

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA DEGRADAÇÃO EM UM DUTO AXISSIMÉTRICO

José M. A. Barbosa,

Departamento de Eng.Mecânica, Universidade Federal de Pernambuco,
Rua Acadêmico Hélio Ramos, S/N, 50740-530, Recife – PE, Brasil.

jmab@demec.ufpe.br;

Fábio de Farias Cavalcante,

Departamento de Eng.Mecânica, Universidade Federal de Pernambuco,

fabcavalcante@hotmail.com;

Félix C. G.Santos

Departamento de Eng.Mecânica, Universidade Federal de Pernambuco,

fcgs@demec.ufpe.br;

Resumo: No presente trabalho é apresentado um modelo físico para simulação de um duto inelástico axissimétrico sob carregamento de pressão. Os termos de acoplamento irão produzir tensões e deformações no material do duto gerando uma certa distribuição de dano. Utiliza-se um modelo de dano isotrópico baseado na teoria das variáveis internas com efeitos de endurecimento isotrópico e cinemático inseridos. É proposto um algoritmo baseado no método de decomposição do operador para solução numérica do problema. É utilizado um esquema numérico de solução tipo preditor elástico - corretor plástico juntamente com o MEF.

Palavras-chave: Dano, Duto inelástico, MEF, Decomposição do Operador, Viscoplasticidade

1. INTRODUÇÃO

O avanço atual das ferramentas computacionais tem possibilitado a utilização de modelagens mais completas e sofisticadas para simulação do comportamento de materiais de engenharia. Modelos multifísica com equações constitutivas não lineares têm permitido prever o comportamento de material de uma forma bem mais realista. Entretanto, ainda se faz necessário um tratamento adequado para obtenção das equações que regem o modelo, bem como a apresentação de métodos numéricos simples e confiáveis para resolvê-las. É apresentado neste trabalho, a partir de um modelo de dano contínuo, uma formulação para simular o comportamento de um duto axissimétrico. O efeito do campo de pressão proveniente do fluido no duto é colocado através da condição de contorno. É proposto também um algoritmo para solução numérica do problema baseado no métodos de decomposição do operador através de um esquema tipo preditor elástico e corretor plástico e o método dos elementos finitos.

2. EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

As equações que regem o modelo é baseado numa teoria com variáveis internas desenvolvida por Chaboche e Lemaitre(1990) para problemas isotérmicos. O modelo leva em conta o efeito do endurecimento material e de dano isotrópico. O modelo pode ser aplicado para materiais com comportamento linear elástico, não linear plástico, ou ainda não linear viscoplástico.

2.1. Modelo constitutivo com variáveis internas

Baseado no modelo constitutivo com variáveis internas proposto por Lemaitre (1990) e, introduzindo a hipótese indicada por Barbosa (1998) de que a variável de dano ($D \in [0,1]$) afeta tanto a parcela inelástica como a parcela elástica da energia livre na forma:

$$\rho\psi = (1 - D)(W_a + W_e) \quad (1)$$

W_e e W_a são as densidades de energia elástica e inelástica respectivamente. ρ é a densidade do material e é considerada constante. Observe que no modelo proposto neste trabalho, diferentemente do modelo de Chaboche (1990), a energia livre afeta tanto a parte elástica como a inelástica da energia livre. Esta formulação tem permitido bons resultados numéricos para problemas dinâmicos unidimensionais (Barbosa, 1998). Considerando o material inicialmente isotrópico, as parcelas elástica e inelástica têm a seguinte forma:

$$W_e(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) = (1/2) \left[\lambda (\text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p))^2 + 2\mu \text{tr}((\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \cdot (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p)) \right] \quad (2)$$

$$\begin{cases} W_a(p, \underline{\underline{c}}) = W_p(p) + W_c(\underline{\underline{c}}) \\ W_p(p) = b(p + (1/d)e^{-dp}) \\ W_c(\underline{\underline{c}}) = (1/2) a(\underline{\underline{c}} \cdot \underline{\underline{c}}) \end{cases} \quad (3)$$

