

# **MODELAGEM DE ROTORES FLEXÍVEIS MONTADOS SOBRE SUPORTES VISCOELÁSTICOS**

**Manuel Villafañe Saldarriaga**

Universidade Federal de Uberlândia, FEMEC,  
Av. João Naves de Ávila, 2160 –  
Campus Santa Mônica - Uberlândia - MG  
mavisa@mecanica.ufu.br

**Valder Steffen Jr.**

Universidade Federal de Uberlândia, FEMEC,  
Av. João Naves de Ávila, 2160 –  
Campus Santa Mônica - Uberlândia - MG  
vsteffen@mecanica.ufu.br

**Resumo:** No projeto eficiente de máquinas rotativas o controle das vibrações de sistemas que trabalham a grandes velocidades é um dos aspectos que merece maior atenção. Dentre as diferentes opções para a solução destes problemas, o controle passivo usando elementos viscoelásticos demonstra ser uma das soluções mais simples e econômicas, sendo também uma alternativa bastante versátil. Neste trabalho é desenvolvido o modelo de um sistema rotor-mancais suportado por apoios viscoelásticos. São feitas simulações computacionais procurando evidenciar a mudança na resposta dinâmica do rotor, com e sem o uso deste tipo de suporte.

**Palavras-Chave:** Rotor Flexível, Materiais Viscoelásticos, Controle Passivo

## **1. INTRODUÇÃO**

Atualmente na área das máquinas rotativas é clara a tendência de se exigir parâmetros cada vez mais restritos de desempenho, tudo isto acompanhado de uma crescente demanda na diminuição do peso e aumento das velocidades de operação. Neste caso, o controle de vibrações em rotores flexíveis que operam acima de sua segunda ou terceira velocidade crítica é um dos aspectos de maior importância. Geralmente a solução mais simples e econômica é o emprego de técnicas de controle passivo agregando amortecimento ao sistema. Estas técnicas também apresentam a vantagem de não precisar de nenhuma forma de energia externa, garantindo a estabilidade do sistema. Tais técnicas adaptam-se a aplicações de grande porte (De Lima, 2003).

Os procedimentos mais comuns para o incremento do amortecimento em sistemas rotativos são o emprego de amortecedores de filme fluido (SFD) e o uso de suportes viscoelásticos. Na atualidade os SFD são mais usados: estes são projetados para operar em série com os mancais, como um sistema integrado de apoio (Lund, 1974). No entanto, este tipo de amortecedor apresenta algumas desvantagens devido à complexidade do mecanismo, alto custo, funcionamento em faixas de freqüências limitadas e tolerâncias apertadas. Por outro lado, os materiais viscoelásticos surgem como uma alternativa viável, dado a seu baixo custo, simplicidade e alto desempenho, quando usados como suportes de mancais. O pouco uso deste tipo de suporte pode ser explicado pela dificuldade do projeto destes sistemas, dado que é bastante recente o desenvolvimento de modelos do comportamento viscoelástico adequados para aplicações estruturais (Trindade, 2000). Muitas vezes o projeto de suportes viscoelásticos é desenvolvido a partir de ensaios experimentais sem

dispor de um modelo matemático do sistema (Bormann e Gasch, 2002), o que pode tornar o procedimento excessivamente custoso.

O modelo apresentado neste artigo permite determinar a resposta dinâmica e a velocidade limite de estabilidade a partir do conhecimento das características dinâmicas do material utilizado na construção do suporte, suas dimensões, e as características do sistema rotor-mancais. Os modelos do sistema rotor-suporte viscoelástico até agora propostos na bibliografia (Panda e Dutt, 1999, Shabaneh e Zu, 2000, Dutt e Toi, 2003, Bormann e Gasch, 2002, Panda e Dutt, 2003) são bastante simples e não consideram a flexibilidade do rotor, impedindo a determinação do comportamento dinâmico do sistema para altas velocidades de rotação. Neste trabalho foi considerado o modelo viscoelástico dos campos de deslocamento anelásticos (ADF) que demonstra ser mais confiável que os modelos mais simples (Coronado et al, 2002), sendo que o modelo matemático do rotor flexível é obtido usando o método dos elementos finitos. Na seqüência são apresentadas brevemente as características dos materiais viscoelásticos, o modelo ADF, e o desenvolvimento do modelo completo do rotor montado sobre suportes viscoelásticos.

