

# MODIFICAÇÕES SUGERIDAS NO TRAÇADO MANUAL DOS DIAGRAMAS DE BODE E SEU USO COMO TÉCNICA DE ENSINO DO MÉTODO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA PARA ENGENHEIROS MECÂNICOS

**Prof. Dr. Luís Carlos Passarini**

Escola de Engenharia de São Carlos - USP

Depto. de Eng. de Materiais, Aeronáutica e Automobilística

Avenida do Trabalhador São Carlense, 400

CEP 13566-590 - São Carlos SP

luca@sc.usp.br

**Resumo:** *Os métodos de análise e projeto de sistemas de controle (SC) pela resposta em frequência (RF) são populares porque são extremamente efetivos para sistemas que são estáveis em malha aberta e principalmente porque, em geral, resultam em bons resultados em face das incertezas no modelo da planta e a informação experimental pode ser facilmente usada para fins de projeto.*

*Para Franklin et al. (1994) o método manual das assíntotas ainda é uma ferramenta indispensável.*

*Para a Engenharia de Controle é importante a capacidade do engenheiro de traçar a RF a mão por diversas razões; entre elas, checar os resultados de computador para casos mais complicados; usar as aproximações para rapidamente esboçar a RF e deduzir a estabilidade, bem como determinar a forma das compensações dinâmicas necessárias e; finalmente, o traçado à mão é útil na interpretação de RFs que foram geradas a partir de dados experimentais.*

*Os objetivos deste artigo são: apresentar uma breve revisão da técnica de obtenção da RF por meio de assíntotas e propor algumas modificações para o traçado das assíntotas de termos de segunda ordem que tornarão o resultado relativamente mais acurado em relação à maneira tradicionalmente adotada pela literatura, podendo até dispensar as tradicionais correções nos gráficos na maioria dos casos.*

**Palavras Chaves:** *diagramas de Bode, resposta em frequência, método das assíntotas.*

## 1. INTRODUÇÃO

Os métodos de análise e projeto de sistemas de controle pela resposta em frequência (RF) formam uma das bases da teoria do controle convencional. Castrucci-Batista (1980) afirmam que a importância do método da RF reside nos seguintes fatores: *a)* existem sistemas cuja especificação só é mais prática em termos da transmissão de sinais senoidais; *b)* a medida da RF de sistemas ou de componentes é relativamente simples; e a partir dessa resposta medida é possível identificar sua própria função transferência (FT); *c)* da RF, é possível calcular graficamente a resposta a um impulso, bem como outros transitórios que sejam importantes; *d)* existe uma extensão do critério de estabilidade de Nyquist (CEN), que é baseado na RF, para tratar de alguns sistemas não-lineares, dos sistemas com atraso puro e dos sistemas multivariáveis.

Franklin et. al. (1994) explicam que o projeto pela RF é popular principalmente porque produz bons resultados em face das incertezas no modelo da planta. Outra vantagem do uso da RF é a facilidade com que a informação experimental pode ser usada para fins de projeto. Medições relativamente grosseiras das amplitude e defasagem (ou fase) da resposta de uma planta submetida a uma excitação senoidal são suficientes para projetar um controlador realimentado adequado. Além disso, não é necessário nenhum processamento intermediário dos dados (como determinação de pólos e

zeros ou das matrizes do sistema) para se chegar ao modelo matemático do sistema. Hoje a grande disponibilidade de computadores tem feito esta vantagem menos significativa que há alguns anos atrás; entretanto, para sistemas relativamente simples, a RF ainda é, freqüentemente, um método de projeto de baixa relação custo/benefício. O método também é extremamente efetivo para sistemas que são estáveis em malha aberta. Assim, com o Método do Lugar das Raízes, os métodos da RF contituem os procedimentos básicos para prever e corrigir o comportamento e o desempenho de um sistema sem a necessidade da obtenção da solução de sua equação diferencial característica conhecida também por equação dinâmica (D'Azzo-Houpis, 1984).

Os pacotes de programas computacionais conhecidos por CACSD (*computer aided control system design* = projeto de sistemas de controle assistido por computador) têm tornado a análise e o projeto de sistemas de controle bem mais fáceis porque incluem rotinas de cálculo numérico baseadas nesses métodos, mas nem por isso dispensam uma forte formação teórica do engenheiro, pois essa garante o discernimento necessário na interpretação dos resultados e soluções de sucesso. Tem-se observado que embora a obtenção da RF seja mais imediata com o uso desses programas, o método manual das assíntotas ainda é uma ferramenta indispensável tanto para a verificação dos resultados quanto para a reconstrução da FT a partir da RF experimental.

Para Franklin et al. (1994) é importante para a Engenharia de Controle a capacidade do engenheiro de traçar a RF à mão por diversas razões. Esta habilidade não apenas permite ao engenheiro lidar com problemas simples sem muitas ferramentas, mas também checar os resultados do computador para casos mais complicados. Frequentemente as aproximações podem ser usadas para esboçar rapidamente a RF e deduzir daí a estabilidade, bem como determinar a forma das compensações dinâmicas necessárias para melhorar o desempenho do sistema. Finalmente, o traçado à mão é útil na interpretação dos dados da RF que foram gerados experimentalmente.

Os objetivos deste artigo são apresentar uma breve revisão da técnica de obtenção da RF por meio de assíntotas e propor algumas modificações para o traçado das assíntotas de termos de segunda ordem que tornará o resultado relativamente mais acurado em relação à maneira tradicionalmente adotada pela literatura, podendo, na maioria dos casos, até dispensar as tradicionais correções nos gráficos.

