabla \langle p' \rangle = \rho \mathbf{g} + \frac{1}{\phi} \mathbf{R}. \quad (41)$$

Por outro lado, o modelo estendido Darcy-Forchheimer para meios porosos homogêneos e isotrópicos proposto por Ward (1964), pode ser escrito na forma:

$$\nabla \langle p' \rangle = \rho \mathbf{g} - \frac{\mu}{K} \mathbf{u}_D - \frac{c_f \rho |\mathbf{u}_D| \mathbf{u}_D}{\sqrt{K}}. \quad (42)$$

Para baixos números de Reynolds o arrasto viscoso e o de forma são da mesma ordem de grandeza e proporcionais à viscosidade e à velocidade, para altos números de Reynolds o arrasto viscoso é desprezível perante o de forma, que nesta condição é predominantemente proporcional à densidade e ao quadrado da velocidade. Assim, a força total de arrasto por unidade de volume, \mathbf{R} (Eq. 36b), pode ser expressa, através da comparação entre as Eqs. (41) e (42), por:

$$\mathbf{R} = - \left[\frac{\mu \phi}{K} \mathbf{u}_D + \frac{c_f \phi \rho |\mathbf{u}_D| \mathbf{u}_D}{\sqrt{K}} \right], \quad (43)$$

onde K é a permeabilidade do meio poroso e c_f é o coeficiente de Forchheimer.

Substituindo a expressão para \mathbf{R} na Eq. (39) a equação de momentum macroscópica fica finalmente expressa por:

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{u}_D}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{u}_D \mathbf{u}_D}{\phi} \right) \right] = -\nabla (\phi \langle p' \rangle) + \mu \nabla^2 \mathbf{u}_D + \phi \rho \mathbf{g} - \left[\frac{\mu \phi}{K} \mathbf{u}_D + \frac{c_f \phi \rho |\mathbf{u}_D| \mathbf{u}_D}{\sqrt{K}} \right]. \quad (44)$$

O desenvolvimento acima sugere que o termo de Forchheimer provém de efeitos de arrasto de forma, contrapondo o desenvolvimento de Irmay que sugere que o termo de Forchheimer provém das forças inerciais convectivas microscópicas.

CREEPING FLOW SOBRE UMA ESFERA (LEI DE STOKES)

No *creeping flow* a derivada material $D\mathbf{u}/Dt$ é desprezada na equação de momentum devido à condição de regime permanente e baixas velocidades. Desta forma, o campo de pressão ao redor da esfera não pode ser função das forças inerciais convectivas, sendo expresso por (Bird *et al.*, 1960):

$$p(r, \theta) = p_0 - \rho g r \cos \theta - \frac{3}{2} \frac{\mu u_\infty}{R} \left(\frac{R}{r} \right)^2 \cos \theta, \quad (45)$$

onde p_0 é a pressão no plano $\theta = \pi/2$ longe da esfera, u_∞ é a velocidade de corrente livre com direção oposta à de g , R é o raio da esfera, θ é o ângulo polar medido a partir da direção de u_∞ e r é o raio medido a partir do centro da esfera ($r \geq R$).

A integração da Eq. (45) sobre a superfície da esfera produz a força de empuxo e o arrasto de forma. O arrasto viscoso é obtido integrando-se as tensões viscosas sobre a mesma superfície, sendo o arrasto de forma e o viscoso dados respectivamente por:

$$F_p = 2\pi \mu R u_\infty, \quad (46)$$

$$F_{\mu} = 4\pi\mu Ru_{\infty} \quad (47)$$

Assim, no caso de *creeping flow*, o arrasto de forma é devido apenas à existência de viscosidade no fluido tendo da mesma ordem de grandeza do arrasto viscoso. A força total de arrasto (não considerando o empuxo) fica, $F_p + F_{\mu} = 6\pi\mu Ru_{\infty}$.

No caso de altas velocidades (ainda escoamento laminar) as forças inerciais convectivas não podem ser desprezadas, fazendo com que o campo de pressão, ao redor da esfera, também seja função dessas forças. Deste modo, o arrasto de forma será composto por um termo devido à presença de viscosidade no fluido e de um termo devido às forças inerciais convectivas que são proporcionais a densidade e ao quadrado da velocidade.

ORIGEM DO TERMO DE FORCHHEIMER

As diferentes interpretações dadas ao termo de Forchheimer, nos dois desenvolvimentos apresentados, são devido aos comprimentos de escala utilizados em cada média volumétrica e aos modelos de meio poroso utilizados.

A média volumétrica de Irmay é aplicada analisando-se microscopicamente o escoamento dentro do poro, sendo importante o modelo de meio poroso utilizado. Já o processo de média volumétrica apresentado por Slattery (1967) e Whitaker (1969), tem como restrição que o comprimento característico do volume elementar representativo (sobre o qual aplica-se a média) deve ser muito maior que o comprimento característico do poro, caso contrário não se verifica $\langle \varphi \rangle^v = \langle \langle \varphi \rangle^v \rangle^v$.

Por exemplo, aplicando-se a Eq. (39) no modelo de meio poroso homogêneo e isotrópico de Irmay, Figura 1, para um escoamento em regime permanente, completamente desenvolvido (do ponto de vista macroscópico), unidimensional na direção X e não considerando os efeitos de fronteira (estes influenciam apenas a camada limite que não é pertinente na análise em questão) a Eq. (39) fica resumida a,

$$\frac{\partial \langle p \rangle^v}{\partial x} = \frac{1}{\phi} \mathbf{n}_x \cdot \mathbf{R} = \frac{1}{\phi} \mathbf{n}_x \cdot \left[\frac{\mu}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} \cdot (\nabla \mathbf{u}) dS - \frac{1}{\Delta V} \int_A \mathbf{n} p dS \right] \quad (48)$$

onde \mathbf{n}_x é o vetor unitário na direção de x . Na Eq. (48) os termos dentro das integrais representam grandezas microscópicas e portanto devem ser analisadas do ponto de vista microscópico. Se do ponto de vista macroscópico o escoamento pode ser considerado unidimensional e desenvolvido, do ponto de vista microscópico não (abordagem de Irmay).

A primeira integral na Eq. (48) representa o arrasto viscoso e a segunda o arrasto de forma, ambos internos ao volume elementar representativo. Para baixas velocidades microscópicas (lei de Stokes) a pressão microscópica, p , não é função das forças inerciais convectivas microscópicas, fazendo com que o arrasto de forma seja devido apenas à existência de viscosidade no fluido e tendo a mesma ordem de grandeza do arrasto viscoso. Neste caso a força total de arrasto por unidade de volume é função da viscosidade e da velocidade, podendo ser expressa por:

$$\mathbf{R} = -\frac{\mu\phi}{K} \mathbf{u}_D, \text{ para baixas velocidades microscópicas.} \quad (49)$$

Em altas velocidades microscópicas a pressão microscópica passa a ser função das forças inerciais convectivas microscópicas e das forças viscosas microscópicas, fazendo com que o arrasto de forma seja função dessas duas grandezas. Deste modo, a força total de arrasto por unidade de volume é formada por um termo proporcional a viscosidade e a velocidade e por um termo

proporcional a densidade e ao quadrado da velocidade, podendo ser expressa como:

$$\mathbf{R} = -\left[\frac{\mu\phi}{K} \mathbf{u}_D + \frac{c_f \phi \rho |\mathbf{u}_D| \mathbf{u}_D}{\sqrt{K}} \right] \quad (50)$$

Introduzindo a Eq. (50) na (48) e fazendo $K = \phi^3 D^2 / A(1-\phi)^2$ e $c_f = B/A^{1/2} \phi^{3/2}$ recupera-se a equação de Irmay (Eq. 17 para regime permanente).

Assim, as interpretações dadas para a origem do termo de Forchheimer pelos dois tipos de desenvolvimento estão corretas, sendo a de Irmay uma interpretação microscópica e a obtida via teorema da média volumétrica local uma interpretação macroscópica.

CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou dois procedimentos de média volumétrica da equação de Navier-Stokes que levam a interpretações distintas a respeito do escoamento em meios porosos. O primeiro, desenvolvimento de Irmay, sugere que o termo de Forchheimer provém das forças inerciais convectivas microscópicas. O segundo, média via teorema da média volumétrica local, sugere que o termo de Forchheimer provém do arrasto de forma no volume elementar representativo. Através dessas duas análises e da lei de Stokes o trabalho conclui que ambas as interpretações estão corretas, sendo que a interpretação de Irmay é do ponto de vista microscópico e a obtida via teorema da média volumétrica local é do ponto de vista macroscópico.

AGRADECIMENTOS

Os autores são especialmente gratos ao CNPq pelo suporte financeiro durante a preparação deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bear, J., 1972, "Dynamics of Fluids in Porous Media", American Elsevier Pub. Co., New York.
- Bird, R. B., Stewart, W. E., e Lightfoot, E. N., 1960, "Transport Phenomena", John Wiley & Sons, New York.
- Brinkman, H. C., 1947, "A Calculation of the Viscous Force Exerted by a Flowing Fluid on a Dense Swarm of Particles", *Appl. Sci. Research*, A 1, pp. 27-34.
- Darcy, H., 1856, "Les Fontaines Publiques de la Vile de Dijon", Victor Dalmond, Paris.
- de Lemos, M.J.S., 1996, "Recent Advances In Numerical Techniques Applied To Flow, Heat And Mass Transfer In Porous Media", *Proc. of Intern. Conf. on Porous Media and its Applications in Science, Eng. and Industry*, Kona, Hawaii, EUA, 16-21 de Junho.
- Forchheimer, P., 1901, "Wasserbewegung durch Boden", *Z. Ver. Deutsch. Ing.*, vol. 45, pp. 1782-1788.
- Gray, W. G., e Lee, P. C. Y., 1977, "On the Theorems for Local Volume Averaging of Multiphase System", *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 3, pp. 333-340.

Hsu, C. T., e Cheng, P., 1990, "Thermal Dispersion in a Porous Medium", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 33, pp. 1587-1597.

Irmay, S., 1958, "On the Theoretical Derivation of Darcy and Forchheimer Formulas", *Trans. Amer. Geophys. Union*, No. 4, vol. 39, pp. 702-707.

Nield, D. A., e Bejan, A., 1992, "Convection in Porous Media", Springer-Verlag, New York.

Pedras, M.H.J., de Lemos, M.J.S., 1996, "Porous Media Flow Modeling For Petroleum Reservoir Simulation", *Proc. of ENCIT96- 6th Braz. Therm. Sci. Meetg.*, ABCM, vol. III, pp. 1471-1475, Florianópolis, SC, Brazil, November 11-14.

Pedras, M.H.J., de Lemos, M.J.S., 1998, "Resultados da Modelagem da Turbulência Macroscópica em Meios Porosos", *Proc. of ENCIT98- 7th Braz. Therm. Scienc. Meetg.*, Rio de Janeiro, RJ, November 3-6.

Rocamora Jr, F.D., de Lemos, M.J.S., 1998, "Numerical Solution of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array and the k- ϵ Model", *Proc. of ENCIT98- 7th Braz. Therm. Scienc. Meetg.*, Rio de Janeiro, RJ, November 3-6.

Slattery, J. C., 1967, "Flow of Viscoelastic Fluids Through Porous Media", *A.I.Ch.E. J.*, vol. 13, pp. 1066-1071.

Vafai, K., e Kim, S. J., 1990a, "Fluid Mechanics of the Interface Region Between a Porous Medium and a Fluid Layer - An Exact Solution", *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 11, pp. 254-256.

Vafai, K., e Kim, S. J., 1990b, "Analysis of Surface Enhancement by a Porous Substrate", *J. Heat Transfer*, vol. 112, pp. 700-706.

Vafai, K., e Thiyagaraja, R., 1987, "Analysis of Flow and Heat Transfer at the Interface Region of a Porous Medium", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 30, pp. 1391-1405.

Vafai, K., e Tien, C. L., 1981, "Boundary and Inertia Effects on Flow and Heat Transfer in Porous Media", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 24, pp. 195-203.

Ward, J. C., 1964, "Turbulent Flow in Porous Media", *J. Hydraul. Div. ASCE*, vol. 90 (HY5), pp. 1-12.

Whitaker, S., 1969, "Advances in Theory of Fluid Motion in Porous Media", *Indust. Engng. Chem.*, vol. 61, pp. 14-28.

SUMMARY

This paper presents two ways of obtaining a transport equation for flow in porous media. The first is via Irmay's development which shows that the Forchheimer term is due to microscopic inertia effects. The second approach makes use of the local volume averaging theorem. In this case, the Forchheimer term is shown to be related to the form drag in the representative elementary volume.

GERAÇÃO DE ENTROPIA EM ESCOAMENTOS RADIAIS DEVIDA AOS EFEITOS VISCOSOS

C. F. E. Alves^{1,2}, W. Braga¹ e C. A. Thompson³

¹ Dep. Engenharia Mecânica, PUC-Rio
22453-900 - Rio de Janeiro – RJ - Brasil

² Campus Regional da UERJ – Instituto Politécnico
28614-090 - Nova Friburgo – RJ - Brasil

³ Augusto da Motta Centro Universitário
Rio de Janeiro – RJ - Brasil

RESUMO

Este trabalho apresenta o resultado numérico da entropia gerada (irreversibilidade) em um escoamento radial entre dois discos paralelos alimentados axialmente. O fluido (ar) possui um comportamento Newtoniano. O escoamento é incompressível, laminar e isotérmico. As equações de conservação são resolvidas pelo método dos volumes finitos. É mostrado como a entropia gerada, devido aos efeitos viscosos, é afetada pelo escoamento do fluido.

INTRODUÇÃO

A taxa de entropia gerada tem sido utilizada como um parâmetro para avaliação das irreversibilidades relacionadas à Transferência de Calor, à fricção e a outros fenômenos presentes nos Sistemas Térmicos, Bejan (1982). Em máquinas como turbinas, bombas e compressores, a potência perdida devida às irreversibilidades é proporcional à taxa de geração de entropia.

Na solução de problemas de Dinâmica dos Fluidos, os campos de velocidade e de temperatura (no caso de problemas não isotérmicos) são determinados. Assim, com um pequeno esforço adicional, pode-se calcular a taxa de geração de entropia e determinar sua dependência em relação aos valores locais do campo de velocidade (efeitos viscosos) e de temperatura (efeitos térmicos). O campo de geração de entropia permite a obtenção de informações úteis para os projetistas de modo a alcançarem um melhor entendimento dos fenômenos físicos relacionados ao problema, possibilitando a adoção de medidas que visem melhorar a produtividade dos processos envolvidos, Sciubba (1997).

A partir da década de 80, o interesse pelo escoamento radial entre dois discos concêntricos e paralelos foi motivado por

suas inúmeras aplicações tecnológicas. Em particular, o estudo de difusores radiais alimentados axialmente tem sido utilizado como um modelo para a análise de problemas físicos como o comportamento do escoamento através das válvulas do tipo palheta existentes em compressores de deslocamento alternativos herméticos, Alves *et al.* (1997), Deschamps *et al.* (1987 e 1996), Ferreira *et al.* (1987), entre outros, o projeto de impactadores inerciais, Marple *et al.* (1974) e, de mancais de escora aerostáticos, Freitas & Prata (1998).

Neste tipo de geometria, o escoamento é alimentado através de um orifício existente no centro de um dos discos, Figura 1. Esta geometria mais simples é utilizada tanto nas simulações numéricas quanto nos trabalhos experimentais já que as principais características do escoamento através de uma válvula também estão presentes no caso escolhido, Ferreira *et al.* (1990).

No presente trabalho, foi verificada a geração de entropia no escoamento em difusores radiais alimentados axialmente devida somente aos efeitos viscosos, uma vez que apenas o caso isotérmico foi tratado aqui. O objetivo foi realizar uma análise das regiões críticas onde a dissipação de energia disponível é acentuada.

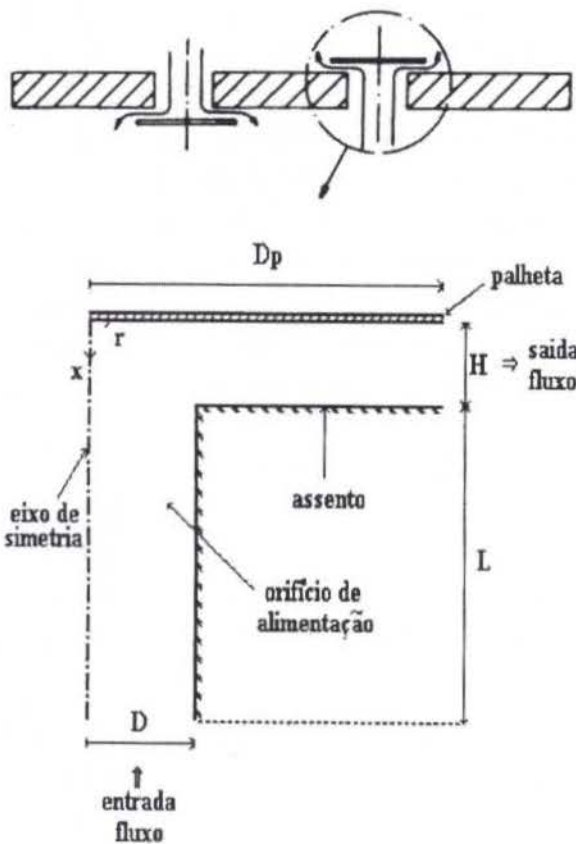


Figura 1 - Geometria do problema (fora de escala).

EQUACIONAMENTO

O escoamento é considerado incompressível, laminar, isotérmico e em regime permanente. O fluido é caracterizado pelo número de Reynolds baseado no diâmetro do orifício de alimentação. Dadas as características geométricas do domínio físico é considerada a simetria angular. Com isto o problema passa a ser tratado como bidimensional e somente metade do domínio plano será considerado. As equações de conservação que para a solução do problema hidrodinâmico do difusor radial alimentado axialmente que descrevem o problema são: continuidade e quantidade de movimento nas direções radial e axial.

- continuidade:

$$\frac{\partial}{\partial x} [u] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v) = 0 \quad (1)$$

- conservação da quantidade de movimento na direção radial:

$$\frac{\partial}{\partial x} [\rho u v] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v v) = - \frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{v}{r^2} \right] \quad (2)$$

- conservação da quantidade de movimento na direção axial:

$$\frac{\partial}{\partial x} [\rho u u] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v u) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] \quad (3)$$

onde x é a coordenada axial, r é a coordenada radial, u é a componente de velocidade na direção axial, v é a componente de velocidade na direção radial, ρ é a massa específica do fluido, P é a pressão e μ é a viscosidade dinâmica do fluido.

Conhecendo-se o campo de velocidades, para um problema isotérmico, pode-se determinar o campo de geração de entropia devido aos efeitos viscosos. A taxa de entropia gerada associada ao transporte de *momentum* por unidade de volume, S_g , pode ser escrita como, Bejan (1982):

$$S_g = \frac{\mu \phi}{T} \quad (4)$$

sendo ϕ a função de dissipação viscosa e T a temperatura. Considerando a simetria, ϕ pode ser escrito como:

$$\phi = 2 \left[\left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \frac{v^2}{r^2} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v) + \frac{\partial u}{\partial x} \right]^2 \quad (5)$$

A função de dissipação viscosa é positiva e representa uma fonte de energia interna devido ao trabalho de deformação sobre o fluido. Este trabalho é extraído dos agentes mecânicos que causam o movimento e é convertido em energia interna ou calor.

As condições de contorno para o problema são:

- i - condição de não deslizamento nas paredes sólidas ($u=v=0$);
- ii - para o eixo de simetria axial, $r=0$, $v=\partial u/\partial r=0$;
- iii- condição de entrada no orifício de alimentação: velocidade média constante;
- iv - na seção de saída do difusor radial: pressão atmosférica.

SOLUÇÃO NUMÉRICA

A metodologia empregada na solução das equações diferenciais obtidas, após a discretização das mesmas, é a dos volumes finitos, Patankar (1980). A solução das equações é obtida utilizando o código computacional FLUENT versão 4.4.1, Fluent (1996). A simulação numérica foi realizada em estações gráficas de trabalho IBM modelo RISC6000.

O primeiro passo para se obter a solução numérica é mapear o domínio físico do problema gerando-se uma malha e obtendo-se um volume de controle ao redor de cada ponto nodal. As equações algébricas são então obtidas a partir das equações diferenciais, assumindo-se um perfil de variação das variáveis entre os pontos nodais de modo a se obter o fluxo das propriedades através das faces do elemento de volume, a variação temporal das propriedades e o termo fonte para cada elemento de volume. Neste trabalho o perfil escolhido foi em forma de degrau, *stepwise*.

A direção radial é a mais crítica para a obtenção de uma solução numérica precisa para o caso de um escoamento envolvendo as direções radial e axial. Diversos testes foram realizados para a escolha da malha adequada onde ficou constatado que duas condições principais deveriam ser consideradas conjuntamente: uma concentração de pontos em regiões de fortes gradientes e uma distribuição de variação de volumes inferiores a 20% entre elementos consecutivos. Malhas que apresentavam fortes variações em seus métricos, especialmente no jacobiano, apresentavam erros de simulação levando a valores não realísticos de pressão nas regiões de separação (pressão adversa).

As equações diferenciais oriundas dos princípios de conservação são então integradas ao redor de cada volume de controle de modo a se obter as equações algébricas para as variáveis dependentes nos pontos nodais em função dos valores destas mesmas variáveis nos pontos vizinhos. Este sistema deverá

ser desacoplado de modo que o conjunto de equações possa ser resolvido utilizando algum dos processos iterativos conhecidos.

Para o cálculo das derivadas do escoamento ou interpolações entre pontos nodais da malha utilizou-se um esquema *Upwind* de segunda ordem. Este esquema de interpolação não é tão estável e nem tão rápido quanto o tradicional *power-law*, Patankar (1980), para problemas com o mesmo tamanho de malha. A vantagem é que o esquema de interpolação *Upwind* requer malhas mais grosseiras que o esquema de interpolação *power-law* para uma mesma precisão desejada.

O conjunto de equações algébricas obtidas é resolvido por um esquema iterativo semi-implícito (SIMPLEC) a partir de uma condição inicial e condições de contorno impostas, até que após um determinado número de iterações a convergência para uma solução, que satisfaça as equações do problema, seja alcançada.

O processamento é interrompido quando o somatório do resíduo normalizado de todas as equações do problema atinge um valor abaixo do parâmetro de tolerância especificado. Nas simulações deste trabalho usou-se o valor 10^{-4} .

Um outro critério utilizado foi verificar ao final do processo iterativo se ocorre uma conservação de massa no problema, isto é, para problemas incompressíveis o fluxo mássico que entra no difusor deve ser igual ao fluxo mássico que deixa o difusor.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Conhecendo-se o campo de velocidades, para um problema isotérmico, pode-se determinar o campo de entropia gerada com o auxílio das equações (4 e 5).

Uma primeira análise é de modo a conhecer-se a magnitude do campo. É escolhido o caso no qual $H/D=0,048$; número de Reynolds 1127 (velocidade média de alimentação 3,8m/s); $\mu=1,98 \times 10^{-5}$ kg/ms; $\rho=1,18$ kg/m³; $D=5$ mm; $L=1,5$ mm e $D_p=8,5$ mm. A malha adotada, não uniforme foi 26x47 (número de pontos na direção axial e radial respectivamente). A Figura 2 apresenta o resultado encontrado para o campo de entropia gerada devido aos efeitos viscosos, sendo representado numa escala logarítmica. Esta figura mostra que a região crítica para o problema em estudo é aquela junto à palheta, logo após a deflexão do jato, onde encontra-se um vale de pressão.

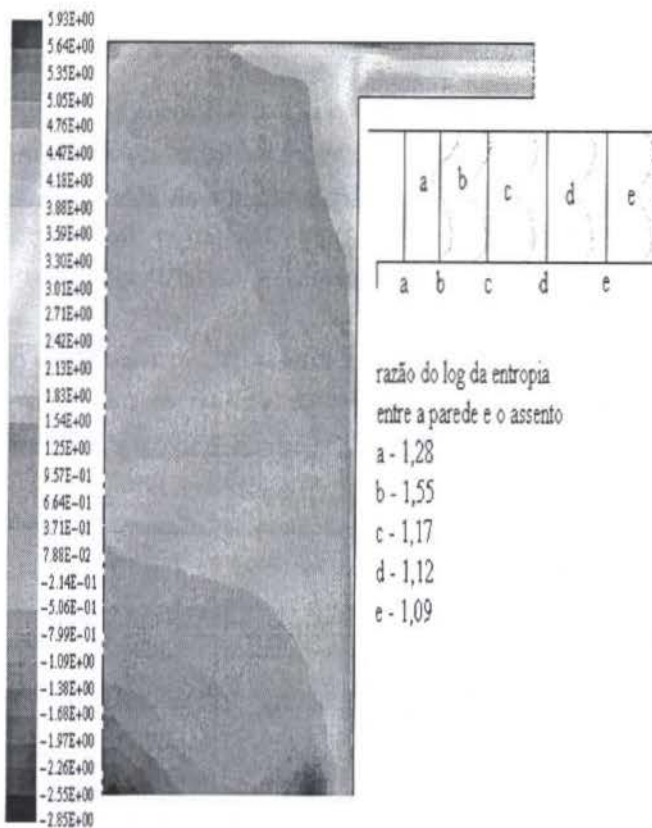


Figura 2 Campo de entropia gerada (em escala logarítmica) e em detalhe o perfil da entropia gerada no difusor e a razão entre o seu valor na palheta e no assento.

Na Figura 2 mostrada acima, para a entropia gerada no difusor, encontra-se representada um detalhe de seus perfis, em escala logarítmica, para a região do difusor e o valor da razão entre o logaritmo da entropia gerada na palheta e no assento para cada perfil representado. Analisando a equação (5), verifica-se que para a região do difusor, na palheta e no assento, somente os termos $\partial v/\partial x$ e $\partial u/\partial x$ não são nulos. Na Tabela I (ver o final do trabalho) são apresentados os valores para estes dois termos para alguns pontos ao longo das paredes do difusor. Com o auxílio desta tabela vê-se que é o termo $\partial v/\partial x$ quem domina a geração de entropia junto às paredes. Excetuando os primeiros pontos na entrada do difusor, o termo $\partial v/\partial x$ também domina a entropia gerada na região central do difusor.

Na Figura 3 pode ser observado a variação da entropia gerada na palheta e no assento ao longo do difusor radial. O posicionamento dos máximos do campo de geração de entropia já era esperado pois é nestas regiões que o escoamento tem os maiores gradientes de velocidade e a estes gradientes se associam as quedas de pressão que chegam a atingir valores negativos (vales de pressão), Ferreira *et al.* (1987).

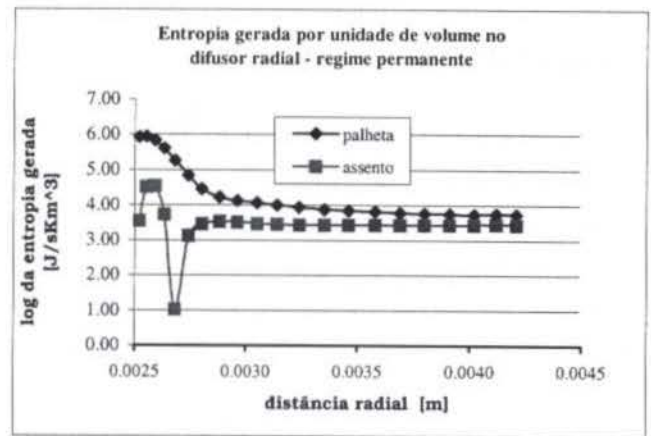


Figura 3 – Variação da entropia gerada, em escala logarítmica, ao longo do difusor, na palheta e no assento.

Um outro resultado que pode ser extraído da Figura 3 está relacionado à diferença do comportamento da entropia gerada na palheta e no assento. Na palheta o valor é inicialmente elevado e este decai continuamente ao se aproximar da saída do difusor (há um aumento de área e redução na intensidade da velocidade bem como de sua variação na direção axial). Para o assento, junto à quina, o valor da entropia gerada é mais baixo que na palheta. Junto ao assento há uma bolha de recirculação (valor do mínimo de entropia gerada para o assento). A bolha de recirculação, dependendo do caso, pode diminuir sua espessura ao longo do difusor, caso exista até a seção de saída como neste caso estudado, ou mesmo, desaparecer antes de atingir a saída do difusor. Convém ressaltar que deve-se ter cuidados adicionais em relação à malha selecionada para a solução do problema. Para este caso estudado, verificou-se que na entrada do difusor radial, junto ao assento, tem-se dois pontos de malha na direção axial dentro da bolha de recirculação (vide ponto 5 do assento na Tabela I). Já para a região à jusante do difusor há somente um ponto de malha para a direção axial dentro da região de recirculação. Fez-se um estudo do cálculo das derivadas do campo de velocidades utilizando-se uma aproximações de primeira e de segunda ordem para esta região. Pode ser constatado que qualitativamente o campo de entropia gerada possui o mesmo comportamento para cálculos realizados com as duas aproximações.

CONCLUSÃO

O conhecimento do campo de entropia gerada é uma importante ferramenta que possibilita a melhora da performance de equipamentos. A eficiência destes equipamentos está baseada em parâmetros que fornecem uma estimativa do valor total das perdas que provêm das contribuições individuais das diversas perdas localizadas. Deste modo, com o campo de geração de entropia, os projetistas possuem uma ferramenta a mais que possibilita a visualização e a localização das regiões de perdas mais acentuadas. Conhecidas estas regiões, a geometria pode então ser modificada, possibilitando a determinação de um novo campo de entropia gerada. O processo se repete até que as perdas sejam consideradas satisfatórias.

Pode ser constatado que a entropia gerada no difusor, devida aos efeitos viscosos, depende fortemente de um único termo ($\partial v/\partial x$ - variação axial do componente de velocidade radial). Isto permite uma análise simplificada da dissipação viscosa na região do difusor para problemas semelhantes, desde que seja conhecido o perfil de velocidades no difusor.

REFERÊNCIAS

Alves, C. F. E., Braga, W. & Thompson, C. A. - "Força Axial Atuando num Difusor Radial Devido ao Movimento Súbito da Palheta" - XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Baurú, SP, COB346, dezembro, 1997.

Bejan, A. - Entropy Generation Through Heat and Fluid Flow, John Wiley and Sons Inc., 1982.

Bird, R. B., Stewart, W. E. & Lightfoot, E. N. Transport Phenomena, John Wiley and Sons Inc., 1960.

Deschamps, C. J., Prata, A. T. & Ferreira, R. T. S. - "Análise da Influência do Comprimento do Orifício de Passagem no escoamento em Difusores Radiais" - Anais do IX Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Florianópolis, SC, pp. 335-338, dezembro, 1987.

Deschamps, C. J., Prata, A. T. & Ferreira, R. T. S. - "Turbulent Flow Through Reed Type Valves of Reciprocating Compressors" - Proceedings of the 1996 ASME Int. Congress and Exposition - Symposium on the Analysis and Applications of Heat Pump & Refrigeration Systems, pp. 151-161, Texas, USA, 1996.

Ferreira, R. T. S., Prata, A. T. & Deschamps, C. J. - "Laminar Fluid Flow in Compressors Valves: Numerical and Experimental Results" - The Winter Annual Meeting of the ASME, Fluid Flow and Heat Transfer in Reciprocating Machinery, Boston, december, FED - v. 62, HTD - v. 93, ASME, pp. 33-38, 1987.

Ferreira, R. T. S. & Prata, A. T. - "Transferência de Calor e Escoamento Através de Válvulas de Compressores Alternativos" - Anais do III Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Itapema, SC, pp. 871-876, dezembro, 1990.

FLUENT, version 4.4, Fluent Inc., Centerra Resource Park, 10 Cavendish, Lebanon, NH 03766, 1996.

Freitas, D. S. & Prata, A. T. - "Modelagem e Simulação de Mancais Aeroestáticos Duplo-Esféricos" - RBCM - Journal of the Brazilian Soc. Mechanical Sciences, v. XX, nº 1, pp. 126-142, 1998.

Marple, V. A., Liu, B. Y. H. & Whitby, K. T. - "Fluid Mechanics of the Laminar Flow Aerosol Impactor" - Aerosol Science, v. 5, pp. 1-26, 1974.

Natalini, G. & Sciubba, E. - "Minimization of the Local Rates of Entropy Production in the Design of Air-Cooled gas Turbine Blades" - *to be published at the J. of Turbomachinery*.

Patankar, S. V. - Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill, 1980.

Prata, A. T., Ferreira, R. T. S. & Deschamps, C. J. - "Escoamento Laminar em Difusores Radiais, Computação e Experimento" - Anais do I Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Rio de Janeiro, RJ, pp. 63-66, dezembro, 1986.

Sciubba, Enrico; Professor of Turbomachinery at The University of Rome Dipartimento di Meccanica e Aeronautica Via Eudossiana, 18-00184 Roma - Italia
e-mail address: e.sciubba@dma.ing.uniroma1.it

1. "Entropy-Generation Primer" - <http://www.memagazine.org/backissues/october97/features/entropy/entgen.html>
2. "Classification of Losses in Turbomachinery Channels" - <http://www.memagazine.org/backissues/october97/features/entropy/clasloss.html>
3. "Calculating Entropy with CFD" - <http://www.memagazine.org/backissues/october97/features/entropy/entropy.htm>

SUMMARY

This paper reports a numerical result of some aspects of the entropy generation (irreversibility) of the axially fed radial flow between parallel disks. The fluid (air) is assumed to have a

Newtonian behaviour. The flow is incompressible, laminar and isothermal. The governing equations are solved by finite volume methodology. It is shown how the entropy produced by the viscous dissipation is affected by the fluid flow.

Tabela 1 – Análise dos termos da equação (5).

Local	Posição Figura 3	Distância radial [mm]	$\partial v/\partial x$ [s ⁻¹]	$\partial u/\partial x$ [s ⁻¹]	Log da entropia gerada [J/m ³ sK]
palheta	ponto 1	2,52	-3,7x10 ⁶	-8,7x10 ³	5,93
palheta	ponto 3	2,59	-3,3x10 ⁶	-5,4x10 ⁴	5,83
palheta	ponto 5	2,68	-1,7x10 ⁶	-3,7x10 ⁴	5,26
palheta	ponto 7	2,80	-6,8x10 ⁵	-1,6x10 ³	4,45
palheta	ponto 9	2,96	-4,6x10 ⁵	5,2x10 ³	4,13
assento	ponto 1	2,52	-1,5x10 ⁶	3,6x10 ⁵	3,55
assento	ponto 3	2,59	1,0x10 ⁶	-7,3x10 ⁴	4,55
assento	ponto 5	2,68	1,3x10 ⁴	-1,3x10 ⁴	1,02
assento	ponto 7	2,80	-3,0x10 ⁵	1,1x10 ³	3,46
assento	ponto 9	2,96	-3,1x10 ⁵	1,5x10 ³	3,51

APPLICATION OF NEURAL NETWORK TO EVALUATE THE AIR INJECTION ON THE CAVITATION DETECTION IN HYDROTURBINES

Shih M. Lin, Antonio C. P. Brasil Junior & Danilo Santos
 Universidade de Brasília. Departamento de Engenharia Mecânica
 CEP 70910-900 Brasília, DF. Brazil

SUMMARY

The objective of the present study was to evaluate the effects of air injection on the intensity of noise due to cavitation. To this end, tests were conducted in CESP's (Companhia Energética de São Paulo) Hydro Plant, located in Ilha Solteira, São Paulo, using acoustic sensors. The acoustic signals were recorded for different operation regimes, with and without air injection. These signals were analyzed by FFT and Neural network. The investigations to find out the correlation between air-injection and noise emission of cavitation were reported here for a vertical Francis-type hydraulic turbomachine.

INTRODUCTION

The cavitation consists of a rapid vaporization and condensation of a liquid system, due to pressure reduction caused by dynamic fluid flow. The effects of cavitation in hydraulic systems are characterized by vibrations, erosions, pressure fluctuations, damage and loss of efficiency. The operation of hydroturbine under cavitation regime is very common in most of Brazilian hydroturbines (Ilha Solteira, Itaipu, Balbina etc...), and the costs of maintenance, associated with the recovering of eroded area and the performance breakdown are very high. In Ilha Solteira plant (a 3.23 GW plant in south east of Brazil), for instance, there is always one out of twenty hydromachine in recuperation, and it normally lasts for three or four months. This time can be reduced drastically by a real time cavitation monitoring system. Generally, the design of a hydroturbine does not take into account operation in the cavitation zones.

The cavitation occurs due to the operational problems, induced by momentaneous unfavorable conditions related to the water level and the high demand of power production, therefore the equipment is forced to operate out of its operation point. The cavitation effects are visible, audible and measurable. A recently developed cavitation detection methodology based on acoustic emission sensors by the same group (Shih et al., 1997), with a proper treatments of the acoustic signals, and well chosen frequency band, a specific components of cavitation can be isolated. Because of the complex cavitation phenomenon, the use of artificial intelligence based on neural network to quantify them was very helpful. Some methodology was proposed to train the neural network utilizing the acoustic signals captured from a hydroturbine in operation.

For some unfavorable operational conditions, the manufacturers of turbines recommends the use of air injection in order to reduce both cavitation and rolled-up vortex. This methodology is often used in most of Brazilian hydroturbine and an additional cost of air injection, related mainly to the maintenance of the use of the air injection and its effective reduction of the cavitation is an operational question made by the electrical production companies. In this work the air injection is analyzed in order to verify the reduction of the cavitation measured by the acoustic level in hydroturbine.

CAVITATION IN FRANCIS HYDROTURBINE

The operation of a hydromachine can be characterized by its operation Diagram, which can be build up by the results of tests obtained by the reduced model, and related to some important operating parameters, such as: (hydraulic yield, distributor opening, etc...). The limits of cavitation are normally supplied by the manufacture, and as shown in Figure 1, these limits are given by the curves expressed in the topographic operation diagram ($\Psi - \phi$, coordinates) of the machine.

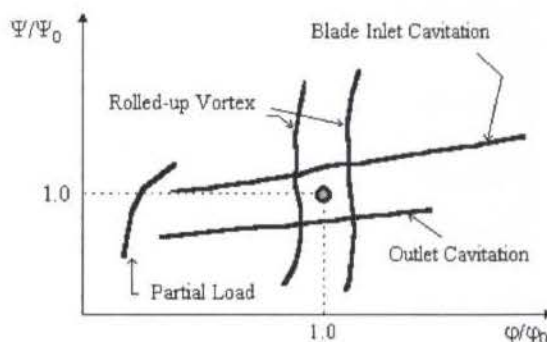


Figure 1 - Non-dimensional $\psi - \phi$ Diagram

where:

$$\Psi = \frac{2E}{\omega^2 R^{-2}} \quad (1)$$

with Ψ the machine's pressure coefficient, ω is the rotation speed, R the radius and E the specific energy defined as:

$$E = \rho g \Delta H \quad (2)$$

Where ρ is the density of water; g the local gravity and ΔH the difference of water level between the reservoir and the suction tube. The flow rate coefficient is defined as:

$$\phi = \frac{Q}{\pi \omega R^{-3}} \quad (3)$$

where the Q is the machine flowrate.

ACOUSTIC AND CAVITATION

The sound can be generated by a fluid (ex: in a water flow due to the pressure fluctuation in a turbulent flow), by disturbances and by structural vibration. The cavitation in a turbomachine is a typical example where these three kinds of propagation happens. The first, the sound is originated in the fluid, producing pressure fluctuation due to the implosion of vapor cavity, and these waves transmit within the fluid towards to the machine's structures. One part of the waves are reflected back, and the other part is transmitted through the structure, provoking machine's vibration. These structure vibrations generate pressure fluctuation and are transmitted in a form of wave in the air.

The sound generated by a hydroturbine machine in operation, is composed of random and periodic sounds. The random sound, is generated by the turbulence of the fluid flow, the boundary layer, cavitation, interaction between the extreme parts of blades with the limit layer of carcass and the secondary flow. And the periodic sounds are due to the interaction of rotor with periodic disturbance in the entrance, the stable load rotation in the blades, interaction of the rotor due to the potential field, among others.

There are two forms of contribution on the cavitation sound: waves of pressure emitted from the implosion of cavities and the fluctuation of vapor's cavities. The implosion has a wide range of frequencies between 10 kHz up to 1 MHz, while the fluctuations of vapor cavities may reach up to 10 kHz. The separation of the sound produced by cavitation from the total spectrum is made by a filter capable of eliminating the signals with noise components under 10 kHz.

In general, the different phases of cavitation (initial, developing and the collapse) are observed measuring the sound levels using a transducer. As the intensity of measured sound and the level of the sound increase, with the number of implosion of cavities, and with the amplitude of the pressure of implosion, the level of the sound is a measure directly related with the intensity of the cavitation.

Based upon the literature information about cavitation in Francis Hydroturbines, some practical points have stood out, aiming to a utilization of sensors conveniently chosen and positioned:

- The cavitation detection in real time is associated to the operation state of the hydroturbine, therefore it is necessary the monitoring of variables such as: the flowrate, and the pressures at rotor's inlet and outlet, among others.
- The cavitation detection by acoustic sensor is a complemented information in establishing the real limits of cavitation. Sensors positioned on the cover of the turbine are more indicated to detect the inlet cavitation. Sensors positioned on the suction tube would detect easily the acoustic signal from cavities in the vortex or outlet of the blade.
- Some experiences in CESP's (Companhia Energética de São Paulo) Francis turbomachine have shown that the cavitation regimes are far from the limits presented by the manufacturer, by monitoring with the acoustic sensors.
- A temperature sensor, OMEGA model 34J4 was chosen to measure the water temperature. This measurement is important to compensate the effects of pressure variation of water vapor related to the temperature;

- Power Generation: Data were obtained from the signal captured from the generator;
- Geometric parameters such as diameter, and rotor's rotation were obtained from the manufacturer.

EXPERIMENTS

The process of real time cavitation detection requires the information related to the machine's operation state, through the monitoring of several variables such as the flowrate, temperature, pressure at inlet and outlet of the rotor. When referring to the acoustic monitoring of the machine, some equipment were used:

- Hydrophone: Model 8103 by B&K, with the frequency band between 0.1 Hz and 180 kHz; and the power amplifier B&K 2635
- Acoustic emission sensor, Model 8312 by B&K; frequencies between 100 KHz to 1 MHz, exit impedance 50 Ω and output signal from 10 μ V to 1 mV; and the power amplifier B&K 2638.
- Oscilloscope: HP 54600 and a interface, standard plate GP-IB, between the oscilloscope and a computer.

The Hydrophones are piezoelectric sensors that transform pressure fluctuation into electric charge. They are sensible to acoustic waves within the fluid. Therefore its installation requires the direct contact with the fluid, to enable sound wave propagate to reach directly the sensor. The acoustic emission sensor can capture high frequency noise propagated within the solid. The utilization of this type of sensor come to meet the detection of the erosive phenomenon of cavitation.

The signals captured need to be treated, through the construction of spectrum of the frequency of each signal. Therefore software which calculates a FFT and spectrum of temporal signal is added; This analysis of frequency allows the observation of signal components which were impossible to perceive only by analysis of temporal signal. Another resource used in the study of cavitation in hydroturbines is the training of parameters collected from the machine using the algorithm of neural network. In fact that the physical phenomenon associated to cavitation are extremely complex, not enabling a deterministic description of the effects. The data base needed for network training may contain many parameters, including pressures, flowrate, power generation and the signals obtained from the sensors mentioned before, relating in this way the study of acoustic of cavitation applying the Artificial Intelligence.

NEURAL NETWORK ANALYSIS

Kohonen learning (Hecht-Nielsen, R., 1990) is one of the neural network method and it uses a self-organization training principle as opposed to a supervised training principle. The basic idea is to have a layer of processing elements arranging their weight vector such that these weight vectors are distributed in R^n with a density number approximately proportional to the probability density function ρ according to which the x input vectors used to train the layer are selected. The proper goal of this learning law is the construction of a collection of vectors that forms a set of equiprobable representatives of a fixed probability density function.

Kohonen neural network is a non-supervised learning method, the basic scheme of this method has the property to modify itself,

that is, the neighbourhood neurons respond similarly by modifying their weights. The neurons of the layer compete among themselves to be the winner after each modification. This behavior tends to simulate a brain activity.

In the Kohonen mechanism, the synaptic weights start at off, that is, containing randomly low values. A signal X (representing any information) is the input to the network without specifying the desired output (non-supervised learning). The input signal X is described as: $X = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T \in R^n$

According to an input signal, an output neuron Y should respond better for the respective input, and this will be the winner, that is, whenever this input is presented, the winner would be fired. The winner neuron Y , and their neighbours (V_y) would have their weights adjusted, responding to the input X better than before. The network is considered well trained after all the sets of training have been presented to the network, and the training criteria has been satisfied. After the training, the network is tested, without further altering the weights of neurons.

The first step for neural network training is the selection of relevant parameters in the process of monitoring hydroturbine's cavitation. The choice of these parameters depends on the kinds of data that can be collected from the machine. From the tested turbine in Ilha solteira, the turbine's geometric parameters and the power generation during the test were known through the generator control board, and the adequate pressure and flowrate values and the acoustic signals were measured. This allowed us to build a database for the network training, together with evaluating the following parameters:

1. The condition of operating the machine, this parameter refers to the possibility or not of air injection in the flowage, these two possibilities of operation were tested during the acquisition of acoustic signals, in this work the value of the two possibilities have been given with much more difference (0 and 100) to check the pattern classification in the neural network.
2. The power generation was altered constantly during the test from 0 to 160 MW.
3. The pressure in the spiral box varied from 0 to 10 bar
4. The flowrate was measured from the load loss in two points of spiral box, with the conversion of differential pressure into the flow value.
5. The acoustic signals parameter: The analysis of the signals through the construction of frequency spectrum (application of FFT to temporal signal) allowed the observation and the quantification of several parameters that may be related directly to the cavitation:

- Peak frequency: the value of the frequency where the signal presents a higher peak of amplitude, within the band of interest
- Peak amplitude: the vertical coordinate corresponding to the peak frequency
- Background amplitude: corresponds to the average of the amplitude in the frequencies, that presents the lower peaks, through the construction of an envelop function of the signal.

The figure 2 presents the signal obtained from the test, showing the three parameters mentioned above:

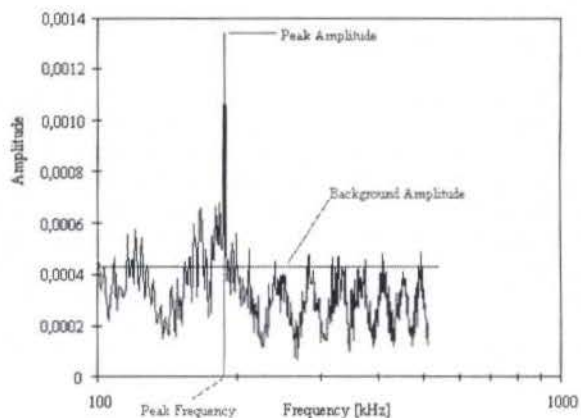
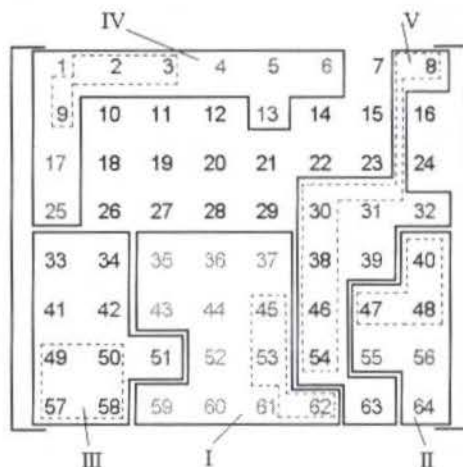


Figure 2 - Parameters Collected from the frequency signal

Therefore, the data base for the neural network has seven parameters, all related to the hydroturbine operation tests. The matrices of data used in the training holds seven information for each generated signal. If the number of analyzed signal were n , the generated matrices would be $n \times 7$.

To train the database, the technique used of learning is non-supervise based on the Kohonen network. Since the kind of data available is simply the inputs of the net, as the output is not known, the net tends to organize the results according



to its own criteria.

Figure 3 - Matrices of Classification of Cavitation Pattern.

RESULTS AND DISCUSSION

After running all the spectrum data in a Kohonen network, five main groups were observed and within each group there is a further subdivision of regions with air injection delimited by solid line, and without air injection delimited by dotted line, as shown in Figure 3:

Region I:

Concentrates signal output with power generation from 30 to 80 MW. The area without air injection presents generally high peak amplitude and low background amplitude, the peak frequency are found between 183 to 189 KHz, and there are some evidence of cavitation. In the area with air injection, most high peaks reaches up to 50% of reduction because of the air injection, and the peak frequency are found between 187 and 189 KHz.

Region II:

Concentrates signal outputs with very low power generation (from 10 to 50 MW), and a very high relation between the peak and background amplitude (from 3:1 to 9:1), these high peaks are located between 183 and 189 KHz. There is a clear division of areas with and without air injection, cavitation is observed in this low power generation region, since the air injection only started from 40MW power generation, between 40 and 50 MW, can be observed about 30% of cavitation improvement because of the air injection.

Region III:

Concentrates signal outputs with power generation from 80 to 120MW, two sub-region:

- Without air injection: medium high values of peak amplitude (some relations from 2:1, 3:1 and few 4:1 and only one relation of 6:1) and low background amplitude. The peak frequencies are found between 183 to 189 KHz.
- With air injection: medium low values of peak amplitude (most relations drop to 2:1, the highest went down to 3.3:1) therefore about 40% of cavitation reduction can be observed with air injection).

Region IV:

Concentrates outputs with very high power generation (from 130 to 160MW), the sub-regions:

- Without air injection presents very high peak amplitude and rather high background amplitude as well, the average relation from 3:1 to 4:1, around the frequency peak between 180 to 190 KHz.
- With air injection, presents high peak amplitude and low background amplitude, the air injection could not reduce the cavitation, in some points it get even worse (the relation increases up to about 5:1).

Region V:

Concentrate the high power generation (from 80 to 160MW) and the highest relations between peak amplitude and background amplitude (up to 8:1), and with the air injection from 130 to 150 MW of power generation, the relation increases even more.

By the analysis of results shown above, a good improvement of cavitation by air injection was obtained between 40 to 120MW of power generation, but from 130 to 150MW, the air injection helps to increase the relation between peak amplitude and background amplitude, indicating higher cavitation. The best results were observed between 80 to 120 MW, in this range, not only the relation between peak and background amplitude are lower, it get even better with air injection. Therefore the safest

power generation recommended to operate this hydroturbine would be in this range, as shown in figure 4. :

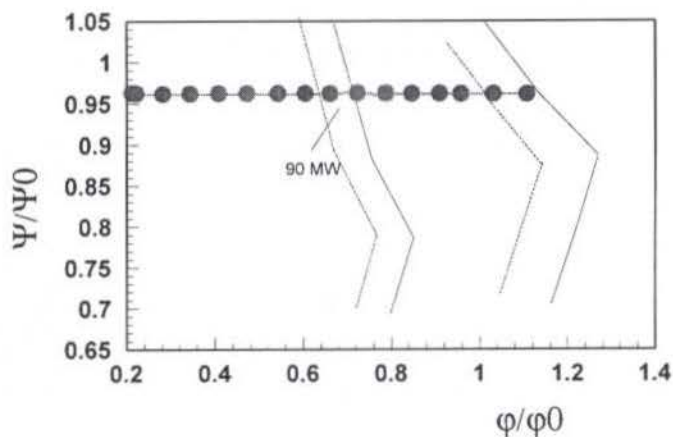


Figure 4 - The Evolution of the Experiments in Operation Diagram

REFERENCES

- Abbot, P. A., & Walsh, J., 1990, "Acoustic Cavitation Tests and Analyses of Pump-Turbine Unit 9 at the Lewiston Pump Generation Plant", Technical Memorandum No. 002, Falmouth, MA: Ferranti O.R.E., Inc..
- De, M. K., & Hammit, F. G., 1982, "New Method for monitoring and Correlating Cavitation Noise to Erosion Capability," Transaction of the ASME Journal of Fluids Engineering, Volume 104, pp. 434-442.
- Derakhshan, O., Houghton, J. R. Jones R. K., & March, P. A., 1990, "Cavitation Monitoring of Hydroturbines with True-RMS Acoustic Emission Measurement," ASTM Special Publication 1077, Philadelphia: American Society for Testing and Materials.
- Franc, J. P. et al., 1995, "La Cavitation - Mécanismes Physiques et Aspects Industriels", Presse Universitaire de Grenoble.
- Hecht-Nielsen, R., 1990, "Neuro Computing", Addison-Wesley Publication Company.
- Jones, R. K. & March, P. A., 1988, "Hydroturbine Efficiency and Cavitation Monitoring", Proceeding of the 1988 ASCE Hydraulics Division Specialty Conference, Colorado Spring.
- Knapp, R. T., Dailey J. W. & Hammit, F. G., 1970, "Cavitation", New York: McGraw-Hill Book Company.
- Lush, P. A., & Hutton, S. P., 1976, "The relation between Cavitation Intensity and Noise in a Venturi-Type Section," Proceedings of the International Conference on Pump and Turbine Design, Glasgow, Scotland.
- Shih, M. L., Souza Neto, J., Brasil, A. C. P. & Santos, D., 1997, "Cavitation Detection in Hydroturbines using neural Networks", Proceedings of COBEM, On CDROM.
- Stoffel, B. & Shuller, W., 1992, "Investigations in respect to the determination of cavitation intensity by means of acoustic signals", La huille Blanche, 7/8, 601-604.
- Tomita, Y., & Shima A., 1986, "Mechanisms of impulsive pressure generation and damage pit formation by bubble collapse," Journal of Fluid Mechanics, Volume 169, page 535-564.

OTIMIZAÇÃO AERODINÂMICA DE TURBINAS EÓLICAS DE EIXO HORIZONTAL

Oliveira, P. H. I. A. de, Bortolus, M. V., Pinto, R. L. U. de F.

Departamento de Engenharia Mecânica
 Universidade Federal de Minas Gerais
 31270-901 – Belo Horizonte – MG - Brasil

RESUMO

Apresenta-se um procedimento numérico para a determinação da geometria ótima das pás de turbinas eólicas de eixo horizontal. O procedimento consiste na aplicação de um algoritmo de programação não-linear a um modelo de análise aerodinâmica obtido a partir do Método dos Elementos de Pá. Para obter a condição ótima de operação, a otimização é realizada para diversos valores da razão de velocidade de ponta de pá.

INTRODUÇÃO

Ao longo das últimas décadas, fontes eólicas vêm sendo mundialmente exploradas como fornecedoras de energia elétrica, principalmente em áreas remotas ainda não abastecidas pela rede pública.

Um aspecto fundamental no projeto de uma turbina eólica é o projeto aerodinâmico das pás, mecanismo responsável em transformar a energia do vento em energia mecânica (Ciappa et.al, 1994).

Este trabalho tem como objetivo apresentar um procedimento numérico, baseado na associação de um algoritmo de programação matemática (Luenberger, 1984) com o Método dos Elementos de Pá (Freris, 1990), capaz de determinar a pá cuja geometria fornece a máxima eficiência aerodinâmica possível para uma turbina eólica de eixo horizontal.

O procedimento desenvolvido neste trabalho é diferente de outros disponíveis na literatura, entre os quais, Freris (1990) que se baseia em um modelo muito simplificado onde despreza-se os efeitos de arrasto aerodinâmico e Giguère e Selig (1996) que realiza a otimização através de um algoritmo genético.

DESCRIÇÃO DA TURBINA EÓLICA

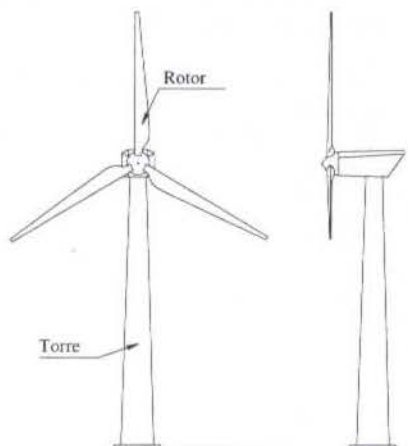


Figura 1 – Configuração padrão de uma HAWT

Entende-se por uma turbina eólica uma máquina provida de mecanismos capazes de converter a energia do movimento dos ventos em energia mecânica. As turbinas eólicas de eixo horizontal (HAWT) são máquinas deste tipo que possuem um rotor afastado do solo por uma torre e com o seu eixo de rotação posicionado horizontalmente (Figura 1). Através das cargas aerodinâmicas criadas na superfície das pás, a energia do vento é transformada em energia mecânica de rotação.

A eficiência total da turbina depende fortemente da eficiência aerodinâmica das pás, a qual pretende-se maximizar.

AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DA TURBINA

Adota-se como medida da eficiência aerodinâmica de turbinas eólicas a formulação proposta na Teoria do Momentum e apresentada por Freris (1990):

$$\eta = \frac{Q \cdot \Omega}{\frac{1}{2} \cdot U_m^3 \cdot A_s} \quad (1)$$

onde Q denota o torque total de todas as pás da turbina, Ω a velocidade angular de rotação da turbina, U_m a velocidade do vento a jusante da turbina e A_s a área formada pelo plano de rotação das pás da turbina.

Observa-se que tal expressão nada mais é do que a razão entre a potência gerada pela rotação da turbina e a potência do vento incidente na área de rotação da turbina.

A avaliação das grandezas presentes na Equação (1) exige algum procedimento numérico que concilie satisfatoriamente precisão e simplicidade suficientes para sua utilização dentro de algum algoritmo de otimização.

MODELO AERODINÂMICO

Para efetuar uma avaliação numérica da eficiência da turbina adotou-se um procedimento baseado no Método dos Elementos de Pá (Freris, 1990), comumente utilizado para a predição do comportamento aerodinâmico de hélices e turbinas eólicas. A sua simplicidade e confiabilidade foram pontos importantes para sua escolha.

O Método dos Elementos de Pá é desenvolvido a partir da Teoria do Momentum (Freris, 1990), a qual estabelece que o

torque provocado no eixo da turbina pelos esforços aerodinâmicos é dado pela seguinte relação:

$$Q = f_0[N, R, R_t, a(r), a'(r), U_\infty, \Omega] \quad r \in [R_t, R] \quad (2)$$

onde N denota o número de pás, R o raio da pá, R_t o raio da raiz da pá, $a(\cdot)$ a distribuição do fator de indução axial de velocidade e $a'(\cdot)$ a distribuição do fator de indução radial de velocidade.

As distribuições $a(\cdot)$ e $a'(\cdot)$ são obtidas, para cada r , através da solução de um sistema de duas equações não-lineares (Freris, 1990) na forma:

$$f_1[a(r), a'(r), r, c(r), \beta(r), C_L(r), C_D(r)] = 0 \quad (3)$$

$$f_2[a(r), a'(r), r, c(r), \beta(r), C_L(r), C_D(r)] = 0$$

onde os coeficientes $C_L(\cdot)$ e $C_D(\cdot)$ são obtidos de curvas características do perfil aerodinâmico (por exemplo, Abbott e Doenhoff, 1958), do tipo:

$$C_L(r) = C_L[a(r), a'(r), U_\infty, \Omega] \quad (4)$$

$$C_D(r) = C_D[a(r), a'(r), U_\infty, \Omega]$$

As Equações (3) e (4) devem ser resolvidas iterativamente para cada valor de r .

O procedimento de cálculo pelo Método dos Elementos de Pá consiste em subdividir cada pá em um número finito de seções (Freris, 1990). Desta maneira as distribuições $a(\cdot)$, $a'(\cdot)$, $\beta(\cdot)$ e $c(\cdot)$ são discretizadas tomando-se os seu valores em cada seção.

Neste trabalho, os valores discretizados são agrupados em vetores m -dimensionais, na forma:

$$\begin{aligned} r &= [r_1, \dots, r_m]^T \\ a &= [a_1, \dots, a_m]^T \\ a' &= [a'_1, \dots, a'_m]^T \end{aligned} \quad (5)$$

$$\beta = [\beta_1, \dots, \beta_m]^T$$

$$c = [c_1, \dots, c_m]^T$$

onde m representa o número de seções adotadas.

Na forma discretizada, passa-se a ter:

$$Q = F_0[N, R, R_t, a, a', U_\infty, \Omega] \quad (6)$$

onde, para cada i , os valores de a_i e a'_i são obtidos como solução do sistema de equações:

$$F_1[a_i, a'_i, r_i, c_i, \beta_i, C_{Li}, C_{Di}] = 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (7)$$

$$F_2[a_i, a'_i, r_i, c_i, \beta_i, C_{Li}, C_{Di}] = 0$$

COEFICIENTES AERODINÂMICOS DO PERFIL DA PÁ

De acordo com a descrição anterior, a implementação do Método dos Elementos de Pá necessita das curvas dos coeficientes aerodinâmicos do perfil (Equação 4). Testes foram executados utilizando-se curvas de perfil obtidas de duas fontes distintas: resultados de túnel de vento (Abbott e Doenhoff, 1958) e resultados de simulação numérica (Martin Hepperle, 1998), ambos para o perfil NACA 4415 ($Re=500000$).

Valores de eficiência, obtidos para diversos valores de razão de velocidade de ponta de pá (razão entre a velocidade tangencial na ponta da pá (ΩR) e a velocidade do vento incidente (U_∞)), calculados pelo Método dos Elementos de Pá, estão mostrados na Figura 2, comparados com valores de eficiência obtidos experimentalmente (Freris, 1990).

A curva "Numérico 1" corresponde aos resultados obtidos utilizando-se os dados fornecidos por Abbott e Doenhoff (1958) enquanto a curva "Numérico 2" corresponde aos resultados obtidos utilizando-se os dados fornecidos por Martin Hepperle (1998).

Apesar das dispersões observadas, pode-se considerar ambos os resultados coerentes em relação aos dados experimentais. Como os valores da curva "Numérico 1" são mais próximos dos valores obtidos experimentalmente do que aqueles da curva "Numérico 2", o procedimento de otimização utilizará como dados aerodinâmicos do perfil aqueles fornecidos por (Abbott e Doenhoff, 1958).

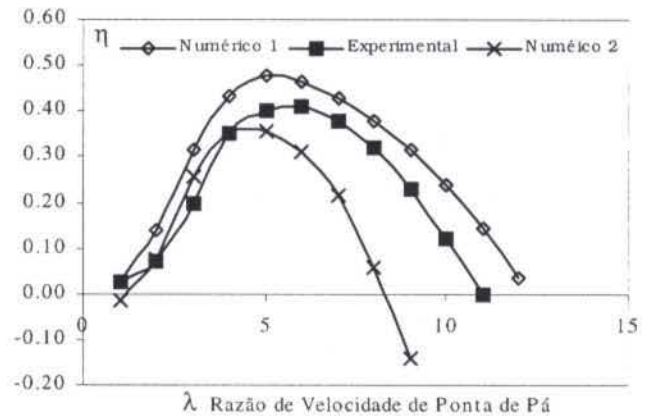


Figura 2 – Teste comparativo entre resultados numéricos e experimentais

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

De posse de um procedimento para a avaliação numérica da eficiência aerodinâmica, pode-se formular o problema da otimização da turbina, que consiste em encontrar as distribuições ótimas de corda e ângulo de torção ao longo da envergadura, tais que a eficiência aerodinâmica seja maximizada.

Considerando a velocidade do vento (U_∞), a velocidade de rotação da turbina (Ω), os raios na raiz e na ponta da pá da turbina (R e R_t) e o número de pás da turbina (N) dados, de acordo com a Equação (1), este problema de otimização pode ser enunciado como:

$$\text{Maximizar} \quad \eta(c, \beta) = k \cdot Q(c, \beta) \quad (8)$$

$$\text{sendo} \quad k = \frac{\Omega}{\frac{1}{2} \cdot U_\infty^3 \cdot A_s} = \text{constante}$$

onde, para cada c e β , o valor de $Q(c, \beta)$ é calculado pelo Método dos Elementos de Pá descrito anteriormente, ou seja:

$$Q(c, \beta) = F_0[c, \beta, a(c, \beta), a'(c, \beta), C_L, C_D] \quad (9)$$

onde os valores de a e a' , com os correspondentes valores de C_L e C_D , são obtidos resolvendo-se, para cada i , o sistema de

equações:

$$F_1[c_i, \beta_i, a_i(c_i, \beta_i), a'_i(c_i, \beta_i), C_{Li}, C_{Di}] = 0$$

$$i = 1, \dots, m \quad (10)$$

$$F_2[c_i, \beta_i, a_i(c_i, \beta_i), a'_i(c_i, \beta_i), C_{Li}, C_{Di}] = 0$$

sendo os valores $C_{Li}[a_i, a'_i]$ e $C_{Di} = C_{Di}[a_i, a'_i]$ fornecidos por Abbott e Doenhoff (1958)

Na formulação acima, para efeito de otimização, os valores das cordas (c) e dos ângulos de torção (β) são considerados livres (sem restrições).

ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO

Para resolver o problema de otimização, adotou-se o Algoritmo dos Gradientes Conjugados, versão Fletcher-Reeves (Luenberger, 1984), descrito a seguir:

Algoritmo de Fletcher-Reeves:

Passo 1 : Arbitre x_0 e calcule $f(x_0)$, $g_0 = \nabla f(x_0)^T$ e defina $d_0 = -g_0$.

Passo 2 : Para $k = 0, 1, \dots, n-1$, sendo n o número de variáveis:

- Faça $x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k$ onde α maximiza $f(x_k + \alpha d_k)$
- Calcule $g_{k+1} = \nabla f(x_{k+1})^T$
- A menos que $k = n-1$, faça $d_{k+1} = -g_{k+1} + \delta_k d_k$, onde:

$$\delta_k = \frac{g_{k+1}^T \cdot g_{k+1}}{g_k^T \cdot g_k}$$

Passo 3 : Substitua x_0 por x_n e volte ao Passo 1.

No problema de maximização da eficiência proposto tem-se:

$$x = [c^T; \beta^T]^T, \quad f = \eta(c, \beta) = k \cdot Q(c, \beta) \quad \text{e} \quad n = 2m.$$

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

O algoritmo de Fletcher-Reeves, juntamente com a avaliação da eficiência pelo Método dos Elementos de Pá, foram implementados em computador conforme o fluxograma da Figura 3.

Com relação ao fluxograma, deve-se notar:

- O algoritmo utilizado reinicializa o processo de geração de direções conjugadas a cada n iterações (Luenberger, 1984).
- Embora seja de se esperar que, como consequência da busca unidirecional, sempre ocorra

$$\eta_{i+1} \geq \eta_i.$$

como critério de segurança, coloca-se no programa um teste de confirmação desta condição.

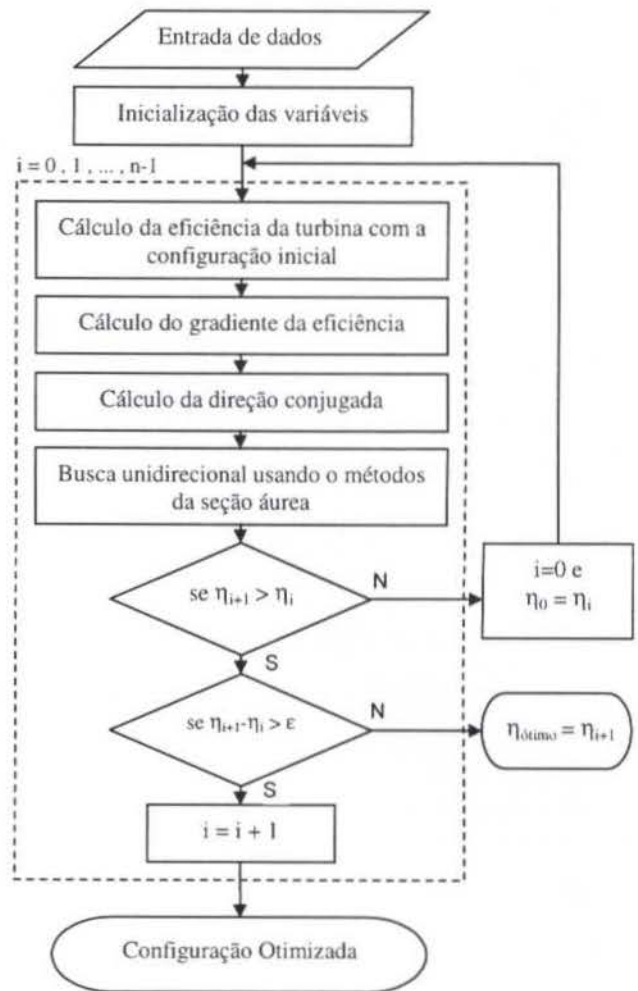


Figura 3 – Fluxograma do programa implementado

- Como critério final de convergência adota-se uma melhora mínima na eficiência, ou seja,

$$\text{se } \eta_{i+1} - \eta_i < \epsilon \quad (\text{já garantido anteriormente que } \eta_{i+1} \geq \eta_i),$$

o algoritmo termina a execução.

A cada iteração, o vetor gradiente é avaliado numericamente através de diferenças finitas.

RESULTADOS

Resultados obtidos pelo procedimento descrito são mostrados na Figura 5 para um valor da razão de velocidade de ponta de pá igual a 5 ($\lambda = \Omega R / U_\infty = 5$), tendo como condição inicial a configuração não otimizada descrita na Figura 4. As distribuições ótimas de corda e ângulo de torção mostradas na Figura 5 fornecem $\eta = 0.554$, enquanto aquelas da Figura 4 fornecem $\eta = 0.438$.

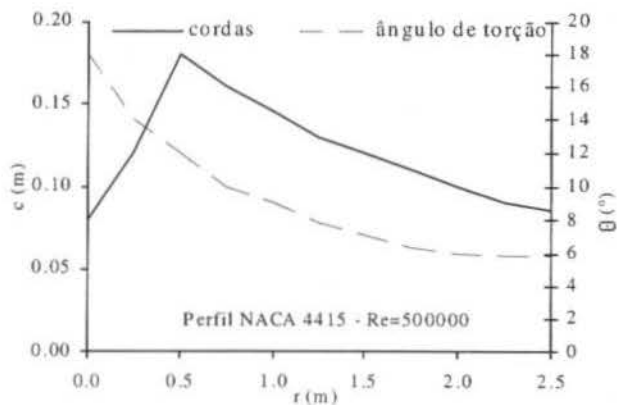


Figura 4 – Configuração original

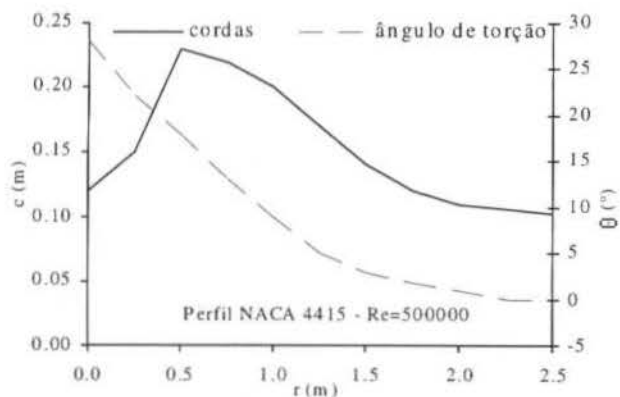


Figura 5 – Configuração otimizada ($\lambda=5$)

Partindo-se da mesma configuração inicial (Figura 4), configurações ótimas foram obtidas variando-se λ de 1 até 8, obtendo-se as eficiências mostradas na Figura 6. Nota-se que para $\lambda = 6$ obtém-se a maior de todas as eficiências ($\eta = 0.561$). Ou seja, $\lambda = 6$ corresponde à condição de operação de máxima eficiência possível. Assim, para o caso resolvido, seria interessante uma turbina com velocidade de rotação (Ω) variável, de tal modo que para qualquer velocidade do vento (U_w), se tivesse sempre $\lambda = 6$.

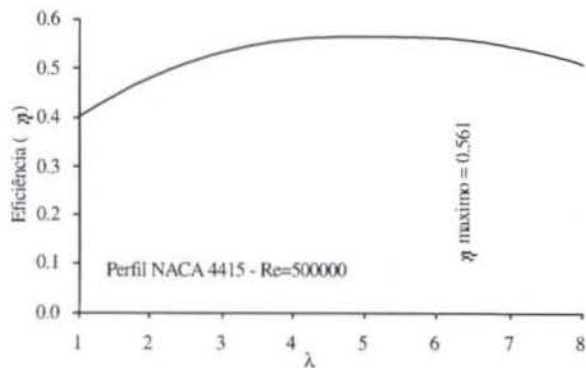


Figura 6 – Eficiências ótimas para diversos valores de razão de velocidade de ponta de pá

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Quanto aos resultados descritos no item anterior pode-se fazer os seguintes comentários:

- 1) A Teoria do Momentum fornece como limite superior teórico para o rendimento de uma turbina, $\eta=0.593$, valor obtido quando se verifica o critério estabelecido por Betz (Freris, 1990 ; Prado, 1995) que determina que a distribuição do coeficiente de indução axial $a(\cdot)$ ideal é $a(r) = 0.33 =$ constante. Na verdade, trata-se de uma situação impraticável, uma vez que este resultado desconsidera o arrasto aerodinâmico produzido pelas pás. A Figura 7 mostra a distribuição do coeficiente de indução axial para a turbina da Figura 5, onde nota-se que a distribuição ótima obtida permanece em quase toda a extensão da pá muito próxima de 0.33, o valor ideal pelo critério de Betz. Isto reflete uma coerência dos resultados obtidos pelo procedimento desenvolvido.
- 2) Um outro critério auxiliar para a confirmação da otimalidade de uma turbina é a sua distribuição (L/D), a qual será mais eficiente quanto mais próxima estiver do C_L/C_D máximo do perfil utilizado. Coerentemente, através da Figura 8, observa-se que a distribuição (C_L/C_D) da turbina otimizada posiciona-se relativamente próxima do valor (C_L/C_D) bidimensional máximo do perfil NACA 4415 ($Re = 500000$).

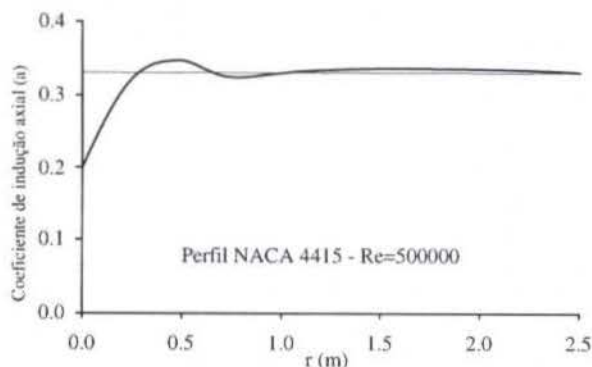


Figura 7 – Distribuição do coeficiente de indução axial ($\lambda=5$)

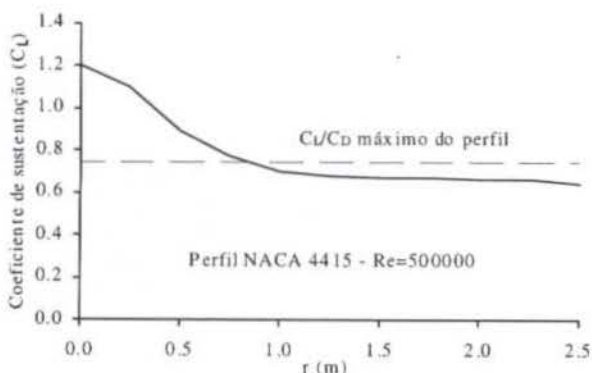


Figura 8 – Distribuição do coeficiente de sustentação ($\lambda=5$)

CONCLUSÃO

Desenvolveu-se um procedimento numérico para a determinação da geometria ótima de pás visando a maximização da eficiência aerodinâmica de turbinas eólicas de eixo horizontal. O procedimento é baseado na aplicação de um algoritmo de programação matemática, o Método de Fletcher-Reeves, sobre um modelo aerodinâmico fornecido pelo Método dos Elementos de Pá. O procedimento é relativamente simples de ser implementado em computador e fornece resultados coerentes com critérios físicos de verificação. Espera-se que o procedimento desenvolvido seja útil no projeto otimizado de sistemas eólicos de geração de energia.

REFERÊNCIAS

Abbott, I. H., Doenhoff, A. E., Theory of Wing Sections, Dover Publications, New York, 1958.

Ciappa, M. B., Sánchez, L. C., Diseño y Construcción del sistema Aerodinámico de una Turbina Eólica de Eje Horizontal, de Baja Potencia, VI Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, 1994.

Frisis, L. L., Wind Energy Conversion Systems, Prentice Hall, Cambridge, 1989.

Giguère, P. e Selig, M. S., "Aerodynamic Performance of Small Wind Turbines Operating at Low Reynolds Numbers", Wind Power'96 Conference, Denver, Colorado, 1996.

Heppler, M., Airfoil Analysis, <http://beadec1.ea.bs.dlr.de>, 1998.

Luenberger, D. G., Linear and Nonlinear Programming, Addison-Wesley Publishing Company, London, 1984.

Prado, R. A., Reformulation of the Momentum Theory Applied to Wind Turbines, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1995.

ABSTRACT

This paper presents a numerical procedure to determine the optimal turbine blades geometry. It consists of the application of a non-linear algorithm on aerodynamic analysis model, developed from the Blade Element Method. Results are obtained for several tip speed ratios to determine the optimal operation condition.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A APLICAÇÃO DO MODELO DE GRADES REGENERATIVAS EM SITUAÇÕES REAIS

Ramiro G. Ramirez Camacho

Nelson Manzanares Filho

Sebastião Varella

Escola Federal Engenharia de Itajubá

C.P.50, 37500-000-Itajubá, MG-Brasil

RESUMO

Em trabalhos anteriores foram analisadas as características peculiares do escoamento nas Máquinas de Fluxo Regenerativas (MFR). Numa primeira abordagem, foi apresentada uma metodologia para a análise do escoamento ideal, bidimensional e permanente em grades regenerativas. Numa segunda abordagem, a metodologia foi estendida para o caso de grades regenerativas toroidais, onde foram obtidos resultados das circulações, vorticidade e o fator de escorregamento. Pretende-se agora, com base em dados experimentais, mostrar a consistência qualitativa do modelo, verificando-se e comparando-se suas tendências com as características de operação das MFR.

INTRODUÇÃO.

Em trabalhos anteriores (Ramirez e Manzanares (1995,1996,1997), foram apresentadas e analisadas as características peculiares do escoamento nas Máquinas de Fluxo Regenerativas (MFR). Resumidamente, essas características são as seguintes: (i) o escoamento nas MFR ocorre em superfícies toroidais, com linhas de corrente em formato helicoidal; (ii) a componente de velocidade associada à vazão está na direção do deslocamento das pás do rotor (*componente tangencial*), em contraste com as máquinas de fluxo convencionais, em que a vazão é dada pela componente normal ao deslocamento das pás (*componente meridional*), (iii) nas MFR, a componente meridional associa-se a um movimento de recirculação do fluido entre as pás e o canal lateral fixo, (iv) existe uma variação de pressão na direção tangencial a qual, pelas equações da conservação da quantidade de movimento, vem sempre acompanhada de uma componente de vorticidade *absoluta* na direção normal às superfícies toroidais do escoamento (Andrew, 1989). Com base nessas características, conclui-se que as hipóteses de escoamento potencial são inconsistentes no caso das MFR, o que torna inviável a aplicação direta das metodologias existentes para o escoamento potencial.

Numa primeira abordagem, Manzanares e Ramirez (1995,1996) propuseram um modelo para a análise do escoamento ideal, com vorticidade uniforme, através de grades de pás retas e finas, onde surge pela primeira vez o conceito de *grade regenerativa*, tendo como motivação a aplicação às MFR. O escoamento foi considerado plano, permanente e sem efeitos não-inerciais. Os casos limites de número infinito de pás e de pá isolada foram tratados analiticamente; já para os casos intermediários, foi aplicada a técnica numérica de *vórtices discretos* sobre as pás, validada por intermédio de resultados analíticos disponíveis para o escoamento potencial em grades (Weinig, 1964). Numa segunda abordagem, Ramirez et al. (1997) estenderam a metodologia para o caso das grades regenerativas toroidais, representativas das superfícies de escoamento das MFR, ao mesmo tempo em que os efeitos não-inerciais eram também introduzidos. Uma transformação de coordenadas foi aplicada com a finalidade de mapear a superfície da grade toroidal no plano de uma grade linear. Nessa oportunidade, foram obtidos resultados para a circulação da pá, vorticidade e o fator de escorregamento, levando em conta os efeitos geométricos e não-inerciais típicos das MFR.

Neste trabalho, pretende-se apresentar, um epílogo dessa série de trabalhos, fazendo algumas considerações sobre a aplicação da metodologia em situações reais.

Com base em dados experimentais disponíveis na literatura, é possível mostrar a consistência *qualitativa* do modelo, verificando-se e comparando-se suas tendências com as características reais de operação. Fazendo uso dos resultados da segunda abordagem com os valores geométricos de uma MFR real, são obtidos resultados para a vorticidade, escorregamento e gradiente tangencial de pressões.

A capacidade aplicativa da modelagem desenvolvida, neste trabalho, em situações reais de MFR, está limitada por diversos fatores. Um deles, sem dúvida, está associada às próprias aproximações empregadas, principalmente à desconsideração dos efeitos viscosos que, neste tipo de máquina, são substanciais. Torna-se necessário, portanto, adotar critérios corretivos, a serem controlados, em última análise, por dados experimentais. Sob esse aspecto, aparece uma outra limitação: os dados experimentais disponíveis na literatura a respeito de MFR são bastante escassos. Mesmo os poucos dados disponíveis não se encontram numa forma que possam servir de base empírica para os ajustes necessários, objetivando uma metodologia eficaz para análise e projeto de MFR.

Apesar dessas dificuldades, procurou-se extrair da literatura alguns dados de ensaio com MFR, que possibilitassem efetuar certas análises comparativas e aferir, qualitativamente, a potencialidade da modelagem teórica. Os dados experimentais utilizados foram extraídos do trabalho de Varella (1981).

DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DA VORTICIDADE.

No trabalho de Ramirez et al. (1997), foram determinadas algumas expressões analíticas da vorticidade e do fator de escorregamento. Para a obtenção destas foram empregadas as seguintes metodologias:

1) Com base em uma transformação de coordenadas (Eremeeff, 1974), foi possível mapear a superfície suave da grade toroidal numa superfície plana ou plano *transformado*.

2) As equações da continuidade e vorticidade para o escoamento incompressível sobre a superfície S1 de revolução (*plano físico*) foram levadas para o plano transformado, (x,y).

$$\frac{\partial C_x}{\partial x} + \frac{\partial C_y}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial C_x}{\partial y} - \frac{\partial C_y}{\partial x} = \left(\frac{2\pi}{Z_R t} \right)^2 r^2 \omega_n, \quad (1 \text{ ab})$$

onde: Z_R numero de pás do rotor, t espaçamento entre pás na grade linear (plano transformado) e ω_n componente de vorticidade na direção normal a superfície toroidal de escoamento.

3) Foi determinada a velocidade induzida pela vorticidade transformada aplicando-se a lei de Biot-Savart diretamente no plano transformado. (Ramirez, 1996).

$$C_{\omega x} = \omega_n R_0 \left(\frac{2\pi}{Z_R t} \right) \{ R_0 \cos \phi + r_c \phi - R_0 - r_c \pi \}, \quad (2a)$$

$$C_{\omega z} = 0, \quad (2b)$$

onde: ϕ ângulo do toro (Fig 2)

4) O campo global de velocidades no plano transformado foi representado pela superposição de três campos parciais: (I) campo uniforme de velocidades, C_{∞} ; (II) campo de velocidades induzidas pela distribuição da vorticidade transformada, C_{ω} ; (III) campo de velocidades induzidas por distribuições contínuas de vórtices sobre as pás da grade linear no plano transformado, C_γ .

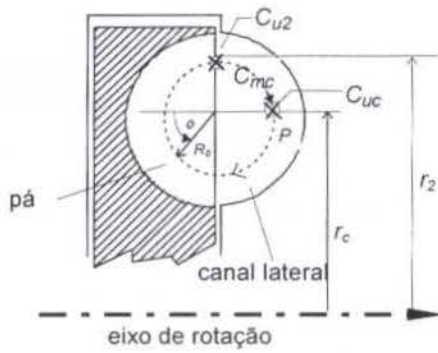


Figura 2 - Grade Toroidal.

Após a transformação do campo (I), as velocidades $C_{\omega y}$ e $C_{\omega x}$ associaram-se às componentes de velocidades meridional e tangencial absoluta no plano físico, C_{mc} e C_{uc} , Eqs. (3 ab), determinadas numa posição do canal lateral de raio r_c , sobre a geratriz do toro (ponto P na Fig. 2). A utilização dessa posição é conveniente, devido à equidistância em relação aos bordos de ataque e de fuga das pás:

$$C_{\omega x} = \frac{2\pi r_c}{Z_R t} C_{mc}, \quad C_{\omega y} = \frac{2\pi r_c}{Z_R t} (-C_{uc}) \quad (3ab)$$

O campo global de velocidades absolutas na direção normal à superfície da pá (direção η na Fig 3), foi obtido fazendo-se a superposição dos campos parciais: $C_\eta = C_{\gamma\eta} + C_{\omega\eta} + C_{\infty\eta}$ com $C_\eta = C_y \cos \beta - C_x \sin \beta$. Sendo Ω a velocidade angular do rotor, a velocidade tangencial física da pá tem magnitude Ωr . Aplicou-se a transformação das velocidades e tendo como consideração a convenção da Fig. (3), resulta a velocidade tangencial da pá no plano transformado, $U_x = - (2\pi/Z_R t) \Omega (r_c - R_0 \sin \phi)^2$

Pela condição de impenetrabilidade, a componente da velocidade relativa normal à pá deve ser nula, $W_\eta = 0$. Logo, as componentes normais da velocidade absoluta do fluido e da pá devem ser iguais: $C_\eta = U_\eta$, obtendo-se, $C_{\gamma\eta} = -C_{\omega\eta} - C_{\infty\eta} + U_\eta$. Levando nesta última expressão as Eqs.(2 ab) e (3 ab), junto com

a expressão da velocidade induzida pelas distribuições de vórtices e considerando-se ainda que $C_\eta = C_y \cos \beta - C_x \sin \beta$, e $U_\eta = U_x \cos \beta$, resulta a seguinte equação integral de Fredholm de 1ª espécie, singular, para a densidade de vórtices $\gamma(\xi)$ sobre a corda das pás no plano transformado:

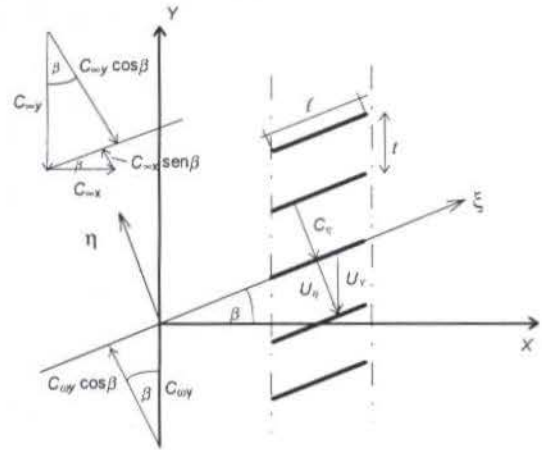


Figura 3 - Componentes de velocidades normais a pá

$$\int_0^l \gamma(\xi') K(\xi, \xi') d\xi' = -\omega_n R_0^2 \left(\frac{r_c}{R_0} \right) \left(\frac{2\pi}{Z_R t} \right) \left[\frac{R_0}{r_c} (\cos \phi - 1) + \phi - \pi \right] \cos \beta - \frac{2\pi}{Z_R t} r_c (C_{mc} \sin \beta - C_{uc} \cos \beta) - \frac{2\pi}{Z_R t} \Omega R_0^2 \left(\frac{r_c}{R_0} \right)^2 \left[1 - \frac{R_0}{r_c} \sin \phi \right]^2 \cos \beta \quad (4)$$

A componente normal das velocidades induzidas pela distribuição de vórtices sobre as pás, $C_{\gamma\eta}$, é dada pela integral do primeiro membro da Eq. (4). Maiores detalhes em relação à equação integral, podem ser encontrados em Ramirez (1996)

A solução geral da Eq. (4) é obtida através da combinação linear de soluções mais simples. As soluções básicas empregadas, bem como suas respectivas circulações, foram as seguintes, (Ramirez 1996):

- i) Solução γ_0 , puramente potencial, sem levar em consideração os efeitos da vorticidade e da rotação da máquina.
- ii) Solução γ_{ω_n} , puramente rotacional, sem levar em conta a rotação das pás.
- iii) Solução γ_Ω , considerando unicamente os efeitos não inerciais de rotação da grade.

A solução geral γ_p e Γ_p (circulação) foram obtidas pela combinação linear das três soluções básicas, sendo assim para a circulação tem-se:

$$\Gamma_p = \left(\frac{2\pi l}{Z_R t} \right) \Omega r_c^2 \left\{ - \left(\frac{C_{uc}}{\Omega r_c} \cos \beta - \frac{C_{mc}}{\Omega r_c} \sin \beta \right) \Gamma_0 + \frac{\omega_n}{\Omega} \left(\frac{R_0}{r_c} \right) \pi \cos \beta \Gamma_{\omega_n} + \cos \beta \Gamma_\Omega \right\} \quad (5)$$

A circulação em torno de uma pá pode ser também obtida aplicando-se o teorema de Stokes diretamente na superfície toroidal. Como a vorticidade física é constante, e a área do toro circular entre duas pás consecutivas é dada por $A_T = 2\pi R_0(2\pi/Z_R)r_c$, tem-se:

$$\Gamma_p = \iint_A \omega_n dA = \frac{\omega_n 4\pi^2 R_0 r_c}{Z_R} \quad (6)$$

Igualando-se os valores da circulação das Eqs (5) e (6), obtém-se a seguinte fórmula para o cálculo da vorticidade física:

$$\frac{\omega_n}{\Omega} = \frac{r_c \cos \beta \Gamma_\Omega - (\Phi_u \cos \beta - \Phi_m \sin \beta) \Gamma_0}{2\pi \frac{t}{\ell} - \pi \cos \beta \Gamma_{\omega_n}} \quad (7)$$

onde Φ_u e Φ_m são os coeficientes de vazão tangencial e meridional, respectivamente, definidos como: $\Phi_u = C_{u2}/\Omega r_c = C_{uc}/U_c$, $\Phi_m = C_{m2}/\Omega r_c = C_{mc}/U_c$.

Para o cálculo da vorticidade da Eq (7), os valores das circulações adimensionais básicas Γ_0 , Γ_{ω_n} e Γ_Ω , devem ser conhecidos. Nesse sentido, aplicou-se a técnica numérica de *vórtices discretos*, descrita e validada no trabalho de Manzanares e Ramirez (1996). Foram obtidos, também, os limites assintóticos para $t/\ell \rightarrow 0$, (*numero infinito de pás*). Com os resultados obtidos das análises assintóticas, é possível obter uma expressão para a vorticidade na situação de número infinito de pás:

$$(\omega_n / \Omega)_\infty = \frac{r_c}{R_0} \frac{(1 + R_0 / r_c)^2 - \Phi_u + \Phi_m \tan \beta}{\pi / 2 + R_0 / r_c} \quad (8)$$

Por outro lado, determinada a vorticidade, pode ser calculado o gradiente tangencial de pressões da grade toroidal, através de: $\partial p / \partial \varphi = \rho r_c C_{mc} \omega_n$, onde ρ é a massa específica, φ componente na direção tangencial, C_{mc} componente da velocidade meridional referida em $r = r_c$ (Fig 2). Por outra lado introduzindo-se o coeficiente de pressão adimensional $\psi = 2p / \rho U_c^2$, resulta:

$$\partial \psi / \partial \varphi = 2 \Phi_m (\omega_n / \Omega) \quad (9)$$

FATOR DE ESCORREGAMENTO.

Em geral, a quantificação do efeito do número de pás das máquinas de fluxo em relação à situação de número infinito de pás, é feita através de coeficientes de escorregamento ("slip factor").

Existem diversas definições de fatores de escorregamento na literatura. Neste estudo empregou-se a relação:

$$\varepsilon = C_{u2} / (C_{u2})_\infty \quad (10)$$

segundo definição de Lewis (1996), onde C_{u2} representa a componente tangencial da velocidade absoluta no bordo de fuga das pás e $(C_{u2})_\infty$ é a mesma grandeza no caso de *número infinito de pás*.

No contexto do presente trabalho, é possível relacionar o coeficiente de escorregamento com a vorticidade. Para isso, considera-se, o circuito a-b-c-d-a da Fig. (4). A circulação do

circuito é dada em termos das velocidades tangenciais em r_2 e r_c e também em termos da vorticidade (através do Teorema de Stokes), com a área envolvida pelo circuito igual a: $R_0 \Delta \varphi r_c (\pi/2 + R_0/r_c)$:

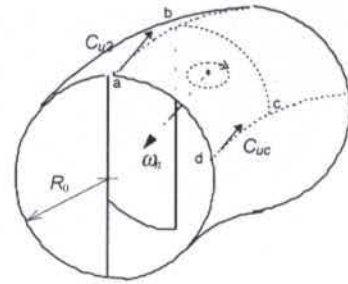


Figura 4 - Cálculo do fator de escorregamento.

Sendo assim, resulta do Teorema de Stokes, a seguinte relação:

$$\Gamma_{abcd} = \Delta \varphi [C_{u2} r_2 - C_{uc} r_c] = \omega_n R_0 \Delta \varphi r_c \left(\frac{\pi}{2} + \frac{R_0}{r_c} \right) \quad (11)$$

sendo $\Delta \varphi = 2\pi/Z_R$ o ângulo compreendido entre duas pás consecutivas.

Combinando-se as Eqs. (7),(8),(10) e (11) resulta a seguinte expressão do fator de escorregamento em termos da vorticidade:

$$\varepsilon = \frac{(\omega_n / \Omega) R_0 / r_c (\pi / 2 + R_0 / r_c) + \Phi_u}{(1 + R_0 / r_c)^2 + \Phi_m \tan \beta} \quad (12)$$

ANÁLISES COMPARATIVAS PARA O FATOR DE ESCORREGAMENTO E VORTICIDADE.

As expressões de vorticidade e fator de escorregamento obtidas no item anterior, servirão de base para a comparação qualitativa do modelo com uma MFR real.

Varella (1981) realizou diversos ensaios com máquinas de fluxo regenerativas do tipo toroidal operando com ar (sopradores). O interesse maior estava no estudo da influência de alguns parâmetros construtivos, como o formato dos bocais, do separador de fluxo ("stripper") e o formato da região do bordo de ataque das pás (através de chanfro). A maior parte dos parâmetros construtivos, porém, foi mantida inalterada em todos os experimentos: raio externo $r_o = 130$ mm, raio interno $r_i = 45$ mm, número de pás $Z_R = 24$, espessura das pás 1.6 mm e ângulo entre os bocais 90° . Na Fig. 5 estão mostradas vistas da MFR pesquisada por Varella (1981).

Num dos ensaios realizados, Varella (1981) mediu o coeficiente de escorregamento para diferentes vazões, utilizando uma sonda de pressão móvel paralela ao bordo de fuga das pás. (Fig 6). Variando a profundidade da sonda, foi possível medir a componente de velocidade tangencial na saída das pás para diferentes posições radiais, ou seja, para diferentes razões de aspecto R_0/r_c .

Na Tabela I estão mostrados os resultados experimentais obtidos para o fator de escorregamento ε em função do coeficiente de vazão tangencial Φ_u , para diversas profundidades da sonda.

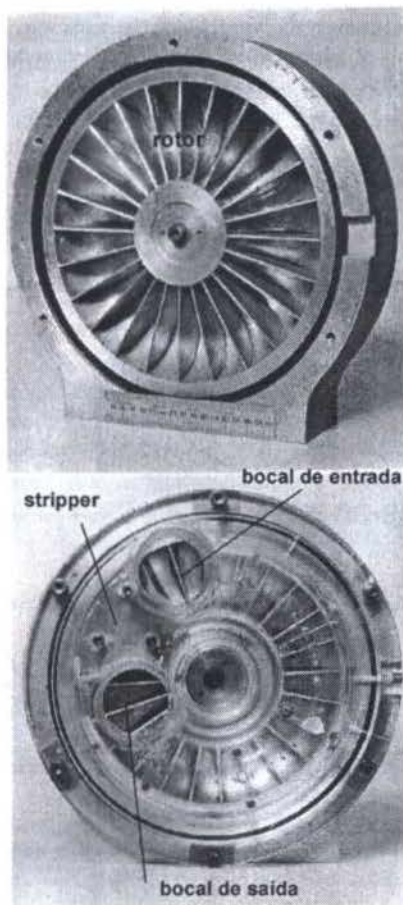


Figura 5 - Vistas da MFR ensaiada por Varela (1981)

Tabela 1 - Resultados experimentais para o fator de escorregamento (Varela, 1981) e para a vorticidade efetiva correspondente ($\beta=0^\circ$).

Φ_u	$(r_1)_{ef}$ mm	$(r_2)_{ef}$ mm	e mm	r_2 mm	ε	R_0/r_c	ω/Ω
0.0	70.9	117.0	5	125	0.51	0.330	1.43
			10	120	0.52	0.277	1.68
			15	115	0.50	0.224	1.86
0.21	71.5	115.3	5	125	0.53	0.338	1.14
			10	120	0.57	0.284	1.38
			15	115	0.58	0.231	1.60
0.60	72.2	112.8	5	125	0.60	0.351	0.73
			10	120	0.66	0.297	0.91
			15	115	0.68	0.243	1.02
0.77	72.3	112.0	5	125	0.61	0.356	0.51
			10	120	0.62	0.302	0.49
			15	115	0.63	0.248	0.46
0.92	72.3	112.0	5	125	0.60	0.356	0.26
			10	120	0.72	0.302	0.53
			15	115	0.77	0.248	0.27

Estão mostrados também os valores da vorticidade efetiva calculados pela Eq. (12), utilizando-se os dados experimentais para ε , com $\beta=0^\circ$. Note-se que foi necessário estimar o valor de R_0/r_c . A estimativa desse valor foi feita com base em valores apresentados por Varela para os raios efetivos, interno e externo, da superfície toroidal de escoamento, $(r_1)_{ef}$ e $(r_2)_{ef}$,

respectivamente. Esses valores dependem apenas da vazão. O raio do centro de recirculação é calculado pela média aritmética dos valores: $r_c = [\eta_{1(ef)} + r_{2(ef)}] / 2$. Por outro lado, o raio R_0 correspondente a cada profundidade da sonda, é calculado pela diferença entre r_2 e r_c . Ver Fig (6).

Resultados teóricos foram obtidos para a vorticidade e para o fator de escorregamento de grades toroidais com $Z_R=24$, $\beta=0^\circ$, variando-se R_0/r_c entre 0,22 e 0,36, de maneira a cobrir a faixa experimental.

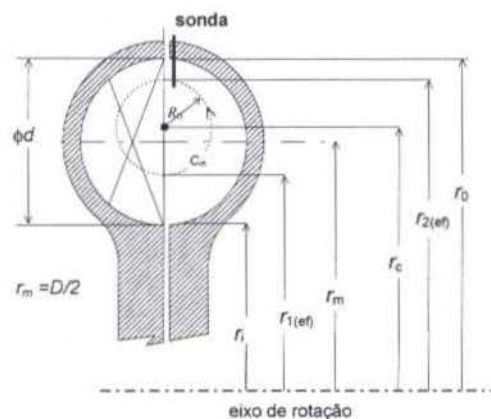


Fig 6 - Dimensões características da pá e do canal lateral

A comparação entre resultados teóricos e experimentais para o fator de escorregamento está apresentada na Fig. 7. Observa-se que os valores previstos teoricamente são bem maiores que os experimentais. A diferença pode ser atribuída, provavelmente, aos efeitos viscosos. Contudo, a tendência de variação média do fator de escorregamento com a vazão é prevista satisfatoriamente pelo modelo teórico. Verifica-se também que os resultados teóricos são pouco influenciados pela razão de aspecto do toro, na faixa considerada. O mesmo ocorre com os resultados experimentais, embora as variações sejam maiores, principalmente nas vazões mais altas.

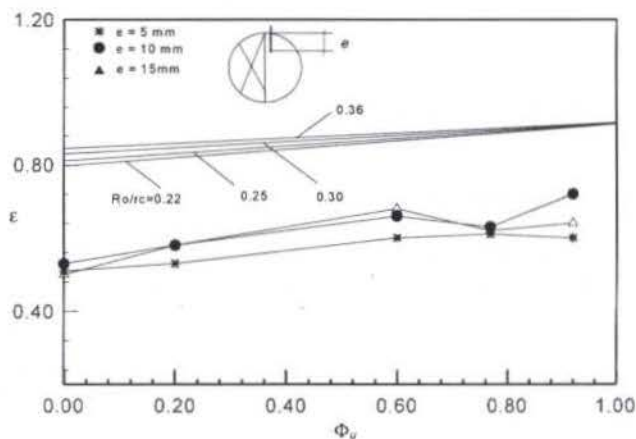


Fig.7 - Variação teórica e experimental do fator de escorregamento.

Na Fig. 8, é feita a comparação no caso da vorticidade. Naturalmente, os valores teóricos são bem maiores que os calculados com os dados experimentais, em virtude dos efeitos viscosos. A tendência de variação, todavia, está bem representada pela teoria. Note-se que o efeito da razão de aspecto do toro é

bem maior na vorticidade que no fator de escorregamento. Esse efeito também é previsto pela teoria. Para coeficientes de vazão próximos de 0,8 o feixe de curvas experimentais tendem a se cruzar. Isso também se reflete nos resultados teóricos, embora para coeficientes de vazão mais altos (em torno de 0,9). Observa-se também a curva para número infinito de pás com razão de aspecto 0,22. O efeito ideal do número finito de pás é substancial.

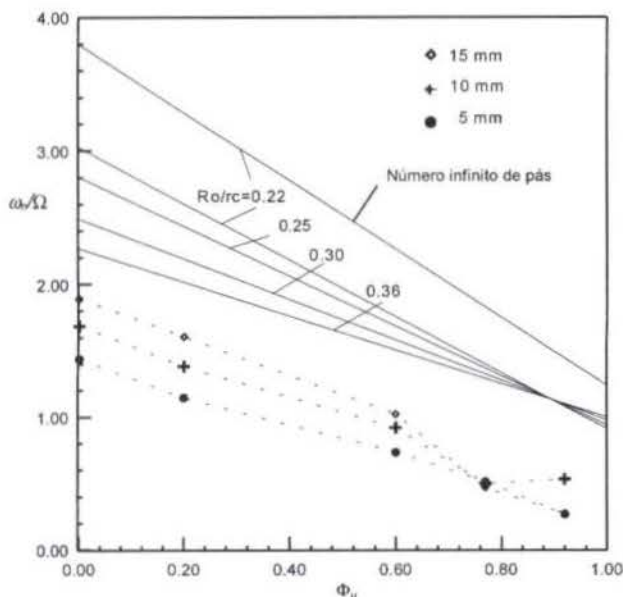


Figura 8 - Variação teórica e experimental da vorticidade.

COEFICIENTE DE VAZÃO MERIDIONAL EFETIVO.

Uma limitação da modelagem é sua incapacidade em prever as velocidades meridionais. No caso de pás com $\beta = 0^\circ$, (β ângulo de montagem da grade), o conhecimento da velocidade de recirculação C_m é desnecessário no cálculo da vorticidade, podendo esta ser calculada se conhecendo a velocidade tangencial. Por outro lado, para o cálculo do gradiente tangencial de pressões, é indispensável conhecer C_m em qualquer situação, Eq (9).

Conhecida a vorticidade efetiva, o cálculo do gradiente tangencial de pressões pode ser feito, desde que se conheça o valor da velocidade de recirculação, C_m .

Uma maneira sugestiva de tornar aplicável a teoria deste trabalho, sem se preocupar com modelos para a previsão de C_m , é fazer o raciocínio inverso: determinar o valor de C_m que, na teoria, produz o gradiente de pressão real de uma dada MFR.

Com base na Eq. (9), define-se o seguinte coeficiente de vazão meridional efetivo, $(\Phi_m)_{ef}$:

$$(\Phi_m)_{ef} = \frac{\Psi_R}{2 \Delta \varphi_g \left(\frac{\omega_n}{\Omega} \right)}, \quad (13)$$

onde Ψ_R representa o coeficiente de pressão global da MFR, obtido nos ensaios. $\Delta \varphi_g$ é o ângulo geométrico entre os centros dos bocais de entrada e saída e ω_n/Ω é a vorticidade adimensional calculada teoricamente para uma certa razão de aspecto do toro (representativa da linha de corrente efetiva da MFR).

O coeficiente $(\Phi_m)_{ef}$ foi calculado para o mesmo ensaio em que Varella (1981) mediu o fator de escorregamento. Os dados do coeficiente de pressão em função do coeficiente de vazão tangencial foram extraídos das curvas reportadas pelo autor. O ângulo geométrico entre os bocais é de 270° . Utilizou-se a razão de aspecto 0,22, para o cálculo da vorticidade utilizada na Eq. (8).

Os resultados obtidos estão apresentados na Fig. 8, juntamente com os dados experimentais de C_m/U_m , medidos em $R_o/r_c=0,22$. Apresentam-se, também, os resultados obtidos teoricamente por Varella (1981), através de uma modelagem unidimensional semi-empírica. Observa-se que o comportamento do coeficiente de vazão meridional efetivo é semelhante ao experimental, inclusive com uma aproximação razoável. Apesar de preliminar, esse resultado é motivador no sentido de se buscar uma aferição empírica mais precisa da modelagem desenvolvida neste trabalho.

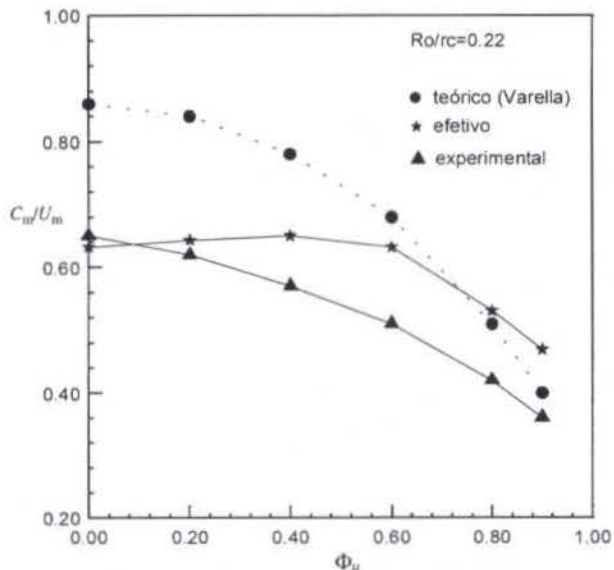


Figura 8 - Variação do coeficiente de vazão meridional efetivo.

CONCLUSÕES.

Neste trabalho, foram feitas algumas comparações entre os resultados teóricos da modelagem e dados experimentais. Apesar de suas limitações naturais, a modelagem foi capaz de reproduzir qualitativamente os resultados experimentais.

