

# ANÁLISE E CONTROLE DE POSIÇÃO DE PÊNDULOS USANDO ENERGIA CINÉTICA E POTENCIAL

**José Homero Feitosa Calvacanti**

*Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica*

*Departamento de Tecnologia Mecânica, Centro de Tecnologia, UFPB – Campus I  
CEP 58059-900, João Pessoa, Paraíba, Brasil, e-mail: [homero@uol.com.br](mailto:homero@uol.com.br)*

**João Carlos Barbosa da Silva**

*Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica*

*Departamento de Tecnologia Mecânica, Centro de Tecnologia, UFPB – Campus I  
CEP 58059-900, João Pessoa, Paraíba, Brasil, e-mail: [jkbarbosa@yahoo.com.br](mailto:jkbarbosa@yahoo.com.br)*

**José Felício da Silva**

*Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica*

*Departamento de Tecnologia Mecânica, Centro de Tecnologia, UFPB – Campus I  
CEP 58059-900, João Pessoa, Paraíba, Brasil, e-mail: [felicio@funape.gov.br](mailto:felicio@funape.gov.br)*

**Francisco Augusto Ferreira Segundo Neto**

*Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica*

*Departamento de Tecnologia Mecânica, Centro de Tecnologia, UFPB – Campus I  
CEP 58059-900, João Pessoa, Paraíba, Brasil, e-mail: [fafsn@cpgem.ct.ufpb.br](mailto:fafsn@cpgem.ct.ufpb.br)*

**Resumo.** *Existem diversos tipos de sistemas de controle lineares ou não lineares desenvolvidos para o posicionamento e atenuação de oscilações de pêndulos. No entanto, esses algoritmos não utilizam explicitamente a energia cinética e potencial dos pêndulos. Eles utilizam equações dinâmicas geralmente obtidas a partir da representação da dinâmica do pêndulo na forma de equações lineares. Neste trabalho apresenta-se um sistema inteligente desenvolvido para além de controlar a posição de um pêndulo, atenuar as suas oscilações. O pêndulo é posicionado (ou sua oscilação atenuada) utilizando um controlador neural direto usando uma Rede Neural Multi Camadas que utiliza as informações sobre a energia cinética e potencial do pêndulo adequadamente representadas na forma da Lógica Fuzzy. Apresentam-se também, resultados experimentais obtidos a partir do controle de posição e da atenuação de oscilação do pêndulo.*

**Palavras-chave:** *Controle fuzzy e neural, planta não linear, sistemas inteligentes.*

## 1. INTRODUÇÃO

A utilização do denominado controle inteligente tem aberto uma nova perspectiva no tratamento de sistemas não-lineares e no projeto de seus controladores (Haykin, 2001). Muitos trabalhos foram desenvolvidos seguindo esta linha de pesquisa na tentativa de desenvolver um controle mais versátil.

As redes neurais artificiais, devido a sua capacidade de aproximar arbitrariamente bem qualquer mapeamento contínuo não-linear (Kurkova, 1995 e Narendra, 1991), têm assumido papel fundamental no campo de identificação e controle de sistemas dinâmicos não-lineares, pois através

delas consegue-se desenvolver estratégias de controle que podem ser aplicadas de uma forma geral, independente da não-linearidade existente no sistema em questão (Zadeh, 1988). Neste trabalho apresentam resultados experimentais e obtidos de simulações obtidos do controle de posição de um pêndulo utilizando um sistema inteligente (SI). O SI utiliza um microcomputador padrão tipo IBM PC para análise e processamento dos dados, um motor elétrico de corrente contínua, que serve como atuador, agindo no eixo do centro de rotação do pêndulo.

A seguir serão apresentadas as características principais de uma Rede Neural Multi Camada (RNMC) utilizada para controlar a posição do pêndulo, o modelo matemático do pêndulo simples, a análise das energias potenciais e cinéticas observadas durante o movimento do pêndulo, o desenvolvimento de um algoritmo para atenuação da oscilação de um pêndulo e os resultados experimentais obtidos na atenuação da oscilação de um pêndulo. Conclui-se este trabalho com a análise dos resultados e são sugeridas algumas modificações no controlador.

