

# UMA TRANSMISSÃO CONTINUAMENTE VARIÁVEL POR TRAÇÃO TIPO ESFERA-CONE PARA VEÍCULOS MOVIDOS POR FORÇA HUMANA

**Antonio Wagner Forti**

**DPM/FEM/UNICAMP – Caixa Postal 6051, 13083-970, Campinas, S.P.**

[awforti@fem.unicamp.br](mailto:awforti@fem.unicamp.br)

**Franco Giuseppe Dedini**

**DPM/FEM/UNICAMP – Caixa Postal 6051, 13083-970, Campinas, S.P.**

[dedini@fem.unicamp.br](mailto:dedini@fem.unicamp.br)

**Resumo.** *O objetivo desse trabalho é apresentar o protótipo de uma transmissão continuamente variável por tração para sistemas de baixo e torque e baixa potência, particularmente bicicletas. Durante o desenvolvimento do protótipo vários tópicos foram analisados. Nesse trabalho será abordada a metodologia de otimização geométrica em função da minimização do movimento de spin no contato entre os elementos em contato de rolamento, uma vez que, o spin é uma das maiores causas de perda de potência em transmissões por tração.*

**Palavras-chave:** CVT, TD-CVT, transmissão, spin.

## 1. INTRODUÇÃO

As transmissões mecânicas diferenciam-se em função do princípio de funcionamento, ou seja, como seus eixos de entrada e saída são acoplados. Esses acoplamentos podem ser: rodas de fricção, polias conectadas por correias ou correntes, engrenagens ou rodas dentadas, entre outros.

As transmissões por engrenamento possuem números fixos de relações de transmissão, que variam conforme a necessidade de uso. As transmissões por fricção ou polias podem ter tanto um número fixo quanto ou número infinito de relações de transmissão, dentro de uma dada faixa de trabalho. As transmissões que possuem um número infinito de relações de transmissão dentro de uma determinada faixa de trabalho são chamadas de Transmissões Continuamente Variáveis, do inglês *Continuously Variable Transmission (CVT)*. Dentre os vários tipos de CVT dar-se-á ênfase, neste trabalho às Transmissões Continuamente Variáveis por Tração, do inglês *Traction Drive Continuously Variable Transmission (TD-CVT)*.

## 2. TIPOS DE TDCVTs

As Transmissões por Tração transferem potência mecânica do eixo de uma fonte para a carga, por meio do contato entre dois elementos rolantes metálicos submetidos a altíssimas pressões (da ordem de GPa). Como os contatos entre os elementos rolantes devem ser lubrificados, essa ordem de pressão está relacionada a um tipo de lubrificação denominada elastohidrodinâmica. Os elementos rolantes podem ter a forma de cones, cilindros, discos, anéis, esferas ou toróides, e são fabricados de aço-liga (especialmente ao cromo) de grande dureza superficial. O fluido lubrificante pode ser óleo, silicone, ou um dos lubrificantes sintéticos naftênicos. Assim sendo, três elementos devem estar presentes para que a transmissão possa ser chamada de Transmissão por Tração: (1) o

elemento rolante de metal de entrada, (2) o fluido de tração em condição elastohidrodinâmica, e (3) o elemento rolante de metal de saída. Dedini (1986) esquematiza e Heilich e Shube (1983) ilustram e descrevem o princípio de funcionamento, de vários tipos de Transmissões por Tração. A Fig. (1) esquematiza alguns tipos de TD-CVTs.

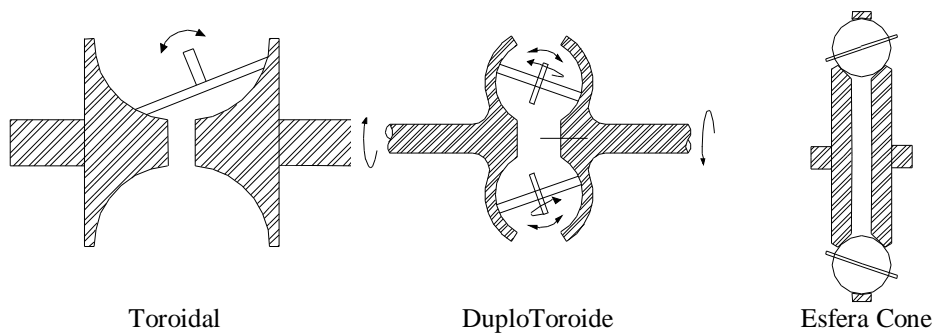


Figura 1 - Alguns tipos de CVTs

## 2.1. Princípio de Funcionamento de uma TD-CVT tipo esfera-cone

A Fig. (2) mostra três configurações possíveis da TD-CVT tipo esfera-cone, diferenciando-se apenas pela inclinação do eixo de rotação da esfera e, conseqüentemente, pela variação do comprimento das cordas (linhas tracejadas perpendiculares ao eixo de rotação da esfera) nos pontos de contato entre a esfera e o cone. A configuração da Fig. (2a) representa redução de velocidade, ou seja, a velocidade angular no cone de saída é menor do que no cone de entrada, uma vez que, a corda da esfera no contato com o cone de entrada é maior do que com o cone de saída. Em contra partida, na configuração da Fig. (2c) a velocidade no cone de saída é maior do que no cone de entrada, representando assim, uma ampliação de velocidade. A Fig. (2b) representa uma relação de transmissão 1:1.

