

AVALIAÇÃO DA HIPÓTESE DE ESTACIONARIDADE DE SINAIS DE VIBRAÇÃO ALEATÓRIA

Everaldo de Barros

Centro Técnico Aeroespacial
Instituto de Aeronáutica e Espaço, Divisão de Integração e Ensaios
Praça Eduardo Gomes, 50, 12.228-904 São José dos Campos, SP.
e-mail: everaldo@iae.cta.br

Mauro Hugo Mathias

Universidade Estadual Paulista
Faculdade de Engenharia, Departamento de Mecânica
C.P. 205, 12.516-410 Guaratinguetá, SP.
email: mathias@feg.unesp.br

Fernando de Azevedo Silva

Universidade Estadual Paulista
Faculdade de Engenharia, Departamento de Mecânica
C.P. 205, 12.516-410 Guaratinguetá, SP, Brasil
email: fazevedo@feg.unesp.br

Resumo. *Em termos gerais, as operações necessárias para a aquisição e o processamento digital de sinais são classificadas em cinco etapas: aquisição de dados, registro de dados, preparação dos dados, qualificação dos dados e análise. No caso particular da classe de sinais aleatórios, a característica mais importante obtida na etapa de qualificação dos dados é a estimação da hipótese de estacionaridade do conjunto de dados amostrados. Um processo é classificado como estacionário se suas propriedades estatísticas são invariantes em relação à translações no tempo. Do contrário, o processo é dito não estacionário. A importância da estimação da hipótese de estacionaridade advém do fato de que técnicas convencionais, baseadas na média temporal de amostras coletadas durante um único evento isolado, são aplicadas somente aos processos estacionários ergódicos.*

Neste artigo, o conceito de estacionaridade é revisto e os procedimentos, baseados no número total de arranjos reversos do conjunto de amostras, foram implementados para a estimação da hipótese de estacionaridade de sinais aleatórios amostrados. Sinais de vibração aleatória foram medidos e avaliados em estudos de caso experimentais, validando as rotinas implementadas.

Palavras-chave: *Aquisição de Dados, Processamento Digital de Sinais, Vibração Aleatória, Vibração Estrutural, Estacionaridade*

1. INTRODUÇÃO

Em termos gerais, as operações necessárias para a aquisição e o processamento digital de sinais proposta por Bendat e Piersol (1986) são divididas em cinco fases: aquisição dos dados, registro dos dados, preparação dos dados, qualificação dos dados e análise.

A aquisição dos dados representa a conversão de um fenômeno físico em um sinal analógico. Na grande maioria das aplicações, torna-se necessária alguma forma de armazenamento dos sinais lidos

dos transdutores. A preparação dos dados normalmente consiste na conversão do sinal analógico deliberado pelo transdutor, ou dos dados armazenados, para o formato digital. A próxima fase da aquisição e processamento digital de sinais é a qualificação dos dados, onde certas características dos dados são avaliadas.

Os procedimentos corretos para análise de sinais aleatórios são influenciados por estas características, das quais a mais importante é a hipótese de estacionaridade dos dados, uma vez que os procedimentos aplicados na análise de amostras não estacionárias são mais complicados quando comparados à processos estacionários. O propósito deste artigo é apresentar um procedimento experimental para avaliação da hipótese de estacionaridade de sinais de vibração aleatória.

2. REVISÃO DE CONCEITOS ESTATÍSTICOS

Um conjunto de amostras que um fenômeno aleatório pode produzir é chamado de processo aleatório ou processo estocástico, denotado por $\{x(t)\}$. Um processo aleatório é dito estacionário se suas propriedades estatísticas como o valor médio, o valor médio quadrático ou a função de autocorrelação são invariantes no tempo, e dito não estacionário se suas propriedades variam com o tempo. Um processo estacionário é chamado processo ergódico se as médias realizadas ao longo de uma amostra simples são as mesmas quando realizadas em um conjunto de médias. A classe de sinais caracterizada por esse tipo de processo não possui uma energia finita, como é o caso de sinais determinísticos. Estes sinais apresentam uma potência média finita e sua descrição no domínio da frequência é dada pela densidade espectral de potência (DEP), que representa a distribuição da potência do sinal em função da frequência. Considerando um processo ergódico $\{x(t)\}$, a DEP de uma amostra $x(t)$ é expressa por:

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1)$$

onde R_{xx} é a função de autocorrelação do processo aleatório estacionário. Para um tempo t e τ arbitrários, a função de autocorrelação é definida por:

$$R_{xx}(\tau) = E[x(t)x(t+\tau)] \quad (2)$$

Em particular, em $\tau = 0$ temos:

$$R_{xx}(0) = E[x^2(t)] = \psi_x^2 = \int_0^{\infty} G_{xx}(f) df \quad (3)$$

onde ψ_x^2 é o valor médio quadrático e $G_{xx}(f) = 2S_{xx}(f)$ é a DEP unilateral para $0 \leq f < \infty$. Experimentalmente, $G_{xx}(f)$ é estimado tomando-se a média de um conjunto de n_d registros diferentes de comprimento T , expresso por:

$$\hat{G}_{xx}(f) = \frac{2}{n_d T} \sum_{i=1}^{n_d} |X_i(f, T)|^2 \quad (4)$$

onde $X(f, T)$ é a transformada de Fourier finita de $x(t)$, com uma resolução em frequência de $1/T$.

Entretanto, estas equações não podem ser aplicadas quando o conjunto de amostras não é estacionário. As propriedades de processos aleatórios não estacionários são funções variantes no tempo que podem ser determinadas somente quando médias instantâneas são aplicadas sobre um conjunto de amostras. Neste caso, a teoria apresenta-se muito mais complicada devido à

necessidade de se trabalhar com funções de densidade espectral duplas. A função de autocorrelação não estacionária para os tempos t_1 e t_2 são definidas por:

$$R_{xx}(t_1, t_2) = E[x(t_1)x(t_2)] \quad (5)$$

e a DEP correspondente é expressa por:

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(t_1, t_2) e^{j2\pi(f_1 t_1 - f_2 t_2)} dt_2 \quad (6)$$

Esta discussão teórica indica que a estimação da hipótese de estacionaridade de sinais aleatórios é vital para o processamento digital de sinais e por este motivo deve ser investigada. Um teste de estacionaridade para sinais aleatórios discretos, proposto por Bendat e Piersol (1986) e Newland (1993), é baseado no método de contagem do número de arranjos reversos, detalhado a seguir.

Seja um histórico temporal investigado dividido em n segmentos. O valor médio quadrático de cada segmento é dado por:

$$\psi_1^2, \psi_2^2, \dots, \psi_N^2 \quad (7)$$

A partir de $\psi_1^2, \psi_2^2, \dots, \psi_N^2$, o número total de arranjos reversos A é definido por:

$$A = \sum_{i=1}^{N-1} A_i \quad (8)$$

onde:

$$A_i = \sum_{j=i+1}^N h_{ij} \quad (9)$$

e

$$h_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } \psi_i^2 > \psi_j^2 \\ 0, & \text{outros} \end{cases} \quad (10)$$

Em uma hipótese estimada, a probabilidade α utilizada é definida como nível de significancia da hipótese. A faixa de valores para os quais a hipótese é rejeitada é chamada de região de rejeição, enquanto que a região de aceitação é definida pela faixa de valores para os quais a hipótese é aceita. A tabulação limitada dos valores percentuais de α para a função de distribuição de A consultada em Bendat e Piersol (1986), é apresentada na Tab. (1). A região de aceitação para a hipótese de estacionaridade é definida por:

$$[A_{N;1-\alpha/2} < A < A_{N;\alpha/2}] \quad (11)$$

Tabela 1. Valores percentuais da distribuição de arranjos reversos

N	α						N	α					
	0,99	0,975	0,95	0,05	0,025	0,01		0,99	0,975	0,95	0,05	0,025	0,01
10	9	11	13	31	33	35	40	290	305	319	460	474	489
12	16	18	21	44	47	49	50	473	495	514	710	729	751
14	24	27	30	60	63	66	60	702	731	756	1013	1038	1067
16	34	38	41	78	81	85	70	977	1014	1045	1369	1400	1437
18	45	50	54	98	102	107	80	1299	1344	1382	1777	1815	1860
20	59	64	69	120	125	130	90	1668	1721	1766	2238	2283	2336
30	152	162	171	263	272	282	100	2083	2145	2198	2751	2804	2866

Uma abordagem detalhada sobre princípios estatísticos é apresentada por Bendat e Piersol (1986), Newland (1993), Proakis et al (1996) e Cooper et al, (1986).

3. VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL

Para esta pesquisa, uma investigação experimental direta da hipótese de estacionaridade foi realizada em dois sinais aleatórios conhecidos, um estacionário e outro não estacionário. Os sinais foram amostrados e os dados foram processados através de rotinas desenvolvidas em Matlab, baseadas nos princípios estatísticos apresentados. Os instrumentos e sistemas utilizados para aquisição e análise dos sinais estão apresentados na Tab. (2).

Tabela 2. Instrumentos e sistemas utilizados

Descrição	Marca	Modelo
Gravador Analógico	Kyowa	RTP-772A
Sistema de Controle de Vibrações	Spectral Dynamics	Jaguar
Sistema de Aquisição de Dados VXI	Hewlett Packard	E1432
Acelerômetro	Brüel & Kjaer	4371
Condicionador de Sinais	Brüel & Kjaer	2626

O sistema de controle de vibrações foi utilizado para gerar o sinal aleatório estacionário investigado, a partir de uma DEP definida. O sinal não estacionário foi obtido a partir de um sinal de vibração estrutural registrado via telemetria durante o voo de um veículo espacial. O gravador analógico foi utilizado para reproduzir o sinal medido em voo. As séries temporais e as hipóteses de estacionaridade obtidas são apresentadas a seguir.

3.1 Sinal Aleatório Estacionário

Para gerar o sinal aleatório estacionário, foi considerado o perfil definido pela *International Organization for Standardization* (ISO) número 5344:1980, utilizado como dado de entrada do sistema de controle de vibrações para simular um ambiente vibratório estacionário. Os níveis de energia definidos pela ISO 5344, expressos em g^2/Hz ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$), são apresentados na Tab. (3).

Tabela 3. Níveis de energia definidos pela ISO 5344:1980

Frequência (Hz)	DEP (g^2/Hz)
20	0,0020693
100	0,0517313
2000	0,0517313

A partir dos níveis de energia definidos, o sistema de controle gerou o sinal correspondente enviado para o vibrador e utilizado como referência para o controle em malha fechada. A resposta do vibrador ilustrada na Fig. (1) foi monitorada através de um acelerômetro posicionado no centro da mesa vibratória. Os parâmetros de processamento dos sinais estão apresentados na Tab. (4).

Tabela 4. Parâmetros utilizados no processamento dos sinais

Parâmetro	Valor
Δt	$1,95313 \times 10^{-4}$ segundos
N	65536 amostras
$T = N\Delta t$	12,8 segundos
$f_c = 1/(2,56\Delta t)$	Frequência de Nyquist = 2000 Hz
Δf	$7,81 \times 10^{-2}$ Hz
Janela	Hanning

Aplicando o método de número de arranjos reversos, o histórico temporal foi dividido em $n = 63$ segmentos de duração $T = 0,2$ s (1024 amostras) e o valor médio quadrático de cada segmento foi estimada. A evolução temporal desta propriedade estatística está ilustrada na Fig. (2).