## 2. REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

A partir de 1980 a rede neural artificial começou a ser utilizada no controle de processos. A rede neural artificial pode ser vista como um conjunto de neurônios ligados por conexões denominadas sinápticas, dividido em neurônios de entrada, que recebem estímulos do meio externo, neurônios internos ou ocultos e neurônios de saída, que se comunicam com o exterior.

A rede neural passa por um processo de treinamento a partir dos casos reais conhecidos, adquirindo, a partir daí, a sistemática necessária para executar adequadamente o processo desejado dos dados fornecidos. Sendo assim, a rede neural é capaz de extrair regras básicas a partir de dados reais, diferindo da computação programada, onde é necessário um conjunto de regras rígidas pré-fixadas e algoritmos (Haykin, 2001). O algoritmo de treinamento da RNMC comumente mais utilizado é o da retropropagação do erro ("Error Backpropagation"). Este algoritmo se baseia na propagação do erro observado na saída da RNMC (Cavalcanti, 2001 e Rummelhart, 1986).

## 3. MODELO DO PÊNDULO SIMPLES

No pêndulo simples, admite-se que ele oscile num plano vertical, sob a influência da gravidade. Na Fig.(1) apresenta-se a configuração de um pêndulo simples acoplado a um mancal de um motor de corrente contínua.

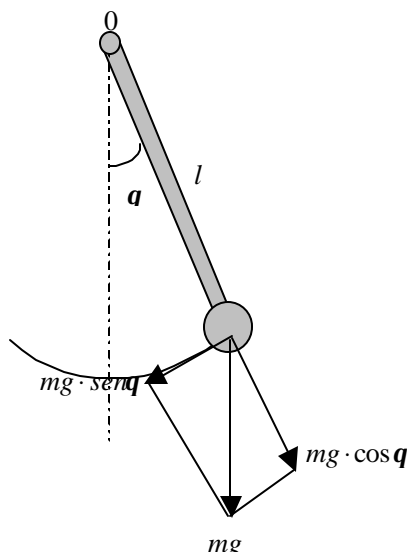


Figura 1 - Sistema proposto

Uma massa  $m$ , está ligada à extremidade de uma barra rígida, porém sem peso, de comprimento  $l$ . A outra extremidade da barra está suportada no mancal do motor. A posição do sistema está descrita pelo ângulo  $q$  entre a barra e a linha vertical, tomando-se o sentido anti-horário como o positivo. A força gravitacional  $mg$  atua para baixo, enquanto a força de amortecimento  $c|dq/dt|$ , onde  $c$  é positivo, sempre se opõe à direção do movimento. Admitindo-se que  $q$  e  $dq/dt$  sejam ambos positivos. A equação do movimento pode ser deduzida a partir do teorema do momento angular (Boyce, 1998). O momento angular em torno da origem é  $ml^2(dq/dt)$ , então a equação que representa a dinâmica da planta é dada por:

$$ml^2 \frac{d^2 q}{dt^2} = -cl \frac{dq}{dt} - mgl \sin q \quad (1)$$

os fatores  $l$  e  $l \sin q$ , no segundo membro da equação, são o braço do momento da força resistiva e o da força gravitacional, respectivamente, e os sinais negativos se devem ao fato de as duas forças tenderem a fazer o pêndulo girar no sentido horário (negativo). Por uma manipulação algébrica direta pode-se escrever a Eq. (1) na forma

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{c}{ml} \frac{dq}{dt} + \frac{g}{l} \sin q = 0 \quad (2)$$

A fim de converter a Eq. (2) a um sistema de duas equações de primeira ordem, faz-se  $x = q$  e  $y = \frac{dq}{dt}$ , então

$$\frac{dx}{dt} = y, \quad \frac{dy}{dt} = -\frac{g}{l} \sin x - \frac{c}{ml} y \quad (3)$$

