

# AVALIAÇÃO TEÓRICA E NUMÉRICA DE UM ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÕES ADAPTATIVO

**Sebastião Simões Cunha Jr**

Universidade Federal de Uberlândia – Faculdade de Engenharia Mecânica  
Av. João Naves de Ávila 2160 – bloco 1M, 38400-902, Uberlândia, MG, Brasil.  
*E-mail:* simoes@mecanica.ufu.br

**Erickson Nunes**

Universidade Federal de Uberlândia – Faculdade de Engenharia Mecânica  
Av. João Naves de Ávila 2160 – bloco 1M, 38400-902, Uberlândia, MG, Brasil.  
*E-mail:* eriksonufu@bol.com.br

**Domingos Alves Rade**

Universidade Federal de Uberlândia – Faculdade de Engenharia Mecânica  
Av. João Naves de Ávila 2160 – bloco 1M, 38400-902, Uberlândia, MG, Brasil.  
*E-mail:* domingos@ufu.br

**Resumo.** O presente trabalho enfoca o problema de atenuação de vibrações em estruturas empregando absorvedores dinâmicos de vibrações (ADVs). É demonstrada a possibilidade de utilização de um absorvedor dinâmico de vibrações eletromecânico que combina um ADV passivo puramente mecânico com um circuito shunt (RLC) apresentando a vantagem de poder ser empregado em uma configuração adaptativa, através da alteração dos parâmetros do circuito elétrico, de modo que o dispositivo esteja sempre sintonizado com a freqüência de excitação. No que segue, apresenta-se primeiramente a formulação pertinente a esta configuração de ADV. Em seguida, estuda-se à aplicabilidade de tais dispositivos com a apresentação de simulações numéricas.

**Palavras-chave.** Absorvedor dinâmico de vibrações, controle de vibrações, amortecimento.

## 1. INTRODUÇÃO

São numerosas as situações encontradas na prática da Engenharia em que se deve buscar soluções para controlar os níveis de vibração estrutural, de modo a assegurar condições satisfatórias de operação, segurança e conforto.

Existem hoje várias técnicas para atenuação de vibrações de sistemas mecânicos, desde técnicas simples baseadas na introdução de materiais amortecedores passivos, modificação e otimização do projeto estrutural, até o uso de sofisticados sistemas de controle ativo. Uma estratégia freqüentemente utilizada para atenuar os níveis de vibrações dos sistemas mecânicos é aquela baseada no emprego de absorvedores dinâmicos de vibrações (ADVs), cuja invenção é devida a Frahm (1911). O emprego de ADVs tem-se revelado uma estratégia eficiente e econômica. Isto fez com que se tornassem objeto de atenção de engenheiros e pesquisadores, tanto no âmbito acadêmico quanto no industrial. Um estudo abrangente acerca da teoria e utilização prática de ADVs é dada por Korenev e Reznikov (1993).

O projeto clássico de um ADV puramente passivo é baseado na sintonização de sua freqüência natural, através da escolha dos parâmetros físicos de massa, rigidez e amortecimento, igualando-a à

frequência de excitação harmônica cujo valor é admitido ser fixo (Den Hartog, 1956).

Uma das vantagens dos ADVs passivos é o fato de não requererem energia e não causar uma instabilidade no sistema. Entretanto, sua aplicabilidade é limitada, na medida em que sua eficiência é reduzida quando a frequência de excitação é variada, mesmo que ligeiramente.

Para contornar esta dificuldade, uma estratégia que vem sendo explorada é o emprego de Absorvedores Dinâmicos Adaptativos, cujos parâmetros físicos podem ser contínua e automaticamente variados de modo que o dispositivo esteja sempre sintonizado, independentemente de variações na frequência de operação. Neste contexto, o surgimento de materiais inteligentes, tais como materiais piezelétricos, materiais com memória de forma e os fluidos eletroreológicos e magnetoreológicos abrem novas possibilidades de se obter as características desejadas de adaptabilidade em amplas faixas de operação, com mínimo consumo de energia (Sun et al, 1995).