Para estabelecer uma teoria de grade capaz de prever, quantitativamente as características de funcionamento das MFR, serão necessários estudos adicionais, mais elaborados, tratando os efeitos viscosos e o escoamento na superfície meridional (superfície S2). Além disso, seria interessante analisar o caso de pás com formato aerodinâmico, tendo em vista o aprimoramento de projeto das MFR.

Este trabalho representa um epílogo de uma série de trabalhos apresentados sobre o escoamento em máquinas de fluxo regenerativas. No andamento da pesquisa, observou-se a escassa literatura de estudos analíticos e experimentais, que tratem sobre este assunto. Isto pode ser consequência, a primeira vista, do baixo rendimento oferecida pela MFR, cerca de 50 % (provocada principalmente, pelas perdas na região do separador de fluxo, "stripper"). No entanto, uma vantagem substancial das MFR, em relação às máquinas de fluxo convencionais, a sua alta concentração de torque e potência. Esse aspecto torna as MFR

competitivas em situações de operação que exigem altas pressões e baixas vazões, em que o espaço disponível é reduzido.

A complexidade e peculiaridades do escoamento nas MFR, requerem estudos teóricos e experimentais mais elaborados. Nesse sentido, seria interessante realizar estudos experimentais sistemáticos para a obtenção de dados relacionados às distribuições de velocidades e de vorticidade nas MFR, visando conhecer melhor os mecanismos do escoamento. Dessa forma, será possível aferir os modelos teóricos e desenvolver uma sólida base metodológica de análise e projeto dessa modalidade de máquina de fluxo.

REFERÊNCIAS.

Andrew, D.N., 1989, "The Effect of Uniform Spanwise Vorticity on Two-Dimensional Flow Through Cascades", *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 203, N^o C6, pp. 371-378.

Eremef, L.R., 1974, "Calcul des Ecoulements dans les Turbomachines en Fluide Parfait et Incompressible", *Compte rendu: Contrat N^o 3.7.1765.00.221.75.01, Délégation Générale à la Recherche Scientifique et Technique*, Grenoble.

Lewis, R.I., 1966, "Vortex Element Methods for Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems", Cambridge University Press.

Manzanares Filho, N. e Ramirez Camacho, R., 1995, "Escoamento Ideal em Grades Regenerativas Compostas de Pás Retas e Finas", *Anais do XIII COBEM e II CIDIM, CD*, Belo Horizonte, Brasil.

Manzanares Filho, N. e Ramirez Camacho, R., 1996, "Análise do Escoamento Rotacional em Grades de Placas Planas com Vorticidade Uniforme", *Anais do VI ENCIT e VI LATCYM, vol III, pp.1877-1882*, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil.

Ramirez Camacho, R., Manzanares Filho, N., e Varella, S., 1997, "Análise do Escoamento Ideal em Grades Regenerativas Toroidais com Efeitos Não-Inerciais", *Anais do IX COBEM, CD*, Bauro, São Paulo, Brasil.

Ramirez Camacho, R., 1996, "Análise do Escoamento em Grades Regenerativas", Dissertação de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Brasil.

Varella, S., 1981 "A Theoretical and Experimental Analysis of Regenerative Blowers", Ph.D. Thesis, Southampton University.

Weinig, F.S., 1964 "Theory of Two-Dimensional Flow Through Cascades", *Aerodynamics of Turbine and Compressors - Section B*, Princeton University Press.

ABSTRACT

In previous works, it was analyzed the particular flow characteristics in regenerative flow Turbomachines (RFT) Machine. They comprised two stages, the first of which consisted of a methodology for analysis of regenerative cascades in an ideal, two-dimensional, steady flow; the second focused on toroidal regenerative cascade from which results regarding circulation, vorticity and slip factor were obtained. The present and conclusive work aims at showing the qualitative consistency of the model based on experimental data by both verifying and comparing it to the operational characteristics of the RFT.

UMA TÉCNICA NUMÉRICA PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO DO ESCOAMENTO POTENCIAL EM GRADES DE TURBOMÁQUINAS

Denis Rinaldi Petrucci
Nelson Manzaneres Filho
Waldir de Oliveira

Departamento de Engenharia Mecânica - Escola Federal de Engenharia de Itajubá
37500-000 - Itajubá - MG - Brasil

SUMÁRIO

Apresenta-se uma técnica numérica para solução do problema inverso do escoamento potencial em torno de perfis aerodinâmicos, isolados ou em grades de turbomáquinas. Em cada iteração, aplica-se o método de painéis de Hess & Smith, com uma modificação para suavizar o carregamento no bordo de fuga. O controle de variação da geometria entre as iterações é feito com uma distribuição de vórtices fictícia, dada pela diferença entre as velocidades calculadas e as requeridas. Vários casos de teste são apresentados, mostrando a versatilidade e boa precisão da técnica, com um número relativamente pequeno de iterações.

INTRODUÇÃO

No estudo dos escoamentos em torno de perfis aerodinâmicos, isolados ou em sistema de pás e aletas, existem dois problemas básicos que se destacam: o primeiro é o problema direto ou problema de análise, no qual toda a geometria dos perfis e do sistema é conhecida, além dos ângulos do escoamento de entrada e/ou saída, devendo-se determinar a distribuição de velocidades e pressões em torno dos perfis; o segundo, é o problema inverso ou problema de projeto, no qual a distribuição de pressões em torno dos perfis e os ângulos de entrada e/ou saída do escoamento são fornecidos, devendo-se determinar a geometria dos perfis. Em geral, as técnicas numéricas propostas para a solução do problema inverso envolvem etapas sucessivas e iterativas de solução do problema direto. Em cada etapa, geometrias cada vez mais próximas da desejada são determinadas até que algum critério de convergência seja atendido.

Numa primeira abordagem, válida para altos números de Reynolds, o escoamento em torno de perfis pode ser considerado potencial. Nessa linha, um dos primeiros trabalhos tratando do problema inverso em grades lineares com perfis de geometria arbitrária deve-se a Murugesan e Raily (1969). Em cada etapa iterativa, os autores aplicaram o método de vórtices de Martensen (1971) na determinação das velocidades tangenciais ao perfil. Distribuições de vórtices com intensidade igual à diferença entre as velocidades requeridas e as calculadas foram utilizadas para induzir velocidades normais no contorno, que por sua vez serviam de critério para gerar uma nova geometria, mais próxima da solução desejada. A sistemática introduzida por Murugesan e Raily (1969) pode ser utilizada em qualquer esquema envolvendo o método das singularidades, em particular os métodos de painéis. Um dos seus inconvenientes, porém, é a necessidade de determinar o ponto de estagnação em cada etapa iterativa. Além disso, não se apresenta um procedimento para garantir o fechamento dos perfis.

A solução do problema inverso também pode ser obtida pelo método da transformação conforme, tanto no caso de perfis isolados (Selig e Maughmer, 1992; Limache, 1995), como no caso de grades (Selig, 1994). Todavia, as metodologias baseadas no método das singularidades tendem a ser mais flexíveis, além de poderem ser estendidas mais facilmente para o caso de corpos segmentados (Shigem, 1984).

Salienta-se, ainda, que os efeitos de camada limite podem ser diretamente incorporados na solução do problema inverso para o

escoamento potencial (Carlson, 1987; Filippone, 1994), inclusive no projeto de grades de máquinas de fluxo axiais (Goto, 1987).

No presente trabalho, propõe-se uma metodologia numérica para a solução do problema inverso do escoamento potencial em torno de perfis aerodinâmicos isolados ou em grade linear. Na determinação da distribuição de velocidades em cada etapa iterativa, adotou-se o método dos painéis de Hess & Smith (1967) com uma modificação para evitar carregamentos espúrios no bordo de fuga (Girardi e Bizarro, 1995).

O procedimento iterativo proposto é semelhante ao de Murugesan e Raily (1969). Entretanto, foi eliminada a necessidade de determinar o ponto de estagnação em cada etapa e foi desenvolvido um esquema explícito para o fechamento dos perfis.

A metodologia proposta é validada em diversos casos de perfil isolado e em grade linear, conduzindo a resultados satisfatórios.

MODIFICAÇÃO DO MÉTODO DE HESS & SMITH

O método de painéis de Hess & Smith (1967) foi adotado neste trabalho, com certas modificações. Maiores detalhes sobre a implementação do método no caso de grades lineares podem ser encontrados no trabalho de Giesing (1964).

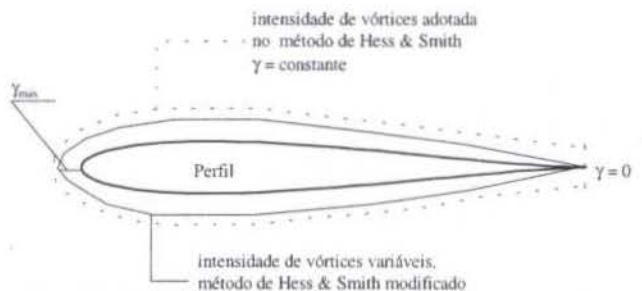


Figura 1 - Distribuição de vórtices de Hess & Smith e distribuição de vórtices adotada.

A figura 1 apresenta a distribuição de intensidade de vórtices utilizada por Hess & Smith, onde o valor de γ é constante ao longo do contorno do perfil, dificultando a aplicação correta da condição de Kutta, que exige $\gamma=0$ no bordo de fuga; na modificação introduzida, emprega-se uma distribuição variável compatível

com essa exigência (Girardi & Bizarro, 1995); essa correção tende a suavizar o carregamento na região de bordo de fuga.

A distribuição de vórtices adotada é dada na forma:

$$\gamma = \gamma_{máx} \times F, \quad (1)$$

onde F é uma função da coordenada natural do perfil, s , que se anula nas extremidades $s=0$ e $s=sl$, correspondentes ao bordo de fuga no início e no final de um percurso completo em torno do perfil, respectivamente; $\gamma_{máx}$ representa o valor máximo da densidade de vórtices, próxima do bordo de ataque, a ser determinada pela condição de Kutta, de acordo com a sistemática do método de Hess & Smith. Neste trabalho, adotou-se a seguinte função senoidal:

$$F = \frac{1}{2} \left[1 + \sin \left[\pi \left(\frac{2s}{sl} - \frac{1}{2} \right) \right] \right] \quad (2)$$

Para a validação do método, foram testados dois casos com solução analítica conhecida mediante o método da transformação conforme: um caso de perfil Joukowski isolado (Karamcheti, 1980) e um caso de perfil em grade linear (Gostelow, 1984). São casos de perfis com bordo de fuga afilado, que evidenciam mais a necessidade da correção no bordo de fuga. Os resultados para a distribuição do coeficiente de pressão em função da abcissa do perfil estão mostrados nas Figs. 2 e 3. No caso de perfil isolado, $C_{p1} = 1 - (W/W_\infty)^2$, e no caso de grade, $C_{p1} = 1 - (W/W_1)^2$, com W_∞ representando a velocidade não perturbada e W_1 a velocidade anterior à grade.

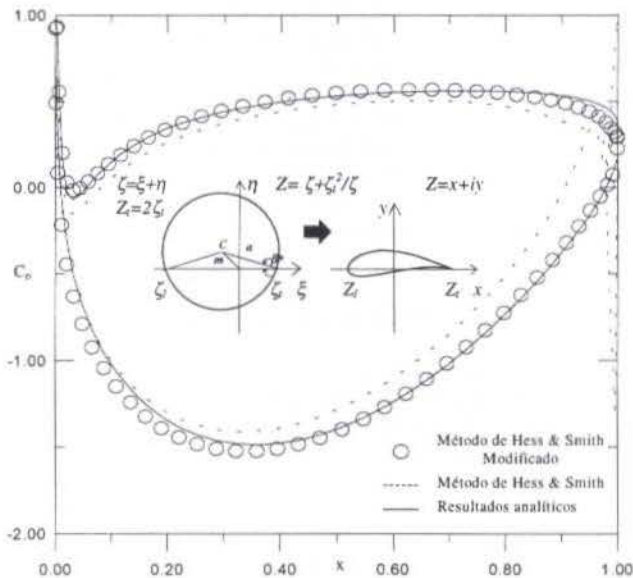


Figura 2 - Distribuição de pressões - Perfil Joukowski isolado - Número de painéis - $n = 80$; Parâmetros da transformação conforme: relação raio do círculo/excentricidade: $a/m = 4,5$, ângulo de arqueamento - $\beta^* = 12^\circ$; ângulo de ataque: $\alpha = 0^\circ$.

Os resultados obtidos mostram que a modificação introduzida segue a tendência já demonstrada por Girardi e Bizarro (1995), aliviando os carregamentos espúrios produzidos pelo método de Hess & Smith tradicional. Deve-se salientar que Girardi e Bizarro empregaram uma distribuição de vórtices cúbica, obtendo resultados relativamente melhores, o que mostra que a escolha dessa distribuição exerce uma certa influência. Todavia, este aspecto não será essencial para o desenvolvimento da metodologia de solução do problema inverso. O mais importante é evitar irregula-

ridades na região do bordo de fuga, principalmente se a distribuição de velocidades requerida exigir como solução perfis com bordo de fuga afilado. Nesse caso, o uso do método de Hess & Smith tradicional poderia dificultar ou mesmo impedir a convergência do método inverso.

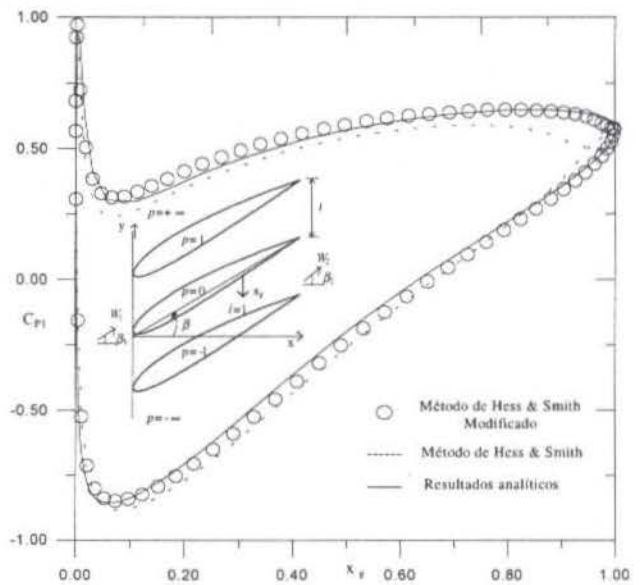


Figura 3 - Distribuição de pressões - Perfil de Gostelow em grade. Número de painéis: $n = 80$; Ângulo de montagem, $\beta = 37,5^\circ$; razão de solidez (corda/passos): $l/t = 1,00994054$; Ângulo do escoamento na entrada: $\beta_1 = 53,5^\circ$.

MÉTODO INVERSO PROPOSTO

Os dados de entrada do método inverso proposto são: a) a distribuição de velocidades requerida em torno do perfil, em função da sua coordenada natural, $Vr(s)$; b) o ângulo de ataque α do escoamento em relação ao eixo de abcissas que deverá conter a corda do perfil desejado (caso de perfil isolado) ou em relação à direção axial da grade linear, β_∞ . A partir de uma geometria inicial, o método se desenvolve numa linha semelhante à proposta por Murugesan e Raily (1969), com algumas características diferentes: a primeira é que método de solução empregado em cada etapa iterativa é o método de solução empregado em cada etapa iterativa é o método Hess & Smith, com a modificação descrita no item anterior, em lugar do método de Martensen, empregado por aqueles autores; a segunda diferença é que o bordo de fuga é adotado como ponto fixo no decorrer das iterações, sendo que as modificações geométricas se realizam a partir desse ponto, num percurso de sentido único, mantendo o interior do perfil à direita. No procedimento de Murugesan e Raily as modificações geométricas são realizadas a partir do ponto de estagnação, com percursos ao longo do extradorso e intradorso do perfil. O procedimento aqui proposto evita o cálculo do ponto de estagnação, que deve ser feito com muita precisão no procedimento de Murugesan e Raily.

Em cada etapa iterativa, é efetuado um cálculo do escoamento potencial em torno do perfil, obtendo-se a distribuição de velocidades aqui chamada de velocidade analisada, $Va(s)$. Essa distribuição é comparada com a velocidade requerida $Vr(s)$, permitindo calcular uma distribuição de vórtices fictícia cuja densidade deve se anular à medida que o método converge para a geometria desejada. Primeiramente, calcula-se uma intensidade de vórtices de referência, $\gamma_{ref}(s)$, da seguinte maneira:

1º - Se $Va(s) < 0$ (sentido contrário ao percurso):

$$\gamma_{ref}(s) = Va(s) - Vr(s). \quad (3a)$$

2º - Se $Va(s) > 0$ (sentido do percurso):

$$\gamma_{ref}(s) = Vr(s) - Va(s). \quad (3b)$$

A intensidade efetiva de vórtices utilizada, γ_{ef} , é dada pelas seguintes expressões:

$$\gamma_{ef} = \gamma_{ref}, \quad \text{se } |\gamma_{ref}| \leq \lambda; \quad (4a)$$

$$\gamma_{ef} = \lambda \frac{\gamma_{ref}}{|\gamma_{ref}|}, \quad \text{se } |\gamma_{ref}| > \lambda. \quad (4b)$$

onde λ representa um filtro utilizado para limitar os valores da densidade de vórtices e evitar a divergência do método. Inicialmente, foi utilizado um valor constante para λ ; todavia, julgou-se melhor utilizar um filtro não-arbitrário e variável no decorrer do processo iterativo, calculado numericamente em cada iteração pela seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{1}{sl} \int_0^{sl} |\gamma_{ref}(s)| ds. \quad (5)$$

Visando acelerar a convergência do processo iterativo é possível, ainda, aplicar um fator de aceleração nas expressões (4a,b). Dependendo do caso, é possível reduzir em mais da metade o número de iterações, utilizando um fator entre 1,5 e 2,5. Todavia, valores muito maiores podem conduzir à divergência do método.

A distribuição de vórtices em (4a,b) não deve ser confundida com a do método de Hess & Smith, Eq. (1). A distribuição γ_{ef} é introduzida no método inverso para provocar velocidades normais ao contorno do perfil, estabelecer um critério para alterar a inclinação dos painéis e obter a geometria da próxima iteração.

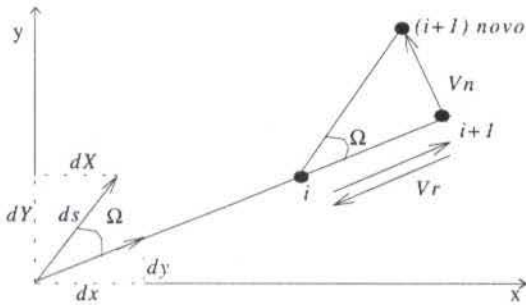


Figura 4 - Alteração da inclinação do painel.

Seja $Vn(s)$ a distribuição de velocidades normais induzidas por γ_{ef} . Da figura 6, pode-se obter a variação de inclinação do painel i , Ω_i , entre os nós i e $i+1$:

$$\cos \Omega_i = \frac{|Vr|}{\sqrt{Vr^2 + Vn^2}}, \quad (6a)$$

$$\text{sen } \Omega_i = \frac{Vn}{\sqrt{Vr^2 + Vn^2}}. \quad (6b)$$

No limite, vale a seguinte relação entre os incrementos das coordenadas da presente iteração, (x,y) , e das coordenadas alteradas por $V_n(s)$, (X,Y) :

$$dX + i dY = (dx + i dy) e^{i\Omega}, \quad i = \sqrt{-1} \quad (7)$$

O nó equivalente ao bordo de fuga é fixado em $i=1$; as novas coordenadas do nó $i+1$ são calculadas através de uma integração aproximada da Eq. (7):

$$X_{i+1} = X_i + \cos \Omega_i (x_{i+1} - x_i) - \text{sen } \Omega_i (y_{i+1} - y_i), \quad (8a)$$

$$Y_{i+1} = Y_i + \text{sen } \Omega_i (x_{i+1} - x_i) + \cos \Omega_i (y_{i+1} - y_i). \quad (8b)$$

Sendo n o número de painéis, as coordenadas do nó $n+1$ deveriam coincidir com as do nó 1 para se ter o fechamento do perfil no bordo de fuga. As Eqs. (8a,b) não garantem essa condição, sendo para isso necessário aplicar um esquema especial de correção, conforme mostra a Fig. 5. As diferenças de coordenadas entre o nó 1 e o nó $n+1$ são divididas por n e estas quantidades são acrescidas em cada nó, cumulativamente, fazendo com que o perfil feche no bordo de fuga com coordenadas (\bar{X}, \bar{Y}) :

$$\bar{X}_{i+1} = X_{i+1} + i \frac{X_1 - X_{n+1}}{n}, \quad (9a)$$

$$\bar{Y}_{i+1} = Y_{i+1} + i \frac{Y_1 - Y_{n+1}}{n}. \quad (9b)$$

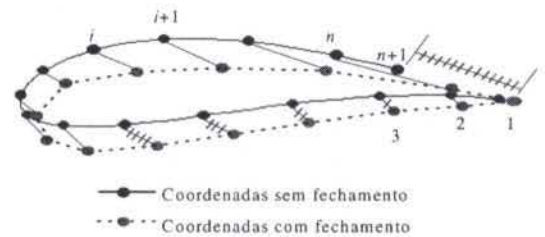


Figura 5 - Critério para fechamento do perfil.

No caso de perfis dispostos em grades lineares, se a orientação do perfil inicial em relação ao escoamento médio for muito diferente daquela correspondente à solução, o número de iterações necessárias para a convergência pode se tornar excessivo. Para acelerar o processo iterativo, introduziu-se um pré-cálculo baseado no método de Newton-Raphson, girando o perfil inicial de um ângulo tal que a coordenada natural normalizada, s/sl , do ponto de estagnação sobre o perfil inicial coincida com a do ponto de estagnação requerido. Este pré-cálculo é efetuado apenas uma vez, antes de se iniciar efetivamente o processo iterativo, que não dependerá mais do cálculo do ponto de estagnação. Em certos casos, a aplicação desse procedimento permitiu reduzir em mais de 10 vezes o número de iterações necessárias sem o procedimento.

O processo iterativo do método inverso só termina quando o critério de convergência utilizado for satisfeito, este dado por:

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n+1} \Delta \bar{Y}_i^2}{n}} \leq 10^{-4} \quad (10)$$

onde $\Delta \tilde{Y}_i$ representa a diferença entre as ordenadas dos perfis, obtidas nas iterações atual e anterior.

EXEMPLOS

Quatro casos serão apresentados para teste e verificação do método: dois casos de corpo isolado (cilindro e um perfil Joukowski), e dois casos de grades lineares (uma grade com perfis NACA 4 dígitos e a grade de Gostelow, 1984).

Os casos escolhidos representam uma gama bastante variada de situações geométricas de interesse: corpos rombudos, perfis com bordo de fuga afilado ou agudo, perfis simétricos ou arqueados, perfis isolados ou em grade. Procurou-se, também, testar ângulos de ataque do escoamento na faixa de 0° a 8° (o ângulo de ataque é definido em relação à corda do corpo).

1º CASO

- **Velocidade requerida:** escoamento em torno de um cilindro isolado, sem circulação, com ângulo de ataque $\alpha = 0^\circ$.
- **Perfil inicial:** elipse com relação de semi-eixos igual a 0,1.
- **Número de painéis:** 80.
- **Fator de aceleração de convergência:** 2,5.
- **Número de iterações necessárias:** 8.
- **Resultados do processo iterativo:** Figs. 6 e 7.

2º CASO

- **Velocidade requerida:** escoamento em torno de um perfil Joukowski arqueado, com ângulo de ataque $\alpha = 0^\circ$; parâmetros da transformação conforme: relação raio do círculo/excentricidade: $a/m = 4,5$, ângulo de arqueamento: $\beta^* = 12^\circ$ (Karamcheti, 1980).
- **Perfil inicial:** elipse com relação de semi-eixos igual a 0,1.
- **Número de painéis:** 80.
- **Fator de aceleração de convergência:** 1,5.
- **Número de iterações necessárias:** 17
- **Resultados do processo iterativo:** Figs. 8 e 9.

3º CASO

- **Velocidade requerida:** escoamento em torno de um perfil NACA 3410, em grade linear; ângulo de montagem: $\beta = 30^\circ$, razão de solidez; $l/t = 1$; ângulo do escoamento médio: $\beta_w = 38^\circ$ ($\alpha_w = 8^\circ$); velocidade calculada com o método de Hess & Smith modificado.
- **Perfil inicial:** elipse com relação de semi-eixos igual a 0,2.
- **Número de painéis:** 80.
- **Fator de aceleração de convergência:** 2,5
- **Número de iterações necessárias:** 11.
- **Resultados do processo iterativo:** Figs. 10 e 11.

4º CASO

- **Velocidade requerida:** escoamento em torno do perfil em grade linear de Gostelow (1984); ângulo de montagem: $\beta = 37,5^\circ$; razão de solidez $l/t = 1,00994054$; Ângulo do escoamento na entrada: $\beta_1 = 53,5^\circ$ ($\beta_w = 43,968^\circ$, $\alpha_w = 6,468^\circ$)
- **Perfil inicial:** elipse com relação de semi-eixos igual a 0,2.
- **Número de painéis:** 80.
- **Fator de aceleração de convergência:** 2,0
- **Número de iterações necessárias:** 24
- **Resultados do processo iterativo:** Figs. 12 e 13.

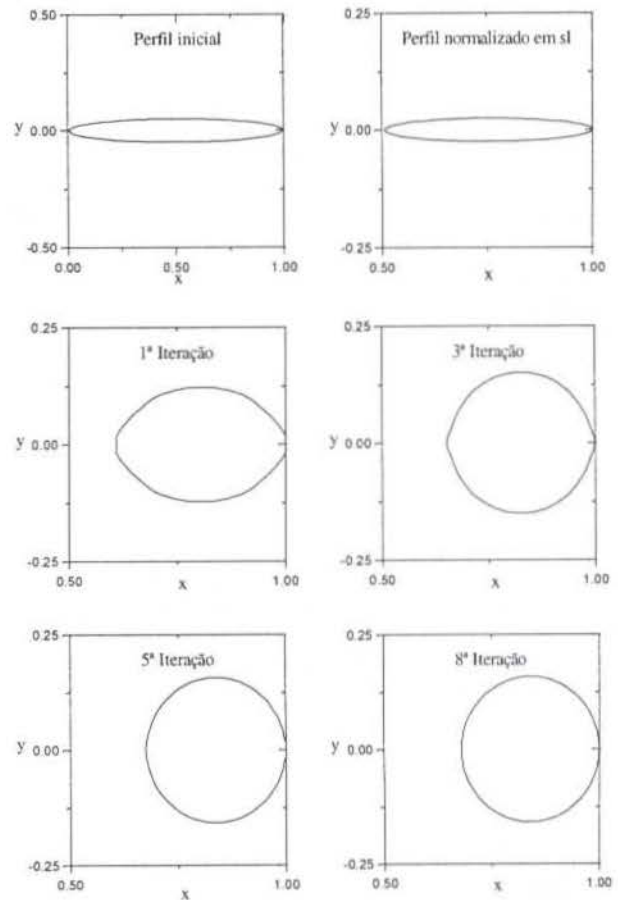


Figura 6 - 1º Caso: processo iterativo para a geometria (cilindro isolado sem circulação).

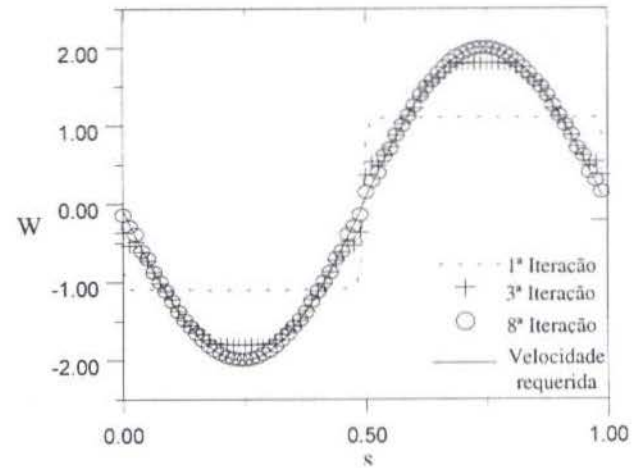


Figura 7 - 1º Caso: processo iterativo para as velocidades (cilindro isolado sem circulação).

Comentários sobre os resultados. Os resultados dos testes mostram a consistência e versatilidade do método além de sua razoável capacidade de convergência. Com o critério de convergência adotado (Eq. 10) foi possível obter as soluções desejadas com um número de iterações entre 8 e 24. Seria possível obter resultados mais precisos, refinando o critério de convergência, à custa porém de um número maior de iterações: a redução de uma ordem de grandeza no critério pode representar o dobro ou o triplo do número de iterações. Por exemplo, no 3º caso, com um critério de convergência de 10^{-5} ao invés de 10^{-4} , foram necessárias 30 iterações, ao invés de 11.

Os resultados obtidos exibem uma suavidade satisfatória ao longo de todo o contorno do perfil, inclusive no bordo de ataque. Nesse sentido, deve-se salientar a importância da utilização do filtro (4a,b e 5). Com perfis muito arqueados e/ou grandes ângulos de ataque, a ausência do filtro pode causar o aparecimento de saliências e/ou concavidades espúrias na região do bordo de ataque. Isso se deve às grandes variações da densidade de vórtices fictícia, impedindo um controle adequado das inclinações dos painéis. O emprego do filtro eliminou esse problema, pelo menos nos casos até agora testados.

No caso de perfis afilados, aparecem oscilações nas distribuições de velocidades na região do bordo de fuga (Fig. 9). Isso se deve às variações nas coordenadas que, mesmo pequenas, dificultam a distinção entre um perfil realmente afilado (em que não há estagnação) e um perfil com ângulo muito pequeno no bordo de fuga (quando haveria estagnação). Há, portanto, necessidade de aperfeiçoamentos adicionais do método.

No caso de grades lineares, o método se mostrou capaz de calcular corretamente a orientação dos perfis em relação ao escoamento médio. Essa característica é de grande interesse no projeto das pás de turbomáquinas axiais.

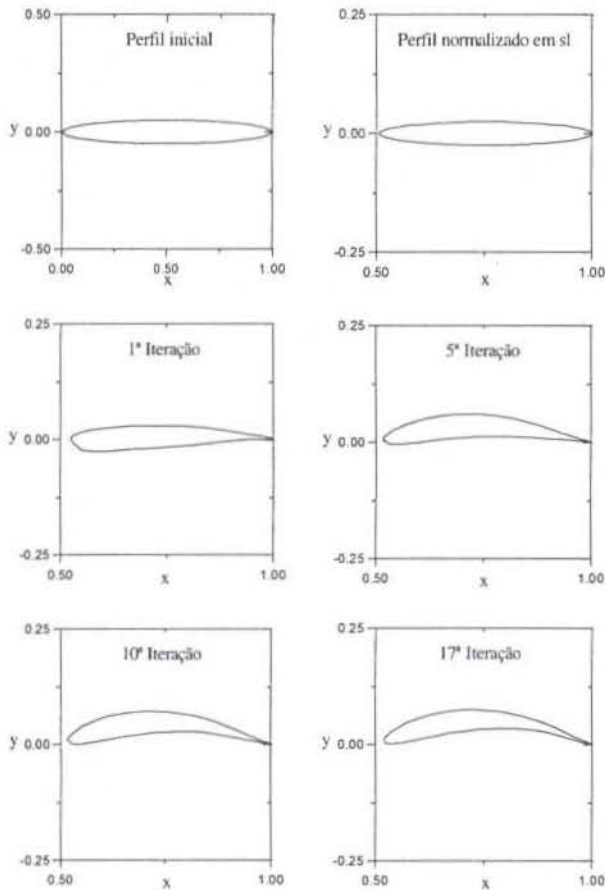


Figura 8 - 2º Caso: processo iterativo para a geometria (perfil Joukowski isolado)

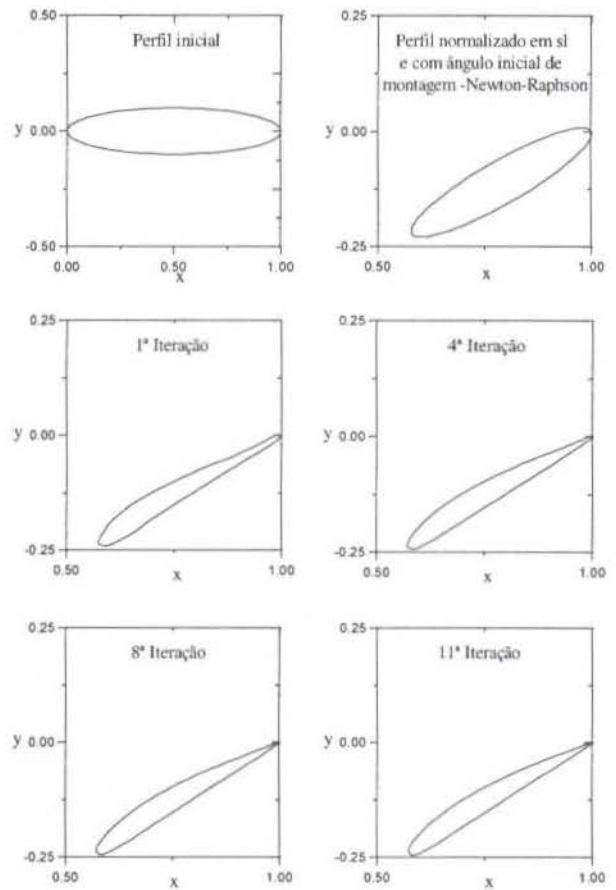


Figura 10 - 3º Caso: processo iterativo para a geometria (perfil NACA 3410 em grade)

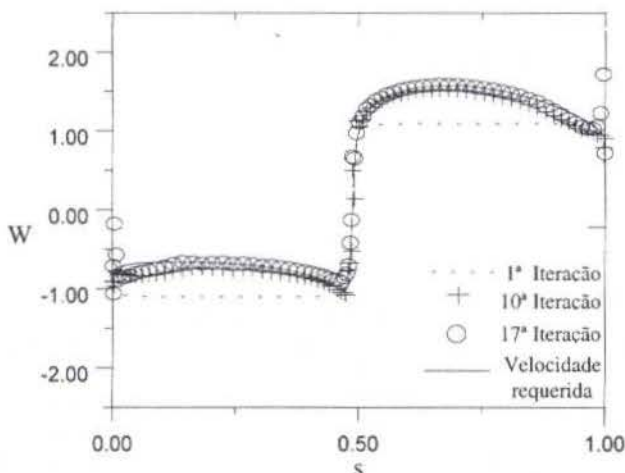


Figura 9 - 2º Caso: processo iterativo para as velocidades (perfil Joukowski isolado)

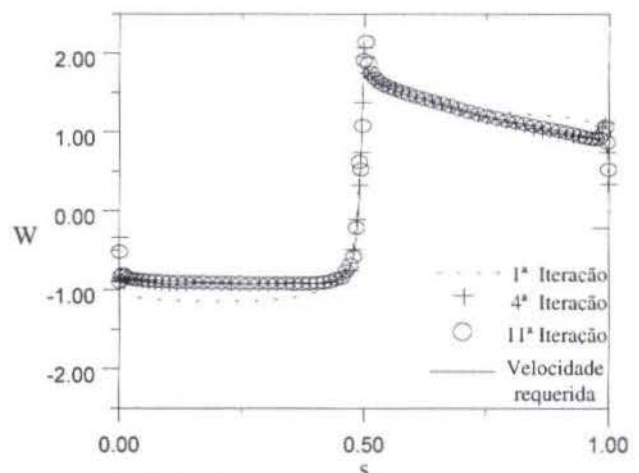


Figura 11 - 3º Caso: processo iterativo para as velocidades (perfil NACA 3410 em grade)

AGRADECIMENTOS

O desenvolvimento deste trabalho contou com o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) através de uma bolsa de mestrado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Carlson, L. A., "Direct-Inverse Method for Airfoils at High Angles of Attack"; *Journal of Aircraft*, vol. 24, No. 2, pp. 98-106, 1987.

Filippone, A., "Airfoil Inverse Design and Optimization by Means of Viscous-Inviscid Techniques"; *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 56, No. 2/3, pp. 123-136, May 1995.

Giesing, J. P., "Extension of the Douglas Neumann Program to Problems of Lifting, Infinite Cascades"; Report No LB 31653, Bureau of Ships Fundamental Hydromechanics Research, USA, 1964.

Girardi, R. M., Bizarro, A. F. "Modification of the Hess & Smith Method For Calculating Cascades and Airfoils with Cusped Trailing Edge"; 13th Brazilian Congress and 2nd Iberian American Congress of Mechanical Engineering, December 1995.

Gostelow, J. P., "Cascade Aerodynamics"; Pergamon Press Ltd., 1984.

Goto, A., "Application of an Inverse Cascade Design Method to an Axial Fan"; *JSME International Journal*, vol. 30, No. 267, pp. 1414-1422, 1987.

Hess, J. L. & Smith, A. M. O., "Calculation of Potential Flow About Arbitrary Bodies"; *Progress in Aeronautical Sciences*, Pergamon Press, vol. 8, pp. 1-138, 1967.

Karamcheti, K., "Principles of Ideal-Fluids Aerodynamics"; Robert E. Krieger Publishing Company, Florida, 1980.

Limache, A. C., "Inverse Method for Airfoil Design"; *Journal of Aircraft*, vol. 32, No 5, pp. 1001-1011, October 1995.

Martensen, E., "The Calculation of the Pressure Distribution on a Cascade of Thick Airfoils by Means of a Fredholm Integral Equation of the Second Kind"; NASA TT F-702, 1971.

Murugesan, K., Raily, J. W., "Pure Design Method For Aerofoils in Cascade"; *Journal Mechanical Engineering Science*, vol. 11, No. 5, pp. 454-467, 1969.

Selig, M. S., Maughmer, M. D., "Multipoint Inverse Airfoil Design Method Based on Conformal Mapping"; *AIAA Journal*, vol. 30, No 5, pp. 1162-1170, May 1992.

Selig, M. S., "Multipoint Inverse Design of an Infinite Cascade of Airfoils"; *AIAA Journal*, vol. 24, No. 4, pp. 774-782, April 1994.

Shigemi, M., "A Solution an Inverse Problem For Multi-Element Aerofoils Through Application of Panel Method"; *Trans. Japan Soc. Aerodynamics Space Sciences*, vol. 28, No. 80, pp. 97-107, 1985.

ABSTRACT

A numerical technique for the inverse problem solution of potential flow around isolated airfoils or in turbomachinery linear cascades is presented. In each iteration, one applies the Hess & Smith panel method, with a modification for reducing the aerodynamic loading at the airfoil trailing edge. The geometric variation control among the iterations is made by means of an auxiliary vortex distribution given by the difference between the calculated and the required velocities. Many test cases are presented by showing the technique versatility and its good precision, with a relatively small number of iterations.

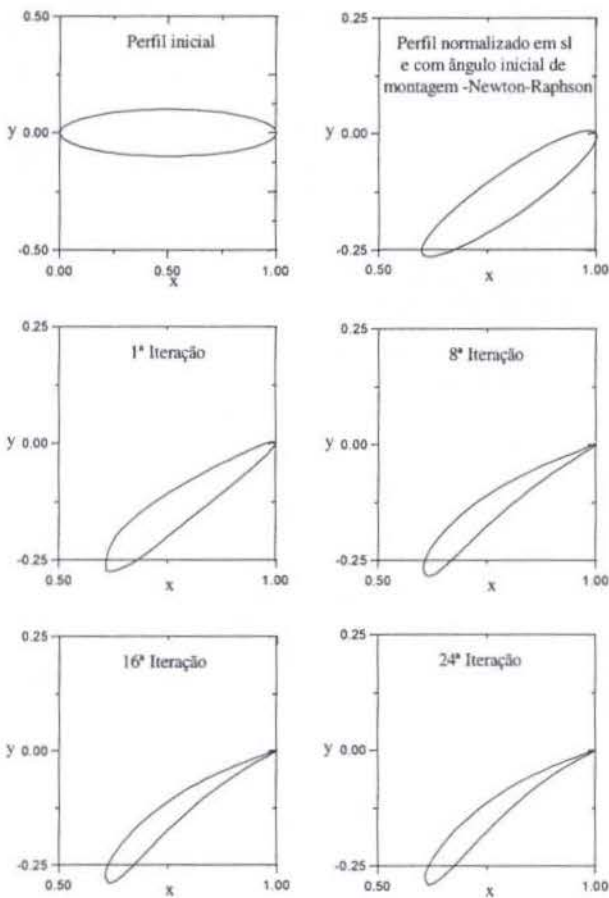


Figura 12 - 4º Caso: processo iterativo para a geometria (perfil de Gostelow em grade)

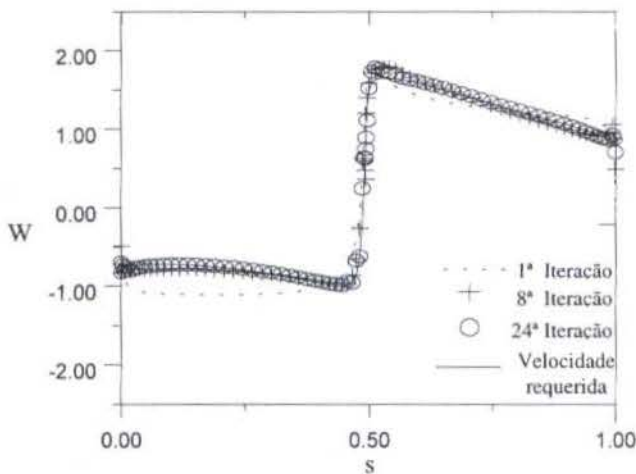


Figura 13 - 4º Caso: processo iterativo para as velocidades (perfil de Gostelow em grade)

CONCLUSÕES

Foi apresentada uma técnica numérica para a solução do problema inverso do escoamento potencial em torno de corpos isolados ou em grades de turbomáquinas. Resultados obtidos em vários testes mostraram a versatilidade e a boa precisão do método. Soluções convergentes foram obtidas com um número relativamente pequeno de iterações.

O método deverá futuramente ser alterado pela inclusão dos efeitos viscosos, tornando-o uma ferramenta útil para o projeto de perfis aerodinâmicos e pás de turbomáquinas axiais

MODELO GLOBAL PARA AS CURVAS DE POTÊNCIA E DE RENDIMENTO DA TURBINA FRANCIS DA ITAIPÚ BINACIONAL

Carlos Alberto de Melo

Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Uberlândia
38400 - 089 - Uberlândia - MG - Brasil

RESUMO

Desenvolveu-se um modelo para avaliar a dissipação da energia nos condutos forçado e de sucção, para a obtenção da altura líquida, em função da fração de abertura do distribuidor, da unidade 08 da Itaipú Binacional. As vazões de funcionamento foram determinadas numericamente pelo método das secantes e o polinômio de Lagrange foi usado para a obtenção da função de interpolação das vazões iteradas. Os valores das alturas líquidas, vazões de funcionamento e potências de funcionamento estão em bom acordo com aqueles obtidos experimentalmente.

INTRODUÇÃO

A simulação de sistemas térmicos, que pode ser aplicada às Centrais de aquecimento, Centrais termelétricas, Hidrelétricas e Nucleares, consiste no cálculo de todas as variáveis de operação, como temperaturas, pressões, vazões ou taxas de massa, etc.

Evans et al. (1968) indicam que indústrias de processos químicos e outras usaram programas para simular as variáveis de operação destas unidades.

Vários programas fechados de simulação tem sido desenvolvidos nas indústrias. Exemplos destes programas são: PACER (Purdue-Dartmouth), MAEBE (University of Tennessee), COPE (Esso Research and Engineering), CHEOPS (Shell oil), PEDLAN (Mobil Oil) and FLEXIBLE FLOW SHEET (M. W. Kellogg).

Stoecker (1971) desenvolveu um programa genérico para simulação de sistemas no estado estacionário, entretanto este programa não gera o sistema de equações, através de rotinas específicas.

Reynolds (1979) desenvolveu equações para computar propriedades físicas e termodinâmicas das substâncias de trabalho.

Stoecker (1980) indica técnicas de simulação e de otimização de sistemas térmicos.

Klein e Alvarado (1993) desenvolveram o programa EES (Engineering Equation Solver) para a solução de um conjunto de equações algébricas e funções para o cálculo de propriedades termodinâmicas, as quais são usadas nos cálculos de engenharia. Este programa não gera, também, o sistema de equações.

Testes realizados pela Itaipú Binacional (INDEX TEST) (1994) levantaram curvas experimentais da vazão de funcionamento, do rendimento da turbina e de sua potência, em função da fração de abertura do distribuidor.

Melo e Abreu (1996) desenvolveram um programa genérico para a simulação de sistemas térmicos. Neste programa o sistema de equações é gerado, automaticamente, através de subrotinas, construídas através dos princípios de conservação e das identificações dos componentes e de suas curvas características.

Melo e Violatti (1998) desenvolveram um programa para o projeto de sistemas de bombeamento. Com base nas informações dos nós a montante e a jusante de cada

componente e de sua curva característica, subrotinas geram, automaticamente, o sistema de equações, as quais se baseiam nos princípios de conservação. Subrotinas, que baseiam no método de Newton Raphson, resolvem o sistema de equações.

A motivação para este trabalho surgiu da necessidade de resolver problemas em sistemas térmicos, de bombeamento e de testes de eficiência em Centrais Hidrelétricas, solicitados por Empresas. Verifica-se que a maioria das referências disponíveis, nacionalmente, são bastante antigas e desatualizadas. Nestas referências, os modelos de especificação de sistemas com máquinas de fluxo são bastante simplificados. Não é feito o acoplamento entre o que o sistema externo fornece ou requer da máquina com o que ela é capaz de converter de energia hidráulica em mecânica ou de mecânica em hidráulica.

Neste trabalho é desenvolvido um modelo para a dissipação da energia nos condutos forçado e de sucção, da unidade 08 da Itaipú Binacional, para avaliar a altura líquida, em função da fração de abertura do distribuidor. Posteriormente foi desenvolvido um método para a determinação das vazões de funcionamento, potências e rendimentos hidráulico e mecânico.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Com base na equação de Bernoulli, na equação da continuidade e na equação de Darcy, para avaliar os termos dissipativos, a altura líquida da turbina é determinada por:

$$H_1 = H_b - \left[\frac{f_d L_d}{D_d^5} + \int_0^{L_s} \frac{f_s(x) dx}{(D_s(x))^5} \right] \frac{8(Q(S))^2}{\Pi^2 g} \quad (1)$$

H_1 - Altura líquida

H_b - Altura bruta

$Q(S)$ - Vazão em função da fração de abertura do distribuidor.

f_d - Fator de atrito na tubulação de descarga

f_s - Fator de atrito na tubulação de sucção

L_s - Comprimento total da tubulação de sucção

L_d - Comprimento total da tubulação de descarga

D_d - Diâmetro interno da tubulação de descarga

x - Coordenada medida no eixo de simetria da tubulação de sucção

$D_s(x)$ - Diâmetro interno da tubulação de sucção, em função da coordenada x

S - Fração de abertura do distribuidor

O fator de atrito é determinado iterativamente, pelo método de Newton Raphson, pela equação de Colebrook, que tem a seguinte forma:

$$y = 1,74 - 0,868589 \ln \left(2 \frac{e}{D} + \frac{4,675 \Pi D v y}{Q} \right) \quad (2)$$

$$f = \frac{1}{y^2}$$

$\frac{e}{D}$ - Rugosidade relativa do duto

Q - Vazão de funcionamento

D - Diâmetro interno

v - Viscosidade cinemática da água

Da igualdade (2), tem-se:

$$g(y) = y - 1,74 + 0,868589 \ln \left(\frac{2e}{D} + \frac{4,675 \Pi D v y}{Q} \right) = 0 \quad (3)$$

$$g'(y) = 1 + 0,868589 \frac{\frac{4,675 \Pi D v}{Q}}{\frac{2e}{D} + \frac{4,675 \Pi D v}{Q} y} \quad (4)$$

O algoritmo para a determinação da raiz da Eq. (3), que usa o método de Newton Raphson, é o seguinte:

$$f_0 = 0,02$$

$$y_1 = \frac{1}{\sqrt{f_0}}$$

Repetir

início

$$y_0 = y_1$$

$$y_1 = y_0 - \frac{g(y_0)}{g'(y_0)}$$

$$\text{até que } \left| \frac{y_1 - y_0}{y_1} \right| \leq \text{Tolerância}$$

fim

$$f = \frac{1}{y_1^2}$$

A Figura 1 mostra o conduto de sucção da unidade 8 da Itaipú binacional.

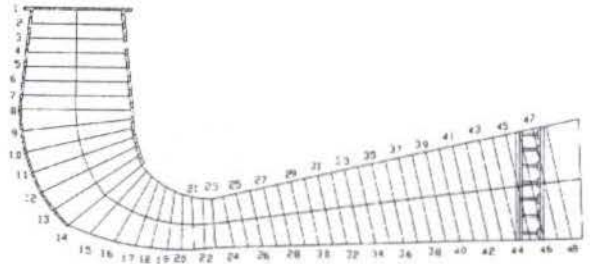


Figura 1 - Conduto de Sucção

A integral da Eq. (1) é resolvida numericamente, usando a fórmula de Simpson, como:

$$\int_0^{L_s} \frac{f_s(x) dx}{(D_s(x))^5} = \frac{h}{3} [F_1 + F_{49} + 2(F_3 + F_5 + \dots + F_{47}) + 4(F_2 + F_4 + \dots + F_{48})]$$

$$h = \frac{L_s}{48} \quad (\text{O comprimento } L_s \text{ foi dividido em 48 partes})$$

$$F_i = \frac{f_i}{D_i^5}$$

Cada fator de atrito f_i é determinado pelo método de Newton Raphson, usando a vazão iterada Q e o diâmetro interno D_i , que é função da coordenada x no eixo de simetria do conduto de sucção.

A vazão de funcionamento, para cada abertura do distribuidor, é determinada pela raiz da equação seguinte:

$$F(Q) = H_1 - H_b +$$

$$\left[\frac{f_d L_d}{D_d^5} + \int_0^{L_s} \frac{f_s(x) dx}{(D_s(x))^5} \right] \frac{8(Q(S))^2}{\pi^2 g} = 0 \quad (5)$$

Para a determinação da raiz da Eq. (5) é usado o método da secante, seguinte:

Repetir
Início

$$Q_2 = \frac{Q_0 F(Q_1) - Q_1 F(Q_0)}{F(Q_1) - F(Q_0)}$$

$$Q_0 = Q_1$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$F(Q_0) = F(Q_1)$$

$$F(Q_1) = F(Q_2)$$

Até que $|F(Q_2) - F(Q_1)| < \text{Tolerância}$

fim

Q_0 e Q_1 representam os extremos do intervalo de busca da raiz.

Inicialmente $F(Q_0)$ e $F(Q_1)$ são interpoladas na curva de vazão experimental.

Posteriormente as vazões são reajustadas, utilizando a curva de vazão de funcionamento do modelo, até a convergência do processo.

O polinômio interpolador é o de Lagrange, que tem a seguinte forma:

$$H(Q) = \sum_{i=1}^N H_i \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{(Q - Q_j)}{(Q_i - Q_j)} \quad (6)$$

A subrotina INTLAG (N,x,X,Y,y) faz a interpolação pelo método de Lagrange, onde os parâmetros são:

- N - Número de parâmetros da curva $y = y(x)$
- x - Abicissa qualquer da curva
- X - Vetor abicissa da curva que tem N posições
- Y - Vetor ordenada da curva que tem N posições
- y - Ordenada interpolada

O algoritmo para a subrotina INTLAG é o seguinte:

```
S=0
Fazer I=1 até N
início
Prod = 1
Fazer J=1 até N

início
Se J ≠ I então
```

$$\text{Prod} = \text{Prod} \cdot \frac{(x - X_J)}{(X_I - X_J)}$$

fim

S=S + Y_I Prod

fim

A equação de Euler das máquinas de fluxo motoras pode ser colocada na seguinte forma:

$$H_E = \frac{\pi^2 n^2}{60^2 g} (D_1^2 - D_2^2) + \quad (7)$$

$$\left(\frac{1}{b_2 \tan(\beta_2)} - \frac{1}{b_1 \tan(\beta_1)} \right) \frac{Q(S)n}{60g}$$

β_1 - Ângulo formado com a tangente à pá no plano perpendicular ao eixo e a direção oposta à velocidade tangencial do rotor na entrada.

β_2 - Ângulo formado com a tangente à pá no plano perpendicular ao eixo e a direção oposta à velocidade tangencial do rotor na saída.

O rendimento hidráulico da turbina é obtido por:

$$\eta_H = \frac{H_E}{H_1} \quad (8)$$

O rendimento mecânico da turbina é obtido por:

$$\eta_m = \frac{\eta_{th}}{\eta_H} \quad (9)$$

η_{th} é o rendimento da turbina

A potência da turbina é:

$$P = \rho g Q H_1 \eta_{th} \quad (10)$$

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para a determinação dos resultados do modelo, baseou-se no desenho de corte longitudinal, que passa pelos condutos forçado e de sucção, no de corte transversal (perpendicular ao eixo da turbina), em parâmetros físicos e na rotação da turbina, dispostos na Tabela 1.

L _p	Comp. do conduto forçado = 158 m
D _p	Diâm. int. do conduto forçado = 10,5m
H _b	Altura bruta = 118,7 m
L _s	Comp. do conduto de sucção = 56 m
D ₁	Diâm. do rotor na entrada = 7,81 m
D ₂	Diâm. do rotor na saída = 3,56 m
b ₁	Largura do rotor na entrada = 2,206 m
b ₂	Largura do rotor na saída = 4,095 m
β_1	123 ^o
β_2	142,5 ^o
g	Aceleração da gravidade = 9,789 m / s ²
ρ	Densidade da água = 995,1 Kg / m ³
e	Rugosidade absoluta = 4,572 x 10 ⁻⁵ m
n	Rotação da turbina = 92,3 rpm

Tabela 1 - Dimensões, a serem usadas no modelo.

O INDEX TEST fornece na tabela 2 o valor da vazão de funcionamento, da altura líquida e do rendimento total da turbina, em função da fração de abertura distribuidor.

S(%)	Q(m ³ /s)	H _l (m)	η_{th}	P(MW)
46,30	399,55	117,47	89,89	394,37
51,70	443,64	117,31	92,03	461,74
58,8	507,01	116,99	94,66	543,55
64,40	553,31	116,70	95,82	601,20
67,75	576,11	116,57	96,13	628,31
70,50	596,33	116,43	96,05	650,23
73,30	614,76	116,37	95,85	669,08
75,80	632,73	116,25	95,45	686,12
80,80	664,35	116,09	94,89	716,67
90,60	716,14	115,69	93,06	758,98
99,40	752,45	115,38	91,29	783,36

Tabela 2 - Dados experimentais da Itaipú Binacional

S(%)	Q(m ³ /s)	H _l (m)	H _E (m)	P(MW)
46,3	396,1984	117,4800	113,8094	404,1718
51,7	438,0850	117,2896	113,6523	459,3576
58,8	498,3388	117,0015	113,4263	536,4191
64,4	548,2254	116,7459	113,1294	596,4191
67,7	577,5035	116,5863	113,1294	629,2877
70,5	601,6484	116,4481	113,0389	654,8575
73,3	624,6562	116,3099	112,9526	677,7349
75,8	643,8485	116,1890	112,8806	695,5938
80,8	677,1374	115,9656	112,7558	723,6486
90,6	717,7615	115,6648	112,6034	752,2731
99,4	727,7593	115,5853	112,5659	758,2822

Tabela 3- Vazões, Alturas e Potências do modelo

Na Tabela 3 estão indicados os valores das vazões de funcionamento, das alturas líquidas da turbina, das alturas de Euler e das potências na turbina, para cada fração de abertura do distribuidor, dados pelo presente modelo.

Na Tabela 4 estão indicados os valores dos rendimentos hidráulico e mecânico, obtidos no presente modelo, para as várias frações de abertura do distribuidor.

S(%)	$\eta_H(\%)$	$\eta_m(\%)$
46,3	96,88	91,76
51,7	96,90	94,98
58,8	96,94	97,64
64,4	97,00	98,79
67,7	97,03	99,07
70,5	97,07	98,95
73,3	97,11	98,70
75,8	97,15	98,25
80,8	97,23	97,59
90,6	97,35	95,59
99,4	97,39	93,74

Tabela 4- Rendimentos, obtidos no presente modelo.

Na Tabela 5 estão indicados os termos dissipativos em m (Energia por unidade de peso), nos condutos forçado e de sucção, determinados pelo presente modelo.

S(%)	Descarga	Sucção
46,3	0,9348	0,2607
51,7	1,0529	0,3179
58,8	1,2446	0,4101
64,4	1,4229	0,4953
67,7	1,5359	0,5490
70,5	1,6337	0,5953
73,3	1,7306	0,6413
75,8	1,8185	0,6809
80,8	1,9661	0,7524
90,6	2,1618	0,8446
99,4	2,2118	0,8681

Tabela 5 - Dissipação da energia em J/N (m)

Na Figura 2 estão indicadas as dissipações nos condutos forçado e de sucção da unidade 08 da Itaipú binacional.

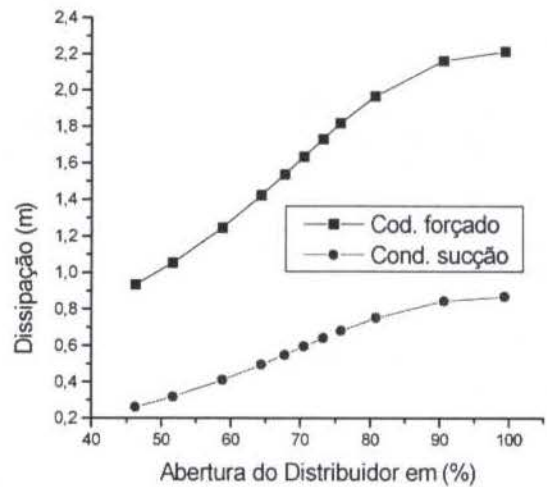


Figura 2 - Dissipação nos condutos forçado e de sucção

Conforme se verifica na Figura 3, as vazões determinadas no presente modelo estão em bom acordo com as determinadas experimentalmente.

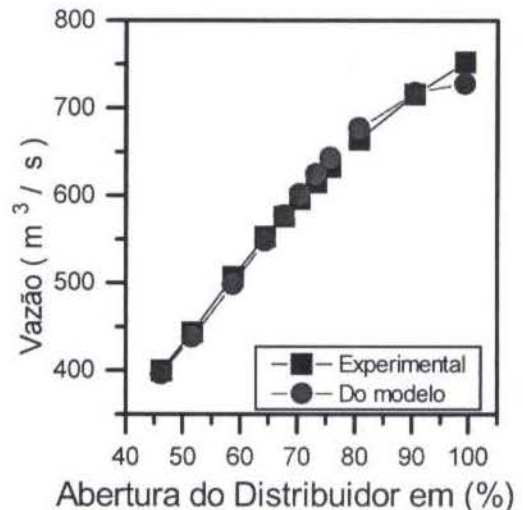


Figura 3 - Vazão de Funcionamento

Conforme se verifica na Figura 4, os valores das alturas líquidas da turbina, determinadas pelo presente modelo, estão em bom acordo com as determinadas experimentalmente.

CONCLUSÕES

Conforme se verifica na Figura 3 (Vazão de funcionamento), Figura 4 (Altura líquida) e na Figura 6 (Potência de funcionamento), o presente modelo serve para avaliar, com bastante precisão, o comportamento operacional da turbina Francis nº 08 da Itaipú Binacional.

O presente modelo avalia, também, as curvas de rendimento hidráulico e mecânico da referida turbina.

Como o modelo é universal e não faz nenhuma particularidade, com relação a turbina Francis de uma Central Hidrelétrica, ele pode ser usado, também, para uma turbina Francis de qualquer Central. Deve-se, apenas, alimentar no modelo os dados dos condutos de sucção e de descarga, bem como os valores das alturas líquidas e dos rendimentos da turbina, obtidos experimentalmente.

REFERÊNCIAS

- Evans, L. B., Steward, D. G. & Sprague, C. R., 1968, "Computer-aided Chemical Process Design", Chem. Engr. Progr., vol. 64, pp. 39-46.
- Itaipú Binacional, 1994, "Relatório do Ensaio de Eficiência relativa (Index Test) da Turbina 08.
- Klein, S. A. & Alvarado, F. L., 1992, "EES-Engineering Equation Solver", F. Chart Software.
- Melo, C. A. & Abreu, G. L. C.M., 1996, "A Generalized Algorithm for Simulation of Thermal Systems", VI ENCIT / VI LATCYM, Florianópolis, vol. I, pp. 417-422.
- Melo, C. A. & Violatti Jr., C. A., 1997, "Simulação de Sistemas de Bombeamento por Computador", Relatório de Iniciação Científica da Fapemig, UFU.
- Stoecker, W. F., 1971, "A generalized Program for Steady-State System Simulation", ASHRAE Trans., vol. 77, pp. 140-148.
- Stoecker, W. F., 1980, "Design of Thermal Systems", McGraw-Hill Ltd., London, pp. 1-307.

ABSTRACT

In this study it was developed a model for the evaluation of energy dissipation of the discharge and suction piping, and for the determination of net heights as a function of the fraction of the opening in the distributor of the Unit 08 of the Itaipú power plant. Water flow rate of operation were numerically determined through the secants method and the polynomial of Lagrange was used for the determination of the interpolating function of iterated water flows. Values of net heights, operating water flow rate and powers were in good agreement with available experimental data.

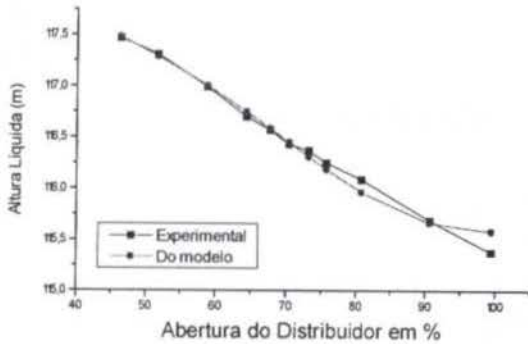


Figura 4 - Altura Líquida

Na Figura 5 estão indicados os rendimentos da turbina, mecânico e hidráulico.

Verifica-se que o ponto de melhor rendimento é o da abertura do distribuidor de 70%, que corresponde a vazão de cerca de 600 m³/s e potência de cerca de 650 MW.

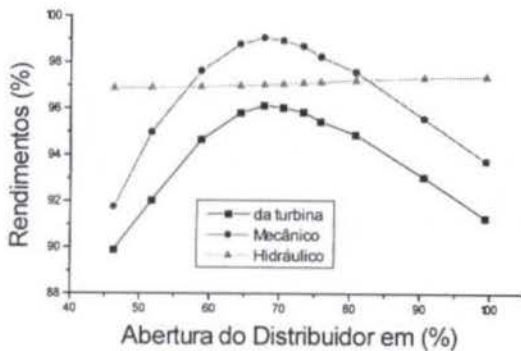


Figura 5 - Curvas de Rendimentos

Conforme se verifica na Figura 6, a curva de Potência do presente modelo está em bom acordo com a obtida experimentalmente.

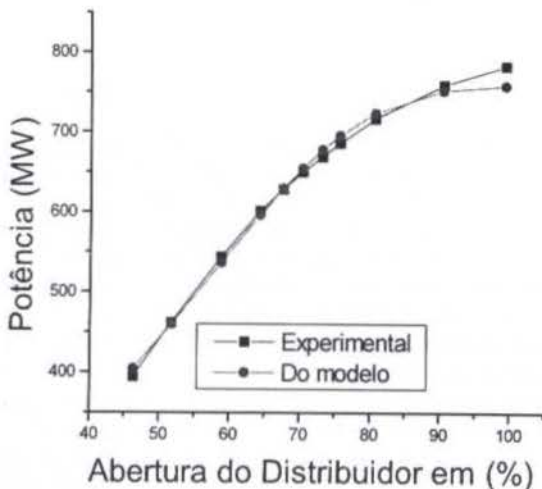


Figura 6 - Curva de Potência da turbina

ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DO ESCOAMENTO ENTRE AS PÁS DE UMA TURBINA DE MEDIÇÃO

Vilson C. S. Ferreira, Carlos F. Favaretto
 Grupo de Estudos em Turbomáquinas
 Departamento de Engenharia Mecânica
 Universidade Federal do Rio Grande do Sul
 Rua Sarmento Leite, 425
 90050-170 - Porto Alegre, RS, Brazil
 cfelipe@galileu.cesup.ufrgs.br

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma análise experimental dos perfis de velocidades entre as pás de uma turbina de medição operando em água. As medições foram realizadas na bancada gravimétrica intermitente para líquidos e a técnica empregada para a determinação do campo de velocidades do escoamento foi a Velocimetria Laser Doppler. Uma análise numérica também foi realizada através de um programa de elementos finitos comercial, possibilitando assim uma comparação entre resultados teóricos e experimentais.

INTRODUÇÃO

A determinação do campo de velocidades de um escoamento numa turbomáquina é de grande importância para o projetista de uma máquina de fluxo, visto que grande parte dos projetos são baseados em experiência própria ou em dados experimentais que nem sempre são compatíveis com o tipo de projeto. O surgimento de códigos computacionais cada vez mais sofisticados tornou possível ao engenheiro obter resultados para um protótipo de forma rápida e ainda fazer extrapolações para situações fora do ponto de projeto. Não obstante, as técnicas experimentais possibilitam que resultados obtidos através das simulações numéricas sejam validados. Com estas ferramentas torna-se possível a otimização da geometria de uma turbomáquina, assim como uma análise de outros projetos já existentes.

A técnica experimental adotada neste trabalho foi a Velocimetria Laser Doppler, sendo sua utilização justificada pelo fato de mesma ser não-intrusiva, importante no caso de turbomáquinas, onde deseja-se a menor interferência possível da instrumentação na investigação dos fenômenos.

Neste trabalho o sistema utilizado para a simulação numérica foi o FLOTTRAN, que é um módulo de CFD (Computational Fluid Dynamics) embutido no pacote de elementos finitos ANSYS 5.3™. Uma aplicação prática da utilização deste sistema foi descrita por Ferreira et al., 1997, onde é apresentada a simulação numérica de um rotor radial de uma bomba submersa comercial bem como uma metodologia de projeto de turbomáquinas.

As simulações foram realizadas para três diferentes modelos: um modelo tridimensional e dois modelos bidimensionais. O escoamento foi considerado em regime permanente, turbulento e adiabático. Uma comparação entre os três modelos simulados com os resultados experimentais é apresentada.

PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

As medições de velocidade foram realizadas no Laboratório de Turbomáquinas e Medição de Fluxo da Universidade Federal do Rio Grande do Sul com a utilização de uma bancada de calibração de medidores de fluxo líquido tipo

gravimétrica, intermitente, descrita por Ferreira e Venzon (1995). Esta bancada possui um circuito fechado para circulação da água através de uma bomba centrífuga, possuindo ao longo de sua extensão diversos equipamentos para medição de fluxo, dentre eles a turbina em análise fig. (1). A turbina de medição é do tipo axial de pás retas, possuindo portanto ângulo de pá ($12,5^\circ \pm 1,0^\circ$) constante desde a raiz até o topo.

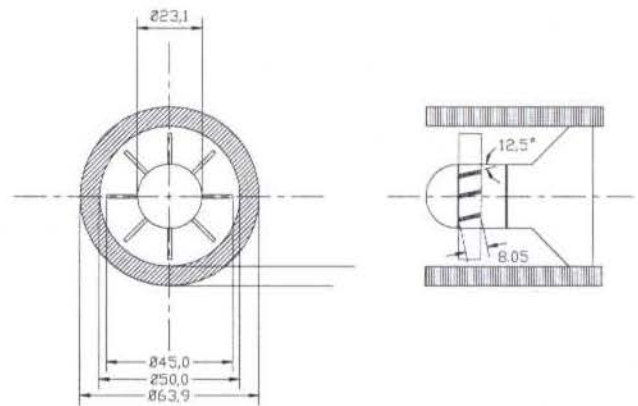
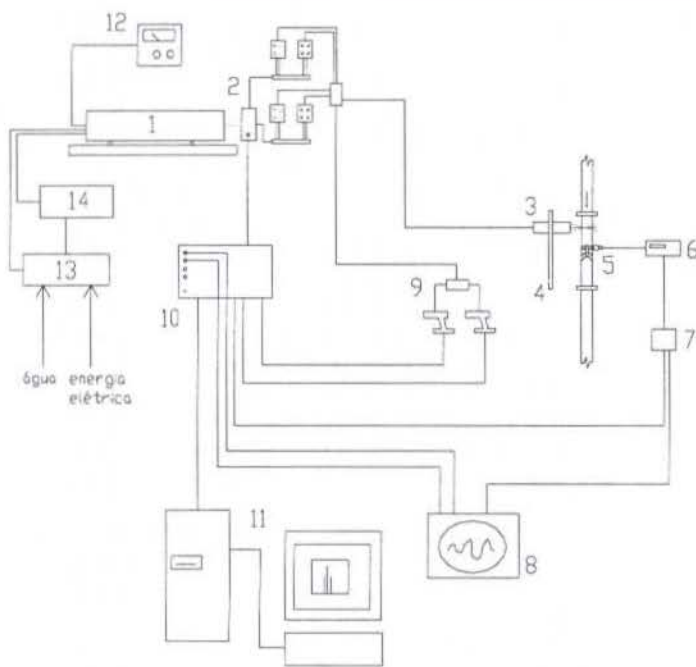


Figura 1 - Vistas frontal e lateral da seção de testes (mm).

O sistema utilizado neste trabalho fig. (2) utiliza uma fonte de laser fon-argônio com 4W de potência. O raio laser é decomposto em dois pares de feixes, um com comprimento de onda 514,5 nm (verde) e outro com comprimento de onda 488 nm (azul). O comprimento focal da lente principal da sonda para a emissão dos quatro feixes é 400 mm. Com este equipamento pode-se, portanto, determinar o campo de velocidades em duas dimensões. No escoamento em análise, a velocidade axial é a que possui maior magnitude; desta forma, utilizou-se os feixes da faixa verde do espectro para medir tal componente, visto que a potência é maior do que para os feixes da faixa azul. A forma de recepção do sinal Doppler resultante da passagem de uma partícula pelo volume de medida é do tipo "para trás" (back scatter). Neste arranjo, a sonda estará emitindo quatro feixes e recebendo quatro feixes de menor intensidade.



Legenda:

- 1-Fonte de Laser
- 2-Célula de Bragg
- 3-Sonda 2D 60x11
- 4-Posicionador da Sonda
- 5-Captador Magnético
- 6-Frequencímetro
- 7-Encoder
- 8-Osciloscópio
- 9-Separador de Cores 55x35
- 10-Processador
- 11-Sistema de aquisição
- 12-Controle da Potência(2670)
- 13-Refrigeração/Energia Elétrica (2550)
- 14-Filtro para circulação de água (2200)

Figura 2 - Sistema de medição utilizado.

As medições foram realizadas na geratriz da seção de testes em três diferentes seções: meia corda a montante, região mediana entre as pás e meia corda a jusante. O posicionamento da sonda é feito através de um posicionador com uma escala de deslocamento na direção axial e na direção longitudinal da seção de testes. A incerteza desta escala é $\pm 0,25\text{mm}$. Devido a efeitos de refração, o deslocamento lido na escala será diferente do deslocamento do volume de medição. Os feixes de laser devem percorrer três meios diferentes, o ar, a parede de acrílico da seção de testes e a água. Aplicando-se correções adequadas conclui-se que a escala de deslocamento percorrerá na direção longitudinal da seção de testes $10,1\text{mm} \pm 0,25\text{mm}$.

No sistema de medição apresentado existe um recurso importante no caso de ocorrerem regiões de recirculação no escoamento. A célula de Bragg produz um aumento de 40 MHz num dos feixes verdes e num dos feixes azuis. Desta maneira, as franjas possuem um movimento e possibilitam o conhecimento do sentido da partícula com relação ao sentido do escoamento principal.

Para uma situação específica onde se deseja medir velocidades no canal entre pás de uma máquina de fluxo se faz necessária a utilização de um dispositivo chamado "encoder". Este dispositivo possibilita a determinação da coordenada circunferencial das componentes axial e circunferencial de velocidade, desprezando o sinal coletado pelo laser durante a passagem de uma pá e zerando a coordenada angular cada vez que a pá passa pela sonda. A sonda é posicionada a 180° do captador magnético. Cada vez que o captador magnético emite um pulso devido a presença de uma pá o encoder desativa a leitura do laser para aquele instante e informa ao programa de aquisição de dados que aquela é a origem do sistema.

modelamento do problema foi feito de três maneiras: um modelo tridimensional e dois modelos bidimensionais.

Modelamento Bidimensional. A geometria foi discretizada em três cortes longitudinais de uma seção angular da turbina (fig.3): corte2 ($r/R_{\text{tubo}}=0,5104$), corte6 ($r/R_{\text{tubo}}=0,07052$) e corte9 ($r/R_{\text{tubo}}=0,0848$), onde r é o raio e R_{tubo} o raio da seção de testes.

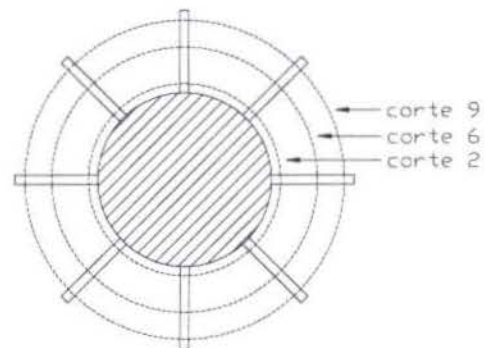


Figura 3 - Cortes Longitudinais da Turbina.

As hipóteses consideradas para o escoamento em análise foram: escoamento simulado bidimensional, incompressível, turbulento, adiabático e estacionário. Para este caso específico de uma máquina de fluxo axial considera-se que o escoamento da corrente livre ao transferir energia às pás da turbina mantenha como predominante a direção axial, tornando a componente radial pouco significativa.

Como foi mencionado, foram propostos dois modelos bidimensionais: no primeiro modelo (simulação bidimensional 1) utilizou-se um malha com 750 elementos e 816 nós e no segundo modelo (simulação bidimensional 2) adotou-se uma malha composta por 9.600 elementos e 9.851 nós (fig. 4). O propósito da

ANÁLISE NUMÉRICA

Uma análise numérica do escoamento no interior das pás da turbina de medição foi realizada com a utilização do programa de elementos finitos comercial mencionado anteriormente. O

simulação dos dois casos foi a necessidade de avaliação da influência da malha no resultado.

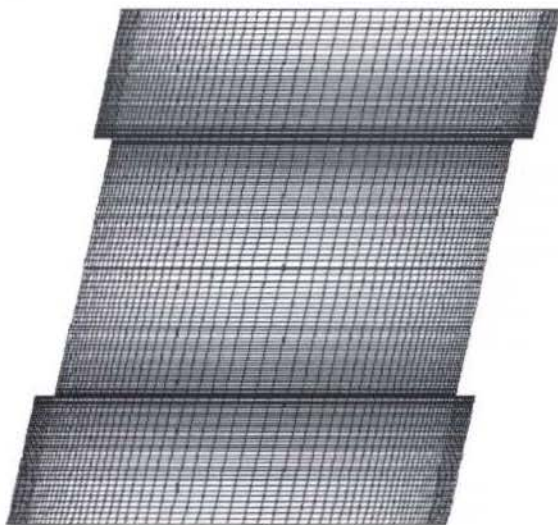


Figura 4 - Malha adotada na simulação bidimensional 2.

Na região a montante da turbina assim como na região a jusante foi feito um prolongamento do domínio. Este artifício é normalmente utilizado para escoamentos do gênero, como foi comentado por Davis e Dannenhoffer (1994).

O tipo de elemento utilizado para a resolução do problema foi o FLUID141, próprio do FLOTRAN. Este elemento bidimensional de quatro nós foi utilizado para a resolução de cinco graus de liberdade: velocidade na direção x (circunferencial), velocidade na direção y (axial), energia cinética turbulenta, taxa de dissipação da energia cinética turbulenta e pressão.

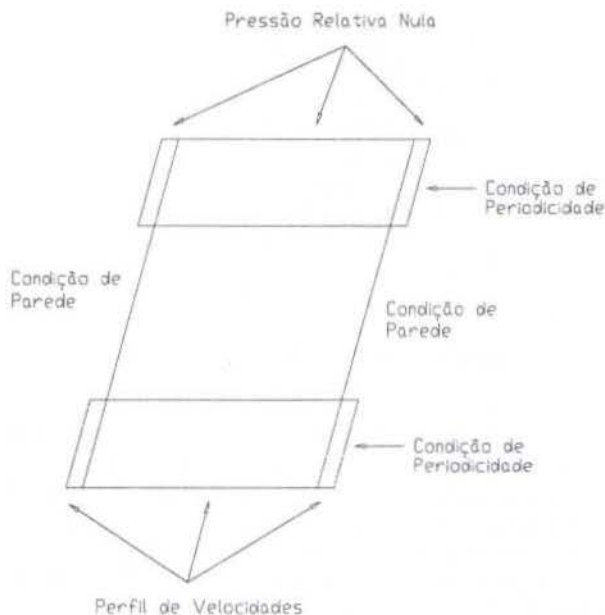


Figura 5 - Condições de contorno aplicadas.

As condições de contorno aplicadas ao problema (fig.5) foram: condição de parede nos limites das pás (velocidade nula para as duas componentes), condição de periodicidade para os

prolongamentos na entrada e saída das pás, pressão relativa nula na saída, velocidade prescrita na entrada das pás. Neste trabalho, as medições foram realizadas com uma vazão de 5l/s podendo-se então determinar os triângulos de velocidades. A velocidade axial média foi calculada foi 3,24m/s e a velocidade circunferencial foi determinada para cada corte conforme os valores lidos de frequência de passagem da pá pelo captador magnético.

Para a simulação em turbomáquinas, o sistema de referência gira com a rotação constante e igual à rotação do rotor. Esta informação é fornecida ao sistema após ser calculada a velocidade angular ω . Para o problema em análise, o sistema CAE resolve a equação da conservação da quantidade de movimento nas dimensões x e y levando em consideração o modelo de turbulência k- ϵ .

Por questões de precisão numérica, o algoritmo resolve a pressão relativa ao invés da pressão absoluta. Uma descrição mais abrangente do funcionamento do código utilizado pode ser encontrada em Ferreira et al. (1997).

O código computacional utilizado trabalha com o conceito de iteração global, que é o nome dado ao processo de solução de todas as equações e de reatualização das propriedades. Durante a iteração global são obtidas soluções aproximadas da equação de conservação da quantidade de movimento que são usadas como funções de restrição para resolver a equação da pressão baseada na conservação da massa. O código usa pressões resultantes para atualizar as velocidades de modo que o campo de velocidades conserve o fluxo de massa. Com o modelo de turbulência ativado, as equações de movimento são resolvidas e o programa usa a energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação para calcular a viscosidade efetiva que substitui a viscosidade laminar para modelar o efeito de turbulência no escoamento médio.

O algoritmo de solução empregado é do tipo segregado, ou seja, os elementos das matrizes são formados e resolvidos para cada grau de liberdade separadamente. Cada grau de liberdade é resolvido de modo seqüencial. As equações são acopladas, logo, cada equação é resolvida com valores intermediários dos outros graus de liberdade.

O método de solução utilizado para as variáveis V_y , V_x , k e ϵ foi o TDMA (Tridiagonal Matrix Analysis) com uma iteração para a velocidade e dez iterações para k e ϵ . Para a resolução da pressão, foi empregado o Método dos Gradientes Conjugados pré-condicionados com 500 iterações. A estratégia de solução foi resolver o problema turbulento com apenas uma seqüência de 100 iterações globais. As propriedades físicas da água foram consideradas a uma temperatura de 20°C, sendo a massa específica $\rho=998,2\text{Kg/m}^3$ e a viscosidade absoluta $\mu=0,00105\text{Ns/m}^2$.

Modelo Tridimensional. A geometria foi modelada na região entre as pás da turbina, da raiz ao topo da pá. Neste modelo também foi feito um prolongamento do domínio de extensão equivalente a meia corda a montante e meia corda a jusante das pás.

A malha de elementos finitos empregada (fig.6) foi composta por 15.600 elementos e 17.856 nós, sendo a disposição dos elementos semelhante a malha bidimensional utilizada no primeiro modelamento.

As condições de contorno adotadas foram bem semelhantes ao caso bidimensional. A terceira componente de velocidade, normal ao eixo de rotação, foi considerada nula na região de entrada assim como nos nós pertencentes a fronteira superior da malha. Os algoritmos de resolução foram exatamente os mesmos da simulação anterior, apenas adotando-se uma estratégia de solução diferente. O problema foi resolvido em quatro etapas: $\mu=1, 0,1, 0,01$ e $0,001\text{Ns/m}^2$, resolvendo 50 passos de iteração

para as três primeiras etapas e 200 passos para a última. Uma subrelaxação foi introduzida em quatro graus de liberdade: velocidade normal ao eixo de rotação, energia cinética turbulenta, taxa de dissipação da energia cinética turbulenta e pressão.

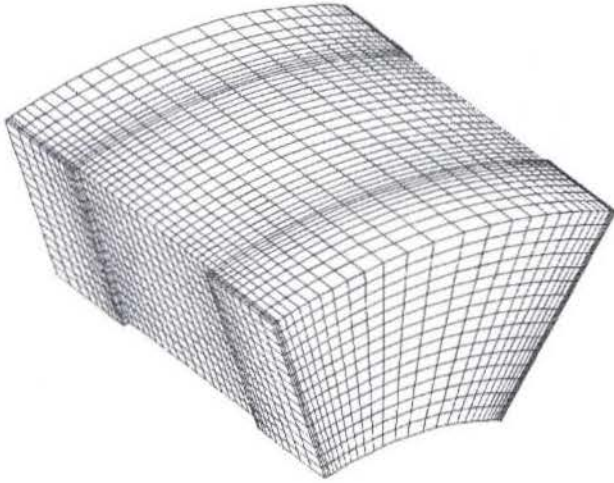


Figura 6 - Malha adotada na simulação tridimensional.

RESULTADOS

Convergência. A convergência dos problemas bidimensionais foi atingida em menos de 15 iterações para todos os cortes. A solução se tornou totalmente estável e a diferença decorrente do balanço de massa ficou em torno de 0,02% para todas as simulações. O critério de convergência adotado foi 10^{-8} . Na fig. 7 observa-se o comportamento da solução ao longo dos primeiros 14 passos de iteração em função da taxa de convergência (eq.1) para o caso da segunda simulação no corte 6, onde "B" é uma variável qualquer para o passo de iteração "i".

$$\Delta B = \frac{\sum_i |B_i^{New} - B_i^{Old}|}{\sum_i |B_i^{New}|} \quad (1)$$

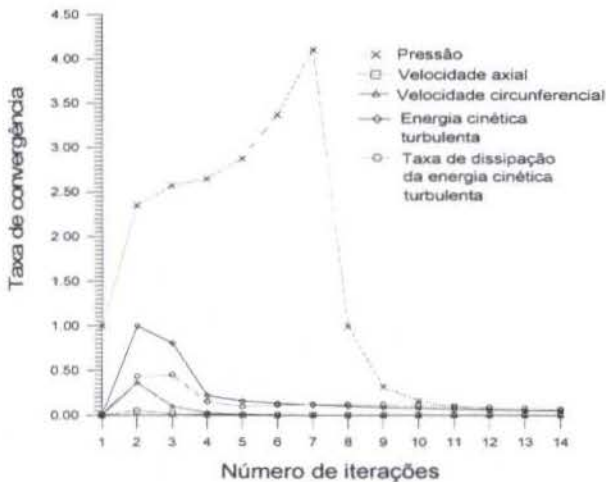


Figura 7 - Comportamento da solução para o caso da segunda simulação do corte 6.

Com relação ao comportamento da solução do modelo tridimensional, pode-se observar na fig.8 o comportamento da pressão, geralmente mais instável que os demais graus de liberdade.

A diferença entre o fluxo total de massa que entra e o fluxo total de massa que sai foi de 0,007%, menor que nas simulações bidimensionais. O tempo de CPU utilizado na simulação tridimensional foi de 38.835s ao passo que na segunda simulação bidimensional este tempo variou entre 1.000s e 1.900s, conforme o corte. A máquina utilizada para a execução do programa foi uma estação de trabalho Silicon Graphics Crimson.



Figura 8 - Taxa de convergência da pressão em função do número de iterações para a simulação tridimensional.

Perfis de Velocidades. O comportamento da componente circumferencial de velocidade para as três simulações realizadas pode ser observado na fig.8. Os pontos apresentados no gráfico foram obtidos a partir de uma média dos perfis de velocidades a meia-corda entre as pás para o correspondente raio. O eixo da abscissa foi adimensionalizado em função do raio da seção de testes.

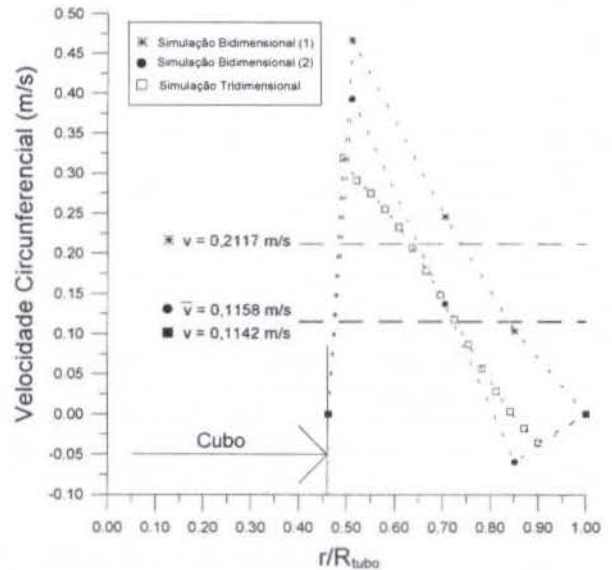


Figura 9 - Perfis da componente circumferencial de velocidade para as simulações realizadas (meia-corda entre as pás).

Nota-se na fig.9 a proximidade entre os valores médios da distribuição de velocidade circunferencial ao longo do raio para a simulação tridimensional e para a segunda simulação bidimensional, respectivamente. O perfil de velocidades da primeira simulação bidimensional apresentou um valor médio muito superior aos demais casos, apresentando um perfil mais retilíneo e não muito característico do escoamento. Entretanto, nos três casos, constatou-se a inversão dos triângulos de velocidades devido ao fato das pás serem planas.

Algumas medições experimentais com o LDV comprovaram a pequena magnitude da velocidade circunferencial assim como a inversão do sentido da mesma na posição aproximadamente a $0,7 r/R_{tubo}$. Devido a este motivo, uma incerteza considerável em termos percentuais foi constatada, não sendo, portanto, apresentados resultados experimentais para esta componente de velocidade no presente artigo.

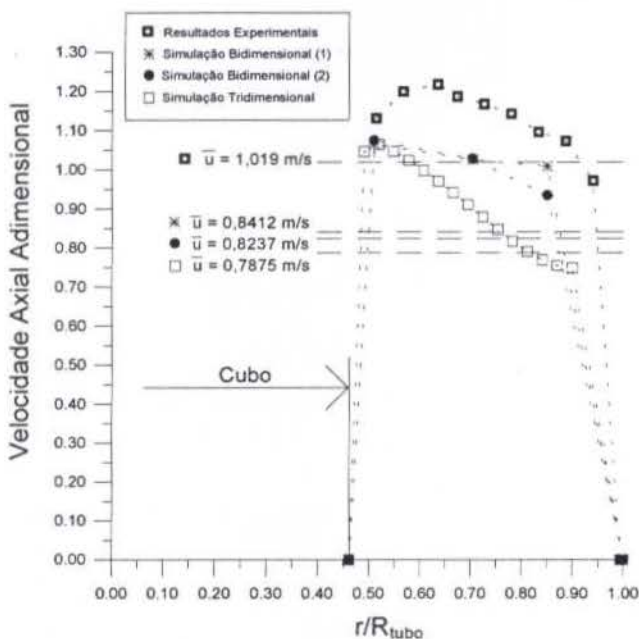


Figura 10 - Perfis da componente axial de velocidade para as simulações realizadas e para a medição experimental (meia-corda entre as pás).

Os perfis de velocidades adimensionalizados em função da velocidade axial média para as três simulações e para a medição experimental podem ser observados na fig.10. A média do perfil de velocidades adimensionalizado medido experimentalmente foi a mais alta comparada com a média dos resultados numéricos. O formato do perfil, apresentando ponto de máximo mais próximo da superfície do cubo, é semelhante ao esperado, fato evidente se considerarmos que a área de passagem aumenta com o aumento do raio. Esta constatação também é observada para as simulações, indicando que o código é sensível às características do escoamento. As simulações bidimensionais mantiveram seus valores muito próximos, ao passo que a simulação tridimensional apresentou valores pontuais baixos. Entretanto, a declividade do perfil ao longo de r/R_{tubo} medido experimentalmente foi muito próxima da obtida pela simulação tridimensional.

Pressão. Na fig.11 observa-se resultados médios de pressão estática nos três cortes longitudinais da segunda simulação bidimensional para três diferentes seções do domínio: meia-corda a montante, meia-corda entre as pás e meia-corda a jusante. Observa-se que a pressão estática é na verdade uma pressão

estática relativa, visto que foi introduzido como condição de contorno $P_{relativa}$ na saída nula. O eixo das abscissas, por questões de conveniência, foi adimensionalizado em função do raio da turbina na ponta da pá (R_{topo}).

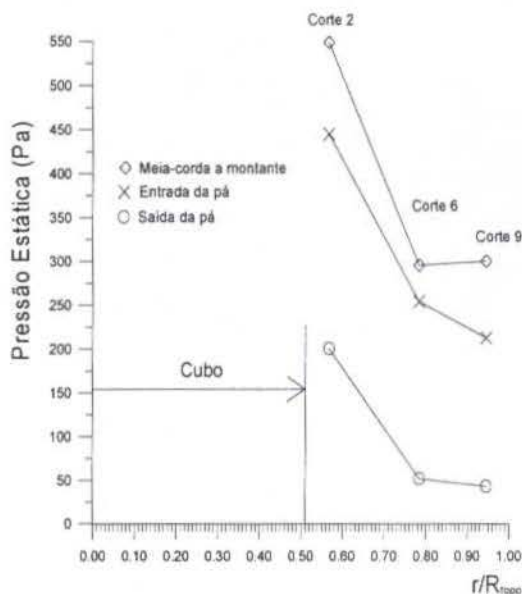


Figura 11 - Variação da pressão estática relativa ao longo da seção de testes (segunda simulação bidimensional).

Dados experimentais da variação de pressão estática na seção de testes utilizada foram obtidos por Favaretto, 1996. Para uma vazão de 3,271/s, a variação encontrada foi 300Pa, ao passo que no caso da segunda simulação bidimensional, para uma vazão de 5l/s, encontrou-se um valor médio de 363,24 Pa.

Um medidor turbinado, quando gira em rotação constante, está em equilíbrio dinâmico, ou seja, o somatório dos torques resistivos se iguala ao torque motor. Os torques resistivos são devido ao arrasto fluidodinâmico nas superfícies das pás (T_p) e no cubo do rotor (T_b), devido ao atrito de escorregamento entre o cubo do rotor e a face fixa do suporte (T_s), ao atrito devido ao escoamento nas pontas das pás (T_{hp}), devido ao atrito mecânico de rolamento do rotor (T_{br}) e à força resistiva produzida pelo sensor (T_r) quando este for magnético.

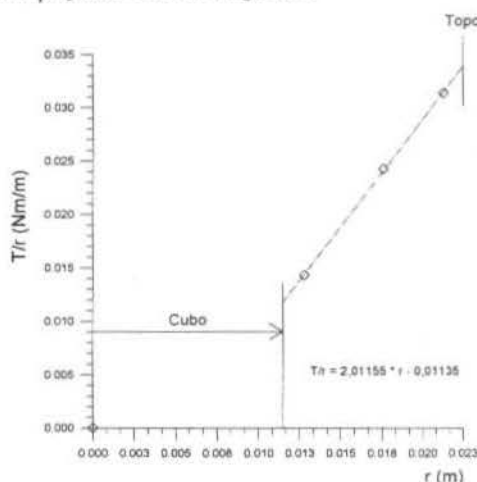


Figura 12 - Valores de T/r em função do raio obtidos através da segunda simulação bidimensional.

No presente trabalho foi feita uma análise da diferença de pressão entre as faces de pressão e sucção obtida através da segunda simulação bidimensional. Integrando os valores nodais de pressão para cada corte e multiplicando pelo respectivo raio obtém-se o gráfico da fig. 12.

Integrando a função da fig.12 obteve-se um valor de torque médio correspondente a 0,002Nm. Este valor seria o próprio torque motor, entretanto, no modelo simulado, apenas o torque resistivo na superfície das pás (T_r) estaria sendo considerado. Os demais torques resistivos determinados por Ferreira e Favaretto, 1996 foram adicionados de modo a tornar possível uma comparação com o torque motor (fig. 13).

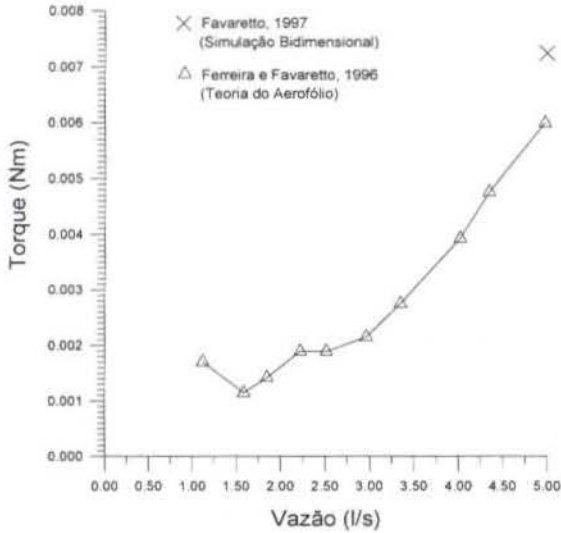


Figura 13 - Comparação com os resultados de Ferreira e Favaretto, 1996.

CONCLUSÃO

Os resultados obtidos foram satisfatórios, visto a aproximação entre valores experimentais e teóricos.

O modelo tridimensional se mostrou adequado para a análise da componente circunferencial de velocidade. Para esta situação, ficou evidenciado que o fato da malha tridimensional ser mais grosseira não surtiu grandes diferenças nos resultados. No caso da velocidade axial, entretanto, os valores obtidos na modelagem tridimensional ficaram um pouco abaixo do esperado.

A malha bidimensional mais refinada produziu resultados melhores que as demais. Este fato foi comprovado não apenas pela análise dos perfis de velocidades mas também pela avaliação do diferencial de pressão e dos torques resistivos. Dados experimentais provaram tal fato.

O procedimento experimental demonstrou a necessidade de um conhecimento prévio do comportamento do escoamento no fenômeno a ser investigado. Inúmeras medições devem ser realizadas de modo a tornar possível uma comprovação física. A técnica do LDV mostrou ser uma ferramenta importante para determinação experimental do campo de velocidades, especialmente no problema investigado.

A simulação numérica devidamente validada através de medições experimentais com Laser Doppler pode ser um importante recurso para projeto de turbomáquinas, tornando-o mais rápido e confiável.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Centro Nacional de Supercomputação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (CESUP-RS) pelo suporte técnico de aplicativos e equipamentos, aos engenheiros Michael Morgenroth, Júlio Cesar Cominges e Lucas Gutkoski pelas valiosas contribuições ao presente trabalho.

ABSTRACT

The present paper presents an experimental analysis of the velocity profiles inside the blade passage of a turbine flow meter running in water. Measurements were performed in the intermittent gravimetric rig for liquids at the Turbomachinery Laboratory and the technique employed for flow field determination was Laser Doppler Velocimetry. A simulation inside the blade passage was also performed with a CFD commercial software, allowing a comparison between theoretical and experimental results.

REFERÊNCIAS

Davis, R.L., Dannenhoffer, J.F., Adaptive Grid-Embedding Flow Prediction Techniques for Turbomachinery Applications, Lecture Series 1994-06, von Karman Institute for Fluid Dynamics, Rhode Saint-Genève, Belgium, 1994.

Favaretto, C.F., Estudo dos Torques Resistivos em Turbinas de Medição, Relatório Interno CNPq, LTMF/UFRGS, Porto Alegre/RS, 1996.

Ferreira, V.C.S., Favaretto, C.F., Theoretical and Experimental Analysis for the Retarding Torques of a Turbine Flowmeter, Anais do ENCIT 96, Florianópolis/SC, 1996.

Ferreira, V.C.S., Morsch, I.B., Kessler, M.P., Favaretto, C.F., Uma Metodologia para Projeto de Turbomáquinas Assistido por Computador, Anais do CILAMCE 97, Brasília/DF, 1997.

Ferreira, V.C.S., Venzon, M.C.P., "Orifice Plate Behavior in Two Phase Flow (Air-Water)", Anais do COBEM-CIDIM/95, Belo Horizonte/MG, 1995.

ON THE STRIP THEORY FOR HORIZONTAL-AXIS WIND TURBINE DESIGN
Alex. S. G. Alves, André. L. Amarante Mesquita and Daniel O. A. Cruz

 Grupo de Turbomáquinas - Departamento de Engenharia Mecânica
 Centro Tecnológico - Universidade Federal do Pará
 66.075-900 - Belém - PA - Brasil

SUMMARY

This work reviews the basis of the strip theory or Blade Element/Momentum method and their most utilized approaches, and proposes a new method for all extension of the Tip Speed Ratio - TSR region. The results are compared to others found in the literature and with available experimental data. It is concluded that the proposed model gives similar results to the compared models to regions of TSR greater than 2 and extends the validity of these methods to regions of TSR smaller than 2.

INTRODUCTION

The strip theory or Blade Element/Momentum - BEM method is the usual tool for Horizontal-Axis Wind Turbines - HAWT design and analysis (Eggleston and Stoddard, 1987; Hansen and Butterfield, 1993; Wilson, 1994). The main assumptions in this theory are that the blade can be analyzed as a number of independent streamtubes, the spanwise flow is negligible, the flow is considered axisymmetric, and normally the cascade effect is not taken into account. In each streamtube the induced velocity is calculated by performing the conservation of the momentum, and the aerodynamics forces are found through of two-dimensional airfoil data available in the literature.

However, the BEM method presents some limitations. Glauert (1926) pointed out that the BEM's hypothesis is no longer valid for high induced velocity regions, and proposes an empirical expression for this range. The tip losses, not predicted by the method, are computed employing some empirical correlation (Hibbs e Radkey, 1981). When the rotor's blades operate in the stall region, the BEM method underestimates the evaluated rotor power when compared to the experiments (Musial *et al.*, 1990). Other difficulty is the lack of experimental data for the post-stall region. Viterna and Corrigan (1981) have developed an empirical approach to extrapolate the airfoil aerodynamics coefficients for angle of attack up to 90 degree.

This work presents a study about the aerodynamics of HAWT, aiming the project and analysis of Small Wind Energy Conversion Systems - SWECS for water pumping or electric generation. The main approaches for the analysis and project of HAWT are briefly presented using the BEM method as the base for this work. The most important aerodynamics models based on this method are briefly commented, discussing their limitations and advantages. More details can be found in Alves (1997). Following, it is proposed and implemented a new model, still based on BEM, that extends the validity of the models based on this method to the region of Tip Speed Ratio - TSR smaller than 2, allowing the analysis of multibladed HAWT for water pumping. It is also discussed the main optimization strategies for the project of HAWT. Based on these strategies, it is proposed a numerical procedure to the project of HAWT optimized performance.

THE STRIP THEORY

This theory allows the analysis of the wake rotation influence on the developed rotor power, by using mass, moment, energy and moment of momentum balances. One obtain from this theory the following relation (Wilson and Lissaman, 1974)

$$a = \frac{b}{2} \left[1 - \frac{(1-a)b^2}{4X^2(b-a)} \right] \quad (1)$$

and

$$C_p = \frac{\text{Power}}{1/2 \rho V_0^3 A} = \frac{b^2(1-a)^2}{b-a} \quad (2)$$

where C_p is the power coefficient; ρ the fluid density; A is the projected rotor disc area; $a=(V_0-u)/V_0$ and $b=(V_0-u_1)/V_0$ are, respectively, the axial interference factor in the rotor plane and in the wake; u and u_1 are, respectively, the axial flow velocity in the rotor plane and in the wake; V_0 is the free stream wind velocity; $X=R\Omega/V_0$ is the TSR; R is the rotor radius; and Ω is the rotor angular velocity.

One can observe in Fig. 1 that the usual relation $a=0.5b$ is found when $X \geq 2$. Nevertheless, the wake rotation effect is very important for slow rotors with low X values ($X < 2$), where the actuator disk theory is no longer valid. In addition, the free vortex hypothesis used in the theory induces infinite velocities near the axis, requiring some corrections. In this sense, Wilson and Lissaman (1974) presented an alternative expression for C_p

$$C_p = \frac{b(1-a)^2}{b-a} [2Na + (1-N)b] \quad (3)$$

where $N=\Omega/\omega_{\max}$; ω_{\max} being the maximum flow angular velocity in the wake.

However, it is very difficult to determinate a precise value for ω_{\max} , constituting a great limitation of this model. It was also verified, that the model is not consistent for $a \geq 0.5$, i.e., high aerodynamic load (Wilson *et al.*, 1976). In this case a correction is required.

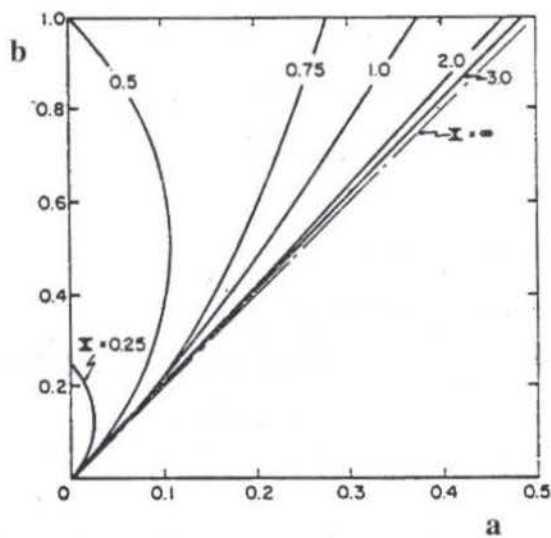


Figure 1 - Effect of Tip Speed Ratio on the induced velocities.

Applying the momentum conservation and the expression for the forces developed over a rotor blade section airfoil, Fig. 2, one can obtain (Wilson and Lissaman, 1974).

$$\frac{a}{1-a} = \left(\frac{\sigma_r}{4} \right) \left(\frac{C_L \cos \phi + C_D \sin \phi}{\sin^2 \phi} \right); \quad (4)$$

$$\frac{a'}{1+a'} = \left(\frac{\sigma_r}{4} \right) \left(\frac{C_L \sin \phi - C_D \cos \phi}{\sin \phi \cos \phi} \right) \quad (5)$$

and

$$\tan \phi = \frac{V_0 (1-a)}{\Omega r (1+a')} \quad (6)$$

where $a' = \omega_1 / \Omega r$ and $b' = \omega_1 / \Omega r$ are respectively, the tangential interference factor in the rotor plane and in the wake; ω and ω_1 are, respectively, the flow angular velocity in the rotor plane and in the wake; $\sigma_r = Bc / 2\pi r$ is the local solidity; B is the number of blades; C_L and C_D are the sectional lift and drag coefficients; c is the blade chord; and ϕ is the angle between the plane of rotation and the relative velocity, W (see Fig. 2). It is important to note that these equations were derived with the usual hypothesis that $a = 0.5b$ and $a' = 0.5b'$.

Using these equations and an iterative procedure it is possible to compute torque, thrust and power for each blade section. By integration along the radial coordinate one obtain the torque and power developed by the wind rotor.

THE PROPOSED MODEL

Model. The approach as employed by Wilson and Lissaman (1974), following the Glauert's model, does not give good results for values of X towards the lower of the operating range (Rijs and Smulders, 1990; Siddig, 1992; Neogi, 1995). Another aspect to consider is that the tangential induction factor a' is not defined for $X=0$. Rijs and Smulders (1990) have avoided this problem by replacing the definition for a' by an alternative one representing the tangential velocities in the rotor disc related to the undisturbed axial velocity of the flow.

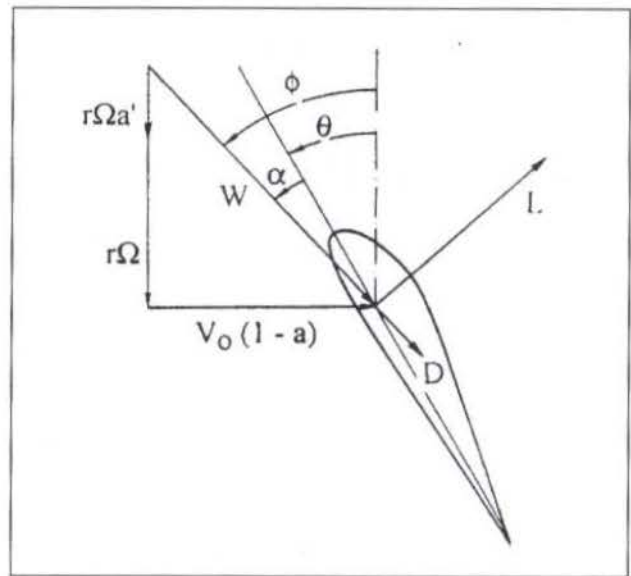


Figure 2 - Velocity and force components on the blade section.

The high sensibility of the angle ϕ as function of the axial interference factor a , in particular for high local tip-speed ratio zone, as shown in Fig. 3, is an additional consideration for the necessity of a more precise calculation of the interference factor for low values of X .

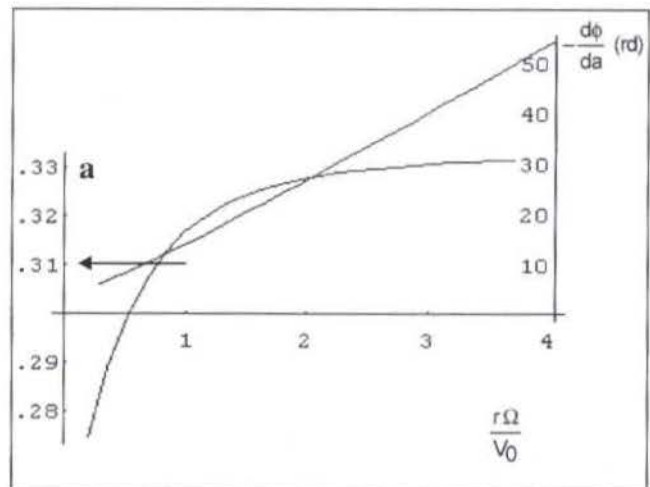


Figure 3 - Sensibility of ϕ as function of a .