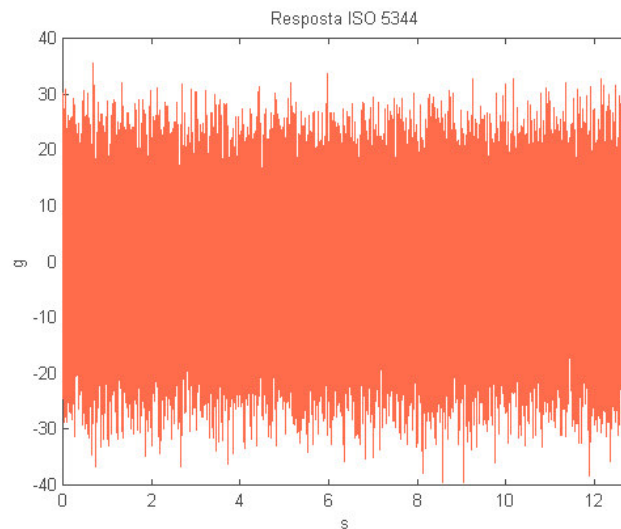


Figura 1. Histórico temporal do sinal aleatório estacionário.

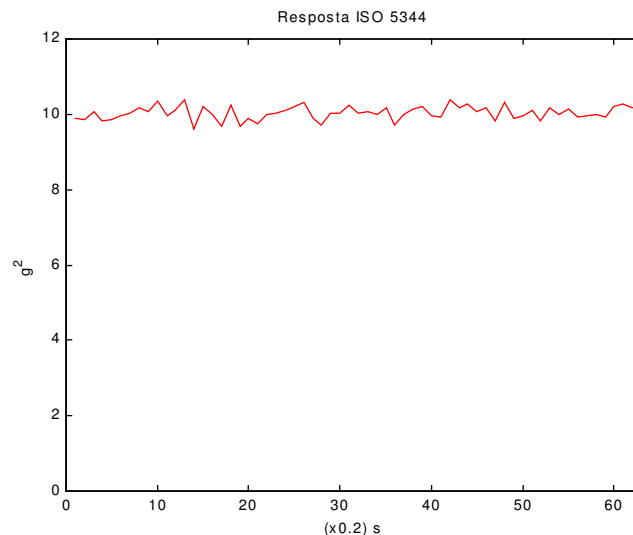


Figura 2. Evolução do valor médio quadrático do sinal estacionário.

Para a sequência dos sessenta primeiros valores médios quadráticos obtidos, o número total de arranjos reversos A calculado foi de 816. Consultando a Tab. (1) para $N = 60$ medidas e o nível de significação $\alpha = 0,1$, temos que $A_{60;0,95} = 756$ e $A_{60;0,05} = 1013$. Neste caso, concluímos que a hipótese de estacionaridade é aceita à um nível de significação de 10%, uma vez que $A = 816$ encontra-se dentro da região de aceitação definida pelo intervalo fechado $[756;1013]$, confirmando portanto, através de fortes indicações, de que o sinal investigado é estacionário. Dentro deste contexto, a DEP unilateral pode ser estimada a partir da Eq. (4). A DEP resultante está ilustrada na Fig. (3), cujo nível global de aceleração estimado de 10,11 grms está em conformidade com o nível nominal de 10 grms estabelecido pelo perfil ISO 5344 .

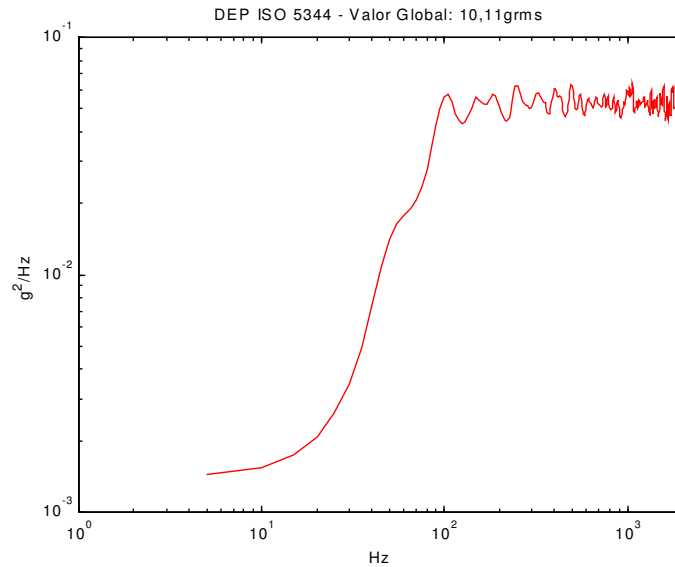


Figura 3. DEP estimada.

