

# ANÁLISE DINÂMICA DE PAINÉIS REFORÇADOS

**Elson Lima de Albuquerque, José Roberto de França Arruda, Lázaro Valentim Donadon**

Departamento de Mecânica Computacional

Faculdade de Engenharia Mecânica

Universidade Estadual de Campinas

Caixa Postal 6122

CEP 13083-970 Campinas – SP

[[elsonla,arruda,donadon](mailto:elsonla,arruda,donadon@fem.unicamp.br)][@fem.unicamp.br](mailto:elsonla,arruda,donadon@fem.unicamp.br)

**Resumo:** Neste trabalho são investigadas as limitações da modelagem pelo método dos elementos finitos na análise dinâmica de painéis reforçados em frequências mais elevadas. Aspectos ligados ao refinamento da malha, às técnicas de solução modal e ao custo computacional são abordados. Através da técnica de Monte Carlo foram analisados os efeitos das incertezas geométricas e de propriedades do material na resposta dinâmica obtida do modelo. Foi construído um painel reforçado de alumínio usinado de uma única peça. Os resultados numéricos mostraram uma boa concordância com os obtidos experimentalmente, particularmente quando as variações estatísticas são consideradas na resposta numérica. Foi observado que, em altas frequências, o comportamento dinâmico da estrutura apresenta uma maior sensibilidade a pequenas variações paramétricas. A função de resposta em frequência experimental ficou dentro da faixa de variação prevista no modelo numérico, exceto por alguns picos em alta frequência, sendo esta discrepância atribuída ao modelo de amortecimento utilizado na simulação numérica e a problemas experimentais em altas frequências.

**Palavras-chaves:** Painéis Reforçados, Análise Dinâmica, Modelagem Numérica, Elementos Finitos

## 1. INTRODUÇÃO

Atualmente, em muitos projetos de engenharia, tem-se a exigência de estruturas leves e resistentes. Estas exigências são comuns em áreas como a automobilística, a naval e, principalmente, a aeroespacial. Isto explica, em grande parte, o crescente desenvolvimento de novos materiais, tais como materiais compósitos, que possuem alta rigidez e resistência mecânica, combinada com um baixo peso. Porém, o uso de materiais compósitos em meios agressivos ainda é bastante limitado pois estes, em sua maioria, possuem matrizes poliméricas bastante suscetíveis a degradação em altas temperaturas e ao contato com o ambiente, conforme explicado por Agarwal e Broutman (1990). Uma alternativa bastante empregada é o uso de painéis reforçados. Tais painéis consistem de uma chapa fina, que pode ser plana, cilíndrica ou ter uma forma de uma superfície qualquer, à qual são fixadas vigas que atuam como reforçadores, dando rigidez e resistência ao painel sem aumentar muito o peso da estrutura (Salgado, 1998). Por exemplo, no caso de uma aeronave, a fuselagem é constituída basicamente por uma casca quase cilíndrica, fina, reforçada com vigas de alumínio.

A modelagem do comportamento dinâmico destes painéis apresenta dificuldades devido ao acoplamento de uma estrutura flexível com outra relativamente rígida. No que diz respeito aos modos de vibrar e suas frequências naturais, em uma dada faixa de frequência, enquanto os reforçadores encontram-se em uma densidade modal relativamente baixa, com poucos modos de vibrar, fortemente acoplados, os painéis, por serem mais flexíveis, apresentam uma alta densidade

modal, com vários modos de vibrar, fracamente acoplados. A modelagem numérica destes painéis através de métodos determinísticos, tais como o Método dos Elementos Finitos (MEF) (Zienkiewicz, 1977) e o Método dos Elementos de Contorno (MEC) (Brebbia, 1989; Domingues, 1993), exige uma refinada discretização da estrutura, uma vez que os comprimentos dos elementos devem ser proporcionais ao tamanho do comprimento de onda das frequências mais elevadas da faixa analisada. Isto significa que o aumento da frequência implica num aumento do número de graus de liberdade do modelo, o que exige um esforço computacional significativo que, dependendo da faixa de frequência e da complexibilidade da estrutura, pode tornar inviável a utilização de tais métodos. O método dos elementos espectrais (Doyle, 1997) não apresenta a necessidade de refinamento da malha em altas frequências, mas sua utilização ainda é limitada a estruturas de geometria muito simples e com divisão em elementos em apenas uma dimensão, não permitindo a análise de placas de geometria arbitrária.

Outro problema é a variabilidade, mesmo que pequena, das propriedades físicas e geométricas de uma estrutura, ou seja, que são parâmetros de entrada do modelo numérico. Estes parâmetros, tais como módulo de elasticidade, densidade e espessura de uma placa, podem apresentar incertezas no seu valor nominal. Estas variações nas propriedades do sistema produzem a uma conseqüente variação na resposta dinâmica, expressa por exemplo através da função de resposta em frequência (FRF). Sabe-se que o comportamento dinâmico, em altas frequências, apresenta uma maior sensibilidade a estas pequenas variações nas propriedades do sistema (Mace, 2001).

Em regiões de alta frequência, ou seja, regiões de alta densidade modal e acoplamento fraco, o uso de métodos estatísticos, tais como a análise estatística de energia (Lyon, 1995; Ahmida, 2001), que tratam o fenômeno através de energia ou de fluxo de energia, mostram-se bastante adequados. Entretanto, o acoplamento com métodos determinísticos é difícil pois, nestes, as estruturas são modeladas através de variáveis como deslocamento, velocidade, aceleração e força ou por uma combinação destas variáveis. Desta maneira, conforme apontado por Arruda (2001), na região de transição entre altas e baixas frequências, nenhum destes métodos é considerado adequado. Novos métodos numéricos têm sido proposto para esta faixa de frequência. Tais métodos vêm sendo apresentados como métodos híbridos, isto é, métodos que tratam fenômenos globais e locais separadamente para a obtenção de um modelo único (Langley, 1999).

