

# INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE PRESSÃO NO PERFIL EVOLVENTAL DO DENTE DAS ENGRENAGENS CILÍNDRICAS DE DENTES RETOS.

**Geraldo Roberto de Sousa (Msc)**

Universidade Federal de São João del Rei – UFSJ, Departamento de Mecânica – DEMEC, São João del Rei – MG, e-mail: [geraldor@ufsj.edu.br](mailto:geraldor@ufsj.edu.br)

**Franco Giuseppe Dedini (Dr.)**

Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Faculdade de Engenharia Mecânica – FEM, Departamento de Projetos Mecânico – DPM, Campinas – SP, e-mail: [dedini@fem.unicamp.br](mailto:dedini@fem.unicamp.br)

**Resumo.** Este trabalho, destaca o Programa  $\alpha_{Free}$ , desenvolvido em Visual Basic 5.0, cuja a finalidade é mostrar a influência do ângulo de pressão em projetos de engrenagens. Sua variação irá influenciar a cinemática de engrenamento e, conseqüentemente, a otimização dos projetos de engrenagens. O Programa  $\alpha_{Free}$  apresenta a subrotina “Caso Geral” avalia-se o raio não-dimensional  $\zeta$  (0,1), ou seja em todo perfil evolvental do dente, cujo seu objetivo é identificar a influência do ângulo de pressão no projeto de engrenagens cilíndricas de dentes retos. Variou-se o ângulo de pressão entre  $14^{\circ}30'$  a  $25^{\circ}$ , em intervalos de  $30'$ , determinando-se os parâmetros de dimensionamento dos sistemas engrenados. Fez-se uma análise de sensibilidade, objetivando a escolha de uma faixa em que o ângulo de pressão exercesse, satisfatoriamente, a maior influência nos projetos de engrenagens.

**Palavras Chave:** Ângulo de Pressão, Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos, Sistemas Engrenados

## 1. INTRODUÇÃO

Na Fig. (1) tem-se o fluxograma do programa  $\alpha_{Free}$ , desenvolvido na linguagem Visual Basic 5.0, para o “Caso Geral”.

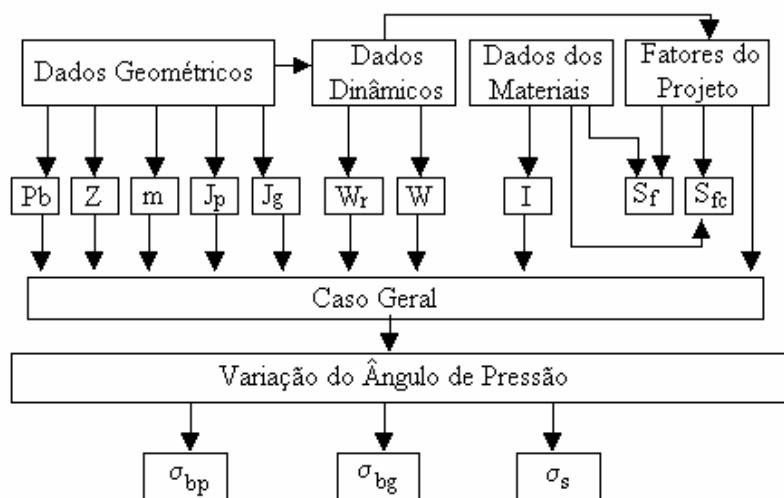


Figura 1. Fluxograma do Programa  $\alpha_{Free}$  “Caso Geral”

O programa é composto pelas seguintes janelas: Dados geométricos (Passo da base ( $P_b$ ), comprimento da linha de ação ( $Z$ ), razão de contato ( $m_p$ ), coeficiente J AGMA do pinhão e coroa ( $J_p$  e  $J_g$ ) e os dados dinâmicos), Dados dos materiais (Fator geométrico superficial ( $I$ ) e os limites de resistência a flexão ( $S_{fb}$ ) e ( $S_{fc}$ )), Dados dinâmicos (Carga radial ( $W_r$ ), carga resultante ( $W$ ) e os Fatores de projeto) e Fatores do projeto (Limites de resistência a flexão). Estas janelas fornecem os dados de entrada para a subrotina do *Caso Geral*. Finalmente tem-se as saídas  $\sigma_{bp}$ ,  $\sigma_{bg}$  e  $\sigma_s$  que são, respectivamente, as tensões de flexão do pinhão e da coroa e a tensão de superfície.

Através da subrotina “*Caso Geral*” é possível estudar a geometria do dente em todo o perfil evolvental, permitindo uma análise mais criteriosa do contato. Neste caso, o raio não-dimensional  $\zeta$  varia entre 0 e 1, como ilustra a Fig. (2), (AGMA STANDARD 2001-B88, 1988; Arikan, 1995; 2000; 2001).