A título de exemplo, Gandhi et al (1989) utilizaram fluidos eletroreológicos. Marques (2000) realizou um estudo da viabilidade de utilização de diferentes configurações de ADVs adaptativos incluindo o uso de atuadores piezelétricos.

No que segue, apresenta-se a formulação básica pertinente ao ADV eletromecânico proposto, o qual é uma combinação de um ADV passivo puramente mecânico com um circuito elétrico shunt (RLC). Em seguida, apresenta-se um estudo de aplicações, ilustradas através de exemplos numéricos, tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo.

## 2. EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

O modelo do ADV Eletromecânico Adaptativo proposto é mostrado na Fig. (1). O absorvedor eletromecânico é formado por um ADV mecânico puramente passivo ( $m_2$ ,  $k_2$  e  $c_2$ ), considerando que a massa  $m_2$  seja magnética, a qual é envolvida por uma espira conectada em série com um circuito RLC. O absorvedor é conectado a uma estrutura primária, representada pelo sistema de 1 gdl ( $m_1$ ,  $k_1$  e  $c_1$ ).

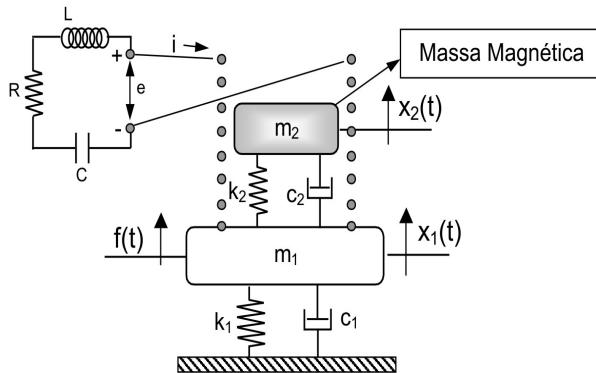


Figura 1. Modelo de um Absorvedor Eletromecânico.

As equações do movimento para a massa primária, massa do ADV e a corrente que passa na espira são dadas por:

$$m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - c_2 \dot{x}_2 - k_2 x_2 + Ti = F \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) - Ti = 0 \quad (2)$$

$$Li + Ri + \frac{1}{C}i + T(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) = 0 \quad (3)$$

A quantidade  $T$  relaciona a corrente com a força magnética na bobina. Desta forma,  $T = 2\pi nrb$

onde  $n$  é o número de espiras na bobina,  $r$  é o raio da bobina e  $B$  é o campo magnético uniforme gerado pela massa  $m_2$ .

As equações (1), (2) e (3) , podem ser combinadas na seguinte forma matricial:

$$[M]\ddot{q}(t) + [B]\dot{q}(t) + [K]q(t) = \{f(t)\} \quad (4)$$

onde:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ -T & T & L \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & T \\ -k_2 & k_2 & -T \\ 0 & 0 & 1/C \end{bmatrix}$$

$$f(t) = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad q(t) = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ i \end{Bmatrix}$$

Considerando regime harmônico permanente, a manipulação das equações do movimento conduzem às expressões seguintes, que dão as amplitudes da massa primária e do ADV e da corrente na bobina em função da freqüência de excitação  $\Omega$  :

$$\frac{X_1}{F}(\Omega) = \frac{E_c E_2 - T^2 \Omega^2}{D(\Omega)} \quad (5)$$

$$\frac{X_2}{F}(\Omega) = \frac{-T^2 \Omega^2 + E_c(c_2 j\Omega + k_2)}{D(\Omega)} \quad (6)$$

$$\frac{I}{F}(\Omega) = \frac{T m_2 \Omega^4}{D(\Omega)} \quad (7)$$

onde:  $E_1 = -m_1 \Omega^2 + (c_1 + c_2)j\Omega + k_1 + k_2$

$$E_2 = -m_2 \Omega^2 + c_2 j\Omega + k_2$$

$$E_c = -L \Omega^2 + R j \Omega + \frac{1}{C}$$

$$D(\Omega) = E_1 E_2 E_c - T^2 \Omega^2 E_1 (E_1 + E_2) + (c_2 j\Omega + k_2) [2 T^2 \Omega^2 - (c_2 j\Omega + k_2) E_c]$$

sendo  $D(\Omega)$  é a equação característica do sistema acoplado.