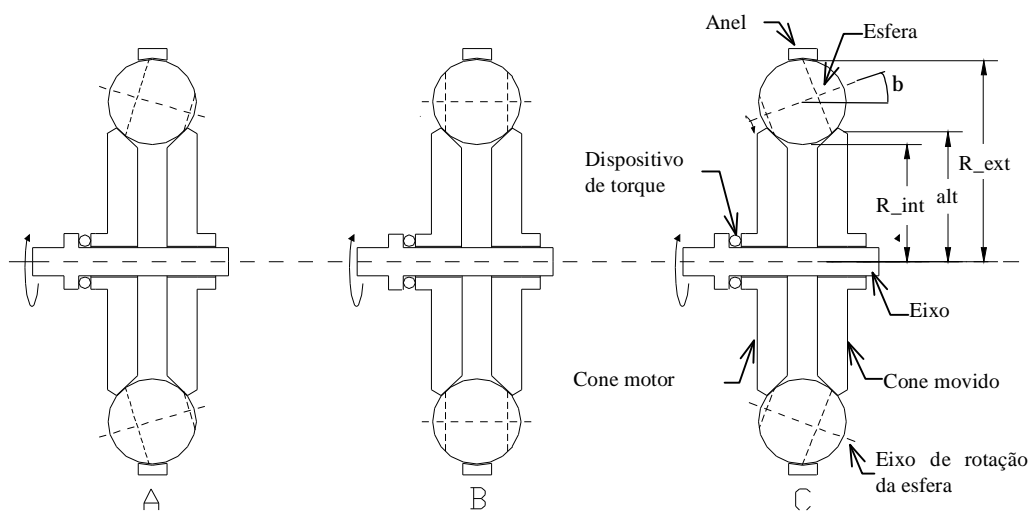


Figura 2 - CVT representado, (A) redução, (B) relação 1:1 e (C) ampliação de movimento.

## 2.2. Variação da Relação de Transmissão Através das Esferas

A Fig. (3a) representa uma esfera da transmissão, sendo C e D pontos de contato da esfera com os cones de entrada e saída respectivamente, Fig.(3b).

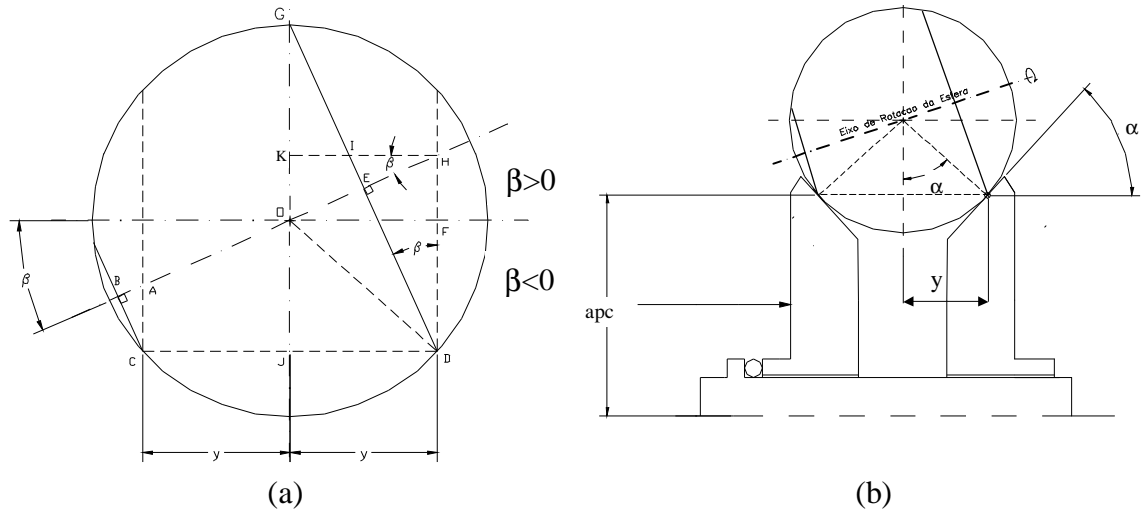


Figura 3 – Relação de transmissão através da inclinação do eixo da esfera

A relação de transmissão  $rt$  é dada por:

$$rt = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} \quad (1)$$

$$\text{sendo: } \begin{cases} \overline{BC} = [\overline{FD} - y \tan(b)] \cos(b) \\ \overline{DE} = [\overline{FD} + y \tan(b)] \cos(b) \end{cases} \quad e \quad \overline{FD} = \sqrt{(\overline{OD})^2 - y^2} = \text{constante} = c1$$

Como  $\overline{OD}$  (raio da esfera) e  $y$  são constantes para uma dada montagem, o valor de  $rt$  é função apenas de  $\beta$ .

$$rt = \frac{c1 - (y \tan(b))}{c1 + (y \tan(b))} \quad (2)$$

Portanto:

$$\begin{aligned} rt > 1 \quad \overline{BC} > \overline{DE} \quad e \quad b < 0 & \text{ redução do movimento} \\ rt = 1 \quad \overline{BC} = \overline{DE} \quad e \quad b = 0 & \text{ entrada = saída} \\ rt < 1 \quad \overline{BC} < \overline{DE} \quad e \quad b > 0 & \text{ ampliação do movimento} \end{aligned}$$

Fazendo o caminho inverso ao da Eq.(2), pode-se encontrar  $b$  em função de  $rt$ ,

$$\tan(b) = \frac{c1 [1 - rt]}{y [rt + 1]} \quad (3)$$

Através da Eq. (2) e Eq. (3) nota-se que a distância  $y$  está diretamente ligada à faixa de variação da relação de transmissão. Para uma faixa de relação de transmissão variando de 1:2 ~ 2:1 (0.5 ~ 2), define-se o fator *overrange* como sendo a divisão dos extremos da faixa da relação de transmissão. Assim sendo, para a faixa de 1:2 ~ 2:1 o *overrange* é 4, ou seja, (2÷0.5). Logo, quanto maior o *overrange*, maior a faixa de trabalho da transmissão.