Uma vez que  $c$ ,  $g$ ,  $l$  e  $m$  são todas constantes, o sistema (3) é um sistema autônomo com a forma

$$\frac{dx}{dt} = F(x, y), \quad \frac{dy}{dt} = G(x, y) \quad (4)$$

Os pontos críticos se encontram pela resolução das equações

$$y = 0, \quad -(g/l) \sin x - (c/ml) y = 0. \quad (5)$$

Considere-se que a estrutura esteja na posição de equilíbrio no instante da aplicação da força externa  $u(t)$ . Se a massa for ligeiramente deslocada da posição de equilíbrio, ela oscilará com amplitudes gradualmente decrescente, até chegar à posição de equilíbrio, quando a energia potencial inicial tiver sido dissipada pela força de amortecimento. Este tipo de movimento ilustra a estabilidade assintótica (Meirovitch, 1998).

Uma forma alternativa de se expressar uma equação diferencial é na forma de variáveis de estado (Ogata, 1998). Por exemplo, Fazendo  $\frac{d^2 q(t)}{dt^2} = \ddot{q}(t)$  e  $\frac{dq(t)}{dt} = \dot{q}(t)$  na Eq. (5), a expressão que descreve o modelo linearizado apresentado na Fig. (1) será,

$$\ddot{q}(t) + \frac{c}{ml} \dot{q}(t) + \frac{g}{l} q(t) = (ml)^{-1} u(t) \quad (6)$$

A fim de converter a Eq. (6) a um sistema de duas equações de primeira ordem, escolhe-se o deslocamento e a velocidade da massa como variáveis de estados denotando-as por  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$  respectivamente,

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \mathbf{q}(t) \\ x_2(t) &= \dot{\mathbf{q}}(t) \end{aligned} \quad (7)$$

A partir do sistema de equações definido na Eq. (7) obtém-se um outro sistema de equações relacionados com a derivada primeira, descrito na Eq. (8),

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \ddot{\mathbf{q}}(t) \end{aligned} \quad (8)$$

Uma vez que  $c$ ,  $g$ ,  $l$  e  $m$  são todas constantes, o sistema na Eq. (8) é um sistema autônomo. Substituindo-se  $\ddot{\mathbf{q}}(t) = -\frac{c}{ml}\dot{\mathbf{q}}(t) - \frac{g}{l}\mathbf{q}(t) + (ml)^{-1}u(t)$  na Eq. (8), obtém-se a Eq. (9).

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= 0 \cdot x_1(t) + 1 \cdot x_2(t) + 0 \cdot u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -\frac{g}{l} \cdot x_1(t) - \frac{c}{ml} \cdot x_2(t) + (ml)^{-1}u(t) \end{aligned} \quad (9)$$

Geralmente, as equações de mesmo estado são escritas em um vetor-matriz, já que permite que as equações sejam manipuladas mais facilmente (Phillips, 1997). Desta forma as equações (9) podem ser obtidas utilizando-se a notação matricial, na forma da Eq. (10).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{l} & -\frac{c}{ml} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ (ml)^{-1} \end{bmatrix} \cdot u(t) \quad (10)$$

Definindo-se os vetores de estados através das equações matriciais, Eq. (11) e Eq. (12).

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

E denotando-se por  $\mathbf{A}$  (matriz do sistema) e  $\mathbf{B}$  (matriz de entrada) e  $\mathbf{y}(t)$  matriz de saída conforme Eq. (13) e Eq. (14),

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{l} & -\frac{c}{ml} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{l} & -\frac{c}{ml} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ (ml)^{-1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

#### 4. AS ENERGIAS CINÉTICAS E POTENCIAIS

Na Figura (2) apresenta-se um pêndulo posicionado entre os quadrantes I e II (posição em que  $\theta=90^\circ$ ) do seu espaço de trabalho. Na Figura (2), os quadrantes estão indicados por I, II, III e IV e são referenciados como Q1, Q2, Q3 e Q4, respectivamente. O torque do pêndulo  $T_l(t)$  é positivo em Q1 e Q2 necessitando de um torque negativo do motor  $T_m(t)$  para parar o pêndulo. O torque do pêndulo  $T_l(t)$  é negativo em Q3 e Q4 necessitando de um torque positivo do motor  $T_m(t)$  para parar o pêndulo. Sabe-se que  $T_m(t)$  é proporcional à tensão da armadura do motor de corrente contínua ( $u(t)$ ). As regras fuzzy 1 e 2 representam o posicionamento do pêndulo. Nessa regras, a expressão  $\theta_m == Q1$  indica pêndulo posicionado em Q1).