Este trabalho tem como objetivo avaliar o uso de métodos numéricos determinísticos, particularmente do MEF, no estudo do comportamento dinâmico de painéis reforçados planos em uma ampla faixa de frequências. O MEF é um método numérico amplamente usado na modelagem de problemas práticos por muitas empresas, as quais têm gastos expressivos na confecção de modelos de elementos finitos para análise dinâmica em altas frequências, mas, mesmo assim, muitas vezes obtêm resultados pouco representativos do comportamento real. Desta forma, faz-se necessária uma investigação detalhada do uso do MEF no comportamento dinâmico de estruturas, que apresentam a dificuldade de serem constituídas de uma estrutura bastante flexível acoplada com outra relativamente rígida, como é o caso dos painéis reforçados.

Para validar os resultados, foi feita uma análise experimental de um painel reforçado construído a partir de uma placa de alumínio. Estão sendo analisadas a modelagem e a discretização do painel reforçado e sua influência na precisão dos resultados, bem como o tempo computacional necessário para cada análise. Também estão sendo investigados, através da técnica de Monte Carlo, o efeito de incertezas de alguns parâmetros de entrada (dimensões e propriedades do material) na resposta dinâmica obtida com o modelo de elementos finitos.

## **2. MODELAGEM DO PAINEL REFORÇADO USANDO MEF**

Para avaliar o uso do MEF no estudo do comportamento dinâmico de painéis reforçados em frequências mais altas, o painel foi modelado usando diferentes tipos de malha para melhor representar a estrutura real em uma faixa de frequências de 0 a 2000 Hz. A estrutura foi modelada, primeiramente, usando elementos sólidos e depois, para reduzir o número de graus de liberdade e o tempo computacional, a modelagem foi feita usando elementos de placas e vigas acoplados. As

dimensões do painel são apresentadas na Fig. (1). O material é alumínio com as seguintes propriedades: módulo de elasticidade  $E = 6900 \text{ MPa}$ , razão de Poisson  $\nu = 0,3$  e densidade  $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$ .

Inicialmente é feita uma análise modal, na qual são calculados os autovalores e autovetores. Depois, através do método da superposição modal, são obtidas as funções de resposta em frequência (FRF). A análise modal foi feita através do método de vetores de Lanczos (Grimes, 1994), o qual trabalha com matrizes completas (sem redução de modelo) e, por apresentar uma convergência mais rápida, é utilizado para problemas de autovalores e autovetores de grandes matrizes.

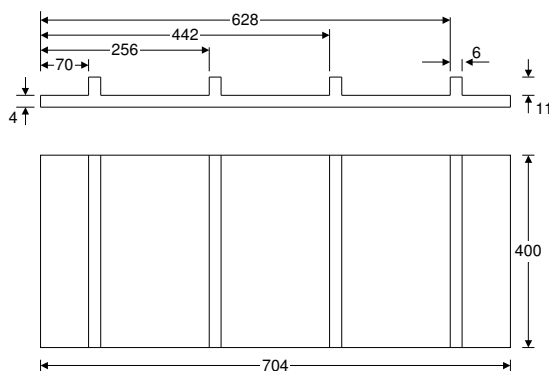


Figura 1. Dimensões do painel reforçado (em mm)

## 2.1. Modelagem Usando Elementos Sólidos

Neste tipo de análise, a modelagem do painel foi realizada com o elemento “SOLID95” do programa comercial ANSYS®. O elemento é um octaedro tridimensional definido por 20 nós, tendo três graus de liberdade por nó, que são os deslocamentos nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Este elemento apresenta uma convergência mais rápida, pois possui função de forma de ordem elevada. Isto implica em menor esforço computacional para obterem-se resultados mais precisos (Zienkiewicz, 1977).

Com o objetivo de obter boa precisão no modelo numérico em uma faixa de frequências mais ampla (de 0 a 2000 Hz), foi realizada uma análise onde a resposta em frequência do painel é calculada com quatro tamanhos diferentes de elementos: 462 elementos de 30 mm, 1485 elementos de 15 mm, 4950 elementos de 8 mm e 13520 elementos de 5 mm. Estas dimensões referem-se ao tamanho das maiores arestas paralelas do elemento, sendo que as outras arestas são otimizadas pelo ANSYS® para melhor representar o domínio da estrutura em análise. A força de excitação foi aplicada sempre no mesmo ponto, situado na face com os reforçadores a 330 mm na direção  $x$  e 160 mm na direção  $z$  em relação ao canto inferior esquerdo. A resposta também foi medida no mesmo ponto, mas do lado sem reforçadores.

A Figura (2a) mostra os resultados da modelagem com elementos de 30 mm (3472 nós) e 15 mm (10800 nós). Nota-se uma boa concordância entre as curvas apenas até a frequência de 500 Hz. Acima desta frequência os resultados são menos precisos, mostrando que o tamanho do elemento usado é muito grande para uma análise até 2000 Hz.

A Figura (2b) mostra uma comparação entre uma análise feita com uma malha de 10800 nós (elementos de 15 mm) e 35400 nós (elementos de 8 mm). Neste caso as curvas têm uma boa concordância até a frequência de 900 Hz, necessitando de um melhor refinamento da malha para obterem-se resultados mais precisos acima desta frequência.