Analisando um *overrange*=4 temos em um dos extremos da faixa de trabalho que:

$$\overline{DE} = 2 \overline{BC} \rightarrow rt = \overline{DE}/\overline{BC} = 2 \quad (4)$$

substituindo na Eq. (2) temos:

$$c1 + y \tan(b) = 2 (c1 - y \tan(b)) \quad (5)$$

$$-c1 + 3y \tan(b) = 0 \quad (6)$$

lembrando que  $c1 = \sqrt{\overline{OD}^2 - y^2} = \sqrt{r^2 - y^2}$ , sendo  $r$  o raio da esfera

$$3y \tan(b) = \sqrt{r^2 - y^2} \quad (7)$$

$$y = \sqrt{\frac{r^2}{9 \tan(b)^2 + 1}} \quad (8)$$

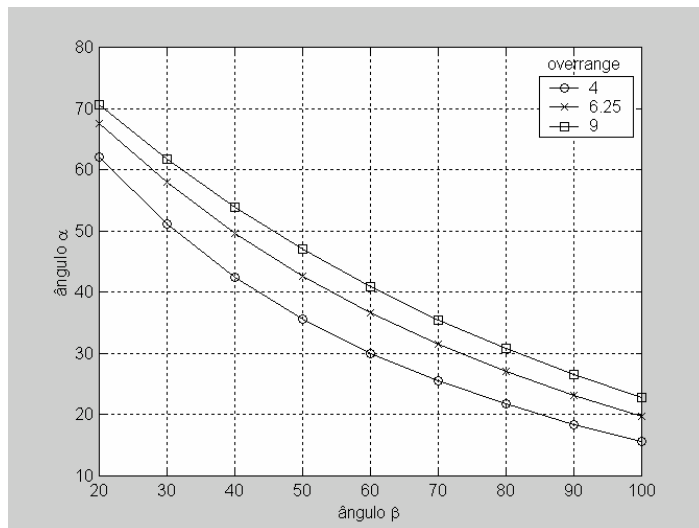
Similarmente pode-se encontrar os valores de  $y$  para *overrange* de 6.25 (1:2,5 ~ 2,5:1):

$$y = \sqrt{\frac{2.25 r^2}{12.25 \tan(b)^2 + 2.25}} \quad (9)$$

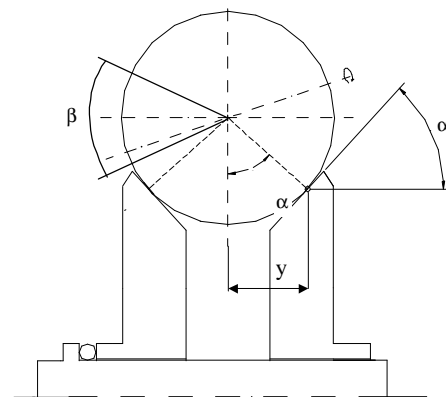
e, para *overrange* de 9 (1:3 ~ 3:1) o valor de  $y$  correspondente será:

$$y = \sqrt{\frac{r^2}{4 \tan(b)^2 + 1}} \quad (10)$$

A Fig. (4) mostra a relação entre o fator *overrange*,  $b$  e  $a$  (inclinação dos cones de entrada e saída – Fig. (4b)). Nesse projeto optou-se por:  $b = 60$  e *overrange* = 4, conseqüentemente, da Fig. (4a)  $a = 30$ . A escolha desses parâmetros afeta muito o tempo de vida da transmissão (Forti 2003).



(a)



(b)

Figura 4 – Relação entre as variáveis  $a$ ,  $b$  e a faixa da relação de transmissão.

### 2.3. Forma Construtiva da TD-CVT Tipo Esfera Cone Proposta

A Fig. (5) esquematiza os elementos principais da TD-CVT projetada.