## 2. MODELO VISCOELÁSTICO

O uso de materiais viscolásticos como suportes de sistemas rotativos tem provado sua eficiência dada sua capacidade de aumentar convenientemente o amortecimento do sistema (Childs, 1993).

Nos materiais viscoelásticos a tensão não é instantaneamente proporcional à deformação, dependendo da taxa de deformação. Neste caso, a relação entre a tensão e a deformação (rigidez) e a taxa de deformação (amortecimento) são dependentes da freqüência de oscilação da carga.

Conforme mencionado acima, com o objeto de introduzir o comportamento dinâmico dos suportes viscoelásticos dentro do modelo de elementos finitos, é usado o modelo ADF (Lesieutre e Bianchini, 1995). Este modelo é baseado na separação dos deslocamentos totais do elemento viscoelástico em uma parte elástica e outra anelástica que representa a relaxação do material viscoelástico. As equações constitutivas deste modelo são as seguintes:

$$\sigma = G \cdot \varepsilon^E = G \cdot \left( \varepsilon - \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^A \right) \quad (1)$$

$$\sigma_i^A = \frac{C_i \cdot G}{\Omega_i} \cdot \dot{\varepsilon}_i^A = G \cdot \left( \varepsilon - C_i \cdot \varepsilon_i^A \right) \quad (i=1, \dots, N) \quad (2)$$

Sendo  $N$  o número de campos de deslocamento anelásticos considerados. No caso de ser considerado um único campo de deslocamento anelástico, o modelo é análogo ao do sistema mecânico mostrado na Fig (1).

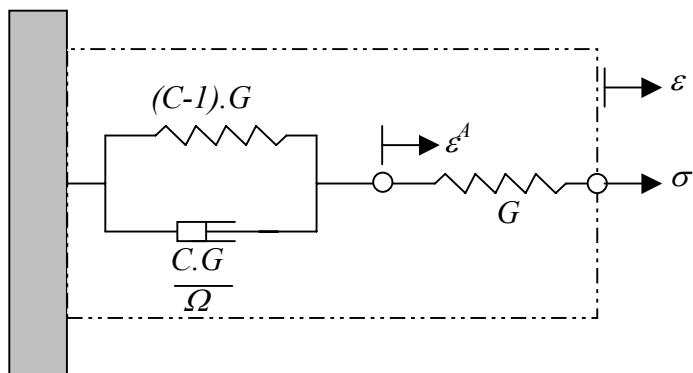


Figura 1. Analogia mecânica de modelo ADF para um único campo de deslocamento anelástico

O sistema da Fig. (1) é um modelo viscoelástico clássico composto por um elemento de Kelvin-Voigt em série com uma mola. A tensão na mola  $\sigma$ , é determinada pela rigidez  $G$  e pelo deslocamento elástico ( $\varepsilon^E$ ), sendo este dado pela diferença entre o deslocamento total ( $\varepsilon$ ), e o deslocamento anelástico interno ( $\varepsilon^A$ ). A tensão no amortecedor,  $\sigma^A$ , é a diferença entre a tensão da mola principal e da mola secundária incluída no elemento de Kelvin-Voigt. A tensão do amortecedor é também equivalente à constante do amortecedor multiplicada pela taxa de mudança na deformação anelástica, de forma que a Eq. (2) representa a evolução do campo de deslocamento anelástico.

Lesieutre (1992) define o módulo de rigidez do material viscoelástico da seguinte forma:

$$G(\omega) = G_r \cdot \left( 1 + \sum_{i=1}^N \Delta_i \cdot \frac{\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2 + i \cdot \frac{\omega}{\Omega}}{1 + \left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2} \right) \quad (3)$$

Sendo  $G_r$  o módulo relaxado ou módulo de baixa freqüência,  $\omega$  é a freqüência de excitação,  $\Omega_i$  é o inverso do tempo de relaxação com deformação constante correspondente ao campo anelástico  $i$ ,  $\Delta_i$  é a relação entre o módulo de rigidez relaxado e a rigidez do campo de deslocamento anelástico  $i$ , sendo  $C_i$  o parâmetro que permite relacionar o processo físico de relaxação ao deslocamento total, dado pela equação (4a). No modelo ADF o módulo de rigidez é simplificado como sendo o módulo de alta freqüência (Lesieutre e Biachini, 1996), dado pela Eq. (4b).

$$C_i = \frac{1 + \sum_{i=1}^N \Delta_i}{\Delta_i} \quad (4a)$$

$$G(\omega) = G_r \cdot \left( 1 + \sum_{i=1}^N \Delta_i \right) \quad (4b)$$

Os parâmetros  $\Delta_i$ ,  $\Omega_i$ , e  $G_r$  podem ser determinados a partir de ensaios experimentais.

