

FORMULAÇÕES TEÓRICAS PARA ONDA REFLETIDA, CAMPO PRÓXIMO E FLUXO DE POTÊNCIA EM VIGAS DE EULER-BERNOULLI SEMI-INFINTAS COM DIVERSAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Pedro Lisbôa Pereira Dias

Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ/COPPE/PEM

Rua Senador Furtado, 109, c/07 - Maracanã

Rio de Janeiro, RJ - 20270-021 – Brasil

pedrolpd@uol.com.br

Moysés Zindeluk

Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ/COPPE/PEM

Cidade Universitária - Centro de Tecnologia - Bloco G, sala 204

Ilha do Fundão - Rio de Janeiro, RJ - 21945-970 - Brasil

moyses@serv.com.ufrj.br

O propósito do presente trabalho é mostrar novas e antigas formulações para onda refletida e campo próximo em vigas de Euler-Bernoulli semi-infinitas, e também formulações gerais para o fluxo de potência nestas vigas. Diversas condições de contorno são propostas; e, para uma dada onda incidente, são calculados uma onda refletida, um campo próximo, e os parâmetros do fluxo de potência. Uma caracterização mais precisa das condições de contorno; e, consequentemente, das ondas, fornece melhores resultados em cálculos de intensidade, principalmente em métodos baseados em propagação de ondas.

Viga, Onda, Intensidade, Energia, Potência.

1. INTRODUÇÃO

Estruturas mecânicas são geralmente excitadas por sistemas dinâmicos (máquinas e equipamentos) presos a elas. Estes sistemas dinâmicos produzem ruído aéreo no meio acústico onde a estrutura está. Além disso, uma fração dessa energia acústica flui através da estrutura para outros locais, eventualmente sendo radiada como som em outros meios acústicos, longe do local onde foi gerada. Exemplo disto são os quartos de hotéis, nos quais os hóspedes não conseguem dormir por causa do ruído das bombas de água no subsolo ou na cobertura. Plataformas “off-shore”, navios e outros veículos são outros exemplos de sistemas mecânicos onde essa propagação é fonte importante de perda de qualidade acústica.

O som estrutural (“structure-borne sound”) foi definido por Cremer e Heckl (1988) como um campo da física que lida com a geração e propagação de movimentos variantes no tempo e forças em corpos sólidos, bem como a radiação sonora associada. Contudo, Dias (2002) redefiniu o som estrutural como a parcela do campo sonoro, em um sistema acústico, que flui em meio sólido (estrutural).

O som estrutural tem sido estudado em termos de intensidade. Intensidade mecânica, ou intensidade estrutural, é um campo vetorial dependente do tempo que descreve a média temporal do fluxo de potência por área transversal perpendicular ao fluxo, no interior da estrutura considerada. Noiseux (1970) obteve resultados importantes em medições práticas e cálculos de intensidade,

assim como Pavic (1976), Verheij (1980) e Halkyard e Mace (1995). No Método de Decomposição em Ondas, desenvolvido por Halkyard e Mace (1995), fica clara a influência dos campos próximos em cálculos de intensidade. Em alguns casos, a contribuição dos campos próximos para o fluxo de potência se torna até maior que a contribuição das ondas propagantes.

O presente trabalho apresenta formulações antigas (Cremer e Heckl, 1988) para onda refletida e campo próximo em vigas de Euler-Bernoulli semi-infinitas com várias condições de contorno; e, como contribuição, novas formulações para condições de contorno mais complicadas, e parâmetros para o cálculo do fluxo de potência para todos os casos mostrados.

2. INTENSIDADE EM VIGAS DE EULER-BERNOULLI

A equação da média temporal do fluxo de potência para vigas de Euler-Bernoulli, é (Dias, 2002):

$$\bar{w}(x, t) = EI \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \left[\left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right) \frac{\partial u}{\partial t} - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \right] dt \quad (1)$$

onde E é o módulo de elasticidade do material da viga, I é o momento de inércia da área da seção reta em relação ao eixo que passa pelo seu centro, T é o tamanho do intervalo de tempo considerado, u é o deslocamento transversal da seção reta da viga, e t e x são, respectivamente, as variáveis independentes tempo e espaço. A barra horizontal acima de w denota média.