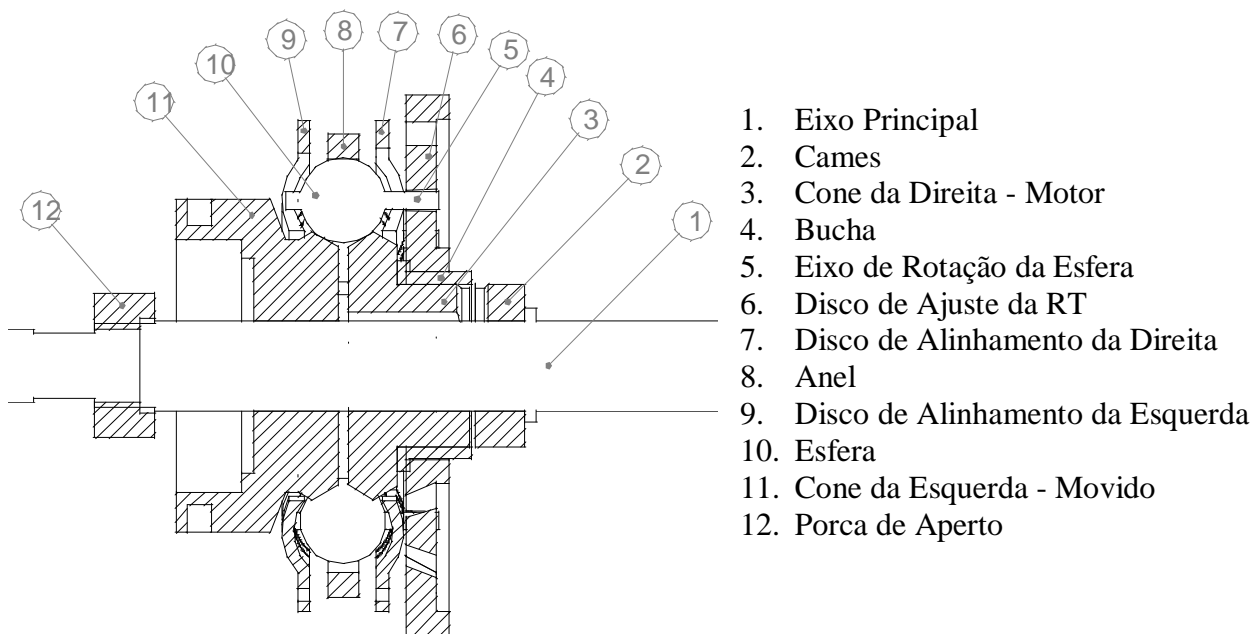


Figura 5 – Detalhe dos elementos da TD-CVT

### 2.4. Bancada de teste

Uma bancada de teste foi construída para aplicar os conceitos desenvolvidos e viabilizar a execução dos trabalhos futuros necessários para a conclusão desse projeto. A Fig. (6) apresenta uma visão geral da bancada construída para o teste da transmissão.

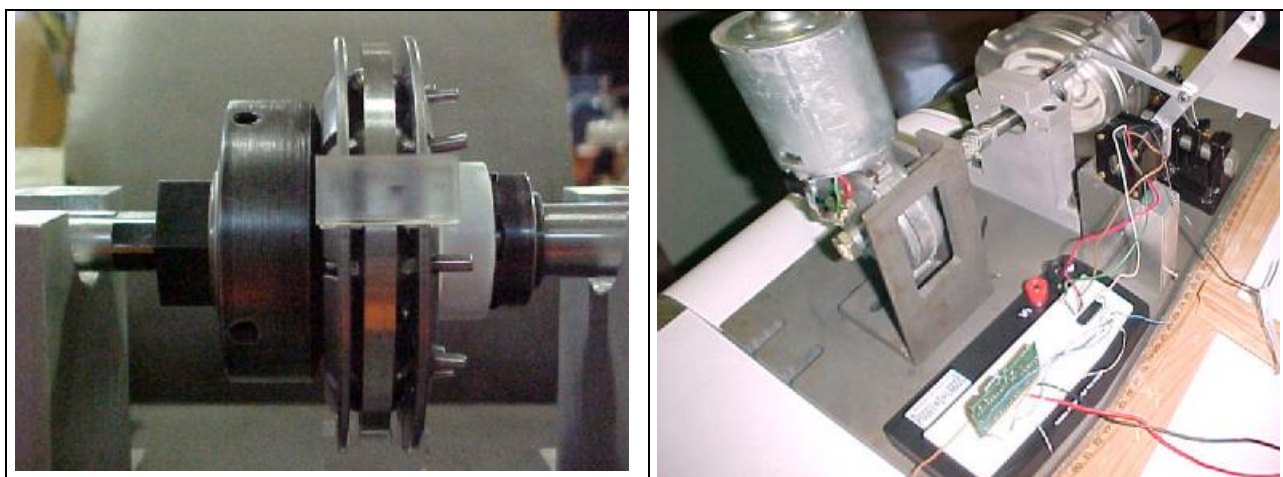


Figura 6 – TD-CVT e bancada de teste

Uma das características impostas a essa TD-CVT era que fosse pequena, compacta e de baixo peso para ser adaptada em uma bicicleta e/ou bicicleta ergométrica. A Tab. (1) apresenta o peso, o material e a quantidade dos principais elementos da transmissão projetada. Maiores detalhes podem ser visto em Forti (2003).

Tabela 1 – Características dos elementos da TD-CVT.

Elemento	Peso (g)	Material	Quantidade
Anel	37.5	aço	1
Bucha	6.0	teflon	1
Carcaça	437.0	acrílico	1
Cone Motor	111.5	aço	1
Cone Movido	308.5	aço	1
Disco de alinhamento	46.0	ferro	2
Disco de ajuste da rt	30.5	polímero (nylon)	1
Eixo	263.5	aço	1
Esfera e seu eixo	12.5	aço	9
Rolamento $\phi$ 12mm	43.5	aço	1
Rolamento $\phi$ 10mm	35.0	aço	1
Rolamento cônico	61.5	aço	1

## 2.5. Aplicação em bicicletas

A Fig. (7) esquematiza um sistema tradicional de transmissão em bicicletas. Nela pode-se ver um par coroa/catraca de comprimentos  $L2$  e  $L3$  fixos, sendo que a razão  $L2/L3$  fornece a relação de transmissão. A maioria das bicicletas possui conjuntos de valores para  $L2$  e  $L3$ .