## 2. MÉTODOS DE OBTENÇÃO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Franklin et. al (1994) explicam que representar a RF é um problema que tem sido estudado há muito tempo. A técnica mais conveniente para este propósito foi desenvolvida por H. W. Bode nos Laboratórios Bell entre 1932 e 1942. Esta técnica permite traçar a RF à mão o que é rápido e ainda suficientemente acurado para projetar sistemas de controle. A maioria dos projetistas hoje tem acesso a pacotes CACSD o que diminui a necessidade do traçado à mão; entretanto, ainda assim é importante desenvolver boa intuição para que se possa identificar resultados equivocados do computador, e para isso é necessária a capacidade de checar os resultados confrontando-os com os obtidos à mão.

Aidéia no *Método de Bode* é traçar as curvas de magnitude usando uma escala logarítmica e as curvas de fase usando uma escala linear. Os gráficos resultantes formam os assim chamados *Diagramas de Bode* (DB). Neste artigo, ao se referir à RF, será sempre à RF na forma de Bode. Os engenheiros dos Laboratórios Bell definiram a unidade de ganho de potência da curva de magnitude como um *bel* em homenagem a Alexander Graham Bell, o fundador da companhia. Entretanto, esta unidade mostrou-se ser muito grande, e em consequência disso o *decibel* ( $1 \text{ dB} = 1/10 \text{ de bel}$ ) acabou sendo adotado por ser uma unidade mais apropriada. É muito comum nos meios de comunicações medir-se o ganho de potência de um dispositivo em decibéis:

$$|G|_{dB} = 10 \log \frac{P_o}{P_i} \quad (1)$$

em que:  $P_o$  = potência de saída;  
 $P_i$  = potência de entrada.

Uma vez que a potência é proporcional ao quadrado da tensão  $U$ , seu ganho também pode ser expresso por:

$$|G|_{dB} = 20 \log \frac{U_o}{U_i} \quad (2)$$

Segundo Franklin et al. (1994), as principais vantagens de se trabalhar com a RF representada em termos de DB são as seguintes: *a)* os DB de sistemas em cascata são simplesmente somados, o que é muito mais conveniente; *b)* a importante relação fase-ganho é dada em termos de logaritmos de fase e ganho; *c)* uma faixa mais ampla do comportamento do sistema - de baixa até alta frequência - pode ser representada num único diagrama; *d)* os DB podem ser determinados experimentalmente; *e)* o projeto do compensador dinâmico pode se baseado totalmente nos DB.

Existem outras maneiras de obter e representar a RF, entretanto o Método de Bode é utilizado praticamente em toda a parte devido também à facilidade de comunicação e obtenção dos DB.

Os DB são construídos na forma de dois gráficos:  $|G(\omega)|$  (dB) x  $\log \omega$  e  $\angle G(\omega)$  (°) x  $\log \omega$ . A frequência  $\omega$  é sempre posta em escala logarítmica dividida em intervalos chamados *décadas*. Segundo Distefano III et al. (1975), as escalas logarítmicas são usadas para os DB, porque simplificam consideravelmente a sua construção, manipulação e interpretação.

Ao se trabalhar com RF é conveniente substituir  $s$  por  $j\omega$  e expressar a função transferência  $G(s)$  na forma de Bode dada pela equação (3) abaixo:

$$G(j\omega) = \frac{K_b (j\omega \tau_{z1} + 1) \cdots}{(j\omega)^N (j\omega \tau_{p1} + 1) \cdots} \quad (3)$$

sendo  $K_b$  conhecido como *ganho de Bode*.

Afacilidade de se obter e trabalhar com os DB se deve ao fato de que qualquer FT pode ser dividida e estudada em termos de elementos básicos mais simples, cujas RFs são previamente bem conhecidas. Praticamente todas as FT dos sistemas lineares e invariantes no tempo são compostas de termos do tipo:

I.  $K_b$  - termos fixos;

II.  $(j\omega)^N$  - termos integrativos;

III.  $(\tau \cdot j\omega + 1)^{\pm 1}$  - termos de 1ª. ordem;

IV.  $\frac{(j\omega)^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta(j\omega)}{\omega_n} + 1$  - termos de 2ª. ordem;

V.  $e^{-\tau_d j\omega}$  - elemento tempo morto.

Este artigo terá voltada sua atenção aos termos (III) e (IV). O termo (III) será usado para ilustrar um método muito prático de construção dos DB à mão conhecido como *método das assíntotas*. Antes disso, é importante ressaltar que a RF pelo Método de Bode pode ser obtida de três maneiras:

## 2.1 O Método Experimental

O método experimental consiste em fazer um ensaio onde se excita dinamicamente o sistema em estudo com sinais senoidais de frequência variável e analisa-se sua resposta em regime permanente em termos de defasagem e ganho de potência em relação a cada sinal excitante. Para cada frequência ensaiada, calcula-se a defasagem (ou fase) e ganho de potência e monta-se uma tabela de pontos. A RF é obtida construindo-se os gráficos  $|G(\omega)|$  (dB) x  $\log \omega$  e  $\angle G(\omega)$  (°) x  $\log \omega$  a partir da tabela de pontos construída.

## 2.2 O Método Teórico Direto

O método direto produz, a partir da FT do sistema, a RF teórica exata. Em geral, a RF completa é feita somando-se uma a uma as contribuições de magnitude e fase de cada termo da FT. A partir das últimas três décadas este método se popularizou. Vários pacotes de programas CACSD possuem rotinas para o cálculo e traçado da RF (Ogata, 1994; Kuo-Hanselman, 1995), entretanto, às vezes essas rotinas numéricas

podem produzir algum tipo de erro e nem sempre o resultado é fisicamente coerente e confiável. Outra desvantagem do método é a necessidade de ter que fazer diversos cálculos e quando não se dispõe de recursos computacionais, a tarefa pode se tornar bastante trabalhosa, dependendo do sistema.

