

RECONSTRUÇÃO DO MODELO DE ESTRUTURAS FLEXÍVEIS VISANDO O PROJETO DE UM SISTEMA DE CONTROLE

Gustavo Luiz C. M. de Abreu

Universidade Federal de Uberlândia – FEMEC – Faculdade de Engenharia Mecânica.
Av. João Naves de Ávila, 2160 – Bloco M – Sala 212, CEP 38400-902 – Uberlândia – MG
E-mail: gmanhaes@mecanica.ufu.br

José Francisco Ribeiro

Universidade Federal de Uberlândia – FEMEC – Faculdade de Engenharia Mecânica.
E-mail: jribeiro@mecanica.ufu.br

Resumo. *O presente trabalho investiga o problema da não consideração dos modos de alta frequência no modelo de projeto de um sistema de controle. Durante a fase de construção de um controlador, o modelo de projeto é de ordem reduzida e esta escolha se sustenta principalmente na questão da limitação do número de sensores e atuadores que podem ser empregados. Desta forma, em função da ordem do modelo, a localização dos zeros, associados ao sistema em malha aberta, é distorcida. Na tentativa de corrigir estes efeitos, um termo constante é adicionado na função de transferência do sistema. Para avaliar o procedimento descrito, uma viga flexível contendo um par de materiais piezelétricos e modelada a partir do método dos modos assumidos é empregada na análise.*

Palavras-chave: *Modos de alta frequência, termo de correção, viga flexível, materiais piezelétricos e método dos modos assumidos.*

1. INTRODUÇÃO

Os sistemas estruturais, sejam manipuladores robóticos, construções civis, veículos de transporte etc., estão freqüentemente sujeitos à excitações externas e internas que provocam vibrações indesejáveis, colocando em risco a própria integridade estrutural do sistema e até mesmo a saúde dos usuários. No âmbito da indústria aeroespacial, por exemplo, a atenuação das vibrações pode permitir aos sistemas aeroespaciais, como antenas e apêndices de veículos espaciais, uma operação mais eficiente e segura, proporcionando manutenções periódicas menos freqüentes evitando com isso gastos dispendiosos. Neste contexto, a necessidade atual de redução de peso para minimizar os custos de lançamento de satélites e o uso de estruturas mais leves e atuadas por motores de baixo torque em robótica, conduz ao projeto de estruturas cada vez mais flexíveis. Por tudo isso, o controle de vibrações tem sido objeto de preocupação de inúmeros centros de pesquisa e a literatura especializada é rica em propostas de soluções para esta questão.

Atualmente, grande parte dos esforços dos pesquisadores tem sido dedicada a redução do ruído causado por vibração estrutural (Elliott e Nelson, 1993). Neste sentido, as soluções propostas para a atenuação de vibrações em sistemas mecânicos vão desde o emprego de mecanismos passivos de absorção de vibrações, que aumentam a massa e/ou o amortecimento da estrutura (Cunha Jr, 1999 e Steffen Jr. e Rade, 1999) até a utilização de propostas baseadas no controle ativo e que empregam materiais ditos “inteligentes” cujas propriedades se modificam mediante uma ação de controle (Rogers et al, 1995; Banks et al, 1996). Destaque especial para os materiais piezelétricos que têm possibilitado a concepção de tipos inovadores de sensores e atuadores (PS, 2003). Tais materiais

possuem a propriedade de sofrer polarização (surgimento de cargas elétricas) quando são deformados por esforços mecânicos externos (efeito piezelétrico direto). Inversamente, estes materiais têm sua forma alterada quando seus dipolos elétricos se alinham sob a ação de um campo elétrico externo, causando deformação em sua estrutura (efeito piezelétrico inverso).

A utilização dos materiais piezelétricos é, nos dias atuais, uma realidade concreta. Eles têm sido empregados em diversas aplicações de Engenharia, principalmente aquelas que requerem atuações de alta precisão e velocidade, tais como: sistemas de rastreamento óptico, microposicionadores para robôs, impressoras a jato de tinta e auto-falantes. Pesquisas recentes têm sido dedicadas ao uso de atuadores piezelétricos em sistemas de controle de ruído (Fuller et al, 1996) e de monitoramento de danos estruturais (Chaudhry et al, 1995).

O crescente interesse na aplicação da tecnologia dos materiais piezelétricos para os problemas de controle de vibrações e acústica levou, nos últimos trinta anos, um grande número de pesquisadores a propor métodos matemáticos que permitissem descrever, de uma forma precisa, o mecanismo de atuação e sensoriamento destes materiais. Dada a simplicidade na formulação, o método dos modos assumidos (Junkins e Kim, 1993) tem sido extensivamente empregado para a modelagem numérica de sistemas contínuos. Neste tipo de abordagem, o comportamento das vibrações estruturais é descrito por funções que dependem de variáveis espaciais e temporais (Fuller et al, 1996). Devido a este tipo de representação matemática, tal método vem se mostrando como uma ferramenta de modelagem atraente e promissora, especialmente no campo do desenvolvimento de novas propostas de controladores (Abreu, 2003). Apesar deste atrativo, o uso de tal método em estruturas complexas torna-se, em muitos casos, proibitivo e em outros impossível (Lima Jr., 1999).

Além do problema da formulação dos modelos matemáticos que descrevem o comportamento dinâmico e estático das estruturas, uma outra questão importante que deve ser analisada é a escolha da localização dos sensores e atuadores na estrutura. Esta etapa visa a melhoria da capacidade de sensoriamento e atuação do sistema de controle através do posicionamento ótimo destes elementos (Abreu, 2003).

