

MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE MECANISMOS FLEXÍVEIS PLANOS CONTENDO AMORTECIMENTO VISCOELÁSTICO

Cleves Mesquita Vaz

Domingos Alves Rade

Antônio Marcos Gonçalves de Lima

Universidade Federal de Uberlândia - UFU

Faculdade de Engenharia Mecânica - FEMEC

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

C. P. 593 - CEP 38400-902 – Uberlândia, MG, Brasil

mesquitav@mecanica.ufu.br ; domingos@ufu.br ; amglima@mecanica.ufu.br

Resumo: *Este trabalho tem por objetivo apresentar o desenvolvimento de uma formulação Lagrangeana para a modelagem matemática, bem como procedimentos numéricos para simulação do comportamento dinâmico de mecanismos flexíveis planos, levando-se em consideração a presença de materiais viscoelásticos, introduzidos com o objetivo de atenuar as vibrações elásticas. Para a caracterização das deformações elásticas é utilizado o Método de Elementos Finitos com base na teoria de vigas de Euler-Bernoulli. O foco principal do trabalho consiste na inclusão de comportamento viscoelástico no sistema, de acordo com o modelo de Golla-Hughes-McTavish (GHM), que se baseia na introdução de variáveis dissipativas internas. O procedimento de modelagem é implementado computacionalmente e a integração das equações não-lineares do movimento é realizada através do Método de Runge-Kutta de quarta ordem. A título de exemplificação, resultados numéricos são apresentados para mecanismos do tipo biela-cursor-manivela, evidenciando-se a atenuação das amplitudes de vibração proporcionada pela inclusão do efeito viscoelástico.*

Palavras-chave: *Mecanismos Flexíveis; Elementos Finitos; Viscoelasticidade; Amortecimento.*

1. INTRODUÇÃO

As pesquisas na área de dinâmica de sistemas de multicorpos têm sido motivadas pelo crescente interesse na caracterização do comportamento e no projeto ótimo de estruturas industriais, tais como mecanismos geradores/transformadores de movimento, veículos aeroespaciais e robôs (Shigley and Uicker Jr., 1980). Tais sistemas são constituídos por conjuntos de componentes rígidos e/ou flexíveis interconectados, e na maioria das vezes, os movimentos destes componentes são cinematicamente restringidos devido à existência de diferentes tipos de juntas, sendo ainda caracterizados por grandes deslocamentos lineares e altas rotações. Devido à necessidade de se conceber sistemas cada vez mais leves e precisos, operando a altas velocidades, uma atenção especial têm sido dada à caracterização dos efeitos da flexibilidade sobre o comportamento dinâmico de tais sistemas. Por outro lado, faz-se necessária, em diversas situações, limitar os níveis das vibrações elásticas, com o objetivo de diminuir o ruído transmitido e as solicitações por fadiga. Com este objetivo, técnicas de controle passivo e ativo têm sido empregadas (Chen and Levy, 1999.). No contexto das técnicas de controle passivo, baseadas no emprego de materiais dissipadores de energia, o presente trabalho trata do desenvolvimento de uma formulação Lagrangeana para a modelagem do comportamento dinâmico de mecanismos planos de cadeia fechada, restringidos cinematicamente. As deformações dos corpos elásticos são caracterizadas pelo MEF, com base na teoria de vigas de Euler-Bernoulli (Shabana, 1998). É feita a inclusão do comportamento viscoelástico na modelagem do sistema, empregando-se o modelo de Golla-Hughes-McTavish (GHM) (Golla and Hughes, 1985) e (McTavish and Hughes, 1993).

2. CINEMÁTICA DO CORPO FLEXÍVEL

2.1 Sistemas Referenciais

Em uma discretização por Elementos Finitos, para a representação dos deslocamentos dos pontos de um elemento j do corpo flexível i , são utilizados o *Sistema de Coordenadas Global* (SCG), que é fixo e os sistemas ditos flutuantes: *Sistema de Coordenadas do Corpo* (SCC), que não necessariamente estará fixado em um ponto do corpo; *Sistema de Coordenadas do Elemento* (SCE), que translada e rotaciona junto com o elemento j ; além de um *Sistema Intermediário de Coordenadas do Elemento* (SICE), que é paralelo ao SCE, e que será colocado na origem do SCC.