A primeira parcela dentro dos colchetes representa a contribuição das forças de cisalhamento para a intensidade, a outra representa a contribuição dos momentos fletores. Também pode ser visto da Eq. (1) que intensidade é uma quantidade tomada em média temporal.

3. MÉTODO DE DECOMPOSIÇÃO EM ONDAS PARA INTENSIDADE

Como resultado do trabalho de Halkyard e Mace (1995), o fluxo de potência apresentado na Eq. (1) pode também ser escrito, no domínio da freqüência, como (Dias, 2002):

$$\bar{w}(x, t) = EI\omega k^3 \left[|\tilde{A}|^2 - |\tilde{B}|^2 + 2|\tilde{C}||\tilde{D}|\sin(\phi) \right] \quad (2)$$

onde ω é a freqüência angular, k é o número de onda, A e B são amplitudes complexas das ondas propagantes, C e D são amplitudes complexas dos campos próximos, e ϕ é o ângulo de fase entre as amplitudes complexas dos campos próximos C e D . O til denota quantidade complexa. As amplitudes dos campos próximos e o ângulo de fase ϕ entre elas são determinados pelas condições de contorno, ou, em outras palavras, pelo que a viga tem nas suas extremidades.

4. EQUAÇÃO GERAL DO FLUXO DE POTÊNCIA

A idéia do presente trabalho é que, promovendo a incidência de uma onda conhecida na extremidade finita de uma viga de Euler-Bernoulli semi-infinita, se encontrem as expressões da onda refletida e do campo próximo em função da onda incidente, e a expressão do fluxo de potência em função destas três grandezas. Se a onda incidente tem a forma:

$$u_i(x, t) = \Re \{ \tilde{u}_i e^{i(\omega t + kx)} \} \quad (3)$$

onde $\Re \{ \cdot \}$ designa a parte real. A onda refletida e o campo próximo, em função desta onda incidente, serão, respectivamente:

$$u_r(x, t) = \Re \{ \tilde{c}_r \tilde{u}_i e^{i(\omega t + kx)} \} \quad (4)$$

e

$$u_{cp}(x,t) = \Re\{\tilde{c}_{cp}\tilde{u}_i e^{i(\omega t+kx)}\} \quad (5)$$

onde c_r e c_{cp} são, respectivamente, os coeficientes complexos correspondentes à onda refletida e ao campo próximo. O deslocamento vertical total da viga é dado pela seguinte superposição:

$$u(x,t) = \Re\{\tilde{u}_i e^{i(\omega t+kx)}\} + \Re\{\tilde{c}_r \tilde{u}_i e^{i(\omega t+kx)}\} + \Re\{\tilde{c}_{cp} \tilde{u}_i e^{i(\omega t+kx)}\} \quad (6)$$

Substituindo a Eq. (6) na Eq. (1), obtém-se uma equação geral para o fluxo de potência em vigas de Euler-Bernoulli nas condições dadas:

$$\bar{w}(x,t) = -\omega k^3 EI [1 + 2c_r + 2c_{cp} + (c_r + c_{cp})^2 + (d_r + d_{cp})^2] (a^2 + b^2) \quad (7)$$

ou:

$$\bar{w}(x,t) = -\omega k^3 EI [1 + 2c_r + 2c_{cp} + 2c_r c_{cp} + 2d_r d_{cp} + |\tilde{u}_r| + |\tilde{u}_{cp}|] |\tilde{u}_i| \quad (8)$$

onde:

$$c_r = \Re\{\tilde{u}_r\}, \quad d_r = \Im\{\tilde{u}_r\}, \quad c_{cp} = \Re\{\tilde{u}_{cp}\}, \quad d_{cp} = \Im\{\tilde{u}_{cp}\} \quad (9)$$

onde $\Im\{\cdot\}$ designa a parte imaginária.

5. FORMULAÇÕES

Esta seção apresenta, para uma onda incidente conhecida na extremidade finita de uma viga de Euler-Bernoulli semi-infinita, as formulações para a onda propagante refletida e o campo próximo (caso exista). Algumas condições de contorno são caracterizadas em termos de combinação ou ausência de massa, rigidez e amortecimento; as mais simples destas condições são conhecidas já do trabalho de Cremer e Heckl (1988).

5.1. Extremidade Simplesmente Suportada

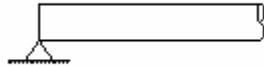


Figura 1. Viga semi-infinita extremidade simplesmente suportada.