Para a síntese do controlador e uma vez definida a posição dos sensores e atuadores na estrutura torna-se necessário avaliar a questão da redução do modelo. Muitas vezes para se projetar as leis de controle é imprescindível reduzir os modelos, uma vez que o sistema flexível, quando formulado, normalmente resulta em modelos de alta ordem. Por outro lado, o procedimento de redução de modelos pode causar alterações no comportamento dinâmico do modelo truncado devido aos modos que foram descartados (Loix e Preumont, 1995). Neste ponto surgem os problemas decorrentes da dinâmica residual não considerada no modelo truncado. Assim, torna-se necessário incorporar, convenientemente estes efeitos no modelo de projeto do controlador (Clark, 1997).

Este trabalho pretende enfim investigar os efeitos provocados pelo procedimento inevitável de redução de modelos e incorporar estes mesmos efeitos no modelo de projeto de um controlador. Para atentar aos objetivos expostos, o texto está assim organizado: na seção 2 a formulação do sistema dinâmico, constituído por uma viga flexível, é apresentada em detalhes; na seção 3 discute-se o problema da incorporação dos modos descartados no modelo truncado através de um termo de correção constante; na seção 4, alguns resultados numéricos são gerados e apresentados e por fim a conclusão, onde são realizados as discussões e questionamentos a respeito da solução apresentada.

2. MODELAGEM DO SISTEMA

Todo sistema estrutural é um sistema contínuo ou dito sistema infinito-dimensional com parâmetros que são funções de variáveis espaciais e temporais. Assim, estes sistemas são classificados como sistemas a parâmetros distribuídos e são governados por equações diferenciais parciais do tipo (Meirovitch, 1997):

$$\rho_v A_v \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + E_v I_v \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = f(x, t) \quad (1)$$

onde ρ_v e A_v são a densidade e a área da seção transversal da viga ($A_v = b_v h_v$), respectivamente, w é o deslocamento na direção transversal, E_v é o módulo de elasticidade da viga, I_v é o momento de inércia estrutural ($I_v = \frac{b_v h_v^3}{12}$) e $f(x, t)$ é o carregamento externo aplicado na viga.

Tem-se assim um sistema a parâmetros distribuídos, onde o comportamento das vibrações da estrutura dependem da distribuição de massa da mesma ($\rho_v A_v$), dos esforços externos $f(x, t)$ a ela aplicados, dos vínculos físicos (espessura h_v , largura b_v e comprimento L_v) e da maneira como as vibrações se iniciam (condições iniciais).

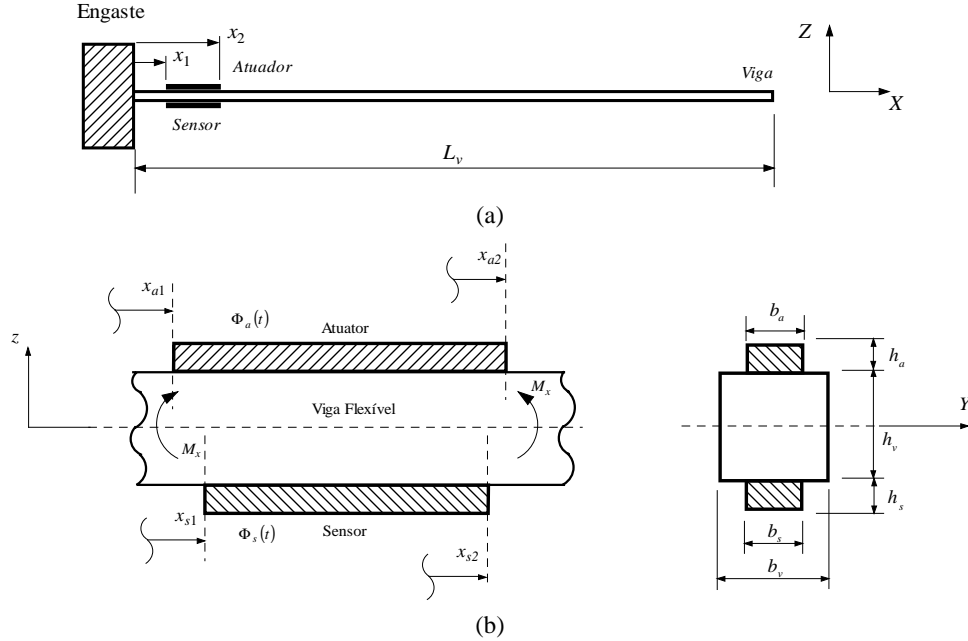


Figura 1. (a) Viga engastada-livre contendo atuador e sensor piezelétrico e (b) Propriedades geométricas dos elementos piezelétricos.

A solução da Eq. (1), dada por $w(x, t)$, é obtida pelo produto de duas funções: uma função espacial $\phi(x)$ que representa as funções de forma ou formas modais do sistema (dependem das condições de contorno da viga) e uma função temporal denotada por $\eta(t)$:

$$w(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \phi_k(x) \eta_k(t) \quad (2)$$

Por ser um sistema com propriedades distribuídas, ele tem um número infinito de modos de vibração. Computacionalmente, é impossível trabalhar com este tipo de estrutura, pois implicaria em um modelo de trabalho de ordem infinita. Objetivando analisar o comportamento dinâmico deste sistema, um modelo finito-dimensional deve ser determinado:

$$w(x, t) = \sum_{k=1}^n \phi_k(x) \eta_k(t) \quad (2.1)$$

onde n é o número de modos de vibrações considerados no modelo em questão.

Para fins de controle, considere uma viga submetida a atuação e sensoriamento de elementos piezelétricos *perfeitamente* colados e co-posicionados respectivamente na parte superior e inferior da estrutura segundo ilustra a Fig. 1. Da Figura 1 (b), tem-se que: (x_1, x_2) são os limites geométricos ou as coordenadas em x dos elementos piezelétricos, h é a espessura dos materiais, $\Phi_a(t)$ é o potencial elétrico aplicado no elemento atuador e $\Phi_s(t)$ é a voltagem de saída do elemento sensor.