Nas relações acima as variáveis internas p , $\underline{\underline{c}}$, e D exprimem, cada qual, um comportamento dissipativo do material. A variável p , denominada de deformação plástica acumulada, é um escalar associado ao endurecimento isotrópico; $\underline{\underline{c}}$ é um tensor simétrico de segunda ordem associado ao endurecimento cinemático, e D um escalar que expressa o nível de degradação do material (quando $D = 0$, material virgem e quando $D = 1$, material totalmente degradado). Em geral, considera-se devido a observações experimentais, que o material falha quando D atinge certo valor crítico D_{cr} definido para cada material. Os parâmetros constitutivos λ , μ , são os coeficientes de Lamé, b , d , a , σ_p são parâmetros constitutivos

A partir da expressão para o potencial da energia livre pode-se obter por derivação, as relações ou leis de estado que associam as forças termodinâmicas às variáveis internas. Assim, temos:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{(1-D)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-2\nu)(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) + \nu \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \underline{\underline{I}} \right] \quad (4)$$

$$Y = (1-D) b [1 - e^{-dp}] \quad (5)$$

$$\underline{\underline{X}} = (1-D) (a \underline{\underline{c}}) \quad (6)$$

$$B^D = (W_e + W_p + W_c) \quad (7)$$

2.2. Caso Elastoviscoplastico

No caso em estudo, consideramos o material do duto como sendo elastoviscoplastico. Sendo assim, as leis de evolução para as variáveis internas são obtidas a partir de um potencial ϕ^* . Desta forma, tem-se as seguintes equações:

$$\phi^* = \frac{K}{N+1} \left\langle \frac{F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}, Y; \underline{\underline{\varepsilon}}^p, D,)}{K} \right\rangle^{N+1} \quad (8)$$

$$F(\underline{\underline{\sigma}}, Y, \underline{\underline{X}}; \underline{\underline{c}}) = f(\underline{\underline{\sigma}}, Y, \underline{\underline{X}}) + (\phi/2) \left[(\underline{\underline{X}} : \underline{\underline{X}}) - [a(1-D)]^2 (\underline{\underline{c}} : \underline{\underline{c}}) \right] + \frac{1}{2S_0} \left[B^D B^D - \left(\frac{\rho \psi}{(1-D)} \right)^2 \right] \quad (9)$$

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, Y, \underline{\underline{X}}) = J(\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}}) - Y$$

$$J(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) = \left[3/2 (\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}}) : (\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}}) \right]^{1/2}; \quad \underline{\underline{S}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz})}{3} \quad (10)$$

onde $\underline{\underline{S}}$ é a parte desviadora de $\underline{\underline{\sigma}}$. Derivando o potencial ϕ^* dado em relação às forças termodinâmicas, obtém-se as leis de evolução para as variáveis internas associadas:

$$\dot{p} = \left[(2/3) (\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^P : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^P) \right]^{1/2} \quad (11)$$

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^P = (3/2) \left\langle \frac{J(\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}}) - Y}{K} \right\rangle^N \frac{(\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}})}{J(\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{X}})} \quad (12)$$

$$\underline{\underline{\dot{c}}} = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^P - (\phi/a) \underline{\underline{X}} \dot{p} \quad (13)$$

$$\dot{D} = \frac{B^D}{S_0} \dot{p} \quad (14)$$

Sendo válida aqui a decomposição aditiva da deformação em parcelas elástica e plástica de forma que:

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}} = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^e + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^P \quad (15)$$

3. ANÁLISE AXISSIMÉTRICA ELASTOVISCOPLÁSTICA USANDO O MEF

O modelo do MEF requer a forma fraca do problema que obtida multiplicando a equação diferencial de equilíbrio por uma função teste e integrando no domínio B_t como descrito em Bathe (1996) e Zienkiewicz (1977). Obtém-se então:

$$\int_{B_t} \underline{\underline{\hat{\epsilon}}}^T : \underline{\underline{\sigma}} = \int_{B_t} \underline{\underline{\hat{u}}}^T \underline{\underline{b}} + \int_{\partial B_t} \underline{\underline{\hat{u}}}^T \underline{\underline{t}} \quad (16)$$

onde $\underline{\underline{\sigma}}$ é a expressão vetorial do tensor de tensões, $\underline{\underline{t}}$ vetor de tensões no contorno e $\underline{\underline{b}}$ a força de cortpo. As funções de interpolação N_i , N_j e N_m permitem aproximar o campo de deslocamentos na forma:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [\mathbf{N}_i, \mathbf{N}_j, \mathbf{N}_m] \mathbf{a}^e \quad (17)$$

onde \mathbf{a}^e representa o vetor deslocamento no elemento. O elemento utilizado foi o de forma triangular com nós i, j, m numerados no sentido anti-horário. Assim, o vetor \mathbf{a}^e é definido como:

$$(\mathbf{a}^e)^T = \{\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j, \mathbf{a}_m\} \quad (18)$$

com \mathbf{a}_i , \mathbf{a}_j e \mathbf{a}_m são definidos como os vetores que possuem os deslocamentos dos nós como coordenadas, ou seja: $(\mathbf{a}_i)^T = \{\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i\}$.