Regra 1: **if**  $\theta_m == Q1$  **or**  $\theta_m == Q2$  **then**  $u(t)<0$ ;

Regra 2: **if**  $\theta_m == Q3$  **or**  $\theta_m == Q4$  **then**  $u(t)>0$ ;

Durante o desenvolvimento do sistema para o controle de posição de pêndulos usando energia cinética e potencial considerou-se, em todos os experimentos, que inicialmente o pêndulo está posicionado em  $\theta = 90^\circ$  e é deixado oscilar livremente como pode ser visto na Fig.(2). No instante  $t = 0$  o pêndulo é solto na posição  $\theta = 90^\circ$ , ele começa a se movimentar e fica oscilando em torno da posição  $\theta = 0^\circ$ . Analisando-se a Figura (2) vê-se que se for utilizado um controlador padrão do tipo PID para posicionamento do pêndulo (o pêndulo sendo considerado como um sistema de primeira ordem) em  $\theta = 0^\circ$ , o algoritmo de controle gerará uma tensão na armadura do motor tal que o torque  $T_m(t)$  será positivo. O torque  $T_m(t)$  será adicionado ao torque  $T_l(t)$  do pêndulo o que aumentará a velocidade do pêndulo ao passar em  $\theta = 0$ . Isto ocorre porque o controlador foi desenvolvido para o posicionamento do objeto sem considerar a sua dinâmica.

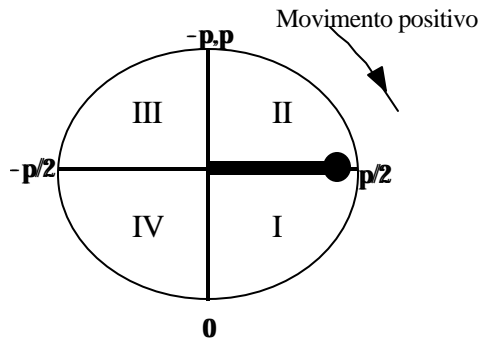


Figura 2 - Posição inicial do pêndulo

Na Fig.(3) apresentam-se as curvas obtidas a partir da simulação de um trecho do movimento amortecido do pêndulo a partir de  $\theta = 90^\circ$ . A abscissa representa o tempo em milissegundos, a curva na cor azul representa a posição do pêndulo (ângulo  $\theta$ ), a curva na cor vermelha representa a velocidade, e a curva na cor preta representa a ação do torque sobre o motor para se por ao torque devido à energia cinética do pêndulo. As curvas apresentadas na Fig. (3) podem ser usadas para a análise da dinâmica do pêndulo durante a sua oscilação. Considere-se que se deseje sustentar (posicionado na posição representada pelo ângulo  $\theta$  e com velocidade zero) o pêndulo num ângulo  $\theta$  qualquer.

No intervalo de tempo entre  $t = 0$  e  $t = t_1$  a velocidade é negativa,  $\theta$  inicialmente é positivo e se torna negativo. O torque do pêndulo  $T_l(t)$  é negativo necessitando de um torque positivo do motor  $T_m(t)$  para parar o pêndulo ( $T_l(t) < 0$  e  $T_m(t) > 0$ ). Conclui-se que, no intervalo de tempo entre  $t = 0$  e  $t = t_1$ , o valor da variável de controle será positivo ( $u(t) > 0$ ) para parar o movimento do pêndulo (regra fuzzy 4). No intervalo de tempo entre  $t = t_1$  e  $t = t_2$  a velocidade é positiva,  $\theta$  inicialmente é negativo e se torna positivo. O torque do pêndulo  $T_l(t)$  é positivo necessitando de um torque

negativo do motor  $T_m(t)$  para parar o pêndulo ( $T_l(t) > 0$  e  $T_m(t) < 0$ ). Conclui-se que, no intervalo de tempo entre  $t = t_1$  e  $t = t_2$ , o valor da variável de controle será negativo ( $u(t) < 0$ ) para parar o movimento do pêndulo (regra fuzzy 3).