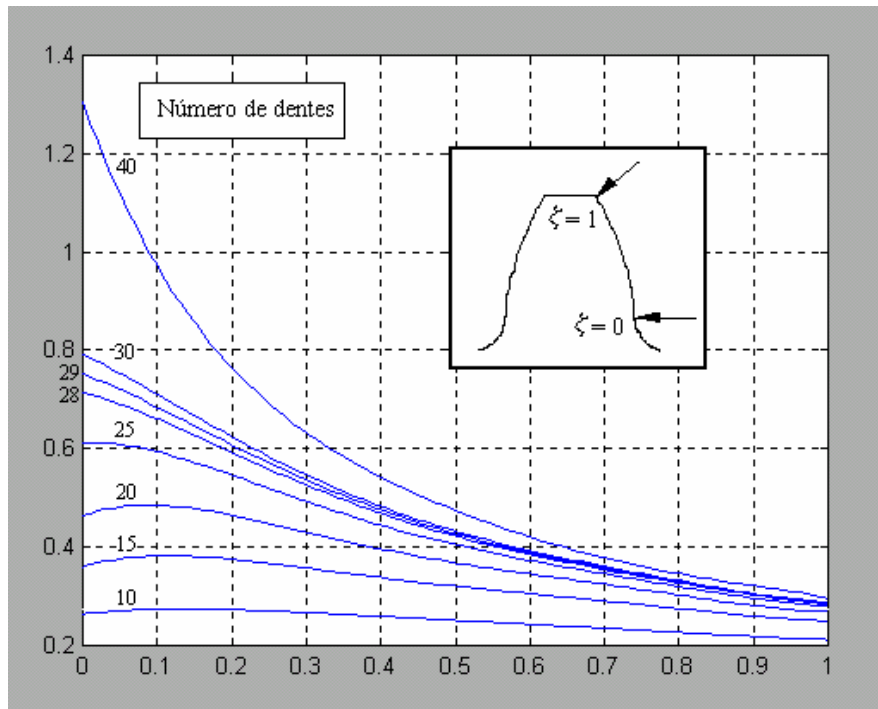


Figura 2. Fator Geométrico  $j$  para  $\zeta$  (0, 1).

O programa  $\alpha_{Free}$  permite estudar a influência do ângulo de pressão para ângulos entre  $14^{\circ}30'$  e  $25^{\circ}$ , discretizados em intervalos de  $30'$ .

Ao entrar com as variáveis de dimensionamento o programa  $\alpha_{Free}$  “*Caso Geral*”, fornece os parâmetros de projeto da engrenagem e as tensões de flexão e de superfície. Através dessas saídas é possível avaliar a influência do ângulo de pressão em projetos de engrenagens cilíndricas de dentes retos.

Além dessa análise, realizou-se também uma análise de sensibilidade.

## 2. APLICAÇÃO

As janelas do programa ( $\alpha_{Free}$ ) “*Caso Geral*”, são mostradas nas seguintes figuras: Fig. (3) - Dados Geométricos, Fig. (4) - Dados do Material da Engrenagem, Fig. (5) - Dados Dinâmicos, Fig. (6) - Fatores de Projeto e Fig. (7) - Variação do Ângulo de Pressão - *Caso Geral*, (Mitchiner; Mabie, 1982; Norton, 1998; Shigley; Mischke, 1996; Visual Basic 5.0\_Método Rápido, 1998).

**Dados Geométricos**

Entradas		Saídas	
Módulo Métrico m (mm):	1	Relação de Transmissão (it):	2.056
Número de Dentes da Coroa Ng:	37	Raio do Pinhão rp (mm):	9.
Número de Dentes do Pinhão Np:	18	Raio da Coroa rg (mm):	18.5
Largura da Face F (mm):	50.8	Passo Diametral Pd (1/in):	25.4
Addendum a (mm):	1	Passo Circular Pc (mm):	3.142
Deddendum b (mm):	1.25	Distância entre Centros C (mm):	27.5
Raio do Filete rf (mm):	0.3		
Espessura do Dente s (mm):	6.4		
Profundidade de Trabalho ht (mm):	8.9		
<input type="radio"/> Engrenagem Interna <input checked="" type="radio"/> Engrenagem Externa		<input type="button" value="Calcular"/> <input type="button" value="Limpar"/>	
Coefficiente Addendum do Pinhão xp:	0		
Coefficiente Addendum da Coroa xg:	0		

Figura 3. Dados Geométricos.

**Dados de Material**

Módulo de Elasticidade da Coroa Eg (MPa):	207E3
Módulo de Elasticidade do Pinhão Ep (MPa):	207E3
Coefficiente de Poisson da Coroa vc:	0.28
Coefficiente de Poisson do Pinhão vp:	0.28
Tensão de End. Sup. Incorreta Sfc' (MPa):	820
Tensão de End. Flex. Incorreta Sfb' (MPa):	300
<input type="button" value="Calcular"/> <input type="button" value="Limpar"/>	
Coefficiente Elástico (Cp):	189.071

Figura 4. Dados do Material da Engrenagem.