3.2 Sinal Aleatório Não Estacionário

Um procedimento similar foi aplicado para análise da hipótese de estacionaridade do sinal aleatório não estacionário. O sinal considerado foi a história temporal ilustrada na Fig. (4), decorrente da vibração estrutural medida durante o vôo de um veículo espacial. O sinal foi amostrado com 125000 amostras em intervalos de $\Delta t = 4 \times 10^{-4}$ segundos ($f_c = 2500$ Hz).

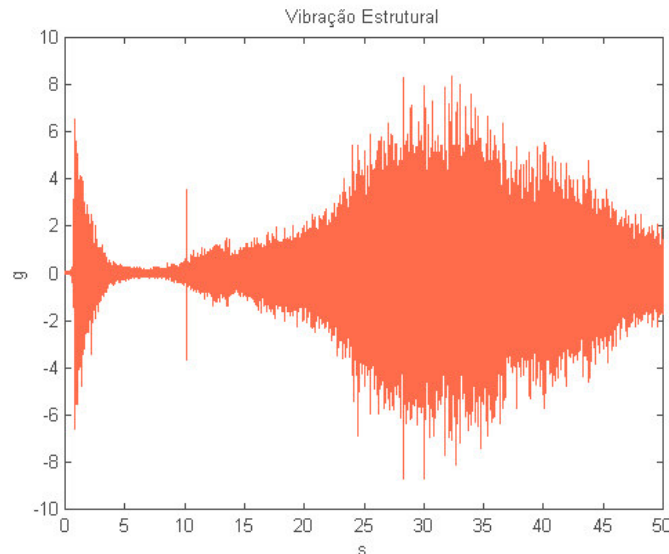


Figura 4. Sinal aleatório não estacionário.

O ambiente vibratório gerado durante o voo de um veículo espacial é um caso clássico de processo aleatório não estacionário, devido à alteração contínua das características oscilatórias durante a fase de lançamento. Esta observação pode ser evidenciada através das flutuações na evolução temporal do valor médio quadrático, ilustrada na Fig. (5). O histórico temporal analisado foi dividido em $n = 124$ segmentos de duração $T = 0,4096$ segundos (1024 amostras).

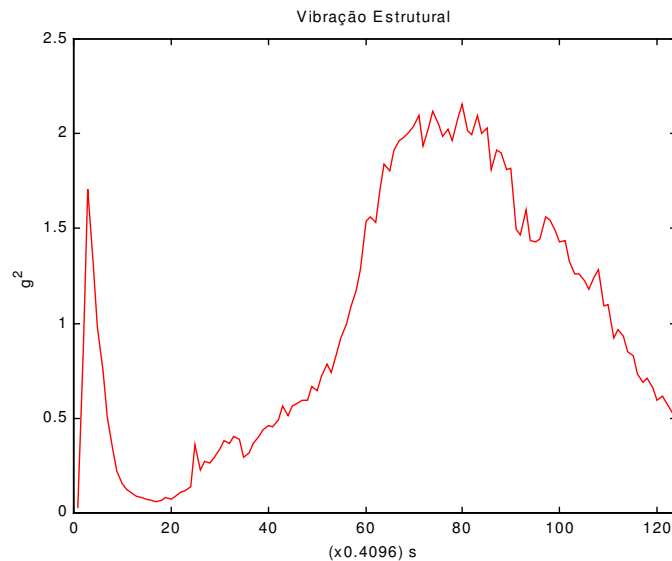


Figura 5. Evolução do valor médio quadrático do sinal aleatório não estacionário.