Regra 3: **if** vel  $> 0$  **then**  $u(t) < 0$

Regra 4: **if** vel  $< 0$  **then**  $u(t) > 0$

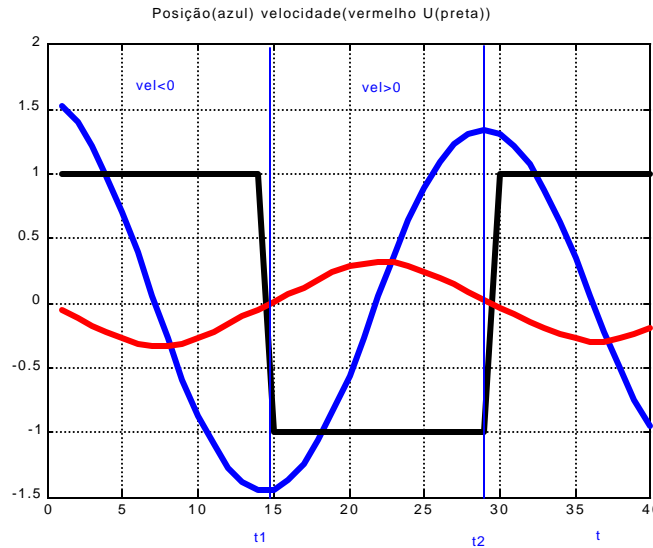


Figura 3 - Oscilação livre do pêndulo

Neste trabalho associou-se a energia cinética à velocidade do pêndulo e a energia potencial a sua posição. O índice de desempenho do sistema proposto para o posicionamento do pêndulo (ou a função de Lyapunov do sistema, (função de Lyapunov é discutida em Åström(1995)), é apresentado na Eq.(15). Definiu-se  $E_p$  como o índice de desempenho referente à energia potencial, Eq.(16). Definiu-se  $E_c$  como o índice de desempenho referente à energia cinética do sistema. Eq.(17). Utilizou-se  $E = Y_r - Y$  (sendo  $Y$  a saída da planta e  $Y_r$  a posição desejada da planta) e definiu-se  $vel = d\theta/dt$ ,  $\beta$  é o fator de adaptação.

$$I(t) = E_p + E_c \quad (15)$$

$$E_p = \frac{1}{2} E^2 \quad (16)$$

$$E_c = \frac{1}{2} \beta vel^2 \quad (17)$$

Na área das redes neurais artificiais, um dos métodos utilizado para a redução do erro médio quadrático é o da regra delta (Kovács, 1996). O erro deve ser reduzido a partir da modificação dos pesos das conexões da rede neural. Os pesos ( $W$ ) são iterativamente calculados pela Eq.(18). Nesta equação,  $\mu$  é um parâmetro que controla a estabilidade e a razão da convergência do treinamento, e  $\nabla(I(W))$  é o valor do gradiente do índice de desempenho no ponto representado por  $W_{ik}$ .

$$W_{k+1} = W_k + \mu(-\nabla) = W_k + \mu(-\nabla(I(W))) \quad (18)$$

Utilizando-se a definição de regra delta para o desenvolvimento do algoritmo de controle obtém-se a Eq.(19).

$$U_{k+1} = U_k + \mu(-\nabla(I(U))) \quad (19)$$

Decidiu-se desenvolver o algoritmo de controle baseado ou na energia cinética, ou na energia potencial do pêndulo. Na Eq.(20) apresenta-se o algoritmo desenvolvido para atenuar a oscilação da planta baseado na energia cinética. Considerou-se que durante o movimento do pêndulo a parte da Eq.(19) referente à energia potencial deve ser zerada. Além disso, baseado nas regras fuzzy 3 e 4 decidiu-se utilizar um controlador ON e OFF representado pela Eq.(20). Na eq.20 SGN(vel) indica a função sinal de vel. A Eq. (20) só é utilizada quando  $vel \neq 0$ .