Na Figura (2c) observa-se que as duas curvas da mobilidade, usando 35400 nós e 93000 nós, estão praticamente idênticas. Dessa forma, pode-se dizer que, mesmo aumentando mais do que duas vezes o número de nós do modelo, as curvas apresentaram a mesma precisão. Conclui-se, então, que a modelagem deste painel, na faixa de frequência de 0 a 2000 Hz, não necessita de uma

discretização mais refinada do que 35400 nós para se obterem resultados precisos na faixa de 0 a 2000 Hz, sendo que uma análise mais refinada seria apenas um gasto computacional supérfluo.

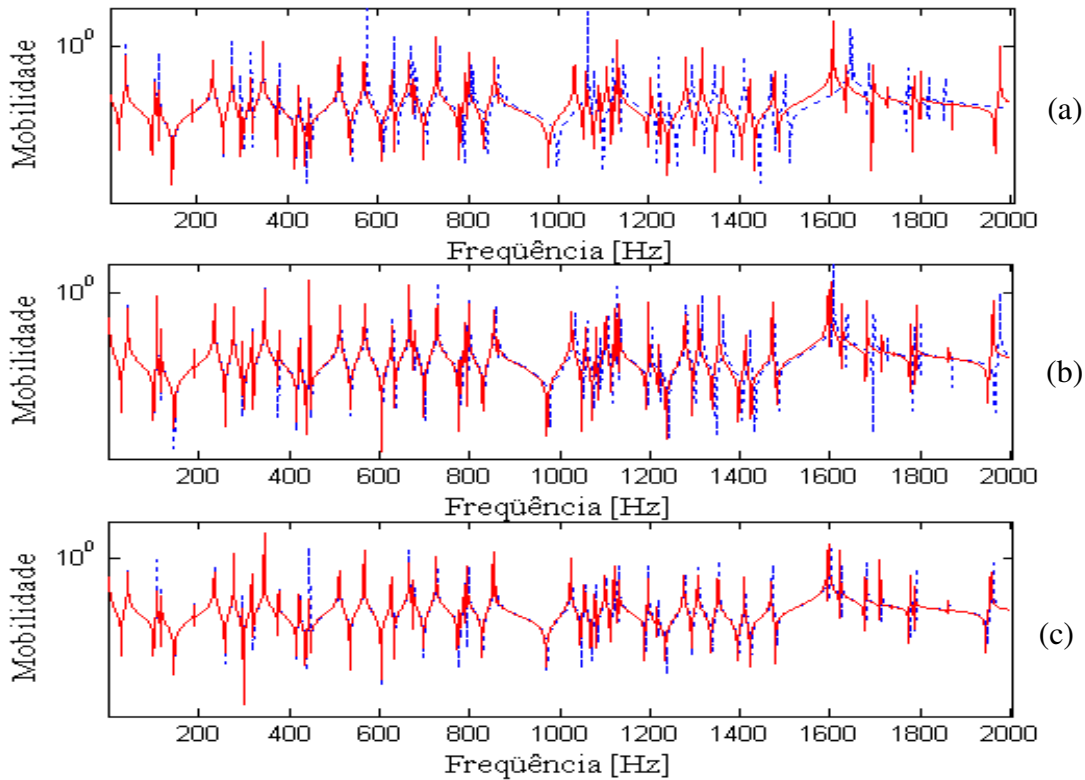


Figura 2. Comparação da mobilidade entre os modelos numéricos usando elementos sólidos. (a) Usando elementos de 15 mm (10800 nós) e 30 mm (3472 nós); (b) Usando elementos de 15 mm (10800 nós) e 8 mm (35400 nós). (c) Usando elementos de 8 mm (35400 nós) e 5 mm (93000 nós).

## 2.2. Modelagem Usando Elemento de Placa e Viga

Com a finalidade de reduzir o custo computacional e obter boa precisão, foi feita uma modelagem usando elementos de placa e de viga acoplados. Na modelagem da viga não foi possível utilizar um elemento com função de forma de ordem elevada, pois o mesmo não tem a opção de deslocar o seu centro de gravidade, necessária neste caso. Esta opção foi encontrada no elemento “BEAM44”, que foi então usado na modelagem. O elemento possui dois nós com seis graus de liberdade em cada nó: deslocamento nodal nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  e rotação em torno dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ . A viga foi acoplada no lugar dos reforçadores e deslocada de 7,5 mm em relação ao centro da placa.

Devido à restrição de serem usados elementos de função de interpolação linear na viga, também não foi possível usar elementos de ordem mais elevada na modelagem da placa, pois o acoplamento não seria possível. Então, a placa foi modelada usando o elemento “SHELL63”. O elemento é definido por quatro nós com seis graus de liberdade em cada nó: deslocamento nodal nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  e rotação em torno dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Para este caso, a modelagem foi realizada com três tamanhos diferentes de elementos: 16 mm (1222 nós), 8 mm (4743 nós) e 4 mm (18180 nós). Para a placa essas dimensões referem-se ao tamanho de dois lados paralelos e para a viga esse valor é o comprimento de cada elemento. O ponto de excitação e resposta são os mesmos do caso anterior.

A Figura (3a) mostra a comparação entre um modelo de 1222 nós e outro de 4743 nós. Observa-se que as curvas têm uma boa concordância até aproximadamente 1500 Hz e, a partir desta frequência, apesar do erro aumentar, as duas FRF's estão bem próximas. Já a Fig. (3b), onde se comparam os modelos de 4743 nós e 18180 nós, mostra uma boa concordância entre as curvas em

toda a faixa de frequências analisada. Com isso, conclui-se que a modelagem do painel, usando elementos de placa e viga com tamanho de elementos de 8 mm, é suficiente para a análise desta estrutura nesta faixa de frequências.