O campo de deformação pode ser expresso na forma vetorial e colocado como:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = \left\{ \varepsilon_z, \varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \gamma_{rz} \right\} = \left\{ \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial r}, \frac{u}{r}, \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \right\} \quad (20)$$

Usando as funções deslocamento definidas em (17) e conhecendo também as funções de forma (ou funções de interpolação), podemos redefinir o campo de deformação como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{a}^e = [\mathbf{B}_i, \mathbf{B}_j, \mathbf{B}_m] \mathbf{a}^e \quad (21)$$

onde \mathbf{B} é a matriz das derivadas das funções de forma, que para o caso axissimétrico. \mathbf{B}_i , \mathbf{B}_j e \mathbf{B}_m podem ser escritos numa estrutura explicitando os subíndices nas funções de forma. No presente trabalho \mathbf{B}_i e a matriz de elasticidade são expresso por (Bathe, 1996),

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0 \\ \frac{1}{r} N_i & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial r} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} 0 & c_i \\ b_i & 0 \\ a_i/r + b_i + c_i z/r & 0 \\ c_i & b_i \end{bmatrix}; \quad \underline{\underline{E}} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (22)$$

Substituindo as expressões (21), (22) na forma fraca junto com a equação (4), obtemos a forma fraca em termos do dano. Desta maneira, fica-se com:

$$\int_{B_i} (1-D) \hat{\underline{\underline{u}}}^T \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{E}} \underline{\underline{B}} \underline{\underline{u}} = \int_{B_i} \hat{\underline{\underline{u}}}^T \underline{\underline{b}} + \int_{\partial B_i} \hat{\underline{\underline{u}}}^T \underline{\underline{t}} + \int_{B_i} (1-D) \hat{\underline{\underline{u}}}^T \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{E}} \underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (23)$$

Que após as integrações resulta na forma matricial:

$$\underline{\underline{K}}(D) \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{F}} + \underline{\underline{F}}^p(D) \quad (24)$$

Verifica-se então que o dano afeta a matriz de rigidez e os termos de força associados à deformação plástica e à deformação inicial.

4. MÉTODO DE DECOMPOSIÇÃO DO OPERADOR.

Apesar da generalidade e sofisticação das equações constitutivas consideradas neste trabalho, técnicas numéricas relativamente simples podem ser utilizadas para se obter uma solução aproximada do problema não linear acoplado. Para a aproximação da solução do problema com evolução quase-estática, propõe-se uma técnica numérica simples baseada nos Métodos de Decomposição do Operador e Algoritmos Sequenciais Associados já usada com bons resultados em Barbosa, 1998. A idéia básica do método consiste numa decomposição aditiva das equações do problema original numa sequência de outros mais simples do tipo preditor/elástico e corretor/termoplástico de forma que possam ser aplicados métodos numéricos clássicos dos quais se conheça bem o comportamento de estabilidade e convergência. Aplicando a Decomposição do Operador ao problema em velocidades apresentado nas expressões anteriores, obtém-se dois subproblemas: um Preditor Elástico e um Corretor Plástico.

De agora por diante será omitido as indicações de vetores e matrizes para não sobrecarregar ainda mais a notação.

4.1. Problema 1: Preditor Elástico

A cada instante t_{n+1} , deve-se encontrar $(\bar{\mathbf{U}}(t_{n+1}), \bar{\sigma}_q(t_{n+1}), \bar{\varepsilon}_q^P(t_{n+1}), \bar{D}_q(t_{n+1}), \bar{\beta}_q(t_{n+1}))$ para cada elemento $q = 1, m$ onde m é o número de elementos tais que $(\beta = (p, \underline{c}))$:

$$\dot{\bar{\mathbf{U}}} = \bar{\mathbf{K}}^{-1}(\dot{\bar{\mathbf{F}}} + \dot{\bar{\mathbf{F}}}^P) + \bar{\mathbf{K}}^{-1}(\bar{\mathbf{F}} + \bar{\mathbf{F}}^P) \quad (25)$$