### 3. MODELO DO SUPORTE

O sistema de suporte é composto por uma base intermediária (que permite fazer a conexão entre os mancais e os anéis de material viscoelástico), pelos anéis viscoelásticos e por um suporte exterior, conforme ilustrado na Fig.(2).

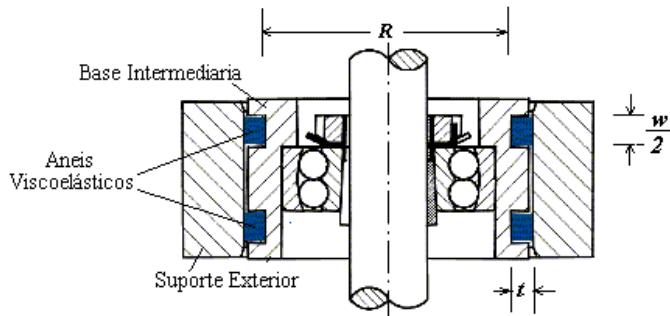


Figura 2. Suporte modelado

Dutt e Toi (2003) determinaram as forças que atuam sobre a base de um suporte devidas à elasticidade de um setor circular de material deformável, causadas pelo deslocamento do eixo na posição do suporte, em função da rigidez do material deformável e sua geometria, como sendo:

$$F_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left( \frac{w}{\ln \left| \frac{R+t}{R} \right|} [E \cdot X_{com} + G \cdot X_{ciz}] \right) d\theta \quad (5)$$

onde,

$$X_{com} = \delta_x \left\{ \frac{\theta_2 - \theta_1}{2} + \frac{\sin(2 \cdot \theta_2) - \sin(2 \cdot \theta_1)}{4} \right\} + \delta_y \left\{ \frac{\cos(2 \cdot \theta_1) - \cos(2 \cdot \theta_2)}{4} \right\} \quad (6)$$

e,

$$X_{ciz} = \delta_x \left\{ \frac{\theta_2 - \theta_1}{2} - \frac{\sin(2 \cdot \theta_2) - \sin(2 \cdot \theta_1)}{4} \right\} - \delta_y \left\{ \frac{\cos(2 \cdot \theta_1) - \cos(2 \cdot \theta_2)}{4} \right\} \quad (7)$$

e,

$$F_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left( \frac{w}{\ln \left| \frac{R+t}{R} \right|} [E \cdot Y_{com} + G \cdot Y_{ciz}] \right) d\theta \quad (8)$$

onde,

$$Y_{com} = \delta_x \left\{ \frac{\cos(2 \cdot \theta_1) - \cos(2 \cdot \theta_2)}{4} \right\} + \delta_y \left\{ \frac{\theta_2 - \theta_1}{2} - \frac{\sin(2 \cdot \theta_2) - \sin(2 \cdot \theta_1)}{4} \right\} \quad (9)$$

e,

$$Y_{ciz} = \delta_x \left\{ \frac{\cos(2 \cdot \theta_2) - \cos(2 \cdot \theta_1)}{4} \right\} + \delta_y \left\{ \frac{\theta_2 - \theta_1}{2} + \frac{\sin(2 \cdot \theta_2) - \sin(2 \cdot \theta_1)}{4} \right\} \quad (10)$$

Considerando que  $F_x$  e  $F_y$  são os somatórios das forças nas direções  $x$  e  $y$  respectivamente, devidas à deformação do elemento flexível,  $\delta_x$  e  $\delta_y$  são as deformações correspondentes do elemento flexível.  $E$  e  $G$  são os módulos de rigidez e de cisalhamento correspondentes ao material deformado.  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são os ângulos que delimitam o setor circular.  $R$ ,  $t$ , e  $w$  dependem da geometria da seção conforme mostra a figura (2).