$$U_{k+1} = -\beta \text{SGN}(\text{vel}) \quad (20)$$

Quando a velocidade do pêndulo é igual a zero foi utilizado o algoritmo para atenuar a oscilação do pêndulo baseado na energia potencial. Na Fig.(4) apresenta-se o diagrama do sistema do pêndulo representado na forma utilizada para o desenvolvimento do algoritmo de controle baseado na energia potencial. Considerou-se o modelo do pêndulo como uma planta de primeira ordem. A partir da Eq.(19) obtém-se a Eq.(21). A partir da Fig.(4) calcula-se  $\partial Y/\partial U = \eta$ . Após alguns ajustes, na Eq.(22) apresenta-se o algoritmo de controle baseado na energia potencial.

$$U_{k+1} = U_k + (-\mu \nabla) = U_k + \mu E \partial Y / \partial U = \quad (21)$$

$$U_{k+1} = U_k + \mu \eta E = U_k + \phi E \quad (22)$$

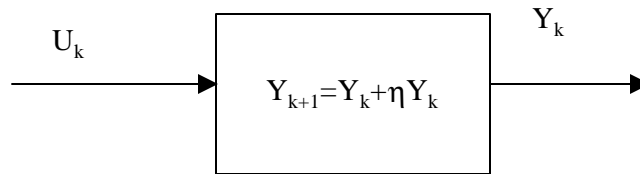


Figura 4 – Diagrama do sistema do pêndulo

Utilizou-se a RNMC apresentada na Fig.(5) abaixo para o controle baseado na energia potencial.

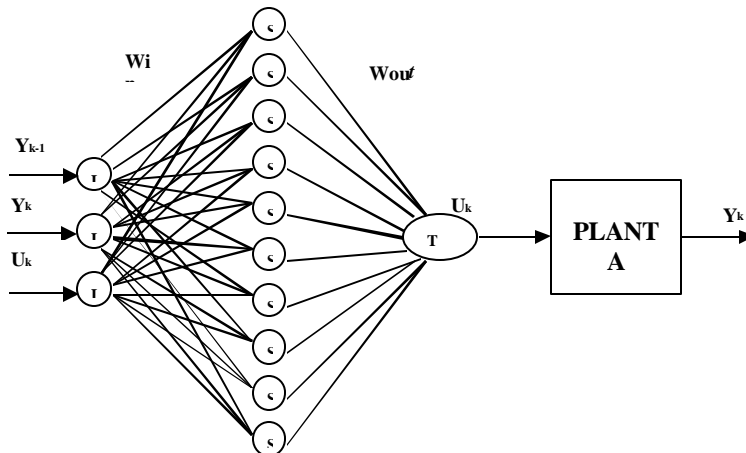


Figura 5 – Rede neural multi camada

## 5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A seguir, serão apresentados resultados experimentais utilizando controladores baseados na energia cinética e potencial do pêndulo. Na Eq.(21) apresenta-se o algoritmo de treinamento baseado na energia cinética que pode ser utilizado para atenuar a oscilação do pêndulo desenvolvido usando a lógica fuzzy.

Realizou-se uma sessão de testes experimentais com um pêndulo simples. Observa-se na Fig.(6) os resultados obtidos com um pêndulo em oscilação livre. A curva representada na cor azul indica a posição e a curva representada na cor vermelha representa a velocidade do pêndulo. No pêndulo só atuam as forças de atrito.

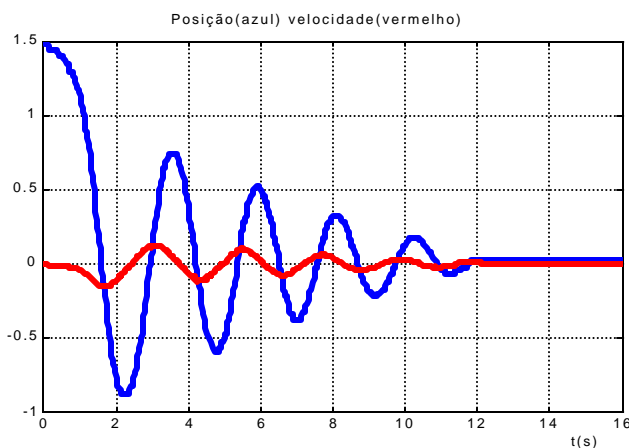


Figura 6 - Oscilação livre

Na Figura (7) apresentam-se os resultados obtidos com o atenuador de oscilações usando o controle ON e OFF. O algoritmo usado para o controle do pêndulo foi baseado nas regras (3) e (4). Este tipo de controle somente foi baseado na energia cinética da planta.