The proposed model uses the generalized expression for the interference factor from the momentum theory with rotational wake, given by Eq. (1), which is also valid for $X < 2$. The main hypothesis of the model is the assumption of the following relation

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \quad (7)$$

Applying these expressions in conjunction with the balance equations, one can obtain the new system for the problem (Alves, 1997)

$$\frac{b}{1-a} = 2\lambda \left(\frac{\cos\phi + \varepsilon \sin\phi}{\sin^2\phi} \right) \cos^2\theta; \quad (8)$$

$$\frac{b'}{1+a'} = 2\lambda \left(\frac{\sin\phi - \varepsilon \cos\phi}{\sin\phi \cos\phi} \right) \cos\theta \quad (9)$$

and

$$\tan\phi = \frac{V_0 (1-a)}{\Omega r (1+a')} \cos\theta \quad (10)$$

where

$$\lambda = \frac{BcC_L}{8\pi r} \quad (11)$$

is the blade load coefficient; $\varepsilon = C_D/C_L$; and θ is a coning angle.

To complete the system it is necessary to explicit the coefficient b in the wake as function of the factor a using the Eq. (1). This results

$$b = -\frac{1}{2}(S+T) - \frac{1}{3}a_1 - i\frac{1}{2}\sqrt{3}(S+T) \quad (12)$$

were

$$S = \sqrt[3]{R + \sqrt{Q^3 + R^3}} \quad (13)$$

$$T = \sqrt[3]{R - \sqrt{Q^3 + R^3}} \quad (14)$$

$$Q = \frac{3a_2 - a_1^2}{9} \quad (15)$$

$$R = \frac{9a_1 a_2 - 27a_3 - 2a_1^2}{54} \quad (16)$$

$$a_1 = \frac{4X^2}{a-1} \quad (17)$$

$$a_2 = \frac{12aX^2}{1-a} \quad (18)$$

$$a_3 = \frac{8X^2 a^2}{a-1} \quad (19)$$

The Eq. (12) furnishes real values and the power, torque and thrust coefficients are, respectively, given by

$$C_p = \frac{4}{X^2} \int_0^X (1-a) b' x^3 dx \quad (20)$$

$$C_t = \frac{C_p}{X} \quad (21)$$

$$C_e = 4 \int_0^X (1-a) b x dx \quad (22)$$

were

$$x = \frac{r\Omega}{V_0} \quad (23)$$

is the local tip-speed ratio.

Iterative Procedure. The calculation of the coefficients a , a' , b and b' for each radial station along the blade (geometry and aerodynamics coefficients are knew) is performed through the following iterative process:

1. Initialization of a and a' . In this work $a = 1/3$ and $a' = 0$
2. Computing ϕ by Eq. (10)
3. Computing the angle of attack $\alpha = \phi - \beta$, $C_L(\alpha)$ and $C_D(\alpha)$
4. Computing b by Eq. (12)
5. Computing b' by Eq. (7)
6. Computing new values for a and a' by Eqs. (8-9)
7. Computing new value for ϕ by Eq. (10) and verifying the convergence. In this work the error for ϕ was fixed in 0.001 degree.

Tip-Loss Factor. In order to correct the effect of the finite number of blades, the Prandtl tip-loss model was employed (see Wilson, 1994). A tip-loss factor F was introduced, which modifies the power output for the reduced circulation and blade unloading by tip-vortex shedding. This factor is defined by the ratio between the bound circulation of all the blades by the circulation of a rotor with infinite number of blade. It is given by

$$F = \frac{2}{\pi} \arccos(e^{-f}) \quad (24)$$

$$f = \frac{B}{2} \frac{R-r}{r \sin\phi}, \text{ for the tip side} \quad (25)$$

$$f = \frac{B}{2} \frac{r-r_{hub}}{r_{hub} \sin\phi}, \text{ for the hub side} \quad (26)$$

The factor F is considered as modifying the axial velocity and is applied directly to the momentum equation. This results in changing of the Eqs. (8-9), which are substituted, respectively, by (see Alves, (1997) for more details)

$$bF(1-aF) = (1-a)^2 2\lambda \frac{[\cos(\phi) + \varepsilon \sin(\phi)]}{\sin^2\phi} \cos^2\theta \quad (27)$$

$$\frac{b'}{1+a'} = \frac{2\lambda}{F} \left(\frac{\sin\phi - \varepsilon \cos\phi}{\sin\phi \cos\phi} \right) \cos\theta \quad (28)$$

The expressions for the power and thrust coefficient become

$$C_p = \frac{4}{X^2} \int_0^X (1-aF) b' F x^3 dx \quad (29)$$

$$C_e = 4 \int_0^X (1-aF) b F x dx \quad (30)$$

Turbulent Wake State. When the axial interference factor, a , becomes larger than 0.5, the axial velocity in the far wake flow would reverse, and the equation for the axial thrust is no longer valid. In order to extend the validity of the model for this condition, it was employed an empirical correction due to Glauert (1926). In this work, the power coefficient is modified, for this condition, by

$$C_p = \frac{Bc}{2\pi R} (1-a)^2 \left(\frac{C_L \cos \phi}{\sin^2 \phi} \cos^2 \theta \right) \quad (31)$$

and the coefficients a and a' are computed by

$$a = \frac{1}{2F} \left(1 - \sqrt{1 - Cp^2} \right), \text{ for } Cp < 0.96 \quad (32)$$

$$a = \frac{1}{F} \left(0.143 + \sqrt{0.0203 - 0.6427(0.889 - Cp)} \right), \text{ for } Cp \geq 0.96 \quad (33)$$

$$\frac{a'}{(1+a')} = \frac{BcC_L}{8\pi r F \cos \phi}, \text{ for all values of } Cp \quad (34)$$

Cascade Effects. The cascade effects are considered in the calcul of the angle of attack, modifying the lift and drag coefficients. The correction applied is due to Wilson (1994)

$$\alpha = \phi - \beta + \Delta\alpha_c \quad (35)$$

$$\Delta\alpha_c = \Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 \quad (36)$$

$$\Delta\alpha_1 = \frac{B \cos \phi_0}{2\pi r c} \int_0^c t dx = \frac{B \cos \phi_0}{2\pi r c} A_t \quad (37)$$

$$\phi_0 = \arctan \frac{V_0(1-a)}{r\Omega} \cos \theta \quad (38)$$

$$\Delta\alpha_1 = \frac{1}{4} \left(\arctan \left[\frac{(1-a)}{(1+b')} \frac{r\Omega}{V_0} \right] - \arctan \left[(1-a) \frac{r\Omega}{V_0} \right] \right) \quad (39)$$

where $\Delta\alpha_c$ is the cascade correction to angle of attack (rad), and A_t is the airfoil cross-sectional area.

Post-Stall Corrections. The goodness of the results from the strip theory is great dependent of the lift and drag coefficients precision. Due to the variations in the wind velocity, the angle of attack can attend large values, and, for this condition, the aerodynamic data is lacking. The available airfoil data is often limited in the range of angle of attack, as in Abbott and Von Doenhoff (1959). Some efforts are being made to extend these data in view of wind energy applications. For example, Ostowari and Naik (1984) have performed studies with NACA 4415 airfoils for angle of attack ranging from -10° to 100° . However, this kind of information is not generally available, and empirical correction in the available aerodynamic data is needed.

Viterna and Corrigan (1981) proposed an empirical model to adapt the available aerodynamic data for wind energy purposes. The proposed correction for finite aspect ratio blades is given as

$$C_L = C_L' \quad (40)$$

$$C_D = C_D' + \frac{C_L'^2}{\pi\mu} \quad (41)$$

$$\alpha = \alpha' + \frac{57.3C_L'}{\pi\mu} \quad (42)$$

where C_L' and C_D' are the lift and drag coefficients for infinite aspect ratio, and μ is the aspect ratio, defined by

$$\mu = \frac{R - r_{hub}}{c(r)} \quad (43)$$

For post-stall range the corrections are predicted as

$$C_L = \frac{C_{D,max}}{2} \sin 2\alpha + K_1 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \quad (44)$$

$$C_D = C_{D,max} \sin^2 \alpha + K_d \cos \alpha \quad (45)$$

$$K_1 = (C_{L,s} - C_{D,max} \sin \alpha_s \cos \alpha_s) \frac{\sin \alpha_s}{\cos^2 \alpha_s} \quad (46)$$

$$K_d = \frac{C_{D,s} - C_D \sin^2 \alpha_s}{\cos \alpha_s} \quad (47)$$

$$C_{D,max} = 1.11 + 0.018\mu, \text{ for } \mu \leq 50 \quad (48)$$

$$C_{D,max} = 2.01, \text{ for } \mu > 50 \quad (49)$$

RESULTS AND DISCUSSION

Comparison with Others Models. In order to verify the behavior of the proposed model, its results were compared with those of others existing and validated models. Fig. 4 presents results for the maximum power coefficient as function of the tip-speed ratio. The corrections pointed out in the figure are tip-loss correction type. It is verified a good agreement with the model. Wilson *et al.* (1976) does not present results for low tip-speed ratio, showing a limitation of this well known and recognized model. Fig. 5 presents a similar result, but showing the influence of the airfoil drag, where the curves are also in good concordance. It is important to note that the results presented in Figs (4-5) does not reference to a single rotor, i.e., each point on the curves represents a maximum power coefficient that would be obtained with an optimized rotor geometry.

Fig. 6 shows the optimized distribution of the profile chord along the blade for $X = 6$. In this figure $c^* = c/R$ and $r^* = r/R$. The results of the present work and Wilson *et al.* (1976) are in accordance, but the curve due to Galetuse (1986) presents a reduction in the optimal value of the parameter c^*C_L of about 20% for low values of dimensionless radial coordinate, close to the pick of the power coefficient. For all other points the curves are in agreement.

Comparison with Experimental Data. For the validation of the proposed model and the corresponding code developed, it is imperative the comparison against the available data from experimental testing of existing wind turbine rotors. Although the literature presents several experimental data, the information

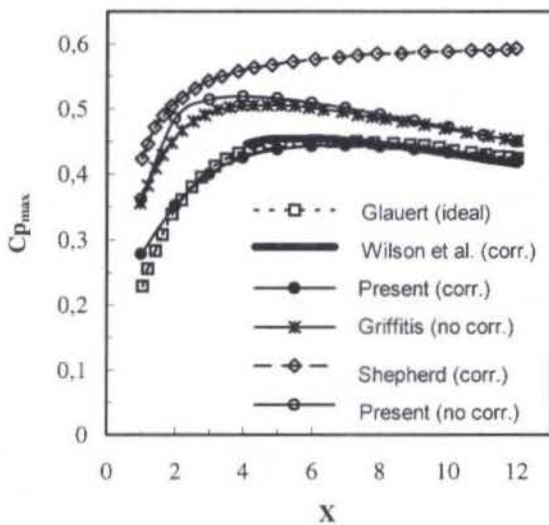


Figure 4 - Comparison between models for $C_p \times X$

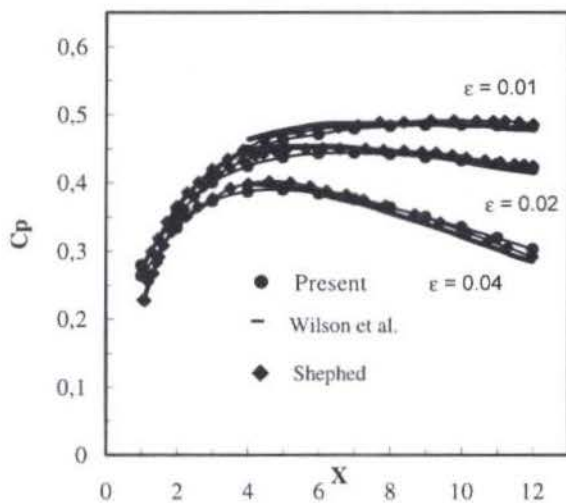


Figure 5 - Influence of the drag in C_p .

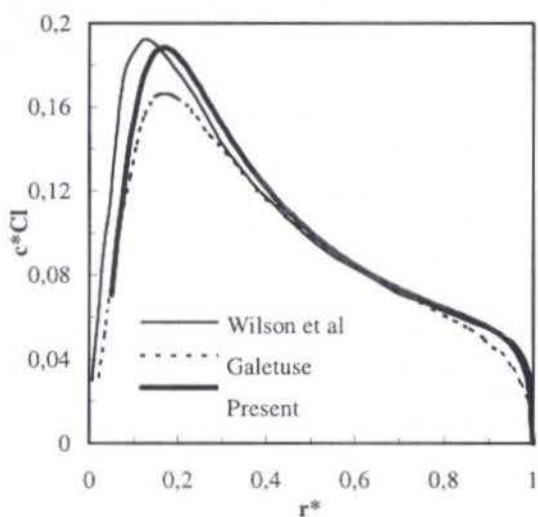


Figure 6 - Chord distribution.

about the precise blade geometry and the experimental testing conditions are not presented in details, imposing difficulties the realization of confronting results.

Wilson (1994) reports an experiment carried out by NASA Lewis Research Center. The turbine, called MOD-2 HAWT, had a two-bladed teetering rotor with NACA 23000 series airfoil, 91.4-m diameter, 2.5-MW rating, solidity of 0.036, tip speed of 84 m/s, 18-m hub diameter, using partial-span pitch control. For power outputs between 0 and 1.0 MW, the tip pitch varied linearly with power, from -5 deg to -2 deg, and for power in the range of 1.0- to 2.5-MW the turbine was operated at a fixed blade pitch of -2 deg. The chord distribution was constant ($c=3.45$ m) up to $r/R=0.297$ and linear variation to the value 1.43 m at $r/R=1$. The twist angle was -4 deg at tip with linear variation up the value 2.55 deg at hub. Fig. 7 presents the experiments performed by NASA compared with the predicted power output obtained using the present model and the Wilson's model. Both models furnish the rotor power with acceptable accuracy. The difference observed between the experimental data and the theoretical results for the high wind velocity range is attributed to the prototype pitch control, which is not considered in both models.

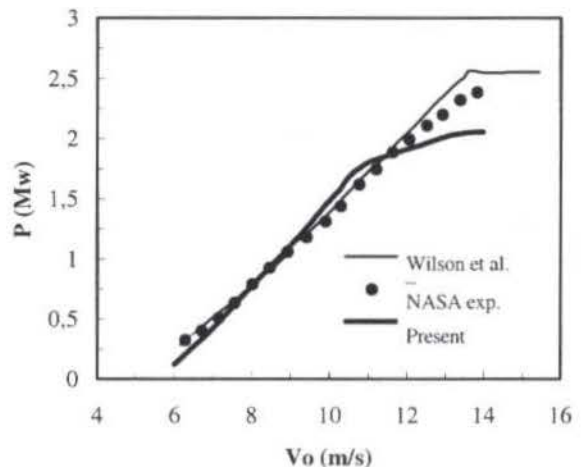


Figure 7 - Experimental and predicted performance results for the Mod-2 HAWT.

An experiment with a rotor operated at fixed pitch was also performed at NASA (Viterna and Corrigan, 1981). It is concerned with the Mod-0 HAWT, which has two- tapered and twisted blades, NACA 23000 series airfoils, 38-m diameter, 100-kW rating, solidity of 0.029, tip speed of 55 m/s, and 7.84-m hub diameter. The chord distribution was linear from $c=1.96$ m at $r/R=0.297$ to $c=0.67$ m at $r/R=1$. The twist angle was zero deg and the coning angle was 3 deg. The rotor was maintained at constant rotor angular velocity, in such way that, for the high wind velocity range, large angle of attack of the airfoils were obtained (post-stall region) Figure 8 presents the experimental and theoretical results obtained by Viterna and Corrigan (1981), and the prediction of the present model, with and without post-stall correction. The model without correction for the post-stall region was not able to predicts the output rotor power beyond 60 kW. With use of the post-stall corrections, the model predicts precisely the rotor power over the entire range of wind speeds. It is observed a small perturbation in the model response for wind speed about 6.5 m/s. This is due to some difficulties in the convergence of the system of equation solution in the post stall region. However, the overall solution is not compromised.

Low Tip-Speed Results. Experimental and theoretical results

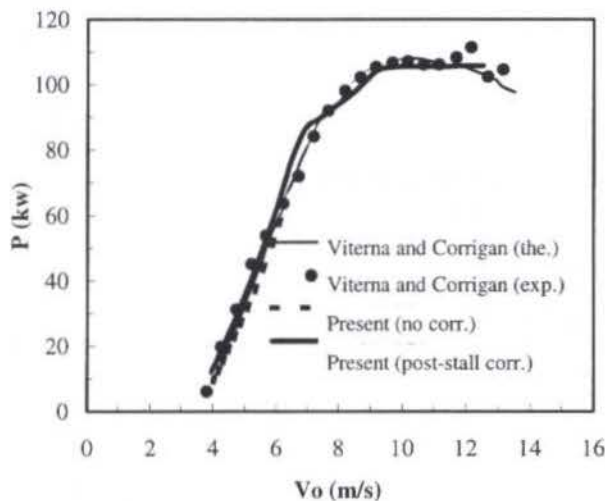


Figure 8 - Experimental and predicted performance results for the Mod-0 HAWT.

for this range are lacking in the literature. Siddig (1992) presents a study on the characteristics of a HAWT at low tip-speed ratio, employing a hub-less constant-chord rotor design, with 20 blades of 10% camber plate. The design tip-speed ratio is 3. For comparison purposes this information does not sufficiently describes the experiment and some assumption are made, using the more frequent design of wind-powered mechanical water pumps. Figure 9 shows a comparison between this study and the present work. The behavior of the curves is similar, with the Siddig's prediction presenting a peak for the power coefficient bigger than the usual wind turbine for this application.

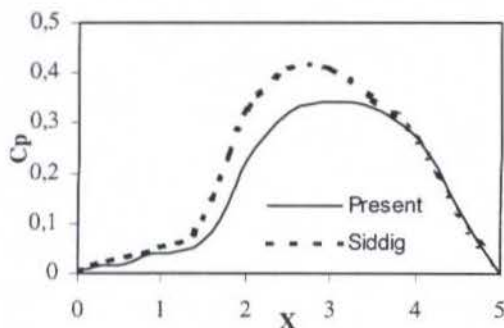


Figure 9 - Theoretical results for low tip-speed ratio.

CONCLUSION

A model was developed for HAWT analysis, using the strip theory and some empirical corrections. The model is validated by comparison with others model and experimental results existing in the literature. The model extends the application for the low tip-speed ratio region, allowing the analysis of small wind energy conversion systems

ACKNOWLEDGMENTS

The financial support for this work was provided by CNPq (research project No. 523211/94-5), and by FUNTEC-Technological and Scientific Funds of the State of Pará (research project No. 117-00/97). CAPES offered a grant for this work.

REFERENCES

- Abbott, I. H. and von Doenhoff, A. E., 1959, "Theory of Wing Sections, Including a Summary of Airfoil Data", N. Y., Dover Pub.
- Alves, A. S. G., 1997, "Análise do Desempenho de Rotores Eólicos de Eixo Horizontal", M.Sc. Thesis, Depto. de Eng. Mecânica, Universidade Federal do Pará.
- Eggleston, D. M., and Stoddard, F. S., 1987, "Wind Turbine Engineering Design", Van Nostrand Reinhold Company, New York.
- Galetuse, S., 1986, "On the Highest Efficiency Windmill Design", *Journal of Solar Energy Engineering*, Vol. 108, pp. 41-48.
- Glauert, H., 1926, "The Analysis of Experimental Results in the Windmill Break and Vortex Ring States of an Air Screw", *Reports and Memoranda*, No. 1029, Aeronautical Research Committee, London.
- Griffiths, R. T., 1977, "The Effect of Airfoil Characteristics on Windmill Performance", *Aeron. Journal*, July, pp. 322-326.
- Hansen, A. C., and Butterfield, C.P., 1993, "Aerodynamics of Horizontal Axis Wind Turbines", *Ann. Rev. of Fluid Mechanics*, Vol. 25, pp. 115-149.
- Hibbs, B., and Radkey, R. L., 1981, "Small Wind Energy Conversion System Rotor Performance Model Comparison Study", Rockwell Int. Rocky Flats Plant, RFP-4074/13470/36331/81-0.
- Musial, W. D. C. P., Butterfield, M. D., and Jenks, M. D., 1990, "A Comparison of Two- and Three Dimensional S809 Airfoil Properties for Rough and Smooth HAWT Rotor Operation", 9th ASME Wind Energy Symposium, New Orleans, USA.
- Neogi, S., 1995, "A Modified Flexible Iterative Model for the Performance Evaluation of Slow Wind Turbines for Water Pumping", *Wind Engineering*, Vol. 19, No. 5, pp. 249-264.
- Ostowari, C., Naik, D., 1984, "Post Stall Studies of Untwisted Varying Aspect Ratio Blades with an NACA 4415 Airfoil Section - Part I", *Wind Engineering*, Vol. 8, No. 3, pp. 176-194.
- Rijs, R. P. P., and Smulders, P. T., 1990, "Blade Element Theory for Performance Analysis of Slow Running Wind Turbines", *Wind Engineering*, Vol. 14, No. 2, pp. 62-79.
- Shepherd, D. G., "Note on a Simplified Approach to Design Point Performance Analysis of HAWT Rotors", *Wind Engineering*, Vol. 8, pp. 122-130, 1984.
- Siddig, M. H., 1992, "An Investigation of the Characteristics of Horizontal-Axis Wind Turbines at Low Tip-Speed Ratios", *Wind Engineering*, Vol. 16, No. 5, pp. 283-290.
- Viterna, L. A., and Corrigan, R. D., 1981, "Fixed Pitch Rotor Performance of Large Horizontal Axis Wind Turbines", *Proceedings of the Workshop on Large Horizontal Axis Wind Turbines*, NASA CP-2230, pp. 69-85.
- Wilson, R. E., 1994, "Aerodynamic Behavior of Wind Turbines", in *Wind Turbine Technology*, ed. Spera, D. A., ASME Press.
- Wilson, R. E., Lissaman, P. B. S., and Walker, S. N., 1976, "Aerodynamic Performance of Wind Turbines", ERDA/NSF/04014-76/1. U.S. Department of Energy, USA.
- Wilson, R. E., Lissaman, P. B. S., 1974, "Applied Aerodynamic of Wind Power Machines", Oregon State University, NSF-RA-N-74-113.

FUNDAMENTOS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE GRANDES ESCALAS DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS

Aristeu Silveira Neto

Universidade Federal de Uberlândia

Departamento de Engenharia Mecânica

Lab. de Transferência de Calor e Matéria e de Dinâmica dos Fluidos

38400-206-Santa Mônica - Uberlândia - MG

email: aristeus@ufu.br

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se as idéias centrais sobre o tema Simulação Numérica de Grandes Escalas de escoamentos turbulentos. Mostra-se as dificuldades de se praticar Simulação Numérica Direta e a necessidade de se modelar parte do espectro de energia que não pode ser resolvida diretamente. Mostra-se ainda alguns aspectos sob os quais a filosofia da SGE se diferencia das metodologias clássicas de simulação de escoamentos turbulentos. Ilustra-se sua aplicação em dois casos particulares de escoamentos turbulentos numa cavidade retangular, com efeitos de flutuações de temperatura.

INTRODUÇÃO

Aproximadamente 35 anos já se passaram depois que a primeira idéia sobre Simulação de Grandes Escalas (SGE) surgiu, com os trabalhos de Smagorinsky (1963) e que a primeira aplicação desta metodologia foi realizada para escoamentos turbulentos semi-industriais, Deardorff (1970). Neste período muitos desenvolvimentos foram realizados no que se refere às metodologias de modelagem sub-malha da turbulência assim como as metodologias para a solução das equações resultantes. Muito se progrediu quanto à potência de cálculo e capacidade de memória e de armazenamento dos computadores. Estes fatos têm permitido, nos últimos anos, a aplicação de SGE para a solução de problemas diversos envolvendo escoamentos turbulentos: transferência de calor, termohidráulica, aerodinâmica e, inclusive escoamentos multifásicos. Neste artigo apresenta-se as características centrais da SGE.

Turbulência ocorre na maior parte da natureza e têm sido observada a quase meio milênio: as idéias e observações de Leonardo da Vinci, em 1510, levaram-no a concluir que o escoamento sobre um obstáculo é caracterizado por uma componente média a qual transporta outra componente oscilante que é gerada pelos vórtices. Esta observação serviu como base para os estudos e desenvolvimentos de Reynolds que culminaram com a proposição da decomposição dos campos associados ao escoamento turbulento em duas componentes, uma média e outra flutuante. Estas idéias evoluíram mais ainda quando Smagorinsky propôs decompor as variáveis em uma componente filtrada e em flutuações relativas a esta parte filtrada.

Por muito tempo se utilizou modelagens estatísticas do tipo $k-\epsilon$ e mesmo modelos das tensões de Reynolds, os quais atenderam e continuam a atender as necessidades de informações básicas em engenharia. Para fazer face, em parte, às necessidades da engenharia moderna contemporânea, surgiram nas últimas décadas as técnicas de Simulação Numérica Direta (SND) e de Simulação de Grandes Escalas (SGE), as quais serão objeto de comentários nos parágrafos que seguem.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DIRETA

Uma das características mais importantes dos escoamentos turbulentos é a existência de uma larga banda de vórtices de diferentes tamanhos ou frequências. A Figura 1 mostra o escoamento em transição em torno de uma bolha em movimento de ascensão. Observa-se claramente que à jusante da bolha

forma-se duas estruturas recirculantes de ordem de grandeza do tamanho da bolha. A idéia de multiplicidade de escalas fica clara observando-se que estes grandes turbilhões são compostos de outros turbilhões ainda menores. Em escoamentos turbulentos mais complexos estas escalas se multiplicam, de forma a compor um espectro de larga banda de frequências.



Figura 1. Escoamento em transição em torno de uma bolha (Figura retirada de Couder *et al.*, 1989).

Na Figura 2 mostra-se o espectro de energia de um escoamento turbulento completamente desenvolvido, em escala logarítmica, o qual evidencia dois fatos importantes: uma larga banda contínua de frequências. Isto implica que os escoamentos turbulentos são sistemas dinâmicos com um alto número de graus de liberdade. Demonstra-se que a largura do espectro ou a relação entre a maior escala característica do escoamento (ℓ), determinada pela geometria do problema, e a menor escala característica (η), ou seja, a escala dissipativa de Kolmogorov, pode ser dada em função do número de Reynolds. Para um escoamento turbulento tridimensional o número de graus de liberdade por unidade de volume é dado pela equação abaixo:

$$\left(\frac{\ell}{\eta}\right)^3 = \text{Re}^{9/4} \quad (1)$$

Esta equação traduz o fato de que quanto maior o número de Reynolds maior o número de graus de liberdade do escoamento.

Diante do exposto, define-se Simulação Numérica Direta aquela com a qual se resolve explicitamente todos os graus de liberdade do escoamento. Isto exige, no entanto, a solução de grandes sistemas lineares, cujo número de equações é igual ao número de graus de liberdade. Conclui-se que só é possível praticar SND para escoamentos a baixos números de Reynolds. Considerando-se que a maior parte dos escoamentos práticos são caracterizados por altos valores deste parâmetro, surgiu a necessidade da modelagem da turbulência. Neste artigo será enfatizada a categoria de modelagem sub-malha, que caracteriza a SGE, objeto de comentários no próximo item.

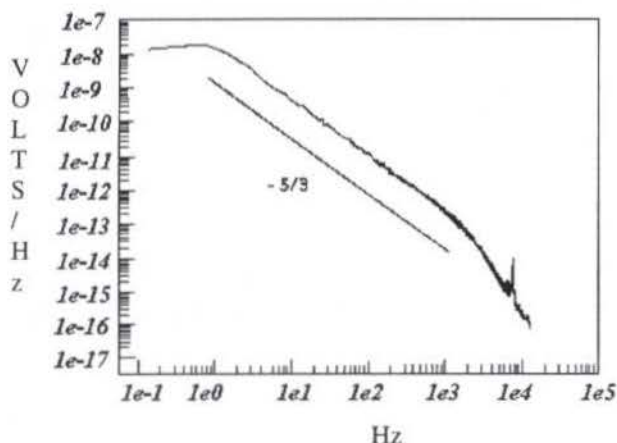


Figura 2. Espectro de energia cinética turbulenta de um escoamento a alto número de Reynolds (Retirado Gagne, 1987).

SIMULAÇÃO DE GRADES ESCALAS

A metodologia de Simulação de Grandes Escalas teve sua origem com os trabalhos do meteorologista Smagorinsky (1963), que, na impossibilidade de simular todas as escalas presentes nos escoamentos turbulentos atmosféricos, propôs simular as baixas frequências ou as grandes escalas e modelar as demais, ou seja, os turbilhões de altas frequências.

Para tanto, verificou-se que não basta a metodologia clássica de modelagem da turbulência, para a qual as equações de Navier-Stokes eram submetidas a um processo de média, o que dá origem aos tensores adicionais de Reynolds.

Smagorinsky propôs um processo de filtragem das equações de tal forma a separar as escalas maiores e menores que uma dada frequência de corte, a qual é determinada pela malha de discretização. Neste caso, tensores adicionais, além do tensor de Reynolds sub-malha surgirão, os quais devem ser modelados. O processo de separação de variáveis e de filtragem são descritos na seção seguinte.

MODELO MATEMÁTICO

As variáveis presentes nas equações governantes são separadas em uma parte dita de grandes escalas $\bar{f}(\bar{x}, t)$ e em outra parte dita sub-malha $f'(\bar{x}, t)$:

$$f(\bar{x}, t) = \bar{f}(\bar{x}, t) + f'(\bar{x}, t) \quad (2)$$

A parte filtrada é dada por

$$\bar{f}(\bar{x}, t) = \int_D f(\bar{x}', t) G(\bar{x} - \bar{x}') d\bar{x}' \quad (3)$$

onde a função filtro é definida de diversas formas, entre as quais uma das mais utilizadas, é o filtro por volume, dada pela equação abaixo:

$$G(\bar{x}) = \begin{cases} (1/\Delta)^3 & \text{se } |\bar{x}| \leq \Delta/2 \\ 0 & \text{se } |\bar{x}| > \Delta/2 \end{cases} \quad (4)$$

onde Δ é o tamanho da malha utilizada. Em função do processo de filtragem acima, as propriedades clássicas da decomposição não são mais verificadas, ou seja:

$$\begin{cases} \overline{\bar{u}_i u'_j} \neq 0 \\ \bar{u}_i \neq \overline{u_i} \end{cases} \quad (5)$$

Aplicando-se o processo de filtragem às equações governantes obtém-se as chamadas equações de Reynolds sub-malha:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) &= -\frac{1}{\rho_\alpha} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \bar{T}_{ij} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

onde o tensor das escalas sub-malha é definido por:

$$\bar{T}_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \overline{u_i u_j} \quad (7)$$

As equações 6 são similares às equações médias clássicas de Reynolds. No entanto o tensor das tensões turbulentas sub-malha é diferente do tensor de Reynolds, devido às desigualdades (5), o que caracteriza uma diferença matemática. Outro aspecto é que em SGE trabalha-se com oscilações físicas de altas frequências no tempo e no espaço, quando a malha é suficientemente refinada. Este último fato caracteriza uma diferença filosófica muito importante entre as duas metodologias: simulação clássica da turbulência e Simulação de Grandes Escalas.

Aplicando-se a decomposição proposta e levando-se em conta as desigualdades (5), pode-se redefinir o tensor sub-malha \bar{T}_{ij} pela equação abaixo:

$$T_{ij} = \begin{cases} \overline{u_i u_j} - \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} & \text{(tensor de Leonard)} \\ \overline{u_i u'_j} + \overline{u'_i u_j} & \text{(tensor cruzado)} \\ \overline{u'_i u'_j} & \text{(tensor de Reynolds)} \end{cases} \quad (8)$$

O tensor de Leonard é completamente explícito e pode ser calculado diretamente a partir do campo filtrado de velocidade. Os outros dois tensores necessitam ser modelados à parte. No entanto, a experiência tem mostrado que é preferível modelar o tensor \bar{T}_{ij} como um todo, equação (7), o que tem sido praticado nos últimos anos.

A maioria dos modelos de turbulência são baseados na hipótese de Boussinesq utilizando-se o conceito de viscosidade turbulenta para modelar o tensor \overline{T}_{ij} :

$$\overline{T}_{ij} = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{3} \overline{T}_{ll} \delta_{ij}. \quad (9)$$

As equações de Reynolds filtradas (6), após modelagem, adquirem a seguinte forma:

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u}_i \overline{u}_j) = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (10)$$

Observa-se que $\overline{P} = \overline{p} - (1/3)\rho_0 \overline{T}_{ll}$ é uma pressão modificada, a qual será calculada via equação da continuidade, tomando-se a divergência da equação (10). É interessante observar que com este equacionamento leva-se em conta as variações das viscosidades laminar e turbulenta com o espaço e com o tempo.

Não é difícil demonstrar que para uma temperatura passiva, a equação de transporte, já modelada via difusão térmica turbulenta, é a seguinte:

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{T} \overline{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\alpha + \alpha_t) \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \right] \quad (11)$$

A difusão térmica α_t é calculada com a definição de número de Prandtl turbulento $Pr_t = \nu_t / \alpha_t$. Normalmente assume-se, com base numa ampla literatura, o valor 0,7 para este parâmetro.

A questão que permanece ainda sem equacionar é o cálculo da viscosidade turbulenta $\nu_t(\vec{x}, t)$. Este problema é objeto dos chamados modelos sub-malha da turbulência, discutidos na seção seguinte.

MODELOS SUB-MALHA

Modelo de Smagorinsky. O modelo que deu origem à metodologia SGE e que tem sido o mais utilizado até o momento foi desenvolvido pelo meteorologista Smagorinsky (1963). Ele introduziu uma viscosidade turbulenta, dita sub-malha, com o papel de modelar o processo de interações não lineares entre as estruturas resolvidas explicitamente (as grandes escalas) e as estruturas modeladas (as escalas sub-malha). Smagorinsky supôs, para dedução de seu modelo, escoamentos turbulentos tridimensionais completamente desenvolvidos, com cascata de energia de Kolmogorov em $k^{-5/3}$ para as escalas sub-malha. É verdade que o modelo de Smagorinsky se mostrou muito dissipativo para aplicações atmosféricas mas tem permitido muito sucesso em aplicações de engenharia, como atestam os trabalhos desenvolvidos após a pioneira aplicação de Deardorff (1970).

Para a dedução deste modelo, utilizou-se a hipótese do equilíbrio local, para a qual a energia injetada no espectro deve ser igual à energia dissipada pelos efeitos viscosos. Neste modelo utiliza-se duas escalas, uma de comprimento e outra de energia cinética turbulenta, baseadas na malha de discretização e na taxa de deformação média do escoamento. Com isto mostra-se que a viscosidade turbulenta pode ser calculada como segue:

$$\nu_t = (C_S \ell)^2 \sqrt{2 \overline{S}_{ij} \overline{S}_{ij}}, \quad (12)$$

onde o $S_{ij} = (1/2) \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right)$ é a taxa de deformação

calculada sobre o campo filtrado de velocidade. A escala de comprimento ℓ é calculada em função da malha. A constante $C_S=0,18$ foi determinada analiticamente por Lilly (1987). O valor desta constante tem sido adaptado em função do tipo de aplicação e também do tipo de código computacional. Para aplicações de escoamentos confinados em canais ou tipo camada limite, necessita-se também de modelos de amortecimento da viscosidade junto às paredes. Como será abordado mais tarde esta constante passa a ser uma função avaliada ao longo do cálculo no caso da nova família de modelos dinâmicos, objeto de desenvolvimentos recentes.

Modelo Função Estrutura da Velocidade. Este modelo, desenvolvido por Métails e Lesieur (1992), tem por base a relação entre a função estrutura de velocidade de ordem 2 e o espectro de energia, para turbulência isotrópica tridimensional, conforme Batchelor (1953). Neste caso a viscosidade turbulenta é calculada em função de uma escala de comprimento obtida também em função da malha e de uma escala de velocidade calculada com a função estrutura de velocidade de ordem 2, como mostra a equação abaixo:

$$\nu_t(\vec{x}, t) = 0,105 C_K^{-3/2} \ell \sqrt{F_2(\vec{x}, \ell, t)}, \quad (13)$$

onde $C_K=1,4$ é a constante universal de Kolmogorov e $\ell = \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z}$ é a dimensão característica. A função estrutura de velocidade é dada por:

$$F_2(\vec{x}, t) = \left\langle \left\| \overline{\overline{u}}(\vec{x}, t) - \overline{\overline{u}}(\vec{x} + \vec{r}, t) \right\|^2 \right\rangle_{\|\vec{r}\|=\ell}. \quad (14)$$

É interessante perceber que, enquanto o modelo de Smagorinsky é baseado na taxa de deformação, o modelo função estrutura é baseado em diferenças de velocidades. De qualquer forma ambos expressam a atividade turbulenta num dado ponto do escoamento. A constante $C=0,105$ que aparece na equação (13) foi determinada também de forma analítica, supondo-se que o número de onda de corte imposto pela malha se localiza na zona inercial do espectro de energia. Observa-se que em ambos os modelos apresentados utiliza-se desta hipótese o que limita suas aplicações a escoamentos turbulentos completamente desenvolvidos. Deve-se ter cautela antes de aplicar este tipo de modelos a escoamentos de outra natureza, por exemplo escoamentos em transição ou em regiões próximas de paredes. O cálculo dinâmico destas constantes pode ser uma possível solução, o que é objeto de discussão na próxima unidade.

Modelo sub-malha dinâmico. Os dois modelos apresentados nas seções precedentes são caracterizados pela imposição de uma constante *ad hoc*. É certo que foram grandes os avanços conseguidos com estas duas formas de modelar as escalas sub-malha da turbulência. Porém, a imposição das constantes cria restrições importantes no que diz respeito ao efeito da dissipação excessiva em algumas situações. No caso do modelo de Smagorinsky, com a constante analítica original, via de regra a viscosidade turbulenta inibe a formação das instabilidades físicas. Além disto nas regiões próximas de paredes é necessário utilizar funções de amortecimento adicionais. Por outro lado, para os dois modelos, resta ainda a inabilidade dos mesmos para modelar os efeitos de *back scatter*, ou seja, a transferência de energia das escalas sub-malha para as escalas resolvidas.

O primeiro modelo dinâmico foi proposto por Germano (1992) o qual é baseado em um duplo processo de filtragem. Os dois filtros têm comprimentos característicos diferentes e permitem o cálculo da viscosidade turbulenta em função da energia cinética turbulenta contida na banda de frequências determinada pelas frequências de corte dos dois filtros. Os campos calculados $\tilde{f}(\bar{x}, t)$ vêm da solução das equações filtradas por um da malha de comprimento característico Δx . Este campo é então submetido a um novo processo de filtragem com o chamado *filtro teste* cujo comprimento típico é $\alpha \Delta x$. Os campos duplamente filtrados são denotado por $\bar{\bar{f}}(\bar{x}, t)$. O parâmetro α é um real positivo e testes apresentados na literatura apontam para $\alpha = 2$.

Aplicando-se este duplo processo de filtragem sobre as equações de Navier-Stokes, o novo tensor sub-malha a ser modelado para fechamento das equações é:

$$T_{ij} = \bar{\bar{u}}_i \bar{\bar{u}}_j - \overline{u_i u_j} \quad (15)$$

Define-se também o tensor de Leonard associado ao duplo processo de filtragem, como sendo:

$$L_{ij} = \bar{\bar{u}}_i \bar{\bar{u}}_j - \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} \quad (16)$$

o qual é inteiramente conhecido, pois depende apenas dos processos de filtragem sobre os campos calculados. Conforme demonstrado por Germano (1992), o tensor T_{ij} pode ser modelado pela equação abaixo:

$$T_{ij} = 2CB_{ij} + \frac{1}{3}T_{ll}\delta_{ij} \quad (17)$$

onde

$$B_{ij} = (\alpha \Delta x)^2 \left| \bar{\bar{S}}_{ij} \right| \quad (18)$$

A função C que aparece na equação (17) pode ser calculada pela equação proposta por Lilly (1992):

$$C = \frac{1}{2} \frac{L_{ij} \bar{\bar{S}}_{ij}}{M_{ij}^2} \quad (19)$$

Esta forma de cálculo de C foi implementada e testada por diversos autores, incluindo Piomelli (1993) e Sreedhar e Ragab (1994).

Esta é uma nova e muito interessante forma de modelar a turbulência sub-malha. Sendo no entanto, ainda muito recente, apresenta problemas de valores negativos no campo de C o que força a utilização de filtragens numéricas. Muito ainda resta a desenvolver sobre esta e outras novas formas de modelagem para resolver este desafiante problema da física moderna: o problema de fechamento da turbulência.

PAPEL DE UM MODELO SUB-MALHA

Um modelo sub-malha tem o papel de transferir energia entre as diversas escalas da turbulência e permite que a energia injetada numa dada escala escoar para as escalas dissipativas de Kolmogorov. Caso não exista um modelo para tal processo, ocorrerá acúmulo de energia sobre a frequência de corte, determinada pela malha de discretização utilizada. Isto

promoverá resultados estatísticos falsos ou até mesmo a divergência dos cálculos. Este processo de acúmulo de energia sobre a frequência de corte k_c , está ilustrado de forma qualitativa na figura 3.

Por outro lado o uso de um modelo inadequado pode gerar excesso de transferência de energia, fornecendo uma inclinação incorreta do espectro, fato este, também ilustrado nesta figura. Ambos os efeitos são prejudiciais e implicam em erros, seja na topologia do escoamento, seja nos resultados estatísticos. A ausência do modelo pode, em alguns casos, acarretar na divergência numérica dos cálculos, dependendo do nível de acúmulo de energia.

A pergunta que normalmente se coloca é referente às simulações de escoamentos turbulentos a altos números de Reynolds sem modelos de turbulência. Porque se consegue convergência nestas condições? Normalmente, todos os cálculos desta natureza deveriam divergir por falta dos mecanismos de transferência de energia entre as escalas resolvidas, $k < k_c$, e as escalas não resolvidas e não modeladas, $k > k_c$. Não se deve no entanto esquecer da presença de um dado nível de viscosidade numérica, presente em quase todos os códigos computacionais, exceto naqueles de altas ordens de precisão, como os códigos baseados em métodos espectrais.

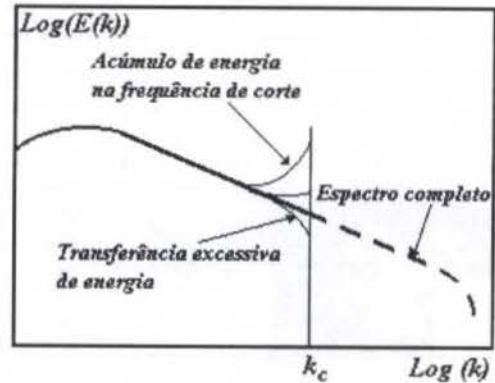


Figura 3. Representação esquemática do processo de acumulação e de excesso de transferência de energia cinética turbulenta pela frequência de corte k_c .

Neste sentido está sempre presente um tipo camuflado de modelo sub-malha baseado na viscosidade numérica. Não se deve portanto falar em "simulação direta" apenas pela ausência de modelos explícitos de turbulência. Seria mais correto falar em SGE com "modelagem numérica" da turbulência. É evidente que este tipo de modelo não é desejável e é de difícil controle uma vez que o mesmo não apresenta dependência do nível de atividade turbulenta local. Injeta-se viscosidade em todo o escoamento indiferente à necessidade de se modelar os mecanismos de transferência de energia, os quais são mais intensos nas regiões de alta atividade, ou seja de grandes níveis de flutuações dos campos associados ao escoamento.

A seguir apresenta-se dois exemplos ilustrativos da aplicação de SGE para análise de problemas simples de engenharia.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE GRANDES ESCALAS DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS EM CAVIDADES PLANAS

Para o estudo apresentado nesta unidade utilizou-se a formulação compressível completa. O método de discretização de MacCormack (1969) foi utilizado. Utilizou-se ainda o modelo de Smagorinsky. Na figura 4 ilustra-se a geometria.

Cavidade Plana Aberta. Neste caso considerou-se apenas uma metade da cavidade ilustrada na figura 4. As condições de contorno são do tipo não deslizamento nas paredes, simetria no plano superior, velocidade imposta na entrada e escoamento desenvolvido na saída do domínio. Neste caso especificamente o escoamento é isotérmico.

Na Figura 5 mostra-se o escoamento no interior da cavidade, o qual é caracterizado por $Re = Uh/\nu = 2.648$ sendo h e U a altura do canal de entrada e a velocidade média correspondente, como ilustrado à esquerda da Figura 4. Observe-se a presença das recirculações clássicas no interior da cavidade, assim como o fato que estas recirculações são compostas de vórtices de menores tamanhos ou de maiores frequências. Enquanto os métodos clássicos resultariam em recirculações médias, verifica-se através deste resultado que a metodologia de SGE permite a obtenção de informações mais refinadas dos fenômenos envolvidos.

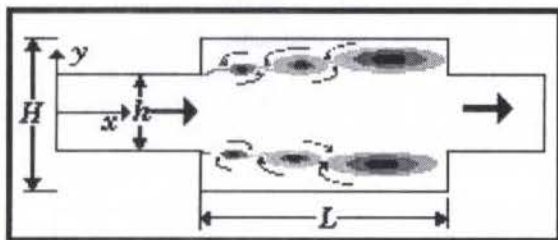


Figura 4. Cavidade plana simétrica, geometria e características físicas.

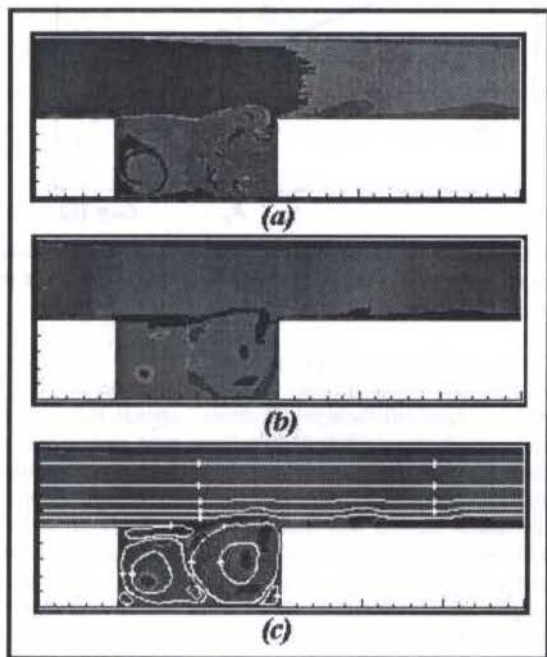


Figura 5. Escoamento turbulento numa cavidade plana; (a) temperatura, (b) vorticidade, e (c) linhas de corrente.

Na Fig. 6 mostra-se a comparação do coeficiente de pressão teórico com os dados experimentais. Observa-se um bom acordo entre os resultados, exceto junto à parede direita da cavidade onde os resultados experimentais são também questionáveis. Para mais detalhes ver Pinho (1996).

Cavidade Plana Simétrica - Capacitor Térmico. Neste caso foi simulado o escoamento turbulento no interior da cavidade simétrica ilustrada na figura 4. O objetivo prático deste trabalho

está voltado para o estudo do processo de amortecimento de flutuações de temperatura e de pressão, utilizando-se de um capacitor com a geometria ilustrada. Na entrada do domínio é imposto um perfil de velocidade e o perfil de temperatura varia com o tempo de forma a caracterizar as flutuações térmicas com uma dada amplitude e uma dada frequência. O escoamento turbulento no interior da cavidade cria o processo de mistura e gera o efeito amortecedor do capacitor. Os resultados ilustrativos apresentados a seguir são caracterizados por $Re = Uh/\nu = 70.000$, sendo h indicado na Figura 4 e U a velocidade média correspondente ao canal de entrada. A frequência adimensional relativa às flutuações de temperatura na entrada é $St = fh/U = 0,1$, sendo f a frequência dimensional em Hz e St o número de Strouhal ou a frequência adimensional.

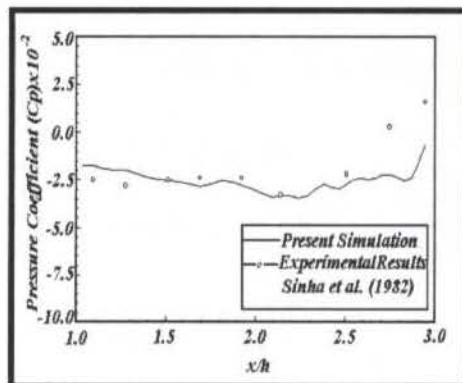


Figura 6. Coeficiente de pressão junto à parede inferior.

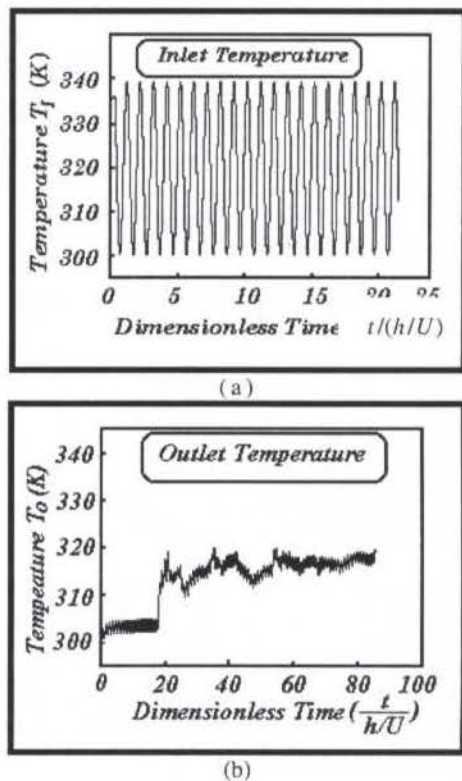


Figura 7. Flutuações temporais de temperatura: (a) entrada; (b) saída da cavidade.

Na figura 7 mostra-se a distribuição de temperatura imposta na entrada (Figura 7.a) e a distribuição resultante na saída da cavidade (Figura 7.b). Observa-se que o nível do amortecimento é muito importante, chegando a mais de 70%, dependendo da

configuração geométrica e da frequência imposta na entrada. Maiores detalhes podem ser obtidos em Matos (1996).

Para se entender melhor o processo físico de amortecimento das flutuações de temperatura, mostra-se nas Figuras 8 os campos de vorticidade e de temperatura correspondentes à figura 7. Observa-se nas Figuras (8.a e 8.b) os turbilhões formados no interior da cavidade, em dois momentos diferentes, os quais criam o processo de amortecimento das flutuações de temperatura via transporte de quantidade de movimento, massa e energia térmica. O forte movimento de recirculações se encarregam deste transporte de forma mais eficiente quando comparado com os escoamentos laminares. Nas Figuras (8.c e 8.d) tem-se as flutuações de temperatura, dadas pelas variações de tons de cinza, sendo que os tons mais escuros e mais claros representam respectivamente os máximos e os mínimos das oscilações de temperatura. Visualiza-se o transporte destas flutuações térmicas e o processo de difusão pela ação da turbulência. Resulta que na saída da cavidade estas flutuações são de amplitudes menores, cumprindo assim com o objetivo do capacitor. Outras aplicações de SGE podem ser encontradas na literatura: Morales *et al.* (1998), Silveira-Neto *et al.* (1993), Lesieur (1994) e outros.

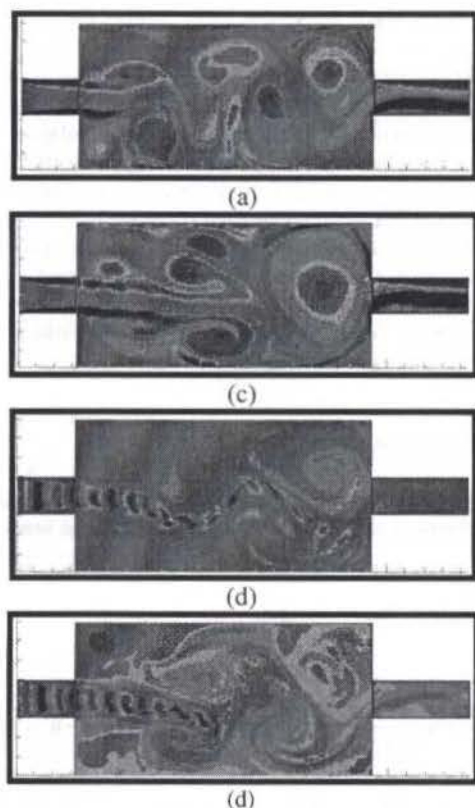


Figura 8. Campos de vorticidade (a) e (b) e de temperatura (c) e (d).

CONCLUSÕES

Neste trabalho objetivou-se ilustrar as potencialidades do uso da metodologia de Simulação Numérica de Grandes Escalas para a solução de problemas práticos. Foram apresentados resultados ilustrativos de duas aplicações diferentes: análise do escoamento turbulento no interior de uma cavidade retangular aberta e análise do escoamento turbulento, com flutuações térmicas, no interior de uma cavidade retangular simétrica. Os resultados permitem concluir que, com esta metodologia, é possível não só obter as informações de interesse do engenheiro mas também informações físicas ligadas aos escoamentos: instabilidades dinâmicas; instabilidades térmicas; frequência das

estruturas turbilhonares; processo físico de amortecimento de flutuações térmicas; ondas de pressão, dentre outras informações.

REFERÊNCIAS

- Couder, Y., Chomaz, J. M. and Rabaud, M., 1989, "On the hydrodynamics of soap films", *Physica D* 37, pp. 384-405.
- Deardorff, J. M., "A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds number", *J. Fluid Mech.*, vol. 41, pp. 453-480, 1970.
- Gagne, Y., 1987, "Etude expérimentale de l'intermittence et des singularités dans le pla complexe en turbulence développée, Thèse de Doctorat d'Etat, Grenoble, France.
- Germano, M., 1992, "Turbulence, the filtering approach", *J. Fluid Mech.*, vol. 238, pp. 325-336.
- Lesieur, M., 1994, "La turbulence, Presses Universitaires de Grenoble", France.
- Lilly, D. K., 1987, "in lecture notes on turbulence", edited by J. R. Herring and J. C. McWilliams, pp. 171-218, World Scientific, USA.
- Lilly, D. K., 1992, "A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method", *Phys. Fluids A*, vol. 4(3), pp. 633-635.
- MacCormack, R. W., "The effect of viscosity hypervelocity impact cratering", *AIAA paper*, pp. 69-354, 1969.
- Matos, A., 1996, "Large-eddy simulation Simulação numérica de grandes escalas de escoamentos turbulentos em cavidades retangulares axisimétricas", Master of Science Dissertation, Federal University of Uberlândia, Brazil.
- Métais, O. e Lesieur, M., 1990, "Spectral and Large-Eddy Simulations of isotropic and stably-stratified turbulence", *J. Fluid Mech.*, vol. 239, pp. 157-194.
- Morales, R. E. M., 1996, "Simulação de Grandes Escalas da Convecção Mista sobre um Cilindro Rotativo Aquecido", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia - UFU.
- Morales, R. E. M., Balparda, A. e Silveira-Neto, A., 1998, Large-eddy simulation of combined convection around a heated rotating cylinder; artigo aceito para publicação no *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*.
- Pinho, F. A. A., 1996, Simulação numérica de grandes escalas de escoamentos turbulentos em cavidades retangulares bidimensionais, Master of Science.
- Piomelli, U., 1993, High Reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model, *Phys. Fluids A*, vol. 5(6), pp. 1484-1490.
- Silveira-Neto, A., Grand, D., Métais, O. and Lesieur, M., 1993, "A numerical investigation of the coherent structures of turbulence behind a backward-facing step", *Int. Journal of Fluid Mech.*, vol. 256, pp. 1-25.
- Smagorinsky, J., 1963, "General Circulation Experiments with Primitive Equations", *Mon. Weather Rev.*, vol. 91, pp. 99-164.
- Srredhar, M. e Ragab, S., 1994, "Large-eddy Simulation of longitudinal stationary vortices", *Phys. Fluid*, vol. 6(7), pp. 2501-2514.

ABSTRACT

In this work, the methodology of Large-Eddy Simulation and its principal characteristics are presented. Some explanation are also given about Direct Numerical Simulation. The need of turbulence modeling is shown. The differences between these two methodologies are explained. One specific case of LES application over a rectangular cavity is presented. In this example the process of temperature fluctuation damping was analysed.

APPLICATION OF A NON ISOTROPIC TURBULENCE MODEL TO STABLE ATMOSPHERIC FLOWS OVER 3D TOPOGRAPHY

Fernando T. Boçon

Dep. Engenharia Mecânica
Universidade Federal do Paraná
81531-990 - Curitiba - PR - Brasil

Clovis R. Maliska

Dep. Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina
88040-900 - Florianópolis - SC - Brasil

SUMMARY

A non-isotropic turbulence model is extended and applied to three dimensional stably stratified flows. The model is derived from the algebraic stress model (including wall proximity effects), but it retains the simplicity of the "eddy viscosity" concept of first order models. The "modified k-ε model" is implemented in a three dimensional numerical code. To evaluate the model, various steady state numerical solutions are compared with wind tunnel experiments which were conducted at the wind tunnel of Mitsubishi Heavy Industries, in Japan. Stably stratified flows over three distinct idealized complex topographies are studied. Vertical profiles of velocity and turbulent kinetic energy are shown and discussed. Also, comparisons are made against the results obtained with the standard k-ε model.

INTRODUCTION

Atmospheric boundary layer flows are object of intense study over the last years. A more comprehensive understanding of the complex phenomena involved in this particular type of flow is being sought, aiming the analysis of structural implications due to strong winds (neutral atmosphere), the pollutant dispersion under neutral or stable conditions and also for meteorological purposes. The phenomenal increase in computer power over the last two decades has led to the possibility of computing such flows by the integration of the (modeled, time-averaged) Navier-Stokes equations.

Raithby *et al* (1987) employed the k-ε model (with modification in the C_{μ} value) to calculate the neutrally buoyant flow over the Askervein hill, and compared their numerical results with the experiment made over the real terrain in Scotland. Dawson *et al* (1991) also used the k-ε model (with some modification in the constants of the dissipation equation) to simulate the flow and dispersion over Steptoe Butte (Washington, USA) under neutrally and stably stratified atmosphere. Their results were favorably compared with experimental data, indicating that mathematical models using the eddy viscosity assumption in the turbulence closure could be used to predict the flow and pollutant dispersion over complex terrain. Koo (1993) developed a non-isotropic modified k-ε model to account for different eddy diffusivities in the lateral and vertical directions in the atmosphere. His model is derived from the algebraic stress model and was applied in one-dimensional problems to predict the vertical profiles of velocity, potential temperature and turbulence variables for horizontal flow in a homogeneous boundary layer. Also, the model was applied in two-dimensional problems to simulate the sea breeze circulation and the manipulation of the atmospheric boundary layer by a thermal fence. Koo's model is similar to the level 2.5 model of Mellor and Yamada (1982). Recently, Castro and Apsley (1997) compared numerical (using a "dissipation modification" k-ε model, as named by the authors) and laboratory data for two-dimensional flow and dispersion over topography. Also, Boçon and Maliska (1997a, 1997b) extended the non-isotropic k-ε model of Koo (1993) to numerically simulate the flow and pollutant dispersion over complex idealized topography, under

neutral stratification. Computational results were compared with experimental data obtained from a wind tunnel simulation.

In the present work we extend the application of Koo's modified k-ε model to predict three-dimensional stably stratified flows over complex terrain. Our final objective is to calculate the dispersion of pollutants in the atmosphere. The task of computing the concentration field downstream from a pollutant source is obtained from the solution of the concentration equation. To do so, it's necessary firstly to calculate the velocity field and eddy viscosities in the region of interest.

FLOW MODELING

The governing equations for the flow are the conservation of mass, momentum and energy, written below in the usual tensor notation.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (-u'_j u'_i) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (-u'_j T') \quad (3)$$

where p is the pressure deviation with respect to the hydrostatic pressure. Primed variables denote turbulent fluctuations. As we are simulating wind tunnel flows, the Coriolis effect is neglected. Modeling of fluctuation terms are described in the next section.

TURBULENCE MODELING

In environmental flows the non isotropic character of turbulence is notable, specially in the case of dispersion of a scalar (pollutant) in the flow. For the case of stably stratified flows, for instance, vertical fluctuations are much inhibited due to buoyancy forces (arising from the positive vertical temperature gradient), while horizontal fluctuations are not. Even neutrally

stratified flows feature some anisotropy. So, it's not expected that isotropic turbulence models may well reproduce the non isotropic turbulent diffusion. However, standard k-ε model is successfully applied for environmental flows calculation where horizontal gradients (of velocity, temperature and turbulence variables) are smaller than the vertical gradients. In these situations, turbulent diffusion is significant only in the vertical direction, and an isotropic model can handle it appropriately. On the contrary, in the problem of pollutant dispersion from a point source, both vertical and horizontal concentration gradients are significant, so are the corresponding turbulent diffusion. For this situations, a better description of the anisotropy in turbulent exchanges is necessary.

In his Ph.D. thesis, Koo (1993) proposed a modification on the classic k-ε model, through use of algebraic stress model including wall proximity effects. The resulting model was compared to data and higher order simulations for one and two-dimensional atmospheric flows. The modified k-ε model reproduced well the observed behaviors.

In our work we extend the application of the Koo's modified k-ε model to three dimensional flow and to dispersion problems. A description of the turbulence model is given below. Detailed description of derivation of the model can be seen in Koo (1993). Following the Boussinesq's eddy viscosity concept, Reynolds stresses are related to the gradient of the velocity components as

$$-\overline{u_i' u_j'} = K_m^j \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (4)$$

where K_m^j is the turbulent eddy viscosity in the j direction. Analogously, turbulent heat exchange is expressed by

$$-\overline{u_j' T'} = K_h^j \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (5)$$

where K_h^j is the eddy diffusivity in the j direction. Eddy viscosities (for momentum) and eddy diffusivities (for energy) are expressed as functions of turbulent kinetic energy and its dissipation rate. For the vertical direction:

$$K_m^z = C_m \frac{k^2}{\epsilon} \quad (6)$$

$$K_h^z = C_h \frac{k^2}{\epsilon} \quad (7)$$

And for the horizontal directions:

$$K_m^x = K_m^y = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (8)$$

$$K_h^x = K_h^y = \frac{K_m^x}{Pr_t} \quad (9)$$

C_m and C_h are, respectively, the proportionality coefficients for eddy viscosity and eddy diffusivities in the vertical direction. They are defined by functions of flow structure (from the algebraic stress model). Pr_t is the turbulent Prandtl number (=0.5).

$$C_m = \frac{2}{3} \frac{(c_1 - 1)(E_7 - AG_H)}{E_4 + \frac{E_4 E_8}{C_{IT}} G_H - E_5 E_7 G_M + E_5 A G_H G_M} \quad (10)$$

$$C_h = \frac{2}{3} \frac{(c_1 - 1) + E_5 G_M C_m}{(c_{IT} + c_{IT}' f) E_4 + \left(\frac{2E_4 E_9}{E_{10}} + E_6 \right) G_H} \quad (11)$$

$$f = \frac{l}{k_v z} = \frac{C_\epsilon k^{3/2}}{k_v z \epsilon} \quad (12)$$

f is the wall function which reflects the effect of the ground proximity on the Reynolds stresses and turbulent heat flux, l is the turbulence length scale, k_v is the von Karman constant (=0.4), z is the distance from the ground and $C_\epsilon = 0.13$. Other constants in equations (10) and (11) can be found in Koo (1993).

The C_m is function of G_M , the production of turbulent kinetic energy by mean velocity shear

$$G_M = \left(\frac{k}{\epsilon} \right)^2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (13)$$

The C_h is function of G_H , the production (or destruction) of turbulent kinetic energy by buoyancy effects

$$G_H = g \beta \left(\frac{k}{\epsilon} \right)^2 \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (14)$$

Turbulent kinetic energy and its dissipation rate are computed from their well known prognostic equations:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{K_m^j}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P + G - \epsilon \quad (15)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{K_m^j}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\epsilon 1} (P + G) \frac{\epsilon}{k} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (16)$$

P is the production term due to mean velocity gradients

$$P = -\overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = K_m^j \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (17)$$

G is the production (or destruction) term due to buoyancy

$$G = g \beta \overline{w' T'} = -g \beta K_h^z \frac{\partial T}{\partial z} \quad (18)$$

Constants in equations (15) and (16) are those from the standard k-ε model ($C_\mu = 0.09$, $C_{\epsilon 1} = 1.44$, $C_{\epsilon 2} = 1.92$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\epsilon = 1.3$).

NUMERICAL METHOD

The finite volume method is employed to solve the governing equations, in a non-orthogonal, generalized curvilinear coordinate system. Co-located arrangement is used for variables storage in the grid, and the QUICK interpolation scheme with source deferred correction term Lien (1994) is applied on the convection terms, except for turbulence variables where a hybrid

scheme (WUDS of Raithby and Torrance, 1967) is adopted. Our own code NAVIER (1991) is used to solve the governing equations.

In order to verify grid dependent errors, the computations are made in a coarse and in a fine grid. Figure 1 illustrates one of the coarse grids used (inflow boundary at left). Coarse and fine grids are, respectively, 42x18x18 and 95x41x41. Only half domain is resolved, because of symmetry. Results for coarse and fine grids are nearly identical, as one can notice in figures 2, 3, 5 and 6 where vertical profiles of velocity and turbulent kinetic energy are shown.

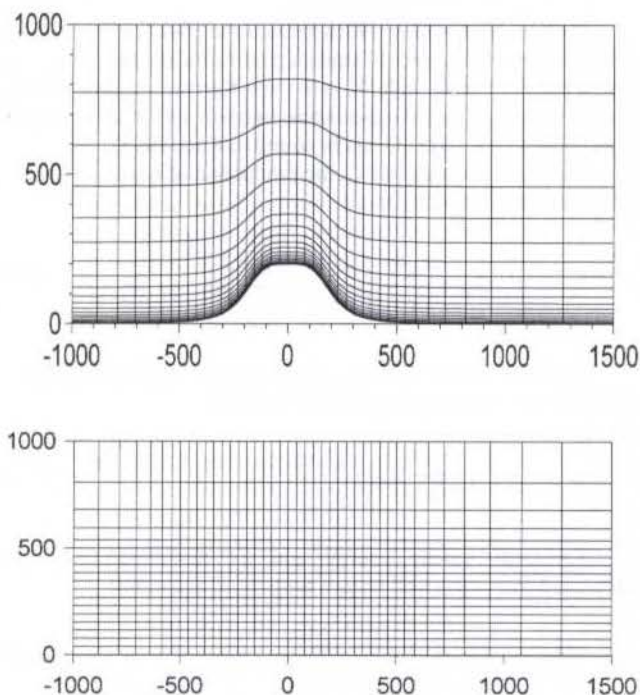


Figure 1 - Vertical (at the xz symmetry plane, above) and horizontal (below) views of the coarse grid for hill height 200mm (42x18x18 volumes)

To verify the model performance, in a first step, the above described modified k-ε model is applied to simulate wind tunnel experiments. A second series of tests, this time for a full scale experiment, will further be performed.

THE WIND TUNNEL EXPERIMENT

Pollutant dispersion wind tunnel experiments were conducted at the Mitsubishi Heavy Industries, in Nagasaki, Japan, 1991. A report containing the results was obtained directly from that company. Wind tunnel test section is 2.5m wide, 1m high and 10m long. Axisymmetric hills of different heights (0, 100 and 200mm), were positioned with the top located at (x,y)=(0,0). Hill shape can be seen in fig. 1. Streamwise direction is x, lateral is y and vertical is z. Source of tracer gas was positioned at (x,y,z)=(-500 mm, 0, 50mm) for hill heights 0 and 100mm, and at (x,y,z)=(-500mm, 0, 100mm) for hill height 200mm. Cases of neutral ($\Delta T = 0$, Pasquill class D) and stable atmosphere ($\Delta T = 20^\circ\text{C}$, Pasquill class E) were performed. Streamwise velocity, velocity fluctuations, temperature and concentration were measured at various locations.

NUMERICAL EXPERIMENTS AND BOUNDARY CONDITIONS

Three different wind tunnel experiments were computationally simulated. They are designated with a letter - indicating stability class - followed by a number indicating hill height in mm. Hill heights of 0, 100 and 200mm were simulated. Neutral flows (Pasquill class D) over these topographies were already numerically studied by Boçon and Maliska (1997a, 1997b). At this time, stably stratified flows (Pasquill class E) are considered. At the inflow boundary, velocity, temperature and turbulent kinetic energy are specified according to experimental measured values. As the dissipation rate of turbulent kinetic energy was not measured during the experiment, its inflow profile is calculated according to a prescribed turbulence length scale. For neutral boundary layer flows, this length scale increases linearly with the distance from the wall (height above the surface, in the present problems). However, in the case of stably stratified flows the turbulence length scale does not increase linearly with the height, but it is limited to a maximum value (Castro and Apsley, 1997).

$$l = \frac{k_v z}{1 + \frac{k_v z}{0.085L}} \quad (19)$$

where z is the distance from the ground, k_v is the von Karman constant ($= 0.4$) and L is the Monin-Obukhov length ($= 0.13\text{m}$), which was calculated from the experimental values of velocity and temperature near the ground.

Outflow conditions are that of zero-gradient for all variables. For velocity, lateral and upper boundaries are impermeable, with zero tangential stresses. For all other variables, lateral and upper boundary conditions are of zero-gradient. Symmetry conditions are applied at the boundary coincident with the plane of symmetry ($y = 0$).

Wall functions are invoked to apply boundary conditions appropriate to a rough wall ($z_0 = 1.5e-4 \text{ m}$) at the ground. Namely, diffusive fluxes of momentum and heat are related to the velocity and temperature at the volumes adjacent to the ground by (Launder and Spalding, 1974)

$$\frac{V_p}{u_*} = \frac{1}{k_v} \ln \left(\frac{E h_p u_*}{v} \right) \quad (20)$$

$$\frac{T_p - T_0}{T_*} = \frac{Pr_t}{k_v} \ln \left(\frac{F h_p u_*}{v} \right) \quad (21)$$

where the subscript p refers to the volumes adjacent to the ground, $E = 26$ and $F = 38.6$ (airflow over a smooth wall and $Pr_t = 0.5$). Turbulent kinetic energy and its dissipation rate are calculated at the volumes adjacent to the ground by assuming local equilibrium between production and dissipation.

RESULTS AND DISCUSSION

In order to better evaluate the modified (anisotropic) k-ε model, computations were also made using the standard model and are presented along with the experimental results.

Figures 2 and 3 show vertical profiles of the streamwise component (u) of velocity on the symmetry plane ($y = 0$) for the cases E100 and E200 (hill heights 100 and 200 mm respectively). For both cases, the modified and the standard

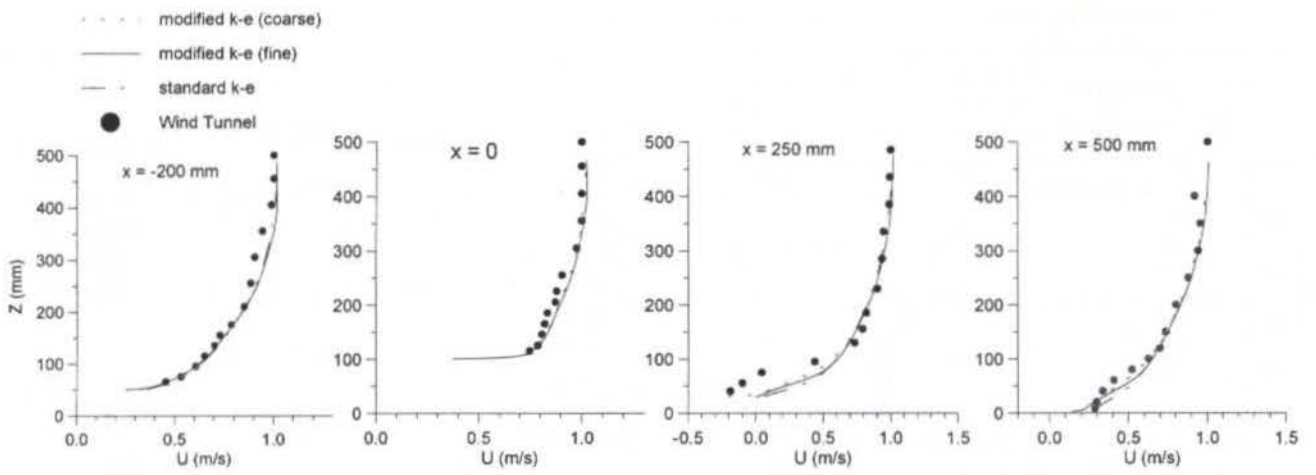


Figure 2 - Case E100 - vertical profiles of streamwise component of velocity (u) at the symmetry plane ($y = 0$) for different positions upstream and downstream the hill top ($x = 0$)

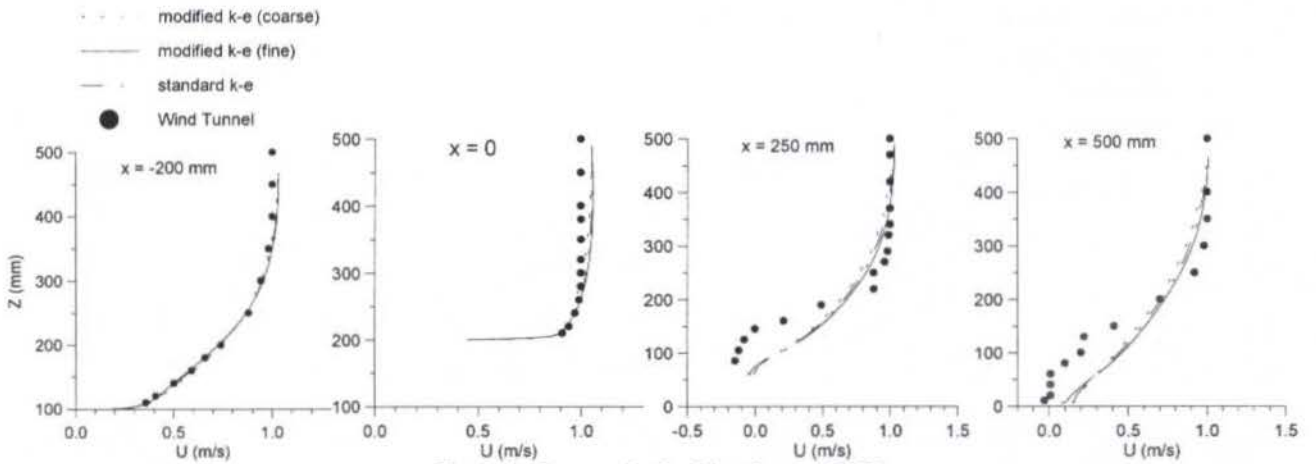


Figure 3 - Same as for fig. 3 but for case E200

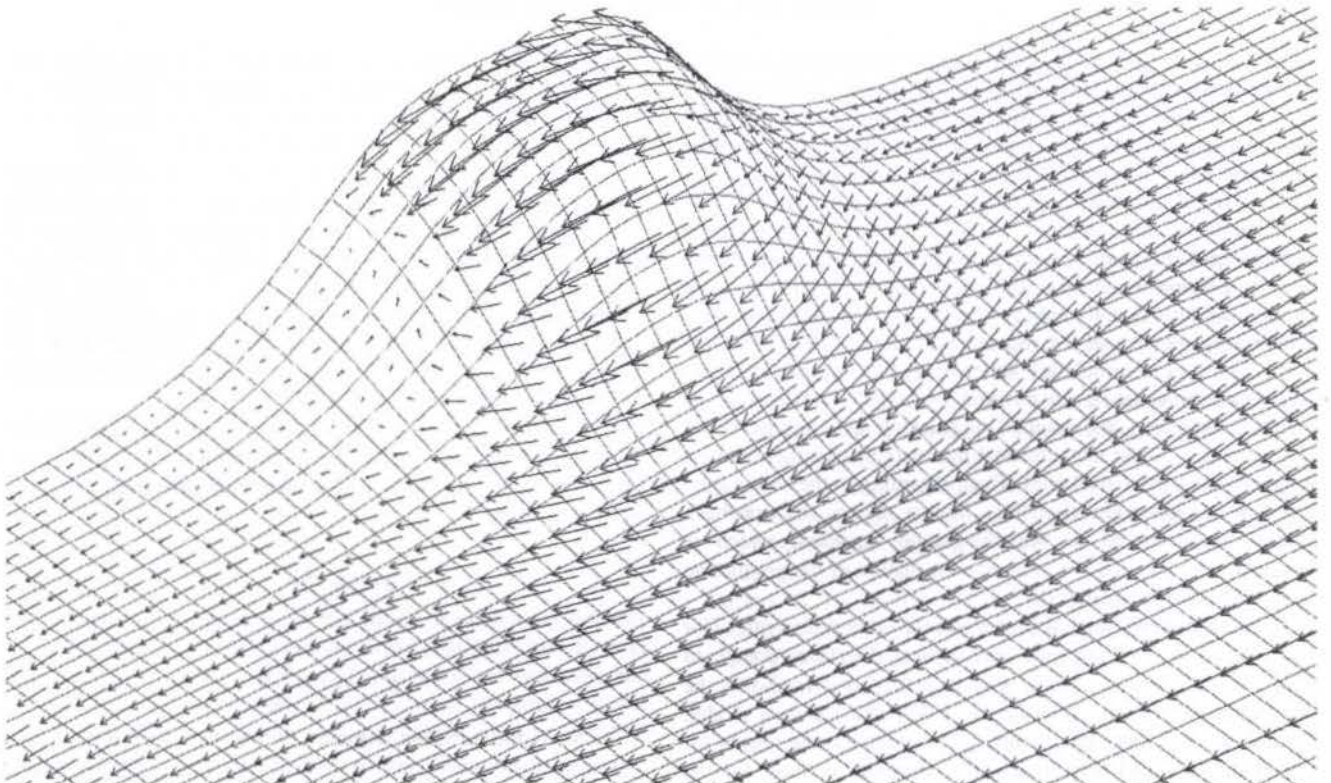


Figure 4 - Top view of velocity vectors 10 mm above the ground - case E200

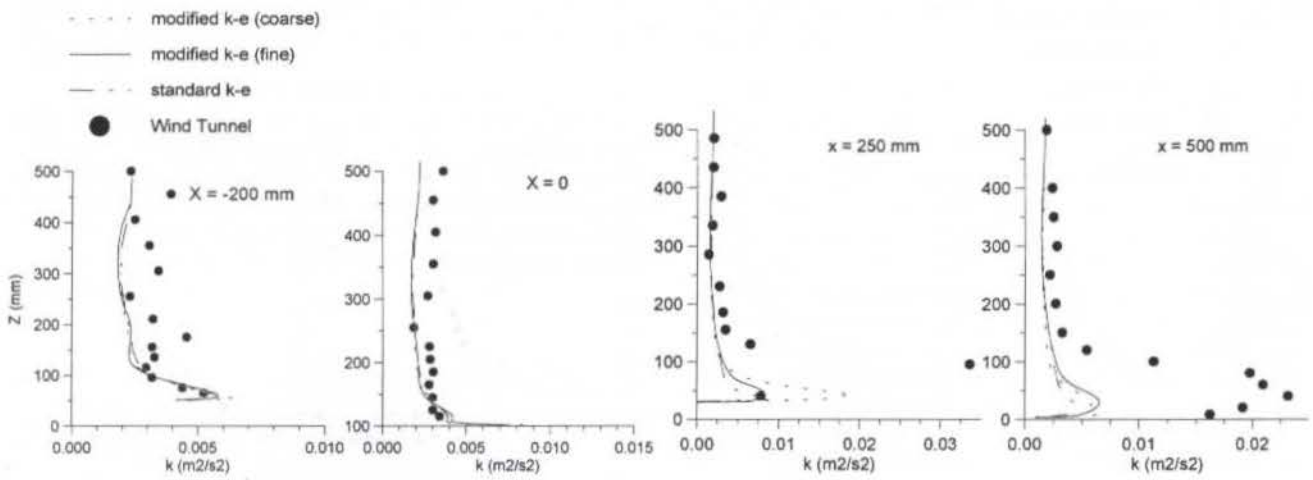


Figure 5 - Case E100 - vertical profiles of turbulent kinetic energy (k) at the symmetry plane ($y = 0$) for different positions upstream and downstream the hill top ($x = 0$)

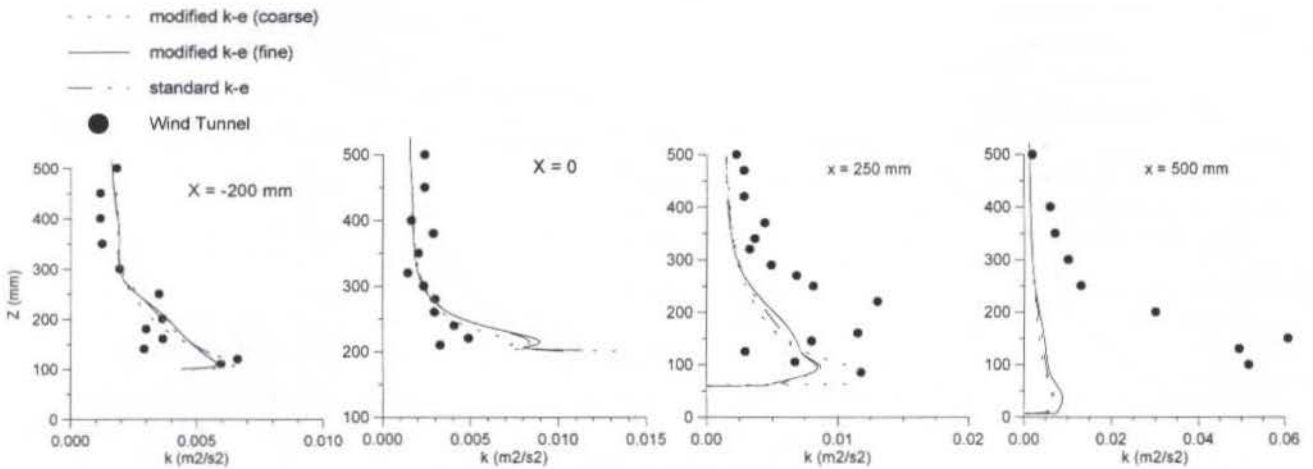


Figure 6 - Same as for fig. 5 but for case E200

models produced nearly the same velocity profiles. In case E200 the three dimensional open recirculation zone in the lee side of the hill was underestimated (by roughly 50%). Different inflow turbulent length scales were tested at inflow to verify a possible influence, but it was noticed that the flow after the hill top is essentially determined by local conditions. A possible explanation for this model defect would be that the pronounced velocity gradients in this region, due to the 3D open recirculation zone (see figure 4), increase the production of turbulent kinetic energy and consequently enhance the eddy viscosities there, thus diminishing the size of the recirculation. Figures 5 and 6 show vertical profiles of turbulent kinetic energy (k). For the case E200 (fig. 6) it seems that, at the position $x=300$ mm (which is in the recirculation zone), the level of turbulent kinetic energy is not overestimated by the mathematical model (although there are few experimental values available). Thus, regarding to the above cited problem of high eddy viscosities in that region, the drawback should be attributed to the dissipation equation, which is underestimating ϵ , and not to an overestimation of the production of turbulent kinetic energy (P).

Figure 7 shows vertical profiles of the eddy diffusivities (for momentum) in the horizontal and vertical directions computed with the modified anisotropic k - ϵ model. Also it is shown the eddy diffusivity (isotropic) calculated with the standard model. Despite the different vertical turbulent diffusivity, the results for the modified model were practically identical to those for the standard model. Velocity and turbulent kinetic energy were

almost not affected by the anisotropy in the eddy viscosities. This is explained by the fact that the vertical gradients for velocity and turbulent kinetic energy are not great, and turbulent diffusion is nearly the same for both isotropic and anisotropic models.

Although the anisotropy did not cause significant alterations in the flow results, this is not expected to be the case in the concentration calculation. In fact, dispersion is very sensitive to the lateral and vertical turbulent diffusion, which are the main mechanisms of the plume spread. For this reason, even in neutral atmospheres, the turbulence anisotropy is responsible for the different lateral and vertical spread rates. In a further work, the non isotropic modified model will be applied for the calculation of pollutant dispersion.

Figure 8 shows vertical profiles of eddy diffusivities for turbulent mass transfer. In the modified k - ϵ model, the mass diffusivities for the vertical and horizontal directions are given respectively by

$$K_c^z = C_c \frac{k^2}{\epsilon} \quad (22)$$

$$K_c^x = K_c^y = \frac{K_m^x}{Sc_t} \quad (23)$$

Sc_t is the turbulent Schmidt number ($= 0.7$) and C_c is the proportionality coefficient of vertical eddy diffusivity for scalars, a function of the mean velocity shear (G_M), buoyancy effects (G_H)

and wall proximity (f), above defined. Panofsky (1984) recommends the application of the same eddy diffusivities for all scalars, in the absence of better information. Thus we take

$$C_c = C_h \quad (24)$$

where C_h is the proportionality coefficient for turbulent heat diffusion in the vertical direction, given by (11).

For the standard model, the eddy diffusivity (isotropic) for the concentration is given by the usual relation

$$K_c = \frac{K_m}{Sc_t} \quad (25)$$

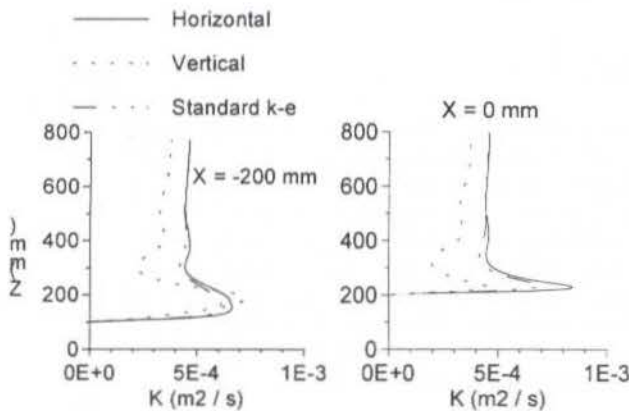


Figure 7 - Case E200 - Profiles of eddy diffusivity for momentum

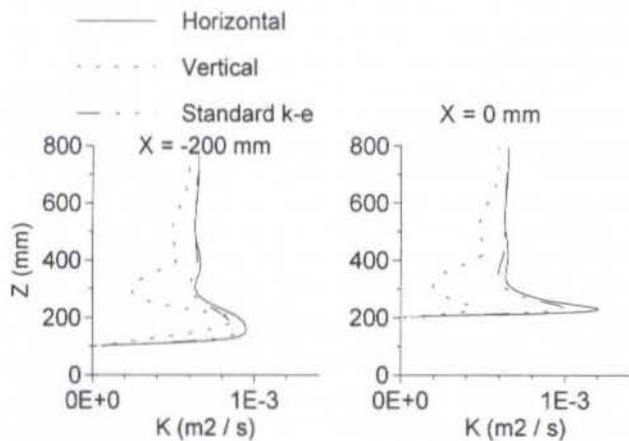


Figure 8 - Case E200 - Profiles of eddy diffusivity for concentration

CONCLUSIONS

A modified non-isotropic $k-\epsilon$ model is applied to simulate three dimensional stably stratified flows (Pasquill class E) over an idealized complex terrain. The results for velocity and turbulent kinetic energy are similar to those obtained with the standard model, because the vertical gradients of these variables

are not great, resulting nearly the same turbulent diffusion for both the standard (isotropic) and the modified (non isotropic) $k-\epsilon$ models. The agreement against the wind tunnel results is in general good for the velocity profiles and reasonable for the turbulent kinetic energy. In the recirculation zones, the eddy viscosities are overestimated and thus the size of the recirculation is underpredicted.

ACKNOWLEDGMENTS

We are grateful for the financial support provided by CNPq and CAPES.

REFERENCES

- Boçon, F. T. and Maliska, C. R., 1997a, "Numerical Modelling of Flow Over Complex Terrain", *Proceedings, XVIII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*, Brasília - DF, published in CD-ROM.
- Boçon, F. T. and Maliska, C. R., 1997b, "Numerical Modelling of Flow and Dispersion Over Complex Terrain", *Proceedings, XIV Brazilian Congress of Mechanical Engineering*, ABCM, Bauru-SP, p. 211-218.
- Castro, I.P. and Apsley, D.D., 1997, "Flow and Dispersion Over Topography: A Comparison Between Numerical and Laboratory Data for Two-Dimensional Flows", *Atmospheric Environment*, vol. 31, no 6, pp. 839-850.
- Dawson, D., Stock, D.E. and Lamb, B., 1991, "The Numerical Simulation of Airflow and Dispersion in Three-Dimensional Atmospheric Recirculation Zones", *J. Applied Meteorology*, vol. 30, pp. 1005-1024.
- Koo, Y.S., 1993, "Pollutant Transport in Buoyancy Driven Atmospheric Flows", Ph.D. Thesis, The Louisiana State University and Agricultural and Mechanical Col.
- Launder, B. E. and Spalding, D. B., 1974, **Mathematical Models of Turbulence**, Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science and Technology, Academic Press, Londres.
- Lien, F.S. and Leschziner, M.A., 1994, "Upstream Monotonic Interpolation for Scalar Transport With Application to Complex Turbulent Flows", *Int. J. For Numerical Methods in Fluids*, vol. 19, pp. 527-548.
- Mellor, G.L. and Yamada, T., 1982, "Development of a Turbulence Closure Model for Geophysical Fluid Problems", *Reviews of Geophysics and Space Physics*, vol. 20, no 4, pp. 851-875.
- NAVIER, 1991, **Desenvolvimento de Códigos Computacionais para Solução de Problemas de escoamentos de Alta Velocidade** - Relatório preparado para o Instituto de Atividades Espaciais do Centro Técnico Aeroespacial - UFSC - Dep. Eng. Mecânica - Parte VII.
- Panofsky, H. A., Dutton, J. A., 1984, **Atmospheric Turbulence - Models and Methods for Engineering Applications**, John Wiley & Sons, New York.
- Raithby, G.D. and Torrance, K.E., 1967, "Upstream-Weighted Differencing Schemes and Their Application to Elliptic Problems Involving Fluid Flow", *Computer and Fluids*, vol. 2, pp. 12-26.
- Raithby, G. D., Stubble, G. D., and Taylor, P. A., 1987, "The Askervein Hill Project: A Finite Control Volume Prediction of Three-Dimensional Flows over the Hill", *Boundary-Layer Meteorology*, v. 39.

THE SIMULATION OF VORTEX SHEDDING FROM AN OSCILLATING CIRCULAR CYLINDER WITH LARGE EDDY SIMULATION

Julio R. Meneghini (1)

Fábio Saltara (1)

Cesareo L. R. Siqueira (2)

(1) Dep. de Engenharia Mecânica - EPUSP

(2) Dep. de Engenharia Naval - EPUSP

05508-900 - São Paulo - SP - Brasil

SUMMARY

The interaction between cylinder oscillation and the shedding of vortices is investigated numerically in this paper. The near wake structure is presented for different values of reduced velocity of a circular cylinder free to oscillate transversely. The method used for the simulation is based on the Vortex-in-Cell formulation incorporating viscous diffusion. The calculations are carried out on an unstructured mesh, using the finite-volume technique to solve de Poisson equation for the stream-function and the diffusion equation for the vorticity. Large Eddy Simulation (LES) is used. As the wake is turbulent and the boundary-layer is laminar for the Reynolds number of our simulations ($Re = 1000$), the Van Driest wall-damping function is employed coupled with the Smagorinsky model. It is known that the high amplitude oscillations that happen in the lock-in region increase the correlation of vortex shedding along the cylinder axis. Due to it, two-dimensional numerical simulations should be reliable to analyse the wake structures and induced vibrations.

INTRODUCTION

Many investigations of the effect of transverse oscillations on vortex shedding can be found in the literature. It is observed that sinusoidal transverse oscillations are characterised by the capture of the vortex shedding frequency by the oscillation frequency over a range of cylinder oscillation amplitudes. This phenomenon is called *lock-in*. Meneghini, Siqueira and Bearman (1997) investigated square, saw-tooth and parabolic wave forms of cylinder transverse oscillations, and found that only for a parabolic wave did *lock-in* occur in a similar way to that observed with sinusoidal oscillation.

With a cylinder free to oscillate, the *lock-in* phenomenon is characterised by the capture of the vortex shedding frequency by the natural frequency of the cylinder, over a range of reduced velocities. Excellent reviews about the subject can be found in Sarpkaya (1979) and Bearman (1984). Results by Brika and Laneville (1993), Khalak and Williamson (1996), and Parra (1996) show that in the region of *lock-in* large amplitudes of oscillation are observed for high mass parameter values, i.e. when the density of the fluid is of the same order of magnitude as the cylinder mass. Brika and Laneville showed that two different modes of vortex shedding were observed in their experiments. Albeit their investigation were carried out with a flexible cylinder, similar results were obtained by Khalak and Williamson for a rigid cylinder free to oscillate transversally and with a very low damping parameter. Their experimental results showed the presence of two modes of vortex shedding: one related to a high amplitude of oscillation and designated by Khalak and Williamson as the upper branch, and another mode related to a lower amplitude and referred as the lower branch.

Numerical simulations by Meneghini, Saltara and Bearman (1997) gave amplitude results very similar to those obtained by the simulations of Newman and Karniadakis (1997) using a 3D-spectral element method and where a flexible cable was studied. The range of the *lock-in* region and the frequency of the induced

vibration obtained by Meneghini et. al are similar to the experimental results, but produced smaller amplitudes than the expected values. It seems that only the lower branch of amplitudes is picked up by the numerical simulations. Similar results were obtained by Newman and Karniadakis when the flexible cable was constrained to oscillate only in the transverse direction and there was a finite structural damping.

The reason why only the lower branch is present in the simulations are not yet known and possible ways of inducing the upper branch of amplitudes are under investigation. Newman and Karniadakis results had a high amplitude only when the structural damping parameter was set to zero and the cylinder was free to oscillate in all directions. This is very close to reality for the flexible cylinder case, but for a rigid two-dimensional cylinder there will always be at least a small structural damping. In both papers dealing with numerical simulations, they carried out for a Reynolds number equal to 200 and showed only one mode of vortex shedding, and this mode corresponding to the lower amplitude branch in the amplitude versus reduced velocity curve. It is interesting to notice that in the numerical simulations a 2S mode (two vortices with opposite circulation are shed per cycle) was observed. However, the experimental results by Brika and Laneville and those by Khalak and Williamson showed a 2P mode (two pairs of vortices shed per cycle) for the lower amplitude branch.

The main objective of this work is to investigate the possibility of a Reynolds (Re) number influence on the mode of vortex shedding for this lower branch of amplitudes. In this paper the vortex shedding from a rigid-two dimensional circular cylinder free to oscillate transversally is investigated numerically. The results are compared with the experimental data obtained by Parra (1996), and Khalak and Williamson (1996). Their results are both for rigid cylinders, as in our investigation.

Simulations with turbulence models are presented to check the Re number influence. Large Eddy Simulation (LES) is used. As the wake is turbulent and the boundary-layer is laminar in the

range of Reynolds number of our simulations ($200 < Re < 1000$), the Van Driest wall-damping function is employed coupled with the Smagorinsky model. It is known that the high amplitude oscillations that happen in the lock-in region increase the correlation of vortex shedding along the cylinder axis. With this consideration, two-dimensional numerical simulations should be reliable in terms of analysing flow details and wake structures in the *lock-in* regime. The method used for the simulations is based on the Vortex-in-Cell formulation incorporating viscous diffusion. The Navier-Stokes equations are solved using the operator-splitting technique, where convection and diffusion of vorticity are treated separately. Diffusion is solved using a Finite Volume Method based on a non structured mesh.

NUMERICAL METHOD

The two-dimensional Navier-Stokes equations in vorticity - velocity formulation, for a turbulent flow, can be written as:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_{eff} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_{eff} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{\partial \omega}{\partial x} \quad (3)$$

where ν_{eff} is the kinematic effective viscosity, given by the sum of the molecular viscosity (ν), and the eddy viscosity (ν_t):

$$\nu_{eff} = \nu + \nu_t \quad (4)$$

The eddy viscosity, according to the Smagorinsky model modified by the Van Driest damping formulation is given by:

$$\nu_t = \left[C_s \Delta \left(1 - e^{-\frac{\gamma}{25}} \right) \right]^2 \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (5)$$

where Δ is a dimension typical of the mesh. In our case, we chose to make Δ^2 equal to the volume connected to each node. Details about the LES formulation and Smagorinsky model can be found in Okajima (1995). The value of C_s used in the simulations is equal to 0.15.

Following Graham (1988), equation 1 is solved using the operator-splitting technique, where convection and diffusion of vorticity are treated separately:

$$\left[\frac{\partial \omega}{\partial t} \right]_{convection} = -u \frac{\partial \omega}{\partial x} - v \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (6)$$

$$\left[\frac{\partial \omega}{\partial t} \right]_{diffusion} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_{eff} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_{eff} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \quad (7)$$

The convection part is modelled assuming that the vorticity field ω is carried on a large number of discrete vortices. The vorticity is represented by a distribution of discrete vortices in the form:

$$\omega(x, y, t) = \sum_{k=1}^{N_V} \Gamma_k \delta(x - x_k(t)) \delta(y - y_k(t)) \quad (8)$$

There Γ_k is the circulation of the k th point vortex, and δ is the Dirac function. The diffusion part of equation 1, which is given in equation 7, and the Poisson equations for the velocities u and v are solved by a finite volume technique developed by Baliga and Patankar (1983) using the Crank-Nicholson scheme, on the same unstructured triangular mesh used for convection. The solution of equation 7 gives the change in vorticity due to diffusion at every mesh point. The change in vorticity is projected on to a point vortex in a similar manner as used by the area weighting scheme. The convection part of the Navier-Stokes equations is satisfied by convecting the point vortices in a Lagrangian way. The velocity components of the k th discrete vortex are found by interpolation of the velocities in the three mesh points surrounding this vortex. After the vortices are convected, the vorticities of the mesh nodes are calculated through an area weighting scheme carried out on the triangles of the mesh. The main difficulty with the vorticity - velocity formulation is in the definition of the boundary condition for the vorticity on the wall. First of all, when we have a viscous flow, the velocity field can be considered as being the sum of a velocity field induced by the vorticity, given by the Biot-Savart law, and a velocity field given by the Potential ϕ . In two dimensions, we can write:

$$\vec{u} = \vec{u}_\omega + \vec{u}_p \quad (9)$$

$$\text{where: } \vec{u}_\omega = -\frac{1}{2\pi} \int_V \frac{\vec{\omega} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^2} dV \quad \text{and} \quad \vec{u}_p = \nabla \phi \quad (10)$$

Through the vorticity field we can evaluate the vorticity induced velocity for each mesh point located on a solid body. Once this has been done, the velocity potential can be evaluated through:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (11)$$

using, as boundary condition to avoid flow through the wall:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -\vec{u}_\omega \cdot \vec{n} \quad (12)$$

The boundary condition for the far field is given by the potential due to the free-stream velocities U_0 and V_0 . Laplace equation 11 can be solved by the finite-volume unstructured method in the same way as the Poisson equations 2 and 3, and the diffusion equation 7. The tangential velocities of the mesh points located on the body wall are given by:

$$u_s = (\vec{u}_p + \vec{u}_\omega) \cdot \vec{s} \quad (13)$$

But the no-slip condition requires that those velocities must be zero all over the body. If we think that each node has a volume (in two dimensions, an area) related to it, the node vorticity multiplied by this volume gives the node circulation. In order to have the no-slip condition satisfied, to this circulation must be added the quantity $\Delta \Gamma$ given by:

$$\Delta \Gamma = -u_s \Delta s \quad (14)$$

where Δs is the surface of the node volume that lies on the wall. This is accomplished solving the diffusion equation 7 with the wall boundary condition:

$$\frac{\partial \omega}{\partial n} = \frac{u_s}{v \Delta t} \quad (15)$$

On the far field we consider as boundary condition for equation 7 that $\omega = 0$. Once the diffusion equation has been solved, the Poisson equations for the velocities are solved considering no-slip condition on the wall, and that the velocities in the far field are U_0 and V_0 . When calculating the tangential velocities, a condition related to the overall conservation of circulation should be enforced. For a viscous fluid in an unbounded domain, we have:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 0 \quad (16)$$

As vorticity (or circulation) is only produced on the body wall, the sum of all $\Delta\Gamma$ related to the wall nodes must be zero. So, we have that, on the body wall:

$$\oint_s u_s ds = 0 \quad (17)$$

This condition can be also verified through the Navier-Stokes equation written in local coordinates. It is easy to verify that, on the body wall:

$$\frac{\partial p}{\partial s} = \mu \frac{\partial \omega}{\partial n} \quad (18)$$

Integrating over the body surface and using equation 15, we arrive to the result of equation 17. Once the velocity field is known, the change in vorticity of each mesh node is multiplied by the volume related to this node, giving, in two dimensions, a change in circulation that must be added to the circulation of the point vortices that are near the node. If there is not any point vortex near the node, a new one is created. Vortices are then convected, and their new positions are calculated. The new vorticity field is then calculated through an area weighting scheme that relates the vorticity of the three nodes of a triangle with the vorticity of the vortices that are inside it. The area weighting scheme conserves circulation and momentum.

CYLINDER OSCILLATIONS

The cylinder oscillations can be described by the equation:

$$\ddot{Y}_b + 4\pi\zeta \sqrt{1 + \frac{1}{m^*}} \dot{Y}_b + 4\pi^2 \left(1 + \frac{1}{m^*}\right) Y_b = C_L \frac{2V_r^2}{\pi m^*} \quad (19)$$

where m^* , the mass parameter, the reduced velocity, V_r , and non-dimensional displacement, Y_b , are given by:

$$m^* = \frac{4m}{\rho\pi D^2}, \quad V_r = \frac{U_0 T_n}{D}, \quad \text{and} \quad Y_b = \frac{y_b}{D} \quad (20)$$

This equation was solved for $m^* = 3.3$ and $\zeta = 0.003939$, corresponding to the values of the experiment of Khalak and Williamson (1996). The drag and lift forces can be calculated integrating the shear stress and pressure on the cylinder wall. The shear stress can be calculated from the vorticity at the wall, and the pressure field can be obtained from the Poisson equation for the Pressure. The boundary conditions are $p = 0$ at the far field and, and on the solid wall is given by the tangential gradient of vorticity. Equation (19) must be solved at each time step through a Euler or Runge-Kutta scheme in order to know the cylinder displacement and the y component of the free-stream velocity.

DISCUSSION OF RESULTS AND CONCLUSIONS

In the numerical results shown in this paper, $Re = 1000$, with the Reynolds number defined in terms of cylinder diameter (D) and free stream velocity (U), $Re = UD/\nu$. The mesh used in the simulations is shown in figure 1. There are about 10 points in the boundary layer with this mesh. A non-dimensional time step, Ut/D , equal to 0.005 has been used. Lift and drag coefficients, for the case of a fixed circular cylinder at a Reynolds number equal to 1000, are shown in figure 2. The wake structure, represented by the point vortices, is shown in figure 3. Some results for $Re = 200$ are also shown in this paper, using a similar vortex code but with a structured polar mesh employed.

In the simulations for $Re = 1000$ vortex shedding occurs with a Strouhal number of about 0.2. This value is very close to those observed in experiments for Re between 200 and about 2×10^5 . The non-dimensional parameters m^* , ζ and V_r in the simulations have been kept equal to those measured in the experiments of Khalak and Williamson (1996), i.e. $m^* = 3.3$ and $\zeta = 0.003939$. It should be noted that in the experiments the frequency used in V_r is the frequency measured in still water and not the true natural frequency. Hence, in the presentation of the computational results, the frequency employed in V_r is also the one that relates to small amplitude oscillations in still water.

Simulations have been carried out for values of reduced velocity, V_r , from 2.0 to 14.0. The cylinder was kept fixed until $UT/D = 50$, when it was released to oscillate transversally to the free stream. In figures 4, and 6 force time histories and cylinder displacements are shown for V_r equal to 5.75, and 6.0, respectively. The highest amplitude of oscillation occurred for a reduced velocity equal to 5.75, and this is also the reduced velocity for the highest value of the mean drag coefficient. As the reduced velocity is increased above this value, the phase angle by which the lift coefficient leads the cylinder displacement changes dramatically as the reduced velocity varies from 5.0 to 13.0. This result has been observed in experiments, and also in simulations where the cylinder is forced to oscillate (Meneghini and Bearman (1995)). Plots of the wake structure for these cases are shown in figures 5, and 7.

The wake structure for V_r equal to 5.75 (figure 5) is clearly a 2S mode and the wake exhibits a large lateral spacing. The wake shown in figure 7 is a 2P mode. It is interesting to see that for $Re = 200$, the simulations by Meneghini et. al (1997), and Newman and Karniadakis (1995) showed only 2S mode throughout the V_r range from 3 to 12. Figure 8 shows the wake obtained by Meneghini et. al (1997) for $V_r = 5.0$, with a 2S mode shown.

The maximum amplitude, non-dimensionalised with the cylinder diameter ($D = 2.0$ in our simulations), versus the reduced velocity is plotted in the graph shown in figure 9. The experimental results by Parra (1996) and Khalak and Williamson (1996) are also shown and compared with the present simulations and with those for $Re = 200$.

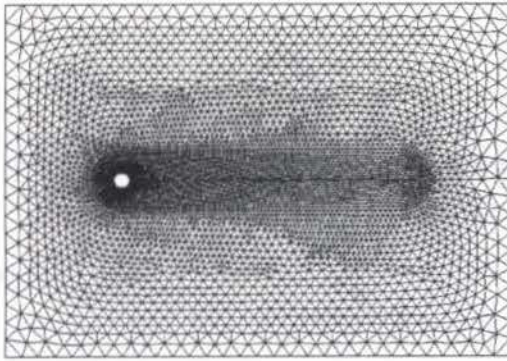


Figure 1. Mesh used for the simulations of $Re = 1000$, 27062 elements, and 13696 nodes.

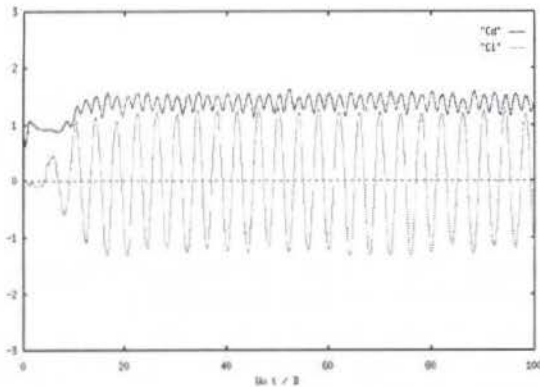


Figure 2. Force coefficients for $Re = 1000$, fixed cylinder.

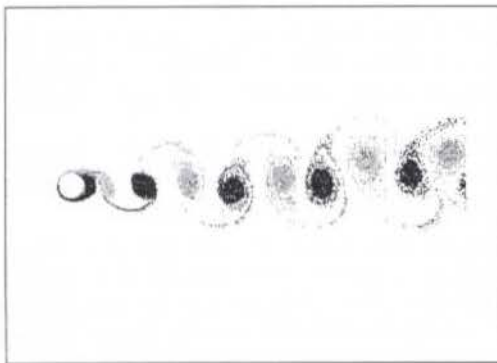


Figure 3. Wake structure for $Re = 1000$, fixed cylinder.