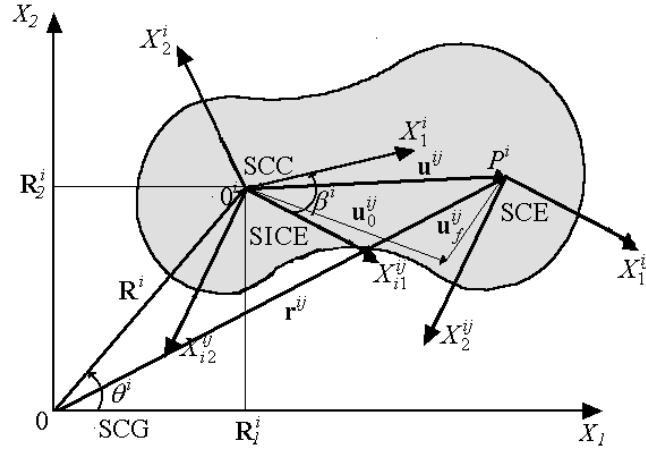


Figura 1: Posição de um ponto arbitrário do elemento j , no corpo i e diferentes sistemas de coordenadas.

O conjunto de *coordenadas generalizadas* do elemento j no corpo i pode ser descrito da seguinte forma (Shabana, 1998):

$$\mathbf{e}^{ij} = \mathbf{e}_0^{ij} + \mathbf{e}_f^{ij}, \quad (1)$$

onde \mathbf{e}_f^{ij} representa as *coordenadas elásticas* do elemento j e \mathbf{e}_0^{ij} as coordenadas nodais em seu estado indeformado. Portanto, o *campo de deslocamento* do elemento considerado, no SICE, é definido por \mathbf{w}_i^{ij} , onde:

$$\mathbf{w}_i^{ij} = \mathbf{S}^{ij} \mathbf{e}_i^{ij}, \quad (2)$$

sendo \mathbf{S}^{ij} é a matriz de *funções de forma* para o elemento j . Para um elemento de viga de Euler-Bernoulli, a matriz de forma pode ser expressa sob a forma:

$$\mathbf{S}^{ij} = \begin{bmatrix} 1-\xi & 0 & 0 & \xi & 0 & 0 \\ 0 & 1-3\xi^2+2\xi^3 & \ell(\xi-2\xi^2+\xi^3) & 0 & 3\xi^2-2\xi^3 & \ell(\xi^3-\xi^2) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

onde ξ é a razão adimensional entre a coordenada axial do ponto, na configuração não-deformada do elemento e ℓ , que é o comprimento do elemento j .

A orientação do SCE com relação ao SCC é definido pela matriz de transformação \mathbf{C}^{ij} , que é representada por:

$$\mathbf{C}^{ij} = \begin{bmatrix} \cos \beta^{ij} & -\sin \beta^{ij} \\ \sin \beta^{ij} & \cos \beta^{ij} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

onde β^{ij} é o ângulo de orientação do elemento, entre os sistemas SICE e SCC.

A matriz de *rotação* \mathbf{C}^{ij} é empregada para definir o campo de deslocamentos em relação ao sistema de coordenadas do corpo, isto é:

$$\bar{\mathbf{u}}^{ij} = \mathbf{C}^{ij} \mathbf{w}_i^{ij} \quad (5)$$

As condições de compatibilidade entre os elementos do corpo são simplificadas, se as coordenadas nodais forem expressas com relação ao SCC, ou seja:

$$\mathbf{e}_i^{ij} = \bar{\mathbf{C}}^{ij} \mathbf{e}^{ij}, \quad (6)$$

na qual:

$$\bar{\mathbf{C}}^{ij} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_1^{ij} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{C}}_1^{ij} \end{bmatrix}; \quad \bar{\mathbf{C}}_1^{ij} = \begin{bmatrix} \cos \beta^{ij} & \sin \beta^{ij} & 0 \\ -\sin \beta^{ij} & \cos \beta^{ij} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Com isso, pode-se escrever:

$$\bar{\mathbf{u}}^{ij} = \bar{\mathbf{N}}^{ij} \mathbf{q}_n^{ij}, \quad (8)$$

onde $\bar{\mathbf{N}}^{ij} = \mathbf{C}^{ij} \mathbf{S}^{ij} \bar{\mathbf{C}}^{ij}$ e \mathbf{q}_n^{ij} representa o vetor de coordenadas nodais generalizadas do elemento j , no corpo i .