2.1 Obtenção da Equação do Atuador

Para a modelagem do atuador, considera-se que a única contribuição do elemento piezelétrico na estrutura é a geração de forças $f(x,t)$ e momentos externos M_x (veja Fig. 1), resultantes da aplicação de um potencial elétrico aplicado sobre o material. A aplicação deste potencial elétrico induz uma deformação ε_a preferencial na direção X na forma:

$$\varepsilon_a = \frac{d_{31}}{h_a} \Phi_a(t) \quad (3)$$

onde d_{31} é a constante piezelétrica da cerâmica.

Segundo Srinivasan e McFarland (2001), a equação que descreve o momento de flexão total M_x em função da deformação induzida ε é dada por:

$$M_x = C_0 \varepsilon_a \quad (4)$$

onde:

$$C_0 = -E_v \frac{K_a E_r}{1 - K_a E_r} \frac{1}{12} b_a h_v^2 \quad (4.1)$$

e

$$K_a = \frac{-6h_a h_v (h_v + h_a)}{h_v^3 + 6h_v h_a^2 E_r + 8h_a^3 E_r} \quad (4.2)$$

$$E_r = \frac{E_a}{E_v} \quad (4.3)$$

Deste modo, a força ou carregamento externo $f(x,t)$ resultante, proporcionada pela ativação do atuador piezelétrico (de *dimensões finitas*), é expresso em termos de uma função distribuição $R(x)$ que mapeia a área de atuação do elemento piezelétrico na estrutura. Assim, utiliza-se a função *Heaviside* $H(x)$, dada por (Wang e Rogers, 1989):

$$H(z - z_0) = \begin{cases} 1, & \text{se } z \geq z_0 \\ 0, & \text{se } z < z_0 \end{cases} \quad (5)$$

para definir a distribuição uniforme $R(x)$ escrita como:

$$R(x) = H(x - x_{a_1}) - H(x - x_{a_2}) \quad (6)$$

Desta forma, o momento distribuído $M(x)$ devido à ativação do atuador *finito* pode ser escrito como:

$$M(x,t) = M_x(t) R(x) \quad (7)$$

O carregamento externo $f(x,t)$ por sua vez é finalmente determinado pela relação (Bathe, 1982):

$$f(x,t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} M(x,t) = M_x(t) \frac{\partial^2 R(x)}{\partial x^2} \quad (8)$$

onde o termo $\frac{\partial^2 R(x)}{\partial x^2}$ descreve matematicamente dois momentos concentrados (dois conjugados iguais e de sentidos contrários) em x_{a_1} e x_{a_2} na forma (Wang e Rogers, 1989):

$$\frac{\partial^2 R(x)}{\partial x^2} = \delta'(x - x_{a_1}) - \delta'(x - x_{a_2}) \quad (9)$$

e δ denota a função delta de *Dirac* dada pela relação:

$$\delta(z - z_0) = \begin{cases} 0, & \text{se } z \neq z_0 \\ \infty, & \text{se } z = z_0 \end{cases} \quad (10)$$

Uma propriedade importante da função delta de *Dirac* é mostrada a seguir (Kwakernaak e Sivan, 1991):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta^{(n)}(z - z_0) \phi(x) dx = (-1)^n \phi^{(n)}(z_0) \quad (10.1)$$

onde $()^{(n)}$ representa a n -ésima derivada de $()$.

Como pode ser observado pela Eq. (8), a atuação do elemento piezelétrico pode ser representada como um carregamento externo constituído por um par de momentos de sinais opostos M_x localizados nas extremidades do atuador conforme ilustra a Fig. 1.

2.2 Obtenção da Equação do Sensor

A equação do sensor piezelétrico é obtida com base no efeito direto da piezeletricidade e na relação entre tensão T e deformação ϵ_s do sensor descritos na forma (Cady, 1946):

$$T = E_a \epsilon_s - e_{s31} E_z \quad (11)$$

$$D_z = e_{s31} \epsilon_s + \xi_{s33} E_z \quad (12)$$

onde E_z é o campo elétrico gerado na direção de polarização Z , D_z é o deslocamento elétrico, ξ_{s33} é a constante dielétrica do sensor e $e_{31} = E_a d_{31}$.

Sob este efeito, a deformação do sensor produz uma carga elétrica (admite-se que a carga elétrica resultante é constante em toda a superfície do sensor) que transita através de sua espessura.

Sabe-se que o campo elétrico E_z é função da voltagem elétrica gerada pelo sensor, cuja relação é dada por:

$$E_z = -\frac{d}{dz} \Phi_s \quad (13)$$

Através da equação (13) é possível obter a voltagem Φ_s integrando-se o campo elétrico ao longo da espessura h_s do sensor segundo a expressão descrita a seguir (Tzou, 1989):

$$\Phi_s = -\int_0^{h_s} E_z dz = -h_s E_z \quad (14)$$

O campo elétrico E_z é obtido através da Eq. (12), resultando:

$$E_z = \frac{1}{\xi_{s33}} (D_z - e_{s31} \epsilon_s) \quad (15)$$

Substituindo-se a Eq. (15) em (14), tomando-se $h_{s31} = \frac{e_{s31}}{\xi_{s33}}$ e isolando-se D_z tem-se:

$$D_z = \xi_{s33} \left(h_{s31} \epsilon_s - \frac{\Phi_s}{h_s} \right) \quad (16)$$

Integrando-se a Eq. (16) sobre a superfície Ω do material, resulta:

$$\int_{\Omega} D_z dA_s = \int_{\Omega} \xi_{s33} \left(h_{s31} \epsilon_s - \frac{\Phi_s}{h_s} \right) dA_s \quad (17)$$

A condição de circuito aberto da voltagem Φ_s pode ser obtida fazendo a carga (expressa por $\int_{\Omega} D_z dA_s$) igual a zero, isto é:

$$\Phi_s = \frac{h_s}{A_{\Omega}} \int_{\Omega} h_{s31} \epsilon_s dA_s \quad (18)$$

onde $A_{\Omega} = b_s (x_{s_2} - x_{s_1})$.