Considerando que o anel envolve uma circunferência completa ( $\theta_1=0$  e  $\theta_2=2\pi$ ), as forças atuando sobre a base são reduzidas a:

$$F_x = \frac{w \cdot \pi}{\ln \left| \frac{R+t}{R} \right|} \cdot (E + G) \cdot \delta_x \quad , \quad F_y = \frac{w \cdot \pi}{\ln \left| \frac{R+t}{R} \right|} \cdot (E + G) \cdot \delta_y \quad (12)$$

Pela teoria clássica da elasticidade, a relação entre  $G$  e  $E$  é  $G = E/2 \cdot (1+\nu)$ , sendo  $\nu$  é a razão de Poisson. Considerando  $\nu=0.5$ , o que razoável para a maioria dos materiais poliméricos (Nashif et al, 1985), tem-se:

$$F_x = \frac{4 \cdot w \cdot \pi}{\ln \left| \frac{R+t}{R} \right|} \cdot G \cdot \delta_x \quad , \quad F_y = \frac{4 \cdot w \cdot \pi}{\ln \left| \frac{R+t}{R} \right|} \cdot G \cdot \delta_y \quad (12)$$

Da Eq. (12) pode-se deduzir os coeficientes de rigidez que relacionam as deformações com as forças transmitidas à base do suporte:

$$K_{xx} = K_{yy} = \frac{4 \cdot w \cdot \pi}{\ln \left| \frac{R+t}{R} \right|} \cdot G \quad , \quad K_{xy} = K_{yx} = 0 \quad (13)$$

ou, escrevendo na forma matricial:

$$F = [K_v] \cdot \{\delta\}, \text{ sendo: } [K_v] = G \cdot [\bar{K}_v], \text{ com: } [\bar{K}_v] = \frac{4 \cdot w \cdot \pi}{\ln \left| \frac{R+t}{R} \right|} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

A Fig. (3) mostra os graus de liberdade na posição do suporte.

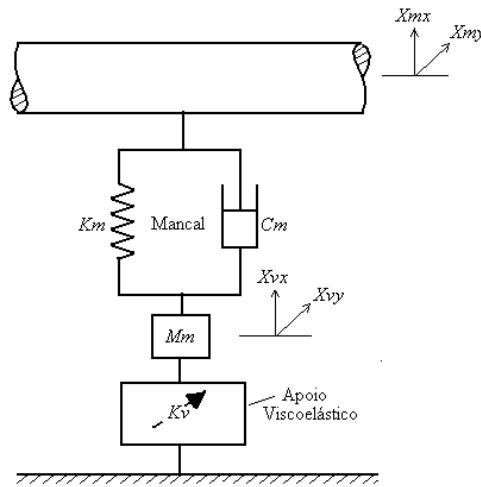


Figura 3. Graus de liberdade do suporte.

No esquema anterior pode observar-se como as forças dos mancais, atuando sobre o eixo do rotor, são proporcionais ao deslocamento relativo do eixo com relação ao suporte viscoelástico. Desta forma, as forças que o mancal transmite ao eixo são:

$$F_m = -[Km] \dot{\{Xm\}} - [Km] \left\{ \begin{array}{l} \{Xm\} \\ \{Xv\} \end{array} \right\} - [Cm] \dot{\{Xm\}} - [Cm] \left\{ \begin{array}{l} \dot{\{Xm\}} \\ \{Xv\} \end{array} \right\} \quad (15)$$

Sendo  $[Km]$  e  $[Cm]$  as matrizes de rigidez e amortecimento dos mancais, no caso em que estão rigidamente apoiados.

A equação do movimento do mancal é dada por:

$$[Mm] \cdot \{\ddot{Xv}\} + [Kv] \cdot \{Xv\} - [Cm] \cdot (\{\dot{Xm}\} - \{\dot{Xv}\}) - [Km] \cdot (\{Xm\} - \{Xv\}) = 0 \quad (16)$$

sendo que  $[Mm]$  inclui em sua diagonal a massa total do mancal. Na matriz  $[Kv]$  está incluído o efeito viscoelástico do suporte.