2.2 Condições de Conectividade e Referência

O vetor de coordenadas generalizadas \mathbf{q}_n^{ij} , do elemento j , situado no corpo i , pode ser escrito da seguinte forma no SCC:

$$\mathbf{q}_n^{ij} = \mathbf{B}_1^{ij} \mathbf{q}_n^i, \quad (9)$$

onde \mathbf{B}_1^{ij} é uma *matriz de transformação Booleana* constante, cuja utilidade é a de estabelecer a conectividade entre os elementos do modelo. Logo, o campo de deslocamentos, em relação ao SCC, ficará:

$$\bar{\mathbf{u}}^{ij} = \mathbf{N}^{ij} \mathbf{q}_n^i, \quad (10)$$

sendo $\mathbf{N}^{ij} = \mathbf{C}^{ij} \mathbf{S}^{ij} \bar{\mathbf{C}}^{ij} \mathbf{B}_1^{ij}$.

Condições de referências são impostas para o corpo considerado, segundo suas propriedades elásticas; na Teoria de Viga de Euler-Bernoulli, condições de extremidades livres, apoiadas, e/ou engastadas são normalmente consideradas (Ferreira, 1997). Na formulação apresentada esta característica é fornecida pela matriz \mathbf{B}_2^i , e incluída no equacionamento da seguinte maneira:

$$\mathbf{q}_n^i = \mathbf{q}_0^i + \bar{\mathbf{q}}_f^i = \mathbf{q}_0^i + \mathbf{B}_2^i \mathbf{q}_f^i, \quad (11)$$

Com isso, o campo de deslocamentos assume a seguinte forma:

$$\bar{\mathbf{u}}^{ij} = \mathbf{N}^{ij} (\mathbf{q}_0^i + \mathbf{B}_2^i \mathbf{q}_f^i) \quad (12)$$

A posição absoluta de um ponto genérico P , situado no elemento j , do corpo i é representada pelo vetor \mathbf{r}^{ij} na Fig. (1), onde são destacados os vários sistemas de coordenadas do sistema:

Introduzindo as coordenadas de referência $\mathbf{q}_r^i = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{iT} & \theta^{iT} \end{bmatrix}^T$, que descrevem a localização da origem, bem como a orientação do corpo de referência, pode-se definir a posição de um ponto arbitrário situado no elemento j , do corpo i , por:

$$\mathbf{r}^{ij} = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i \bar{\mathbf{u}}^{ij}, \quad (13)$$

onde \mathbf{A}^i é a matriz de rotação de transformação de coordenadas do corpo para o referencial global. Sendo assim, a Eq. (13) pode ser reescrita sob a forma:

$$\mathbf{r}^{ij} = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i \mathbf{N}^{ij} (\mathbf{q}_0^i + \mathbf{B}_2^i \mathbf{q}_f^i) \quad (14)$$

3. MATRIZES DE INÉRCIA E RIGIDEZ ELEMENTARES

A velocidade para um ponto arbitrário P é obtida pela diferenciação da Eq. (14) em relação ao tempo:

$$\dot{\mathbf{r}}^{ij} = \dot{\mathbf{R}}^i + \dot{\mathbf{A}}^i \mathbf{N}^{ij} (\mathbf{q}_0^i + \mathbf{B}_2^i \mathbf{q}_f^i) + \mathbf{A}^i \mathbf{N}^{ij} \mathbf{B}_2^i \dot{\mathbf{q}}_f^i \quad (15)$$

Usando o fato de que $\dot{\mathbf{A}}^i = \dot{\theta}^i \mathbf{A}_\theta^i$, pode-se reescrever a Eq. (15) como segue:

$$\dot{\mathbf{r}}^{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_\theta^i \mathbf{N}^{ij} \mathbf{q}_n^i & \mathbf{A}^i \mathbf{N}^{ij} \mathbf{B}_2^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}^i \\ \dot{\theta}^i \\ \dot{\mathbf{q}}_f^i \end{bmatrix} \quad (16)$$