Para a sequência dos cem primeiros valores médios quadráticos estimados, o número total de arranjos reversos calculado foi de 942. Consultando a Tab. (1) para $N = 100$ medidas e o nível de significação $\alpha = 0,01$, temos que $A_{100;0,99} = 2083$ e $A_{100;0,01} = 2866$. Neste caso, a hipótese de estacionaridade é rejeitada mesmo ao nível de significação de 1%, uma vez que $A = 942$ está situado fora do intervalo $[2083;2866]$, confirmando que o sinal investigado é classificado como não estacionário e que portanto, análises convencionais baseadas em médias temporais não podem ser aplicadas para estimação da DEP do sinal.

Esta observação conclui os estudos experimentais, validando as rotinas desenvolvidas.

4. CONCLUSÃO

As operações necessárias para a aquisição e o processamento de sinais são divididas em cinco fases, classificadas como aquisição, registro, preparação, qualificação e análise dos dados. Como o emprego de técnicas convencionais para obtenção da representação espectral de sinais aleatórios é restrito a processos estacionários, a investigação da hipótese de estacionaridade de sinais deve imperativamente ser avaliada na fase de qualificação dos dados.

A partir desta afirmação, rotinas computacionais foram implementadas para avaliação da hipótese de estacionaridade e validadas através de estudos experimentais, onde foram investigadas as propriedades estatísticas de dois sinais aleatórios. Os resultados obtidos indicaram que o método de contagem do número de arranjos reversos representa um eficiente método estatístico para estimação da hipótese de estacionaridade que pode ser proposto para satisfazer as exigências da fase de qualificação dos dados.

5. REFERÊNCIAS

- Bendat, J. S., Piersol, A. G., *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, Wiley, 1986.
Newland, D. E., *An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis*, Longman, Edinburgh, 1993.

Proakis, J.G, Manolakis, D. G., *Digital Signal Processing – Principles, Algorithms, and Applications*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, U.S.A., 1996.

Cooper, G. R., McGillem, C. D., *Probabilistic Methods of Signal and System Analysis*, CBS College Publishing, U.S.A., 1986.

6. DIREITOS AUTORIAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

EVALUATION OF THE STATIONARITY OF RANDOM VIBRATION SIGNALS

Everaldo de Barros

Centro Técnico Aeroespacial

Instituto de Aeronáutica e Espaço, Divisão de Integração e Ensaios

Praça Eduardo Gomes, 50, 12.228-904 São José dos Campos, SP

e-mail: everaldo@iae.cta.br

Mauro Hugo Mathias

Universidade Estadual Paulista

Faculdade de Engenharia, Departamento de Mecânica

C.P. 205, 12.516-410 Guaratinguetá, SP

email: mathias@feg.unesp.br

Fernando de Azevedo Silva

Universidade Estadual Paulista

Faculdade de Engenharia, Departamento de Mecânica

C.P. 205, 12.516-410 Guaratinguetá, SP

email: fazevedo@feg.unesp.br

Abstract. *In broad terms, the required operations for the data acquisition and digital signal processing are divided into five phases as follows: data collection, data recording, data preparation, data qualification and analysis. In the particular case of random signals, the most important characteristic obtained in the qualification phase is the stationarity from the sampled data. A random process is said stationary if its statistical properties are time invariant. Otherwise, the process is classified as nonstationary. The estimation of the hypothesis of stationarity is very important because the conventional analysis based upon instantaneous averages taken along any single sample, are applied only in ergodic stationary process.*

In this research, the stationarity concepts are reviewed and the procedures for obtaining the stationarity of sampled random data, based upon the method of counting the reverse arrangements, was incorporated in a computer programme. Random vibration signals were measured and evaluated in experimental studies.

Keywords: *Data Acquisition, Digital Signal Processing, Random Vibration, Structural Vibration, Stationarity*