**Dados Dinâmicos**

Entradas

Potência P (HP):

Rotação do Pinhão np (RPM):

Saídas

Velocidade da linha do Passo Vt (m/s):

Rotação da Coroa ng (RPM):

Torque no Pinhão T (N.m):

Força Tangencial Wt (N):

Figura 5. Dados Dinâmicos

**Fatores de Projeto**

Dados Preliminares

Qv:

Temperatura (°C):

Fator de Espessura da Margem (Kb):

Fator de Distribuição de Carga (Km,Cm):

Fator da Eng. Ociosa (Louca) (Kl):

Fator de Aplicação (Ka,Ca):

Fator de Tamanho (Ks,Cs):

Fator de Acabamento (Cf):

Fator de Confiabilidade (Kr, Cr):

Fator de Dureza (Ch):

Fator de Vida (Kl,Ct):

Fator Dinâmico (Kv, Cv):

Fator de Temperatura (Kt, Ct):

Figura 6. Fatores de Projeto.

Variações do ângulo de Pressão - [Variação com ângulo de Pressão]											
<div> <div>Dados Geométricos</div> <div>Dados de Material</div> <div>Dados Dinâmicos</div> <div>Fatores de Projeto</div> <div>Variação com ângulo de Pressão</div> <div>Finalizar</div> </div>											
<div> <div>Calcular Tensões</div> <div>Salvar Arquivos para o MATLAB</div> <div>Limpar</div> <div> <div>Limite de Resistência à Fadiga Superficial (MPa):</div> <div>282</div> </div> <div> <div>Limite de Resistência à Fadiga (MPa):</div> <div>771</div> </div> <div> <div>Caso Geral</div> <div>HPSTC</div> </div> </div>											
Ângulo de Pressão (°)	Passo da Base (mm)	Comprimento de Ação (mm)	Razão de Contato	Carga Radial (N)	Carga Total (N)	Fator Geométrico			Tensões de Flexão		Tensão Superficial (MPa)
						Pinhão Jp	Coroa Jg	Superficial	Pinhão (MPa)	Coroa (MPa)	
14.5	3.042	5.732	1.885	14.48841	57.86571	.418	.395	.082	6.89	7.29	263.99
15	3.035	5.63	1.855	15.01119	57.99881	.408	.392	.085	7.07	7.35	260.11
15.5	3.027	5.531	1.827	15.53642	58.13696	.398	.389	.087	7.25	7.4	256.41
16	3.02	5.436	1.8	16.0642	58.28022	.389	.387	.089	7.42	7.45	252.91
16.5	3.012	5.343	1.774	16.59463	58.42865	.381	.385	.092	7.57	7.5	249.57
17	3.004	5.252	1.748	17.12781	58.58232	.374	.382	.094	7.7	7.54	246.39
17.5	2.996	5.165	1.724	17.66384	58.74127	.368	.38	.097	7.83	7.58	243.36
18	2.988	5.08	1.7	18.20283	58.90559	.363	.378	.099	7.94	7.62	240.47
18.5	2.979	4.997	1.677	18.74488	59.07534	.358	.376	.101	8.04	7.66	237.72
19	2.97	4.917	1.655	19.29011	59.25061	.354	.374	.104	8.13	7.7	235.09
19.5	2.961	4.84	1.634	19.83862	59.43145	.351	.372	.106	8.22	7.74	232.57
20	2.952	4.764	1.614	20.39054	59.61795	.347	.37	.108	8.3	7.78	230.17
20.5	2.943	4.691	1.594	20.94597	59.8102	.344	.369	.11	8.38	7.82	227.87
21	2.933	4.62	1.575	21.50504	60.00827	.341	.367	.112	8.45	7.86	225.66
21.5	2.923	4.551	1.557	22.06786	60.21226	.338	.365	.115	8.52	7.9	223.56
22	2.913	4.484	1.539	22.63457	60.42226	.336	.363	.117	8.59	7.94	221.54
22.5	2.902	4.419	1.522	23.20529	60.63837	.333	.361	.119	8.65	7.98	219.6
23	2.892	4.356	1.506	23.78016	60.86068	.331	.36	.121	8.72	8.01	217.75
23.5	2.881	4.294	1.49	24.35929	61.08929	.328	.358	.123	8.78	8.05	215.97
24	2.87	4.234	1.475	24.94284	61.32431	.326	.356	.125	8.84	8.09	214.27
24.5	2.859	4.176	1.461	25.53094	61.56586	.324	.354	.127	8.9	8.13	212.64
25	2.847	4.119	1.447	26.12374	61.81404	.322	.353	.128	8.96	8.17	211.07

Figura 7. Variação do Ângulo de Pressão - Caso Geral.