3.1 Matrizes de Inércia e de Rigidez Elementares

A energia cinética para o elemento j , é dada por:

$$T^{ij} = \frac{1}{2} \int_{V^{ij}} \rho^{ij} \dot{\mathbf{r}}^{ijT} \dot{\mathbf{r}}^{ij} dV^{ij} \quad (17)$$

Com isso, a Eq. (17) poderá ser expressa da seguinte maneira:

$$T^{ij} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^{ijT} \mathbf{M}^{ij} \dot{\mathbf{q}}^{ij}, \quad (18)$$

onde \mathbf{M}^{ij} é a matriz de inércia elementar, dada por:

$$\mathbf{M}^{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{RR}^{ij} & \mathbf{m}_{R\theta}^{ij} & \mathbf{m}_{Rf}^{ij} \\ & \mathbf{m}_{\theta\theta}^{ij} & \mathbf{m}_{\theta f}^{ij} \\ sim. & & \mathbf{m}_{ff}^{ij} \end{bmatrix} \quad (19)$$

O trabalho virtual realizado pelas forças elásticas para o elemento j é dado por:

$$\delta W_S^{ij} = - \int_{V^{ij}} \sigma^{ijT} \delta \varepsilon^{ij} dV^{ij}, \quad (20)$$

onde σ^{ij} e ε^{ij} são, respectivamente, os vetores de *tensão* e *deformação* do elemento j . Utilizando a equação constitutiva e escrevendo a deformação em função do campo de deslocamentos, teremos as seguintes relações: $\sigma^{ij} = \mathbf{E}^{ij} \varepsilon^{ij}$ e $\varepsilon^{ij} = \mathbf{D}^{ij} \mathbf{C}^{ij} \mathbf{S}^{ij} \overline{\mathbf{C}}^{ij} \mathbf{B}_1^{ij} \mathbf{B}_2^i \mathbf{q}_f^i$, onde \mathbf{E}^{ij} é a matriz de coeficientes elásticos e \mathbf{D}^{ij} é um operador diferencial. Portanto:

$$\delta W_S^{ij} = - \mathbf{q}_f^i{}^T \mathbf{k}_{ff}^{ij} \delta \mathbf{q}_f^i \quad (21)$$

Assim, a matriz de rigidez elementar será dada por:

$$\mathbf{K}^{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{ff}^{ij} \end{bmatrix} \quad (22)$$

3.4 Vetores de Forças Externas Generalizadas

Os vetores de *forças externas* e de *velocidades quadráticas* também podem obtidos pela aplicação da definição do trabalho virtual e decompostos em função das coordenadas generalizadas de translação, rotação e elásticas, conforme pode-se ver a seguir (detalhamento sobre a obtenção destes vetores pode ser encontrado em (Shabana, 1998)):

$$\mathbf{Qe}^{ij} = [\mathbf{Qe}_R^{ij} \quad \mathbf{Qe}_\theta^{ij} \quad \mathbf{Qe}_f^{ij}]^T \quad \text{e} \quad \mathbf{Qv}^{ij} = [\mathbf{Qv}_R^{ij} \quad \mathbf{Qv}_\theta^{ij} \quad \mathbf{Qv}_f^{ij}]^T \quad (23)$$

No que se segue, será omitido o índice j para as matrizes de massa, rigidez, bem como para os vetores de forças externas, uma vez que a formulação para o corpo i é consistente com as equações elementares apresentadas até este ponto (Ferreira, 1997).

3.5 Restrições Cinemáticas

As restrições cinemáticas são expressas por equações algébricas não lineares, que dependem das coordenadas generalizadas do corpo e, eventualmente, do tempo, e são escritas sob a seguinte forma vetorial:

$$\Phi(\mathbf{q}, t) = \mathbf{0} \quad (24)$$

A derivada do vetor Φ , em relação às coordenadas generalizadas é representada pela matriz $\Phi_{\mathbf{q}}$ e é conhecida como *matriz jacobiana de restrição* e será introduzida no equacionamento da dinâmica dos sistemas de multicorpos.

4. EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

O trabalho virtual das forças que atuam no corpo i é dado por: $\delta W^i = \delta W_S^i + \delta W_e^i$, onde δW_S^i é devido às forças elásticas e δW_e^i é resultante das forças externas que estão sendo aplicadas em i . Estas expressões podem ser dadas por:

$$\delta W^i = \mathbf{Q}^{iT} \delta \mathbf{q}^i; \quad \delta W_S^i = -\mathbf{q}^{iT} \mathbf{K}^i \delta \mathbf{q}^i; \quad \delta W_e^i = \mathbf{Qe}^{iT} \delta \mathbf{q}^i, \quad (25)$$

onde \mathbf{Q}^i é o vetor de forças generalizadas associadas às coordenadas do corpo i . Assim:

$$\mathbf{Q}^i = -\mathbf{K}^i \mathbf{q}^i + \mathbf{Qe}^i \quad (26)$$

As *Equações de Lagrange*, para o corpo i , no sistema de multicorpos são dadas por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^i}{\partial \dot{\mathbf{q}}^i} \right)^T - \left(\frac{\partial T^i}{\partial \mathbf{q}^i} \right)^T + \Phi_{\mathbf{q}}^T \lambda = \mathbf{Q}^i, \quad (27)$$

em que λ é o vetor dos *Multiplicadores de Lagrange*. Logo, teremos:

$$\mathbf{M}^i \ddot{\mathbf{q}}^i + \mathbf{K}^i \mathbf{q}^i + \Phi_{\mathbf{q}}^T \lambda = \mathbf{Q}\mathbf{e}^i + \mathbf{Q}\mathbf{v}^i \quad (28)$$

que são as equações do movimento para o sistema amortecido (Shabana, 1998).

5. INCLUSÃO DO EFEITO VISCOELÁSTICO NA FORMULAÇÃO

A matriz de rigidez pode ser fatorada da seguinte forma: $\mathbf{K}^i = E^i(s) \bar{\mathbf{K}}^i$, onde $E^i(s)$ é a função *módulo* do material viscoelástico, aqui indicado como dependente do parâmetro de Laplace s . Para o *modelo de Golla-Hughes-McTavish* (GHM), a função *módulo* é representada por (McTavish and Hughes, 1993):

$$E^i(s) = E_R^i \left[1 + \sum_{i=1}^{N_G} \alpha_i \frac{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \right], \quad (29)$$

onde: E_R^i é *módulo estático* do material; α_i , ζ_i e ω_i são parâmetros característicos do material viscoelástico e N_G é o número de coordenadas dissipativas do sistema (Lima, 2003).

Seguindo detalhamento apresentado por (Golla and Hughes, 1985) e (McTavish and Hughes, 1993), chega-se ao seguinte sistema de equações do movimento após inclusão do efeito viscoelástico de acordo com o modelo GHM

$$\begin{cases} \mathbf{M}^i \ddot{\mathbf{q}}^i + \mathbf{C}_v^i \dot{\mathbf{q}}^i + \mathbf{K}_v^{\infty i} \mathbf{q}^i - \alpha_i \mathbf{K}_v^{0i} \mathbf{q}_i^{G^i}(s) + \Phi_{\mathbf{q}}^T \lambda = \mathbf{Q}\mathbf{e}^i + \mathbf{Q}\mathbf{v}^i \\ \frac{\alpha_i}{\omega_i^2} \mathbf{K}_v^{0i} \ddot{\mathbf{q}}_i^{G^i} + 2 \frac{\alpha_i \zeta_i}{\omega_i} \mathbf{K}_v^{0i} \dot{\mathbf{q}}_i^{G^i} + \alpha_i \mathbf{K}_v^{0i} \mathbf{q}_i^{G^i} - \alpha_i \mathbf{K}_v^{0i} \mathbf{q}^i = \mathbf{0} \end{cases} \quad (30)$$

onde:

α_i , ζ_i e ω_i são parâmetros reais e positivos, que caracterizam as variáveis dissipativas (G^i) do sistema.

