

# ANÁLISE E IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS COMPLEXOS DE VIBRAÇÃO

**José Homero Feitosa Cavalcanti**

Universidade Federal da Paraíba (UFPB), CPGEM/DTM/CT/UFPB-Bloco F, Bairro Universitário, S/N, CEP 58059-000, João Pessoa – PB, email: [zevhom@uol.com.br](mailto:zevhom@uol.com.br).

**Cícero da Rocha Souto**

**Alexsandro José Virgínio dos Santos**

**Antonio Almeida Silva**

Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), DEM/CCT/UFCG, Bodocongó, S/N, CEP 58100, Campina Grande – PB, email: [almeida@dem.ufcg.edu.br](mailto:almeida@dem.ufcg.edu.br)

**Resumo:** Neste trabalho apresenta-se o projeto, a análise e os resultados obtidos de simulações e experimentos de um sistema desenvolvido para a análise e identificação da dinâmica de sistemas complexos. O sistema complexo analisado é um sistema de dois graus de liberdade representado por um pêndulo duplo. As simulações e as experimentações foram feitas com e sem massas adicionais acopladas aos pêndulos o que possibilitou a determinação da variação das massas sobre um dos pêndulos. Utilizou-se Rede Neural Artificial e Lógica Fuzzy para identificação do pêndulo duplo. A dinâmica do sistema complexo será analisada usando informações sobre a energia cinética e potencial dos dois pêndulos. Durante as simulações usou-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem para solução das equações diferenciais do modelo. Os resultados experimentais mostraram-se favoráveis na identificação do pêndulo duplo.

**Palavra-chave:** Controle e Robótica, Vibrações e Acústica, Fenômenos Não-Lineares e Caóticos.

## 1. INTRODUÇÃO

Sistemas complexos, tais como os sistemas de suspensão das motocicletas, suspensão dos automóveis, pêndulos duplos ou o nosso próprio corpo podem ser modelados matematicamente como sistemas de mais de um grau de liberdade. Esses sistemas podem ter tantos graus de liberdade quantos forem necessários para a sua modelagem. O que determina os graus de liberdade de um sistema é o número de coordenadas independentes necessárias para especificar sua dinâmica. Num sistema de pêndulo duplo por exemplo, pode-se especificar a dinâmica dos dois pêndulos conhecendo-se as suas posições, velocidades e acelerações representadas em duas coordenadas, que podem ser coordenadas no eixo  $x$  ou no eixo  $y$ , ou coordenadas angulares.

Atualmente algumas técnicas de análise de vibração (ou oscilação de pêndulos) sofisticadas estão sendo disponibilizadas para serem utilizadas em diagnóstico e previsão de falhas em sistemas complexos. Dentre elas, pode-se citar as técnicas de Inteligência Artificial representadas por Sistemas Especialistas, Redes Neurais Artificiais, Lógica Fuzzy, etc.

O objetivo deste trabalho é desenvolver um sistema de identificação de parâmetros, caracterizado pelo amortecimento de oscilações de sistemas complexos, utilizando Rede Neural Artificial e Lógica Fuzzy. A dinâmica do sistema complexo será analisada usando informações sobre a energia cinética e potencial dos dois pêndulos.

## 2. O SISTEMA COMPLEXO

A equação de movimento de um sistema dinâmico de segunda ordem pode ser calculada utilizando o princípio da conservação de energia, onde a energia cinética é conservada na massa em razão da velocidade e a energia potencial é conservada sob a forma de esforço de deformação elástica ou sob a forma de trabalho.

Na Fig. (1) apresenta-se um desenho simplificado de um sistema complexo composto de dois pêndulos articulados nas suas extremidades. Observe-se que só existe detector de posição no pêndulo 1.

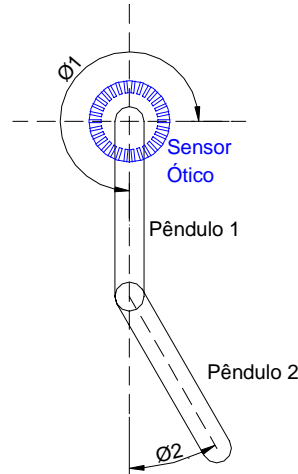


Figura 1. Pêndulo duplo

Neste artigo apresentam-se resultados obtidos de simulações e resultados experimentais de um novo método para a identificação da dinâmica de um pêndulo duplo. O novo método utiliza as informações sobre a energia potencial e a energia cinética representadas pela posição e a velocidade angular dos pêndulos respectivamente. Durante as simulações e na fase experimental os dois pêndulos são posicionados em ângulos apropriados e em seguida são soltos, fazendo-os se moverem em movimento livre. As simulações foram feitas com e sem massas adicionais (de diferentes valores) acoplados aos pêndulos. Os resultados experimentais foram obtidos a partir da montagem de um pêndulo duplo na forma apresentada na Fig. (1).

### 2.1 Análise do sistema complexo

A equação dinâmica de um manipulador (Gray, 1997) pode ser escrita na forma da Eq. (1).