A deformação do elemento piezelétrico ϵ_s (na direção X) em sua superfície, por sua vez, pode ser escrita como (Fuller et al, 1996):

$$\epsilon_s = \frac{1}{2} (h_v + h_s) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (19)$$

Substituindo-se a Eq. (19) em (18), a equação do sensor pode ser reduzida a:

$$\Phi_s = \frac{1}{2} (h_v + h_s) h_s \frac{h_{s31}}{x_{s_2} - x_{s_1}} \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_{s_1}}^{x_{s_2}} \quad (20)$$

Como pode ser observado na Eq. (20), a voltagem gerada pelo sensor depende das condições de contorno da estrutura e da área efetiva da camada do sensor. Ela mostra também que o sinal de saída do sensor é proporcional à inclinação das extremidades do mesmo (termo $\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_{s_1}}^{x_{s_2}}$).

Consequentemente, o sinal do sensor é igual a zero se a inclinação na extremidade $x = x_{s_1}$ for igual à inclinação na extremidade oposta ($x = x_{s_2}$).

Para o caso do sensor conectado a um circuito (Loix e Preumont, 1995) mostrado no esquema ilustrado na Fig. 2, a voltagem Φ_s pode ser então calculada através da seguinte relação (Pota e Alberts, 1995):

$$\Phi_s = \frac{1}{2C_r} (h_v + h_s) \frac{k_{31}^2}{g_{31}} \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x_{s_1}}^{x_{s_2}} \quad (20.1)$$

onde k_{31} (medida adimensional) é o fator de acoplamento eletromecânico, g_{31} (unidade: $[Vm/N]$ ou $[m^2/C]$) é a constante de voltagem piezelétrica e C_r é a capacitância do circuito mostrado na Fig. 2.

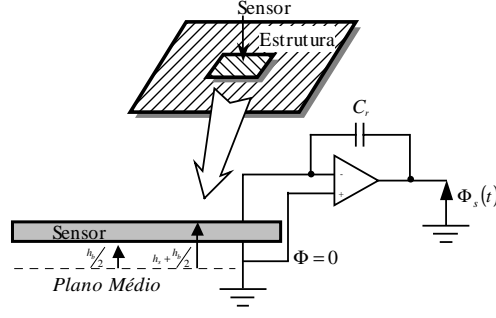


Figura 2. Circuito amplificador de carga para o sensor piezelétrico.

2.3 Funções de Transferência do Sistema

As funções de transferência do sistema podem ser determinadas a partir das equações desenvolvidas para o sensor e atuador mostradas nos tópicos anteriores. Assim, substituindo as Eqs. (8) e (2.1) na Eq. (1), resulta no sistema de equações descrito na forma:

$$\sum_{k=1}^n \left[\rho_v A_v \phi_k(x) \ddot{\eta}_k(t) + E_v I_v \phi_k''''(x) \eta_k(t) \right] = M_x \frac{\partial^2 R(x)}{\partial x^2} \quad (21)$$

Multiplicando-se a Eq. (21) por $\int_0^{L_v} \phi_k(x) dx$, aplicando-se a propriedade de ortogonalidade (2.2) na equação resultante e reescrevendo-a em termos da k -ésima equação, obtém-se:

$$\ddot{\eta}_k(t) + \left(\frac{E_v I_v}{\rho_v A_v} \int_0^{L_v} \phi_k(x) \phi_k''''(x) dx \right) \eta_k(t) = \frac{M_x}{\rho_v A_v} \int_0^{L_v} \frac{\partial^2 R(x)}{\partial x^2} \phi_k(x) dx \quad (22)$$

Aplicando-se a propriedade (10.1) no termo $\frac{\partial^2 R(x)}{\partial x^2}$ (descrito pela Eq. 9), resulta:

$$\ddot{\eta}_k(t) + \left(\frac{E_v I_v}{\rho_v A_v} \int_0^{L_v} \phi_k(x) \phi_k''''(x) dx \right) \eta_k(t) = \frac{M_x}{\rho_v A_v} [\phi_k'(x_{a_2}) - \phi_k'(x_{a_1})] \quad (23)$$

Substituindo-se a Eq. (4) em (23) e admitindo que o k -ésimo modo seja amortecido com um fator de ζ_k , a mesma pode ser escrita em função do potencial elétrico $\Phi_a(t)$ na forma:

$$\ddot{\eta}_k(t) + 2\zeta_k \dot{\eta}_k(t) + \omega_{n_k}^2 \eta_k(t) = k_a [\phi_k'(x_{a_2}) - \phi_k'(x_{a_1})] \Phi_a(t) \quad (24)$$

onde:

$$\omega_{n_k}^2 = \frac{E_v I_v}{\rho_v A_v} \int_0^{L_v} \phi_k(x) \phi_k''''(x) dx \quad (24.1)$$

$$k_a = \frac{C_0 d_{31}}{\rho_v A_v h_a} \quad (24.2)$$

Substituindo-se a Eq. (2.1) na Eq. (20), o sinal do sensor Φ_s pode ser então relacionado com a variável η_k na forma (omitindo o somatório):

$$\Phi_s(t) = k_s [\phi_k'(x_{s_2}) - \phi_k'(x_{s_1})] \eta_k(t) \quad (25)$$

onde $k_s = \frac{1}{2C_r} (h_v + h_s) \frac{k_{31}^2}{g_{31}}$.