O sistema acima pode ser escrito na seguinte forma matricial:

$$\mathbf{M}_G \ddot{\mathbf{q}}_G + \mathbf{C}_G \dot{\mathbf{q}}_G + \mathbf{K}_G \mathbf{q}_G = \mathbf{F}_G, \quad (31)$$

onde:

$$\mathbf{M}_G = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^i & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\alpha_1 \mathbf{K}_v^{0i}}{\omega_1^2} & \mathbf{0} & \vdots \\ \vdots & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \frac{\alpha_{N_G} \mathbf{K}_v^{0i}}{\omega_{N_G}^2} \end{bmatrix}; \mathbf{C}_G = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_v^i & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{2\alpha_1 \zeta_1 \mathbf{K}_v^{0i}}{\omega_1} & \mathbf{0} & \vdots \\ \vdots & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \frac{2\alpha_{N_G} \zeta_{N_G} \mathbf{K}_v^{0i}}{\omega_{N_G}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_G = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_v^{\infty i} & -\alpha_1 \mathbf{K}_v^{0i} & \dots & -\alpha_{N_G} \mathbf{K}_v^{0i} \\ -\alpha_1 \mathbf{K}_v^{0iT} & \alpha_1 \mathbf{K}_v^{0i} & \mathbf{0} & \vdots \\ \vdots & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ -\alpha_{N_G} \mathbf{K}_v^{0iT} & \dots & \mathbf{0} & \alpha_{N_G} \mathbf{K}_v^{0i} \end{bmatrix}; \mathbf{F}_G = \begin{bmatrix} (\mathbf{Q}\mathbf{e}^i + \mathbf{Q}\mathbf{v}^i - \Phi_q^T \lambda)^T \\ \mathbf{0}^T \\ \vdots \\ \mathbf{0}^T \end{bmatrix}; \mathbf{q}_G = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{iT} \\ \mathbf{q}_1^{GiT} \\ \vdots \\ \mathbf{q}_{N_G}^{GiT} \end{bmatrix}$$

A Eq. (31) representa o sistema equações do movimento para um modelo de multicorpos, com componentes flexíveis, considerando-se o amortecimento viscoelástico.

6. SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Nesta seção apresenta-se, como exemplo, o mecanismo biela-cursor-manivela mostrado na Fig. (2). Trata-se de um tipo de mecanismo encontrado em numerosos sistemas mecânicos, tais como motores de combustão interna e máquinas ferramentas (Shigley & Uicker Jr., 1980).

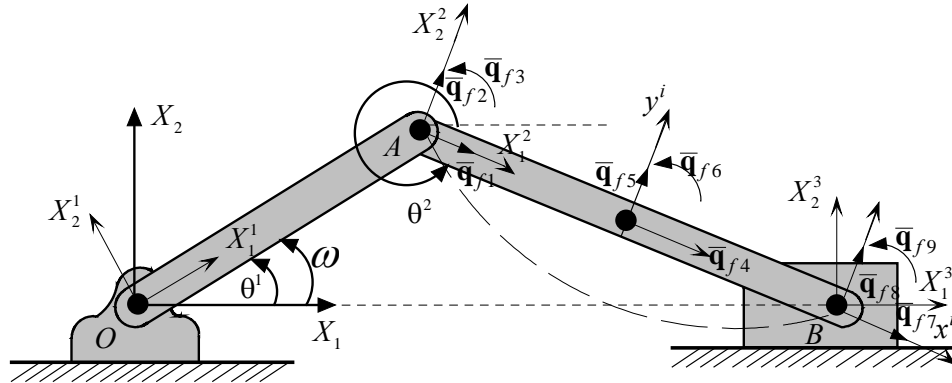


Figura 2: Mecanismo biela-cursor-manivela.

No mecanismo acima, negligencia-se a massa do cursor, considera-se a manivela rígida e biela flexível, discretizada em dois elementos finitos. Admite-se ainda que a biela seja acionada por um torque constante, proporcional à sua massa. As condições de referência adotadas são de viga simplesmente apoiada e inicialmente o mecanismo está alinhado na horizontal, com a junta biela/manivela entre o cursor e a junta da manivela com a base, sem deformação.