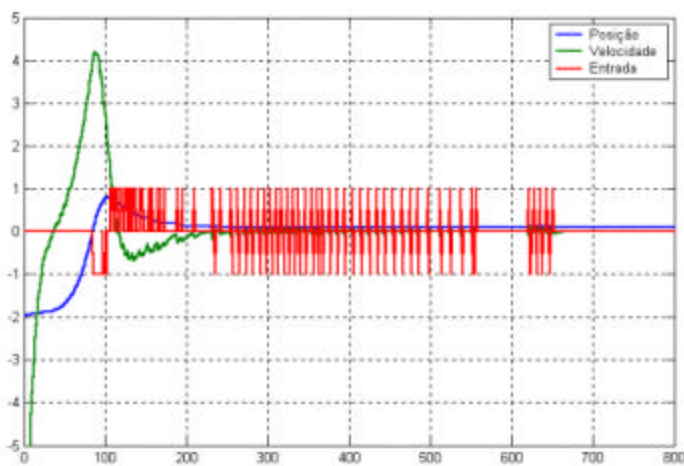


Figura 7 - Atenuação da oscilação

Na Figura (8) apresentam-se os resultados obtidos com o atenuador de oscilações usando o controle ON e OFF. O algoritmo usado para o controle do pêndulo foi baseado nas regras (3) e (4). Este tipo de controle foi baseado na energia cinética e potencial da planta. Observa-se claramente, pelos resultados apresentados, que houve uma melhor atenuação da oscilação do pêndulo, comparando-se com os resultados apresentados na Fig. (7) onde usou-se controle baseado somente

na energia cinética. Na Fig.(9) apresenta-se o zoom no ponto em que o controle foi o baseado na energia potencial.

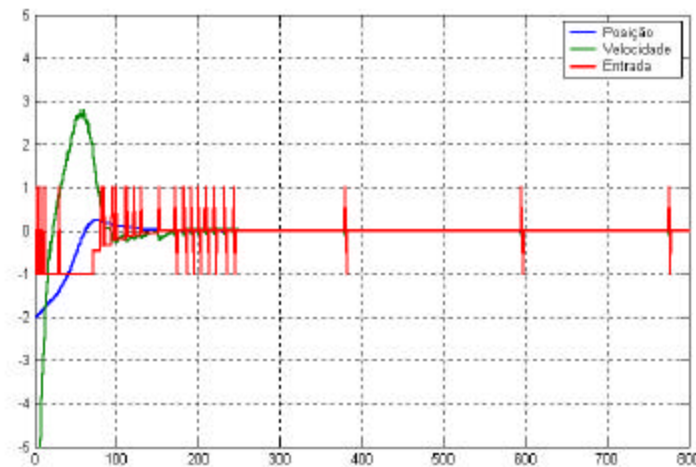


Figura 8 - Atenuação da oscilação baseado na energia cinética e potencial da planta.

## 7. CONCLUSÃO

Apresentou-se o modelo da planta (pêndulo simples) e em seguida analisou-se, observando-se as curvas apresentadas na Fig. (3), a dinâmica da planta durante a sua oscilação.

Descreveram-se as regras fuzzy utilizadas no controle da planta e utilizou-se a definição de regra delta para obter os seguintes algoritmos: o algoritmo, utilizado para atenuar a oscilação da planta, baseado na energia cinética; o algoritmo, utilizado para atenuar a oscilação da planta, baseado na energia potencial, e o algoritmo, utilizado para atenuar a oscilação da planta, baseado na energia cinética e na energia potencial.