### 3. ANÁLISE GRÁFICA

Os parâmetros físicos destacados na janela de variação do ângulo de pressão ilustrada na Fig. (7), foram compilados em função dos resultados extraídos das janelas de saída, do programa ( $\alpha_{Free}$ ). As Fig. (8) a (18) têm a finalidade de mostrar a performance das variáveis de projeto de engrenagens, em função da variação do ângulo de pressão.

O programa foi desenvolvido com a finalidade de limitar um intervalo em que o ângulo de trabalho seja mais adequado para a operação que lhe é confiada, ou seja, onde o ângulo exerça maior influência no sentido de tornar o sistema engrenado mais eficiente.

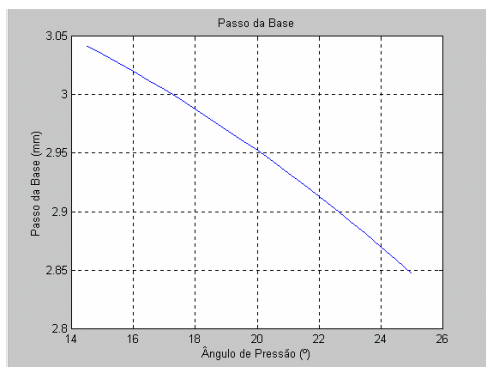


Figura 8. Passo da Base x Ângulo de Pressão.

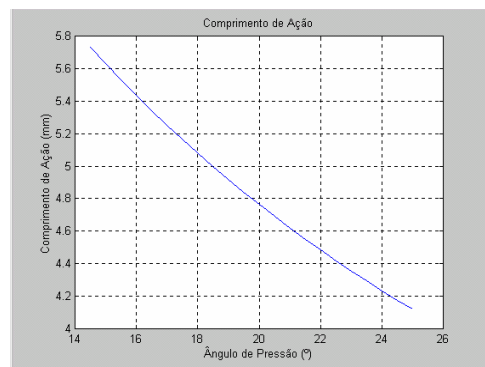


Figura 9. Comprimento de Ação x Ângulo de Pressão.

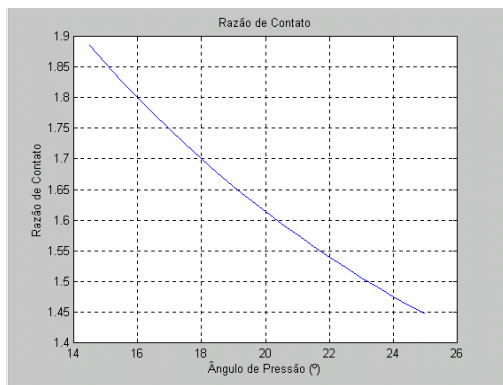


Figura 10. Razão de Contato x Âng. De Pressão

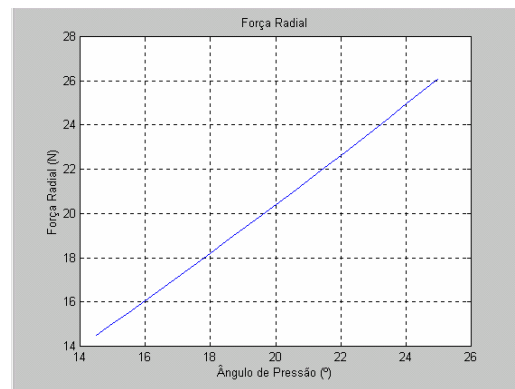


Figura 11. Força Radial x Âng. de Pressão.

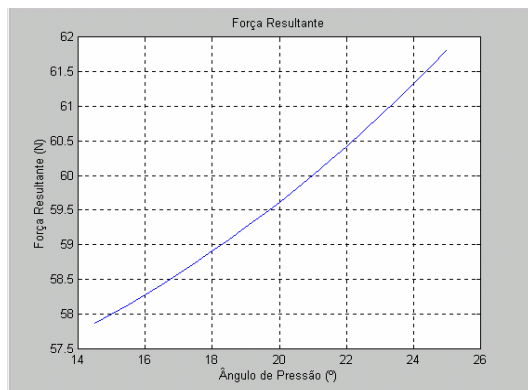


Figura 12. Força Resultante x Ângulo de Pressão.

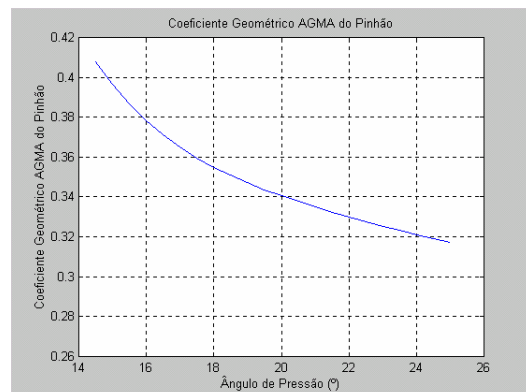


Figura 13. Coeficiente Geométrico AGMA do Pinhão x Ângulo de Pressão.