As can be noticed, the maximum amplitude from the simulations is considerably lower than those found in the experiments. The reason for this disagreement is not yet known. The explanation could be related to the difference in Reynolds number in the experiments and in our simulations. The experimental cases are for Re of about 10^4 . Even though, there was a slight increase for the maximum amplitude for $Re = 1000$ compared to the amplitude for $Re = 200$, the difference is still notable. Newman and Karniadakis (1997), in a recent paper, argued that they obtained for a flexible cylinder an amplitude of the same order of the cylinder diameter only when the structural

damping was set to zero and the cylinder was free to oscillate in any direction.

Brika and Laneville (1993) and Khalak and Williamson (1996) have shown from experiments that there may be two possible values for the maximum amplitude associated with either an upper or a lower branch to the amplitude versus reduced velocity curve. Also there is known to be a hysteresis associated with moving between these two branches. It is interesting to note that the maximum amplitude for their lower branch is about 0.6, which is similar to the maximum value computed here. Brika and Laneville (1996) suggested that the mode of shedding is different in the two branches and, following the nomenclature of Williamson and Roshko (1988), find the 2P mode in the lower branch and the 2S mode in the upper branch. In the 2S mode two vortices are generated per oscillation cycle and in the 2P mode two vortex pairs are formed per cycle. It seems that in the simulations presented in this paper the reason for the appearance of the 2P mode is due to the higher Reynolds number ($Re = 1000$) than the previous simulations ($Re = 200$). Increasing the Reynolds number from 200 to 1000, probably moves the separation point a few degrees downstream on the wall of the cylinder. The angle that the shear layer separates from the cylinder is affected by the Reynolds number and this effect coupled with the value of reduced velocity for the particular case controls which mode of vortex shedding occurs. The experimental results from Khalak and Williamson (1996) and Parra (1997) which also showed a 2P mode for the lower branch were performed for a range of $Re > 10^4$.

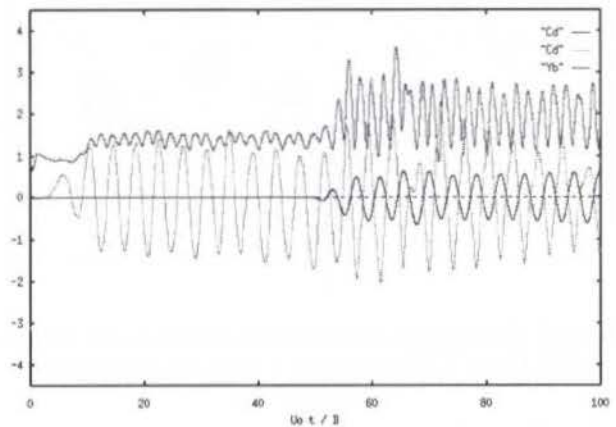


Figure 4. Force coefficients for $Re = 1000$, cylinder free to oscillate, $V_r = 5.75$.

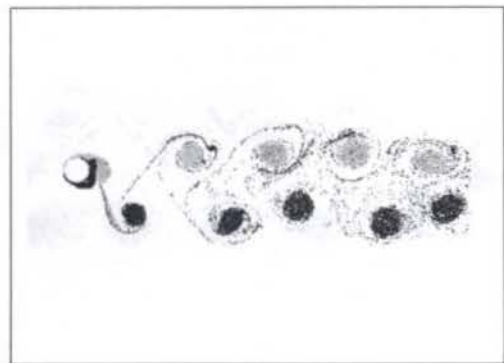


Figure 5. Wake structure for $Re = 1000$, cylinder free to oscillate, $V_r = 5.75$.

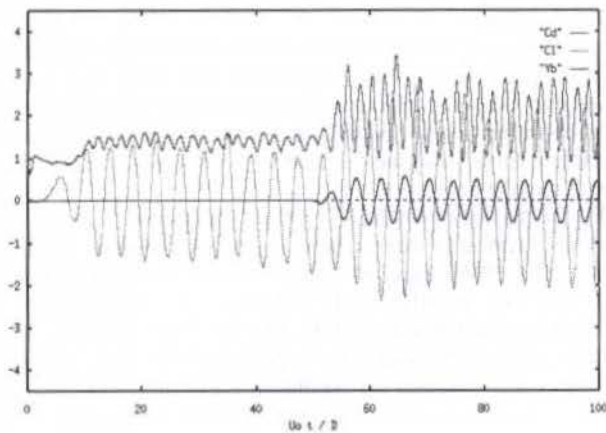


Figure 6. Force coefficients for $Re = 1000$, cylinder free to oscillate, $V_r = 6.0$.

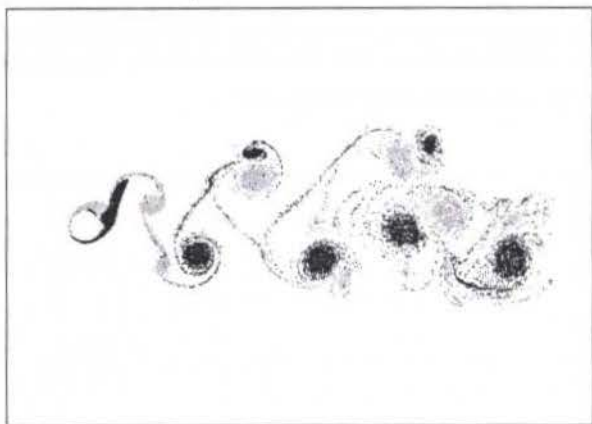


Figure 7. Wake structure for $Re = 1000$, cylinder free to oscillate, $V_r = 6.0$. Figure 8. Wake structure for $Re = 200$, cylinder free to oscillate, $V_r = 5.0$.

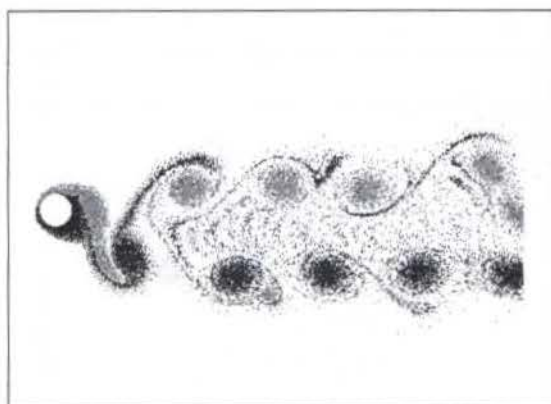


Figure 8. Wake structure for $Re = 200$, cylinder free to oscillate, $V_r = 5.0$.

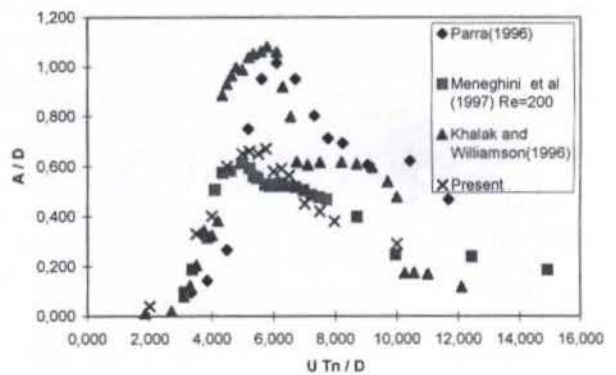


Figure 9. Amplitude versus Reduced Velocity results. The present simulations ($Re = 1000$) are indicated by 'x'.

REFERENCES

- Baliga, B.R., and Patankar, S.V., 1983, "A Control Volume Finite-Element Method for Two-Dimensional Fluid Flow and Heat Transfer", *Numerical Heat Transfer*, vol. 6, pp. 245-261.
- Bearman, P.W. 1984 "Vortex Shedding from Oscillating Bluff Bodies", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 16, 195-222.
- Blevins, R.D., 1990, "Flow-Induced Vibration", Van Nostrand Reinhold, New York, Second Edition.
- Brika, D. and Laneville, A., 1993, "Vortex Induced Vibrations of a long flexible circular cylinder", *J. Fluid Mechanics*, vol. 250, pp. 481-508.
- Feng, C.C., 1968, "The Measurement of Vortex-Induced effects in Flow past Stationary and Oscillating Circular and D-Section Cylinders", M.A.Sc. Thesis, University of British Columbia,.
- Graham, J.M.R., 1988, "Computation of Viscous Separated Flow Using a Particle Method", *Numerical Methods in Fluid Mechanics*, vol. 3, Oxford University Press, pp. 310-317.
- Khalak, A., and Williamson, C. H. K., 1996, "Dynamics of a hydroelastic cylinder with very low mass and damping", accepted for publication in the *J. Fluids and Structures*.
- Meneghini, J.R., Saltara, F., and Bearman, P.W., 1997, "Numerical Simulation of vortex shedding from an Oscillating Circular Cylinder", Proc. of the 8th Int. Conf. On Computational Methods and Experimental Measurements, Rhodes, Greece.
- Meneghini, J.R., Siqueira, C., and Bearman, P.W., 1997, "Numerical Simulation of the Effect of Wave Form and Sudden Transverse Displacement on Vortex Shedding from a Circular Cylinder", Paper AIAA 97-2006.
- Newman, D.J. and Karniadakis, G.E., 1995, "Direct Numerical Simulations of flow over a flexible cable", Flow-Induced Vibrations, ed. P.W. Bearman, A.A. Balkema.
- Newman, D.J. and Karniadakis, G.E., 1997, "A direct numerical simulations study of a flow past a freely vibrating cable", *J. Fluid Mech.*, vol. 344, pp. 95-136.
- Okajima, A., 1995, "Numerical Analysis of the Flow around an Oscillating Cylinder", Flow Induced Vibration, ed. P.W. Bearman, Balkema, Rotterdam.
- Parra, P. H. C. C., 1996, "Modelo Semi-empírico de

Vibração Induzida por Vortex Shedding", *MSc Thesis*, USP, Brazil.

Sarpkaya, T. 1979 "Vortex-induced oscillations". ASME *Journal of Applied Mechanics*, 46, pp. 241-258

Williamson, C. H. K., and Roshko, A. 1988 Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. *J. Fluids and Structures* 2, 355-381

ACKNOWLEDGMENTS

The authors are grateful to FAPESP, PETROBRAS, and CNPq for providing them a grant for this project.

TRANSITION TO TURBULENCE
 OF LOW AMPLITUDE THREE-DIMENSIONAL DISTURBANCES
 IN FLAT PLATE BOUNDARY LAYERS

Marcello A. Faraco de Medeiros

Departamento de Engenharia Mecânica

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

Av. Dom José Gaspar, 500, Belo Horizonte, 30535-610 - MG - Brazil

e-mail: marcello@mea.pucminas.br

SUMMARY

This paper presents results of an experimental study of the nonlinear evolution of a three-dimensional Tollmien-Schlichting wavetrain excited by a harmonic point source in a flat plate boundary layer. The three-dimensional wavetrains behaved very differently from two-dimensional ones. In particular, the first sign of nonlinearity to appear was not a subharmonic mode, but a mean flow distortion. This distortion had a spanwise structure consisting of regions of positive and negative mean distortion distributed like longitudinal streaks, which became more complex as the nonlinearity developed. The observations suggest that the early stages of the nonlinear interaction may be explained by a weakly nonlinear mechanism. The subsequent stages seem to involve mechanisms that are as yet not known.

INTRODUCTION

Owing to its importance in fundamental and applied fluid mechanics, the laminar turbulent transition has attracted the attention of many researchers. Over the years many aspects of the phenomenon have been understood, but there are still important areas where further research is needed. Among the less researched areas is the so called natural transition. This area is concerned with the transition process that originates from random disturbances that are always present in natural conditions. Recent studies (Gaster 1978, Shaikh 1997, Medeiros & Gaster 1997, Medeiros & Gaster 1998) have shown that the transition that is observed in such environments display some features that are not observed when the most commonly studied case of periodic plane disturbances are used to drive the process.

It appears that the streamwise modulation and the three-dimensionality that characterise the natural transition give rise to nonlinear interactions that do not occur for regular plane wavetrains. The cited previous works have studied either wavepackets or white noise which display the combined effects of streamwise modulation and three-dimensionality. The complexity of the nonlinear interaction observed has made it difficult to interpret the results.

At first it appeared that the important ingredient was the streamwise modulation, rather than the spanwise modulation, that is, the three-dimensionality (Gaster 1984, Medeiros & Gaster 1994, Medeiros & Gaster 1995). However numerical simulations of two-dimensional wavepackets by Medeiros (1996) have shown that spanwise modulation is essential to the process. The current paper focuses on the effect of three-dimensionality alone by investigating the nonlinear evolution of a wavetrain emanating from a point source. Preliminary results of this investigation have been presented by Medeiros (1996, 1997, 1998)

Investigations of three-dimensional wavetrains

in shear layers have also been carried out by other researchers (Kachanov 1985, Mack 1985, Seifert 1990, Seifert & Wignanski 1991, Wiegand, Bestek, Wagner & Fasel 1995), but these were restricted to the linear regime.

EXPERIMENTAL RESULTS

The current experiments were conducted in the low turbulence wind tunnel of the University of Cambridge, Cambridge, UK ¹. Details of the experimental set-up and procedures can be found in Medeiros (1996, 1997, 1998)

In experiments with wavetrains the flow is usually disturbed by a continuous harmonic source. In the current series of experiments a long but finite 200Hz wavetrain is excited from a point source. The linear evolution of a two-dimensional mode with frequency 200Hz is shown by the straight line on the instability diagram, figure 1. The excitation was introduced at R_δ about 800 and measurements were taken up to R_δ^* 2100, as indicated by the dashed lines in the figure. One can see that the excitation was introduced upstream of branch I of the neutral curve and that measurements were taken beyond branch II, after which the Tollmien-Schlichting waves decay. The waves cross branch II at R_δ^* around 1700.

The evolution of the disturbances observed experimentally along the centreline is shown in figure 2. The measurements were taken at a nondimensional distance of $0.52\delta^*$. Using finite wavetrains, the flow is disturbed by an event that can be repeated. Therefore ensemble averages can be taken in order to get a clearer signal. The records displayed here, as well as those shown in other figures, were obtained from 64 ensembles. The first important observation is that wave amplitudes grow up to R_δ^* about 1700 and thereafter decay, consistent with the linear theory, figure 1. A mean flow distortion that is

¹This tunnel is now located at Queen Mary and Westfield College, London University, London, UK

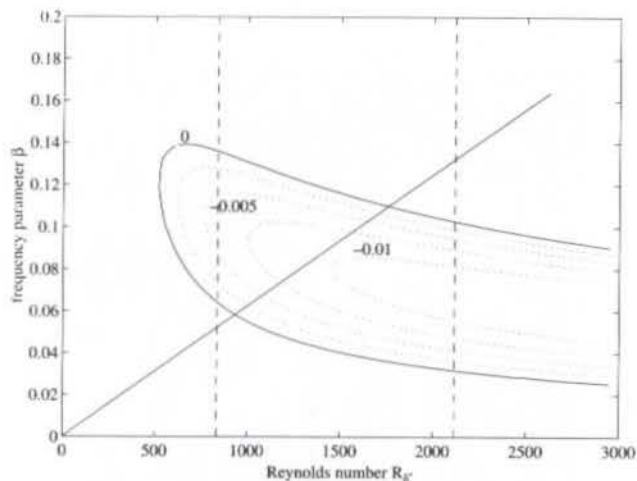


Figure 1: The instability diagram showing the path of the 200Hz Tollmien Schlichting wave.

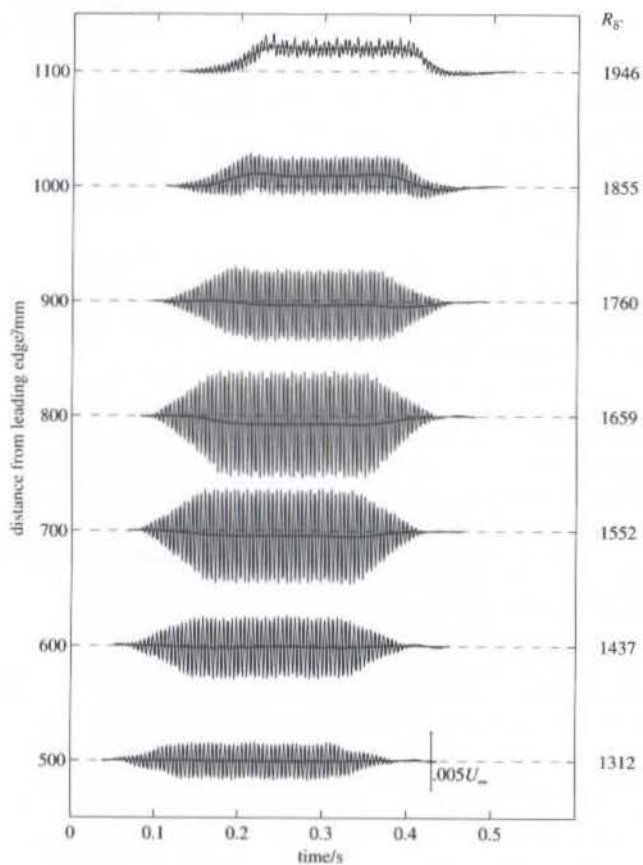


Figure 2: The evolution of the 200Hz three-dimensional wavetrain along the centerline of the plate at a distance of $0.52\delta^*$ from the wall. The scale is given by the vertical bar at $x=500\text{mm}$.

not predicted by the linear theory is also observed. Initially the distortion is negative, but further downstream switches to positive. It is remarkable that the change

in the trend of the mean flow distortion occurs close to where the disturbance crosses branch II. The mean flow distortion is made very clear by the use of finite length wavetrains. It could have remained undetected if a continuous wavetrains were used. It is possible that the use of continuous wavetrains have prevented these mean flow distortions from being observed in previous experiments with three-dimensional wavetrains.

Measurements were also taken off the centerline of the flow to provide a three-dimensional view of the mean flow distortion. Velocity records were taken at different spanwise locations 10mm apart from each other covering the entire width of the disturbance field. To make the streaks clearer the oscillating part of the signal was digitally filtered. Details of the signal processing can be found in Medeiros (1997, 1998). A picture of the evolution of the streak structure as it evolves downstream is shown in figure 3. Initially there is a central region

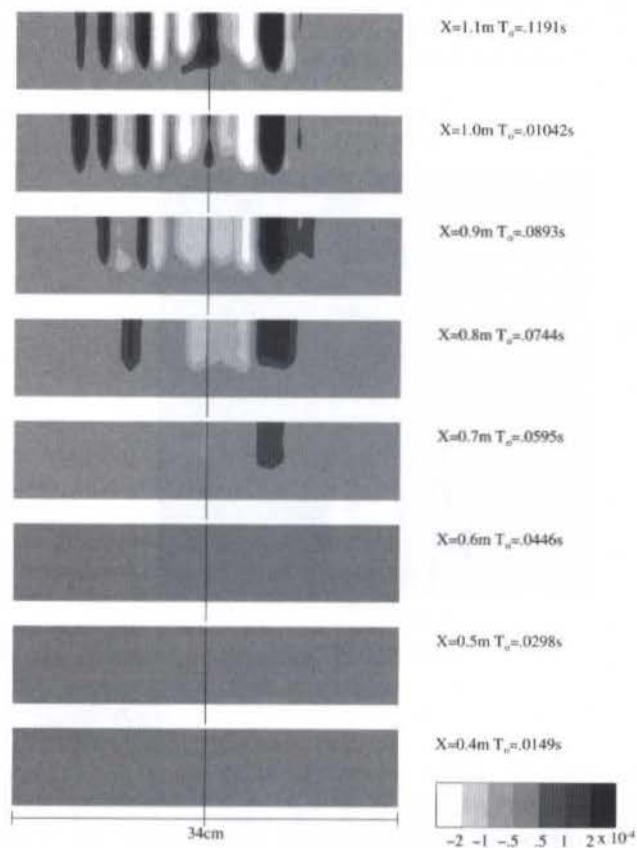


Figure 3: Downstream evolution of the streaks. Contour plots of longitudinal velocity normalized by the free-stream velocity.

of negative mean flow distortion together with two lateral regions of positive mean flow distortion. This structure suggests the existence of a pair of counter-rotating concentrations of vorticity which would push down high momentum fluid in the lateral regions and lift up low momentum fluid in the central region. However, it is as yet unclear whether these mechanisms are actually taking place. The concentrations of vorticity are probably too weak to be considered vortices and perhaps the lift up/push down effect is too small to affect the flow. As the waves evolve, the structure becomes more complex. At $x=1000\text{mm}$ the appearance of a region of positive mean flow distortion right at the center of the wavetrain

is observed. This corresponds to the change in the sign of the mean flow distortion shown in figure 2. From station $x=1000\text{mm}$ onwards the structure does not display remarkable changes, apart from the broadening of the central positive mean flow distortion.

It is interesting to look at the evolution in the frequency domain. This has been carried out by Medeiros (1997). However, the spanwise resolution of the experiment is relatively low. The results became difficult to interpret because alias effects could not be ruled out. Therefore, care should be taken in analyzing those results. What is clear is that initially the nonlinear mechanism generates only two regions of positive mean flow distortion and one central region where the distortion is negative, while further downstream the spanwise wavenumbers become significantly larger.

Also important is to investigate the structure of the mean flow distortion in the direction normal to the wall. Figures 4 and 5 show contour plots of the mean flow distortion on planes perpendicular to the flow direction at 900mm and 1100mm from the leading edge. The

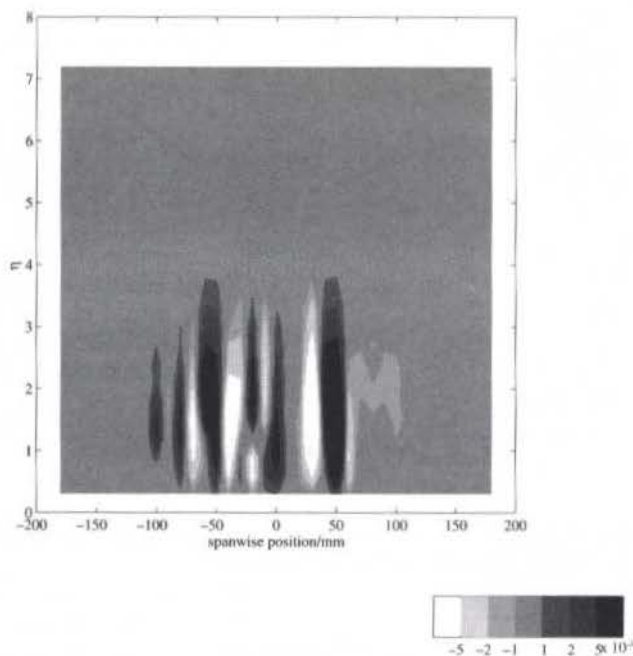


Figure 5: The mean flow distortion distribution on a plane perpendicular to the flow direction 1100mm from the leading edge. Contour plots of longitudinal velocity normalized by the free-stream velocity.

number of regions and lumps of positive mean flow distortion arise. At this stage the central part of the disturbance field is too complex for any definite conclusion concerning the location of the maxima.

The evolution of the profile along the streamwise direction may be more meaningful than the analysis of the signal at a particular streamwise station, figure 6. The figure shows how the disturbance field slowly evolves from a relatively simple structure at $x=800\text{mm}$ into a much more complex one at $x=1100\text{mm}$.

An overall view of the transfer of momentum from the low velocity streaks to the high velocity streaks is given by the distribution of the displacement thickness variation over the entire disturbance field, figure 7. In this picture the details of the complex distribution in the direction perpendicular to the wall are lost, and an averaged view of the distortions is obtained. The figure shows a somewhat more symmetric picture of the flow than that of figure 3. For the positive lateral regions the displacement thickness distribution indicates a structure similar to that suggested by figure 3. The central region, on the other hand, indicated that the central negative region splits into three regions separated by two newly generated positive regions.

SOME THEORETICAL CONSIDERATIONS

The standard procedure used to analyse the stability of flows involves the decomposition of the velocity field and the pressure field into a base part \mathbf{V}, P , which is a solution of the steady equations of motion, and a small disturbance part \mathbf{v}, p (Herbert 1988). For analysing nonlinear interactions of the disturbance field it is assumed further that the velocity and pressure disturbances can be written as (Craig 1985)

$$\mathbf{v} = \epsilon \mathbf{v}_0(\mathbf{x}, t) + \epsilon^2 \mathbf{v}_1(\mathbf{x}, t) + \epsilon^3 \mathbf{v}_2(\mathbf{x}, t) \dots$$

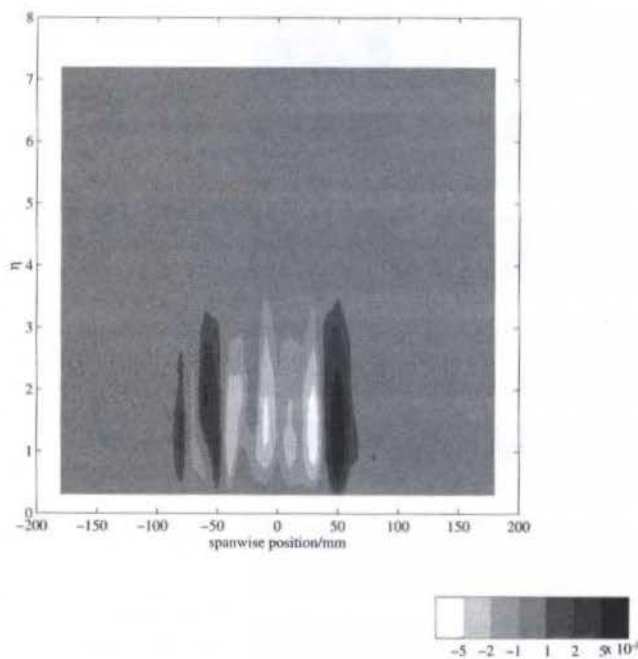


Figure 4: The mean flow distortion distribution on a plane perpendicular to the flow direction 900mm from the leading edge. Contour plots of longitudinal velocity normalized by the free-stream velocity.

mean flow distortion is concentrated inside the boundary layer. In the external part of the flow no sign of the mean flow distortion is observed. At $x=900\text{mm}$ the structure is basically composed of two regions of positive mean flow distortion and a central region of negative mean flow distortion. Whereas the positive lumps are fairly concentrated the negative region spreads over a larger portion. Moreover, the negative region appears to be composed of several lumps. The profiles resemble that of the Klebanoff modes with a single maximum inside the boundary layer, particularly for the positive streaks. The maximum is located between $\eta(=y\sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}})$ 1 and 2, which is also consistent with Klebanoff modes. At $x=1100\text{mm}$ the negative central region splits into a

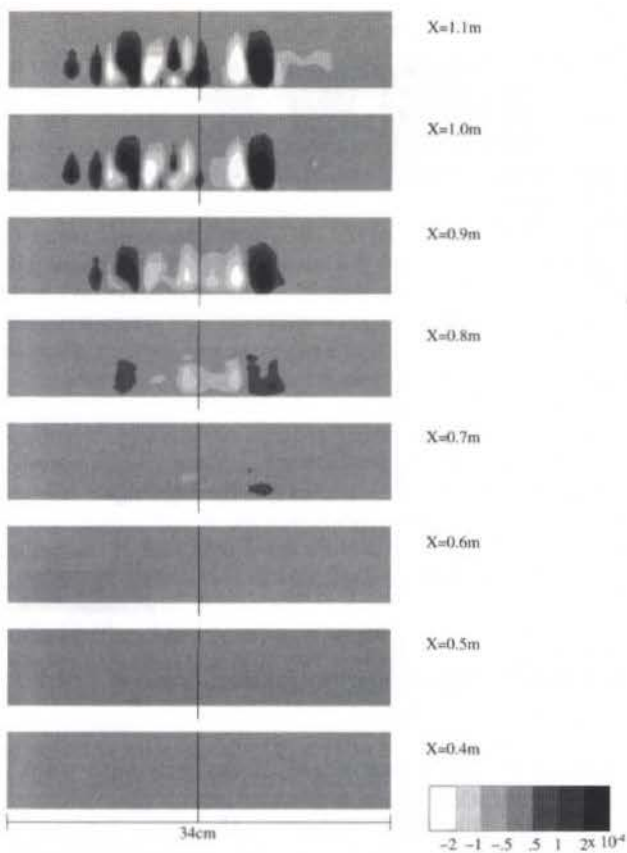


Figure 6: Evolution of the mean flow distortion. Contour plots of longitudinal velocity normalized by the free-stream velocity.

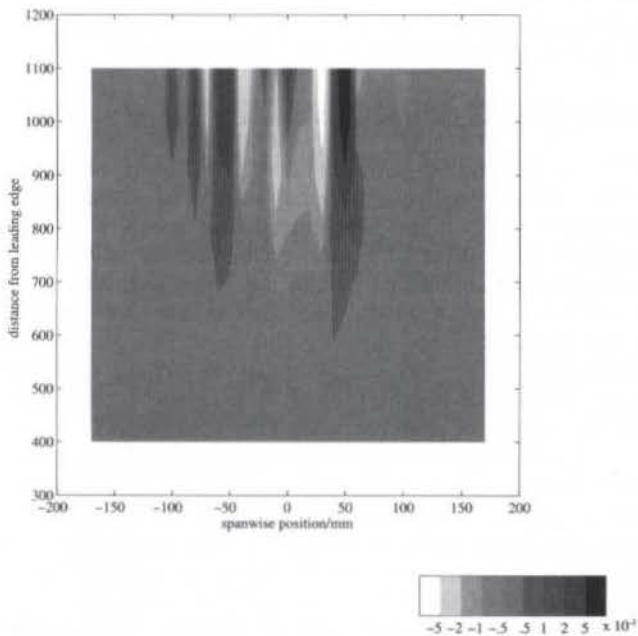


Figure 7: Variation of the displacement thickness over the plate normalized by the displacement thickness of the Blasius profile.

$$p = \epsilon p_0(\mathbf{x}, t) + \epsilon^2 p_1(\mathbf{x}, t) + \epsilon^3 p_2(\mathbf{x}, t) \dots$$

The parameter ϵ represents the amplitude of the disturbance and since it is small it is natural to attempt to

expand the solution of the perturbed problem in powers of ϵ . However, we note that it is not clear that it is legitimate to do that, because there is no guarantee that such series will converge. Therefore in practice it is necessary to verify whether the solution found is really a good approximation to the flow.

Substituting into the Navier-Stokes equations, subtracting out the base flow and collecting terms of order ϵ one arrives at a linear system of equations describing the disturbance field:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_0 + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 + (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla p_0 + \frac{1}{R} \nabla^2 \mathbf{v}_0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_0 = 0. \quad (2)$$

The coefficients of equation 1 are given by the base flow solution. For the boundary layer the equations of motion are non-dimensionalized by the free-stream velocity U_∞ and the displacement thickness δ^* , therefore $R = \frac{U_\infty \delta^*}{\nu}$, where ν is the kinematic viscosity. This also defines a time scales of δ^*/U_∞ and the the pressure is conveniently non-dimensionalized by ρU_∞^2 . With the additional assumption that the base flow is parallel, that is, $\mathbf{V} = (U, 0, 0)$, the system of equations (1-2) has no explicit x, z and t dependence, permitting the normal modes solution

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ p_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{u}_0(y) \\ \hat{v}_0(y) \\ \hat{w}_0(y) \\ \hat{p}_0(y) \end{bmatrix} e^{i(\alpha_x x + \alpha_z z - \beta t)}, \quad (3)$$

where u, v, w represent the velocity components in the streamwise, normal to the wall and spanwise directions (x, y, z) , respectively. In the expression β is the non-dimensional frequency, and α_x and α_z are the non-dimensional streamwise and spanwise wavenumbers. These quantities are in general complex, but for the flat plate boundary layer α_x is the only complex exponent and accounts for the amplification or decay of the waves in the streamwise direction (Gaster 1962, Gaster 1965). The functions $\hat{u}(y), \hat{v}(y), \hat{w}(y), \hat{p}(y)$ are also complex and give the structure of the mode across the boundary layer.

Substituting (3) together with $\mathbf{V} = (U, 0, 0)$ in (1) and (2) the equations of motion for a three-dimensional disturbances reduce to a pair of ordinary differential equations (Squire 1933, Mack 1984, Cohen, Breuer & Haritonidis 1991), with D denoting d/dy ,

$$[(iR\alpha_x)^{-1}(D^2 - k^2)^2 - (U - c)(D^2 - k^2) + U_{yy}] \hat{v}_0 = 0 \quad (4)$$

$$[D^2 - k^2 - iR\alpha_x(U - c)] \hat{\eta} = i\alpha_z R U_y \hat{v}_0, \quad (5)$$

with the appropriate boundary conditions

$$\begin{aligned} \text{at } y = 0 & \quad \hat{v}_0(y) = 0, \quad \frac{d}{dy} \hat{v}_0(y) = 0, \quad \hat{\eta}(y) = 0 \\ \text{at } y \rightarrow \infty & \quad \hat{v}_0(y) \rightarrow 0, \quad \frac{d}{dy} \hat{v}_0(y) \rightarrow 0, \quad \hat{\eta}(y) \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (6)$$

where $k^2 = \alpha_x^2 + \alpha_z^2$, $c = \frac{\beta}{\alpha_x}$ is the phase velocity of the mode and η represents the wall-normal vorticity. The boundary conditions for the derivatives of \hat{v}_0 come readily from the continuity equations applied at $y = 0$ and $y \rightarrow \infty$. The boundary conditions for $\hat{\eta}$ also come from the conditions for u and w at the wall and at infinity. The u and w velocity components can then be obtained

from the definition of vorticity and the continuity equation, with homogeneous boundary conditions.

Equation (4) is the Orr-Sommerfeld equation (OSE) which governs the linear stability of the flow. The OSE together with the associated homogeneous boundary conditions and the wall-normal vorticity equation, constitutes an eigenvalue problem. Nontrivial solutions of the OSE, or modes, have to satisfy a dispersion relation

$$F(\alpha_x, \alpha_z, \beta, R) = 0. \quad (7)$$

In general both α_x and c can be complex quantities, but for the flat plate boundary layer it is known that the waves exhibit spatial instability behaviour, as shown in the experiment, therefore c is the only quantity needed to be complex to represent the flow. The dispersion relation for two-dimensional modes ($\alpha_z = 0$) in a flat plate boundary layer is represented in figure 1. The solid curve represents neutral modes. Modes outside the loop are stable whereas those inside the loop are unstable.

If now the terms of order ϵ^2 are collected from equation 1 and 2 one arrives at an OSE for the \hat{v}_1 with a non homogeneous term which is a function of \mathbf{v}_0 and p_0 . Owing to the quadratic nature of the nonlinear terms neglected at order (ϵ) the non homogeneous terms of order (ϵ^2) have the form

$$e^{i[\pm(\alpha_x x + \alpha_z z - \beta t) \pm (\alpha_x x + \alpha_z z - \beta t)]}. \quad (8)$$

For a harmonic point source there is only one α_x and one β , but a number of three-dimensional modes (α_z).

Therefore, the quadratic interaction produces modes with streamwise wavenumbers 0 or $2\alpha_x$ (Stuart 1958, Stuart 1960). The experimental observations show the appearance of modes with streamwise wavenumber 0, the mean flow distortions, but no sign of harmonics ($2\alpha_x$) is observed. It is important to remember that the boundary layer will respond differently to these two types of forcing. For instance it is possible that the harmonics are more linearly damped than the mean distortion which would be consistent with the observations.

Analysis of the spanwise wavenumber is not so straightforward because the system involves a large number of spanwise modes. However, because the boundary layer responds differently to the modes, the amplitude of the different three-dimensional modes will not be identical. Moreover one expects the nonlinear interaction to be stronger for the larger modes. It turns out that in some circumstances the largest three-dimensional mode has α_z different from 0 (Wiegand et al. 1995), say $\alpha_{z,max}$. This mode would then generate nonlinear modes with spanwise wavenumbers 0 and $2\alpha_{z,max}$. It is possible that selective linear damping would result in one nonlinear mode being larger than the other.

Figure 8 shows the spanwise Fourier transformation of figure 7. It is observed that the first sign of nonlinearity corresponds to the appearance of a mode with non zero spanwise wavenumber. This mode reaches a maximum of amplitude between 900 and 1000mm from the leading edge. The fundamental waves also reach a maximum within the experimental domain, figure 2, which is consistent with the amplitude dependence of the nonlinear interaction discussed above.

At $x=1000$ mm modes of higher spanwise wavenumber are also present. Care should be taken in analysing these results because the spanwise resolution is relatively poor and alias effects can not be ruled out. It is

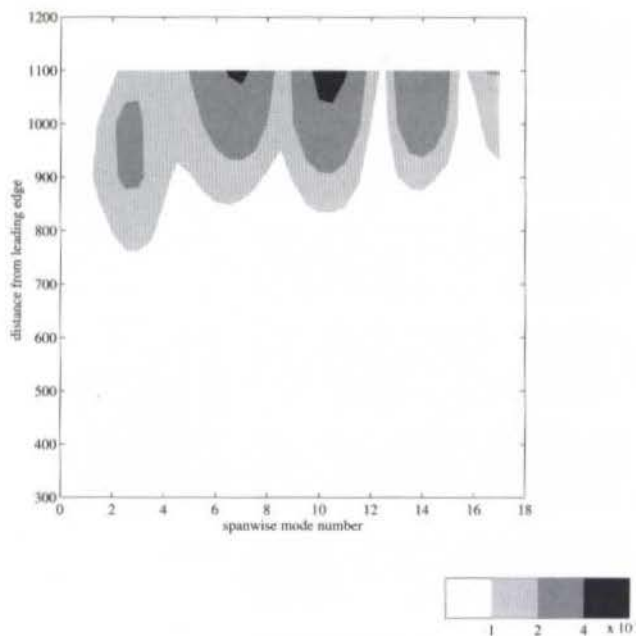


Figure 8: Spanwise Fourier transformation of figure 7.

tempting to think that these modes originate from a second generation of the nonlinear interaction discussed above, but this time including the first nonlinearly generated mode. However, the observations show that these modes continue to grow even after the first nonlinear mode has decayed. Other results, not shown here, indicate that these modes do not decay within the experimental domain, $x \leq 1300$ mm. This observation is not consistent with the nonlinear interaction described, and it appears that the higher spanwise number modes arise from a mechanism as yet not identified.

CONCLUSION AND DISCUSSION

This work studies the nonlinear evolution of wavetrains emanating from a point source in a flat plate boundary layer. The first interesting result was that the first indication of nonlinear behaviour was not a subharmonic signal, as would be expected for plane wavetrains, but a mean flow distortion that formed longitudinal streaks. Initially the mean flow distortion displayed a relatively simple spanwise structure with a central region of negative mean flow distortion and two lateral regions of positive mean flow distortion.

This initial mean flow distortion may have arisen from self interaction of the modes via the Reynolds stresses term. Analysis of the spectra of the displacement thickness variation caused by the disturbance over the plate is consistent with this idea. It appeared that the strength of the nonlinear interaction at this stage was stronger off the centerline of the flow. This might be linked to the fact that for some frequencies the three-dimensional wavetrains also display amplitude maxima off the centerline in the linear regime (Wiegand et al. 1995).

The structure of these distortions in the direction perpendicular to the wall was also investigated. Initially they resemble Klebanoff modes with one amplitude peak at a position η between 1 and 2.

The relatively simple structure gives rise to a fairly

complicated flow field further downstream which appears to originate at a position close to the second branch. The more complicated structure arises in the central portion of the wavetrain, where the initial negative mean flow distortion was formed. There, regions of positive mean flow distortion arises and the profiles of the mean flow distortions no longer display the Klebanoff mode shape. Despite the complexity, an overall view shown by the displacement thickness variation over the plate, suggests that the central negative region splits into three. The positive mean flow distortion regions do not change considerably along the process, except in amplitude.

Streaks have also been observed in by pass transition. However, there the streaks tend to keep their spanwise spacing, as oppose to what is observed in the current experiment. Longitudinal streaks have been observed in turbulent flow. In some cases they appear to be a key ingredient of the mechanism of production of turbulence. It has also been shown that modulated waves give rise to transition at smaller amplitudes in comprison with plane wavetrains. It is possible that the modulation of the waves provide a short cut between the early wavelike behaviour and the vortical structures observed in turbulent flows. These conjecture is currently being investigated. The possibility that the initial mean flow distortion be generated from the self interaction of waves is also being further investigated.

References

- Cohen, J., Breuer, K. S. & Haritonidis, J. H. (1991), 'On the evolution of a wave packet in a laminar boundary layer', *J. Fluid Mech.* **225**, 575-606.
- Craik, A. D. D. (1985), *Wave Interaction and Fluid Flows*, Cambridge University Press.
- Gaster, M. (1962), 'A note on the relation between temporally-increasing and spatially-increasing disturbances in hydrodynamic instability', *J. Fluid Mech.* **14**, 222-224.
- Gaster, M. (1965), 'On the generation of spatially growing waves in a boundary layer', *J. Fluid Mech.* **22**, 433-441.
- Gaster, M. (1978), The physical process causing breakdown to turbulence, in '12th Naval Hydrodynamics Symposium', Washington.
- Gaster, M. (1984), A non-linear transfer function description of wave growth in a boundary layer, in V. V. Kozlov, ed., 'Laminar-turbulent transition', IUTAM Symposium, IUTAM, Springer-Verlag, pp. 107-114.
- Herbert, T. (1988), 'Secondary instability of boundary layers', *Ann. Rev. Fluid Mech.* **20**, 487-526.
- Kachanov, Y. S. (1985), Development of spatial wave packets in boundary layer, in V. V. Kozlov, ed., 'Laminar-turbulent transition', springer-Verlag, pp. 115-123.
- Mack, L. M. (1984), Boundary-layer linear stability theory, in 'Special course on stability and transition of laminar flow', AGARD Rep. No 709.
- Mack, L. M. (1985), Instability wave patterns from harmonic point sources and line sources in laminar boundary layers, in V. V. Kozlov, ed., 'Laminar-turbulent transition', springer-Verlag, pp. 125-132.
- Medeiros, M. A. F. (1996), The nonlinear behaviour of modulated Tollmien-Schlichting waves, PhD thesis, Cambridge University - UK.
- Medeiros, M. A. F. (1997), Laminar-turbulent transition: the nonlinear evolution of three-dimensional wavetrains in a laminar boundary layer, in 'Proc. of the XIV Brazilian Congress of Mechanical Engineering', Bauru. (in CD-ROM).
- Medeiros, M. A. F. (1998), nonlinear evolution of a three-dimensional wavetrain in a flat plate boundary layer, in '21th Congress of the International Council do the Aeronautical Sciences', Melbourne. (to be published).
- Medeiros, M. A. F. & Gaster, M. (1994), The nonlinear behaviour of modulated Tollmien-Schlichting waves: experiments and computations, in 'Second EUROMECH Conference', Warsaw - Poland.
- Medeiros, M. A. F. & Gaster, M. (1995), The nonlinear behaviour of modulated Tollmien-Schlichting waves, in 'IUTAM Conference on nonlinear instability and transition in tri-dimensional boundary layers', Manchester, pp. 197-206.
- Medeiros, M. A. F. & Gaster, M. (1997), 'The nonlinear evolution of wavepackets in a laminar boundary layers: Part I'. (submitted to the *J. Fluid Mech.*).
- Medeiros, M. A. F. & Gaster, M. (1998), 'The nonlinear evolution of wavepackets in a laminar boundary layers: Part II', *J. Fluid Mech.* (to be published).
- Seifert, A. (1990), On the interaction of small amplitude disturbances emanating from discrete points in a Blasius boundary layer, PhD thesis, Tel-Aviv University.
- Seifert, A. & Wagnanski, I. (1991), On the interaction of wave trains emanating from point sources in a Blasius boundary layer, in 'Proc. Conf. on Boundary Layer Transition and Control', The Royal Aeronautical Society, Cambridge, pp. 7.1-7.13.
- Shaikh, F. N. (1997), 'Investigation of transition to turbulence using white noise excitation and local analysis techniques', *J. Fluid Mech.* **348**, 29-83.
- Squire, H. B. (1933), 'On the stability of three-dimensional distribution of viscous fluid between parallel walls', *Proc. Roy. Soc. London A* **142**, 621-628.
- Stuart, J. T. (1958), 'On the non-linear mechanics of hydrodynamic stability', *J. Fluid Mech.* **4**, 1-21.
- Stuart, J. T. (1960), 'On the nonlinear mechanisms of wave disturbances in stable and unstable parallel flows', *J. Fluid Mech.* **9**, 1-21.
- Wiegand, T., Bestek, H., Wagner, S. & Fasel, H. (1995), Experiments on a wave train emanating from a point source in a laminar boundary layer, in '26th AIAA Fluid Dynamics Conference', San Diego, CA.

THE DEVELOPMENT OF GÖRTLER VORTICES IN BOUNDARY LAYERS WITH SUCTION AND BLOWING

Márcio T. Mendonça, and Helder F. F. M. Carneiro

Instituto de Atividades Espaciais.

Centro Técnico Aeroespacial

12228-904 - São José dos Campos - SP - Brazil

SUMMARY

The effect of boundary layer suction and blowing on the development of Görtler vortices is investigated with a spatial, nonparallel model. Previous conclusions obtained with a local model are verified and complemented with the study of the effects of suction and blowing on the development of nonlinear vortices and on the formation of the mushroom like structures characteristic of Görtler vortices. The results confirm that suction reduces the growth rate of the vortices while blowing increases their growth rate. In nonlinear vortices, suction and blowing have a significant influence of the mean flow distortion and of the vortices first harmonic. The analysis of the flow field indicates that suction results in vortices that are more prone to secondary instabilities, despite the fact that the vortices are more stable. Blowing results in vortices that are less susceptible to secondary instabilities.

INTRODUCTION

Görtler vortices (GV) are streamwise counter-rotating vortices induced by centrifugal effects in flows over concave surfaces. The study of this type of laminar flow disturbance is relevant since the vortices may anticipate the transition to turbulence, increasing the drag coefficients and heat transfer rates in laminar flow wings, in the pressure side of turbine blades, and in supersonic exhaust nozzles.

There have been many papers dedicated to the study of GV (Görtler vortices) and the physics of the problem is well understood today. The effect of pressure gradient, temperature, spanwise wavenumber, as well as other effects like the interaction of GV and Tollmien-Schlichting wave, nonlinear effects, and secondary instability effects have been studied in detail. Comprehensive reviews on GV research have been presented by Hall (1990), Floryan (1991), and Saric (1994).

The effect of boundary layer suction and blowing on GV has been investigated by Floryan and Saric (1983) and by Floryan (1985), respectively. Both investigations used a local model based on the formulation first presented by Floryan and Saric (1982). Floryan and Saric (1983) showed that suction rates in the range of $\gamma = 0.0$ to $\gamma = -0.5$ result in a reduction of the critical Görtler number. For suction rates below -0.5 the critical Görtler number starts to increase. Nevertheless, in any suction rate the amplification factor shows that suction results in a reduction of the total growth of the disturbances. Compared to the suction rate necessary to stabilize Tollmien-Schlichting waves, it can be observed that higher levels of suction are required to result in a significant delay in the GV breakdown. Floryan results for the effect of blowing (1985) indicate an increase in the critical Görtler number for increasing blowing rates. Despite the increase in the critical Görtler number, blowing accelerates the total amplification of the disturbances.

The present investigation expands the results presented in the literature for the study of the effect of suction and blowing on the development of GV by using a spatial,

nonparallel model. It studies the effect of suction and blowing on the development of nonlinear vortices and the resulting effect on the formation of the characteristic mushroom like structures. The model is based on the Parabolized Stability Equations (PSE) developed by F. Bertolotti and T. Herbert (1992).

FORMULATION

The coordinate system used in the present work is the same coordinate system presented by Floryan and Saric (1982). It is based on the streamlines (ψ^*) and potential lines (ϕ^*) of the inviscid flow over a constant radius of curvature wall.

The Navier-Stokes equations for an incompressible flow of a Newtonian fluid are simplified by assuming that the dependent variables are decomposed into a mean component and a fluctuating component as follows:

$$\vec{u}^* = \vec{U}^* + \vec{u}'^*, \quad \text{and} \quad p^* = P^* + p'^*, \quad (1)$$

where $\vec{u}^* = [u^*, v^*, w^*]^T$ is the velocity vector and p^* is the pressure. The superscript $*$ indicates dimensional variables.

The equations are nondimensionalized using δ_0^* and U_∞^* as the length and velocity scaling parameters, where $\delta_0^* = (\nu^* \phi_0^* / U_\infty^*)^{1/2}$ is the boundary layer thickness parameter, U_∞^* is the free stream velocity, ϕ_0^* is a reference length taken as the streamwise location where initial conditions are applied, and ν^* is the kinematic viscosity.

Floryan and Saric (1982) derived the equations for the zeroth and first order approximations for the mean flow and for the perturbation quantities. They concluded that for the zeroth order approximation the mean flow equations reduce to the Prandtl boundary layer equations for the flow over a flat plate. The only remaining curvature term for the perturbation equations zeroth order approximation is the term on the normal momentum equation given by:

$$\frac{Go^2}{Re^2}(2Uu' + u'^2), \quad (2)$$

$$Go = Re(k^* \delta_0^*)^{(1/2)}, \quad Re = \frac{U_\infty^* \delta_0^*}{\nu^*}, \quad (3)$$

where Go is defined as the Görtler number, k^* represents the curvature of the wall, $U = U^*/U_\infty^*$, $u' = u'^*/U_\infty^*$ and Re is the Reynolds number.

The resulting governing equations for the perturbations are elliptic and the perturbations propagate in the flow field as wave structures. The governing equations can be simplified if the wavelike nature of the perturbations are represented by their frequency, wavenumber, and growth rate. The perturbation Φ' is assumed to be composed of a slowly varying shape function and an exponential oscillatory wave term. It is represented mathematically as a Fourier expansion truncated to a finite number of modes:

$$\Phi' = \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M \Phi_{n,m}(\phi, \psi) \chi_{n,m}(\phi, z, t), \quad (4)$$

where $\Phi_{n,m}(\phi, \psi) = [u_{n,m}, v_{n,m}, w_{n,m}, p_{n,m}]^T$ is the complex shape function vector, and

$$\chi_{n,m}(\phi, z, t) = \exp \left[\int_{\phi_0}^{\phi} a_{n,m}(\xi) d\xi + im\beta z - in\omega t \right], \quad (5)$$

$$a_{n,m}(\phi) = \gamma_{n,m}(\phi) + in\alpha(\phi). \quad (6)$$

This procedure is similar to a normal mode analysis, but, in this case, the shape function $\Phi_{n,m}$ is a function of both ϕ and ψ .

The streamwise growth rate $\gamma_{n,m}$, the streamwise wavenumber α , and the spanwise wavenumber β were nondimensionalized using the boundary layer thickness parameter δ_0^* . The frequency ω was nondimensionalized using the free stream velocity U_∞^* and the boundary layer thickness parameter δ_0^* .

For linear problems only the fundamental mode is significant. With the growth of the amplitude of the fundamental, higher harmonics become significant as well as the mean flow distortion (mode $n = 0, m = 0$).

The perturbation variable Φ' , as defined in Eq. (4), is substituted in the governing equations which are then simplified by assuming that the shape function, wavelength, and growth rate vary slowly in the streamwise direction. In this way, second order derivatives and products of first order derivatives can be neglected. After performing a harmonic balance in the frequency, a set of coupled nonlinear equations is obtained. These resulting equations are known as the Parabolized Stability Equations (PSE) developed by Bertolotti and Herbert (1992). For each mode (n, m) the equation in vector form results:

$$\begin{aligned} \bar{A}_{n,m} \Phi_{n,m} + \bar{B}_{n,m} \frac{\partial \Phi_{n,m}}{\partial \phi} + \bar{C}_{n,m} \frac{\partial \Phi_{n,m}}{\partial \psi} + \\ \bar{D}_{n,m} \frac{\partial^2 \Phi_{n,m}}{\partial \psi^2} = \frac{\bar{E}_{n,m}}{\exp \left[\left(\int_{\phi_0}^{\phi} a_{n,m}(\xi) d\xi \right) \right]}, \end{aligned} \quad (7)$$

where the coefficient matrices can be found in Mendonça (1997).

The resulting equations are parabolic in ϕ and the solution can be marched downstream given initial conditions

at a starting position ϕ_0 . This is true as long as the instabilities are convected instabilities such that they propagate in the direction of the mean flow and do not affect the flow field upstream.

The boundary conditions for Eq. (7) are given by homogeneous Dirichlet no-slip conditions at the wall, Neumann boundary conditions for the velocity components in the far field, and homogeneous Dirichlet condition for pressure in the far field.

For the parabolic formulation, it is necessary to specify initial conditions at a starting position ϕ_0 downstream of the stagnation point at the leading edge of the curved plate. For GV the initial conditions are given by a local, normal mode analysis (Floryan and Saric (1982)).

Normalization Condition. The splitting of the perturbation $\Phi'(\phi, \psi, z, t)$ in Eq. 4 into two functions, $\Phi_{n,m}(\phi, \psi)$ and $\chi_{n,m}(\phi, \psi, z, t)$, is ambiguous, since both are functions of the streamwise coordinate ϕ . It is necessary to define how much variation will be represented by the shape function $\Phi_{n,m}(\phi, \psi)$, and how much will be represented by the exponential function $\chi_{n,m}(\phi, \psi, z, t)$. This definition has to guarantee that rapid changes in the streamwise direction are avoided so that the hypothesis of slowly changing variables is not violated. The objective is to transfer fast variations of $\Phi_{n,m}(\phi, \psi)$ in the streamwise direction to the streamwise complex wavenumber $a_{n,m}(\phi) = \gamma_{n,m}(\phi) + in\alpha(\phi)$. If this variation is represented by $b_{n,m}$, for each step in the streamwise direction it is necessary to iterate on $a_{n,m}(\phi)$ until $b_{n,m}$ is smaller than a given threshold. At each iteration k , $a_{n,m}(\phi)$ is updated according to:

$$(a_{n,m})_{k+1} = (a_{n,m})_k + (b_{n,m})_k. \quad (8)$$

The variation $b_{n,m}$ of the shape function can be monitored in different ways. In the present implementation the following is used:

$$b_{n,m} = \frac{1}{\int_0^\infty \|\vec{u}_{n,m}\|^2 d\psi} \int_0^\infty \left(\vec{u}_{n,m}^\dagger \cdot \frac{\partial \vec{u}_{n,m}}{\partial \phi} \right) d\psi, \quad (9)$$

where $\vec{u}_{n,m}^\dagger$ is the complex conjugate of $\vec{u}_{n,m}$. The integral of $\|\vec{u}_{n,m}\|^2$ was used to assure that the variation is independent from the magnitude of $\vec{u}_{n,m}$.

Mean Flow. The mean flow is given by a self-similar solution of the flow over a flat plate with suction or blowing. The solution is obtained by introducing a modification in one of the boundary conditions for the Blasius equation, that is, $f(0) = K$ instead of $f(0) = 0$, as presented in Rosenhead (1981). The modified Blasius solution is obtained from the following equation:

$$f''' + \frac{1}{2} f f'' = 0, \quad (10)$$

subject to boundary conditions:

$$f(0) = K, \quad f'(0) = 0, \quad \text{and} \quad f'(\infty) = 1, \quad (11)$$

with:

$$U^* = U_0^* f'(\eta), \quad (12)$$

$$V^* = \left(\frac{\nu^* U_0^*}{x} \right)^{1/2} (\eta f'(\eta) - f(\eta)), \quad (13)$$

$$\eta = \left(\frac{U_0^*}{\nu^* x^*} \right)^{1/2} y^*, \quad (14)$$

$$\gamma = -\frac{1}{2}K = \frac{1}{2}V_{\eta=0}, \quad (15)$$

where γ is the suction rate if negative and the blowing rate if positive.

Numerical Method. The system of parabolic nonlinear coupled equations given by Eq. (7) is solved numerically using finite differences. The partial differential equation is discretized implicitly using a second order backward differencing in the streamwise direction, and fourth order central differencing in the normal direction. The resulting coupled algebraic equations form a block pentadiagonal system which is solved by LU decomposition.

To start the computation a first order backward differencing is used. The first order approximation is used also in a few subsequent steps downstream in order to damp numerical transients more efficiently. For the points neighboring the boundaries, second order central differencing in the normal direction was used.

The nonlinear terms are evaluated iteratively at each step in the streamwise direction. The iterative process is used both to enforce the normalization condition and to enforce the convergence of the nonlinear terms. A Gauss-Siedel iteration with successive overrelaxation is used. The nonlinear products are evaluated in the time domain. The dependent variables in the frequency domain are converted to the time domain by an inverse Fast Fourier Transform subroutine. The nonlinear products are evaluated and the results are transformed back to the frequency domain.

The complex wavenumber is updated at each iteration according to Eq. (8), and the variation in the shape function is monitored through Eq. (9). The iteration is considered converged when the normalization condition is no larger than a given small threshold. In the present implementation this threshold is 10^{-8} .

Results from the present numerical implementation of the PSE has been compared to experimental and numerical results for k-type breakdown, h-type breakdown and for the nonlinear development of GV. The code was able to reproduce the nonlinear development of interacting disturbances with good accuracy.

RESULTS AND DISCUSSION

The test cases presented below are based on the experimental conditions from Swearingen and Blackwelder (1987). They studied the development of GV in the flow over a curved plate where the radius of curvature of the concave wall was $1/k^* = 3.2$ m, and the free stream velocity U_∞^* was 5 m/s. The resulting vortices had spanwise wavelength $\lambda^* = 0.018$ m. The present computation start from a initial condition 20 cm away from the leading edge of the concave wall. At this location the nondimensional conditions are: $Re = 257$, $Go = 4.0173$, and $\beta = 0.2704$. The effect of suction and blowing is studied by substituting the computation of the Blasius mean flow with a mean flow with suction or blowing.

The number of grid points used in the normal direction was 512, the step size in the streamwise direction dx was 10, and the number of Fourier modes M was 6. Increasing the number of grid points or the number of Fourier modes did not change the results, showing that the resolution was

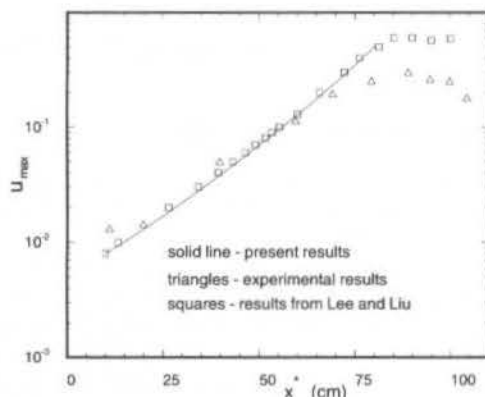


Figure 1: Görtler vortices streamwise disturbance amplitude variation. Comparison between experimental results and numerical results.

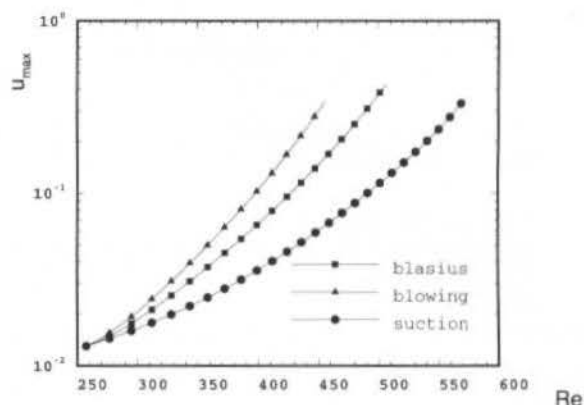


Figure 2: Disturbance maximum amplitude variation along the streamwise direction.

adequate. The normalization condition was considered converged when lower than 10^{-8} , and the number of interactions was limited to 18. A typical run takes 419 seconds of CPU time to march from $Re = 270$ to $Re = 500$ with 0.99 seconds per iteration on a R10000 Silicon Graphics Origin 2000.

The computational results for the development of GV on the Blasius boundary layer have been compared with experimental results of Swearingen and Blackwelder (1987) and numerical results from Lee and Liu (1992). The results are presented in Figure 1 showing that the present model is able to reproduce the experimental results with good accuracy up to $x = 75$ cm, where the nonlinear effects are already strong. The present numerical results and the numerical results from Lee and Liu indicate that the growth of the Görtler vortices saturates further downstream than observed experimentally.

Figure 2 shows the variation of the disturbance maximum amplitude along the streamwise direction. It compares the development of GV, defined in the experiment of Swearingen and Blackwelder (1987), with vortices with the same spanwise wavenumber and initial conditions developing in boundary layers with suction or blowing. The suction rate used in the present investigation is $\gamma = -0.4$ and the blowing rate is $\gamma = 0.2$. As concluded by Floryan (1985) and by Floryan and Saric (1983) suction reduces the total growth of the disturbances while blowing increases the total growth.

In Figure 2, the streamwise positions where the curves

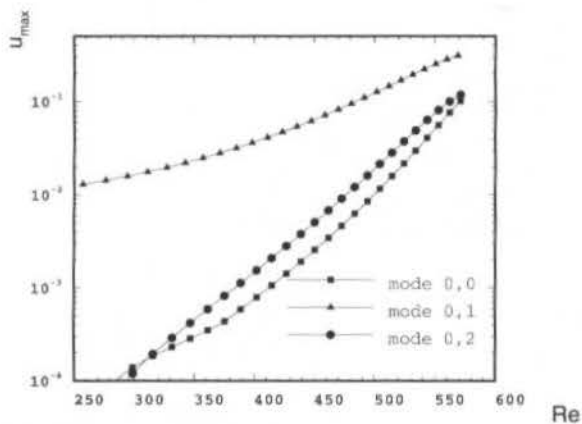


Figure 3: Görtler vortices amplitude growth with downstream distance for the fundamental mode, mean flow distortion and first harmonic in a boundary layer with suction.

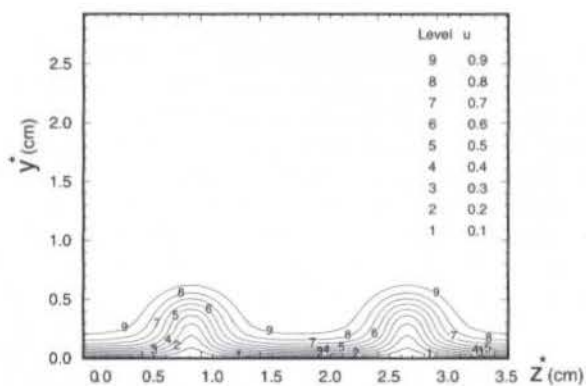


Figure 6: Streamwise velocity contours in the spanwise plane. Results for boundary layer with suction at the streamwise position where $Re = 480$.

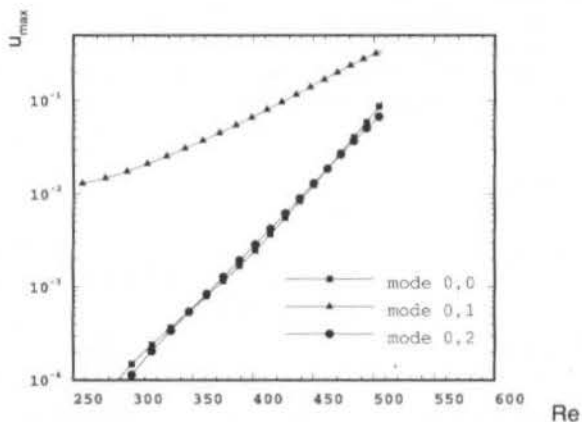


Figure 4: Görtler vortices amplitude growth with downstream distance for the fundamental mode, mean flow distortion and first harmonic in a Blasius boundary layer.

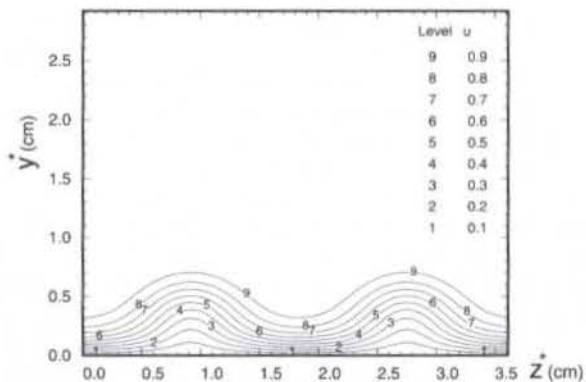


Figure 7: Streamwise velocity contours in the spanwise plane. Results for Blasius boundary layer at the streamwise position where $Re = 480$.

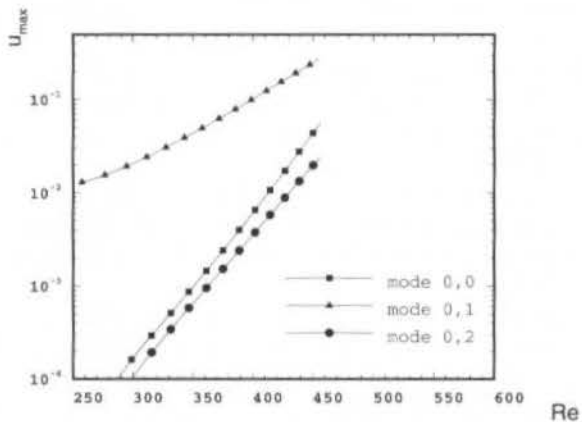


Figure 5: Görtler vortices amplitude growth with downstream distance for the fundamental mode, mean flow distortion and first harmonic in a boundary layer with blowing.

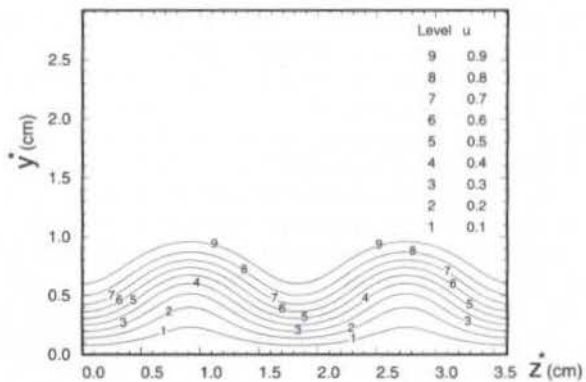


Figure 8: Streamwise velocity contours in the spanwise plane. Results for boundary layer with blowing at the streamwise position where $Re = 480$.

end correspond to the streamwise positions where the code fails to converge. This may be related to the beginning of the disturbance breakdown as explained by Mendonça (1997). In this way, the curves show that suction may delay the breakdown to turbulence while blowing may anticipate it.

Figures 3 to 5 show the development of the maximum amplitude of the fundamental harmonic (mode 0,1), the mean flow distortion (MFD - mode 0,0), and of the first harmonic (mode 0,2) for the same test case presented in Figure 2. It can be noticed that suction and blowing have a significant effect on the relative development of the MFD and mode (0,2). In the absence of suction or blowing the maximum amplitudes of the MFD and mode (0,2) grow at the same rate. For boundary layers with suction, mode (0,2) has a higher amplitude, and so it is more significant in the nonlinear interaction process. On the other hand, for boundary layers with blowing this effect is reversed and the contribution of the MFD to the nonlinear evolution is greater.

The effect of suction and blowing on the evolution of the mushroom like structure can be observed in Figures 6 to 8. These figures show the isocontours of the streamwise velocity component in the y^*, z^* plane. These test cases consider the same vortices presented in Figures 3 to 5 but with different initial amplitudes. The initial amplitudes for the boundary layer with suction and blowing should result in the same final amplitudes as the Blasius boundary layer at the streamwise position where $Re = 480$.

Figures 6 to 8 show that suction results in a lower boundary layer thickness, but the velocity gradients in the plane y^*, z^* are greater. This velocity distribution is more susceptible to secondary instability. On the other hand, blowing results in a thicker boundary layer, but the velocity gradients are not as strong in the y^*, z^* plane as in the boundary layer with suction. Vortices on a boundary layer with blowing are less susceptible to secondary instabilities. In this sense, although suction results in lower amplification rates the resulting vortices are more prone to secondary instabilities. Blowing results in higher amplification rates, but the resulting vortices are more stable to secondary instabilities. This conclusions do not mean that suction will result in earlier breakdown or that blowing will result in a delay of the breakdown. The tendency to breakdown depends also on the amplitude of the disturbances, as well as other factors like spanwise wavenumber and Görtler number.

The development of stronger velocity gradients due to suction can be observed again in Figure 9, where the velocity profile $u(y^*)$ is presented. Again, it can be observed that suction results in a velocity distribution which is more prone to secondary instabilities than the velocity distribution resulting from the effect of blowing. The figure shows that in the valley region the velocity distribution for the boundary layer with suction already have a tendency to generate a velocity profile with a point of inflection, while the Blasius boundary layer and the boundary layer with blowing have smoother velocity profiles.

CONCLUSIONS

The effects of boundary layer suction and blowing on the development of GV have been investigated with a spatial, nonparallel model, and the previous results obtained with a local model have been complemented. The analysis of the nonlinear vortices showed the effect of suction

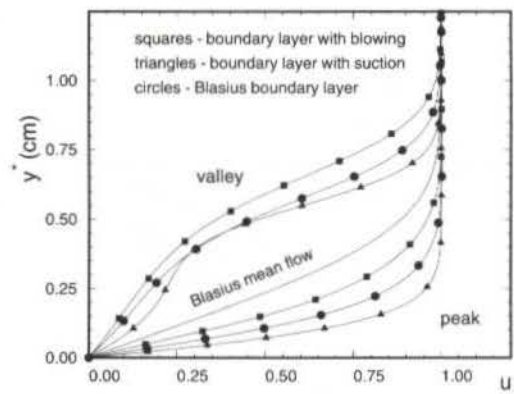


Figure 9: Distortion of the mean velocity profile in the downwash (peak) region and in the upwash (valley) region due to the effect of suction and blowing.

and blowing on the development of the mean flow distortion and on the first harmonic. The study of the velocity fields showed that, despite the fact that boundary layer with suction is more stable, the resulting vortices are more susceptible to secondary instabilities. On the other hand, the effect of blowing results in smoother velocity profiles and the flow is more stable to secondary instabilities.

The authors would like to acknowledge and thank the financial support given by FAPESP.

REFERENCES

- Bertolotti, F. P., Herbert, Th., and Spalart, P. R. 1992. Linear and Nonlinear Stability of the Blasius Boundary Layer. *J. Fluid Mechanics*, **242**, 441-474.
- Floryan, J. F. 1985. Effects of Blowing on the Görtler Instability of Boundary Layers. *AIAA J.*, **23**(8), 1287-1288.
- Floryan, J. F., and Saric, W. S. 1982. Stability of Görtler Vortices in Boundary Layers. *AIAA J.*, **20**(3), 316-324.
- Floryan, J. F., and Saric, W. S. 1983. Effects of Suction on the Görtler Instability of Boundary Layers. *AIAA J.*, **21**(12), 1635-1639.
- Floryan, J. M. 1991. On the Görtler Instability of Boundary Layers. *Prog. Aerospace Sci.*, **28**, 235-271.
- Hall, P. 1990. Görtler Vortices in Growing Boundary Layer: the Leading Edge Receptivity Problem, Linear Growth and The Nonlinear Breakdown Stage. *Mathematika*, **37**(74), 151-189.
- Lee, K., and Liu, J. T. C. 1992. On the Growth of Mushroom-like Structures in Nonlinear Spatially developing Görtler Vortex Flow. *Physics of Fluids A*, **4**(1), 95-103.
- Mendonça, M. T. 1997. *Numerical Analysis of Görtler Vortices / Tollmien-Schlichting Waves Interaction With a Spatial Nonparallel Model*. Ph.D. thesis, The Pennsylvania State University.
- Rosenhead, L. (Ed.). 1981. *Laminar Boundary layers*. New York: Dover Publications, Inc.
- Saric, W. S. 1994. Görtler Vortices. *Annu. Rev. Fluid Mechanics*, **26**, 379-409.
- Swearingen, J. D., and Blackwelder, R. F. 1987. The Growth and Breakdown of Streamwise Vortices in the Presence of a Wall. *J. Fluid Mechanics*, **182**, 255-290.

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE TEMPERATURA EM UM ESCOAMENTO NO INTERIOR DE UM CAPACITOR TÉRMICO

Julio Cesar Costa Campos e Milton Biage

Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Uberlândia
38400-000 - Uberlândia - MG - Brasil

RESUMO

O presente trabalho consiste num estudo experimental, realizado com a finalidade de prever o comportamento dinâmico de um escoamento no interior de um capacitor térmico. Utilizou-se um sistema de amplificação de microtermopares, com compensação automática da temperatura da junta fria para realização de medidas de temperatura instantâneas e flutuantes em vários pontos do cilindro. Este estudo foi realizado para dois números de Reynolds, na direção axial e radial. Com o objetivo de estudar a propagação de pulsos de temperatura ao longo do duto, construiu-se um gerador de pulso controlado por computador, que permite introduzir pulso com amplitudes e frequência diferentes. Estas medidas foram obtidas utilizando-se microtermopares tipo T, sendo obtido o seu auto espectro e correlações. Os resultados obtidos são consistentes de acordo com a literatura.

INTRODUÇÃO

O Capacitor Térmico é caracterizado, geometricamente, por um bojo cilíndrico ou retangular, inserido em uma instalação térmica, de forma a armazenar massa que servirá como elemento de amortecimento das flutuações de temperatura.

O capacitor térmico é utilizado em processos industriais onde se tem flutuações indesejáveis de temperatura, como por exemplo: em caldeiras, em fornos, em câmaras de umidificação, de secagem, de combustão e de descarga em túneis de vento supersônicos, ou mesmo em ambientes onde se deseja temperaturas absolutamente constantes, como em laboratórios de controle dados.

A utilização de um capacitor térmico provoca o amortecimento das flutuações devido ao efeito da mistura da massa que entra no cilindro com a massa já existente no mesmo. Habib e Whitelaw (1978) mostraram que nas regiões de recirculação resultam grandes gradientes de velocidade, e consequentemente, uma alta intensidade turbulenta. O processo físico no interior do capacitor térmico é caracterizado por um jato em expansão livre. As bordas do jato, da entrada até aproximadamente o centro do capacitor, apresentam vórtices pares. Após a região central, o escoamento divide-se em duas partes: uma zona envolvendo a linha do centro do capacitor, cujo escoamento contrai-se gradualmente até a saída do fluido no capacitor e uma zona secundária, situada próxima da parede, onde ocorre uma recirculação do fluido que realimenta o processo de mistura ao longo do corpo do jato livre. Lesieur (1986).

Escoamento no interior de um capacitor é caracterizado por uma série de fenômenos que não são ainda totalmente compreendidos. A formação das grandes estruturas coerentes, presentes no escoamento e a evolução destes vórtices são caracterizadas pelos mecanismos de instabilidades espaciais e temporais. A compreensão dos mecanismos de formação da estrutura deste escoamento pode fornecer várias informações que permitem compreender os aspectos de formação da turbulência tridimensional, permitindo a calibração de modelos turbulentos e verificar o comportamento de métodos numéricos na simulação

deste problema. Por outro lado, também, é possível utilizar as informações adquiridas em experimentos para otimizar os projetos industriais de capacitores.

Normalmente, o escoamento no interior de um capacitor térmico é tridimensional, por este fato, procurou-se efetuar um conjunto de medidas de flutuações de temperaturas em vários planos e ao longo de todo o capacitor, de forma que permitam analisar os aspectos tridimensionais da turbulência. Contudo, devido às limitações experimentais estudou-se escoamentos, cujos números de Reynolds são compreendidos no intervalo $12000 \leq Re \leq 134500$, os quais possibilitam estabelecer importantes conclusões sobre as características da turbulência neste escoamento.

O objetivo deste trabalho é apresentar um estudo experimental de um escoamento turbulento em um capacitor térmico, analisando o comportamento das flutuações de temperatura, utilizando funções estatísticas. As principais funções estatísticas a serem utilizadas como ferramentas neste estudo são: auto-correlação, inter-correlação e o espectro de potência.

Auto-correlação e inter-correlação permitem verificar o grau de similaridade das oscilações em vários pontos do escoamento, possibilitando caracterizar o grau de dissipação destas no espaço. Adicionalmente, a inter-correlação permite obter as velocidades de propagação dos fenômenos oscilantes.

O espectro de potência representa decomposições de funções temporais não lineares, no espaço de Fourier, contendo diferentes modos frequenciais, dentro de um banda, cuja largura depende do grau de determinismo do fenômeno. O espectro de potência fornece a distribuição de energia média das oscilações, com suas frequências características (Arpaci e Larsen, 1984). Contudo, a distribuição do espectro de potência, caracteriza fisicamente, a maneira pela qual oscilações de diferentes frequências trocam energia entre elas. A troca de energia entre oscilações com diferentes escalas constitui uma das análises que será apresentada neste estudo, procurando evidenciar os aspectos da turbulência, e em particular, verificar tanto o processo de alimentação de energia das pequenas escalas para as grandes, como os mecanismos de dissipação de energia pelas pequenas escalas. Adicionalmente, pode-se dizer que o espectro de potência constitui um dos diagnósticos de maior sensibilidade para caracterizar o

comportamento dinâmico de escoamentos. Historicamente, a análise das características do espectro de potência tem sido objeto de grande atenção, pois é possível extrair informações sobre a inclinação do espectro, o que permite estabelecer teorias e modelos de turbulência (Miller e Dimotakis, 1996).

Portanto é justificado o interesse pela aplicação das funções estatísticas, como autocorrelação, inter-correlação e espectro de potência na análise do comportamento de flutuações de temperatura ao longo do tempo.

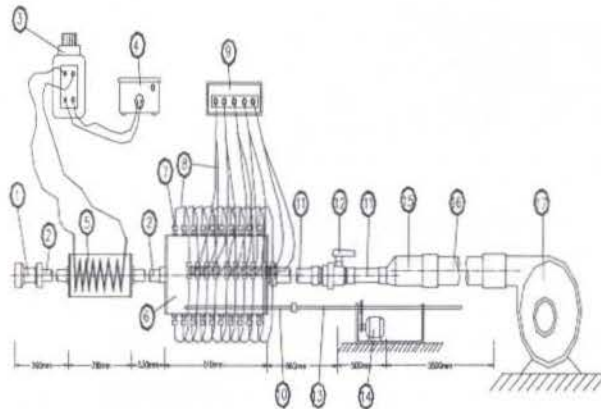


Figura 1 - Representação do Sistema, (1) Bocal de Bronze; (2) Tubulação de Ferro; (3) Varivolt; (4) Gerador de pulso; (5) Cilindro com Resistências; (6) Capacitor Térmico; (7) Tomadas de Pressão na parte superior; (8) Mangueiras; (9) Transdutor de Pressão; (10) Sonda para conexão do anemômetro a fio quente; (11) Tubulação de PVC; (12) Válvula; (13) Fuso; (14) Motor de Passo; (15) Tubulação de PVC de 3 polegadas; (16) Mangueira Flexível de 4 polegadas; (17) Ventilador de 12,5 cv, 3510 rpm, 34A.

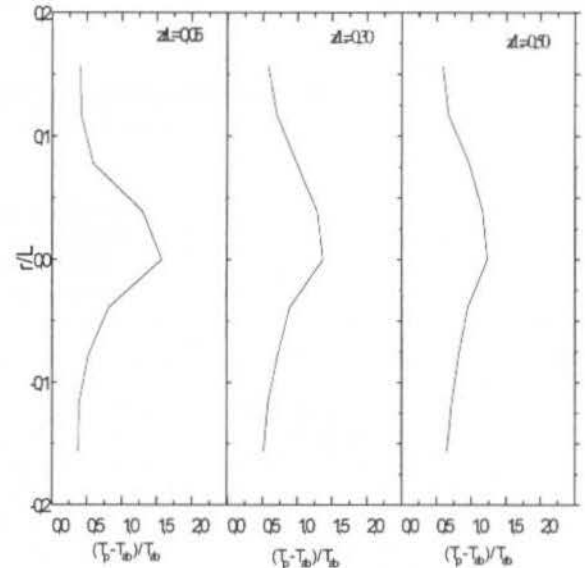
PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

À secção de testes é composta de um cilindro de acrílico com 200mm de diâmetro e com 510mm de comprimento. Uma secção de aquecimento é acoplado à secção de teste por meio de uma tubulação de ferro de 42,30mm de diâmetro e 530mm de comprimento. Um bocal de bronze com coeficiente de descarga igual a 0,98 foi utilizado para determinar o fluxo volumétrico através do capacitor. O fluxo através do sistema experimental foi introduzido, utilizando um ventilador centrífugo de alta potência, com 12,5 cv e 3510 rpm. A descarga do escoamento através do capacitor foi controlado por uma válvula controladora de vazão que permite uma variação gradual, possibilitando estabelecer escoamentos com variados números de Reynolds.

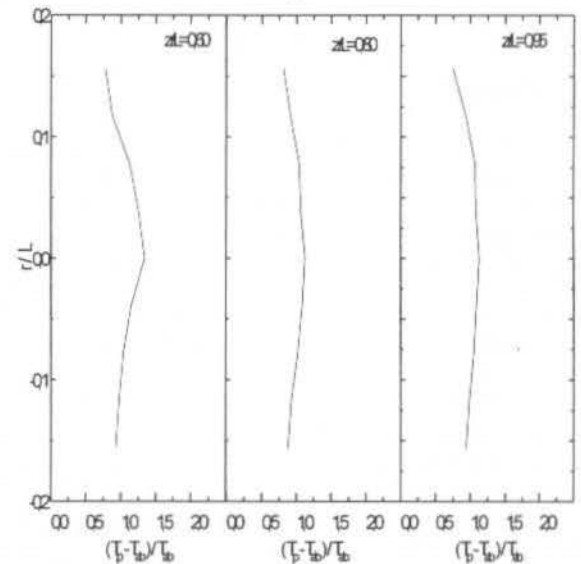
Na parte superior e inferior do capacitor (secção de teste), tem-se tomadas de pressão. Contudo, uma haste é introduzida no interior da secção de teste que permite mover um conjunto de microtermopares ou sondas anemométricas a fio quente, ao longo das direções axial, radial e azimutal, sem entretanto, perturbar o escoamento, pois, as medidas são realizadas a montante da haste. A Fig. 1 mostra com detalhes o sistema experimental. Todas as medidas estão em mm.

Para o aquecimento do fluido foi utilizado um sistema de resistências em forma espiraladas, distribuídas horizontalmente na tubulação de alimentação do escoamento e preenchendo todo o corpo cilíndrico da secção de aquecimento. As resistências são aquecidas, variando a tensão de alimentação dos resistores de aquecimento do ar, por meio de pulsos digitais, com amplitudes e frequências definidas em programas computacionais. Estes pulsos são convertidos em pulsos analógicos, utilizando conversores D/A, o qual é amplificado através de um circuito TRIAC. A construção deste sistema possibilita introduzir aquecimentos

flutuantes ou constantes na entrada do capacitor, com o intuito de verificar-se o comportamento da distribuição espacial de temperatura, em vários números de Reynolds.



(a)



(b)

Figura 2 - Perfil da temperatura média distribuído radialmente, em várias secções axiais do capacitor para $Re=12000$. (a) $z/L = 0,05$, $z/L = 0,30$ e $z/L = 0,50$ e (b) $z/L = 0,60$, $z/L = 0,80$ e $z/L = 0,95$.

No suporte de micro-termopares foi conectado um conjunto de nove micro-termopares, do tipo T (Cobre-constantã), com diâmetros de 0,1mm, os quais permitem medir oscilações características do escoamento de até 1 kHz. Este conjunto de microtermopares permite a realização de medidas de temperaturas ao longo da direção radial, em várias secções, no plano (r,z) , onde r representa a direção radial e z a direção axial. A flexibilidade que permite este suporte de microtermopares movimentar o sistema, tanto ao longo do eixo axial do capacitor como na direção azimutal, possibilita realizar medidas em qualquer ponto do capacitor, e em consequência, é possível verificar, tanto os efeitos de estratificação, como as características tridimensionais do escoamento.

As flutuações de temperatura ao longo do tempo foram obtidas

com uma frequência de aquisição de 1300 Hz, num total de 64000 pontos, o que corresponde um tempo total de aquisição de 49,23 segundos. Um pulso de aquecimento com um período de 3,08 segundos foi introduzido no escoamento. Os experimentos foram realizados para dois números de Reynolds, 12000 e 134500, os quais correspondem à menor e a maior velocidade permitida pelo sistema experimental.

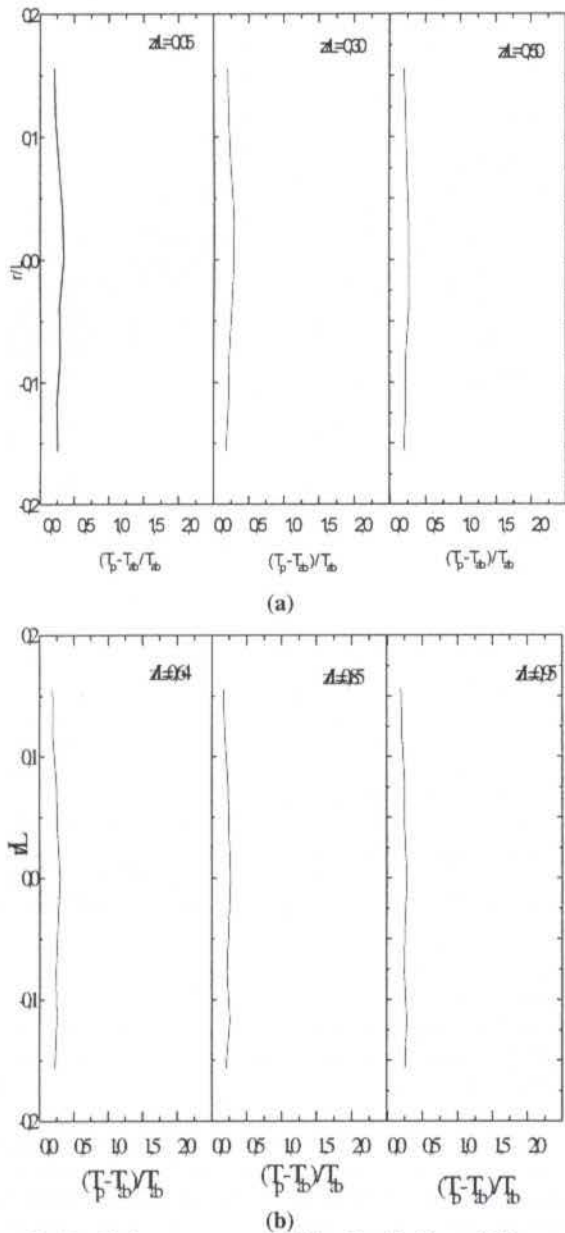


Figura 3 - Perfil da temperatura média distribuído radialmente, em várias secções axiais do capacitor para $Re=134500$. (a) $z/L = 0,05$, $z/L = 0,30$ e $z/L = 0,50$ e (b) $z/L = 0,60$, $z/L = 0,80$ e $z/L = 0,95$.

RESULTADOS OBTIDOS

As figs. 2 e 3 mostram os perfis de temperatura média, distribuídas radialmente e em várias posições axiais do escoamento, respectivamente, para $Re=12000$ e $Re=134500$. Tanto as dimensões radiais (r/L) como as dimensões axiais (z/L), onde L é o comprimento do capacitor térmico, estão representadas na forma adimensional. De maneira semelhante, procurou-se representar a distribuição de temperatura média, também, na

forma adimensional, dada como $(T_p - T_{ab})/T_{ab}$. Onde T_p é a temperatura adquirida pelo termopar e T_{ab} é a temperatura ambiente. O número de Reynolds foi definido em função dos seguintes parâmetros: $Re = \bar{U}D/\nu$, onde \bar{U} é a velocidade média, medida no bocal, D é o diâmetro da tubulação de alimentação do capacitor, neste caso $D=42,30\text{mm}$ e ν é a viscosidade dinâmica do ar.

Observa-se nas Figs. 2 e 3 uma quase simetria da distribuição de temperatura média ao longo do raio do cilindro. A distribuição de temperatura ocorre, de forma que as maiores temperaturas se concentram na região central do capacitor e estas diminuem gradativamente quando desloca-se na direção das paredes, tanto para as medidas realizadas para $Re=12000$ quanto para $Re=134500$. Adicionalmente, a Fig. 2, para $Re=12000$, mostra que a temperatura na linha central do capacitor apresenta valores, relativamente, bem maiores que os valores de temperatura nos pontos extremos, próximos da parede. Apesar de que na Fig. 3, para $Re=134500$, pode ser observado esse mesmo comportamento, onde os valores de temperatura média na linha central do capacitor apresenta valores relativamente maiores que os valores de temperatura nos extremos, próximo da parede, mas com uma diferença bem menos significativa. Este fato acontece devido em baixos número de Reynolds, o escoamento é menos turbulento, consequentemente, o efeito de mistura é menor e a homogeneização do escoamento é menos intensa.

Outra característica importante a ser observada nas Figs. 2 e 3 é o fato de que os perfis de temperatura evoluem ao longo da direção axial do capacitor, os quais tendem-se a tornar quase planos na região próxima à saída do cilindro. Isto ocorre, devido ao efeito de mistura causado pela turbulência que tende, como explicado acima, homogeneizar a distribuição de temperatura em todo o capacitor. Contudo, este fato ocorre de forma mais intensa em escoamentos altamente turbulentos, como no caso dos resultados apresentados na Fig.3, para $Re=134500$.

A Fig. 5 mostra o comportamento das funções coeficiente de correlação cruzada de duas amostras de flutuações temporais de temperatura, adquiridas em pontos adjacentes, ao longo da direção radial, em uma posição na entrada do capacitor, $z/L=0,05$ e para $Re=134500$. Conforme, observado nesta figura, a Fig. 5a representa os coeficientes de correlações cruzadas entre os pontos r_0 e r_1 , r_1 e r_2 , r_2 e r_3 e r_3 e r_4 , cujos pontos estão igualmente distanciados de 19,44mm, conforme, mostrado na Fig. 4. De forma semelhante, a Fig. 5b mostra o mesmo que a Fig. 5a, contudo, os coeficientes de correlação estão entre os pontos adjacentes, situados na direção oposta; isto é, entre os pontos r_0 e r_1 , r_1 e r_2 , r_2 e r_3 e r_3 e r_4 , respectivamente. As Figs. 6 e 7 mostram o mesmo que a Fig. 5, contudo para as posições axiais $z/L=0,53$ e $z/L=0,95$, referentes ao centro e à saída do capacitor. As Figs. 8, 9 e 10 são completamente similares às Figs. 5, 6 e 7, mas para $Re=12000$.

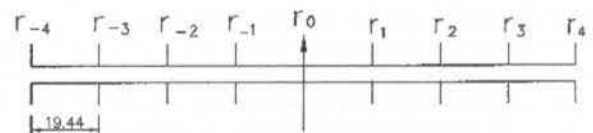


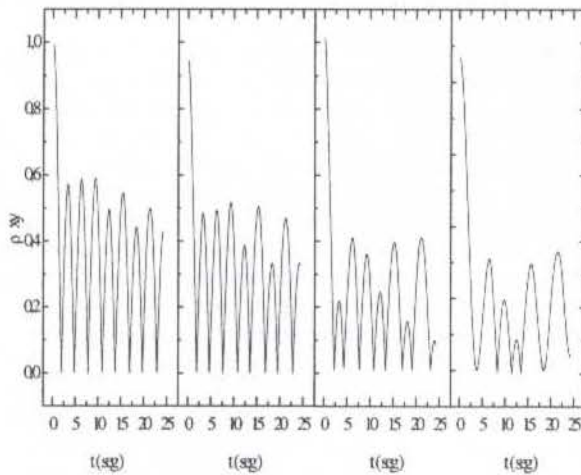
Figura 4 - Localização dos termopares ao longo da direção radial do capacitor (a posição r_0 encontra-se sobre a linha central do capacitor e as demais posições estão igualmente espaçadas, 19,44mm).

A função coeficiente de correlação cruzada é definida como:

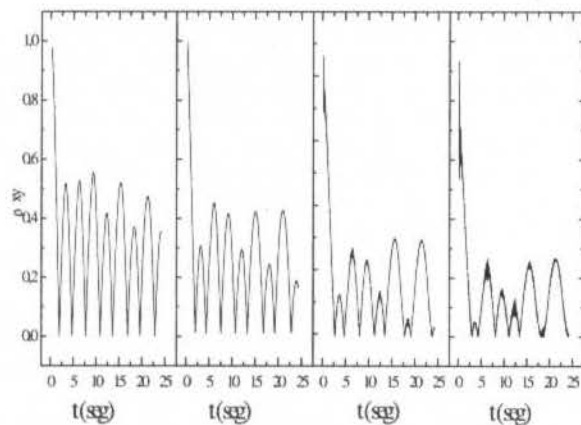
$$\rho_{r_i r_{i+1}} = \frac{|R_{r_i r_{i+1}}(\tau)|}{\sqrt{R_{r_i r_i}(0) R_{r_{i+1} r_{i+1}}(0)}} \quad (1)$$

onde com $i=0,1,2,3$ ou com $i=0,-1,-2,-3$, caracterizando as posições dos termopares, $R_{r_i r_{i+1}}(\tau)$, $R_{r_i r_i}(0)$ e $R_{r_{i+1} r_{i+1}}(0)$ são

respectivamente, a correlação cruzada, a autocorrelação do sinal fluante da temperatura na posição i , com um retardamento zero e autocorrelação na posição $i+1$, também com retardamento zero, cujos procedimentos de cálculos destas funções estão apresentados com detalhes em Bendat e Piersol (1986).



(a)



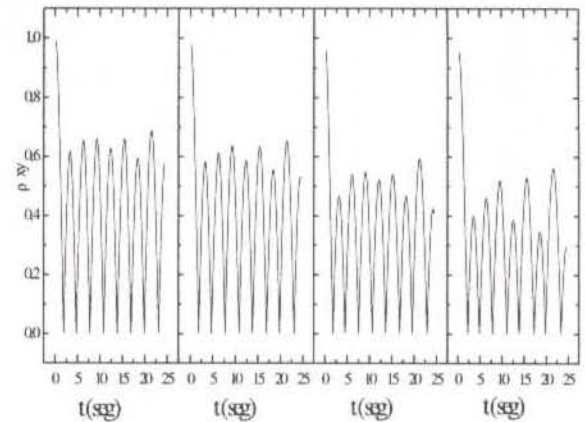
(b)

Figura 5 - Representação da função coeficiente de correlação cruzada para $Re=134500$, em $z/L=0,05$, próximo à entrada do capacitor. (a) entre os pontos r_0 e r_1 , r_1 e r_2 , r_2 e r_3 e r_3 e r_4 , respectivamente e (b) entre os pontos r_0 e r_{-1} , r_{-1} e r_{-2} , r_{-2} e r_{-3} e r_{-3} e r_{-4} , respectivamente.

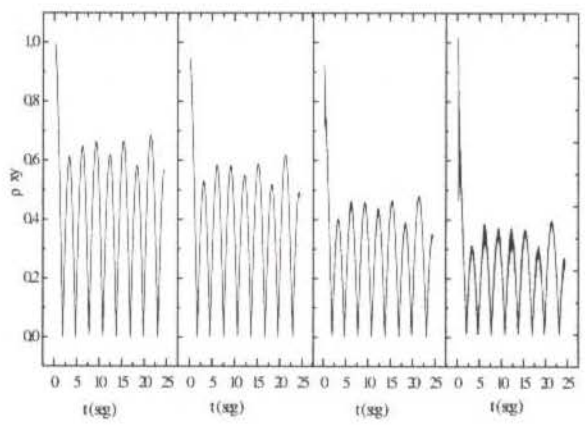
A função coeficiente de correlação evidencia a preservação da similaridade no espaço entre os sinais adquiridos em duas posições diferentes, que caso da Fig. 5, para pontos distanciados de 19,44mm ao longo do raio, no sentido do centro para a parede do capacitor. Quando um sinal é completamente determinístico e propaga em um meio pouco dissipativo, a tendência é que haja uma grande similaridade entre os sinais adquiridos em dois pontos distintos espacialmente. O grau de similaridade é dado na função coeficiente de correlação cruzada, verificando o valor relativo dos picos secundários desta função, os quais assumem valores entre 0 e 1. Se o pico secundário assume um valor igual a 1, os sinais adquiridos nas duas posições distintas são completamente similares, caso contrário, se o valor do pico secundário é igual a zero, os sinais não apresentam qualquer correlação espacial, sendo completamente distintos. Considerando estas informações apresentadas pela função coeficiente de correlação cruzada, pode-se ter uma idéia clara da dissipação de flutuações de temperaturas no escoamento, ao longo do capacitor térmico.

Observa-se na Fig. 5, para $Re=134500$ e $z/L=0,05$, situado na entrada do capacitor que a coerência do sinal decai a medida que se desloca ao

longo do raio, em direção à parede do capacitor. Isto é evidenciado pelos valores dos picos secundários nas funções coeficiente de correlação que são menores quando os pontos correlacionados aproximam-se da parede. Conjectura-se que isto ocorre devido acontecer uma forte quebra da estrutura da turbulência, nesta região, que apresenta uma brusca mudança geométrica, causando um processo turbulento bem mais irregular (Blanco e Moller, 1994).



(a)



(b)

Figura 6 - Representação da função coeficiente de correlação cruzada para $Re=134500$, em $z/L=0,53$, próximo ao centro do capacitor. (a) entre os pontos r_0 e r_1 , r_1 e r_2 , r_2 e r_3 e r_3 e r_4 , respectivamente e (b) entre os pontos r_0 e r_{-1} , r_{-1} e r_{-2} , r_{-2} e r_{-3} e r_{-3} e r_{-4} , respectivamente.

Uma outra importante característica observada na Fig. 5 é que as flutuações de temperatura se correlacionam por longos intervalos de tempo, conforme caracterizado pelas coeficientes de correlação dos picos secundários, os quais mantêm-se aproximadamente constantes por um longo tempo (o eixo horizontal representa um tempo de 25 segundos), para uma mesma função de correlação cruzada. Isto evidencia que as flutuações de temperatura apresenta uma forte similaridade ao longo, o que indica que estas se preservam quando o tempo transcorre, indicando um grande grau de determinismo do fenômeno. Isto caracteriza a existência de fenômenos de grandes escalas no escoamento, características das flutuações de temperatura introduzidas no escoamento, conforme explicado anteriormente.

As mesmas observações feitas com relação a Fig. 5, na entrada do capacitor, com $z/L=0,05$, são válidas com relação às Figs. 7 e 8, referente aos dados adquiridos na região central e na saída do capacitor, com $z/L=0,53$ e $z/L=0,95$, respectivamente. Contudo, as flutuações de temperatura, nestas duas posições, apresentam

um maior grau de similaridade ao longo do tempo, evidenciado por uma maior homogeneidade nos níveis de coerência dos picos secundários. Também, com relação as Figs. 7 e 8, observa-se que as oscilações de temperatura são melhor preservadas ao longo do raio, no centro e na saída do capacitor, onde o grau de coerência, dado pelo primeiro pico secundário, varia relativamente pouco na direção radial, no centro do capacitor e mantém quase que constante na região de saída deste.

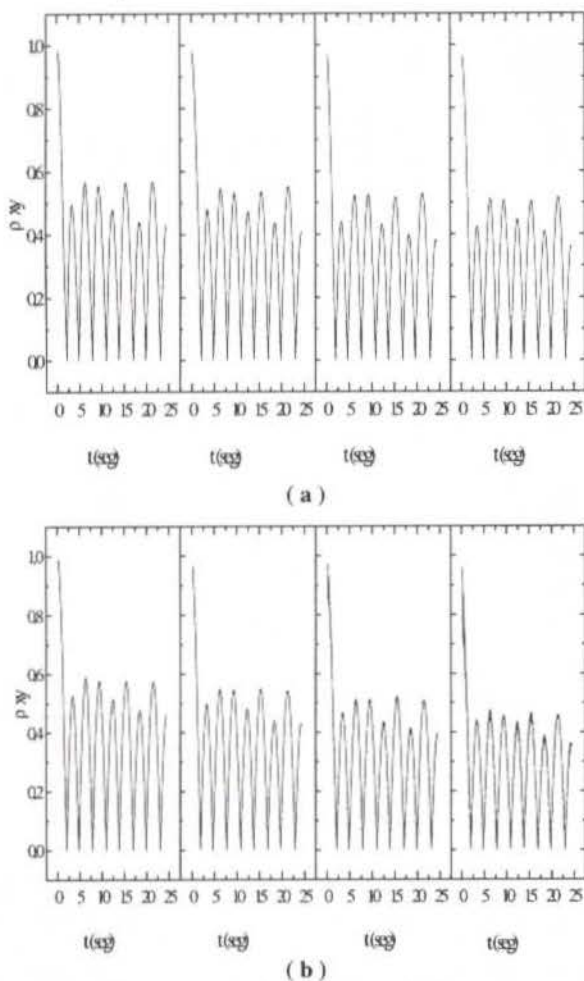


Figura 7 - Representação da função coeficiente de correlação cruzada para $Re=134500$, em $z/L=0,95$, próximo à saída do capacitor. (a) entre os pontos r_0 e r_1 , r_1 e r_2 , r_2 e r_3 e r_3 e r_4 , respectivamente e (b) entre os pontos r_0 e r_{-1} , r_{-1} e r_{-2} , r_{-2} e r_{-3} e r_{-3} e r_{-4} , respectivamente.

Diferentemente das observações feitas com relação às Figs. 5 a 7, para $Re=134500$, as correspondentes Figs. 8 a 10, para $Re=12000$, onde o escoamento não apresenta uma turbulência completamente desenvolvida, ocorre um forte amortecimento das flutuações, tanto espacialmente, ao longo do raio e da direção axial do capacitor, como ao longo do tempo. Esta conclusão é extraída, observando que o primeiro pico secundário apresenta um pobre coeficiente de correlação, e os picos secundários, ilustrados ao longo do eixo horizontal, apresentam, também, coeficientes de coerências bastantes baixos e quase constantes. Deve salientar-se que as flutuações de temperaturas introduzidas neste estudo com $Re=12000$ foi exatamente a mesma que a introduzida no estudo com $Re=134500$. Este fato é compreensível se considerar que em baixo número de Reynolds, o efeito dissipativo do escoamento é muito maior, amortecendo com maior intensidade as oscilações presentes no escoamento, tanto de velocidades como de temperatura, pois estes campos são

totalmente acoplados.

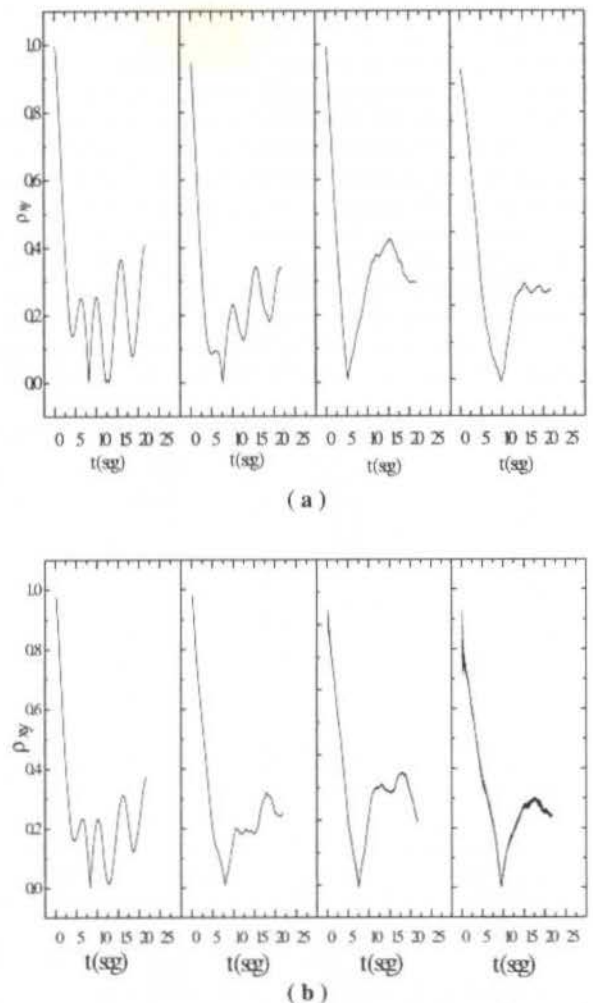


Figura 8 - Representação da função coeficiente de correlação cruzada para $Re=12000$, em $z/L=0,05$, próximo à entrada do capacitor. (a) entre os pontos r_0 e r_1 , r_1 e r_2 , r_2 e r_3 e r_3 e r_4 , respectivamente e (b) entre os pontos r_0 e r_{-1} , r_{-1} e r_{-2} , r_{-2} e r_{-3} e r_{-3} e r_{-4} , respectivamente.

Adicionalmente, se comparar as Figs. 5 a 7, para $Re=134500$ com as Figs. 8 a 10, para $Re=12000$, observa-se que os tempos transcorridos entre dois picos secundários (eixo horizontal) é bem maior quando $Re=12000$ do que para $Re=134500$. Como é conhecido a distância entre as duas posições referentes aos sinais correlacionados, conclui-se que a velocidade de propagação das flutuações de temperatura é igual a esta distância dividido pelo tempo transcorrido entre dois picos secundários. Assim, conclui-se que a velocidade de propagação das flutuações são menores quando o número de Reynolds é menor, devido a maior dissipação neste escoamento.

As Figs. 11 e 12 mostram a densidade espectral adimensional das flutuações de temperatura, para $Re=134500$ e $Re=12000$, em duas posições, $x/L=0,05$ e $x/L=0,53$, respectivamente, próximo à entrada do capacitor e aproximadamente no centro. Não será apresentado ao longo deste artigo, os procedimentos de cálculos desta função. Para maiores detalhes consulte Bendat e Piersol (1986). O logaritmo decimal da densidade espectral adimensional é dado pela seguinte equação:

$$\text{Log} G_{r_1 r_1}(f) = \text{Log} \frac{|G_{r_1 r_1}(f)|}{\max |G_{r_1 r_1}(f)|} \quad (2)$$

onde $G_{r_1 r_1}(f)$ é a densidade espectral unilateral, para uma amostra de dados no tempo, denominada de r_1 , com discriminando as posições dadas na Fig. 4.

Como explicado na introdução deste trabalho, a função de densidade espectral caracteriza fisicamente, a maneira pela qual oscilações de diferentes frequências trocam energia entre elas. A troca de energia entre oscilações com diferentes escalas constitui uma análise importante que permite evidenciar os aspectos da turbulência, e em particular, verificar tanto o processo de alimentação de energia das pequenas escalas para as grandes, como os mecanismos de dissipação de energia pelas pequenas escalas. Historicamente, a análise das características do espectro de potência tem sido objeto de grande atenção, pois é possível extrair informações sobre a inclinação do espectro, o que permite estabelecer modelos de turbulência (Miller e Dimotakis, 1996).