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Åström, K.J. & Wittenmark, B., 1995. **“Adaptive Control”**, Addison-Wesley Publishing Company, USA.
- Boyce, E. W. & Prima, R. C. Di, 1998. **“Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno”**, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro.
- Calvacanti, José Homero Feitosa, 2001. **“Redes Neurais Artificiais com Aplicação em Sistemas Inteligentes”**, João Pessoa, PB.
- Haykin, S. , 2001. **“Redes Neurais, Princípios e Prática”**, Artmed Editora Ltda, São Paulo.
- Kovács, Z. L.,1996. **“O Cérebro e sua Mente – uma Introdução a Neurociência Computacional”**. Edição Acadêmica, São Paulo, SP.
- Kürková, V., 1995. **“Kolmogorov’s Theorem”**. The Handbook of Brain Theory and Neural Networks, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London. pp. 501-502.
- Meirovitch, L., 1998. **“Elements of Vibration Analysis”**. McGraw Hill, Boston.
- Narendra, K.S. 1991. **“Intelligent Control”**. Control Systems Magazine, pp.39-40.
- Ogata, K., 1998. **“Engenharia de Controle Moderno”**. Editora Prentice/Hall do Brasil Ltda, Rio de Janeiro.

- Phillips, C. L.; Harbor, R. D., 1997. “**Sistemas de Controle e Realimentação**”. Makron Books, do Brasil Editora Ltda., Rio de Janeiro.
- Rummelhart, D. E., Hinton, G. E. and Williams, R. J., 1986. “**Learning Representations by back-Propagating Errors**”, Nature323, pp.533-536.
- Zadeh, L.A., 1988. “**Fuzzy Logic**”. IEEE Computer Magazine, April 1988, pp.83-93. Republicado por J.A. Anderson & E. Rosenfeld, **Neurocomputing Foundations of Researchs**, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, USA. pp. 177-194.

## **ANALYSIS AND CONTROL OF POSITION OF THE PENDULUMS USING KINETIC ENERGY AND POTENTIAL**

### **José Homero Feitosa Calvacanti**

Postgraduation Course in Mechanical Engineering  
Department of Mechanical Engineering , Center of Technology, UFPB – Campus I  
CEP 58059-900, João Pessoa, Paraíba, Brazil, e-mail: [homero@uol.com.br](mailto:homero@uol.com.br)

### **João Carlos Barbosa da Silva**

Postgraduation Course in Mechanical Engineering  
Department of Mechanical Engineering , Center of Technology, UFPB – Campus I  
CEP 58059-900, João Pessoa, Paraíba, Brazil, e-mail: [jkbarbosa@yahoo.com.br](mailto:jkbarbosa@yahoo.com.br)

### **José Felício da Silva**

Postgraduation Course in Mechanical Engineering  
Department of Mechanical Engineering , Center of Technology, UFPB – Campus I  
CEP 58059-900, João Pessoa, Paraíba, Brazil, e-mail: [felicio@funape.ufpb.br](mailto:felicio@funape.ufpb.br)

### **Francisco Augusto Ferreira Segundo Neto**

Postgraduation Course in Mechanical Engineering  
Department of Mechanical Engineering , Center of Technology, UFPB – Campus I  
CEP 58059-900, João Pessoa, Paraíba, Brazil, e-mail: [fafsn@cpgem.ct.ufpb.br](mailto:fafsn@cpgem.ct.ufpb.br)

**Abstract.** *There are several types of lineal or no lineal control systems developed for the positioning and reduction of vibrations of pendulums. However, those algorithms don't used the kinetic and potential energy of the pendulums explicitly. They used dynamic equations obtained usually starting from the representation of the dynamics of the pendulum in the form of linear equations. In this work present an intelligent system (SI) developed for besides controlling the position of a pendulum, to lessen their oscillations. The SI used a microcomputer standard IBM PC type, an electric motor of continues current, that it serves as atuador, acting in the axis of the center of rotation of the pendulum. The pendulum is positioned (or your lessened oscillation) using a controller direct neural using a Net Neural Multi Layers (RNMC) that used the information about of the kinetic and potential energy of the pendulum appropriately acted in Lógica Fuzzy form. Present also comes, experimental results obtained starting from the position control and of the reduction of oscillation of the pendulum.*

**Keywords:** *Control, plant, network*