Aplicando as Eq. (4b) e (14) em (16), tem-se:

$$[Mm] \cdot \{\ddot{X}_v\} + G_r \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^N A_i\right) \cdot [\bar{K}_v] \cdot \{X_v\} - [Cm] \cdot (\{\dot{X}_m\} - \{\dot{X}_v\}) - [Km] \cdot (\{X_m\} - \{X_v\}) = 0 \quad (17)$$

Substituindo  $\{X_v\}$  referente ao subsistema viscoelástico da Eq. (17) pelos graus de liberdade elásticos correspondentes, de acordo com a Eq. (1), obtem-se:

$$[Mm] \cdot \{\ddot{X}_v\} + G_r \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^N A_i\right) \cdot [\bar{K}_v] \cdot \left(\{X_v\} - \sum_{i=1}^N \{X_v^A\}\right) - [Cm] \cdot (\{\dot{X}_m\} - \{\dot{X}_v\}) - [Km] \cdot (\{X_m\} - \{X_v\}) = 0 \quad (18)$$

chamando:

$$[K_v^\infty] = G_r \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^N A_i\right) \cdot [\bar{K}_v] \quad (19)$$

obtem-se a Equação matricial na forma compacta abaixo:

$$[Mm] \cdot \{\ddot{X}_v\} + [Cm] \cdot \{\dot{X}_v\} + ([K_v^\infty] + [Km]) \cdot \{X_v\} - [Cm] \cdot \{\dot{X}_m\} - [K_v^\infty] \cdot \sum_{i=1}^N \{X_v^A\} \quad (20)$$

A Eq. (20) pode ser generalizada para o caso em que vários suportes viscoelásticos são introduzidos no sistema.

#### 4. EQUAÇÕES DE MOVIMENTO DO SISTEMA ROTATIVO

As equações de movimento do sistema rotativo com mancais apoiados sobre suportes rígidos podem ser escritas da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} M_{LL} & M_{LM} \\ M_{ML} & M_{MM} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\{X_L\}} \\ \{X_M\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{LL} & C_{LM} \\ C_{ML} & C_{MM} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{LL} & D_{LM} \\ D_{ML} & D_{MM} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{\{X_L\}} \\ \{X_M\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LM} \\ K_{ML} & K_{MM} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{X_L\} \\ \{X_M\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_L\} \\ \{F_M\} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

Os subíndices  $M$  correspondem aos graus de liberdade associados aos deslocamentos nas posições dos suportes, e os subíndices  $L$  correspondem aos graus de liberdade restantes. A primeira matriz corresponde à matriz total de massa do sistema; a segunda é a matriz giroscópica; a terceira é a matriz total de amortecimento e a quarta é a matriz total de rigidez do sistema.

Considerando os apoios dos mancais como sendo flexíveis, as forças das reações dos mancais são dadas pela Eq. (15). A equação do movimento completa escreve-se:

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{array}{ccc} M_{LL} & M_{LM} & 0 \\ M_{ML} & M_{MM} & 0 \end{array} \right] \cdot \left\{ \begin{array}{c} \ddot{X}_L \\ \ddot{X}_M \\ \ddot{X}_V \end{array} \right\} + \left( \left[ \begin{array}{ccc} C_{LL} & C_{LM} & 0 \\ C_{ML} & C_{MM} & 0 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{ccc} D_{LL} & D_{LM} & 0 \\ D_{ML} & D_{MM} & -D_M \end{array} \right] \right) \cdot \left\{ \begin{array}{c} \dot{X}_L \\ \dot{X}_M \\ \dot{X}_V \end{array} \right\} + \dots \\ & + \left[ \begin{array}{ccc} K_{LL} & K_{LM} & 0 \\ K_{ML} & K_{MM} & -K_M \end{array} \right] \cdot \left\{ \begin{array}{c} X_L \\ X_M \\ X_V \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} F_L \\ F_M \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

sendo que  $D_M$  e  $K_M$  são, respectivamente, as parcelas das matrizes  $D_{MM}$  e  $K_{MM}$  que incluem somente a contribuição do amortecimento e rigidez dos mancais. O vetor  $\{X_v\}$  corresponde aos graus de liberdade relacionados aos deslocamentos dos suportes viscoelásticos.

A Eq. (2), multiplicada por  $[Kv]$ , pode ser rescrita da seguinte forma:

$$[K_v^\infty] \cdot \frac{C_i}{\Omega_i} \cdot \{\dot{X}_{vi}^A\} - [K_v^\infty] \cdot \{X_v\} + [K_v^\infty] \cdot C_i \cdot \{X_{vi}^A\} = 0 \quad (23)$$

correspondendo, portanto a  $i$  equações diferenciais, dependendo do número de campos de deslocamentos anelásticos usados no modelo viscoelástico adotado.