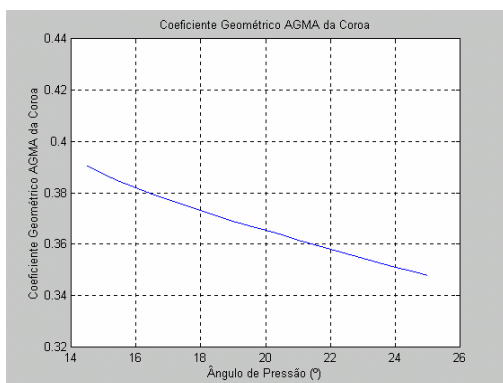


Figura 14. Coeficiente Geométrico AGMA da Coroa x Ângulo de Pressão.

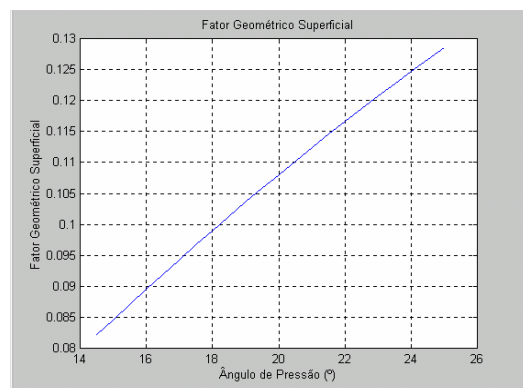


Figura 15. Fator Geométrico Superficial x Ângulo de Pressão.

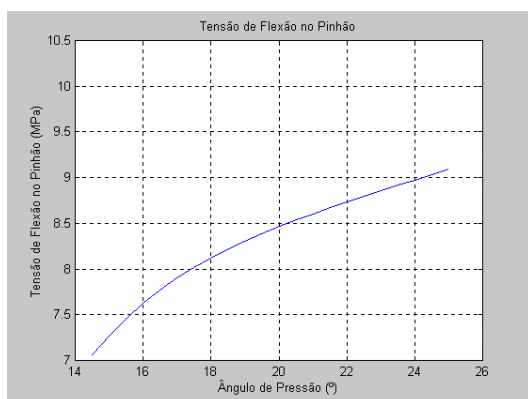


Figura 16. Tensão de Flexão no Pinhão x Ângulo de Pressão.

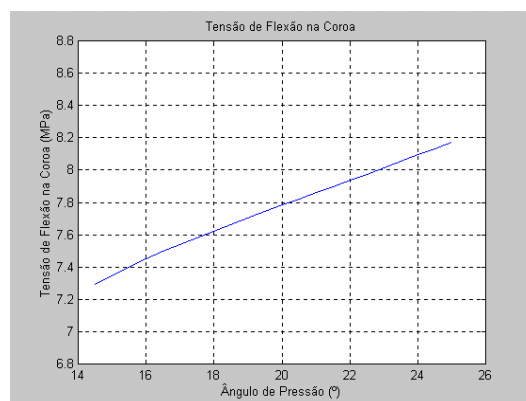


Figura 17. Tensão de Flexão na Coroa x Ângulo de Pressão.

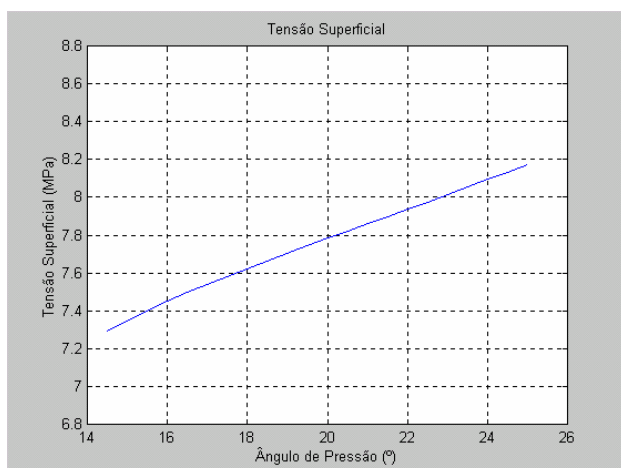


Figura 18. Tensão Superficial x Ângulo de Pressão.

#### 4. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE.

O maior esforço na pesquisa da mecânica computacionais estão direcionadas na determinação do comportamento, ou seja, da resposta, de um objeto quando submetido a um conjunto de forças externas. Considerando-se um sistema como esse, formado por um objeto e ações externas, uma outra questão de igual importância pode ser proposta: o que acontece quando algumas das características desse sistema são alteradas?