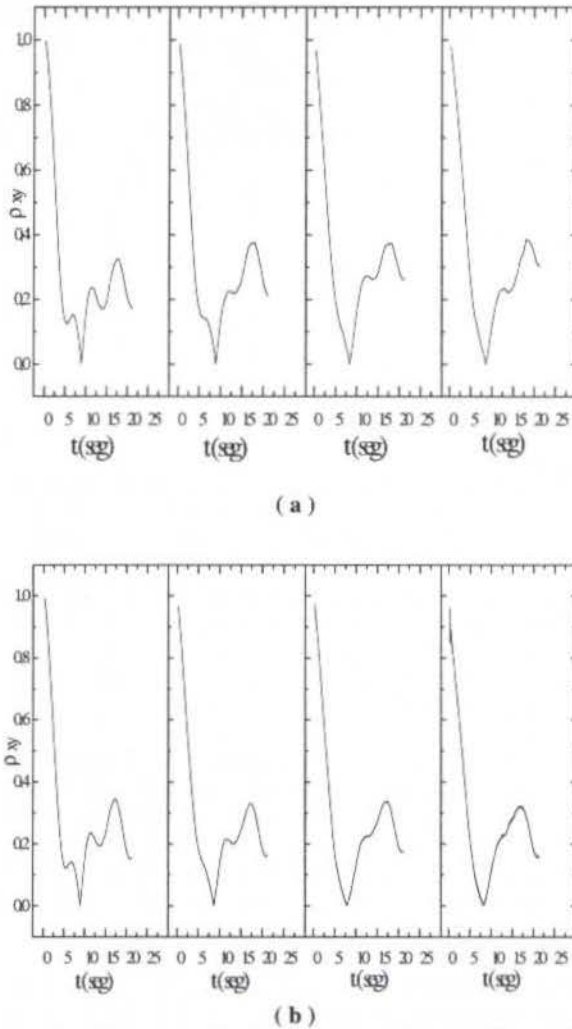


Figura 9 - Representação da função coeficiente de correlação cruzada para $Re=12000$, em $z/L=0,53$, próximo ao centro do capacitor. (a) entre os pontos r_0 e r_1 , r_1 e r_2 , r_2 e r_3 e r_3 e r_4 , respectivamente e (b) entre os pontos r_0 e r_{-1} , r_{-1} e r_{-2} , r_{-2} e r_{-3} e r_{-3} e r_{-4} , respectivamente.

A partir das considerações apresentadas no parágrafo anterior, pode-se observar nas Figs. 11 e 12 que a estrutura do escoamento obedece uma lei de potência para a subregião inercial no espectro de energia, $k^{-5/3}$, com uma inclinação de $-5/3$, independente do número de Reynolds e da posição espacial, na qual os dados foram adquiridos. Esta lei é conhecida como lei de Kolmogorov Hinze (1975), que caracteriza uma estrutura de

escoamento turbulento, tipicamente, tridimensional.

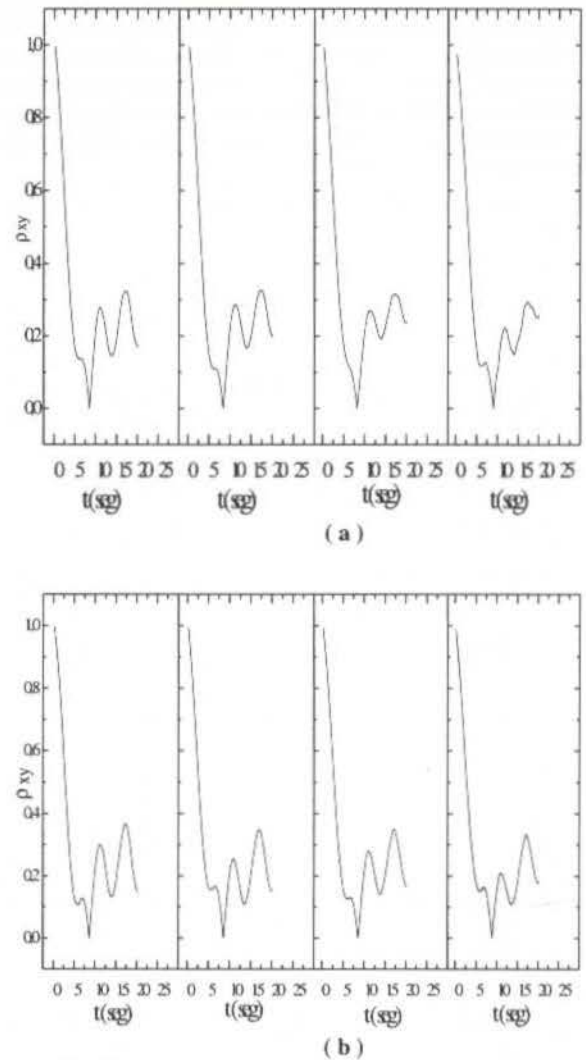


Figura 10 - Representação da função coeficiente de correlação cruzada para $Re=12000$, em $z/L=0,95$, próximo à saída do capacitor. (a) entre os pontos r_0 e r_1 , r_1 e r_2 , r_2 e r_3 e r_3 e r_4 , respectivamente e (b) entre os pontos r_0 e r_{-1} , r_{-1} e r_{-2} , r_{-2} e r_{-3} e r_{-3} e r_{-4} , respectivamente.

Conforme Saddoughi e Veeravalli (1994), a inclinação de $-5/3$ é possível, somente para escoamentos com valores elevados do número de Reynolds. Também, é possível verificar nas Figs. 11 e 12, um pico de frequência bem definido, caracterizando a frequência das oscilações introduzidas no escoamento, na seção de aquecimento. Adicionalmente, alguns subharmônicos são observados, principalmente, quando $Re=134500$, os quais são melhores evidenciados nas representações lineares destas funções. O pico no espectro de energia, característico das oscilações introduzidas, encontra-se localizado em $\log f = 0,65$, o qual fornece uma frequência de aproximadamente de 4,5 Hz, completamente idêntica à frequência do sinal introduzido na seção de aquecimento. Também, verifica-se de forma clara que a energia introduzida no escoamento, com a frequência de 4,5 Hz é fortemente transportada para as escalas de frequências maiores, devido ao efeito convectivo, como é caracterizado na região inercial do espectro, descrita pela inclinação de $-5/3$. Além da região inercial, ocorre uma difusão de energia, no sentido das finas escalas (oscilações de mais altas frequência que as da região inercial), devido as interações moleculares. Contudo, este último processo, não é completamente evidenciado nas Figs. 11 e 12, devido a interferência dos fenômenos com frequências maiores que a

frequência de amostragem fixada neste estudo, igual a 1300 Hz, onde um erro de *aliasing* é introduzido no espectro e aparecem nas frequências das finas escalas, definidas pela difusão molecular.

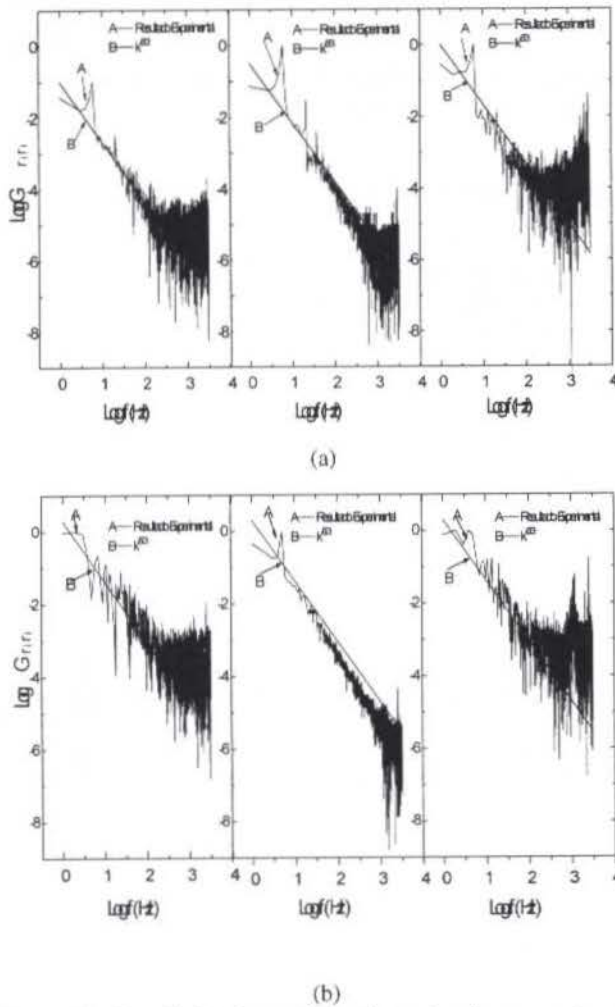


Figura 11 - Densidade Espectral das flutuações de temperatura, em r_4 , r_0 e r_4 (Fig. 4), para $z/L=0,05$. (a) $Re=134500$ e (b) $Re=12000$

REFERÊNCIA

Arpaci, Vedat S. e Larsen, Poul S., 1984, "Convection Heat Transfer", Prentice-Hall, New Jersey.
 Bendat, Julius S. e Piersol, Allan G., 1986, "Random Data - Analysis and Measurement Procedures", 2 edição, John Wiley & Sons.
 Blanco, R.L.D. e Moller, S.V., 1994, "Análise Espectral de Flutuações de Temperatura em escoamentos Turbulentos em Dutos Circulares", Anais do 8º SIBRAT - Simpósio Brasileiro sobre Tubulações e Vasos de Pressão, vol 1, pp. 396-405, RS.
 Campos, Julio C.C. e Biage, Milton, 1997, "Theoretical and Experimental Analyses of a Flow into Cylindrical Duct with Sudden-Expansion and Contraction Cross-Sections", CIDIM/97 - III Congresso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, La Habana, Cuba.
 Habib, M. A. e Whitelaw, J. H., 1978, "Velocity Characteristics of a Confined Coaxial Jet", Imperial College of Science and Technology, London, 21p.
 Hinze, O., 1975, "Turbulence", McGraw-Hill, New York.
 Holman, J.P., 1994, "Experimental Methods for Engineers", Sixth Edition, McGraw-Hill, New York.
 Lesieur, M., 1986, "Turbulence in Fluids", Dordrecht/Boston/London, Kluwer Academic Publishers, vol 1.
 Matos, Arlindo de, Pinho, Francisco A. A., e Neto, Aristeu

Silveira, 1997, "Large-eddy Simulation of Turbulent Flow over a Two-Dimensional cavity with Temperature Fluctuations", Int. J. Heat Mass Transfer, no prelo.

Miller, Paul L., e Dimotakis, Paul E., 1996, "Measurements of Scalar Power Spectra in High Schmidt Number Turbulent Jets", J. Fluid Mech., vol. 308, pp. 129-146.

Saddouchi, Seyed G., e Veeravalli, Srinivas V., 1994, "Local Isotropy in Turbulent Boundary Layers at High Reynolds Number", J. Fluid Mech., vol. 268, pp. 333-372.

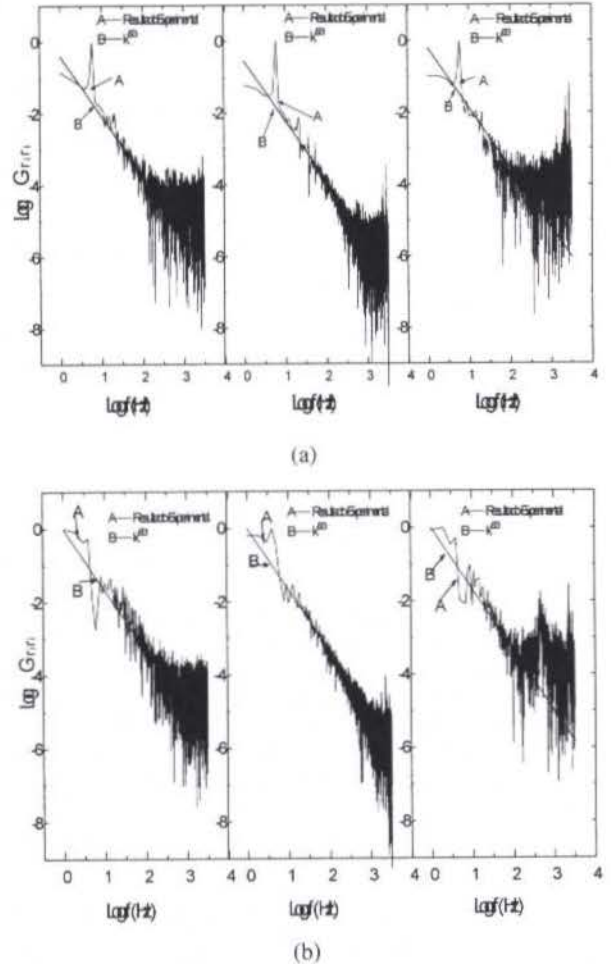


Figura 12 - Densidade Espectral das flutuações de temperatura, em r_4 , r_0 e r_4 (Fig. 4), para $z/L=0,50$. (a) $Re=134500$ e (b) $Re=12000$.

ABSTRACT

The present work consists of an experimental study, accomplished with the purpose of foreseeing the flow dynamic behavior in a cylindrical duct with sudden-expansion and contraction cross-sections in the inlet and outflow sections. A system of thermocouple amplification was used, with temperature automatic compensation of the cold junction for carried out of instantaneous temperature measures in several points of the cylindrical test sections, in the axial and radial direction. This study was performed for two Reynolds numbers. With aim of studying the propagation of temperature pulses along the duct, a pulse generator was built controlled by computer, that allows to introduce pulse with different amplitude and frequencies. The treatment of the temperature signal was performed, applying the statistical functions, such as spectrum density and cross-correlation functions. The obtained results are consistent original and in agreement with the other literature conclusion.

**TRANSIENT TURBULENT FORCED CONVECTION OF VISCOELASTIC FLUIDS IN CIRCULAR TUBE WITH
STEPWISE VARIATIONS OF WALL TEMPERATURE**

E. N. MACÊDO¹, R. L. SILVA² and J. N. N. QUARESMA²

1 – Mechanical Engineering Department – CT/ UFPA
2 – Chemical Engineering Department – CT/ UFPA
Campus Universitário do Guamá – 66075-900 – Belém – PA – Brasil
E-MAIL: quaresma@marajo.ufpa.br

SUMMARY

The so-called Generalized Integral Transform Technique (G.I.T.T) in conjunction with the classical Laplace transformation are employed to develop an approximate analytical solution for the problem of transient turbulent forced convection heat transfer of viscoelastic fluids in circular tubes. Stepwise variations of wall temperature are applied as boundary conditions and both, the thermal entry and fully developed regions are analyzed. Benchmark results for the local Nusselt numbers are established in these regions for different Reynolds and Prandtl numbers and at various dimensionless times.

INTRODUCTION

During the last five decades, the study of heat and fluid flow problems involving viscoelastic fluids in turbulent regime have been the goal of many researchers, due to these fluids present the characteristic of drag and heat transfer reductions, since this anomalous behavior was first observed by Toms (1949).

Nowadays, there are a great number of practical engineering problems that make use of these characteristics, among them are included the transportation of clay suspensions through the extensive pipelines. In this application, polymeric solutions presenting this behavior are added to these suspensions, in order to reduce the pressure drop and consequently, the cost of pumping. Another application involving these fluids concerns to the design of heat exchangers devices, where a lower heat transfer rate is obtained when compared with the newtonian situation, and the performance of such equipments is improved.

The theoretical aspects of this phenomenon are covered in details by other previous papers (Lumley, 1969; Kostic, 1994), and the present work is not concerned with such aspects. On the other hand, the establishment of benchmark results for heat transfer rates in convection heat transfer problems in turbulent flow inside ducts, involving viscoelastic fluids, are important by reasons pointed out above. In this context, the Generalized Integral Transform technique (GITT) due to its hybrid numerical-analytical nature is well indicated for this purpose (Cotta, 1993). Thus, the present work aims to solve the problem of the thermal entry and fully developed regions, involving the flow of viscoelastic fluids inside circular tubes, by employing the so-called Generalized Integral Transform and the Classical Laplace Techniques (Cotta and Ozisik, 1986; Cotta, 1993) and to establish benchmark results for the local Nusselt numbers in both regions analyzed.

ANALYSIS

In this work, the transient forced convection in thermally developing, hydrodynamically developed turbulent flow of viscoelastic fluids inside circular tubes is considered. Viscous dissipation, free convection, and axial conduction effects are neglected, and the physical properties are considered temperature independent. A step change in wall temperature is

applied as boundary condition. Then, the mathematical formulation of this problem in dimensionless form is written as:

$$\frac{\partial \theta(R, Z, \tau)}{\partial \tau} + U(R) \frac{\partial \theta(R, Z, \tau)}{\partial Z} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R E_h(R) \frac{\partial \theta(R, Z, \tau)}{\partial R} \right],$$

in $0 < R < 1, Z > 0, \tau > 0$ (1)

subjected to the initial, inlet and boundary conditions

$$\theta(R, Z, 0) = 1, \quad Z \geq 0, \quad 0 \leq R \leq 1 \quad (2)$$

$$\theta(R, 0, \tau) = 1, \quad \tau \geq 0, \quad 0 \leq R \leq 1 \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial \theta(R, Z, \tau)}{\partial R} \right|_{R=0} = 0, \quad \tau > 0, \quad Z > 0 \quad (4)$$

$$\theta(1, Z, \tau) = 0, \quad \tau > 0, \quad Z > 0 \quad (5)$$

where $U(R)$ and $E_h(R)$ are the turbulent dimensionless velocity profile and the algebraic model for the total eddy diffusivity of heat, corresponding to the minimum-drag asymptotic case, respectively, and are shown in references (Cho and Hartnett, 1982; Virk, 1970).

The various dimensionless groups employed in equations (1-5) above are shown below:

$$R = \frac{r}{r_w}; \quad Z = \frac{4z / D_h}{C Re_a Pr_a}; \quad \tau = \frac{\alpha t}{r_w^2}; \quad Re_a = \frac{u_m D_h}{\nu_a}$$

$$Pr_a = \frac{\nu_a}{\alpha}; \quad \theta(R, Z, \tau) = \frac{T(r, z, t) - T_w}{T_i - T_w}; \quad U(R) = \frac{u(r)}{u_m} = \frac{u(r)}{Cu_m}$$

$$C = \frac{u_{max}}{u_m}; \quad E_h(R) = 1 + \frac{E_h}{\alpha} \quad (6a-i)$$

where D_h is the hydraulic diameter and is defined as $D_h = 2r_w$.

The solution of the problem defined by equations (1-5) is obtained by combining the ideas of the generalized integral transform and classical Laplace transform techniques. Following these methodologies an approximate analytical solution is developed, such as those described in (Cotta and Ozisik, 1986; Cotta, 1993), and the details are not shown here due to space limitations. Then, this solution is given by:

$$\begin{aligned} \theta(R, Z, \tau) = & \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} \psi_i(R) e^{-\beta_i^2 Z} \\ & \cdot U(\tau - A_{ii} Z) \left\{ F_i - \sum_{m=1}^{\infty} F_{mi} \exp[-\gamma_m^2 (\tau - A_{ii} Z)] \right\} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F_m^*}{N_m^*} X_m(R) e^{-\gamma_m^2 \tau} \end{aligned} \quad (7)$$

where $\psi_i(R)$, $X_m(R)$, β_i and γ_m are respectively, the eigenfunctions and eigenvalues of the related eigenvalue problems in the R variable for the solution of the problem described here and given by equation (7) above. The other quantities are defined as follow

$$F_m^* = -\frac{1}{\gamma_m^2} X_m'(1) \quad (8)$$

$$N_m^* = \int_0^1 R X_m^2(R) dR \quad (9)$$

$$F_i = -\frac{1}{\beta_i^2} \psi_i'(1) \quad (10)$$

$$F_{mi} = \frac{F_m^*}{N_m^*} \int_0^1 R U(R) X_m(R) \psi_i(R) dR \quad (11)$$

$$N_i = \int_0^1 R U(R) \psi_i^2(R) dR \quad (12)$$

$$A_{ii} = \frac{1}{N_i} \int_0^1 R \psi_i^2(R) dR \quad (13)$$

$$U(\tau - A_{ii} Z) = \begin{cases} 1, & \text{for } \tau > A_{ii} Z \\ 0, & \text{for } \tau < A_{ii} Z \end{cases} \quad (14, 15)$$

Using this approximate analytical solution, the quantities of practical interest such as the dimensionless wall heat flux, the average flow temperature, and the local Nusselt number are readily determined in the following form.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta(R, Z, \tau)}{\partial R} \Big|_{R=1} = & \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} \psi_i'(1) e^{-\beta_i^2 Z} \\ & \cdot U(\tau - A_{ii} Z) \left\{ F_i - \sum_{m=1}^{\infty} F_{mi} \exp[-\gamma_m^2 (\tau - A_{ii} Z)] \right\} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F_m^*}{N_m^*} X_m'(1) e^{-\gamma_m^2 \tau} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \theta_{av}(Z, \tau) = & 2C \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{F_i}{N_i} e^{-\beta_i^2 Z} \right. \\ & \left. \cdot U(\tau - A_{ii} Z) \left\{ F_i - \sum_{m=1}^{\infty} F_{mi} \exp[-\gamma_m^2 (\tau - A_{ii} Z)] \right\} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F_m^*}{N_m^*} J_m e^{-\gamma_m^2 \tau} \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

$$Nu(Z, \tau) = 2 \frac{\frac{\partial \theta(R, Z, \tau)}{\partial R} \Big|_{R=1}}{\theta(1, Z, \tau) - \theta_{av}(Z, \tau)} \quad (18)$$

where,

$$J_m = \int_0^1 R U(R) X_m(R) dR \quad (19)$$

Steady-State Solution

In order to illustrate the ideas on the Integral Transform Technique, the solution of the steady-state version of the problem defined by equations (1)-(6) is shown below. The appropriate eigenvalue problem needed for the solution is given by

$$\frac{d}{dR} \left[R E_n(R) \frac{d\psi_i(R)}{dR} \right] + \beta_i^2 R U(R) \psi_i(R) = 0, \quad \text{in } 0 < R < 1 \quad (20.a)$$

$$\frac{d\psi_i(R)}{dR} \Big|_{R=0} = 0 \quad ; \quad \psi_i(1) = 0 \quad (20.b, c)$$

The eigenvalue problem above allows for the development of the following integral transform pair:

$$\theta_s(R, Z) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} \psi_i(R) \bar{\theta}_i(Z), \quad \text{inversion} \quad (21.a)$$

$$\bar{\theta}_i(Z) = \int_0^1 R U(R) \psi_i(R) \theta_s(R, Z) dR, \quad \text{transform} \quad (21.b)$$

where N_i is the normalization integral and is given by equation (12).

Then, taking the integral transform of the steady-state version of the system given by equations (1)-(6), i.e. when $\frac{\partial \theta(R, Z, \tau)}{\partial \tau} = 0$, these equations are operated with

$\int_0^1 \psi_i(R) dR$, and we obtain the following ordinary differential equation for the transformed potential, $\bar{\theta}_i(Z)$

$$\frac{d\bar{\theta}_i(Z)}{dZ} + \beta_i^2 \bar{\theta}_i(Z) = 0 \quad (22.a)$$

with the transformed inlet condition given by

$$\bar{\theta}_i(0) = \bar{f}_i = \int_0^1 R U(R) \psi_i(R) dR = -\frac{1}{\beta_i^2} \frac{d\psi_i(1)}{dR} \quad (22.b)$$

The solution for the transformed potential given by eqs. (22) is readily obtained in the form

$$\bar{\theta}_i(Z) = \bar{f}_i \exp(-\beta_i^2 Z) \quad (23)$$

Therefore, introducing the eq. (23) into the inversion formula (21.a), the solution for $\theta_s(R, Z)$ is determined as follows

$$\theta_s(R, Z) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_i}{N_i} \psi_i(R) \exp(-\beta_i^2 Z) \quad (24)$$

Equation (24) is used to compute the expressions for the average flow temperature and the derivative at $R = 1$, which are respectively given by:

$$\theta_{s,av}(Z) = 2C \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_i^2}{N_i} \exp(-\beta_i^2 Z) \quad (25)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_s(R, Z)}{\partial R} \right|_{R=1} = - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_i^2 \beta_i^2}{N_i} \exp(-\beta_i^2 Z) \quad (26)$$

The local Nusselt number for this case is obtained by introducing the equations (25) and (26) above into equation (18), to yield:

$$Nu(Z) = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_i^2 \beta_i^2}{N_i} \exp(-\beta_i^2 Z)}{C \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_i^2}{N_i} \exp(-\beta_i^2 Z)} \quad (27)$$

and the asymptotic Nusselt number, Nu_{∞} is obtained from equation (27) above by considering only the first term in the summation, i.e.

$$Nu_{\infty} = \frac{\beta_1^2}{C} \quad (28)$$

RESULTS AND DISCUSSION

The Sign-Count Method (Mikhailov and Vulchanov, 1983; Mikhailov and Ozisik, 1984) as well as the G.I.T.T. itself (Cotta, 1993; Mikhailov and Cotta, 1994) are used to solve the appropriate eigenvalue problems and to determine automatically and accurately as many eigenvalues β_i and γ_m eigenfunctions $\psi_i(R)$ and $X_m(R)$ as needed, as well as the quantities defined by equations (8)-(13) and (19). After, the dimensionless wall heat flux, the average flow temperature and the local Nusselt number are computed from equations (16)-(18) and (27).

The velocity profiles here adopted (Virk et al., 1970), are functions of the Fanning friction factor, which its determination is necessary to compute the temperature field, and in the present analysis it is obtained by solving the following transcendental equation.

$$4 \sqrt{\frac{f}{8}} \int_0^1 R U^+(R) dR = 1 \quad (29)$$

where $U^+(R)$ are the velocity profiles shown in reference by Virk et al. (1970).

In table 1 are shown some results for the Fanning friction factor computed from equation (29) and their comparisons with those presented by Cho and Hartnett (1982) for various apparent Reynolds numbers. It can be observed that have a good agreement between these sets of results. The results for the relation of velocities $C = u_{max}/u_m$ are also shown.

Table 1 – Fanning friction factor computed from the present analysis

Re_a	f		$C = u_{max}/u_m$
6,000	0.003679353*	0.003072680+	1.70837652
10,000	0.002705998	0.002404529	1.61880318
60,000	0.001111937	0.001017460	1.40931996
100,000	0.0009016435	0.0007962143	1.36993434

* - Present analysis

+ - Empirical correlation proposed by Cho and Hartnett (1982)

Table 2 brings the convergence behavior of the local Nusselt number, analyzed at specific axial position $Z = 10^{-4}$ and at dimensionless time $\tau = 0.003$. The cases for $Re_a = 10,000$, $Pr_a = 1.0$ and $Re_a = 60,000$, $Pr_a = 10.3$, were considered in this analysis, and excellent rates are clearly observable from these set of results.

Table 2 – Convergence behavior of the local Nusselt number in the thermal entry region

N*	Nu(Z, τ)	
	$Z = 10^{-4}$ and $\tau = 0.003$	
	$Re_a = 10,000$ and $Pr_a = 1.0$	$Re_a = 60,000$ and $Pr_a = 10.3$
10	30.057	54.871
20	36.896	54.871
30	38.155	54.871
40	38.260	54.871
50	38.265	54.871
60	38.265	54.871

N* - Truncation order

Figures 1 and 2 bring plots of the local Nusselt numbers at various dimensionless times, against the axial coordinate Z , in the range $0.0001 \leq Z \leq 0.1$, the dimensionless groups adopted were $Re_a = 10,000$ and $60,000$ and $Pr_a = 1.0$ and 10.3 , respectively. From these set of figures is noticed that the local Nusselt number, starting from the thermal entry region, decreases continuously with both increasing axial position and dimensionless time, until the fully-developed thermal region is reached, where the conductive effects are predominant. In this region, the local Nusselt number assumes an asymptotic value. From the figure 2.b, i.e. for the case of $Re_a = 60,000$ and $Pr_a = 10.3$, it can be noticed that there are low differences between the results at dimensionless time $\tau = 0.005$; 0.01 and 0.03 . Finally, it can be pointed out that for the range of axial position here studied a truncation order ($N^* \leq 60$) was required for a full convergence for all cases.

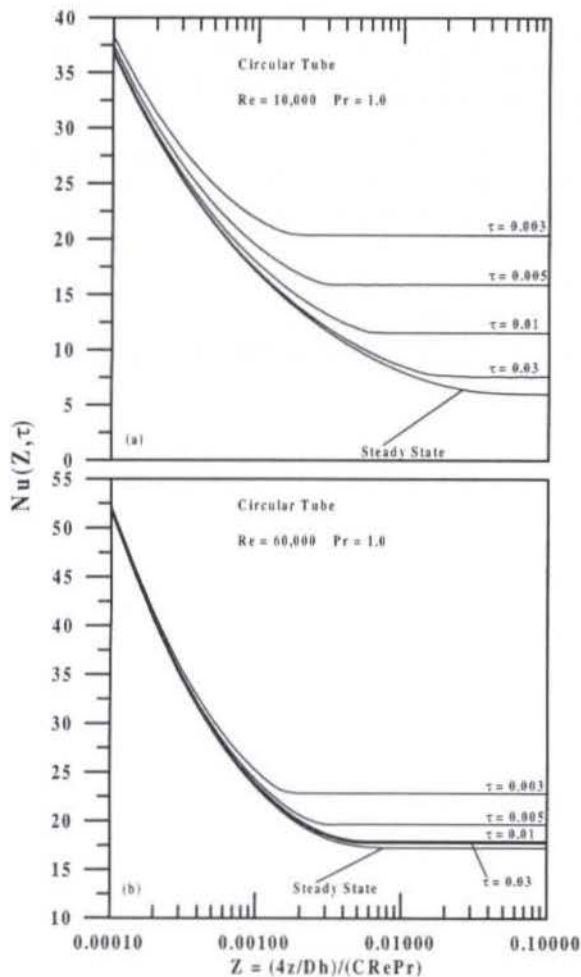


Figure 1 - Local Nusselt number in the thermal entry region of a circular tube at different dimensionless times; (a) $Re = 10,000$ and $Pr = 1.0$; (b) $Re = 60,000$ and $Pr = 1.0$.

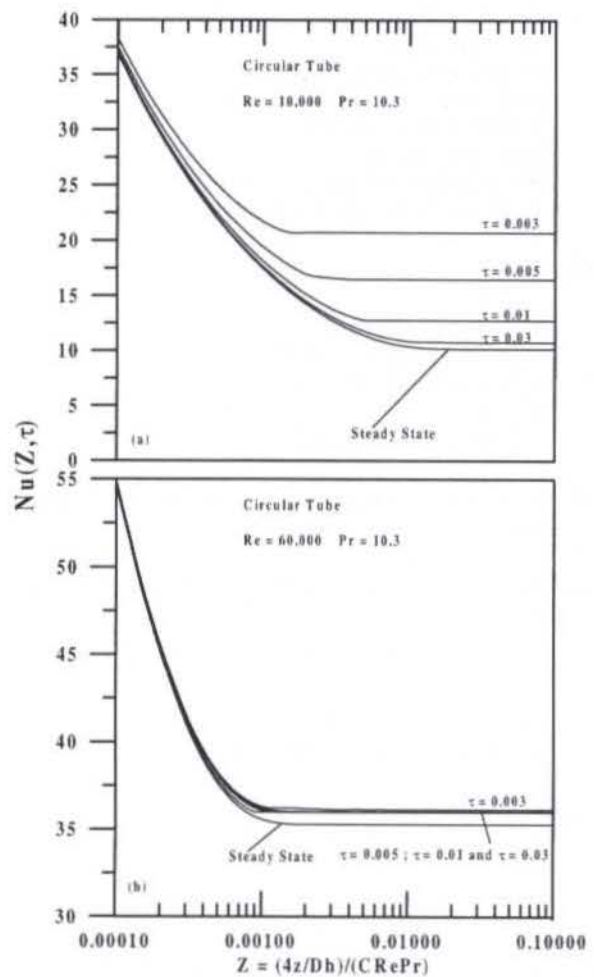


Figure 2 - Local Nusselt number in the thermal entry region of a circular tube at different dimensionless times; (a) $Re = 10,000$ and $Pr = 10.3$; (b) $Re = 60,000$ and $Pr = 10.3$.

Finally, table 3 shows a set of benchmark results for the asymptotic Nusselt number for the steady-state situation, as a function of the Reynolds and Prandtl numbers. In this table, the results of the present analysis are compared with those obtained by Macêdo et al. (1998), for the case of prescribed wall heat flux. It can be noticed an excellent agreement between these two sets of results, which confirms the evidence that in heat transfer forced convection in turbulent flow, the fact of adopting different boundary conditions, there is no a strong influence in the results obtained for this case of steady-state situation.

Table 3 - Asymptotic Nusselt number calculated from the present analysis for the case of steady-state situation

Re_a	$Pr_a = 1.0$	$Pr_a = 7.3$	$Pr_a = 10.3$
6,000	4.9898*	7.0391	7.6110
	5.7495+	7.6134	8.1517
10,000	6.0238	9.2915	10.162
	6.7669	9.8338	10.670
60,000	17.206	31.608	35.260
	17.812	32.031	35.653
100,000	25.021	46.907	52.437
	25.586	47.298	52.799

* - Prescribed wall temperature - present work
 + - Prescribed wall heat flux - Macêdo et al. (1998)

The problem of turbulent convective heat transfer in the thermal entry and fully-developed flow regions of a viscoelastic fluid, with a step change in the wall temperature, for a circular tube, has been analyzed, with excellent computational performance, through the Generalized Integral Transform Technique (GITT) in conjunction with the Classical Laplace Transformation, and with the Sign-Count Method and the GITT itself for the solution of the related eigenvalue problems. Benchmark results are then tabulated and graphically presented for various apparent Reynolds and Prandtl numbers.

NOMENCLATURE

- C Velocity ratio
- $D = 2r_w$ Hydraulic diameter
- E_h Eddy diffusivity
- f Fanning friction factor
- k Thermal conductivity
- $Nu(Z, \tau)$ Local Nusselt number
- $Nu(Z)$ Local Nusselt number for the steady-state case
- Nu_w Asymptotic Nusselt number
- Pr_a Apparent Prandtl number
- r_w Tube radius
- r, R Radial Coordinate, dimensional and dimensionless
- Re_a Apparent Reynolds number
- s Laplace transform variable
- t Dimensional time variable

$T(r, z, t)$	Dimensional temperature distribution
T_0	Inlet temperature
T_w	Prescribed wall temperature
$u(r)$	Dimensional velocity distribution
u_m	Average flow temperature
u_{max}	Maximum velocity
$U(R)$	Dimensionless velocity distribution
z, Z	Axial coordinate, dimensional and dimensionless

Greek Symbols

α	Fluid thermal diffusivity
β_i	Eigenvalues of problem (20)
$\psi_i(R)$	Eigenfunctions of problem (20)
ρ	Density
τ	Dimensionless time variable
$\theta(R, Z, \tau)$	Dimensionless temperature distribution
$\theta_s(R, Z)$	Dimensionless temperature distribution for the steady-state case
$\theta_{av}(Z, \tau)$	Dimensionless average temperature
$\theta_{s, av}(Z)$	Dimensionless average temperature for the steady-state case

Subscripts

s	Related to the steady-state case
av	Related to the average quantities

Superscript

-	Integral transform
---	--------------------

REFERENCES

- Cho, Y. I. and J. P. Hartnett, "Non-Newtonian Fluids in Circular Pipe Flow", in Advances in Heat Transfer, v. 15, pp. 59-141, 1982.
- Cotta, R. M., "Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow", CRC Press, Boca Raton, 1993.
- Cotta, R. M. and M. N. Özisik, "Transient Forced Convection in Laminar Channell Flow with Stepwise Variations of Wall Temperature", Can. J. Chem. Eng., v. 64, pp. 734-742, 1986.
- Kostic, M., "On Turbulent Drag and Heat Transfer Reduction Phenomena and Laminar Heat Transfer Enhancement in Non-Circular Duct Flow of Certain Non-Newtonian Fluids", J. Heat Mass Transfer, v. 37, pp. 133-147, 1994.
- Lumley, J. L., "Drag Reduction by Additives", in Annual Review of Fluid Mechanics, v. 1 (Edited by W. R. Sears), pp. 367, Annual Reviews, Inc., Palo Alto, CA, 1969.
- Macêdo, E. N., J. N. N. Quaresma and C. A. C. Santos, "Unsteady Turbulent Forced Convection of Viscoelastic Fluids within Circular Tubes", Proc. of the 11th International Heat Transfer Conference, Kyongju, Korea, August, 1998.
- Mikhailov, M. D. and M. N. Özisik, "Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion", J. Wiley, New York, 1984.
- Mikhailov, M. D. and N. L. Vulchanov, "Computational Procedure for Sturm-Liouville Problems", J. Comp. Phys., v. 50, pp. 323-336, 1983.

Mikhailov, M. D. and R. M. Cotta, "Integral Transform Method for Eigenvalue Problem", Commun. Numer. Methods Eng., v. 10, pp. 827-835, 1994.

Toms, B. A., "Some Observations on the Flow of Linear Polymer Solutions through Straight Tubes at Large Reynolds Numbers", Proc. 1st Int. Cong. Rheol., Vol. II, pp. 135, North Holland, 1949.

Virk, P. S., H. S. Mickley and K. A. Smith, "The Ultimate Asymptote and Mean Flow Structure in Toms' Phenomenon", Trans. ASME, J. Appl. Mech., v. 37, pp. 488-493, 1970.

Experimental Characterization of a Turbulent Boundary Layer Subjected to a Step Change in Surface Roughness

by Mila R. Avelino*, Philippe P. M. Menut and Atila P. Silva Freire

Mechanical Engineering Program (PEM/COPPE/UFRJ),
C.P. 68503, 21945-970 - Rio de Janeiro - Brazil.

Abstract

An experimental study of the turbulent boundary layer developing over surfaces that present an abrupt change in roughness is made. Four cases of a uniformly smooth surface, of a uniformly rough surface and of surfaces that change from smooth to rough and from rough to smooth are investigated. Profiles of mean velocity, of turbulence intensity, of skin-friction coefficient, of the displacement in origin and of the thickness of the internal layer are presented. The skin-friction coefficient was calculated based on the chart method of Perry and Joubert(1963) and on a balance of the integral momentum equation. The same chart method was used for the evaluation of the displacement in origin. The thickness of the internal layer was calculated by two methods, the 'knee' point method and the 'merge' point method. The paper compares the present data with the data and theory of other authors.

Keywords: Turbulence, boundary layer, roughness, displacement in origin, internal layer.

1 Introduction

The present work is concerned with flows that develop over surfaces that display an abrupt change in roughness from one extensive uniform region to another. As the flow encounters the new surface, the resulting acceleration or deceleration is diffused vertically by turbulence, and the effect of the change is felt through a steadily growing internal boundary layer.

Here we are particularly concerned with the characterization of the internal layer and with the description of its properties in the vicinity of an abrupt step change in surface roughness.

There have been many investigations carried out on flows over an abrupt change in surface roughness (e.g., see Antonia and Luxton(1971,1972), Mulhearn(1977), Ligrani and Moffat(1986), Bandyopadhyay(1987)). However, to the best of the present authors' knowledge, no article has ever been published which gives an account of the uniformly smooth, smooth-to-rough, rough-to-smooth and uniformly rough cases for the same flow conditions. This would be a very desirable feature, for the rate of adjustment of the flow downstream of a step change in roughness may be very different from one case to another. For instance, for a rough-to-smooth change, the wall shear stress can be observed (Antonia and Luxton, 1972) to attain its new equilibrium value almost immediately whereas the shear stress in the defect part of the boundary layer is seen to readjust slowly to the new surface condition. Thus, the memory effect in the flow is an important feature for its correct description.

In the present study, all four cases involving changing in surface roughness are investigated so that a direct comparison between the data can be made and the structure of the turbulence studied. The work presents measurements of mean velocity profiles and of the longitudinal turbulence intensities. In addition, a careful consideration of the data allowed an estimation of the skin-friction coefficient, of the

local displacement in origin and of the thickness of the internal boundary layer.

The geometry chosen for the present study was carefully considered so as to lie in a range of well documented experiments, thus allowing its comparison with other available data sets in literature. The phenomenon under study is, indeed, a very complex one so that the independent assessment of some trends by different authors and experimental arrangements is a very desirable practice. The present roughness elements have height $k = 3\text{mm}$, width $s = 12\text{mm}$ and pitch $\lambda = 24\text{mm}$, characterizing a roughness of the type k with $w = 3k$, ($w = \lambda - s$). This geometry is slightly different from those of Hama(1954), Moore(1951), Perry and Joubert(1963), Perry, Schofield and Joubert(1969), Antonia and Luxton(1971), Antonia and Luxton(1972) and Bandyopadhyay(1987) where $w = k$. Hence, the present data set must be seen as complementary to the existing data, providing further evidence for any future study of the problem.

2 Experimental arrangements

The experiments were performed in a low-turbulence wind tunnel at the Laboratory of Turbulence Mechanics of PEM/COPPE/UFRJ; for flows over a uniformly smooth surface, the free stream level of turbulence was below 0.17%. The tunnel is an open circuit tunnel with a test section of dimensions 30cm x 30cm x 2m; the test section has a roof with adjustable inclination to permit the development of flows with zero pressure gradient. The rough surface consisted of a transversely grooved surface with rectangular slats of dimensions 3mm x 12mm and pitch of 24mm. For the arrangements with mixed type of surfaces, the first (or last) roughness element was always depressed below the smooth surface, its crest being aligned with the smooth wall surface.

Measurements have been performed for values of the free-stream velocity of 5.5 m/s. The stream-wise pressure gradient was closely set to zero by adjusting the roof of

*Also: Department of Mechanical Engineering, Rio de Janeiro State University(UERJ), Rua São Francisco Xavier 524, Maracanã, Rio de Janeiro, Brazil.

the tunnel according to the readings of eight equally spaced pressure taps. A sketch of the test section including the instrumentation is shown in Figure 1.

Mean velocity profiles and turbulence intensity levels were obtained using a DANTEC hot-wire system series 56N. The boundary layer probe was of the type 55P15. A Pitot tube, electronic manometer, and a computer controlled traverse gear were also used. In getting the data, 10,000 samples were considered which yielded a precision of 0.6% in the mean velocity data. The profiles were constructed from about 100 points taken at stations separated by 0.1mm.

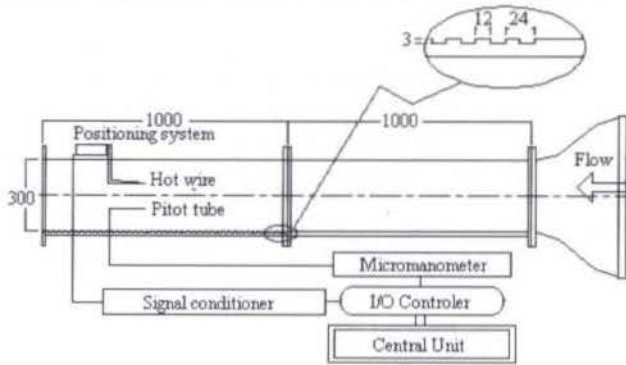


Figure 1: Experimental set-up for the configuration smooth to rough.

To obtain accurate measurements, the mean and fluctuating components of the analogic signal given by the anemometer were treated separately. Two output channels of the anemometer were used. The mean velocity profiles were calculated directly from the untreated signal of channel one. The signal given by channel two was 1 Hz high-pass filtered leaving, therefore, only the fluctuating velocity. The latter signal was then amplified with a gain controlled between 1 and 500 and shifted by an offset so as to adjust the amplitude of the signal to the range of the A/N converter.

3 Results

3.1 Mean velocity distribution

The mean velocity profiles are shown in Figures 2 to 5 in dimensional coordinates and in semi-logarithmic form. For the mixed surfaces, the rough plates were 1 meter long. The coordinate system is shown in Figure 1.

It is clear from these figures that for the flows over a smooth wall a linear region exists for all profiles. These regions are very well defined in Figures 2, 3 and 4. Figure 2 establishes a standard to which all disturbances provoked by the presence of a rough surface must be compared. As expected, in this figure both the angular and the linear coefficients of the straight lines are observed to decrease as the flow progresses. In Figure 3, the linear regions cease to exist after the change in surface roughness at $x = 0$. The large drop in the level of the curves results from the large increase in the wall shear stress. In the rough to smooth case, Figure 4, the level of the velocity curves decreases until $x = 0$; at that point, the velocity starts to recover to its undisturbed conditions, raising the values of the linear coefficients to the values of the reference curves of Figure 1. The most interesting feature of Figure 4, however, is the large distortion in the velocity profile at point $x = 0$; this fact has not been reported, for instance, in Antonia and Luxton(1972). At this point, no logarithmic behaviour of the velocity profile can be noted. In fact, at the would be logarithmic region a

strong 'kink' in velocity can be seen. Figure 5 displays the flow behaviour for the uniformly rough surface case.

The above remarks imply that, in principle, Clauser's chart method can be used to evaluate C_f for the flows over a smooth surface. In fact, if the classical formulation for the law of the wall is assumed to hold and if the von Karman constant, κ , is really considered constant and equal to 0.41, then the wall shear stress can be estimated directly from the slopes of the straight lines defined in Figures 2, 3 and 4. With the values of C_f , the value of the additive "constant", A , in the law of the wall can then be determined. The resulting A 's are not constant for some flow conditions but vary with x .

For the flows over rough surfaces, on the other hand, the task of evaluating C_f is much more complex for two parameters, the displacement in origin and the roughness function are previously unknown (Perry and Joubert(1963), Perry, Schofield and Joubert(1969)). If the flow is in a near state of energy equilibrium condition, the chart method of Clauser can be extended to calculate C_f (Perry and Joubert, 1963). The difficulties are many. The most serious one is that the value of C_f is confirmed only by the slope of the logarithmic line and not its position. In some of our experiments, however, the flow in the vicinity of the point of change in surface roughness is not in equilibrium condition. Thus, any method which presumes the existence of a logarithmic region and searches for values of C_f by distorting the measured velocity profile into a logarithmic curve must be seen with caution.

In the graphical method developed by Perry and Joubert(1963), the velocity profile is written in the form

$$\frac{U}{U_\infty} = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{C_f}{2}} \ln\left(\frac{(y_T + \epsilon)U_\infty}{\nu}\right) + \sqrt{\frac{C_f}{2}} \left(\frac{1}{\kappa} \ln \sqrt{\frac{C_f}{2}} + A - \frac{\Delta U}{u_\tau}\right) + \sqrt{\frac{C_f}{2}} \frac{\Pi}{\kappa} w\left(\frac{y}{\delta}\right), \quad (1)$$

where y_T is the distance above the crest of the elements, ϵ is the displacement in origin, ΔU is the roughness function and Pi and w are respectively Coles' parameter and universal function.

This expression can be put in a more convenient form,

$$\frac{U}{U_\infty} = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{C_f}{2}} \ln(y_T + \epsilon) + P + \frac{\Pi_0}{2} w\left(\frac{y}{\delta}\right). \quad (2)$$

Once ϵ is known, the experimental data can be plotted as a function of $(y_T + \epsilon)$ resulting in straight lines whose angular coefficient give C_f . The graphical determination of ϵ will be illustrated in the next section.

Due to the uncertainties of the chart method, at least one alternative estimate of C_f had to be provided; this method was based on the application of the momentum integral equation

$$\frac{C_f}{2} = \frac{\theta}{U_\infty} (2 + H) \frac{dU_\infty}{dx} + \frac{d\theta}{dx}, \quad (3)$$

where θ is the momentum thickness and $H = \delta_1/\theta$. This equation was used considering the normal stress difference gradients negligible.

The calculated values of C_f are shown in Figure 6. When compared with the data of Antonia and Luxton(1971) and of Antonia and Luxton(1972) which were taken with approximately the same conditions, the present data perform very well. The previous authors calculated C_f from form drag of roughness elements and from 'error in origin' methods, finding values very consistent with the present values. The small 'kink' observed on the uniformly smooth case resulted from the junction of the two one meter long smooth plates.

3.2 The displacement in origin

As just seen above, the determination of the displacement in origin, ϵ , is crucial for the evaluation of the skin-friction coefficient. All graphical methods for its determination, however, duly assume the existence of a logarithmic region which, as said before, may not occur near to a step change in roughness.

An initial estimate of ϵ can be made based on the physics of the problem. For rough surfaces of the k -type, the type of surface studied here, the ratio $\epsilon/k \rightarrow 1.0$ according to the relation (Bandyopadhyay, 1987)

$$\epsilon = \text{const. } x^m, \quad m = 0.72. \quad (4)$$

The asymptotic value of ϵ was observed by this author to be reached at a distance of about $1000k$ downstream of the point of surface change.

The values of ϵ were calculated according to the method of Perry and Joubert(1963). Systematically adding an arbitrary displacement in origin to the original profiles, the least square method could be applied to the near wall points to search for the best straight line fit. This procedure is illustrated in Figure 7. As mentioned by other authors, this method is extremely sensitive, as small departures in the true value of ϵ will give large differences in the calculated values of C_f .

The estimated values of ϵ are shown in Figures 8 and 9 compared with equation (4). In opposition to the results of Bandyopadhyay(1987), we have found here different values for the exponent in the power law. For the uniformly rough case we found $m = 1.04$, whereas for the smooth-to-rough case we found $m = 0.81$. In the present experiments, the asymptotic value of ϵ was reached at about $x = 400$.

3.3 The internal layer

The new wall conditions resulting from the step in surface roughness provoke an abrupt change in the wall shear stress giving rise to a new flow structure whose height grows within the boundary layer with increasing development distance. In this layer, the internal layer - δ_i , the flow properties are intimacy associated with the characteristics of the downstream surface. Outside it, the flow is characterized by its upstream properties.

In literature several methods have been proposed to determine δ_i . Here, two methods will be used (Antonia and Luxton, 1971).

In the first method, δ_i is inferred from the position of merging between two consecutive mean velocity profiles. The resulting points closely coincide with the merging of the turbulence intensity profiles yielding a physically realistic procedure. In the second method, the velocity profiles

are plotted in the form U/U_∞ versus $y^{1/2}$. Under these coordinates two distinct linear regions appear with different slope coefficients. The intersection of the two straight lines defines the edge of the internal layer.

The growth rate of the internal layer can, therefore, be quantified through empirically based algebraic formulas or by more complex approaches through logarithmic laws that recognize the diffusive character of the internal flow. A reliable expression for the theoretical prediction of the growth rate of the internal layer is a especially desired tool, for most of the successful description of the internal flow region behaviour depends on this parameter to furnish their vertical scale. Overall, the logarithmic approach provides much better agreement with the data than the power-law approach. Unfortunately, both approaches, as presented in the literature, still suffer from not taking into account for the influence of the upstream boundary layer and its velocity and length scales on the growth of the internal layer.

The approaches that lead to a power law for the description of the internal layer arrive at expressions of the form

$$\frac{\delta_i}{z_2} = A_1 \left(\frac{x}{z_2} \right)^n, \quad (5)$$

where $n=0.79, 0.43$, and the proportionality constant A_1 has a weak dependence on the strength of the roughness change

$$A_1 = 0.75 + 0.03 \ln \left(\frac{z_1}{z_2} \right), \quad (6)$$

where the subscripts 1 and 2 refer to downstream and upstream conditions respectively.

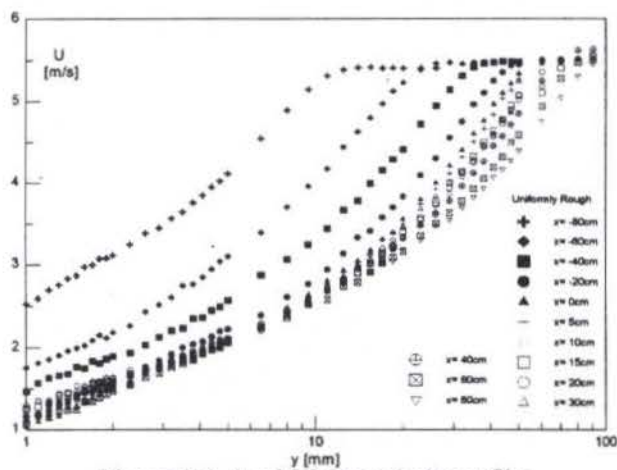
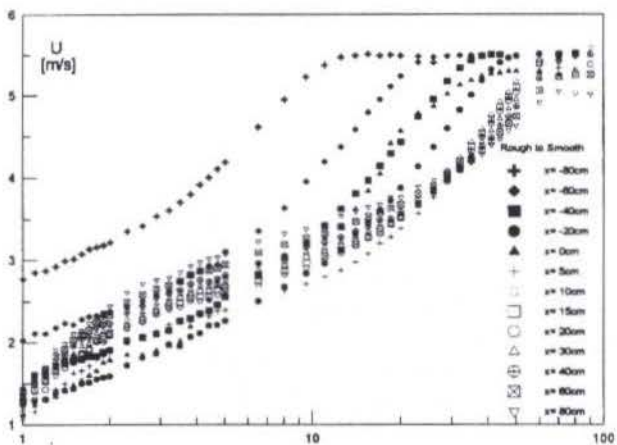
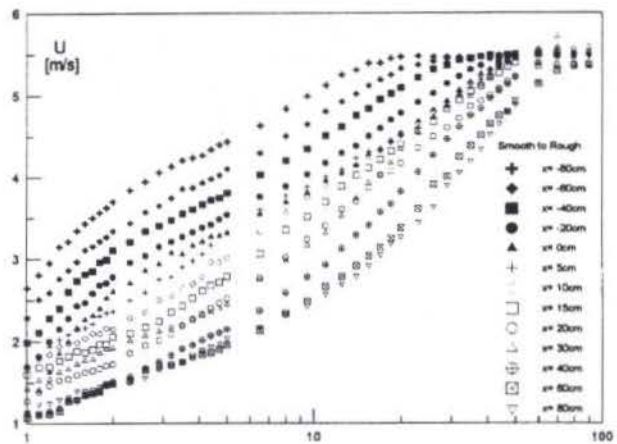
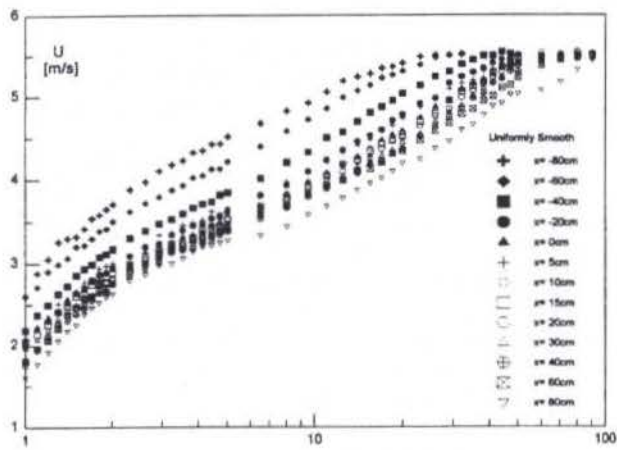
Considering the diffusive character of the growth of the internal layer and a logarithmic expression for the mean velocity profile, Panofsky and Dunton(1984) derived the following expression

$$\frac{\delta_i}{x} \left[\ln \left(\frac{\delta_i}{z_2} \right) - 1 \right] = B_1 k. \quad (7)$$

A clear difficulty with Eq.(7) is that no account of the upstream state of the boundary layer is taken on δ_i . The constant B_1 is 1.25.

The method of superimposing two velocity profiles taken at closely spaced streamwise stations is illustrated in Figure 10. As can be readily observed, this method is very sensitive to the choice of the appropriate merging point, providing not very accurate values of δ_i . The algebraic method suggested by Antonia and Luxton(1971) is illustrated in Figure 11 where velocity profiles plotted in U/U_∞ versus $y^{1/2}$ coordinates are shown. Although there seems to be no physical basis for plotting the velocity profiles in these co-ordinates, the method is very convenient. The resulting values of δ_i are shown in Figures 12 and 13 compared with expressions (5) and (7).

The estimated growth rate for δ_i agrees very well with the data of Antonia and Luxton(1971,1972). Thus, the physical evidence is that for the rough-to-smooth case the growth rate of δ_i is much slower than that observed for the smooth-to-rough case. For the smooth-to-rough surface, estimates from the 'knee' point method and from the 'merge' point method furnished respectively $n = 0.77$ and 0.87 . For the rough-to-smooth case, on the other hand, we found $n = 0.41$ and 0.43 .



Figures 2, 3, 4 and 5. Mean velocity profiles.

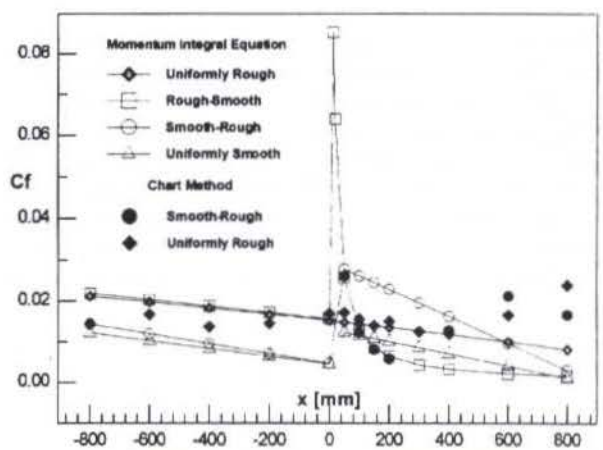


Figure 6. Skin-friction coefficient variation.

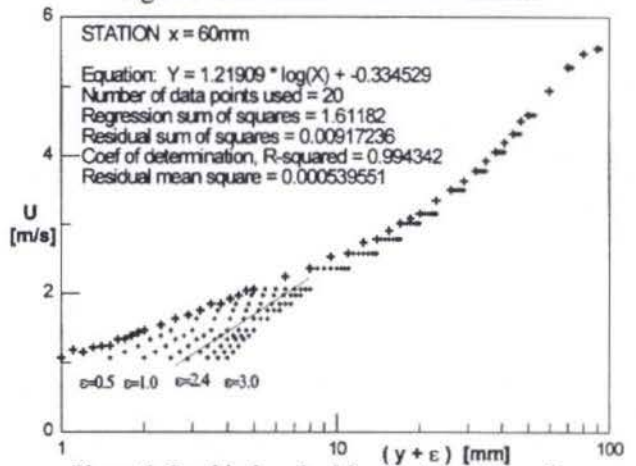


Figure 7. Graphical method for the determination of ϵ .

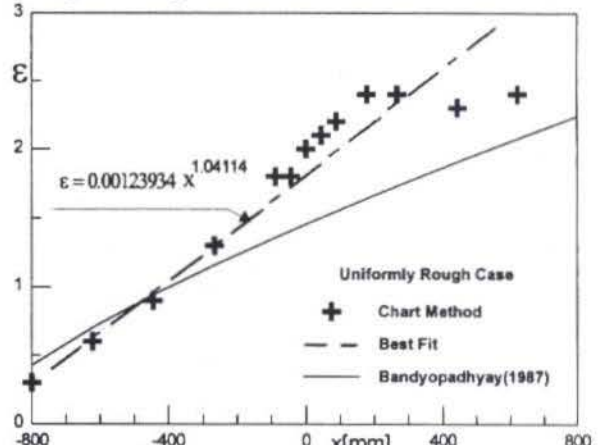


Figure 8. Error in origin distribution.

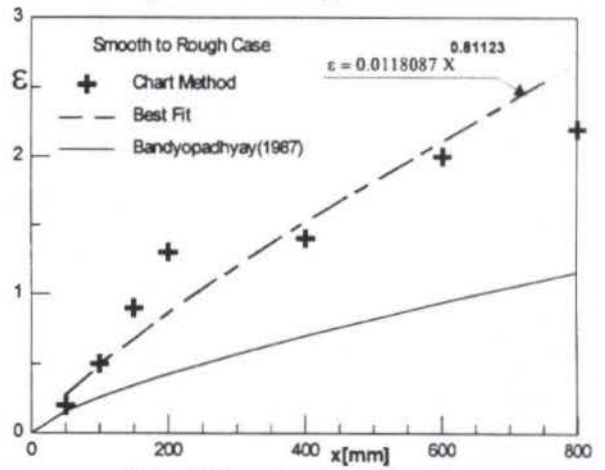


Figure 9. Error in origin distribution.

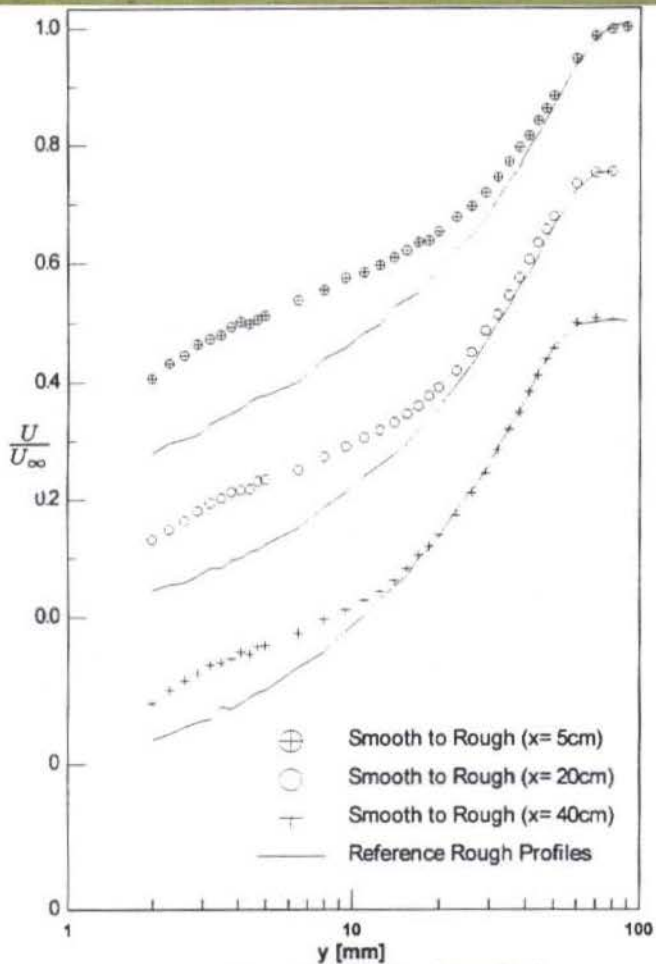
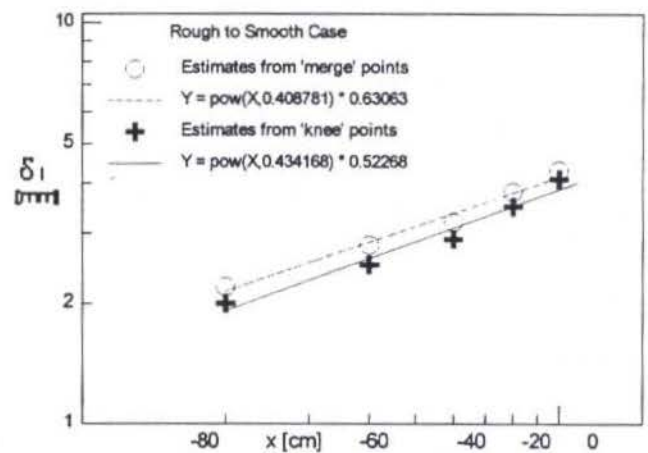
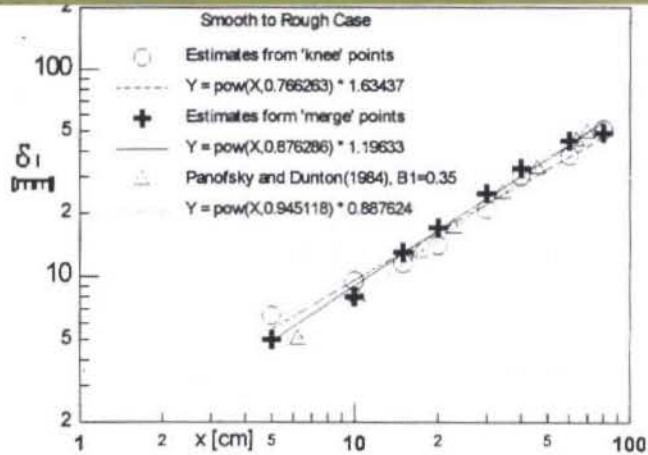


Figure 10. 'Merge' point method.



Figures 12 and 13. Internal boundary layer thickness.

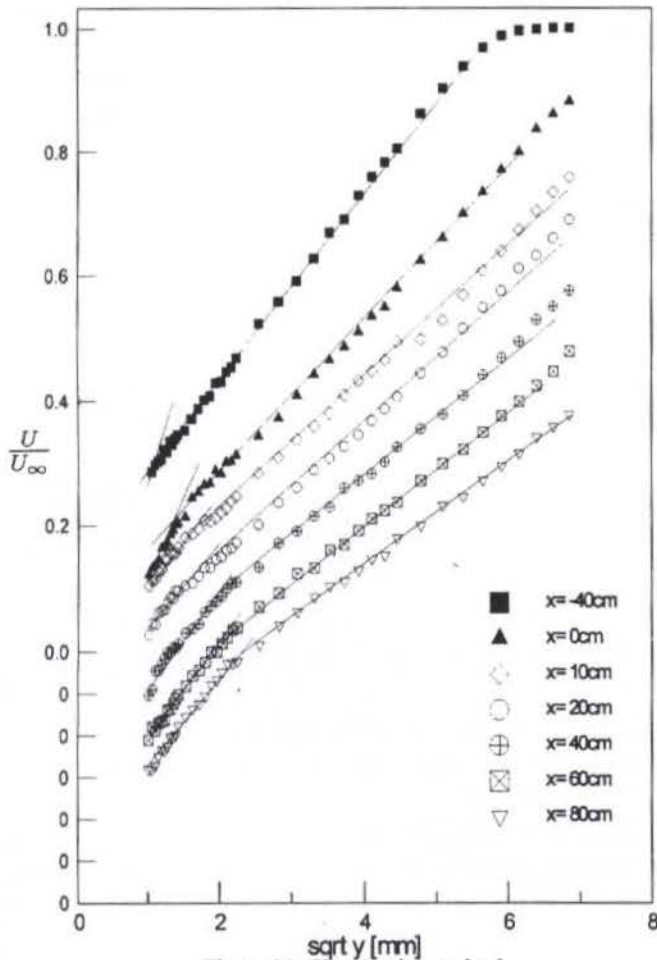
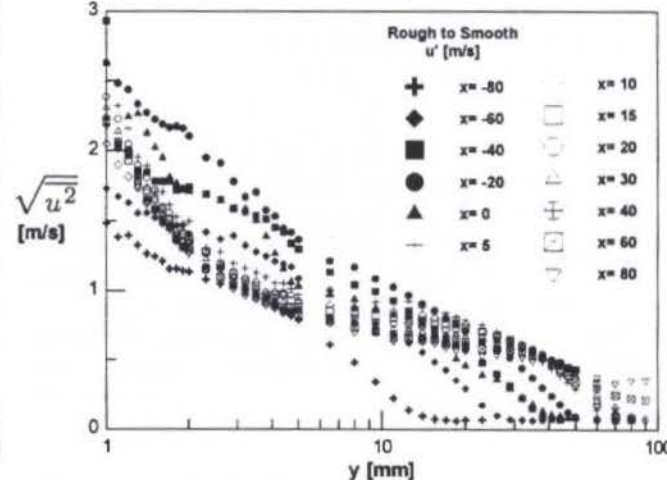
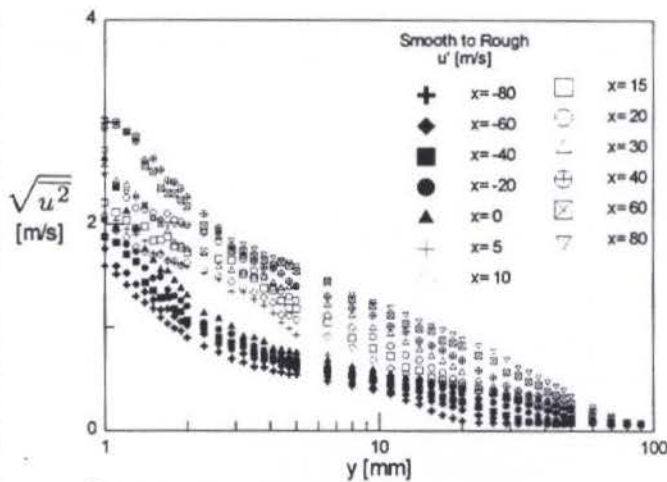


Figure 11. 'Knee' point method.



Figures 14 and 15. Turbulence intensity in x direction.

To apply Panofsky and Dutton equation to the smooth-to-rough case we replaced z_2 by ϵ . A reasonable fit to our results was obtained with $B_1 = 0.35$.

3.4 Turbulence longitudinal intensities

Figures 14 and 15 show the distributions of $\sqrt{u^2}$, the turbulence intensity in x direction.

We saw in Figure 6 that after a step change in roughness the values of the shear stress at the wall adjust quickly to the undisturbed reference levels, even for the rough to smooth case. For the turbulence levels, however, the response of the flow is much slower. In the rough to smooth case, the outer region of the $\sqrt{u^2}$ distribution is significantly different from the undisturbed turbulence intensity reference profiles. The effects of memory on the flow history are therefore very clear. In fact, the large change in form of the turbulence intensity profile at $x = 0$ coincides with the 'kink' in velocity profile observed in Figure 4.

4 Discussion

The data displayed in the previous figures are clearly of two nature: directly measured data and processed data. One feature they have in common is that they are both extremely difficult to get. The directly measured data are very sensitive to small changes in the flow conditions and must be obtained with an extremely precise traversing system for the positioning of the hot-wire probe. Even with all possible care, obtaining reliable and consistent results is always a very difficult and laborious task. The hot-wire has to be repeatedly calibrated and all instrumentation continuously checked. The results that depend on any kind of data processing are also very sensitive to the theory used for the data reduction. A typical example is the chart method commonly used for the determination of C_f and of ϵ . Many combinations of values of C_f and of ϵ may result in a fairly well defined logarithmic line so that deciding on the correct values might be a difficult task. The difficulties found in the chart methods can be further aggravated for the cases where no logarithmic profiles can be identified.

In producing the figures presented here all above difficulties were strongly felt by the authors. The data, however, were taken with excessive care so that we are confident they provide a true picture of the phenomenon.

5 Conclusion

The present experimental results have confirmed many of the flow features indicated by other authors. The four geometries studied here give very rich information on the flow of a turbulent boundary layer over surfaces that present an abrupt change in roughness, and can be used in the future on formulations of the physics of the problem.

The strong flow memory in the rough to smooth case is confirmed, showing a slow adjustment of the outer flow to the undisturbed reference surface case. This is illustrated by Figures 4 and 12

Overall, the present data are consistent with the data of other authors. The values of C_f , of ϵ and of δ_i are of the order of the data of Perry and Joubert(1963), of Perry, Schofield and Joubert(1969), and of Antonia and Luxton(1971,1972). The present work, however, is very particular for being the only one where all four cases of interest are presented.

Acknowledgement. During the execution of this work one of the authors, PPMM, benefited from a Post-Doctoral Scholarship from the Brazilian National Research Council (CNPq), Process Number 150007/97-3. The work was financially supported by CNPq through grant No 350183/93-7. The authors are deeply grateful to Dr. Francesco Scofano Neto from the Military Institute of Engineering (IME/RJ) who helped in many ways with vital technical support. His contribution was invaluable.

6 References

- Antonia, R. A. and Luxton, R. E. The Response of a Turbulent Boundary Layer to a Step Change in Surface Roughness. Part 1: Smooth to Rough. *J. Fluid Mechanics*, vol. 48, pp. 721-761, 1971.
- Antonia, R. A. and Luxton, R. E. The Response of a Turbulent Boundary Layer to a Step Change in Surface Roughness. Part 2: Rough to Smooth. *J. Fluid Mechanics*, vol. 53, pp. 737-757, 1972.
- Bandyopadhyay, P. R. Rough-Wall Turbulent Boundary Layer in the Transition Regime. *J. Fluid Mechanics*, vol. 180, pp. 231-266, 1987.
- Hama, F. R. Boundary Layer Characteristics for Smooth and Rough Surfaces. *Trans. Soc. Nav. Arch. Mar. Engrs.*, vol. 62, pp. 333, 1954.
- Ligrani, P. M. and Moffat, R. J. Structure of Transitionally Rough and Fully Rough Turbulent Boundary Layers. *J. Fluid Mechanics*, vol. 162, pp. 69-98, 1986.
- Moore, W. L. An Experimental Investigation of the Boundary Layer Development Along a Rough Surface. *Ph. D. Thesis*, State University of Iowa, 1951.
- Mulhearn, P. J. A Wind-Tunnel Boundary Layer Study of the Effects of a Surface Roughness Change: Rough to Smooth. *Boundary Layer Meteorology*, vol. 15, pp. 3-30, 1978.
- Panofsky, H. A. and Dutton, J. A. *Atmospheric Turbulence: Models and Methods for Engineering Applications*. Wiley-Interscience, N.Y., 1984.
- Perry, A. and Joubert, P. N. Rough-Wall Boundary Layer in Adverse Pressure Gradients. *J. Fluid Mechanics*, vol. 17, pp. 193-211, 1963.
- Perry, A., Schofield W. H. and Joubert, P. N. Rough-Wall Turbulent Boundary Layers. *J. Fluid Mechanics*, vol. 37, pp. 383-413, 1969.

MODELING OF STRONGLY ACCELERATED TURBULENT FLOW THROUGH IC ENGINE VALVE PASSAGES

César J. Deschamps

Department of Mechanical Engineering
Federal University of Santa Catarina
88040-900 - Florianópolis - SC - Brazil

SUMMARY

The present work considers the turbulence modeling of strongly accelerated flow through intake systems of internal combustion engines using a version of Low Reynolds Number $k-\epsilon$ model. The governing equations are solved using the finite volume methodology and the results so obtained are compared to experimental data. It has been found that the turbulence model predicts a laminarization process associated with the strong acceleration field at the valve passage entrance and that the inlet condition of turbulence quantities at the port has a dramatic effect on the turbulence level in the in-cylinder region.

INTRODUCTION

It is well recognized that the intake system of an internal combustion (IC) engine has a key role in the engine efficiency. For instance, combustion is limited by the amount of air available and, for this reason, an optimum intake system should supply the cylinder with as much air as possible. The engine breathing capacity is usually characterized through the discharge coefficient $C_d (= \dot{m} / \dot{m}_{th})$; the ratio between the actual mass flow rate and that which would occur in the case of an adiabatic reversible flow. The suitable mixing between fuel and air necessary for combustion is also set up to a great extent by the flow field developed by the port/valve assembly during the intake and modified during compression.

Figure 1 illustrates the axisymmetric port/valve geometry considered in the present work and investigated experimentally by Gosman and Ahmed (1987). Although this flow geometry is idealized it still has important features present in practical systems.

An important parameter affecting the flow through the port/valve system is the valve lift. Measurements indicate that the flow through the valve passage, the region delimited by traverses 3 and 4, experiences different modes as the valve lift is increased. For small lifts ($L/d < 0.07$) the flow is attached to the walls of the valve passage and the energy loss is mainly associated with viscous friction. Increasing the lift slightly ($0.07 < L/d < 0.12$) causes the flow to separate from the valve surface, reducing the area of passage and the discharge coefficient as a consequence. Further displacement of the valve ($0.12 < L/d < 0.17$) results in the flow separating from the valve seat surface as well, creating a free jet flow and even smaller areas of passage. Finally, at higher lifts ($L/d > 0.17$) the separated flow region on the valve surface is eventually suppressed and the discharge coefficient becomes again dependent on the viscous friction close to the valve surface. Naturally, the precise lift in which the aforementioned flow modes are present varies according to the valve system geometry and, indeed, some of them may even not appear.

Considering the wide range of rotational speeds and valve lifts in typical IC engines, it is clear that an optimum port/valve

design requires an extensive knowledge of how the discharge coefficient is affected by the intake system geometry at different work conditions. Furthermore, since turbulence has a major effect on the combustion process it is also important to understand how turbulence is generated during the intake process.

The main objective of this work is to investigate numerically the turbulent flow through the valve system for a small valve lift condition ($L/d = 0.05$) using the Low Reynolds Number $k-\epsilon$ model proposed by Launder and Sharma (1974).

Gosman and Ahmed (1987), Naser (1990) and Tsui and Lee (1992) have also investigated this flow geometry. Gosman and Ahmed (1987) adopted in their analysis the High Reynolds Number $k-\epsilon$ model developed by Launder and Spalding (1972). On the other hand, Naser (1990) and Tsui and Lee (1992) used a Two-Layer model and the High-Reynolds-Number $k-\epsilon$ model, respectively, with the dissipation equation being modified to make it more sensitive to irrotational stresses. This practice was put forward by Hanjalic and Launder (1980) but in the present flow situation showed to produce unrealistic results in the in-cylinder region (Naser, 1990). For small lift, all works reported numerical results of discharge coefficient C_d lower than the experimental data. Some of the authors have attributed such a difference to excessive levels of turbulence predicted by the turbulence models in the valve passage, which increased the shear stress at the wall.

In this work the issue of turbulence level in the valve passage for small lifts is further investigated considering the strong acceleration field in that region. In such situations, turbulence may degenerate and the flow to reach a condition of laminarization (see for instance Jones and Launder, 1972a and Patel and Head, 1968). The turbulence model of Launder and Sharma (1974), hereafter denoted by LS $k-\epsilon$ model, was developed with laminarization in mind and therefore is adopted here. The performance of the model is assessed here with the help of comparisons between numerical results and the experimental data of Gosman and Ahmed (1987).

TURBULENCE MODELING

Due to its robustness, economy and acceptable results for a considerable amount of flows the $k-\epsilon$ turbulence model is one of the most commonly used approaches for the solution of turbulent flows in internal combustion engines. It makes use of the concept of eddy viscosity to relate the Reynolds stresses with mean velocity gradients in an analogous way to the Newtonian relationship for laminar flows, i.e.,

$$\overline{u_i u_j} = -v_t \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] + \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad (1)$$

where δ_{ij} is the Kronecker delta and the kinetic energy of the turbulent motion, k , is defined as $k = (\overline{u_i u_i}) / 2$.

The averaged Navier-Stokes equations with the Reynolds stresses modeled via the eddy viscosity concept can be written as follows:

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(p + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[v_{\text{eff}} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2)$$

where the effective viscosity $v_{\text{eff}} (= v + v_t)$ is the sum of the molecular viscosity v and the eddy viscosity v_t . The eddy viscosity is evaluated in terms of the turbulence kinetic energy k and its rate of dissipation, ϵ , i.e.

$$v_t = c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3)$$

In the Low Reynolds Number version of the $k-\epsilon$ model proposed by Launder and Sharma (1974) the turbulence kinetic energy k and its dissipation ϵ appearing in (3) are obtained from the following transport equations:

$$U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + v_t S^2 - \tilde{\epsilon} - 2v \left(\frac{\partial k^{1/2}}{\partial x_j} \right)^2 \quad (4)$$

and

$$U_j \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x_j} \right] + c_{\epsilon 1} \frac{\tilde{\epsilon}}{k} v_t S^2 + c_{\epsilon 2} \frac{\tilde{\epsilon}^2}{k} + 2v v_t \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_m \partial x_n} \right)^2 \quad (5)$$

where the Prandtl numbers for turbulent transport in the k and ϵ equations are empirical constants; $\sigma_k = 1.0$ and $\sigma_\epsilon = 1.3$. On the other hand, $S^2 = 2S_{ij}S_{ij}$ and S_{ij} is the rate of strain tensor.

The parameter $c_{\epsilon 1}$ is equal to 1.44 whereas c_μ and $c_{\epsilon 2}$ are expressed as a function of the Reynolds number of turbulence $R_t (= k^2 / v\tilde{\epsilon})$ through the following relationships:

$$c_{\epsilon 2} = 1.92 \left[1 - 0.3 \exp(-R_t^2) \right] \quad (6)$$

$$c_\mu = 0.09 \exp \left[-3.4 / (1 + R_t / 50)^2 \right] \quad (7)$$

For computational reason, equation (5) is solved for a different concept of dissipation, $\tilde{\epsilon}$, defined as

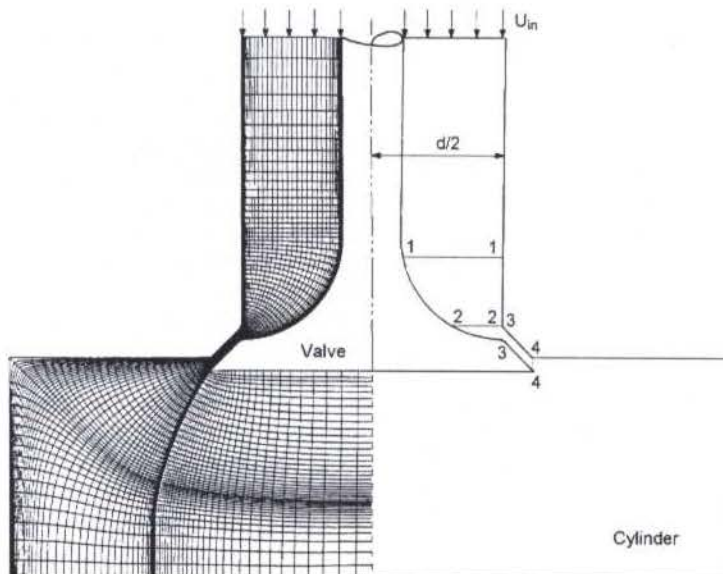


Figure 1. Flow geometry and computational grid.

$$\bar{\epsilon} = \epsilon - 2\nu(\partial k^{1/2}/\partial x_j)^2 \quad (8)$$

Using this, a value equal to zero can be assigned to the quantity $\bar{\epsilon}$ at solid wall boundaries since the second term in the right side of equation (8) is exactly equivalent to the energy dissipation rate ϵ in the neighborhood of the wall.

The last term in equation (5) has no physical grounds and was added by Jones and Launder (1972) to produce the kinetic energy profile near solid boundaries in agreement with experimental data.

Boundary conditions. The mean velocity and turbulence kinetic energy profiles needed at the inlet boundary of the solution domain were interpolated from the available experimental data of Gosman and Ahmed (1987), whereas the dissipation profile was estimated from the assumption of turbulence-energy equilibrium via a standard ramp function (Launder and Spalding, 1972). In the plane of symmetry, the normal velocity and the normal gradients of all other quantities were set to zero. The fluid exit boundary was located far enough downstream that a condition of parabolic flow could be assumed. At the solid boundaries the condition of no-slip and impermeable wall boundary condition were imposed for the velocity components, that is, $U=V=0$, with calculations being extended up to the walls across the viscous sublayer. For the turbulence quantities k and $\bar{\epsilon}$ a value equal to zero was set at the wall.

It should be mentioned that in order to specify the inlet condition for $\bar{\epsilon}$ according to the ramp function one needs to know the boundary layer thickness δ . Unfortunately, this cannot be derived with precision from the experimental data of Gosman and Ahmed (1987) nor has it been stated in their work. Nevertheless, from experimental data of mean velocity and numerical results of length scale l_ϵ contours presented in Gosman and Ahmed (1987) and Naser (1990), it was concluded the boundary layer thickness at each one of the walls to be approximately 10–15% of the port hydraulic radius (ie $d_{H/2}$).

NUMERICAL METHODOLOGY

The governing equations were discretized via the finite volume method. The resulting system of algebraic equations was solved using the Gauss-Seidel method and the SIMPLE algorithm.

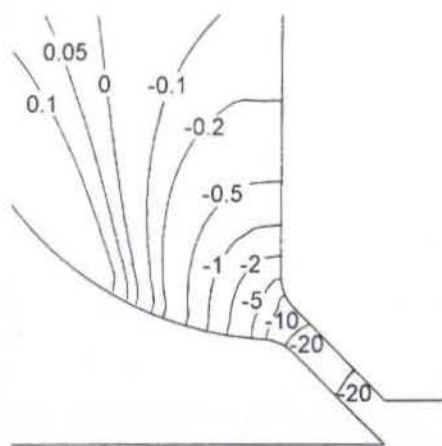


Figure 2. Isobars at the valve passage entrance; $(P - P_{in}) / (\rho U_{in}^2)$.

In the finite volume method, schemes for the discretization of the convection transport can be of primary importance on the accuracy of the numerical results. In the present work, the convection scheme QUICK of Leonard (1979) was adopted in the solution of the momentum equations, yielding a second order accuracy for the interpolated values. On the other hand, due to numerical instabilities caused by the unboundedness of the QUICK scheme the Power Law Differencing Scheme (PLDS) has been applied to the transport equations of the turbulence quantities. Nevertheless, there is some evidence (Craft, 1991) that in the case of these equations the source terms are dominant, with the convective terms playing a secondary role.

Of much help in the grid refinement process was some evidence of the discretization needed for the analysis and made available by the works of Gosman and Ahmed (1987), Naser (1990) and Tsui and Lee (1992). The resulting grid, shown partially in Figure 1, is more refined than those adopted in the aforementioned works.

RESULTS

In this section the main results obtained with the LS $k-\epsilon$ model are shown. The Reynolds number considered for the present flow situation is approximately 25,000 and is defined as $Re = U_{in} d_H / \nu$, where d_H is the hydraulic port diameter and U_{in} is the velocity at the inlet of the port duct.

Figure 2 shows a strong favorable pressure gradient field associated with the flow acceleration at the inlet of the valve passage. In Figure 3 results of skin friction coefficient along the valve and port surfaces reveal that no separation occurs in the valve passage although a small recirculating region on the valve crown can be noticed. These results are in accordance with the experimental data of Gosman and Ahmed (1987) and mean that the flow in the valve passage is expected to be dominated primarily by the strong pressure field and viscous effects.

An interesting feature shown in Figure 4 is the surge of turbulence kinetic energy right in the core region at the valve passage entrance. There the turbulence kinetic energy intensity is seen to reach values greater than 5% before the flow actually enters the valve passage. It is well known that convection is the most important transport mechanism in the core region along the port. Hence, turbulence intensity at the valve passage entrance may prove to be greatly affected by the turbulence inlet condition.

As discussed previously there is a considerable uncertainty associated to the inlet condition of $\bar{\epsilon}$ since the boundary layer thickness evolved for its evaluation is not known precisely. Here, for the purpose of sensitivity analysis two inlet conditions for $\bar{\epsilon}$

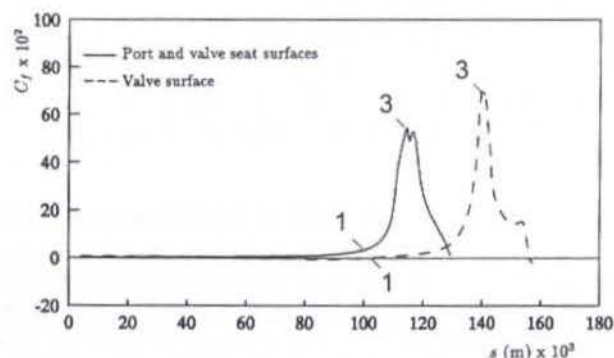


Figure 3. Skin friction coefficient along the port and the valve surfaces; $C_f = \tau_w / \rho U_{in}^2$.

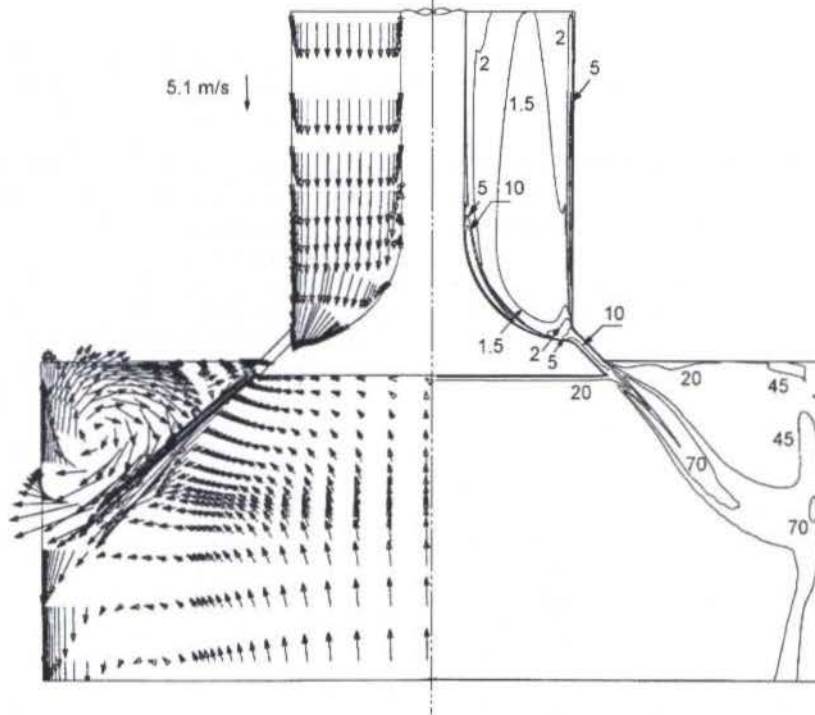


Figure 4. Velocity vectors and turbulence kinetic energy intensity ($k^{1/2}/U_{in}$) contours.

were tested by using values of δ according to $\delta_1 = 0.050 d_H$ and $\delta_2 = 0.075 d_H$. The resulting turbulence quantity profiles for the two conditions are compared at traverses 3 and 4 as shown in Figure 5. For consistency with the measurements of Gosman and Ahmed (1987) the Reynolds shear stress $\overline{u'v'}$ at traverses 3 and 4 is transformed to the directions parallel and normal to the valve and valve seat surfaces. The results show that minute differences of turbulence in the core region may originate large turbulence intensity variation further downstream in the valve passage. Additionally, it should be noticed that the kinetic energy intensity in the in-cylinder region is a result of both turbulence level at the valve exit and shear originated by the jet being issued into the cylinder. As far as the first parameter is concerned, the present work shows that the correct prediction of turbulence mixing in the in-cylinder region cannot be achieved without knowledge of the turbulence level at the port inlet.

Despite the dramatic variation observed for the turbulence level in the core region, it can be observed from Figure 5 that virtually no difference occurs in the results close to the port and valve seat surfaces, where the Reynolds shear stress level is found to be very low.

Jones and Launder (1972b) found that depending on the level of acceleration, defined as

$$K = \frac{v}{U_G^2} \frac{dU_G}{dx} \quad (9)$$

where U_G is a free-stream value of mean velocity, the only possible solution with the LS $k-\epsilon$ model for values of K greater than 3.2×10^{-6} is the laminar one. That is to say that, regardless of the inlet condition, if the flow undergoes a constant K acceleration greater than 3.2×10^{-6} turbulence will progress until complete decay to laminar regime. This is approximately in line with experimental evidence (Jones and Launder, 1972a).

In Figure 6 values of K are plotted along three grid lines. The definition of free-stream used in equation (9) implies that the acceleration factor should be independent of the stream-function contour. Obviously, this condition is not perfectly met here but nevertheless, variations are not so excessive that it cannot be used for the present purpose. The main feature observed from Figure 6 is that the critical value of acceleration cited by Jones and Launder, $K_{cr} = 3.2 \times 10^{-6}$, is reached midway in the port and then it increases by 40 times as the flow approaches the valve

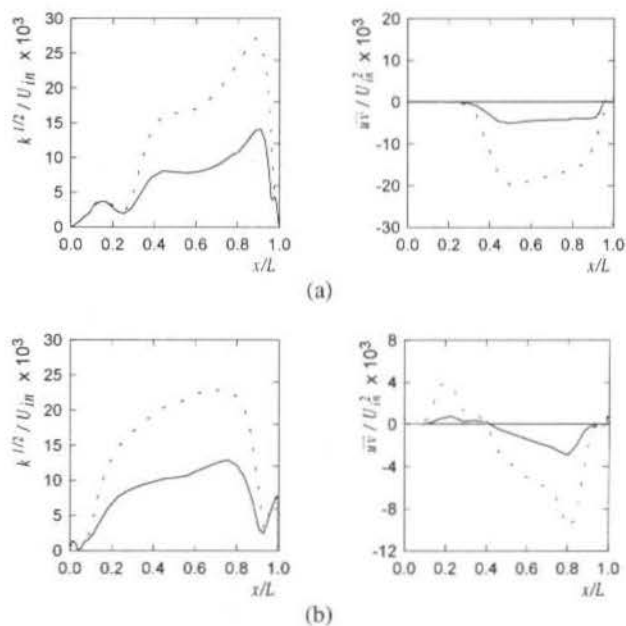


Figure 5. Turbulence kinetic energy intensity and Reynolds shear stress profiles at (a) traverse 3 and (b) traverse 4; — $\delta_1 = 0.050 d_H$; - - - $\delta_2 = 0.075 d_H$.

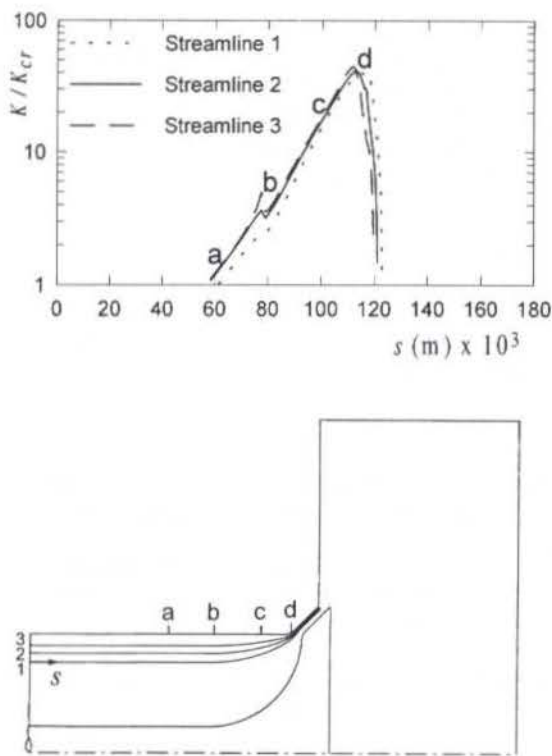


Figure 6. Acceleration factor along the port region.

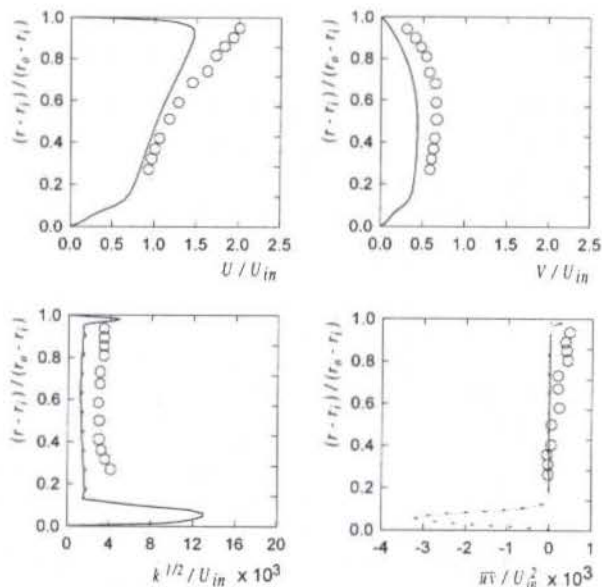
entrance. The acceleration verified at the valve entrance means that the turbulent stresses are destroyed in the proximity of the valve seat surface, as can be observed in Figure 5. The same trend should be expected close to the chamfer on the valve surface, where the flow also undergoes strong acceleration.

It should be mentioned at this point that despite the sensitivity shown by the turbulence quantities, comparisons of velocity profiles revealed that the velocity flow field in the port and valve passage is not affected by the inlet condition of $\bar{\epsilon}$. This result reinforces the hypothesis that viscous and pressure gradient effects are dominant for this flow situation.

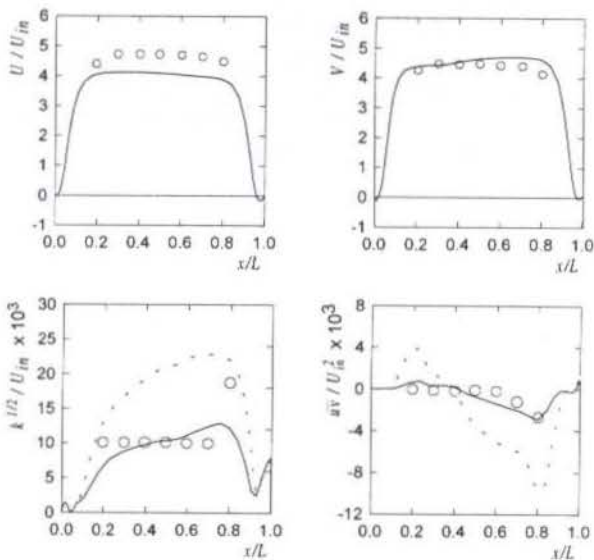
In Figure 7 numerical results of mean velocity components in the axial and radial directions (U/U_{in} and V/U_{in} , respectively), turbulence kinetic energy intensity ($k^{1/2}/U_{in}$) and Reynolds shear stress (\overline{uv}/U_{in}^2) are compared with experimental data at traverses 1 and 4. It has already been shown that a minor change in the inlet boundary condition of $\bar{\epsilon}$ results in totally different levels of turbulence in the valve passage. Therefore, in the comparisons presented in Figure 7, numerical results for both inlet conditions were included as a reminder that, concerning prediction of turbulence quantities, unless the uncertainty related to the inlet condition is eliminated one cannot draw any reliable conclusion on the performance of turbulence models at small valve lifts.

At traverse 1 the peak of the U-velocity component close to the port surface is underpredicted by the model and might be related to the size of the separating flow region calculated close to the valve crown not being in accord with that present in the experiment of Gosman and Ahmed. At the exit of the valve, traverse 4, the level of agreement between predictions and measurements are found to be satisfactory.

Table I presents values of discharge coefficient C_d predicted by Gosman and Ahmed (1987), Naser (1990) and Tsui and Lee (1992) compared to the result of the present analysis and the experimental data of Gosman and Ahmed (1987). The aforementioned authors have reported numerical results of C_d typically 7% lower than the experimental data and attributed the



(a) Traverse 1



(b) Traverse 4

Figure 7. Comparisons between numerical predictions and experimental data. \circ Exp. data; — LS $k-\epsilon$ model and δ_1 ; - - - - LS $k-\epsilon$ model and δ_2 .

difference to excessive levels of turbulence predicted by the turbulence models in the valve passage, which increased the shear stress at the wall. In the present analysis the LS $k-\epsilon$ model, which was developed with accelerated flows in mind, seems to take proper account of the destruction process of \overline{uv} close to the valve passage surfaces and the calculated is within the experimental uncertainty range (estimated to be 3% by Gosman and Ahmed).

CONCLUSIONS

In this work the LS $k-\epsilon$ model has been applied to the prediction of a strongly accelerated turbulent flow in a port/valve assembly of IC motor engines that typically occurs for small lifts at the early opening of the valve. The performance of the model has been assessed through comparisons between numerical predictions and experimental data.

Table 1. Measured and predicted discharge coefficients, C_d .

Experimental data (Ahmed, 1987)	0.63
High Reynolds $k-\epsilon$ model (Ahmed, 1987)	0.57
Two-layer model (Naser, 1990)	0.61
Modified High Reynolds $k-\epsilon$ (Tsui and Lee, 1992)	0.59
LS $k-\epsilon$ model (present work)	0.63

The dramatic reduction of the flow passage area at the valve passage entrance creates a strong acceleration field and high shear layer that is prominent even in the core region. It was found that production of turbulence kinetic energy level predicted by the turbulence model in such flows is extremely sensitive with respect to the inlet boundary condition of turbulence quantities. Gosman and Ahmed (1987) verified substantial discrepancies between predicted and measured levels of turbulence in such regions and suggested that they were caused by the inability of the High Reynolds Number $k-\epsilon$ model to take proper account of the steep acceleration and the associated decay in both kinetic energy k and shear stress \overline{uv} observed in the experiment. Although this hypothesis cannot be discarded in its totality, it is firmly established here that the inlet condition has a strong effect on the calculated level of \overline{uv} and k . Therefore, results for turbulence quantities in this range of valve lift will not be very conclusive unless the uncertainty involved in the prescription of the inlet condition is greatly reduced.

Finally, it has been found that the acceleration the flow undergoes as it approaches the valve entrance causes the Reynolds shear stress to drop considerably close to both walls in the valve passage. The LS $k-\epsilon$ model adopted in this investigation predicts such a decay of turbulence and a discharge coefficient that is within the experimental uncertainty.

REFERENCES

- Gosman, A. D., Ahmed, A.M.Y., 1987, "Measurement and Multidimensional Prediction of Flow in an Axisymmetric Port/Valve Assembly", SAE paper 870592.
- Jones, W. P., Launder, B.E., 1972a, "Some Properties of Sink_Flow Turbulent Boundary-Layers", *J. Fluid Mech.*, vol. 56, p. 337-351.
- Jones, W. P., Launder, B.E., 1972b, "The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 15, p. 301.
- Launder, B. E., and Sharma, B. I., 1974, "Application of the Energy-Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc", *Lett. Heat Mass Transfer*, Vol. 1, p. 131.
- Launder, B. E., and Spalding, D. B., 1972, "Mathematical Models of Turbulence", Academic Press, England.
- Leonard, B. P., 1979, "A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure based on Quadratic Upstream Interpolation", *Comp. Meths. Appl. Mech. Engng*, v. 19, pp. 59-98.
- Naser, J. A., 1990, "Flow Prediction in Valve/Port Assemblies", Ph.D. Thesis, University of London, London, England.
- Patel, V.C., and Head, M.R., 1968, "Reversion of Turbulent to Laminar Flow", *J. Fluid Mech.*, Vol.34, pp. 371-392.
- Tsui, Y. Y., and Lee, S. Y., 1992, "Calculation of Turbulent Flow through Engine Inlet Ports", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol.13, No. 3, pp. 232-240.

Quer-se, com este trabalho, acessar a capacidade de simulação do modelo κ - ϵ de renormalização de grupos, denominado por RNGKE (Yakholt *et al.* 1992) em escoamentos turbulentos com curvatura. Para tanto, dispõe-se da base de dados experimentais de Kim e Patel (1994), a qual foi obtida na configuração representada esquematicamente na Fig. 1. Além disto, os resultados numéricos também são comparados contra aqueles obtidos do modelo κ - ϵ padrão, denominado por KE (Lauder e Spalding, 1974), aqui tomado como uma referência.

2. MODELOS DE TURBULÊNCIA

Os modelos KE e RNGKE são derivados a partir das equações da conservação de massa e da quantidade de movimento. Em notação cartesiana-tensorial para um fluido incompressível e isotérmico em regime permanente, já levando em conta as médias temporais e para altos números de Reynolds, as equação ficam:

$$(\rho U_i)_i = 0 \quad (1)$$

$$(\rho U_j U_i)_j = -P_i - \overline{(\rho u_i u_j)} \quad (2)$$

onde U é a velocidade média, P é a pressão e $\overline{\rho u_i u_j}$ é o tensor de Reynolds.

Utilizando-se o conceito de viscosidade turbulenta de Boussinesq, v_t , pode-se correlacionar o tensor de Reynolds com o tensor médio das deformações no fluido:

$$\overline{u_i u_j} = -v_t (U_{i,j} + U_{j,i}) + \frac{2}{3} K \cdot \delta_{ij} \quad (3)$$

onde K é a energia cinética turbulenta e δ_{ij} é o delta de Kronecker. As diferenças entre os modelos KE e RNGKE são apresentadas de forma sucinta a seguir.

2.1 Modelo κ - ϵ padrão (Lauder e Spalding, 1974)

A viscosidade turbulenta v_t é obtida em termos da energia cinética turbulenta e da dissipação:

$$v_t = C_\mu \frac{K^2}{\epsilon} \quad (4)$$

onde $C_\mu = 0,09$ é uma constante experimental.

Por sua vez, a energia cinética turbulenta K e a dissipação ϵ são determinadas pelas equações de transporte, Eqs. (5) e (6):

$$(\rho U_i K)_i = \left(\rho \frac{v_t}{\sigma_K} K_i \right)_i + \rho (P_K - \epsilon) \quad (5)$$

$$(\rho U_i \epsilon)_i = \left(\rho \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \epsilon_i \right)_i + \rho \frac{\epsilon}{K} (C_{1\epsilon} P_K - C_{2\epsilon} \epsilon) \quad (6)$$

onde P_K é a produção de K via tensor deformação, Eq. (7):

$$P_K = v_t (U_{i,j} + U_{j,i}) U_{i,j} \quad (7)$$

e as constantes experimentais: σ_K , σ_ϵ , $C_{1\epsilon}$ e $C_{2\epsilon}$ são, respectivamente: 1,0; 1,3; 1,44 e 1,92.

Deve-se destacar que este modelo só é aplicável para escoamentos completamente turbulentos. Próximo às paredes, onde efeitos viscosos são dominantes, não é aplicável. Isto coloca uma dificuldade para se prescrever as condições de contorno das equações em fronteiras sólidas. Este problema é resolvido utilizando-se das leis de parede, que fazem uma ponte entre a fronteira sólida e o escoamento turbulento. Apresenta-se, na seção 2.3, o procedimento para a implementação das condições de contorno.

2.2 Modelo κ - ϵ RNG (Yakholt *et al.* 1992)

No modelo κ - ϵ padrão os coeficientes são constantes e determinados por meio de um conjunto de experimentos simples. A utilização destes coeficientes apresentam bons resultados para a maioria das aplicações, contudo não são universais. Atribui-se, com frequência, a má performance do KE à equação de dissipação por conter diversos termos empíricos. Uma melhora substancial na performance foi obtida com a inserção de novos termos ou correções, (Rodi and Scheuerer, 1986 e Lauder et al., 1977) porém não conferiram uma universalidade ao modelo, isto é, suas aplicações se mostraram dependentes da natureza do problema.

Yakholt *et al.* (1992) derivaram um modelo κ - ϵ , onde as constantes são determinadas analiticamente, baseado-se no método de renormalização de grupos (RNG). Devido a sua fundamentação matemática, quando comparado à abordagem semi-empírica do modelo κ - ϵ padrão, argumenta-se que o RNGKE apresenta uma maior aplicabilidade. Basicamente, o modelo RNGKE difere do modelo κ - ϵ padrão em dois aspectos: nos valores das constantes, Eq. (8)

$$(\sigma_K, \sigma_\epsilon, C_{1\epsilon}, C_{2\epsilon}, C_\mu) = (0,7194; 0,7194; 1,42; 1,68; 0,0845) \quad (8)$$

e na adição de um termo fonte na equação de transporte para a dissipação, R :

$$R = \frac{C_\mu \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right) \epsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{K} \quad (9)$$

onde $\eta_0 = 4,8$, $\beta = 0,012$ e o parâmetro adimensional, η , é definido por:

$$\eta = S \frac{K}{\epsilon}, \quad S = (2S_{ij} S_{ij})^{\frac{1}{2}}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} (U_{i,j} + U_{j,i}) \quad (10)$$

A introdução deste termo fonte adicional à equação da dissipação vem suplantando uma das inconsistências do modelo κ - ϵ padrão em algumas simulações.

2.3 Condições de contorno

Tomando-se como referência a Fig. 1, a condição de entrada ocorre na estação U_j . Nesta seção, as velocidades U e V , assim como K , são aqueles obtidos por Kim e Patel, 1994. Já o perfil da dissipação é estimado por meio da função degrau na região próxima da parede (lei log):

$$\varepsilon = \frac{C_{\mu}^{3/4} \cdot K^{3/2}}{\kappa \cdot y}, \quad 30 \leq \frac{y u^*}{\nu} \leq 100, \quad (11)$$

onde κ é a constante de Von Kármán, $\kappa = 0.41$, e y é a distância da parede.