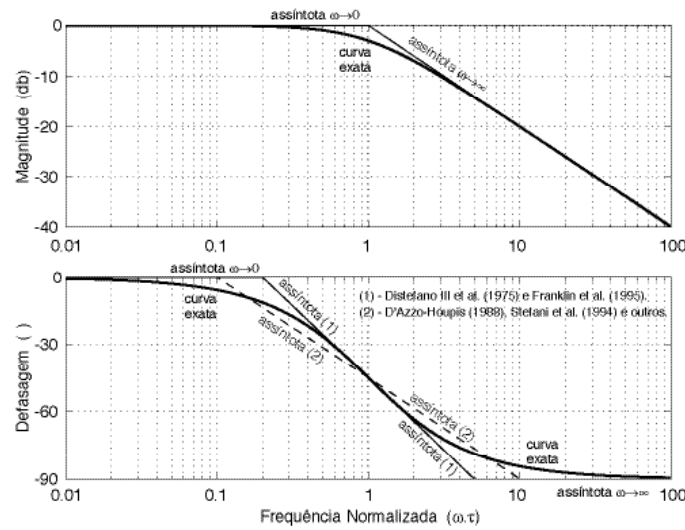


Figura 1 - RF de um termo de 1ª. ordem do tipo  $(\tau s + 1)^{-1}$

### 2.3 O Método Teórico das Assíntotas

O método das assíntotas surgiu logo na elaboração do Método de Bode. A proposta original desse método é obter uma construção aproximada da RF e corrigi-la parcial ou totalmente com o uso de tabelas ou gráficos de correções. A principal vantagem desse método é a praticidade. Uma outra característica importante do método das assíntotas é que ele está intimamente relacionado com o conceito de tipo do sistema. De fato, o tipo de sistema determina a inclinação do gráfico assintótico da magnitude nas baixas frequências, sendo até possível calcular os coeficientes de erro a partir das assíntotas do gráfico de magnitude (Ogata, 1993). Para ilustrar o método teórico das assíntotas será usado o termo do tipo  $(\tau s + 1)^{-1}$ . A Fig. 1 ilustra a RF típica para esse termo.

Para pequenos valores de  $\omega$  a curva de magnitude para este termo pode ser aproximada por uma assíntota uma vez que:

$$|G(j\omega)|_{dB} \Big|_{\omega \rightarrow 0} = \lim_{\omega \rightarrow 0} -20 \log \left( \sqrt{(\omega \tau)^2 + 1} \right) = -20 \log(1) = 0 \text{ dB} \quad (4)$$

Analogamente para grandes valores de  $\omega$  encontra-se uma outra assíntota pois

$$|G(j\omega)|_{dB} \Big|_{\omega \rightarrow \infty} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} -20 \log \left( \sqrt{(\omega \tau)^2 + 1} \right) = -20 \log \left( \sqrt{(\omega \tau)^2} \right) = -20 \log(\omega \tau) \quad (5)$$

essa assíntota modifica o ganho de 20dB/década de frequência (vide Fig. 1).

Kuo (1985) diz que para obter uma boa aproximação da curva exata esboça-se uma curva suave unindo-se o ponto -3dB na frequência de corte  $\omega_c$  aos pontos -1db em uma oitava acima ( $2\omega_c$ ) e uma oitava abaixo dessa frequência ( $\omega_c/2$ ). D'Azzo-Houpis (1988) e Ogata (1993) definem frequência de corte  $\omega_c$  como a frequência onde as assíntotas do gráfico de magnitude se interceptam. No caso,  $\omega_c = 1/\tau$ . (Fig. 1)

A curva de fase do termo  $(\tau s + 1)^{-1}$  também pode ser aproximada por três assíntotas:

i) para pequenos valores de  $\omega$ :

$$\angle G(j\omega) \Big|_{\omega \rightarrow 0^+} = \lim_{\omega \rightarrow 0^+} -\tan^{-1}(\omega \tau) = 0^\circ \quad (6)$$

ii) para grandes valores de  $\omega$  :

$$G(j\omega)\Big|_{\omega \rightarrow \infty} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} -tg^{-1}(\omega \tau) = -90^\circ \quad (7)$$

iii) a terceira assíntota é construída sobre o ponto onde  $\omega \tau = 1$ . Nesse ponto  $G(j\omega) = -45^\circ$ . Distefano III et al. (1975) e Franklin et al. (1994) propõem construir uma assíntota tangente ao ponto onde  $\omega \tau = 1$ , indo de  $0^\circ$  em  $\omega \tau = 0,2$  até  $-90^\circ$  em  $\omega \tau = 5$ . Essas relações são aproximações pois a reta tangente a  $tg^{-1}(\omega \tau)$  em  $\omega \tau = 1$  (vide Apêndice I) passa de fato pelo  $0^\circ$  em  $\omega \tau = 0,2079$  e por  $-90^\circ$  em  $\omega \tau = 4,78$ . Esta proposta é bastante razoável pois o erro máximo decorrente é pouco mais de  $11^\circ$  nos pontos de interseção das assíntotas (vide Fig. 1). Por outro lado, vários outros autores como D'Azzo-Houpis (1988), Stefani et al. (1994), Nise (1995), Dorf-Bishop (1995) e Phillips-Harbor (1996) preferem construir essa assíntota passando por  $0^\circ$  em  $\omega \tau = 0,1$  e por  $-90^\circ$  em  $\omega \tau = 10$ . O argumento deles é que o erro é melhor distribuído, atingindo no máximo cerca de  $6^\circ$  e o gráfico fica mais preciso (vide Fig. 1).