Reorganizando as Eqs. 24 e 25, aplicando a transformada de Laplace nas equações resultantes (assumindo condições iniciais nulas) e colocando η_k como função de w , chega-se:

$$G_{aw}(s) = \frac{w(x_w, s)}{\Phi_a(s)} = k_a \sum_{k=1}^n \frac{\phi_k(x_w) [\phi'_k(x_{a_2}) - \phi'_k(x_{a_1})]}{s^2 + 2\zeta_k \omega_{n_k} s + \omega_{n_k}^2} \quad (26)$$

A equação 26 descreve a relação entre a deflexão da viga w em um ponto localizado em x_w (sensor discreto) e o potencial elétrico aplicado Φ_a no atuador piezelétrico.

Aplicando a transformada de Laplace nas Eqs. 25 e 24 e isolando Φ_a , é possível obter uma relação entre Φ_s e Φ_a escrita na forma:

$$G_{as}(s) = \frac{\Phi_s(s)}{\Phi_a(s)} = \frac{k_a k_s}{C_r} \sum_{k=1}^n \frac{[\phi'_k(x_{s_2}) - \phi'_k(x_{s_1})] [\phi'_k(x_{a_2}) - \phi'_k(x_{a_1})]}{s^2 + 2\zeta_k \omega_{n_k} s + \omega_{n_k}^2} \quad (27)$$

que descreve a relação entre a voltagem induzida pelo Φ_s sensor piezelétrico e o potencial elétrico Φ_a aplicado no atuador.

As funções de transferência que relacionam a força mecânica F_q com a deflexão w e com o sinal do sensor Φ_s podem ser expressas, respectivamente, pelas relações:

$$G_{fw}(s) = \frac{w(x_w, s)}{F_q(s)} = k_a \sum_{k=1}^n \frac{\phi_k(x_w) \phi_k(x_f)}{s^2 + 2\zeta_k \omega_{n_k} s + \omega_{n_k}^2} \quad (28)$$

$$G_{fs}(s) = \frac{\Phi_s(s)}{F_q(s)} = \frac{k_s}{C_r} \sum_{k=1}^n \frac{\phi_k(x_f) [\phi'_k(x_{s_2}) - \phi'_k(x_{s_1})]}{s^2 + 2\zeta_k \omega_{n_k} s + \omega_{n_k}^2} \quad (29)$$

3. INCORPORAÇÃO DOS EFEITOS DA DINÂMICA NÃO CONSIDERADA NO MODELO DE PROJETO DO CONTROLADOR

Antes de proceder qualquer tipo de análise de caráter mais geral, tome-se, como exemplo, a estrutura flexível tratada neste trabalho cuja representação contínua admite uma função de transferência dada pela relação (27) e podendo ser reescrita na forma:

$$G_{as}(s) = \sum_{k=1}^n \frac{F_k}{s^2 + 2\zeta_k \omega_{n_k} s + \omega_{n_k}^2} \quad (30)$$

onde o termo F_k representa o parâmetro que depende da localização e das características físicas e geométricas dos elementos piezelétricos incorporados na estrutura principal.

A dinâmica residual G_r , que não foi considerada no modelo truncado, é expressa segundo a relação abaixo:

$$G_r(s) = \sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{F_k}{s^2 + 2\zeta_k \omega_{n_k} s + \omega_{n_k}^2} \quad (31)$$

e o sistema completo, por sua vez, é descrito por:

$$G_c(s) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{F_k}{s^2 + 2\zeta_k \omega_{n_k} s + \omega_{n_k}^2} \quad (32)$$

A necessidade de se quantificar o resíduo G_r para saber seu efeito exato no comportamento dinâmico do sistema truncado despertou o interesse de alguns pesquisadores na área (Loix e Preumont, 1995 e Clark, 1997). Loix e Preumont (1995) demonstraram que quando se realiza o truncamento do modelo, a parte residual G_r , não considerada, provoca uma alteração na localização dos zeros no modelo truncado em malha aberta (G_{as}).

Neste trabalho, tal afirmação é verificada a partir da determinação da localização dos pólos (x) e zeros (o) de uma viga engastada-livre contendo um par de elementos piezelétricos incorporados. As características físicas e geométricas da estrutura flexível e dos elementos cerâmicos são descritas na Tab. 1 e a representação gráfica dos pólos e zeros é ilustrada nas figuras que se seguem.

Tabela 1. Propriedades físicas e geométricas da viga e dos materiais piezelétricos.

Propriedades	Unidade	Piezelétrico		Viga
		Sensor	Atuator	
E (Módulo de Young)	GPa	2	69	65
ρ (densidade)	Kg/m^3	1780	7700	2711
d_{31} (constante piezelétrica)	m/V	23×10^{-12}	-179×10^{-12}	----
g_{31} (const. de volt. piez.)	mV/N	216×10^{-3}	-11×10^{-3}	----
k_{31} (coef. de acoplamento)	----	0.12	0.30	----
b (largura)	$m \times 10^{-3}$	10	20	30
h (espessura)	$m \times 10^{-3}$	0.205	0.254	3.4
L (comprimento)	$m \times 10^{-3}$	30	50	700