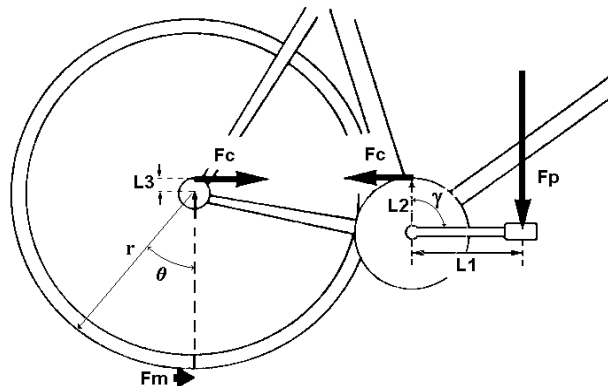


Figura 7 – Forças agindo no sistema propulsor em bicicletas

Nesse trabalho é proposto um “novo” sistema de transmissão para bicicletas, simplesmente acrescentando uma TD-CVT em série com um único par coroa/catraca ( $L2/L3$ ). Assim sendo, a relação  $L2/L3$  funcionará como uma redução secundária e a TD-CVT como a transmissão propriamente dita, Fig. (8). A relação de transmissão total será então, a relação de transmissão da CVT multiplicada pela razão  $L2/L3$ . Forti (1997) estudou a quantidade de energia metabolizada pelo ciclista quando ele percorre diferentes tipos de percurso, fornecendo diferentes valores de potência ao sistema, em função da relação  $L2/L3$ , sendo que, o valor da razão  $L2/L3=0.55$  obteve o melhor desempenho.

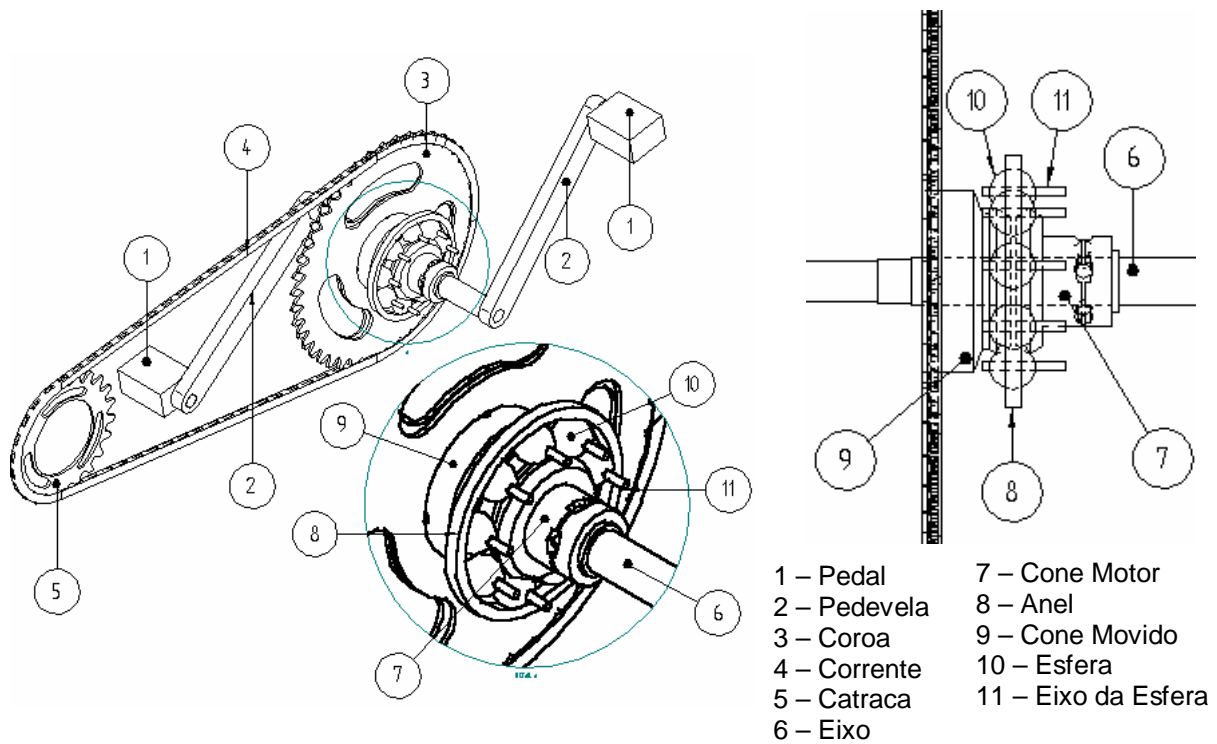


Figura 8 – Aplicação da transmissão desenvolvida

### 3. OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA

Uma das principais causas de perda de potência em TD-CVTs está relacionado com o movimento de spin no contato entre os elementos rolantes.

A quantidade de perda de potência em função do movimento de spin,  $L_s$ , é dada por:

$$L_s = T\omega_s \quad (11)$$

sendo:  $T$  o torque e  $\omega_s$  o movimento de *spin* perpendicular ao contato.