As propriedades geométricas e de material são as seguintes:

- Comprimento da manivela, $\ell_m = 0,1524$ m;
- Comprimento da biela, $\ell_b = 0,3492$ m;
- Massa da biela, $m_b = 0,0758$ Kg;

- Massa específica, $\rho = 1600 \text{ Kg/m}^3$;
- Módulo de Elasticidade Longitudinal, $E = 2,1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$;
- Área da Seção Transversal, $A = 1,6129 \times 10^{-4} \text{ m}^2$;
- Momento de Inércia, $I = 8,6576 \times 10^{-9} \text{ m}^4$

São escolhidas as seguintes *coordenadas generalizadas*:

$$\mathbf{q} = [R_1^2 \quad R_2^2 \quad \theta^2 \quad q_{f1} \quad q_{f2} \quad q_{f3} \quad q_{f4} \quad q_{f5} \quad q_{f6}]^T \quad (32)$$

A biela é modelada como uma viga puramente viscoelástica. As equações do movimento foram resolvidas empregando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem, no intervalo $[0 - 0,01 \text{ s}]$, com $\Delta t = 4,0 \times 10^{-6} \text{ s}$. A Figura (3) mostra a comparação entre o sistema com junta viscoelástica (em vermelho) e o sistema não-amortecido (em azul), evidenciando a atenuação das amplitudes de vibração, respectivamente de velocidade e aceleração, para uma dada coordenada elástica (q_{f4}).

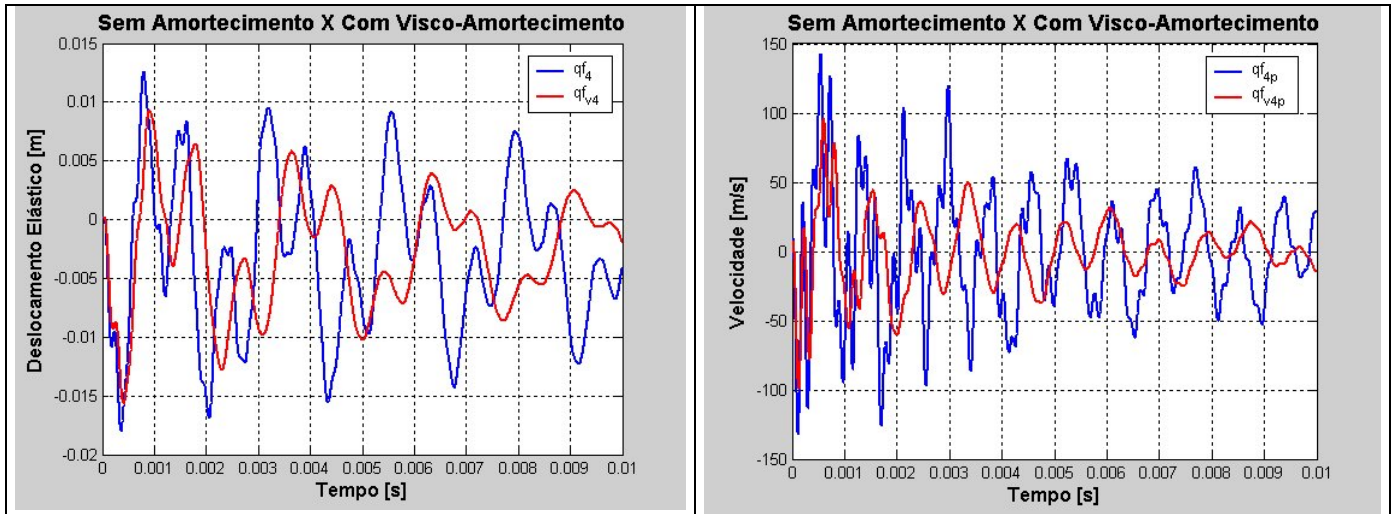


Fig. (4): Comparação entre sistemas com biela elástica e viscoelástica

7. CONCLUSÕES

Foi desenvolvida a formulação lagrangeana para a modelagem de sistemas de multicorpos híbridos (rígidos/flexíveis), bidimensionais, de acordo com a Teoria de Viga de Euler-Bernoulli, sujeitos a restrições cinemáticas, sendo obtidas as equações algébrico-diferenciais do movimento não lineares. Na formulação, buscou-se evidenciar a natureza dos sistemas de referência e das coordenadas generalizadas empregadas para a representação da posição instantânea dos corpos do sistema. A discretização dos corpos é feita com o Método de Elementos Finitos, explicitando a influência das coordenadas generalizadas elásticas na dinâmica de multicorpos.