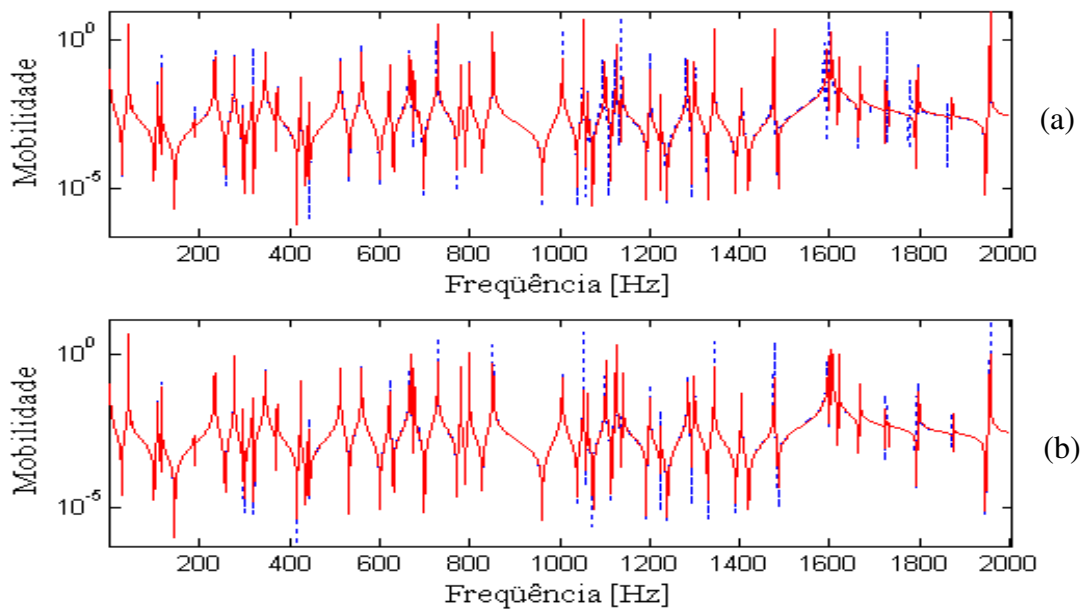


Figura 3. Comparação da mobilidade entre os modelos numéricos de placas e vigas. (a) Usando elementos de 16 mm (1222 nós) e 8 mm (4743 nós); (b) Usando elementos de 8 mm (4743 nós) e 4 mm (18180 nós).

### 2.3. Comparação entre a modelagem tridimensional e a modelagem usando placa e viga

Numa comparação entre as duas análises numéricas, verificou-se que, na faixa de frequências analisada, a solução com o modelo de elementos sólidos converge com um esforço computacional maior do que a solução com o modelo de elementos de placa e viga. Para o painel estudado na faixa de frequências entre 0 e 2000 Hz, foram necessários 35400 nós para a convergência do modelo de elementos sólidos, enquanto bastaram 4743 nós para a convergência do modelo usando elementos de placa e viga.

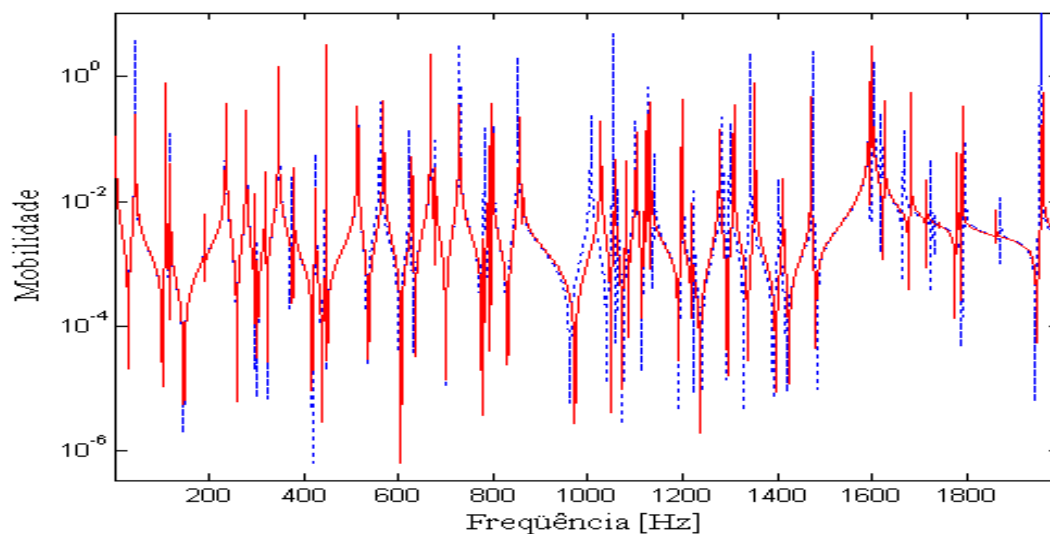


Figura 4. Comparação da mobilidade obtida com o modelo de elementos sólidos (35400 nós) e com o modelo de elementos de placa e viga (4743 nós).

A Figura (4) mostra a comparação entre o modelo usando elementos sólidos com 35400 nós e o modelo usando elementos de placa e viga com 4743 nós, os dois com elementos de 8 mm. Nota-se que as curvas estão praticamente idênticas até a frequência de 1000 Hz. A partir desta frequência, apesar de alguma discrepância, as curvas ainda estão bem próximas.

O tempo computacional gasto com as duas modelagens é mostrado na Fig. (5). Pode-se observar que os modelos usando elementos de placa e viga convergem para a solução do sistema real com um número muito menor de graus de liberdade e, conseqüentemente, o esforço computacional gasto é muito menor. O modelo de placa e viga com 4743 nós gastou 150 segundos de processamento, enquanto que na modelagem com elementos sólidos com 35400 nós este tempo subiu para 630 segundos, aproximadamente quatro vezes mais, no mesmo computador.