Tabela 1. Condições de contorno, sistema de equações e resultados.

Condições de contorno	Sistema de equações	Resultados
$u = 0$ $M_z = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$	$u_i + u_r + u_{cp} = 0$ $-u_i - u_r + u_{cp} = 0$	$u_{cp} = 0$ $u_r = -u_i$

onde M_z é o momento fletor. Observa-se uma mudança de fase de π rad para o deslocamento vertical devido à onda refletida.

5.2. Extremidade Guiada

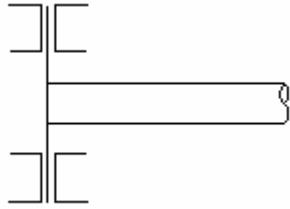


Figura 2. Viga semi-infinita com extremidade guiada.

Tabela 2. Condições de contorno, sistema de equações e resultados.

Condições de contorno	Sistema de equações	Resultados
$\frac{\partial \theta_z}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = 0$ $Q_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0$	$-u_i + u_r - iu_{cp} = 0$ $-iu_i + iu_r - u_{cp} = 0$	$u_{cp} = 0$ $u_r = u_i$

onde θ_z é o ângulo de rotação da extremidade da viga em relação a um eixo z perpendicular ao plano da figura, e Q_y é o esforço cortante. Observa-se, desta vez, que não há mudança de fase no deslocamento vertical devido à onda refletida.

5.3. Extremidade Livre

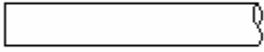


Figura 3. Viga semi-infinita com extremidade livre.

Tabela 3. Condições de contorno, sistema de equações e resultados.

Condições de contorno	Sistema de equações	Resultados
$M_z = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ $Q_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0$	$-u_i - u_r + u_{cp} = 0$ $-iu_i + iu_r - u_{cp} = 0$	$u_{cp} = (1-i)u_i$ $u_r = -iu_i$

Observa-se uma mudança de fase de $-\pi/2$ rad para o deslocamento vertical devido à onda refletida. Nota-se, ainda, que:

$$|u_{cp}| > |u_i| \quad (10)$$

5.4. Extremidade Engastada

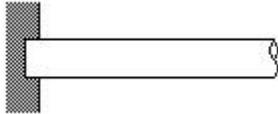


Figura 4. Viga semi-infinita com extremidade engastada.

Tabela 4. Condições de contorno, sistema de equações e resultados.

Condições de contorno	Sistema de equações	Resultados
$u = 0$ $\frac{\partial \theta_z}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = 0$	$u_i + u_r + u_{cp} = 0$ $-u_i + u_r - iu_{cp} = 0$	$u_{cp} = (-1+i)u_i$ $u_r = -iu_i$

Observa-se uma mudança de fase de $-\pi/2$ rad para o deslocamento vertical devido à onda refletida. Nota-se, ainda, que:

$$|u_{cp}| > |u_i| \quad (11)$$

5.5. Extremidade com Mola

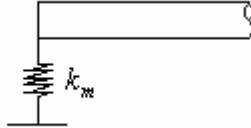


Figura 5. Viga semi-infinita com mola na extremidade.

Tabela 5. Condições de contorno, sistema de equações e resultados.

Condições de contorno	Sistema de equações	Resultados
$M_z = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ $Q_y = k_m u \Rightarrow EI \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = k_m u$	$-u_i - u_r + u_{cp} = 0$ $\alpha u_i + \alpha^* u_r + \beta u_{cp} = 0$	$u_{cp} = \frac{\alpha^* - \alpha}{\alpha^* + \beta} u_i$ $u_r = -\frac{\alpha + \beta}{\alpha^* + \beta} u_i$

onde k_m é o coeficiente de rigidez da mola, e:

$$\alpha = (-k_m - iEIk^3), \quad \alpha^* = (-k_m + iEIk^3), \quad \beta = (-k_m - EIk^3) \quad (12)$$

Nota-se também que, se $k_m \rightarrow 0$, $u_{cp} \rightarrow (1-i)u_i$ e $u_r \rightarrow -iu_i$, significando extremidade livre.

5.6. Extremidade com Massa Concentrada

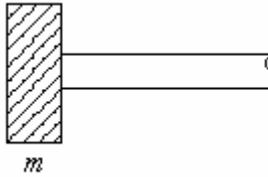


Figura 6. Viga semi-infinita com massa concentrada na extremidade.