Foi introduzido na formulação o efeito viscoelástico de amortecimento, segundo o modelo de Golla-Hughes-McTavish, evidenciando-se que tal modelo permite obter as equações do movimento na forma usual de equações de segunda ordem, sendo caracterizado pelo aumento da dimensão do sistema de equações do movimento, como resultado da inclusão de variáveis internas dissipativas. Para a integração das equações do movimento é sugerido o método de Runge-Kutta. As simulações computacionais, usando um mecanismo biela-cursor-manivela, mostram que a inclusão do material viscoelástico nas juntas e/ou nas vigas permite atenuar os efeitos vibracionais do sistema de multicorpos.

8. AGRADECIMENTOS

D. A. Rade agradece ao CNPq pelo suporte às suas atividades de pesquisa através do processo 501051/2003-1.

9. REFERÊNCIAS

- Bauchau, O.A., 1998, "Computational Schemes for Flexible, Nonlinear Multi-Body Systems", *Multibody System Dynamics*, Vol. 2, pp. 169-225.
- Beer, F. and Johnston Jr., E. R., 1996, "Mecânica Vetorial para Engenheiros – Dinâmica", 5ª Edição, Makron Books, Rio de Janeiro.
- Burden, R. L. and Faires, J. D., 2003, "Análise Numérica", Thomson Learning. São Paulo.
- Chen, Q., and Levy, C., 1999, "Vibration Analysis and Control of Flexible Beam by using Smart Damping Structures", Elsevier Science Ltd., *Composites - Part B*, 30: Engineering, pp. 395-406.
- Ferreira, A. M., 1997, "Análise Dinâmica de Mecanismos Flexíveis Planos", Dissertação de Mestrado, IME – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro.
- Golla, D.F. and Hughes, P. C., 1985, "Dynamics of Viscoelastic Structures – A Time-Domain, Finite Element Formulation", *Journal of Applied Mechanics*, Vol.52, pp. 897-906.
- Lima, A. M. G., 2003, "Modelagem Numérica e Avaliação Experimental de Materiais Viscoelásticos Aplicados ao Controle Passivo de Vibrações Mecânicas", Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia.
- Mabie, H.H. and Ocvirk, F.W., 1967, "Mecanismos e Dinâmica das Máquinas", LTU, Rio de Janeiro, Brasil.
- McTavish, D. J. and Hughes, P. C., 1993, "Modeling of Linear Viscoelastic Space Structures", *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 115, pp. 103-110.
- Santos, I.F., 2001, "Dinâmica de Sistemas Mecânicos – Modelagem, Simulação, Visualização e Verificação", Makron Books.
- Shabana, A.A., 1998, "Dynamic of Multibody Systems", Cambridge University Press, New York
- Shabana, A.A., 1997, "Flexible Multibody Dynamics: Review of Past and Recent Developments", *Multibody System Dynamics*, Vol. 1, pp. 189-222.
- Shigley, J.E. and Uicker Jr., J.J., 1980, "Theory of Machines and Mechanisms", McGraw-Hill Books, New York.

10. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

MODELING OF THE DYNAMIC BEHAVIOR OF FLEXIBLE TWO-DIMENSIONAL MECHANISMS FEATURING VISCOELASTIC DAMPING

Cleves Mesquita Vaz

Domingos Alves Rade

Antônio Marcos Gonçalves de Lima

Federal University of Uberlândia

School of Mechanical Engineering

P.O. Box 593 – CEP 38400-902 – Uberlândia, MG, Brazil

mesquitav@mecanica.ufu.br ; domingos@ufu.br ; amglima@mecanica.ufu.br

Abstract: *In this paper it is presented the development of a Lagrangean formulation for the modeling of the dynamic behavior of two-dimensional flexible mechanisms featuring viscoelastic damping, taking into account the kinematical constraints by using Lagrange multipliers. To characterize the elastic deformations of the compliant bodies, the Finite Element Method is employed. The frequency dependent behavior of the viscoelastic material is characterizes through the Golla-Hughes-McTavish (GHM) model, which is based on the introduction of internal dissipative variables. Numerical validation is present, using a slider-crank mechanism, demonstrating the possibility of achieving vibration attenuation upon the inclusion of the viscoelastic effect.*

Keywords: *Flexible Mechanisms, Finite Elements, Damping, Viscoelasticity.*