A grande motivação para essa questão vem dos problemas de otimização, através dos quais busca-se um projeto ótimo baseado em critérios bem definidos. Isso ocorre porque nos processos de otimização, o caminho entre o projeto inicial e o projeto ótimo pode ser encurtado através do conhecimento da sensibilidade do modelo, com relação às mudanças em suas variáveis. Nesse sentido, a Análise de Sensibilidade relaciona os efeitos da variação de parâmetros com a resposta do modelo.

A escolha das variáveis que compõem a função de ponderação Eq. (1) e (2) foram feitas através de uma análise criteriosa dos parâmetros de projeto, cuja finalidade é limitar um intervalo de ângulos em que o sistema engrenado exemplificado pelo usuário na aplicação do item 2 adquira uma eficiência satisfatória.

$$F(\alpha) = \sum_i \text{Pontuação} \cdot \frac{\text{Variável}}{\text{Máx}(\text{Variável})} \quad (1)$$

Tabela 1. Variáveis de Influência

Descrição das Variáveis	Símbolo	Pontuação
Addendum	a	2,0
Coeficiente Elástico	C <sub>p</sub>	2,0
<b>Comprimento da Linha de Ação</b>	<b>Z</b>	<b>3,0</b>
Deddendum	b	2,0
Diâmetro da Base	d <sub>b</sub>	2,0
Diâmetro Primitivo	d	2,0
Fator Geométrico AGMA	J	2,0
<b>Força Radial</b>	<b>W<sub>r</sub></b>	<b>2,0</b>
<b>Força Resultante</b>	<b>W</b>	<b>2,0</b>
Largura da Face	F	2,0

Módulo de Elasticidade	E	1,0
Módulo Métrico	m	2,0
<b>Passo da Base</b>	<b>P<sub>b</sub></b>	<b>2,0</b>
Passo Diametral	P <sub>d</sub>	2,0
Raio do Filete	r <sub>f</sub>	1,0
Raio Externo	r <sub>o</sub>	1,0
Raio Inicial da Evolvente do Perfil do Dente	r <sub>ti</sub>	1,0
Raio não Dimensional	ζ	1,0
Raio Padrão do Passo	r <sub>ps</sub>	1,0
<b>Razão de Contato</b>	<b>m<sub>p</sub></b>	<b>3,0</b>
Tensão de Endurecimento (Flexão Correta)	S <sub>fb</sub>	1,0
Tensão de Endurecimento (Flexão Incorreta)	S <sub>fb'</sub>	1,0
Tensão de Endurecimento (Superfície Correta)	S <sub>fc</sub>	1,0
Tensão de Endurecimento (Superfície Incorreta)	S <sub>fc'</sub>	1,0
<b>Tensão de Flexão do Pinhão</b>	<b>σ<sub>bp</sub></b>	<b>5,0</b>
<b>Tensão de Flexão da Coroa</b>	<b>σ<sub>bg</sub></b>	<b>5,0</b>
<b>Tensão de Superfície</b>	<b>σ<sub>c</sub></b>	<b>4,0</b>
Torque no Pinhão	T <sub>p</sub>	2,0
Velocidade da Linha do Passo	V <sub>t</sub>	2,0

O critério de pontuação utilizado foi: 5,0 para grande influência, 4,0 para boa influência, 3,0 média influência, 2,0 influência regular e 1,0 para pequena influência.

Analisando a Tab.(1), escolhem-se as variáveis que exercem uma influência satisfatória ao ângulo de pressão e entre as outras variáveis do projeto, deste modo é elaborada a função ponderada Eq. (2), que terá como finalidade limitar o intervalo de ângulos em que os sistemas engrenados adquirem melhor eficiência.

A finalidade do trabalho em questão é "Identificar a influência do ângulo de pressão no perfil evolvental do dente das engrenagens cilíndricas de dentes retos", através do qual pode ser ilustrado pelas Fig. (19) a (21), variando-se a relação de transmissão (2:1, 3:1 e 4:1) para a subrotina do Caso Geral ζ (0, 1).

$$F(\alpha) = \frac{2P_b}{\max(P_b)} + \frac{2W_r}{\max(W_r)} + \frac{2W}{\max(W)} + \frac{3Z}{\max(Z)} + \frac{3m_p}{\max(m_p)} + \frac{4\sigma_c}{\max(\sigma_c)} + \frac{5\sigma_{bp}}{\max(\sigma_{bp})} + \frac{5\sigma_{bg}}{\max(\sigma_{bg})} \quad (2)$$