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_q = \dot{\bar{\mathbf{B}}}_q \cdot \dot{\bar{\mathbf{U}}} \quad (26)$$

$$\dot{\bar{\sigma}}_q = (1 - \bar{D}_q) E_q (\bar{\mathbf{B}}_q \cdot \dot{\bar{\mathbf{U}}}) \quad (27)$$

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_q^P = \dot{\bar{\beta}}_q = \dot{\bar{D}}_q = 0 \quad (28)$$

com as condições iniciais:

$$(\bar{\mathbf{U}}(t_n), \bar{\sigma}_q(t_n), \bar{\varepsilon}_q^P(t_n), \bar{D}_q(t_n), \bar{\beta}_q(t_n)) = (\mathbf{U}_n, \sigma_{qn}, \varepsilon_{qn}^P, D_{qn}, \beta_{qn}) \quad (29)$$

4.2. Problema 2: Corretor Plástico

A cada instante t_{n+1} , encontrar $(\mathbf{U}(t_{n+1}), \sigma_q(t_{n+1}), \varepsilon_q^P(t_{n+1}), D_q(t_{n+1}), \beta_q(t_{n+1}))$ para cada elemento q tais que $(\beta = (p, \underline{c}))$:

$$\dot{\mathbf{U}} = 0 \quad (30)$$

$$\dot{\varepsilon}_q = 0 \quad (31)$$

$$\dot{\sigma}_q = -\frac{\sigma_q \dot{D}_q}{(1 - D_q)} + (1 - D_q) E_q (-\dot{\varepsilon}_q^P) \quad (32)$$

$$\dot{\varepsilon}_q^P = \dot{p}_q H_{\varepsilon^P}(\sigma, \varepsilon, \beta, D)_q \quad (33)$$

$$\dot{\beta}_q = \dot{p}_q H_{\beta}(\sigma, \varepsilon, \beta, D)_q \quad (34)$$

$$\dot{D}_q = \dot{p}_q H_D(\varepsilon^P, \sigma, \beta, D)_q \quad (35)$$

com as condições iniciais

$$(\mathbf{U}(t_n), \sigma_q(t_n), \varepsilon_q^P(t_n), D_q(t_n), \beta_q(t_n)) = (\bar{\mathbf{U}}_{n+1}, \bar{\sigma}_{qn+1}, \bar{\varepsilon}_{qn+1}^P, \bar{D}_{qn+1}, \bar{\beta}_{qn+1}) \quad (36)$$

5. DISCRETIZAÇÃO DOS PROBLEMAS: FORMA INCREMENTAL.

A discretização dos problemas 1 e 2 pode ser feita utilizando esquemas de Euler. O problema 1 incremental nada mais é do que o cálculo dos deslocamentos nodais, das tensões e das deformações em um duto axissimétrico com uma tensão residual e módulo de elasticidade $(1-D)E$. Então, para o preditor elástico, obtém-se a forma incremental descrita no item abaixo.

5.1. Problema 1: Preditor Elástico discretizado

Conhecidos $(\mathbf{F}_{n+1}, \sigma_n, \varepsilon_n^P, D_n, \beta_n)$, calcular $(\bar{\mathbf{U}}_{n+1}, \bar{\sigma}_{n+1}, \bar{\varepsilon}_{n+1}^P, \bar{D}_{n+1}, \bar{\beta}_{n+1})$ em cada barra tal que:

$$\mathbf{K}\mathbf{U}_{n+1} = (\mathbf{F}_{n+1} + \mathbf{F}_n^p) \quad (37)$$

$$\varepsilon_{n+1} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{U}_{n+1} \quad (38)$$

$$\bar{\sigma}_{n+1} = (1 - \bar{D}_n) E_n [(\bar{\varepsilon}_{n+1} - \bar{\varepsilon}_n^p) - \alpha_n (\bar{\theta}_n - \bar{\theta}_0)] \quad (39)$$

$$\bar{\varepsilon}_{n+1}^p = \varepsilon_n^p \quad (40)$$

$$\bar{\beta}_{n+1} = \beta_n \quad (41)$$

$$\bar{D}_{n+1} = D_n \quad (42)$$

5.2. Problema 2: Corretor Plástico discretizado

Para o problema incremental 2, como todos os incrementos podem ser colocados em função de Δp_n , é possível reduzir a solução do sistema e encontrar o zero de uma função não linear na reta. Com isto a forma incremental para o problema 2 é que, uma vez conhecidos