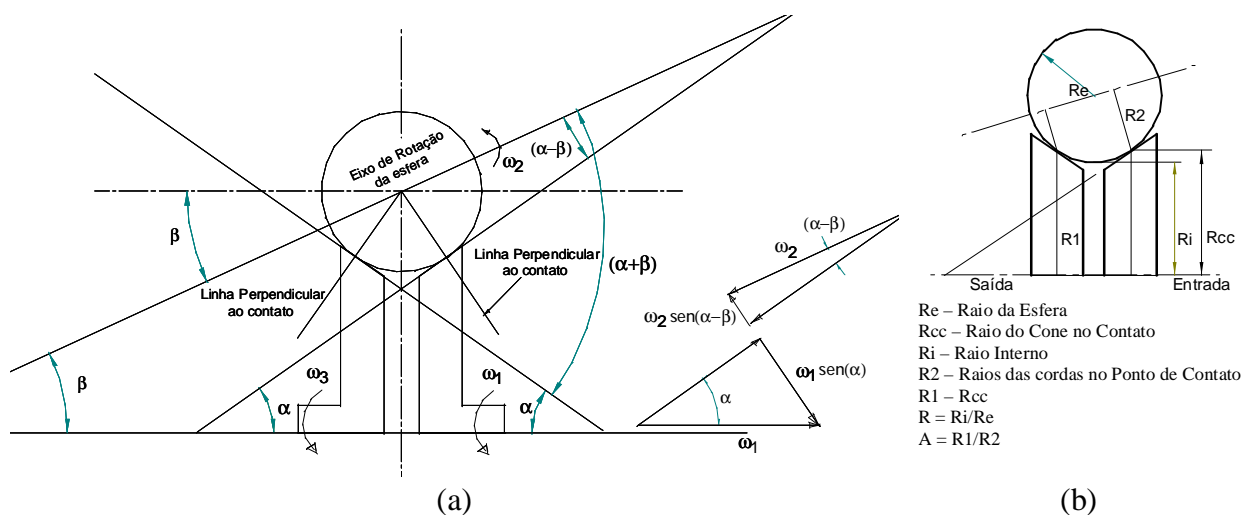


Figura 9 - Geometria do contato de uma TD-CVT esfera cone

A geometria básica de uma TD-CVT esfera-cone é mostrada na Fig. (9). As velocidades angulares dos elementos rolantes 1 e 2 são dadas por  $w_1$  e  $w_2$ . As velocidades angulares

perpendiculares ao plano tangencial no contato são dadas por  $w_1 \sin(a)$  e  $w_2 \sin(a - b)$ , respectivamente nos elementos rolantes 1 e 2, sendo  $a$  o ângulo entre o eixo de rotação e o plano de contato tangencial, e  $b$  o ângulo entre os dois eixos de rotação. O *spin*  $w_s$  é a diferença de velocidade angular relativa perpendicular à área de contato, e é expressa por:

$$w_s = w_1 \sin(a) - (-w_2 \sin(a - b)) = w_1 \sin(a) - w_2 \sin(b - a) \quad (12)$$

Para uma condição de ausência de escorregamento no contato,

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad (13)$$

reescrivendo a Eq. (12) temos:

$$y = \sin(a) - A \sin(b - a) \quad (14)$$

sendo:  $y = \frac{w_s}{w_1}$ ;  $A = \frac{R_1}{R_2} = \frac{w_2}{w_1}$ ;  $R_1$  e  $R_2$  raios de rotação dos elementos rolantes.

Na Eq. (14)  $y$  é a razão entre o movimento de *spin* e a velocidade angular de entrada. Esta razão é usada para descrever as relações cinemáticas entre os dois elementos rolantes (Wernitz 1962).

Adicionalmente,  $A$  é a razão entre as velocidades angulares dos dois elementos rolantes.

Em geral,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $a$ , e  $b$  variam, permitindo assim, mudanças de velocidade angulares dos elementos rolantes e, conseqüentemente,  $y$  também muda. Para o caso de rolamento puro, que é uma condição ideal para perda de potência mínima em transmissões por tração,  $y$  é igual a zero.

Portanto, uma escolha de parâmetros que se aproxime daquela do rolamento puro seria a configuração ótima em termos de perda de potência em TD-CVTs. A Fig. (10) mostra curvas de *spin*, ou seja,  $y(a, b)$  constantes no contato entre o cone de entrada e a esfera para  $A = 0.5$  e  $1.0$ . Os retângulos plotados nas figuras representam os limites de  $a$  e  $b$  especificados anteriormente, ou seja  $-40 \leq b \leq 40$  e  $30 \leq a \leq 70$ .