Tabela 6. Condições de contorno, sistema de equações e resultados.

Condições de contorno	Sistema de equações	Resultados
$M_z = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{Q_y}{m} \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{EI}{m} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}$	$-u_i - u_r + u_{cp} = 0$ $\alpha u_i + \alpha^* u_r + \beta u_{cp} = 0$	$u_{cp} = \frac{\alpha^* - \alpha}{\alpha^* + \beta} u_i$ $u_r = -\frac{\alpha + \beta}{\alpha^* + \beta} u_i$

onde m é a massa, e:

$$\alpha = \left(-\omega^2 + i \frac{EIk^3}{m} \right), \quad \alpha^* = \left(-\omega^2 - i \frac{EIk^3}{m} \right), \quad \beta = \left(-\omega^2 + \frac{EIk^3}{m} \right) \quad (13)$$

Nota-se também que, se $m \rightarrow 0$, $u_{cp} \rightarrow (1-i)u_i$ e $u_r \rightarrow -iu_i$, significando extremidade livre.

5.7. Extremidade com Amortecedor

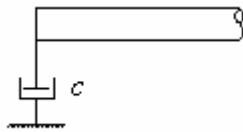


Figura 7. Viga semi-infinita com amortecedor na extremidade.

Tabela 7. Condições de contorno, sistema de equações e resultados.

Condições de contorno	Sistema de equações	Resultados
$M_z = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ $\frac{du}{dt} = \frac{Q_y}{c} \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{EI}{c} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}$	$-u_i - u_r + u_{cp} = 0$ $\alpha u_i + \beta u_r + \chi u_{cp} = 0$	$u_{cp} = \frac{\beta - \alpha}{\beta + \chi} u_i$ $u_r = -\frac{\alpha + \chi}{\beta + \chi} u_i$

onde c é o coeficiente de amortecimento, e:

$$\alpha = \left(\omega + \frac{EIk^3}{c} \right) i, \quad \beta = \left(\omega - \frac{EIk^3}{c} \right) i, \quad \chi = \left(\frac{EIk^3}{c} + i\omega \right) \quad (14)$$

Nota-se também que, se $c \rightarrow 0$, $u_{cp} \rightarrow (1-i)u_i$ e $u_r \rightarrow -iu_i$, significando extremidade livre.

5.8. Extremidade com Sistema Massa-Mola

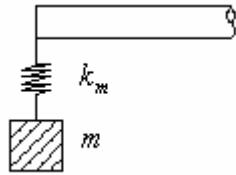


Figura 8. Viga semi-infinita com sistema massa-mola na extremidade.

Tabela 8. Condições de contorno, sistema de equações e resultados.

Condições de contorno	Sistema de equações	Resultados
$M_z = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ $Q_y = EI \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = m \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2} + k_m(u - u_m)$	$-u_i - u_r + u_{cp} = 0$ $\alpha u_i + \alpha^* u_r + \beta u_{cp} = D$	$u_{cp} = \frac{(\alpha^* - \alpha) u_i + D}{\alpha^* + \beta}$ $u_r = \frac{D - (\alpha + \beta) u_i}{\alpha^* + \beta}$

onde u_m é o deslocamento vertical da massa, e:

$$\alpha = (-k_m - iEIk^3), \quad \alpha^* = (-k_m + iEIk^3), \quad \beta = (-k_m - EIk^3), \quad D = m \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2} - k_m u_m \quad (15)$$

5.9. Extremidade com Sistema Mola-Amortecedor

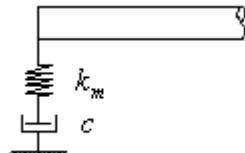


Figura 9. Viga semi-infinita com sistema mola-amortecedor na extremidade.

Tabela 9. Condições de contorno, sistema de equações e resultados.