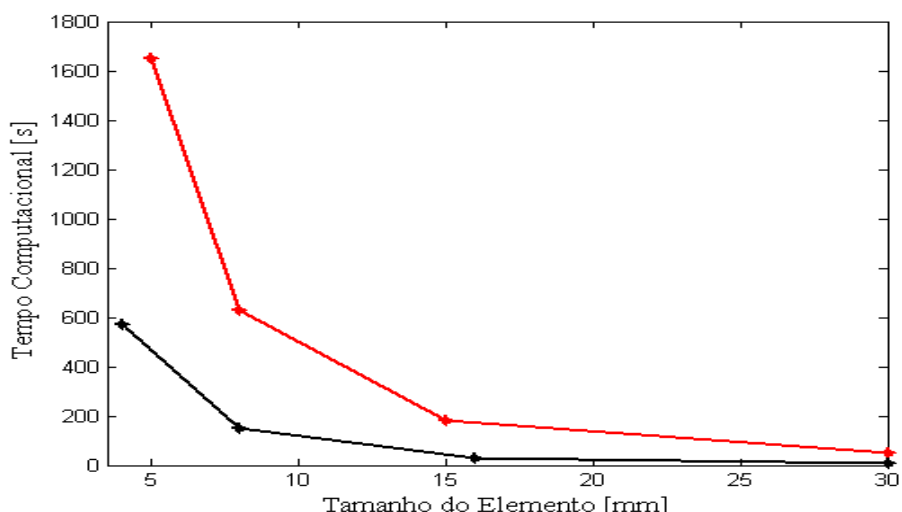


Figura 5. Comparação do tempo computacional entre os modelos com elementos sólidos ( — ) e com elementos de placa e viga ( — ).

### 3. ANÁLISE EXPERIMENTAL

A análise experimental consistiu em validar as FRFs dos modelos de elementos finitos através de uma comparação com resultados experimentais. Para a análise experimental foi construído um painel reforçado de alumínio e uma das dificuldades na construção foi decidir que tipo de união seria empregada entre a placa e os reforçadores. Algumas formas possíveis de união, tais como cola, rebites, parafusos ou solda, foram descartadas, pois, nestes casos, a união não é contínua e pode introduzir grande amortecimento estrutural provocado pelo atrito relativo entre as duas peças. Também poderiam resultar em não-linearidades nesta região. Estes problemas dificultariam a modelagem e prejudicariam a precisão dos resultados. A solução foi construir o painel usinando-o a partir de uma chapa de alumínio mais espessa, constituindo, assim, uma estrutura contínua. As dimensões do painel são apresentadas na Fig. (1).

Para o experimento, foi montado um sistema de medições onde o painel foi suspenso por dois fios, simulando uma condição de contorno livre-livre-livre-livre. A FRF foi medida com um vibrômetro laser (sem contato) no ponto a 330 mm na direção  $x$  (maior aresta) e 160 mm na direção  $z$  (menor aresta) a partir do canto inferior esquerdo na face sem os reforçadores. A excitação foi feita com um excitador eletrodinâmico conectado ao mesmo ponto medido, através de uma haste adequada e um transdutor de força, na face onde se encontram os reforçadores. Foi usado um sinal aleatório do tipo ruído branco na excitação. A análise de sinais foi feita através do software CADA-X<sup>®</sup>.

A Figura (6a) mostra a comparação entre os resultados da mobilidade do modelo numérico (usando elementos sólidos) e os resultados experimentais. Para uma faixa de frequências de 0 a 1000 Hz a comparação entre as curvas mostrou que o modelo numérico representa com boa

precisão o sistema físico, sendo encontradas algumas diferenças de amplitude devido ao amortecimento estrutural, que não foi adicionado na modelagem. Na faixa de frequências de 1000 a 2000 Hz, as curvas, apesar de pequenas diferenças, apresentaram boa concordância, até aproximadamente 1500 Hz. A partir desta frequência a discrepância entre os resultados do modelo numérico e os resultados experimentais é significativa. As imprecisões nestas frequências mais altas são atribuídas às incertezas dos parâmetros físicos e geométricos, ou seja, as frequências naturais e as formas modais de alta ordem apresentam uma maior sensibilidade a pequenas variações de geometria e propriedades do material.

A Figura (6b) mostra a comparação dos resultados da modelagem usando elementos de placas e vigas com os experimentais. Os resultados deste tipo de modelo também apresentaram boa concordância na faixa de frequências de 0 a 1000 Hz. Acima desta frequência a precisão do modelo numérico é ainda menor do que no caso do modelo de elementos sólidos. Esta melhor precisão do modelo com elementos sólidos é atribuída às suas funções de forma de ordem mais elevada.