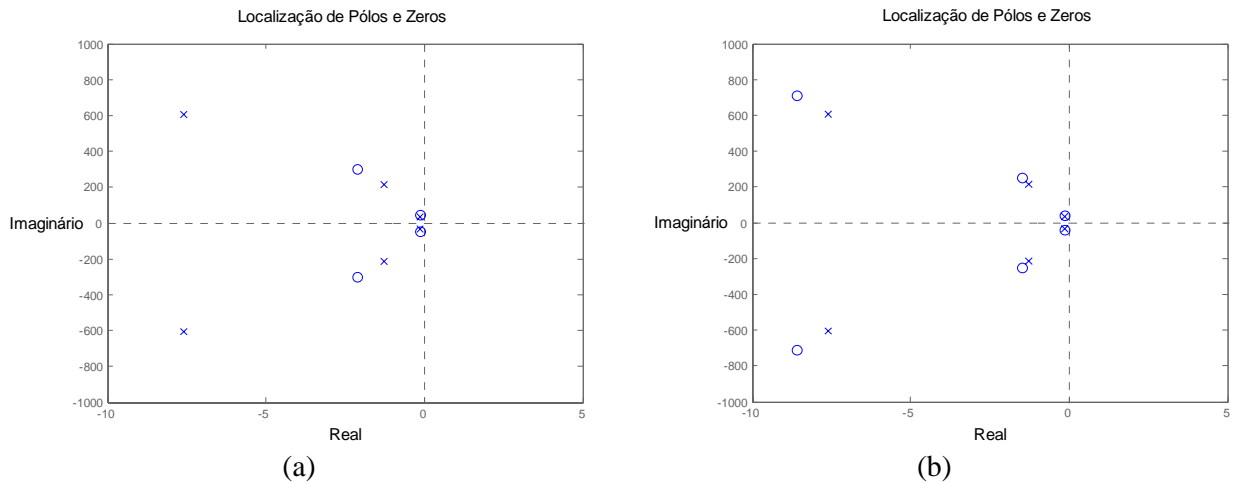


Figura 3. Localização dos pólos e zeros do sistema (a) truncado a três modos de vibrar e (b) completo.

Nota-se, a partir das figuras apresentadas, que o procedimento de truncamento do modelo, para fins de controle, ocasiona alterações na localização dos zeros do sistema em malha aberta, podendo acarretar mudanças drásticas na performance do sistema em malha fechada (Loix e Preumont, 1995). Uma análise mais detalhada nos gráficos apresentados revela que a mudança da localização dos zeros é a responsável pela distorção da distribuição de alguns pólos do sistema, ou seja, quanto menor o valor de n , empregado no procedimento de truncamento modal, maior será a “distância” entre pólos e zeros do modelo utilizado para o projeto do controlador. Isto significa, em termos práticos, que o *ganho do sistema* em malha aberta se altera consideravelmente (Ogata, 1998). Assim, no caso de se projetar um controlador para o sistema truncado, estas informações equivocadas irão se refletir, automaticamente, no desempenho esperado do sistema físico em que se deseja efetivamente controlar, isto é, o controlador será projetado para um outro tipo de sistema possuindo características particulares que não correspondem exatamente àquelas associadas ao sistema completo G_c na faixa de frequência considerada.

Percebe-se também que a resposta em frequência do sistema, obtida pela Eq. (30), é também “distorcida” pelo procedimento de truncamento modal efetuado. A Fig. 4 ilustra este comportamento.

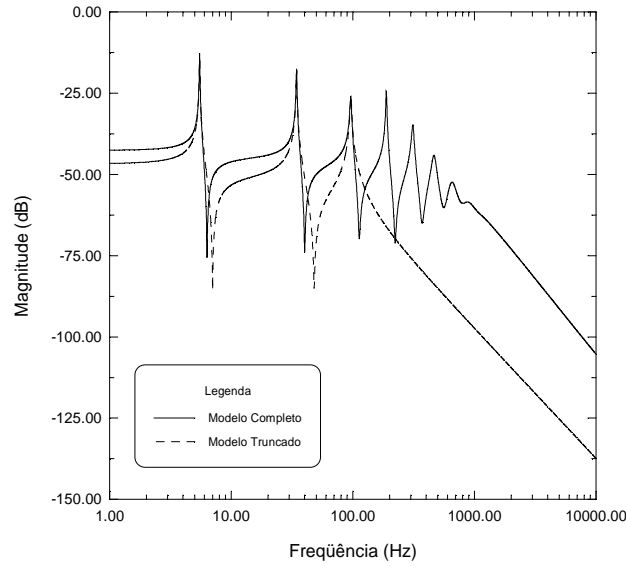


Figura 4. Resposta em frequência para os sistemas truncado e completo.

Clark (1997) propôs uma forma alternativa de contornar este problema e evitar quaisquer tipos de situações recorrentes do procedimento inevitável de truncamento modal. Nesta solução alternativa um *novo* modelo truncado \hat{G}_{as} é obtido, adicionando-se um *termo constante* D_{as} na Eq. (30), substituindo-se, desta forma, os modos residuais G_r que tendem a aumentar a ordem do sistema.

$$\hat{G}_{as}(s) = G_{as}(s) + D_{as} \quad (33)$$

A idéia de se utilizar este termo no intuito de corrigir ou “reconstruir” o sistema truncado é motivada pelo comportamento dos modos residuais que corroboram com um efeito *quase estático* sobre o referido modelo (Loix e Preumont, 1995). Entretanto, o processo de obtenção deste termo não é trivial, pois demanda de um procedimento de otimização no qual a função objetivo é a distância (em termos da magnitude) entre os modelos truncado e completo. Em Moheimani (1999) é mostrado como foi obtido o termo D_{as} dado por:

$$D_{as} = \frac{1}{2\omega_c} \sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{F_k}{\omega_{n_k}} \ln \left(\frac{\omega_{n_k} + \omega_c}{\omega_{n_k} - \omega_c} \right) \quad (34)$$

É com base no valor de D_{as} que o *novo* modelo truncado (\hat{G}_{as}), representado pela Eq. (33), é novamente analisado. Deste modo, nas figuras que se sequeem são apresentados os gráficos que mostram, respectivamente, o lugar das raízes e a função de transferência para o sistema modificado, onde $D_{as} = -3.1525 \times 10^{-3}$.