Condições de contorno	Sistema de equações	Resultados
$M_z = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ $Q_y = EI \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = c \frac{\partial u_c}{\partial t} + k_m(u - u_c)$	$-u_i - u_r + u_{cp} = 0$ $\alpha u_i + \alpha^* u_r + \beta u_{cp} = D$	$u_{cp} = \frac{(\alpha^* - \alpha) u_i + D}{\alpha^* + \beta}$ $u_r = \frac{D - (\alpha + \beta) u_i}{\alpha^* + \beta}$

onde u_c é o deslocamento vertical da extremidade do amortecedor que está unida à mola, e:

$$\alpha = (-k_m - iEIk^3), \quad \alpha^* = (-k_m + iEIk^3), \quad \beta = (-k_m - EIk^3), \quad D = c \frac{\partial u_c}{\partial t} - k_m u_c \quad (16)$$

5.10. Extremidade com Sistema Massa-Amortecedor

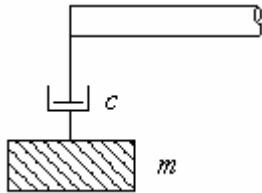


Figura 10. Viga semi-infinita com sistema massa-amortecedor na extremidade.

Tabela 10. Condições de contorno, sistema de equações e resultados.

Condições de contorno	Sistema de equações	Resultados
$M_z = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ $Q_y = EI \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = c \frac{\partial(u - u_m)}{\partial t} + m \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2}$	$-u_i - u_r + u_{cp} = 0$ $\alpha u_i + \beta u_r + \chi u_{cp} = D$	$u_{cp} = \frac{(\beta - \alpha)u_i + D}{\beta + \chi}$ $u_r = \frac{D - (\alpha + \chi)u_i}{\beta + \chi}$

onde:

$$\alpha = (-\omega c - EI k^3) i \quad , \quad \beta = (-\omega c + EI k^3) i \quad , \quad \chi = (-EI k^3 - i\omega) \quad , \quad D = m \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2} - c \frac{\partial u_m}{\partial t} \quad (17)$$

5.11. Extremidade com Sistema Massa-Mola-Amortecedor

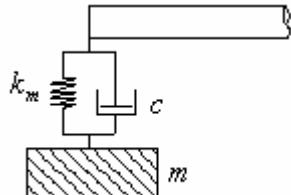


Figura 11. Viga semi-infinita com sistema massa-mola-amortecedor na extremidade.

Tabela 11. Condições de contorno, sistema de equações e resultados.

Condições de contorno	Sistema de equações	Resultados
$M_z = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ $Q_y = EI \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = k_m(u - u_m) + c \frac{\partial(u - u_m)}{\partial t} + m \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2}$	$-u_i - u_r + u_{cp} = 0$ $\alpha u_i + \beta u_r + \chi u_{cp} = D$	$u_{cp} = \frac{(\beta - \alpha)u_i + D}{\beta + \chi}$ $u_r = \frac{D - (\alpha + \chi)u_i}{\beta + \chi}$

onde:

$$\alpha = -k_m - (\omega c + EI k^3) i \quad , \quad \beta = -k_m - (\omega c - EI k^3) i \quad , \quad \chi = -k_m - EI k^3 - i\omega c \quad , \quad D = m \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2} - c \frac{\partial u_m}{\partial t} - k_m u_m \quad (18)$$

5.12. Extremidade com Mola de Torção

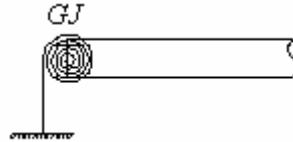


Figura 12. Viga semi-infinita com mola de torção na extremidade.

Tabela 12. Condições de contorno, sistema de equações e resultados.

Condições de contorno	Sistema de equações	Resultados
$M_z = GJ\theta_z \Rightarrow -EI\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = GJ\frac{\partial u}{\partial x}$ $Q_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0$	$iu_i - iu_r + u_{cp} = 0$ $\alpha u_i + \alpha^* u_r + \beta u_{cp} = 0$	$u_{cp} = -\frac{(\alpha + \alpha^*)i u_i}{(\alpha^* + i\beta)}$ $u_r = -\frac{(\alpha - i\beta)u_i}{(\alpha^* + i\beta)}$

onde G é o módulo de cisalhamento, J é o momento polar de inércia, e:

$$\alpha = EIk^2 - iGJk , \quad \alpha^* = EIk^2 + iGJk , \quad \beta = -EIk^2 + GJk \quad (19)$$

6. CONCLUSÕES

Para uma viga de Euler-Bernoulli semi-infinita, com uma onda incidente conhecida na extremidade finita, é possível calcular as amplitudes da onda refletida e do campo próximo em função da onda incidente dada.