Nas paredes sólidas, tanto as velocidades como K são avaliados, no primeiro nó da malha, utilizando-se as funções de parede, Eqs. (12) e (13):

$$\frac{u}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left[\frac{u^* y}{\nu} \right] + 5.1; \quad u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (12)$$

$$K = \frac{(u^*)^2}{\sqrt{C_{\mu}}} \quad (13)$$

A dissipação é avaliada pela Eq. (11). As Eqs. (11) a (13) são calculadas em y , que expressa a distância normal da parede ao primeiro ponto da malha.

A seção de saída do domínio computacional localiza-se em D_2 , veja Fig. 1. Por considerar a estação D_2 suficientemente afastada da saída da curva, estação D_1 , assumiu-se o escoamento em D_2 localmente parabólico: $\partial U/\partial x = \partial V/\partial x = \partial K/\partial x = \partial \varepsilon/\partial x = 0$.

3. SOLUÇÃO NUMÉRICA

A solução numérica das equações de transporte foi obtida utilizando-se um código comercial, PHOENICS versão 2.1 de 1994. O código resolve a forma elíptica das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e das quantidades turbulentas, K e ε , por meio de uma discretização de volumes finitos. Um esquema híbrido de diferenciação foi utilizado para os termos convectivos e o algoritmo de correção empregado foi o SIMPLEST (Spalding 1994), acoplado aos campos de velocidade e de pressão.

Tomando-se como referência a Fig. 1, o domínio computacional está compreendido entre as estações U_1 e D_2 e também pelas paredes que formam o canal. A malha empregada possui 90 volumes de controle na direção y e 140 na direção x . Ela é constituída por três blocos: um com 90×35 volumes antecedendo a seção curva; outro constitui-se pela própria curva com 90×70 volumes e outro a jusante da curva com 90×35 volumes. Esta malha mostrou-se adequada às simulações, uma vez que testes com malhas mais refinadas foram conduzidos e revelaram alterações inferiores a 1% no valor de K . Um cuidado particular foi tomado com o espaçamento da malha na direção y . A distância do centro do primeiro volume de controle à parede ficou em $40 < y^+ < 70$ em toda a extensão do canal garantindo a aplicabilidade da lei de parede, onde $y^+ = u^* y/\nu$

4. RESULTADOS

Os resultados experimentais e numéricos do escoamento descrito na Fig. 1 são apresentados em termos dos perfis de velocidade U , da energia cinética turbulenta K e das tensões cisalhantes e normais para três estações, U_2 , 45° e D_1 , com o Reynolds baseado na largura do canal de 224000.

A Fig. 2 mostra os perfis da velocidade longitudinal U . Os dados experimentais revelam que na estação U_2 o escoamento tem um comportamento típico de camada limite: perfil de velocidade plano no centro do canal com gradientes próximo às paredes. Na estação 45° a velocidade na parede convexa é maior que a da parede côncava como prevê a teoria de escoamento

potencial. Finalmente na estação D_1 , observa-se uma camada limite mais espessa na parede convexa do que na côncava. Isto é consistente com o efeito causado pela curvatura côncava que age no sentido de aumentar a turbulência e, conseqüentemente, um aumento da tensão na parede. Os modelos KE e RNGKE apresentam perfis de U semelhantes e igualmente satisfatórios com os dados experimentais.

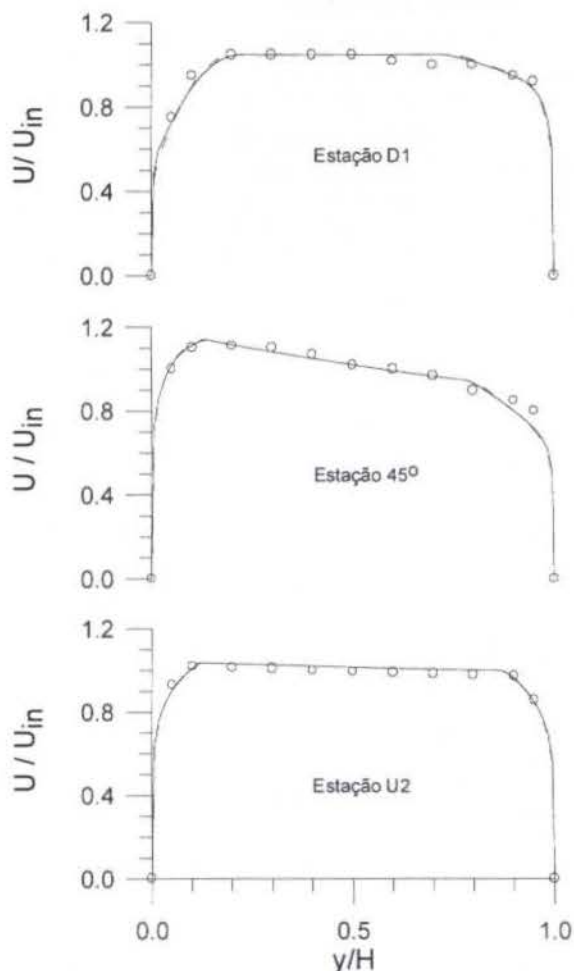


Fig. 2 – Perfis de velocidade longitudinal U Legenda das linhas: o - Experimental, — KE e - - - RNGKE.

A energia cinética turbulenta K é mostrada na Fig. 3. Os resultados experimentais revelam na estação U_2 um escoamento simétrico com camadas limites se desenvolvendo de forma similar nas duas paredes. Porém, uma inspeção nas estações 45° e D_1 revela que a curvatura causa uma substancial modificação no escoamento junto às paredes. Como era de se esperar, K é suprimido junto à parede convexa e amplificado perto da parede côncava. Em toda a extensão da curva os resultados dos modelos diferem muito pouco entre si. Entretanto, observa-se que em U_2 há uma boa concordância com o perfil experimental de K . Porém nas estações 45° e D_1 , onde os efeitos da curvatura já se manifestaram, uma relativa concordância ocorre somente na parede convexa onde há uma atenuação de K . Por outro lado, junto à parede côncava ambos os modelos falham em prever o aumento de K .

O perfil da tensão de cisalhamento turbulenta, \overline{uv} é mostrado na Fig. 4. Na seção a montante da curva, U_2 , os dados experimentais revelam um perfil anti-simétrico das tensões turbulentas \overline{uv} , compatível com o comportamento observado de U e K na mesma seção. Por outro lado nas seções 45° e D_1 o

mesmo não ocorre. Tomando-se como referência o perfil da seção U_2 , os dados experimentais mostram uma redução de \overline{uv} junto à parede convexa e um substancial aumento perto da parede côncava. Na estação D1 este comportamento não se repete. Há um relaxamento das tensões junto às paredes devido a ausência da curvatura. Os modelos KE e RNGKE mostram uma moderada precisão junto à parede convexa. Mas com relação a parede côncava ambos os modelos falham.

As tensões normais turbulentas, \overline{vv} e \overline{uu} estão representadas nas Figs. 5 e 6. Os dados experimentais revelam que estas não são isotrópicas, ou seja, são similares àquelas encontradas em camadas limites bi-dimensionais: $\overline{uu} > \overline{vv}$. Enquanto que as estimativas das tensões normais junto à parede convexa são satisfatórias, divergem substancialmente na parede côncava. As discrepâncias entre os dados experimentais e aqueles produzidos pelos modelos persistem tanto para o KE quanto para o RNGKE. Esta deficiência em parte pode ser atribuída aos modelos se apoiarem hipótese de Boussinesq.

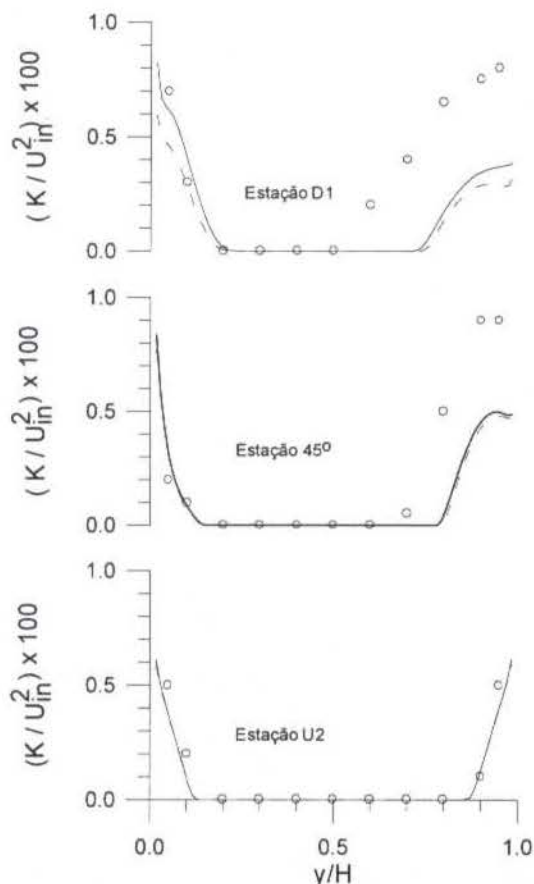


Fig. 3 - Perfis de energia cinética turbulenta K. Legenda das linhas: o - Experimental, — KE e - - - RNGKE.

5. CONCLUSÕES

O presente trabalho mostra a comparação entre os modelos KE e RNGKE em um escoamento turbulento incompressível e isotérmico em um canal curvo. O escoamento é bi-dimensional com um número de Reynolds, baseado na largura do canal, de 224000. Adjacentes às paredes com curvatura côncava e convexa duas camadas limites se desenvolvem. O perfil de velocidades médias determinado pelos dois modelos coincide com os dados experimentais. Relativo às propriedades turbulentas, K e as tensões, pode-se dizer que ambos os modelos apresentam uma

atenuação da turbulência junto à parede convexa mas subestimam a amplificação da turbulência junto à parede côncava. Neste escoamento com elevado número de Reynolds o modelo KE produz resultados similares ao RNGKE. Estas deficiências, em parte, podem ser atribuídas à reconhecida não isotropia que o escoamento apresenta.

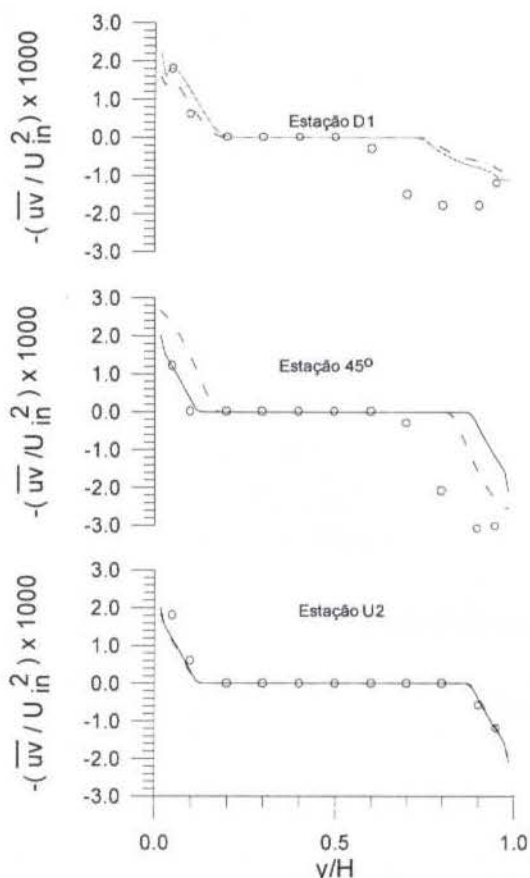


Fig. 4 - Perfis de tensão de cisalhamento turbulenta \overline{uv} . Legenda das linhas: o - Experimental, — KE e - - - RNGKE.

BIBLIOGRAFIA

- Berger, S.A., Talbot, L. and Yao, L. S. "Flow in Curved Pipes", *Ann. Ver. Fluid Mech.*, vol. 15, pp. 461-512, 1983.
- Dean, W. R. "Note on the motion of fluid in a curved pipe", *Philos. Mag.*, vol. 20, pp. 208-223, 1927.
- Dean, W. R. "The streamline motion of fluid in a curved pipe", *Philos. Mag.*, vol. 30, pp. 673-693, 1928.
- Eustice, J. "Flow of water in curved pipes", *Proc. R. Soc. London Ser. A*, vol. 84, pp. 107-118, 1910.
- Humphrey, J. A. C., Whitelaw, J. H. and Yee, G. "Turbulent flow in a square duct with strong curvature", *J. Fluid Mech.*, vol. 103, pp. 443-463, 1981.
- Ito, H. "Flow in curved Pipes", *JSME Int. J.*, vol. 30, pp. 543-552, 1987.
- Kim, W. J. and Patel, V.C. "Origin and decay of longitudinal vortices in developing flow in a curved rectangular duct", *J. of Fluids Engineering*, vol. 116, pp. 45-52, 1994.
- Lauder, B.E. and Spalding, D.B., "The Numerical Computation of Turbulent Flows", *Comp. Meth. Appl. Mech. Energy*, vol. 3, pp. 269-289, 1974.

Lauder, B.E., Priddin, C.H. and Sharma, B.I., "The calculation of turbulent boundary layer of spinning and curved surfaces", *J. Fluids Engr.*, pp.231-239, 1977.

Luo, J. and Lakshminarayana, B. "Analysis of streamline curvature effects on wall-bounded turbulent flows", *AIAA Journal*, vol. 35, no. 8, pp. 1273-1279, 1997

Nandakumar, K. and Masliyah, J. H., "Swirling flow and heat transfer in coiled and twisted pipes", *Advances in Transport Processes*, vol. 4, pp. 49-112, 1986

Rodi, W. and Scheuerer, G., "Scrutinizing the κ - ϵ model under adverse pressure gradient conditions", *Trans. ASME*, vol. 108, June, pp. 174-179, 1986.

Spalding, D.B., "The PHOENICS Encyclopedia", CHAM Ltda., London, U.K., 1994.

Su, M. D. and Friedrich, R. "Numerical simulation of fully developed flow in a curved duct of rectangular cross-section" *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol. 37, no. 8, pp. 1257-1268, 1994.

Yakhot, V., Orzag, S.A., Thangam, S., Gatski, T.B., and Speziale, C.G., "Development of turbulence Models for Shear Flows by a Double Expansion Technique", *Phys. Fluids A*, vol. 4, no. 7, pp 1510-1520, 1992.

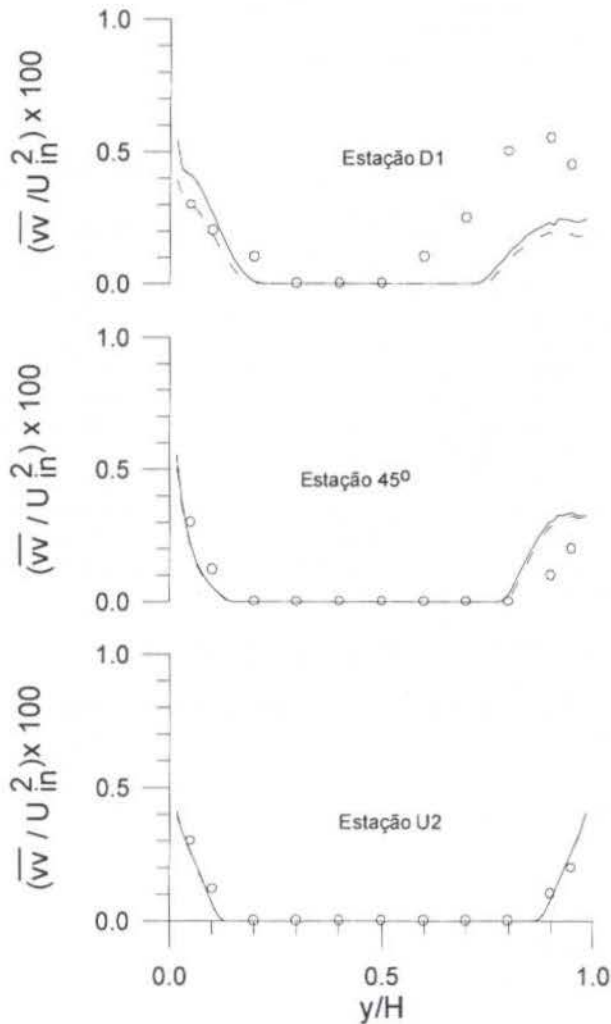


Fig. 5- Perfis de tensão normal turbulenta $\overline{v'v'}$ Legenda das linhas: o - Experimental, — KE e - - - RNGKE.

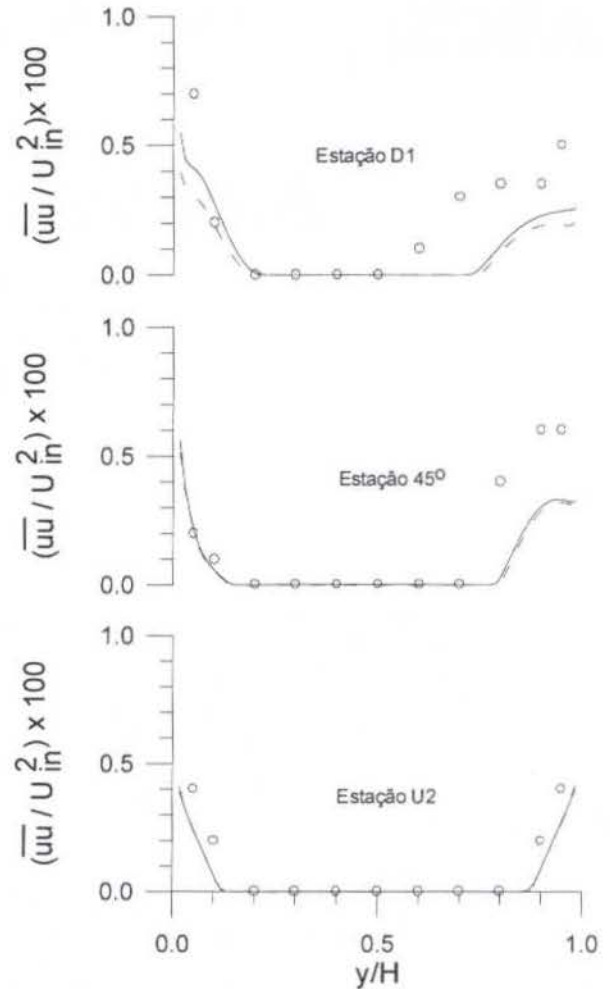


Fig. 6 - Perfis da tensão de normal turbulenta $\overline{u'u'}$. Legenda das linhas: o - Experimental, — KE e - - - RNGKE.

SUMMARY

In this article two turbulence models, the K- ϵ standard and the renormalization group (RNG) K- ϵ are evaluated for their performance in an incompressible and isothermal turbulent boundary layer developing in a 90 degree rectangular duct. The flow Reynolds number achieves 224000 and corresponding experimental data from the literature are used for validation. The numerical solution is obtained from a finite volume discretization of the conservation equations which are implemented in a commercial flow code, PHOENICS. The mean velocity determined by the two models are quite satisfactory when compared against the experimental data. Unfortunately the same can not be said about the turbulent quantities such as the turbulent kinetic energy and the associated stresses. The numerical outputs of both models have reasonable accuracy in predicting the turbulence damping associated with the convex wall but underpredicts the magnitude of turbulence amplification due to concave wall curvature. Considering this high Reynolds flow, the simple standard K- ϵ model with wall functions, presented flow predictions similar to the ones delivered by the RNG K- ϵ .

**DEVELOPMENT OF A NON-LINEAR TURBULENCE MODEL FOR
RECIRCULATING FLOWS USING GENERALIZED COORDINATES**

Marcelo Assato

Marcelo J. S. de Lemos

Departamento de Energia - IEME

Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA/CTA

12228-900 - São José dos Campos - SP - Brasil

ABSTRACT

Non-linear turbulence models are known to perform better than classical eddy-diffusivity models due to their ability to simulate important characteristics of the flow. Turbulence-driven secondary motion and the effects of streamline curvature on turbulence cannot be fully accounted for with simpler isotropic models. Motivated by the foregoing, this work presents first the fundamental ideas underlining advanced non-linear turbulence models. Transport equations for the mean and turbulent field are then discretized on a boundary-fitted non-orthogonal coordinate system. The strategy conceived for improving numerical stability is discussed upon.

INTRODUCTION

It is well established in the literature that eddy-diffusivity turbulence models (EDM) do not, on the whole, cope well with strong streamline curvature whether it arises from flow over curved surfaces or imparted swirling. And yet, turbulence-driven secondary motion and directional effects due to buoyancy cannot, due to absence of information on individual stresses, be simulated with EDMs. In spite of that, they are often used for engineering computations due to the numerical robustness obtained via its linear *stress-strain rate* relationship (Jones & Launder, 1972). This diffusion-like approach makes the numerical solution stable, with the model easily adaptable to existing computer code architectures.

Models involving other types of constitutive equations have been lately developed with the perspective of applying CFD to complex flows. These models aim at a wider range of applicability, similar to that of Reynolds Stress Models (RSM, Launder *et al.*, 1975) whereas keeping computational cost down to EDM cost levels.

As mentioned, in flows with substantial streamline curvature, linear models have presented difficulties. To overcome that, theories employing other type of representation of individual Reynolds Stresses/Fluxes, including addition of non-linear terms to the basic constitutive equation, try to capture the sensitivity to flow curvatures and buoyancy, a feature missing in basic EDMs.

Developments in this area can be roughly classified into two major groups. The first one comes from the direct modeling of the Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations (RANS equations) with some approximation for the net transport of the stresses ([*Convection*]-[*Diffusion*]). With that, *algebraic*, instead of *transport* equations, are devised to predict individual stresses. These algebraic relations can be either of an *implicit* characteristic leading to the so-called Algebraic Stress Model (ASM, Rodi, 1972, de Lemos & Sesonke, 1984, 1985, de Lemos, 1988), or else, involve approximations leading to an *explicit* expression for $-\overline{\rho u_i u_j}$ (Warsi & Amlicke, 1976). In both cases, the algebraic formulae are a direct consequence of the RANS equations.

The other major approach is usually of an ad-hoc nature and basic follows the procedures used in obtaining constitutive equations for laminar flow of non-Newtonian fluids (Rivlin, 1957). Examples are the works of Speziale (1987), Taubee, (1992), Shih *et al.* (1995), Yoshizawa, A. (1984). Essentially, the observed relationship between laminar flow of viscoelastic fluids and turbulent flow of Newtonian substances has motivated developments in such direction (Lumley, 1970). The basic advantage of this approach over the former relies on the achieved computational saving when compared to ASMs (roughly 25-50% less computing time).

Motivated by the foregoing, this work presents the steps taken to adapt a non-linear constitutive equation into a boundary-fitted coordinate computer code. Due to its advantages in programming, the model of Speziale (1987) is used here as the basis of this work.

TRANSPORT AND CONSTITUTIVE EQUATIONS

The fundamental flow governing equations for can be written as:

$$\text{Mass: } \text{div} \left(\vec{\rho v} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\text{Momentum: } \text{div} \left(\vec{\rho v} U_i - \vec{t}_i \right) = s_{u_i} \quad (2)$$

$$\text{Scalar: } \text{div} \left(\vec{\rho v} \phi - \vec{q}_\phi \right) = s_\phi \quad (3)$$

where: \vec{t}_i in equation (2) contains the stress acting in the *i*-direction, and s_{u_i} represents all source terms, including the pressure gradient and gravitational forces. In equation (3) ϕ

The vector form of the area of the control-volume faces at *east* and *north* are then given by:

$$\begin{aligned}\vec{A}_e &= \Delta y_{\eta}^e \vec{i} - \Delta x_{\eta}^e \vec{j} \\ \vec{A}_n &= -\Delta y_{\xi}^n \vec{i} + \Delta x_{\xi}^n \vec{j}\end{aligned}\quad (14)$$

Momentum Equations. For a general dependent variable φ , in a steady state flow, a discrete form of equation (2) can be written as:

$$I_e + I_w + I_n + I_s = S_{\varphi}, \quad (15)$$

where I_e, I_w, I_n e I_s are the overall fluxes (convection plus diffusion) of φ (either velocity component) at the *east*, *west*, *north* and *south* control-volume faces, respectively, and S_{φ} the corresponding source term.

For the east face the flux can be written as:

$$I_e = \int_{A_e} (n \cdot \varphi) dA = (n_e \cdot \varphi_e) A_e, \quad (16)$$

where A_e is the control-volume east face area, n_e is the unit vector normal to A_e and φ_e is the average value of φ prevailing over A_e . Also, for coherence in the discretization process, one has for any nodal point P : $(I_w)_P = -(I_e)_w$ and $(I_s)_P = -(I_n)_s$.

The numerical treatment of convection and diffusion mechanisms are handled in separate. When (15) is written for the x -direction, the convection flux, $I_e^{C_x}$, has contributions from both faces *east* and *north* such as:

$$\begin{aligned}I_e^{C_x} &= F_e U_e \\ I_n^{C_x} &= F_n U_n\end{aligned}\quad (17)$$

where:

$$\begin{aligned}F_e &= \rho [U_e \Delta y_{\eta}^e - V_e \Delta x_{\eta}^e] \\ F_n &= \rho [V_n \Delta x_{\xi}^n - U_n \Delta y_{\xi}^n]\end{aligned}\quad (18)$$

For the diffusive flux in the same x -direction, $I_e^{D_x}$, one has for both faces considered:

$$I_e^{D_x} = - \left(\tau_{11} \vec{i} + \tau_{12} \vec{j} \right)_e \cdot \vec{A}_e \quad (19)$$

$$I_n^{D_x} = - \left(\tau_{11} \vec{i} + \tau_{12} \vec{j} \right)_n \cdot \vec{A}_n \quad (20)$$

Here, in accordance with equation (9), the diffusion flux can be split into a linear and non-linear parts as:

$$I_e^{D_x} = - \left(\tau_{11} \vec{i} + \tau_{12} \vec{j} \right)_e^L \cdot \vec{A}_e - \left(\tau_{11} \vec{i} + \tau_{12} \vec{j} \right)_e^{NL} \cdot \vec{A}_e \quad \text{or}$$

$$I_e^{D_x} = \left(I_e^{D_x} \right)^L + \left(I_e^{D_x} \right)^{NL} \quad (21)$$

Likewise for the *north* face :

$$I_n^{D_x} = \left(I_n^{D_x} \right)^L + \left(I_n^{D_x} \right)^{NL} \quad (22)$$

The first term in equations (21)-(22) is associated with the linear part of the constitutive equations whereas the second one with handle only non-linear terms.

The velocity derivatives and cross-derivatives with respect to x and y , appearing after transforming equation (8) into the curvilinear coordinate system ξ - η , are obtained by taking:

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial x} &= \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial \eta} = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial U}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right] \\ \frac{\partial U}{\partial y} &= \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial \xi} = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial U}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial U}{\partial \xi} \right]\end{aligned}\quad (23)$$

where J is the Jacobian of the transformation defined as:

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (24)$$

In order to obtain discrete forms of (21)-(22), both the velocity derivatives and the Jacobian have to be approximated at faces "e" and "n" of the control volume of Figure 1. Also, for a general dependent variable φ one has:

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right)_e &= \frac{\varphi_E - \varphi_P}{\xi_E - \xi_P}; & \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right)_e &= \frac{\varphi_{ne} - \varphi_{se}}{\eta_{ne} - \eta_{se}} \\ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right)_n &= \frac{\varphi_{ne} - \varphi_{nw}}{\xi_{ne} - \xi_{nw}}; & \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right)_n &= \frac{\varphi_N - \varphi_P}{\eta_N - \eta_P}\end{aligned}\quad (25)$$

Here, for ease of notation, the following parameter are introduced based on the distances shown in Figure 1:

At east face "e":

$$\begin{aligned}\Pi_e &= \Delta y_{\eta}^e \cdot \Delta x_{\xi}^e - \Delta y_{\xi}^e \cdot \Delta x_{\eta}^e \\ \pi_a^e &= \Delta y_{\eta}^e (U_E - U_P) - \Delta y_{\xi}^e (U_{ne} - U_{se}) \\ \pi_b^e &= \Delta x_{\xi}^e (U_{ne} - U_{se}) - \Delta x_{\eta}^e (U_E - U_P) \\ \pi_c^e &= \Delta y_{\eta}^e (V_E - V_P) - \Delta y_{\xi}^e (V_{ne} - V_{se}) \\ \pi_d^e &= \Delta x_{\xi}^e (V_{ne} - V_{se}) - \Delta x_{\eta}^e (V_E - V_P)\end{aligned}\quad (26)$$

At north face "n":

$$\begin{aligned}\Pi_n &= \Delta y_{\eta}^n \cdot \Delta x_{\xi}^n - \Delta y_{\xi}^n \cdot \Delta x_{\eta}^n \\ \pi_a^n &= \Delta y_{\eta}^n (U_{ne} - U_{nw}) - \Delta y_{\xi}^n (U_N - U_P) \\ \pi_b^n &= \Delta x_{\xi}^n (U_N - U_P) - \Delta x_{\eta}^n (U_{ne} - U_{nw}) \\ \pi_c^n &= \Delta y_{\eta}^n (V_{ne} - V_{nw}) - \Delta y_{\xi}^n (V_N - V_P) \\ \pi_d^n &= \Delta x_{\xi}^n (V_N - V_P) - \Delta x_{\eta}^n (V_{ne} - V_{nw})\end{aligned}\quad (27)$$

Using then equations (26)-(27) to represent (24) at the east and north faces, one has:

$$J_e = \frac{\Delta x_\xi^e \Delta y_\eta^e - \Delta x_\eta^e \Delta y_\xi^e}{(\xi_E - \xi_P)(\eta_{ne} - \eta_{se})} = \frac{\Pi_e}{(\xi_E - \xi_P)(\eta_{ne} - \eta_{se})} \quad (28)$$

$$J_n = \frac{\Delta x_\xi^n \Delta y_\eta^n - \Delta x_\eta^n \Delta y_\xi^n}{(\xi_{ne} - \xi_{nw})(\eta_N - \eta_P)} = \frac{\Pi_n}{(\xi_{ne} - \xi_{nw})(\eta_N - \eta_P)}$$

yielding for equations (23) at faces "e" and "n",

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_e = \frac{\Delta y_\eta^e (U_E - U_P) - \Delta y_\xi^e (U_{ne} - U_{se})}{\Delta y_\eta^e \Delta x_\xi^e - \Delta y_\xi^e \Delta x_\eta^e} = \frac{\pi_a^e}{\Pi_e} \quad (29)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_e = \frac{\Delta x_\xi^e (U_{ne} - U_{se}) - \Delta x_\eta^e (U_E - U_P)}{\Delta y_\eta^e \Delta x_\xi^e - \Delta y_\xi^e \Delta x_\eta^e} = \frac{\pi_b^e}{\Pi_e}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_n = \frac{\Delta y_\eta^n (U_{ne} - U_{nw}) - \Delta y_\xi^n (U_N - U_P)}{\Delta y_\eta^n \Delta x_\xi^n - \Delta y_\xi^n \Delta x_\eta^n} = \frac{\pi_a^n}{\Pi_n} \quad (30)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_n = \frac{\Delta x_\xi^n (U_N - U_P) - \Delta x_\eta^n (U_{ne} - U_{nw})}{\Delta y_\eta^n \Delta x_\xi^n - \Delta y_\xi^n \Delta x_\eta^n} = \frac{\pi_b^n}{\Pi_n}$$

The gradients of V -velocity components with respect to x and y are similarly obtained.

Applying Eqn. (9) to (21)-(20), with the help of (26), a discrete form for the diffusive flux in the x -direction at east face reads,

$$(J_e^D)_x^e = -\frac{\rho \mu_e^e}{\Pi_e} \left\{ (U_E - U_P) \left[2(\Delta y_\eta^e)^2 + (\Delta x_\eta^e)^2 \right] - (U_{ne} - U_{se}) \left[2\Delta y_\xi^e \Delta y_\eta^e + \Delta x_\xi^e \Delta x_\eta^e \right] - (\pi_c^e) \Delta x_\eta^e \right\} - \frac{2}{3} \rho k \Delta y_\eta^e \quad (31)$$

and

$$(J_e^D)_x^e = \frac{C_1 \mu_e^e k}{(\Pi_e)^2 \epsilon} \left\{ -\Delta y_\eta^e \left[\frac{8}{3}(\pi_a^e)^2 + \frac{1}{3}(\pi_b^e)^2 + \frac{2}{3}(\pi_b^e)(\pi_c^e) \right] + \frac{1}{3}(\pi_c^e)^2 - \frac{4}{3}(\pi_d^e)^2 \right. \\ \left. + 2\Delta x_\eta^e \left[(\pi_a^e)(\pi_b^e) + (\pi_a^e)(\pi_c^e) \right] + (\pi_d^e)(\pi_b^e) + (\pi_d^e)(\pi_c^e) \right\} \quad (32)$$

At face north the diffusive flux is of analogous form. Using now eqn. (27), the two term on the right of (22) reads:

$$(J_n^D)_x^n = -\frac{\rho \mu_n^n}{\Pi_n} \left\{ (U_N - U_P) \left[2(\Delta y_\xi^n)^2 + (\Delta x_\xi^n)^2 \right] - (U_{ne} - U_{nw}) \left[2\Delta y_\eta^n \Delta y_\xi^n + \Delta x_\eta^n \Delta x_\xi^n \right] + (\pi_c^n) \Delta x_\xi^n \right\} + \frac{2}{3} \rho k \Delta y_\xi^n \quad (33)$$

and

$$(J_n^D)_x^n = \frac{C_1 \mu_n^n k}{(\Pi_n)^2 \epsilon} \left\{ \Delta y_\xi^n \left[\frac{8}{3}(\pi_a^n)^2 + \frac{1}{3}(\pi_b^n)^2 + \frac{2}{3}(\pi_b^n)(\pi_c^n) \right] + \frac{1}{3}(\pi_c^n)^2 - \frac{4}{3}(\pi_d^n)^2 \right. \\ \left. - 2\Delta x_\xi^n \left[(\pi_a^n)(\pi_b^n) + (\pi_a^n)(\pi_c^n) \right] + (\pi_d^n)(\pi_b^n) + (\pi_d^n)(\pi_c^n) \right\}$$

For the y -momentum equation, convection and diffusive fluxes at both east and north faces are obtained in a similar fashion.

Pressure Source term. The source term due to integration of the pressure gradient term over the control volume of Figure 1 gives for the x -direction:

$$S_{P_x} = -\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right) \delta V, \quad (35)$$

where:

$$\delta V = (y_n - y_s)(x_e - x_w) - (y_e - y_w)(y_n - y_s) \quad (36)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{(P_e - P_w)(y_n - y_s) - (P_n - P_s)(y_e - y_w)}{(y_n - y_s)(x_e - x_w) - (y_e - y_w)(y_n - y_s)} \quad (37)$$

giving for equation (35) a discrete form:

$$S_{P_x} = -(P_e - P_w)(y_n - y_s) + (P_n - P_s)(y_e - y_w) \quad (38)$$

Treatment of the Linear Diffusion term. For improving numerical stability, the linear diffusion term in equation (31) is further rewritten as a combination of an implicit and a explicit contribution as,

$$(J_e^D)_x^e = -\underbrace{(U_E - U_P) D_e^{x,y}}_{\text{Implicit part}} + \underbrace{S_e^{x,y}}_{\text{Explicit part}} \quad (39)$$

where both terms on the right of (39) will be later presented. The explicit part $S_e^{x,y}$ will make use of velocities at the grid points calculated at the previous iteration. The coefficient D_e will be used in final finite-difference equation.

Treatment of equations for k and ϵ . The coefficient μ , appearing in both linear and nonlinear part of equation (8) are here calculated through the standard k - ϵ model (Jones & Launder, 1972). Although this might be considered to be inappropriate due to change in character of the original k - ϵ transport equations, the use of well tested forms seems to be a cautious path. Also, since these transport equations are presented elsewhere, they are here not repeated due to lack of space. Only the differences when incorporating the non-linear equation (8) are here highlighted. With this in mind, the production term in the k and ϵ equations are given by,

$$S_k = P_k - \rho \epsilon; \quad S_\epsilon = \frac{\epsilon}{k} (C_1 P_k - C_2 \rho \epsilon) \quad (40)$$

where the C 's are constants. The term P_k in eqn. (40) is the rate of production of turbulence. Here, in accordance with equation (8), a Linear and a Non-Linear part can also be defined as

$$P_k = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial y^j} = (\tau_{ij}^L + \tau_{ij}^{NL}) \frac{\partial U_i}{\partial y^j} = P_k^L + P_k^{NL} \quad (41)$$

where τ_{ij} is given by equation (9) As it was done with the pressure gradient term, integration of S_ϕ (Eqn. (40), $\phi=k, \epsilon$) over the cell volume of Figure 1 surrounding point P , and already linearizing it to enhance convergence (Patankar, 1980), gives:

$$\overline{S_\phi} \equiv \int S_\phi \delta V = S_\phi^* - S_\phi^{**} \phi_P \quad (42)$$

This dependence on ϕ_P is sometimes artificially introduced when a negative part of S_ϕ is non existing (Patankar, 1980). Then, when the integrated source S_k is rewritten in the form of (42) one has :

$$S_k^* = (P_k^L + P_k^{NL}) \delta V; \quad -S_k^{**} k = -\rho \epsilon \delta V = -\left(\frac{\rho \epsilon^* \delta V}{k^*}\right) k \quad (43)$$

The values of k and ϵ in S_k^{**} (with superscript "0" in eqn. (43)) are taken from the previous iteration and, when the solution finally converges, $k^0 \rightarrow k$ and the two values cancel out. For S_ϵ the choices of S_ϵ^* and S_ϵ^{**} are: $S_\epsilon^* = C_1 \epsilon S_k^* / k$; $S_\epsilon^{**} = C_2 S_k^{**}$.

The term P_k needs be evaluated at the central point P . To this end, derivatives of the mean velocities with respect to Cartesian coordinates are transformed according to expressions (29)-(30). With the help of the expressions,

$$\begin{aligned} \Delta x_\xi^P &= (x_e - x_w), \quad \Delta x_\eta^P = (x_n - x_s) \\ \Delta y_\eta^P &= (y_n - y_s), \quad \Delta y_\xi^P = (y_e - y_w) \\ \Pi_P &= \Delta y_\eta^P \cdot \Delta x_\xi^P - \Delta y_\xi^P \cdot \Delta x_\eta^P \\ \pi_a^P &= \Delta y_\eta^P (U_e - U_w) - \Delta y_\xi^P (U_n - U_s) \\ \pi_b^P &= \Delta x_\xi^P (V_n - V_s) - \Delta x_\eta^P (V_e - V_w) \\ \pi_c^P &= \Delta x_\xi^P (U_n - U_s) - \Delta x_\eta^P (U_e - U_w) \\ \pi_d^P &= \Delta y_\eta^P (V_e - V_w) - \Delta y_\xi^P (V_n - V_s) \end{aligned} \quad (44)$$

the linear part in equation (41) has the following discrete expression,

$$P_k^L = \frac{\rho \mu_t^L}{(\Pi_P)^2} \left[2(\pi_a^P)^2 + 2(\pi_b^P)^2 + (\pi_c^P + \pi_d^P)^2 \right] - \frac{2}{3} \rho k \frac{\pi_a^P + \pi_b^P}{\Pi_P} \quad (45)$$

and for the non-linear counter part

$$P_k^{NL} = -\frac{C_1 \mu_t^L k}{(\Pi_P)^3} \left\{ \frac{8}{3} \left[(\pi_a^P)^2 + (\pi_b^P)^2 \right] + (\pi_c^P + \pi_d^P) \left[\frac{2}{3} \left(\frac{\pi_c^P}{\pi_d^P} \right) + \frac{2}{3} \left(\frac{\pi_d^P}{\pi_c^P} \right) \right] - \frac{4}{3} (\pi_c^P \pi_d^P) \right\} \quad (46)$$

Values of the velocity components at cell face locations "e", "w", "n" and "s", as well as the coordinates of these locations, are calculated from the nodal values by means of linear interpolation

FINAL FORM OF DISCRETIZED EQUATIONS

After all fluxes and source terms are incorporated in equation (13) the algebraic equivalent of (2) is finally assembled. Further, variables at faces e, w, n, s and corners ne, nw, se, sw are interpolated forming an equation connecting the variable at P with neighbors points (see Figure 1). The final form can be written as,

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + S_\phi^* \quad (47)$$

where the coefficients in (47) entails the contribution of convection, diffusion and source term affecting the level of the general variable ϕ at point P . For the east face, the coefficient reads,

$$a_E = D_e + \max(-F_e, 0) \quad (48)$$

where F_e is calculated by (18) and the coefficient D_e , earlier presented in equation (39), reads,

$$D_e = \frac{\rho \mu_t^L}{\Pi_e} \left[(\Delta y_\eta^e)^2 + (\Delta x_\xi^e)^2 \right] \quad (49)$$

The source in the x direction momentum equation can then be assembled as:

$$S_u^* = \underbrace{S_e^* - S_w^* + S_n^* - S_s^*}_{\text{Explicit part of LIENAR diffusion term}} + \underbrace{\overline{S_{P_e}}}_{\text{Pressure term}} - \underbrace{\left((I_e^{D_u})^{NL} - (I_w^{D_u})^{NL} + (I_n^{D_u})^{NL} - (I_s^{D_u})^{NL} \right)}_{\text{NON-LIENAR diffusion term}} \quad (50)$$

where S_{P_e} is given by (38). Also, as an example, the first component of the explicit part of the Linear diffusion term in (50) is given by,

$$\begin{aligned} S_e^* &= \frac{\rho \mu_t^L}{\Pi_e} \left\{ (U_e^* - U_P^*) (\Delta y_\eta^e)^2 \right. \\ &\quad \left. - (U_{ne}^* - U_{se}^*) \left[2 \Delta y_\xi^e \Delta y_\eta^e + \Delta x_\xi^e \Delta x_\eta^e \right] \right. \\ &\quad \left. - \left[\pi_c^e \right] \Delta x_\eta^e \right\} + \frac{2}{3} \rho k \Delta y_\eta^e \end{aligned} \quad (51)$$

Note that inclusion of (49) and (51) into (39) gives (31),

CONCLUSIONS

This work presented a proposal for including a Non-linear turbulence model into a boundary-fitted coordinate computer code. The governing equations were discretized after transforming then from the (x, y) to the (ξ, η) computational domain. The strategy for enhancing numerical stability was

discussed upon. The numerical treatment of the additional non-linear terms consisted in including them at the overall source term for the momentum equations. Equations for the statistical variables k and ϵ were kept the same as in the counterpart linear model. The scheme herein proposed will be programmed and evaluated in the course of this research effort.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors are thankful to CNPq for financial support during the preparation of this work.

REFERENCES

de Lemos, M.J.S., 1988, Anisotropic Turbulent Transport Modeling For Rod-Bundle, *Heat & Technology*, vol. 6, (1-2), pp. 27-37.

de Lemos, M.J.S., Sesonske, A., 1984, Turbulence Modeling In Buoyancy-Affected Liquid-Metal Pipe Flow, *Transactions ANS*, vol. 47, pp. 512-513.

de Lemos, M.J.S., Sesonske, A., 1985, Turbulence Modeling In Combined Convection In Liquid-Metal Pipe Flow, *Int. J. Heat & Mass Transfer*, vol. 28 (6), pp. 1067-1088.

Jones, W.P. & Launder, B.E., 1972, "The Prediction of Laminarization with Two-Equation Model of Turbulence", *Int. J. Heat & Mass Transfer*, vol. 15, pp. 301-314.

Launder, B.E., Reece, G.J. & Rodi, W., 1975, "Progress in the Development of a Reynolds Stress Turbulence Closure", *J. Fluid Mech.*, vol. 68, 537.

Lumley, J.L., 1970, "Toward a Turbulent Constitutive Relation", *J. Fluid Mech.*, vol. 41, 413.

Rivlin, R.S., 1957, "The Relation Between the Flow of Non-Newtonian Fluids and Turbulent Newtonian Fluids", *Q. Appl. Maths*, vol. 15, 212.

Rodi, W., 1972, The Prediction Of Free Turbulent Boundary Layers By Use Of A Two-Equation Model Of Turbulence, *PhD Thesis*, University of London

Shih, T.-H., Liou, W.W., Shabbir, A., Yang, Z. and Zhu, J., 1995, "A New k - ϵ Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows", *Comput. Fluids*, 24 (3), pp. 227-238.

Speziale, C.G., 1987, "On Nonlinear k - l and k - ϵ Models of Turbulence", *J. Fluid Mech.*, 176, pp. 459-475.

Taube, D.B., 1992, "An Improved Algebraic Reynolds Stress Model and Corresponding Nonlinear Stress Model", *Phys. Fluids A*, vol. 4, pp. 2555-2561.

Yoshizawa, A., 1984, "Statistical Analysis of the Deviation of the Reynolds Stress from its Eddy Viscosity Representation", *Phys. Fluids*, vol. 27, 1377.

Warsi, Z.U.A., Amlicke, B., 1976, *AIAA J.*, 14, 1779

**An Asymptotic Solution for the κ and ϵ Equations
for Transpired Boundary Layer Flows:
Numerical Implementation and Experimental Evidence**

by **Mila R. Avelino***, **Jian Su†** and **Atila P. Silva Freire**

Mechanical Engineering Program (PEM/COPPE/UFRJ),
C.P. 68503, 21945-970 - Rio de Janeiro - Brazil.

†Nuclear Engineering Program (PEN/COPPE/UFRJ),
C.P. 68509, 21945-970 - Rio de Janeiro - Brazil.

Abstract

The present work uses some formerly developed asymptotic results to propose a new way to treat the wall boundary conditions for transpired turbulent boundary layer flows. The new approach aims at obtaining a robust and reliable calculation method for flows subjected to very high injection rates. The work shows how high order asymptotic solutions which have an explicit dependence on the transpiration rate can be used as wall functions for the specification of boundary conditions in the fully turbulent region of the flow for the κ - ϵ turbulence model. Thus, new wall boundary conditions are advanced for the specification of the velocity profile, of the turbulent kinetic energy and the dissipation rate by unit mass. The second order solutions show that, for transpired flows, κ has a $(\log y)$ behaviour near the wall whereas ϵ has a $(\log y)/y$ behaviour. The calculations show that for moderate and high injection rates the present approach leads to a great improvement over the traditional approaches. The numerical results are validated against the data of Andersen (1972).

Key words: Transpiration, turbulence, boundary layer, κ - ϵ model, asymptotic techniques.

1 Introduction

The transpired turbulent boundary layer finds its way in many technological applications. The capacity of an injected or sucked fluid to change local values of the skin-friction coefficient and of the Stanton number is a powerful mean of promoting some desired properties in the flow. For instance, suction applied at controlled rates can be used to prevent separation; blowing can be used to thermally protect cold surfaces from a hot flowing fluid. The examples are numerous and ever widespread. The result is that the subject has attracted a lot of attention in the literature.

Many different flow configurations have been studied in the past through many different approaches; the list is long. For this reason, we do not intend here to make a thorough review of the subject. Rather, we intend to concentrate on the description of the velocity field of flows subjected to high injection rates. In fact, the present work is a natural follow up to the work of Avelino et al.(1996). In that work, an asymptotic analysis of the κ - ϵ model was made to propose near wall solutions that exhibited an explicit dependence on the transpiration rate. Validation of the analytical solution was given at the time through comparison with the experimental data of Andersen et al.(1972).

The purpose of the present work is to proceed to a full implementation of the analytical model so as to provide near wall boundary conditions for a numerical description of the flow. The calculated profiles are compared with all four runs quoted in Andersen et al.'s work for flows with zero pressure gradient and constant injection rates. Comparison is given for the local skin-friction coefficient, the local velocity profile and the local turbulent kinetic energy. The improvement on the numerical results provided by the inclusion of the new analytical solutions is, as we shall see, remarkable.

In addition to the numerical results, we will complement

the work of Avelino et al.(1996) with the inclusion of two new figures to support experimental evidence of the theory. These new figures resort to three other data sets of Andersen et alii, to illustrate through two non-dimensional groups the dependence of the turbulent kinetic energy, κ , and of the dissipation rate by mass unit, ϵ , on the transpiration rate.

2 General Remarks

When modelling turbulent flows, a common approach is to consider that near to the wall the velocity profile follows a universal logarithmic profile. In this case, the turbulent kinetic energy is made directly proportional to the square of the local friction velocity and the dissipation rate directly proportional to the cube of the local friction velocity and inversely proportional to the distance from the wall.

Thus, for the streamwise velocity component, u , for κ and for ϵ the following expressions are assumed to hold,

$$\frac{u_1}{u_\tau} = \frac{1}{k} \ln(E_1 y_1^+), \quad y_1^+ = \frac{y_1 u_\tau}{\nu}, \quad (1)$$

$$\kappa = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{c_\nu}}, \quad (2)$$

$$\epsilon = \frac{u_\tau^3}{k y_1}, \quad (3)$$

where k is the Von Karman constant ($=0.41$), E_1 is the linear coefficient of the law of the wall ($=9$), u_τ is the friction velocity and c_ν ($=0.09$) is a model constant.

*Present address: Department of Mechanical Engineering, Rio de Janeiro State University(UERJ), Rua São Francisco Xavier 524, Maracanã, Rio de Janeiro, Brazil.

Since the above equations are valid in the fully turbulent region of the flow, in a numerical computation of the velocity field the boundary conditions are no longer applied at the wall anymore but along a line parallel to the wall far enough from it to lie within this region. The quantities u_1 and y_1 should, therefore, be evaluated in the fully turbulent region of the flow,

The above equations are derived upon the assumption of local equilibrium condition and are valid for solid surface flows. For more complex situations they are observed not to provide a close fit to the actual profiles.

For transpired flows, the above approximations can only provide reasonable results if the transpiration rate is small and the changes in the friction velocity are not significant. Indeed, even casual inspection of the experimental data shows that expressions (2) and (3) cannot provide a good description for the boundary conditions. The difficulty here stems from the fact that while κ is seen to increase with an increase in injection rate, u_τ is seen to decrease. When suction is applied to the flow, the inverse behaviour is observed; an increase in suction decreases κ and increases u_τ . The conclusion is that equation (2) cannot reconcile this experimental fact. The higher order correction term is, therefore, crucial for a good representation of the flow field.

The conclusion is that for high injection rates modifications in the classical formulation must be made so as to correctly capture the strong explicit dependence of the wall region flow solution on the injection or suction velocity.

In fact, as we shall see later, for high injection rates the dominance of the term which explicitly depends on the injection velocity on the flow solution is complete.

3 Wall Functions for Transpired Flows

Modifications of the classical law of the wall for the velocity and the temperature fields have been extensively proposed in literature to account for the transpiration effects. Through dimensional arguments or analytical approaches that make use of the eddy viscosity/mixing length concept several expressions have been proposed in literature.

Since the earlier studies, the velocity profile has been assigned a form of the type,

$$u = \frac{u_\tau}{k} (\ln y^+ + A_0) + \frac{v_w}{4k^2} (\ln y^+ + A_0)^2, \quad (4)$$

where A_0 was shown by Silva Freire(1988) to vary with the transpiration rate according to

$$A_0 = k(5.0 - 512 \frac{v_w}{U_\infty}). \quad (5)$$

The solution given by the above equations has been vastly tested over the last thirty years, being today of undisputed validity. An extension of equation (4) for the outer part of the flow can readily be obtained if an appropriate wake function is added to it. This wake function is also shown to depend on the transpiration rate (Silva Freire(1988)). The skin-friction equation that results from this approach is much less sensitive than other formulations to small variations in the flow parameters providing very reliable results.

Equation (4) is a clear improvement over equation (1). For high transpiration rates the term dependent on v_w becomes very large, completely dominating the solution.

Since equation (4) has not been derived for the κ - ϵ model, it is not clear at first that it will satisfy the κ - ϵ equations. In

fact, if equation (4) is to be used in a simulation of the flow, then equations (2) and (3) will have to be modified to render the solution procedure consistent. This is exactly what was made in Avelino et al.(1996); through an asymptotic analysis of the flow field, approximated equations were developed for the local description of u , κ and ϵ that gave solutions which were fully consistent with the κ - ϵ model.

We will not repeat the details of the analysis here. For information related to the asymptotic expansions, the limiting processes, and the local approximated equations the reader is referred to the original work.

Here, it suffices to say that the local solutions for κ and for ϵ are given by

$$\kappa = u_\tau^2 A + u_\tau v_w (C \ln y^+ + D), \quad (6)$$

$$\epsilon = u_\tau^3 \frac{B}{ky} + u_\tau^2 v_w \left(E \frac{\ln y^+}{y} + \frac{F}{y} \right) \quad (7)$$

where the constants A , B , C , D , E and F are given by

$$A = \frac{1}{\sqrt{c_\nu}} = 3.3, \quad (8)$$

$$B = 1, \quad (9)$$

$$C = \frac{1}{k\sqrt{c_\nu}} = 8.1, \quad (10)$$

$$D = \frac{1}{k\sqrt{c_\nu}} \left(\frac{17}{2} - \sigma_\epsilon \right) = 58.3, \quad (11)$$

$$E = \frac{3}{k^2} = 17.9, \quad (12)$$

$$F = \frac{49 - 2\sigma_\epsilon}{4k^2} = 69.6. \quad (13)$$

and the constants related to the κ - ϵ model all take on the standard values.

Equations (6) and (7) were presented for the first time in Avelino et al.(1996). In the next sections, we will give experimental evidence of their validity.

4 Experimental Validation

To test the present theory we have chosen as a basic test case the flows measured by Andersen et al.(1972). This work is considered the best for the present class of problem since it is the only one where redundant measurements of the skin-friction coefficient were made and for these reason are relatively free of error. Andersen et al. proposed to determine the wall shear stress by measuring the shear stress away from the wall and use the integrated boundary layer equations to extrapolate the results to the wall. This new technique was supposed to give "independence" to the data.

The principal objective of the work of Andersen et al. was to provide measurements for transpired boundary layers in adverse pressure gradients. A secondary motivation was to repeat some of Simpson et al.(1967)'s constant pressure flow

since, during some exploratory tests, it had been found that the mean velocity data of Simpson et al. obtained through flattened Pitot tubes differed appreciably from profiles obtained through hot-wire anemometry.

In Andersen et al.'s report, twenty runs are listed. After a specific section where a run summary of some relevant parameters is presented, the profile tables containing a detailed list of the flow conditions including boundary conditions, skin-friction coefficients and integral parameters follow. It is important to note that no turbulent quantity is given in tabulated form; they are presented in graphical form in the main body of the work. In particular, no turbulent quantity is presented for flows without external adverse pressure gradient. For this reason, only three runs could be considered for validation of the data on turbulent quantities; those whose flows were subjected to a constant injection rate and to a low adverse pressure gradient. To all the other runs the flows were either subjected to a distributed injection rate, or to a very strong adverse pressure gradient. Thus, strictly speaking, none of the flow conditions of Andersen et al. apply for consideration here. However, since the present authors were not capable of locating any other source of data which could be of use, they have decided to consider for validation of the theory the three experimental runs which mostly approached the preconized theoretical conditions.

The general experimental conditions are shown in Table 1.

Table 1. Experimental Flow Conditions.

RUN	U[ft/s]	F	m
102171-1	21.33	0.004	-0.15
101371-2	21.32	0.002	-0.15
121671-3	21.29	-0.002	-0.15

In Table 1, F stands for injection rate, m is the exponential coefficient in the adverse pressure gradient term, ($U \propto x^m$).

To verify the logarithmic form of κ , we re-write Eq.(6) as

$$\Gamma = C \ln y^+ + D, \quad (14)$$

where

$$\Gamma = \frac{\kappa - u_r^2 A}{u_r v_w}. \quad (15)$$

The experimental results plotted as Γ against y^+ are shown in Figure 1. The presence of a logarithmic region is clearly illustrated, thus confirming the form obtained for equation (14). In fact, the injection data seem to indicate that parameters C and D are presumably constant since the two curves collapse nicely. The suction results, on the other hand, give completely different values for parameters C and D .

Following the mean velocity trend, we must expect C and D to vary with the injection rate and, indeed, even the small quantity of data gathered here appears to indicate this. Any definitive functional expression for their behaviour should, however, only be advanced as further data on κ becomes available in the literature.

Since ϵ is not a directly measurable quantity, its experimental assessment is difficult to be made. Nevertheless, its behaviour can be indirectly studied through equation

$$\epsilon = C_D \frac{\kappa^{3/2}}{l_c} \quad (16)$$

where the constant C_D is a model constant.

This procedure is always uncertain, making it difficult to draw any firm conclusion about the values of the constants E and F ; however, it should disclose any logarithmic behaviour of ϵ .

The ϵ profile will be represented in the similarity variables Ξ and y^+ , defined as

$$\Xi = k(E \ln y^+ + F), \quad (17)$$

where

$$\Xi = \frac{\epsilon(ky) - u_r^3 B}{u_r^2 v_w}. \quad (18)$$

Figure 2 strongly suggests that parameters E and F are dependent on the transpiration rate. The existence of logarithmic regions is also very clear in this figure.

It is no surprise that the assessed experimental values are different from the theoretical ones since, as earlier explained, the experimental flow conditions do not exactly reproduce the theoretical conditions. However, it is clear from Figures 1 and 2 that both κ and ϵ do present a logarithmic behaviour in a certain region of the flow. As mentioned before the theoretical values were evaluated according to the classical κ - ϵ model constants and these, in principle, are not supposed to hold for transpired flows.

To proceed to an independent assessment of the theory, equations (1) to (7) will be implemented in a numerical representation of the flow field. Then, the calculated velocity and skin-friction profiles will be compared with the experimental data of Andersen et al.(1972) for flows subjected to zero pressure gradients. We point out that the implemented numerical values of the constants A to F will be the theoretical values provided by equations (8) to (13).

The numerical results were generated through an especially constructed computer code. Using the boundary layer approximations, the motion equations were discretized by way of a fully implicit finite difference scheme (Anderson et al.(1984)) on a non-uniformly spaced grid in the transversal direction. The finite difference discretization resulted in a system of $4N$ coupled nonlinear algebraic equations, which had to be solved at each streamwise station in a space-marching procedure for parabolic partial differential equations.

The difference equations were iterated according to

$$\mathbf{A}^k (\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^k) = -\mathbf{r}^k, \quad (19)$$

where matrix \mathbf{A}^k is the linearized equation matrix (LEM) formed from values determined in the k -th nonlinear iteration, the vector \mathbf{u}^k represents the variables of the system of linear algebraic equations, and \mathbf{r}^k is the residue of the equations at the k -th iteration. For the applied finite difference method, the LEM has a block tri-diagonal structure, where the elements of the block matrices are determined by a modified Newton method. A simplified Jacobian was used to form the iteration matrix by keeping constant some of the coefficients. The inversion of each 4×4 element matrix was made by a LU decomposition method. The simultaneously coupled solution of all equations significantly improves the robustness and efficiency of the numerical scheme for flow conditions at high Reynolds numbers.

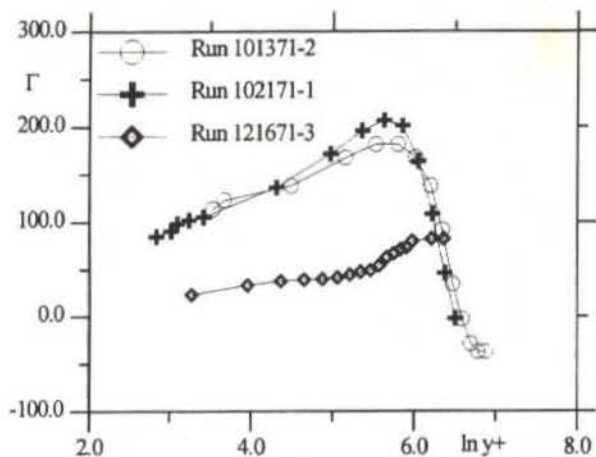


Figure 1. The behaviour of Gamma according to the data of Andersen et al(1972).

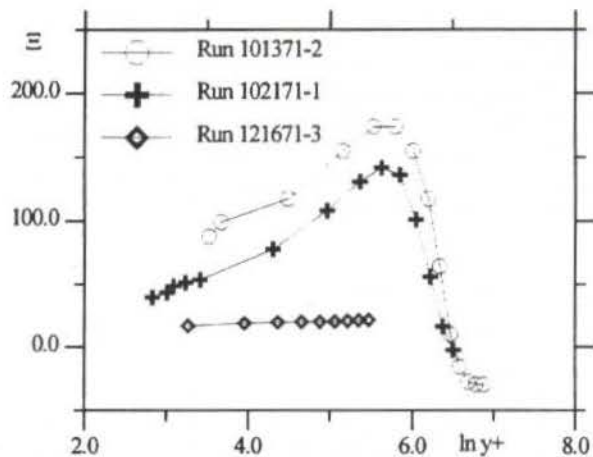


Figure 2. The behaviour of Xi according to the data of Andersen et al(1972).

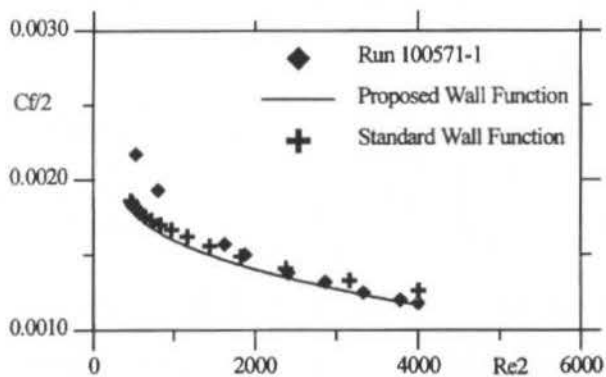


Figure 3. Skin-friction coefficient prediction, $F=0.001$.

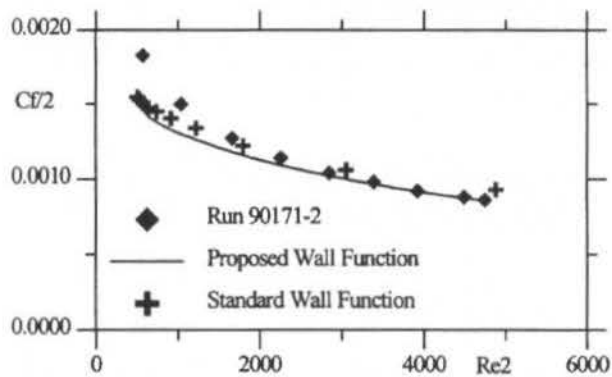


Figure 4. Skin-friction coefficient prediction, $F=0.002$.

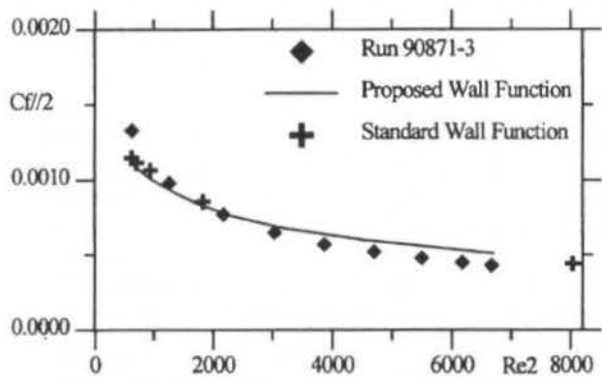


Figure 5. Skin-friction coefficient prediction, $F=0.00375$.

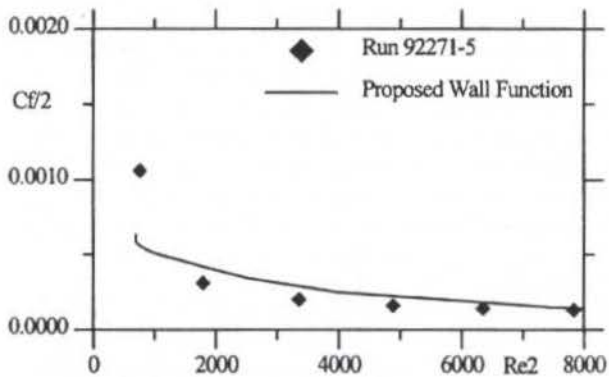


Figure 6. Skin-friction coefficient prediction, $F=0.008$.

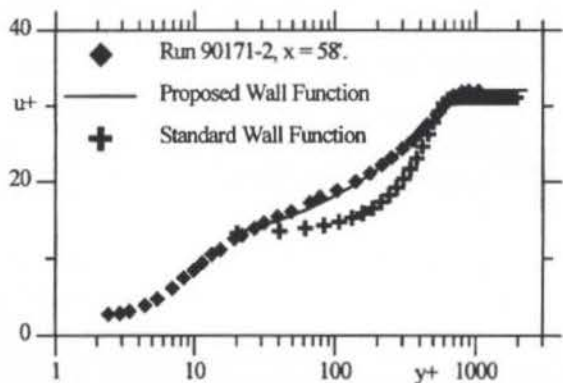


Figure 7. Velocity profiles for $F=0.002$, $Re_2=3384$.

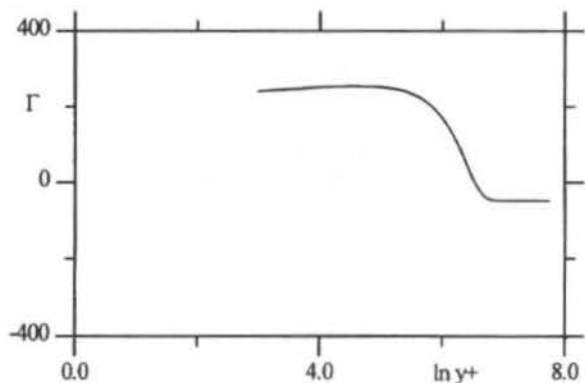


Figure 8. Calculated turbulent kinetic energy profile. Run 90171-2, $x = 58^\circ$.

An adaptive algebraic grid generator was used to redistribute the grid points at each position after a preliminary solution had been obtained. Basically, a geometric progression extending from the nearest to the wall grid point to the most external grid point was implemented.

The point where the wall boundary conditions were implemented was chosen according to domain

$$D = \{y^+ / 11 < y^+ < 110\}. \quad (20)$$

Here we have taken $y^+ = yu_\tau/\nu = 40$. The upper grid limit was taken as 3δ .

The streamwise stepsize was made a fraction of the local boundary layer momentum thickness. A systematic study of the influence of the computational parameters on the solution has been carried out by one of the present authors (Su(1996)) and is reported elsewhere.

The numerical predictions were compared with the experiments shown in Table 2. These runs cover a large range of injection rates and, unlikely those of Table 1, are for flows with zero external pressure gradients.

Table 2. Experimental Flow Conditions.

RUN	U[ft/s]	F	m
100571-1	31.17	0.001	0.0
090171-2	31.38	0.002	0.0
090871-3	31.40	0.00375	0.0
092271-5	31.51	0.008	0.0

Figures 3 to 6 show the numerical predictions for the skin-friction coefficient as compared with the experimental data of Andersen et al.(1972) and the standard κ - ϵ model formulation. As can be seen, the performance of the present formulation is remarkable even for the highest transpiration rate ($= 0.008$). The standard model always over predicted the skin-friction coefficient, even for the higher values of the local Reynolds number based on the momentum thickness. This fact has also been observed by Rodi and Scheuerer(1982), who argue that the standard model predicts an increase of the near wall slope of the length scale with blowing, whereas the experiments do not show such a dependence. For $F = 0.008$ the standard model did not converge.

A typical velocity profile is shown in Figure 7. The good agreement of the presently proposed theory can, again, be fully appreciated here. The almost exact reproduction of the experimental data by the new formulation is, indeed, very impressive – the law of the wall and the law of the wake are accurately predicted.

The non-dimensional group Γ is shown in Figure 8.

5 Conclusion

The present paper gives an account of a high order correction for the law of the wall for flows subjected to transpiration.

The new laws, for the turbulent kinetic energy and the energy dissipation by unit mass, are particularly useful when modelling flows with strong suction or blowing. The asymptotic analysis has shown how logarithmic terms appear in the high order solutions of both κ and ϵ , which are seen to dominate the flow behaviour for the higher injection rates.

A direct comparison of the theory with the data of Andersen et al.(1972) corroborates the logarithmic behaviour of κ and ϵ . In addition, a numerical implementation of the new expressions shows that they conform well to the experimental data, giving good predictions for the velocity profile and the skin-friction coefficient.

Acknowledgments. This work was financially supported by the CNPq through grant No 350183/93-7. The authors MRA and JS are grateful respectively to CAPES(Ministry of Education) and the CNPq(Ministry of Science and Technology) for the award of research scholarships.

6 References

- Andersen, P. S., Kays, W. M. and Moffat, R. J., 1972, "Turbulent boundary layer on a porous plate: An experimental study of the fluid mechanics for adverse free-stream pressure gradients", Report No. HMT-15, Thermosciences Division, Depto. of Mech. Engrg., Stanford University.
- Avelino, M. R., Su, J., and Silva Freire, A. P., 1996, "A Consistent Asymptotic Solution for the κ - ϵ Equations for Transpired Boundary Layer Flows", 6^o Encontro Nacional de Ciências Térmicas (ENCIT), Florianópolis, pp. 1839-1843.
- Silva Freire, A. P., 1988, "An Asymptotic Solution for Transpired Incompressible Turbulent Boundary Layers", *Inter. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, pp. 1011-1021.
- Simpson, R. L., Kays, W. M. and Moffat, R. J., 1967, "The Turbulent Boundary Layer on a Porous Plate: An Experimental Study of the Fluid Dynamics with Injection and Suction", Report No. HMT-2, Thermosciences Division, Depto. of Mech. Engrg., Stanford University.
- Anderson, D. A., Tammihill, J. C. and Pletcher, R. H., 1984, "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", Hemisphere Publishing, Washington, D. C.
- Su, J., 1996, "An Adaptive Nonlinear Coupled Solution Procedure for Turbulent Boundary Layer Equations with Low-Reynolds Number Two-Equation Models", *Proceedings of the 4th North-Northeastern Congress on Mechanical Engineering (IV-CEM-NNE)*, Recife.
- Rodi, W. and Schreurer, G., 1982, "Calculation of heat Transfer in Turbulent Transpired Boundary Layers", Proc. 7th Int. Heat Transfer Conference, Munich.

**UMA LEI DA ESTEIRA PARA CAMADAS LIMITE TURBULENTAS
COM transpiração**

Cláudio C. Pelegrini*

Departamento de Ciências Térmicas e dos Fluidos

FUNREI

Praça Frei Orlando, 170

36300-000, São João del-Rei, MG, Brasil

RESUMO

Leis da parede e da esteira para os perfis de velocidade de camadas limite turbulentas com transpiração são deduzidas. As expressões são obtidas resolvendo-se a equação do momento linear simplificada para a região interna, com modelo de turbulência de comprimento de mistura. Uma velocidade característica diferente de u_τ é utilizada e uma expressão para o cálculo do atrito deduzida. Os resultados teóricos para o coeficiente de atrito e o perfil de velocidades são comparados com dados experimentais mostrando boa concordância.

1 Introdução

Nas últimas décadas, o interesse no estudo de camadas limite com transpiração, sobre superfícies tem crescido. Entende-se aqui por transpiração, tanto a injeção quanto a sucção de fluido através da superfície sobre a qual a camada limite esteja se desenvolvendo, na direção normal à esta superfície, que deve, portanto, ser porosa ou dotada de pequenos furos. No caso mais geral, o escoamento pode ser compressível ou incompressível, a superfície plana ou curva, o fluido transpirado igual ou distinto do fluido escoado e a taxa de transpiração constante ou variável ao longo da superfície. Reconhecidamente, a transpiração modifica importantes aspectos globais da camada limite, como a força de atrito exercida sobre a superfície e a troca térmica com esta, e também aspectos locais, como os perfis de velocidade e temperatura e (portanto) a tensão de atrito e o coeficiente de troca térmica por convecção. No que diz respeito, entretanto, às equações do movimento, a única diferença entre os casos com e sem transpiração é a condição de contorno para a velocidade normal à superfície, na superfície.

Em grande parte, o interesse no processo deve-se a aplicações tecnológicas como o resfriamento de superfícies aquecidas através da injeção de um fluido mais frio, a diminuição do atrito sobre superfícies através da injeção, a prevenção do descolamento através da sucção, ou a aplicações laboratoriais, como o aumento artificial da espessura da camada limite. Em resumo, ao longo dos anos a transpiração tem sido reconhecida como um método de controle de camada limite. O assunto, entretanto, não é novo e diferentes soluções encontram-se disponíveis na literatura.

Entre as soluções existentes, as duas mais aceitas

são devidas a Simpson (1967) e Stevenson (1963). Ambas resolvem o problema segundo formulações do tipo lei da parede e lei da esteira. Simpson (1970) estendeu posteriormente sua formulação anterior para casos com baixos números de Reynolds ($Re_\theta < 6000$), utilizando um conceito de k (constante de Von Karman) variável com Re_θ e obteve sucesso. Pouco depois, Coles (1972) apresentou uma análise crítica das diversas leis da parede com transpiração apresentadas até aquela data e propôs uma nova lei da parede generalizada, onde a novidade foi o uso de uma velocidade de referência diferente da tradicional $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$, onde τ_w é a tensão de atrito na superfície e ρ a massa específica do fluido. No mesmo ano, Andersen et al. (1972) apresentou uma solução para a camada limite com transpiração e gradiente de pressão utilizando o mesmo conceito e também obteve bons resultados. Posteriormente, Pletcher (1974) resolveu o problema numericamente empregando um modelo de turbulência baseado no comprimento de mistura. A novidade de seu trabalho residiu essencialmente em uma modificação da função de amortecimento de Van Driest. Seus resultados mostraram-se bastante precisos e com domínio de validade amplo, abrangendo de escoamentos incompressíveis a compressíveis e taxas de transpiração, $F = \rho_w V_w / \rho_e U_e$, de -0,0076 a 0,0078, sendo ρ_w e ρ_e as massas específicas do fluido respectivamente na superfície e na fronteira da camada limite, V_w a velocidade de transpiração (negativa para sucção, positiva para a injeção) e U_e a velocidade na fronteira da camada limite.

Desde então, pouco tem sido tentado em termos da solução do caso relativamente simples da camada limite com transpiração, incompressível, sem gradiente de pressão. O objetivo do presente trabalho é obter previsões para o arrasto em escoamentos deste tipo através

*Atualmente no Programa de Eng. Mecânica, COPPE, UFRJ, C.P. 68503, 21945-970 - Rio de Janeiro - Brasil, e-mail: pelleserv.com.ufrj.br

de uma lei da esteira generalizada para o caso com transpiração através do conceito de uma velocidade característica diferente de u_τ . A idéia fundamental para o processo foi estabelecida num trabalho anterior do autor (Pellegrini e Cruz, 1995), onde leis da parede, da esteira e do atrito foram obtidas de forma heurística a partir de uma velocidade característica sugerida por uma análise de ordens de grandeza. Aqui, as leis da parede, da esteira e do atrito são obtidas através de uma solução analítica exata das equações diferenciais de governo. O caráter inédito deste trabalho está justamente na dedução destas leis, uma vez que as mesmas expressões já haviam sido propostas no trabalho de 1995. Com isso, esperamos estabelecer uma metodologia geral que possa ser aplicada a outros casos menos restritos que o presente. Além disso, a solução aqui apresentada difere das anteriores em diversos aspectos computacionais e teóricos que ficarão claros a seguir.

2 Análise

A equação do momento linear para um escoamento bidimensional, incompressível, turbulento, sem gradiente de pressão, com as hipóteses habituais de camada limite escreve-se:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho(v + V_w) \frac{\partial u}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial y}(\rho u'v'), \quad (1)$$

onde x e y são as direções respectivamente tangencial e normal à superfície, u é a velocidade na direção x , ρ é a massa específica do fluido e μ a sua viscosidade, u' é a flutuação turbulenta da velocidade u e V_w é a velocidade com que o fluido é transpirado através da parede.

A variável v merece uma explicação à parte. Seja v^* a velocidade na direção y . Observando a eq. 1, verificamos que no segundo termo do lado esquerdo a velocidade normal à superfície, v^* , foi escrita como $v^* = v + V_w$ para permitir que a condição de contorno na superfície, que deveria ser $v^* = V_w$, pudesse ser escrita $v = 0$, como no caso sem transpiração. Assim, as condições de contorno do escoamento sobre uma superfície plana com transpiração, da maneira com que o lado esquerdo da eq. 1 foi escrita, são: (i) as tradicionais condições de não-deslizamento e de não-penetração, isto é, $u = v = 0$ em $y = 0$; (ii) a condição de que a velocidade na camada limite tende assintoticamente para a do escoamento externo no limite da camada, isto é, $u = U_e$ em $y = \delta$, onde δ é a espessura da camada limite e U_e é a velocidade do escoamento externo, constante, pois o gradiente de pressão externo é nulo. A média é assumida implicitamente para todas as variáveis.

Uma das propostas deste trabalho é dar uma solução analítica exata para as equações da camada limite turbulenta com transpiração. Para tanto, serão repetidas algumas deduções apresentadas no trabalho anterior de Pellegrini e Cruz (1995).

A maioria das leis da parede existentes é obtida pela solução da eq. 1 simplificada para a região interna da camada limite onde os termos de inércia são (por definição) desprezíveis, exceto pelo termo contendo a transpiração, isto é:

$$\rho V_w \frac{\partial u}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial y}(\rho u'v'). \quad (2)$$

Esse é o método empregado, por exemplo, por Simpson (1967) e Stevenson (1963).

Definindo-se, na eq. 2, $\tau_l = \mu(\partial u/\partial y)$ e $\tau_t = -\rho u'v'$, ela pode ser integrada com a condição de contorno de que a tensão total, $\tau = \tau_l + \tau_t$, seja igual à tensão na parede, τ_w , ($= \rho u_\tau^2$). Assim, obtém-se a expressão às vezes referida como a *aproximação de Couette* para a tensão de atrito:

$$\rho V_w u = \mu \frac{\partial u}{\partial y} - (\rho u'v') - \rho u_\tau^2 = \tau - \rho u_\tau^2. \quad (3)$$

Esta equação pode, agora, ser utilizada para obter as expressões para o comprimento e a velocidade característicos do escoamento. Se a eq. 3 deve valer na região interna da camada limite, então os termos τ_l e τ_t devem, necessariamente, ter a mesma ordem de grandeza, isto é, $\mathcal{O}(\mu \partial u/\partial y) = \mathcal{O}(-\rho u'v')$. Supondo a existência de uma velocidade característica do escoamento, tal que na região interna $\mathcal{O}(u) = \mathcal{O}(u') = \mathcal{O}(v') = \mathcal{O}(u_c)$, e chamando o ordem de grandeza de y nesta região de L_c , tem-se:

$$L_c = \frac{\nu}{u_c}. \quad (4)$$

Observe-se que além de fornecer uma expressão para o comprimento característico, a relação $\mathcal{O}(\mu \partial u/\partial y) = \mathcal{O}(-\rho u'v')$ ainda implica em que $(-\rho u'v') > 0$. Com este fato, uma expressão para a velocidade característica pode ser obtida substituindo a eq. 4 na eq. 3, o que resulta em $\rho V_w u_c = \mathcal{O}(\rho u_c^2 + \rho u_c^2 - \rho u_\tau^2) = \mathcal{O}(\rho u_c^2 - \rho u_\tau^2)$. Como todas as funções envolvidas dependem de x , para transformar esta relação de ordens de grandeza numa igualdade basta incluir uma função arbitrária $B_1(x)$, de $\mathcal{O}(1)$, obtendo

$$\rho V_w B_1(x) u_c = \rho u_c^2 - \rho u_\tau^2. \quad (5)$$

Nesta expressão, verifica-se que $u_c \rightarrow u_\tau$ quando $V_w \rightarrow 0$, como seria de se esperar. Resolvendo-a para u_c tem-se

$$u_c = u_\tau \cdot \frac{1}{2} \left[B_1(x) \frac{V_w}{u_\tau} + \sqrt{\left(B_1(x) \frac{V_w}{u_\tau} \right)^2 + 4} \right]. \quad (6)$$

onde apenas o sinal positivo da solução vale para que $u_c \rightarrow u_\tau$ quando $V_w \rightarrow 0$. A eq. 6 pode ser escrita como $u_c = u_\tau \cdot f$, onde f é um fator de correção devido aos efeitos da transpiração superficial dado por $f = 0,5 \cdot [(B_1 V_w/u_\tau) + \sqrt{(B_1 V_w/u_\tau)^2 + 4}]$.

Até agora a análise não difere da apresentada em Pellegrini e Cruz (1995). Neste ponto, entretanto, vamos utilizar o procedimento semelhante ao empregado

por Stevenson (1963) para obter a lei da parede. Esse procedimento distingue o presente trabalho do anterior, onde a nova lei da parede foi obtida por mera substituição da velocidade u_c na forma proposta por Stevenson (1963).

Retornando à eq. 2, pode-se supor que exista uma outra região da camada limite, longe da parede mas ainda na região interna, em que as forças devidas ao atrito viscoso tornam-se desprezíveis, isto é, $\tau_t \approx 0$. Essa região é normalmente chamada de região *logarítmica*, em alusão à forma funcional da solução do caso impermeável. Nela, a eq. 2 reduz-se a

$$\rho V_w \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(-\rho u'v') = \frac{\partial \tau_t}{\partial y} = \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (7)$$

Integrando resulta:

$$\rho V_w u = -\rho u'v' + C_1 = \tau_t + C_1 \quad (8)$$

Obter a constante C_1 da eq. 8 não é trivial, pois a eq. 7 não vale até a parede. Para evitar este problema pode-se dizer que na região de validade da eq. 7, onde $u = \mathcal{O}(u_c) = B_2(x)u_c$, tem-se $\tau = \tau_w$. Pode-se justificar esta afirmativa, observando que existe necessariamente uma região bem próxima à parede em que a velocidade u é tão baixa que $\tau_t \rightarrow 0$ e portanto $\tau_t \gg \tau_t$. Neste caso, é possível $\mu(\partial^2 u / \partial y^2) = 0$ e portanto, $\mu(\partial u / \partial y) = \tau_t + \tau_t = \tau = \tau_w$ ao longo de toda a região. *Assumindo* que esta região faça limite com a região de validade da eq. 8 e que não haja descontinuidade na tensão, fica justificada a condição de contorno utilizada.

Aplicando, então, $\tau = \tau_w$ com $u = \mathcal{O}(u_c) = B_2(x)u_c$ à eq. 8 tem-se $\rho V_w B_2(x)u_c = \rho u_\tau + C_1$, ou seja $C_1 = \rho V_w B_2(x)u_c - \rho u_\tau$. Como $u = B_2(x)u_c$, pode-se assumir que $B_1(x) = -B_2(x)$, desde que $B_1 < 0$, e assim obter

$$C_1 = -\rho V_w B_1 u_c - \rho u_\tau = -\rho u_c^2 \quad (9)$$

Dizer que $B_1(x) = -B_2(x)$, é uma hipótese adicional na teoria. Sem ela, a determinação das constantes B_1 e B_2 iria se tornar uma questão de ajuste de curvas ao invés de uma questão puramente computacional. Aqui preferiu-se optar por aceitar esta restrição, uma vez que os resultados finais são, como se verá, bons. Além disso, a confirmação de que B_1 é de fato menor que zero será feita a *posteriori*.

Substituindo, então, a expressão para C_1 na eq. 8 vem:

$$\rho V_w u = -\rho u'v' - \rho u_c^2 \quad (10)$$

Este é um ponto chave da teoria. Aqui é possível tomar dois caminhos opostos: uma lei da parede pode ser assumida e substituída na eq. 10 para obter um modelo para as tensões turbulentas ou um modelo para as tensões turbulentas pode ser utilizado na eq. 10 para obter um perfil de velocidades para a região interna. No atual grau de desenvolvimento da teoria, o primeiro caminho não se justifica, pois trabalhos como o

de Pletcher (1974), por exemplo, demonstram que modelos baseados no comprimento de mistura conduzem a resultados muito bons. Aqui, vamos supor a validade do modelo de comprimento de mistura e obter uma lei da parede.

Em geral, modelos como o comprimento de mistura só são válidos na região *logarítmica*. Para extê-los até a parede torna-se necessário usar uma função de amortecimento (a mais famosa proposta por Van Driest) que reduza a tensão de atrito adequadamente à medida que $y \rightarrow 0$. Como aqui é justamente a região *logarítmica* que está sendo investigada, o modelo de comprimento de mistura será utilizado sem a função de amortecimento e com $\ell = ky$, sendo k a constante de Von Karman, isto é,

$$-\rho u'v' = \rho k^2 y^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (11)$$

Com esta expressão, a eq. 10 pode ser integrada (em relação a y), pois é separável. O resultado é:

$$\frac{1}{k} \ln y + A_1(x) = \frac{2}{V_w} \sqrt{u_c^2 + V_w u} \quad (12)$$

Esta é uma forma *dimensional* da lei da parede. Por conhecer o comprimento característico, $L_c = \nu/u_c$ e a velocidade característica, u_c , a eq. 12 pode ser tornada adimensional com relação a estes valores. Isso pode ser feito somando-se e subtraindo-se $(1/k) \ln(\nu/u_c)$ ao lado esquerdo e multiplicando-se e dividindo-se o lado direito por u_c . Assim,

$$\frac{1}{k} \ln y^+ + A_2(x) = \frac{2}{V_w^+} \sqrt{1 + V_w^+ u^+} \quad (13)$$

onde $A_2(x) = A_1(x) + (1/k) \ln(\nu/u_c)$, $y^+ = y u_c / \nu$, $u^+ = u/u_c$ e $V_w^+ = V_w/u_c$.

Esta forma da lei da parede é idêntica à anteriormente proposta por Stevenson (1963), exceto pelas definições de u^+ e y^+ . Nela não é possível verificar o que acontece quando $V_w \rightarrow 0$, por isso é interessante reescrevê-la. Subtraindo-se $2/V_w^+$ de ambos os lados da eq. 13 e lembrando-se que V_w^+ só depende de x tem-se $(1/k) \ln y^+ + A(x) = (2/V_w^+)(-1 + \sqrt{1 + V_w^+ u^+})$ onde $A = A_2 - (2/V_w)$ e definimos $(1/k) \ln y^+ + A(x) = \phi$. Pode-se verificar que esta expressão é a solução da seguinte equação do segundo grau em ϕ :

$$\frac{V_w^+}{4} \phi^2 + \phi - u^+ = 0 \quad (14)$$

Substituindo-se ϕ , u^+ , V_w^+ , e y^+ por suas definições temos a forma final da lei da parede:

$$u = u_c \left[\frac{1}{k} \ln \left(\frac{y u_c}{\nu} \right) + A \right] + \frac{V_w}{4} \left[\frac{1}{k} \ln \left(\frac{y u_c}{\nu} \right) + A \right]^2 \quad (15)$$

A manipulação algébrica usada para transformar a eq. 13 na 14 é menos fortuita do que pode parecer. Soluções com a forma da eq. 15 não são inéditas na literatura (por exemplo, Silva-Freire, 1988). Nestas é

fácil observar que a eq. 14 tem como solução a eq. 13. Aqui simplesmente o caminho inverso foi seguido.

A maneira mais simples de estender a lei da parede, eq. 15, para a região externa da camada limite é seguir o procedimento originalmente adotado por Coles (1956), adicionando uma função universal de (y/δ) ao lado esquerdo da eq. 13. Neste caso tem-se $(1/k) \ln y^+ + A(x) + (\Pi/k) \omega(y/\delta) = (2/V_w^+) (-1 + \sqrt{1 + V_w^+ u^+})$. Resolvendo esta expressão de forma idêntica ao que foi feito para a 13 tem-se:

$$u = u_c \left[\frac{1}{k} \ln \left(\frac{yu_c}{\nu} \right) + A + \frac{\Pi}{k} \omega(y/\delta) \right] + \frac{V_w}{4} \left[\frac{1}{k} \ln \left(\frac{yu_c}{\nu} \right) + A + \frac{\Pi}{k} \omega(y/\delta) \right]^2 \quad (16)$$

Finalmente, a lei do atrito pode ser obtida reescrevendo a eq. 16 para algum ponto (y, u) conhecido. É prática comum usar-se o ponto (δ, U_e) :

$$U_e = u_c \left[\frac{1}{k} \ln \left(\frac{\delta u_c}{\nu} \right) + A + \frac{2\Pi}{k} \right] + \frac{V_w}{4} \left[\frac{1}{k} \ln \left(\frac{\delta u_c}{\nu} \right) + A + \frac{2\Pi}{k} \right]^2 \quad (17)$$

onde, segundo a definição de Coles para sua função, $\omega(1) = 2$. A questão da escolha do ponto (δ, U_e) será investigada com mais cuidado mais tarde.

As eqs. 15, 16 e 17 não são novas. Já haviam sido propostas no trabalho anterior de Pellegrini e Cruz (1995), mas de forma empírica. As soluções apresentadas aqui são exatas e constituem a tentativa de obter uma metodologia geral para obtenção de descrições completas dos vários tipos de camada limite, usando velocidades características. Esta é a principal contribuição deste trabalho. Em relação ao trabalho anterior de Pellegrini e Cruz (1995), é também inédita a comparação das eqs. 16 e 17 com dados experimentais que será feita a seguir.

3 Comparação com dados experimentais

Ao examinar a eq. 5 percebe-se que a velocidade característica u_τ e, portanto, a tensão na superfície, dada por $\tau_w = \rho u_\tau^2$, pode ser obtida calculando-se u_c através da eq. 17. Antes, porém, é necessário determinar-se o valor de B_1 . A própria eq. 17 pode ser usada para calcular o valor de B_1 conhecendo-se as propriedades do fluido (μ e ρ), do escoamento (δ , U_e , V_w , e u_τ) e as constantes k , A e Π .

Quase todos os trabalhos existentes reportam valores de k e Π notadamente insensíveis à transpiração. Aqui, portanto, eles devem ter os valores do caso impermeável (sendo $k = 0,41$ e $\Pi = 0,55$ os mais aceitos) para que as leis da parede e da esteira, eqs. 16 e 17, se reduzam às suas correspondentes quando $V_w \rightarrow 0$. Quanto ao valor de A , uma das propostas deste projeto

era capturar a influência da transpiração não através de A , mas sim de u_c . Assim, A também teria seu valor do caso impermeável ($A = 5,0$). Em resumo:

$$k = 0,41 \quad A = 5,0 \quad \Pi = 0,55 \quad (18)$$

Utilizando-se perfis de velocidade experimentais de Andersen et al. (1972) para casos com injeção e os de Whitten (1967), para casos com sucção, conclui-se que estes valores são muito bons e que A , de fato, não depende da transpiração para baixas e médias taxas de transpiração ($F = \rho_w V_w / \rho_e U_e$). A Fig. 1 mostra um exemplo da comparação feita, com gráficos de ϕ versus $\ln(yu_c/\nu)$ para diversas taxas de transpiração. As limitações da teoria ficam evidentes nos casos com altas injeções e sucções.

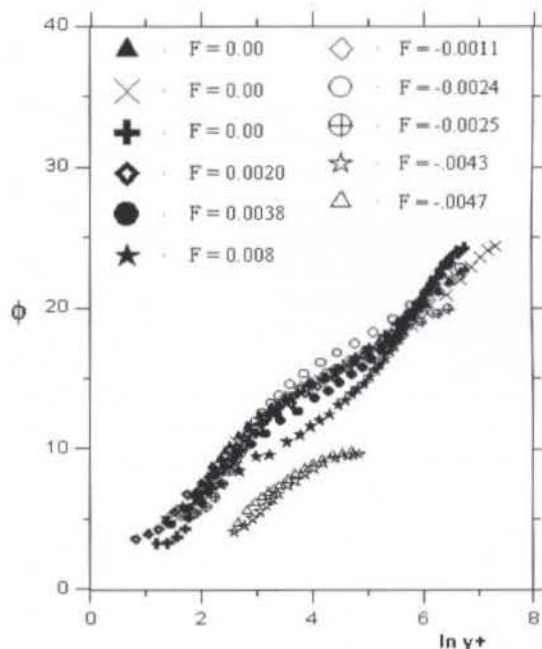


Fig. 1 - Lei da parede. Dados de Andersen et al. (1972) com injeção e de Witthen (1967) com sucção. $y^+ = yu_c/\nu$ e $\phi = (2/V_w^+) (-1 + \sqrt{1 + V_w^+ u^+})$

A afirmativa de que $k = 0,41$ é uma aparente contradição com os resultados de Simpson (1970), que demonstra que $k = k(Re_\theta)$ para $Re_\theta = U_e \theta / \nu < 6000$, onde θ é a espessura de momento da camada limite. Entretanto, isto é apenas uma maneira de afirmar que o perfil de velocidades varia com Re_θ para $Re_\theta < 6000$. No nosso caso tal variação será capturada por B_1 , como ficará claro a seguir.

A Fig. 2 mostra o valor de B_1 calculado a partir dos dados com injeção de Andersen et al. (1972) e com sucção de Whitten (1967). A variação parece, de fato, estar restrita à faixa $Re_\theta < 6000$. A expressão

$$B_1 = -(Re_\theta/6000)^{-2/3}, \quad \text{para } Re_\theta \leq 6000, \\ B_1 = -1,0 \quad \text{para } Re_\theta > 6000, \quad (19)$$

descreve adequadamente os dados, como mostra a figura. É interessante notar a semelhança mais do que fortuita desta expressão com a de Simpson (1970) para

a dependência de k com Re_θ : $k = 0,4(Re_\theta/6000)^{-1/8}$ para $Re_\theta \leq 6000$ e $k = 0,4$ para $Re_\theta > 6000$. Além disso fica confirmado que $B_1 < 0$, conforme exigido na dedução da eq. 10. É interessante notar, entretanto, que no trabalho de Pellegrini e Cruz (1995) B_1 é dado como constante, devido ao fato de que eles analisaram apenas os dados de Whitten (1967), que cobrem uma faixa estreita de Re_θ .

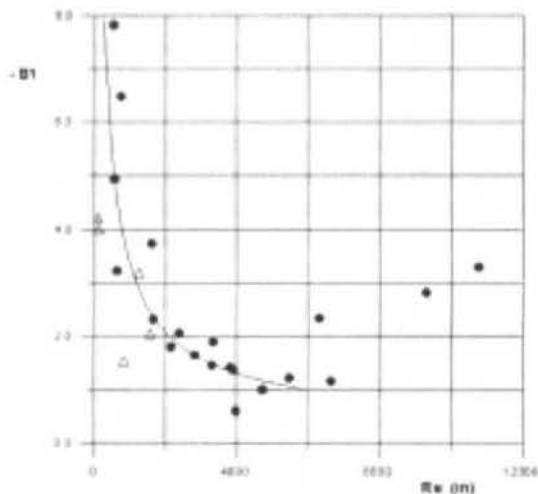


Fig. 2 - Variação de B_1 com $Re_\theta = U_e \theta / \nu$. Dados de Andersen et al. (1972): [•]; dados de Whitten (1967): [Δ]; melhor ajuste: [—]

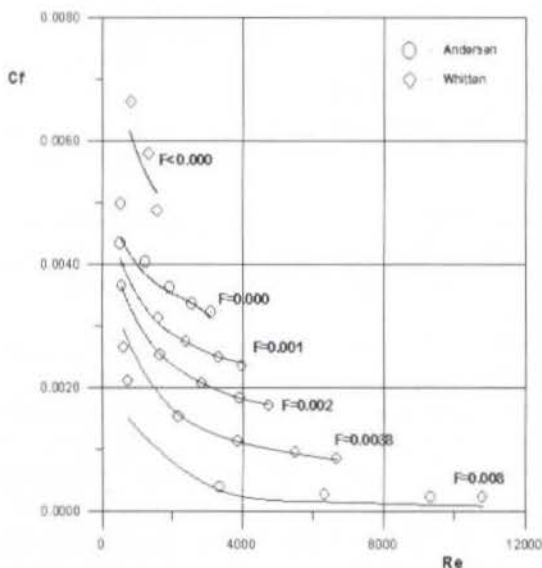


Fig. 3 - Previsões para o coeficiente de atrito, $C_f = 2(u_\tau / U_e)^2$. Dados de Andersen et al. (1972): [○]; dados de Whitten (1967): [◇]; teoria: [—]

Com esta expressão para B_1 , pode-se calcular o coeficiente de atrito pela eq. 17. Para efeitos computacionais, o ponto (δ, U_e) a ser inserido na eq.17 foi escolhido como sendo o primeiro ponto experimental tal que $u/U_e \geq 0,995$. Este detalhe é muito importante para a repetibilidade dos resultados, que são bastante sensíveis à escolha. Particularmente, os resultados não são bons

quando a escolha se aproxima de $u/U_e = 1$, devido às imprecisões das medidas experimentais. Pelo mesmo motivo, valores obtidos por interpolação também não devem ser usados.

A comparação da teoria com os resultados experimentais aparece na Fig.3 para taxas de transpiração variando de $F = -0,0025$ a $F = 0,0080$. Os resultados são bons, como se vê, para quase toda a faixa experimental analisada. Os casos com sucção apresentam resultados ruins nos números de Reynolds muito baixos, correspondentes a $F < -0,0040$, e não foram apresentados. Isso era de se esperar, pois a concordância da função proposta para B_1 com os resultados experimentais nesta faixa também não é boa, conforme Fig. 2.

Por fim, a Fig. 3 mostra comparação dos perfis de velocidade previstos com as medidas de Andersen et al. (1972) e Whitten (1967) para todas as taxas de transpiração analisadas. Um exemplo representativo dos resultados aparece na Fig. 4 para os casos com sucções até $F = -0,0025$. Para sucções muito altas, $F = -0,0043$ e $F = -0,0047$, os resultados não foram bons, como se podia esperar da análise da Fig.1 Todos os casos com injeção apresentaram boa concordância com as medidas de Andersen et al. (1972).

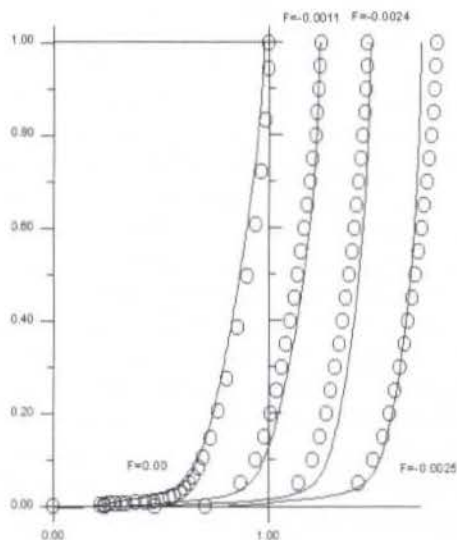


Fig. 4 - Comparação entre os perfis de velocidade calculados e experimentais para os casos com sucção de Whitten. Dados de de Whitten (1967): [○]; teoria: [—]

4 Conclusões

Neste trabalho, expressões anteriormente obtidas de forma empírica para o coeficiente de atrito e o perfil de velocidades em camada limite com transpiração foram deduzidas de maneira exata. Para isso, foi demonstrada

a existência de uma velocidade característica da camada limite, diferente de u_τ e capaz de capturar a dependência do problema com a taxa de transpiração e de deixar k , A e Π livres desta dependência. As previsões do coeficiente de atrito e do perfil de velocidades, nos limites de validade da teoria, foram boas. A principal contribuição consistiu em estabelecer um novo método para a obtenção de soluções exatas para problemas de camada limite, onde uma lei da parede é explicitamente obtida. Neste tipo de solução a influência da transpiração nas expressões resultantes fica restrita apenas a um fator de correção, f , à velocidade característica "básica", u_τ . Análises semelhantes, ainda não publicadas, parecem indicar que o processo é possível para outros tipos de escoamento, o que constitui, na verdade, a vantagem esperada do presente método.

Por outro lado, a presente solução apresenta a grande vantagem de fornecer um valor de A constante e, necessariamente, igual ao do caso sem transpiração. Desta forma, um ponto reconhecidamente fraco das soluções tipo lei da parede e lei da esteira pode ser evitado: a determinação por comparação com resultados experimentais da dependência de A com a taxa de transpiração. Em casos nos quais outros efeitos complicadores do escoamento encontram-se também presentes, tais como a compressibilidade, esta vantagem torna-se ainda mais nítida. Uma solução para este caso está sendo tentada e, esperamos, será publicada em breve.

A comparação do presente resultado com alguns semelhantes pode ser útil para esclarecer certos pontos importantes. Ao analisar semelhanças e diferenças, as implicações da solução aqui apresentada serão melhor compreendidas. Para tanto, foram escolhidos os trabalhos de Simpson (1970), Andersen et al. (1972), Pletcher (1974) e Pellegrini e Cruz (1995).

Escrevendo-se a lei da parede de Simpson (1970) na mesma forma da eq. 15 tem-se uma expressão explícita para a dependência de A com V_w . O resultado aqui apresentado fornece A constante e u_c variando com V_w , o que pode ser considerado equivalente, e suas previsões são pelo menos tão boas quanto as de Simpson (1970). Já em Andersen et al. (1972), o conceito de velocidade característica é utilizado, como aqui, porém uma expressão explícita para o cálculo da velocidade característica, não é apresentada, como a eq.6. As presentes previsões também são, no mínimo, equivalentes às dele. Pletcher (1974) obtém resultados superiores aos presentes resolvendo o problema numericamente. Para isso, entretanto ele não propõe nenhuma nova expressão para a lei da parede, utilizando a de Simpson (1967). Procedimentos como o de Pletcher (1974) poderiam utilizar a eq. 15 para melhorar ainda mais suas previsões. Aparentemente, o sucesso de Pletcher se deve ao fato

de que a influência da transpiração é levada em conta também no modelo de turbulência.

Finalmente, em relação ao trabalho anterior de Pellegrini e Cruz (1995) a principal diferença é o novo valor para B_1 e as deduções para as leis da parede, esteira e atrito obtidas por soluções exatas das equações de camada limite. Aproveitando as modificações teóricas realizadas, um conjunto maior e mais confiável de resultados experimentais foi utilizado, gerando um valor de B_1 também mais confiável.

Agradecimentos: O autor agradece à FAPEMIG pelo apoio financeiro concedido através da bolsa de auxílio à pesquisa ref. TEC-969/96.

5 Referências

- ANDERSEN, P.S., KAYS, W.M., MOFFAT, R.J., 1972, "The Turbulent Boundary Layer on a Porous Plate: An Experimental Study of the Fluid Mechanics for Adverse Free-Stream Pressure Gradient", *Report N° HMT-15 for the Nat. Aero. Space Adm.*, Stanford Univ.
- COLES, D., 1956, "The Law of the Wake in the Turbulent Boundary Layer", *J. Fluid Mech.*, Vol. 1, pp. 191-226.
- PELLEGRINI, C.C., CRUZ, D.O.A., 1995, "Uma velocidade Característica para a Região Interna de Camadas Limite com transpiração", *Anais do COBEM-CIDIM/95, em CD-ROM*
- PLETCHER, R.H., 1974, "Prediction of Transpired Turbulent Boundary Layers", *J. Heat Transfer*, Vol 96, pp. 89-94.
- SILVA-FREIRE, A.P., 1988, "An Asymptotic Solution for Transpired Incompressible Turbulent Boundary Layers", *Int. J. Heat Mass Transf.* Vol 31, pp. 1011-1021.
- SIMPSON, R.L., 1970, "Characteristics of Turbulent Boundary Layers at Low Reynolds Numbers with and without Transpiration", *J. Fluid Mech.*, Vol. 42, part 4, pp. 769-802.
- SIMPSON, R.L., 1967, "The Turbulent Boundary Layer on a Porous Wall", *Ph.D. thesis*, Stanford Univ.
- STEVENSON, T.N., 1963, "A Law of the Wall for Turbulent Boundary Layers with Suction or Injection", *Cranfield Coll. Aero. Rep. 166*.
- WHITTEN, D.G., KAYS, W.M., MOFFAT, R.J., 1967, "The Turbulent Boundary Layers on a Porous Plate: Experimental Heat Transfer with Variable Suction, Blowing and Surface Temperature". *Report N° HMT-03 for the Nat. Aero. Space Adm.*, Stanford Univ.

UMA VELOCIDADE CARACTERÍSTICA E UMA NOVA LEI DA PAREDE PARA CAMADAS LIMITE TURBULENTAS COMPRESSÍVEIS

Cláudio C. Pelegrini*

Departamento de Ciências Térmicas e dos Fluidos

FUNREI

Praça Frei Orlando, 170

36300-000, São João del-Rei, MG, Brasil

RESUMO

Uma nova velocidade característica para a região interna da camada limite é deduzida através da análise de escalas da equação da quantidade de movimento. Com ela, uma lei da parede, também inédita, é proposta utilizando-se um modelo de turbulência de comprimento de mistura. A equação resultante é comparada com dados experimentais para números de Mach variando entre 2,5 e 4,5, em escoamentos sobre placa plana adiabática, e mostra boa concordância. Uma possível maneira de estender o resultado obtido para a região da esteira é sugerido.

1 Introdução

Os anos 50 foram um período particularmente produtivo em estudos sobre camada limite compressível, devido ao alto interesse que os resultados representavam para a indústria aeronáutica. Em especial, o cálculo do coeficiente de atrito em escoamentos a altas velocidades com ou sem transferência de calor, era fundamental em aplicações como o projeto de aerofólios e palhetas de turbina. Além disso, o coeficiente calculado poderia ser utilizado diretamente no cálculo da troca térmica através de algum tipo de *analogia de Reynolds* e utilizado no projeto de resfriamento de partes tais como câmaras de combustão, bocais, palhetas e outras. Neste período, surgiram soluções como a de van Driest II (1956), por exemplo, que pareciam ter resolvido o problema definitivamente. Mesmo assim, um grande número de outras soluções apareceu nos anos subsequentes, provando que o assunto ainda não estava esgotado. O trabalho de Spalding e Chi (1963) apresenta uma revisão sobre o que foi feito no período, chamando atenção para as diferenças entre as diversas soluções e propondo uma nova.

Nas décadas seguintes, o problema continuou a ser tratado, principalmente através de métodos numéricos. Na maioria das soluções não numéricas apresentadas, as previsões para o coeficiente de atrito, C_f , foram obtidas aplicando uma lei da parede à equação integral da quantidade de movimento, que tende a ser bastante imprecisa à medida que o número de Mach aumenta (e C_f diminui, conseqüentemente). Por este motivo alguns pesquisadores se viram inclinados a buscar soluções alternativas que os possibilitasse escrever uma lei do atrito sem utilizar a equação integral da quanti-

dade de movimento. Um comentário a este respeito é apresentado em Silva-Freire (1988), que desenvolve uma expressão para o cálculo de C_f com as características mencionadas.

O objetivo do presente trabalho é fornecer subsídios para o cálculo de C_f em escoamentos bidimensionais compressíveis através de uma formulação do tipo *Lei da parede—Lei da esteira*. Para isso, uma análise de escalas das equações do movimento será feita, obtendo uma nova velocidade característica para a região interna da camada limite, diferente da tradicional $u_r = \sqrt{\tau_w / \rho_w}$, onde τ_w é a tensão de atrito na parede e ρ_w a massa específica do fluido na parede. Com esta velocidade, uma solução exata para as equações do movimento será obtida, na região interna, fornecendo a procurada Lei da parede. Um método para estender esta expressão para a região externa da camada será sugerido, permitindo a futura obtenção de uma expressão para o cálculo de C_f . Os resultados da Lei da parede são comparados com resultados experimentais disponíveis na literatura, mostrando boa concordância.