O objetivo do ADV eletromecânico é fazer com que a amplitude de vibração da massa primária seja anulada. Portanto deve-se sintonizar o ADV de acordo com a freqüência de excitação. Esta sintonização será efetuada através da variação dos parâmetros do circuito  $R$  e/ou  $L$  e/ou  $C$  em função da freqüência de excitação  $\Omega$ . Desta forma, considerando o caso particular do ADV mecânico não amortecido ( $c_2 = 0$ ) e o circuito elétrico sem a componente de resistência elétrica ( $R = 0$ ) e fazendo o numerador da Eq. (5) igual a zero e resolvendo para  $L$  e  $C$ , tem-se:

$$L(\Omega) = \frac{(m_2 + T^2 C)\Omega^2 - k_2}{(m_2 \Omega^2 - k_2)C\Omega^2} \quad (8)$$

$$C(\Omega) = \frac{m_2 \Omega^2 - k_2}{\Omega^2 (L m_2 \Omega^2 - L k_2 - T^2)} \quad (9)$$

As equações (8) e (9) fornecem os valores dos parâmetros do circuito elétrico para os quais amplitude de vibração da massa primária será anulada. Desta forma, eles poderão ser usados, um de cada vez, como forma de se conseguir um deslocamento nulo da massa principal sem que haja a necessidade de se variar os parâmetros passivos ( $m_2, c_2, k_2$ ) do ADV mecânico.

Considerando agora a presença do amortecimento  $c_2$  do ADV passivo, e da resistência elétrica  $R$  do circuito, as expressões para a indutância  $L(\Omega)$  e para a capacitância  $C(\Omega)$  resultam:

$$L(\Omega) = \frac{E_2 (Rj\Omega + 1/C) - T^2}{E_2 \Omega^2} \quad (10)$$

$$C(\Omega) = \frac{E_2}{T^2 \Omega^2 - E_2 (-L\Omega^2 + Rj\Omega)} \quad (11)$$

A resistência elétrica  $R$  pode ser relacionada com o fator de amortecimento “elétrico” segundo:

$$\zeta_e = \frac{R}{2\omega_e L(\Omega)} \quad (12)$$

onde  $\omega_e^2 = \frac{1}{LC}$  é a freqüência natural do circuito elétrico isolado (Irwin, 2000).

### 3. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Para o conjunto sistema primário + ADV mecânico + circuito elétrico dado pela Fig. (1), os valores dos parâmetros físicos para o sistema primário e ADV mecânico passivo e do circuito elétrico são dados na Tab. (1).

Tabela 1. Parâmetros físicos passivos do sistema primário, do ADV mecânico e do circuito elétrico.

<b>Sistema primário</b>	<b>ADV – mecânico</b>	<b>Círcuito RLC</b>
$m_1 = 1,5 \text{ Kg}$	$m_2 = 0,25 \text{ Kg}$	$R = 0 \Omega$
$k_1 = 119915,7 \text{ N/m}$	$k_2 = 3947,8 \text{ N/m}$	$C = 10 \text{ nF}$
$c_1 = 0 \text{ Ns/m}$	$c_2 = 0 \text{ Ns/m}$	$T = 3770$
$f_1 = 45 \text{ Hz}$	$f_2 = 20 \text{ Hz}$	

O valor de  $T$ , dado pela Eq. (4), foi obtido para os seguintes parâmetros:  $n = 20$ ,  $r = 0,015 \text{ m}$  e  $B = 2000 \text{ Gauss}$ .

### 3.1. Análise no Domínio da Frequência

O ADV eletromecânico foi sintonizado para a freqüência de excitação  $\Omega = 45$  Hz que é a freqüência natural do sistema primário. Os parâmetros R e C foram fixados de acordo com a Tab. (2) ao passo que o parâmetro L foi calculado de acordo com a Eq. (8) assumindo o valor L=2137 Henry.