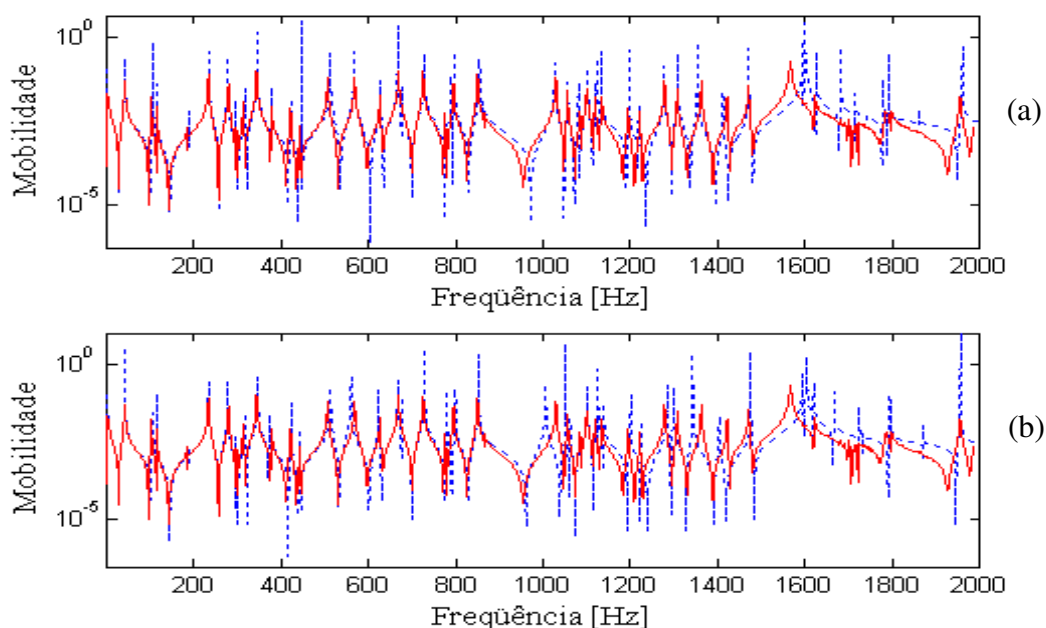


Figura 6. Comparação entre a FRF obtida com os modelos numéricos com a FRF experimental. (a) Modelo com elementos sólidos; (b) modelo com elementos de placa e viga.

#### 4. INCERTEZAS DE PARÂMETROS DE ENTRADA

Uma estrutura, após ser fabricada, apresenta imperfeições que podem ser traduzidas por pequenas variações nos valores nominais da geometria e propriedades do material. Estas variações dos valores de alguns parâmetros físicos e geométricos, que são utilizados na elaboração de um modelo numérico, produzem efeitos na resposta dinâmica. Estes efeitos são ainda maiores em frequências mais altas, pois o comportamento dinâmico em altas frequências é mais sensível a estas pequenas variações da geometria e propriedades do material.

Como a faixa de frequência analisada neste trabalho é ampla, um único modelo de elementos finitos não é capaz de descrever precisamente o comportamento dinâmico da estrutura, pois uma única modelagem não representará todos os possíveis valores das propriedades físicas e geométricas.

Para analisar o efeito destas variações na resposta dinâmica do painel reforçado analisado, foram selecionados três parâmetros de entradas que estarão sujeitos a pequenas variações estatísticas em relação ao seu valor nominal. Assumiu-se que cada parâmetro é descrito por uma distribuição de probabilidade gaussiana e os valores aleatórios foram encontrados usando o Método de Monte Carlo. A distribuição de probabilidade de cada parâmetro é mostrada na Fig. (7). Os valores

nominais e os respectivos desvios padrões destes parâmetros estão na Tab.(1). A densidade, a espessura do painel e o módulo de elasticidade são variados independentemente.

Tabela 1. Propriedades Físicas e Geométricas da Estrutura.

	Valor Nominal	Desvio Padrão
Módulo de Elasticidade	$6,9 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$	2 %
Densidade	$2700 \text{ Kg/m}^3$	1 %
Espessura do Painel	4 mm	1 %

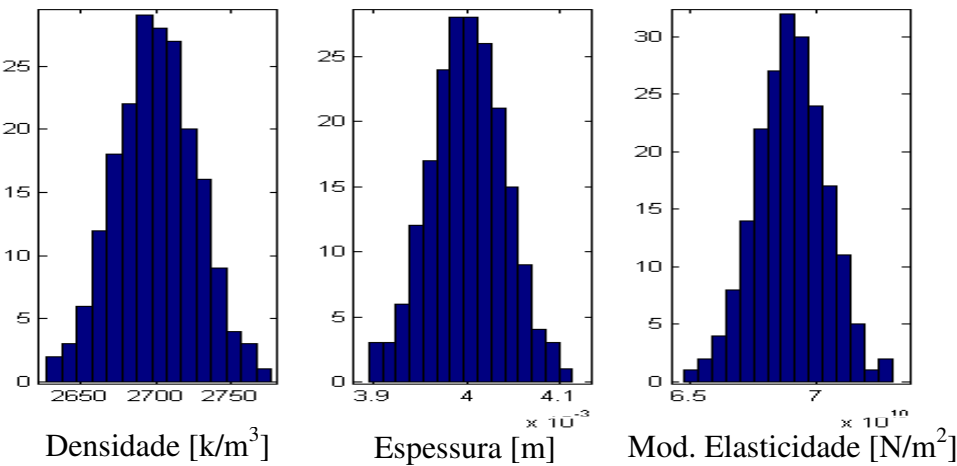


Figura 7. Distribuição de Probabilidade dos Parâmetros. (a) Densidade; (b) espessura do painel; (c) módulo de elasticidade.