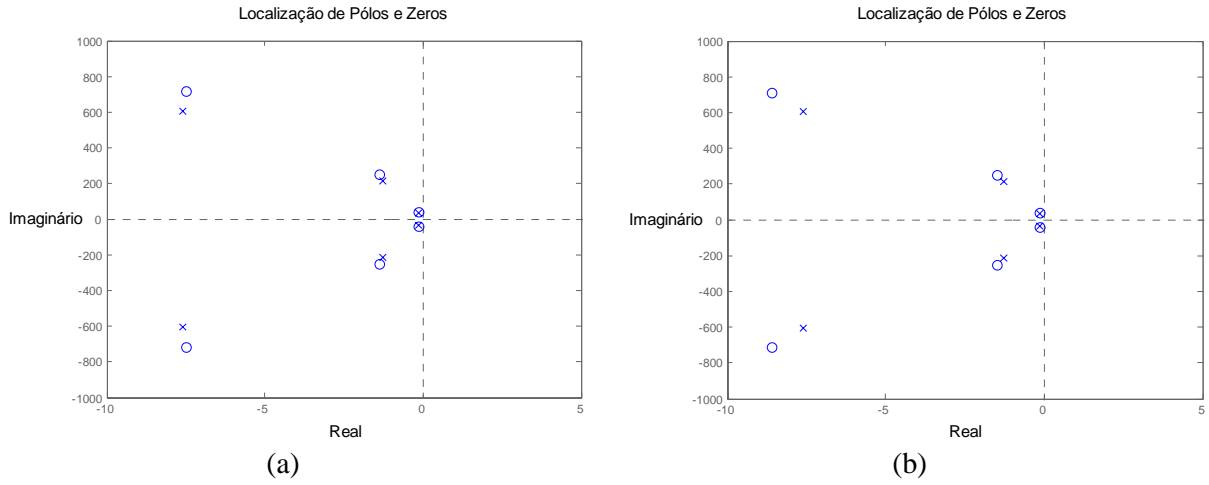


Figura 5. Localização dos pólos e zeros do sistema (a) reconstruído e (b) completo.

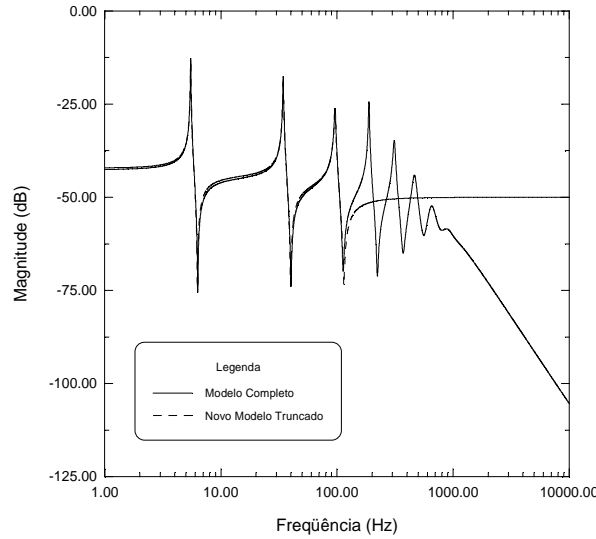


Figura 6. Resposta em frequência para o sistema reconstruído e completo.

Quando se realiza o procedimento descrito para a "reconstrução" do *novo* sistema truncado, os zeros, distribuídos segundo a Fig. 5a, são *realocados* de tal forma a resultar numa distribuição similar ao que acontece com aquela associada ao sistema completo mostrado na Fig. 5b. Isto faz com que as características dinâmicas deste novo modelo sejam preferencialmente concordantes com as características dinâmicas do sistema completo G_c . Já na Fig. 6, observa-se, claramente, a boa concordância, em termos da magnitude, entre os modelos truncado e completo, o que demonstra a eficiência do procedimento descrito.

A partir do mecanismo de reconstrução do modelo truncado, é possível resolver o problema no que tange à correção das funções de transferência descritas pelas Eqs. 26, 28 e 29. Neste caso, tal análise é feita da mesma maneira com o que foi exposto anteriormente. Assim, os novos termos de correção, associados às equações mencionadas, são listados a seguir (Moheimani, 2000):

$$D_{aw} = \frac{1}{2\omega_c} \sum_{k=n+1}^{\infty} \phi_k(x_w) \frac{F_k^{aw}}{\omega_{n_k}} \ln \left(\frac{\omega_{n_k} + \omega_c}{\omega_{n_k} - \omega_c} \right) \quad (35)$$

$$D_{fw} = \frac{1}{2\omega_c} \sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{\phi_k(x_w) \phi_k(x_f)}{\omega_{n_k}} \ln \left(\frac{\omega_{n_k} + \omega_c}{\omega_{n_k} - \omega_c} \right) \quad (36)$$

$$D_{fs} = \frac{1}{2\omega_c} \sum_{k=n+1}^{\infty} \phi_k(x_f) \frac{F_k^{fs}}{\omega_{n_k}} \ln \left(\frac{\omega_{n_k} + \omega_c}{\omega_{n_k} - \omega_c} \right) \quad (37)$$

onde F_k^{aw} e F_k^{fs} são funções que dependem das características físicas e geométricas do material piezelétrico (atuador ou sensor).

Desta forma, para adequar este tipo de descrição do sistema ao projeto do controlador, as funções de transferência corrigidas devem ser representadas em espaço de estados adicionando-se os termos relacionados às saídas do sistema (w e Φ_s) (Abreu, 2003).

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia para o problema do controle de vibrações em estruturas flexíveis contendo materiais piezelétricos incorporados. A interação entre a estrutura e o elemento piezelétrico foi modelada pelo método dos modos assumidos. A partir do modelo desenvolvido e visando o projeto de um sistema de controle, um procedimento numérico foi elaborado no intuito de incluir os efeitos provocados pela dinâmica de alta frequência não modelada. Através de testes numéricos realizados pode-se constatar a eficiência do procedimento descrito. Sob o ponto de vista prático, a metodologia apresentada revelou-se acertada e promissora para a solução do problema da não consideração dos modos de alta frequência no modelo de projeto de um controlador.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro proporcionado a este trabalho pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior).