$$(\mathbf{U}_n, \sigma_n, \varepsilon_n, \varepsilon_n^p, D_n, \beta_n) = (\bar{\mathbf{U}}_{n+1}, \bar{\sigma}_{n+1}, \bar{\varepsilon}_{n+1}, \bar{\varepsilon}_{n+1}^p, \bar{D}_{n+1}, \bar{\beta}_{n+1}) \quad (43)$$

$$\mathbf{U}_{n+1} = (\mathbf{U}_n) \quad (44)$$

$$\varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n \quad (45)$$

$$\sigma_{n+1} = \sigma_n - \frac{\bar{\sigma}_{n+1} \Delta D_n}{(1 - D_n)} + (1 - D_n) E_n (-\Delta \varepsilon_n^p)$$

$$\varepsilon_{n+1}^p = \varepsilon_n^p + \Delta p_n H_{\varepsilon^p}(\varepsilon^p, \beta, D)_n \quad (46)$$

$$\beta_{n+1} = \beta_n + \Delta p_n H_{\beta}(\varepsilon^p, \beta, D)_n \quad (47)$$

$$D_{n+1} = D_n + \Delta p_n H_D(\varepsilon^p, \beta, D)_n \quad (48)$$

onde,

$$\Delta p_n = 0, \text{ se } f(\sigma_n; D_n, p_n, \beta_n) < 0 \quad (49)$$

ou, se $f \geq 0$, Δp_n é calculado como zero da função.

$$G(\Delta p_n) = \Delta p_n - \left\langle \frac{f(\Delta p_n)}{K} \right\rangle^N \Delta t; \quad (50)$$

6. ALGORITMO GLOBAL

Foi adotado no trabalho o seguinte algoritmo global de solução a partir da discretização descrita no item anterior que foi usado na solução do problema exemplo do item 7.

- 1) $n=1$; ε_o^p , β_o , e D_o são conhecidos em cada elemento.
- 2) Estimativa elástica: $\varepsilon_n^p = \varepsilon_{n-1}^p$, $\beta_n = \beta_{n-1}$, e $D_n = D_{n-1}$ no tempo t_n
- 3) Cálculo das Condições de Contorno de Newman $\sigma_n = f(t_{n+1})$, e de Dirichlet $u = \bar{u}$;
- 4) Montagem da matriz rigidez K_n .
- 5) Montagem do vetor de carregamento F_{n+1}
- 6) Cálculo de $F^p(\varepsilon_n^p) = F_n^p$.

7) Cálculo de U_n , solução do sistema pelo Método dos Elementos Finitos: $(K_n)(U_n) = F_{n+1} + F_n^p$. (K é uma matriz simétrica e positiva definida)

8) Cálculo das deformações (ϵ_n^p) associadas aos deslocamentos nodais (U_n).

9) Cálculo das forças termodinâmicas em cada elemento (σ_n), (B_n^p) através das equações de estado.

10) Verificar para cada elemento se $F_n \leq 0$.

10.1) Sim \Rightarrow Processo elástico: $\epsilon_{n+1}^p = \epsilon_n^p$, $\beta_{n+1} = \beta_n$ e $D_n = D_{n-1}$.

10.2) Não \Rightarrow Problema de evolução: Cálculo de ϵ_{n+1}^p , β_{n+1} , e D_{n+1} (Método de Euler).

11) $D_{n+1} < D_{\text{crítico}}$?

11.1) Sim \Rightarrow Continue

11.2) Não \Rightarrow Fim

12) $n = n + 1$

13) Critério de parada: $n >$ número máximo de passos?

12.1) Sim \Rightarrow Fim

12.2) Não \Rightarrow Volte para (2).

As rotinas do algoritmo de solução foram implementados utilizando-se o software MATLAB 5.0.

7. EXEMPLO NUMÉRICO

O tratamento numérico introduzido desde o início neste trabalho foi implementado num exemplo simples para mostrar que o método pode ser aplicado com razoável facilidade. A figura 1 abaixo representa o modelo que constitui a geometria do duto. De acordo com a figura 1, temos uma fatia de um duto com um raio interno de $R_i = 0,254$ m e espessura $t = 0,127$ m, com módulo de elasticidade de $E = 193,0$ GPa e coeficiente de Poisson de 0,254. O duto está sujeito a uma pressão interna, proveniente do fluido, inicialmente de 13,78 Mpa. A discretização da fatia do duto foi feita com elementos triangulares lineares através de uma malha de 10 elementos e 12 nós.