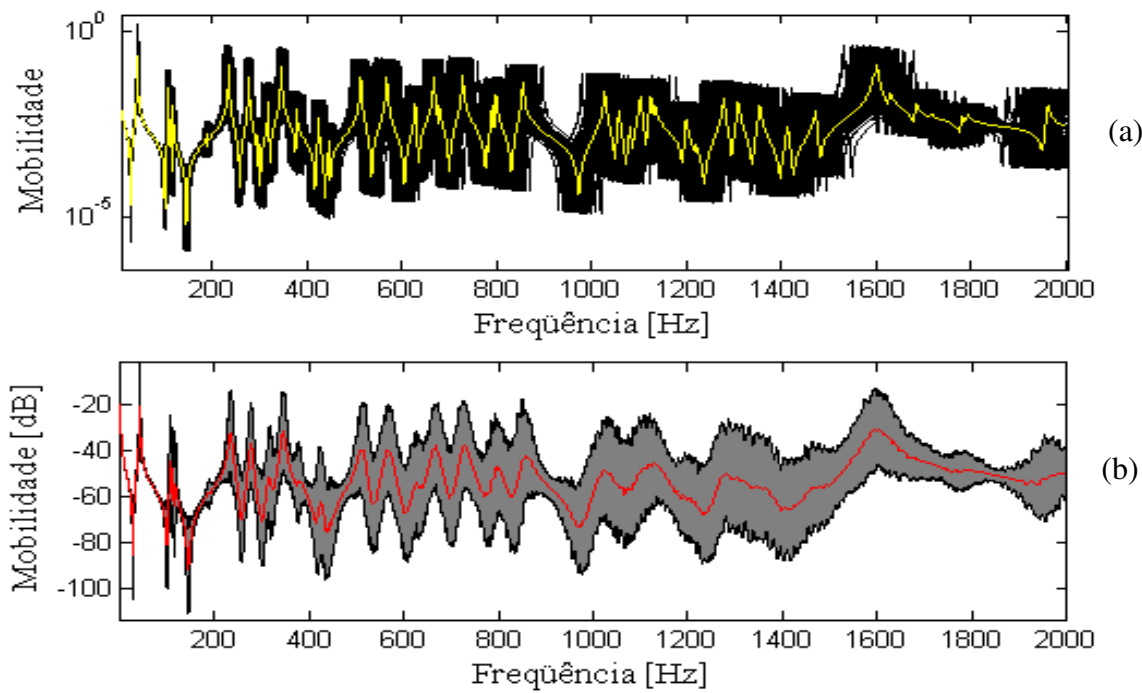


Figura 8. Curvas da Mobildade do Painei (dB). (a)— 200 FRFs com variações nos parâmetros de entrada do modelo; — FRF com valor nominal dos parâmetros; (b) Faixa de variação estatística (área cinza) e — valor médio.



Na Figura (8a) são mostradas 200 FRFs diferentes, cada uma com um conjunto de parâmetros (densidade, espessura e módulo de elasticidade do painel) diferente dentro da faixa de distribuição de probabilidade. Também é mostrada na Fig. (8a) uma FRF obtida com os valores nominais, usados nos itens de comparação anteriores. A Fig. (8b) mostra as curvas média, máxima e mínima calculadas estatisticamente para cada frequência usando o intervalo de mais ou menos dois desvios padrão. Notam-se grandes variações em frequência mais altas.

A Figura (9) mostra a faixa de variação da FRF obtida com o modelo e a FRF experimental. Pode-se observar que a FRF experimental está dentro da faixa prevista, exceto em alguns picos, em frequências mais altas. Pode-se atribuir isto ao uso de amortecimento modal do tipo estrutural constante para todos os modos no modelo numérico, enquanto o amortecimento da estrutura real parece aumentar com a frequência. Na faixa de frequências de 1700 a 1800 Hz apresentaram-se ainda distorções na curva de mobilidade experimental que podem ser atribuídas à influência da haste (“stinger”) usada para conectar o excitador ao transdutor de força no experimento.

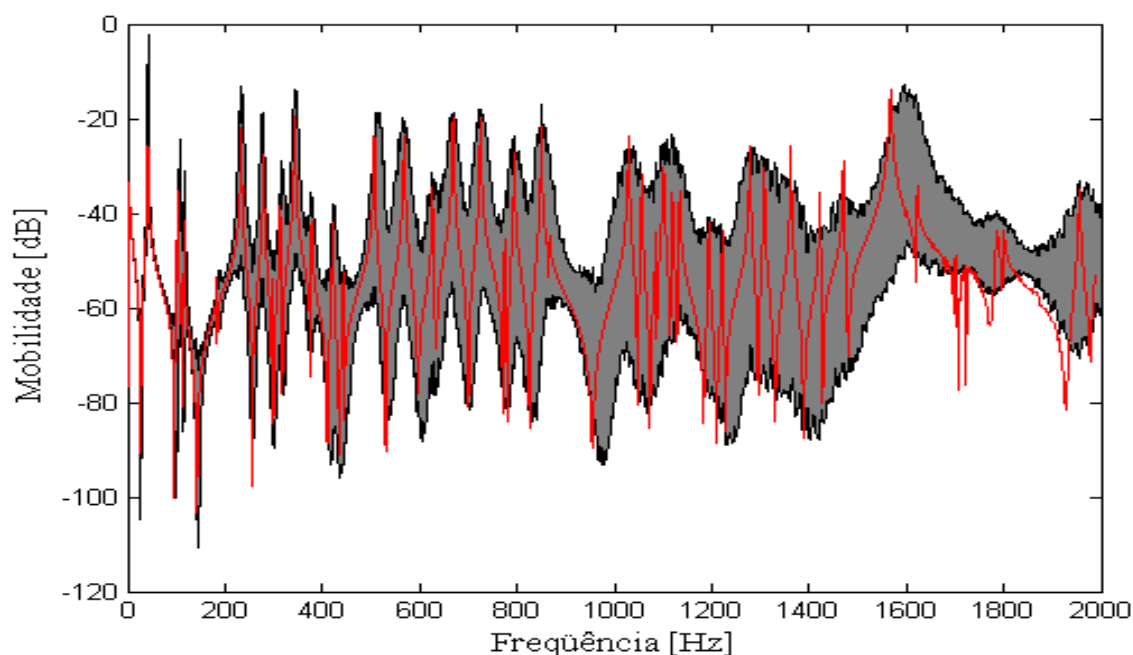


Figura 9. Comparação entre o resultado experimental e a faixa de variação estatística da resposta revista pelo modelo numérico; — FRF experimental.