### 3. MELHORANDO O MÉTODO DAS ASSÍNTOTAS PARA TERMOS DE 2ª. ORDEM

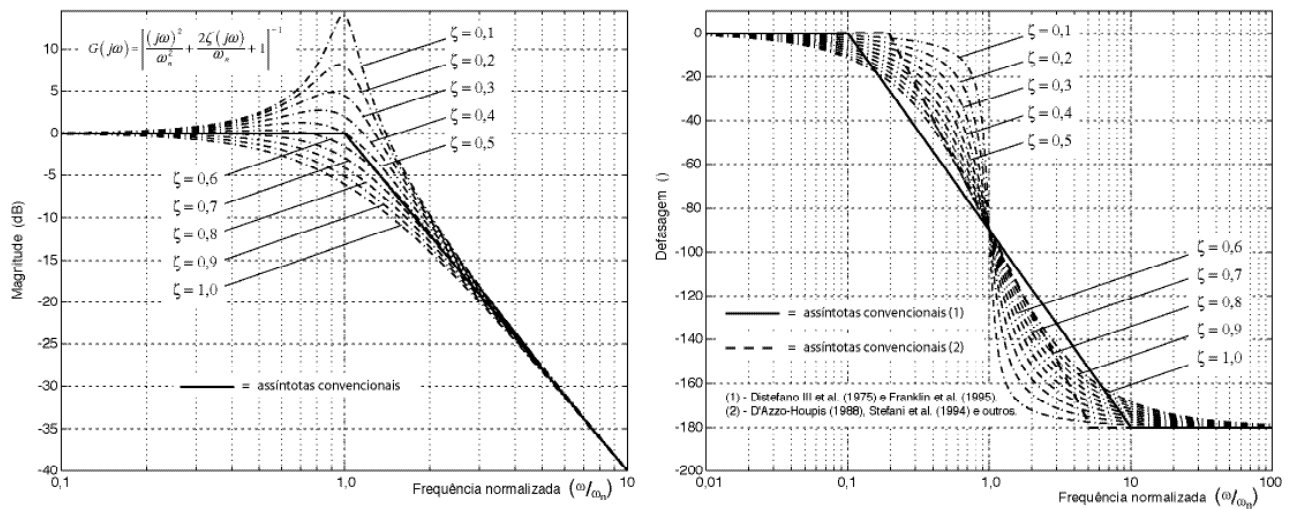


Figura 2 - RF de um termo de 2ª. ordem em função de  $\omega/\omega_n$  e  $\zeta$ .

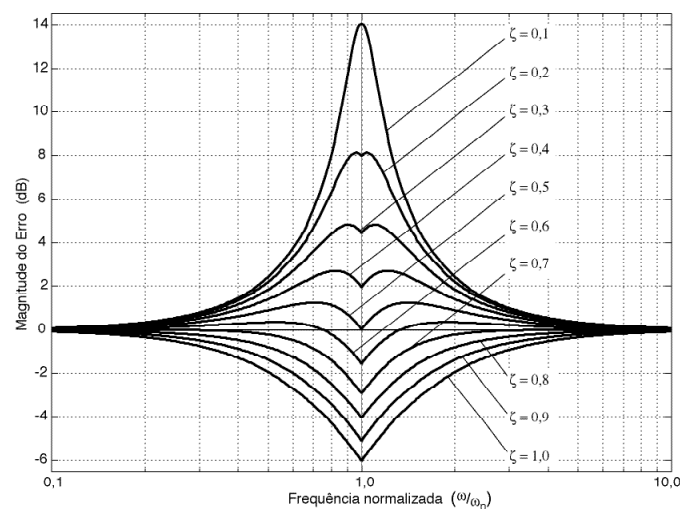


Figura 3 - Magnitude do erro da aproximação assintótica convencional para vários valores de  $\zeta$ .

Um termo de 1ª. ordem tem suas características dinâmicas dependentes apenas de sua constante de tempo  $\tau$ . Assim, sua RF assintótica é definida apenas em função dela. Tradicionalmente a literatura têm atribuído esta mesma característica paramétrica aos termos de 2ª. ordem relacionando sua RF assintóti-

ca apenas em função do parâmetro  $\zeta$ . É por causa disso que a RF para termos de 2ª. ordem também tem sido aproximada por duas assíntotas para o gráfico da magnitude e por três assíntotas para o gráfico de fase (vide Fig. 2).

Contudo, um termo de 2ª. ordem como o mostrado na Eq. (9) possui um outro parâmetro característico:  $\zeta$ . É este o motivo de ser significativa a diferença entre os gráficos assintóticos e os exatos para alguns valores de  $\zeta$ , como se pode ver nas Figs. 2 e 3.

$$G(j\omega) = \frac{(j\omega)^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta(j\omega)}{\omega_n} + 1 \quad (9)$$

### 3.1 Curva da magnitude (dB)

Geralmente as duas assíntotas da magnitude para termos de 2ª. ordem são definidas em função da frequência natural  $\omega_n$ : 0 dB para pequenos valores de  $\omega/\omega_n$  e  $40 \cdot \log(\omega/\omega_n)$  dB para grandes valores de  $\omega/\omega_n$ . Essa última assíntota modifica o ganho de 40dB/década de frequência a partir da frequência de corte em  $\omega = \omega_n$  (vide Fig. 2). Para minimizar os erros dessa aproximação relativamente mais grosseira em relação àquela usada para o termo de 1ª. ordem, fazem-se correções nos DB de 2ª. ordem baseadas em tabelas ou gráficos como o da Fig. 3 (Nise, 1995).