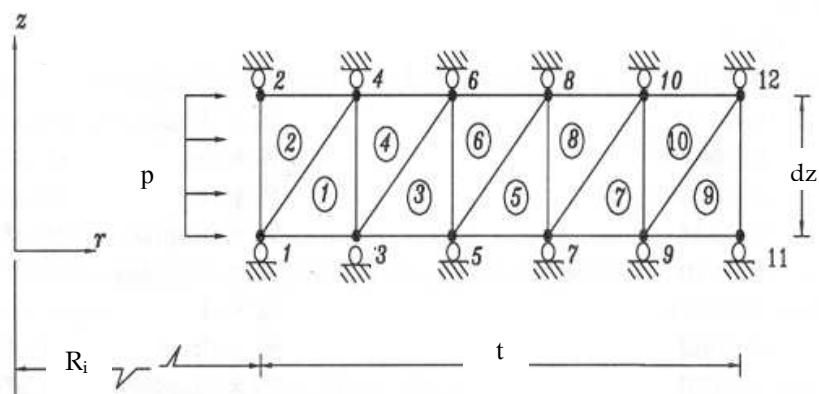


Figura 1 – Malha de elementos finitos para a geometria do duto.

O valor da pressão é atualizada linearmente a cada passo de tempo fornecendo uma condição de Neuman na aresta 1-2 que contribui monotonicamente no vetor de carregamento global. Também de

acordo com a figura 1, as condições de Dirichlet impostas são condições que mostram que não há deslocamento na direção “y” ocorrendo deslocamentos só na direção “x” devido a simetria do problema.

As figuras de 2 a 4, mostram as diferentes curvas das tensões no tempo para os diferentes elementos ao longo do tempo. As maiores níveis de tensão estão associadas às tensões transversais e radiais sendo as primeiras maiores que estas últimas.