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta + \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (1)$$

onde  $M(\theta)$  é a matriz de massa do manipulador,  $V(\theta + \dot{\theta})$  é um vetor dos termos centrífugo e coriolis, e  $G(\theta)$  é um vetor dos termos de gravidade. A Eq. (1) é conhecida como equação de espaço de estado porque o termo  $V(\theta + \dot{\theta})$ , aparece na equação com dependência de posição e velocidade. Cada elemento de  $M(\theta)$  e  $G(\theta)$  depende de  $\theta$ , que é a posição de todas as junções do manipulador. Cada elemento de  $V(\theta + \dot{\theta})$  depende tanto de  $\theta$  quanto de  $\dot{\theta}$ . Separando-se os diversos tipos de termos que aparecem nas equações dinâmicas forma-se a matriz de massa do manipulador, os vetores centrífugo e de coriolis, e o vetor de gravidade.

A matriz de massa do manipulador  $M(\theta)$  é composta de todos aqueles termos que multiplicam  $\ddot{\theta}$ , e é uma função de  $\theta$ . Dessa forma tem-se:

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} l_2^2 m_2 + 2l_1 l_2 m_2 c_2 + l_1^2 (m_1 + m_2) & l_2^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 c_2 \\ l_2^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 c_2 & l_2^2 m_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

O termo velocidade,  $V(\theta + \dot{\theta})$ , contém todos aqueles termos que possuem alguma dependência com a velocidade. Dessa forma tem-se:

$$V(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} -m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_2^2 - 2m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

O termo  $-m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_2^2$  é causado por uma força centrífuga, que é reconhecida porque depende do quadrado da velocidade. O termo como  $-2m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2$  é causado por uma força coriolis e contém o produto de duas velocidades diferentes.

O termo gravidade,  $G(\theta)$ , contém todos aqueles termos nos quais a constante gravitacional  $g$ , aparece. Dessa forma tem-se:

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} m_2 l_2 g c_{12} + (m_1 + m_2) l_1 g c_1 \\ m_2 l_2 g c_{12} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Seguindo a metodologia de projeto de Craig (1986), a expressão para o cálculo do torque de um manipulador de dois graus de liberdade é dada em função da posição, velocidade e aceleração. Que podem ser escritas da forma apresentada nas Eq. (5) e Eq. (6).

$$T_1 = m_2 l_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + m_2 l_1 l_2 c_2 (2\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + (m_1 + m_2) l_1^2 \ddot{\theta}_1 - m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_2^2 - 2m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + m_2 l_2 g c_1 + (m_1 + m_2) l_1 g c_1 \quad (5)$$

$$T_2 = m_2 l_1 l_2 c_2 \ddot{\theta}_1 + m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 l_2 g c_1 + m_2 l_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \quad (6)$$

### 3. SIMULAÇÃO DO SISTEMA COMPLEXO

As simulações foram feitas para a análise e identificação dos parâmetros do sistema complexo. Durante as simulações utilizou-se o modelo da dinâmica de dois pêndulos apresentados por Craig (1986) (Eq. (5) e Eq. (6)). Além disso, usou-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem para solução das equações diferenciais do modelo.

Os resultados das simulações são apresentados através do comportamento das variáveis de estados referentes à posição e à velocidade de cada pêndulo. Serão apresentados também os sinais no domínio da frequência referentes ao movimento oscilatório dos pêndulos.

Nas simulações iniciais foram admitidas massas adicionais para cada pêndulo. A partir dessas massas foram acrescentadas massas adicionais isoladamente em cada pêndulo ou em ambos. As massas adicionais acrescentadas tinham valores diferentes e foram colocados em posições variadas ao longo do pêndulo.

#### 3.1. Simulação dos pêndulos sem massa adicional extras

Os resultados apresentados nesta seção foram obtidos com os pêndulos sem massa adicional. A Fig. (2.a) apresenta os pêndulos na posição inicial (posição instável). O pêndulo 1, apresentado na cor vermelha na Fig. (2.a), foi posicionado a  $90^\circ$  com relação à posição de repouso. O pêndulo 2, apresentado na cor azul, foi posicionado a  $-30^\circ$  em relação ao primeiro pêndulo.

Na Fig. (2.b) apresentam-se as curvas traçadas das variáveis de estado (trajetórias) obtidas do movimento dos pêndulos após serem soltos na posição inicial. A forma de onda em cor vermelha, representa o comportamento das variáveis de estado (velocidade em função da posição) observadas no pêndulo 1. A forma de onda em cor azul representa o comportamento das variáveis de estado do pêndulo 2. Observa-se que a trajetória do pêndulo 1 apresentou uma forma quase espiral, e a trajetória do pêndulo 2 apresentou uma trajetória caótica.