A formulação obtida tem pelo menos duas vantagens sobre as que utilizam a equação integral do momento, além da maior precisão dos resultados: primeiro, a nova velocidade característica pode ser utilizada em modelos de turbulência como o de comprimento de mistura, com a função de amortecimento de van Driest, que depende de u_r ; segundo, a Lei da parede obtida pode ser utilizada para estabelecer uma condição de contorno para modelos de turbulência de duas equações, sem modelagem para baixos números de Reynolds, de forma que os cálculos numéricos não tenham que ser realizados até a parede. As duas vantagens mencionadas dizem respeito à modelagem de turbulência. Esse resultado vem

*Atualmente no Programa de Eng. Mecânica, COPPE, UFRJ, C.P. 68503, 21945-970 - Rio de Janeiro - Brasil, e-mail: pelle.serv.com.ufrj.br

de encontro a uma tendência atual dos pesquisadores, que é a de fornecer modelos de turbulência para uso em métodos numéricos de solução de camada limite turbulenta. Neste sentido o presente resultado faz parte de um projeto maior, que visa obter velocidades e temperaturas características em diversos tipos de camada limite.

2 Análise

Para obter expressões para o comprimento e a velocidade característicos da região interna da camada limite, vamos escrever a equação da quantidade de movimento para o escoamento permanente, bi-dimensional, compressível, turbulento, sem gradiente de pressão, com as hipóteses habituais de camada limite:

$$\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial x} + \bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\rho}u'v') \quad (1)$$

Aqui, todos os símbolos tem seu significado tradicional, isto é, x e y são as direções respectivamente tangencial e normal à superfície, u é a velocidade na direção x , v na direção y , u' é a flutuação turbulenta da velocidade u , v' de v , ρ é a massa específica e μ a viscosidade do fluido. A barra, $\bar{(\)}$, representa a média temporal das variáveis.

As condições de contorno são $\bar{u} = \bar{v} = 0$ em $y = 0$ e $\bar{u} = U_e$ em $y = \delta$, onde U_e é a velocidade no limite δ da camada e constante, pois o gradiente de pressão é nulo. No resto do trabalho, os índices $(\)_w$ e $(\)_e$ representarão, respectivamente, os valores das variáveis na superfície e no escoamento externo à camada limite.

Numa região mais próxima da superfície, os termos que multiplicam u e v são de menor ordem de grandeza que os restantes devido ao fato de que $u \approx v \approx 0$, conforme exige a condição de contorno. Assim, de forma aproximada, é válido escrever:

$$0 = \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\rho}u'v') \quad (2)$$

Definamos a tensão laminar por $\tau_l = \mu\partial\bar{u}/\partial y$, a tensão turbulenta por $\tau_t = -\bar{\rho}u'v'$ e seja a tensão total dada por $\tau = \tau_l + \tau_t$. Com isso, a equação 2 fica simplesmente $\partial\tau/\partial y = 0$. Seja ainda τ_w a tensão na parede, por definição dada por $\tau_w = \rho_w u_\tau^2$. Integrando a equação 2 com a condição de contorno de que a tensão total, seja igual à tensão na parede em $y = 0$, obtemos a expressão às vezes referida como a *aproximação de Coultte* para a tensão de atrito:

$$\mu\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} - (\bar{\rho}u'v') = \tau = \tau_w = \rho_w u_\tau^2 \quad (3)$$

Se a equação 3 deve valer na região interna da camada limite, então os termos definidos como τ_l e τ_t devem, necessariamente, ter a mesma ordem de grandeza, isto é,

$$\mathcal{O}(\mu\partial\bar{u}/\partial y) = \mathcal{O}(-\bar{\rho}u'v'). \quad (4)$$

Supondo a existência de uma velocidade característica do escoamento, tal que na região interna $\mathcal{O}(\bar{u}) = \mathcal{O}(u') = \mathcal{O}(v') = \mathcal{O}(u_c)$, e definindo a ordem de grandeza de y nesta região como L_c , a expressão 4 implica:

$$L_c = \frac{\mu}{\bar{\rho}u_c} \quad (5)$$

Além de fornecer uma expressão para o comprimento característico, a relação $\mathcal{O}(\mu\partial\bar{u}/\partial y) = \mathcal{O}(-\bar{\rho}u'v')$ ainda implica em que $(-\bar{\rho}u'v') > 0$. Uma expressão para a velocidade característica pode ser obtida, substituindo a equação 5 na equação 3 e usando este último fato: $\mathcal{O}(\bar{\rho}u_c^2) + \mathcal{O}(\bar{\rho}u_c^2) = \rho_w u_\tau^2$. Portanto,

$$u_c = \mathcal{O}\left(\sqrt{\frac{\rho_w}{\bar{\rho}}u_\tau^2}\right) \quad (6)$$

Precisamos agora de uma relação para o quociente $\rho_w/\bar{\rho}$ na equação 6. Como a pressão é constante através da camada limite, isso equivale a obter uma expressão para o quociente das temperaturas média e na parede, \bar{T}/T_w , e supor escoamento de gás perfeito. Tal relação pode ser obtida da solução de Crocco (1932) para a camada limite compressível, sem gradiente de pressão, mas com troca de calor pela superfície:

$$\frac{\rho_w}{\bar{\rho}} = \frac{\bar{T}}{T_w} = 1 + \left(\frac{T_e}{T_w} - 1 + \frac{U_e^2}{2c_p T_w}\right)\left(\frac{\bar{u}}{U_e}\right) - \left(\frac{U_e^2}{2c_p T_w}\right)\left(\frac{\bar{u}}{U_e}\right)^2 \quad (7)$$

onde T_e é a temperatura do escoamento externo e c_p é o calor específico a pressão constante do gás.

Para reescrever a equação 7 em função do número de Mach do escoamento, M , lembramos que $M = u/c$, onde c , é a velocidade do som dada por $\sqrt{\gamma RT_e} = \sqrt{(\gamma - 1)c_p T_e}$, sendo R a constante do gás e γ a razão de seus calores específicos. Assim, obtemos:

$$\frac{\rho_w}{\bar{\rho}} = \frac{\bar{T}}{T_w} = 1 + B_2\left(\frac{\bar{u}}{U_e}\right) - B_1^2\left(\frac{\bar{u}}{U_e}\right)^2 \quad (8)$$

onde

$$B_2 = \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_e^2}{T_w/T_e} - 1 \quad (9)$$

$$B_1^2 = \frac{\gamma - 1}{2}M_e^2 \frac{T_e}{T_w} \quad (10)$$

e onde $M_e = U_e/c$ é o número de Mach do escoamento externo.

Antes de continuarmos, é importante lembrar as restrições impostas à equação 8. Na sua forma original, a solução de Crocco, equação 7, vale para escoamentos sem gradiente de pressão e com transferência de calor. Entretanto, na forma em que se apresenta

acima, uma hipótese adicional foi introduzida implicitamente através da substituição $c = \sqrt{(\gamma - 1)c_p T_e}$: a de que a propagação da onda sonora é isentrópica. Esta hipótese foi utilizada durante a dedução da expressão para c . Assim, estamos assumindo que, pelo menos no que diz respeito à propagação das ondas sonoras, não há transferência de calor *de* ou *para* a superfície, bem como não há atrito também. Com isso, é de se esperar que a equação 8 não funcione muito bem para os casos com transferência de calor. Este detalhe, entretanto, raramente é observado nas deduções tradicionais encontradas para esta equação na literatura, por exemplo em Schlichting (1968), item 13.b.II. Neste texto, obtém-se uma equação equivalente à 8 e afirma-se que ela vale para o caso com transferência de calor, mas logo adiante, no item 13.c uma outra expressão é deduzida, com introdução de um fator de recuperação, r , para representar o caso com troca térmica.

Com isso em mente, substituímos as eqs. 8, 9 e 10 na equação 6 e obtemos $u_c^2 = \mathcal{O}\{u_\tau^2[1 + B_2(u_c/U_e) - B_1^2(u_c/U_e)^2]\}$. Como todas as funções envolvidas na relação dependem apenas de x , o operador $\mathcal{O}()$ pode ser retirado introduzindo-se uma função arbitrária, $A_1(x)$, de $\mathcal{O}(1)$. Neste caso, obtemos $A_1 u_c^2 = \{u_\tau^2[1 + B_2(u_c/U_e) - B_1^2(u_c/U_e)^2]\}$. Depois de algum rearranjo obtemos:

$$\left(\frac{B_1^2}{U_e^2} + \frac{A_1}{u_\tau^2}\right) u_c^2 - \left(\frac{B_2}{U_e}\right) u_c - 1 = 0 \quad (11)$$

O valor da função $A_1(x)$ pode ser calculado exigindo que $u_c \rightarrow u_\tau$ quando $M_e \rightarrow 0$ e $T_w = T_e$ na equação 11. Neste caso, B_1 e $B_2 \rightarrow 0$ e, portanto, $A_1(u_c/u_\tau)^2 = 1$. Para que $u_c \rightarrow u_\tau$ devemos ter então $A_1(x) \equiv 1$, para todo x . Neste caso, podemos reescrever a equação 11 como $(B_1^2/U_e^2 + 1/u_\tau^2) u_c^2 - (B_2/U_e) u_c - 1 = 0$, que é uma equação do segundo grau em u_c . Resolvendo-a, obtemos:

$$u_c = \frac{u_\tau}{2\left(\frac{B_1^2 u_\tau}{U_e^2} + \frac{1}{u_\tau}\right)} \left(B_2 + \sqrt{B_2^2 + 4B_1^2 + 4\frac{U_e^2}{u_\tau^2}} \right) \quad (12)$$

onde apenas a solução positiva vale para que $u_c \rightarrow u_\tau$ quando $M_e \rightarrow 0$ e $T_w = T_e$. A equação 12 pode ser escrita como $u_c = u_\tau \cdot f$, onde f é um fator de correção devido aos efeitos de compressibilidade, dado por $f = 0,5 \cdot \{[B_1^2(u_\tau/U_e) + U_e/u_\tau]^{-1} [B_2 + \sqrt{B_2^2 + 4B_1^2 + 4(U_e/u_\tau)^2}]\}$.

Para obter uma Lei da parede para o escoamento, vamos retornar à equação 3, supondo que existe uma outra região da camada limite, longe da parede mas ainda na região interna, em que as forças de atrito viscoso tornam-se desprezíveis, isto é, na qual $\tau_t \approx 0$. Essa região é normalmente chamada de região *logarítmica*, em alusão à forma da solução do caso incompressível. Nela, a equação 3 reduz-se a

$$-\bar{p} \overline{u'v'} = \tau_t = \rho_w u_\tau^2 \quad (13)$$

Uma relação entre a massa específica e a velocidade é necessária. Novamente, a relação de Crocco, equação 8, pode ser usada. Além disso, precisamos de um modelo de turbulência. Resultados como o de van Driest I (1951) por exemplo, demonstram que modelos baseados no comprimento de mistura conduzem a resultados muito bons. Como estamos tratando a região logarítmica vamos utilizar o modelo de comprimento de mistura sem função de amortecimento e com $\ell = ky$, sendo k a constante de von Kármán.

Esta escolha parece uma contradição a um dos objetivos do trabalho, que é utilizar a nova velocidade característica em modelos de turbulência pré-existent, pois estamos assumindo a validade de um outro modelo. Entretanto, este é um procedimento coerente com a tendência mais observada na literatura, que é obter modelos de turbulência compressíveis como extensões *ad hoc* dos resultados incompressíveis. O objetivo aqui é simplesmente obter resultados úteis, a despeito da restrição filosófica.

A equação para a região logarítmica fica, portanto,

$$u_\tau^2 = \left[1 + B_2 \left(\frac{\bar{u}}{U_e} \right) - B_1^2 \left(\frac{\bar{u}}{U_e} \right)^2 \right]^{-1} \left(ky \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (14)$$

Esta equação pode ser facilmente integrada em relação a y pois é separável. O único cuidado é não integrá-la até a parede, pois a região logarítmica não se estende até lá. Usando y_0 como limite inferior, temos

$$u_\tau \left[\frac{1}{k} \ln y + A_2(x) \right] = \frac{U_e}{B_1} \arcsin \left[\frac{2B_1^2(u/U_e) - B_2}{\sqrt{B_2^2 + 4B_1^2}} \right] - \frac{U_e}{B_1} \arcsin \left[\frac{2B_1^2(u_0/U_e) - B_2}{\sqrt{B_2^2 + 4B_1^2}} \right] \quad (15)$$

onde u_0 é o valor de u em $y = y_0$. Todo o lado direito da equação 15 pode ser visto como uma *velocidade efetiva*, U_{ef} . Se U_{ef} for usada em vez de u , a equação 15 pode ser reescrita na forma da lei da parede para o caso incompressível:

$$\frac{U_{ef}}{u_\tau} = \frac{1}{k} \ln y + A_2(x) \quad (16)$$

onde

$$U_{ef} = \frac{U_e}{B_1} \arcsin \left[\frac{2B_1^2(u/U_e) - B_2}{\sqrt{B_2^2 + 4B_1^2}} \right] - \frac{U_e}{B_1} \arcsin \left[\frac{2B_1^2(u_0/U_e) - B_2}{\sqrt{B_2^2 + 4B_1^2}} \right] \quad (17)$$

Esta é uma forma dimensional da lei da parede. Já que conhecemos o comprimento característico, $L_c = \mu/(\bar{p}u_c)$, podemos torná-la adimensional com relação a este valor. Como, entretanto, L_c depende de y (pois \bar{p} depende de y), vamos usar o valor de L_c calculado

na parede, isto é, $L_{c_w} = \nu_w/u_c$, que depende só de x , caso contrário não seria possível reescrever $A_2(x)$ como $A(x) - (1/k) \ln L_c = A(x) - (1/k) \ln(\nu_w/u_c)$ para tornar o argumento da função $\ln(y)$ adimensional. Fazendo assim, temos a forma final da Lei da parede:

$$\frac{U_{ef}}{u_\tau} = \left[\frac{1}{k} \ln \left(\frac{yu_c}{\nu_w} \right) + A \right] \quad (18)$$

A equação 18 é bastante semelhante a proposta por van Driest I (1951). A única diferença consiste no fato de que van Driest integra a equação 14 de $y = 0$ até $y = \delta$, enquanto nós a integramos entre os limites $y = y_0$ e y . Com isso, nosso resultado apresenta uma constante, $u = u_0$, a determinar por comparação com os resultados experimentais, o que será feito no próximo item. Neste sentido, a Lei da parede apresentada é inédita. É inédita também pela velocidade característica que ela utiliza, isto é, u_c .

Como a equação 18 foi obtida resolvendo a equação da quantidade de movimento para a região interna da camada limite, é de se esperar que ela não valha para a região externa (ou da esteira,) definida como aquela onde os termos contendo u e v na equação da quantidade de movimento não são desprezíveis. Isso de fato acontece, como mostrarão as comparações com dados experimentais do próximo item. Mais e McDonald (1968), mostraram que a solução de van Driest I (1951) podia ser estendida para a região externa por simples analogia ao que fez Coles (1956) para o caso incompressível. Dada a semelhança entre o nosso resultado e o de van Driest I (1951), tal extensão deve ser tentada. Até a data de publicação deste artigo isto ainda não havia sido feito. Com esta expressão em mãos, será possível escrever uma lei para o atrito que não dependa da equação integral da quantidade de movimento, por simples extensão também ao caso incompressível. Este procedimento foi utilizado pelo autor num outro trabalho a ser publicado e obteve bons resultados para a camada limite incompressível com transpiração. Uma tentativa explícita de manter o paralelismo entre este trabalho e o atual foi feita aqui. Ambos os resultados constituem uma tentativa de se obter uma metodologia geral para descrever os vários tipos de camada limite usando novas velocidades e temperaturas características.

3 Comparação com resultados experimentais

Acredita-se que os resultados experimentais mais confiáveis para escoamentos adiabáticos são os de Mabey et al. (1974). Seus experimentos reportam perfis de velocidade e valores de C_f para escoamentos com número de Mach entre 2,5 e 4,5 e com Re_θ entre 4.400 e 30.000, onde $Re_\theta = \rho_e U_e \theta / \mu_w$, sendo θ a espessura de momento.

Neste trabalho, utilizamos 28 dos 72 perfis dos autores, com números de Mach entre 2,5 e 4,5 e com Re_θ entre 4.403 e 20.708. A Fig. 1 mostra alguns destes resultados representados em variáveis da região interna,

isto é $y^+ = yu_c/\nu_w$ e $U_{ef}^+ = U_{ef}/u_\tau$. A concordância com a equação 18, como se pode ver, é excelente se utilizarmos $k = 0,4$ e $A = 5,0$, valores tradicionalmente aceitos para o caso incompressível. A linha reta representa esta equação, isto é, $U_{ef}^+ = 2,5 \ln(y^+) + 5,0$.

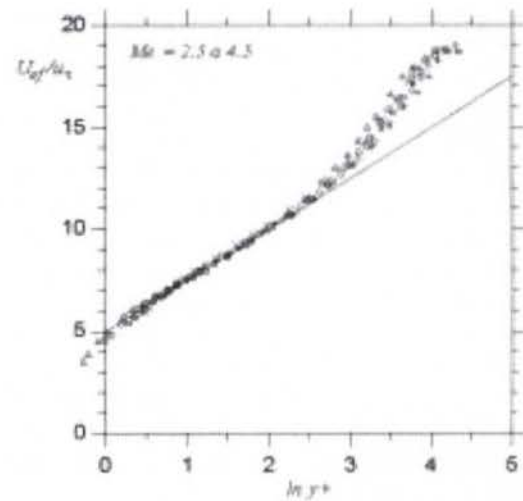


Fig. 1 - Comparação da Lei da parede com os Dados de Mabey et al. (1974) para $Re_{\theta_w} > 6000$ e Me variando de 2,5 a 4,5.

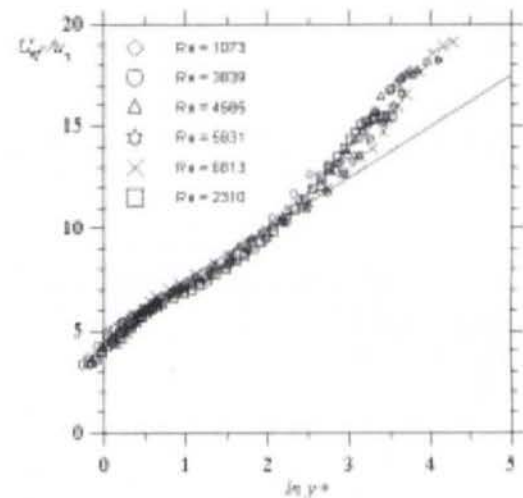


Fig. 2 - Comparação da Lei da parede com os Dados de Mabey et al. (1974) para $Re = Re_{\theta_w}$ variando de 1073 a 6813 e $Me = 4,5$.

Todos os 28 perfis foram representados e a concordância mostrou-se igualmente boa sempre que $Re_{\theta_w} = \rho_e U_e \theta / \mu_w > 6000$. Para $Re_{\theta_w} < 6000$, verificou-se que o valor de k variava. Isso fica claro na Fig. 2, onde é apresentada uma seleção dos perfis utilizados com $Me = 4,5$ e Re_{θ_w} variando de 1073 a 6813. Este resultado é coerente com o obtido por Simpson (1970) no caso incompressível. Em seu trabalho, Simpson (1970)

sugere que a variação de k com Re_θ pode ser representada por $k = 0,4(Re_\theta/6000)^{-1/8}$. Aqui, verificamos que esta expressão fornece valores compatíveis com os da Fig. 2. Entretanto, nenhuma tentativa de comparar nossos resultados definitivamente com esta expressão foi feita, pois seu sucesso só poderia ser mostrado (como em Simpson, 1970) por comparação das previsões de uma equação da esteira ou do atrito com dados experimentais e tais resultados ainda não foram obtidos.

A Fig. 3 mostra os mesmos perfis experimentais usados na Fig. 1, porém agora representados nas variáveis internas da teoria de van Driest I (1951). Novamente, a linha reta representa $U_{ef}^+ = 2,5 \ln(y^+) + 5$. Na Fig. 4, mostramos os perfis da Fig. 2, segundo a mesma teoria.

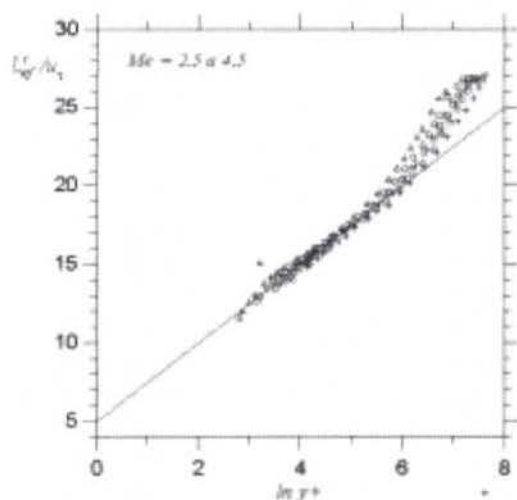


Fig. 3 - Comparação da teoria de van Driest I (1951) com os Dados de Mabey et al. (1974) para $Re_{\theta_w} > 6000$ e M_e variando de 2,5 a 4,5.

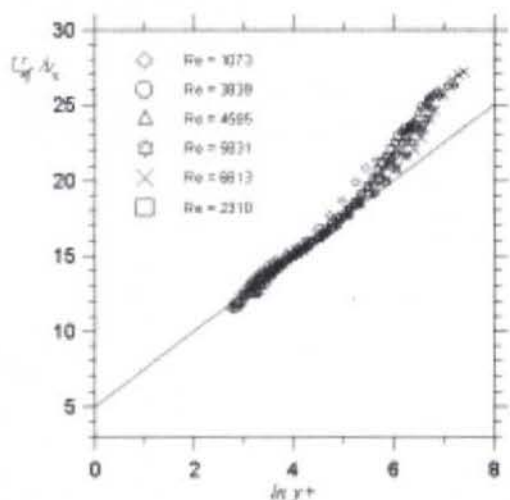


Fig. 4 - Comparação da teoria de van Driest I (1951) com os Dados de Mabey et al. (1974) para $Re = Re_{\theta_w}$ variando de 1073 a 6813 e $M_e = 4,5$.

Comparando as Figs. 1 com 3 e 2 com 4, observa-se que os gráficos para os vários números de Mach se superpõem bem melhor na nossa teoria do que na van Driest I (1951). Por outro lado, a teoria de van Driest I (1951) mostra uma menor variação dos perfis com Re_{θ_w} para o mesmo número de Mach, nos resultados para $Re_{\theta_w} < 6000$.

Para representar os perfis experimentais nas variáveis internas, o valor da velocidade de referência u_0 teve que ser calculado. Durante o processo de representação da Fig. 1, verificou-se por tentativa e erro que a única influência de u_0 sobre os resultados era alterar o valor de A , independente de M_e . O valor de u_0 que forneceu $A = 5,0$ foi

$$u_0 = 8u_\tau \quad (19)$$

isto é, $u_0/u_\tau = u_0^+ = 8$

Se retornarmos à integração da equação 14 verifica-se que u_0^+ é uma velocidade representativa do limite inferior da região logarítmica, isto é, da região onde predominam as tensões turbulentas. No caso incompressível, em que $u_c \rightarrow u_\tau$, a literatura reporta a posição deste limite em $y_0^+ = y_0 u_\tau / \nu_w = 10-30$, o que corresponde a $u_0^+ = 9-14$ em resultados experimentais típicos. Ao longo dos anos diferentes pesquisadores tem reportado diferentes valores para y_0^+ e u_0^+ . Os resultados mostram variações, dependendo dos dados experimentais usados. Uma maneira tradicional de calcular o valor de (y_0^+, u_0^+) teoricamente é igualando as expressões para a Lei da parede, $u^+ = 2,5 \ln(y^+) + 5$, e para a conhecida *sub-camada viscosa*, onde $u^+ = y^+$. O resultado é $(y_0^+, u_0^+) = (11, 11)$. Simpson (1967) confirma este resultado por comparação direta com seus dados experimentais incompressíveis.

No nosso caso, substituindo $u_0^+ = 8$ na equação 18 obtemos $y_0^+ = 3,3$. Estes valores podem ser considerados resultado da análise, uma vez que foram obtidos assumindo a validade da equação 18 e exigindo $A = 5,0$. Por este motivo, eles precisam ser comparados com os perfis experimentais. A Fig. 1 mostra estes valores claramente dentro dos limites da região logarítmica (observe que o eixo das ordenadas aqui é $\ln[y^+]$). A análise dos 28 perfis utilizados mostra que um limite ainda menor poderia ser estabelecido numa base puramente empírica: $(y_0^+, u_0^+) = (7, 0; 2, 2)$, levando em consideração o espalhamento experimental dos resultados. O valor mínimo obtido para y_0^+ deve ser considerado com cuidado no caso dos perfis com $Re_\theta < 6000$. Observando a Fig. 2, percebemos que nestes casos, à medida que Re_θ diminui, k aumenta e A permanece constante, em acordo com os resultados de Simpson (1970). Assumindo, da análise, um valor constante para $u_0^+ = 8,0$, segue-se que à medida que Re_θ diminui, o valor de y_0^+ deveria aumentar. A Fig. 2, entretanto, mostra que a variação de y_0^+ não é grande o suficiente para ser separada do espalhamento experimental.

Em resumo, com base nos resultados experimentais analisados, preferimos assumir o limite inferior da

região logarítmica como $(y_0^+, u_0^+) = (7, 0; 2, 2)$, independente de Re_θ . Para efeitos de cálculo na Lei da parede, o resultado $(y_0^+, u_0^+) = (8, 0; 3, 3)$ será mantido. À medida que um número maior de perfis experimentais for analisado, inclusive em casos com transferência de calor, acreditamos que esta discrepância entre o valor da análise o valor dos gráficos será esclarecida.

4 Conclusões

Neste trabalho, uma nova Lei da parede foi deduzida para escoamentos turbulentos, bi-dimensionais, permanentes, compressíveis sobre placa plana adiabática. Para isso, mostramos a existência de uma velocidade característica, u_c , diferente de u_τ , capaz de capturar a dependência do problema com o número de Mach. A principal contribuição consiste em estabelecer um novo método para a obtenção de soluções exatas para problemas de camada limite, onde uma lei da parede é explicitamente obtida. Nestas soluções, a influência da condição de contorno fica restrita apenas à um fator de correção, f , à velocidade característica tradicional, u_τ . Análises semelhantes, ainda em curso, parecem indicar que o método é aplicável a outros tipos de escoamento. Este resultado encorajador constitui, na verdade, o objetivo maior do projeto onde este trabalho se encontra inserido.

Em relação aos resultados obtidos por van Driest I (1951), a velocidade efetiva, U_{ef} mostra melhor capacidade de descrever a dependência do perfil de velocidades com o número de Mach, porém o parâmetro k fica dependente de Re_θ . Este fato não chega a ser um problema da teoria, uma vez que trabalhos anteriores (Simpson 1970) mostram ser fácil descrever tal dependência apropriadamente. Neste caso, é lógico concluir que as presentes previsões do coeficiente de atrito seriam melhores do que as de van Driest.

Uma extensão óbvia para o presente trabalho seria estender os resultados obtidos para escoamentos sobre superfícies não adiabáticas. Além disso, uma outra extensão poderia ser tentada para o caso compressível com transpiração através da superfície.

Agradecimentos: O autor agradece à FAPEMIG pelo apoio financeiro concedido através da bolsa de auxílio

à pesquisa ref. TEC-969/96.

5 Referências

- COLES, D., 1956 "The Law of the Wake in the Turbulent Boundary Layer, *J. Fluid Mech.*, Vol. 1, pp. 191-226.
- CROCCO, L., 1932, "Sulla Transmissione del Calore de una Lamina Piana a un Fluido Scorrente ad Alta Velocita" [On the Heat Transfer from a Flat Plate to a High Speed Flow], *L'Aerotecnica*, Vol. 12, fasc. 2, pp. 181-197.
- MABEY, D.G., MEIER, H.U., SAWYER, W.G., 1974, "Experimental and Theoretical Studies of the Boundary Layer on a Flat Plate at Mach Numbers from 2,5 to 4,5", *RAE TR 74127*.
- MAISE, G., McDONALD, H., 1968, "Mixing Length and Kinematic Eddy Viscosity in Compressible Boundary Layer", *AIAA Journal*, Vol. 6, pp. 73-80.
- SCHLICHTING, H., 1968, "Boundary Layer Theory", *McGraw Hill*, New York.
- SILVA-FREIRE, A.P., 1988, "An Extension of the Transpired Skin-Friction Equation to the Compressible Boundary Layer", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, No. 11, pp. 2395-2398.
- SIMPSON, R.L., 1967, "The Turbulent Boundary Layer on a Porous Plate: an Experimental Study of the Fluid Dynamics with Injection and Suction", *Ph.D. thesis*, Stanford University.
- SIMPSON, R.L., "Characteristics of Turbulent Boundary Layers at Low Reynolds Numbers with and without Transpiration", *J. Fluid Mech.*, Vol. 42, part 4, pp. 769-802, 1970
- SPALDING, D.B., CHI, S.W., "The Drag of a Compressible Turbulent Boundary Layer on a Smooth Flat Plate With and Without Heat Transfer", *J. Fluid Mech.*, Vol. 18, 117-143, 1964.
- VAN DRIEST, E.R., "Turbulent Boundary Layer in Compressible Fluids", *J. Aerospace Sci.*, Vol. 18, pp. 145-160, 1951.
- VAN DRIEST, E.R., "The Problem of Aerodynamic Heating", *Aeronaut. Eng. Rev.*, Vol. 15, pp. 26-41, 1956.

CARACTERIZAÇÃO DA TURBULÊNCIA JUNTO À PAREDE
Hugo D. Pasinato

 Dept. Ciencia y Tecnología, UNQ
 Av. Calchaquí 5800
 1888 Florencio Varela, BsAs; Argentina
 e-mail: hpasinat@unq.edu.ar

Angela O. Nieckele

 Dept. Eng. Mecânica, PUC/Rio
 Rua Marquês de São Vicente 225
 22453-900 Rio de Janeiro RJ, Brasil
 e-mail: nieckele@mec.puc-rio.br

RESUMO

Neste trabalho é apresentada uma caracterização da turbulência num escoamento ao longo de um contorno sólido. A mesma foi construída orientada ao uso no desenvolvimento e/ou avaliação de modelos de turbulência. A caracterização é feita baseada em dados experimentais e polinômios empíricos apresentados na literatura. A caracterização apresentada tem por objetivo, além de auxiliar na avaliação de modelos de turbulência, sugerir a sistematização de informação experimental e/ou simulação numérica direta, para ser usada no desenvolvimento e/ou avaliação de modelos de turbulência.

INTRODUÇÃO

Os modelos de turbulência devem representar valores médios de características correspondentes às maiores escalas da turbulência, podendo ser considerados como ferramentas ajustadas aos mesmos. Como é sabido essas características diferem para cada tipo de escoamento turbulento, fazendo com que os modelos sejam assim ajustados a casos particulares. Em outras palavras, são ferramentas não universais. Esse fato cria uma necessidade de uso sistemático de informação experimental, na avaliação e/ou desenvolvimento dos mesmos. Em outras palavras, na modelagem da turbulência é necessário fazer uso de informação detalhada dos fenômenos físicos, para ajustar constantes e ou avaliar o comportamento *a priori* dos termos modelados. Essa caracterização do fenômeno pode ser experimental ou na base de dados de simulação numérica direta.

No entanto, na atualidade não existe um uso sistemático nesse sentido de informação, no desenvolvimento de modelos de turbulência, nem para avaliar modelos. O freqüente é a comparação *a posteriori* da solução de um problema teste. No entanto, comparações desse tipo podem mascarar erros de diferentes origens, sejam do modelo, do método numérico usado ou de alguma outra origem.

A situação comentada no parágrafo anterior motivou o presente trabalho, o qual apresenta uma caracterização da turbulência na região da parede. A mesma foi construída na base de dados experimentais e polinômios empíricos. A precisão da informação é determinante na construção desta caracterização, porém acredita-se que essa caracterização pode ser melhorada, na medida que a região da parede apresenta dificuldades às observações experimentais. Ainda assim, essa caracterização é apresentada procurando como segundo objetivo, sugerir a caracterização de escoamentos turbulentos típicos, para ser usada no desenvolvimento e/ou teste *a priori* de modelos de turbulência.

TURBULÊNCIA NA REGIÃO DA PAREDE

Na vizinhança de uma parede existe dificuldade tanto na medição experimental, como também na simulação numérica direta. Ainda assim existe na literatura uma abundante quantidade de informação possível de ser usada com esse objetivo. Nesse sentido foram selecionados dados experimentais, e polinômios

empíricos já existentes, para completar um conjunto de funções para expressar os valores médios da turbulência, em função da distância adimensional normal à parede, $y^+ = u_* y / \nu$, no intervalo $0 < y^+ < 60$. Onde u_* é a velocidade de atrito na parede e ν a viscosidade cinemática do fluido.

No contexto de modelos de turbulência, a caracterização da turbulência na região da parede significa determinar a distribuição da velocidade média, energia cinética turbulenta e dissipação de energia cinética turbulenta. Devido à aparente similaridade que existe na região interna de um escoamento turbulento, ao longo de um contorno sólido, as funções anteriores são consideradas universais. Essas variáveis em forma adimensional são respectivamente: $U^+ = U / u_*$, $K^+ = K / u_*^2$ e $\mathcal{E}^+ = \mathcal{E} \nu / u_*^4$.

Distribuição da Velocidade Média na Região Viscosa. Numa camada de cisalhamento estabelecida ao longo de um contorno, para $y^+ > 30$, denominada região logarítmica, a velocidade média apresenta a seguinte distribuição:

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + b \quad (1)$$

Para escoamentos turbulentos em condutos circulares, e entre placas paralelas, com parede lisa e para números de Reynolds superiores a 10.000 é sugerido o valor 5,0 para a constante b e 0,41 para a constante de von Karman K (Dean 1978).

É importante no entanto salientar que se bem a expressão é um dos resultados mais importantes em turbulência na presente século, existe alguma incerteza no valor da constante b . Em outras palavras, existe incerteza da universalidade dessa constante. Nesse sentido não é possível afirmar que existe total similaridade e portanto escoamento turbulento totalmente estabelecido (Barenblatt e Goldenfeld 1995).

No outro extremo da região interna de um escoamento turbulento ao longo de um sólido, na sub-camada viscosa, $y^+ < 5$, desprezando as tensões turbulentas, a velocidade média resulta:

$$U^+ = y^+ \quad (2)$$

A expressão (2) foi verificada experimentalmente por Laufer em 1955 (Townsend 1976) para $y^+ < 5$, e recentemente por Durst et al. (1995) e a mesma é exata para $y^+ < 4$. No entanto, a equação

(2) é considerada em forma aproximada em cálculos numéricos ainda para $y^+ < 11,6$.

Na zona intermediária entre a sub-camada logarítmica e a sub-camada linear, denominada região amortecedora, nem a equação (1) nem a equação (2) conseguem representar a distribuição dos dados experimentais. Por um lado, o modelo de *comprimento de mistura* não reproduz adequadamente a física dessa região. E por outro, a equação (2) não é válida porque não leva em consideração as tensões de Reynolds. Na literatura existem algumas propostas para expressar a distribuição da velocidade média nessa zona (Panton 1996; Silva Freire 1997; Haritonidis 1989; van Driest 1956; Spalding 1991). Algumas das mesmas estão baseadas no fenômeno físico da turbulência nessa região e outras são puramente empíricas.

Nesse sentido, a proposta de Haritonidis (1989) está feita na base de uma variação do modelo de *comprimento de mistura* de Prandtl, que permite obter uma função para expressar a distribuição para a velocidade média na região amortecedora. Essa função apresenta bom ajuste a dados experimentais desde a parede até o início da região logarítmica. Essa função é:

$$U^+ = \frac{1}{\lambda} \tan^{-1}(\lambda y^+) - \frac{a}{2\lambda} \ln(1 + \lambda^2 y^{+2}) \quad (3)$$

onde $a = 1/h^+$, sendo h^+ o raio ou a metade da separação das placas em forma adimensional, e λ é um parâmetro função da frequência média das ejeções junto à parede e de κ . Para altos Reynolds o valor sugerido para λ é 0,09364.

O último termo à direita na equação (3) é nulo no caso de gradiente de pressão nulo, e também para $Re \rightarrow \infty$. Nesses casos, o perfil arcotangente resultante é:

$$U^+ = \frac{1}{\lambda} \tan^{-1}(\lambda y^+) \quad (4)$$

Na Figura 1 apresentam-se os perfis segundo as relações (1) a (4). Nessa figura resulta claro como o perfil arcotangente, eq.(4), aproxima a expressão dada pela eq. (1) na sub-camada viscosa, e à eq. (2) no início da sub-camada logarítmica. Na região amortecedora seu ajuste a dados experimentais é bom, segundo apresentado em Haritonidis (1989).

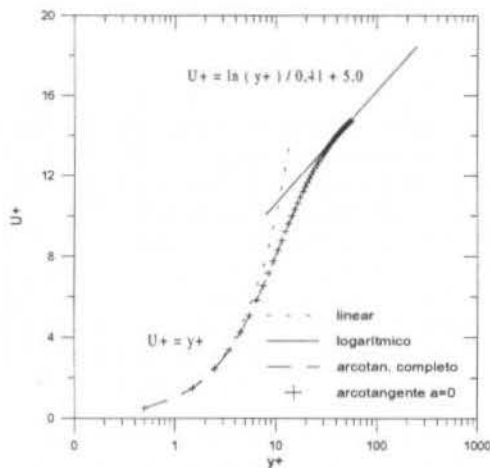


Figura 1 Distribuição da velocidade média na região amortecedora e início da sub-camada logarítmica, segundo as equações (1), (2), (3) e (4)

Os perfis correspondentes as expressões (3) e (4) apresentam total coincidência na Figura 1, ainda quando a mesma foi construída para um $Re = 10.000$. Com o qual resulta que o perfil dado pela eq. (4) representa em forma simples e apropriada a distribuição da velocidade na região amortecedora. A importância da simplicidade da função está referida à necessidade de obter derivadas de diferentes ordens dessa função, quando se realiza um teste *a priori* num modelo de turbulência.

Distribuição da Viscosidade Efetiva na Região Viscosa. A viscosidade efetiva da turbulência nos modelos de duas equações é calculada usando a expressão de Kolmogorof-Prandtl. No entanto, na região amortecedora essa expressão não reproduz os valores certos de viscosidade efetiva da turbulência (Pasinato 1998). Por esse motivo, para completar a caracterização na base de dados experimentais, além da velocidade média, energia cinética da turbulência e dissipação, é necessário definir uma função para a viscosidade da turbulência na região amortecedora.

Nesse sentido, da expressão para as tensões de Reynolds a partir da proposta de Haritonidis (1989)

$$-\langle u_i u_j \rangle^+ = \lambda^2 y^{+2} \frac{\partial U^+}{\partial x_j} \quad (5)$$

onde $\langle u_i u_j \rangle^+ = \langle u_i u_j \rangle / u_*^2$, é possível extrair uma função para a viscosidade efetiva.

Em notação tensorial, as tensões de Reynolds na base da hipótese de Boussinesq são:

$$\begin{aligned} -\langle u_i u_j \rangle &= 2 \nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} K \delta_{ij}; \\ S_{ij} &= 1/2 (U_{i,j} + U_{j,i}) \quad ; \quad U_{i,j} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (6)$$

S_{ij} é o tensor de deformação, e para um escoamento turbulento desenvolvido vizinho à parede resulta $S_{ij} = 1/2 U_{i,2}$. Usando essa expressão para o tensor de deformação em (6) e combinando com (5), resulta que a viscosidade efetiva da turbulência, válida na região amortecedora, é:

$$\nu_t^+ = \lambda^2 y^{+2} \quad , \quad \nu_t^+ = \nu_t / \nu \quad (7)$$

Usando (7) e (4) é possível também definir uma equação para a produção de turbulência na região amortecedora, a qual em forma tensorial é definida como:

$$\Pi = -\langle u_i u_j \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (8)$$

em forma adimensional, usando o fator ν / u_*^4 , simplificada na proximidade da parede e no contexto de uma modelagem com a viscosidade efetiva da turbulência, tem-se:

$$\Pi^+ = \nu_t^+ S^{+2} \quad (9)$$

Logo a produção de turbulência na região amortecedora em forma extensa é:

$$\Pi^+ = \lambda^2 y^2 / (1 + \lambda^2 y^2)^2 \quad (10)$$

As funções (7) a (10) foram derivadas de (4) e (5) que são válidas na região viscosa, $y^+ < 60$.

Distribuição da Energia Cinética Turbulenta na Região Viscosa. A energia cinética turbulenta é definida como:

$$K^+ = \frac{1}{2} (\langle uu \rangle^+ + \langle vv \rangle^+ + \langle ww \rangle^+) \quad (11)$$

onde foi considerado u como a flutuação da velocidade na direção axial, v normal à parede e w transversal ao escoamento principal.

Uma expressão para a energia cinética turbulenta na região viscosa, pode ser obtida utilizando-se funções ajustadas a dados experimentais para as normas *rms* (root mean square) de u^+ , v^+ e w^+ , das flutuações das velocidades. A técnica de ajuste usada foi a de mínimos quadrados e foram testadas diferentes formas de polinômios. Entre elas foram escolhidas aproximações de tipo Padé com a seguinte forma para as *rms* u^+ e w^+ :

$$f(y^+) = \alpha (\delta y^+) / (1 + \delta^2 y^{+2})^\gamma \quad (12)$$

e com a seguinte forma para a *rms* v^+ :

$$g(y^+) = \alpha (\delta^2 y^{+2}) / (1 + \delta^2 y^{+2})^\gamma \quad (13)$$

onde α , δ , e γ são parâmetros de ajuste.

Um dos critérios utilizados para a escolha das funções acima foi respeitar a equação de conservação de massa para $y^+ \rightarrow 0$, a qual implica que a derivada normal à parede da função para v^+ deve ser nula na parede. A qualidade do ajuste também influenciou na escolha das funções.

Em relação aos dados usados na determinação dos parâmetros α , δ , e γ é apropriado comentar que segundo se depreende da literatura, a medição nas proximidades de um contorno sólido acarreta problemas. Por esse motivo não existe total concordância nos dados entre trabalhos similares. Nesse sentido, os trabalhos feitos com maior precisão, correspondem a Reynolds baixos. Em contraste, aquelas medições para maiores Reynolds tem sido realizadas usando fio quente, o qual perturba o escoamento. Até o presente não existe um trabalho feito com a técnica *laser-Doppler*, LDA, para altos números de Reynolds na região viscosa da parede. Dos trabalhos experimentais correspondentes a Balint et al. (1991); Wei e Willmarth (1989); Kreplin e Eckelmann (1979); Eckelmann (1974), Perry e Abell (1975) e Durst et al. (1995) e de simulação direta correspondente a Kim et al. (1987), foi escolhido o de Durst et al. (1995), porque é possivelmente o de maior precisão. Esses dados foram obtidos usando a metodologia LDA, que não perturba o escoamento. Em contraste têm a desvantagem que correspondem a um número de Reynolds relativamente baixo, 20.500, podendo existir dependência do Reynolds (Wei e Willmarth 1989).

Na Tabela I apresentam-se os parâmetros resultantes do ajuste de mínimos quadrados para os três perfis correspondentes a u^+ , v^+ e w^+ . Na Figura 2 são apresentadas as funções resultante do ajuste comparadas com os dados experimentais.

Assim, substituindo os parâmetros de ajustes nos polinômios para cada *rms* das flutuações, a energia cinética turbulenta K em forma adimensional resulta:

$$K^+ = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{0,3655 y^+}{(1 + 0,0074 y^{+2})^{0,750}} \right)^2 + \left(\frac{0,0024 y^{+2}}{(1 + 0,0028 y^{+2})^{0,870}} \right)^2 + \left(\frac{0,1065 y^+}{(1 + 0,0047 y^{+2})^{0,557}} \right)^2 \right] \quad (14)$$

Tabela I Parâmetros resultantes do ajuste correspondente às funções para u^+ , v^+ e w^+ , na região viscosa

<i>rms</i>	α	δ	γ	coef. det. r^2	DF ajuste r^2	st. erro
u^+	4,250	0,086	0,750	0,996	0,996	0,049
v^+	0,870	0,053	0,870	0,994	0,992	0,029
w^+	1,544	0,069	0,557	0,998	0,997	0,019

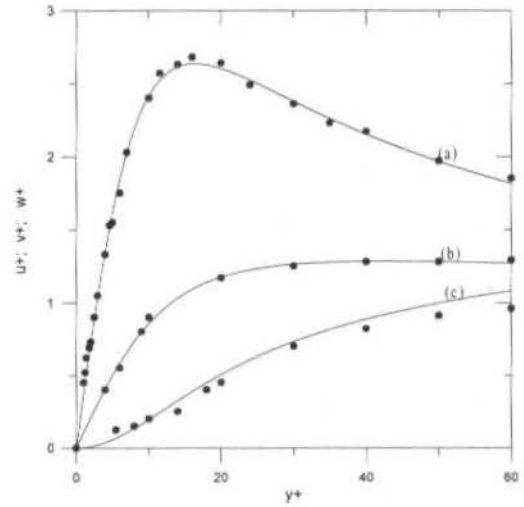


Figura 2 Funções para as *rms* ajustadas (linhas) a dados experimentais (símbolos) de Durst et al. (1995); (a) u^+ ; (b) w^+ ; (c) v^+

Distribuição da Dissipação Viscosa da Turbulência na Região Viscosa. A função para ϵ na região viscosa foi obtida na base da equação de energia cinética turbulenta. Essa equação deduzida das equações de Navier-Stokes em notação tensorial é:

$$\frac{\partial K}{\partial t} + U_j \frac{\partial K}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\langle Ku_j \rangle + \langle pu_j \rangle) + \langle u_i u_j \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \nu \left\langle \frac{u_i \partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right\rangle \quad (15)$$

onde $K = \frac{1}{2} \langle u_i u_i \rangle$. O termo viscoso em (15) pode ser escrito como:

$$\nu \left\langle u_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right\rangle = \nu \frac{\partial^2 K}{\partial x_j \partial x_j} - \nu \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle \quad (16)$$

Na equação (16) o primeiro termo à direita representa a difusão de K devido à viscosidade molecular, e o segundo a dissipação viscosa da turbulência. Para clarificar qual é o termo denominado dissipação viscosa, cabe lembrar que a energia mecânica transformada em energia interna devido ao atrito do fluido no interior do escoamento é:

$$E + \langle \epsilon \rangle = \frac{1}{2} \nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{1}{2} \nu \left\langle \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \right\rangle \quad (17)$$

onde E é a dissipação devido ao escoamento médio e $\langle \epsilon \rangle$ a verdadeira taxa de dissipação de energia cinética turbulenta, ou dissipação viscosa. Este último termo $\langle \epsilon \rangle$ pode ser expresso em duas parcelas:

$$\langle \epsilon \rangle = \nu \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle + \nu \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right\rangle \quad (18)$$

onde o primeiro termo à direita em (18), é a parte homogênea, nomeado aqui simplesmente como ε . O segundo termo à direita em (18) só é importante em regiões de escoamento não homogêneas, $y^+ < 10$. Bradshaw e Perot (1993) usando dados de simulação direta, verificaram que num escoamento turbulento num canal, esse termo é inferior a 2% do total em toda a região. Portanto, a parte não homogênea pode ser desprezada mesmo na região viscosa, sendo que nesse caso $\langle \varepsilon \rangle$ e ε são iguais. Combinando (18) e (16) e desprezando a parte não homogênea, resulta:

$$v \left\langle \frac{u_i \partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right\rangle = v \frac{\partial^2 K}{\partial x_j \partial x_j} - \langle \varepsilon \rangle \quad (19)$$

e substituindo (19) em (15), obtêm-se

$$\frac{\partial K}{\partial t} + U_j \frac{\partial K}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\langle K u_j \rangle + \langle p u_j \rangle \right) + \langle u_i u_j \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = v \frac{\partial^2 K}{\partial x_j \partial x_j} - \varepsilon \quad (20)$$

Os dois primeiros termos correspondem a derivada material da energia cinética turbulenta. O terceiro termo representa o transporte da turbulência, e pode ser escrito com o auxílio da equação de conservação de massa como:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\langle K u_j \rangle + \langle p u_j \rangle \right) = \left\langle u_j \frac{\partial K}{\partial x_j} \right\rangle + \left\langle u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} \right\rangle \quad (21)$$

de onde resulta claro que representa um transporte turbulento devido às próprias flutuações das velocidades.

Num escoamento turbulento desenvolvido pode-se desprezar o transporte convectivo de K . Além disso, uma vez que os gradientes transversais são significativamente superiores aos longitudinais, a expressão (20) pode ser simplificada e reordenada para:

$$0 = v \frac{\partial^2 K}{\partial x_2 \partial x_2} - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\langle K u_2 \rangle + \langle p u_2 \rangle \right) - \langle u_1 u_2 \rangle \frac{\partial U_1}{\partial x_2} - \varepsilon \quad (22)$$

Dessa equação é possível obter uma expressão para ε na região viscosa, em função dos estatísticos da turbulência apresentados nos itens anteriores. Para que isso seja possível é necessário primeiro modelar o segundo termo à direita, o qual representa o transporte devido à turbulência. Este termo é praticamente uma ordem de grandeza menor que a produção e a dissipação de turbulência na região amortecedora.

Na região viscosa de uma camada limite estabelecida o termo $\partial \langle p u_2 \rangle / \partial x_2$ é desprezível (Kim et al. 1987; Hanjalic e Launder 1976). Por outro lado é conhecido que o primeiro termo à direita em (21) é modelado como uma difusão da turbulência com bom êxito (Hanjalic e Launder 1976). Nesse caso o coeficiente de difusão é função da viscosidade da turbulência, e o modelo resulta:

$$\frac{\partial \langle K u_2 \rangle}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{v_t}{\sigma_K} \frac{\partial K}{\partial x_2} \quad (23)$$

Usando as função para K e para V_t apresentadas

anteriormente, equações (7) e (14), a constante $\sigma_K = 1.0$, o lado direito da equação (23) é comparado na Figura 3, com o termo da esquerda dessa equação segundo o cálculo feito por Mansour et al. (1988) na base de dados de simulação numérica direta. Assim, desta comparação pode-se afirmar que esse modelo representa de forma adequada o transporte da turbulência.

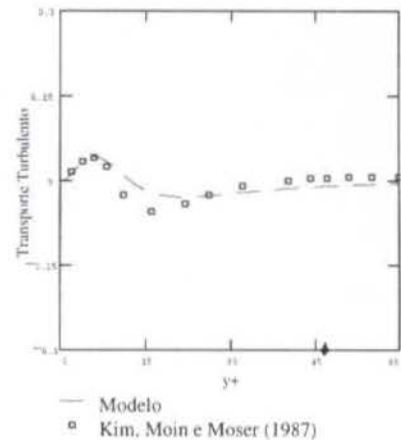


Figura 3 Transporte da turbulência próximo à parede segundo o modelo da expressão (23), comparado com valores de simulação direta calculados por Mansour et al. (1988).

Usando o modelo (23) para o transporte turbulento na região viscosa na expressão (22), considerando a expressão (10) para a produção de turbulência e a expressão (14) para a energia cinética turbulenta, a equação de balanço de energia cinética turbulenta na região da parede resulta:

$$0 = \frac{d^2 K^+}{dy^{+2}} + \frac{d}{dy^+} \left(\frac{v_t^+}{\sigma_K} \frac{dK^+}{dy^+} \right) + \Pi^+ - \varepsilon^+ \quad (24)$$

Na Figura 4 apresenta-se o balanço de energia cinética turbulenta, segundo os diferentes termos da expressão (24). A escala usada nessa Figura é a mesma usada na Figura 3. Nessa Figura percebe-se a tendência ao equilíbrio entre dissipação e produção de turbulência, que existe no início da sub-camada logarítmica. No outro extremo, na parede, a dissipação viscosa de turbulência é igual ao transporte difusivo de turbulência, realizado pela viscosidade molecular. Esse transporte difusivo no entanto só é significativo na vizinhança da parede. Na sub-camada logarítmica, a tendência de K a tomar valores constantes nessa região, é desprezível. Em contraste, o transporte turbulento ou difusão turbulenta, se bem que menor ao molecular na região amortecedora, não é totalmente desprezível no início da região logarítmica.

Na Figura 5 apresenta-se uma comparação da função para a dissipação obtida segundo a equação (24), com dados de simulação direta correspondentes a Mansour et al. (1988) e com os dados de Laufer em 1955 (citado em Townsend 1976) corrigidos por Townsend (1976) e por Jovanovic et al. (1995).

Na medição experimental de ε ocorreu um avanço substancial desde a primeira medição de Laufer realizada com fio quente, dado que essa medição é indireta e requer fazer algumas interpretações e simplificações. Nesse sentido, em Townsend (1976) são apresentadas correções aos dados de Laufer, cujos valores originais apresentaram dissipação nula na parede. As correções de Townsend são atribuídas a erros na medições de Laufer na região próxima da parede. Recentemente Jovanovic et al. (1995) introduziram correções aos dados apresentados por Townsend. Com o qual percebem-se contínuas correções nos valores de dissipação, por erros e ou interpretações da medição.

Por outra parte, é oportuno comentar que os dados de simulação direta também têm problemas nessa zona (Jovanovic et al. 1995).

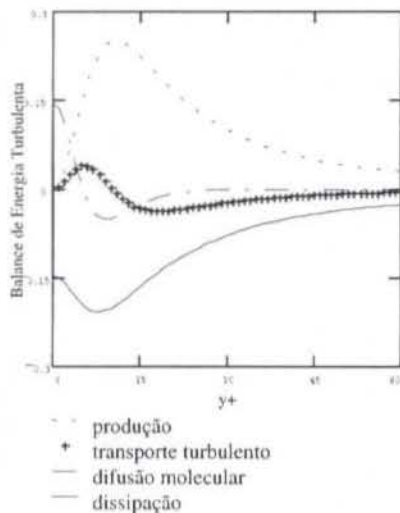


Figura 4 Balanço de energia cinética turbulenta na região viscosa, segundo as diferentes fontes na equação para K , na base do fechamento realizado neste trabalho.

Nesse contexto, pode-se concluir que a função para ε^+ apresentada neste trabalho, tem concordância razoável com o valor máximo dos dados de Laufer corrigidos. No entanto, existem diferenças no valor na parede e no início da camada limite. Em relação aos dados de simulação direta de Mansour et al. (1988), a diferença está basicamente no valor máximo. No entanto seus valores no contorno e no início da sub-camada logarítmica concordam razoavelmente bem.

O valor da dissipação na origem segundo (24) resulta em $\varepsilon(0)=0,15$ concordando com o valor 0,16 de Mansour et al. (1988), obtido dos mesmos dados de simulação direta. Mas o mesmo é um tanto superior ao valor 0,11 correspondente aos dados de Laufer corrigidos, e está no limite do intervalo 0,10 – 0,14 dado em Patel et al. (1984).

Um dado muito popular é o da constante na equação de Kolmogorof-Prandtl, $C_\mu = 0,09$, usada nos modelos de turbulência de duas equações. Essa constante é obtida usando a condição de equilíbrio entre produção e dissipação (Rodi 1984), que ocorre na sub-camada logarítmica, Figura 6. Na base das

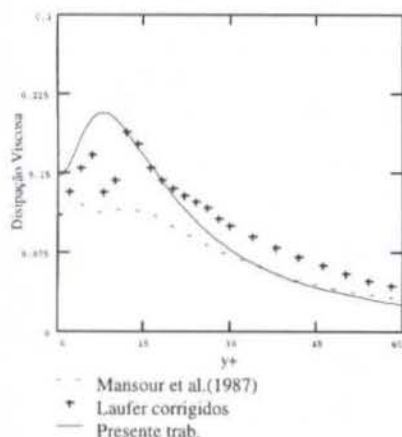


Figura 5 Comparação da função para a dissipação de energia cinética na região viscosa segundo a equação (24), com dados experimentais de Laufer corrigidos por Jovanovic et al. (1995) e de simulação numérica direta de Mansour et al. (1988). funções apresentadas previamente para K^+ , S^+ e ε^+ , resulta um valor aproximado de 0,083 para essa constante. Por uma parte

esse valor é um tanto inferior ao valor 0,09, mas concorda aproximadamente com o valor 0,0845 obtido por Yakhot e Orszag (1986) no contexto do modelo $RNG K-\varepsilon$.

O valor de 0,083 para C_μ obtido com as funções deste trabalho é julgado pequeno, e isso é atribuído ao Reynolds de 20.500 correspondente aos dados experimentais usados para obter K , ser baixo. Em outras palavras, acredita-se que os dados poderiam apresentar dependência com o Reynolds para esse valor.

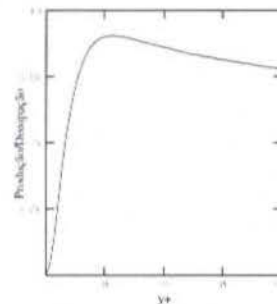


Figura 6 Quociente Produção/Dissipação na região viscosa, segundo as funções apresentadas neste trabalho

A Tabela II apresenta um resumo das correlações empíricas usadas para caracterizar a turbulência na região da parede.

CONCLUSÕES

No presente trabalho é apresentada uma caracterização da turbulência num escoamento ao longo de um contorno sólido, dentro do contexto de modelos de turbulência. Essa caracterização está feita na base de polinômios empíricos e dados experimentais apresentados na literatura.

A motivação do presente trabalho deve-se ao fato que, o uso mais freqüente de informação experimental no teste de modelos de turbulência, é feita *a posteriori*. Esse tipo de avaliação tem como inconveniente a possibilidade de mascarar possíveis erros de diferentes origens. Nesse sentido, este trabalho procura ter um segundo objetivo, além de comunicar a caracterização da turbulência na região da parede, que é o de sugerir a caracterização de escoamentos turbulentos tipos na base de informação experimental, para ser usado no desenvolvimento e/ou avaliação de modelos de turbulência.

No concernente aos polinômios apresentados para caracterizar a turbulência na região da parede, acredita-se que muito deles podem ser aperfeiçoados. Diferentes caminhos podem ser usados nesse sentido, como ser usando informação experimental para números de Reynolds maiores, eliminando os modelos que estão implícitos, propondo uma alternativa para expressar a função de dissipação, entre outros. No entanto acredita-se que os polinômios usados aqui apresentam a precisão suficiente, de acordo ao momento atual das observações experimentais na proximidade de uma parede.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Balint, J-L, J.M. Wallace e P. Vukoslavcevic 1991 "The velocity and vorticity vector field of a turbulent boundary layer. Part 2. Statistical properties", J.F.M., 228, 53-86.
- Barenblatt, G.I, e N. Goldenfeld 1995 "Does fully developed turbulence exist? Reynolds number independence versus asymptotic covariance", Phys. Fluids, 7(12), 3078.

Bradshaw P. e B. Perot 1993 "A note on turbulent energy dissipation in the viscous wall region", *Physics of fluids A* 5 (12).

Dean R.B. 1978 "Reynolds Number Dependence of Skin Friction and Other Bulk Flow Variables in Two-Dimensional Rectangular Duct Flow", *J. Fluids Eng.*, vol. 100, 215-223.

Durst T.J. Jovanovic e J. Sender 1995 "LDA measurement in the near-wall region of a turbulent pipe flow", *J.F.M.*, 295, 305-335.

Hanjalic K. e B.E. Launder 1976 "A Reynolds stress model of turbulence and its applications to thin shear flows", *J.F.M.*, 52, 609-638.

Haritonidis J. H. 1989 "A model for near-wall turbulence", *Phys. Fluids A* 1(2), 302-306.

Jovanovic J., Q.-Y. Ye e F. Durst 1995 "Statistical interpretation of the turbulent dissipation rate in wall-bounded flows", *J.F.M.*, 321-347.

Kim J., P. Moin e R. Moser 1987 "Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number", *J.F.M.*, 177, 133-166.

Krepln P.H. e H. Eckelmann 1979 "Behavior of the three fluctuating velocity component in the wall region of a turbulent channel flow", *Phys. Fluids* 22(7).

Mansour, N.N., J. Kim e P. Moin 1988 "Reynolds-stress and dissipation-rate budgets in a turbulent channel flow", *J.F.M.*, 194, 15-44.

Panton, R.L. 1996 "A Reynolds stress function for wall layers", *Journal of Fluids Eng.*, vol. 119, 325-330.

Pasinato, H.D. 1998 "Aspectos da Modelagem da turbulência na região da Parede", Tese de doutorado, DEM, PUC/Rio.

Patel, V., W. Rodi e G. Scheuerer 1984 "Turbulence model for near-wall and low-Reynolds Number flows: A review", *AIAA J.*, 23(9).

Perry A.E. e C.J. Abell 1975 "Scaling laws for pipe-flow turbulence", *J.F.M.*, 67, 257-271.

Rodi, W. 1984 "Turbulence models and their application in hydraulics: A state of the art review", Institut für Hydromechanik, University of Karlsruhe, Germany.

Schlichting, H. 1968 *Boundary-layer theory*, McGraw-Hill Books Co., N.Y.

Spalding D. B. 1991 "Kolmogorov's two-equation model of turbulence", *Proc. R. Soc. Lond. A* 434, 211-216.

Silva Freire, A.P. 1997 "A new law of the wall formulation", COPPE/UF RJ, Rio de Janeiro.

Townsend, A.A. 1976 *The Structure of Turbulent Shear Flow*, (2d. Ed.), Cambridge University Press, Cambridge.

van Driest, E.R. 1956 "On turbulent near wall", *Journal Aeronautical Sc.*, 23, 1007-1011.

Wei T. e W.W. Willmarth 1989 "Reynolds-number effects on the structure of a turbulent channel flow", *J.F.M.*, 204, 57-95.

Yakhot V., Orszag, S. A., 1986 "Renormalization Group Analysis of Turbulence, Basic Theory," *J of Scientific Computing*, vol.1, 1-51.

SUMMARY

At the present work, the turbulence along a solid wall is characterized. This characterization should be used to help development of turbulence models, as well as to evaluate them. This analysis is based in experimental data and empirical correlations found in the literature. The main objective of this work is to provide a systematic way to present experimental data to help in the evaluation and development of turbulence models

Tabela II Resumo das correlações empíricas usadas para caracterizar a turbulência na região da parede.

Velocidade média, expressão (4)	$U^+ = \tan^{-1}(\lambda y^+) / \lambda$
Tensões de Reynolds, expressão (5)	$-\langle u_1 u_2 \rangle^+ = \lambda^2 y^{+2} / (1 + \lambda^2 y^{+2})$
Viscosidade da turbulência, expressão (7)	$\nu_t^+ = \lambda^2 y^{+2}$
Módulo da taxa média de deformação, derivado da expressão (4)	$S^+ = 1 / (1 + \lambda^2 y^{+2})$
Produção de turbulência, expressão (10)	$\Pi_{12}^+ = \lambda^2 y^{+2} / (1 + \lambda^2 y^{+2})^2$
Energia cinética turbulenta, segundo expressão (14)	$K^+ = (1/2) (\langle uu \rangle^+ + \langle vv \rangle^+ + \langle ww \rangle^+)$
Função para as rms das flutuações u^+ e w^+ , expressão (12), usando parâmetros da Tabela I	$u^+(y) = \alpha (\delta y^+) / (1 + \delta^2 y^{+2})^\gamma$
Função para a rms v^+ , expressão (13) usando parâmetros da Tabela I.	$v^+(y) = \alpha (\delta^2 y^{+2}) / (1 + \delta^2 y^{+2})^\gamma$
Função para a rms v^+ , expressão (13) usando parâmetros da Tabela I.	$v^+(y) = \alpha (\delta^2 y^{+2}) / (1 + \delta^2 y^{+2})^\gamma$
Dissipação de energia cinética turbulenta, expressão (24).	$0 = \frac{d^2 K^+}{dy^{+2}} + \frac{d}{dy^+} \lambda^2 y^{+2} \frac{dK^+}{dy^+} + \frac{\lambda^2 y^{+2}}{(1 + \lambda^2 y^{+2})^2} - \varepsilon^+$

AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DA BOMBA ELETROMAGNÉTICA DE CORRENTE CONTÍNUA NO CONTROLE DE VAZÃO DE MERCÚRIO

E. M. Borges; F. Sircilli Neto; e F. A. Braz Filho

Instituto de Estudos Avançados (IEAv - CTA)

Caixa Postal 6044

São José dos Campos, SP - 12231-970

e-mail: eduardo@ieav.cta.br

RESUMO

Bombas eletromagnéticas são utilizadas no controle do escoamento dos circuitos de refrigeração de reatores rápidos refrigerados a metal líquido. O princípio de funcionamento de bombas eletromagnéticas está baseado na lei de Faraday. A força resultante da interação entre a corrente elétrica e o campo magnético é calculada considerando suas amplitudes e sentidos de direção. Neste trabalho apresenta-se o desenvolvimento de bombas eletromagnéticas de corrente contínua com magneto tipo "C". Os resultados teóricos de campo magnético e pressão estática são comparados a medidas experimentais. Dados de vazão dos ensaios dinâmicos são apresentados.

INTRODUÇÃO

Sistemas de refrigeração, que utilizam metal líquido como fluido de trabalho, podem resfriar altas densidades de potência térmica. Este é o caso, por exemplo, de reatores rápidos, que utilizam bombas centrífugas ou eletromagnéticas para o controle do escoamento dos circuitos de refrigeração. No reator rápido experimental norte americano EBR-II o escoamento de sódio líquido do circuito secundário é controlado por bombas eletromagnéticas de corrente contínua (Lentz et al., 1985). A nova geração de reatores rápidos avançados PRISM utiliza bombas eletromagnéticas de corrente alternada no circuito primário de refrigeração (Kwant, et al., 1988).

As bombas eletromagnéticas não têm partes móveis, são completamente seladas, apresentam alta confiabilidade e permitem a utilização de fluido radioativo à alta temperatura. Estas características as tornam interessantes para utilização no reator rápido experimental do projeto REARA (Borges, et al., 1994), que está sendo desenvolvido no Instituto de Estudos Avançados (IEAv). Uma etapa deste projeto consiste na construção e caracterização de bombas eletromagnéticas (EM) de corrente contínua, que são componentes importantes para os sistemas de transporte de calor a metal líquido.

No IEAv se projetou e ensaiou a primeira bomba eletromagnética de corrente contínua nacional (com magneto tipo "C" em aço SAE1020 e bobinas para se obter o campo magnético desejado), que funcionou satisfatoriamente em ensaios estáticos e dinâmicos, em circuitos fechados a mercúrio especialmente desenvolvidos para este fim. Neste trabalho apresenta-se: o princípio de funcionamento de bombas eletromagnéticas de corrente contínua; a comparação entre os valores teóricos e experimentais de campo magnético médio no centro do entreferro, para alguns dos valores de corrente de campo utilizados; a comparação entre os dados teóricos e as medidas experimentais obtidas nos ensaios de pressão estática, para diferentes valores de corrente principal e de campo; e os dados experimentais de vazão obtidos nos ensaios dinâmicos, visando avaliar o desempenho desta bomba eletromagnética de corrente contínua.

Os resultados obtidos experimentalmente de campo magnético e de pressão estática apresentam boa concordância em

relação aos resultados teóricos. Esta avaliação é muito importantes no desenvolvimento de modelos matemáticos para a simulação de bombas eletromagnéticas de corrente contínua, com aplicação direta em sistemas de transporte de calor que utilizam metais líquidos como fluido de trabalho, como é o caso dos reatores rápidos.

PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DA BOMBA

Em uma bomba EM de corrente contínua a lei de Faraday define a intensidade e a direção da força exercida no fluido condutor sob influência da corrente elétrica e do campo magnético imposto. Observa-se, na Figura 1 o princípio de funcionamento de uma bomba eletromagnética de corrente contínua. Admitindo-se o entreferro, a altura do canal da bomba (a), a largura do canal (b) e o comprimento útil (c), monta-se o equacionamento para a avaliação do seu desempenho (Borges, 1991).

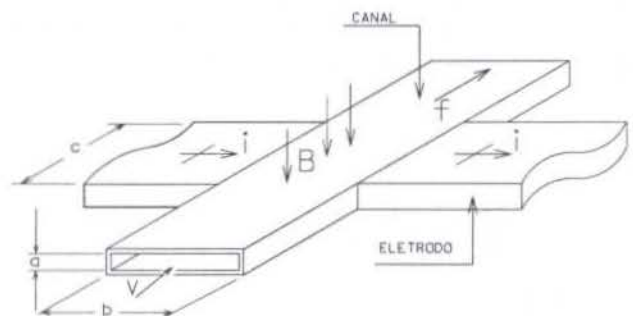


Figura 1: Princípio de funcionamento de uma bomba eletromagnética.

Considerando-se a perfeita perpendicularidade entre o campo magnético B [Wb/m^2], a corrente elétrica imposta e a tubulação: v indica a direção do escoamento do fluido e a força resultante da interação entre campo e corrente pode ser calculada pela equação:

$$F = B * I_e * b \quad (1)$$

A corrente elétrica útil (I_e) é um parâmetro muito importante no projeto da bomba EM e pode ser calculada com base no circuito elétrico equivalente, apresentado na Figura 2, onde a corrente total I fornecida por fonte externa é subdividida em:

I_e corrente útil que atravessa o canal da bomba pelo fluido condutor sob o efeito do campo magnético;

I_w corrente de fuga pela parede do canal; e

I_b corrente de "bypass", que é a corrente de fuga pelo líquido onde não há interação com o campo magnético.

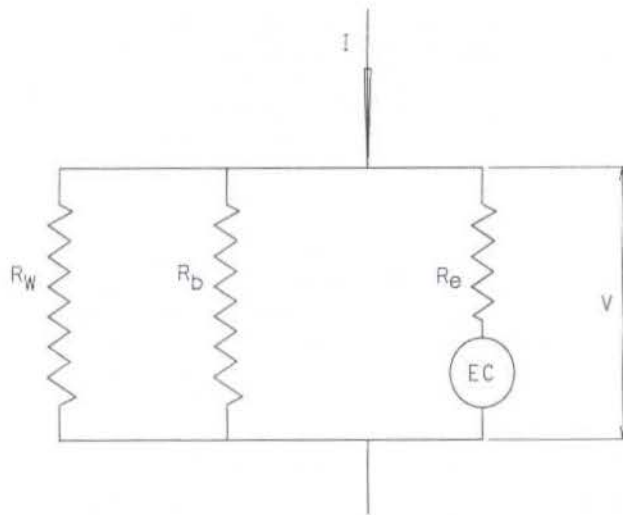


Figura 2: Circuito elétrico equivalente da bomba EM de corrente contínua.

R_e , R_w e R_b são respectivamente as resistências elétricas do fluido no canal da bomba, da parede do canal (perpendicular ao campo magnético, na direção da corrente elétrica) e a resistência de "bypass". Esta é calculada multiplicando-se a resistência elétrica R_e por um fator empírico que está relacionado com as geometrias envolvidas.

A tensão elétrica da bomba é dada por:

$$V = I_e * R_e + E_c = I * R_t \quad \text{ou} \quad (2)$$

$$V = I_e R_e + E_c = (I - I_e) * \left(\frac{R_w * R_b}{R_w + R_b} \right), \quad (3)$$

onde:

R_t é a resistência elétrica equivalente do circuito; e

E_c é a força contra-eletromotriz resultante do deslocamento do fluido no campo magnético. Esta voltagem induzida pode ser calculada pela expressão:

$$E_c = B * w / a. \quad (4)$$

Nota-se que a corrente I_e é uma função da vazão volumétrica (w).

PROJETO DA BOMBA

No projeto REARA está sendo estudada uma bomba EM de corrente contínua com magneto tipo "C" e duas bobinas de campo, um desenho esquemático é apresentado na Figura 3. O magneto é feito em aço 1020, com área transversal de 60 x 70 mm e com entreferro de 20 mm de comprimento. Cada bobina tem 1000 espiras e estão eletricamente ligadas em série, de modo que seus campos magnéticos resultantes se somem; logo a corrente de campo, fornecida pela fonte de corrente contínua HP-6030A, percorre as 2000 espiras ao redor do magneto. Outra fonte de corrente contínua, com fundo de escala de 800 Amperes, fornece a corrente principal, que deve interagir com o campo magnético e produzir no fluido (interno ao canal da bomba) a força magnetomotriz que controla o escoamento.

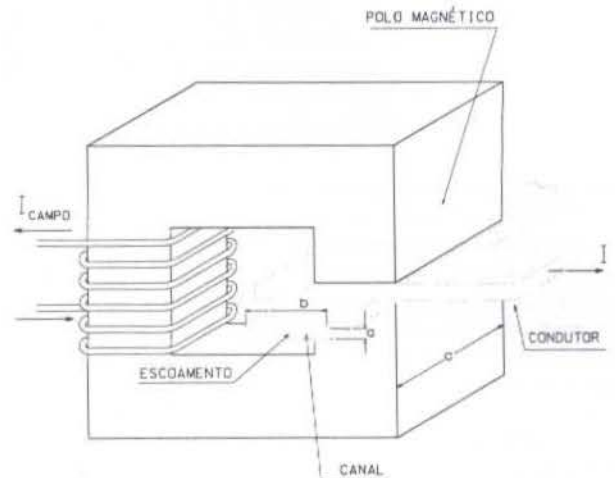


Figura 3: Esquema da bomba EM com magneto C.

AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

Os dados experimentais e cálculos teóricos de pressão manométrica da bomba EM e de campo magnético no centro do entreferro do magneto tipo "C" devem ser comparados para avaliação e definição de fatores de ajuste para programas de simulação em desenvolvimento.

Campo magnético De acordo com a Lei Circuital de Ampere, que relaciona as intensidades de campo magnético em torno de uma trajetória fechada de fluxo magnético e o comprimento da trajetória com a corrente que a circunda, onde N é o número total de espiras e I_{campo} é a corrente de campo fornecida e, observando-se ainda, que as perdas no entreferro (d) são muito superiores às do magneto, tem-se o campo magnético no entreferro dado por:

$$B = \mu N I_{\text{campo}} / d, \quad (5)$$

Para os metais líquidos, a permeabilidade magnética é igual à do vácuo, ou seja:

$$\mu = \mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}, \text{ em [Wb/A.m]} \quad (6)$$

O campo magnético teórico no entreferro da bomba EM com magneto tipo "C" pode ser calculado por:

$$B = 4 \pi 10^{-2} I_{\text{campo}}, \text{ em [Wb/m}^2\text{]}. \quad (7)$$

Para a medida experimental da distribuição da densidade de campo magnético no centro do entreferro foi utilizado um sensor a efeito Hall de 1,8 mm de diâmetro, acoplado a um Gaussímetro digital. Observa-se que há a necessidade de se calibrar as leituras, zerando o Gaussímetro com a câmara de campo nulo, antes de se iniciar o levantamento experimental de campo. O campo magnético médio experimental é obtido calculando-se a média das leituras efetuadas.

Na Figura 4 apresenta-se as curvas de campo magnético médio teórico e experimental, (em Tesla) no centro do entreferro, em função da corrente de campo imposta às bobinas.

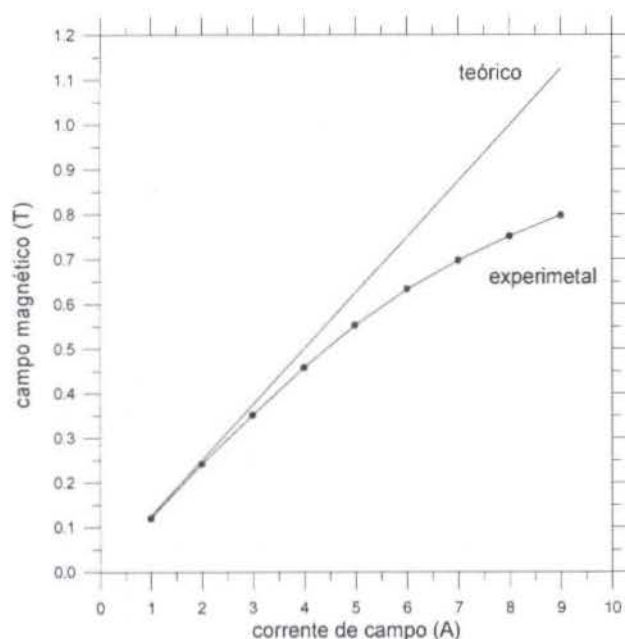


Figura 4: Campo magnético médio no centro do entreferro do magneto tipo "C".

Observa-se que para valores de correntes de campo pequeno os dados teóricos e experimentais de campo magnético médio no centro do entreferro do magneto tipo "C" são praticamente iguais; a diferença se acentua para valores maiores de correntes de campo, devido a saturação do magneto.

Pressão estática da bomba EM Os valores teóricos de pressão estática são obtidos em função da corrente elétrica média útil (I_e [A]), da geometria do canal da bomba e do campo magnético médio teórico calculado pela Eq. (7).

A corrente principal (I) lida no Amperímetro é a total e não a corrente útil (I_e) a ser utilizada no equacionamento.

Pode-se definir a pressão manométrica desenvolvida pela bomba como:

$$P = F / (a * b) \quad (8)$$

Substituindo na Eq. (1) tem-se:

$$P = B * I_e / a, \text{ em [N/m}^2\text{]}; e \quad (9)$$

$$P = B * I_e / (a * 1360), \text{ em [cm Hg]}, \quad (10)$$

Nota-se que a corrente I_e é uma função da vazão volumétrica (w). Logo para vazão nula I_e vale zero. Com base na Eq. (3) calcula-se a corrente útil:

$$I_e = \frac{I}{1 + R_e \left(\frac{R_w + R_b}{R_w * R_b} \right)} \quad (11)$$

Para o cálculo da corrente útil deve-se considerar as resistividades elétricas na temperatura de trabalho e as dimensões dos materiais envolvidos. Utiliza-se a Eq. (11) para esta correção. Conhecendo-se a geometria da bomba EM e a espessura da parede do canal (1 mm), tem-se: $R_w = 15,0 \cdot 10^{-5}$ Ohms e $R_e = 4,0 \cdot 10^{-5}$ Ohms. Admitindo-se que $R_b = 5,0 * R_e$, obtêm-se $I_e = 0,68 * I$. Como $a = 0,01$ m, a pressão estática teórica da bomba pode ser calculada, em função da corrente elétrica principal por:

$$P = B * 0,68 I / (0,01 * 1360), \text{ em [cm Hg]}, \quad (12)$$

$$P = 0,05 * B * I \text{ [cm Hg]}. \quad (13)$$

A Eq. (13) define os limites teóricos máximos de diferença de pressão fornecida pela bomba EM de corrente contínua com magneto tipo "C".

Para se poder avaliar a pressão manométrica de bombas eletromagnéticas de corrente contínua com vazão nula foi projetado e construído um circuito experimental fechado em aço e vidro, para mercúrio, cujo esquema é apresentado na Figura 5. Nota-se as tubulações verticais em vidro, onde se pode verificar o deslocamento de mercúrio e o desnível total ΔL (pressão estática) produzido na bomba EM, em função da corrente principal e do campo magnético fornecido; as demais partes do circuito são feitas em aço.

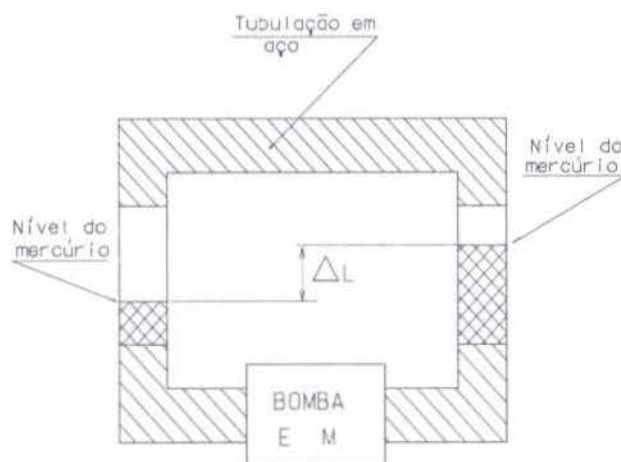


Figura 5: Esquema do circuito experimental a mercúrio.

Os dados experimentais de pressão estática da bomba EM em desenvolvimento são obtidos variando-se o valor das correntes de campo e principal e medindo-se o desnível de mercúrio total (ΔL) apresentado entre as duas tubulações de vidro.

Na Figura 6 são apresentados as curvas teóricas de pressão estática da bomba EM de corrente contínua com magneto tipo "C", em função das correntes elétricas principal e de campo.

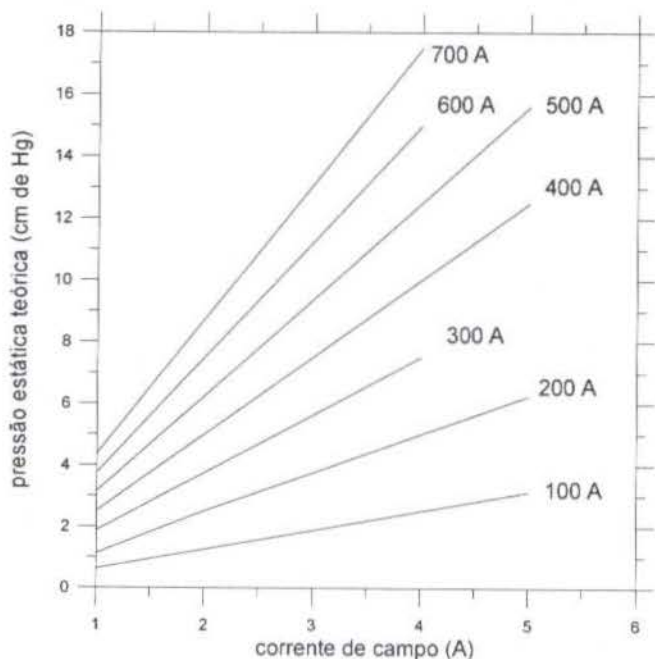


Figura 6: Curvas de pressão estática teórica da bomba EM de corrente contínua com magneto tipo "C".

Na Figura 7 são apresentados os dados experimentais de pressão estática da bomba EM de corrente contínua com magneto tipo "C", em função das correntes elétricas principal e de campo.

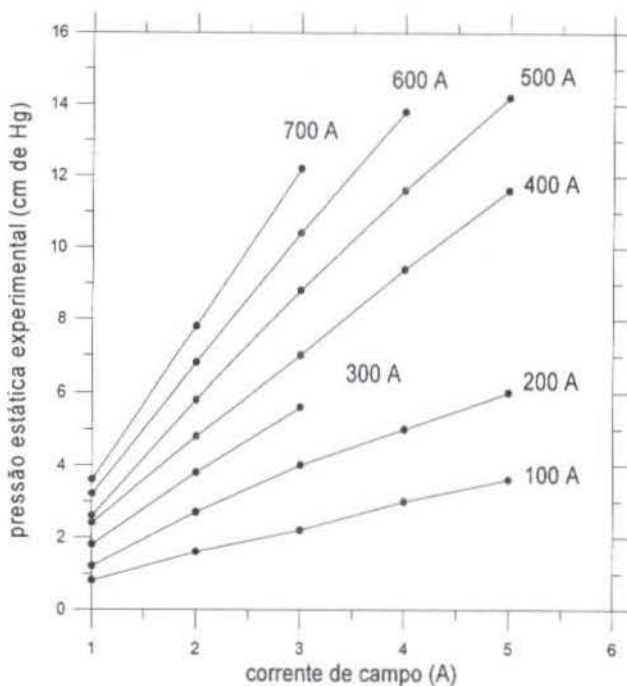


Figura 7: Curvas de pressão estática experimental da bomba EM de corrente contínua com magneto tipo "C".

Na Figura 8 são apresentados a razão média entre os valores teóricos e experimentais e o respectivo desvio padrão dos dados de pressão estática da bomba EM de corrente contínua com magneto tipo "C", em função das correntes elétricas principal e de campo.

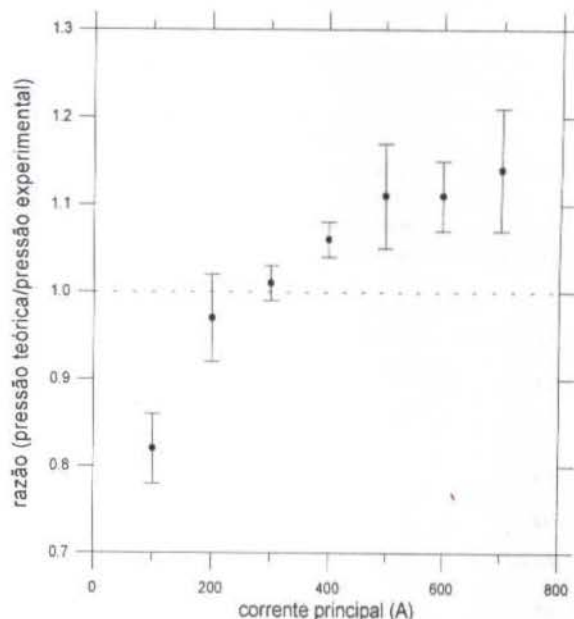


Figura 8: Razão entre pressão estática teórica e experimental da bomba EM de corrente contínua.

Na Figura 8 nota-se que para as correntes principais menores que 300 A, o valor médio da pressão estática teórica da bomba EM é menor que o valor médio da pressão estática experimental, porém, para as correntes principais maiores que 300 A, o valor médio da pressão estática teórica é maior que o valor médio da pressão estática experimental da bomba EM. Observa-se que as diferenças obtidas representam uma boa concordância, considerando-se as imprecisões associadas ao modelo teórico de cálculo de campo magnético médio, obtidos no item anterior. Logo, os programas e os projetos das bombas EM em desenvolvimento deverão levar este fato em consideração, para a definição dos futuros fatores de ajuste, no cálculo teórico de pressão estática de bombas eletromagnéticas de corrente contínua.

Ensaio dinâmico da bomba EM A avaliação do desempenho de uma bomba eletromagnética de corrente contínua sob condição de vazão não nula é feita levando-se em conta vários parâmetros, os principais são: a geometria do canal, o campo magnético imposto, a corrente elétrica principal fornecida e as perdas de carga no circuito.

Os valores teóricos de diferença de pressão fornecido pela bomba EM, em função da vazão no circuito são obtidos considerando-se a corrente elétrica média útil (I_c [A]), a geometria do canal da bomba e o campo magnético médio teórico (calculado pela Eq. (7)).

A corrente principal (I) lida no Amperímetro é a total e não a corrente útil (I_c) a ser utilizada no equacionamento.

Pode-se definir a diferença de pressão, em função da vazão, fornecida pela bomba EM como:

$$\Delta P = F / (a * b) \quad (14)$$

Substituindo na Eq. (1) tem-se:

$$\Delta P = B * I_e / a, \text{ em } [N/m^2]; \text{ e} \quad (15)$$

Nota-se que a corrente I_e é uma função da vazão volumétrica (w). Neste caso E_c é diferente de zero. Com base na Eq. (3) calcula-se a corrente útil:

$$I_e = \frac{I}{1 + R_e \left(\frac{R_w + R_b}{R_w * R_b} \right)} - \frac{E_c}{R_e + \frac{R_w * R_b}{R_w + R_b}} \quad (16)$$

A diferença de pressão teórica, fornecida pela bomba EM, pode ser calculada em função da pressão estática teórica P em $[N/m^2]$ (para as condições de vazão e de campo magnético), da vazão, do campo magnético, da geometria do canal e das resistências elétricas envolvidas por:

$$\Delta P = P - \frac{B}{a} * \frac{E_c}{R_e + \frac{R_w * R_b}{R_w + R_b}} \text{ em } [N/m^2]; \quad (17)$$

O cálculo da corrente útil para vazão nula leva em conta as resistividades elétricas na temperatura de trabalho e as dimensões dos materiais envolvidos. Utiliza-se a Eq. (11) para esta correção. Conhecendo-se a geometria da bomba EM e a espessura da parede do canal (1 mm), tem-se: $R_w = 15,0 \cdot 10^{-5}$ Ohms e $R_e = 4,0 \cdot 10^{-5}$ Ohms. Como $a=0,01$ m e admitindo-se que $R_b = 5,0 * R_e$, obtêm-se $I_e = 0,68 * I$ para o cálculo da pressão estática teórica da bomba, em função da corrente elétrica principal. Considerando as Eq. (3), (4), (11), (13), e (17) pode-se obter a diferença de pressão teórica ΔP em [cm Hg], fornecida pela bomba EM com magneto tipo "C", em função da vazão do campo magnético, da geometria do canal das resistências elétricas envolvidas e da corrente elétrica principal fornecida por:

$$\Delta P = 0,05 * B * I - \frac{B^2}{1360 * a^2} * \frac{w}{R_e + \frac{R_w * R_b}{R_w + R_b}} \quad (19)$$

Onde o campo magnético B deve ser fornecido em [Tesla], a corrente elétrica total I em [A], a vazão w em $[m^3/s]$ e a altura do canal em [m].

A vazão w em $[m^3/s]$ fornecida pela bomba EM, neste caso ela deve ser calculada em função da perda de carga ΔP no circuito em $[N/m^2]$, por:

$$w = \frac{a}{B} * \left[I * \left(\frac{R_w * R_b}{R_w + R_b} \right) - \frac{\Delta P * a}{B} * \left(R_e + \frac{R_w * R_b}{R_w + R_b} \right) \right] \quad (20)$$

Para a avaliação do desempenho da bomba EM de corrente contínua foi utilizado o circuito dinâmico de mercúrio, apresentado na Figura 9.

Nos ensaios de vazão, esta é controlada pelas correntes elétricas fornecidas: principal à bomba e de campo às bobinas. Os valores de vazão são obtidos pelo medidor de vazão

eletromagnético MV e podem ser lidos em litros por minuto (l/min) no sistema de aquisição de dados SD.

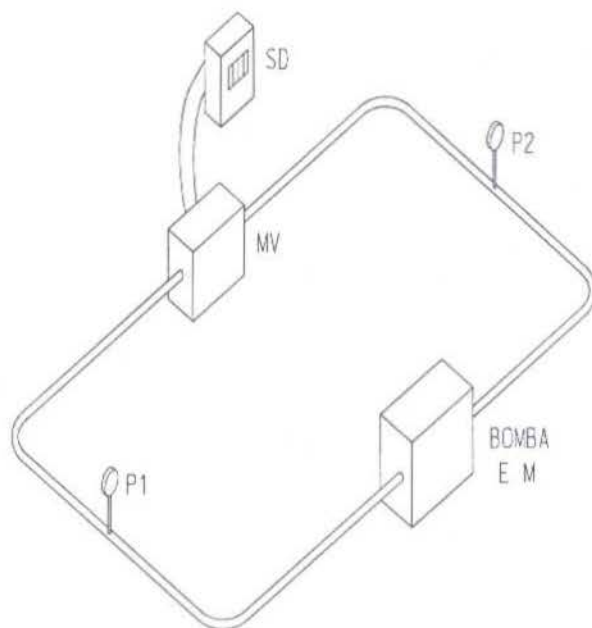


Figura 9: Esquema do circuito dinâmico de mercúrio para avaliação de bombas EM.

Apresenta-se na Figura 10 as curvas de vazão da bomba eletromagnética de corrente contínua com magneto tipo "C", no circuito dinâmico de mercúrio. Nota-se que como esperado a vazão fornecida pela bomba EM depende diretamente dos valores das correntes de campo e principal. Consegue-se com o controle destas correntes vazões de até aproximadamente seis [l/min], observa-se que este limite está associado às limitações das fontes de corrente utilizadas.

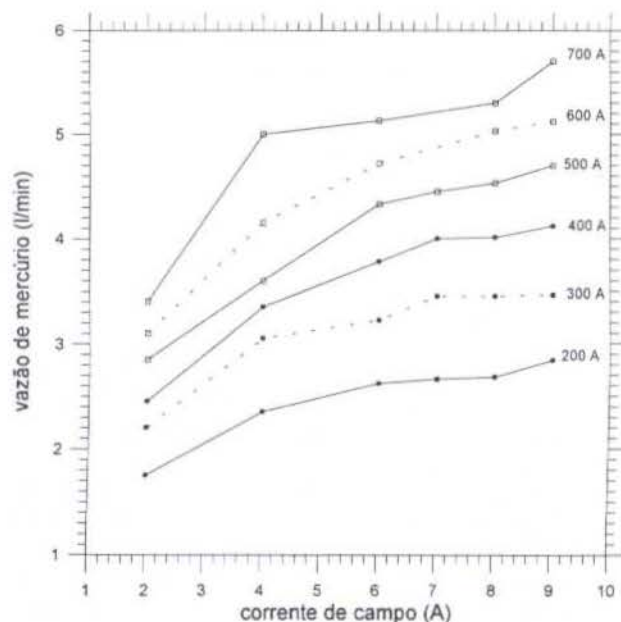


Figura 10: Curvas experimentais de vazão da bomba.

No Instituto de Estudos Avançados foi desenvolvida a primeira bomba eletromagnética de corrente contínua nacional (com magneto tipo "C" em aço SAE1020 e bobinas para se obter o campo magnético desejado), que funcionou satisfatoriamente em ensaios estáticos e dinâmicos, em circuitos fechados a mercúrio especialmente desenvolvidos para este fim.

Comparando-se os dados teóricos e experimentais de campo magnético médio, no centro do entreferro do magneto tipo "C" da bomba EM, observa-se que para pequenas correntes de campo, imposta às bobinas, tem-se resultados praticamente iguais; nota-se ainda, que a diferença se acentua para valores maiores de correntes de campo, devido a saturação do magneto.

A avaliação teórica da pressão estática, da bomba eletromagnética de corrente contínua com magneto tipo "C", é maior que o valor da pressão estática experimental para altas correntes impostas à bomba EM. Observa-se que a média das diferenças obtidas representam uma boa concordância, em termos de projeto de engenharia, com erros inferiores a 20%. Deve-se ainda considerar que há imprecisões associadas ao modelo teórico de cálculos de campo magnético médio. Logo, os programas e os projetos das bombas EM em desenvolvimento deverão observar este fato, para a definição dos futuros fatores de ajuste, no cálculo teórico de pressão estática de bombas eletromagnéticas de corrente contínua.

Neste trabalho apresentaram-se as curvas experimentais de vazão da bomba eletromagnética de corrente contínua com magneto tipo "C", no circuito dinâmico de mercúrio. Nota-se que como esperado a vazão fornecida pela bomba EM depende diretamente dos valores das correntes de campo e principal. Consegue-se com o controle destas correntes vazões de até aproximadamente seis [l/min], observa-se que este limite está associado às limitações das fontes de corrente utilizadas. A comparação dos dados experimentais com os respectivos cálculos teóricos de vazão e de diferença de pressão será objeto de um próximo trabalho.

Os dados obtidos nos ensaios experimentais demonstraram a importância de se desenvolver modelos matemáticos específicos para cada fenômeno estudado. Além disto, a comparação teórico-experimental determina os fatores de ajuste dos programas computacionais de simulação, o que torna o desenvolvimento de cada novo projeto de bomba eletromagnética de corrente contínua mais barato. Este tipo de equipamento tem aplicação direta em sistemas de transporte de calor que utilizam metais líquidos como fluido de trabalho, como é o caso dos reatores rápidos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Borges E. M., 1991, "Desenvolvimento e Simulação Computacional de Bombas Eletromagnéticas Termoelétricas para o Controle do Escoamento em Reatores Nucleares Espaciais Refrigerados a Metal Líquido". Tese de Doutorado ITA, São José dos Campos, SP, Brasil.

Borges, E. M.; et al., 1994, "Concepção de um Reator Rápido Experimental para o Brasil". V Congresso Geral de Energia Nuclear, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Kwant, W.; et al., "PRISM Reactor Design and Development". Safety of Next Generation Power Reactors Meeting, Washington, USA, 1988.

Lentz, G. L.; et al., 1985, "EBR-II - Twenty Years of Operation Experience". Symposium on Fast Breeder Reactors: Experience and Trends, Lyon, France.

Electromagnetic pumps are used for controlling the flow in "LMFBR" cooling systems. The electromagnetic pump's working principle is based upon Faraday's law. The resulting force due to the interaction between the main electric current and the magnetic field can be calculated considering their amplitudes and orientations. In this paper it shows the development of electromagnetic DC pumps with C-type magnet in IEAv. The theoretical results of magnetic field and static pressure are compared with experimental measurements. Flow dynamic data are presented.

TRANSFERENCIA DE MASA EN PROCESOS DE DISOLUCIÓN Y DE REACCIÓN QUÍMICA DE PARTÍCULAS SUSPENDIDAS EN LÍQUIDOS AGITADOS Y ESTANCOS

Montiel, Graciela[#]- Avanza, Jorge[#]- Quiroga, Oscar[##]

[#] Facultad de Ciencias Exactas - Universidad Nacional del Nordeste

9 de Julio 1449 - C.P. 3400 - Corrientes - Argentina

[##] INIQI - Universidad Nacional de Salta-

Buenos Aires 177 - C.P. 4400- Salta - Argentina

RESUMEN

Se estudió el fenómeno de transferencia de masa por convección entre un sólido y un líquido, ya sea que éste se halle estanco o en movimiento con el propósito de desarrollar técnicas experimentales para medir los coeficientes de transferencia de masa k_c , como así también métodos de cálculo numérico para estimarlos libres de la presencia de coeficientes cinéticos asociados a las otras etapas involucradas en la disolución; se compararon también las estimaciones que se obtienen de k_c por el método de disolución de sólidos, con las del método de reacción; y se desarrollaron, analizaron y seleccionaron correlaciones del tipo $Sh=Sh(Re, Gr, Sc, \text{parámetros geométricos})$.

INTRODUCCIÓN:

La transferencia de masa es una de las etapas involucradas en la disolución de sólidos en líquidos, en la sublimación de sólidos y en las reacciones heterogéneas, tanto catalíticas como no catalíticas; y como tal, a los efectos del modelado cinético de estos procesos, se debe contar con la información necesaria para cuantificar la velocidad de esta etapa.

Existen diversos métodos experimentales para medir los coeficientes de transferencia de masa, k_c . Entre los más utilizados, los que son analizados en este trabajo, tenemos los que se basan en datos cinéticos de:

- a) una reacción sólido-líquido no catalítica que procede en régimen de control por transferencia de masa, y;
- b) disolución de sólidos en líquidos.

Al utilizar el método basado en datos cinéticos de la disolución de sólidos en líquidos para medir k_c , hemos podido observar que no siempre la velocidad de este proceso está verdaderamente controlada por la velocidad de transferencia convectiva de masa. En efecto, en algunos experimentos pudo observarse que la velocidad de la disolución procede en una suerte de régimen de control combinado por la velocidad de las dos etapas involucradas. Estas observaciones nos permitieron inferir que en algunos casos lo que se está midiendo experimentalmente es un coeficiente cinético global k_{ob} y no precisamente k_c .

Existen numerosas publicaciones, cuyo tema principal es la evaluación cuantitativa de los efectos que tienen, sobre la velocidad de transferencia de masa sólido-líquido, las distintas variables físicas, químicas y geométricas del sistema. Entre los principales trabajos, relacionados específicamente con el fenómeno de transferencia convectiva de masa sólido-líquido en tanques agitados, tenemos los de: Hixson y Baum (1941 - 1942); Humphrey y Van Ness (1957); Barker y Treybal (1960); Nagata y col. (1960); Calderbank y Moo-Young (1961); Nienow (1969); Levins y Glastonbury (1972); Sano y col. (1974); Kulov y col. (1983), y; la revisión de Upadhyay y col. (1994).

Aunque todos estos trabajos tienen en común el hecho de haber supuesto que la velocidad de la disolución es controlada por la difusión, a través de ellos se observan nuevas controversias como consecuencia de las distintas teorías que proponen sus

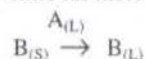
autores para cuantificar los efectos que tienen sobre k_c las variables físicas, químicas y geométricas que se hallan involucradas en estos sistemas, dando como resultado final un conjunto de correlaciones diferentes. Esta abundancia de correlaciones, en lugar de facilitar la resolución de problemas ingenieriles relacionados con el diseño de sistemas sólido-líquido en tanques agitados, más bien crea confusión.

Con la finalidad de contribuir a la dilucidación de lo planteado anteriormente, este trabajo se centralizó en:

- i) estudiar en mayor detalle la cinética de la disolución de sólidos en líquidos;
- ii) desarrollar técnicas experimentales para medir los coeficientes k_c ;
- iii) desarrollar métodos de cálculo numérico para estimar los coeficientes k_c , libres de la presencia de coeficientes cinéticos asociados a las otras etapas involucradas en la disolución;
- iv) comparar las estimaciones que se obtienen de k_c por el método de disolución de sólidos, con las del método de reacción $I_2 - Zn$;
- v) desarrollar, analizar y seleccionar correlaciones del tipo $Sh=Sh(Re, Gr, Sc, \text{parámetros geométricos})$.

DISOLUCIÓN

Disolución es el proceso de dispersión de un soluto, sea como moléculas, sea como iones, entre las moléculas de un disolvente.



Aunque la disolución de una sustancia en un disolvente podría aparecer como uno de los fenómenos químicos más sencillos, resulta de hecho bastante complejo. Este proceso pone en juego varios fenómenos, unos que dependen del soluto y de su estado, otros dependen del solvente y de sus características. En primer lugar es preciso que las moléculas o los iones del soluto se separen unos de otros, debiendo para ello vencerse las fuerzas de cohesión que las mantienen unidas entre sí en el sólido, para insertarse a continuación entre las moléculas del solvente. Ello va acompañado por interacciones entre las especies del soluto y del disolvente, fenómeno que se denomina *solvatación* o si el disolvente es agua, *hidratación*.

En el caso de disolución de un cristal iónico, cada uno de los iones de su superficie es rodeado por las moléculas del disolvente, y debido a las interacciones que pueden ejercer sobre ellos, estos iones así envueltos se separan del cristal y se esparcen en el líquido. Esta última fase de la disolución es más fácil cuanto más alto es el valor de constante dieléctrica del disolvente.

Cuando una reacción química ocurre en un sistema heterogéneo, a los efectos químicos específicos se superponen ciertos factores interfaciales y de transporte que operan en los alrededores de las fases. Estos factores, tienen influencia sobre la velocidad del cambio químico observado. Ellos deben analizarse específicamente para cada par sólido-fluido y sistema experimental seleccionado. A los efectos de usar una reacción química para la medida del k_c debe tratarse de una reacción de alta constante de equilibrio, es decir prácticamente irreversible.

Ecuaciones generales del modelado

Consideremos un sistema constituido por:

- a) partícula única
- b) medio fluido
 - b-1) disolvente, líquido o gas
 - b-2) fluido conteniendo un reactivo
- c) partícula sólida no disgregable, no aglomerable, no sinterizable

bajo estas hipótesis: *la variación de la masa de la partícula reactante se debe únicamente a fenómenos de sublimación, de disolución en un medio líquido o de reacción química con el fluido que la rodea.*

La velocidad de cambio que experimenta la masa de la partícula en un proceso de transformación fluido-sólido reactivo, que contiene las hipótesis anteriores está dada por la ecuación que se da a continuación:

$$\frac{dM_p}{dt} = \int_{\Omega} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_F) dS = -n_F \Omega \quad (1)$$

con: M_p masa de la partícula

Ω superficie externa de la partícula

t tiempo

\mathbf{n} vector unitario normal a Ω

\mathbf{n}_F vector densidad de flujo de masa total de las especies

químicas fluidas.

n_F flujo másico medio total de las especies químicas fluidas evaluado en Ω y calculado como:

$$n_F = \sum_{i=1}^I n_i = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \sum_{i=1}^I (-\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_i) dS \quad (2)$$

donde:

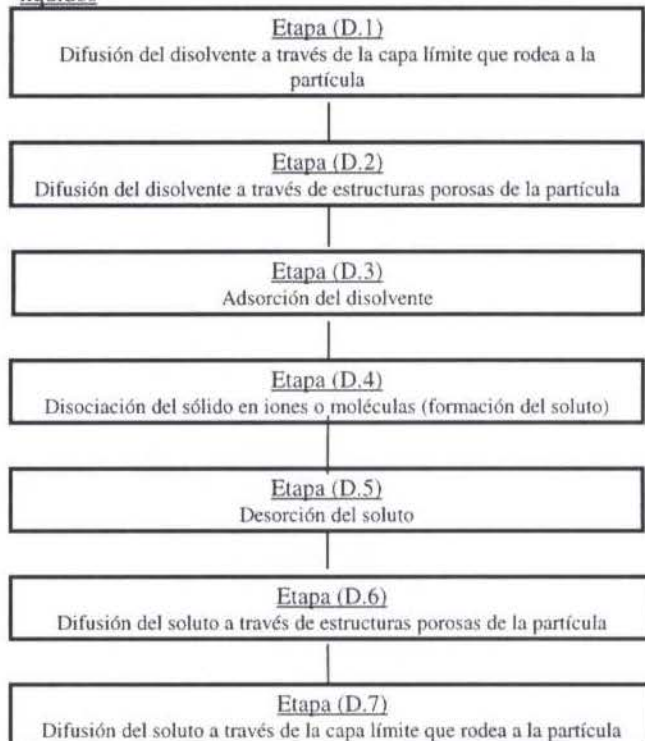
\mathbf{n}_i es el vector densidad de flujo de masa de la i -ésima especie química fluida

n_i es su flujo másico medio evaluado en Ω

I es el número de especies químicas fluidas

La formulación de n_F en función de los flujos másicos de las especies químicas fluidas, n_i , requiere el conocimiento de la estequiometría de la transformación estudiada y la formulación de un modelo cinético.

Etapas involucradas en las disoluciones de sólidos en líquidos



Si nos circunscribimos a partículas compactas, es decir con porosidad tendiendo a 0, las etapas D-2 y D-6 no estarán involucradas.

Para esta situación particular se presentan los siguientes regímenes:

Régimen D-I o régimen de control por transferencia de masa - la velocidad de la disolución es controlada por la velocidad de las Etapas (D.1) o (D.7).

Régimen D-II o régimen de control químico - la velocidad de la disolución es controlada por la velocidad de la Etapa (D.4) o, a través de un mecanismo combinado, por las velocidades de las Etapas (D.3) a (D.5).

Régimen D-III o régimen de control mixto - las velocidades de las Etapas (D.1), (D.3) a (D.6) y (D.7) son todas del mismo orden de magnitud.

Régimen D-IV o régimen de control combinado - las velocidades de dos etapas son del mismo orden de magnitud.

Para el caso de un sólido no poroso constituido por un único reactivo B, la ecuación (1) en términos de conversión será:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{m_B N_B \Omega}{M^0} \quad (3)$$

con X definido como:

$$X = \frac{(M^0 - M)}{M^0} = \frac{M_B}{M^0} \quad (4)$$

N_B = flujo molar medio del soluto B evaluado en Ω

Ω = superficie externa de la partícula

m_B = peso molecular de B

M^0 = masa de la partícula reactante a tiempo $t=0$

M = masa de la partícula reactante a tiempo $t=t$

M_B = masa de soluto B que reaccionó

Las ecuaciones auxiliares y relaciones de vínculo son:

- **Superficie externa**, Ω , para partículas de geometría simple (Quiroga y col., 1996)

$$\Omega = \Omega^0 (1 - X)^{m/(m+1)} \quad (5)$$

$$\frac{\Omega \cdot \ell^0}{V^*} = 2(1 + m) \quad (6)$$

m = factor de forma de la partícula ($m = 0$, láminas o discos; $m = 1$, agujas; $m = 2$, esferas).