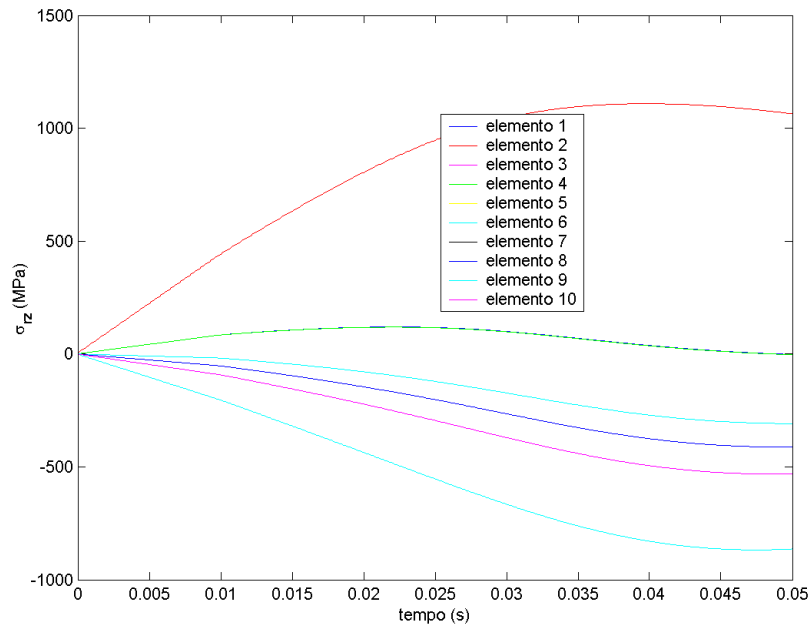


Figura 2 – Evolução da tensão cisalhante nos elementos

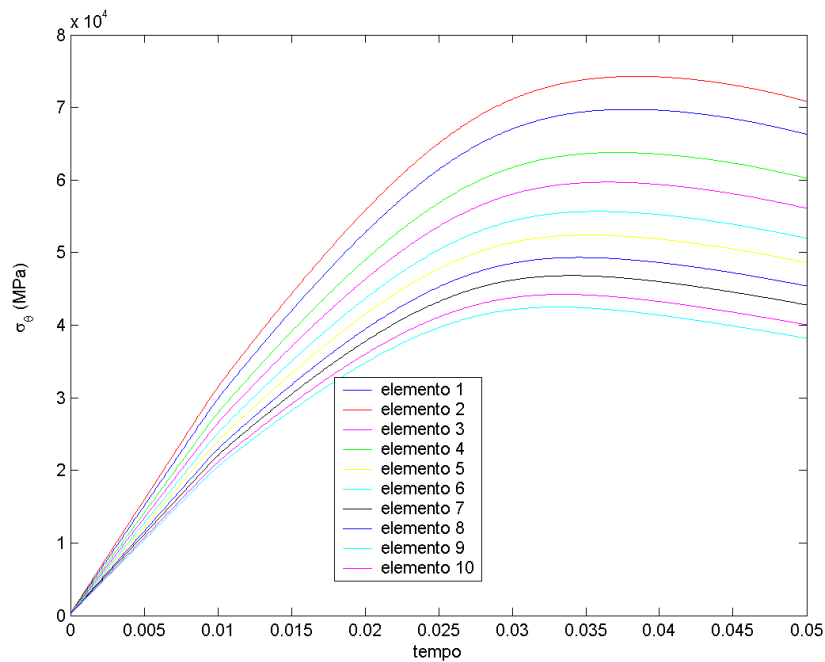


Figura 3 – Evolução da tensão circunferencial nos elementos

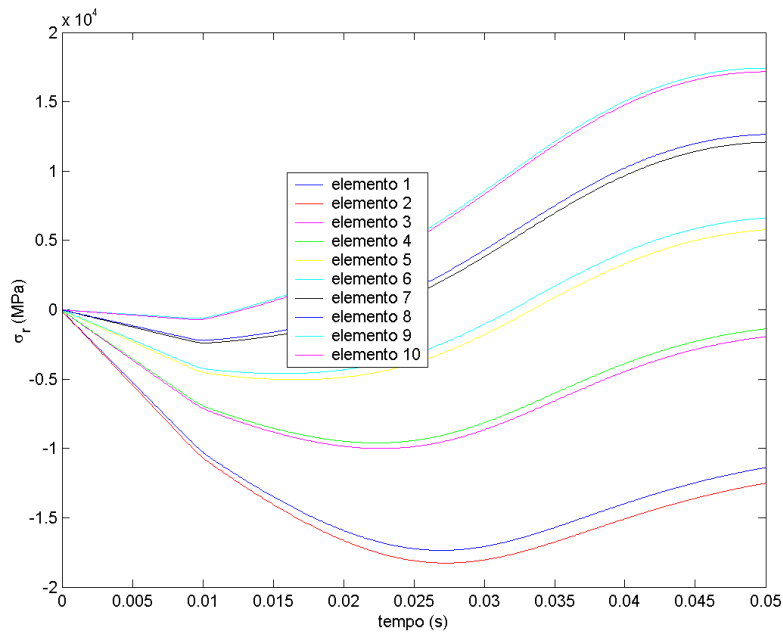


Figura 4 - Evolução da tensão radial nos elementos

A evolução do dano também é verificada por elemento. A figura 5 abaixo mostra o comportamento do dano para vários elementos. O dano aumenta uniformemente em todos os elementos, pois sua evolução depende da tensão de Mises e esta praticamente variou muito pouco nos elementos do problema. Como não se tem um termo difusivo de dano no modelo e por terem sido desprezados os termos de inércia da equação balanço, o dano apresenta-se de forma praticamente homogênea ao longo da espessura. Um efeito de não uniformidade do dano pode ser obtido quando o termo de inércia na equação de balanço ou a equação da energia (modelo anisotérmico) for considerada na análise.