Acoplando o sistema formado pelas Eq. (20), (22) e (23), é possível escrever um sistema de equações de primeira ordem (formulação de estado) na forma:

$$[A]\dot{\{Q\}} + [B]\{Q\} = \{F\} \quad (24)$$

sendo que os elementos das matrizes  $[A]$  e  $[B]$  são determinadas facilmente.

O vetor  $\{Q\}$  é dado por:

$$Q = [\dot{X}_L \quad \dot{X}_M \quad \dot{X}_V \quad X_L \quad X_M \quad X_V \quad X_{v(1)}^A \quad X_{v(2)}^A \quad \dots \quad X_{v(N-1)}^A \quad X_{v(N)}^A]^T \quad (25)$$

#### 4.1. Resposta ao Desbalanceamento

No caso de forças de desbalanceamento atuando sobre o rotor, a Eq. (24) assume a seguinte forma:

$$A \cdot \dot{\{Q\}} + B \cdot \{Q\} = \{f_1\} \cdot \sin(\Omega \cdot t) + \{f_2\} \cdot \cos(\Omega \cdot t) \quad (26)$$

Sendo  $\Omega$  a velocidade de rotação do sistema e  $\{f_1\}$ ,  $\{f_2\}$  os momentos produzidos pelas massas desbalanceadas nos nós correspondentes. A solução do sistema é dada como:

$$\{Q\} = \{q_1\} \cdot \sin(\Omega \cdot t) + \{q_2\} \cdot \cos(\Omega \cdot t) \quad (27)$$

Identificando os termos em  $\sin(\Omega t)$  e  $\cos(\Omega t)$  é obtida a Eq. (28).

$$\left[ \begin{array}{cc} B & -A \cdot \Omega \\ A \cdot \Omega & B \end{array} \right] \cdot \left\{ \begin{array}{c} \{q_1\} \\ \{q_2\} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \{f_1\} \\ \{f_2\} \end{array} \right\} \quad (28)$$

Conhecendo os desbalanceamentos e suas respectivas posições angulares é possível determinar o vetor de deslocamentos do sistema para cada valor de  $\Omega$  (resposta ao desbalanceamento).

## 4.2. Freqüências Naturais e Velocidade Limite de Estabilidade

Para determinar as freqüências naturais do sistema e a velocidade limite de estabilidade é necessário resolver o problema de autovalores para o sistema livre. Nesse caso, trata-se da solução não-trivial do seguinte sistema:

$$A \cdot \{V\} = -B \cdot \{V\} \cdot [F] \quad (33)$$

Para cada valor de  $\Omega$  são determinadas as freqüências naturais correspondentes contidas na matriz  $[F]$ , as quais permitem traçar o chamado diagrama de Campbell e determinar as velocidades críticas. A velocidade limite de estabilidade é determinada para o valor de  $\Omega$  no qual a parte real dos autovalores complexos deixam de ser todas negativas.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com o intuito de testar o procedimento apresentado nas seções anteriores, é usado um modelo de elementos finitos do rotor, mostrado na Fig (4). O desbalanceamento, aplicado na posição do disco, é de  $6,5 \cdot 10^{-5}$  Kg·m. Para os mancais foi considerado que os coeficientes de rigidez e amortecimento são constantes. São considerados mancais de rolamento com  $K=2,9 \cdot 10^6$  N/m, desprezando o efeito do amortecimento. Sabe-se, entretanto, que em situações reais pode-se encontrar comportamento não-linear nos mancais de rolamento. Contudo, tal efeito é minimizado pela presença de amortecimento externo, como aquele devido aos materiais viscoelásticos (Dutt e Toi, 2003). As dimensões do suporte viscoelástico são  $R = 30$  mm;  $t = w = 10$  mm; e a massa  $Mm = 300$  gramas. O material dos elementos de eixo e disco é o aço ( $E=2,067 \cdot 10^{11}$  N/m<sup>2</sup> e  $\rho = 7800$  kg/m<sup>3</sup>).