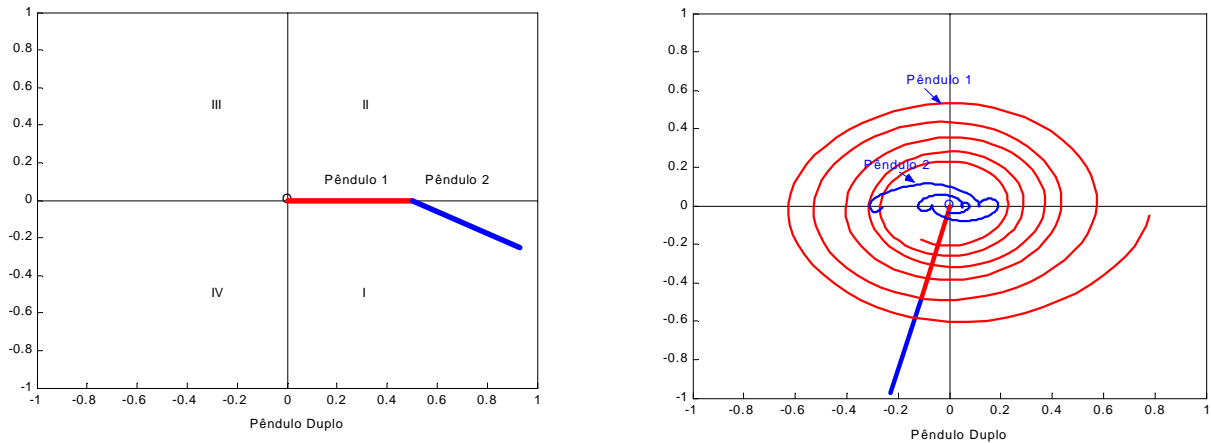


Figura 2. Posição inicial (a) e as trajetórias dos pêndulos (b)

Na Fig. (3.a) apresenta-se o deslocamento do pêndulo 1 em função do tempo. Na Fig. (3.b) apresenta-se o espectro do sinal do pêndulo 1 no domínio da frequência obtido usando a transformada de Fourier. O espectro apresenta uma harmônica bem evidenciada que representa a frequência do movimento do pêndulo 1 (frequência natural – 6 Hz). A frequência que representa o movimento do pêndulo 2 (frequência natural – 4 Hz) não está evidenciada no espectro do sinal da Fig. (3.b).

Na Fig. (3.c) apresenta-se o deslocamento do pêndulo 2 em função do tempo. Na Fig. (3.d) apresenta-se o espectro do sinal do pêndulo 2 no domínio da frequência obtido usando a transformada de Fourier. O espectro apresenta duas harmônicas que representam as frequências dos movimentos dos pêndulos 1 e 2 (frequências naturais,  $f_1=6\text{Hz}$  e  $f_2=4\text{Hz}$ ), evidenciadas através dos respectivos picos.

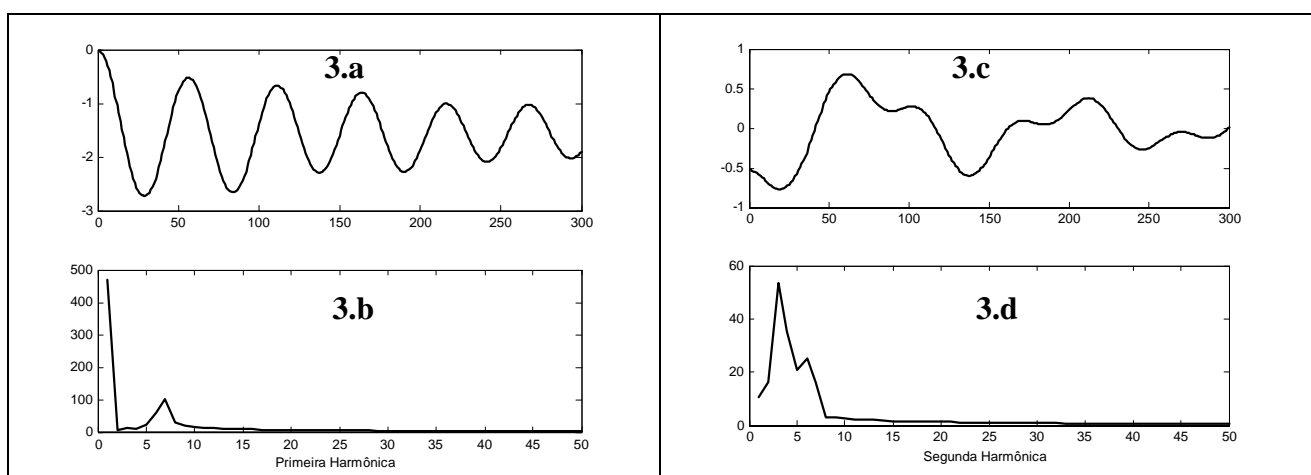


Figura 3. Sinal no domínio do tempo (a,c) e na frequência dos pêndulos (b,d)

### 3.2. Simulação dos pêndulos com massa adicional

Nessa simulação foi adicionado massa ao pêndulo 2, e observado o comportamento da trajetória dos dois pêndulos. Na Fig. (4) observa-se que a espiral do movimento do pêndulo 1 apresenta uma forma diferente da que foi apresentada na Fig. (3.b) (simulação dos dois pêndulos sem massa adicional).