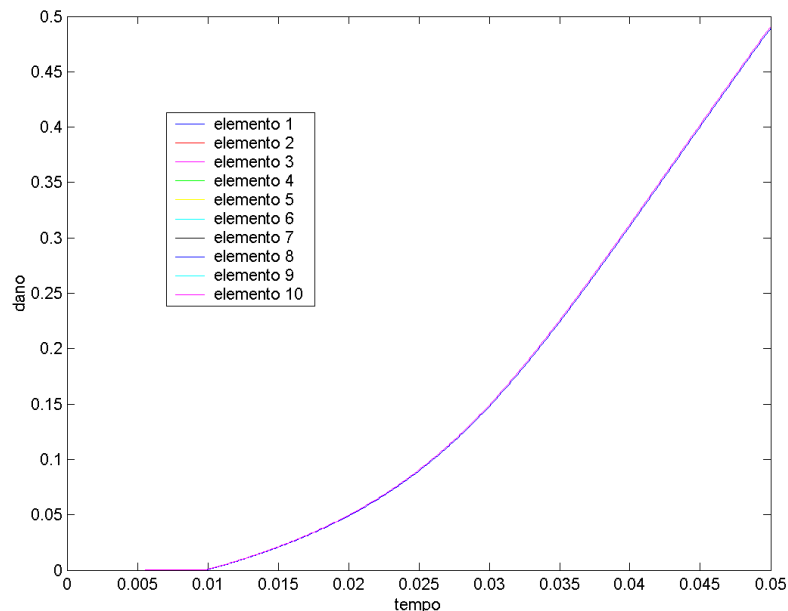


Figura 5 – Variação do dano nos elementos

8. CONCLUSÕES

Foi apresentado um modelo baseado de dano isotrópico na teoria de variáveis internas para simulação de dutos axissimétricos inelásticos.

Para solução das equações diferenciais não lineares oriundas do modelo foi proposto um esquema numérico baseado no Método de Decomposição do Operador. O método de decomposição adotado permite dividir o problema em um problema preditor elástico e um corretor plástico que possibilitou utilizar métodos clássicos de solução como o método dos elementos finitos e esquemas de Euler. O método utilizado permitiu propor um algoritmo em que a parcela oriunda da plastificação entra na equação de equilíbrio como um termo de carregamento. Além disso o permite trabalhar com a matriz de rigidez sem necessidade de atualização da mesma a cada passo de tempo a não ser através da variável de dano.

Os resultados numéricos obtidos apontam a possibilidade de se utilizar com sucesso esquemas de decomposição em problemas acoplados bastando para isso subdividir o problema global em subproblemas em que possam ser aplicados esquemas numéricos conhecidos.

O exemplo numérico utilizado apresentou uma distribuição homogênea do dano ao longo dos elementos da espessura. Para as condições adotadas, a tensão de Mises variou muito pouco ao longo do elemento da malha e, sendo a evolução da variável do dano dependente da tensão de Mises, o dano se manteve com mesmo comportamento espacial. Um efeito de não uniformidade espacial do dano pode ser obtida através da inserção um termo difusivo de dano no modelo ou quando o termo de inércia na equação de balanço ou a equação da energia (modelo anisotérmico) for considerada na análise tal como proposto em Barbosa, 1998.

9. REFERÊNCIAS

- Barbosa, J. M. A., 1998, “Estudo da Localização da Deformação em Materiais Elasto-viscoplásticos Levando em Conta Efeitos Térmicos e de Inércia”, Tese de Doutorado, Depto.de Eng. Mecânica, PUC-Rio, Brasil;
- Bathe, Klaus-Jürgen, 1996, “Finite Element Procedures”, Prentice Hall Inc., New Jersey, USA,1037p.;
- Lemaître, J. and Chaboche, J., 1990, “Mechanics of Solid Materials”, Cambridge, UK;
- Zienkiewicz, O.C., 1977, “The Finite Element Method”, McGraw-Hill Book, UK.

10. AGRADECIMENTOS

À Finep/CTPETRO/CNPq pelo suporte financeiro .

DAMAGE NUMERICAL SIMULATION IN AN AXISYMMETRIC PIPE

José M. A. Barbosa,

Federal University of Pernambuco, Rua Acadêmico Hélio Ramos, S/N, 50740-530, Recife – PE, Brasil, jmab@demec.ufpe.br;

Fábio de Farias Cavalcante,

Federal University of Pernambuco, fabcavalcante@hotmail.com;

Félix C. G.Santos, Federal University of Pernambuco, fcgs@demec.ufpe.br;

Abstract: *This work presents a continuous damage model to simulate the material behavior of an axisymmetric inelastic pipe submitted to pressure loads. A isotropic damage model based in the theory of the internal variable with modifications to consider the effect of isotropic and kinematic hardening was used. A numerical method is presented, based on the finite element method considering also a scheme of the type elastic predictor and plastic corrector.*

Keywords: *Damage, Inelastic Pipe, FEM, Operator Splitting Method, Viscoplasticity;*