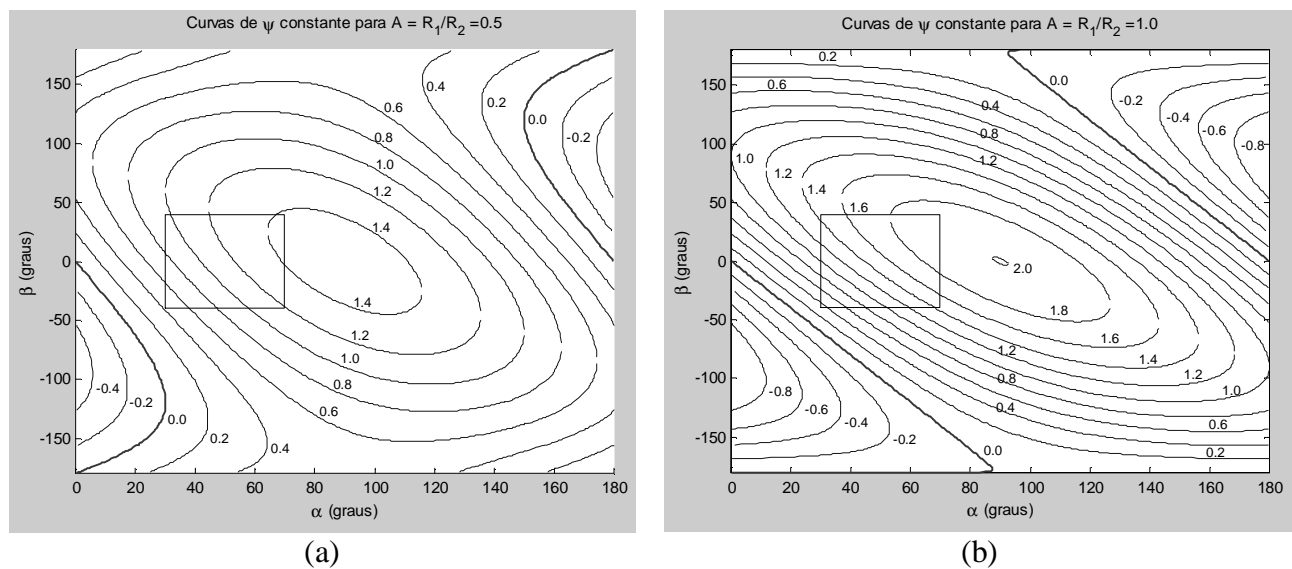


Figura 10 – Curvas de  $\psi$  para  $A = 0.5$  e  $A = 1.0$



Nas TD-CVTs tipo esfera-cone o ângulo do cone  $\alpha$  é constante para uma dada configuração. Por esse motivo, serão apresentadas curvas de  $\psi(A, b)$  constante para determinados valores do ângulo  $\alpha$ . Na Fig. (11) são plotadas curvas para  $\alpha=50^\circ$  e  $\alpha=30^\circ$ . Comparando-as nota-se que as curvas de  $\psi$  nessas figuras convergem para  $-50^\circ$  e  $-30^\circ$  respectivamente quando  $A$  tende a  $+\infty$  e  $-\infty$ . As curvas tracejadas representam valores de *spin* negativos, enquanto que as linhas cheias, valores positivos. As curvas vão de  $-0.8$  a  $4.0$ . Convém ressaltar que  $A < 0$  não tem sentido físico, uma vez que,  $A$  é o quociente entre dois valores de comprimento.

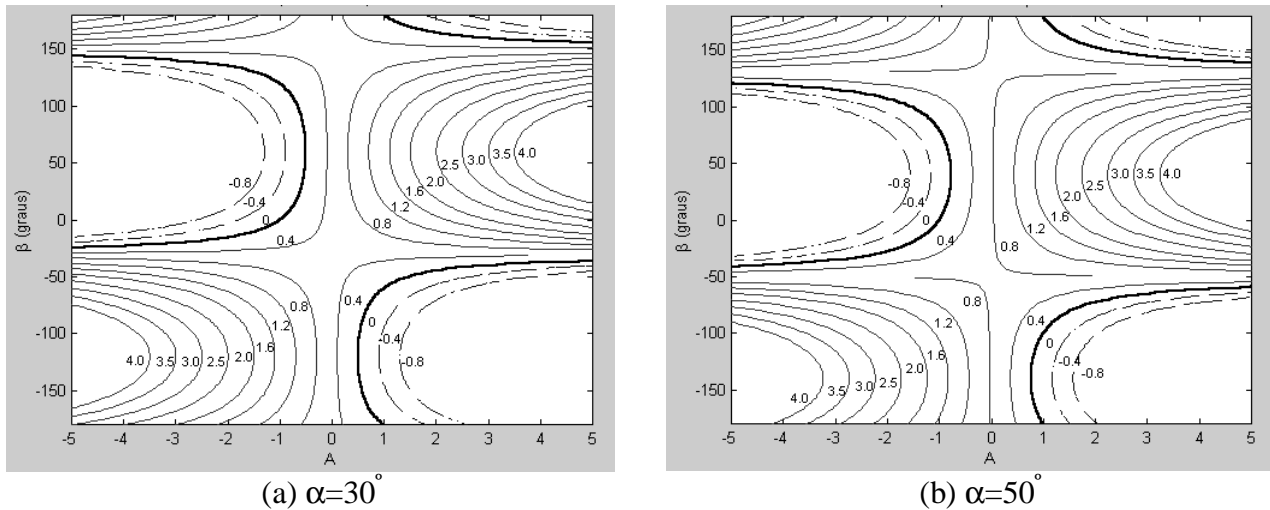


Figura 11 – Curvas de  $\psi$  constante

A Fig. (12) representa as curvas correspondentes a  $\alpha=30^\circ$ ,  $A > 0$  e  $-40 \leq b \leq 40$ . Além disso, foram adicionadas curvas correspondentes ao tamanho da transmissão, ou seja, o parâmetro  $R$  ( $R=R_i/R_e$  - ver Fig. (9b)). A Fig. (12a) diferencia-se da Fig. (12b) pela faixa de trabalho da relação de transmissão. Assim sendo, a Fig. (12a) representa a faixa de trabalho 1:2~2:1, e a Fig. (12b) uma faixa de trabalho 1:3~3:1.