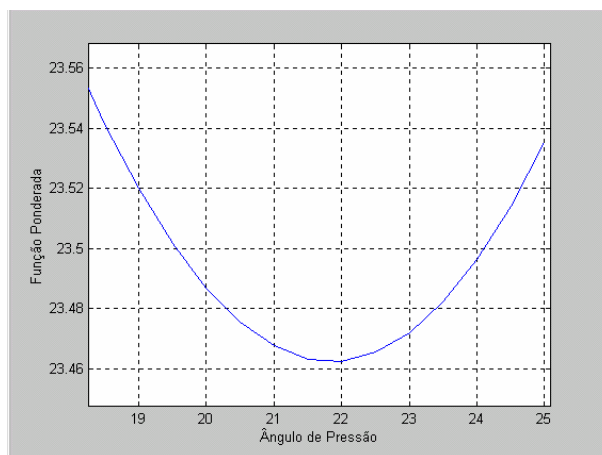
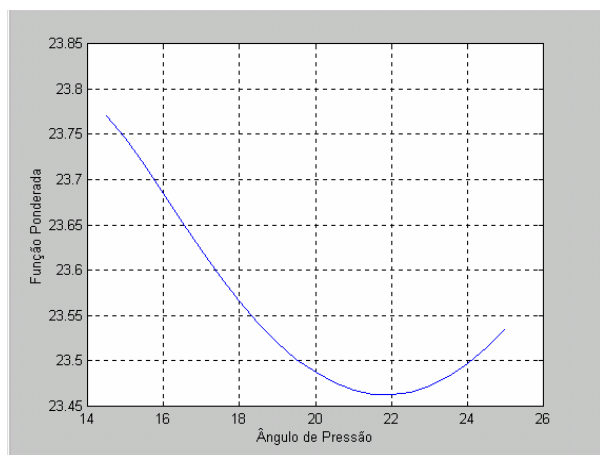


Figura 19. Ângulo de Pressão x Função Ponderada – Caso Geral - (2:1)



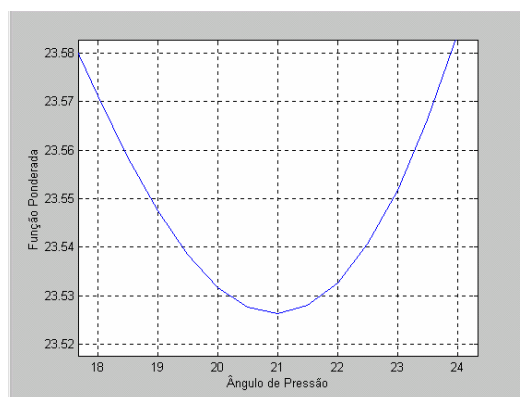
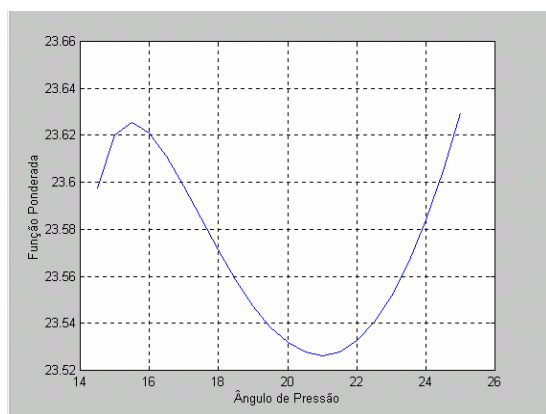


Figura 20. Ângulo de Pressão x Função Ponderada – Caso Geral - (3:1)

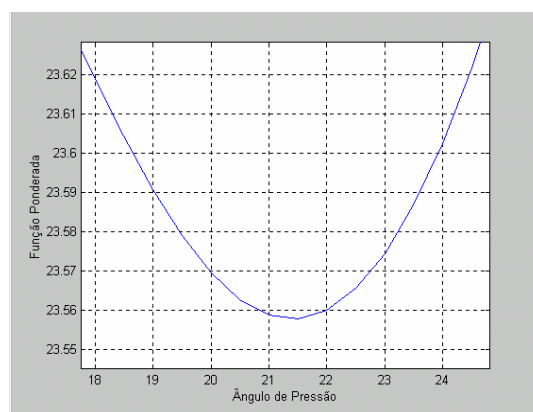
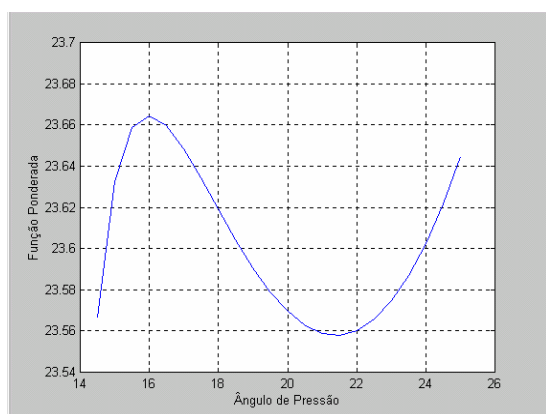


Figura 21. Ângulo de Pressão x Função Ponderada – Caso Geral - (4:1)

## 5. RESULTADO

Nas Fig. (19) a (21) tem-se a análise de sensibilidade feita para a subrotina “Caso Geral”, para três relações de transmissões diferentes (2:1, 3:1 e 4:1) e através dos mesmos pode-se observar o intervalo para cada caso, onde o ângulo de pressão exerce maior influência aos sistemas engrenados. Na tab. (2), tem-se o resultado da análise de sensibilidade, (Sousa, 2003).