Pode-se observar na Fig. (2) que com a sintonização do ADV eletromecânico, de acordo com a freqüência natural do sistema primário, há uma total absorção dos níveis de vibração do sistema primário aparecendo ao invés de um pico de ressonância uma anti-ressonância. Em contrapartida, com a utilização do ADV mecânico puramente passivo observa-se que os altos níveis de vibração do sistema primário continuam os mesmos uma vez que a freqüência para a qual este último está sintonizado (20 Hz) é diferente da freqüência natural do sistema primário (45 Hz).

A Fig. (3) mostra a corrente elétrica que passa através da espira do circuito do ADV. Observa-se que a corrente possui seus limites superiores justamente nas freqüências de ressonância do sistema acoplado.

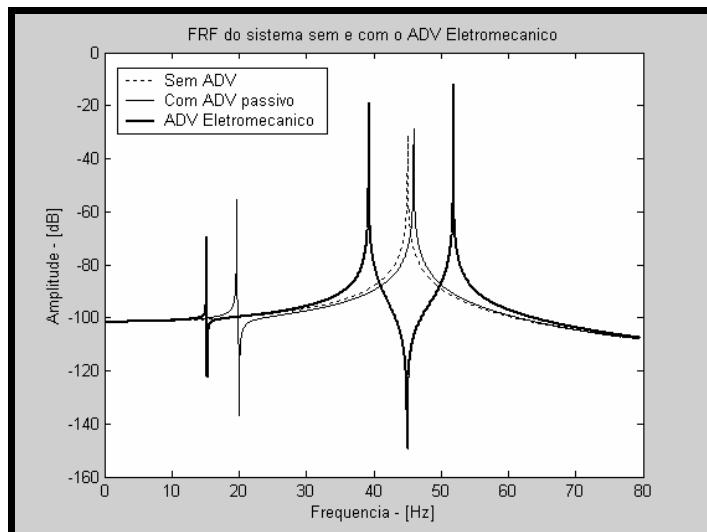


Figura 2. Amplitude de vibração da massa primária.

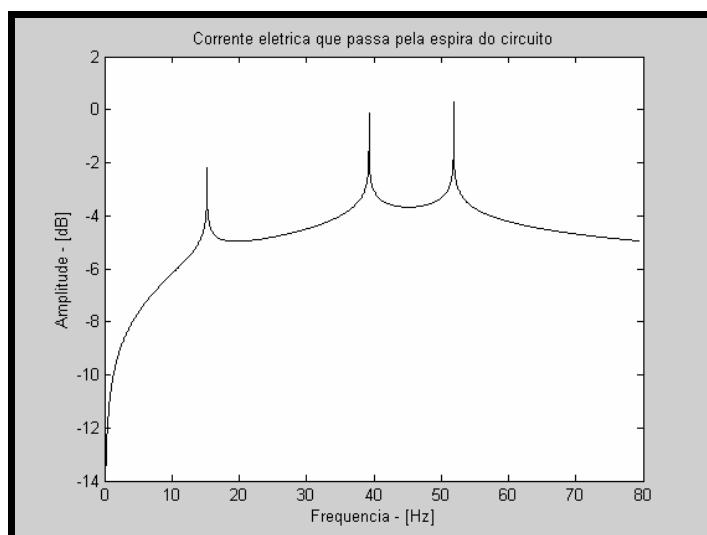


Figura 3. Corrente elétrica que passa através da espira do circuito elétrico.

A Fig. (2) mostra que os picos de ressonância oriundos da introdução do ADV eletromecânico são bastantes agudos. Este problema pode ser evitado com a introdução de amortecimento no sistema amortecedor ou seja deve-se introduzir  $R$  no circuito RLC. Isto pode ser evidenciado na Fig. (4) onde utilizou-se uma resistência elétrica  $R = 1000 \Omega$ .