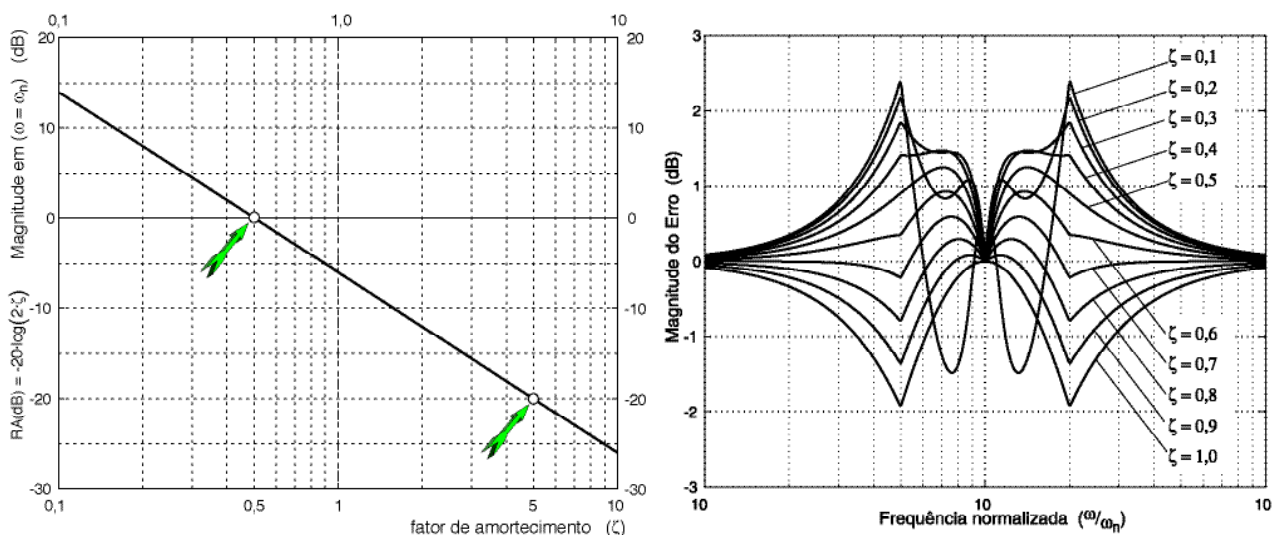


Figura 4 - Direita: Valor da RF de um termo de 2ª. ordem em  $\omega/\omega_n = 1$  em função de  $\zeta$ .  
Esquerda: Magnitude do erro em função de  $\omega/\omega_n$  para vários valores de  $\zeta$  quando usadas as 4 assíntotas para o gráfico da magnitude.

A correção dos diagramas de Bode melhora bastante a acuracidade mas é relativamente pouco produtiva, principalmente em salas de aula. O principal problema envolvendo os termos de 2ª. ordem é que, infelizmente, se as curvas assintóticas ficarem sem correção o resultado poderá ser grosseiro e com as correções a praticidade do método é anulada porque corrigir consome tempo.

Todavia, podemos fazer duas importantes constatações :

- 1- Do cálculo da magnitude exata em  $\omega/\omega_n = 1$ ,  $|G(j\omega_n)|(-) = 1/2$  ou  $|G(j\omega_n)|(dB) = -20\log(2)$ . A Fig. 4 à direita mostra um gráfico de  $|G(j\omega_n)|(-)$  (dB) que pode ser facilmente construído durante o traçado do DB num papel *mono-log*.
- 2 - Com o auxílio das Figs. 2 e 3 observa-se que a partir de  $\omega/\omega_n < 0,5$  (uma oitava abaixo de  $\omega/\omega_n = 1$ ) e  $\omega/\omega_n > 2$  (uma oitava acima), independentemente do valor de  $\zeta$ , há relativamente pouca diferença nos valores da magnitude exata em relação às assíntotas (a diferença é sempre menor que 3 dB).

### 3.2 Proposta para a curva da magnitude (dB)

Usando-se essas duas observações anteriores, é possível melhorar significativamente o gráfico assintótico da magnitude de termos de 2ª. ordem. As assíntotas tradicionais continuam válidas para  $\omega/\omega_n$  fora do intervalo  $[0,5, 2]$ . Dentro desse intervalo, deve-se encontrar a magnitude para  $\omega/\omega_n = 1$  usando-se  $|G(j\omega_n)|$  (dB) =  $-20\log(2)$  ou o gráfico da Fig. 4 (à direita) e completar a construção gráfica com mais duas outras assíntotas em  $[0,5, 1]$  e  $[1, 2]$ . O erro na magnitude de tal aproximação é sempre menor de 3db para  $0,1 < \omega/\omega_n < 1$  conforme pode-se notar na Fig. 4 (à esquerda).