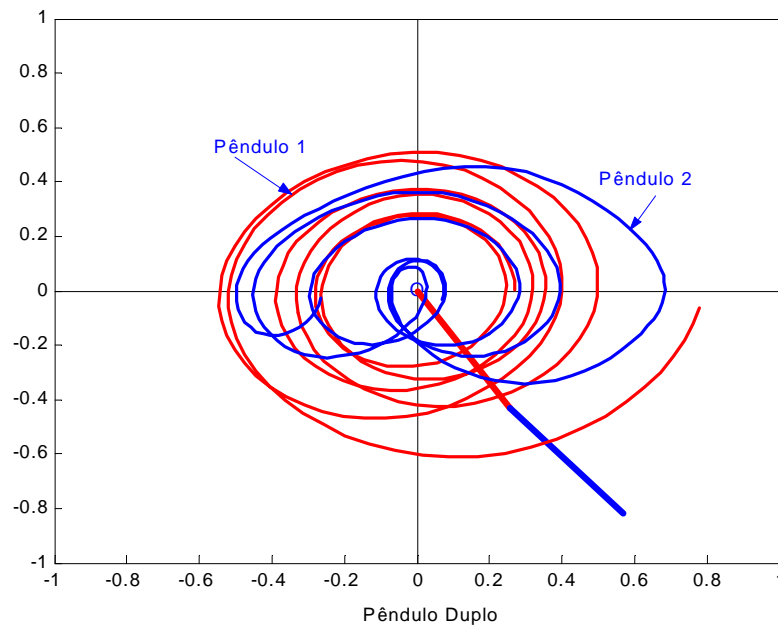


Figura 4. Trajetória dos pêndulos com peso extra

Na Fig. (5.a) apresenta-se o deslocamento do pêndulo 1 em função do tempo. Na Fig. (5.b) apresenta-se o espectro obtido da análise harmônica usando a transformada de Fourier do movimento do pendulo 1. O espectro apresenta uma harmônica bem evidenciada que representa a frequência do movimento do pêndulo 1 (frequência natural – 7 Hz) e uma harmônica, fracamente evidenciada, que representa o movimento do pêndulo 2 (frequência natural – 4 Hz).

Na Fig. (5.c) apresenta-se o deslocamento do pêndulo 2 em função do tempo. Na Fig. (5.d) apresenta-se o resultado obtido da análise harmônica usando transformada de Fourier do movimento do pendulo 2. Observa-se que agora é possível a visualização das duas harmônicas ( $f_1=7\text{Hz}$  e  $f_2=4\text{Hz}$ ), embora a segunda harmônica ainda é a que apresenta um valor mais acentuado. com a massa adicional.

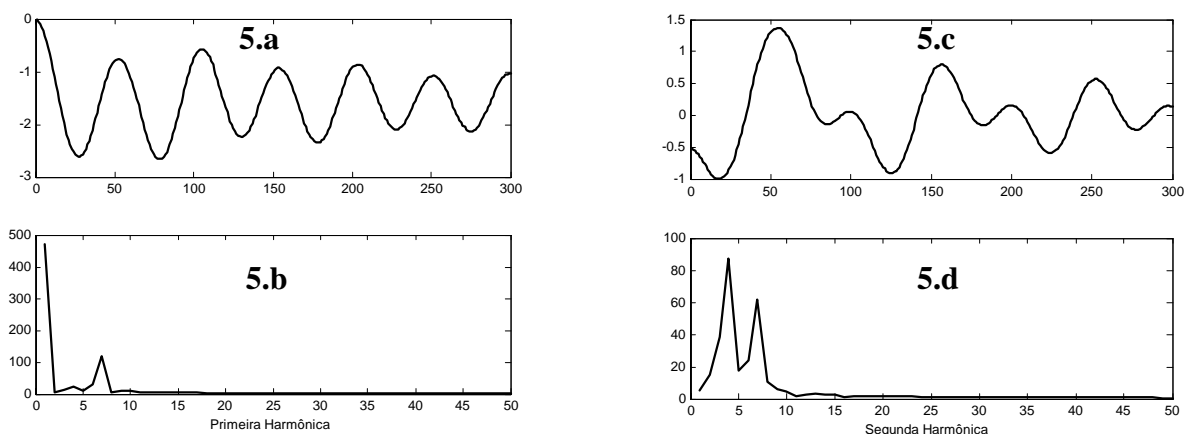


Figura 5. Sinal no domínio do tempo (a,c) e na frequência dos pêndulos (b,d) com peso extra

#### 4. IDENTIFICAÇÃO DA DINÂMICA DOS DOIS PÊNDULOS

Na identificação da dinâmica dos dois pêndulos observa-se que a determinação da primeira harmônica usando-se a trajetória do pêndulo 1 depende fortemente do peso utilizado no pêndulo 2. Pois as curvas das trajetórias do pêndulo 1 (com e sem massa adicional) indicam a perturbação exercida pelo pêndulo 2.

Na Fig. (6) faz-se um comparativo entre as trajetórias dos pêndulos sem (Fig. (6.a)) e com massa adicional (Fig. (6.b)) no pêndulo 2. Na Fig. (6.a), sem massa adicional, a espiral relativa ao movimento dos pêndulos apresenta-se com uma geometria padrão. Já a Fig. (6.b), com peso extra no pêndulo 2, a espiral relativa ao movimento apresenta-se com deformação na sua geometria. Nesse caso, pode-se considerar que houve uma variação na energia cinética e potencial da curva do pêndulo 1 que deve ter sido causada pela existência do outro pêndulo. E que através da análise da trajetória do pêndulo 1 pode-se detectar a existência do pêndulo extra (pêndulo 2) num sistema com dois pêndulos.