A medida que  $R$  aumenta,  $A$  também aumenta para um mesmo valor de  $b$ , uma vez que o raio da esfera é mantido constante. Assim sendo, fica claro que quanto menor  $R$ , menor a perda de potência em função do *spin*. Contudo, isso traz vários problemas construtivos, uma vez que  $R_i/R_e$  (Raio interno/Raio da esfera) é proporcional a  $R_1/R_2$ . No protótipo construído optou-se por  $R=2.85$  (20.40/7.14). Com relação à faixa de trabalho da CVT, quanto mais estreita a faixa, menor será a perda de eficiência devido ao movimento do *spin*. Isso, deve-se ao fato da menor variação de  $R_2$ .

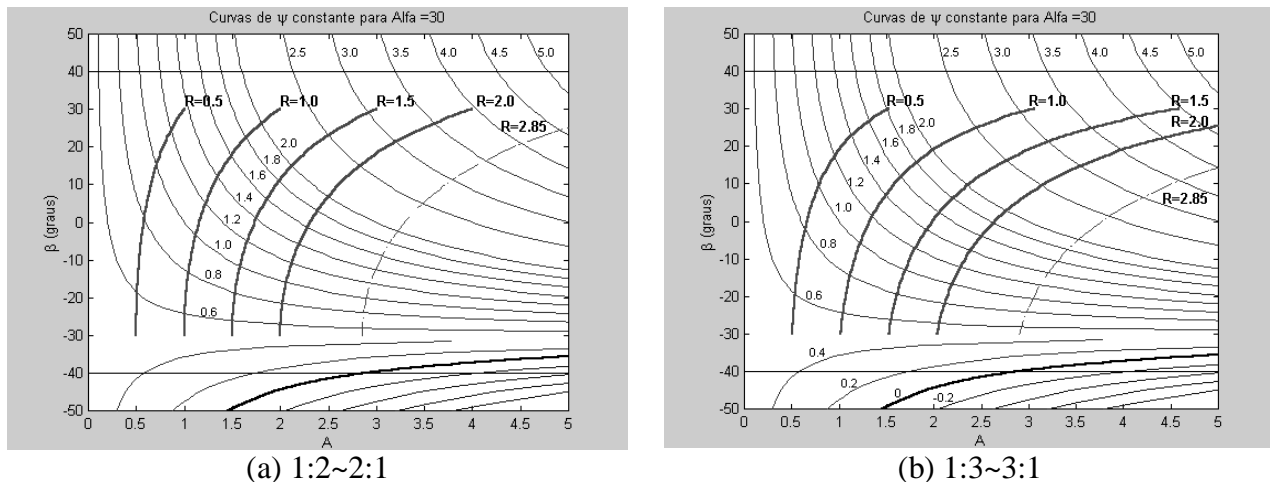


Figura 12 – Curvas de  $\psi$  e  $R$  para  $\alpha=30^\circ$  em função da faixa de relação de transmissão

## 7. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

O movimento de spin é uma das principais causas de perda de potência em TD-CVTs e está presente, inevitavelmente, em todos os tipos de TD-CVTs. Assim, o spin deve ser mantido tão pequeno quanto possível para que a transmissão tenha boa performance. Nesse trabalho nota-se que uma boa escolha dos parâmetros geométricos pode diminuir o movimento de spin nos contatos significativamente.

## 8. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES e a FAPESP pelo auxílio recebido.

## 9. REFERÊNCIAS

- Dedini, F. G., 1986, “Projeto e otimização de uma transmissão planetária por rolos de tração”, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 150p. Dissertação de Mestrado.
- Forti, A. W., 1997, “Projeto e otimização de uma transmissão continuamente variável (CVT) para bicicletas”. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 119p. Tese (Mestrado).
- Forti, A. W., 2003, “Estudo teórico experimental de parâmetros de projeto de uma transmissão continuamente variável por tração tipo esfera cone”, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 203p. Tese de Doutorado.
- Heilich, F. W., Shube, 1983, E. E. Traction drives - selection and application. Pleassey Dynamics Corporation, Hillside, New Jersey.
- Wernitz, W., 1962, “Friction at hertzian with combined roll and twist”, Rolling Contact Phenomena, J. B. Bidwell, ed., Elsevier, Amsterdam.

## 10. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído nesse trabalho

## A TRACTION DRIVE CONTINUOUSLY VARIABLE TRANSMISSION TYPE BALL VARIATOR FOR HUMAN POWERED VEHICLES.

**Antonio Wagner Forti**

DPM/FEM/UNICAMP – Caixa Postal 6051, 13083-970, Campinas, S.P.

[awforti@fem.unicamp.br](mailto:awforti@fem.unicamp.br)

**Franco Giuseppe Dedini**

DPM/FEM/UNICAMP – Caixa Postal 6051, 13083-970, Campinas, S.P.

[dedini@fem.unicamp.br](mailto:dedini@fem.unicamp.br)

**Abstract.** *The goal of this work is to present the prototype of a traction drive continuously variable transmission for low power and torque systems, particularly bicycles. During the development of the prototype some subjects have been analyzed and this work shows a particular one, in other words, the geometric optimization as function of spin minimization in the rolling contact, since the spin is one of the most important cause of power losses in traction drives.*

**Keywords.** CVT, TD-CVT, transmissions, spin.