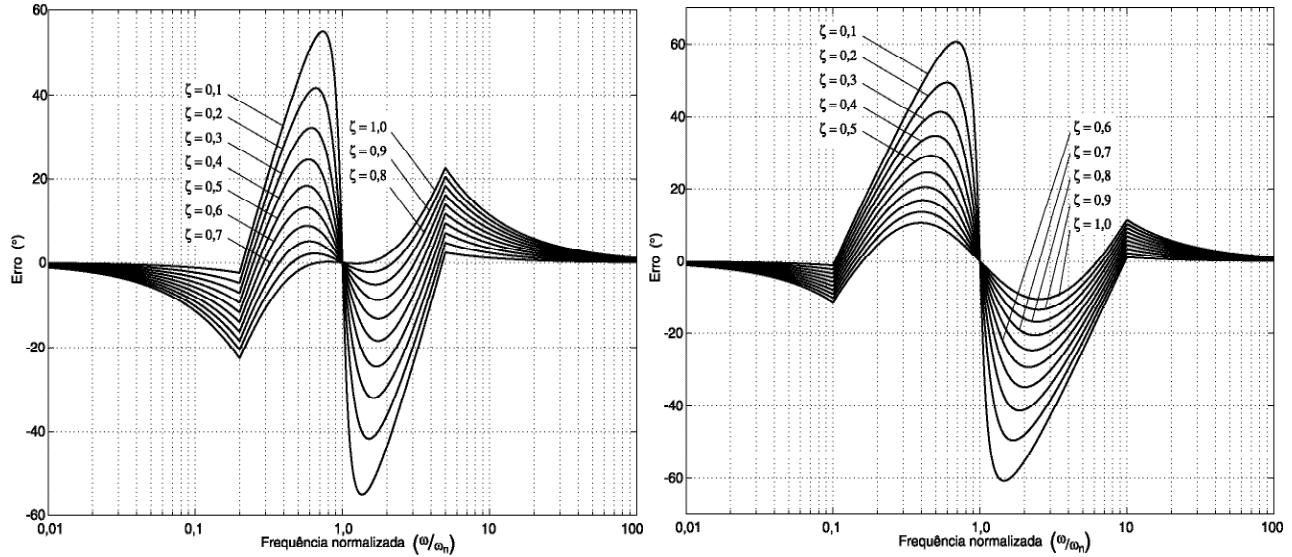


Figura 5 - Erro na fase de um termo de 2ª. ordem para vários valores de  $\zeta$  quando usadas as assíntotas convencionais. Direita: por Distefano III et al. (1975) e Franklin et al. (1994). Esquerda: por Stefani et al. (1994), Nise (1995), e Phillips-Harbor (1996)

### 3.3 Curva da fase (°)

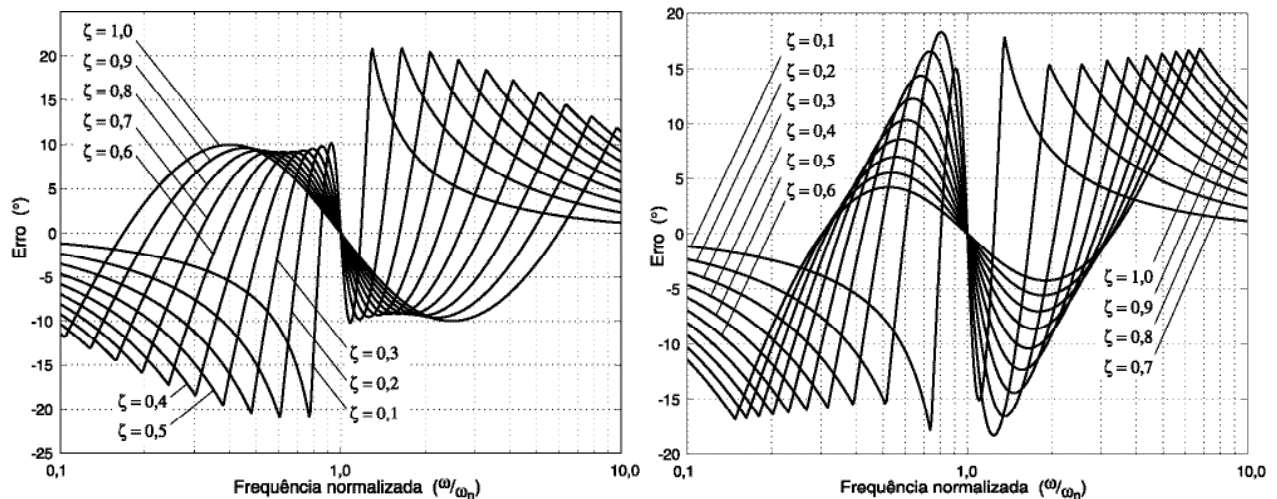


Figura 6 - Erro na fase de um termo de 2ª. ordem para vários valores de  $\zeta$ . Direita: quando usada a 3ª. assíntota tangente a  $\omega/\omega_n = 1$ . Esquerda: Erro na fase de um termo de 2ª. ordem para vários valores de  $\zeta$  quando usada a 3ª. assíntota passando por  $-180^\circ$  em  $\omega/\omega_n = 6 \cdot \zeta + 0,72$  e por  $-90^\circ$  em  $\omega/\omega_n = 1$ .

Normalmente na literatura a curva da fase do termo de 2ª. ordem tem sido aproximada por três assíntotas (Fig. 2):

- i) para pequenos valores de  $\omega/\omega_n$  :  $G(j\omega) = 0^\circ$ .
- ii) para grandes valores de  $\omega/\omega_n$  :  $G(j\omega) = -180^\circ$ .
- iii) a terceira assíntota é construída sobre o ponto onde  $\omega/\omega_n = 1$ , já que nesse ponto  $G(j\omega_n) = -90^\circ$ . Distefano III et al. (1975) e Franklin et al. (1994) propõem construir uma assíntota tangente ao ponto onde  $\omega/\omega_n = 1$ , indo de  $0^\circ$  em  $\omega/\omega_n = 0,2$  até  $-180^\circ$  em  $\omega/\omega_n = 5$ . Outros autores como Stefani et al. (1994), Nise (1995), e Phillips-Harbor (1996) preferem construir essa assíntota passando  $0^\circ$  em  $\omega/\omega_n = 0,1$  e por  $-180^\circ$  em  $\omega/\omega_n = 10$  (Figs. 2 e 7). Não restam dúvidas que essas propostas sejam bastante práticas desde não se tenha que corrigi-las (Doebelin, 1962, D'Azzo-Houpis, 1984 e Kuo, 1985), principalmente para baixos valores de  $\zeta$ . Mas, a necessidade de correções é quase inevitável porque o erro máximo decorrente pode ser bastante significativo nos pontos de intersecção das assíntotas (vide Figs. 2 e 5).