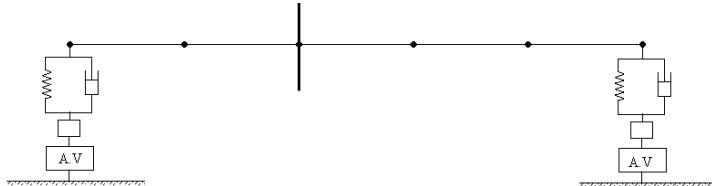


Figura 4. Modelo de Rotor em elementos finitos  
(5 elementos de eixo de  $L=5$  cm,  $D=1$  cm; 1 elemento de disco rígido,  $D=6,5$  cm,  $e=1,12$  cm)

Para o modelo do comportamento viscoelástico do suporte são consideradas as propriedades do material viscoelástico ISD112 produzido pela 3M®, fixando a temperatura de trabalho em 27°C. Os parâmetros do material determinados por De Lima (2003) a partir de nomogramas fornecidos pelo fabricante foram identificados considerando 5 campos de deslocamento anelástico (Tab. 1).

Tabela 1. Parâmetros identificados para o material ISD112

| $I$ | $G_r$ [Mpa] | $\Delta_i$ | $\Omega_i$ [rad/s] |
|-----|-------------|------------|--------------------|
| 1   | 0.46474     | 0.217001   | 101.6223605        |
| 2   |             | 0.667236   | 612.3758475        |
| 3   |             | 1.955240   | 3197.275616        |
| 4   |             | 7.192090   | 17419.42246        |
| 5   |             | 82.58700   | 188413.4396        |

Os diagramas de Campbell e de resposta ao desbalanceamento são apresentados na Fig (5).

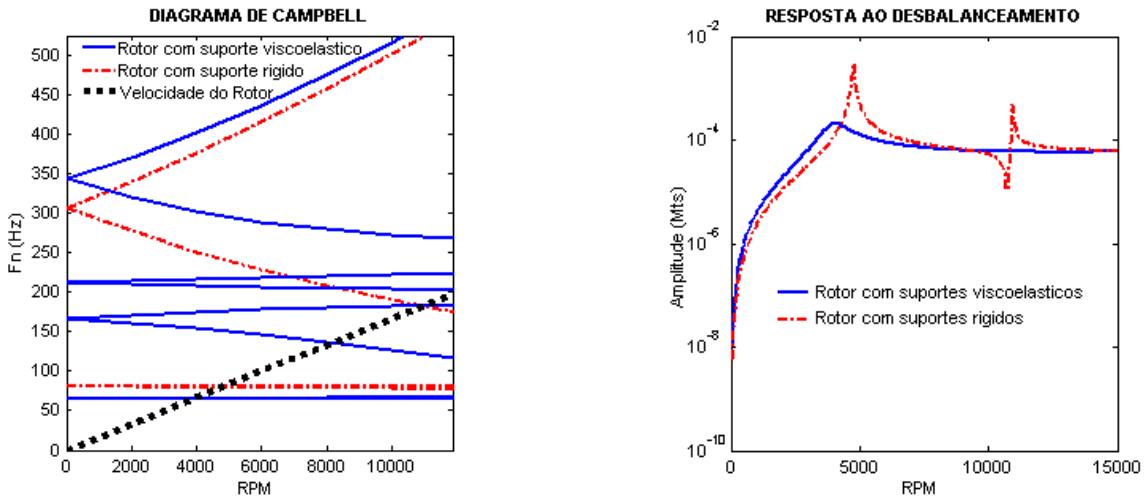


Figura 5. Diagrama de Campbell e Resposta ao Desbalanceamento (no disco)

Os apoios viscoelásticos diminuem a rigidez do sistema em relação à situação original, o que pode ser evidenciado no diagrama de Campbell (Fig. 5), onde as freqüências naturais do sistema com apoios rígidos são maiores. É possível observar que no intervalo entre 0 e 15000 RPM onde se apresentam duas velocidades críticas para o sistema com apoios rígidos, se apresentam três velocidades críticas para o sistema com suportes viscoelásticos (devido ao aumento na flexibilidade), entretanto, pelo uso dos apoios viscoelásticos, a amplitude de vibração na primeira velocidade crítica é diminuída em 90%, e o aumento do amortecimento permite que não se apresentem incrementos importantes na amplitude para as velocidades críticas superiores.

A partir destes resultados pode ser observado que os apoios viscoelásticos permitem atenuar efetivamente as vibrações em sistemas rotativos em uma faixa de freqüência considerável.

## 6. CONCLUSÕES

O procedimento ilustrado neste trabalho permite analisar o comportamento dinâmico de um sistema rotor-mancais suportado por apoios viscoelásticos, sendo excitado por forças de desbalanceamento. Podem ser considerados outros tipos de excitação, dependendo das necessidades do projetista, mantendo porém a metodologia apresentada.