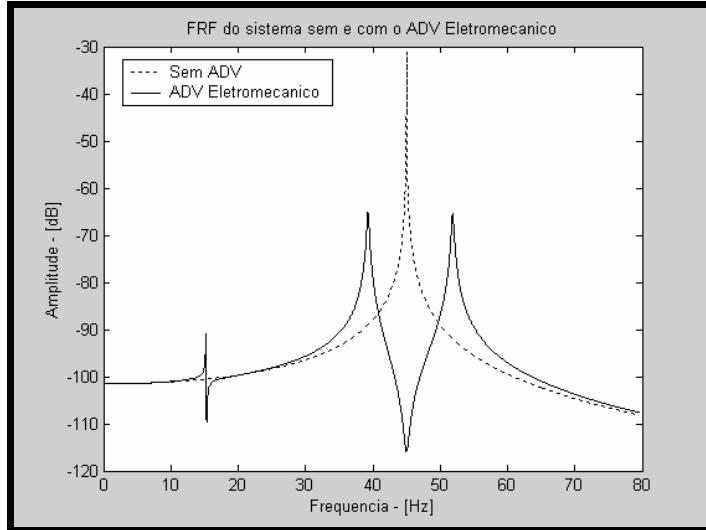


Figura 4. Amplitude de vibração da massa primária utilizando.

### 3.2. Análise no Domínio do Tempo

Para as simulações numéricas no domínio do tempo, foi utilizado o programa SIMULINK<sup>TM</sup>.

Os parâmetros do sistema simulado são os mesmos da Tab. (1) e (2), exceto para os valores de  $c_1 = 1,5 \text{ Ns/m}$  e  $R = 100 \Omega$ .

Na Fig. (5) tem-se o deslocamento no domínio do tempo da massa do sistema primário sem e com o acoplamento do ADV eletromecânico. Observa-se que após a inclusão do ADV, há uma substancial redução nos níveis de vibração do sistema primário atingindo o regime permanente em poucos instantes.

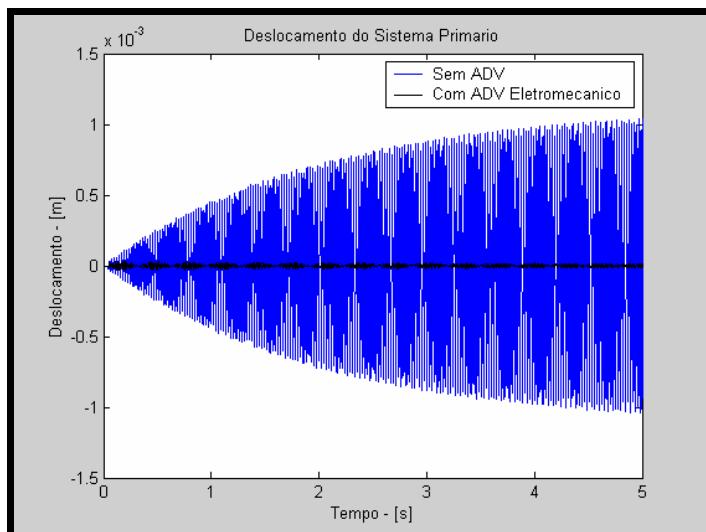


Figura 5. Deslocamento do sistema primário antes e após o acionamento do ADV eletromecânico.

Na Fig. (6), pode-se observar que a corrente gerada na bobina é relativamente pequena na ordem de 0,1 mA em regime permanente.

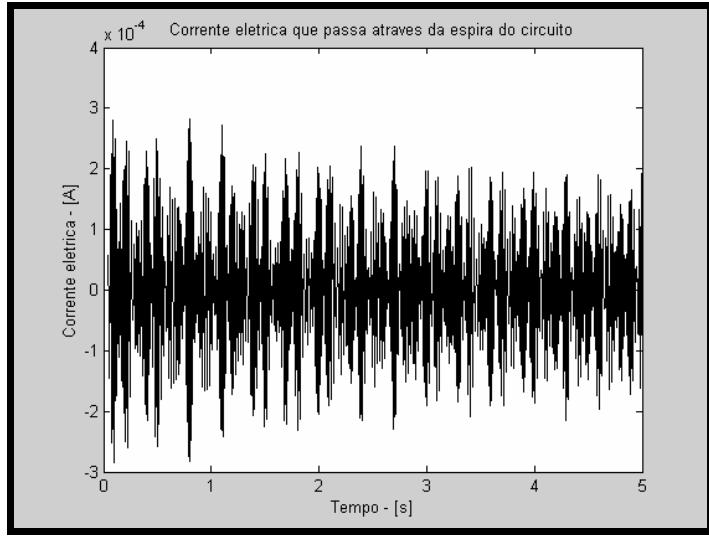


Figura 6. Corrente na bobina.