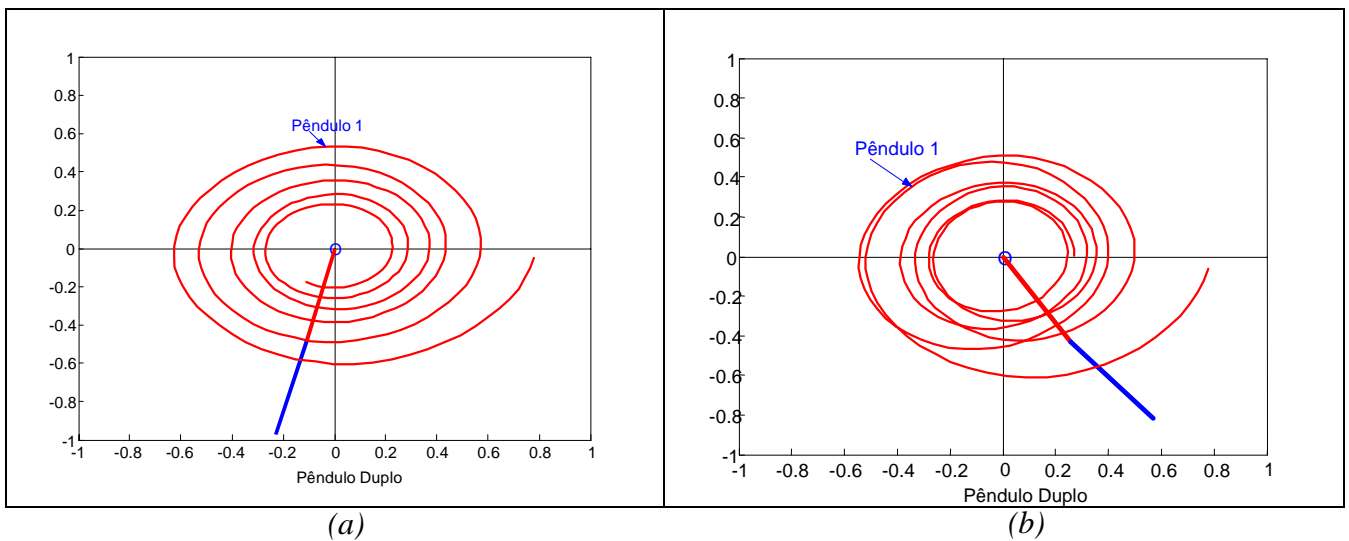
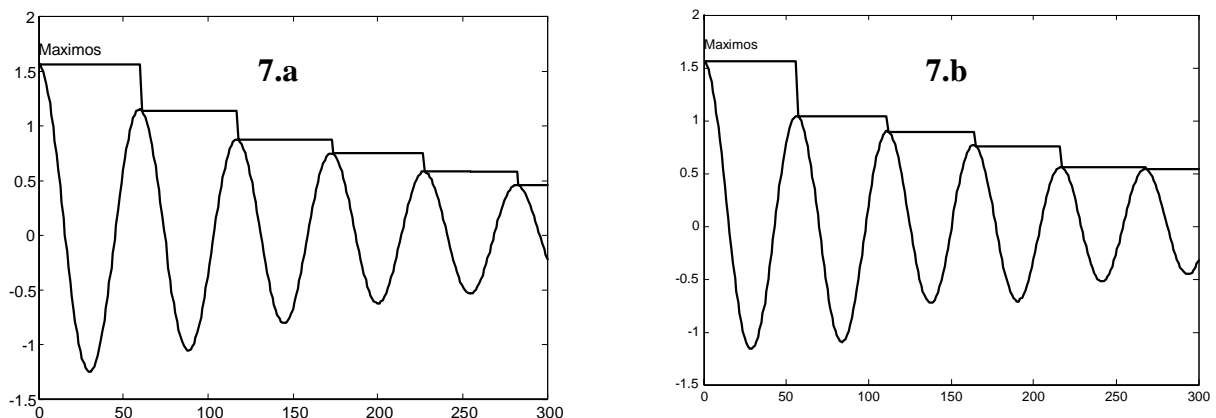


Figura 6. Comparação entre as duas trajetórias: (a) sem e (b) com massa adicional.

Na Fig. (7) apresenta-se a curva do deslocamento do pêndulo 1 para diferentes massas adicionais colocadas no pêndulo 2. As massas adicionais foram colocadas sempre com valores crescentes a partir da Fig. (7.a). Na Fig. (7.a) percebe-se que os valores máximos consecutivos da curva se mantêm sempre decrescente não indicando a ação do pêndulo 2 sobre o pêndulo 1. Na Fig. (7.b) o peso foi um pouco maior que o anterior, e mesmo assim foi mantido o padrão decrescente dos valores máximos da curva, caracterizando a não influência do pêndulo 2 sobre o pêndulo 1. Nas Fig. (7.c) e na Fig. (7.d), onde os massa adicional extras tiveram maior valor que os massa adicional extras utilizados para obtenção das Fig. (7.a) e Fig. (7.b), aparecem máximos consecutivos decrescentes e crescentes, indicando a ação do pêndulo 2 sobre o pêndulo 1.