Tabela 2. Intervalos de Maior Influência do Ângulo de Pressão.

Relação de Transmissão (i)	2:1	3:1	4:1
<b>CASO GERAL <math>\zeta(0, 1)</math></b>	19° a 24°30'	19° a 23°	19° a 23°30'
<b>Ponto de Mínimo</b>	22°	21°	21°30'

## 6. CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentou-se o estudo da influência do ângulo de pressão em projetos de engrenagens “Caso Geral”  $\zeta(0, 1)$  aplicado ao projeto de sistemas engrenados. Assim, a sequência de projeto, trabalhosa e tediosa, devido à extensiva consulta a tabelas, gráficos e formulários, é eliminada.

Através de uma análise criteriosa de todos os dados apresentados, a subrotina do Caso Geral nos fornece uma boa perspectiva de trabalho, pois a mesma foi desenvolvida para analisar todo perfil evolvental do dente, dando-nos melhores condições para avaliar a performance dos sistemas engrenados.

## 7. REFERÊNCIAS.

- AGMA STANDARD 2001-B88., 1988, “Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth”, With the permission of the publisher, American Gear Manufacturers Association, 1500 King St., Suite 201, Alexandria, Va., 22134.
- Arikan, S. A. M., 1995, “Determination of Maximum Possible Contact Ratios for Spur Gear Drives with Small Number of Teeth”, Proceedings of 1995 ASME Design Engineering Technical Conferences, DE-Vol. 82, pp. 569-576.
- Arikan, S. A. M., 2000, “Performance Rating and Optimization of Spur Gear Drives with Small Number of Teeth”, Proceedings of 2000 ASME Design Engineering Technical Conferences, Paper No. DETC00/PTG-14361.
- Arikan, S. A. M., 2001, “Derivation of Analytical Expressions for Calculation of AGMA Geometry Factor J for external Spur Gears”, ASME 2001 Design Engineering Technical Conference and Computers and Information in Engineering Conference Pittsburgh, PA, pp. 9-12, September.
- Mitchiner, R. G.; Mabie, H. H., 1982, “The Determination of the Lewis Form Factor and the AGMA Geometry Factor J For External Spur Gear Teeth”, ASME Journal of Mechanical Design, vol. 104, no 1, pp. 148-158.
- Norton, R. L., 1998, “Machine Design An Integrated Approach”, 703 p.
- Shigley, J. E.; Mischke, C. R., 1996, “Standart Handbook of Machine Design”, Second Edition, McGraw-Hill, 937 p.
- Sousa, G. R., 2003, “Influência do Ângulo de Pressão em Projeto de Engrenagens”, Dissertação de Mestrado apresentada à Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, pp 1-108.
- Visual Basic 5.0 – Método Rápido., 1998, “Instituto Brasileiro de Pesquisa em Informática”, Livraria e Editora Infobook AS, 181 p.

## INFLUENCE OF PRESSURE ANGLE IN INVOLUTE PROFILE OF SPUR GEAR’S TEETH.

**Geraldo Roberto de Sousa (Msc)**

Universidade Federal de São João del Rei – UFSJ, Departamento de Mecânica – DEMEC, São João del Rei – MG, e-mail: [geraldor@ufsj.edu.br](mailto:geraldor@ufsj.edu.br)

**Franco Giuseppe Dedini (Dr.)**

Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Faculdade de Engenharia Mecânica – FEM, Departamento de Projetos Mecânico – DPM, Campinas – SP, e-mail: [dedini@fem.unicamp.br](mailto:dedini@fem.unicamp.br)

**Abstract.** This work, detaches the Program  $\alpha_{Free}$ , developed in Visual Basic 5.0, that has as purpose to show the influence of pressure angle in gears design. Its variation will influence the cinematic of mesh and, consequently, the optimization of gears design. The Program  $\alpha_{Free}$ , presents the subroutines of general case that evaluates the non-dimensional ray  $\zeta$  (0,1), or either in all involute profile of the tooth, whose objective is identify the influence of pressure angle in the project of spur gear’s teeth. The angle between 14°30’ and 25° was divided in 30’ intervals, determining the parameters of sizing of the engaged systems. Furthermore, an analysis of sensitivity was carried out aiming at choosing a band where the pressure angle exerts, satisfactorily, the biggest influence in the engaged systems.

**Keywords.** *Pressure Angle, Spur Gear, Engaged Systems.*