A caracterização dos contornos de uma viga é importante para se calcular o fluxo de potência pelo Método de Decomposição em Ondas, o qual é função, dentre outros, do ângulo relativo entre as amplitudes dos campos próximos. Em alguns dos casos apresentados, a amplitude do campo próximo chega a ser mesmo maior que a amplitude da onda incidente. Isto indica que os campos próximos podem ter grande contribuição ao fluxo de potência em vigas de Euler-Bernoulli.

A contribuição dos campos próximos para o fluxo de potência, portanto, é função do que a viga tem em suas extremidades; isto é, do tipo de contorno que apresenta. Uma forma de caracterizar os contornos é, precisamente, por meio do cálculo de onda refletida e campo próximo que os contornos promovem, em função de uma onda incidente conhecida.

Bem caracterizados os contornos de uma viga de Euler-Bernoulli, o Método de Decomposição em Ondas pode ser codificado em linguagem de programação com certa facilidade. A monitoração das ondas propagantes e dos campos próximos existentes na viga, juntamente com a programação do Método, podem conduzir a um sistema de controle de vibrações baseado em propagação de ondas.

Outros tipos de exemplos, obtidos pela combinação dos casos aqui apresentados, podem ser concebidos e explorados do mesmo modo.

7. AGRADECIMENTOS

O primeiro autor gostaria de agradecer o apoio da família na compreensão de sua ausência para desenvolver seus trabalhos, e ambos os autores gostariam de agradecer aos estudantes de mestrado na COPPE/UFRJ: Marcus Vinicius Gomes Diniz Abrantes e Miguel Angelo de Carvalho Michalski, pela elaboração das figuras em CAD.

8. REFERÊNCIAS

- Cremer, L., Heckl, M. and Ungar, E. E., 1988, "Structure-Borne Sound, Structural Vibrations and Sound Radiation at Audio Frequencies", Ed. Springer-Verlag, Berlin, Germany, 573 p.
- Dias, P. L. P., 2002, "Vibratory Energy Flow In Beams And Plates - Intensimetric Study" (In Portuguese), M.Sc. Thesis, Federal University of Rio de Janeiro, R. J., Brazil, 261 p.
- Halkyard, C. R. and Mace, B. R., 1995, "Structural Intensity in Beams – Waves, Transducer Systems and the Conditioning Problem", Journal of Sound and Vibration, Vol. 185, No. 2, pp. 279-298.
- Noiseux, D. U., 1970, "Measurement of Power Flow in Uniform Beams and Plates", Journal of The Acoustical Society of America, Vol. 47, No. 1, pp. 238-247.
- Pavic, G., 1976, "Measurement of Structure Borne Wave Intensity, Part I: Formulation of the Methods", Journal of Sound and Vibration, Vol. 49, No. 2, pp. 221-230.
- Verheij, J. W., 1980, "Cross Spectral Density Methods for Measuring Structure Borne Power Flow on Beams and Pipes", Journal of Sound and Vibration, Vol. 70, No. 1, pp. 133-139.

9. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

THEORETICAL FORMULATIONS FOR REFLECTED WAVE, NEAR-FIELD AND POWER FLOW FOR EULER-BERNOULLI BEAMS WITH VARIOUS BOUNDARY CONDITIONS

Pedro Lisbôa Pereira Dias

Federal University of Rio de Janeiro, UFRJ/COPPE/PEM

Rua Senador Furtado, 109, c/07 - Maracanã

Rio de Janeiro, RJ - 20270-021 – Brazil

pedrolpd@uol.com.br

Moysés Zindeluk

Federal University of Rio de Janeiro, UFRJ/COPPE/PEM

Cidade Universitária - Centro de Tecnologia - Bloco G, sala 204

Ilha do Fundão - Rio de Janeiro, RJ - 21945-970 - Brazil

moyses@serv.com.ufrj.br

The purpose of the present work is to show new and old formulations for reflected wave and near-field in semi-infinite Euler-Bernoulli beams and, also, general formulations for the power flow in these beams. Various boundary conditions are proposed; and, for a given incident wave, one reflected wave, one near-field, and the parameters for power flow are calculated. A more accurate characterization of the boundary conditions; and, consequently, of the waves, can yield better results for intensity calculations, mainly in methods based upon wave propagation.

Beam, Wave, Intensity, Energy, Power.