## 5. CONCLUSÕES

Para a análise numérica realizada neste trabalho, observaram-se resultados bastante precisos em comparação aos resultados experimentais. As limitações em frequência de modelos com diferentes tipos de elemento e diferentes refinamentos de malha foi investigada.

Foram propostos dois tipos de modelo, sendo um utilizando elementos sólidos e outro usando elementos de placa e viga. Ficou claro que, principalmente até 1000 Hz, a modelagem usando elementos de placa e viga apresentou resultados muito próximos do modelo com elementos sólidos com um menor esforço computacional.

Comparando os modelos numéricos com o experimental, observa-se boa concordância até aproximadamente 1500 Hz, sendo que, a partir desta frequência, os modelos não apresentaram boa precisão. Estes erros maiores em altas frequências estão relacionados às incertezas dos parâmetros modais, ou seja, as frequências naturais e as formas modais de ordem elevada apresentam uma maior sensibilidade a pequenas variações de geometria e propriedades do material. Obtiveram-se, com o modelo de elementos sólidos, melhores resultados em comparação aos resultados

experimentais, o que se pode atribui ao fato de que seus elementos possuem funções de forma de ordem mais elevada.

Devido às incertezas de alguns parâmetros de entrada do modelo, foram feitas variações estatísticas na densidade, na espessura e no módulo de elasticidade do painel, verificando assim o efeito destas variações nos resultados das FRFs. Mostrou-se que as maiores variações ocorrem em altas frequências. Observou-se que a curva da mobilidade experimental se encontra dentro da faixa de incerteza dos resultados numéricos para o valor nominal mais ou menos dois desvios padrão.

## **6. REFERÊNCIAS**

- Agarwal, B. D.; Broutman, L. J., 1990, “Analysis of performance of fiber composite”, 2<sup>nd</sup> ed., New York: John Wiley and Sons Inc.
- Ahmida, K. M., 2001, “Análise Dinâmica de Pórticos em Médias e Altas Frequências”, Tese (Doutorado), Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade de Estadual de Campinas, Campinas.
- Arruda, J. R. F., 2001, “The structural Dynamics mid-frequency challenge: Bridging the gap between FEA and SEA”, Palestra Apresentada no Cobem, Separata.
- Brebbia, C.; Dominguez, J., 1989, “Boundary Element an Introductory Course”, 2<sup>nd</sup> ed., Boston: Computation Mechanics Publications.
- Dominguez, J., 1993, “Boundary Elements in Dynamics”, Boston: Computational Mechanics Publication.
- Doyle, J. F., 1997, “Wave Propagation in Structures: Spectral Analysis Using Fast Discrete Fourier Transforms”, Springer.
- Grimes, R.G.; Lewis, J.G.; Simon, H.D., 1994, “A Shifted Block Lanczos Algorithm for Solving Sparse Symmetric Generalized Eigenproblems”, Journal Matrix Analysis Applications. Vol. 15, n. 1, p. 228-272.
- Langley, R. S., 1999, “A hybrid method for the vibration analysis of complex structural-acoustic system”, Journal of the Acoustic Society of America, v. 105, n. 3, p. 1657-1671.
- Lyon, R. H.; Dejong, R.G., 1995, “Theory and Applications of Statistical Energy Analysis”, 2<sup>nd</sup> ed. Boston: Butterworth-Heinemann.
- Mace B. R.; Shorter P. J., 2001, “A Local Modal/Pertubational Method for Estimating Frequency Response Statistics of Build-Up Structures With Uncertain Properties”, Journal of Sound and Vibration, v. 242, n. 5, p. 793-811.
- Salgado, N., 1998, “Boundary Element Methods for Damage Tolerance Design of Aircraft Structures”, 2<sup>nd</sup> ed., Boston: Computational Mechanics Publication.
- Zienkiewicz, O. C., 1977, “The Finite Element Method”, 3<sup>rd</sup> ed., McGraw-Hill.

## **7. DIREITOS AUTORAIS**

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

## **8. AGRADECIMENTOS**

Os autores agradecem à FAPESP pelo apoio financeiro a esta pesquisa através de bolsas concedidas a E.L. Albuquerque e a L. V. Donadon e auxílio à pesquisa Proc. nº 03/722-4.

# DYNAMIC ANALYSIS OF REINFORCED PANEL

**Elson Lima de Albuquerque, José Roberto de França Arruda, Lázaro Valentim Donadon**

Departamento de Mecânica Computacional

Faculdade de Engenharia Mecânica

Universidade Estadual de Campinas

Caixa Postal 6122

CEP 13083-970 Campinas – SP

[\[elsonla,arruda,donadon\]@fem.unicamp.br](mailto:[elsonla,arruda,donadon]@fem.unicamp.br)

**Abstract:** *In this work, the limitations of the finite element modeling for the dynamic analysis of reinforced panels at higher frequencies are discussed. Mesh refinement, computational cost, and modal extraction issues are addressed. The effect of parametric variation is investigated using a Monte Carlo approach. The influence of variations in the geometry and material properties was simulated. An experiment with a freely suspended reinforced aluminum plate machined from a single piece of material was performed. Numerical results presented good agreement with experimental results, particularly when the statistical variations were taken into consideration in the numerical model. It was observed that, at higher frequencies, the sensitivity of the response to small parameter variations increases. The experimentally obtained Frequency Response Function is shown to be within the range of statistical variation (plus or minus two standard deviations) of the predicted responses, except for some peaks at higher frequencies, which can be attributed to limitations of the damping model used in the numerical simulations and to experimental problems encountered at higher frequencies.*

**Keywords:** *Reinforced Panels, Dynamic Analysis, Numerical Modeling, Finite Elements.*