### 3.4 Proposta para a curva da fase

A proposta desse artigo é diminuir esses erros mudando-se um pouco a maneira de se construir a terceira assíntota. Se for construída a tangente ao ponto onde  $\omega/\omega_n = 1$ , indo de  $0^\circ$  em  $\omega/\omega_n = \omega_n/2$  até  $-180^\circ$  em  $\omega/\omega_n = 2\omega_n$  (o Apêndice traz maiores detalhes), o erro máximo na fase por esse método da tangente ao ponto  $\omega/\omega_n = 1$  é da ordem de  $20^\circ$  e o mínimo, pouco acima dos  $10^\circ$ , dependendo do valor de  $\zeta$  (Fig. 6). Reconhecendo que o cálculo de  $\omega_n/2$  não é uma tarefa muito simples quando não se dispõe de calculadora, propõe-se aqui outra alternativa mais simples: a 3ª assíntota é construída indo de  $0^\circ$  em  $\omega/\omega_n = (6\zeta + 0,72)^{-1}$  até  $-180^\circ$  em  $\omega/\omega_n = 6\zeta + 0,72$  passando por  $-90^\circ$  em  $\omega/\omega_n = 1$ . Neste caso o erro se torna inferior a  $20^\circ$  (Fig. 6).

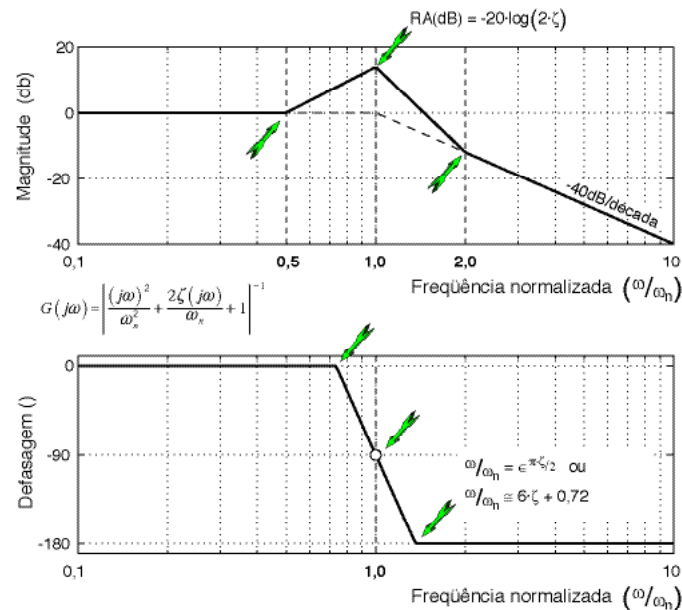


Figura 7 - Resumo do método proposto para a RF assintótica de termos de 2ª. ordem.

### 3.5 Resumo das modificações propostas

A Fig. 7 traz graficamente as modificações propostas neste artigo.

## 4. RESULTADOS

A fim de verificar a qualidade das modificações propostas, testou-se o método em vários casos diferentes, calculou-se o seu erro e comparou-o com o método tradicional. Atítulo de ilustração será apresentado aqui um exemplo de uma planta cuja FT é dada por:



$$G(s) = \frac{5(s+1)}{s(s+2)(s^2+s+2)} \quad (10)$$

Na Figura 8 são comparadas as RFs obtidas usando-se os métodos das assíntotas tradicional e modificado e o método direto. Como era de se esperar, há nitidamente uma relativa melhora na qualidade dos resultados, principalmente no gráfico da magnitude.

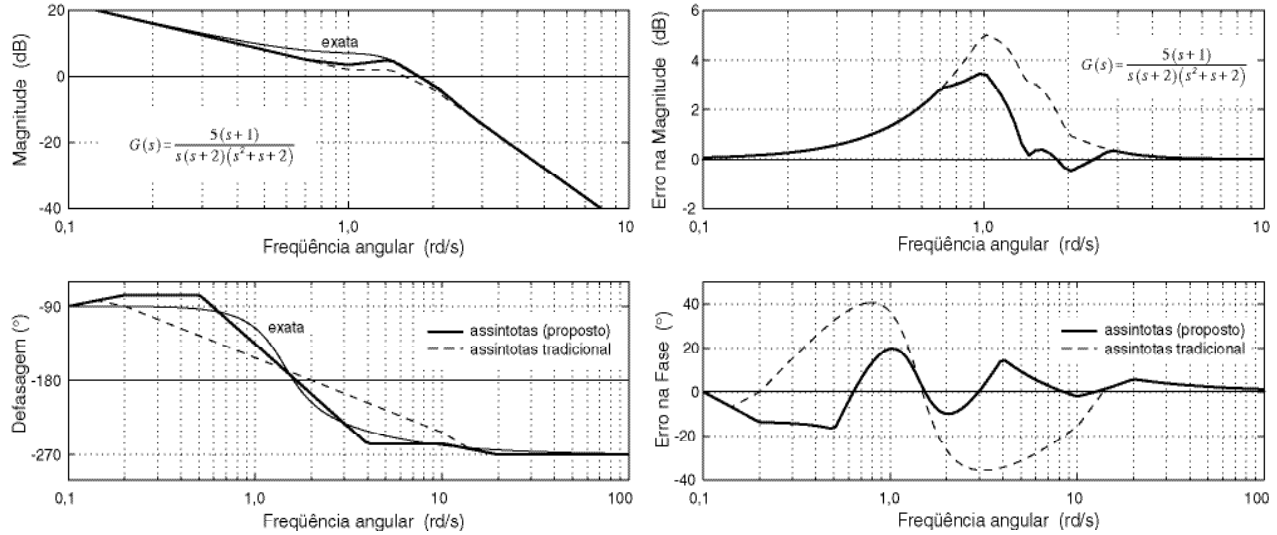


Figura 8 - Comparação entre os métodos das assíntotas em relação ao método direto da RF.