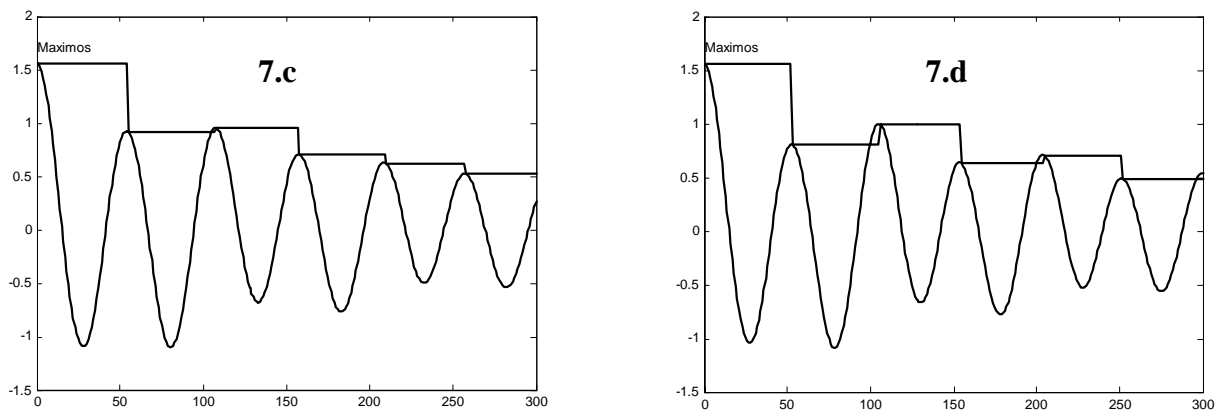


Figura 7. Movimento oscilatório dos pêndulos com massa adicional extras diferenciados (Tab. (1))

Na Tabela (1) apresentam-se os resultados obtidos de simulações para sete valores (valores crescentes) de massa adicional extras acoplados ao pêndulo 2. Observa-se que os valores consecutivos dos máximos para os dois primeiros massa adicional extras se comportam de forma decrescente. Do terceiro peso extra em diante o comportamento dos valores máximos consecutivos apresentam-se crescentes e decrescentes. A coluna 2 Pend da Tab. (1) indica a ocorrência de peso extra no pêndulo 2. Na coluna Objetivo foi associado o valor um quando os valores dos máximos eram decrescentes, foram associados valores zero quando os máximos eram decrescentes e crescentes.

Tabela 1. Valores máximos do movimento dos pêndulos para massa adicional diferentes

	Máximos				2 Pend	Objetivo	RNMC
Peso 1	1.5575	1.1347	0.8682	0.7402	Não	1.	0.9999
Peso 2	1.5566	1.0374	0.8958	0.7586	Não	1.	0.9953
Peso 3	1.5560	0.9123	0.9490	0.7068	Sim	0.	0.0018
Peso 4	1.5558	0.8027	0.9938	0.6298	Sim	0.	-0.0021
Peso 5	1.5559	0.6980	1.0210	0.5758	Sim	0.	-0.0016
Peso 6	1.5564	0.6254	1.0561	0.5414	Sim	0.	0.0020
Peso 7	1.5572	0.6492	0.2456	0.8902	Sim	0.	0.0000

## 5. ANÁLISE NEURAL

A seguir, decidiu-se utilizar uma RNMC (Rede Neural Multi-Camada) para a identificação do pêndulo duplo utilizando as informações contidas na Tab. (1). Na Fig. (8) à esquerda, apresenta-se a RNMC utilizada. A RNMC possui quatro neurônios lineares na camada de entrada (X1, X2, X3 e X4), oito neurônios sigmóides na camada de saída, e um neurônio do tipo tangente hiperbólico na camada de saída (Z). A RNMC foi treinada durante 100 iterações utilizando como entrada os sete conjuntos dos quatro valores máximos da Tab. (1). O objetivo do treinamento da RNMC (valor desejado na saída da RNMC) foram os valores apresentados na coluna Objetivo da Tab. (1). Na Fig. (8) à direita apresenta-se a variação do índice de desempenho durante 100 iterações. Os erros observados no treinamento foram menores que 1%. Os resultados apresentados pela RNMC estão na última coluna da Tab. (1).