Ω^0 = superficie externa de la partícula a $t=0$

ℓ^0 = longitud característica inicial de la partícula

La superficie externa es coincidente con la interfase y es uniformemente reactiva.

Las relaciones de vínculo de C_B y de C_A con X (para contactores del tipo tanque agitado discontinuo) que se consideraron son:

$$C_B = \frac{C_{B^*}(1 + \alpha)YX}{1 + \alpha YX} \quad (7)$$

$$C_A^* = \frac{M_{A^*}}{m_A V_{L^*}} \quad \text{y} \quad C_{A^*} = \frac{M_A}{m_A V_{L^*}} \quad (8 \text{ a,b})$$

$$\text{con} \quad Y = \frac{M^*}{m_B C_{B^*} V_{L^*}} \quad (9)$$

Donde se tuvo en cuenta que la variación que experimenta V_L durante la disolución estudiada por Wilhelm et al.(1941), quienes propusieron el siguiente modelo:

$$V_L = \left[1 + \frac{\alpha M^* X}{M_{B^*}} \right] V_{A^*} \quad (10)$$

sujeto a la restricción:

$$V_L^* = (1 + \alpha) V_{A^*} \quad (11)$$

α = coeficiente de expansión lineal de volumen, que puede calcularse mediante la siguiente expresión:

$$\alpha = \frac{\rho_A - \rho_L^*}{\rho_L^*} + \frac{\rho_A M_{B^*}}{\rho_L^* M_A} \quad (12)$$

C_{A^*} = concentración molar del solvente a $t=0$

C_A = concentración molar de solvente a $t=t$

C_{B^*} = concentración molar de saturación del soluto

C_B = concentración molar de soluto a $t=t$

M_A = masa de solvente A a $t=t$

M_{A^*} = masa de disolvente A a $t=0$

V_{L^*} = volumen de la fase líquida en el punto de saturación de la solución

V_L = volumen de la fase líquida

V_{A^*} = volumen inicial del solvente puro

ρ_A = densidad del solvente puro

ρ_L^* = densidad de la solución en el punto de saturación

Para la generalidad de las soluciones, los valores de α se hallan comprendidos entre 0 y 0.1, y en muy pocos casos se presentan valores menores que 0.

- Flujo molar, N_B

$$N_B = k_c (C_{B^*} - C_B) \quad (13)$$

Sistema experimental

Se trabajó con naftaleno puro, como sólido B, y como solvente alcoholes (metanol, etanol, butanol). Como reactor se utilizó un recipiente cilíndrico de 15 cm de altura y 5 cm de diámetro, termostatzado, provisto de un agitador de dos palas de 3 cm de diámetro, al que se sujetó una canastilla de material inerte que contenía la partícula reactante. El seguimiento de la reacción se efectuó por medida espectrométrica en el UV de la concentración de naftaleno en la solución a distintos tiempos.

La velocidad de la disolución depende de:

propiedades fisicoquímicas: la concentración molar del soluto en el punto de saturación: C_{B^*} ; la densidad de la solución: ρ_L ; el coeficiente de expansión lineal: α ; la viscosidad de la solución: μ_L ; el coeficiente de difusividad del soluto: D_{AB}

variables experimentales independientes: la temperatura, T

la forma de la partícula, a través de la cual se especifica el coeficiente m ; la longitud característica inicial de la partícula, ℓ^0 ; el factor de saturación, Y; el tiempo de contacto, t; velocidad de rotación del impulsor de flujo, n_r .

Niveles de los factores:

Temperatura: T (0°C, 5°C, 10°C, 15°C, 20°C, 25°C, 30°C)

Forma de la partícula: esférica, $m = 2$.

Longitud característica: 0.8 cm < ℓ^0 < 2 cm.

Factor de saturación: Y (0.08; 0.2; 0.3; 0.5; 0.6)

Velocidad de rotación del impulsor de flujo: n_r (0; 200 rpm; 400 rpm; 650 rpm; 800 rpm).

Las propiedades fisicoquímicas fueron medidas experimentalmente dentro del rango de la variable temperatura y se correlacionaron a través de ecuaciones lineales (ρ , C, T); (μ , C, T). El coeficiente de difusividad para los experimentos de disolución se calcularon a partir de la ecuación de Wilke-Chang para soluciones de no electrolitos.

Con la finalidad de discriminar el régimen de velocidad, se realizaron experimentos cinéticos de disolución de naftaleno en alcoholes con velocidad de agitación variable y sin agitación. Para esta última situación se utilizó como reactor un recipiente cilíndrico de 3 l de capacidad útil, termostatzado, en el centro del volumen de solvente se sujetó a la partícula sólida, la que para asegurar su posición se adicionó un peso constante. El seguimiento de la disolución se efectuó por pesada.

Tratamiento cinético de la disolución de naftaleno en alcoholes a velocidad de agitación variable

La correlación por el modelo de disolución en Régimen D-I da lugar a la ecuación (14), la que resulta de combinar la ec.(3) con las ecs. (5), (6), (7) y (13).

$$\frac{dX}{dt} = \frac{2(1+m)m_B k_c C_{B^*} (1-YX)(1-X)^{m/(1-m)}}{\rho L^* (1 + \alpha_Y YX)} \quad (14)$$

Que tiene la siguiente forma integral

$$\tau = -a_v (1-u) + \frac{(1+a_v)}{6YQ^2} \ln \left[\frac{(1+Q)^2(Q^2+u^2)}{(Q^2+u^2)(1+Q^2)} \right] + \frac{1}{YQ^2 3^{1/2}} \operatorname{arctg} \left[\frac{3^{1/2} 2Q(1-u)}{3Q^2 + (Q-2)(Q-2u)} \right] \quad (15)$$

con

$$\tau = \frac{2m_B k_c C_{B^*} t}{\rho d_p^*} \quad Q^3 = (1-Y)/Y \quad u^3 = 1-X \quad (16a,b,c)$$

con $\ell^0 = d_p^*$ = diámetro inicial de la partícula esférica.

En la figura (1) se presentan, a modo de ejemplo, los resultados para la disolución de naftaleno en metanol correlacionados a través de la ec. 15.

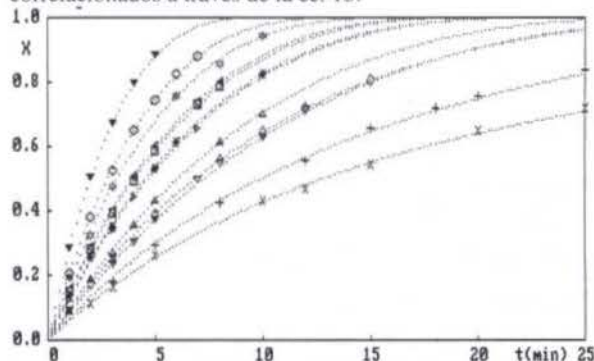


Figura 1: datos experimentales X vs t y curvas teóricas (ec. 15), para la disolución de naftaleno en metanol para distintas situaciones de variables independientes.

Correlaciones de k_c en función de las variables físicas, químicas y geométricas del sistema.

Los efectos de las variables físicas y químicas del sistema, se cuantificaron a través de correlaciones del tipo:

$$Sh = a_1 Re^{a_2} Sc^{a_3} \quad (17)$$

con: $Sh = k_c L / D_{AB}$ y $Re = \rho_A L v / \mu$.

Para la longitud característica, L , y la velocidad, v se adoptaron diferentes definiciones:

$$Sh_1 = \frac{k_c d_p}{D_{AB}} \quad (18) \quad Sh_2 = \frac{k_c d_a}{D_{AB}} \quad (19)$$

$$Re_1 = \frac{\rho_A d_p d_a n_r}{\mu} \quad (20) \quad Re_2 = \frac{\rho_A d_p^2 n_r}{\mu} \quad (21)$$

donde: d_p = diámetro de la partícula; d_a = diámetro del impulsor de flujo, y n_r = velocidad de rotación del impulsor de flujo.

Se encontró que la mejor de todas corresponde a:

$$L = d_p \quad \text{y} \quad v = n_r d_a$$

Por regresión lineal se estimaron los parámetros adjuntos: a_1, a_2, a_3 y se calcularon las siguientes variables estadísticas:

- a) el error asociado a la j -ésima estima de $k_{c,j}$ a través de la v -ésima correlación $e_{j,v} = k_{c,j} - k_{c,ca,j,v}$

- b) la varianza adjunta a la v -ésima correlación

$$s_v^2 = \frac{\sum_{j=1}^{Nd} e_{j,v}^2}{Nd - Np_v} \quad (22)$$

- c) el error medio de regresión adjunto a la v -ésima correlación

$$\langle \epsilon_v \rangle = \pm \left[\frac{\sum_{j=1}^{Nd} (e_{j,v}^2)}{Nd} \right]^{1/2} \quad (23)$$

Se analizaron las estimas de la varianza, s_v^2 , y de los coeficientes a_1, a_2, a_3 adjuntos a cada correlación.

Tabla 1: Resumen de los coeficientes estimados para cada una de las correlaciones y cada uno de los alcoholes

Correlación 1 $Sh_1 = a_1 R_1^{a_2} Sc^{a_3}$				
	a_1	a_2	a_3	$\langle \epsilon_r(\%) \rangle$
Metanol	0.3382	0.6951	0.4343	2.27
Etanol	0.1753	0.7706	0.4242	2.83
Butanol	1.6280	0.5215	0.3310	1.23
Correlación 2 $Sh_1 = a_1 R_2^{a_2} Sc^{a_3}$				
Metanol	1.8500	0.5245	0.4321	5.60
Etanol	0.3420	0.7060	0.4745	5.59
Butanol	1.3440	0.5183	0.3987	0.72
Correlación 3 $Sh_2 = a_1 R_1^{a_2} Sc^{a_3}$				
Metanol	1.7420	0.5306	0.4980	10.29
Etanol	0.1470	0.7700	0.5587	5.97
Butanol	1.0010	0.5263	0.4669	1.45
Correlación 4 $Sh_2 = a_1 R_2^{a_2} Sc^{a_3}$				
Metanol	32.2300	0.2377	0.4060	15.51
Etanol	0.7567	0.6286	0.5450	11.39
Butanol	3.399	0.3944	0.4556	2.94

Estos resultados nos indican que:

1) en relación a Sh_1 , los resultados del metanol y del butanol están comprendidos dentro de los límites inferior y superior del etanol;

2) con respecto a Re_1 y a Re_2 , los resultados del metanol están comprendidos dentro de los límites superior e inferior del etanol, mientras que los del butanol se hallan contenidos parcialmente,

pudiendo decirse que entre los datos de éste y los del etanol se ha conseguido ampliar la escala de este factor;

3) con respecto a Sc , se observa que cada uno de los alcoholes tiene sus propios límites inferior y superior, de modo tal que no hay solapamiento entre ellos, es decir que cada uno de los alcoholes ha sido experimentado a valores totalmente diferentes de Sc . Es precisamente esta última observación la que nos lleva a pensar que la forma funcional o los coeficiente de $Sh(Re, Sc)$ puede variar a través del amplio rango de valores que ha tomado Sc .

Mediante el tratamiento conjunto de los coeficientes k_c asociados a los experimentos se obtuvo como mejor correlación la siguiente:

$$\frac{k_c d_p}{D_{AB}} = 0.9766 \left[\frac{\rho_L d_a d_p n_r}{\mu} \right]^{0.679} \left[\frac{\mu}{\rho_L D_{AB}} \right]^{0.286} \quad (24)$$

- Datos estadísticos: $\langle \epsilon_r \rangle = \pm 3.11 (\%)$

$$| \epsilon_{max} | = 7.2\% \quad s^2 = 9.68 \cdot 10^{-4}$$

- Límites de validez de la ec.(24):

$$5.2 \cdot 10^2 \leq Sh \leq 1.9 \cdot 10^3$$

$$4.3 \cdot 10^2 \leq Sc \leq 2.2 \cdot 10^4$$

$$1.55 \cdot 10^2 \leq Re \leq 2.8 \cdot 10^3$$

Tratamiento cinético de la disolución de naftaleno en alcoholes estancos

Por el tratamiento de los datos experimentales obtenidos en la disolución de naftaleno en distintos alcoholes sin agitación se propone que el control es debido a un mecanismo combinado por las velocidades de las Etapas (D.4) y (D.7) -Régimen D-II-.

Se consideró que el tiempo requerido para que el solvente disocie las moléculas sólidas ubicadas en la superficie interfacial de la partícula reactante, y para la migración de moléculas, o iones, del soluto desde la zona de disociación hacia el seno de la fase líquida.

La forma de la expresión de velocidad para la etapa (D.7) es:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{2(1+m)m_B k_c (C_{B\Omega} - C_B)(1-X)^{m/(1+m)}}{\rho l^2} \quad (25)$$

y para la etapa (D.4):

$$\frac{dC_{B\Omega}}{dt} = k_c k_d \frac{(C_B - \frac{C_{B\Omega}}{K})}{D_{AB}} \quad (26)$$

De la combinación de las ecs. (25) y (26) surge la expresión integrada para $m=2$:

$$X = 1 - \{ 1 - h[\gamma + e^{-\gamma^2} - 1] / \gamma \}^3 \quad (27)$$

$$h = \frac{2 m_B k_c C_{B\Omega}}{\rho M} \quad (28) \quad \gamma = \frac{\Omega k_d}{V_R D_{AB}} \quad (29)$$

y γ dada por la hipótesis más probable de V_R , que surge del análisis de los datos de Nagata y col.(1960) para la disolución de NaCl en agua.

$$V_R = V_\delta = \frac{\sigma_v \Omega \delta}{\sigma_\Omega} \quad \text{con lo que resulta: } \gamma = \frac{k_c k_d}{K D_{AB}} \quad (30)$$

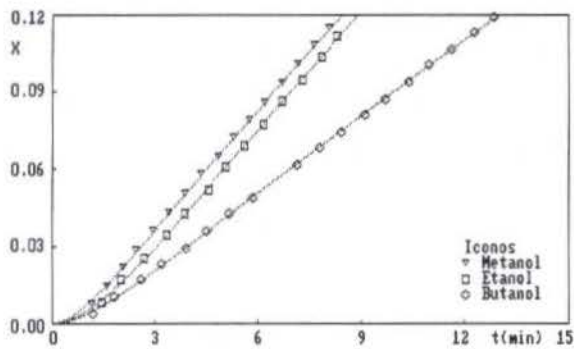


Figura 2: Resultados del tratamiento de regresión no lineal de datos experimentales de la disolución de naftaleno en alcoholes estancos (ec. 27).

Tabla 2: Correlación de datos experimentales de la disolución de naftaleno en alcoholes estancos, mediante la ec.(27).

Alcohol	Variables de optimización					Coeficientes cinéticos				
	Nx	a.10 ⁻²	x ₁	x ₂	s ² .10 ⁷	k _c	k _d	V _R =V _L	V _R =V _p	V _R
metanol	16	7.39	0.054	1.34	2.19	0.073	13.076	0.00845	0.00041	
etanol	13	8.46	0.087	0.74	4.36	0.065	11.411	0.00683	0.00023	
butanol	18	9.05	0.041	0.92	1.96	0.039	20.783	0.01757	0.00037	

A través de la buena correlación que se observa en la Figura 2, y de los valores bajos de las varianzas, s^2 , que se dan en la Tabla 2, se infiere que el modelo (27) es apropiado para correlacionar datos experimentales de la disolución de naftaleno en alcoholes estancos. De estas observaciones, y teniendo presente las hipótesis que se adoptaron en el desarrollo de este modelo, se concluye que *hay una buena probabilidad de que la disolución de sólidos en líquidos se inicia en Régimen D-II y continúa luego en Régimen D-I*.

Conclusiones acerca de la disolución de sólidos en líquidos

Si en la representación gráfica de los datos experimentales no se observa la presencia de un tiempo de inducción, entonces la velocidad de la disolución procede en Régimen D-I, y los datos experimentales deben correlacionarse por los modelos tradicionales. En cambio, si en la representación gráfica de los datos experimentales se observa la presencia de un tiempo de inducción, entonces la velocidad de la disolución se inicia en Régimen D-II y continúa luego en Régimen D-I.

Se ha comprobado que, en términos generales, la velocidad de la disolución de sólidos en líquidos se inicia en Régimen D-II y continúa luego en Régimen D-I. Este hecho se pone de manifiesto por la presencia de un tiempo de inducción, siendo interesante destacar que pasa desapercibido en algunos sistemas experimentales, mientras que en otros resulta altamente notorio.

REACCIÓN LÍQUIDO-SÓLIDO REACTIVO CONTROLADA POR TRANSFERENCIA DE MASA

La selección del sistema experimental se basó sobre las siguientes hipótesis:

- la superficie externa de la partícula es uniformemente reactiva y coincidente con la interfase reaccional, $\Omega = \Omega_r$,
- la velocidad de la reacción es controlada por la difusión del reactivo líquido a través de la capa límite que rodea a la partícula reactante.

El sistema experimental utilizado tiene como esquema general de reacción: $aA_{(F)} + bB_{(S)} \rightarrow qQ_{(F)}$

A: soluciones acuosas de iodo-ioduro de potasio; B: zinc puro; Q: ioduro de zinc; a=b=q=1

La velocidad de la reacción depende de:

propiedades fisicoquímicas: la densidad de la solución: ρ_L ; la viscosidad de la solución: μ_L ; el coeficiente de difusividad del soluto: D_{AB} .

variables experimentales independientes: concentración inicial de reactivo fluido, C_A ; la temperatura, T; la forma de la partícula dado por el factor de forma m ; la longitud característica inicial de la partícula, ℓ^0 ; el factor de exceso estequiométrico, Y_A ; el tiempo de contacto, t ; velocidad de rotación del impulsor de flujo, n_r .

Niveles de los factores:

Temperatura: $0^\circ C \leq T \leq 30^\circ C$

Forma de la partícula: $m = 0$ y $m = 2$

Longitud característica: $0.3 \text{ cm} < \ell^0 < 0.45 \text{ cm}$.

Factor de saturación: $0.05 < Y < 1$

Velocidad de rotación del impulsor de flujo: n_r (180rpm, 200 rpm; 400 rpm; 650 rpm; 700 rpm; 900 rpm; 1400rpm).

El coeficiente de difusividad para los experimentos de reacción química se calcularon a partir de la ecuación de Edgar y Diggs. Las propiedades fisicoquímicas densidad de la solución y viscosidad fueron medidas experimentalmente para cada situación cinética estudiada.

Las condiciones experimentales de trabajo fueron: fue usada una única partícula sólida no porosa (granalla); el reactor experimental utilizado fue el mismo que para los experimentos de disolución con velocidad de agitación variable; el seguimiento de la reacción se efectuó por iodometría.

La ecuación de correlación utilizada:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{bm_B \Omega^2 k_c C_A (1-X)^p (1-Y_A X)}{M^*} \quad (31)$$

$$\Omega_r = \Omega^* (1-X)^{m/(1+m)} \quad (32)$$

$$\text{con: } \frac{\Omega_r^2 t}{V^*} = 2(1+m) \quad (33) \quad Y_A = \frac{M^*}{m_B C_A V_L} \quad (34)$$

Se comprobó que el valor de p que presenta menor varianza es $p=2/3$, ($m=2$) por lo que la forma integrada de análisis de datos adoptada fue:

$$\tau = -a_v (1-u) + \frac{(1+a_v)}{6YQ^2} \ln \left[\frac{(1+Q)^2 (Q^2+u^2)}{(Q^2+u^2)(1+Q^2)} \right] + \frac{1}{YQ^2} \text{arctg} \left[\frac{3^{1/2} 2Q(1-u)}{3Q^2 + (Q-2)(Q-2u)} \right] \quad (35)$$

con

$$\tau = \frac{2bm_B k_c C_A t}{\rho d_p^2}; \quad Q^3 = (1-Y)/Y; \quad u^3 = 1-X \quad (36a,b,c)$$

En el tratamiento de los datos experimentales de provenientes de granallas de zinc en canasta, pudo observarse que:

- el modelado de la reacción, con modelos de r_S y de Ω seleccionados mediante la información que se obtuvo en la experimentación previa, era apropiado para el tratamiento cinético de los datos experimentales;
- las estimas de los coeficientes cinéticos difieren muy poco de los que predice la ec.(24) para k_c .

Respecto de las correlaciones 1 a 4

El tratamiento de los coeficientes cinéticos por las Correlaciones 1 a 4, da como resultado valores de coeficientes a_1 , a_2 y a_3 , y de los parámetros estadísticos $\langle \epsilon \rangle$ y s^2 , que son del orden de los que se obtuvieron en el tratamiento de datos experimentales de la disolución de naftaleno en alcoholes.

Correlación de k_c en función de las variables del sistema

Suponiendo que la velocidad de la reacción procede en régimen de control por transferencia de masa, se procedió a

correlacionar las estimas de k_c con las variables del sistema.

Se observó que del procesamiento de los datos es imposible discriminar entre las tres primeras correlaciones, hecho que se había presentado anteriormente con los datos de la disolución de naftaleno en butanol.

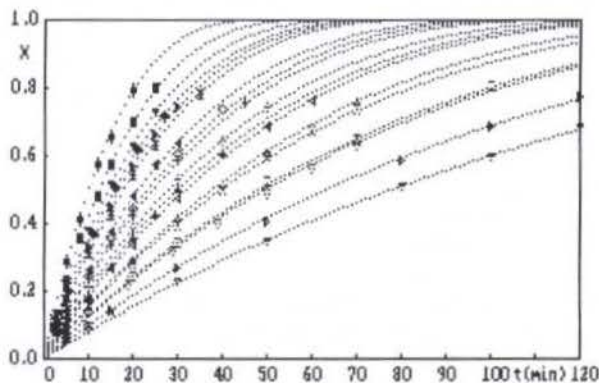


Figura 3: Correlación de datos experimentales con el modelo propuesto para la reacción de granallas esféricas de zinc en canasta con soluciones de acuosas de yodo (ec. 31).

TRATAMIENTO CONJUNTO DE LOS DATOS DE DISOLUCIÓN Y DE REACCIÓN QUÍMICA

Para el tratamiento conjunto de todos los datos se tiene en cuenta que todos los experimentos se realizaron en el mismo equipo, y que satisfacen la siguiente hipótesis: *en cada uno de los experimentos, la velocidad del proceso procede en régimen de control por transferencia de masa.*

Se obtuvo la siguiente correlación como la mejor de todas:

$$\frac{k_c d_p}{D_{AB}} = 0.8109 \left[\frac{\rho_L d_a d_p n_r}{\mu} \right]^{0.701} \left[\frac{\mu}{\rho_L D_{AB}} \right]^{0.291} \quad (37)$$

- Datos estadísticos:

$$\langle \epsilon_r \rangle = \pm 3.97 (\%) \quad |\epsilon_{max}| = 14.4\% \quad s^2 = 1.58 \cdot 10^{-3}$$

Mediante regresión no lineal de la ec.(37) se reparametrizaron los coeficientes a_1 , a_2 y a_3 , los parámetros de asociación ϕ_A del etanol y del butanol, y el coeficiente de la ecuación de Edgar y Diggs, obteniéndose finalmente el siguiente resultado:

$$\frac{k_c d_p}{D_{AB}} = 0.5668 \left[\frac{\rho_L d_a d_p n_r}{\mu} \right]^{0.749} \left[\frac{\mu}{\rho_L D_{AB}} \right]^{0.292} \quad (38)$$

$$\phi_A = 1.597 \text{ para el etanol; } \phi_A = 0.845 \text{ para el butanol en}$$

la ec. de Wilke-Chang, y:

$$D_{AB} = 0.0529 (r_L / \mu)^{0.63} / 24 \text{ h. día}^{-1} / 60 \text{ día.min}^{-1} / 60 \text{ min.s}^{-1} \text{ [cm}^2/\text{s]} \text{ para el yodo, en la ec. De Edgar y Diggs.}$$

- error medio de regresión adjunto: $\langle \epsilon_r \rangle = \pm 2.59 (\%)$

- error absoluto puntual máximo: $|\epsilon| = 6.0 \%$

- varianza: $s^2 = 6.71 \cdot 10^{-4}$ Límites de validez de la ec.(38)

$$2.8 \cdot 10^2 \leq Sh \leq 1.9 \cdot 10^3$$

$$1.5 \cdot 10^2 \leq Re \leq 2.8 \cdot 10^3$$

$$3.6 \cdot 10^2 \leq Sc \leq 2.4 \cdot 10^4$$

CONCLUSIONES GENERALES

Se propone una metodología general para la obtención de valores de coeficientes de transferencia de masa en sistemas sólido-líquido a partir de datos cinéticos de procesos de disolución y reacciones químicas en contactores discontinuos.

Se pone especial énfasis en las precauciones que se deben tener al seleccionar el sistema experimental:

* para procesos de disolución, con tiempos de inducción bajos

* para reacciones heterogéneas simples no catalíticas, con etapa controlante E-0

Bajo estas premisas, es factible obtener coeficientes de transferencia puros, libres de otros coeficientes cinéticos asociados a otras etapas del proceso global.

REFERENCIAS

Barker, J. y R. E. Treybal, (1960); "Mass transfer coefficients for solids suspended in agitated liquids"; *A. I. Ch. E. J.*, **6**(2), 289.

Calderbank, P. H. y M. B. Moo-Young, (1961); "The continuous phase heat and mass transfer properties of dispersions"; *Chem. Eng. Sci.*, **16**, 39.

Hixson, A.W. y S. J. Baum, (1941); "Mass transfer coefficients in liquid-solid agitation systems"; *Indust. Eng. Chemistry*, **33**(4), 478.

Hixson, A.W. y S. J. Baum, (1942); "Performance of propeller in liquid-solid systems"; *Indust. Eng. Chemistry*, **34**(1), 120.

Humphrey, D.W. y H. C. Van Ness, (1957); "Mass transfer in a continuous flow mixing vessel"; *A. I. Ch. E. J.*, **3**(2), 283 (1957).

Kulov, N.N.; E. K. Nikolaishvili, V. M. Barabash, L. N. Braginski, V.A. Malyusov y N. M. Zhavoronkov, (1983); "Dissolution of solid particles suspended in agitated vessels"; *Chem. Eng. Commun.*, **21**, 259.

Levins, D.M. y J.R. Glastonbury, (1972); *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **50**, 132 (1972).

Nagata, S.; I. Yamaguchi, S. Yabuta y M. Harada, (1960); "Mass transfer in agitated liquid-solid systems"; *Mem. Fac. Eng. Kyoto Univ.*, **22**, 86.

Nienow, A. W. (1969); "Suspension of solid particles in turbine agitated baffled vessels"; *The Canadian Journal of Chemical Eng.*, **47**, 248 (1969).

Quiroga, O. D.; J. R. Avanza y A. J. Fusco, (1996); *Modelado Cinético de las Transformaciones Fluido-Sólido Reactivo, EUDENE* (Ed. Universidad Nacional del Nordeste, Argentina)

Sano, Y.; N. Yamaguchi y T. Adachi, (1974); "Mass transfer coefficients for suspended particles in agitated vessels and bubble columns"; *J. Chem. Eng. Jpn.*, **7**, 255 (1974).

Upadhyay, S. N.; B. N. Rai y V. Kumar, (1994); *Particle Suspension and Liquid-Solid Mass Transfer in Mechanically Agitated Vessel. Reviews in Chemical Eng.*, **10**, 1, (1994)

Wilhelm, R. H.; L. H. Conklin y T. C. Sauer, (1941); Rate of solution of crystals"; *Ind. Eng. Chem.*, **33**(4), 453.

Abstract

The mass transfer process mass between a solid and a liquid is analyzed with the purpose of developing experimental techniques in order to measure the mass transfer coefficients, k_c , likewise methods of numeric calculation in order to esteem them free of coefficients kinetic involved in the other stages of disolution; it were also compared to steems between method of solids disolution and reaction method; and it was developed, analyzed and selected correlations of the Sh type: $Sh=Sh$ (Re, Gr, Sc, geometrics parameters).

PREDICTION OF SUPERCRITICAL FLUID PROPERTIES FROM CUBIC EQUATIONS OF STATE WITH NEW INVERSION-BASED COHESION FUNCTIONS

María G. Castillo, Coray M. Colina and Claudio G. Olivera-Fuentes
 TADiP Group, Department of Thermodynamics and Transport Phenomena
 Simón Bolívar University
 AP89000 - Caracas 1080 - Venezuela

SUMMARY

New cohesion functions are developed for the Redlich-Kwong and Peng-Robinson cubic equations of state, in untranslated and translated forms, using a previously proposed procedure based on fitting Joule-Thomson inversion data. The new functions are tested against the BACK equation of state as reference standard, by computing different residual properties at reduced temperatures up to 4.5 and reduced pressures up to 10. Comparison with the original form of both equations of state shows that the new forms improve enthalpy prediction by as much as one order of magnitude, and may also give better values of other properties.

INTRODUCTION

Most cubic equations of state (EOS) of engineering interest can be written in generalized form, in terms of reduced variables $T_r = T/T_c$, $P_r = P/P_c$ and $v_R = P_c v / (RT_c)$, as:

$$P_r = \frac{T_r}{v_R - \Omega_b} - \frac{\Omega_{ac} \alpha(T_r)}{v_R^2 + k_1 \Omega_b v_R + k_2 \Omega_b^2} \quad (1)$$

where k_1 , k_2 , the critical cohesion parameter Ω_{ac} and the covolume parameter Ω_b are characteristic constants, e.g. $k_1 = 1$, $k_2 = 0$, $\Omega_{ac} = 0.42748\dots$, $\Omega_b = 0.08664\dots$ for the Redlich-Kwong (RK) and Soave-Redlich-Kwong (SRK) EOS; $k_1 = 2$, $k_2 = -1$, $\Omega_{ac} = 0.45723\dots$, $\Omega_b = 0.07779\dots$ for the Peng-Robinson (PR) EOS. The cohesion function $\alpha(T_r)$ expresses the temperature dependence of the attraction term. Cubic EOS provide a useful and simple model to estimate thermophysical properties of fluids. They are, however, strongly oriented towards vapor-liquid equilibrium applications, e.g. the widely used cohesion function

$$\alpha = [1 + m(1 - T_r^{1/2})]^2 \quad (2)$$

had its origins in the fitting of saturation pressures of pure fluids (Soave, 1972; Peng and Robinson, 1976). Other properties can be less well represented; in particular, Colina et al. (1995, 1997) have shown that extrapolation of the EOS to supercritical temperatures can result in significant errors when computing densities on the critical isochore, second virial coefficients and Joule-Thomson inversion curves.

In a series of previous publications (Colazo, 1992; Colazo et al., 1992; Colina, 1994; Barré et al., 1994; Colina and Olivera-Fuentes, 1998), we have proposed the use of Joule-Thomson inversion data as an alternative criterion for the development of supercritical cohesion functions. Prediction of the Joule-Thomson inversion locus is one of the most demanding tests that can be performed on an analytical equation of state. For pressure-explicit EOS such as Eq. (1), the inversion condition can be written as

$$T_r \left(\frac{\partial P_r}{\partial T_r} \right)_{v_R} + v_R \left(\frac{\partial P_r}{\partial v_R} \right)_{T_r} = 0 \quad (3)$$

showing that the EOS must accurately predict not only the $P(T, v)$ function but also its first partial derivatives with respect to temperature and volume, over wide temperature and pressure ranges that for light fluids can exceed $T_r = 5$ and $P_r = 12$. It is natural therefore to expect that an EOS designed to give good representation of inversion curves will also provide improved predictions of other derived thermodynamic properties, especially at supercritical conditions. Any meaningful study in this respect should, for consistency, use the same source of standard reference data both for the inversion points from which the new cohesion functions are developed, and for the remaining thermodynamic properties against which the predictive abilities of the modified cubic EOS are tested. Barré et al. (1994) used inversion curves generated from the Lee-Kesler (1975) EOS to obtain supercritical cohesion functions for the van der Waals, RK and PR EOS. Their preliminary results showed that the modified EOS could improve the prediction of residual enthalpies by as much as one order of magnitude, but only at intermediate temperatures ($T_r = 3.0$ and 4.0) and when combined with a suitable volume translation of the EOS. A more detailed study has not been reported so far.

In the present work, we develop new inversion-based cohesion functions and optimal volume translations for the RK and PR cubic EOS. We then test the performance of our modified EOS extensively by computing compressibility factors, fugacity coefficients and residual properties (enthalpy, entropy and heat capacity), and measuring the deviations with respect to reference values obtained from the highly accurate Boublik-Alder-Chen-Kreglewski (BACK) equation of state.

DEVELOPMENT OF NEW COHESION FUNCTIONS

Experimental inversion data are scarce, fragmentary and not always reliable. In the present work, we use as "experimental" values the inversion curves generated from the BACK EOS. This is a multi-parameter EOS with a strong molecular basis, which combines the Boublik (1975) repulsion term for hard convex bodies and the Alder et al. (1972) attraction term for square-well fluids. Its authors describe it as the most accurate among the existing equations with three to five constants (Chen and Kreglewski, 1977; Kreglewski and Chen, 1979). It has been used in the development of thermodynamic tables by the

Thermodynamics Research Center (1986a, b), and has been shown to be the most accurate source of residual internal energies (Shaw and Lielmezs, 1985), heat capacities (Garipis and Stamatoudis, 1992) and enthalpies (Manavis et al., 1994). An additional advantage of this EOS is its wide range of validity, which extends from $T_r = 0.55$ up to at least $T_r = 7$ and $P_r = 20$, thus making possible to compute the entire inversion curve for light and heavy fluids. We have therefore chosen it as the reference standard not only for inversion data, but also for the rest of the thermodynamic properties against which the performance of the modified cubic EOS will be judged.

The BACK EOS contains 24 universal constants, originally obtained by Alder et al. (1972) from molecular dynamic simulations for a theoretical square-well potential, and later recalculated by Chen and Kreglewski (1977) from the accurate IUPAC PVT data for argon. Each pure substance is characterized by 5 additional adjustable constants, available in the TRC Tables (Thermodynamics Research Center, 1986a, b) for 28 hydrocarbons and 25 non-hydrocarbons, including light gases, halocarbon refrigerants, alcohols and other hydrocarbon derivatives. Joule-Thomson inversion curves were computed for each of these 53 compounds, and correlated individually by polynomial expressions as done by Gunn et al. (1966),

$$P_r = \sum_{i=0}^5 a_i T_r^i \quad (4)$$

It was found that the coefficients in these formulas could be generalized in corresponding states form as (Castillo et al., 1997)

$$a_i = a_i^{(0)} + a_i^{(1)} \omega^n \quad , \quad 0.85 \leq T_r \leq 4.5 \quad (5)$$

where ω is the acentric factor, which was taken from Lee and Chao (19910 for refrigerant fluids, and from the Daubert and Danner (1988) compilation for other compounds. Following the TRC classification of fluids, separate correlations were developed for hydrocarbons and non-hydrocarbons. Alcohols were excluded from the latter group because they showed larger deviations; a different correlation was specifically derived for these associating polar fluids,

$$a_i = a_i^{(1)} \exp(-1.5\omega) \quad , \quad 0.85 \leq T_r \leq 3.7 \quad (6)$$

The coefficients for Eq. (5) and (6) are presented in Table 1. A comparison between calculated and correlated inversion curves is shown in Figure 1 for oxygen. Average absolute deviations of inversion pressures are 6.95 % for hydrocarbons and 5.63 % for non-hydrocarbons. These equations provide a useful first approximation to the inversion curves of fluids for which no data are available; they are more general than previous correlations presented by Gunn et al. (1966) and Miller (1970), which were limited to simple fluids only ($\omega = 0$).

Table 1 – Coefficients for generalized correlation of inversion curves, Eq. (5) and (6)

<i>i</i>	Hydrocarbons (<i>n</i> = 2.0)		Non-hydrocarbons (<i>n</i> = 1.3)		Alcohols <i>a_i⁽¹⁾</i>
	<i>a_i⁽⁰⁾</i>	<i>a_i⁽¹⁾</i>	<i>a_i⁽⁰⁾</i>	<i>a_i⁽¹⁾</i>	
0	-20.338	-42.815	-16.697	-40.947	-144.7
1	36.096	85.759	28.661	83.101	314.2
2	-12.478	-47.575	-8.7013	-44.114	-220.8
3	1.4541	9.541	0.7553	8.573	80.75
4	-0.0482	-0.6465	-0.0046	-0.5662	-15.79
5	0	0	0	0	1.27

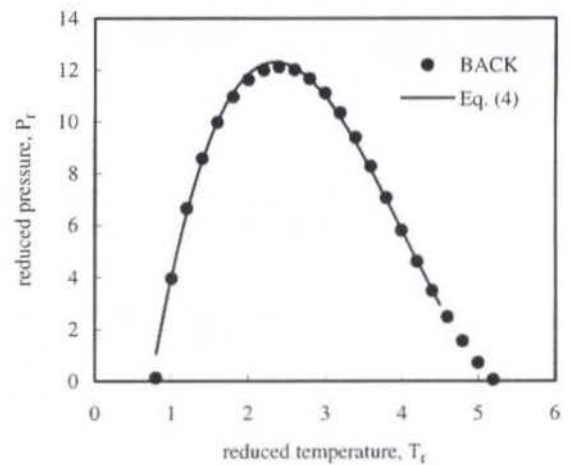


Figure 1 – Correlation of the BACK inversion curve of oxygen

Supercritical cohesion parameters were next computed from each individual inversion curve (and not from the generalized correlations, to avoid introducing error and dispersion in the data). For the cubic EOS of Eq. (1), the inversion criterion of Eq. (3) becomes a first-order ordinary differential equation for $\alpha(T_r)$,

$$\frac{\Omega_{ac} T_r}{v_R^2 + k_1 \Omega_b v_R + k_2 \Omega_b^2} \frac{d\alpha}{dT_r} - \frac{\Omega_{ac} v_R (2v_R + k_1 \Omega_b)}{(v_R^2 + k_1 \Omega_b v_R + k_2 \Omega_b^2)^2} \alpha + \frac{\Omega_b T_r}{(v_R - \Omega_b)^2} = 0 \quad (7)$$

Thus, given the inversion curve $P_r(T_r)$, the differential-algebraic set of Eq. (1) and (7) can be solved for v_R and $\alpha(T_r)$, subject to the boundary condition $\alpha(1) = 1$ for critical point stability. The numerical algorithm, which uses fourth-order Runge-Kutta integration with Richardson-like extrapolation to zero stepsize, has been described in detail elsewhere (Colazo et al., 1992; Colina and Olivera-Fuentes, 1998). Using this procedure, supercritical cohesion parameters were obtained for each compound for both the RK and PR EOS. Figure 2 shows results obtained for oxygen.

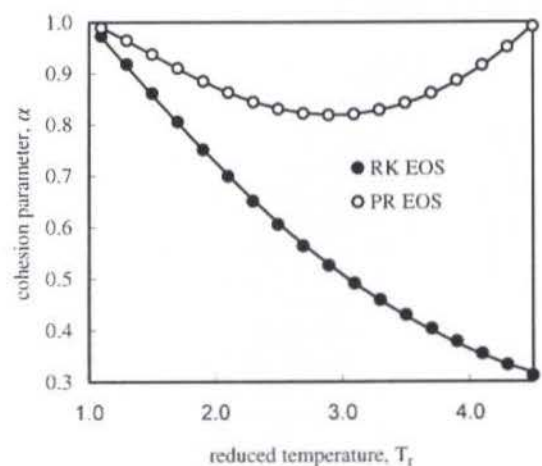


Figure 2 – Supercritical cohesion parameters for oxygen

Mathematical functions such as Eq. (2), traditionally used to represent cohesion parameters obtained from saturation data at subcritical temperatures, are inadequate to describe the

supercritical behavior of the cohesion function (Colazo et al., 1992; Barré et al., 1994; Colina et al., 1995, 1997; Colina and Olivera-Fuentes, 1998). The following extension of Eq. (2) was selected as the best among a number of alternative functions for the two EOS under study,

$$\alpha = 1 + \sum_{i=1}^3 m_i (1 - T_r^{1/2})^i \quad (8)$$

Values of the parameters m_1, \dots, m_3 were obtained for the 53 fluids in the database. They are not reported here because of space limitations, but a comprehensive listing is available from the authors. An example of the fit for oxygen is shown as solid lines in Figure 2. We are currently in the process of developing generalized correlations for these parameters.

EVALUATION OF THE NEW COHESION FUNCTIONS

In order to test whether the new inversion-based cohesion functions give better results than the traditional extrapolation of saturation-based cohesion functions beyond the critical temperature, five thermodynamic properties were calculated: compressibility factors, fugacity coefficients, and dimensionless residual enthalpies $\Delta H/(RT_c)$, entropies $\Delta S/R$ and heat capacities $\Delta C_p/R$. Reduced pressures were varied from 0.1 to 10, and reduced temperatures were varied from 1.1 to the maximum inversion temperature (3.8 for alcohols, 4.5 for other substances), giving a total of 385 points for each fluid, i.e. 20,405 points overall. The resulting values from the original form of the cubic EOS using Eq. (2), and from the modified form using Eq. (8) were compared to reference values obtained from the BACK EOS. Absolute average deviations were computed as

$$AAD = \frac{1}{N} \sum_k |Y_{EOS} - Y_{BACK}| \quad (9)$$

It was decided to use straight rather than relative differences, because residual properties vanish as pressure approaches zero, so that small absolute differences may give rise to very large relative deviations in the low-pressure region, even though all EOS correctly reduce to the ideal-gas law in this case. Similarly, the reducing factor RT_c was used in the dimensionless enthalpy, instead of RT as used e.g. by Tarakad and Danner (1976), to avoid giving less statistical weight to enthalpy deviations at high temperatures.

Table 2 at the end of this paper summarizes the results for all properties and EOS tested. The first conclusion to be obtained from this Table is that, of the two EOS most widely used in engineering, the original PR EOS performs noticeably better than the SRK EOS in the prediction of the five properties. This is remarkable because it seems to contradict results from studies previously published in the literature. For residual enthalpies, for example, Toledo and Reich (1988) and Manavis et al. (1994) report that SRK shows a better overall performance than PR. However, the database used by Toledo and Reich (1988) included only 18 pure compounds, and their comparisons were conducted not only at supercritical conditions, but also in the liquid and saturation regions which are outside the scope of the present work. Their results for pure nonpolar (mostly hydrocarbons) and polar (mostly alcohols) fluids in the vapor zone indicate consistently lower errors for the PR EOS, in agreement with our present findings. The more recent study by Manavis et al. (1994), using the TRC Tables as reference, showed that the SRK EOS gave less root mean square error but larger maximum deviation than the PR EOS. Direct comparison with our results is not possible, because these authors defined the deviations as relative

rather than direct differences. They also considered a narrower temperature range ($Tr < 3$) and a wider pressure range (up to 1000 bar) that exceeds the limits of validity of the BACK EOS.

For entropies, a comparative study by Ormanoudis and Stamatoudis (1988) also shows SRK as giving on average smaller errors than PR. Again, this is based on a comparatively small sample of 20 pure compounds, with few intersections with the TRC database; hydrocarbons are mostly light paraffins, for which SRK is known to be particularly appropriate; alcohols, halocarbons and other hydrocarbon derivatives are not included. The very different set of fluids covered makes comparison with our present results difficult, except to indicate that all studies of this kind may be very sensitive to the extent of the reference data and the nature of the fluids analyzed, a fact that is not always appreciated by the researchers.

For compressibility factors and fugacities, the only comparison available is due to Tarakad et al. (1979), and this does not include the PR EOS. Finally, for heat capacities, Garipis and Stamatoudis (1992) used the TRC tables as a database for their comparative study, although they included subcritical temperatures and also high pressures well beyond the range of applicability of the BACK EOS. They report that SRK gave such large errors that it was dropped from the discussions. Table 2 shows that SRK does indeed give much larger errors than PR, although we would hesitate to call it a complete failure.

Turning now to the central point of the present paper, Table 2 clearly shows that IBRK, the inversion-based modification of the RK EOS, gives smaller deviations for virtually all properties and fluids. In particular for residual enthalpies, errors from IBRK vary roughly between 50% and 25% of the corresponding errors obtained from SRK. On the other hand, IBPR, the inversion-based modification of the PR EOS, is on the whole less successful than the original PR, except in the case of enthalpies for which it gives improved predictions which reduce the error by as much as 50%.

OPTIMAL VOLUME TRANSLATION OF THE CUBIC EOS

The volume translation technique was recommended by Martin (1979) and Pénéoux et al. (1982) as a way to improve density prediction from cubic EOS. This technique is equivalent to the transformation $v_R \Rightarrow v_R + \Omega_c$, i.e. for the generic Eq. (1),

$$P_r = \frac{T_r}{(v_R + \Omega_c) - \Omega_b} - \frac{\Omega_{ac} \alpha(T_r)}{(v_R + \Omega_c)^2 + k_1 \Omega_b (v_R + \Omega_c) + k_2 \Omega_b^2} \quad (10)$$

where the translation parameter Ω_c may be a function of temperature. Barré et al. (1994) suggested that volume translation of inversion-based cubic EOS could help reduce the errors of enthalpy prediction, and Colina et al. (1998) showed that it greatly improved the prediction of inversion densities.

Noting from the results of the preceding section that enthalpy was the only property consistently improved by the new cohesion functions, we proceeded to determine an optimal volume translation, defined as the (constant) translation parameter that for each EOS and fluid gave the lowest AAD of the predicted residual enthalpies. The search procedure involved assuming a value of Ω_c and applying the previously described algorithm to compute the supercritical cohesion parameters, by solving Eq. (10) and the translated form of the inversion criterion; this is not a direct transformation of Eq. (7), as erroneously implied by Geana and Ferioiu (1992), but a subtly differently result that reads

$$\frac{\Omega_{ac} T_r}{(v_R + \Omega_c)^2 + k_1 \Omega_b (v_R + \Omega_c) + k_2 \Omega_b^2} \frac{d\alpha}{dT_r} - \frac{\Omega_{ac} v_R [2(v_R + \Omega_c) + k_1 \Omega_b]}{[(v_R + \Omega_c)^2 + k_1 \Omega_b (v_R + \Omega_c) + k_2 \Omega_b^2]^2} \alpha + \frac{(\Omega_b - \Omega_c) T_r}{[(v_R + \Omega_c) - \Omega_b]^2} = 0 \quad (11)$$

From the cohesion function thus obtained, fitted by polynomial equations of the form of Eq. (8), residual enthalpies were computed in each case, and the entire procedure was repeated until the minimum enthalpy AAD was reached. Optimal translations were identified in this way for each fluid and EOS. It was found however that, within the limits of experimental precision, a single volume translation could be used for all fluids with each EOS, again with the exception of alcohols which required a somewhat different value. The optimal Ω_c for both hydrocarbons and non-hydrocarbons (alcohols excepted) was -0.07 for the RK EOS and -0.04 for the PR EOS. For alcohols, the equivalent values were -0.02 (RK) and -0.05 (PR).

Table 2 shows the AAD of predictions obtained from VTIBRK and VTIBPR, these two volume-translated, inversion-based modifications of the RK and PR EOS. It may be seen that although these new versions fulfill the requirement of giving better enthalpy predictions, they do so at the expense of degrading the performance in respect of other properties (with the sole exception of VTIBRK, which also yields better residual entropies). This may be taken as a further proof of the limitations of the cubic EOS model (Abbott, 1973, 1979), which lacks the theoretical and mathematical flexibility to give simultaneously accurate predictions of all possible thermodynamic properties of interest.

CONCLUSIONS

A previously proposed criterion for developing new supercritical cohesion functions for cubic EOS, fitted to available Joule-Thomson inversion data, has been comprehensively tested by comparing five predicted thermodynamic properties against an accurate reference model. Results for 53 pure compounds show that the new functions consistently improve enthalpy predictions by as much as one order of magnitude, especially when accompanied by judicious volume translation of the EOS. Prediction of other thermodynamic properties may also be improved as a side effect, depending on the EOS.

Abbott (1979) expressed his conviction that there was "room for possible advancement in the area of special-purpose cubic equations, equations developed for use in a particular kind of calculation over a well-defined range of variables". Most efforts in the past years have gone into developing cubic EOS suitable for vapor-liquid equilibrium calculations. The present work takes EOS tuning in a different direction, demonstrating that inversion-based cohesion functions can be developed that will give optimal enthalpy values in the supercritical range $1 < T_r < 4.5$, $0.1 < P_r < 10$. These modified cubic EOS should be particularly useful in process engineering calculations dealing with energy balances, instead of phase equilibrium problems.

REFERENCES

Abbott, M. M., 1973, "Cubic Equations of State", *AIChE J.*, Vol. 19, No.3, pp. 596-601.

Abbott, M. M., 1979, "Cubic Equations of State: An Interpretive Review", *Adv. Chem. Series*, Vol. 182, pp. 47-70.

Alder, B. J., Young, D. D. and Mark, M. A., 1972, "Studies in Molecular Dynamics. X. Corrections to the Augmented van der Waals Theory for the Square-Well Fluid", *J. Chem. Phys.*, Vol. 56, pp. 3013-3029.

Barré, Y., Colazo, A. V., Colina, C., Da Silva, F. A., Fuentes, J., Santos, J. W. and Olivera-Fuentes, C., 1994, "An Enthalpy-Oriented Criterion to Determine the Supercritical Cohesion Parameters of Cubic Equations of State", paper presented at the 12th Symposium on Thermophysical Properties, Boulder, CO.

Boublik, T., 1975, "Hard Convex Body Equation of State", *J. Chem. Phys.*, Vol. 63, p. 4084.

Castillo, M. G., Colina, C. M., Dubuc, J. E. and Olivera-Fuentes, C., 1997, "Three-parameter Corresponding States Correlations for Joule-Thomson Inversion Curves", paper presented at the 13th Symposium on Thermophysical Properties, Boulder, CO.

Chen, S. S. and Kreglewski, A., 1977, "Applications of the Augmented van der Waals Theory of Fluids. I. Pure Fluids", *Ber. Bunsenges. Phys. Chem.*, Vol. 81, pp. 1049-1052.

Colazo, A. V., 1992, "Supercritical Cohesion Parameters of Cubic Equations of State from Inversion Curves" (in Spanish), M.Sc. Thesis, Simón Bolívar University, Caracas.

Colazo, A. V., Da Silva, F. A., Müller, E. A. and Olivera-Fuentes, C., 1992, "Joule-Thomson Inversion Curves and the Supercritical Cohesion Parameters of Cubic Equations of State", *Lat. Am. Appl. Res.*, Vol. 22, pp. 135-147.

Colina, C. M., 1994, "Development of a Cubic Equation of State Equivalent to the Lee-Kesler Equation" (in Spanish), M. Sc. Thesis, Simón Bolívar University, Caracas.

Colina, C. M. and Olivera-Fuentes, C., 1998, "Prediction of the Joule-Thomson Inversion Curve of Air from Cubic Equations of State", *Cryogenics*, in press.

Colina, C. M., Santos, J. W. and Olivera-Fuentes, C., 1995, "On the High-Temperature Limit of the Cohesion Parameter in Cubic Equations of State", *Proceedings, IV Latin American Symposium on Fluid Properties and Phase Equilibria for Chemical Process Design (EQUIFASE '95)*, Universidad Simón Bolívar, Caracas, pp. EQ-25.1-25.14.

Colina, C. M., Santos, J. W. and Olivera-Fuentes, C., 1997, "High-Temperature Behaviour of the Cohesion Function of Cubic Equations of State", *High Temperatures - High Pressures*, Vol. 29, No. 5, pp. 525-532.

Colina, C. M., Santos, J. W. and Olivera-Fuentes, C., 1998, "The Effect of Volume Translation of Cubic Equations of State on the Prediction of Joule-Thomson Inversion Curves" (in Spanish), *Información Tecnológica*, Vol. 9, No. 1, pp. 97-105.

Daubert, T. E. and Danner, R. P., 1988, *Physical and Thermodynamic Properties of Pure Chemicals - Data Compilation*, Hemisphere, Washington, DC.

Garipis, D. and Stamatoudis, M., 1992, "Comparison of Generalized Equations of State to Predict Gas-Phase Heat Capacity", *AIChE J.*, Vol. 38, No. 2, pp. 302-307.

Geana, D. and Feroiu, V., 1992, "Calculation of Joule-Thomson Inversion Curves From a General Cubic Equation of State", *Fluid Phase Equilib.*, Vol. 77, pp. 121-132.

Gunn, R. D., Chueh, P. L. and Prausnitz, J. M., 1966, "Inversion Temperatures and Pressures for Cryogenic Gases and Their Mixtures", *Cryogenics*, Vol. 6, No. 6, pp. 324-329.

Kreglewski, A. and Chen, S. S., 1979, "Applications of the Augmented van der Waals Theory of Fluids: Tests of Some Combining Rules for Mixtures", *Adv. Chem. Series*, Vol. 182, pp. 197-207.

Lee, M. J. and Chao, Y. L., 1991, "Correlation of Thermophysical Properties of Halogenated Refrigerants", *Fluid Phase Equilib.*, Vol. 67, pp. 111-125.

Manavis, T., Volotopoulos, M., and Stamatoudis, M., 1994, "Comparison of Fifteen Generalized Equations of State to Predict Gas-Phase Enthalpy", *Chem. Eng. Commun.*, Vol. 130, pp. 1-9.

Martin, J. J., 1979, "Cubic Equations of State - Which?", *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, Vol. 18, pp. 81-97.

Miller, D. G., 1970, "Joule-Thomson Inversion Curve, Corresponding States, and Simpler Equations of State", *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, Vol. 9, No. 4, pp. 585-589.

Ormanoudis, H. and Stamatoudis, M., 1988, "A Comparison of Eight Generalized Equations of State to Predict Gas-Phase Entropy", *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 27, No. 2, pp. 364-366.

Péneloux, A., Rauzy, E. and Frèze, R., 1982, "A Consistent Correction for Redlich-Kwong-Soave Volumes", *Fluid Phase Equilib.*, Vol. 8, pp. 7-23.

Peng, D.-Y. and Robinson, D. B., 1976, "A New Two-Constant Equation of State", *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, Vol. 15, No. 1, pp. 59-64.

Shaw, J. M. and Lielmezs, J., 1985, "A Note on the Accuracy of Departure Function Predictions", *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 40, No. 9, pp. 1793-1797.

Soave, G., 1972, "Equilibrium Constants from a Modified Redlich-Kwong Equation of State", *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 27, pp. 1197-1203.

Tarakad, R. R. and R. P. Danner, 1976, "A Comparison of Enthalpy Prediction Methods", *AIChE J.*, Vol. 22, No. 2, pp. 409-411.

Thermodynamics Research Center, 1986a, *TRC Thermodynamic Tables - Hydrocarbons*, Texas A&M University, College Station, TX.

Thermodynamics Research Center, 1986b, *TRC Thermodynamic Tables - Non-Hydrocarbons*, Texas A&M University, College Station, TX.

Toledo, P. G. and Reich, R., 1988, "A Comparison of Enthalpy Prediction Methods for Nonpolar and polar Fluids and Their Mixtures", *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 27, No. 6, pp. 1004-1010.

Table 2 - Statistical comparison (AAD) of predictions from traditional and modified forms of two cubic EOS

	Equation of state ^(*)					
	SRK	IBRK	VTIBRK	PR	IBPR	VTIBPR
Compressibility factor, Z						
Hydrocarbons	0.0522	0.0467	0.3419	0.0212	0.0348	0.2254
Non-hydrocarbons	0.0443	0.0487	0.3514	0.0220	0.0285	0.2488
Alcohols	0.0822	0.0571	0.4180	0.0525	0.0629	0.3002
Fugacity coefficient, ϕ						
Hydrocarbons	0.0632	0.0535	0.3753	0.0265	0.0439	0.2185
Non-hydrocarbons	0.0526	0.0494	0.4066	0.0225	0.0463	0.2482
Alcohols	0.0917	0.1000	0.4514	0.0617	0.0532	0.3016
Residual enthalpy, $\Delta H/RT_c$						
Hydrocarbons	0.2497	0.0606	0.0466	0.1434	0.0991	0.0417
Non-hydrocarbons	0.2542	0.0751	0.0525	0.1229	0.0942	0.0588
Alcohols	0.3907	0.1548	0.1249	0.2501	0.1145	0.0987
Residual entropy, $\Delta S/R$						
Hydrocarbons	0.0814	0.0597	0.0561	0.0541	0.0561	0.1094
Non-hydrocarbons	0.0563	0.0587	0.0575	0.0464	0.0521	0.0855
Alcohols	0.1063	0.1150	0.1100	0.0888	0.0925	0.0896
Residual heat capacity, $\Delta C_p/R$						
Hydrocarbons	0.7898	0.2572	0.5469	0.2501	0.2981	0.9237
Non-hydrocarbons	0.6859	0.1431	0.4451	0.1808	0.2049	0.9817
Alcohols	1.0649	0.3841	0.8765	0.3215	0.2942	1.1483

(*) SRK, Soave-Redlich-Kwong EOS (Soave, 1972); PR, Peng-Robinson EOS (Peng and Robinson, 1976); IBRK, IBPR, inversion-based modifications of the SRK and PR EOS, this work, Eq. (1) and (8); VTIBRK, VTIBPR, volume-translated inversion-based modifications of the RK and PR EOS, this work, Eq. (10) and (8).

PRELIMINARY EVALUATION OF COFIRING BIOMASS (SUGAR-CANE RESIDUES) + NATURAL GAS IN BRAZIL

Arnaldo Walter ¹ (awalter@fem.unicamp.br)
 Monica R. Souza ¹ (monicar@fem.unicamp.br)
 Ralph P. Overend ² (ralph_overend@nrel.gov)
¹Energy Division / Mechanical Engineering College
 State University of Campinas (UNICAMP)
 13081-970 - Campinas - SP - Brazil
² National Renewable Energy Laboratory
 1617, Cole Boulevard - 80401 - Golden, CO, USA

SUMMARY

Cofiring fossil fuel + biomass has been considered in many countries an interesting option for future electricity generation. The displacement of natural gas with biomass (sugar-cane residues, as bagasse and trash) for further thermal power plants (new capacity), in Brazil, is considered in this paper. This substitution could occur 5-10 years after the plant start-up, as long as the natural gas market in large urban centers becoming developed; coincidentally, during this time period the BIG-GT (Biomass Integrated Gasifier-Gas Turbine) technology can reach a commercial stage. Two cases are analyzed and a feasibility analysis is assessed. The two analyzed cases are a combined cycle based on a 70 MW gas turbine model and a combined cycle based on a 160 MW machine. Details about modeling of gas turbine operation when syngas is fired are also presented.

INTRODUCTION

In some countries, mainly in the United States and in some western European countries, cofiring biomass + fossil fuel has been considered an interesting option for future electricity generation. The main reasons are based on environmental issues, mainly those concerned with mitigation of carbon dioxide emissions, as well as other gaseous pollutants, especially sulfur oxides. Cofiring biomass + coal has been the main focus of attention; best opportunities arise by the moment of retrofitting or repowering of existing coal power plants.

Cofiring biomass + natural gas has also been considered, but in a lower extent so far. A previous study was developed some years ago at the National Renewable Energy Laboratory - NREL, USA, but just a preliminary analysis of technical options was conducted at that time (Spath, 1995).

The term cofiring has been used in a widespread sense. The original idea - e.g., within coal projects - is burning a mix of biomass and fossil fuel, consequently reducing fossil fuel consumption. However, cofiring has also been understood in different meanings as, for instance: (i) using biomass or fossil fuel just to complement the main fuel supply; (ii) using biomass just to increase plant capacity, but burning fuels in an independent way, with no mixing; (iii) and even when biomass is used to substitute fossil fuel consumption in an existing power plant.

One of the basic assumptions of this paper is that natural gas power plants are going to be built in Brazil during next 5-10 years. Natural gas market is not yet well consolidated in some Brazilian regions (São Paulo, for instance), and thermal power plants have been considered necessary to assure the feasibility of the Brazil-Bolivia pipeline project. This would allow the consumption of a large amount of natural gas during the early years of a "take-or-pay" contract.

Because of financial considerations, private developers (the main investor after privatization and deregulation) prefer generation options that have relatively low capital costs (\$/kW installed), a short construction time in order to yield revenue quickly, high efficiency, and the ability to run most of the time. Based on recent trends, private developers appear to favor natural gas operation (Kozloff, 1998).

As long as natural gas market getting developed, and better opportunities for natural gas - NG - consumption arise (for instance, on the residential market and on industrial sector), biomass could displace NG for these new power plants. Coincidentally, within 5-10 years the BIG-GT (Biomass Integrated Gasifier- Gas Turbine) technology is supposed to achieve a commercial status, allowing a cost-effective fuel substitution.

Furthermore, from a technical perspective cofiring natural gas + biomass could be necessary to assure proper operation of the very first BIG-GT units. Within the first installations control is supposed to be very difficult, and the modulation of power output with natural gas could improve systems reliability: e.g. gas turbine running on 70-80% syngas and the frequency control on the alternator modulated with natural gas. The early coal IGCC plants (integrated gasification combined cycle) had difficulty with power/load following, and this strategy could help to overcome it.

The biomass considered in this paper is sugar-cane residue (bagasse and trash, i.e., leaves and tops of the sugar-cane plant). Within the analysis it is bore in mind the opportunity of cofiring power plants along of Brazil-Bolivia pipeline, specially close to some regions with large sugar-cane production in the State of São Paulo (e.g., Ribeirão Preto and Piracicaba).

As far as sugar-cane residues are considered in this feasibility study, it is important to highlight some conclusions of a previous paper in which cogeneration plants in sugar-cane mills were considered (Walter and Overend, 1998). Just considering

BIG-GT technology, it was concluded that the economic potential of electricity production (vis-à-vis other generation options) is constrained to about 30-35% of the full potential. Economic instruments could extend the economic potential up to 45-50% of the full potential, considering a carbon offset cost lower than 30 \$/t C. It is also important to observe that owing to scale effects, the economic potential could be constrained to larger mills, reducing the opportunity of large scale electricity production in small industrial plants.

In this sense, the idea analyzed in this paper represents an alternative to enlarge the potential of electricity production from sugar-cane residues, and either an opportunity for small sugar-cane mills to diversify its production.

STATE OF ART OF BIG-GT TECHNOLOGY

High efficiency biomass power plants have the potential to contribute a significant portion of the electricity consumed in many countries, specially in existing niche markets. Examples of attractive niches include project with economically attractive co-products, areas with non-fossil mandates (e.g., some US states and UK), areas with high fossil fuel costs, areas with rural development concerns, areas with waste or residual concerns and areas with very low biomass costs (Craig et al., 1995).

In this sense, advanced gasification-based biomass power systems are being developed and demonstrated in several countries. To date the main focus of these projects are (i) on scale-up of some PDU (process demonstration unit) biomass gasification technologies, (ii) integration of gasification with syngas cleanup strategies (to achieve the restrict requirements of gas turbines), specially on hot-gas cleanup technologies, (iii) on gas turbine conversion to syngas burning, and (iv) on the development of low-cost options of biomass supply.

Current PD biomass gasification units have a conversion scale of about 10 t/day. To achieve a commercial stage a unit with a conversion scale of about 100 t/day (engineering development unit - EDU) needs to be efficient and reliable (able to continuously operate without mechanic or chemical fails). To give an idea about further required developments, it should be noticed that a BIG-GT unit of about 25-27 MW net (based, for instance, on a GE LM2500 gas turbine) will require gasification

of about 30 tons of biomass (as received) per hour. A jump of about 10-20 is often carried out from the PDU stage to the EDU one, and also from the EDU stage to the pioneer commercial unit.

High quality gas cleanup is either required to avoid - or at least minimize - erosion and corrosion problems at GT components, and environmental impacts. For instance, super-alloys can be particularly susceptible to the action of alkalis and particulate matter (Consonni, 1997). On the other hand, tar needs to be eliminated to avoid carbon deposition. In a general sense, it is considered that gas cleanup is the least developed part of the whole system - and probably the most critical one - in all current demonstration projects (Bridgwater, 1995).

Three different fluidized-bed biomass gasification technologies have been mostly considered in these research and development projects: atmospheric, air blown gasification (e.g., TPS and Lurgi technologies), with gas cleanup at low temperature (gas scrubbing for contaminants removal); pressurized, air-blown gasification (e.g., Bioflow, IGT-Renugas), with gas cleanup at high/moderate temperature (ceramic candle filters have been considered), and atmospheric, indirectly-heated gasification (Batelle technology, licensed to Future Energy Resources Company - FERCO).

The latter technology is based on a design specially developed for biomass gasification; as no air is injected into the gasifier (biomass is indirectly heated by a sand stream; heat is provided by char combustion, outside the gasifier) medium heating value syngas can be produced (LHV of about 17 MJ/Nm³, roughly equal to the LHV that could be achieved with biomass gasification with oxygen injection). A pilot unit has been tested in Burlington, VT, USA.

Preliminary evaluations indicate that BIG-GT systems based on atmospheric, air-blown gasifiers can be more feasible than those based on pressurized ones just for systems smaller than 60-70 MW net. Atmospheric systems will probably present a lower biomass to electricity conversion efficiency, but fewer problems can be expected on syngas production and its cleanup. Basically, high-pressure gasification would have to meet the pressure requirements of the gas turbine on all system components, including the gas cleanup. For this reason, in some

Table 1. Selected points - BIG-CC based on PG 7001(FA)

#	T [°C]	p [bar]	m [kg/s]
1	15	1.01325	401.7
2	391	16.42	316.9
3	391	16.42	84.8
4	1245.35	15.92	395.1
5	521	1.07	395.1
6	209	1.04	395.1
7	15	1.013	58.4
8	60	1.013	34.4
9	900	2.00	83.8
16	450	23.00	78.2
22	495	100.00	67.9
24	45	0.096	66.0

Net power 192.87 MW; cycle efficiency 43.89%(LHV)

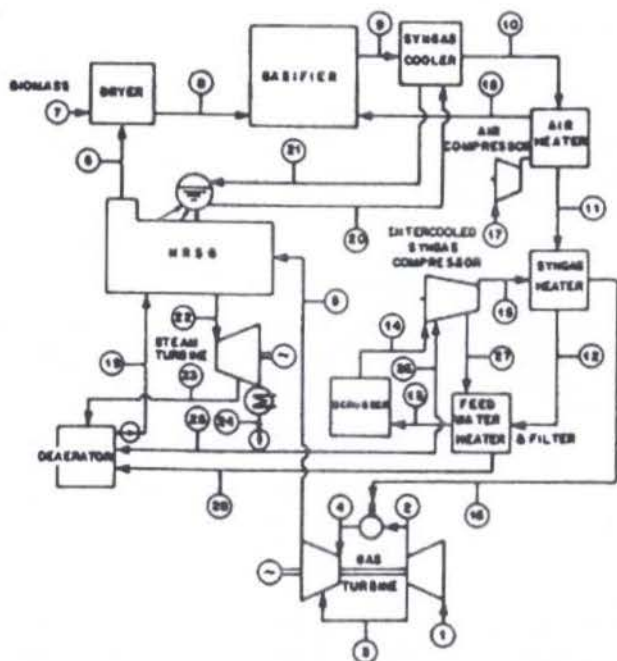


Figure 1. BIG-CC unit based on atmospheric gasifier

demonstration units (like the one that is planned to be built at Bahia, Brazil) the decision was taken towards an atmospheric gasification unit.

In this paper BIG-CC (combined cycles) systems based on atmospheric gasification are also considered, despite the fact that the capacity of each unit is equal or larger than 100 MW net. The technology of gasification considered in this paper, and the subsequent low-temperature gas cleaning system, are similar to those proposed by TPS (Termiska Processer AB, a Swedish company); these technologies are going to be tested in some pilot plants (at the Bahia unit, for instance).

SYSTEM DESCRIPTION & MODELLING ASSUMPTIONS

Results presented in this paper correspond to a preliminary feasibility analysis of fuel displacement (from natural gas to biomass) for new thermal power plants. This substitution is supposed to occur 5-10 years after the plant start-up with natural gas.

Analysis is based on simulation results of combined cycles, both considering natural gas and syngas firing at the gas turbine. Analyzing scale effects both on capital costs and on thermal efficiency, two gas turbine models were considered: GE PG 6101(FA) was chosen as representative of medium size gas turbines (GE Frame 6 class; 70 MW at ISO basis) while GE PG 7001(FA) was chosen as representative of larger gas turbines (GE Frame 7 class; 159 MW at ISO basis). Both machines are industrial models.

A scheme of the BIG-CC (Biomass Integrated Gasifier-Combine Cycle) system analyzed in this paper is presented in Figure 1. Design conditions considered for the bagasse drying result in a moisture content of 15% by weight at the gasifier entrance; the gas used for drying is the HRSG (heat recovery steam generator) flue gas. Gasification takes place just with air injection and syngas leaves the gasifier at 900 °C. Raw syngas composition was evaluated based on previous results of gasifier simulation performed by ASPEN (Advanced System for Process Engineering, a commercial simulation code). Biomass (it was considered that sugar-cane trash presents the same ultimate analysis of bagasse) and syngas compositions (raw and clean) considered in this paper are presented in Table 2.

After the gasifier, the raw syngas is cooled and particulates are removed by a baghouse filter, while the remaining contaminants are removed in a wet scrubber. Cooling the syngas a set of heat exchangers is used and the raw syngas energy is sequentially recovered (i) to improve steam generation, (ii) to preheat the blast-air, (iii) to preheat the clean syngas before its

injection at the gas turbine combustion chamber, and (iv) to preheat the HRSG feed water. More than improve the cycle efficiency, preheating the syngas is supposed to be important in increasing the combustion stability (owing to the fuel low heating value). Utilizing the thermal energy in addition to the chemical energy of the hot product gas stream within the energy conversion system increases overall conversion efficiency (Kinoshita et al., 1997).

Steam is raised at just one pressure level at an unfired HRSG. Steam pressure at the turbine entrance is 100 bar; steam temperature is function of the gas turbine exhaust gases temperature: an approach differential of 25 °C was considered and the maximum steam temperature was assumed to be 538 °C. In all simulated cases (syngas and natural gas) steam is extracted from the steam turbine at 1.8 MPa to feed the deaerator, while the remaining flow is condensed at 9.6 kPa. The temperature of HRSG feed water is also assumed constant in all cases (120 °C). It sounds that a small increase on cycle performance (specially for natural gas burning) could be achieved if two steam pressure levels were considered instead of just one.

GAS TURBINE SIMULATIONS AND RESULTS

A code developed by the authors was used to evaluate gas turbine performance, both when natural gas and syngas are burned. The first step of the simulation procedure is called "tune-up": internal parameters of the gas turbine (e.g., compressor and expander efficiencies, auxiliary power consumption, cooling air flow) are evaluated using a known solution as reference. This known solution is defined by gas turbine operation at ISO conditions, when natural gas is burned. Checking the procedure, external performance parameters (GT power, fuel consumption, thermal efficiency, turbine outlet temperature) are compared with vendors parameters taken from Gas Turbine World (1996).

Predicting gas turbine performance on syngas requires an off-design procedure. Doing this, a generic compressor map was assumed. It was considered that the compressor always operates over the "running-line" 100% (both for natural gas and syngas firing).

Simulating an off-design gas turbine operation a difficulty arises within the evaluation of the new compressor operation point. For a given firing temperature, the new operation point can be determined by the calculated new pressure ratio, considering that the flow at the inlet to the gas turbine expander is always choked, regardless of the fuel. The mass flow relation for choked flow of an ideal gas - equation (1) - was used to calculate this new pressure ratio.

$$m = pA^* \sqrt{\frac{\text{Mol}}{T}} \sqrt{\frac{\gamma}{R} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (1)$$

where m is the gas mass flow, p is the total pressure, A^* is the critical area where the flow is choked, Mol is the gas molecular weight, T is the gas temperature (absolute), R is the universal gas constant and γ is the ratio of specific heats of the gas. All properties are evaluated at the gas turbine expander entrance.

As the compressor running-line is defined, given the new compressor pressure ratio it is then possible to evaluate the corrected air flow. The code used do this using a function that relates the compressor reduced mass flow (RMF) to its pressure ratio.

Avoiding very high compressor pressure ratio (that could dangerously reduce compressor surge margin), de-rating

Table 2. Biomass and syngas composition

Bagasse ultimate analysis - % weight - dry basis		Syngas component	Raw % mol	Clean % mol
Carbon	46.3	H ₂	14.99	16.69
Oxygen	43.3	CO	17.95	19.98
Hydrogen	6.4	CO ₂	9.42	10.49
Nitrogen		CH ₄	2.36	2.63
Sulfur	< 0.1	C ₂ H ₆	0.30	0.33
Ash	4.0	H ₂ O	11.75	3.24
LHV [MJ/kg] (dry basis)	17.5	N ₂	41.90	46.64
		NH ₃	1.14	----
LHV [MJ/kg] (50% moisture)	7.52	tar	0.29	----
		LHV	MJ/kg	5.16

(reduction of GT firing temperature vis-à-vis specified firing temperature for natural gas) was considered. Equation (1) provides the way to estimate the new firing temperature in an interactive basis. For syngas burning it was assumed that compressor pressure ratio can be as high as 16.4 and 16.2, respectively for the PG 6101 and PG 7001 machines; these values correspond to a 10% margin vis-à-vis the estimated surge limit (nominal pressure ratios are 14.9 and 14.8, respectively).

Gas turbine de-rating is one of the possible strategies able to allow a machine conversion from natural gas to syngas. Other strategies are (i) accepting a substantial increase on the compressor pressure ratio, (ii) reducing compressor air flow through control of gas turbine IGVs (inlet guide vanes), (iii) enlarge expander cross sectional area (a permanent change), and (iv) promoting blast-air extraction after the compressor. From the point of view of the whole system performance, and consequently from the point of view of electricity generating costs, this is probably the worst solution. However, owing to its simplicity, it might be the way gas turbines will be converted to syngas firing within the first generation of BIG-GT systems (Walter et al., 1998).

New firing temperatures were estimated as 1178 °C (de-rating of 110 °C) and 1245 °C (de-rating of 126 °C), respectively for PG 6101 and PG 7001 cases. These firing temperatures were thus compared to the estimate adiabatic flame temperature, considering combustion conditions in each case (air and fuel pressure and temperature). As an illustration, Figure 2 shows the estimated adiabatic flame temperature of the syngas as function of fuel to air ratio, taking gas temperature as 450 °C at the combustion chamber entrance, and 400 °C for the air temperature (this value is close to the actual air temperature after air compression in both GT models).

Estimated firing temperature are very close to the adiabatic flame temperature in both cases - just 20-30 °C above (calculated fuel/air ratio corresponds to 0.221 and 0.247 for PG 6101 and PG 7001, respectively). Despite this very small margin, it should be noticed that these results are coherent, for instance, with the solutions recently presented by Consonni and Larson (1996) and Anand et al. (1996).

Simulation results, considering combined cycle operation for natural gas and syngas burning, are presented in Table 3. Considering these results a feasibility analysis was further developed. Despite de-rating, gas turbine thermal efficiency is higher with syngas firing either owing to the increase on mass

Table 3. Combined cycle simulation results - NG and syngas

Parameter	PG 6101		PG 7001	
	NG	Syngas	NG	Syngas
Gas turbine				
GT power [MW]	69.52	77.83	156.97	174.38
pressure ratio	14.91	16.42	14.78	16.20
Firing temperature [°C]	1288	1178	1371	1245
Fuel consumption [kg/s]	4.34	36.98	9.23	78.17
Thermal efficiency [%]	33.77	40.78	35.85	43.23
Steam cycle				
SC power [MW]	28.01	31.20	56.47	64.12
Steam temperature [°C]	538	510	538	495
Net power [MW]	95.91	87.29	210.16	192.87
Net efficiency [%]	46.57	41.98	48.00	43.89

flow and to the higher compressor pressure ratio. With syngas firing more power is also produced by the steam bottoming cycle due to the increase on GT exhaust gas flow, but steam is raised at a lower temperature (lower exhaust gas temperature). Albeit more power production both at the gas turbine and at the steam cycle, system net power is lower when syngas is burned due to high power consumption of plant auxiliaries (especially syngas compressor). Scale effects on thermal power performance can be observed through the comparison of results of both machines.

FEASIBILITY ANALYSIS

For current commercial natural gas combined cycle (NG-CC) plants, unit capital cost data were taken from the literature (Gas Turbine World, 1995 and 1996) for about 70 different models in a wide range of capacities (20-700 MW). These original investment data correspond to the equipment only; a 1.5 factor was used to estimate turn-key investment cost. The installed unit capital cost of natural gas combined cycles can also be estimate with good accuracy by equation (2), that is based on previously mentioned data.

$$k_{NG-CC} = 1164.4 \cdot (\text{MW})^{-0.2409} \quad [\$/\text{kW}] \quad (2)$$

The levelized electricity generating cost was calculated considering the following assumptions: 30-year life, 12% real pre-tax discount rate, capacity factor 0.80, O&M (operation and maintenance) costs 5 cents/kWh and natural gas cost equivalent to 3.2 \$/MMBTU. All costs in this paper are presented in US\$(95).

For BIG-CC systems based on atmospheric, air blown gasifiers, installed investment cost was estimated by equation (3). This equation is primarily based on estimates available on the literature for the first commercial plant and incorporates "learning effects" (progress ratio 0.80 and the 5th similar commercial unit). Estimates given by this equation are very close to the estimates presented by other authors for BIG-CC systems of same net capacity (e.g., Consonni and Larson, 1996; Craig and Mann, 1996; Faaij et al., 1997).

$$k_{A-IGCC} = 5398 \cdot (\text{MW})^{-0.2953} \quad [\$/\text{kW}] \quad (3)$$

For BIG-CC systems the non-fuel O&M cost was estimated as 8.2 US\$/MWh. 10 US\$/t was estimated as the average cost of biomass (bagasse and trash); considering the transportation cost, a variation of $\pm 25\%$ around this value can be

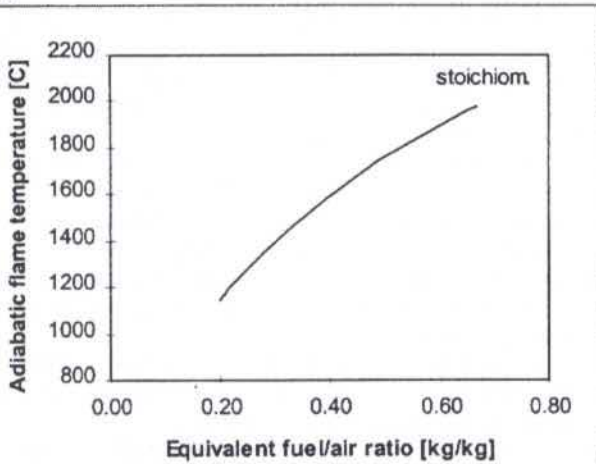


Figure 2. Estimated adiabatic flame temperature as function of fuel/air ratio - syngas from bagasse; air temperature 400 °C and syngas temperature 450 °C

expected. Assuring a proper comparison with NG-CC results, some assumptions are common in both cases (plant year-life, real discount rate and capacity factor).

Estimated levelized electricity generating costs are presented in Table 4. For larger capacity systems a gap reduction on electricity costs is observed (BIG-CC vis-à-vis NG-CC); this is due to the fact that scale effects on installed unit capital cost for BIG-CC systems are stronger than for NG-CC ones. The tendency of reduction on the gap of electricity costs as large is the plant capacity is, in reality, partially counterbalanced as long as biomass transportation costs are properly evaluated.

Feasibility analysis is based on the evaluation of the internal discount rate (IDR) of the investment. Besides the aforementioned assumptions it was also considered that (i) in all cases the plant construction time is two years (80% of the investment is done during the first year), (ii) tax is evaluated over the net revenue (as a simplification, a 15% charge was considered), and (iii) the depreciation was calculated along 10 years, using a linear model. Revenue was calculated considering that all electricity can be sold at 50 US\$/MWh. In fact this assumption does not correspond to the reality of the market post deregulation, as with some degree of competition investors will need to define their prices either based on their actual generating costs and on their own profit expectation.

As previously mentioned, the alternative here designated "cofiring" corresponds to the substitution of fuel, from natural gas to biomass. Within the analysis two cases were considered. In the first one it was considered that the investment that corresponds to the substitution starts after four years of operation with natural gas. After the sixth year of operation just syngas is burned at the gas turbine. In the second case it was considered that each power plant has two units: natural gas displacement in the first unit starts after four years of plant operation, while the investment in the second unit starts after nine years; after ten years of plant operation, just biomass is used as fuel. The investment of substitution was estimated as the difference on the installed unit capital cost of both options (based on equations 2 and 3).

Estimated internal discount rates of each investment option are presented in Table 4. It can be clearly seen that in comparison with BIG-CC option, a substantial increase on internal discount rate is observed within the cofiring alternative.

Each combined cycle plant based on a PG 6101(FA) gas turbine, operating at full load basis, consumes about 550 thousand Nm³/day of natural gas. The average annual consumption, in a daily basis (considering a capacity factor of 0.8), is about 440 thousand Nm³/day. The same figures for a combined cycle unit based on a PG 7001(FA) are 1.2 million Nm³/day and 940 thousand Nm³/day, respectively. Supposing that the capacity of the Brazil-Bolivia pipeline during its first stage will be about 8 million Nm³/day, it seems clear that the proposal presented in this paper could contribute a lot from the point of view of flexibility of the natural gas market.

Table 4. Main results of feasibility analysis

	PG 6101		PG 7001	
	NG-CC	BIG-CC	NG-CC	BIG-CC
Electricity generating cost [\$/MWh]	38.75	45.15	36.28	39.32
IDR (%)	24.6	13.9	30.6	17.9
"COFIRING"				
Case 1 - IDR (%)		17.8		23.9
Case 2 - IDR (%)		20.8		27.7

Supposing that up 4 million Nm³/day of natural gas (50% of the total supply during the first stage of the pipeline project) need to be consumed on thermal power plants during the early years, 4 NG-CC units based on the PG 7001(FA) (about 840 MW), or 9 units based on the PG 6101(FA) (about 850 MW) would be installed.

The amount of sugar crushed in the State of São Paulo during the harvest season 1995-96 was about 150 million tons. Considering this level of production, it is estimated that about 19.3 million tons of sugar-cane trash could be recovered (50% of the amount available, owing to topographic constraints; sugar-cane trash availability is estimated equivalent to 25% of sugar-cane mass). It is calculated that the amount of biomass required to allow full natural gas displacement is equivalent to only 30-35% of the amount of trash that seems recoverable. Putting in terms of bagasse availability, biomass requirement is equivalent to just 15-16% of its full availability, i.e., an amount almost equal to the surplus already available without any special effort of supply maximization.

Just taking the trash availability (nowadays burned at the field before harvesting, and consequently causing environmental impacts), 27 BIG-CC units based on PG 6101(FA), or 13 BIG-CC units based on PG 7001(FA) could be installed and operate at full load basis. It is evident that the potential of electricity production from sugar-cane residues, just considering thermal power plants, is farther than the alternative analyzed in this paper.

ADDITIONAL REMARKS

As it was previously mentioned, BIG-CC systems based on pressurized, air-blown gasifiers (not considered in this paper) are likely to be more feasible for plants larger than 60-70 MW net. Therefore, the feasibility of this option can be even better than the results here presented.

One of the possible advantages of the analyzed option is that it can foster electricity production from biomass within BIG-GT technology. In addition, as long as the risk is potentially reduced (e.g., owing to the increase on project IDR), the investment can be accomplished with less financial or environmental incentive. A successful experience could also help further BIG-GT market expansion, allowing better development of the potential of electricity production from sugar-cane residues.

As long as risk is minimized, investors could be attracted at a larger extent, allowing a substantial reduction on the cost of capital. Joint-implementation schemes could also be considered, additionally helping on the risk reduction and making it easy to complement the required budget.

Electricity production with the use of a renewable energy source, on a sustainable basis, clearly is the most important contribution of this alternative. Additionally, natural gas could be used in a more rational way, allowing changes within the energy matrix, and reduction of environmental impacts. Moreover, benefits concerned with a better spatial distribution of these new power plants can also be considered.

A transition into biomass within power generation can also be a good perspective for natural gas distribution companies for two reasons: first because they can maximize their take off in the beginning of the cash flow project, and second because they can also extend their supply of natural gas at a very low cost (or even no-cost) as long as the consumer market is developed. This fuel substitution in power generation (transition into biomass) could also be considered within countries where the market of natural gas is yet well developed; an interesting case to be considered is

concerned with the required investment to find new reserves at high marginal costs.

Concerned with the idea presented in this paper, a more detailed analysis, however, is still required. Besides simple fuel displacement, other cofiring options should be extensively considered, e.g., the use of natural gas as a complementary fuel, and the simultaneous use of biomass and natural gas at the same power plant. Different schemes of cofiring plants can also be imagined, and a detailed study is required before the selection of a given alternative.

The ideal localization of such plants is also a matter of concern. Owing to its low energy density, feasibility of biomass projects can be strongly influenced by the hauling distance, imposing restrictions on the plant size.

Other important point to be further analyzed is the alternative market for sugar-cane residues (bagasse and trash can be used for other purposes, e.g., as industrial fuel, industrial feedstock, and for animal feeding). Electricity production at the mill site, in cogeneration plants, is also a possibility that can be more rational than electricity production in power plants. A further good market for sugar-cane residues, considering other opportunities, will certainly impact the feasibility of electricity production. About this point, the recent experience in California, for instance, shows that once the biomass market being developed, biomass costs can dramatically increase over a short-term period.

ACKNOWLEDGMENTS

Arnaldo Walter is grateful to Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP - for the financial support received during his work at the National Renewable Energy Laboratory - NREL, Golden, USA. This paper was finished during a short-term stage at King's College, University of London; Arnaldo Walter is also grateful to Prof. David Hall for this opportunity.

REFERENCES

Anand, A.K., Cook, C.S., Corman, J.C., and Smith, A.R. (1996). New Technology Trends for Improved IGCC System Performance. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 118, pp. 732-736.

Bridgwater, A.V., (1995). "The Technical and Economic Feasibility of Biomass Gasification for Power Generation." *Fuel*, Vol. 74, n 5, pp. 631-653.

Consonni, S. and Larson, E.D., (1996). "Biomass-Gasifier/Aeroderivative Gas Turbine Combined Cycles: part B - Performance Calculations and Economic Assessment." *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 118, n 3, pp. 516-525.

Consonni, S. (1997). Communication presented in Larson, E.D. and Raymond, D., (1997). Report on the *Workshop on Commercialization of Black Liquor and Biomass Gasification for Gas Turbine Applications in the Pulp and Paper Industry*. Princeton University, Princeton, NJ, USA, January.

Craig, K.R., Bain, R.L. and Overend, R.P. (1995). "Biomass Power Systems - Where Are We, Where Are We Going, and How Do We Get There? - The Role of Gasification". *Proceedings of the EPRI Conference on New Power Generation Technology*, San Francisco, USA. Full text also available at the Web (<http://www.nrel.gov>).

Craig, K. and Mann, M. (1996). *Cost and Performance Analysis of Biomass-Based Integrated Gasification Combined*

Cycle (BIGCC) Power Systems. NREL publication TP-430-21657, NREL, Golden, CO, USA.

Faaij, A., van Ree, R., Waldheim, L., Olsson, E., Oudhuist, A., van Wijk, A., Daey-Ouwens, C. and Turkenburg, W. (1997). "Gasification of Biomass Wastes and Residues for Electricity Production." *Biomass and Bioenergy*, Vol. 12, n 6, pp. 387-407.

Gas Turbine World (1995). *Gas Turbine World 1995 Handbook* (1995). Fairfield, CT: Pequot Publishing Inc.

Gas Turbine World (1996). *Gas Turbine World 1996 Handbook* (1996). Fairfield, CT: Pequot Publishing Inc.

Kinoshita, C.M., Turn, S.Q, Overend, R.P., and Bain, R.L. (1997). "Power Generation Potential of Biomass Gasification Systems." *Journal of Energy Engineering*, Vol. 123, pp. 88-99, December.

Kosloff, K. (1998). "Electricity Sector Reform in Developing Countries: Implications for Renewable Energy". *Renewable Energy Policy Project*, Research Report, n 2, April.

Spath, P. (1995). Innovative Ways of Utilizing Biomass in a Cofiring Scenario with a Gas Turbine Integrated Combined Cycle System. Biomass Power Milestone Completion Report. National Renewable Energy Laboratory, Golden USA.

Walter, A.; Llagostera, J and Gallo, W., (1998). "Impact of Gas Turbine De-Rating on the Performance and on the Economics of BIG-GT Cycles". Paper submitted to the 1998 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, to be held in Anaheim, USA, in November.

Walter, A. and Overend, R.P., (1998). "Financial and Environmental Incentives: Impact on the Potential of BIG-CC Technology at the Sugar-Cane Industry". *Proceedings of the World Renewable Energy Congress - V*, Vol. 2, pp. 1045-1048, Florence, Italy, September.

"FOODSTUFF CONSERVATION: AERATION OF AGROPYRON"

Ana M. Pagano, Dina E. Crozza, ⁽¹⁾ Marcelo Koenig, Susana M. Nolasco
 Departamento de Ingeniería Química, Facultad de Ingeniería,
 Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires,
 Av. del Valle 5737, 7400 Olavarría, Argentina.
⁽²⁾ Becario C.I.C.

SUMMARY

After harvest, aeration is one of the most important process employed at storing plants of grains. An adequate design of an aeration system basis on the resistance that grains offers to airflow. Agropyron seeds -important resource of animal feeding- was employed to develop this experimental work. At a range of airflow velocity from 0.014 to 0.336 m³/m²-s resistance to airflow of agropyron seeds using both horizontal and vertical airflow direction was measured. Resistances to vertical airflow compared with horizontal airflow was 2.9 to 2.2 times greater. Experimental data were modelled through Mattei's equation (1969) obtaining excellent coefficients of correlation ($R^2 > 0.999$).

INTRODUCTION

In Argentina, agropyron is now an important resource of animal feeding. The performance of this product in the Buenos Aires Province corresponds to 600 kg per hectare, approximately. This cultivate can be easily adapted to low-lying lands. Because of that, agropyron is used as complement of natural pasture in the breeding systems of Salado River depression.

During the last few years, the phenomenon of "El Niño" has affected extensive areas of South America creating appropriate weather and soil to natural development of this growing.

After harvest, many processes are employed at plants of grain handling to prevent losses of quality. Aeration is a substantial procedure that can allow to reduce and uniform grain temperature and humidity. The design of the aeration systems must be realized on basis of the resistance that the storage product offers to airflow. This resistance, usually called pressure-drop per unit of bed depth, depends of great number of variables as airflow rate and direction, bed porosity, moisture content, bed composition, filling method of silo, bed depth, etc. (Chang et al., 1969; Crozza et al., 1995; Ergun S., 1952; Haque et al., 1978; Henderson, 1944; Jayas et al., 1991; Jayas et al. 1987; Jayas et al. 1990; Kumar and Muir., 1986; Mattei, 1969; Pagano et al., 1991; Segerlind, 1983; Shedd, 1951; Shedd, 1953; Sokhansanj et al., 1990).

In this work, the resistance to airflow of agropyron seeds using horizontal and vertical airflow direction was measured. A scale-up equipment designed at the Facultad de Ingeniería (UNC) was employed. The range of airflow velocity from 0.014 to 0.336 m³/m²-s was used. The experimental data were modelled through Mattei's equation (1969) obtaining excellent coefficients of correlation ($R^2 > 0.999$). The results allow to observe that the pressure-drops in vertical airflow direction were between 2.9 to 2.2 times greater than the corresponding resistance in horizontal direction when the airflow varies from 0.014 to 0.336 m³/m²-s.

MATERIALS AND METHODS

Experimental Equipment. The experimental equipment used to measure the resistance to airflow through agropyron bed was employed in previous studies (Pagano et al. 1994, 1995 a, b, c, d, 1998) and it is shown in Figure 1.

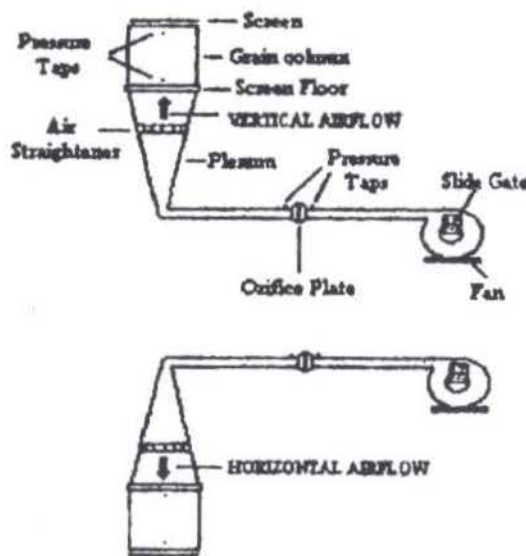


Figure 1 - Schematic drawing for experimental set up

It was integrated by:

- ♦ Silo of storage: it consists in a cubic box with 0.35 m sides which is overturned 90° to obtain horizontal airflow direction. Two standard steel mesh N°18 were placed at the bottom and at the top of the silo to support the grain bed.
- ♦ Impelling air system: a centrifugal fan with an adjustable flow is used to force the air through a pipe of 0.0254 m diameter. Air entered at the pyramidal plenum passing through a pipe and a orifice plate. An airflow straightener with honeycomb structure was placed into the chamber to obtain a better distribution of air.
- ♦ Measuring instrumentation: two piezometric rings each with four pressure taps around the container, at two levels apart 0.3048 m, were installed. Analogic meters of differential pressure with different scales (Dwyer model - Series 2000 Magnetic, accuracy/precision: ± 2% of full

scale, ranges: 0-6 mmca, 0-25 mmca, 0-80 mmca, 0-25 cmca, minor division: 0.2 mmca, 0.5 mmca, 2.0 mmca y 0.5 cmca, respectively) were employed to measure the airflow velocities (range: 0.014-0.336 m³/m²-s) and their corresponding pressure drops.

Sample preparation. A sample about of 10.05 kg. of agropyron clean from 1996-97 harvest was used. The commercial analysis resulted: clean without damaged grains and foreign materials, germinative power of 88%, 1000 seeds' weight 0.00590 kg.

Experimental Design. The tests were conducted for agropyron for both vertical and horizontal directions of airflow. Three replicates were repeated for each test condition where pressure drop across the 0.35 m column of agropyron was measured for 28 airflow rates.

Filling Method. To simulate a spreader, the bin was charged 1 m upper between the discharge and the top of the cubic silo moved back and forth to pour grain uniformly over the surface. By this procedure dense fill was obtained. Once the container was full, a steel mesh was placed on the top of the silo.

To study the effect of airflow direction on the pressure drop in bed, the volcable silo was charged from the top and was carefully turned down to prevent changes in the bed porosity. This methodology allows to annul the effect of the grain orientation on the calculus of the airflow resistance.

Bulk density and bed porosity. The bulk density was determined measuring the mass required to full the silo and dividing by the bed volume which gave the bulk density for all the experiments. The bed porosity was evaluated using the equation 1 (Mohsenin, 1980):

$$\epsilon = \left(1 - \frac{\rho_b}{\rho_p}\right) \cdot 100 \quad (1)$$

where

ϵ = bed porosity (%)

ρ_b = bulk density (kg/m³)

ρ_p = grain density (kg/m³).

RESULTS AND CONCLUSIONS

Analysis of Pressure Drop-Airflow Data. Several empirical models have been discussed and used to represent the pressure drop-airflow data. Based in the analysis of these empirical relations or mathematical models for predicting air pressure patterns in stored grains, in this study Mattei's equation (1969) a simplification of the known Ergun's equation (1952) is employed. Mattei's model is shown in Eq. (2):

$$DP = a \cdot Q + b \cdot Q^2 \quad (2)$$

where

Q = airflow velocity (m³/s-m²)

DP = pressure drop per unit of bed depth (Pa/m)

a, b = constants for each particular grain.

The Eq. 2 was fitted for each of 83 experiments for two airflow directions, vertical and horizontal. Mattei's model gave an excellent coefficient of correlation ($R^2 > 0.999$).

Constants a and b were determined for agropyron seeds using the NONLIN procedure of SYSTAT (1990).

Effect of the Airflow Direction. The range of variation of airflow was developed from 0.014 to 0.336 m³/s-m².

The constants obtained under this procedure were used to predict the resistance to airflow at various airflow rates. The mean relative percent error for each kind of bed was calculated as it is shown in Eq. (3):

$$e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|P_i - M_i|}{M_i} \cdot 100 \quad (3)$$

where

e = mean relative percent error (%)

P_i = pressure drop predicted by Mattei's equation (Pa/m)

M_i = measured pressure drop (Pa/m)

n = number of data points.

The physical properties for agropyron samples obtained from Eq. 1 were: bulk density of 235 kg/m³, grain density of 744 kg/m³ and bed porosity of 68 %.

Results obtained from Eqs. 2 and 3, for agropyron samples with different airflow direction, s in the range of airflow velocity from 0.014 to 0.336 m³/s-m², are shown in Table 1.

Table 1 - Estimated parameters of Mattei's equation (Eq. 3) for agropyron samples, two airflow direction, in the range of airflow velocity from 0.014 to 0.336 m³/s-m².

Airflow Direction	Constants			Relative Percent Error (%)
	a	b	R^2	
Vertical	2516	5618	1.000	2.23
Horizontal	843	3536	1.000	1.50

The relative percent errors for 100% of tests were below 5%. These low values of e indicate that Mattei's equation describes airflow resistance data of agropyron seeds reasonably well.

For consistency in calculations, coefficients of correlation of the estimation of pressure drop at a given airflow rate (for mechanical design of forced ventilation systems) were calculated and shown in Fig. 2. The results confirmed that relation between both airflow-pressure drop can be done using Mattei's equation ($R^2 > 0.999$).

For all the experiments, the relation between the resistance to airflow in the horizontal direction and the resistance to airflow in the vertical direction was calculated.

The results allow to observe that the pressure-drops in vertical airflow direction were greater than the corresponding resistance in horizontal direction for agropyron seeds, when the airflow varies from 0.014 to 0.336 m³/m²-s. The pronounced difference between both airflow directions also can be seen in Fig. 2. Predicted pressure drop data, using the constants for Mattei's equation from Table 1, are also given in Fig. 2. These predictions are represented by solid lines in the graphic. These curves showed a trend indicating that Mattei's equation prediction is very close.

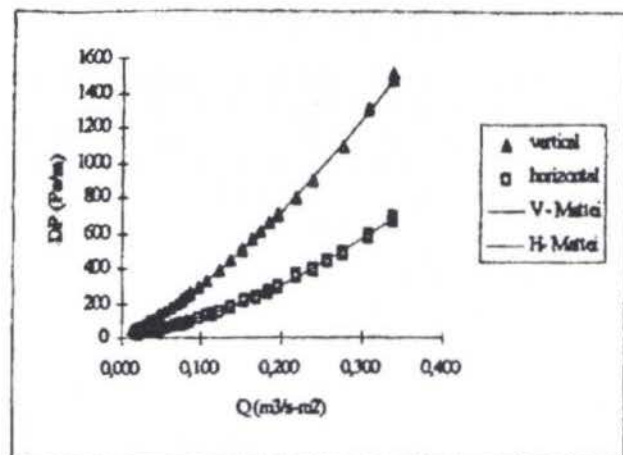


Figure 2 - Resistance to airflow of agropyron seeds in function of the two airflow directions -vertical and horizontal- when the airflow varies from 0.014 to 0.336 m³/s-m². Solid lines represent predictions by Mattei's equation.

From this study, the following conclusions can be drawn:

- Mattei's equation gives a good approximation of measured airflow resistance data of agropyron seeds when the airflow varies from 0.014 to 0.336 m³/s-m².
- The ratio pressure-drops in vertical airflow direction was always greater than the corresponding resistance in horizontal direction.
- Obviously if horizontal airflow direction is employed an important energy consumption saving would be obtained.

REFERENCES

Chung, D. S. and Converse, H. H., 1969, "Effect of Moisture Content on Some Physical Properties of Grains", *ASAE Paper N° 69-811*, St Joseph, MI, ASAE.

Crozza, D. E., Pagano, A. M. and Nolasco, S. M., 1995, "Resistance of Bulk Oat Seeds to Airflow", *Latin American Applied Research*, 25(4), pp. 249-252.

Ergun, S., 1952, "Fluid Flow Through Packed Columns", *Chemical Engineering Progress*, 48(2), pp. 89-94.

Haque, E., Foster, G. H., Chung, D. S. and Lai, F. S., 1978, "Static Pressure Drop Across a Bed of Corn Mixed with Fines", *Transaction of the ASAE*, 21, pp. 997-1000.

Henderson, S. M., 1944, "Resistance of Soybeans and Oats to Air Flow", *Agricultural Engineering*, pp. 127-128.

Jayas, D. S., Alagarsundaram, K. and Irvine, D. A., 1991, "Resistance to Airflow through Bulk Flax Seed as Affected by the Moisture Content, Direction of Airflow and Foreign Material", *Canadian Agricultural Engineering*, pp. 279-285.

Jayas, D. S., Sokhansanj, E., Moysey, B. and Barber, E. M., 1987, "The Effect of Airflow Direction on the Resistance of Canola (Rapeseed) to Airflow", *Canadian Agricultural Engineering*, 29(2), pp. 189-192.

Jayas, D. S., Sokhansanj, S. and Sosulski, F. W., 1990, "Resistance of Bulk Canola Seeds to Airflow in the Presence of Foreign Material", *Canadian Agricultural Engineering*, pp. 47-54.

Kumar, A. and Muir, W. E., 1986, "Airflow Resistance of Wheat and Barley affected by Airflow Direction, Filling Method and Dockage", *Transaction of the ASAE*, 29(5), pp. 1423-1426.

Mattei, M., 1969, "Données Techniques sur la Ventilation du Grain", *Centre National d'Etudes et d'Experimentation de Machinisme Agricole*.

Mohsenin, N. N., 1980, "Physical Properties of Plant and Animal Materials", *Ed. Gordon and Breach Sci. Pub., Vol. 1* New York.

Pagano, A. M., Crozza, D. E. y Nolasco, S. M., 1991, "Resistencia al Flujo de Aire en Lechos de Maíz", *XIV Congreso Interamericano de Ingeniería Química y III Congreso Argentino de Ingeniería Química*, Buenos Aires, Argentina.

Pagano, A. M., Crozza, D. E. y Nolasco, S. M., 1994, "Pérdida de Carga en Lechos de Soja: Efecto de la Presencia de Material Extraño y de la Dirección de Flujo de Aire", *I Encuentro Latinoamericano de Ingeniería Química y III Encuentro de Ingeniería Química del Norte de Chile*, Antofagasta, Chile, pp. 271-276.

Pagano, A. M., Crozza, D. E. y Nolasco, S. M., 1994, "Resistencia al Flujo de Aire de Granos de Soja de Producción Argentina. Parte I: Efecto de la Altura de Lecho y de la Presencia de Material Extraño", *La Alimentación Latinoamericana*, 200, pp. 271, Proc. IV Congreso Argentino de Ciencia y Tecnología de Alimentos y III Encuentro de los Técnicos de Alimentos del Cono Sur, Buenos Aires, Argentina.

Pagano, A. M., Crozza, D. E. y Nolasco, S. M., 1994, "Estudio Comparativo de la Resistencia al Flujo de Aire para distintos Granos de Producción Argentina", *I Congreso Interamericano de Ingeniería Rural y III Congreso Argentino de Ingeniería Rural*, Buenos Aires, Argentina.

Pagano A.M., D.E. Crozza y S.M. Nolasco, 1994, "Equipo para el Estudio del Efecto de la Dirección de Flujo de Aire sobre la Pérdida de Carga en Lechos de Granos", *IV Jornadas sobre Desarrollo de Equipamiento de Bajo Costo Comparativo*. Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología - UNT - Tucumán - 19 al 21 de Octubre 1994. Published in the Abstract's Book.

Pagano, A. M., Crozza, D. E. y Nolasco, S. M., 1995a, "Efecto de la Presencia de Material Extraño y de la Dirección de Flujo de Aire sobre la Resistencia al Flujo de Aire en Lechos de Soja", *Información Tecnológica*, 6(6), pp. 139-144.

Pagano A., D. Crozza, S. Nolasco, 1995b, "Resistencia al Flujo de Aire de Granos de Avena de Producción Argentina Afectada por la Dirección de Flujo de Aire, y por el Contenido de Humedad y de Material Extraño. XVI Interamerican Congress of Chemical Engineering, Cartagena, Colombia, Septiembre 1995b.

Pagano A.M., Crozza D.E., Wats W.G., Nolasco S.M., 1995c, "Pérdida de Carga en Lino Oleaginoso de Producción Nacional Afectada por la Dirección de Flujo de Aire y por la Presencia de Material Extraño", *I Congreso Nacional de Soja y II Reunión Nacional de Oleaginosos*, Pergamino, pp. 110-117.

Pagano A.M., Crozza D.E., Wats W.G., Nolasco S.M., 1995d, "Análisis Comparativo de la Resistencia al Flujo de Aire de Oleaginosos Típicos de Producción Argentina con Aireación Vertical y Horizontal", *I Congreso Ibero-Americano de Ingeniería de Alimentos y I Seminario Brasileño sobre Propiedades de Ingeniería de Alimentos (PROEA)*, Sao Paulo, Brasil.

Pagano A.M., D.E. Crozza, M. Koenig, S.M. Nolasco, 1998, "Almacenamiento de Maíz de Producción Argentina: Aireación con Dirección de Flujo Vertical y Horizontal", *Feria y Congreso de Aire Acondicionado, Refrigeración, Calentamiento y Ventilación del Mercosur, MERCOFRIO '98*. Porto Alegre, Brasil, Resumen N° 12 F11.1.

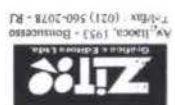
Segerlind, L. J., 1983, "Presenting Velocity-Pressure gradient data for use in Mathematical Models", *Transaction of ASAE*, 26(4), pp. 1245-1248.

Shedd, C. K., 1951, "Some New Data on Resistance of Grains to Air Flow", *Agricultural Engineering*, 32(9), pp. 593-495, 520.

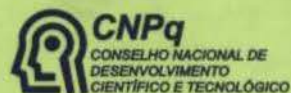
Shedd, C. K., 1953, "Resistance of Grains and Seeds to Airflow", *Agricultural Engineering*, 34(9), pp. 616-619.

Sokhansanj, S., Falacinski, A. A., Sosulski, F. W., Jayas, D. S. and Tang, J., 1990, "Resistance of Bulk Lentils to Airflow", *Transaction of the ASAE*, 33(4), pp. 1281-1285.

Systat, 1990, Statistical Software (versin 5.0), *Systat Inc., Evanston, IL.*



SPONSORS



PROGRAMA **RM**
METROLOGIA



PROMOTED BY



DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA
MECÂNICA
PUC-RIO



ABCm
Brazilian Society
of Mechanical Sciences