## 5. CONCLUSÕES

Sem desprezar os benefícios oferecidos pelos pacotes de programas CACSD, a construção da resposta em frequência através do método das assíntotas é ainda hoje um importante auxílio para análise e projeto de sistemas de controle pelos diversos motivos já apontados no texto. A experiência mostrou que este método também pode constituir uma importante ferramenta de ensino pela maneira como a RF é construída. O procedimento passo a passo facilita ao aluno a compreensão de como o resultado final é alcançado, além de ajudá-lo a interpretar os resultados vindos dos programas CACSD e a encontrar a função de transferência de um sistema a partir de sua RF.

O tradicional método das assíntotas aplicado a termos de 2ª. ordem pode se mostrar trabalhoso, principalmente por sua acurácia não ser tão boa. Por isso, neste artigo apresentou-se uma proposta mais vantajosa para o traçado de assíntotas de termos de 2ª. ordem que diminui relativamente a necessidade de correções da RF final. Em todos os casos estudados, verificou-se a praticidade do método e pôde-se ver que os gráficos construídos com esta técnica foram mais próximos dos exatos.

## APÊNDICE

Para o gráfico da fase  $(j)$  desenhado contra um eixo definido em escala normalizada e logarítmica  $x$ , em que  $x = \log a \cdot$ , ou seja,  $a \cdot = 10^x$ , a equação da reta  $\phi(x)$  tangente a um ponto  $(\phi_0, x_0)$  é dada por:

$$\phi(x) = \phi_0 + \left. \frac{d\phi}{dx} \right|_{x=x_0} (x - x_0) \quad (A.1)$$

em que:

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{d}{dx} \text{tg}^{-1} u(x) = \frac{1}{1+u^2} \frac{d}{dx} u(x) \text{ em rd} \quad (A.2)$$

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Castrucci, P. B. L.; Batista, L., 1980, "Controle Linear-Método Básico" Ed. Edgard Blücher, Editora da USP, São Paulo, Brasil.
- D'Azzo, J.J.; Houpis, C.H. (1998) Linear Control System Analysis & Design Conventional and Modern - 3rd Ed. Mc Graw-Hill, New York, EUA.
- Distefano III, J.J.; Stubberud, A.R.; Willians, I.J. (1975) Sistemas de Retroação (Realimentação) e Controle - Coleção Schaum - McGraw-Hill. São Paulo, Brasil.
- Doebelin, E. O. (1962) Dynamics analysis and feedback control - McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., New York, EUA.
- Dorf, R. C.; Bishop, R. H. (1995) Modern Control Systems 6th Ed. Addison-Wesley, Massachusetts, EUA.
- D'Azzo, J.J.; Houpis, C.H. (1998) Linear Control System Analysis & Design Conventional and Modern - 3rd Ed. Mc Graw-Hill, New York, EUA.
- Kuo, B. C. (1995) Sistemas de Controle Automático. 4a. Ed. Printice/Hall, Brasil, Rio de Janeiro.
- Kuo, B. C; Hanselman, D. C. (1995) MATLAB™ Tools for Control System Analysis and Design - Prentice Hall, New Jersey, EUA.
- Nise, N. S. (1995) Control Systems Engineering 2nd Ed. Addison-Wesley, EUA, Califórnia.
- Ogata, K. (1993) Engenharia de Controle Moderno - Prentice/Hall do Brasil, Brasil.
- Ogata, K. (1994) Solving control engineering problems with MATLAB® - MATLAB™ curriculum series - Prentice Hall, New Jersey, EUA.
- Phillips, C. L. Harbor, R. D. (1996) Feedback Control Systems Prentice Hall, New Jersey, EUA.
- Stefani, R. T.; Savant Jr., C. J.; Shalian B.; Hostetter, G. H. (1994) Design of Feedback Control Systems 3rd Ed. Saunders College Publishing, Boston, EUA.

## SUGGESTED MODIFICATIONS ON THE MANUAL DRAWING OF BODE PLOTS AND ITS USE AS AN TEACHING TECHNIQUE OF THE FREQUENCY RESPONSE METHOD FOR MECHANICAL ENGINEERS

**Prof. Dr. Luís Carlos Passarini**

**Abstract::** *Frequency Response (RF) methods form one of the basis of the classical control theory. The FR design is very popular because the methodology of FR design is easy and it is most effective for systems that are stable in open-loop and, mainly, because it provides good designs in the face of uncertainty in the plant model.*

*For Franklin et al. (1994), it is important for the control systems engineer to be able to hand-plot FR by for several reasons: this skill not only allows the engineer to deal with simple problems but also to check computer results for more complicated cases. Often approximations can be used to quickly sketch the FR and deduce stability as well as determine the form of the needed dynamic compensations. Finally, hand plotting is useful in interpreting FR data that have been generated experimentally.*

*The objectives of this paper are to present a brief revision of the Bode plotting by hand and to propose some modifications on the manner of drawing the asymptotes of the 2nd. order terms in order to improve the accuracy of the overall Bode plots.*

**Keywords:** *Bode plots, frequency response, asymptotes method.*