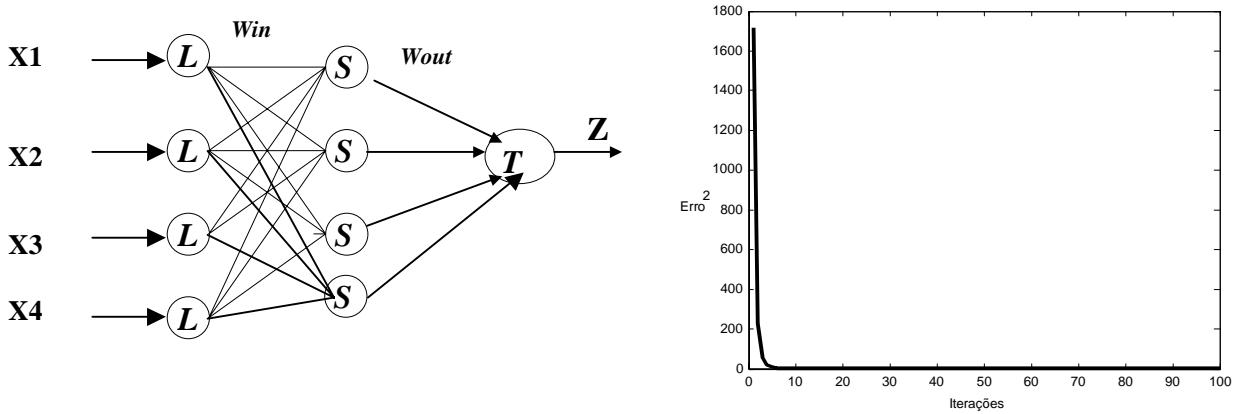


Figura 8. A RNMC e a variação do índice de desempenho da RNMC

## 6. DADOS EXPERIMENTAIS

A seguir apresenta-se os resultados de um teste experimental do pêndulo duplo. Os dois pêndulos tinham a mesma massa  $m=0.01\text{Kg}$  e comprimento  $L=0.1\text{m}$  e massa adicional com  $m=0.02\text{Kg}$ . Utilizou-se um sensor fotoelétrico acoplado ao pêndulo 1 (conforme Fig. (1)) que através de um programa desenvolvido no ambiente C++ builder, com comunicação com a porta paralela do computador, fazia a leitura da posição do pêndulo. Foi desenvolvida uma placa amplificadora de sinal para o sensor que também digitalizava esse sinal para ser lido pelo computador. Após o sinal ser coletado (800 pontos) era novamente convertido em sinal analógico e analisado usando o Matlab.

Na Fig. (7.a) apresenta-se a espiral relativa ao movimento do pêndulo 1 sem massa adicional no pêndulo 2. Observe-se que a espiral apresentada é regular.

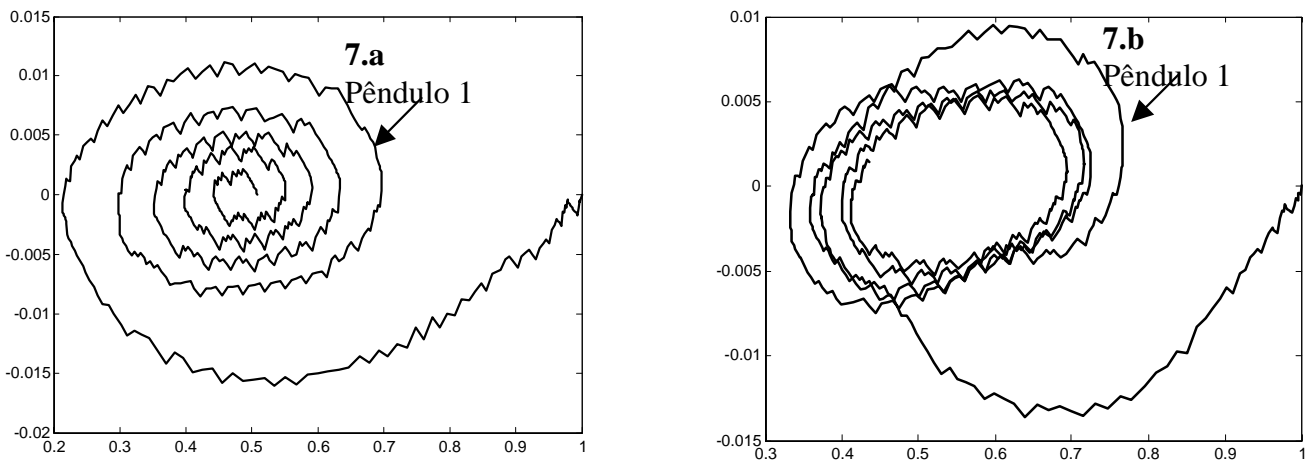


Figura 7. Deslocamento do pêndulo 1: (a) com e (b) sem peso extra

Na Fig. (7.b) apresenta-se a espiral relativa ao movimento do pêndulo 1 com massa adicional no pêndulo 2. Observa-se que a espiral apresentada é irregular. Embora os gráficos da Fig. (7) se apresentem com ruído, é possível verificar que a trajetória dos pêndulos sem peso extra no pêndulo 2 (Fig. (7.a)) apresenta uma espiral com uma forma bem comportada. Já na Fig. (7.b) a espiral apresenta-se bastante deformada com relação a anterior, caracterizando perfeitamente a influência do pêndulo 2 sobre o pêndulo 1.

Na Fig. (8.a) apresentam-se os valores mínimos do deslocamento obtido com o pêndulo 2 sem massa adicional, os mínimos estão na ordem crescente como esperado. Na Fig. (8.b) apresentam-se os valores mínimos do deslocamento obtidos com o pêndulo 2 com massa adicional, os mínimos estão na ordem crescente e decrescente indicando a presença do peso extra no pêndulo 2.