6. REFERÊNCIAS

- Abreu, G. L. C. M., 2003. "Projeto Robusto H_∞ Aplicado no Controle de Vibrações em Estruturas Flexíveis com Materiais Piezelétricos Incorporados", Tese de Doutorado, UFU, Uberlândia, p299.
- Banks, H.T., Smith, R.C. e Wang, Y., 1996. "Smart Material Structures: Modeling, Estimation and Control", Wiley Masson Research in Applied Mathematics Series.
- Bathe, K. J., 1982. "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall.
- Cady, W. G., 1946. "Piezoelectricity - An Introduction to the Theory and Applications of Electromechanical Phenomena in Crystals", McGraw-Hill, p806.
- Chaudhry, Z., Joseph, T., Sun, F. e Rogers, C., 1995. "Local-Area Health Monitoring of Aircraft via Piezoelectric Actuator/Sensor Patches", Proc. North Am. Conf. on Smart Struc. and Mat., Paper N° 2443-29.
- Clark, R. L., 1997. "Accounting for Out-of-Bandwidth Modes in the Assumed Modes Approach: Implications on Colocated Output Feedback Control", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 119, pp. 390-395.
- Cunha Jr., S. S., 1999. "Estudo Numérico e Teórico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG, p99.
- Elliott, S. J. e Nelson, P. A., 1993. "Active Noise Control", IEEE Signal Processing Magazine, Vol. 10, N° 4, pp.12-35.
- Fuller, C. R., Elliott, S. J. e Nelson, P. A., 1996. "Active Control of Vibration", Academic Press, San Diego, Califórnia, p332.
- Junkins, J. L. e Kim, Y., 1993. "Introduction to Dynamic and Control of Flexible Structures", AIAA Education Series, AIAA Inc., Washington.
- Kwakernaak, H. e Sivan, R., 1991. "Modern Signals and Systems", Englewood Cliffs, Prentice-Hall.
- Lima Jr., J. J., 1999. "Modelagem de Sensores e Atuadores Piezelétricos com Aplicações em Controle Ativo de Estruturas", Tese de Doutorado, INICAMP - Campinas, SP, p209.

- Loix, N. e Preumont, A., 1995. "Remarks on the Modeling of Active Structures with Collocated Piezoelectric Actuators and Sensors", Design Engineering Technical Conferences, Vol. 3, pp. 335-339.
- Meirovitch, L., 1997. "Principles and Techniques of Vibrations", Prentice-Hall, New Jersey.
- Moheimani, S. O. R., 1999. "Minimizing the Effect of Out of Bandwidth Modes in the Truncated Assumed Modes Models of Structures", Proceedings of the American Control Conference, San Diego, CA, pp. 2718-2722.
- Moheimani, S. O. R., 2000. "Minimizing the Effect of Out-of-Bandwidth Dynamics in the Models of Reverberant Systems that Arise in Modal Analysis: Implications on Spatial H_∞ Control", Automatica, Vol. 36, pp. 1023-1031.
- Ogata, K., 1998. "Engenharia de Controle Moderno", Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, Brasil, 813p.
- Pota, H. R. e Alberts, T. E., 1995. "Multivariable Transfer Functions for a Slewing Piezoelectric Laminate Beam", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 117, pp. 353-359.
- PS, 2003. Piezo System, Inc. All rights reserved, <http://www.piezo.com>.
- Rogers, C.A., Liang, C. e Zhou, S., 1995. "Integration and Design of Piezoceramic Elements in Intelligent Structures", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 6, pp. 733-743.
- Srinivasan, A. V. e McFarland, D. M., 2001. "Smart Structures-Analysis and Design", Cambridge University Press, p228.
- Steffen Jr., V. e Rade, D. A., 1999. "Optimization of Dynamic Vibration Absorbers over a Frequency Band", 17th International Modal Analysis Conference - XVII IMAC, Kissimmee, Flórida, 8-11 de Fevereiro, pp. 188-193.
- Tzou, H. S., 1989. "Integrated Distributed Sensing and Active Vibration Suppression of Flexible Manipulators Using Distributed Piezoelectrics", Journal of Robotic Systems, Vol. 6, pp. 745-767.
- Wang, B-T e Rogers, C. A., 1989. "Laminate Plate Theory for Spatially Distributed Induced Strain Actuator", Journal of Composite Materials, Vol. 25, pp 433-452.

RECONSTRUCTION OF THE FLEXIBLE STRUCTURE MODEL TO THE PROJECT OF A CONTROL SYSTEM

Gustavo Luiz C. M. de Abreu

Federal University of Uberlândia – FEMEC – School of Mechanical Engineering.
 Av. João Naves de Ávila, 2160 – Bloco M – Sala 212, CEP 38400-902 – Uberlândia – MG
 E-mail: gmanhaes@mecanica.ufu.br

José Francisco Ribeiro

Federal University of Uberlândia – FEMEC – School of Mechanical Engineering.
 E-mail: jribeiro@mecanica.ufu.br

Abstract. *This paper investigates the problem of the ignored high frequency modes in the model used for the controller design. Because the limitation of sensors and actuators that can be used, the project model has a low order. Therefore, the zeros location of the open loop system is distorted. To correct the effect of higher frequency modes on the low frequency dynamics, a constant term is added to the transfer function of the system. To evaluate the usefulness of the procedure, a flexible beam containing one pair of piezoelectric materials and modeled by assumed modes method is analyzed.*

Keywords. *High frequency modes, correction term, flexible beam, piezoelectric materials, assumed modes method.*