O uso apropriado destes apoios permite melhorar a resposta dinâmica diminuindo de maneira significativa a resposta ao desbalanceamento.

O modelo proposto é voltado para o projeto de apoios viscoelásticos, permitindo otimizar as características do suporte para um determinado sistema rotativo, visando a redução da resposta ao desbalanceamento e modificando a velocidade limite de estabilidade, de forma a atender o interesse do projetista. Além disso, o modelo estudado adequa-se ao projeto de sistemas de controle de máquinas rotativas.

## 7. AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece à FAPEMIG pelo apoio financeiro, sem o qual não seria possível a realização deste trabalho de pesquisa e à FEMEC pelo apoio tecnológico e humano. O segundo autor agradece o apoio do CNPQ (Projeto N° 470082 /03-8).

## 8. REFERÊNCIAS

- Bormann, A. and Gasch, R., 2002, "Damping and Stiffness Coefficients of Elastomers Rings and Their Optimised Application in Rotor Dynamics: Theoretical Investigations and Experimental Validation", IFToMM RotorDynamics Congress, Australia, pp. 9.
- Childs, D., 1993, "Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling, and Analysis", John Wiley & Sons, Inc., pp. 496.
- Coronado, A., Trindade, M., and Sampaio, R., 2002, "Frequency-Dependent Viscoelastic Models for Passive Vibration Isolation Systems", Shock and Vibration (9), pp. 253-264.
- De Lima, A. M., 2003, "Modelagem numérica e avaliação experimental de Materiais Viscoelásticos aplicados ao Controle Passivo de Vibrações Mecânicas", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlandia – MG, pp. 130.
- Dutt, J. K., and Toi, T., 2003, "Rotor Vibration Reduction with Polymeric Sectors", Journal of Sound and Vibration, 262, pp. 769-793.
- Lesieurte e Biachini, 1996, "Finite Element Modeling of One-dimensional Viscoelastic Structures using Anelastic Displacement Fields", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 29, No. 3, pp. 520-527.
- Lesieurte e Bianchini, 1995, "Time Domain Modeling of Linear Viscoelasticity Using Anelastic Displacements Fields", Journal of Vibration and Acoustic, Vol. 117, No 4, pp. 424-430.
- Lesieurte, 1992, "Finite Element for Dynamic Modeling of Uniaxial Rods with Frequency-Dependent Material Properties", International Journal of Solid and Structures, Vol. 29, No. 12, pp. 1567-1579.
- Lund, J. W., 1974, "Stability and Damped Critical Speeds of a Flexible Rotor in Fluid-Film Bearings", Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, Vol. 96, Series B, No. 2, pp. 509-517.
- Nashif, A. D., Jones, D., Henderson, J., 1985, "Vibration Damping", Wiley-Interscience, New York, USA, pp. 453.
- Panda, K. C., and Dutt, J. K., 1999, "Design of Optimum Support Parameters for Minimum Rotor Response and Maximum Stability Limit", Journal of Sound and Vibration, 223(1), pp. 1-21.
- Panda, K. C., and Dutt, J. K., 2003, "Optimum Support Characteristics for Rotor-Shaft System with Preloaded Rolling Element Bearings", Journal of Sound and Vibration, 260, pp. 731-755.
- Shabaneh, N. H., and Zu, J. W., 2000, "Dynamic analysis of rotor-shaft systems with viscoelastically supported bearings", Mechanism and Machine Theory (35), pp. 1313-1330.
- Trindade, M., 2000, "Contrôle Hybride Actif-Passif des Vibrations de Structures par des Matériaux Piézoélectriques et Viscoelastiques: Poutres Sandwich/Multicouches Intelligentes", Thèse, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris, França, pp. 203.

## 9. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

## MODELING OF FLEXIBLE ROTOR SYSTEMS WITH VISCOELASTICALLY SUPPORTED BEARINGS

**Abstract:** In the successful design of rotating machinery the vibration control of systems working at high rotation speeds is one of the most important tasks. The passive control, obtained by using viscoelastic materials can be the best choice in many cases because its simplicity, low cost, and versatility. In this work, a model of a flexible rotor system with viscoelastically supported bearings is developed. Computational simulations are performed in order to show the change in the rotor dynamical behavior, due to the use of viscoelastically supported bearings.

**Keywords:** Flexible Rotor, Viscoelastic Materials, Passive Control