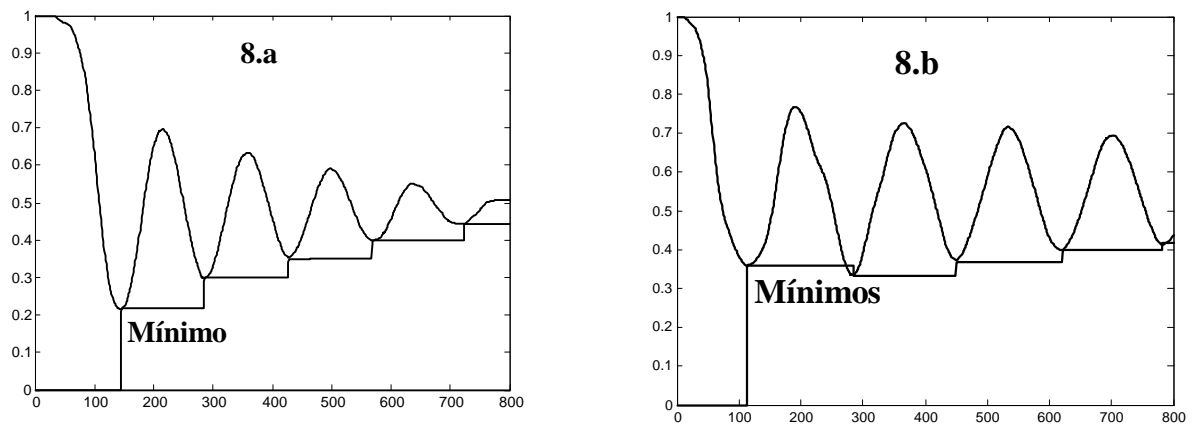


Figura 8. Mínimos no deslocamento: (a) do pêndulo 1 e (b) do pêndulo 2.

## 7. CONCLUSÃO

Foi apresentado um sistema capaz de detectar a existência de dois pêndulos e capaz de identificar a dinâmica dos pêndulos usando massas adicionais convenientemente acoplados tanto nas simulações como no teste experimental.

A partir de resultados de simulações observou-se que para se detectar a existência de dois pêndulos:

- 1) para pequenas oscilações do pêndulo 2 pode ser necessária a utilização de massa adicional grande (em relação as massas dos pêndulos);
- 2) o gráfico da velocidade em função do deslocamento (variáveis de estados) se mostrou indicado para a detecção da dinâmica do novo pêndulo;
- 3) a curva dos máximos (ou dos mínimos) dos valores de deslocamento se apresentou como uma forma adequada para a determinação da dinâmica dos dois pêndulos;
- 4) a RNMC se mostrou adequada a análise dos valores dos máximos (ou dos mínimos) do deslocamento do pêndulo 1 para a detecção da dinâmica dos pêndulos.

## 8. REFERÊNCIAS

- Craig, John J., 1986, "Introduction to Robotic Mechanics & Control", Addison-Wesley Publishing Company.
- D. E. Humelhart, Hinton G. E. and R. J. Williams, 1986, "Learning internal representations by error propagation", parallel distributed processing: explorations in the microstructures of cognition, MIT Press, pp 318-362.
- Gray N. Boone, 1997, "Minimum-time control of the acrobat", in IEEE International Conference on Robotics and Automation, Albuquerque, NM, submitted.
- J. H. F. Cavalcanti e E. Ferneda, 1995, "Intelligent control of an inverted pendulum - training and evolution", SEMISH'95, Canelas, RS, pp 627-637.
- Spong, Mark W. and Vidyasagar, M., 1989, "Robot Dynamics and Control", John Wiley and Sons, New York.
- Spong, Mark W., 1994, "The swing up control problem for the Acrobot", in IEEE International Conference on Robotics and Automation, San Diego.
- Thomson, W. T., 1978, "Teoria da vibração com aplicações", Editora Interciência, Rio de Janeiro, Brasil, 463p.
- Zadeh, I. A., 1988, "Fuzzy Logic", IEEE Computer Magazine, april, pp.83-93. Publicado também in: anderson, j.a.; rosenfeld, e. (ed.) NeuroComputing Foundations of Researchs, pp.177-194, the MIT PRESS, Cambridge, USA.

## **ANALYSIS AND IDENTIFICATION OF COMPLEX SYSTEMS OF VIBRATION**

**José Homero Feitosa Cavalcanti**

Universidade Federal da Paraíba (UFPB), CPGEM/DTM/CT/UFPB-Bloco F, Bairro Universitário, S/N, CEP 58059-000, João Pessoa – PB, email: [zevhom@uol.com.br](mailto:zevhom@uol.com.br).

**Cícero da Rocha Souto**

**Alexsandro José Virgínio dos Santos**

**Antonio Almeida Silva**

Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), DEM/CCT/UFCG, Bodocongó, S/N, CEP 58100, Campina Grande – PB, email: [almeida@dem.ufcg.edu.br](mailto:almeida@dem.ufcg.edu.br).

**Abstract:** *This work shows the project, the analysis and the results obtained with simulations and experiences of a system developed for analysis and identification of the dynamics of complex systems. The analyzed complex system is a system of two degrees of freedom represented by a double pendulum. The simulations and the experimentations had been made with and without additional masses connected to the pendulums what it made possible the determination of the variation of the masses on one of the pendulums. Artificial Neural Net and Logical Fuzzy was used for identification of double pendulum. The dynamics of the complex system will be analyzed using information on the kinetic and potential energy of the two pendulums. During the simulations the method of Runge-Kutta of fourth order for solution of the distinguishing equations of the model was used. The experimental results had revealed favorable in the identification of the double pendulum.*

**Keywords:** *Control and Robotics, Vibrations and Acoustics, Nonlinear and Chaotic Phenomena.*