#### 4. CONCLUSÕES

A teoria e as simulações numéricas desenvolvidas neste trabalho sugerem que o ADV Eletromecânico proposto pode ser convenientemente usado em aplicações práticas, notadamente em configuração adaptativa quando se deseja atenuar vibrações de estruturas sujeitas a carregamentos dinâmicos harmônicos de freqüência variável. Demonstrou-se que a sintonização do ADV pode ser feita através dos parâmetros do circuito RLC, mantendo os parâmetros passivos de massa, rigidez e amortecimentos inalterados. Tal característica mostra-se bastante interessante, uma vez que a sintonização pode ser feita até mesmo em tempo real, de maneira bastante simples, com poucos requisitos de energia.

Como proposta de continuidade estão sendo feitas atualmente avaliações experimentais do absorvedor de vibrações eletromecânico proposto.

#### 5. REFERÊNCIAS

- Agnes, G. S. and Inman, D. J., 1996, "Nonlinear Piezoelectric Vibration Absorbers", *Smart Materials Structures*, 5, 704-714.
- Den Hartog, J. P., 1956, "Mechanical Vibrations", 4th edition, McGraw-Hill Book Co. Inc., New York, USA, pp. 436p.
- Frahm, H., 1911, "Device for Damping Vibrations of Bodies", US Patent 989, 958.
- Gandhi, M. V., Thompson, B. S., Choi, S. B., 1989, "A New Generation of Innovative Ultra-Advanced Intelligent Composite Materials Featuring Electro-Rheological Fluids: An Experimental Investigation", *Journal of Composite Materials*, 23:1232-1255.
- Korenov, B. G. and Reznikov, L. M., 1993, "Dynamic Vibration Absorbers. Theory and Technical Applications", John Wiley & Sons, Ltd.
- Marques, R. F. A., 2000, "Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, MG, Brasil.
- Ram, Y. M. and Elhay, S., 1996, "The theory of a Multi-degree-of freedom Dynamic Absorber", *Journal of Sound and Vibration*, 195 (4), pp. 607-615.
- Sun, J. Q., Jolly, M. R., Norris, M. A., 1995, "Passive, Adaptive and Active Tuned Vibration Absorbers – A Survey", *Transactions of the ASME*, vol. 117, pp. 234-242.

# THEORETICAL AND NUMERICAL EVALUATION OF AN ADAPTIVE DYNAMIC VIBRATION ABSORBER

**Sebastião Simões Cunha Jr**

Federal University of Uberlândia – School of Mechanical Engineering  
Av. João Naves de Ávila 2160 – Building 1M, 38400-902, Uberlândia, MG, Brazil.  
*E-mail:* simoes@mecanica.ufu.br

**Erikson Nunes**

Federal University of Uberlândia – School of Mechanical Engineering  
Av. João Naves de Ávila 2160 – Building 1M, 38400-902, Uberlândia, MG, Brazil.  
*E-mail:* eriksonufu@bol.com.br

**Domingos Alves Rade**

Federal University of Uberlândia – School of Mechanical Engineering  
Av. João Naves de Ávila 2160 – Building 1M, 38400-902, Uberlândia, MG, Brazil.  
*E-mail:* domingos@ufu.br

**Abstract.** This work is dedicated to the problem of vibration attenuation in structures using Dynamic Vibration Absorbers (DVAs). It is shown the possibility of practical use of an electromechanical DVA, which combines a mechanical passive DVA with a RLC shunt circuit. Such DVA offers the possibility of being used in an adaptive configuration, making it possible to achieve tuning under the condition of variable excitation frequency. The basic formulation is first presented. Then the effectiveness of the proposed DVA is demonstrated with the aid of numerical simulations.

**Key-words.** dynamic vibration absorber, vibration control, damping.